

Curso 2011/12  
**CIENCIAS Y TECNOLOGÍAS/18**  
I.S.B.N.: 978-84-15910-13-8

**JULIO ANTONIO BRITO SANTANA**

**Optimización de rutas  
de distribución con información  
y restricciones difusas**

**Directores**

**JOSÉ ANDRÉS MORENO PÉREZ  
JOSÉ LUIS VERDEGAY GALDEANO**



**SOPORTES AUDIOVISUALES E INFORMÁTICOS**  
**Serie Tesis Doctorales**

*A mis padres, a Mila y a Marian*

# Agradecimientos

Este trabajo no hubiese sido posible, sin la contribución y aportaciones de muchas personas.

En primer lugar mi agradecimiento a los Directores de la Tesis, los profesores, investigadores y compañeros José Andrés Moreno y José Luis Verdegay. A Pepe agradecerle su constancia a lo largo de estos años en el empeño de lograr que contribuya a la investigación y a la mejora mi carrera profesional en la universidad. Su aportación de conocimientos, experiencia y dedicación han sido vitales. A Curro que desde el momento de aceptación de la codirección, ha esta apoyando el proyecto, permitiéndome adentrar en el campo de la Optimización Difusa. Su visión estratégica ha sido un complemento esencial para llevar a buen fin la investigación. Sin el estímulo, asesoramiento y correcciones de ambos, por supuesto el alcance y la calidad de la investigación no serían los mismos.

En segundo lugar a muchos de mis compañeros y amigos del trabajo, del grupo de investigación, del departamento, de las empresas, de proyectos, que siempre han apostado por el ánimo incondicional hasta ver los frutos de las horas de trabajo, pendientes espero y supongo de otros proyectos futuros compartidos. A todos aquellos que en los últimos años en Tenerife, Gran Canaria, Granada,... han estado, agradecerles su tiempo, sugerencias y ejemplo. Una trayectoria de más de 15 años, merecen un especial agradecimiento a Javi Martínez por su generosidad compartiendo conocimientos, programas, proyectos, discusiones y tertulias.

Por supuesto, a las empresas que han colaborado, facilitándonos información y conocimientos, sin sus retos, dificultades y problemas estas tareas de investigación evidentemente no tendrían sentido y en el peor de los casos no tendrían futuro.

Quiero dar las gracias también a toda mi familia, a la más cercana Mila y Marian por su paciencia y cariño; a la de procedencia mis padres

y hermanos siempre ahí, siempre respetuosos; y a toda esa gran familia de amigos, compañeros de proyectos; a todos ellos siempre les quitando parte de su tiempo, aquel que merece la pena compartir, de todos ellos nunca me ha faltado la confianza y el animo que exige el esfuerzo.

Finalmente, no me olvido de reconocer el papel que en la investigación tiene la financiación. Estos trabajos, las estancias en otros centros, la asistencia a congresos, las actividades de divulgación, etc., han sido posibles por la ayuda financiera recibida del Ministerio del Gobierno Español y de la Consejería del Gobierno de Canarias, competentes en I+D+i y también de la propia Universidad de la Laguna a través de sus convocatorias.

# Índice general

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. Introducción</b>  | <b>1</b>  |
| 1.1. Motivación y antecedentes  | 1         |
| 1.2. Objetivos y contribuciones                                       | 5         |
| 1.3. Estructura   | 10        |
| <b>2. Fundamentos conceptuales</b>                                    | <b>13</b> |
| 2.1. Planificación Logística  | 13        |
| 2.1.1. Transporte, logística y cadena de suministro                   | 13        |
| 2.1.2. Planificación del transporte y la distribución                 | 16        |
| 2.1.3. Sistemas inteligentes de planificación de rutas                | 18        |
| 2.2. Modelos para la planificación de rutas de distribución           | 22        |
| 2.2.1. El modelo VRP  | 22        |
| 2.2.2. El modelo VRPTW  | 26        |
| 2.2.3. Otras variantes y extensiones                                  | 29        |
| 2.2.4. Métodos de solución  | 33        |
| 2.3. Información e incertidumbre                                      | 38        |
| 2.3.1. Información e incertidumbre en la planificación del transporte | 38        |
| 2.3.2. Incertidumbre y métodos para el abordarla                      | 44        |
| 2.4. Soft Computing   | 51        |
| 2.4.1. Fundamentos de la Soft Computing                               | 51        |
| 2.4.2. Nociones básicas de Conjuntos Difusos                          | 55        |
| 2.4.3. Comparación de números difusos                                 | 61        |
| 2.4.4. Métodos de Optimización Difusa                                 | 63        |
| 2.4.4.1. Modelos con restricciones difusas                            | 68        |
| 2.4.4.2. Modelos con metas difusas                                    | 69        |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| 2.4.4.3.  | Modelos con costes difusos . . . . .  | 70         |
| 2.4.4.4.  | Modelos con coeficientes difusos en las<br>restricciones . . . . .                    | 71         |
| 2.4.4.5.  | Modelo general de Programación Lineal Difusa  | 72         |
| <b>3.</b> | <b>Modelos difusos de optimización de rutas</b>                                       | <b>75</b>  |
| 3.1.      | VRP difuso . . . . .  | 77         |
| 3.1.1.    | VRP con demandas difusas . . . . .  | 81         |
| 3.1.2.    | VRP con costes difusos . . . . .  | 84         |
| 3.2.      | VRPTW Difuso . . . . .  | 86         |
| 3.2.1.    | VRPTW con tiempos difusos en las restricciones . . . . .                              | 89         |
| 3.2.2.    | VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo difusas                                 | 95         |
| 3.3.      | VRPTW difuso para productos perecederos . . . . .                                     | 97         |
| 3.4.      | Modelo Cerrado y Abierto VRPTW difuso para subcontratación                            | 105        |
| <b>4.</b> | <b>Metaheurísticas híbridas e hiperheurísticas para la<br/>planificación de rutas</b> | <b>111</b> |
| 4.1.      | Metaheurísticas e hiperheurísticas . . . . .  | 112        |
| 4.2.      | Metaheurísticas GRASP, VNS, ACO y PSO . . . . .                                       | 119        |
| 4.3.      | Heurística Híbrida GRASP-VNS . . . . .  | 130        |
| 4.4.      | Heurística Híbrida ACO-GRASP-VNS . . . . .  | 132        |
| 4.5.      | Hiperheurísticas sobre GRASP-VNS . . . . .  | 134        |
| <b>5.</b> | <b>Experimentación y Resultados</b>   | <b>139</b> |
| 5.1.      | Modelos con costes difusos . . . . .  | 144        |
| 5.2.      | Modelos con restricciones difusas . . . . .   | 151        |
| 5.2.1.    | VRP con restricciones de capacidad difusas . . . . .                                  | 151        |
| 5.2.2.    | VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas                                  | 157        |
| 5.2.3.    | VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y de<br>capacidad difusas . . . . .     | 163        |
| 5.2.4.    | Modelos para productos congelados con restricciones<br>difusas . . . . .              | 169        |
| 5.2.5.    | Modelos con rutas cerradas y abiertas . . . . .                                       | 174        |
| 5.3.      | Modelos de coeficientes difusos en las restricciones . . . . .                        | 178        |
| 5.4.      | VRPTW difuso en objetivos y restricciones . . . . .                                   | 181        |

|   |            |
|---|------------|
| 5.4.1. VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y costes difusos . . . . .                             | 181        |
| 5.4.2. VRPTW con coeficientes difusos en las restricciones de ventanas de tiempo y costes difusos . . . . . | 185        |
| 5.5. Algunos resultados experimentales comparativos . . . . .   | 188        |
| 5.6. Hiperheurísticas con VRPTW para productos congelados y restricciones difusas . . . . .                 | 200        |
| 5.7. Conclusiones y valoraciones de la experimentación . . . . .  | 206        |
| <b>6. Conclusiones y trabajos futuros</b>   | <b>213</b> |
| 6.1. Conclusiones . . . . .   | 213        |
| 6.2. Trabajos futuros . . . . .   | 216        |
| <b>A. Descripción de instancias</b>   | <b>219</b> |
| <b>B. Aplicaciones desarrolladas</b>  | <b>231</b> |
| B.1. Aplicación solver FWRPS, para hiperheurísticas . . . . .   | 231        |
| B.2. Aplicación para hiperheurísticas . . . . .   | 238        |
| <b>Bibliografía</b>   | <b>240</b> |
| <b>Índice de figuras</b>  | <b>283</b> |
| <b>Índice de tablas</b>   | <b>286</b> |

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación y antecedentes

El papel que juega el transporte y la logística en el desarrollo regional es de gran importancia. El desarrollo económico regional se suele atribuir en gran medida a la provisión de infraestructuras, entre las que se encuentran las infraestructuras de transporte. Las infraestructuras de transporte constituyen un instrumento básico para el fortalecimiento de la posición competitiva con respecto a otras regiones y países, y ausencias o deficiencias en las mismas reducen las capacidades productivas. Así también, el sector del transporte favorece de forma sustancial a la competitividad y al funcionamiento de la economía de las regiones, con una aportación significativa al PIB. El mismo constituye no solo una fuente de riqueza y de empleo, sino también contribuye a la cohesión social de los territorios y a la calidad de vida de los ciudadanos. Pero esta estrategia de desarrollo no está exenta de problemas y externalidades negativas, sobre todo aquellas asociadas a la sostenibilidad, al impacto sobre el medio ambiente y los recursos naturales, al consumo energético, a las emisiones contaminantes y la congestión. Todos estos aspectos se convierten en cuellos de botella de la gestión y planificación, territorial y de las cadenas logísticas. La eficacia y eficiencia sostenible del transporte de personas y mercancías constituye un aspecto crucial para el desarrollo de la sociedad.

En territorios alejados y periféricos y en regiones archipelágicas, fragmentadas y alejadas de los mercados de referencia, como Canarias, el



transporte y la logística tienen un rol de vital importancia. La dependencia es absoluta de toda la economía y un factor crítico dado sus efectos sobre el comercio exterior e interior, la accesibilidad a los mercados y servicios y la movilidad de mercancías y pasajeros. Pero además comparativamente los costes de producción se incrementan considerablemente por los costes de distribución asociados al transporte y la logística y los mercados son muy pequeños para el aprovechamiento de las economías de escala.

Por otra parte, bajando al nivel de las actividades empresariales y de negocio, la gestión integral de la cadena de suministro que permite la producción y asegura que los productos y servicios sean distribuidos de forma eficientes, se ha convertido en estratégica, por el peso de los costes de estos procesos, por la dependencia de la productividad y sobre todo como elemento de diferenciación competitiva. La optimización y la eficiencia de las actividades logísticas y de transportes facilitan el aumento de la competitividad y en muchos casos son factores de supervivencia para las empresas. Así las actividades que favorezcan la innovación en general o la innovación tecnológica en particular, orientada a estos aspectos del ámbito del transporte y la logística se convierten en líneas estratégicas de actuación en planes de desarrollo económico y de I+D+i.

Es en este entorno de preocupaciones e intereses compartidos, donde nace la experiencia de cooperación entre la administración, empresas y universidades canarias y la constitución del Cluster Canario de la Logística y el Transporte. Su finalidad es impulsar actividades de colaboración para la mejora de la competitividad a través de la innovación. El Grupo de Investigación en Computación Inteligente (GCI) y el Instituto Universitario de Desarrollo Regional de la Universidad de la Laguna han tenido un papel protagonista en el impulso de esta plataforma.

En el marco de estas colaboraciones ha surgido el intercambio de ideas, problemas, demandas, necesidades, ofertas entre empresas y grupos de investigación. Entre ellas, la necesidad y la posibilidad de investigar sobre problemas reales que tienen las empresas de distribución a la hora de planificar las rutas de transporte en contextos de incertidumbre. La ausencia de herramientas que faciliten la planificación y optimización de los recursos disponibles para la distribución cuando la información disponible necesaria es imprecisa o incompleta. Y además en entornos cambiantes donde el apoyo a la toma de decisiones tiene que contar con la flexibilidad suficiente para adaptarse a los distintos problemas que emanan.

El contenido de esta memoria está motivado en el inicio de una serie de trabajos de investigación orientados a dar respuesta a algunas de estas necesidades. El punto de partida es la experiencia en investigación en problemas de optimización combinatoria resueltos mediante técnicas metaheurísticas del GCI. Contando con la colaboración experta del grupo MODO de la Universidad de Granada, el objetivo trazado ha sido incorporar metodologías que aborden el tratamiento de la incertidumbre que tienen los problemas de planificación de rutas de distribución en contextos reales. La finalidad, desarrollar un soporte tecnológico de referencia, combinación de técnicas y metodologías de la Soft Computing que permita el desarrollo a medio y corto plazo de sistemas inteligentes. Un producto innovador para la gestión óptima de los recursos disponibles en las empresas, en entornos cambiantes, que ofrezca tolerancia en los criterios de decisión y el uso de información imprecisa disponible.

Una adecuada planificación implica optar por aquellas alternativas cuyas consecuencias sean las más deseables, aquellas que impliquen un mayor rendimiento en el aprovechamiento de los recursos disponibles. Esto se consigue bien ofreciendo el nivel de servicio adecuado con el menor gasto posible o porque se alcance la máxima calidad en el servicio prestado con el volumen de recursos asignado a ello. En consecuencia, es necesario disponer de las herramientas adecuadas para evaluar las alternativas posibles y de una estrategia inteligente para determinar la alternativa preferida.

Los continuos avances en los mercados, en particular en los productos y en las demandas de los clientes, hacen necesario la incorporación de elementos de innovación, adecuados para el análisis de los efectos de los mismos. Por otro lado el número y complejidad de las decisiones a adoptar, obliga a contar con herramientas inteligentes que permitan extraer la información relevante y en base a ella conducir el proceso de decisión para obtener el máximo rendimiento de las fuentes disponibles.

Para la planificación de rutas de distribución disponer de técnicas eficientes de optimización de rutas en contextos flexibles de decisión es primordial. La alta complejidad por la diversidad de criterios y por la tipología de información disponible afecta al modelado de los problemas. La inclusión de estos aspectos puede ayudar no solo a la mejora del desarrollo de operaciones sino también las decisiones tácticas como la definición del tamaño óptimo de flota y de las políticas de inversiones y de cooperación antes las posibles roturas de servicio.

La planificación de rutas de distribución genera una variedad de problemas de decisión que dependen críticamente del número de clientes a atender, del tamaño y capacidades de la flotas y de las restricciones impuestas por los clientes y productos, con espacios de soluciones muy grandes y además crecientes exponencialmente. Las técnicas metaheurísticas en este caso son alternativas viables para proporcionar buenas soluciones a los problemas reales complejos.

La disponibilidad de datos reales asociados al tratamiento de los costes y la representación de características que depende de un entorno con incertidumbre son críticos, pero la posibilidad de disponer de ellos de forma exacta y completa es inviable desde el punto de vista práctico y económico. Las diferencias entre los datos necesarios para modelar y resolver estos problemas y los disponibles, las diferencias entre la expresión de requerimientos de los clientes y los criterios expuestos por los decisores y las capacidades de captura de información de nuestros sistemas tienen que superarse, dado que si no la sobresimplificación se convierte en la única alternativa. La planificación de rutas de distribución necesita utilizar información imprecisa o incompleta y con frecuencia objetivos y restricciones que no pueden ser descritos por números exactos, así las expresiones y las funciones convencionales de costos, no pueden ser evaluados por métodos de medidas clásicas exactas. La posibilidad de concentrarse en trabajos de modelado de problemas que toleren la representación y uso de información imprecisa y en métodos de solución que incorporen criterios flexibles y adecuados ante los cambios del entorno y la diversidad de instancias problemas que se generan en este contexto, es de interés.

La aportación de los métodos de optimización difusa basados en la Teoría de Conjuntos y Sistemas Difusos en este contexto es de gran valor. Las técnicas basadas en conjuntos y lógica difusa permiten expresiones lingüísticas y medidas cualitativas, que facilitan tratar la incertidumbre producto de la naturaleza imprecisa de su expresión. Las metaheurísticas a su vez son una alternativa a los métodos precisos que son poco prácticos, demasiado costosos o simplemente inexistentes. La Soft Computing que engloba ambas técnicas, reemplaza otras técnicas tradicionales por estas, de procesamiento más inteligente, apropiadas para el diseño e implementación de sistemas capaces de obtener información y conocimiento del entorno, que adaptan su comportamiento, toman decisiones y controlan de forma autónoma, competentes para procesar información incompleta, con incertidumbre, extraer conclusiones o aprender de ejemplos, los cuales son la base del desarrollo de Sistemas Inteligentes.

## 1.2. Objetivos y contribuciones

Teniendo en cuenta los elementos que han motivado el desarrollo de la investigación, el objetivo general trazado en este trabajo de investigación y en esta tesis es el siguientes: desarrollar un nuevo enfoque metodológico, simple y completo, para abordar la incertidumbre inherente a los problemas de planificación de rutas de distribución, producto de información, objetivos o restricciones imprecisas que ayuden a encontrar soluciones en contextos reales.

Este objetivo general se concreta en los siguientes objetivos específicos:

- Modelar problemas de planificación de rutas de distribución como problemas de optimización difusa con incertidumbre en algunas de sus componentes.
- Desarrollar formulaciones y modelos de variantes de los problemas clásicos de planificación de rutas de distribución con restricciones difusas, específicas para la distribución de productos congelados y ante la posibilidad de externalizar parte de la distribución, utilizando flotas externas.
- Proponer una metodología combinada basada en Soft Computing, integrando técnicas que permiten el modelado y el tratamiento de información difusa y estrategias metaheurísticas híbridas como aproximación para encontrar soluciones eficientes y realistas a los problemas de planificación de rutas.
- Aplicar la teoría de conjuntos y sistemas difusos para manejar la incertidumbre de los recursos de información disponibles y la evaluación de criterios por parte de los decisores en la planificación de rutas de distribución.
- Implementar un conjunto de procedimientos metaheurísticos híbridos diseñados con el objetivo de aportar soluciones a los distintos problemas de planificación de rutas de distribución modelados con el enfoque propuesto de optimización difusa.
- Examinar el comportamiento de las estrategias híbridas y su aportación para encontrar soluciones difusas eficientes a la planificación de rutas con datos y restricciones imprecisas.

- Experimentar con estrategias hiperheurísticas para comprobar su viabilidad y ensayar la capacidad de adaptación para encontrar soluciones a la variabilidad de problemas que se presentan en la planificación de rutas de distribución en contextos reales.

En este sentido esta memoria presenta un enfoque novedoso para abordar el desarrollo de sistemas inteligentes que ayuden a planificar de manera eficiente rutas de distribución, con un número elevado de clientes dispersos geográficamente, en contextos con incertidumbre inherente en los datos disponibles o componentes del problema.

Consideramos que las principales contribuciones de los trabajos de investigación que se recogen en esta memoria en el ámbito de los problemas de planificación de rutas de distribución son los siguientes:

- **Modelado de problemas de planificación de rutas de distribución como problemas de optimización difusas.**

Una de las principales aportaciones es la aplicación de modelos de optimización difusa a los problemas de planificación de rutas de distribución con imprecisión en los datos y en las restricciones [1], [2], [3], [4], [5]. Hemos propuesto una metodología simple, completa y flexible para abordar estos problemas de planificación del transporte cuando algunas de sus componentes pueden considerarse difusas [6], [7], [8].

- Brito J, Campos C, Castro J, Martínez F, Melián B, Moreno JA, Moreno JM: Fuzzy Vehicle Routing Problem with Time Windows. En IPMU'08, 12th International Conference Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems. Editado por Magdalena L, Ojeda-Aciego M, Verdegay JL 2008:1266–1273.
- Moreno JA, Brito J, Castro JP, Martínez FJ, Melián B, Moreno JM: The capacitated vehicle routing problem with fuzzy travel times and time windows. En IWOR 2008.
- Brito J, Moreno JA, Verdegay JL: Fuzzy Optimization in Vehicle Routing Problems. En IFSA/EUSFLAT Conf. 2009:1547-1552.

- Brito J, Martínez F, Moreno J, Verdegay JL: Fuzzy approach for Vehicle Routing Problems with fuzzy travel time. En Fuzzy Systems (FUZZ), 2010 IEEE International Conference on 2010:1-8.
  - Brito J, Martínez FJ, Moreno JA, Verdegay JL: Optimization of route distribution problems with fuzzy objectives. En ESTYLF 2010, XV Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy, Volumen 1. Editado por Peregrin A, Alcalá J, Moreno FJ, Márquez FA 2010:625-630.[ISBN:978-84-92944-02-6].
  - Brito J, Campos C, Castro JP, Martínez FJ, Melián B, Moreno JA, Moreno JM: Planificación de rutas de distribución con información y restricciones difusas. En TRANSNOVA 2008, 5<sup>a</sup> Foro de Innovaciones Tecnológicas para el Transporte. 2008.
  - Brito J, Martínez J, Moreno JA, Verdegay JL: Modelado de planificación de rutas de transportes basado en técnicas de Computación Inteligente. En III Simposio de Inteligencia Computacional, SICO 2010. III Congreso Español de Informática. CEDI 2010, Volumen 1. Editado por Rojas I, Pomares H, Herrera LJ, IBERGARCETA PUBLICACIONES, S.L., Madrid 2010:207-214.
  - Brito J, Moreno JA, Verdegay JL: Transport route planning models based on fuzzy approach. Iranian Journal of Fuzzy Systems 2012, 9:141-158.
- **Estrategias metaheurísticas para la resolución de problemas de planificación de rutas con componentes difusas.**

Se diseñan, implementan y evalúan nuevas estrategias metaheurísticas híbridas que permiten encontrar soluciones a los problemas complejos de planificación de rutas de distribución. Estas estrategias han sido aplicadas a los modelos difusos propuestos [9], [10], [11], [12]. También se experimenta con estrategias hiperheurísticas, diseñando e implementando dos hiperheurísticas basadas en estrategias bioinspiradas en la “inteligencia de enjambre”, ACO y PSO, sobre el híbrido GRASP-VNS [13].

- Moreno JM, Moreno JA, Melián B, García M, Santana JB, García J.: Metaheurísticas para sistemas de ayuda a la decisión en logística y minería de datos: oportunidades para las metodologías

fuzzy. En MAEB 2005, 4º Congreso Español de Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados. 2005:179–184.

- Brito J, Martínez F, Moreno J, Verdegay JL: A GRASP-VNS Hybrid for the Fuzzy Vehicle Routing Problem with Time Windows. En Computer Aided Systems Theory - EUROCAST 2009, Volumen 5717 de Lecture Notes in Computer Science. Editado por Moreno-Díaz R, Pichler F, Quesada-Arencibia A, Springer Berlin / Heidelberg 2009:825-832.
- Brito J, Martínez FJ, Moreno JA, Verdegay JL: GRASP-VNS para VRPTW con tiempos de viaje difusos. En Workshop sobre Metaheurísticas Inteligentes para la Planificación Logística, CAEPIA 2009.
- Brito J, Martínez F, Moreno J, Verdegay JL: ACO-GRASP-VNS Metaheuristic for VRP with Fuzzy Windows Time Constraints. En Computer Aided Systems Theory - EUROCAST 2011, Volumen 6927 de Lecture Notes in Computer Science. Editado por Moreno-Díaz R, Pichler F, Quesada-Arencibia A, Springer Berlin / Heidelberg 2012:440-447.
- Brito J, Martínez FJ, Moreno JA, Verdegay JL: Hyperheuristics on GRASP-VNS for VRP in frozen food distribution with fuzzy constraints. En MIC 2011: The IX Metaheuristics International Conference 2011.

■ **Formulación de nuevas variantes del VRPTW resueltas con técnicas de Soft Computing.**

Se proponen nuevas formulaciones para el VRPTW una de las cuales responde a la demanda de planificar rutas de distribución para productos perecederos. En particular se aborda modelos para productos congelados, en los cuales se introducen restricciones específicas para evitar las roturas de la cadena de frío [14], [15]. También se formula y resuelve otra variante del problema de planificación de rutas cuando ante el crecimiento de la demanda, las empresas optan por subcontratar servicios de flotas externas que complementan la distribución con su flota. Estos problemas de planificación de rutas contemplan rutas en las que los vehículos retornan al almacén, rutas cerradas y rutas en las que no regresa, rutas abiertas [16].

- Moreno JA, Brito J, González JL: GRASP-VNS para resolver una variante del VRPTW para la distribución de productos

congelados. En VII Congreso Español sobre Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados MAEB2010. III Congreso Español de Informática. CEDI 2010, Volumen 1. Editado por Campos V, Duarte A, Gallego M, Gortázar F, Martí R, IBERGARCETA PUBLICACIONES, S.L., Madrid 2010:633-642.

- Brito J, Martínez FJ, Moreno JA, Verdegay JL: Fuzzy optimization for distribution of frozen food with imprecise times. Fuzzy Optimization and Decision Making. Manuscript N°:FODM-D-11-00089R1. Revisado en 2011. En prensa.
  - Brito J, Martínez FJ, Moreno JA, Verdegay JL: An ACO Hybrid Metaheuristic for the close and open vehicle routing problems with time windows and fuzzy constraints. Applied Soft Computing. Manuscript N°:ASOC-D-11-01028. Enviado para revisión 2011.
- **Diseño de Sistemas Inteligentes de Planificación del Transporte.**

Hemos comenzado a aplicar los modelos y métodos estudiados, analizados e implementados en esta memoria como componentes esenciales de Sistemas inteligente de planificación de rutas. Estos sistemas abordan problemas prácticos reales y utilizan información georeferenciada con imprecisión [17], [18], [19].

