Facultad de Economía, Empresa y Turismo
Universidad de La Laguna

MEMORIA DEL TRABAJO FIN DE GRADO

Optimización matemática aplicada a empresa: el caso de la logística de la empresa “E”

Mathematical optimization applied to companies: the case of company´s “E” logistic

Autor/a: Dª Andrea Coello Pérez y D Eduardo Hernández Suárez

Tutor/a: D Zebenzuí Victor García de la Rosa

Grado en ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

FACULTAD DE ECONOMÍA, EMPRESA Y TURISMO

Curso Académico 2018 / 2019

Convocatoria: Septiembre.

San Cristóbal de La Laguna, 13 de septiembre de 2019.

ÍNDICE

RESUMEN	1
ABSTRACT	1
INTRODUCCIÓN	2
1. LA GESTIÓN DEL TRANSPORTE	3
2. OPTIMIZACIÓN	4
2.1 Problemas de Rutas	5
2.1.1 Problemas del viajante de comercio (TSP)	6
2.1.2 Problemas de ruta de vehículos (VRP)	7
3. CASO DE ESTUDIO	9
4. METODOLOGÍA	12
4.1 Objetivos e Hipótesis	14
4.2 Desarrollo del modelo	14
4.2.1 Formulación matemática	16
4.2.2 Metodología informática	24
5. RESULTADOS	26
6. CONCLUSIONES	27
7. BIBLIOGRAFÍA	28
8. ANEXOS	29

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Costes de vehículos frigoríficos de dos ejes	11
Gráfico 1: Proporción de los costes en vehículos frigoríficos de dos ejes	12
Tabla 2: Costes unitarios	12
Esquema 1: La metodología de la investigación de operaciones	13
Imagen 1: Localizaciones aproximadas de los 101 clientes	15
Imagen 2: Localización aproximada de los 37 nodos una vez hechos los clústers	16
Tabla 3: Características del problema planteado	17
Gráfico 2: Representación gráfica de los intervalos horarios	12
Gráfico 3: Ampliación del gráfico 2, representación del intervalo temporal k=7	19
Tabla 4: Comparación entre el modelo original y el modelo divido en dos secciones	25
Tabla 5: Configuración de los resultados	26

RESUMEN

El objetivo principal de este trabajo es el de disminuir el coste actual asociado al transporte de la compañía objeto de estudio a través de la optimización matemática, ya que actualmente se organizan en base a su experiencia. Para ello ha sido necesario desarrollar un modelo matemático, que sea capaz de elegir la ruta concreta que minimice los costes entre las diferentes alternativas posibles, adaptándolo a las singularidades de la empresa y a sus metas, y utilizando datos reales proporcionados por la firma. Para el computo de modelos de estas características se requiere el uso de un software de cálculo, pues es inviable para el ser humano, siendo necesario escribirlo en el lenguaje de programación utilizado por el software. Una vez obtenidos los resultados, deberán ser interpretados para su ejecución.

Palabras clave: compañía, optimización matemática, ruta, costes., modelo matemático

ABSTRACT

This research aims to reduce the cost associated with the transportation of the company analyzed through mathematical optimization because the company currently performs it based on experience. We have developed a mathematical model capable of choosing the concrete route minimizing the costs between the different alternatives and adapting to the singularities of the company. Once the results are obtained, they must be interpreted for execution

Keywords: Company, mathematical optimization, route, costs, mathematical model.

INTRODUCCIÓN.

En un mundo globalizado y competitivo como en el que vivimos actualmente, las empresas han traspasado las barreras de su lugar de origen, pudiendo vender sus productos y ofrecer sus servicios a todo el mundo a través de las nuevas tecnologías, lo cual hace que el mercado en el que compiten sea global, con cientos y miles de empresas dentro de su sector. Ante este escenario, las ventajas competitivas pueden ser la diferencia entre el éxito y el fracaso de su negocio.

Bajo este escenario descrito anteriormente, en este trabajo expondremos la importancia de la optimización de rutas para lograr un ahorro importante dentro de los costes de transporte aplicándolo al caso de una empresa real. Los costes de transporte suponen una parte significativa del precio final de los productos, reduciendo estos costes podemos conseguir dos cosas, o un margen de beneficios por producto más alto, o tener la opción de reducir el precio para ampliar la demanda.

A continuación, comenzaremos este trabajo hablando acerca de la gestión del transporte y de los elevados costes que acarrean las empresas, demostrando así la importancia de la investigación. En el capítulo 2 nos centraremos en la teoría de optimización de rutas, hablando de los principales tipos de problemas que existen y encuadrando nuestro caso de estudio en un grupo o familia concreta. En el capítulo 3 damos paso es exponer el caso de estudio en cuestión, el modelo matemático que hemos definido y todas sus restricciones. Una vez definido el modelo, comenzaremos a hablar de la metodología que usaremos en su resolución en el capítulo 4, el esquema general que plantean los principales autores de esta rama de conocimiento y, en concreto, el software informático con el que hallaremos la solución a nuestro problema. El siguiente paso es exponer las soluciones obtenidas del software en el capítulo 5 y hacer un análisis de los datos obtenidos para, por último, en el capítulo 6, poder generar unas conclusiones, que den lugar a la ruta óptima que estamos buscando para la empresa “E”.

1. LA GESTIÓN DEL TRANSPORTE.

En un entorno inestable y competitivo como el actual, la gestión logística asume una creciente importancia estratégica, convirtiéndose en un factor clave para el alcance de una ventaja competitiva, no sólo en términos de eficiencia, sino también de valor añadido en el producto final, tal y como se expone en el manual de Buenas Prácticas en la actividad logística propuesto por la Dirección General de Política de Pequeña y Mediana Empresa (DGPYME, 2007).

Según el Consejo de Administración Logística (Council of Logistics Management –CLM), la logística empresarial es la ejecución, planificación y control de todas las actividades relacionadas con la obtención, almacenamiento y traslado de materiales (ya sea desde las materias primas necesarias en las primeras etapas del proceso de producción hasta los productos terminados que van directos al cliente final) (Vitasek, 2013). Por tanto, las empresas deben desarrollar su proceso logístico persiguiendo dos objetivos: dar el mejor servicio posible a sus clientes y realizar el trabajo al mínimo coste.

Una de las actividades esenciales en logística empresarial es la distribución, la cual supone el conjunto de actividades que se realizan desde que el producto se elabora por el fabricante o empresa hasta que es comprado por el consumidor (Crespón Castro, Conejero González, Daduna y Hernández Ávila, 2007). En la mayoría de las organizaciones, la gestión de las actividades de distribución es un problema de toma de decisiones. En concreto, el transporte constituye un punto crítico, ya que el éxito de una cadena de suministro está estrechamente relacionado con su diseño y uso adecuado (Reynol M., Mirka et al., 2014).

El transporte de bienes es el “conjunto de actividades que nos permite el traslado de los materiales y productos terminados de los proveedores a la empresa, y de ella a los clientes, de forma que lleguen a su destino en las condiciones pactadas” (Gómez, J.M., 2013, p. 150). Además, el transporte constituye uno de los costes logísticos y productivos más elevados, con una proporción de entre el 10% y el 20% del coste final de los bienes (Toth y Vigo, 2001). Centrándonos en Canarias de manera particular, este impacto parece ser, aún si cabe, más importante. Se trata de un territorio fragmentado en islas con una red de carreteras bastante limitadas, donde no hay gran variedad de medios de transporte, ni carreteras alternativas por las que acceder a ciertas localidades.

Es por todo lo anteriormente expuesto por lo que resulta muy conveniente la búsqueda de una política óptima de transporte. En este aspecto, la investigación operativa ha permitido desarrollar ciertos métodos científicos y modelos matemáticos que logran el uso eficaz de los recursos y la minimización de costes respecto a las soluciones convencionales (Gómez, J.M., 2013).

Por ello, resulta bastante interesante que las empresas encuentren la forma de optimizar el transporte apoyándose en técnicas de Investigación Operativa (que incluye técnicas de Programación Matemática), cuya aplicación muestra ahorros significativos de entre el 5 % y el 20 % de los costos totales de transporte (Cano Robles, 2005). De esta forma, se justifica la inversión en la utilización de técnicas de Investigación Operativa para la planificación de rutas más eficientes y eficaces, en la búsqueda ventajas competitivas sostenibles.

2. OPTIMIZACIÓN.

Uno de los objetivos principales de la Programación Matemática es la resolución de problemas del tipo:

$min\{f(x): x \in S\}$,

donde SR^n y $f: SR$, y que debe entenderse como “encontrar, si existe, un elemento de S donde la función f alcance su mínimo valor”. Cada elemento de S se denomina solución factible, a S se le llama región o conjunto factible y a f se la denomina función objetivo. Nótese que también se abordan problemas de maximización ya que estos pueden reformularse como problemas de minimización con una simple inversión de los signos como se muestra a continuación: $max\{f(x): x \in S\} = -min\{-f(x): x \in S\}$. En términos generales, se persigue obtener el mejor elemento de un conjunto respecto a un cierto criterio.

Estos problemas se conocen como problemas de Optimización, y plantean la búsqueda de una solución factible x^* de manera que $f(x^*)$ sea lo menor posible, esto es, $f(x^*) \leq f(x)$ para todo x perteneciente a S. Cuando una solución factible x^* así existe se denomina solución óptima (global), siendo no necesariamente la única en S con esta propiedad.

La Programación Lineal Entera (ILP, Integer Linear Programming) es cuando f es una función lineal en las coordenadas de x, S son las soluciones de un sistema lineal de inecuaciones y/o ecuaciones, y una o más coordenadas de x debe tomar sólo valores enteros. (Salazar González, 2001: 3-5). Para resolver este tipo de problemas hay que seguir unos pasos concretos:

Estos problemas, en su versión más simple, pueden formularse de la siguiente manera:

$$\sum_{j=1}^{n} c_i x_j$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} x_j \leq b_i \qquad para\ todo\ i = 1, \dots, m$$

donde *n* representa el número de variables, donde todas o algunas son enteras, *m* el número de restricciones, x_j (*j* = *1, …, n*) las variables del problema, y a_{ij}, c_j, b_i (*i* = *1, …, m; j* = *1, …, n*) números reales dados. Al número c_j se le llama costo asociado a la variable *j* -ésima (*j* =*1, …, n*), mientras que al número b_i se le llama recurso asociado a la restricción *i* -ésima (i = 1, …, m). (Salazar González, 2003).

En ocasiones, se distingue entre si el problema de optimización tiene sólo variables enteras (las coordenadas de x), o si además tiene variables continuas, denominándose en este último caso Programación Lineal Entera Mixta (Mixed Integer Linear Programming, MILP).

Existen métodos exactos de resolución de estos problemas (Ramificación y Acotación, Hiperplanos de Corte, etc.), pero a medida que aumentan las variables y restricciones puede llegar a resultar inviable obtener una solución óptima en un tiempo computacional razonable. En este caso existen métodos aproximados para obtener una solución subóptima, pero en un tiempo computacional menor. Estos métodos se agrupan en Heurísticos, Metaheurísticos e Híbridos.

- Heurísticos: Específicos para cada problema, suelen encontrar buenas soluciones para problemas complejos, y en un tiempo computacional razonable, pero renunciando a obtener la solución óptima.
- Metaheurísticos: Son más generales, suelen encontrar buenas soluciones para problemas complejos, pero en un tiempo computacional mayor. Se suelen emplear cuando no existe una heurística específica para resolverlo de forma aceptable.
- Híbridos: emplean una combinación de métodos exactos con Heurísticos o Metaheurísticos.

2.1 PROBLEMAS DE RUTAS.

Dentro de la Programación Lineal Entera existe un área investigación que se conoce por Routing Problems o Problemas de Rutas. Estos problemas de gran importancia en el ámbito logístico del transporte han adquirido una gran relevancia como consecuencia de la extensa aplicación en la realidad empresarial. El inicio de este ámbito de estudio puede establecerse con el clásico Problema del Viajante de Comercio o Traveling Salesman Problem (que denominaremos TSP).

2.1.1 Problema del Viajante de Comercio (TSP)

El problema del TSP trata de un comerciante que tiene que visitar "*n*" ciudades, con distancias entre ellas conocidas. El problema consiste en encontrar la ruta de mínima para ir y retornar al punto de origen, visitando cada ciudad una sola vez.

Es uno de los problemas de optimización más estudiados y relevantes, por su simple definición y su implícita dificultad de resolución. Aunque tiene antecedentes remotos, la primera vez que apareció con el nombre con el que lo conocemos hoy fue en 1930, y desde entonces se han ido desarrollando muchos métodos de resolución cuya eficiencia se ha contrastado aplicándose entre otros al TSP, aumentando paulatinamente con el paso de los años el número n de ciudades para el que se ha resuelto el TSP (Salazar González, 2001: 340-341).

El VRP se clasifica como un problema NP-difícil. Dependiendo de la complejidad del modelo (número de variables enteras, número de restricciones, si es o no lineal, etc) requerirá un mayor tiempo computacional, por lo que conviene utilizar modelos simples o tratar de simplificarlos, en la medida de lo posible, para que este tiempo sea aceptable.

Haciendo una primera clasificación entre los distintos tipos de Problemas de Rutas, podría distinguirse una primera diferenciación haciendo alusión al lugar donde se produce la demanda, distinguiendo así entre Problemas por Vértices y Problemas por Arcos.

En los Problemas por Vértices, todo gira alrededor del elemento que ha de ser visitado por los vehículos de la empresa, los clientes, agrupados en nodos o vértices dentro de un gráfico. El problema pretende conseguir una ruta que pase por todos los nodos minimizando la distancia que ha de recorrer para realizarlo.

En los Problemas por Arcos, los vehículos tienen que desplazarse hacia todos o solo una parte de las aristas o arcos de un gráfico (Toth y Vigo, 2014).

Dado que nuestro problema se encuadra dentro de la clasificación de los problemas por vértices, vamos a centrarnos en estos últimos…

2.1.2 Problema de Rutas de Vehículos (VRP)

Posteriormente, y motivado por realidad empresarial, surge una extensión del TSP: el Problema de Rutas de Vehículos o Vehicule Routing Problem (VRP en adelante), de la mano de Dantzing y Ramser con su libro "The truck dispatching problem" en el año 1959, en el que planteaba un modelo de distribución de combustible a través de una flota de camiones a diferentes estaciones de servicio.