- Almeida F, Blanco V, Brito J, Crespo A, Moreno JA, Santos A: Servicios web para la planificación y gestión del transporte y la movilidad. En TRANSNOVA 2010, 7º Foro de Innovaciones Tecnológicas para el Transporte. 2010.
- Almeida F, Blanco V, Brito J, Crespo A, Moreno JA, Santos A: Plataforma de computación genérica basada en servicios Web para problemas de transporte y logística. En VI Jornadas Científico-Técnicas en Servicios Web y Soa, JSWEB 2010. III congreso Español de Informática, CEDI 2010, Volumen 1. Editado por Pavón J, Pelechano V, Ristol S, IBERGARCETA PUBLICACIONES, S.L., Madrid 2010:7-14.
- Almeida F, Blanco V, Brito J, Crespo A, Moreno JA, Santos A: PTransWS: Web service computing platform for logistics and transportation. En PDP, proceedings of the 19th International Euromicro Conferencie on Parallel, Distributed and Network-based Processing, IEEE Computer Society 2011:301-307.



### 1.3. Estructura

La memoria que se presenta está estructurada en cuatro capítulos, además de este capítulo primero de introducción inicial y el capítulo final con las conclusiones y trabajos futuros. En la figura 1.1 se presenta un esquema de la misma.

En el segundo capítulo de preliminares, se contextualiza el problema de la planificación de rutas de distribución, en el marco de la gestión de la cadena de suministro y del desarrollo de sistemas inteligentes del transporte. En este capítulo se ilustran los problemas, presentando una descripción detallada de los mismos, la formulación de dos de sus modelos más representativos en aplicaciones reales, una descripción de otras de sus variantes; y por último se presentan los fundamentos básicos de las técnicas de Soft Computing.

A continuación en el tercer capítulo se describen los modelos de los distintos problemas que hemos abordado, utilizando en el enfoque propuesto de optimización difusa. En él se especifican diversos modelos, asociados a los problemas principales de planificación de rutas, el VRP y el VRPTW, los cuales pueden ser formulados como problemas de programación lineal. El capítulo utilizan un esquema donde los modelos se presentan asociados a las distintas componentes de su formulación que pueden ser consideradas difusas: costes difusos, restricciones difusas, objetivos difusos y coeficientes de las restricciones difusos. También este capítulo comprende el modelado de dos nuevas variantes del VRPTW una para la distribución de productos congelados y otro el que permite la planificación de rutas externalizando una parte de la flota y por tanto con rutas abierta y cerradas. Esos dos nuevos problemas y modelos también se afrontan desde la perspectiva de la optimización difusa.

El cuarto capítulo contiene los métodos de resolución que hemos utilizado para resolver los distintos modelos. En este capítulo sobre todo y como aportación hemos implementado diversas metaheurísticas híbridas, combinación de procedimientos, constructivos y de mejora también con otro procedimientos bio-inspirados y basados en poblaciones. En este capítulo iniciamos también el estudio y desarrollo de hiperheurísticas de procedimientos poblacionales que trabajan no en el espacio de soluciones, sino que buscan los mejores parámetros que conducen a otras heurísticas a encontrar soluciones, es decir adaptan el comportamiento de los mismo para encontrar la mejores soluciones.

En el quinto capítulo se presentan los resultados de la experimentación con los modelos desarrollados y los métodos para encontrar soluciones implementados. El objetivo es confirmar la viabilidad de nuestro enfoque de optimización difusa para la planificación de rutas de distribución y contrastar los mismos para extraer algunas conclusiones que puedan servir para adecuar dichos procedimientos a la resolución de problemas prácticos reales.

Por ultimo ofrecemos una serie de conclusiones generales en el capítulo sexto, valorando los objetivos alcanzados y extrayendo posibles líneas de trabajo que den continuidad en el futuro a las investigaciones realizadas.

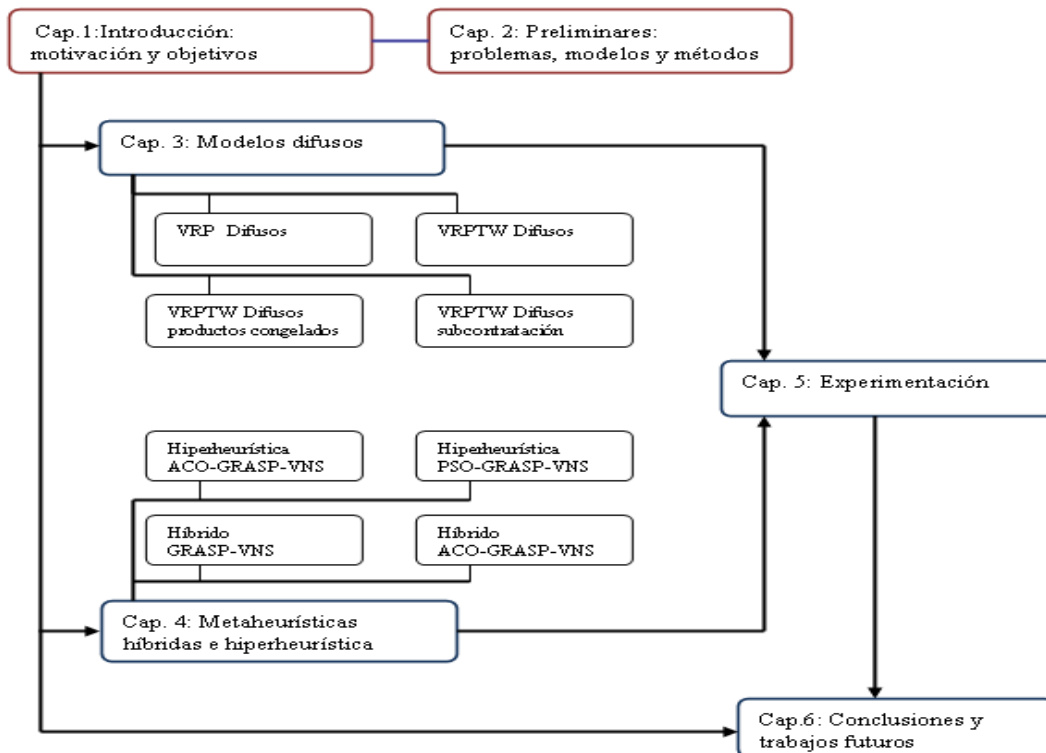


Figura 1.1: Estructura de contenidos

# Capítulo 2

## Fundamentos conceptuales

### 2.1. Planificación Logística

#### 2.1.1. Transporte, logística y cadena de suministro

La logística se puede considerar el conjunto de actividades que permite que los productos necesarios lleguen al lugar previsto, en la cantidad y condiciones adecuadas, y en el momento adecuado para satisfacer las demandas del mercado, al menor coste posible [20]. Los canales de distribución sirven como base de transmisión de los bienes y mercancías, así como de la información asociada a todos los procesos operativos de esta transmisión. En la actual economía global no se puede concebir a las empresas como entes aislados, en cualquier actividad económica las empresas son un eslabón de una cadena de entidades interrelacionadas, donde los resultados de unas dependen de las otras [21]. Se denomina cadena de suministro a la red formada por el conjunto de agentes que intervienen en los procesos de abastecimiento, producción y distribución de un determinado producto hasta llegar al consumidor final, entre otros: proveedores, fabricantes, almacenistas, operadores logísticos, transportistas, distribuidores y detallistas (Figura 2.1). Una empresa puede estar situada en un solo eslabón o puede hacerse cargo de varios procesos e integrar varios agentes [22].

En la cadena de suministro se pueden distinguir tres ciclos, el de aprovisionamiento, el de producción y el de distribución [23]. Al ciclo

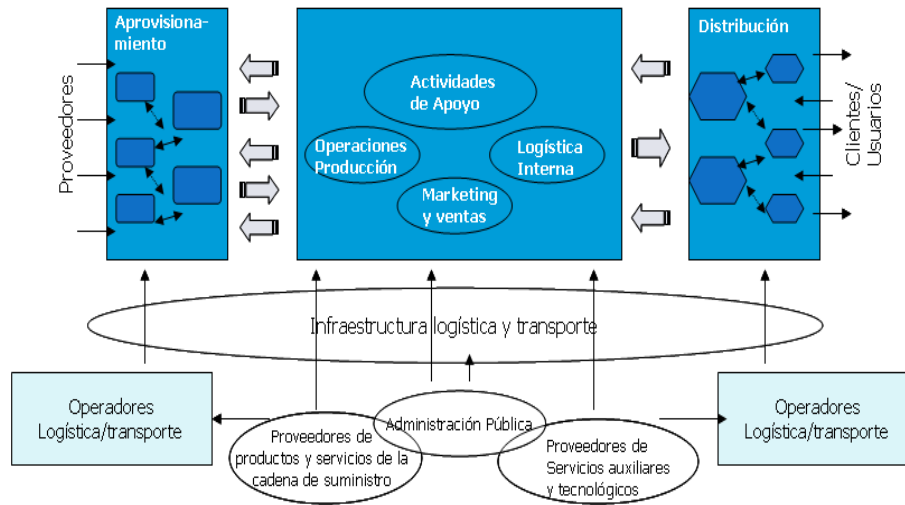


Figura 2.1: Cadena de suministro

de aprovisionamiento le corresponden, los procesos de abastecimiento de materiales desde los proveedores, necesarios para los procesos productivos y su gestión, incluyendo la revisión de los stocks, la selección de proveedores, la gestión de pedidos y compras, el control del transporte y los plazos de entrega de los productos, la recepción y control de las mercancías. El ciclo de producción comienza con las órdenes de fabricación y termina con la disposición de producto terminado en los almacenes, incluyendo procesos como, la planificación de tareas, la asignación de trabajo, la sincronización de la producción, el envasado y empaquetado. El ciclo de distribución comprende el almacenamiento y la distribución, con procesos como ubicación y control de las mercancías, gestión de inventarios, reposición de almacenes, distribución en almacenes intermedios, planificación de rutas de distribución, gestión y tramitación de pedidos y envíos, consolidación y preparación de mercancías, organización de cargas en vehículos, control de entregas y servicios al cliente (Figura 2.2).

Desde una perspectiva global, actual e integradora, la planificación logística, se encuadra dentro de lo que se denomina gestión de la cadena de suministro [24]. La gestión de la cadena de suministro contempla todas aquellas actividades de integración, coordinación, planificación y control de los flujos de productos e información que se generan entre proveedores y clientes [25]. El diseño integral de la cadena de suministro considera todas las decisiones que se generan del flujo de bienes e información entre

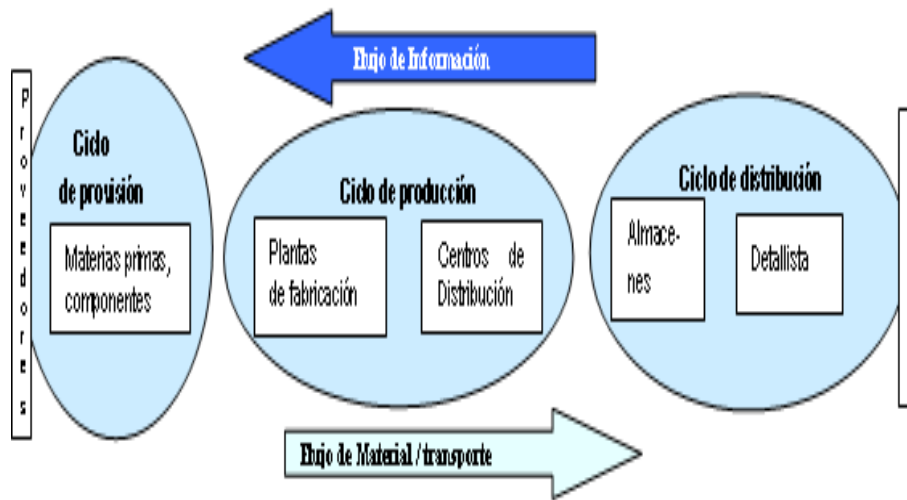


Figura 2.2: Ciclos de la Cadena de Suministro

proveedores y clientes a través de la distribución, la producción de bienes y la comercialización [26]. El aumento de la complejidad de los procesos y las ventajas competitivas de la gestión integrada fijarán los objetivos de la toma de decisiones así como de los sistemas que ayuden y soporten las mismas. La gestión logística como parte de los procesos de la cadena que planifica, ejecuta y controla el flujo, almacenamiento y distribución de las mercancías y la información asociada [27].

Las estrategias de distribución y las decisiones de transporte se encuentran entre las operaciones claves de la logística y la gestión de la cadena de suministro y desempeñan un papel importante en su éxito, ya que mejora la calidad del servicio, reduce costos y optimiza recursos [28]. El transporte es un área operativa y de decisión básica asociada con los flujos de mercancías entre agentes y entidades de la distribución y la cadena de suministro ( Figura 2.3). Las decisiones de transporte afectan directamente en los costes totales de la logística, la cadena de suministro y de los productos [29], [30].

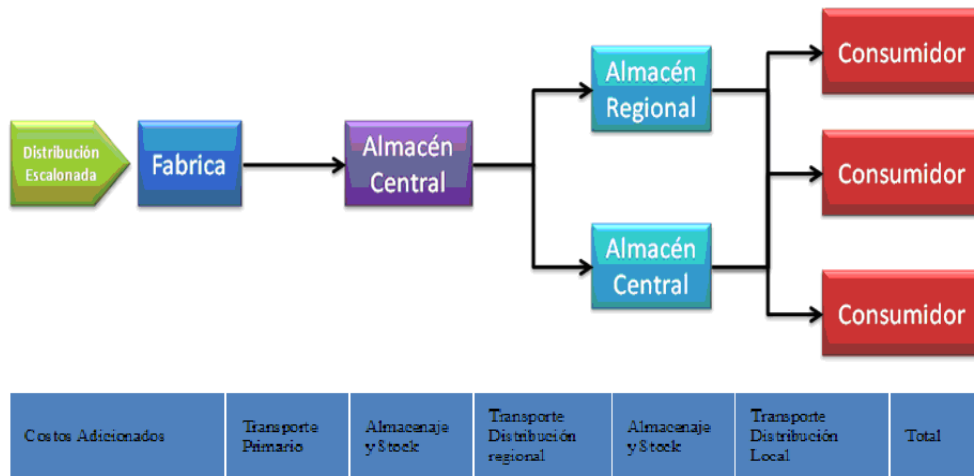


Figura 2.3: Distribución y transportes

### 2.1.2. Planificación del transporte y la distribución

Una de las actividades básicas de la gestión integral de la cadena de suministro es la de la planificación y la toma de decisiones que esto conlleva. Se distinguen tres niveles de planificación: estratégica, táctica y operativa. Cada uno de estos niveles está asociado con horizontes temporales distintos y acarrea un conjunto diferente de importantes problemas de decisión [31], [32], [25].

La planificación estratégica tiene como misión la definición de los recursos necesario a largo plazo, entre otros problemas de decisión incluidos entre otros: la localización, dimensión y número de entidades de la cadena de suministro tales como, plantas de producción, almacenes y centros de distribución, la fabricación de que productos y donde, la composición de inventarios y los niveles de stocks, la asignación de almacenes a puntos de abastecimiento, los modos de transportes y la flota requerida [33], [34]. La planificación táctica está centrada en la disposición de los recursos necesario en el momento requerido, seleccionando las mejores entre diferentes alternativas en un horizonte temporal a medio plazo. En este nivel forman parte problemas de decisión como: el diseño de almacenes, la planificación de la producción y la secuenciación de las entradas y salidas, los sistemas de reposición y colocación de mercancías, la selección de proveedores, las

previsiones de demanda, el tamaño de los inventarios, el diseño de la red de distribución, la composición de la flotas de transporte, la asignación de zonas de distribución / áreas y la tasa de suministro, etc. [35]. La planificación operativa, parte de la disponibilidad de recursos para obtener una utilización eficiente de los mismos, con un horizonte de planificación a corto plazo y en tiempo real. Entre los problemas de decisión que integran este nivel de planificación se encuentran: la frecuencia de suministros, la asignación de cargas y tareas de trabajo, el establecimiento y reasignación de rutas, la ordenación de pedidos, la planificación de entregas y recogidas de mercancías, la organización de cargas en vehículos y depósitos, colocación de productos en puntos de venta, etc. [33], [21].

Las decisiones tomadas en cada nivel de planificación están relacionadas entre si, influyendo unas en otras y a su vez estas con los de otros niveles y muchas veces la frontera entre decisiones de diferentes niveles es vaga. Esta es una de las razones de la complejidad de la gestión de la cadena de suministro, de la necesidad de coordinación y de la propagación de errores e incertidumbre. Como podemos ver en los párrafos anteriores el nivel de importancia en las decisiones y el momento en que se adoptan determinan diversos tipos de problemas relacionados, muchos de los cuales se pueden formular como problemas de optimización combinatoria. Las características de los problemas y la toma de decisiones están condicionadas por los recursos, objetivos y limitaciones que se establezcan y la naturaleza de la información que los definen.

Las decisiones de mayor importancia en la planificación de la distribución asociada al transporte son la modalidad, la situación y número de almacenes y la planificación de las rutas [36]. El establecimiento de las rutas para la distribución o recogida de bienes, constituyen la parte central de la toma de decisiones operativas de la gestión logística de muchas empresas. Por lo general, el número de rutas posibles de un vehículo que recorra un conjunto de clientes moderados es muy grande y crece exponencialmente con el número de estos. Los efectos económicos, tanto en el gasto producido como en otras medidas de la eficiencia y eficacia del servicio, varían de forma considerable de unas rutas a otras. Para determinar las rutas a seguir por los vehículos es de gran utilidad contar con herramientas adecuadas para evaluar el conjunto de rutas alternativas y, teniendo en cuenta la evaluación de dichas rutas, y posiblemente otro tipo de restricciones adicionales, seleccionar las opciones más óptimas empleando un tiempo razonable. La utilización de técnicas y herramienta para optimizar las rutas de distribución puede suponer dar respuestas más rápidas y efectivas, con ahorros de costes y posibilidades de

ofrecer servicios dinámicos y flexibles.

De los modelos más genéricos para aproximar y resolver problemas de rutas de distribución se encuentran, el denominado problema del viajante de comercio (Traveling Salesman Problem, TSP) y una generalización para múltiples rutas, el problema de rutas de vehículos (Vehicle Routing Problem, VRP). Estos modelos básicos son usados para resolver algunos problemas prácticos y pueden ser extendidos a diferentes variantes que atienden a diversas problemáticas reales del mundo de la logística y el transporte. Una de estas problemáticas de interés en la planificación de la distribución es la del transporte de mercancías perecederas, como pueden ser los productos frescos, los refrigerados y los congelados. En estos problemas los costes y la calidad están asociados al control y mantenimiento de la cadena de frío. Lo cual supone introducir nuevas restricciones a los modelos existentes para permitir soluciones de planificación. Otro problema actual es el interés de planificar las rutas de distribución combinando la flota de medios propios con la posibilidad de subcontratar medios externos que complementando la capacidad por necesidad de servicios sin necesidad de aumentar las inversiones e incluso reduciendo costes.

### **2.1.3. Sistemas inteligentes de planificación de rutas**

El desarrollo tecnológico está permitiendo avances importantes en la disponibilidad de sistemas de información capaces de apoyar la planificación y la gestión. El desarrollo de sistemas de información ha mostrado su habilidad para ayudar a reducir costes logísticos, mejorar el servicio y/o gestionar de forma integrada la cadena de suministro. En los últimos años el desarrollo de estos sistemas aplicados al transporte tiene un marco disciplinar amplio de progreso, denominado Sistemas Inteligentes de Transportes.

El término Sistemas Inteligentes de Transporte hace referencia a las tecnologías, la infraestructura, y servicios, así como los métodos de planificación, operación y control que se utilizarán para el transporte de personas y mercancías. El núcleo de esta disciplina consiste en la obtención, procesamiento y distribución de información para un mejor uso del sistema de transporte, infraestructuras y servicios, e incluye la aplicación de todos los avances del despliegue de las tecnologías de la información y las comunicaciones en todos los modos de transportes y en el entorno social y económico afectado por el aumento de la demanda de movilidad y



accesibilidad [37]. Su evolución ha sido hasta ahora en gran parte impulsada por el hardware y ha conducido a la introducción de nuevas y sofisticadas tecnologías en el ámbito del transporte, mientras que el desarrollo del software, modelos y sistemas de ayuda a las decisiones, se han quedado atrás. El gran desafío para alcanzar el potencial óptimo de estos sistemas, es hacer un uso lo más inteligente posible del hardware y de la enorme cantidad de datos que proporciona [38]. El impacto global, social y económico, del transporte y de estos sistemas es muy significativo. Ejemplo de ello son los referentes conceptuales y de desarrollo aplicado como el de “city logistics” que tratan de abordar los problemas de transportes urbano de mercancías asociados con las congestión del tráfico, los impactos negativos medioambientales (polución, ruido,...) y la eficiencia energética. La logística urbana, “city logistics”, se ha definido como “el proceso para un total de optimizar la logística y las actividades de transporte por empresas privadas con el apoyo de sistemas avanzados de información en las zonas urbanas teniendo en cuenta el entorno del tráfico, la congestión, la seguridad y el ahorro de energía en el marco de una economía de mercado” [39], [40]. Son numerosas los sistemas aplicados a la logística urbana implementados o propuestos, entre ellas: sistemas avanzados de información a usuarios y gestores, sistemas cooperativos de transporte de mercancías, terminales públicos de logística, sistemas de control de los factores de carga y los sistemas subterráneos de transporte de mercancías [41], [42]. Un estudio completo de avances logros y retos de los sistemas inteligentes de transporte de mercancía con especial énfasis en el software y los sistemas en tiempo real lo podemos encontrar en [38].

Una de las líneas prioritarias de trabajo en el desarrollo de Sistemas de Inteligentes de Transportes es la gestión de la logística y la distribución. Entre estos sistemas están los de gestión de flotas y trazabilidad, que permiten tener localizado y controlado la flota de vehículos y los de planificación de rutas, que permiten diseñar rutas de distribución con la flota disponible, para el reparto y entrega de demandas y/o recogida de pedidos a clientes localizados, partiendo de uno o más nodos de origen. Este tipo de aplicaciones puede permitir la optimización de rutas y procesos asociados, con reducciones que llegan a ser del 35 por ciento en los tiempos de entrega de las cargas [43].

Las técnicas de optimización juegan un papel central en el diseño eficiente sistemas inteligentes de ayuda a la decisión para la planificación del transporte en general y en particular en la de planificación de rutas de distribución. Modelos y métodos de optimización se encuentran en el núcleo de los de gestión de flotas y planificación de rutas. Varios son las referencias

que presentan estudios generales metodológicos de los mismos [44], [45], [46], [47], [48], [49], [50]. Desarrollos actuales y futuras líneas de trabajo trabajan en problemas, decisiones y sistemas que avancen en el tratamiento dinámico e inteligente de los mismos. Los objetivos son ofrecer la posibilidad de controlar y coordinar las operaciones en tiempo real, incorporar información cada vez más compleja y con mayor incertidumbre y aumentar la calidad de las respuestas mediante la incorporación de modelos y métodos cada vez más inteligentes. En este sentido ya Séguin et al. desde 1997 presentaba un marco general metodológico para la toma de decisiones en tiempo real [51].

Los sistemas de información desarrollados para la planificación de rutas han sido numerosos, aunque su aplicación práctica no ha sido todo lo extensa que se esperaba. Entre otras razones por: los inconvenientes relacionados con los costes; la dificultad de disponer de todos los datos necesarios para resolver modelos y aplicar métodos, incluidos la formalización de la expresión por parte de los decisores de todos los criterios, preferencias, restricciones; la falta de normalización y estandarización de datos y sistemas, que dificulta la disponibilidad, acceso y comunicación entre plataformas; la no incorporación de supuestos más realistas en los modelos que se implementan, muchos de estos sistemas se han basado en adaptaciones de problemas a los modelos y no responden o responden parcialmente a las necesidades y problemas reales; y en el aumento de la complejidad asociada a la evolución de los sistemas, que crecen en requisitos de información, en capacidades de procesamiento, en cambios permanentes en interrelaciones entre componentes y con el entorno. Por tanto el éxito de estos sistemas depende de su capacidad para el tratamiento de diferentes tipos y fuentes de datos, las posibilidades de combinar información histórica disponible con información en tiempo real, la inclusión de modelos estáticos de planificación y generación de estimaciones y simulaciones, con modelos dinámicos, colaborativos, con capacidad de hacer previsiones, resolver incidencias, incorporar patrones y planificar de manera anticipada. El objetivo está claro, capturar datos de formas dinámica, obteniendo en cada situación, información relevante del entorno; transformarla mediante métodos flexibles, que fusionen o sintetizen información y encuentren soluciones óptimas aunque la información sea incompleta e imprecisa, de manera que el resultado sea relevante para el problema especificado. Por último visualizar los resultados diversos con formas amigables facilitando las soluciones al usuario. Cordeau et al. señala de forma específica, en relación a las componentes algorítmicas de optimización de rutas, que los atributos esenciales para transferir y usar esta tecnología son además de los criterios clásicos de velocidad en la obtención de la solución y precisión de las mismas respecto a la obtención del óptimo, los

de flexibilidad para adaptarse a las diferentes características y restricciones de las aplicaciones reales y la simplicidad donde aquellas soluciones robustas y sólidas sean fáciles para entender e implementar, cortas, sencillas, que no tengan muchos parámetros y fáciles para modificar y mantener [52].

Una de las respuestas más eficientes a todos estos retos y problemáticas, la podemos encontrar en el campo del desarrollo y aplicación de los Sistemas Inteligentes. Por Sistema Inteligente se entiende a aquel que es capaz de adaptarse por medio de la experiencia a entornos de información sumamente cambiantes, interactuando con su entorno y aprendiendo, para cada situación, cuáles son las acciones que se deben tomar para alcanzar el objetivo propuesto y capaces de encontrar soluciones eficientes al problema de búsqueda de recursos. Los Sistemas Inteligentes son sistemas software que muestran un cierto comportamiento inteligente, incluyendo la forma en la que interactúan con su entorno y con otros sistemas. De entre las propiedades de estos sistemas asociadas a su “inteligencia”, destacamos las siguientes: interpretar en términos semánticos el entorno, tomar decisiones acerca de las acciones a desarrollar, deducir a partir de un conjunto de hechos conocidos, aprender de una realidad dada de hechos, abstraer y sacar conclusiones y planificar o simular la evolución de los modelos. La inteligencia artificial y la denominada Computación Inteligente tienen un papel clave en este sentido. Ambas disciplinas y ámbitos de conocimiento aportan técnicas que permiten modelar información y conocimiento y resolver problemas mediante procesamiento automatizado, aprendizaje y el tratamiento de la incertidumbre. Entre estas técnicas podemos encontrar: procesamiento simbólico, la búsqueda heurística, los sistemas expertos, los sistemas basados en conocimiento, el aprendizaje automático y los agentes inteligentes.

En resumen, existen demandas de herramientas y sistemas inteligentes para apoyar la toma de decisiones complejas relacionadas con la planificación de rutas, con el fin de ofrecer servicios de alto nivel, que optimicen los recursos disponible y cumplan con las exigencias de los mercados y de las administraciones. Nuevos aplicativos de planificación de rutas que den respuestas a las demandas del contexto productivo aportando eficiencia práctica, flexibilidad, adaptación, escalabilidad y robustez. Los retos para la investigación y el desarrollo están relacionados con una próxima generación de modelos y métodos inteligentes de planificación que utilicen los nuevos avances de la tecnología, las políticas de explotación de las compañías, integren incertidumbre en general y den respuestas en tiempo real. En el plano de ámbitos de aplicación específica, es necesario dar respuesta a los problemas de planificación que integren la gestión de

redes de logística intermodal y los avances del comercio electrónico. En ambos casos, se encuentran presentes el aseguramiento de la representación de las características de los problemas, incluido el tiempo real, y el comportamiento de los componentes del sistema, dentro de un modelo de planificación integrada del conjunto del sistema. Los Sistemas Inteligentes y la Computación Inteligente aplicada al desarrollo de sistema de planificación de rutas de distribución es una respuesta natural y eficiente a todas estas demandas y necesidades.

## 2.2. Modelos para la planificación de rutas de distribución

### 2.2.1. El modelo VRP

Los problemas de planificación de rutas de distribución los podemos clasificar utilizando los criterios de número de rutas, orígenes y destinos, y en la diferencia o similitud de estos en:

- Problemas de rutas entre varios orígenes y varios destinos (problema de transporte),
- Problemas de rutas donde el origen es diferente al destino (planificación física) y
- Problemas de rutas cuando el origen y el destino son los mismos.

A su vez, este último tipo de problema, se divide en dos grandes grupos:

- El problema del viajante de comercio (Traveling Salesman Problem, TSP), que consiste en encontrar la secuencia de puntos a visitar por un viajero comenzando por el origen y terminando en él, minimizando la distancia o tiempo recorrido.
- El problema de rutas de vehículos (Vehicle Routing Problem, VRP), donde un número de vehículos con capacidad limitada debe servir a determinados puntos de demandas, satisfaciendo un conjunto finito de restricciones y minimizando costos, distancias o tiempos.

El problema de la planificación de rutas de vehículos es una generalización del problema del viajante de comercio cuando existen un número finito de vendedores que tienen que visitar un número determinado de clientes, comenzando en un punto base que también es de retorno y visitando cada cliente solo una vez.

Una larga lista de problemas específicos de planificación de rutas se pueden encontrar, sobre todo problemas de características particulares asociadas o condicionadas por, las tipologías de la red viaria, las características de los medios de transportes, los productos y específicamente por el diseño de objetivos, como veremos posteriormente. En su mayoría estos modelos abordan problemas de transporte terrestre por carretera, pero es posible trasladar los modelos a otro tipo de modos y medios de transporte teniendo en cuenta sus especificidades para planificar las rutas o también la combinación de varios modos, surgiendo aspectos novedosos a abordar asociados con la intermodalidad o cambios de modos de transporte en las rutas que se establezcan desde un origen hasta un destino final.

El modelo más genérico para aproximar, adaptar y resolver esta clase de problemas de planificación del transporte es el denominado Problema de Rutas de Vehículos (VRP, Vehicle Routing Problema), una clase de problemas de optimización denominada NP-Completo y NP-hard [53], el cual debe determinar un conjunto de rutas para una flota de vehículos que parten de uno o más depósitos o almacenes para satisfacer la demanda de varios clientes dispersos geográficamente. El objetivo es servir la demanda de dichos clientes minimizando el coste total que se incurre en las rutas. El problema por primera vez fue presentada por Dantzig y Ramser en 1959 [54] para describir una aplicación real sobre la ruta óptima de una flota de camiones de reparto entre la gasolina de una terminal a granel y un gran número de estaciones de servicio suministrado por el terminal. El siguiente hito se produjo unos años más tarde, cuando Clarke y Wright [55] propone un algoritmo efectivo heurística greedy que mejora el enfoque de Dantzig-Ramser. Desde entonces, el interés generado por este problemas no ha parado de atraer la atención de la investigación y de producir una amplia literatura, incluyendo una serie de extensas revisiones de la misma [56], [57], [58], [59], [50], [60].

El VRP es un problema que puede ser formulado matemáticamente a partir de un grafo dirigido  $\mathbf{G}(\mathbf{V}, \mathbf{E})$ . El problema considera un conjunto de vértices  $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$  donde  $v_0$  representa el depósito o almacén, mientras que  $v_i (i = 1, \dots, n)$  representa a cada uno de los  $n$  clientes (o nodos) a

ser visitados. El conjunto de arcos está dado por:  $A = \{(v_i, v_j)/v_i, v_j \in V; i \neq j\}$ . Por su parte  $C = \{c_{ij}\}$  es una matriz de distancias o costos no negativos entre cada par de vértices  $v_i$  y  $v_j$  incluyendo depósito y clientes. Cuando  $c_{ij} = c_{ji}$  para cada  $(v_i, v_j) \in A$  el problema se dice que es simétrico y entonces es común reemplazar el conjunto  $A$  de vértices por el conjunto  $E = \{(v_i, v_j)/v_i, v_j \in V; i < j\}$ . El vector  $d$  representa las demandas de los clientes y donde  $d_i$  es la cantidad de bienes requeridos por el cliente  $v_i$ . El número de vehículos viene dado por  $m$  y se asumen que todos son idénticos, con una capacidad  $Q$  por vehículo. A cada vehículo  $i$  se le asignará una ruta  $R_i$ . Sin pérdida de la generalidad, y por simplicidad, el coste  $c_{ij}$  necesario para ir de  $v_i$  a  $v_j$  es el tiempo  $t_{ij}$ , que se considera además, igual a la distancia (velocidad constante e unitaria para los vehículos). El VRP consiste en determinar el conjunto de  $m$  rutas de vehículos que minimice el coste total, empezando y finalizando en el depósito, tal que cada vértice es visitado exactamente una vez por un vehículo. Para facilitar la computación, se puede definir de forma obvia un límite inferior para el número de vehículos necesarios para prestar servicios a los clientes del conjunto  $V$ ,  $b(V) = \lceil \sum_{v_i \in V} d_i / Q \rceil$ . Se considera un tiempo de servicio  $\delta_i$  requerido por un vehículo para descargar la cantidad  $q_i$  en  $v_i$ . La duración total de cualquier ruta (viaje más tiempos de servicio) no puede superar una determinada cota  $D$ , tal que, en este contexto, el costo  $c_{ij}$  es tomado como el tiempo de viaje entre los clientes a visitar. Una solución factible es una partición de  $V : R_1, \dots, R_m$  y una permutación  $\sigma_i$  de  $R_i$  especificando el orden de los clientes en la ruta. El coste de una ruta dada  $R_i = \{v_0, v_1, \dots, v_{m+1}\}$ , donde  $v_i \in V$  y  $v_0 = v_{m+1} = 0$  (0 denota el depósito) es dado por:  $C(R_i) = \sum_{i=1}^m c_{i, i+1} + \sum_{i=1}^m \delta_i$ . Una ruta  $R_i$  es factible si el vehículo para exactamente una vez en cada cliente y la duración total del trayecto no supera la cota especificada  $D$ ,  $C(R_i) \leq D$ . Por tanto, el costo de la solución del problema  $S$  es:  $F_{VRP}(S) = \sum_{i=1}^m C(R_i)$ .

El problema VRP más general, consiste en uno o varios vehículos con capacidad limitada y constante encargados de distribuir los productos según la demanda de los clientes, el VRP con capacidad limitada (CVRP, Capacitated VRP). El CVRP (a partir de ahora VRP) consiste en determinar el conjunto de  $m$  rutas cuyo coste total sea mínimo tal que: (a) cada cliente es visitado exactamente una vez por cada ruta, (b) cada ruta comienza y finaliza en un único depósito o almacén, y (c) el total de la demanda de los clientes servida por una ruta no excede de la capacidad del vehículo  $C_k$  donde  $q_j$  es la demanda de un nodo (cliente)  $j$ . Los tiempos de viaje y los costes del mismo son considerados equivalentes. Si cada vehículo  $i$  es asignado a una ruta  $R_i$ , una solución factible para el VRP está formada por una partición del conjunto de nodos  $V$  en  $m$  rutas  $R_1, R_2, \dots, R_m$  y la correspondiente permutación de  $R_i$

que especifica el orden de los clientes atendidos a lo largo de la ruta. Se asume que el depósito es el nodo 0 y el  $n+1$ . Las variables de decisión son  $x_{ij}^k \in \{0, 1\}$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, \dots, n+1$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ , donde  $x_{ij}^k = 1$  si el vehículo  $k$  va del cliente  $i$  a  $j$  y 0 en otro caso. También consideramos la variable continua  $r_i^k$ , que representa la carga del vehículo  $k$  después de visitar el nodo  $i$ . Si el vehículo  $k$  va del cliente  $i$  al cliente  $j$  ( $x_{ij}^k = 1$ ) entonces  $r_j^k = r_i^k - q_i$ .

Este problema es un problema de optimización combinatoria, el cual puede ser formulado para su resolución como un problema de Programación Lineal Entera [50]. En este contexto la función objetivo puede representarse de la siguiente manera:

$$\min \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^{n+1} c_{ij}^k x_{ij}^k \quad (2.1)$$

donde  $c_{ij}^k$  es el *coste de trayecto* del cliente  $i$  al cliente  $j$  con el vehículo  $k$ . En general los costes en la función objetivo a minimizar se pueden expresar en términos de tiempos o distancias de ir de un nodo a otro en las rutas.

Además el modelo VRP tiene las siguientes restricciones:

- Restricciones que aseguran que cada cliente es servido exactamente una vez.

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{ij}^k = 1, \quad j \in [1..n]$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^{n+1} x_{ji}^k = 1, \quad j \in [1..n]$$

- Restricciones que aseguran que cada vehículo es usado no más de una vez.

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k = 1, \quad k \in [1..m]$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0}^k = 1, \quad k \in [1..m]$$

- Restricciones que aseguran la continuidad de la ruta

$$\sum_{i=0}^n x_{ij}^k - \sum_{i=1}^{n+1} x_{ji}^k = 0, \quad j \in [1..n], k \in [1..m]$$

- Restricciones que garantizan que la carga de cada vehículo no supera su capacidad.

$$\begin{aligned} r_i^k + q_j - r_j^k &\leq C_k(1 - x_{ij}^k) \\ i \in [1..n], j \in [1..n], k \in [1..m] \\ q_i &\leq r_i^k \leq C_k, \quad i \in [0..n], k \in [1..m] \end{aligned}$$

Estas restricciones son un conjunto alternativo de restricciones equivalente a las restricciones estándares de capacidad y aseguran las limitaciones de capacidad del vehículo, la conectividad de la ruta y la eliminación de subrutas.

- Por último, se imponen las siguientes condiciones a las variables:

$$\begin{aligned} x_{ij}^k &\in \{0, 1\}, r_i^k \geq 0, \\ i \in [0..n], j \in [1..n], k \in [1..m] \end{aligned}$$

La mayoría de los problemas del mundo real son a menudo mucho más complejos que el clásico VRP. En la práctica, al problema VRP clásico se le pueden añadir otras restricciones, como la capacidad de los vehículos o el intervalo de tiempo en el que cada cliente tiene que ser servido, surgiendo nuevos modelos como el problema de rutas de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW)

### 2.2.2. El modelo VRPTW

Una de las variantes más extendidas del problema VRP, se origina al incluir ventanas de tiempo para realizar las entregas, estos son periodos durante los cuales se puede realizar la entrega a los clientes. Este problema es conocido como el Problema de Rutas de Vehículos con Ventanas de Tiempo (*Vehicle Routing Problem with Time Windows*, VRPTW). En concreto el VRPTW es un VRP con la restricción adicional que asocia una ventana de tiempo a cada cliente en la que solo está dispuesto a recibir los bienes



o servicios. Si un vehículo llega al cliente antes de tiempo el vehículo debe esperar, si llega en el intervalo de la ventana de tiempo, el vehículo suministra la demanda en el momento de la llegada y si llega con posterioridad el cliente queda sin atender. El VRPTW es un modelo clásico que, dada la aplicación real que tiene en la planificación de rutas de distribución son muchas las investigaciones desarrolladas. A partir de artículo seminal de Solomon en el año 1987 [61] han aparecido en la literatura muchas referencias, entre otras las que incluyen revisiones amplias de los métodos de resolución de estos problemas [62], [63], [64], [65], [66].

El problema estándar VRPTW viene dado por un conjunto de  $k$  vehículos que sirven a un conjunto de  $n$  clientes. Cada vehículo genera una ruta visitando un número de clientes, satisfaciendo sus demandas. Los supuestos generales del problema son:

- Cada vehículo se asigna a una sola ruta que puede incluir uno o más clientes.
- Cada ruta se inicia y finaliza en el depósito almacén.
- Cada cliente es visitado por un y solo un vehículo.
- Cada vehículo dispone de un contenedor con capacidad limitada y el total de carga de cada vehículo no puede exceder de su capacidad.
- Cada vehículo sirve a los clientes dentro de su ventana de tiempo.

El objetivo general de este problema de optimización es, minimizar el total de la distancia recorrida por los vehículos. Consideramos los siguientes índices y parámetros del modelo:

- Los índices de los vehículos son:  $k \in [1..m]$ ;
- Los índices de los clientes son:  $i \in [1..n]$ ;
- El índice del depósito es:  $i = 0$ ;
- La cantidad de demanda del cliente  $i$  es  $q_i$ ,  $i \in [1..n]$ ;
- La capacidad del vehículo  $k$  es  $Q_k$ ,  $k \in [1..m]$ ;
- Los costes desde el cliente  $i$  (o depósito 0) a  $j$  es  $c_{ij}$ ,  $i, j \in [0..n]$ .

- El tiempo de viaje desde el cliente  $i$  a  $j$  es  $t_{ij}$ ,  $i, j \in [0..n]$ .
- El tiempo de descarga al cliente  $i$  es  $u_i$ ,  $i \in [1..n]$ ;
- La ventana de tiempo del cliente  $i$  es  $[e_i, l_i]$ ;  $i \in [1..n]$ ; donde  $e_i$  y  $l_i$  son respectivamente los comienzos y finales de las ventanas de tiempo.

Las variables de decisión son las variables binarias  $x_{ij}^k$ ,  $i, j \in [1..n]$ ,  $k \in [1..m]$ , donde  $x_{ij}^k = 1$  si el vehículo  $k$  va de  $i$  a  $j$  y  $x_{ij}^k = 0$  en otro caso. También consideramos las variables continuas  $r_i^k$  representando la carga del vehículo  $k$  cuando alcanza el cliente  $i$ . Si el vehículo  $k$  va del cliente  $i$  al cliente  $j$  ( $x_{ij}^k = 1$ ) entonces  $r_j^k = r_i^k - q_i$ . Otro conjunto de variables continuas a considerar son las que representan el tiempo en el que el vehículo  $k$  inicia el servicio a cada cliente  $i$  denotadas  $s_i^k$ . Análogamente, si  $x_{ij}^k = 1$  entonces  $s_j^k = \max\{e_j, s_i^k + u_i + t_{ij}\}$ .

La formulación como problema lineal de optimización es la siguiente:

$$\text{Minimizar } \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ij}^k \quad (2.2)$$

Sujeto a:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{ij}^k = 1, \quad j \in [1..n] \quad (2.3)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{ji}^k = 1, \quad j \in [1..n] \quad (2.4)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij}^k = \sum_{i=0}^n x_{ji}^k = 1, \quad j \in [1..n], k \in [1..m] \quad (2.5)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{0i}^k = 1, \quad k \in [1..m] \quad (2.6)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0}^k = 1, \quad k \in [1..m] \quad (2.7)$$

$$r_j^k - q_i - r_i^k \leq M(1 - x_{ij}^k), \quad i \in [0..n], j \in [1..n], k \in [1..m] \quad (2.8)$$

$$r_0^k \leq Q_k, \quad k \in [1..m] \quad (2.9)$$

$$s_i^k + t_{ij} + u_i - s_j^k \leq M'(1 - x_{ij}^k), \quad i \in [0..n], j \in [1..n], k \in [1..m] \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} e_i &\leq s_i^k, & i \in [1..n], k \in [1..m]. \\ s_i^k + u_i &\leq l_i, & i \in [1..n], k \in [1..m]. \end{aligned} \quad (2.11)$$

La función objetivo (2.2) refleja el criterio de minimizar los costes totales de recorrer todas las rutas, los cuales pueden ser expresados en términos de distancia o tiempos. Las restricciones (2.3) y (2.4) aseguran que cada cliente es servido exactamente una vez. Las restricciones (2.5) establecen las condiciones de conservación del flujo y la continuidad de la ruta. Las restricciones (2.6) y (2.7) establecen que cada vehículo parte del depósito y acaba en él, garantizando que ningún vehículo es usado más de una vez. El conjunto de restricciones (2.8), donde  $M$  es una constante suficientemente grande, establecen las relaciones entre las variables  $r_i^k$  para clientes consecutivos de cada ruta y las restricciones (2.9) garantizan que la carga de los vehículos no superan su capacidad. Análogamente las restricciones (2.10) reflejan las relaciones entre las variables  $s_i^k$  para clientes consecutivos de cada ruta. Por último las restricciones (2.11) establecen que cada cliente tiene que ser servido respetando su ventana de tiempo.

Las variables de decisión  $x_{ij}^k$  son imprescindibles, pudiéndose obtener a partir de las variables  $r_i^k$  y  $s_i^k$ . Sin embargo las restricciones en las que sólo aparecen las variables de decisión  $x_{ij}^k$  (2.3–2.7) no son suficientes para garantizar que éstas representan un conjunto de rutas que parten y llegan al depósito. El inconveniente es que pueden aparecer subrutas sólo entre clientes sin pasar por el depósito. El conjunto de restricciones utilizado para evitar esta circunstancia (conocidas como *restricciones de eliminación de subruta*) es demasiado grande; tiene un tamaño que crece exponencialmente con el conjunto de clientes. Sin embargo, si se consideran las variables  $r_i^k$  con las restricciones (2.8) y (2.9) no son necesarias tales restricciones. Análogamente ocurre si se consideran las variables  $s_i^k$  con las restricciones (2.10) y (2.11)

### 2.2.3. Otras variantes y extensiones

Los modelos generales descritos anteriormente para abordar diversos problemas reales tienen que sufrir algunas variaciones, lo cual determinan diversas y numerosas variantes de los mismo. Entre otras para responder a aplicaciones asociadas al transporte público, el movimiento de bienes

de la industria a lo largo de una cadena de suministro, la recolección de residuos sólidos urbanos, la limpieza de calles, las rutas de transporte escolar, rutas de vendedores, servicios de mensajería, servicios de emergencias, y las propias de otros modos, aéreos, marítimos o ferroviario. A las limitaciones de capacidad en el caso de la VRP clásico o las de ventanas de tiempo en el modelo VRPTW, muchas aplicaciones reales implican enriquecer estos modelos utilizando nuevas restricciones, características y objetivos en la toma de decisiones. Las variantes y especificidades han llegado a ser tan amplias, atendiendo a la tipología de problemas que abordan, a los de modelos, métodos y sistemas que se aplican y desarrollan, y a la amplia terminología y literatura existente, que uno de los problemas asociados es el de la clasificación de los mismos, mediante criterios que permitan estructurar de forma sistemática el dominio de conocimiento, vislumbrando direcciones futuras de desarrollo. En la literatura podemos encontrar algunas referencias que abordan este aspecto [67], [68], [69], [70]. Referencias específicas a los modelos de VRP y VRPTW ya se han introducido en las secciones anteriores y otras se incorporarán posteriormente junto con los métodos de resolución. Destacamos aquí además dos revisiones recientes de la literatura del problema de planificación de rutas [71] y [72]. La primera además de clasificar los problemas y sus métodos de resolución, revisa aspectos industriales y la aplicación al transporte marítimo, así como una crítica constructiva de la investigación en este campo que sugiere algunas posibles líneas de trabajo futuro. La segunda una revisión particular del problema aplicando la búsqueda de entornos variables que analiza y evalúa como las soluciones comerciales y académicas resuelven la complejidad de los problemas reales del VRP, lo cual sugiere también líneas de investigación y desarrollo.

De todas las extensiones del problema general de rutas de vehículo, las más aplicadas y estudiadas, además de las dos descritas en las secciones anteriores, VRP y VRPTW, son las siguientes:

**VRP con flotas mixtas o heterogéneas (MFVRP, *Mix Fleet VRP* o HVRP *Heterogeneous VRP*).** Es un VRP en el que los vehículos tienen distintas capacidades o capacidades heterogéneas, por lo que es necesario diferenciar y evaluar estas capacidades en la ruta que seguirá cada vehículo, ya que un camión más grande podría realizar una ruta más larga o que responda a una mayor demanda [73], [74], [75], [76], [77].

**VRP con múltiples depósitos (MDVRP, *Multi-depot VRP*).** Una empresa puede disponer de varios depósitos o almacenes desde los que suministra la demanda de sus clientes. Si los clientes están agrupados

alrededor de los depósitos, el problema puede abordarse como un conjunto de VRPs independientes. Pero si los clientes y los depósitos no están asociados, entonces es necesario resolver un MDVRP. Para resolver un problema MDVRP se necesita asignar los clientes a los depósitos. Para cada depósito se tiene una flota de vehículos. Cada vehículo que parte de un depósito, sirve a los clientes asignados a ese depósito y después regresa a dicho depósito [78], [79], [80], [81].

**VRP periódico (PVRP, *Period VRP*).** En el problema VRP clásico, el periodo de planificación de la ruta es un día. En el caso del problema PVRP, el periodo de planificación se extiende a  $M$  días. Un vehículo puede no regresar al depósito el mismo día de su partida. Durante el periodo de  $M$  días, cada cliente debe ser visitado al menos una vez [82], [83], [84], [85].

**VRP de entrega dividida (SDVRP, *Split Delivery VRP*).** Un problema VRP en el que se permite que un cliente pueda ser atendido por varios vehículos si el coste total se reduce. Lo cual es importante si el tamaño de los pedidos de un cliente excede la capacidad de un vehículo [86], [87], [88], [89].

**VRP con recogidas y entregas (VRPPD, *VRP Pickup and Delivery*).** Es un VRP donde además de entregas de demanda se realizan recogidas de bienes, los clientes tienen la posibilidad de devolver determinados bienes además de recibir sus entregas si existieran. Por tanto, se debe tener presente que los bienes devueltos por los clientes caben en el vehículo. Esta restricción hace más difícil el problema de planificación y puede obligar a una mala utilización de las capacidades de los vehículos, un aumento de las distancias recorridas o a la necesidad de un mayor número de vehículos. En estos problemas podemos relajar la restricción de que todos los clientes deben ser visitados exactamente una vez [90], [91], [92], [93].

**VRP con regresos (VRPB, *VRP with backhauls*).** El VRPB es un VRP en que los clientes pueden demandar o devolver artículos. Por tanto se necesita que los vehículos tengan capacidad para los bienes devueltos por los clientes. Pero además, se debe cumplir que todas las entregas se realizan antes de las recogidas. Esto se debe al hecho de que los vehículos se cargan por la parte trasera y que la recolocación de la carga en los vehículos se considera antieconómica o no factible. Las cantidades demandadas y las recogidas se conocen de antemano. El VRPB es similar al VRPPD con la restricción de que en el caso del VRPB todas las entregas de una ruta se deben completar antes de las recogidas [94], [95], [96].

**VRP abierto (OVRP, *Open VRP*)**. Este es un caso especial de VRP, con todas las rutas de distribución abiertas, es decir, no se requiere que los vehículos retornen al depósito, sino que la ruta termina en el último cliente a visitar o en otras localizaciones especificadas [97], [98], [99], [100].

Otras variantes incluyen el tratamiento de distintos componentes del problema, información, restricciones y objetivos, teniendo en cuenta consideraciones sobre las características del entorno en el que se desarrollan y sus efectos sobre los datos disponibles, la toma de decisiones y las soluciones esperadas. En particular aquellas que se corresponden con entornos cambiantes o con incertidumbre, y las rutas planificadas se ven modificadas en el tiempo o fallan con frecuencia [101], [102] Entre estas variantes podemos encontrar:

**VRP dinámico (DVRP, *Dynamic VRP*)**. Se trata de un VRP específico en el que algunos aspectos del problema varían en tiempo real, Este problema actualmente es de gran interés y relevancia tanto desde el punto de vista práctico, como desde el punto de vista de la investigación por el aumento de complejidad. Algunos aspectos que necesitan ser controlados en esta versión con por ejemplo, el conjunto de pedidos o clientes a distribuir que varía a medida que transcurre el tiempo, la demanda de los clientes o el propio diseño de las rutas, que puede ser modificado en cualquier instante [103], [104], [105], [106].