El VRP consiste en encontrar la ruta óptima, para cada uno de los vehículos de una determinada flota homogénea, desde un depósito central al conjunto de ciudades o clientes y con retorno al punto de origen, de manera que se visite a cada uno como máximo una vez y con un solo vehículo, cumpliendo con la demanda y restricciones de los clientes y con el objetivo final de minimizar el costo total.

A pesar de que el **VRP** es ampliamente considerado como el problema central de la distribución (Ebensperger, M.J., 2009), lo cierto es que normalmente la realidad es mucho más compleja que la formulación básica, por lo que ha sido necesario modificarlo en diversos aspectos para su aplicabilidad a casos reales.

Vamos a detenernos en este problema de rutas al ser el que se adapta al problema de distribución de la empresa objeto del presente trabajo. Del VRP han surgido diversas variantes (Toth y Vigo, 2001), destacando los siguientes:

- **Problema de Rutas de Vehículos Capacitados (CVRP).** Este problema tiene en cuenta la capacidad C_k de determinados vehículos K que, partiendo de un origen común, deben pasar por un conjunto de lugares de interés (clientes) para recoger o distribuir mercancías según una demanda d_i, y volver de nuevo al origen de manera que la distancia total recorrida (el coste o el tiempo empleado) por el conjunto de vehículos sea mínima.
- **Problema de Ruta de Vehículos de Entrega Particionada (SDVRP).** En esta variante del **VRP** se permite que el mismo cliente sea visitado por diferentes vehículos si, de esta manera, reducen los costes globales. Esta condición más laxa de la variante

es realmente importante en el caso de que el tamaño de la demanda del cliente es tan grande como la capacidad de los vehículos.

- **Problema de Rutas Asimétrico (ACVRP).** En esta variante se contempla que la distancia de trayecto o el tiempo necesario para su realización depende del sentido del viaje.
- **Problema de Ruta de Recolección y Entrega (VRPPD) (VRP with Pickup and Delivery).** En esta variante del problema original **VRP** se contempla la posibilidad de que un cliente que ha recibido un pedido disponga además de cierta mercancía que necesita ser recogida. Con lo cual, se debe tener en cuenta que los productos que los clientes introducen en el vehículo no deben superar la capacidad máxima del vehículo.
- **Problema de Rutas con Retorno (VRPB) (VRP with Backhauls).** Esta variante del **VRP** clásico permite a los clientes recibir o entregar productos. De esta manera se necesita un **VRPPD** para tener en cuenta que los pedidos que los clientes devuelven a la empresa no deben superar la capacidad del vehículo que les acaba de hacer la entrega. Un **VRPB** es similar al **VRPPD,** pero tiendo en cuenta la estricta restricción de que las entregas de pedidos para cada ruta deben finalizarse antes de empezar a realizar las devoluciones. El objetivo principal es encontrar un conjunto óptimo de rutas para minimice la distancia total recorrida.
- **Problema de Rutas con múltiples depósitos (MDVRP).** Aquí se contempla la posibilidad de que una empresa tenga varios depósitos o almacenes con los que puede abastecer la demanda de sus clientes. En el caso de que los clientes estén ubicados alrededor de dichos almacenes, el problema podría ser formulado como un grupo de **VRP** independientes entre sí. Por el contrario, en el caso de que los clientes y los distintos almacenes estén entremezclados debemos recurrir a formularlo como un **MDVRP** (Multiple Depot **VRP**). Este tipo de problemas requiere una asignación de cada cliente a un almacén, los cuales disponen de una flota propia de vehículos. Cada vehículo debe salir y regresar al mismo almacén después de servir a los clientes. El objetivo del **MDVRP** es el de dar servicio a todos los clientes y minimizar el número de vehículos y de distancia recorrida por los mismos.
- **Problema de Ruta con almacenes satélite (VRPSF).** Poseer una o varias instalaciones satélites da la posibilidad a los conductores de que continúen con el

reparto hasta el final de su jornada sin la necesidad de regresar al depósito. Esta situación surge sobre todo en la distribución de combustibles y ventas al por menor.

- **Problema de Rutas con ventanas de tiempo (VRPTW) (VRP with Time Windows)**. Considera las restricciones que obliga a la empresa a atender a los clientes en un determinado periodo de tiempo El objetivo principal es minimizar la flota, los tiempos de viaje y el tiempo de espera necesario para servir a todos los clientes en las horas requeridas. Además, esta variante está caracterizada por poseer unas restricciones adicionales: Una solución es inviable si un cliente es atendido después de que cierre su ventana temporal. Un vehículo que llega a un cliente antes de la hora programada causa un tiempo de espera adicional en la ruta. La visita a cada nodo debe empezar y terminar dentro de la ventana de tiempo asociada a cada cliente.
- **Problema de Rutas Periódico (VRPP).** En un **VRP** clásico el periodo de planificación es un único día. En el caso del **VRPP**, se generaliza y extiende el **VRP** clásico a un horizonte planificado de M días.
- **Problema de Rutas Dependiente del Tiempo (VRPTD).** El tiempo de viaje entre dos clientes, o entre un cliente y el depósito, depende de la distancia, y también de la hora del día en que se realiza.

Finalmente cabe destacar que hay múltiples variantes, tantas como combinaciones entre las diversas extensiones expuestas.

3. CASO DE ESTUDIO.

En el presente trabajo se aplicará un Problema de Rutas para la optimización del transporte de la Empresa “E”. A lo largo de los siguientes apartados se intentará mantener en la medida de lo posible la confidencialidad de los datos de la empresa, sus proveedores y clientes.

Nuestro caso de estudio particular se centra en la optimización matemática de la ruta de reparto para un día en concreto de una conocida empresa del sector de la alimentación a la que nos referimos, como indicamos en la introducción, como empresa “E”.

Esta empresa “E” cuenta con una única base de la que salen todos los repartos de la isla de Tenerife, situada en el municipio de Güímar. Cuenta con una flota limitada de K camiones y sus trabajadores comienzan el reparto aproximadamente a las cinco y cuarto de la mañana. Los pedidos se organizan en unos carros, los cuales son individuales para cada cliente, que la empresa ha diseñado específicamente para ella, a no ser que el pedido se componga de una cantidad significativamente pequeña, la cual se entrega mediante la herramienta que ellos denominan picking, que es una carretilla más pequeña que los carros. Dentro de cada camión cabe una cantidad determinada de carros, el picking y un palé pequeño donde están los pedidos de picking, más el espacio que se necesita para maniobrar con los pedidos dentro. Cuando los trabajadores terminan su reparto, vuelven a la base de la que salieron. Además, se darán las siguientes circunstancias más relevantes observadas en el proceso de distribución que actualmente lleva la empresa:

- Antes de iniciar la ruta, se conocen todos los datos.
- El vehículo tiene una capacidad limitada, tanto en peso como en volumen de carga. Y aunque el peso de la carga no es una limitación en la práctica, sí que influye de manera directa en los costes de transporte.
- El transporte empleado es un vehículo refrigerado de 2 ejes, cuyo sistema de refrigeración influye en los costes de transporte.
- Cada cliente se visita solo una vez.
- Cada cliente tiene una demanda que debe ser satisfecha dentro de la ventana temporal que ha sido impuesta por el mismo, con lo cual hay que llegar a cliente dentro del límite temporal para realizar la gestión de entrega.
- La distancia y el tiempo de viaje depende del sentido del trayecto (asimetría).
- La congestión del tráfico afecta a los tiempos de viaje en función de la hora del día a la que se realice el trayecto.

Como resultado de las condiciones e intereses especiales de la empresa de estudio, se ha determinado que es oportuno considerar un modelo genérico **VRP,** adaptándolo a las características anteriores.

En la actualidad, la empresa organiza el transporte por zonas, determinadas por la proximidad entre los clientes y la experiencia, y empleando la totalidad de su flota, sin recurrir a ninguna técnica de optimización matemática.

La compañía desea obtener las diferentes rutas de cada vehículo en las que se minimice el coste total de transporte diario, determinado principalmente por el consumo de combustible y el tiempo empleado, y cumpliendo con las condiciones de la empresa, así como de sus clientes.

En el modelo propuesto, se minimizará la función objetivo, definida como la suma de los costes asociados al combustible por desplazamiento y a la mano de obra. Aunque este es el objetivo requerido por la empresa ya que estos son los principales costes de transporte (como se observa en la Tabla 1 y Gráfica 1), la función objetivo podría modificarse sin dificultad para añadir gastos en amortización, seguros, neumáticos, mantenimiento, etc.

VEHÍCULO FRIGORÍFICO DE 2 EJES

Costes a 30 de abril de 2019

	COSTES ANUALES	
	Euros (€)	Distribución (%)
Costes totales	**84.740,04**	**100,0%**
Costes directos	**79.568,11**	**93,9%**
Costes por tiempo	45.338,73	53,5%
Amortización del vehículo	8.651,01	10,2%
Financiación del vehículo	1.196,87	1,4%
Personal de conducción	29.968,68	35,4%
Seguros	4.797,61	5,7%
Costes fiscales	724,56	0,9%
Costes kilométricos	34.229,38	40,4%
Combustible	20.505,35	24,2%
Consumo de disolución de urea	707,06	0,8%
Neumáticos	1.992,51	2,4%
Mantenimiento	1.700,51	2,0%
Reparaciones	2.125,62	2,5%
Dietas	6.220,82	7,3%
Peajes	977,51	1,2%
Costes indirectos	**5.171,93**	**6,1%**

Tabla 1: Costes vehículos frigoríficos 2 ejes. Fuente: Ministerio de Fomento del Gobierno de España.

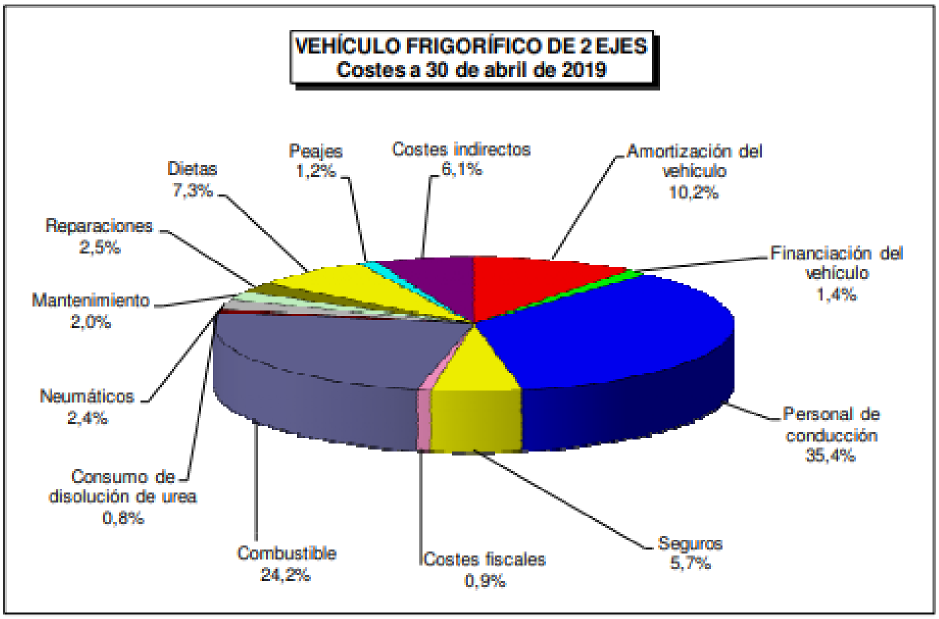


Gráfico 1: Proporción de los costes en vehículos frigoríficos de 2 ejes. Fuente: Ministerio de Fomento del Gobierno de España.

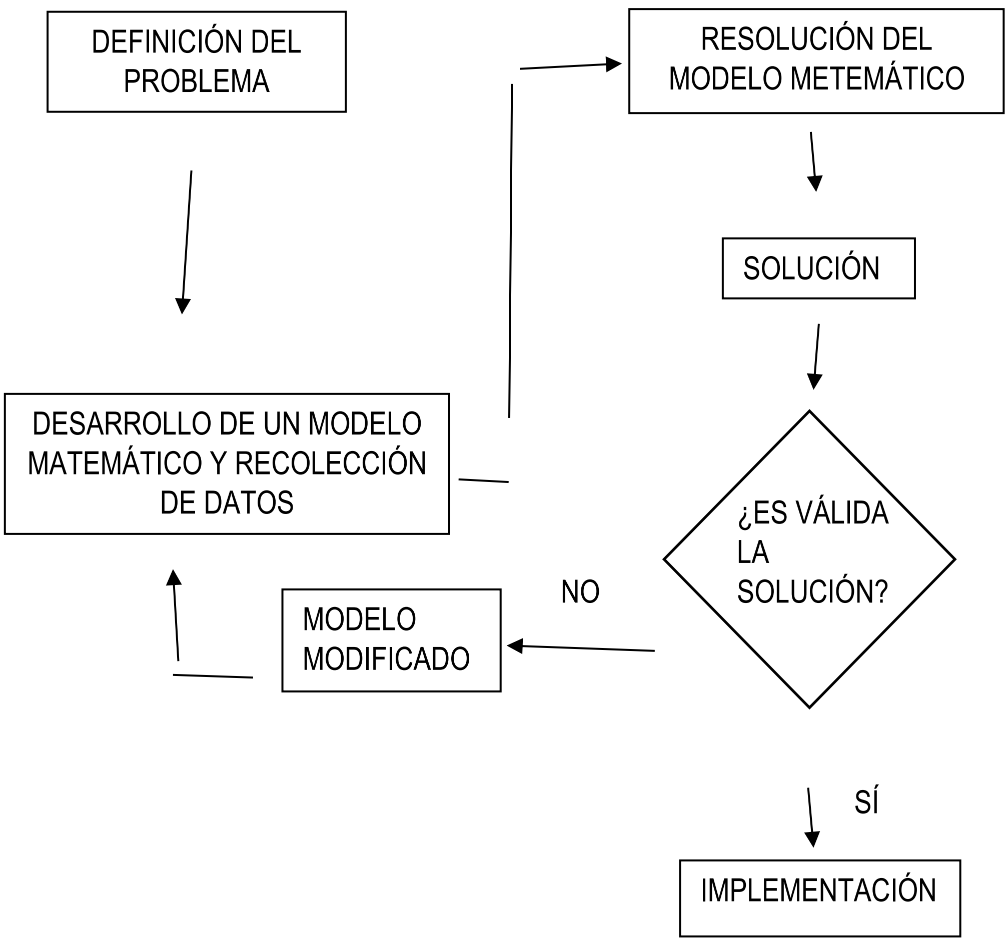
COSTES UNITARIOS	TOTAL	EN CARGA
kilometraje anual (km / año)	70.000	52.500
Horas anuales (h / año)	1.800	1.350
Costes unitarios	**Costes totales**	**Costes en carga**
1. Costes por kilómetro: Costes totales / km (€/km)	**0,9511**	**1,2681**
2. Costes por hora: Costes totales / horas (€/hora)	**36,99**	**49,32**
3. Costes por kilómetro y hora. Suma de:		
Costes kilométricos / kilómetros (€/km)	**0,3426**	**0,4568**
Costes temporales e indirectos / horas (€/hora)	**23,66**	**31,55**

Tabla 2: Costes unitarios. Fuente: Ministerio de Fomento del Gobierno de España.