**VRP estocástico (SVRP, *Stochastic VRP*)**. Se trata de un VRP con uno o varios componentes aleatorios, que tienen incertidumbre y son tratadas como variables aleatorias. Cuando ocurre esta situación no es posible cumplir con todas las restricciones y por tanto se tienen que realizar acciones correctivas cuando una restricción es violada. Por ejemplo: clientes aleatorios, demandas estocásticas, tiempos estocásticos de servicio,.. [107], [108],[109], [106].

**VRP fuzzy (FVRP, *Fuzzy VRP*)**. Versiones del VRP donde alguna de la información disponible sobre las componentes del mismo, tienen incertidumbre, son imprecisos, incompletos o vagos. Las cuales se expresan como variables lingüísticas y se pueden modelar como conjuntos difusos [110], [111], [112], [1], [113].

Además de estas variantes, existen otras versiones del problema, algunas que combinan o hibridan las anteriores, obteniendo nuevos problemas como por ejemplo Multidepósito con tiempos de ventana, MDVRPTW [114] o

Periódico Multidepósito PMDVRP [115]. Otro tipo de problemas añaden características particulares o específicas, las cuales necesitan modelarse, como el Problema de rutas con arcos capacitados (CARP, *Capacitated Arc Routing Problem*) [116], [117] o el problema de rutas balanceadas (BCVRP, *Balanced Capacitated Routing Problem*) [118]. Más recientemente, se ha prestado atención a las variantes más complejas del VRP (denominados "VRPs ricos") que están más cerca de los problemas de distribución práctica. Estas variantes complejas se caracterizan por contener variables tales como, clientes que pueden ser visitados varias veces por varios vehículos, rutas periódicas incluso diarias, varios tipos de vehículos con varios compartimentos, incompatibilidades entre vehículos y cargas, cross-docking, limitaciones de los conductores, ... [119], [120], [121], [122]. Por último aparecen otras extensiones de estos problemas en la literatura que combinan y resuelven conjuntamente otros problemas operacionales de la cadena de suministro como son: el problemas de rutas con localización de centros de almacenamiento o depósitos (Location Routing, LRP) [123], [124], el problema de rutas con inventarios (Inventory Routing IRP) [125], [126], el problema de rutas con la carga óptima de los vehículos (Loading Routing LDRP) [127], [128], etc. Es importante señalar que todos los problemas descritos en esta sección pueden ser definidos con un solo objetivo o pueden tener versiones multiobjetivo [129], [130]. Estos problemas multiobjetivo se abordan con otro enfoque metodológico que no es objeto de esta memoria.

#### 2.2.4. Métodos de solución

La importancia práctica y la complejidad del VRP ha proporcionado la motivación para que muchos investigadores hayan puesto su esfuerzo en el desarrollo de diferentes métodos para resolver este problema. Un gran número de diferentes enfoques metodológicos para la resolución de estos problemas se han desarrollado a lo largo de los años. Entre ellos podemos distinguir y clasificar las diversas aproximaciones algorítmicas en: métodos exactos y métodos aproximados, y estos últimos en heurísticas clásicas y metaheurísticas. Una revisión de los diversos métodos para el resolver el VRP lo podemos encontrar en las siguientes referencia, entre otras: [44], [131], [132], [59], [50], [133], [134], [135], [136]

Los métodos exactos proporcionan la solución óptima siempre que sea posible encontrarla con los recursos disponibles. Están basados en modelos de programación matemática. Este tipo de métodos son consistentes para

problemas relativamente pequeños. Los métodos exactos propuestos en la literatura son básicamente los procedimientos de ramificación y acotación y lagrangianos basados en la formulación de enlaces y de generación de columnas basados en la formulación de rutas. Los métodos de ramificación y acotación, propuesto por Kolen et al. en [137], y posteriormente desarrolladas otras propuestas [138], [139], [140]). Estos son la base de otros métodos, como los de ramificación y corte y los de ramificación y valoración [141]. Entre los métodos de generación de columnas basados en la formulación “set partitioning” están las propuestas de [142], [143], [144]. Otros enfoques exactos son los algoritmos de programación con restricciones [145], [146], los algoritmos de programación dinámica [147] y por último Un amplio estudio dedicado enteramente a los métodos exactos para el VRP, con un análisis completo y detallado del estado del arte a finales de 1980 lo podemos encontrar en [131]. Mas recientemente Toth y Vigo [140] ofrecen una actualización de dicho estudio, con una descripción de los algoritmos exactos propuestos para VRPs simétricos y asimétricos. Baldacci et al. presentan en sus artículos [148], [149], [150] una revisión de los principales algoritmos exactos propuestos en las últimas tres décadas para la solución del VRPTW.

Debido a la complejidad del VRP, VRP es NP-duro, los métodos exactos para instancias del problema relativamente grandes no pueden ser resueltos con estos métodos, dada la dificultad de obtener cotas inferiores de la función objetivo y por tanto la convergencia lenta de estos métodos enumerativos. Así diferentes métodos aproximados, heurísticas y metaheurísticas, han sido propuestos y aunque no garantizan encontrar la solución óptima, proporcionan buenas soluciones al problema con recursos de cómputo limitados y en un tiempo razonable.

Las heurísticas clásicas realizan una exploración limitada del espacio de soluciones, lo cual requieren poco tiempo de ejecución, en general procedimientos constructivos y métodos simples de mejora o búsqueda local. Entre los procedimientos constructivos que seleccionan nodos sucesivamente con algún criterio hasta que construyen la solución factible, el más utilizado es el algoritmo propuesto por Clarke and Wright, conocido también por el algoritmos de los ahorros [55]. La heurística está basada en un proceso de intercambio de nodos realizado por los ahorros que se producen sustituyendo nodos en la ruta por otros que aún no están, respetando siempre las restricciones. Otros procedimientos heurísticos constructivos son los métodos de inserción, que son los métodos más comunes para construir un conjunto de rutas iniciales [151]. Se construye una solución mediante sucesivas inserciones de nodos. A partir de una subruta se trata de determinar cuál es el nodo a



incluirse a continuación, además de los clásicos del vecino más cercano, nos encontramos la inserción más económica, inserción más rápida, la inserción en paralelo etc. En general son métodos rápidos para encontrar una solución pero no suelen ser buenas, y por tanto es necesario mejorar las rutas encontradas, con otros métodos. Estos son los conocidos métodos de mejora, también denominados métodos de mejora local, búsqueda local y escalada de colinas, los cuales partiendo de una solución inicial factible mejoran la solución mediante intercambios de nodos en la ruta, o entre rutas diferentes. Estos métodos avanzan en la búsqueda de soluciones factibles mientras la función objetivo valora las mejoras que se producen, tomando la solución con mejor evaluación (procedimiento “greedy”), usualmente minimizando la distancia total recorrida, sin tener en cuenta otros posibles objetivos, como por ejemplo el aprovechamiento máximo de las capacidades de los vehículos, etc. En concreto en la misma ruta serían lo denominados k-opt y entre rutas estarían los de tipo relocalización, intercambio, cruce y concatenación [152], [153], [154].

En la aplicación de los distintos movimientos propuestos para resolver el VRP y el VRPTW surgen las siguientes cuestiones importantes. Es necesario considerar el tamaño del entorno asociado al número de movimientos. Cuando este tamaño afecta a la eficiencia de la búsqueda y elección del movimiento a aplicar se plantea formas de evitarlo. La consideración de una estrategia del primero mejor o el mejor primero influye en el rendimiento. La determinación de factibilidad de los movimientos aumenta el esfuerzo por lo que es importante contar con herramientas que eviten movimientos no factibles. Algunas estrategias propuestas para evitar movimientos no factibles se pueden encontrar en Savelsbergh [155], [156] y [157]. Hashimoto et al. [158] en particular presta especial atención a las consecuencias de la inclusión de las restricciones de ventanas de tiempo en las búsquedas locales.

Los métodos de mejora que dan mejores resultados en el estudio de Bräysy y Gendreau [65] son los de Russel [159] y Bräysy [160]. El primero propone una integración de pasos constructivos y pasos de mejora; ejecuta movimientos de eliminación y reinserción óptima de 4 clientes próximos (dos clientes consecutivos de una ruta y sus dos clientes más próximos de ruta distinta). Estos movimientos con las selecciones más prometedoras son ejecutados tras cada inserción de un cierto número de clientes en la solución. El segundo construye varias soluciones iniciales, son mejoradas con cadenas de eyección para tratar de reducir el número de rutas y finalmente con desplazamientos de cadena para reducir la distancia recorrida.

Otras clases de heurísticas son las de dos fases asignar (o clasificar) primero, rutas después. Se trata de algoritmos que en un primer momento obtienen una partición de los nodos que se han de servir en zonas o puntos de concentración en los cuales los vehículos atenderán de forma independiente a los clientes y, en segundo lugar, para cada zona se obtiene la ruta o secuencia de puntos a servir, mediante un TSP. Algunos algoritmos que siguen este proceso son, el heurístico de Gillett-Miller [161] también conocido como algoritmo sweep (barrido) donde en la primera fase utiliza coordenadas polares de cada uno de los puntos, se calcula el ángulo formado por cada uno con respecto al eje que forma el depósito un nodo semilla aleatoria y a continuación se comienza a barrer en el sentido de las agujas del reloj o al contrario, de manera que se van agrupando los nodos a medida que se van barriendo, hasta cubrir la capacidad del vehículo; el algoritmo de Fisher y Jaikumar [162] que resuelve en primera instancia el problema genérico de asignación de los clientes a una serie de nodos semilla previamente seleccionado; las heurísticas de Bramel y Simchi-Levi que presentan modelos basados en el problema de localización de puntos de concentración en función de capacidades o demandas [163], [164]. Otra diferente familia de métodos en dos fases son los métodos rutas primero y asignación después [165] y los llamados algoritmos de pétalos [166]. En los primeros se genera una ruta con todos los nodos, es decir un TSP y luego se particionan en varias rutas, las cuales tienen que ser factibles. Estos generan grandes conjuntos de rutas, llamados pétalos y después se hace una selección final resolviendo un problema de partición de conjuntos. Revisiones y comparativas de métodos heurísticos lo podemos encontrar en [167], [63], [52], [65].

En los últimos veinte años, gran parte del esfuerzo de investigación se ha concentrado en el desarrollo de algoritmos aproximados basados en metaheurísticas [168]. Respecto a las heurísticas clásicas estos métodos realizan búsquedas más efectivas del espacio de soluciones que evitan quedarse atrapados en óptimos locales. Las metaheurísticas son procedimientos genéricos que exploran el espacio de soluciones posibles de forma inteligente, es decir intentan especializar la búsqueda de buenas soluciones en zonas prometedoras del espacio de soluciones y descartar aquellas en las que es menos probable que se encuentren. La mayoría de estos métodos parten de una solución inicial que mejoran durante el proceso. Una metaheurística se puede describir como un proceso iterativo maestro que guía y modifica las operaciones de heurísticas subordinadas para producir de forma eficiente soluciones de alta calidad. Las heurísticas subordinadas pueden ser procedimientos de alto o bajo nivel, métodos de búsqueda local o métodos constructivos [169]. Muchos combinan estrategias y estructuras

de memoria y también procedimientos inspirados en la naturaleza y en poblaciones, y aprovechan el conocimiento y la experiencia para aprender a mejorar la búsqueda. Esto hace que obtengan mejores resultados que las heurísticas clásicas, pero incurriendo en mayores tiempos de ejecución. Prácticamente la totalidad de las técnicas metaheurísticas han sido utilizadas en algún problema de rutas. Diferentes autores han aplicado algoritmos metaheurísticos a la solución del VRP. Revisiones de referencias bibliográficas en detalle de las metaheurísticas utilizadas las podemos encontrar en [170], [171], [172], [173]. Desde las que han utilizado métodos basados en trayectorias como los algoritmos de búsqueda local 2-opt, k-opt [155], [174], [62], [175] el recocido simulado [176], [177], la búsqueda tabú [178], [179], [180], [181], procedimiento de búsqueda voraz aleatorizado y adaptativo, GRASP [182], [183], [184] y la búsqueda en entornos variables [160], [185], [186]. A los que han aplicado métodos basados en poblaciones, combinando soluciones, y que se inspiran en el comportamiento natural y cooperativo de individuos que trabajan de manera cooperativa para solucionar problemas complejos, como los métodos evolutivos: algoritmos genéticos, programación evolutiva y estrategias evolutivas [187], [188], [189], procedimientos de adaptación de memoria (AMP) que pueden ser visto como una extensión de los genéticos [190], [191], la búsqueda dispersa [192], [193], los algoritmos meméticos [194], [195] o los enmarcados en inteligencia de enjambres como la optimización basada en hormigas [196], [197], [198], [199] y la optimización por enjambres de partículas [200], [197], [93]. Todos ellos han obtenido buenos resultados en la solución del VRP, estas metaheurísticas, así como todos sus híbridos se consideran en la actualidad como las técnicas más poderosas para encontrar soluciones al VRP y sus distintas variante. Podemos decir que la tendencias y trabajos actuales se concentran en la necesidad de responder a modelos más ricos, generales y flexibles, la búsqueda de métodos robustos que permitan escalabilidad, dar una respuesta eficiente y realista a problemas de mayor tamaño y sobretodo a la toma de decisiones en tiempo real, así como con la finalidad de obtener mejores resultados, combinar diversos métodos y técnicas, incluyendo híbridos de métodos exactos y aproximados [201] como veremos en mayor profundidad en la sección 4.1.

## 2.3. Información e incertidumbre

### 2.3.1. Información e incertidumbre en la planificación del transporte

Las características de los problemas y de la toma de decisiones en general, y en particular la planificación del transporte vienen condicionadas por, los recursos que se utilicen, los objetivos y las restricciones que se establezcan, además de la tipología de la información que definan estos. Todos estos elementos determinarán la formulación de los modelos y los métodos de solución [69]. Para abordar los problemas de planificación de rutas necesitamos analizar todos los elementos o componentes que intervienen en el mismo, los cuales permitirá especificar los parámetros, restricciones, criterios de decisión, objetivos y resultados, así como la naturaleza y características de los datos e información que los componen, los cuales serán de utilidad para crear o diseñar los modelos y métodos adecuado para resolverlos. Esta especificación de requisitos proporciona una visión general de los problemas y de los resultados esperados asociados con la toma de decisiones, así como los detalles que facilitan la definición de los diferentes modelos de VRP que den respuesta a problemas más reales y prácticos.

Los principales elementos que determinan el problema y la naturaleza de la información son los siguientes: los modos de transporte (aéreo, marítimo, terrestre por carretera o raíles) y las redes de transporte (físicas o no, como carreteras, vías de tren, líneas aéreas o marítimas) que condicionan las rutas en un área geográfica determinada; las áreas de distribución, ubicación y delimitación geográfica del problema, que permite clasificar, ordenar y establecer prioridades de la distribución de clientes, así como obtener los niveles de abstracción que fijan los detalles necesarios del problema y focalizan los objetivos del mismo; la flota de medios de transportes asociada con el modo de transporte y sus características; los clientes o nodos, los cuales demandan una cantidad determinada y en general conocida de bienes que deberá ser atendida por algún medio y cubierta por alguna ruta, con ciertas limitaciones establecidas; los bienes o mercancías transportadas, los productos demandados, que condicionan el modo, el medio de transporte y las rutas; y los almacenes o depósitos, que suelen establecerse como los nodos iniciales y/o finales de las rutas, donde bienes y medios de transportes suelen estar localizados.

En estos problemas las soluciones o resultados esperados son el conjunto de rutas factibles con los medios disponibles y el alcance, los objetivos propuestos, planificar de forma óptima las rutas con los criterios de decisión establecidos. Una ruta es factible cuando se puede realizar el recorrido completo, atiende a todos los clientes cumpliendo todas las restricciones. El resultado esperado, la solución del problema serán las rutas, conjunto de recorridos o secuencia de clientes a visitar, que parten y terminan en un depósito u otro lugar determinada. Las características de las rutas, y por tanto de las soluciones vienen determinadas por diversas circunstancias como son el periodo de planificación, la frecuencia, el modelos de entregas y si hay entrega y recogida, secuencial o simultanea. Los objetivos son encontrar un conjunto de rutas que optimice alguno o una combinación de criterios, en general están asociados a los datos disponibles o el interés preciso de las empresas asociados a su estructura de costes aunque también se utilizan otras variables y criterios. En muchos problemas en general suele ser equivalente introducir la distancia o al tiempo, aunque evidentemente no es lo mismo. La disminución de la distancia recorrida permite un ahorro en los costos de combustible y desgaste de los vehículos, además la distancia recorrida está asociada al tiempo que demora la entrega por lo que minimizar esta variable también implica una mayor cantidad de productos entregados por unidad de tiempo. Optimizar el tiempo de espera entre entregas permite realizar mayor cantidad de entregas en el mismo periodo de tiempo y reduce el costo de de la ruta. Minimizar el tiempo de entrega a los clientes no trae un beneficio inmediato en los costos, pero mejora la calidad del servicio que se oferta. Minimizar la cantidad de viajes permite reducir el tamaño de la flota lo cual es importante si se tiene en cuenta el costo asociado a un vehículo y su mantenimiento. Por último maximizar la utilización de cada vehículo ayuda a disminuir la cantidad de vehículos necesarios para y disminuye los costos de entrega.

La Tabla 2.1 resume de forma estructurada los distintos componentes y la información asociada a los problemas de planificación de rutas. La Tabla 2.2 relaciona objetivos y criterios de medición de los mismos asociados a estos.

En el mundo real, en el transporte aparecen diversas fuentes de incertidumbre. El transporte tiene una amplia variedad de incertidumbres que se origina en distintas fuentes. Podemos siempre como los orígenes de la incertidumbre el entorno pero no son los únicos. Los entornos cambiantes y complejos donde se desarrollan las actividades de transporte generan y obligan a los sistemas de transporte a mantener unas capacidades para abordarlos [202].

Tabla 2.1: Requisitos de información.

| <b>Componentes</b>           | <b>Información</b>   |
|------------------------------|--|
| Modos y redes                | Aéreos<br>Marítimo<br>Terrestre por carreteras<br>Raíles   |
| Medios móviles, vehículos    | Heterogéneos, homogéneos o mixtos<br>Número of medios<br>Tipos of productos a transportar<br>Espacios compartidos<br>Capacidad de carga, peso y volumen<br>Velocidad<br>Costes asociados   |
| Clientes o puntos de demanda | Número de clientes<br>Localización<br>cantidad de demanda, peso y volumen<br>Tipo de bien o servicio<br>Frecuencia<br>Ventana de tiempo  |
| Centros de distribution      | Uno o varios centros<br>Flota asociada<br>Capacidad máxima de servicio<br>Horarios de apertura y cierre  |
| Rutas                        | Inicio y final en el mismo punto<br>Un vehículo por ruta<br>Varios vehículos por ruta<br>Un vehículo para varias rutas<br>Solo entrega<br>Punto a punto<br>Entregas y recogidas(simultaneas o no)<br>Periódicas o no<br>Restricciones horarias, frecuencia y capacidad |

Tabla 2.2: Objetivos y criterios.

| Objetivos  | Criterios de calidad  |
|--|---|
| Minimizar los costes totales<br>Minimizar los costes fijos<br>Maximizar los beneficios<br>Minimizar el tamaño de la flota                                | <b>Costes</b><br>Coste monetario asociados a la prestación del servicio<br>-Contrato de Arrendamiento o amortización de los medios<br>-Fiscalidad<br>-Peaje de la infraestructura<br>-Deterioro de bienes<br>-Seguros<br>-Combustible<br>-Mantenimiento<br>-Personal  |
| Minimizar la distancia recorrida   | <b>Distancia</b><br>Longitud de la vía que se utilice como referencia   |
| Minimizar los tiempos de viaje<br>Minimizar el tiempo de espera entre entregas consecutivas de una ruta<br>Minimizar el tiempo de entrega a cada cliente | <b>Tiempo</b><br>Tiempo de duración de la rutas en el que hay que contabilizar:<br>-Tiempo de viaje de ir de un nodo a otro, incluyendo el depósito<br>-Tiempo en el que se llega a un cliente<br>-Tiempo de parada<br>-Tiempo de carga y descarga<br>-Tiempos de duración del servicio<br>-Tiempo de espera<br><br>Limitaciones de tiempo:<br>- Entregas en en menor tiempo de los productos perecederos<br>- Ventanas de tiempo<br>- Limites de retorno al depósito |
| Maximizar la capacidad de los vehículos<br>Minimizar el n° de viajes necesarios<br>Maximizar la utilidad y satisfacción del cliente                      | <b>Capacidad y calidad</b><br>Criterios cualitativos y cuantitativos de optimización de los recursos, equipamientos, personas,... buscando eficiencia, eficacia, satisfacción, equilibrio, equidad, mejora continua,...   |

La incertidumbre es uno de los retos principales de la Gestión de la Cadena de Suministro. Los modelos que formalizan la incertidumbre de forma implícita obtienen mejores resultados [203]. La incertidumbre no se debe solo a los cambios en el entorno sino a la incapacidad de preverlos y abordarlos [204]. De acuerdo con Van der Vorst y Beulens “la incertidumbre en la cadena de suministro se refiere a la toma de decisiones en situaciones en las que el decisor no sabe lo que decidir o lo poco claro que tiene sus objetivos, carece de información sobre su entorno o la cadena de suministro, ausencia en la capacidad de procesamiento de información, no es capaz de predecir con exactitud el impacto de posibles acciones de control sobre el comportamiento de la cadena de suministro, o bien, carece de medidas efectivas de control” [205]. La incertidumbre sucede cuando los decisores no pueden estimar el resultado de un evento o la probabilidad de ocurrencia. La incertidumbre aumenta el riesgo dentro de las cadenas de suministro, y el riesgo es una consecuencia de la incertidumbre externa e interna que afecta a la misma.

Un número considerable de autores han investigado la incertidumbre en la cadena de suministro, analizando sus fuentes. Davis afirma en [206] que “hay tres distintas fuentes de incertidumbre que las cadenas de suministro: los proveedores, fabricantes y clientes”. Mason-Jones y Towill desarrolló el modelo del círculo de incertidumbre, donde “la incertidumbre es una cuestión estratégica en las cadenas de suministro, y se origina a partir de cuatro fuentes principales: la oferta, el proceso de fabricación, los sistemas de control, y la demanda” [207]. Posteriormente, ampliado, por Van der Vorst y Beulens [205] que desarrolla una tipología de incertidumbre en la cadena de suministro incluyendo tres dimensiones para cada fuente de incertidumbre a saber:

1. Cantidad de suministro, las cantidades, la demanda del cliente para la cantidad de productos, el rendimiento del producto y desechos, y la disponibilidad de la información.
2. Calidad de suministro, las demandas del cliente para la especificación de producto, la calidad del producto producido y la calidad del producto después de su almacenamiento, y la exactitud de la información.
3. Tiempo de proveedores en los plazos de entrega, tiempos de espera en la distribución de pedidos de clientes, tiempo de producción, tiempo de almacenamiento, y el tiempo de procesamiento de la información.

La incertidumbre en las operaciones transporte no ha sido analizada ni tomada en cuenta lo suficiente de forma explícita sobre todo en un sentido



amplio de sus componentes asociados. Aunque en la últimos años, sobre todo los factores asociados a los problemas de congestión y su impacto se han estudiado, más en el transporte de pasajeros que en el de mercancías [208]. Sánchez et al. en el 2008 propone un modelo desde la perspectiva de la logística y la cadena de suministro. Introduciendo también el concepto de flexibilidad asociado a la incertidumbre, sinónimo en muchos casos y respuesta positiva a la misma [209]. Así proponen que el transporte hay cinco orígenes de incertidumbre interrelacionadas entre sí: incertidumbre en el cargador, incertidumbre en el repartidor, incertidumbre en el cliente, incertidumbre en el sistema de control e incertidumbre en el entorno.

Utilizando la aportación de los autores referenciados anteriormente, analizamos las componentes de incertidumbre asociadas directamente a los requisitos de información del modelo de planificación de rutas. En general los usuarios y decisores establecen con asiduidad medidas a partir de la observación y percepción, los cuales determinan los parámetros del problema y de la misma manera ocurre en la evaluación de objetivos y de las soluciones encontradas.

La incertidumbre relativa a la percepción, observación y medida de la distancia y el tiempo son dos de los fenómenos importantes asociados con la información de problemas de transportes. En muchas circunstancias el tiempo y la distancia exacta entre dos nodos no es conocida, o no es precisamente expresada. Ejemplo de ello es el tiempo de viaje entre dos nodos, influidas por la congestión de tráfico o del estado de las vías. También es difícil precisar el tiempo que se tarda en prestar el servicio a los clientes, los tiempos de descarga o los tiempos de parada y espera. Y por supuesto si los clientes quieren establecer límites horarios en los que ser servidos, normalmente estos límites de tiempo son expresados como una preferencia ambigua, flexible e imprecisa.

Otra de las fuentes de incertidumbre en las actividades de transporte es la demanda de bienes de los clientes. La incertidumbre de la demanda, que según Davis (1993) es la más importante de las tres, se presenta en forma de demanda volátil o de pronósticos inexactos. Es común la dificultad de los clientes de establecer con suficiente antelación la demanda, lo cual hace que los decisores desconozcan la demanda o también la de establecer de forma precisa la cantidad demandada y así poder medirla en unidades que permitan establecer algún criterio de comparación con las capacidades de los vehículos o mejor aún los clientes si la conocen pero no así los decisores a la hora de planificar.