4. METODOLOGÍA.

Para la consecución del objetivo de la empresa objeto de estudio, y en general para resolver problemas de investigación operativa, es adecuado seguir una metodología concreta y ordenada. Los pasos generales, según Mathur y Solow (1996:4-9), para resolver problemas de decisión determinísticos y estocásticos son los siguientes:

1. Definición del problema, que a través de su identificación y comprensión pueda ser expresado de manera precisa.
2. Desarrollar un modelo matemático, siendo necesario en la mayoría de caso identificar variables de decisión, un objetivo matemático y las correspondientes limitaciones.
3. Resolución del modelo, usando la técnica apropiada en cada caso.
4. Validación de la solución, empleando conocimientos de intuición y experiencia para determinar si la solución obtenida es lógica, tiene sentido y, por tanto, si puede llevarse a cabo en un ámbito real. Si no fuera el caso, podría ser necesaria la modificación de aspectos del modelo para obtener una nueva solución.
5. Poner en práctica y supervisar la solución.



Esquema 1: La metodología de la investigación de operaciones. Fuente: Mathur, Solow (1996:4).

4.1. OBJETIVOS E HIPÓTESIS.

El principal objetivo de este trabajo es proporcionar a la empresa "E" las diferentes rutas de cada vehículo en las que se minimice el coste total de transporte diario, empleando una adaptación del modelo VRP, y obteniendo la solución mediante un software adecuado.

1. Obtener una ruta óptima por la que se minimice el coste.
2. Obtener una solución en un tiempo computacional aceptable para la empresa.

En relación con estos objetivos específicos, se plantean las siguientes hipótesis:

- Hipótesis 1: A raíz de la resolución del modelo basado en el problema VRP, se reducen de forma sustancial los costes de transporte.
- Hipótesis 2: El error que estamos cometiendo a la hora de estimar los tiempos de viaje, los tiempos de atención y los costes es poco significativo debido a que hemos ajustado los parámetros por mínimos cuadrados y lo hemos comprobado con una muestra.
- Hipótesis 3: La resolución del modelo basado en el problema VRP se realiza en un tiempo computacional aceptable para la empresa.

4.2. DESARROLLO DEL MODELO.

En este apartado vamos a exponer en profundidad el desarrollo y formulación del modelo matemático que hemos creado para la resolución del problema que estamos estudiando, así como la traslación del modelo al software empleado para su resolución.

Nuestra empresa E, en el día estudiado, tiene un total de 101 clientes a los que debe visitar, cuya localización aproximada vemos a continuación en la Imagen 1.

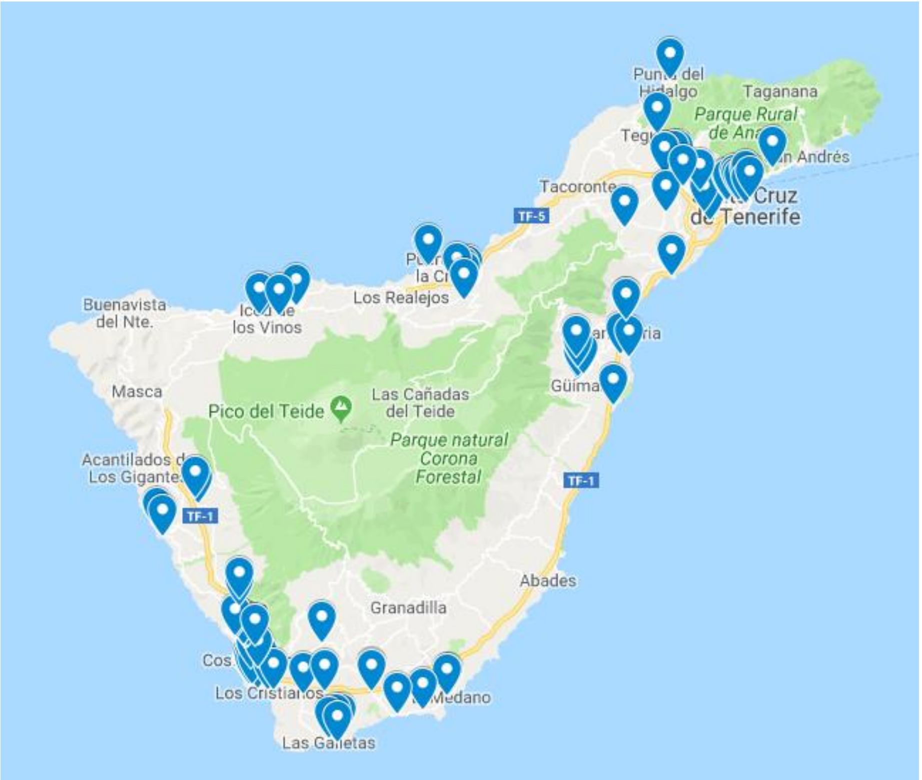


Imagen 1: Localizaciones aproximadas de los 101 clientes. Fuente: Elaboración propia vía Google My Maps.

Con el fin de poder cumplir el objetivo 2 descrito anteriormente y de facilitar la resolución del problema planteado desde el punto de vista computacional, así como la recogida de datos, hemos decidido agrupar los clientes con ventanas temporales semejantes en clústeres. Para la definición de cada clúster establecimos tres criterios:

1. Si de un cliente a otro el trayecto dura un tiempo inferior o igual a 2 minutos, se pueden agrupar dentro del mismo clúster.
2. Si la vía de acceso a un clúster dista menos de 2 minutos de un único clúster ya creado con anterioridad (bajo el criterio 1), se pueden agrupar como un único clúster.
3. Con el fin de que el tiempo de atención y viaje dentro del clúster no llegue a un valor desorbitado, ni que la cantidad demandada por los clientes dentro del clúster llegue a superar la capacidad máxima del camión, el máximo de clientes agrupados no puede ser superior a nueve.

Aplicando estos criterios, eso reduce los 101 clientes reales a 37 nodos de clientes (clústeres), entre los cuales se encuentra la base, la cual es el nodo 0, que es el punto de partida y llegada de las rutas de reparto de la empresa, cuyas localizaciones aproximadas vemos a continuación en la Imagen 2.

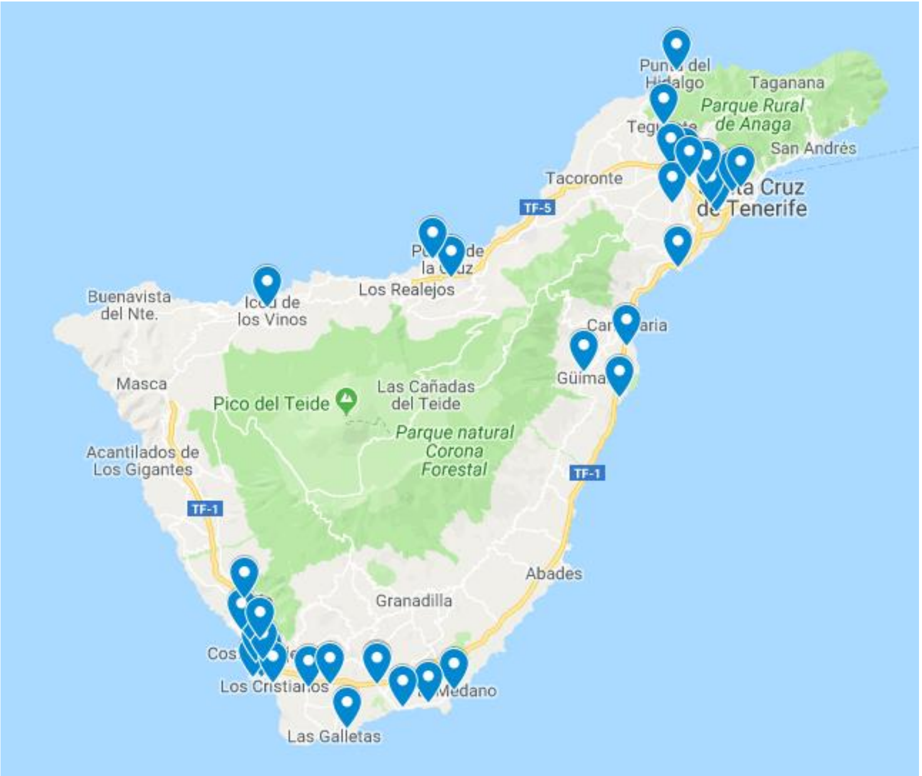


Imagen 2: Localizaciones aproximadas de los 37 nodos una vez hechos los clústeres. Fuente: elaboración propia vía Google My Maps.

4.2.1. Formulación matemática.

A través de la metodología matemática, se pretende representar la situación real de la empresa de la forma más fiel posible a través de unas variables de decisión, una función objetivo (los costes) que se desean minimizar y un conjunto de restricciones. Para ello, se empleará la Programación Lineal Entera, ya que se ha logrado mantener la linealidad en todas las funciones del modelo, facilitando así su resolución, y por las características de las variables, pues algunas sólo toman valores enteros. En definitiva, el modelo se formulará como un problema matemático determinista de Optimización, de Programación Lineal Entera.

Para la formulación matemática, y tomando como referencias principales .(Nanda Kumar & Pannerselvam, 2012), (Munari, Dollevoet, & Spliet, 2017), (Yinyong, Ikou, Qiuhong, & Yuchun, 2012); el modelo es definido a partir de un grafo dirigido (por ser un problema asimétrico en el que los tiempos de viaje y la distancia recorrida varían según el sentido del trayecto), $G = (N, A)$, donde $N = \{0, \ldots, n\}$ es un conjunto de nodos que se corresponde al conjunto de clúster a visitar el día de estudio, incluyendo el punto de origen y fin de la ruta (la empresa, que se corresponde con el nodo 0), y A es el conjunto de arcos dirigidos, representados como (i, j) donde "i" es el nodo origen y "j" es el nodo destino del tramo directo representado por (i, j).

Para este estudio, los momentos de llegada y salida han sido expresados en minutos transcurridos desde las 5:15h, y a su vez siempre consideramos un conjunto de 8 subintervalos de tiempo en el que es posible terminar el recorrido de cada arco de la ruta. De 5:15 a 6:15 (desde 0 hasta 60 minutos) se corresponde con el primer subintervalo temporal, de 6:15 a 7:15 (desde 60 hasta 120 minutos) el segundo, de 7:15 a 8:15 el tercero, de 8:15 a 9:15 el cuarto, de 9:15 a 10:15 el quinto, de 10:15 a 11:45 el sexto, de 11:45 a 13:15 el séptimo, y de 13:15 a 14:15 (desde 480 hasta 540 minutos) el octavo y último. Todos los subintervalos están compuestos por 60 minutos salvo el quinto y sexto intervalos, los cuales se componen de 90 minutos. Esto se debe a que en esas franjas horarias el tráfico es muy similar, por lo que se pudo ampliar el subintervalo y así poder trabajar con 8 en vez de con 9. Los extremos que separan cada uno de estos subintervalos (0,60,120,…,540) serán denominados puntos de partición.

Planificación	Diaria
Variables	Determinísticas
Nodo de inicio de ruta	Empresa "E"
Nodo de fin de ruta	Empresa "E"
Vehículos disponibles	K
Capacidad del vehículo	Limitada
Demanda del cliente	Determinada
Número de visitas por día al cliente	Una
Distancias	Asimétricas
Tiempos de viaje	Asimétricos. Dependen de la hora (tráfico)

Tabla 3: Características del problema planteado: Fuente: Elaboración propia.

El objetivo del problema es la minimización de costes, por lo que, como ya hemos mencionado anteriormente, en ese aspecto se centrará la función objetivo del problema.

Para comenzar, establecemos y explicamos las variables de decisión del problema, en segundo lugar definiremos los parámetros empleados, a continuación formularemos el problema y, por último, explicaremos todas las restricciones.

a) <u>Variables de decisión.</u>

1) $x_{i,j}$ es una variable binaria que tomará valor 1 si en la solución se realiza el arco (i,j). Tomará valor 0 en caso contrario.

2) yc_i es una variable auxiliar continua con la que nos aseguramos de que en ningún momento se supere la capacidad máxima en carros del camión.

3) $yk_{i,j}$ es una variable continua que indica la carga en kilos que lleva el camión en el arco (i,j).

4) ll_j es una variable continua que indica los minutos que han trascurrido desde las 5:15 hasta la llegada al nodo j.

5) $ll_{0,j}$ es una variable continua que indica los minutos que han trascurrido desde las 5:15 para salir de base y realizar el arco $(0,j)$.

6) $ll_{i,0}$ es una variable continua que indica los minutos que han trascurrido desde las 5:15 para llegar a base al realizar el arco $(i,0)$.