Otra importante fuente de incertidumbre, se encuentran en las dificultades de establecer con precisión las cargas y capacidades de los vehículos, en relación con los diversos tipos de carga que pueden transportar y la forma de medirlos. En este sentido la estandarización de los medios de envasado, embalaje y empaquetado no son suficientes, dada la amplia variedad de tipos de productos y de contenedores en los vehículos.

Por otro lado, existen problemas donde el decisor define una función de costes compleja, asociados a información del modo de transporte, de los vehículos utilizados y determinados parámetros de las rutas, muchos de los cuales tienen imprecisión o son incompletos. También existen problemas cuyos objetivos y restricciones no necesariamente son estrictos o se tienen que cumplir exactamente o todos con la misma precisión. En otras palabras es posible establecer problemas donde sus objetivos no se alcancen estrictamente y/o donde las restricciones no se satisfagan completamente y con el mismo grado de precisión.

La mayoría de estas fuentes de incertidumbre, en particular para el problema de la planificación de rutas de distribución, serán abordadas en esta tesis.

### **2.3.2. Incertidumbre y métodos para el abordarla**

Incertidumbre es una palabra de amplio contenido semántico: cuestionable, vago, no definido o determinado, dudoso, no seguro, ambiguo, sujeto a oportunidad o cambio, no estable, variable, no confiable. En general, incertidumbre se relaciona con el concepto de duda y al conocimiento limitado acerca de algo en particular. La incertidumbre conecta con la percepción, evaluación y comunicación directa que la personas tenemos y hacemos de hechos de la realidad. Los paradigmas científicos imperantes de obtener resultados exactos, de abordar el conocimiento absoluto y el control detallado convierte la incertidumbre en un accidente a eliminar. Sin embargo la incertidumbre además de no poderse evitarse es un recurso importante a introducir para resolver problemas difíciles, lograr la flexibilidad y el dinamismo que exigen los entornos cambiantes y complejos en los que se desarrollan las actividades y los sistemas y aumentar la credibilidad del sistema que pretendemos modelar, simular o resolver. El comportamiento de muchos de los sistemas que nos rodean dista mucho de lo exacto y lo preciso. Además la iteración humana con los sistemas hace su respuesta más incierta

dado que su comportamiento no es independiente y aislado sino que influye el sistema que estamos observando. Por lo tanto la incertidumbre es inherente en la información, el conocimiento, los sistemas y modelos, incluso en su desarrollo [210].

La incertidumbre en los sistemas la definimos asociada, a la complejidad y variabilidad de los mismos, a la imperfección o a defectos de información y a los efectos imprevistos y no controlados del entorno en el que se sitúa. La incertidumbre ha sido considerada un problema hasta el punto de tratar de evitar, solucionar y extinguir antes de comenzar a modelar. La complejidad y variabilidad de los sistemas y sus componentes son atributos de la propia realidad, debido a ello la realidad en si misma tiene una incertidumbre inherente e imprevisible. Ambas características representan la diversidad y la heterogeneidad de la realidad que nos conduce en su estudio a simplificar, abstraernos, a obviar o ignorar aspectos; así como a no poderlos abordar y conocer, en todas sus dimensiones, lo cual se traduce en imprecisión, vaguedad e ignorancia, o también a encontrar un comportamiento aleatorio y caótico de los mismos. Debido a la complejidad y variabilidad el conocimiento cierto es inalcanzable y por ellos la falta de conocimiento que lleva a la incertidumbre [211].

Una definición de incertidumbre es dada por Rowe en 1994, esencialmente como la ausencia de información, información que puede o no ser obtenidas. Una definición simple pero muy general dado que así definida parece que forma parte de casi todo, aunque no lejana de la realidad [212]. La información y el conocimiento pueden ser inciertos e incompletos. El principal origen de incertidumbre es la ausencia, imperfección o defectos de la información. La información puede estar afectada por defectos de cantidad (ausencia y carencia), de calidad (irrelevante, ambigüedad, inconsistencia, etc.) o ambos. El tratamiento u operativa con esta información nos puede llevar como resultado a imprecisiones de distinto tipo: errores de medición producen una incertidumbre métrica, las limitaciones de poseer información sobre el futuro o el pasado genera una incertidumbre temporal, la dificultad práctica de considerar todos los datos y las interacciones entre variables cuando modelamos un sistema da paso a una incertidumbre estructural, mientras que la multitud y variedad de categorías conceptuales, unido a la imperfección en los medios de transmisión da como resultado una incertidumbre interpretativa o comunicativa [212], [213], [214].

Respecto a los efectos del entorno cambiantes, está relacionado con los tipos de incertidumbre descritos pero asociados al entorno, su percepción y

sus efectos sobre el sistema. En general nos encontramos con sistemas abiertos en continua iteración con el entorno, por tanto un elemento fundamental del sistema. La incertidumbre percibida sobre el mismo es debida a la complejidad y variabilidad del mismo y a la carencia de información. Hay dos formas de ver el entorno que conducen a caracterizar la incertidumbre de forma distinta. La primera lo considera como un conjunto de recursos, valorados entre el grado de dependencia y competencias de los mismos, la cual determina la incertidumbre en base al comportamiento, a los resultados esperados y las dudas sobre el, que nos pueden conducir a errores. La segunda, conceptualiza el entorno como flujo de información, que los sistemas extraen, procesan y actúan con ello, la incertidumbre en este caso se percibe de la complejidad y el dinamismo de entorno y sus efectos sobre las características y los niveles de información disponibles que se pueden cuantificar de forma objetiva o subjetiva [215].

Si quisiéramos evaluar o clasificar las causas de la incertidumbre podríamos decir que están asociadas a la información incompleta, poco confiable, con ruidos y distorsiones, a la representación no adecuada, con falta de poder descriptivo del dominio y al conocimiento que tenemos y construimos que es impreciso y contradictorio. Podemos decir que la falta de conocimiento puede tener diferentes grados que en un continuo van desde imprecisión, ausencia de observación y medida, prácticamente inmedible, ignorancia a indeterminación. Las primeras asociadas a la fiabilidad y las últimas a la incertidumbre estructural o sistémica [216], [217].

La realidad impone ciertas limitaciones sobre la disponibilidad y obtención de información, límites prácticos sobre la utilidad y la cantidad de datos a manejar y otras limitaciones impuestas por la naturaleza misma de la incertidumbre, la posibilidad o no de obtener la información. Walker et al. [218] clasifican la incertidumbre de tipo I, también llamada aleatoriedad, incertidumbre sistémica o variabilidad, está caracterizada por no poder ser reducida mediante la obtención de nuevas evidencias en función de su naturaleza. Incertidumbre estocástica incertidumbre al azar, la incertidumbre objetiva que se deriva de la variabilidad del proceso estocástico subyacente. Por otro parte, la incertidumbre de tipo II, también llamada reducible o epistémica, se caracteriza por poder ser reducida mediante la obtención de nueva información acerca del sistema de interés o el ambiente que le rodea. Incertidumbre sistemática y subjetiva producida por la falta de conocimiento o conocimiento limitado, la ignorancia, el error de especificación o de predicción. La diferencia en la naturaleza de ambos tipos tiene implicaciones importantes en la práctica, que se reflejan tanto en la dificultad de procesar

adecuadamente la incertidumbre epistémica como en el tipo de inferencias o conclusiones que pueden hacerse frente a la presencia de uno u otro tipo. Nótese que, independientemente de la naturaleza de la incertidumbre, la obtención de información tiene un coste que, en algunos casos, puede superar al coste en que podemos incurrir como consecuencia de no poseer más información [219].

La ignorancia como un alto nivel de imperfección ha sido estudiada y analizada así como su relación con la incertidumbre. Smithson presenta una taxonomía de los mismos que podemos ver en la Figura 2.4 adaptada de [220]. Donde los siguientes términos se refieren a:

- Vaguedad: rango de posibles valores dentro de un continuo.
- Probabilidad: probabilidad de que un evento suceda.
- Ambigüedad: dos o más estados posibles distintos para un concepto o evento único.
- Borrosidad : eventos o categorías con límites imprecisos.
- No especificidad: eventos o categorías imprecisas.

Según Klir y Yuan la incertidumbre involucrada en cualquier situación de resolución de problemas es el resultado de una deficiencia de información. La información puede ser incompleta, imprecisa, fragmentada, no completamente confiable, vaga, contradictoria o deficiente de alguna forma [221]. En general, estas formas de deficiencia de la información pueden tener como resultado diferentes tipos de incertidumbre, como se ve en la clasificación propuesta por el autor en la Figura 2.5

Según Klir en su taxonomía de la incertidumbre todos estos significados se pueden agrupar en dos categorías: vaguedad (imprecisión) y ambigüedad. En general, vaguedad que se asocia con la dificultad de hacer distinciones agudas o precisas en; esto es, algún dominio de interés es vago si no puede ser delimitado por fronteras precisas. La vaguedad está asociada a un concepto que no está definido completamente. Y la ambigüedad se asocia con relaciones de uno a muchos; esto es, con situaciones donde la elección entre dos o más alternativas se deja sin especificar. La ambigüedad está asociada al desconocimiento de cuál es el concepto, de varios conceptos posibles,

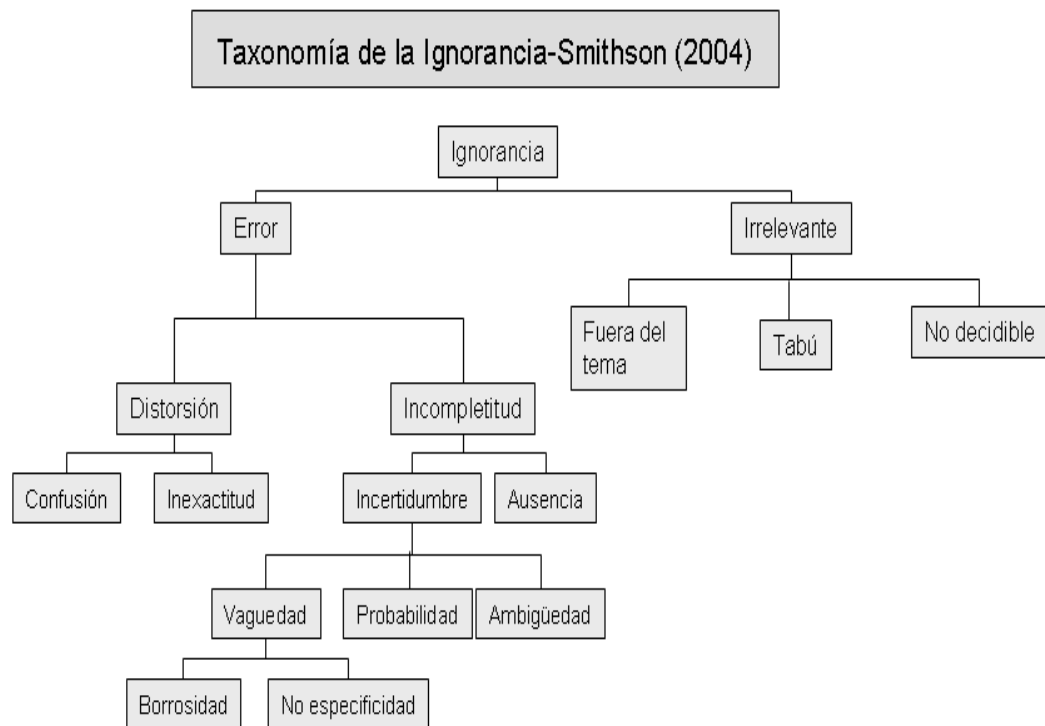


Figura 2.4: Taxonomía de la Ignorancia

definidos y precisos. Cada uno de esas dos formas de incertidumbre (vaguedad y ambigüedad) se relaciona con un conjunto de ideas emparentadas. Por ejemplo, vaguedad se relaciona borroso, sin claridad, indistinguible, confuso e impreciso. Con ambigüedad, se relaciona variedad, no especificidad, generalidad y diversidad [222].

Como hemos podido observar en la literatura se han propuesto varias tipologías respecto a la incertidumbre aunque ninguna de ellas abarca de manera satisfactoria y completa todos los tipos de incertidumbre, pero todos estos estudios han llevado a tener un mayor conocimiento sobre la incertidumbre y a plantear diversos formalismos para abordarlos. Desde el punto de vista práctico en esta tesis abordamos la incertidumbre epistémica, asociada a la vaguedad, borrosidad y la incertidumbre lingüística que surge como propia del uso del lenguaje natural.

En cuanto a la representación de la incertidumbre y el tratamiento de la incertidumbre, ambas constituyen campos fundamentales de estudio

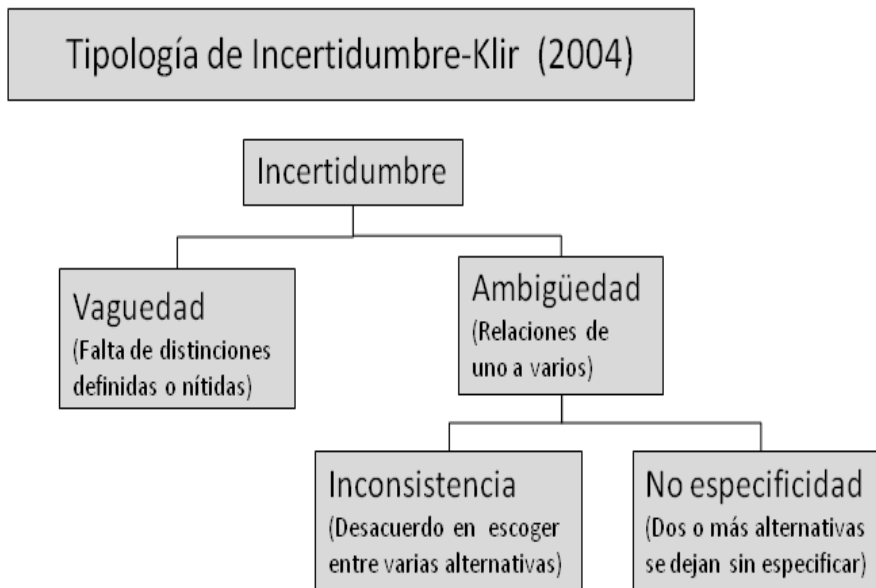


Figura 2.5: Tipología de Incertidumbre

de diversas áreas de conocimiento como las matemáticas, la filosofía, la economía, la teoría de la información, la teoría de la decisión, la informática y la Inteligencia Artificial entre otras [223], [214].

Existen diversas teorías que permiten representar la incertidumbre. Las mismas proporcionan un aparato matemático coherente para expresar la información y por contra la incertidumbre. El objetivo es permitir representar y modelar la incertidumbre e incorporarlas a los problemas, modelos y métodos en general y en particular a los problemas de toma de decisiones.

Los modelos analíticos y exactos de la mecánica clásica sirvieron durante muchos años para avanzar en la ciencia y en la modelización de sistemas. Pero no es hasta los avances en los métodos estadísticos y probabilísticos lo que permitió incorporar la representación y el tratamiento de la incertidumbre. La primera teoría de la información construida a partir de la teoría clásica de conjuntos y de la teoría de la probabilidad fue la Teoría de la Información de Shannon [224]. Desde comienzos de los años 80, en el siglo pasado, se han realizado diferentes avances orientados a la construcción de teorías que pudiesen representar otros tipos de incertidumbre y romper con la relación única existente entre incertidumbre y teoría de la probabilidad. Dentro de éstas se incluyen, entre otras la teoría de conjuntos difusos, la teoría de la

posibilidad y la teoría de la evidencia.

La teoría de la probabilidad es uno de los métodos más ampliamente usado para caracterizar y modelar la incertidumbre (modelado estocástico). Las probabilidades se utilizan para modelar la creencia sobre los posibles valores que pueden tomar los hechos o eventos. La incertidumbre es caracterizada por la probabilidad asociada con hechos o eventos. La probabilidad de un hecho o evento puede ser interpretada en términos de frecuencia de que ocurra, la cual puede ser definida por la ratio entre el número favorable de eventos y el total de eventos. La probabilidad es un índice que toma valores en  $[0,1]$  y que denota nuestro grado de creencia de la ocurrencia del evento o hecho. Tal creencia puede ser obtenida de un conocimiento previo de la frecuencia del evento (probabilidad objetiva) o puede expresar el grado de confianza de un sujeto respecto de que ocurra (probabilidad subjetiva). La coherencia de esta teoría se garantiza por una serie de axiomas (axiomas de kolmogorov) y propiedades de las relaciones entre eventos. Cada hecho o evento tiene asociado una distribución de probabilidad que describe la información, el conocimiento e incertidumbre sobre el mismo. Por tanto su utilización requiere que sea posible estimar una distribución de probabilidad de aquellas componentes que tienen incertidumbre. Aplicar estas técnicas requiere un conocimiento detallados de los parámetros del problema para poder estimar su patrón de distribución, lo cual en la práctica a veces no ocurre que se disponga de suficiente información.

La probabilidad no distingue entre incertidumbre e ignorancia debido a la información incompleta. Motivado en esta situación surge la teoría de la evidencia, de Dempster-Shafer, introducida por Shafer [225] basándose en los desarrollos de Dempster [226]. Esta teoría es considerada una generalización de la teoría de la probabilidad, que trata de representar y combinar “grados de creencia”. En ella la cantidad de evidencia que sustenta una afirmación esta asociada no a un evento sino a un conjunto de eventos. La medida de la incertidumbre se basa en dos medidas duales no aditivas: medidas de credibilidad (“belief measures”) y medidas de plausibilidad (“plausibility measures”). Un caso particular de teoría de la evidencia es la teoría de la posibilidad propuesta por Dubois and Prade [227], a partir de una extensión de las Teoría de la Posibilidad de Zadeh [228]. La teoría de la posibilidad maneja únicamente conjuntos anidados y permite el tratamiento conjunto del conocimiento incierto e impreciso. La valoración de la incertidumbre se realiza con las medidas de necesidad y de posibilidad, como casos particulares de las medidas propuestas de credibilidad y plausibilidad respectivamente [229].



La teoría de conjuntos difusos, constituye un hito en la evolución de las teorías de representación de la incertidumbre, propuesta en su artículo seminal por Lofti A. Zadeh [230]. En el contexto de la lógica continua, desarrolló la teoría de conjuntos multivaluados e introdujo el término "fuzzy" para denominar la vaguedad, proponiendo una nueva herramienta matemática, los conjuntos difusos. Los fundamentos de la idea se sitúan en que en la realidad son admisibles grados de verdad, a partir de la cual define que la pertenecía de un elemento a un conjunto cualquiera puede graduarse desde 0 indicando exclusión completa hasta 1 inclusión o pertenencia completa y se representa por una función de pertenencia.

Además de las teorías y técnicas de tratamiento de la incertidumbre anteriores, se han desarrollado otros enfoques. La aritmética intervalar es uno de ellos, que tiene su papel en el modelado de la incertidumbre y es un marco teórico diseñado para manejar la imprecisión en computación [231], [232], al igual ocurre con la teoría de las probabilidades difusas [233].

## 2.4. Soft Computing

### 2.4.1. Fundamentos de la Soft Computing

Soft Computing es un conjunto de métodos que ofrecen capacidades flexibles de procesamiento de la información para resolver problemas reales. Soft Computing es un término acuñado por Zadeh en 1994 [234] que propuso la siguiente definición: *“Básicamente, Soft Computing no es un cuerpo homogéneo de conceptos y técnicas. más bien es una mezcla de distintos métodos que de una forma u otra cooperan desde sus fundamentos. En este sentido, el principal objetivo de la Soft Computing es aprovechar la tolerancia que conllevan la imprecisión y la incertidumbre, para conseguir manejabilidad, robustez y soluciones de bajo costo. los principales ingredientes de la Soft computing son la Lógica Difusas, la Neurocomputación y el Razonamiento Probabilístico, incluyendo este último a los Algoritmos Genéticos, las Redes de Creencia, Los Sistemas Caóticos y algunas partes de las Teoría del Aprendizaje. En esa asociación de Lógica Difusa, Neurocomputación y Razonamiento Probabilístico, la Lógica Difusa se ocupa principalmente de la imprecisión y el Razonamiento Aproximado; la Neurocomputación del aprendizaje y el Razonamiento Probabilístico de la*

*incertidumbre y la propagación de las creencias*". Como podemos observar en esta primera aproximación se define de forma descriptiva por un conjunto de métodos que proporcionan la oportunidad de representar la ambigüedad del pensamiento humano con la incertidumbre en la vida real.

El punto de vista adoptado en esta tesis es el propuesto por Verdegay [235] que la considera como la antítesis de los métodos clásicos basados en análisis numéricos, lógica de valores exactos o binarios, caracterizados por su precisión y categorización, denominados como "Hard Computing". Por el contrario, Soft Computing tiene la característica de aproximación y disponibilidad, donde la tolerancia en la imprecisión y la incertidumbre se aprovechan para alcanzar tratabilidad, bajos costes de computación y una comunicación efectiva; es decir un conjunto de técnicas y métodos que permitan tratar las situaciones prácticas reales de la misma forma que suelen hacerlo los seres humanos [236]. En este sentido Soft Computing es una familia de métodos de resolución de problemas cuyos primeros miembros serían el Razonamiento Aproximado y los Métodos de Aproximación Funcional y de Optimización, incluyendo los de búsqueda y en un segundo nivel por sus componentes más importantes, el Razonamiento probabilístico, la Lógica y Conjuntos Difusos, las Redes neuronales y los Algoritmos Genéticos [237], [238]. En los últimos años se ha ido reconociendo la importancia de otras metodologías asociada como los sistemas bioinspirados y otros procedimientos metaheurísticas de búsqueda y optimización, lo cual nos llevaría a considerar a estas como componentes del Soft Computing [239], [240] (Ver figura 2.6). Una cuestión significativa de estas técnicas es que son complementarias, su potencial esta asociado a la cooperación y a la asociación, y en la mayoría de las situaciones lo más eficiente es combinarlas. Por tanto lo usual es encontrar en la literatura y en aplicaciones reales métodos híbridos y podemos decir que la hibridación constituye una de las principales características de la Soft Computing [241].

Soft computing juega un papel primordial en el establecimiento de modelos, en los que tratar este tipo de información, considerando expresiones lingüísticas y medidas cualitativas y en los que encontrar soluciones satisfactorias a problemas complejos, cuando no intratables desde el punto de vista computacional, evitando el desarrollo de modelos que fuerzan a sobre-simplificar la realidad [242], [243]. La teoría de conjuntos difusos ofrece un marco metodológico adecuado para tratar esta clase de incertidumbre, que no es producto del desconocimiento, ni de naturaleza aleatoria, sino de la naturaleza imprecisa de su expresión. A su vez las metaheurísticas son técnicas algorítmicas de propósito general desarrollada para proporcionar

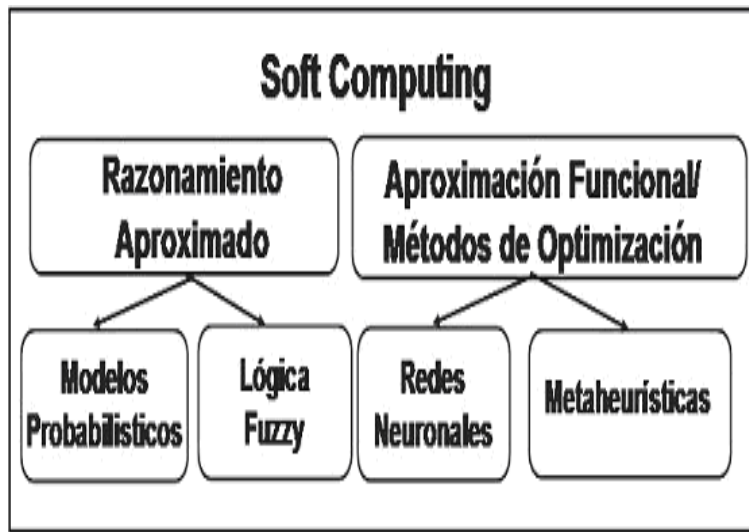


Figura 2.6: Componentes de la Soft Computing

soluciones a problemas de optimización combinatoria. Son capaces de abordar problemas de optimización complejos, incluso con información imprecisa, evaluar alternativas posibles y determinar la solución preferida en un tiempo eficiente, mediante estrategias que integran conocimientos del problema. Las metaheurísticas actúan desde el principio que es mejor satisfacer que optimizar lo cual tiene sentido en el contexto de las definiciones de Soft Computing en contraste con la computación tradicional (hard). Así su uso ha permitido la obtención de soluciones a problemas que no han podido ser resueltos con métodos analíticos tradicionales, utilizando la aproximación en lugar de la optimización. Su inclusión además permite obtener efectos multiplicadores en la hibridación fruto de las sinergias entre estas y las otras componentes de la Soft Computing [239], [240].

Soft Computing forma parte de las bases teóricas y prácticas del área de los Sistemas Inteligentes, aquellas en particular que podemos incluir dentro de los métodos y técnicas de la Computación Inteligente [244]. Todas sus técnicas son esenciales en la concepción, diseño y implementación de sistemas inteligentes [245], incluidos los denominados sistemas híbridos inteligentes [246]. Su contribución al desarrollo de los mismos han permitido no sólo resolver una serie de problemas que antes se consideraban demasiado difíciles, sino también han permitido que un gran número de problemas sean tratados con mayor eficacia. Los avances que han supuesto estas técnicas en la adquisición, representación y procesamiento del conocimiento en múltiples

dominios, han permitido el desarrollo de sistemas inteligentes de bajo coste que tienen funciones adaptativas, autónomas, de soporte a la toma de decisiones, optimización y otras funciones emergentes [247], [248].

Una amplia variedad de técnicas de Soft Computing han sido empleadas para mejorar la efectividad y eficiencia en varios aspectos de la gestión de la cadena de suministro [249]. Las fuentes de datos múltiples y complejas son siempre necesarias para resolver la mayoría de los problemas en la gestión de la cadena de suministro. Las técnicas de Soft Computing son útiles para apoyar la toma de decisiones en gestión de entornos complejos con incertidumbre, así como para dar soporte al diseño e implementación de sistemas inteligentes en este entorno, incluyendo la investigación y el desarrollo en el ámbito de los sistemas inteligentes de transportes [250].