7) te_i es una variable continua que recoge el posible tiempo de espera en el nodo i (clúster), en caso de llegar a dicho nodo antes de la apertura de su ventana temporal.

8) $Z_{j,k}$ es una variable binaria que valdrá 1 si se llega al nodo j en el subintervalo temporal k-ésimo, y valdrá 0 en caso contrario.

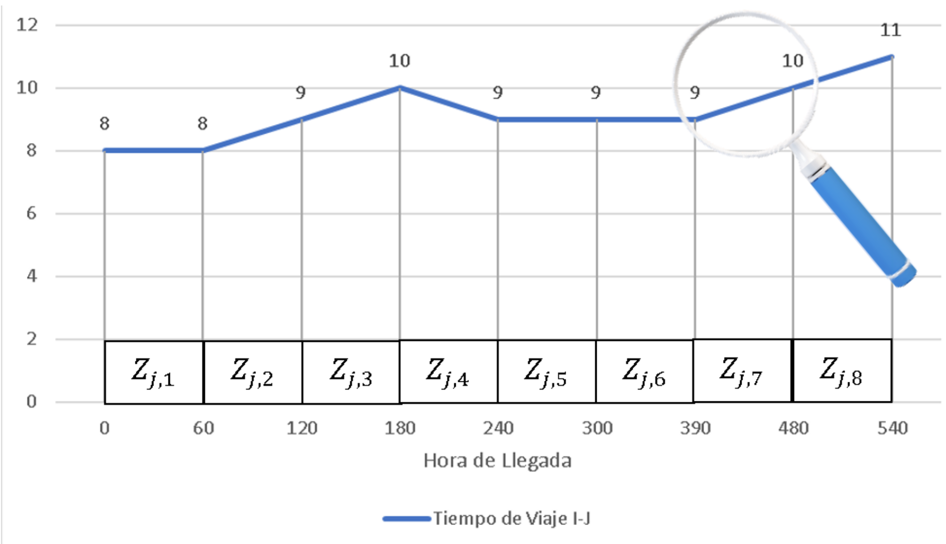


Gráfico 2: Representación gráfica de los intervalos horarios. Fuente: elaboración propia.

9) $w_{j,k}$ es una variable continua entre 0 y 1 que mide la proporción dentro del subintervalo temporal k-ésimo en el que el vehículo llega al nodo j.

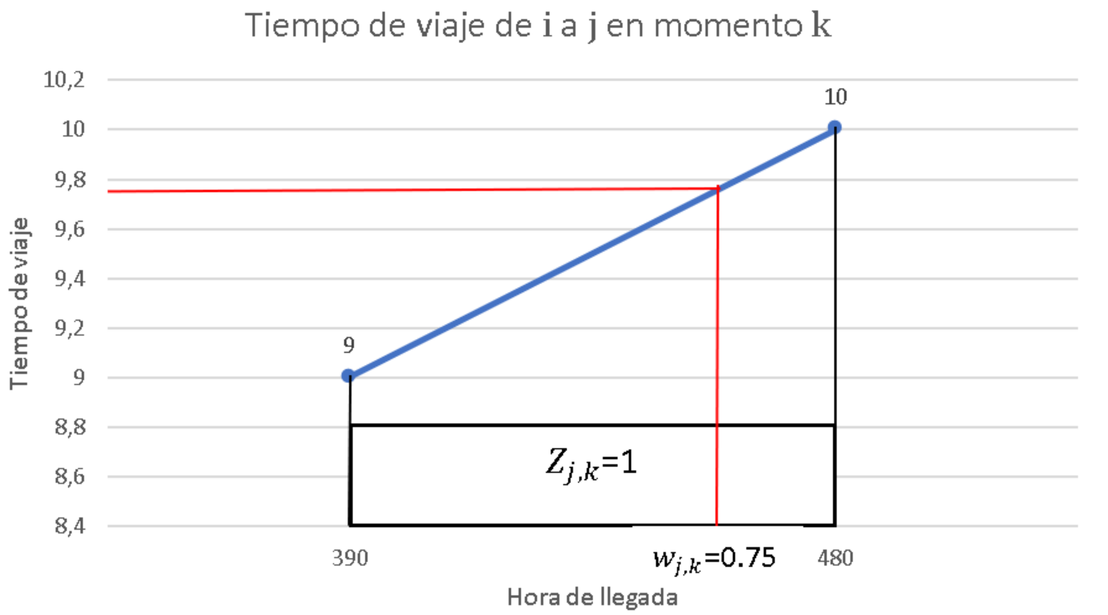


Gráfico 3: Ampliación del gráfico 2, representación del intervalo temporal k=7. Fuente: Elaboración propia.

10) $Z_{i,0,k}$ es una variable binaria que valdrá 1 si se llega a base, realizando el arco $(\mathrm{i}, 0)$ en el subintervalo temporal k-ésimo, y valdrá 0 en caso contrario.

11) $w_{i,0,k}$ es una variable continua entre 0 y 1 que mide la proporción dentro del subintervalo temporal k-ésimo en el que el vehículo llega al nodo i al realizar el arco $(\mathrm{i}, 0)$.

12) $tv_{i,j}$ es una variable continua que mide los minutos empleados en realizar el arco (i, j), que dependerá del momento del día en el que se realice.

13) $tv_{i,0}$ es una variable continua que mide los minutos empleados en realizar el arco $(\mathrm{i}, 0)$, que dependerá del momento del día en el que se realice.

b) **Parámetros.**

1. P precio del combustible en euros por kilometro
2. K número total de vehículos disponibles

3. n número total de nodos
4. dc_i demanda del clúster i en número de carros
5. Qc capacidad máxima del vehículo en número de carros
6. dk_i demanda del clúster i en kilogramos
7. Qk capacidad máxima del vehículo en kilogramos
8. ta_i tiempo de atención del nodo i
9. a_i apertura de la ventana temporal del nodo i
10. b_i cierre de la ventana temporal del nodo i
11. $d_{i,j}$ distancia en kilómetros del trayecto (i,j)
12. $GR_{i,j}$ número de giros y rotondas del trayecto (i,j)
13. $trv_{i,j,k}$ tiempo real de viaje estimado de cada trayecto (i,j) llegando a j en el k-ésimo punto de la partición de los subintervalos
14. M máximo de los tiempos de viaje (i,j) más hora de cierre de base
15. S coste salarial individual por minuto
16. $TARA$ peso en kilogramos del vehículo sin carga

c) **<u>Formulación del modelo.</u>**

$$\text{MINIMIZAR } CT = P\sum_{\substack{i=0\\ i\neq j}}^{n}\sum_{j=0}^{n}(\boldsymbol{A}\, d_{i,j}\, x_{i,j} + \boldsymbol{B}\, GR_{i,j}\, x_{i,j} + \boldsymbol{C}\, d_{i,j} yk_{i,j} + \boldsymbol{C} d_{i,j} TARA\, x_{i,j}) + \sum_{j=1}^{n} S * (ll_{j,0} - ll_{0,j})$$

s.a.

$$\sum_{j=0\ j\neq i}^{n} x_{i,j} = 1 \qquad i = 1,\dots,n \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{0,j} \leq K \tag{2}$$

$$\sum_{j=1\ j\neq h}^{n} x_{h,j} - \sum_{i=1\ i\neq h}^{n} x_{i,h} = 0 \qquad h = 1,\dots,n \tag{3}$$

$$dc_i \leq yc_i \leq Qc \qquad i = 1,\dots,n \tag{4}$$

$$yc_i \geq yc_j + dc_i x_{i,j} - Qc\,(1 - x_{i,j})\ i = 1,\dots,n\ ;\ j = 1,\dots,n\ con\ j \neq i \tag{5}$$

$$0 \leq yk_{i,j} \leq Qk x_{i,j} \qquad i,j = 0,\dots,n, con\ j \neq i \tag{6}$$

$\sum_{j=0\ j\neq i}^{n} yk_{j,i} - \sum_{j=0\ j\neq i}^{n} yk_{i,j} = dk_i \qquad i = 1,\dots,n$ (7)

$ll_j \geq (ll_i + te_i) + ta_i + tv_{i,j} - M(1 - x_{i,j})\ i,j = 1,\dots,n, con\ i \neq j$ (8)

$ll_j \geq ll_{0,j} + tv_{0,j} - M\,(1 - x_{0,j})\ j = 1,\dots,n$ (9)

$ll_{i,0} \geq (ll_i + te_i) + ta_i + tv_{i,0} - M\,(1 - x_{i,0})\ i = 1,\dots,n$ (10)

$0 \leq ll_{0,j} \leq b_0 x_{0,j} \quad j = 1,\dots,n$ (11)

$0 \leq ll_{j,0} \leq b_0 \qquad j = 1,\dots,n$ (12)

$a_i \leq ll_i + te_i \leq b_i - ta_i \quad i = 1,\dots,n$ (13)

$te_i \geq 0 \qquad i = 1,\dots,n$ (14)

$\sum_{k=1}^{8} Z_{j,k} = 1 \qquad j = 1,\dots,n$ (15)

$\sum_{k=1}^{8} Z_{i,0,k} = 1 \qquad i = 1,\dots,n$ (16)

$0 \leq w_{j,k} \leq$ Z_(j,k) $\qquad j = 1,\dots,n \qquad k = 1,\dots,8$ (17)

$0 \leq w_{i,0,k} \leq Z_{i,0,k} \qquad i = 1,\dots,n \qquad k = 1,\dots,8$ (18)

$ll_j = \sum_{k=1}^{8}[(k-1)60Z_{j,k}] + 30Z_{j,7} + 60Z_{j,8} + \sum_{k=1\ k\neq 6,7}^{8} 60w_{j,k} + 90w_{j,6} + 90w_{j,7} \quad j = 1,\dots,n$ (19)

$ll_{i,0} = \sum_{k=1}^{8}[(k-1)60Z_{i,0,k}] + 30Z_{i,0,7} + 60Z_{i,0,8} + \sum_{k=1\ k\neq 6,7}^{8} 60w_{i,0,k} + 90w_{i,0,6} + 90w_{i,0,7} \quad i = 1,\dots,n$ (20)

$$tv_{i,j} = \sum_{k=1}^{8}(Z_{j,k}trv_{i,j,k} + (trv_{i,j,k+1} - trv_{i,j,k})w_{j,k}) \quad i = 0,\dots,n$$

$j = 1,\dots,n, i \neq j$ (21)

$tv_{i,0} = \sum_{k=1}^{8}(Z_{i,0,k}trv_{i,0,k} + (trv_{i,0,k+1} - trv_{i,0,k})w_{i,0,k})\ i = 1,\dots,n$ (22)

$x_{i,j} \in \{0,1\} \quad i = 0,\dots,n, j = 0,\dots,n$ (23)

$Z_{j,k} \in \{0,1\} \quad Z_{j,0,k} \in \{0,1\}\ j = 1,\dots,n, k = 1,\dots,8$ (24)

d) Explicación de las restricciones.

(1) Esta restricción garantiza que de cada nodo sale 1 arco, exceptuando cuando se trata de la base.

(2) Esta restricción garantiza que los arcos que salen de base sean menores o iguales a K.

(3) Con esta restricción lo que conseguimos es que todos los arcos que salen del nodo h (con dirección a cualquier nodo j posterior), exceptuando la base, sean iguales a los que llegaron a ese mismo nodo h (proveniente de cualquier i anterior).

(4) Con esta restricción se limita el valor máximo y mínimo que puede tomar que la variable auxiliar yc_i.

(5) Esta restricción, junto a la anterior, garantizan que no se excede el límite de capacidad de ningún vehículo.

(6) Con esta restricción lo que decimos es que nuestra variable $yk_{i,j}$ será mayor o igual que 0, y a su vez será menor o igual que la capacidad total en kilogramos del camión (Qk). Valdrá 0 en caso de no realizar el arco (i, j).

(7) Aquí se garantiza que la carga en kilogramos $yk_{j,i}$ con la que se llega a i (proveniente de cualquier otra j anterior) menos la carga en kilogramos $yk_{i,j}$ con la que sale de i (en dirección a cualquier otra j posterior) será igual a la demanda en kilogramos dk_i de ese nodo i.

(8) Con esta restricción lo que conseguimos es que el momento en el que se llega al nodo j,la ll_j será igual al momento en que se llegó al nodo i anterior más la suma del tiempo de espera de ese nodo i (te_i), más el tiempo de atención de ese nodo, más el tiempo de viaje desde i hasta j. Con la parte "$-M(1 - x_{i,j})$" lo que conseguimos es que cuando no se haga el arcos (i, j) (porque la solución no propone esa ruta) la $x_{i,j}$ tenga valor 0, por lo que quedará una desigualdad redundante.

(9) (10) Estas dos restricciones son iguales a la restricción (8) pero refiriéndose a los casos concretos de salida de base (9) y llegada a base (10) ya que en estos casos podrá haber más de una salida/llegada a base.

(11) Con esta restricción decimos que la variable salida de base a j $(ll_{0,j})$ se encuentra entre 0 y b_0 (la hora de cierre de base), obligándola a valer 0 cuando no se realiza el arco $(0, \mathrm{j})$

(12) Con esta restricción decimos que la variable llegada a base desde j $(ll_{j,0})$ se encuentra entre 0 y b_0 (la hora de cierre de base).

(13) Con esta restricción obligamos al vehículo a atender al nodo i dentro de su ventana temporal.

(15) Para cada j, todas las $Z_{j,k}$ valdrán 0, salvo una de ellas que valdrá 1 en el subintervalo k.

(16) Para cada i, todas las $Z_{i,0,k}$ valdrán 0, salvo una de ellas que valdrá 1 en el subintervalo k.

(17) Para cada j, todas las $w_{j,k}$valdrán 0, salvo aquel subintervalo k en el que $Z_{j,k}$ valga 1. En este caso, $w_{j,k}$ se entará entre 0 y 1.

(18) Para cada i, todas las $w_{i,0,k}$valdrán 0, salvo aquel subintervalo k en el que $Z_{i,0,k}$ valga 1. En este caso, $w_{i,0,k}$ se estará entre 0 y 1.

(19) En esta restricción, se relaciona el valor de la llegada a j con las variables $Z_{j,k}$ y $w_{j,k}$ para identificar en qué subintervalo k llega el camión a j ($Z_{j,k} = 1$) y en qué proporción llega dentro de ese intervalo ($w_{j,k}$).

(20) En esta restricción, se relaciona el valor de la llegada a base (proveniente desde i) con las variables $Z_{i,0,k}$ y $w_{i,0,k}$ para identificar en qué subintervalo k llega el camión a base desde i ($Z_{i,0,k} = 1$) y en qué proporción llega dentro de ese subintervalo ($w_{i,0,k}$).

(21) La variable $tv_{i,j}$ será una función lineal a trozos expresada en función de $Z_{j,k}$ y $w_{j,k}$ empleando los tiempos de viaje reales ($tvr_{i,j,k}$) de la base de datos.

(22) La variable $tv_{i,0}$ será una función lineal a trozos expresada en función de $Z_{i,0,k}$ y $w_{i,0,k}$ empleando los tiempos de viaje reales ($tvr_{i,0,k}$) de la base de datos.

Para la obtención de la distancia entre clientes, el tiempo de viaje y los giros en rotondas realizados en cada trayecto a diferentes intervalos horarios y diferenciando el tipo de vía por la que se transita, hemos utilizado la aplicación Google Maps, la cual hace una estimación aproximada, recopilando los datos en diferentes matrices para cada elemento mencionado anteriormente. A continuación, y mediante la recogida de datos reales en diferentes días y horas durante los repartos, realizamos una estimación de mínimos cuadrados utilizando el software Gretl 2019c MS Windows (x84_64).

Con la siguiente formula, establecimos una relación matemática entre los diferentes conjuntos de datos obtenidos, tanto los reales como los estimados por Google, ya que consideramos que éstos últimos influyen de manera directa en el tiempo de viaje.

Para la estimación de los tiempos de viaje reales tvr, distinguiendo entre autopista y no autopista, se ha aplicado mínimos cuadrados ponderados, primero normalizando tvr por la distancia (tiempo de viaje por kilómetro), y a continuación ponderándolo con la distancia.

$$tvr(auto) = Ad\ (auto) + B\ tv.gg.(auto) + C\ tv.gg.(auto)\ \frac{(tggmax - tggmin)}{tggmax} + D\ (\mathrm{GR})$$

$$tvr(no.auto) = A'd\ (no.auto) + B'tv.gg.(no.auto) + C'tv.gg.(no.auto)\ \frac{(tggmax - tggmin)}{tggmax} + D'\ (\mathrm{GR})$$

De la misma manera que con los tiempos de viaje, se han obtenido los parámetros que se encuentran en la función objetivo del modelo, normalizando y ponderando por la distancia, mediante el empleo de datos de consumo de combustible suministrados por la empresa.

En este caso, se han aplicado mínimos cuadrados ordinarios, diferenciando los nodos que tienen merchandising de los que no.

$$\begin{cases} ta_{ConM} = Adc_i + Bpk_i + C \\ ta_{SinM} = A'dc_i + B'pk_i + C' \end{cases}$$

4.2.2. Metodología informática.

Para la resolución de este modelo matemático ha sido necesario recurrir a un software de cálculo. En este caso, se ha utilizado el software Lingo, perteneciente a la empresa Lindo Systems Inc., en su versión 18.0.44 (25 marzo 2019) para Windows 64 bits. Debido a las limitaciones en la versión de prueba "Trial", ha sido necesario la solicitud de una licencia "Educational". Para su implementación ha sido necesario escribir el modelo en el lenguaje de programación "Lingo", lenguaje que utiliza el software.

Este software ha clasificado nuestro modelo como "MILP" (Mixed Integer Linear Problem) y para su resolución ha utilizado un algoritmo basado en el cálculo tipo "B-and-B" (Branch-and-Bound), algoritmo utilizado para la resolución de modelos de programación mixta lineal entera.

En lo referido al cálculo, el software requiere un tiempo hasta dar con una primera solución factible, dando lugar a una solución en la función objetivo, la cual va mejorando una y otra vez con el transcurso del tiempo, hasta llegar a dar con la solución global óptima del modelo.

En un primer intento de resolver el problema con los 37 clúster, observamos que no se cumplía el objetivo 2, pues se llegaban a las 72 horas de ejecución del problema sin haber encontrado la primera de las soluciones factibles.

Para contrarrestar esta situación decidimos que una solución viable era dividir el problema en dos zonas, norte y sur, ejecutarlo por separado en el software, y una vez obtenido el resultado, volver a unir ambas partes.

	VARIABLES		RESTRICCIONES
38 NODOS	TOTALES	5.929	8.964
	ENTERAS	2.090	
17 NODOS (ZONA NORTE)	TOTALES	1.566	1.575
	ENTERAS	578	
22 NODOS (ZONA SUR)	TOTALES	2.394	2.485
	ENTERAS	858	

Tabla 4: Comparación entre modelo original y modelo dividido en dos secciones. Fuente: Elaboración propia.

Como podemos observar, ambos subproblemas sumados tienen menos variables y restricciones que el problema original y, al ejecutarlo, conseguimos alcanzar el objetivo 2, obteniendo una solución factible en un tiempo computacional aceptable para la empresa.

5. RESULTADOS.

RESULTADO										
SECCIÓN/ VEHÍCULO										
NORTE	1	NODO	0	2	5	1	10	11	4	0
		HORA	06:00	06:20	07:00	09:21	09:39	10:14	10:57	11:35
	2	NODO	0	3	7	13	14	15	0	
		HORA	05:21	05:42	06:04	07:00	09:28	10:49	13:48	
	3	NODO	0	17	9	12	6	8	0	
		HORA	07:09	07:16	07:54	08:32	09:16	10:41	11:26	
SUR	4	NODO	0	16	18	23	25	20	19	0
		HORA	05:23	05:30	08:00	08:40	10:30	10:57	11:19	12:12
	5	NODO	0	29	26	28	21	37	0	
		HORA	08:19	09:00	09:16	09:48	11:30	12:14	12:50	
	6	NODO	0	35	34	33	24	22	0	
		HORA	07:42	08:24	08:39	09:16	11:29	11:47	13:00	
	7	NODO	0	36	32	30	31	27	0	
		HORA	07:19	08:05	10:30	11:02	11:30	12:07	13:33	

Tabla 5: Configuración de los resultados. Fuente: Elaboración propia.

6. CONCLUSIONES

Tal y como hemos indicado a lo largo del planteamiento de este trabajo, el transporte conforma uno de los costes más relevantes para una empresa, pudiendo influir en el precio final de los bienes que comercializan o en los beneficios de la compañía. Disminuir este coste, posicionaría la empresa en una posición ventajosa frente a sus competidores. Entre las diversas herramientas existentes para gestionar el transporte, hemos considerado que la optimización de rutas es una medida importante, la cuál ha sido estudiada y se ha constatado que puede reducir los costes de manera significativa (Cano Robles, 2005), para apoyar a la empresa que hemos estudiado en la toma de decisiones, con lo que hemos desarrollado un modelo que se ajusta a sus características.

En base a los resultados obtenidos, hemos podido comprobar la viabilidad de la implementación de esta herramienta y su aplicación práctica, lo cual lograría que la empresa consiga una ventaja competitiva frente a sus competidores.

Para lograr que esta herramienta pueda utilizarse de forma más eficiente, proponemos a la empresa la adquisición de unos equipos informáticos con mayor potencia de procesado, así como el uso de un software comercial más avanzado, el cual podría implicar la adquisición de una licencia de uso. A la larga, el ahorro justificaría la inversión en esta tecnología.

También hemos podido observar que una mejora para la empresa podría estar en intentar equilibrar los tiempos de atención, ya que es una variable que no depende de la empresa, sino del cliente y las características de este, pero que si afecta directamente a todo su tiempo de transporte a lo largo de la jornada.

En un futuro, se podría explorar la posibilidad del empleo de esta técnica para añadir otros objetivos, como podría ser minimizar el uso de vehículos u otros factores, además de utilizar este modelo para obtener la mejor ruta dentro del clúster.

7. BIBLIOGRAFÍA

(1) Propuesta de mejora de elementos para la gestión del aprovisionamiento de la ECOT “Cayo Santa María” con enfoque de servicio al cliente. Cespón Castro, Conejero González, Daduna y Hernández Ávila. (2007)

(2) Supply Chain Management Terms and Glossary Vitasek, K (Council of S.C.M.P (2013).

(3) On the interactional ecology of objects Reynol M. (2014).

(4) Asignación de Recursos de Transporte: “Un Enfoque Practico” Israel Cano Robles (2005).

(5) Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications (MOS-SIAM Series on Optimization) Paolo Toth and Daniele Vigo. (2015)

(6) Programación Matemática. Juan J. Sálazar González (2001).

(7) Optimización Matemática: Ejemplos y aplicaciones, Curso Universitario Interdisciplinar “Sociedad, Ciencia, Tecnología y Matemáticas” Juan J. Salazar González (2003)

(8) Una formulación para el problema de ruteo de vehículos con tiempo de viaje dependientes del tiempo para la actualización de rutas con información en tiempo real. Ebensperger Palacios, M.J. (2009).

(9) Observatorio de costes del transporte de mercancías por carretera, Ministerio de Fomento del Gobierno de España, (abril 2019).

(10) Investigación de operaciones. El arte de la toma de decisiones. Mathur, Solow (1996).

(11) Problemas de rutas. Vicente Campos Aucejo, (2018).

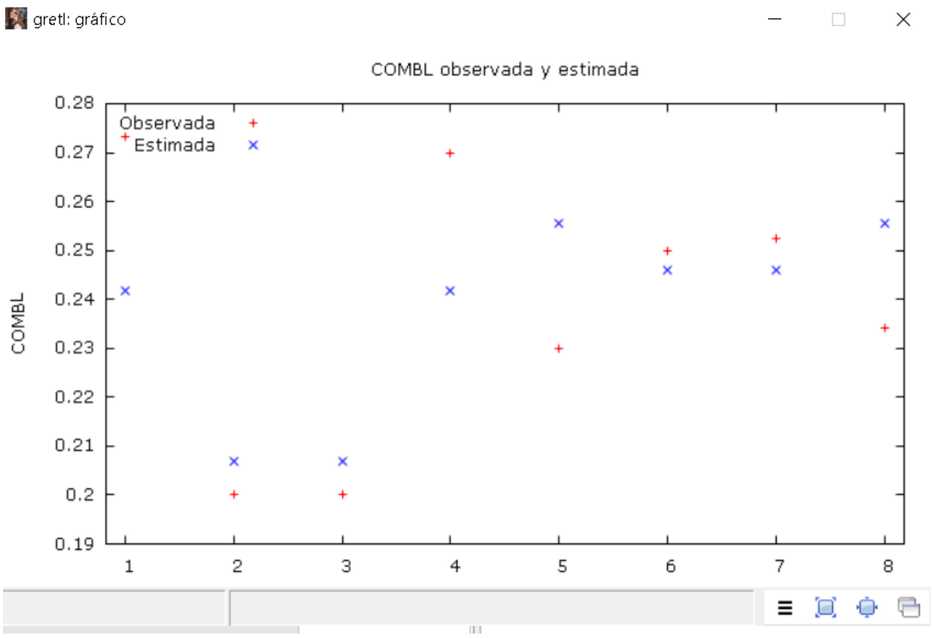
(12) Chapter 3. ‘Vehicle routing problem with time windows’ (Kallehauge, Larsen, Mad-sen, and Solomon. In Desaulniers, Desrosiers, and Solomon, editors, Column generation, pages 67-98, Springer, New York. (2005).

(13) “The truck dispatching problem” Dantzing y Ramser (1959).

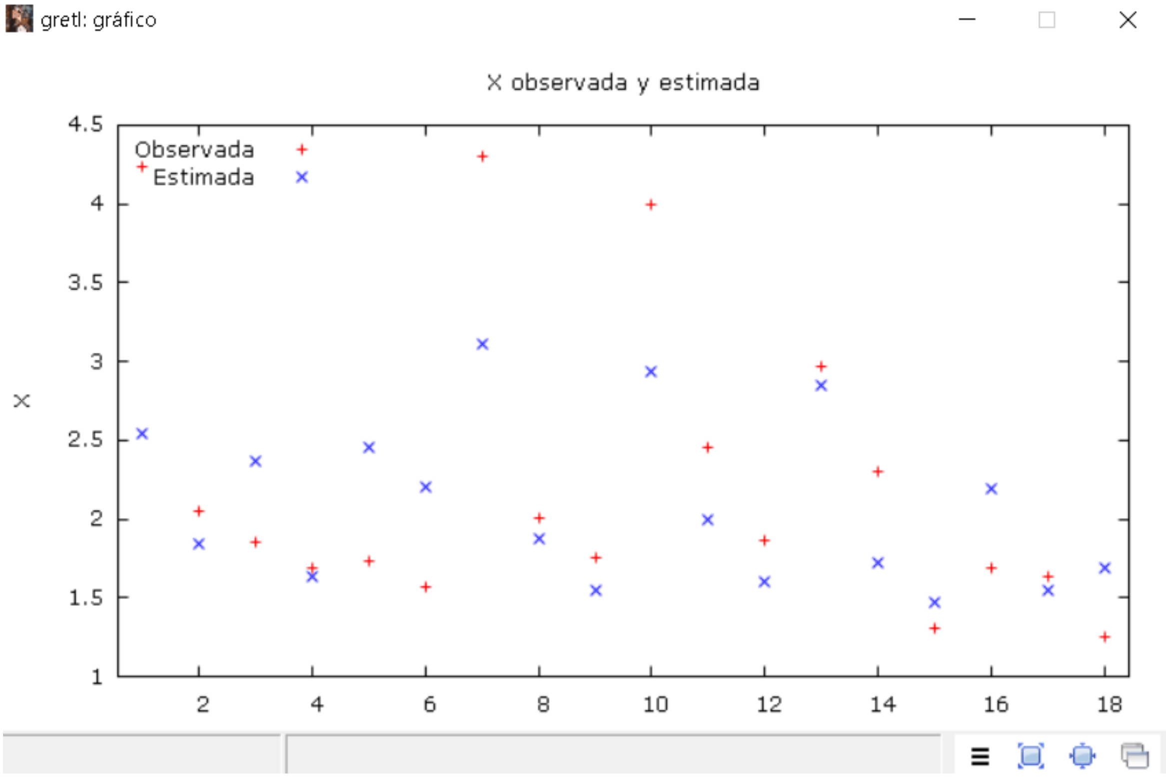
(14) Incidencia de la certificación ISO 9001 en los indicadores de productividad y utilidad financiera de empresas de la zona industrial de Mamonal en Cartagena José Morelos Gómez (2013)