La lógica difusa es una de las técnicas de Soft Computing, que puede hacer frente a la imprecisión de los datos de entrada y el conocimiento del dominio [251]. También puede dar aproximaciones rápidas, sencillas y con frecuencia suficientemente buenas de las soluciones deseadas, para lo cual considera el modelado conjuntos difusos y variables lingüísticas. Así mismo es una técnica dentro del enfoque de Soft Computing que imita la forma en que las personas razonan y toman decisiones [252]. La lógica difusa es utilizada en dos diferentes sentidos, en un sentido vertical como sistema lógico cuya finalidad es formalizar el razonamiento aproximado y que tiene sus raíces en la lógica multivaluada. En un sentido horizontal lógica difusa es sinónimo de Teoría de Conjuntos Difusos (“Fuzzy set Theory”) y de Sistemas y Conjuntos Difusos (“Fuzzy Set and Systems”), las cuales agrupan entre otras, la aritmética difusa, la programación matemática difusa, el análisis de datos difusos, la teoría de grafos difusos, etc. [253]. Todo un conjunto de herramientas que tratan de modelar situaciones del mundo real con incertidumbre [254]. En esta tesis se utilizará la lógica difusa en sentido amplio horizontal, usando con frecuencia los conceptos de Teoría de los Conjuntos Difusos o Sistemas y Conjuntos Difusos.

La Teoría de Conjuntos Difusos ofrece una aproximación metodológica adecuada para tratar los problemas de incertidumbre e imprecisión en los datos y su evaluación. Sobre todo la incertidumbre que no es producto del desconocimiento, ni de naturaleza aleatoria, sino de la naturaleza imprecisa de su expresión. La Teoría de Conjuntos Difusos fue propuesta por L. A. Zaded [230] con la finalidad de poder modelar problemas que los enfoques clásicos resultaban insuficientes o no operativos para tratar la incertidumbre y la imprecisión. Esta teoría generaliza la noción de conjunto, introduciendo

el concepto de conjunto difuso como la forma de representar información con imprecisión e incertidumbre [255], [221]. A continuación, en la siguiente sección describimos algunas nociones básicas de conjuntos difusos.

### 2.4.2. Nociones básicas de Conjuntos Difusos

Un conjunto ordinario puede ser definido, entre otras maneras, usando una función característica sobre un universo, que toma el valor 1 para indicar la pertenencia al conjunto y 0 la no pertenencia. Sin embargo, en muchos casos, la pertenencia de un elemento no es clara cuando los predicados que los definen son imprecisos. Para tratar con ellos, Zadeh [230] introduce el concepto de conjunto difuso dado por una función de pertenencia desde el universo al intervalo real  $[0, 1]$ , donde valores entre 0 y 1 permiten representar grados intermedios de pertenencia.

**Definición 1.1.** *Sea  $A$  un conjunto en el universo  $X$ , la función característica asociada a  $A$ ,  $A(x)$ ,  $x \in X$ , se define como:*

$$A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases} \quad (2.12)$$

La función  $A : X \rightarrow \{0, 1\}$  establece un límite bien definido, sobre los objetos del universo  $X$  que pueden ser asignados al conjunto  $A$ .

En los conjuntos difusos este límite se relaja y admite valores intermedios en la función característica, denominada *función de pertenencia*

**Definición 1.2.** *Un conjunto difuso  $A$  sobre  $X$  está caracterizado por una función de pertenencia  $\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$ , que valora los elementos del dominio, espacio, o universo  $X$  en el intervalo  $[0, 1]$ .*

Así un conjunto difuso  $A$  en  $X$  puede representarse como un conjunto de pares ordenados de un elemento genérico  $x$ ,  $x \in X$  y su grado de pertenencia  $\mu_A$  :

$$A = \{(x, \mu_A(x)) / x \in X, \mu_A \in [0, 1]\}.$$

Dos conjuntos difusos,  $A$  y  $B$  son considerados iguales si:  $\forall x \in X \mu_A(x) = \mu_B(x)$ .

**Definición 1.3.** Dado un conjunto difuso  $A = \{(x, \mu_A(x)) / x \in X, \mu_A \in [0, 1]\}$ , se define el Soporte como el conjunto ordinario,  $Sop(A) = \{x \in X / \mu_A(x) \geq 0\}$ .

**Definición 1.4.** Se denomina Núcleo de un conjunto difuso  $A$ , Núcleo( $A$ ), al conjunto ordinario,  $Núcleo(A) = \{x \in X / \mu_A(x) = 1\}$ .

**Definición 1.5.** Dado un conjunto difuso  $A$  y un número  $\alpha \in [0, 1]$  denominamos  $\alpha$  – corte de  $A$  al conjunto ordinario,  $A_\alpha = \{x \in X / \mu_A(x) \geq \alpha\}$ .

Está claro por la definición, que los conjuntos  $A_\alpha, \alpha \in [0, 1]$  constituyen una sucesión decreciente. Si  $\alpha_1 \geq \alpha_2 \Leftrightarrow A_{\alpha_1} \subseteq A_{\alpha_2}, \alpha_1, \alpha_2 \in [0, 1]$ .

**Teorema 1.6.** (Teorema de Representación) Si  $A$  es un conjunto difuso y  $A_\alpha$  su  $\alpha$  – corte,  $\alpha \in [0, 1]$ , se verifica que:

$$A = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha A_\alpha$$

Tomando esta notación formal como la igualdad entre las funciones de pertenencia de ambos conjuntos. Si  $\mu_{A_\alpha}(x)$  denota la función característica de  $A_\alpha$ , un caso particular de función de pertenencia:

$$\mu_{A_\alpha}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A_\alpha \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.13)$$

La función de pertenencia del conjunto difuso  $A$  puede ser expresada en términos de la función característica de sus  $\alpha$  – cortes, de acuerdo a la fórmula:  $\mu_A(x) = \sup_{\alpha \in [0,1]} \min(\alpha, \mu_{A_\alpha}(x))$ .

**Definición 1.7.** (Principio de Extensión) Sea  $X$  el producto cartesiano de los universos  $X_1, \dots, X_r$  y sean  $A_1, \dots, A_r$  conjuntos difusos en  $X_1, \dots, X_r$  respectivamente. Sea  $f$  una función definida desde el universo  $X$  al universo  $Y$ , donde  $y = f(x_1, \dots, x_r)$ . El principio de Extensión permite definir

un conjunto difuso  $B$  en  $Y$ , a partir de los conjuntos difusos  $A_1, \dots, A_r$  representando su imagen a partir de la función  $f$ , de acuerdo a la siguiente expresión:

$$B = \{(y, \mu_B(y)) / y = f(x_1, \dots, x_r), (x_1, \dots, x_r) \in X\}$$

donde

$$\mu_B(y) = \begin{cases} \sup_{(x_1, \dots, x_r) \in f^{-1}(y)} \min \mu_{A_1}(x_1), \dots, \mu_{A_r}(x_r), & \text{si } f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.14)$$

Para  $r=1$  el Principio de Extensión se reduce a:  $B = f(A) = \{(y, \mu_B(y)) / y = f(x), x \in X\}$ , donde

$$\mu_B(y) = \begin{cases} \sup_{x \in f^{-1}(y)} \mu_A(x) & \text{si } f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.15)$$

**Definición 1.8.** Un conjunto difuso es convexo si sus  $\alpha$  – cortes son convexos.

Una definición equivalente de convexidad es que  $A$  es convexo si  $\forall x_1, x_2 \in X, \forall \lambda \in [0, 1], \mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2))$ .

**Definición 1.9.** La altura de un conjunto difuso  $A$  es definida y se denota por  $alt(A) = \sup_{x \in X} \mu_A(x)$ .

**Definición 1.10.** Un conjunto difuso  $A$  se dice es está normalizado si  $\exists x \in X$  en el cual  $\sup_{x \in X} \mu_A(x) = 1$ .

**Definición 1.11.** Se dice que un conjunto difuso  $A$  tiene moda si  $\exists x_0 \in \mathbb{R}$  tal que  $\mu_A(x_0) = 1$ . El valor  $x_0$  se denomina su moda.

Una cantidad vaga e imprecisa puede ser modelada haciendo uso del concepto de número difuso. Un número difuso es un conjunto difuso definido sobre los números reales,  $\mathbb{R}$ , es decir  $A : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ .

**Definición 1.12.** Un número difuso  $A$  es un conjunto difuso sobre la recta real  $\mu_A$ , convexo, normalizado, tiene una moda y  $\mu_A$  es continua a trozos [256].

Otra definición propuesta por Dubois and Prade es un conjunto difuso cuyos  $\alpha$  – cortes son intervalos cerrados y acotados, con soporte compacto y moda única [257].

Cualquier número difuso está así caracterizado por una función de pertenencia  $A : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$  y cualquier función como la anterior es un número difuso donde  $\forall x \in \mathbb{R}, \mu_A(x)$  es el grado de pertenencia de  $x$  al número difuso  $A$ . Si denotamos  $\mathfrak{F}(\mathbb{R})$  el conjunto de funciones de pertenencia sobre  $\mathbb{R}$ , cuando hablamos de números difusos podemos referirnos tanto a los elementos  $A \in \mathfrak{F}(\mathbb{R})$  como a  $\mu_A(x) \in \mathfrak{F}(\mathbb{R})$ .

Un número difuso  $A$  se dice que es del tipo  $\mathcal{L} - \mathcal{R}$ , si y solo si su función de pertenencia  $\mu_A$  es de la forma:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \mathcal{L} \left[ \frac{(m-x)}{\alpha} \right] & \text{para } x \leq m, \alpha > 0 \\ \mathcal{R} \left[ \frac{(x-m)}{\beta} \right] & \text{para } x \geq m, \beta > 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

donde  $m$  es la moda de  $A$  y  $\alpha(\beta)$  es la holgura sobre la izquierda (derecha),  $\mathcal{L}$  y  $\mathcal{R}$  representan una función sobre la izquierda o la derecha de  $m$ ,  $\mathcal{L}$  es no decreciente y  $\mathcal{R}$  es no creciente. Un número  $A$  se puede denotar abreviadamente por  $A = (m - \alpha, m, m + \beta)_{\mathcal{L}\mathcal{R}}$

**Definición 1.13.** Un número difuso trapezoidal es un número difuso tal que:  $\exists(m_1, m_2) \in \mathfrak{R}, m_1 \leq m_2$  y  $\mu_A(x) = 1, \forall x \in [m_1, m_2]$ .

Un número difuso trapezoidal puede ser modelado como un intervalo difuso. Un número difuso trapezoidal de tipo  $\mathcal{L} - \mathcal{R}$  es definido como:



$$\mu_A(x) = \begin{cases} \mathcal{L} \left[ \frac{(m_1 - x)}{\alpha} \right] & \text{para } x \leq m_1, \alpha > 0 \\ \mathcal{R} \left[ \frac{(x - m_2)}{\beta} \right] & \text{para } x \geq m_2, \beta > 0 \\ 1 & \text{para } m_1 \leq x \leq m_2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.17)$$

que será denotado por  $(m_1 - \alpha, m_2, m_2 + \beta)$  Está claro que dependiendo de las funciones  $\mathcal{L}$  y  $\mathcal{R}$ , obtendremos diferentes tipos de números difuso. Consideraremos en general números difusos trapezoidales lineales y normalizados cuyas funciones de pertenencia serán

$$\forall v \in \mathfrak{R}, \mu_{u_j^f}(v) = \begin{cases} \left[ \frac{(v - r_j)}{(\bar{u}_j - r_j)} \right] & \text{si } r_j \leq v \leq v\bar{u}_j \\ \left[ \frac{(R_j - v)}{(R_j - \underline{u}_j)} \right] & \text{si } \underline{u}_j \leq v \leq R_j \\ 1 & \bar{u}_j \leq v \leq \underline{u}_j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.18)$$

es decir la función de pertenencia de un número difuso, que será denotado por  $u_j^f = (r_j, \bar{u}_j, \underline{u}_j, R_j)$

También es frecuente utilizar números difusos expresados como combinaciones lineales  $y^f = \sum_j u_j^f x_j$  con  $x_j \in R, j = 1, \dots, n$ .

Proposición 1.14. Si  $y^f = \sum_j u_j^f x_j = u^f x$  es una expresión lineal en la cual los  $u_j^f, j = 1, \dots, n$  son números difusos lineales con funciones de pertenencia dado por  $u_j^f = (r_j, \bar{u}_j, \underline{u}_j, R_j)$  y  $x_j \geq 0, j = 1, \dots, n$  entonces la función de pertenencia de  $y^f$  es:

$$\mu(z) = \begin{cases} \frac{(z - rx)}{(\bar{u}x - rx)} & \text{si } x \geq 0 \text{ y } rx \leq x \leq \bar{u}x \\ \frac{(Rx - z)}{(Rx - \underline{u}x)} & \text{si } x \geq 0 \text{ y } \underline{u}x \leq z \leq Rx \\ 1 & \bar{u}x \leq z \leq \underline{u}x \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.19)$$

donde  $r = (r_1, \dots, r_n)$ ,  $\underline{u} = (\underline{u}_1, \dots, \underline{u}_n)$ ,  $\bar{u} = (\bar{u}_1, \dots, \bar{u}_n)$  y  $R = (R_1, \dots, R_n)$ .

El modelo más simple de número difuso con un soporte y moda dados es el de un número triangular difuso. Un número difuso triangular  $t^f$  con soporte  $[t_1, t_3]$  (el conjunto de valores posibles) y moda  $t_2 \in [t_1, t_3]$  (el valor más plausible) que se denota por  $t^f = Tr(t_1, t_2, t_3)$ , tiene la siguiente función de pertenencia:

$$\mu_t(x) = \begin{cases} 0 & x < t_1 \\ \frac{x - t_1}{t_2 - t_1} & t_1 \leq x \leq t_2 \\ \frac{x - t_3}{t_2 - t_3} & t_2 \leq x \leq t_3 \\ 0 & t_3 < x \end{cases} \quad (2.20)$$

En este trabajo usamos números difusos triangulares para modelar la imprecisión en algunos parámetros del problema. Los decisores pueden fácilmente estimar subjetivamente, utilizando su experiencia, intuición o el conocimiento disponible, utilizando los números triangulares  $Tr(t_{min}, t_{mod}, t_{max})$  asignando los intervalos  $[t_{min}, t_{max}]$  de los límites razonables del parámetro y el valor  $a_{mod}$  más razonable que otros.

Los operadores aritméticos usuales para números reales se extienden a números difusos por el *Principio de Extensión*. Así por ejemplo, la suma de dos números triangulares  $\tilde{u} = Tr(u_1, u_2, u_3)$  y  $\tilde{v} = Tr(v_1, v_2, v_3)$  es un número triangular y el mínimo ( $\wedge$ ) de dos números triangulares se aproxima por números triangulares:

$$Tr(u_1, u_2, u_3) + Tr(v_1, v_2, v_3) = Tr(u_1 + v_1, u_2 + v_2, u_3 + v_3), \quad (2.21)$$

$$Tr(u_1, u_2, u_3) \wedge Tr(v_1, v_2, v_3) = Tr(u_1 \wedge v_1, u_2 \wedge v_2, u_3 \wedge v_3). \quad (2.22)$$

### 2.4.3. Comparación de números difusos

En la resolución de problemas de optimización surge la necesidad de ordenar y comparar cantidades difusas. Existen múltiples técnicas disponibles para la ordenación y comparación de números difusos [258]. Podemos clasificar estas técnicas en dos métodos generales para comparar y ordenar números difusos:

- **Los métodos basados en la definición de una función ordenadora.** Los cuales, si consideramos dos números difusos  $A, B \in \mathfrak{S}(\mathbb{R})$ , un simple método para comparar estas cantidades es la definición de una función  $g : \mathfrak{S}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ . Si se conoce la función  $g$ , entonces

$$g(A) \leq g(B) \Leftrightarrow A \text{ es menor que } B \quad (2.23)$$

$$g(A) \geq g(B) \Leftrightarrow A \text{ es mayor que } B \quad (2.24)$$

$$g(A) = g(B) \Leftrightarrow A \text{ es igual que } B \quad (2.25)$$

$g$  es normalmente llamada un función ordenadora lineal si

$$1) \forall A, B \in \mathfrak{S}(\mathbb{R}), g(A + B) = g(A) + g(B)$$

$$2) \forall r \in \mathbb{R}, r \geq 0, g(rA) = rg(A), \forall A \in \mathfrak{S}(\mathbb{R})$$

- **Los métodos de comparación de alternativas.** Estos métodos consisten en la obtención del conjunto difuso de las alternativas optimales:

$O^f = i, \mu_{O^f}(i), \mu_{O^f}(i) = \mu_{O^f}(A^i), A^i \in \mathfrak{S}(\mathbb{R})$  donde  $\mu_{O^f}(i)$  representa el grado en el cual la  $i$ -alternativa puede ser considerada la mejor.

Durante el desarrollo de algunas aplicaciones, aplicando programación lineal difusa, en capítulos posteriores utilizaremos dos métodos de comparación contrastados en la literatura y que son apropiados para los problemas tratados: el tercer índice de Yager y el grado de posibilidad de dominancia de Dubois y Prade. El primero, *tercer índice de Yager*, correspondiente a los métodos basados en la definición de una función ordenadora, utiliza una función ordenadora  $f$  que permite establecer que  $\tilde{u}_1 \leq \tilde{u}_2$  cuando  $f(\tilde{u}_1) \leq f(\tilde{u}_2)$ ; el segundo, el *grado de posibilidad de dominancia* (índices de Dubois y Prade), correspondiente a los métodos

basados en una relación de preferencia, que describe la posición relativa de dos números difusos, donde  $\tilde{u} \leq \tilde{v}$  si  $Pos(\tilde{u} \leq \tilde{v}) \geq Pos(\tilde{u} \geq \tilde{v})$ . Aplicando estos métodos a números difusos triangulares se obtienen los siguientes resultados:

$$\tilde{u} \leq_Y \tilde{v} \quad \text{si} \quad u_1 + 2u_2 + u_3 \leq v_1 + 2v_2 + v_3 \quad (2.26)$$

$$\tilde{u} \leq_{DP} \tilde{v} \quad \text{si} \quad \frac{v_3 - u_1}{v_3 - v_2 + u_2 - u_1} \geq \frac{u_3 - v_1}{u_3 - u_2 + v_2 - v_1} \quad (2.27)$$

Otras medidas que se pueden utilizar para comparar cantidades difusas vienen dadas por las definiciones de Posibilidad, Necesidad y Credibilidad. La Teoría de la Posibilidad fué propuesta por Zadeh [228], y desarrollada por otros investigadores entre ellos Dubois and Prade [227] o Nahmias [259], de los cuales obtenemos las siguientes definiciones:

Si  $\tilde{t}$  es un número difuso y  $b$  es una cota superior entonces, la Posibilidad es definida como:

$$Pos(\tilde{t} \leq b) = \sup_{x \leq b} \mu_i(x)$$

y la Necesidad es:

$$Nec(\tilde{t} \leq b) = 1 - Pos(\tilde{t} \geq b) = 1 - \sup_{x > b} \mu_i(x)$$

donde  $\mu_i$  es la función de pertenencia de  $\tilde{t}$

Si  $\tilde{t} = Tr(a_1, a_2, a_3)$  es un número triangular difuso entonces:

$$Pos(\xi \leq x) = \begin{cases} 1 & a_2 < x \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 0 & x < a_1 \end{cases} \quad (2.28)$$

$$Nec(\xi \leq x) = \begin{cases} 1 & a_3 < x \\ \frac{x - a_3}{a_2 - a_3} & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & x < a_2 \end{cases} \quad (2.29)$$

*Pos* mide el mejor caso mientras *Nec* mide el peor caso entonces la Posibilidad representa la actitud más optimista hacia la ocurrencia de los eventos y la Necesidad presenta la actitud más pesimista. Se pueden considerar combinaciones de ambas. Entre ellas se define the credibility measure defined by  $Cr(.) = (Pos(.) + Nec(.))/2$ . En el caso de números triangulares  $\tilde{t} = Tr(a_1, a_2, a_3)$  obtenemos la siguiente función:

$$Nec(\xi \leq x) = \begin{cases} 1 & a_3 < x \\ \frac{x - 2a_3 + a_2}{2(a_2 - a_3)} & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{x - a_1}{2(a_2 - a_1)} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 0 & x < a_1 \end{cases} \quad (2.30)$$

#### 2.4.4. Métodos de Optimización Difusa

Esta sección de la tesis trata de dar una visión general de la aproximación utilizada para abordar los problemas de planificación de rutas de distribución dada la naturaleza y formulación de dicho problema, la Optimización Difusa (Programación Lineal Difusa). Este enfoque es una de las principales aproximaciones para la optimización con incertidumbre. A partir de los conceptos básicos de problema de optimización, introducimos el problema de optimización difusa y los diferentes modelos en los que se puede clasificar. La noción de factibilidad difusa en el modelo que introducimos, contempla que no es necesario que una solución fuzzy satisfaga completamente y de forma precisa las restricciones por ejemplo en el VRP que cubra totalmente la demanda, o la capacidad del vehículo. De otra manera, se introducen inecuaciones difusas, que definen el conjunto de soluciones que cumplen dicha inecuación y pueden ser expresadas por funciones de pertenencia que determinan el criterio de decisión con cierto grado de aceptación de soluciones factibles. También se introducen los modelos con información difusa en los parámetros, lo cual supone la operativa con números difusos. Es importante tener en cuenta dos cuestiones cuando utilizamos la teoría de los conjuntos difusos en optimización, la elección de las funciones de pertenencia, que definen los conjuntos de soluciones factibles o las cantidades difusas expresadas en términos de números difusos y otra la elección del método

de comparación, las funciones ordenadoras, de números difusos. En ambos casos existen diversas maneras de definir las funciones y su elección se tiene que realizar acorde al buen comportamiento teórico y a las características del problema, de los datos y de la toma de decisiones. En el primer caso en nuestros problemas de optimización de rutas, nos interesa aquellas funciones de pertenencia que nos ayuden a encontrar una formulación de los problemas más simple y que al mismo tiempo que permitan que los modelos mantengan sus características lineales, para su resolución mediante métodos conocidos.

Optimización [260] es un área de investigación y de desarrollo tecnológico que estudia los procesos de encontrar mejores soluciones, es decir como encontrar entradas de una función que minimice o maximice su valor, en muchos casos sujeta a restricciones. La optimización combinatoria [261] es una rama de la optimización con sus fundamentos en matemáticas aplicadas, ciencias de la computación e investigación operativa que trata problemas cuyas soluciones son discretas. La optimización combinatoria puede definirse como el proceso de diseñar e implementar algoritmos para resolver una gran variedad de problemas de optimización.

El concepto de optimización está íntimamente ligado a los problemas de toma de decisiones y por tanto a la Inteligencia Artificial. En el mundo real podemos encontrar muchas situaciones y problemas teóricos y prácticos que son necesarios optimizar. Así es usual que para tomar decisiones sea necesario encontrar la mejor opción posible entre las diversas soluciones que pueden presentar los problemas. Un problema se dice de optimización si se pueden obtener diversas soluciones, existe un criterio que permite evaluar y discriminar entre ellas y el objetivo es encontrar la mejor. Con mayor precisión podemos decir que se trata de encontrar los valores de unas variables de decisión, los cuales están sujetos a ciertas restricciones, en los que una determinada función objetivo alcance su mejor valor posible (máximo o mínimo). Un *problema de optimización* puede ser descrito como la búsqueda de valores específicos factibles de las *variables de decisión* tal que la *función objetivo* identificada alcanza valores óptimos. Los valores de las variables están sujetos a unas *restricciones* establecidas y se dicen factibles si las verifican. La optimización combinatoria estudia el modelado y solución algorítmica de problemas donde se busca maximizar o minimizar una función objetivo sobre un conjunto finito de soluciones, donde variables del problema están definidas sobre un conjunto discreto.

Un problema de optimización  $P$  viene dado por el conjunto  $A$  de soluciones posibles del problema y una función  $f$  definida en  $A$  que evalúa

cada una de las soluciones:

$$P \approx \text{Opt} f(x) : x \in A$$

El conjunto  $A$  y la función  $f$  pueden ser de cualquier tipo. Si el conjunto  $A$  es discreto se trata de un problema combinatorio y en caso contrario es continuo. Si el objetivo del problema se puede formalizar a través de una función real unidimensional  $f$  o la comparación de las valoraciones de las soluciones del problema admiten un orden total que representamos en todo caso por  $\geq$  para expresar la preferencia, el problema se resuelve encontrando soluciones  $x^* \in A$  tales que  $f(x^*) \geq f(x), \forall x \in A$ , denominadas soluciones óptimas. Si el objetivo sólo admite un orden parcial denotado  $>$  entre las valoraciones de las soluciones dadas por la función  $f$ , el problema de optimización se resuelve encontrando soluciones  $x^* \in A$  para las que no exista otra solución  $x \in A$  tal que  $f(x) > f(x^*)$  denominadas soluciones optimales. Este es el caso de las funciones reales multidimensionales  $f = (f_1, f_2, \dots, f_m)$  donde el orden parcial se establece por:  $a = (a_1, a_2, \dots, a_m) > b = (b_1, b_2, \dots, b_m)$  si y solo si  $a_i \geq b_i$  para cada  $i$  y  $a \neq b$ . En este contexto las soluciones optimales se denominan óptimas de Pareto.

Las soluciones posibles del problema se determinan estableciendo valores a una serie de características, variables de decisión, dentro de un determinado universo. Las soluciones del conjunto  $A$  corresponden a las asignaciones de valores a estas variables que verifican una serie de condiciones se podrán expresar conjuntamente de la forma  $g(x) \leq 0$ , siendo  $g$  una función real posiblemente multidimensional. Por tanto, el problema de optimización se puede describir en general por:

$$P \approx \text{Maximizar } f(x) : g(x) \leq 0.$$

El problema  $P$  es lineal si tanto la función objetivo  $f$  como las restricciones  $g$  son expresiones lineales; entonces  $P$  se puede expresar por:

$$PL \approx \text{Maximizar } cx : Ax \leq 0.$$

Los métodos de optimización son herramientas de ayuda en la toma de decisiones que permite elegir la mejor estrategia para alcanzar un objetivo.

Para esto es necesario modelar como problema de optimización el entorno en el que se produce esa toma de decisión. Existen muchos problemas de decisión y optimización en las que el decisor no dispone de toda la información precisa y completa para resolverlos. Para abordar este tipo de problemas es necesario encontrar enfoques que nos permitan tratar la incertidumbre. Este problema de optimización puede involucrar parámetros cuyo valor no es conocido exactamente o de forma precisa en el momento de decidir. Los métodos de optimización desde su origen han encontrado un amplio ámbito de aplicación en los problemas asociados a la planificación del transporte y es reconocido que estos problemas para su modelado y resolución conllevan asociados un alto grado de incertidumbre. Como hemos visto en la sección anterior existen múltiples enfoques para el tratamiento de la incertidumbre. Aplicando muchos de estos enfoques han surgido diferentes métodos para abordar la optimización bajo incertidumbre [262]. Los principales enfoques metodológicos de optimización bajo incertidumbre son:

- Optimización estocástica. En estos métodos se considera que aparece algún elemento estocástico, es decir alguno de los datos que aparecen en la formulación son desconocidos, pero se conoce o se puede estimar una distribución de probabilidad [263]. Dentro de la optimización estocástica los métodos más usuales son: la optimización con recursos o optimización en dos etapas, los modelos multietápicos o optimización dinámica estocástica, modelos robustos y los modelos probabilísticos o restricciones de azar [264].
- Optimización difusa en este caso el decisor expresa, conoce o formula los datos del problema de forma imprecisa, usualmente en términos de etiquetas lingüísticas o predicados vagos tratados como conjuntos difusos y representados mediante funciones de pertenencia. Este es el enfoque que utilizamos en la Tesis y que desarrollaremos a continuación en mayor detalle [265], [266]. Otros enfoques difusos es la denominada optimización posibilista, en las que en vez de funciones de pertenencia para representar las cantidades difusas se utiliza una distribución de posibilidad para representar los valores difusos [267].

La teoría de conjuntos difusos nos ofrece una aproximación metodológica adecuada en los que tratar la incertidumbre producto de la naturaleza imprecisa de la información y las decisiones a abordar. Si existe imprecisión en alguna de las componentes de la formulación del problema de optimización y la podemos expresar con términos difusos estamos ante un problema de



optimización difusa. Bellman and Zadeh en 1970 [268] introducen las bases de los problemas de Optimización Difusa, donde objetivos y restricciones pueden estar definidos de manera imprecisa y caracterizados mediante funciones de pertenencia como conjuntos difusos. Esta aproximación exige que la formulación y resolución de problemas sean tratadas de forma adecuada haciendo uso de la representación de números difusos y de sus operaciones.

Entre todos los problemas de optimización, los modelos que han recibido más atención son los modelos de Programación Lineal (PL), caracterizados porque los objetivos y las funciones utilizadas en las restricciones son funciones lineales de las variables de decisión. La formulación más general del problema PL es:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & z = cx \\ \text{sujeto a} & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{array} \quad (2.31)$$

El vector  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  representa las variables de decisión. El objetivo es  $z$  y el vector de coste es  $c = (c_1, c_2, \dots, c_n) \in \mathbb{R}^n$ . La matriz  $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times m}$  es la matriz tecnológica y el vector  $b = (b_1, b_2, \dots, b_m) \in \mathbb{R}^m$  es el vector de términos independientes o términos de la derecha de las restricciones.

Los problemas generales de PL en los que algunas de sus componentes son difusas, se denominan problemas de Programación Lineal Difusa (PLD). Los posibles modelos de PLD se clasifican de acuerdo a qué elementos presentan imprecisión o son difusos. Utilizando como base la clasificación y los modelos propuestos en [269], distinguimos los siguientes modelos básicos:

1. Modelos con restricciones difusas o el conjunto factible difuso.
2. Modelos con metas difusas.
3. Modelos coeficientes difusos en la función objetivo o costes difusos.
4. Modelos con coeficientes difusos en las restricciones.

Además, existen problemas mixtos que combinan varios de estos modelos.

En la literatura podemos encontrar descripciones de estos modelos, así como distintas versiones para resolver diversos problemas [270]. La mayoría de los propuestos solo tiene algún elemento difusos en el modelo. A continuación vamos a describir de forma sintética cada uno de estos modelos.

#### 2.4.4.1. Modelos con restricciones difusas

En este modelo el cumplimiento de las restricciones es flexible, no se cumplen exactamente o estrictamente y podemos tolerar un cierto nivel de incumplimiento de algunas de las mismas. Por tanto haciendo uso de los conjuntos y sistemas difusos, el conjunto o región factible puede expresarse como un conjunto difuso y en consecuencia, definido mediante una función de pertenencia  $\mu : \mathbb{R}^n \rightarrow [0, 1]$ . En tal situación, para cada restricción se considera una cantidad deseable  $b$ , pero se acepta la posibilidad de que sea mayor hasta un máximo  $b + \tau$ , donde  $\tau$  es denominado el *nivel de tolerancia*. Se puede representar este modelo de PL como:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & z = cx \\ \text{sujeto a} & Ax \leq_f b \\ & x \geq 0 \end{array} \quad (2.32)$$

donde el símbolo  $\leq_f$  indica la imprecisión de las restricciones y donde cada restricción difusa  $a_i x \leq_f b_i$  viene especificada por una función de pertenencia de la forma:

$$\mu_i(a_i x) = \begin{cases} 1 & \text{si } a_i x < b_i \\ f_i(a_i x) & \text{si } b_i \leq a_i x \leq b_i + \tau_i \\ 0 & \text{si } b_i + \tau_i \leq a_i x \end{cases} \quad (2.33)$$

que significa que para cada restricción  $i$ , dado el nivel de tolerancia  $\tau_i$ , para cada  $x$  (vector  $n$ -dimensional) se define un  $\mu_i(x) \in [0, 1]$  denominado grado de cumplimiento (o verificación) de la restricción  $i$ . Donde las funciones  $f_i$  son funciones continuas y monótonas no decrecientes. En particular, Verdegay [271] utilizando el Teorema de Representación de conjuntos difusos, demuestra que las soluciones en el caso de  $f_i$  lineales se pueden obtener del siguiente modelo auxiliar:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & z = cx \\ \text{sujeto a} & Ax \leq b + \tau(1 - \alpha) \\ & x \geq 0, \alpha \in [0, 1] \end{array} \quad (2.34)$$

siendo  $\tau = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m)$ .

Si denotamos  $X(\alpha) = \{x \in \mathbb{R}^n / Ax \leq b + \tau(1 - \alpha)\}$  los  $\alpha$ -cortes del

*conjunto de soluciones factibles*, el correspondiente  $\alpha$ -corte del conjunto de soluciones óptimas es  $S(\alpha) = \{x \in \mathbb{R}^n / z(x) = cx, x \in X(\alpha)\}$ . Note que dado ciertos valores de tolerancia para las restricciones, para cada valor de  $\alpha$  podemos obtener un conjunto factible de soluciones. En particular, para un cierto conjunto de soluciones factibles podemos tener un cierto conjunto de soluciones óptimas, donde podemos buscar la mejor solución  $z^*(\alpha) = \min z(x), x \in S(\alpha)$ . De otra manera, para cada  $\alpha$ , obtenemos un nuevo problema clásico, sobre el cual podemos obtener una nueva solución óptima. El resultado final para el decisor es un rango de soluciones óptimas variando en  $\alpha$ . Este resultado es consistente con la naturaleza difusa del problema.

#### 2.4.4.2. Modelos con metas difusas

Un problema de optimización con metas difusas es aquel en el que fijado un valor  $c_0$ , llamado meta, que indica en el problema de maximizar (minimizar), lo que el decisor espera alcanzar como mínimo (o máximo) valor para la función objetivo. Es decir, el conjunto meta es  $[c_0, \infty]$  y  $[-\infty, c_0]$  para maximizar y minimizar respectivamente. Un modelo de PLD con meta difusa es aquel cuyo conjunto meta es difuso, es decir, que admite que el valor de la función objetivo sea impreciso o flexible, ligeramente inferior a la meta mínima cuando se trata de un problema de maximizar, y análogamente ligeramente superior a la meta máxima para el de minimizar. El modelo correspondiente puede formularse de la siguiente manera:

$$\begin{array}{ll} \widetilde{\text{Maximizar}} & z = cx \\ \text{sujeto a} & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{array} \quad (2.35)$$

Si  $\tau_0$  es la cantidad máxima en que la función objetivo debe ser inferior a la meta mínima  $c_0$ , entonces cada vector  $x$  tiene asociado un número  $\mu_0(x)$ , que representa el grado en que el decisor considera será una meta alcanzada, definido mediante la función siguiente:

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } cx \geq c_0 \\ f_0(cx) & \text{si } c_0 - \tau_0 \leq cx \leq c_0 \\ 0 & \text{si } cx \leq c_0 - \tau_0 \end{cases} \quad (2.36)$$

donde  $f_0$  es una función continua monótona no decreciente.

Un modelo operativo que proporciona soluciones satisfactorias propuesto por Zimmermann puede ser encontrado en [272]. Esta aproximación presenta algunas dificultades las cuales han sido resueltas en [273]. Utilizando este procedimiento, encontramos una solución al modelo 2.35 con un modelo auxiliar que transforma su función objetivo y añade un nuevo conjunto de restricciones como sigue:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximizar} & \alpha \\
 \text{sujeto a} & cx \geq c_0 - t_0(1 - \alpha) \\
 & Ax \leq b \\
 & x \geq 0
 \end{array} \tag{2.37}$$

#### 2.4.4.3. Modelos con costes difusos

Estos modelos son aquellos cuyos costos o utilidades se conocen vagamente, con imprecisión, es decir el decisor no tiene un conocimiento exacto de los mismos. Por tanto, podemos representar los costes mediante un vector de números difusos  $m$ - dimensional  $c^f = (c_1^f, c_1^f, \dots, c_1^f)$  y el modelo correspondiente, como sigue:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximizar} & z = c^f x \\
 \text{sujeto a} & Ax \leq b \\
 & x \geq 0
 \end{array} \tag{2.38}$$

Evidentemente,  $z$  es también un número difuso, pero  $x$  puede ser un vector de números difusos o no. Cada costo difuso es descrito por su correspondiente función de pertenencia  $\mu_i(x)$ . Cada coeficiente  $c_j^f$  de la función objetivo es un número difuso plano del tipo  $\mathcal{L}-\mathcal{R}$  con intervalo modal  $[\underline{c}_j, \bar{c}_j]$  y funciones de pertenencia  $g_j$  y  $h_j$  usualmente consideradas lineales. Delgado y otros [274], [275] prueban que la solución al modelo 2.38 se puede obtener a partir del modelo multiobjetivo paramétrico auxiliar:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximizar} & z = [c^1 x, c^2 x, \dots, c^{2^n} x] \\
 \text{sujeto a} & Ax \leq b \\
 & x \geq 0, \alpha \in [0, 1], c_j^k \in \{g_j^{-1}(1 - \alpha), h_j^{-1}(1 - \alpha)\} \\
 & k = 1, \dots, 2^n, j = 1, \dots, n
 \end{array} \tag{2.39}$$

También, dado que obviamente  $z$  en el modelo 2.38, es un número

difuso y cada función de costes es definida por su correspondiente función de pertenencia. Este modelo 2.38 puede ser transformado en un simple modelo auxiliar mediante la aproximación propuesta en [276] [269]. Esta aproximación por el uso de una función de ordenación  $g$  de números difusos, relación de comparación entre números difusos generalmente denotada por  $\leq_g$ ), que facilita minimizar la función objetivo, transforma este modelo difuso en un simple modelo auxiliar:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & z = g(c^f x) \\ \text{sujeto a} & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{array} \quad (2.40)$$

Por tanto para cada solución factible, existe un número difuso el cual es obtenido de la función objetivo difusa. En orden a obtener la solución optimal y el correspondiente valor difuso de la función objetivo, podemos considerar algún método de ordenación de los números difusos obtenidos desde la función objetivo. Así de acuerdo a la función ordenadora  $g$  utilizada, diferentes modelos auxiliares para resolver 2.40 pueden ser obtenidos.

#### 2.4.4.4. Modelos con coeficientes difusos en las restricciones

Se considera un problema con coeficientes en la matrix tecnológica y en los coeficientes del lado derecho de la restricción representados por números difusos. Un problema de Programación Lineal Difusa formulado de la siguiente forma:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & z = cx \\ \text{sujeto a} & A^f x \leq_f b^f \\ & x \geq 0 \end{array} \quad (2.41)$$

Es obvio que las restricciones entre números difusos son difusas y también las incluimos en el modelo. En este modelo queremos obtener un solución difusa, más que precisa a partir del conjunto de soluciones factibles difusas que definen las restricciones difusas. Pore ello suponemos que la violación de las restricciones admiten un valor de nivel máximo  $\tau^f$ , el cual también es una cantidad difusa acorde con la naturaleza de los coeficientes que forman parte de la restricción. Delgado y otros [277] proponen un método general

que también resuelve este modelo, sustituyendo el conjunto de restricciones en 2.41 por un conjunto difuso convexo, obteniéndose un nuevo modelo como sigue:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & z = cx \\ \text{sujeto a} & a_i^f x \leq_g b_i^f + \tau_i^f (1 - \alpha), i = 1, \dots, m \\ & x \geq 0, \alpha \in [0, 1] \end{array} \quad (2.42)$$

donde el símbolo  $\leq_g$  establece una relación de comparación entre números difusos. Campos y Verdegay [276] proponen considerar soluciones difusas para este modelo aplicando una de las funciones ordenadoras  $g$  que permiten comparar los valores difusos de las restricciones.

#### 2.4.4.5. Modelo general de Programación Lineal Difusa

Un modelo general PLD es presentado en [277], [278], [265], en el cual todos los elementos del problema son difusos. Desde este modelo general es posible derivar cada uno de los casos particulares del PLD vistos anteriormente. Este modelo general de programación lineal difusa se formula como sigue:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & z = c^f x \\ \text{sujeto a} & a_i^f x \leq_f b_i^f, i = 1, \dots, m \\ & x \geq 0, \alpha \in [0, 1] \end{array} \quad (2.43)$$

donde los elementos difusos son dados por:

- Para cada coste  $\exists \mu_j \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$  tal que  $\mu_j : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , los cuales definen el vector de costes difusos.
- Para cada fila  $\exists \mu_i \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$  tal que  $\mu_i : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , lo cual define los números difusos del lado derecho de las restricciones.
- Para cada  $i = 1, 2, \dots, m$  y  $j = 1, 2, \dots, n$ ,  $\exists \mu_{ij} \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$  tal que  $\mu_{ij} : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ , los cuales definen los números difusos en la matriz tecnológica.
- Para cada fila  $\exists \mu^i \in \mathcal{F}(\mathcal{F}(\mathbb{R}))$  tal que  $\mu^i : \mathcal{F}(\mathbb{R}) \rightarrow [0, 1]$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , los cuales proporcionan el grado de cumplimiento para los números difusos  $a_{i1}^f x_1 + a_{i2}^f x_2 + \dots + a_{in}^f x_n$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , con respecto a

la  $i$ -ésima restricción, que es la adecuación entre estos números difusos y el correspondiente  $b_i^f$  con respecto a la  $i$ -ésima restricción.

Un método para resolver este modelo general fue propuesto por Cadenas y Verdegay [279], el cual define una solución que consiste en sustituir el conjunto de restricciones de (2.43) por un conjunto convexo difuso a través de una función ordenadora como un mecanismo de comparación de números difusos.

Sea  $g$  una función ordenadora lineal de números difusos y la función  $\psi : \mathcal{F}(\mathbb{R}) \times \mathcal{F}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{F}(\mathbb{R})$  tal que:

$$\psi(a_i^f x, b_i^f) = \begin{cases} \tau_i^f & \text{si } a_i^f x \leq_g b_i^f \\ \tau_i^f \ominus a_i^f x \oplus b_i^f & \text{si } b_i^f \leq_g a_i^f x \leq_g b_i^f \oplus \tau_i^f \\ 0 & \text{si } a_i^f x \leq_g b_i^f \oplus \tau_i^f \end{cases} \quad (12)$$

donde  $\tau_i^f \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$  es un número difuso tal que su soporte está incluido en  $\mathfrak{R}^+$ , y  $\leq_g$  es una relación que mide el que  $A \leq_g B$ ,  $\forall A, B \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$ , y  $\ominus$  y  $\oplus$  son las operaciones usuales entre números difusos.

Así la función de pertenencia asociada con la restricción difusa  $a_i^f x \leq_f b_i^f$  con  $\tau_i^f$  un número difuso dando el máximo de violación de la  $i$ -ésima restricción es la siguiente:

$$\mu^i : \mathcal{F}(\mathbb{R}) \rightarrow [0, 1] / \mu^i(a_i^f x, b_i^f) = \frac{g(\psi(a_i^f x, b_i^f))}{g(\tau_i^f)} \quad (2.44)$$

donde  $g$  es una función ordenador lineal.

Si consideramos el problema (2.43),  $\leq_f$  con funciones de pertenencia (2.44), utilizando el Teorema de Representación de números difusos obtenemos lo siguiente:

$$\mu^i(a_i^f x, b_i^f) \geq \alpha \iff \frac{g(\psi(a_i^f x, b_i^f))}{g(\tau_i^f)} \geq \alpha \iff g(\tau_i^f \ominus a_i^f x \oplus b_i^f) \geq g(\tau_i^f)\alpha$$

$$\begin{aligned} \iff g(\tau_i^f) - g(a_i^f x) + g(b_i^f) &\geq g(\tau_i^f)\alpha \iff g(a_i^f) \leq g(b_i^f \oplus \tau_i^f(1 - \alpha)) \\ &\iff a_i^f x \leq_g b_i^f + \tau_i^f(1 - \alpha) \end{aligned}$$

donde  $\leq_g$  es la relación correspondiente a  $g$ .

Con lo cual, un problema auxiliar para resolver (2.43) es el siguiente:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & z = c^f x \\ \text{sujeto a} & a_i^f x \leq_g b_i^f + \tau_i^f(1 - \alpha), i = 1, \dots, m \\ & x \geq 0, \alpha \in [0, 1] \end{array} \quad (2.45)$$

Para resolver este problema (2.45), diferentes métodos de comparación de números difusos pueden ser usados tanto en la función objetivo como en las restricciones, o métodos de comparación en las restricciones y  $\alpha$ -cortes en el objetivo, que nos llevarán a obtener distintos modelos convencionales, lo que permite la obtención de una solución propiamente difusa.



# Capítulo 3

## Modelos difusos de optimización de rutas

La mayoría de los problemas en el mundo real, incluidos los problemas de planificación de rutas de distribución, contienen parámetros y decisiones caracterizados por la incertidumbre. Así nos podemos encontrar con información incompleta o no disponible y/o ambigüedad, imprecisión y subjetividad en las descripciones o interpretaciones de los decisores. A menudo los decisores cuando modelan los problemas usan conocimiento subjetivo o información lingüística para tomar decisiones, describir parámetros y objetivos o establecer restricciones [280].

Los problemas de planificación son de naturaleza compleja, tanto por el volumen de datos que se manejan como por dificultad de encontrar soluciones óptimas en un tiempo razonable. La amplia información a tratar, la complejidad de las relaciones entre los datos y las dificultades en disponer de conocimientos adecuado, incompleto o impreciso reclaman en los problemas de planificación de logística y transporte de sistemas que soporten y ayuden a los decisores en la toma de decisiones. La toma de decisiones inteligentes y el diseño e implementación de modelos que lo permitan, exige tener información disponible y un conocimiento exhaustivo de los problemas o en caso contrario técnicas que permitan de forma flexible su ausencia o imprecisión. Como vimos en las secciones preliminares muchos problemas que encontramos en la planificación logística y del transporte, como los de planificación de rutas de distribución se pueden modelar como problemas de optimización combinatoria. En las secciones preliminares 2.2.1, 2.2.2 se describieron las

principales formulaciones del problema de planificación de rutas, el VRP y el VRPTW, como problemas de optimización combinatoria y programación lineal.

Los modelos y métodos clásicos basados en análisis numéricos, lógica de valores exactos o binarios, se caracterizan por su precisión y categorización. Sin embargo esta aproximación para abordar problemas de optimización, denominada *hard computing*, y en particular problemas de planificación de rutas, no siempre es el camino adecuado y práctico para resolver problemas reales. Por otro lado, las técnicas basadas en *Soft Computing*, también llamadas de computación inteligente, tal como la lógica difusa, las redes neuronales artificiales, el razonamiento probabilístico, las metaheurísticas, etc., se caracterizan por poder manejar fácil y eficientemente la imprecisión [240] lo cual es útil en la planificación de rutas dada las características de los mismos. Así la obtención de soluciones aproximada aceptables es una buenas alternativas para resolver estos problemas. La tolerancia en la imprecisión y la incertidumbre de sus técnicas se aprovechan para alcanzar tratabilidad, robustez, bajos costes de computación y una comunicación efectiva con los decisores. En esta tesis hemos adoptado esta aproximación basada en *Soft Computing*, para abordar la incertidumbre en los problemas de planificación de rutas de distribución, VRP, VRPTW y otras variantes. En 2.4.4 se presentaron diversos modelos de optimización difusa, formulados con problemas de programación lineal, que permiten abordar de forma novedosa y simple la incertidumbre sus componentes. Estos modelos serán utilizados en este capítulo para modelar el VRP y el VRPTW con componentes difusas. Para ello tomamos en cuenta las posibilidades de sus formulaciones como problemas de programación lineal difusa y las componentes que usualmente en los problemas reales de distribución presentan incertidumbre, aspecto este también descrito en las secciones preliminares 2.3.2.

De forma sistemática en cada una de las secciones del capítulo abordamos los modelos de planificación de rutas, en las secciones iniciales presentamos los más generales y clásicos VRP y VRPTW, en las secciones posteriores los dos modelo más específicos y novedosos que proponemos en esta tesis que producto de la investigación hemos considerado de gran interés para el mundo real: un modelo de planificación de rutas, con restricciones que permitan el mantenimiento de la cadena de frío, en la distribución de productos perecederos y un modelo que facilite la planificación de rutas con vehículos propios y vehículos externos subcontratados. En las correspondientes subsecciones los distintos modelos del problema atendiendo a las componentes difusas son presentados, incluyendo la aproximación

simple, flexible y realista propuesta. Todos los modelos nos permitirán encontrar soluciones óptimas utilizando procedimientos metaheurísticos, como se verán en capítulos posteriores.

### 3.1. VRP difuso

Un objetivo estándar en los problemas de rutas de vehículos (VRP), una de las actividades clave en la logística, es encontrar el conjunto de rutas óptimas, con inicio y final en el depósito, para una flota de vehículos que suministran a clientes una determinada demanda. Restricciones como limitaciones de capacidad de los vehículos, duración de las rutas o ventanas de tiempo en los que hay que servir a los clientes, son algunos de los requerimientos usuales de estos problemas.

Tradicionalmente para modelar los problemas de planificación de rutas clásicos, el VRP, en general la incertidumbre encontrada en la naturaleza de los datos y su interpretación ha sido manejada por medio de la teoría de la probabilidad. Cuando algunos elementos del problema de planificación de rutas son estocásticos o aleatorios, normalmente se han especificado como problemas de rutas de vehículos estocásticos (Stochastic Vehicle Routing Problem, SVRP). Estos problemas en general han sido modelados como problemas de programación estocástica con recursos (stochastic program with recourse, SPR) o como programación con restricciones posibilistas (chance constrained program, CCP) [107], [281], [109], [282], [283]. También muchos de estos VRP con imprecisión se enmarcan dentro del ámbito de los problemas abordados como dinámicos, en los cuales durante el paso del tiempo se modifican algunos de sus parámetros, el DVRP [284], [101], [102].

Pero en muchos casos prácticos las incertidumbre no puede considerarse un fenómeno aleatorio por ello la teoría de la probabilidad no puede aplicarse de manera óptima. Bellman y Zadeh [268] denominan y describen este tipo de imprecisión, incertidumbre estocástica, en contraste con el significado semántico de imprecisión, apropiado para modelar juicios, preferencias y valores que no pueden ser usados para estimar valores numéricos exactos dado que son vagos y difusos.

En la literatura nos encontramos modelos del VRP con componentes con incertidumbre tratada como vaguedad e imprecisión que aplican la Teoría de

Conjuntos Difusos, aunque no con el enfoque propuesto en esta tesis. A todos ellos nos vamos a referir como problemas de rutas de vehículos difusos (Fuzzy Vehicle Routing Problem, FVRP). La mayoría de las referencias asumen que la vaguedad se encuentra en la demanda de los clientes y en los tiempos: parámetros tiempo de servicio y tiempo de viaje.