8. ANEXOS

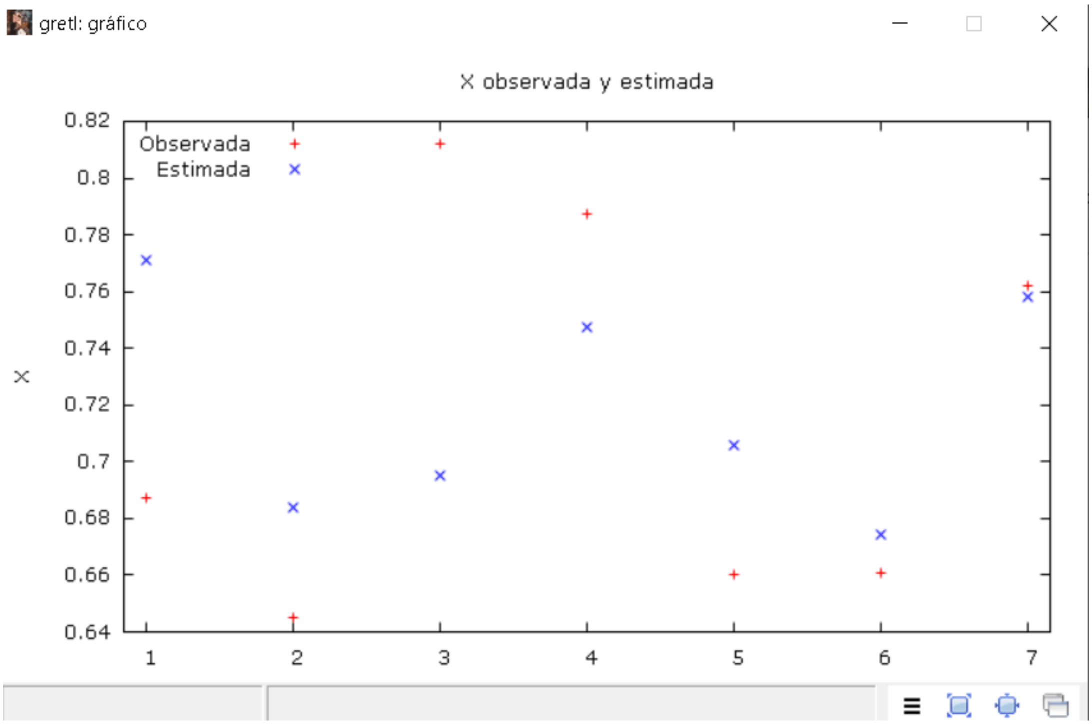
Anexo 1: Gráfica de valor observado y valor estimado en la estimación de los parámetros de la función objetivo.



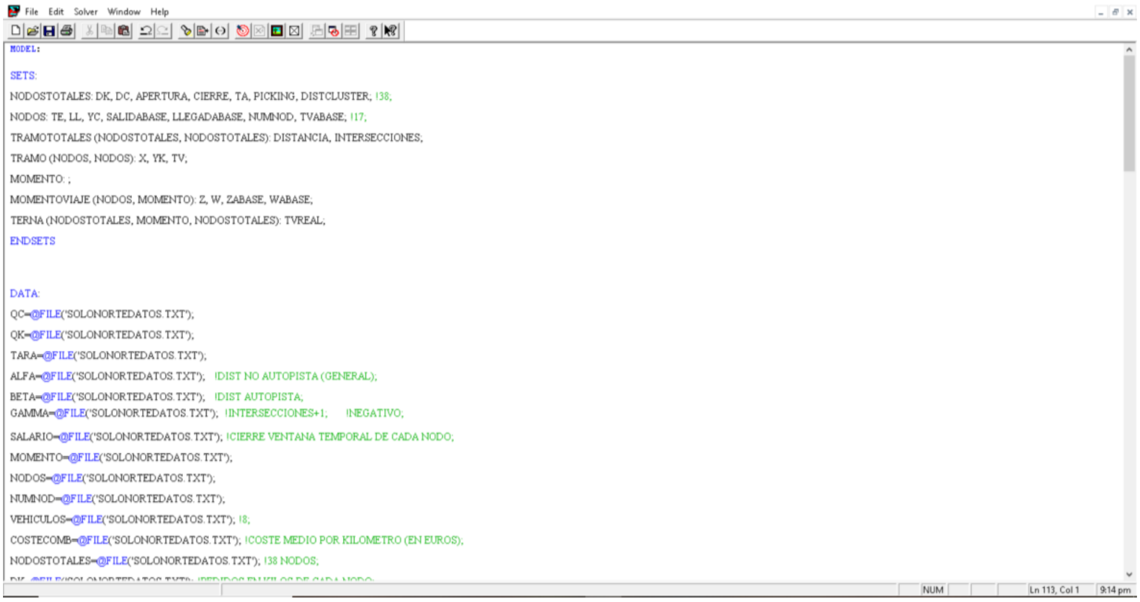
Anexo 2: Gráfica de valor observado y valor estimado en la estimación de los parámetros del tiempo de viaje en no autopista.



Anexo 3: Gráfica de valor observado y valor estimado en la estimación de los parámetros del tiempo de viaje en autopista.



Anexo 4: Modelo matemático transcrito a Lingo, sección norte. Parte 1.

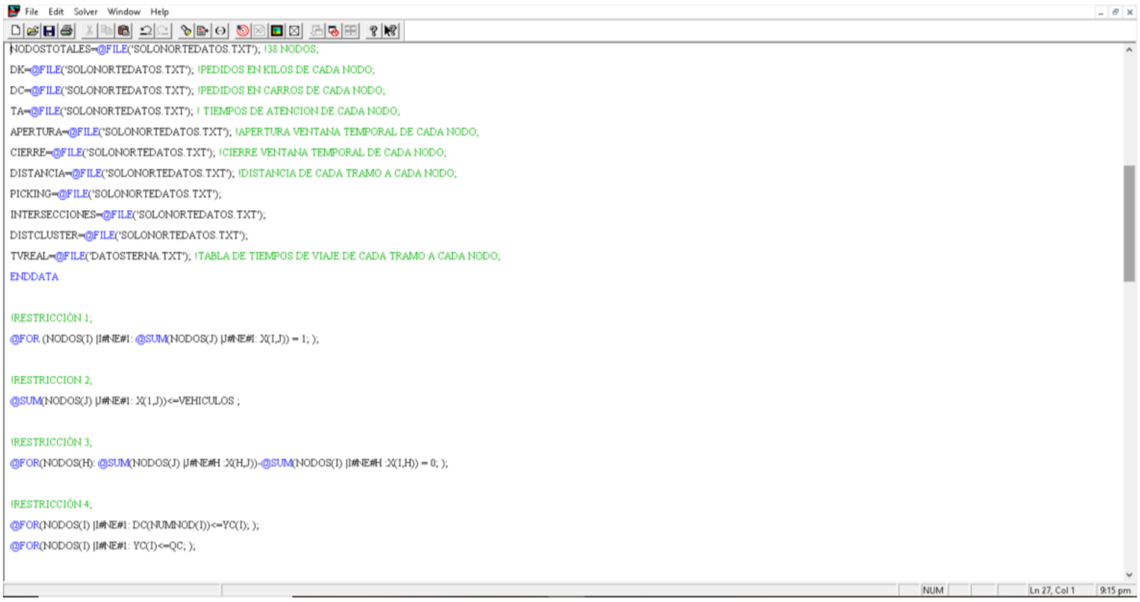


```
MODEL:

SETS:
NODOSTOTALES: DK, DC, APERTURA, CIERRE, TA, PICKING, DISTCLUSTER; !38;
NODOS: TE, LL, YC, SALIDABASE, LLEGADABASE, NUMNOD, TVABASE; !17;
TRAMOTOTALES (NODOSTOTALES, NODOSTOTALES): DISTANCIA, INTERSECCIONES;
TRAMO (NODOS, NODOS): X, YK, TV;
MOMENTO: ;
MOMENTOVIAJE (NODOS, MOMENTO): Z, W, ZABASE, WABASE;
TERNA (NODOSTOTALES, MOMENTO, NODOSTOTALES): TVREAL;
ENDSETS


DATA:
QC=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT');
QK=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT');
TARA=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT');
ALFA=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT');   !DIST NO AUTOPISTA (GENERAL);
BETA=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT');   !DIST AUTOPISTA;
GAMMA=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT');  !INTERSECCIONES+1;     !NEGATIVO;
SALARIO=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT'); !CIERRE VENTANA TEMPORAL DE CADA NODO;
MOMENTO=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT');
NODOS=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT');
NUMNOD=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT');
VEHICULOS=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT'); !8;
COSTECOMB=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT'); !COSTE MEDIO POR KILOMETRO (EN EUROS);
NODOSTOTALES=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT'); !38 NODOS;
```

Anexo 5: Modelo matemático transcrito a Lingo, sección norte. Parte 2.



```
NODOSTOTALES=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT'); !38 NODOS;
DK=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT'); !PEDIDOS EN KILOS DE CADA NODO;
DC=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT'); !PEDIDOS EN CARROS DE CADA NODO;
TA=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT'); ! TIEMPOS DE ATENCION DE CADA NODO;
APERTURA=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT'); !APERTURA VENTANA TEMPORAL DE CADA NODO;
CIERRE=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT'); !CIERRE VENTANA TEMPORAL DE CADA NODO;
DISTANCIA=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT'); !DISTANCIA DE CADA TRAMO A CADA NODO;
PICKING=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT');
INTERSECCIONES=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT');
DISTCLUSTER=@FILE('SOLONORTEDATOS.TXT');
TVREAL=@FILE('DATOSTERNA.TXT'); !TABLA DE TIEMPOS DE VIAJE DE CADA TRAMO A CADA NODO;
ENDDATA

!RESTRICCIÓN 1;
@FOR (NODOS(I) |I#NE#1: @SUM(NODOS(J) |J#NE#I: X(I,J)) = 1; );

!RESTRICCION 2;
@SUM(NODOS(J) |J#NE#1: X(1,J))<=VEHICULOS ;

!RESTRICCIÓN 3;
@FOR(NODOS(H): @SUM(NODOS(J) |J#NE#H :X(H,J))-@SUM(NODOS(I) |I#NE#H :X(I,H)) = 0; );

!RESTRICCIÓN 4;
@FOR(NODOS(I) |I#NE#1: DC(NUMNOD(I))<=YC(I); );
@FOR(NODOS(I) |I#NE#1: YC(I)<=QC; );
```

Anexo 6: Modelo matemático transcrito a Lingo, sección norte. Parte 3.

```
!RESTRICCIÓN 5;
@FOR(NODOS(J) |J#NE#1: @FOR (NODOS(I) |I#NE#1 #AND# I#NE#J: YC(I) >= YC(J)+DC(NUMNOD(I))*X(I,J)-QC*(1-X(I,J)); ); );

!RESTRICCION 6;
@FOR(NODOS(I): @FOR(NODOS(J): YK(I,J)<=QK*X(I,J); ); );

!RESTRICCIÓN 7 ;
@FOR(NODOS(I) |I#NE#1: @SUM(NODOS(J)|J#NE#1:YK(J,I))-@SUM(NODOS(J) |J#NE#1:YK(I,J)) = DK(NUMNOD(I)); );

!RESTRICCIÓN 8;
@FOR(NODOS(I) |I#NE#1: @FOR(NODOS(J) |J#NE#1: LL(J)>=(LL(I)+TE(I))+TA(NUMNOD(I))+TV(I,J)-M*(1-X(I,J)); ); );

!RESTRICCIÓN 9;
TE(1)=0;
@FOR(NODOS(J) |J#NE#1: LL(J)>=(SALIDABASE(J)+TE(1))+TA(NUMNOD(1))+TV(1,J)-M*(1-X(1,J)); );
@FOR(NODOS(I) |I#NE#1: LLEGADABASE(I)>=(LL(I)+TE(I))+TA(NUMNOD(I))+TVABASE(I)-M*(1-X(I,1)); );

!RESTRICCIÓN 10;
@FOR(NODOS(J) |J#NE#1: SALIDABASE(J)<=CIERRE(NUMNOD(1))*X(1,J); );
@FOR(NODOS(J) |J#NE#1: LLEGADABASE(J)<=CIERRE(NUMNOD(1)); );
@FOR(NODOS(J) |J#NE#1: APERTURA(NUMNOD(J))<=LL(J)+TE(J); );
@FOR(NODOS(J) |J#NE#1: LL(J)+TE(J)<=CIERRE(NUMNOD(J))-TA(NUMNOD(J)); );

!RESTRICCIÓN 11;
@FOR(NODOS(J) |J#NE#1: LL(J)=@SUM(MOMENTO(K) |K#NE#9 :(K-1)*60*Z(J,K))+30*Z(J,7)+60*Z(J,8)
+@SUM(MOMENTO(K) | K#NE#6 #AND# K#NE#7 #AND# K#NE#9 : 60*W(J,K))+90*W(J,6)+90*W(J,7); );
```

Anexo 7: Modelo matemático transcrito a Lingo, sección norte. Parte 4.

```
@FOR(NODOS(J) |J#NE#1: LL(J)=@SUM(MOMENTO(K) |K#NE#9 :(K-1)*60*Z(J,K))+30*Z(J,7)+60*Z(J,8)
+@SUM(MOMENTO(K) | K#NE#6 #AND# K#NE#7 #AND# K#NE#9 : 60*W(J,K))+90*W(J,6)+90*W(J,7); );

@FOR(NODOS(J) |J#NE#1 : LLEGADABASE(J)=@SUM(MOMENTO(K) |K#NE#9 :(K-1)*60*ZABASE(J,K))+30*ZABASE(J,7)+60*ZABASE(J,8)
+@SUM(MOMENTO(K) |K#NE#6 #AND# K#NE#7 #AND# K#NE#9 : 60*WABASE(J,K))+90*WABASE(J,6)+90*WABASE(J,7); );

!RESTRICCIÓN 12;
@FOR(NODOS(I) : @FOR(NODOS(J) |J#NE#1 : TV(I,J) = @SUM(MOMENTO(K) |K#NE#9 :(Z(J,K)*TVREAL(NUMNOD(I),K,NUMNOD(J))+
(TVREAL(NUMNOD(I),K+1,NUMNOD(J))-TVREAL(NUMNOD(I),K,NUMNOD(J)))*W(J,K))); ); );
@FOR(NODOS(I) |I#NE#1 : TVABASE(I) = @SUM(MOMENTO(K)  |K#NE#9 :(ZABASE(I,K)*TVREAL(NUMNOD(I),K,NUMNOD(1))+
(TVREAL(NUMNOD(I),K+1,NUMNOD(1))-TVREAL(NUMNOD(I),K,NUMNOD(1)))*WABASE(I,K))); );

!RESTRICCIÓN 13;
@FOR (NODOS(J) |J#NE#1 :@FOR(MOMENTO(K) |K#NE#9:W(J,K)<=Z(J,K); ); );
@FOR (NODOS(J) |J#NE#1 :@FOR(MOMENTO(K) |K#NE#9:WABASE(J,K)<=ZABASE(J,K); ); );

! RESTRICCIÓN 14;
@FOR (NODOS(J) |J#NE#1: @SUM(MOMENTO(K) |K#NE#9: Z(J,K)) = 1; );
@FOR (NODOS(J) |J#NE#1: @SUM(MOMENTO(K) |K#NE#9: ZABASE(J,K)) = 1; );

 !RESTRICCIÓN 15;
@FOR(TRAMO : @BIN( X));
@FOR(MOMENTOVIAJE : @BIN( Z));
@FOR(MOMENTOVIAJE : @BIN( ZABASE));

! Otras restricciones;
```

Anexo 8: Modelo matemático transcrito a Lingo, sección norte. Parte 5.

```
! RESTRICCIÓN 14;
@FOR (NODOS(J) |J#NE#1: @SUM(MOMENTO(K) |K#NE#9: Z(J,K)) = 1; );
@FOR (NODOS(J) |J#NE#1: @SUM(MOMENTO(K) |K#NE#9: ZABASE(J,K)) = 1; );

 !RESTRICCIÓN 15;
@FOR(TRAMO : @BIN( X));
@FOR(MOMENTOVIAJE : @BIN( Z));
@FOR(MOMENTOVIAJE : @BIN( ZABASE));

! Otras restricciones;
M=@MAX(TERNA: TVREAL) + CIERRE(NUMNOD(1));
@FOR (NODOS(I): X(I,I) = 0; );
@FOR (NODOS (I) |I#NE#1: YK(I,1)=0; );

!OBJETIVO;
COSTE1=COSTECOMB*@SUM(NODOS(I): @SUM(NODOS(J) |J#NE#I: ALFA*(DISTANCIA(NUMNOD(I),NUMNOD(J))+DISTCLUSTER(NUMNOD(J)))*X(I,J)+
BETA*INTERSECCIONES(NUMNOD(I),NUMNOD(J))*X(I,J)+
GAMMA*DISTANCIA(NUMNOD(I),NUMNOD(J))*YK(I,J)+GAMMA*DISTANCIA(NUMNOD(I),NUMNOD(J))*TARA*X(I,J)));
COSTE2= SALARIO*@SUM(NODOS(J) |J#NE#1 : (LLEGADABASE(J) - SALIDABASE(J)));
CT= COSTE1+COSTE2;

MIN=CT;


END
```

Anexo 9: Tabla de datos con los tiempos de viaje totales (incluyendo no autopista y autopista) ya estimados.

C2 ='TVR NO AUTO'!C2+'TVR AUTO'!C2

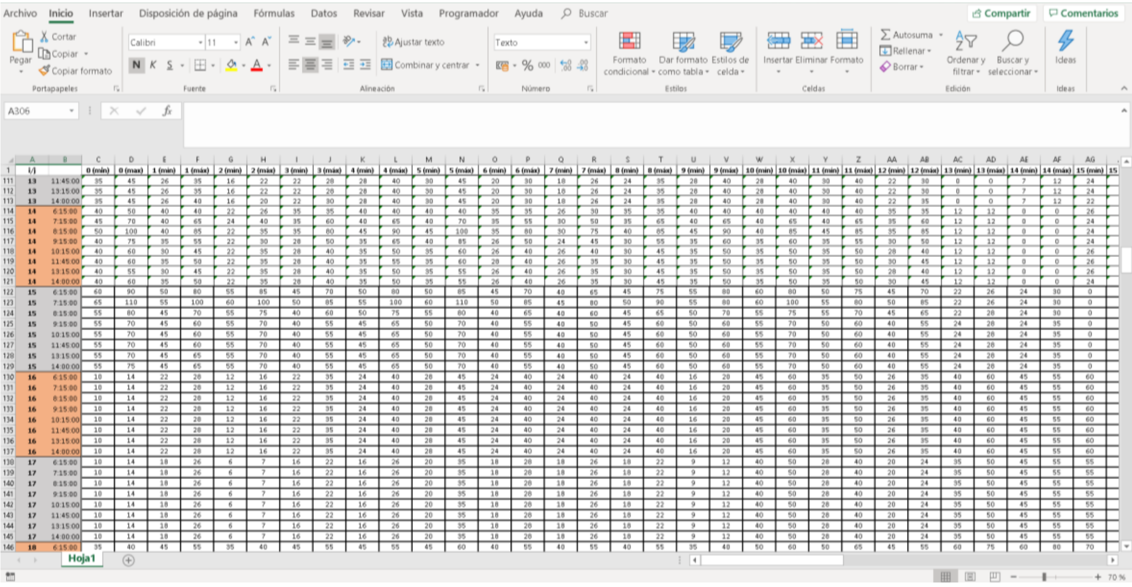
i/j		0 (máx)	1 (máx)	2 (máx)	3 (máx)	4 (máx)	5 (máx)	6 (máx)	7 (máx)	8 (máx)	9 (máx)	10 (máx)	11 (máx)
0	6[illegible]0	#¡DIV/0!	19,69	20,41	21,70	20,57	22,12	26,12	24,40	23,32	11,57	33,89	35,85
0	6:15:00	#¡DIV/0!	19,69	20,41	21,70	20,57	22,12	26,12	24,40	23,32	11,57	33,89	35,85
0	7:15:00	#¡DIV/0!	20,06	20,60	21,88	20,73	22,49	26,34	24,75	23,74	11,98	34,62	36,71
0	8:15:00	#¡DIV/0!	20,32	20,89	22,16	21,00	22,76	26,83	24,83	24,04	11,98	34,62	37,14
0	9:15:00	#¡DIV/0!	20,20	20,76	22,03	21,00	22,76	26,69	24,69	23,90	11,98	34,88	37,14
0	10:15:00	#¡DIV/0!	20,20	20,54	21,88	21,00	22,94	26,69	24,69	23,90	11,98	34,62	37,14
0	11:45:00	#¡DIV/0!	20,20	20,54	22,03	21,00	22,94	26,69	24,69	23,90	11,98	34,62	37,14
0	13:15:00	#¡DIV/0!	20,20	20,54	22,03	20,82	22,76	26,69	24,69	24,04	11,98	34,62	37,14
0	14:00:00	#¡DIV/0!	20,06	20,54	22,03	20,82	22,76	26,69	24,69	23,90	11,98	34,62	36,93
1	6:15:00	19,52	#¡DIV/0!	3,74	6,31	5,60	11,18	11,85	12,90	7,83	13,00	11,42	21,24
1	6:15:00	19,52	#¡DIV/0!	3,74	6,31	5,60	11,18	11,85	12,90	7,83	13,00	11,42	21,24
1	7:15:00	19,65	#¡DIV/0!	3,90	6,56	5,60	11,39	11,85	13,06	8,27	13,49	11,78	21,77
1	8:15:00	19,94	#¡DIV/0!	4,17	6,76	6,02	11,72	12,22	13,30	8,33	13,81	12,03	22,07
1	9:15:00	19,94	#¡DIV/0!	4,10	6,73	5,85	11,81	12,32	13,30	8,33	13,81	11,92	21,91
1	10:15:00	19,81	#¡DIV/0!	4,10	6,73	5,74	11,70	12,08	13,30	8,33	13,81	11,92	21,91
1	11:45:00	19,81	#¡DIV/0!	4,10	6,63	5,60	11,47	12,22	13,30	8,33	13,81	12,03	22,07
1	13:15:00	19,81	#¡DIV/0!	4,10	6,76	5,74	11,47	12,22	13,30	8,33	13,81	11,92	21,91
1	14:00:00	19,81	#¡DIV/0!	4,10	6,67	5,60	11,47	12,22	13,43	8,33	13,37	12,03	22,07
2	6:15:00	7,74	17,93	#¡DIV/0!	18,44	17,81	20,39	18,23	21,72	21,92	9,84	29,22	33,26
2	6:15:00	7,74	17,93	#¡DIV/0!	18,44	17,81	20,39	18,23	21,72	21,92	9,84	29,22	33,26
2	7:15:00	7,48	18,61	#¡DIV/0!	18,44	17,99	20,98	18,58	21,91	22,11	9,84	29,44	33,81
2	8:15:00	7,48	18,93	#¡DIV/0!	18,91	18,51	21,26	18,94	22,34	22,54	9,84	30,19	34,34
2	9:15:00	7,74	18,76	#¡DIV/0!	18,59	18,07	21,26	18,64	22,08	22,11	9,84	29,87	34,00
2	10:15:00	7,48	18,55	#¡DIV/0!	18,59	17,93	21,20	18,52	22,08	22,28	9,84	29,87	33,56
2	11:45:00	7,91	18,55	#¡DIV/0!	18,59	18,07	21,02	18,47	21,86	22,22	9,84	29,87	34,00
2	13:15:00	7,48	18,55	#¡DIV/0!	18,59	17,93	21,02	18,64	22,08	22,28	9,84	29,87	34,00
2	14:00:00	7,48	18,55	#¡DIV/0!	18,59	18,07	21,20	18,52	21,86	22,06	9,84	29,66	34,00
3	6:15:00	18,95	6,19	18,93	#¡DIV/0!	10,29	12,87	7,27	8,82	6,02	11,56	15,31	18,18
3	6:15:00	18,95	6,19	18,93	#¡DIV/0!	10,29	12,87	7,27	8,82	6,02	11,56	15,31	18,18
3	7:15:00	19,09	6,19	18,93	#¡DIV/0!	10,16	13,06	7,27	8,82	6,18	11,56	15,87	18,46
3	8:15:00	19,21	6,51	19,15	#¡DIV/0!	10,45	13,12	7,54	9,01	6,44	12,07	16,06	18,87
3	9:15:00	19,21	6,44	19,15	#¡DIV/0!	10,45	13,43	7,54	8,92	6,40	12,07	15,87	18,68
3	10:15:00	19,09	6,33	19,15	#¡DIV/0!	10,33	13,33	7,43	8,92	6,40	11,94	15,87	18,68
3	11:45:00	19,09	6,44	19,15	#¡DIV/0!	10,33	13,21	7,43	8,88	6,40	11,94	16,06	18,68
3	13:15:00	19,09	6,44	19,15	#¡DIV/0!	10,33	13,21	7,54	8,88	6,27	11,94	15,87	18,68

i/j		12 (máx)	13 (máx)	14 (máx)	15 (máx)	16 (máx)	17 (máx)	18 (máx)	19 (máx)	20 (máx)	21 (máx)	22 (mñax)	23 (máx)
0	6[illegible]0	20,99	41,51	44,35	68,40	7,06	6,89	33,29	36,90	37,22	35,92	40,12	42,06
0	6:15:00	20,99	41,51	44,35	68,40	7,06	6,89	33,29	36,90	37,22	35,92	40,12	42,06
0	7:15:00	21,41	42,49	45,62	69,48	7,06	7,16	34,18	37,87	38,47	37,23	40,90	43,43
0	8:15:00	21,57	42,83	45,51	69,90	7,19	7,03	34,36	37,87	38,47	37,23	41,18	43,43
0	9:15:00	21,57	42,83	45,76	70,26	7,19	7,13	34,36	38,20	38,47	37,23	40,90	43,43
0	10:15:00	21,38	42,83	45,51	69,90	7,06	7,03	34,36	37,87	38,47	37,23	40,90	43,43
0	11:45:00	21,38	42,83	45,51	70,26	7,19	7,13	34,36	37,87	38,47	37,23	40,90	43,43
0	13:15:00	21,38	42,83	45,51	69,90	7,06	7,13	34,36	38,20	38,47	37,23	40,90	43,43
0	14:00:00	21,38	42,83	45,51	69,90	7,06	7,03	34,36	37,87	38,16	37,23	40,90	43,43
1	6:15:00	12,23	44,60	33,88	45,99	26,43	8,60	47,79	52,01	52,61	56,44	55,60	57,14
1	6:15:00	12,23	44,60	33,88	45,99	26,43	8,60	47,79	52,01	52,61	56,44	55,60	57,14
1	7:15:00	12,74	43,51	34,73	46,55	27,05	9,04	48,17	52,84	52,98	57,23	55,96	58,02
1	8:15:00	13,04	43,95	34,91	47,40	27,05	9,26	48,48	52,84	53,80	57,81	56,27	58,36
1	9:15:00	13,04	43,95	34,91	47,40	27,36	9,26	48,48	53,68	53,80	57,81	56,27	58,36
1	10:15:00	12,91	43,72	34,91	47,40	27,05	9,10	48,48	52,84	53,80	57,95	56,27	58,36
1	11:45:00	13,04	43,72	34,91	47,40	27,05	9,10	48,48	52,84	53,30	57,67	56,27	58,36
1	13:15:00	13,04	43,72	34,91	47,40	27,05	9,26	48,48	52,84	53,30	57,67	56,27	58,36
1	14:00:00	12,84	43,72	34,91	47,40	27,05	9,10	48,48	52,84	53,30	57,67	55,96	58,02
2	6:15:00	21,94	33,93	43,28	64,67	13,38	6,49	34,19	38,90	39,16	44,04	40,93	44,93
2	6:15:00	21,94	33,93	43,28	64,67	13,38	6,49	34,19	38,90	39,16	44,04	40,93	44,93
2	7:15:00	22,20	34,88	44,75	66,25	13,87	6,49	35,08	39,88	40,01	44,36	41,22	45,88
2	8:15:00	22,59	35,21	44,61	66,14	14,04	6,78	35,38	40,21	40,30	44,82	41,65	46,23
2	9:15:00	22,41	35,21	44,91	66,50	13,87	6,78	35,08	40,21	40,43	44,82	41,45	46,23
2	10:15:00	22,41	35,21	44,61	66,14	13,87	6,49	35,08	40,21	40,43	44,36	41,22	46,23
2	11:45:00	22,18	35,21	44,61	66,14	13,87	6,49	35,08	40,21	40,43	44,36	41,22	45,88
2	13:15:00	22,41	35,21	44,61	66,14	13,87	6,49	35,08	40,21	40,43	44,36	40,93	46,36
2	14:00:00	22,41	35,21	44,61	66,14	13,87	6,49	35,08	39,88	40,43	44,04	40,93	46,36
3	6:15:00	12,65	30,83	79,75	49,19	24,40	6,35	47,18	51,14	50,64	55,13	54,25	55,88
3	6:15:00	12,65	30,83	79,75	49,19	24,40	6,35	47,18	51,14	50,64	55,13	54,25	55,88
3	7:15:00	12,95	31,25	80,25	50,32	24,73	6,63	47,52	51,50	51,36	55,76	54,59	56,26
3	8:15:00	13,00	31,65	80,63	50,74	25,04	6,78	47,80	51,80	51,36	55,89	55,34	56,85
3	9:15:00	13,18	31,65	80,63	50,74	25,04	6,88	47,80	51,80	51,36	56,22	55,12	56,85
3	10:15:00	12,76	31,65	80,63	50,74	24,73	6,73	47,52	51,80	51,76	55,76	54,88	56,58
3	11:45:00	13,00	31,65	80,63	50,74	24,73	6,73	47,52	51,50	51,36	55,76	54,59	56,58
3	13:15:00	13,00	31,65	80,63	50,74	24,73	6,78	47,52	51,80	51,76	55,76	54,59	56,58

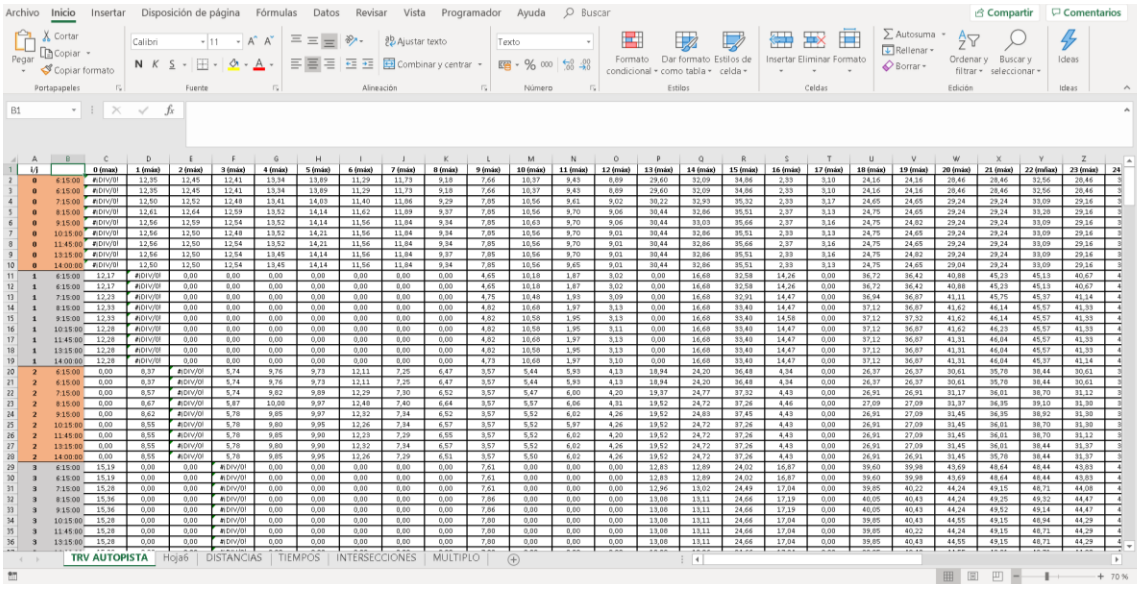
TVR TOTALES | TVR NO AUTO | TVR AUTO

Facultad de Economía, Empresa y Turismo
Universidad de La Laguna

Anexo 10: Tabla de datos con los datos de Tiempos de Viaje (máximos y mínimos) recabados de Google Maps

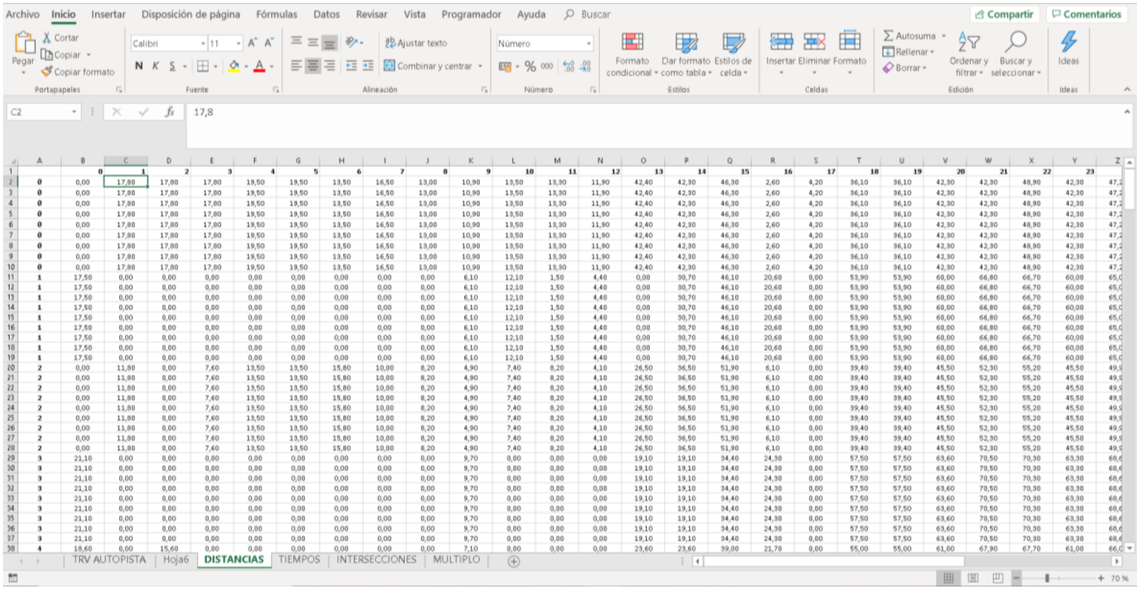


Anexo 11: Tabla de datos con los tiempos de viaje en autopista ya estimados.

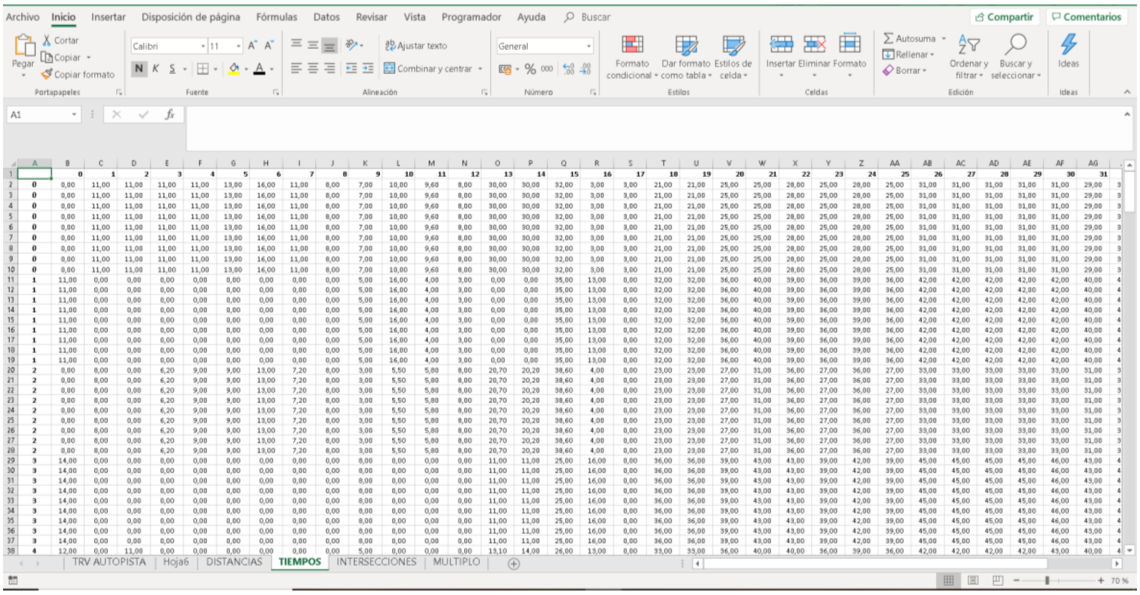


Facultad de Economía, Empresa y Turismo
Universidad de La Laguna

Anexo 12: Tabla de distancias recogidas en Google Maps, para el tramo de autopista.



Anexo 13: Tabla de tiempos de viaje recogidos en Google Maps, para el tramo de autopista.



Anexo 14: Tabla de intersecciones recogida en Google Maps, para el tramo de autopista.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
2	0	0,00	3,00	3,00	3,00	3,00	4,00	3,00	3,00	4,00	3,00	10,00	2,00	8,00	3,00	30,00	32,00	3,00	2,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
3	0	0,00	3,00	3,00	3,00	3,00	4,00	3,00	3,00	4,00	3,00	10,00	2,00	8,00	3,00	30,00	32,00	3,00	2,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
4	0	0,00	3,00	3,00	3,00	3,00	4,00	3,00	3,00	4,00	3,00	10,00	2,00	8,00	3,00	30,00	32,00	3,00	2,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
5	0	0,00	3,00	3,00	3,00	3,00	4,00	3,00	3,00	4,00	3,00	10,00	2,00	8,00	3,00	30,00	32,00	3,00	2,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
6	0	0,00	3,00	3,00	3,00	3,00	4,00	3,00	3,00	4,00	3,00	10,00	2,00	8,00	3,00	30,00	32,00	3,00	2,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
7	0	0,00	3,00	3,00	3,00	3,00	4,00	3,00	3,00	4,00	3,00	10,00	2,00	8,00	3,00	30,00	32,00	3,00	2,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
8	0	0,00	3,00	3,00	3,00	3,00	4,00	3,00	3,00	4,00	3,00	10,00	2,00	8,00	3,00	30,00	32,00	3,00	2,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
9	0	0,00	3,00	3,00	3,00	3,00	4,00	3,00	3,00	4,00	3,00	10,00	2,00	8,00	3,00	30,00	32,00	3,00	2,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
10	0	0,00	3,00	3,00	3,00	3,00	4,00	3,00	3,00	4,00	3,00	10,00	2,00	8,00	3,00	30,00	32,00	3,00	2,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
11	1	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,00	2,00	2,00	0,00	0,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,0
12	1	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,00	2,00	2,00	0,00	0,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,0
13	1	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,00	2,00	2,00	0,00	0,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,0
14	1	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,00	2,00	2,00	0,00	0,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,0
15	1	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,00	2,00	2,00	0,00	0,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,0
16	1	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,00	2,00	2,00	0,00	0,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,0
17	1	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,00	2,00	2,00	0,00	0,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,0
18	1	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,00	2,00	2,00	0,00	0,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,0
19	1	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,00	2,00	2,00	0,00	0,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,0
20	2	0,00	3,00	0,00	2,00	4,00	4,00	6,00	2,00	2,00	3,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
21	2	0,00	3,00	0,00	2,00	4,00	4,00	6,00	2,00	2,00	3,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
22	2	0,00	3,00	0,00	2,00	4,00	4,00	6,00	2,00	2,00	3,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
23	2	0,00	3,00	0,00	2,00	4,00	4,00	6,00	2,00	2,00	3,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
24	2	0,00	3,00	0,00	2,00	4,00	4,00	6,00	2,00	2,00	3,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
25	2	0,00	3,00	0,00	2,00	4,00	4,00	6,00	2,00	2,00	3,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
26	2	0,00	3,00	0,00	2,00	4,00	4,00	6,00	2,00	2,00	3,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
27	2	0,00	3,00	0,00	2,00	4,00	4,00	6,00	2,00	2,00	3,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
28	2	0,00	3,00	0,00	2,00	4,00	4,00	6,00	2,00	2,00	3,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	0,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	3,00	2,0
29	3	6,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	2,00	6,00	7,00	7,00	6,00	7,00	6,0
30	3	6,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	2,00	6,00	7,00	7,00	6,00	7,00	6,0
31	3	6,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	2,00	6,00	7,00	7,00	6,00	7,00	6,0
32	3	6,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	2,00	6,00	7,00	7,00	6,00	7,00	6,0
33	3	6,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	2,00	6,00	7,00	7,00	6,00	7,00	6,0
34	3	6,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	2,00	6,00	7,00	7,00	6,00	7,00	6,0
35	3	6,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	2,00	6,00	7,00	7,00	6,00	7,00	6,0
36	3	6,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	2,00	6,00	7,00	7,00	6,00	7,00	6,0
37	3	6,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	2,00	6,00	7,00	7,00	6,00	7,00	6,0
38	4	1,00	0,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	2,00	0,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,0

TRV AUTOPISTA | Hoja6 | DISTANCIAS | TIEMPOS | INTERSECCIONES | MULTIPLO