En el primer grupo nos encontramos problemas que tratan como imprecisos el vector de demandas de mercancías pedidas por cada cliente. La planificación de la cantidad pedida por los clientes es difícil de establecer con la suficiente antelación y de forma precisa, en general no se tiene acceso a una cantidad exacta especificada o la información sobre la demanda en algunos nodos (clientes) a menudo no es suficientemente precisa. Por lo tanto, es frecuente encontrar problemas que tratan de modelizar la incertidumbre relacionada con la cantidad de demanda en algunos nodos. Este FVRP con demandas de los clientes difusa fue por primera vez tratado por Teodorovic y Kikuchi [280]. En este trabajo, incorporan el tiempo de viaje y los costos de transporte entre dos nodos de la red como números difusos. En él se utilizan para la obtención de soluciones una modificación del algoritmo de Clarke y Wright con los tiempos de viaje tratados como números difusos. Más tarde, Teodorovic y Lucic [111] resuelven un VRP en que la demanda en los nodos es incierto y está representado por un número difuso triangular. El modelo está basado en la heurística denominada algoritmo de “barrido”, que utiliza los procedimientos de razonamiento aproximado difuso para decidir si incluir o no un nodo en la ruta. En primer lugar, utiliza el razonamiento aproximado para calcular el índice de preferencia. Una vez que la función de pertenencia del índice de preferencia se determina, se lleva a cabo un proceso que convierte en exactos las cantidades difusas (proceso de desfuzzificación). En años más recientes, estos mismos autores han propuesto soluciones a este problema [285], [286], donde el valor de la demanda real sólo se conoce después de la visita al nodo. La solución combina procedimientos metaheurísticos bio-inspirados basados en colonias de abejas y hormiga con combinados con sistemas de reglas basadas en lógica difusa. Una referencia más reciente [287] considera que el VRP con incertidumbre en las demandas en los nodos. Se utiliza procedimientos de razonamiento aproximado para determinar la fuerza de preferencia en enviar el vehículo al siguiente nodo, y el algoritmo mejorado de barrido con una estrategia coordinada de vehículos para determinar el conjunto de rutas de los vehículos que minimiza los costes.

El segundo grupo de problemas, con tiempos difusos (en los trayectos de un nodo a otro como en los servicios) se caracteriza por el problema cada vez más frecuente de precisar los tiempos en circunstancias reales donde

el estado de las carreteras o la congestión del tráfico lo impide. En estos casos los tiempos de servicio, las propias ventanas de tiempo de servicio de los clientes y los tiempos de viaje de ir de un nodo a otro, se expresan como números difusos. El VRP determinista tradicional se expande en este contexto al VRP con tiempos de viaje difusos. En [288] se realiza una simple descripción del VRP con tiempos de viaje difusos, en concreto se construye un modelo matemático para el problema. En él se plantea el concepto de función de efecto nivel la cual cuantifica la localización de números difusos localmente y globalmente, y establece el grado de incertidumbre de la medición. En este trabajo la solución al problema se basa en un algoritmo genético. En [289] el tiempo de viaje se aborda en un modelo matemático difuso del VRP el cual toma la ventana de tiempo como una variable difusa. Para resolverlo se utiliza un algoritmo de hormigas donde la entropía de la información y la elección de caminos utilizan una estrategia de control aleatorio de perturbaciones. La referencia [290] se centra en el modelado y la solución del VRP dinámico dependiendo del tiempo y donde el tiempo de viaje es difuso. Un modelo de este problema se diseñó sobre la base de los tiempos de servicio difusos al cliente, su demanda y sus ventanas de tiempo, que se considera y se ordena como números difusos triangulares. El problema se resuelve utilizando un algoritmo genético híbrido, que integra las características del modelo y se combina con una metaheurística de optimización por colonias de hormigas (ACO). En [291] los autores presentan un modelo real del problema de planificación de rutas y envíos, Vehicle Routing and Dispatching Problem, VRDP. El modelo introduce dependencia del tiempo y velocidades de viaje difusas. Un periodo de envío se divide en algunos segmentos de tiempo y a cada segmento de tiempo es asignado una velocidad difusa triangular. El método de comparación de números difusos triangulares se aplica para comprobar si se satisfacen o no las ventanas de tiempos de los clientes. Una aproximación híbrida inteligente que combina un procedimiento genético con un ACO se propone para resolver el modelo del VRDP.

También algunos investigadores argumentan que es posible que estén presentes al mismo tiempo elementos aleatorios y difusos, utilizando una aproximación que integran las teorías de la posibilidad y la probabilidad con la Teoría de Conjuntos y Sistemas difusos para tratar este tipo de incertidumbre híbrida. Varias referencias de ambos tipos de modelos, con incertidumbre de las demandas o en los tiempos se han publicado basados en variables difusas, variables aleatorias difusas, programación estocástica y programación con restricciones posibilista. Estos conceptos fueron introducidos por Charnes y Cooper [292] y más tarde por Liu [293], [294], generalmente aplicados con heurísticas para encontrar soluciones a los VRP [295].

En lo mejor de nuestro conocimiento, existe poca evidencia en la literatura sobre las propiedades de programación matemática con coeficientes aleatorios difusos y el VRP con demandas aleatoria difusas. El único estudio relacionado aparece en el artículo [296], que propone un método para resolver una clase de modelos con coeficientes aleatorios difusos tanto en funciones de los objetivos como de las restricción y lo aplica en el CVRP con demandas difusas aleatorias. Basado en el concepto de variables aleatorias difusas y programación con restricciones posibilista presentado en [292], con el objetivo de ofrecer fórmulas viables y algoritmos exactos para esta clase de incertidumbre.

La referencia [288] describe una variación del VRP difuso donde las demandas de los clientes son variables aleatorias difusas y los tiempos de viaje entre los clientes variables aleatorias. Los tiempos de viaje siguen una distribución de probabilidad dada. Los autores desarrollan un modelo de programación con variables aleatorias difusas para VRP con limitaciones de capacidad y de tiempo de llegada. Presentan una formulación de programación estocástica que incluye restricciones probabilísticas y aplica para resolverlo un algoritmo genético puro (AG). Más recientemente [297] propone un modelo para el VRP con demandas difusas aplicando un modelo de programación restringida posibilista difusa basada en la teoría de la credibilidad difusa. Para resolver este modelo utilizan una heurística híbrida inteligente que combina la simulación estocástica con un algoritmo evolutivo diferencial. Este mismo procedimiento lo utiliza para resolver un modelo del VRP con rutas abiertas el OVRP [298]. En [299] y [300], en el primero los autores consideran un enfoque multiobjetivo difuso para el modelado de VRP capacitado con parámetros difusos aleatorios. El primer artículo se basa en un modelo programación lineal entera mixta y propone un enfoque heurístico interactivo utilizando números difusos triangulares y una formulación “crisp” equivalente para obtener su solución. Los autores en el segundo artículo utilizan el tiempo de viaje y la demanda, y los tratan como variables aleatorias difusas. Aplican la programación con restricciones posibilista y convierten el modelo en un modelo crisp equivalente bajo ciertos supuestos. Los autores presentan una metaheurística híbrida de optimización multi-objetivo basada en optimización por enjambre de partículas que incorpora heurísticas específicas para resolver un problema.

Nuestro enfoque aborda estos modelos imprecisos del VRP desde un punto de vista conceptual como modelos difusos pero aplicando la optimización difusas en otra perspectiva mucho más simple que se describe en los preliminares a partir de los artículos de sus autores originales y como

veremos en capítulos posteriores consigue buenos resultados prácticos. Parte de la revisión bibliográfica, así como la aproximación propuesta en estas secciones para el VRP difuso ha sido presentados y publicados en [3]. El enfoque metodológico descrito para cada uno de los modelos del VRP difuso presentados en esta sección, incluyendo un ejemplo numérico ilustrativo ha sido publicado en [8].

### 3.1.1. VRP con demandas difusas

Com hemos dicho anteriormente, VRP es un problema donde el conjunto de clientes y demandas de los mismos son conocidos y no se permite las recogidas de bienes solo las entregas. Todos los vehículos son idénticos y hay un solo depósito desde donde parten los vehículos a realizar las entregas, sólo se introduce una restricción sobre la capacidad de carga de los vehículos. Las variables binarias de decisión que representan las rutas son:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{si el vehiculo } k \text{ va de } i \text{ a } j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Además en el modelo introducimos las variables  $y_i^k$ , que representan el orden en que es visitado el nodo  $i$  en la ruta  $k$  que es dado por  $y_j^k = y_i^k + 1$  if  $x_{ij}^k = 1$ . Los índices  $i, j$  van desde 0 hasta  $n$ , siendo  $n$  el número de clientes, y 0 representa el depósito. El número de rutas o vehículos disponibles es  $m$ .

La información sobre la demanda de los clientes muchas veces no se establece con precisión por parte de los mismos, los cuales no son capaces de expresar las cantidades precisas de la demanda de determinados bienes, en el formato dispuesto por el proveedor. También es posible que en el momento de realizar la planificación el decisor no disponga de información sobre la demanda de forma exacta y precisa, sino incompleta o borrosa. En estas situaciones para la formulación del problema el parámetro que describe la demanda  $d_i$  podemos considerarlo difuso.

Algo similar ocurre con la capacidad de carga de los vehículos. La medida de capacidad de carga no es conocida exactamente, sobretodo la medida exacta en unidades asociada a la demanda, de la cual depende y siendo esta imprecisa, con más razón el conocimiento de la capacidad es ambiguo y no se pueden determinar de forma precisa. Incluso a veces ambas cantidades carga

y demanda son expresadas en unidades distintas lo cual refuerza la vaguedad de la expresión de la capacidad del vehículo. En consecuencia en el modelo también estos parámetros  $Q_k$  son expresados con cantidades difusas.

El modelo VRP en el cual las demandas y capacidades de carga son difusas, se puede formular como un problema de programación lineal difusa el cual contiene un conjunto de restricciones (las de capacidad de carga) con coeficientes difusos. Este modelo se puede formular de la siguiente forma:

$$\text{mín} \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij}^k x_{ij}^k \quad (3.1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{ij}^k = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{ji}^k = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k = 1, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (3.4)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0}^k = 1, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (3.5)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij}^k - \sum_{i=0}^n x_{ji}^k = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, m \quad (3.6)$$

$$\sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^n d_j^f x_{ij}^k \leq Q^f, \quad k = 1, \dots, m \quad (3.7)$$

$$y_i^k - y_j^k + n x_{ij}^k \leq n - 1, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, m \quad (3.8)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, y_i^k \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad i, j = 0, 1, \dots, n, k = 1, 2, \dots, m \quad (3.9)$$

La ecuación (3.1) representa la función objetivo como función de costes. Las restricciones (3.2) y (3.3) imponen que exactamente un ruta/vehículo entra y sale de un nodo o que cada cliente es servido exactamente una



vez. Análogamente, (3.4) y (3.5) garantizan el requerimiento de número de rutas/vehículos que entran y salen del depósito. La restricción (3.6) asegura la continuidad de la ruta y el conjunto de restricciones (3.7) garantizan la capacidad de carga de cada vehículo, donde  $Q^f$  es la capacidad de carga difusa de los vehículos y  $d_i^f$  es la demanda difusa de un cliente  $i$ . Las ecuaciones (3.8) garantizan la eliminación de subtours. Por último (3.9) representa los valores que toman las variables.

Este modelo se corresponde al modelo propuesto y su solución en 2.4.4.4. La solución propuesta por Delgado, Verdegay y Vila para resolver un modelo general en [274], puede ser usada para resolver este tipo de FLP. En este modelo la violación de las restricciones es permitida hasta un máximo nivel de tolerancia  $\tau_i^f$ . Nótese que estos valores tienen que ser números difusos de acuerdo a la naturaleza de los coeficientes que forman parte de la restricción. La aproximación propuesta sustituye el conjunto de restricciones con coeficientes difusos del modelo por un conjunto convexo difuso, obtenido a través de los  $\alpha$ -cortes.

En nuestro caso, se obtiene un problema auxiliar para el VRP con demandas y cargas difusas en el que se sustituyen las restricciones con coeficientes difusos por las siguiente restricción:

$$\sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^n d_j^f x_{ij}^k \leq_g Q^f + \tau_k^f(1 - \alpha), k = 1, \dots, m, \alpha \in [0, 1]. \quad (3.10)$$

Este modelo obtenido es más simple de resolver. Para la comparación difusas entre el lado izquierdo y el lado derecho de la restricción tenemos que utilizar uno de los métodos descrito de ordenación de números difusos. La solución de este modelo es obtenida particularizando para cualquiera de los diferentes métodos de comparación de números difusos, en particular podemos considerar una función ordenadora  $g$ .

En algunas circunstancias este VRP con incertidumbre en las demandas y cargas lo podemos modelar considerando que son las propias restricciones de capacidad de carga las que pueden considerarse como imprecisas. Así en esta situación de imprecisión en el cual las demandas y las capacidades de los vehículos son imprecisas lleva al decisor a permitir que se cumplan con cierta flexibilidad las restricciones de capacidad. Por ejemplo, no siendo las

cargas ni las demandas expresadas en cantidades difusas, permitimos que las restricciones de carga se cumplan con un cierto grado de imprecisión. Esta situación se corresponde con las siguientes restricciones de capacidad en el modelo:

$$\sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^n d_j x_{ij}^k \leq_f Q, k = 1, \dots, m. \quad (3.11)$$

Un modelo que contiene restricciones difusas, en las cuales se considera una cantidad deseable  $b$ , pero la posibilidad que esta sea mayor hasta una cantidad máxima de  $b + \tau$  ( $\tau$  se denomina nivel de tolerancia). Estas restricciones pueden ser definidas como conjuntos difusos, con su función de pertenencia correspondiente. Este modelo como se describió en 2.4.4.4 puede ser transformado en un modelo auxiliar propuesto por Verdegay [271] para el caso en el que  $f_i$  sean funciones lineales.

Utilizando esta transformación, las restricciones difusas de capacidad del modelo VRP toman la siguiente forma, permitiendo la obtención de soluciones factibles para cada valor de  $\alpha$  y  $\tau$ :

$$\sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^n d_j x_{ij}^k \leq Q + \tau_k(1 - \alpha), k = 1, \dots, m, \alpha \in [0, 1]. \quad (3.12)$$

### 3.1.2. VRP con costes difusos

En la planificación de rutas es usual que se requiera obtener las rutas de coste mínimo. Los costes en la planificación suele ser obtenido utilizando los tiempos que se tardan en recorrer las rutas o las distancias equivalentes. Es frecuente querer determinar las rutas con el menor tiempo de duración, pero en estos casos los problemas de congestión del tráfico o los incidentes en el estado de las carreteras producen retrasos difícilmente cuantificables. Por esta y otras razones, el tiempo es reconocido como uno de los parámetros de mayor incertidumbre y donde la precisión es más difícil de alcanzar. Sin embargo basada en la experiencia previa, un usuario puede tener algún conocimiento sobre el tiempo de viaje y modelar estos tiempos como cantidades difusas. En particular los usuarios podrían usar ese conocimiento vago para especificar

los valores más plausibles que otros, así como el intervalo con los valores más frecuentes para representar los tiempos de viaje, lo cual nos permitiría utilizar uno de los más simples modelos de representación de números difusos como son los números triangulares difusos.

En esta situación podemos modelar el VRP con un modelo de programación lineal en el que la función objetivo tiene coeficientes difusos. En particular suponemos que todos los parámetros de los problemas son crisp: demandas  $d_i$ , capacidades de los vehículos  $Q_k$ , tiempos de descarga  $u_i^k$ , and carga disponible  $r_i^k$ . La excepción son los tiempos de viaje  $t_{ij}^k$  que los consideramos difusos y los modelados como números triangulares difusos  $\tilde{t}_{ij}^k$ . Intuitivamente cuando cualquiera de estas cantidades son difusas la función objetivo también lo es. Entonces estamos ante una versión difusa del VRP cuya función de costes es obtenida como el total de tiempo de duración de todas las rutas, calculado como la suma de los tiempos de viaje de un nodo a otro y los tiempos de prestar el servicio a cada uno de los clientes. La función objetivo de este modelo de VRP con costes difusos puede ser formulada como:

$$\text{mín} \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^{n+1} \tilde{c}_{ij}^k x_{ij}^k$$

o en términos de tiempos:

$$\text{mín} \left( \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^{n+1} \tilde{t}_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^{n+1} u_i^k x_{ij}^k \right) \quad (3.13)$$

El símbolo  $\Sigma$  en la función objetivo hace referencia a la suma de números difusos dado que también  $u_i^k$  y lo podemos considerar un caso particular de número triangular difuso.

Esta versión del VRP se puede modelar como un problema de Programación Lineal Difusa (PLD) con coeficientes de la función objetivo definidos como números difusos. Mediante la aproximación propuesta en [276], [269] este puede ser transformado en un simple modelo auxiliar. Esta aproximación por el uso de una función de ordenación  $g$  de números difusos, relación de comparación entre números difusos generalmente denotada por  $\leq_g$ ), que facilita minimizar la función objetivo, transforma este modelo difuso en un simple modelo auxiliar:

$$\text{máx}\{z = g(c^f x)/Ax \leq b, x \geq 0\}. \quad (3.14)$$

Por tanto para cada solución factible, existe un número difuso el cual es obtenido de la función objetivo difusa. En orden a obtener la solución optimal y el correspondiente valor difuso de la función objetivo, podemos considerar algún método de ordenación de los números difusos obtenidos desde la función objetivo. Así de acuerdo a la función ordenadora  $g$  utilizada, diferentes modelos auxiliares para resolver 3.14 pueden ser obtenidos.

De igual manera, usando esta aproximación el modelo de VRP con costes difusos puede ser resuelto utilizando alguna función ordenadora  $g$ , sustituyendo 3.13 por:

$$\text{mín} \sum_{k=1}^m \sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^n g(t_{ij}^f) x_{ij}^k + \sum_{k=1}^m \sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^n g(u_{ij}^f) x_{ij}^k \quad (3.15)$$

Existe una larga lista de métodos para comparar números difusos los cuales aplicados proporcionan diferentes ordenaciones de los mismos [258]. La naturaleza difusa del problema y las existencia de estos diferentes mecanismos permiten por comparación la obtención de soluciones óptimas difusas. En [5] se presenta un modelo para el VRP con costes difusos. Ese modelo esta asociado a los tiempos imprecisos que en el caso del VRP así modelado, se presentan en la función objetivo. Estos tiempos son modelados como números triangulares difusos y como función de comparación de números difusos se utiliza el Tercer Índice de Yager.

## 3.2. VRPTW Difuso

En aplicaciones reales de planificación de rutas, una de las situaciones más frecuentes es encontrarnos el caso en el que el tiempo de viaje entre dos localizaciones no puede ser conocido exactamente con precisión. Como describimos en la sección anterior esta situación puede modelarse mediante números difusos. En los modelos del VRP, la consideración de tiempos de viaje no afecta a los mismos como podemos comprobar en las formulaciones descritas en 2.2.1 y 3.1. La salvedad se encuentra en que consideremos que los costes de la función objetivo son medidos a través del total de los tiempos

de duración de las rutas. En este caso estaríamos en el modelo en el cual podemos aplicar la aproximación propuesta en 3.1.2. Sin embargo esta no es la situación en el caso de los modelos del VRPTW.

El problema VRPTW viene dado por un conjunto de vehículos que sirven a un conjunto de clientes su demanda. Cada vehículo genera una ruta visitando un número determinado de clientes, satisfaciendo sus demandas. El objetivo general de este problema de optimización es, minimizar los costes total de las rutas. Podemos considerar que estos costes vienen dados por la distancias recorridas por los vehículos, lo cual reduce el problema a estudiar como afecta los tiempos difusos a las restricciones. En caso contrario tendríamos que remitirnos de nuevo al modelo de costes difusos y a la aproximación propuesta en 3.1.2. En el VRPTW además de las limitaciones de capacidad de los vehículos, los clientes tienen ventanas de tiempo donde es necesario servir a los mismos lo cual limita las rutas factibles del problema. Son precisamente estas restricciones las que hay que estudiar y modelar teniendo en cuenta los efectos en las mismas y en el problema en general de la incorporación en las mismas de parámetros difusos.

La formulación de este problema como problema de programación lineal incluye un conjunto nuevas variables que define los tiempos en que el vehículo llega a servir a un cliente, un conjunto de restricciones que limita que los tiempos de servicio a cada cliente se encuentren dentro de los estas ventanas, así como nuevas restricciones que evitan la existencia subtours. Ambas características, la inclusión en el modelo de componentes difusas y de estas nuevas variables y restricciones hacen necesario la búsqueda de aproximaciones que permitan abordar la resolución del problema. Antes de pasar a describir los distintos modelos del VRPTW abordados en esta tesis utilizando la aproximación de Programación Lineal Difusa propuesta, revisamos la literatura en busca de enfoques alternativos a este que se han propuesto.

Como en el caso del modelo VRP, una de las aproximaciones utilizadas para abordar estos problemas son las aproximaciones estocásticas, entre las que podemos considerar la programación estocástica y la programación con restricciones posibilista, así como mixtos que combinan ambas técnicas. Muchas de estas aproximaciones utilizan conceptos de Conjuntos y Sistemas Difusos, algunos de los cuales como el concepto de variable difusa y variable aleatoria difusa, exige una alto nivel de sofisticación matemática que complica la demostración, validez y necesidad de los mismos en relación a los resultados esperados. En este sentido nuestro enfoque aporta un nivel de simplicidad

y sencillez que lo hace una alternativa de alta calidad. En [106] podemos encontrar una revisión de modelos algoritmos y referencias, así como una propuesta de resolución basada en heurísticas de búsqueda tabú. Otras referencias previas como [301] donde el autor considera el VRP con ventana de tiempo, mientras que supone que los tiempos de viaje no se conocen con precisión, pero pueden ser considerados como variables difusas. Con los tiempos de viaje variables difusas, todos los clientes serán visitados en determinado momento impreciso. La credibilidad se presenta como una medida de confianza de las restricciones de manera que se asegura que todos los clientes son visitados dentro de sus ventanas de tiempo con un cierto nivel de confianza. Las soluciones al VRPTW se encuentran utilizando programación de restricciones posibilista y un algoritmo inteligente híbrido que integra simulación difusa y algoritmos genético. Similares enfoques siguen [302] y [112] que consideran que el tiempo de viaje es una variables difusa, modelando el VRPTW como difuso y abordando su solución mediante un procedimiento híbrido de simulación difusa y algoritmo genético. En los artículos de estos autores se facilitan un ejemplo numérico con el que realizan la experimentación y que nosotros utilizamos inicialmente como instancias con datos difusos para experimentar nuestra aproximación y obtener una referencia comparativa de resultados. En [303] se presenta un problema real de logística bajo incertidumbre, modelado como VRPTW en la que se reemplaza las ventanas de tiempo por un tiempo difuso dado que representa las preferencias del cliente. Este problema es tratado como un problema multiobjetivo y resuelto con un algoritmo genético híbrido basado en una heurística de inserción. Otros autores [304], [305] han abordado el problema considerando el problema estocástico, SVRPTW o el VRPTW dinámico y desde aquí introducen los conceptos de impresión del tiempo, y sus efectos en las ventanas de tiempo.

Otro de los enfoques que podemos encontrar en la literatura para considerar la imprecisión de la información y la subjetividad asociada a las restricciones de ventanas de tiempo es el concepto de ventanas de tiempo flexibles o Soft Time Window. La idea central de este enfoque es que el decisor puede obtener soluciones que parcialmente satisfagan las restricciones. Así en algunos problems del VRPTW las restricciones de ventana de tiempo pueden ser consideradas flexibles, algunos determinados clientes pueden permitir violar las ventanas estrictas con cierto nivel de tolerancia. Estas consideraciones se pueden tratar con aproximaciones difusas como es el caso que en esta tesis tratamos. Pero en reciente años en la literatura han aparecido bastantes referencias a este problema denotado por Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows (VRPSTW), que ha sido estudiado por muchos

investigadores proponiendo la inclusión y aplicación de una penalización en las función objetivo cuando se incumple o supera la restricción, es decir si se llega antes o después de la ventana de tiempo establecida por los clientes [306], [307], [308], [309], [310].

Nuestra aproximación como veremos en alguna de las secciones posteriores incorpora flexibilidad en las restricciones de ventana de tiempo aplicando utilizando los conceptos de Conjuntos y Sistemas difusos y optimización difusas formulada como programación lineal difusas, sustituyendo en el caso de ventanas flexibles, las restricciones estrictas por restricciones difusas, definidas por una simple función de pertenencia. Aunque otros autores han incorporado este concepto, por ejemplo Tan et al. en [113] con un VRPTW con ventana de tiempo difusa, tratado como un modelos multiobjetivo. En nuestro conocimiento ninguno ha utilizando el enfoque propuesto. Además de la sencillez, otra de las ventajas de estos modelos es que introducimos un rango de satisfacción para los decisores asociado al nivel de tolerancia y los decisores obtienen un conjunto de soluciones diversas, como veremos en los capítulos posteriores.

### 3.2.1. VRPTW con tiempos difusos en las restricciones

Dado que el conocimiento de los decisores sobre los tiempos de viaje entre dos nodos son imprecisos y considerados cantidades difusas. Uno de los modelos con los que podemos abordar esta situación cuando estamos ante un problema de planificación de rutas de distribución con ventanas de tiempo (VRPTW) es considerar su inclusión como cantidades difusas en las restricciones afectadas. Este modelo puede ser formulado como un problema de programación lineal con coeficientes difusos en las restricciones.

En el modelo VRPTW estudiado 2.2.2 las variables de decisión son las variables binarias  $x_{ij}^k$ ,  $i, j \in [1..n]$ ,  $k \in [1..m]$ , donde  $x_{ij}^k = 1$  si el vehículo  $k$  va de  $i$  a  $j$  y  $x_{ij}^k = 0$  en otro caso. También consideramos el conjunto de variables continuas que representan el tiempo en el que el vehículo  $k$  inicia el servicio a cada cliente  $i$  denotadas  $s_i^k$ . Análogamente, si  $x_{ij}^k = 1$  entonces  $s_j^k = \max\{e_j, s_i^k + u_i + t_{ij}\}$ .

La formulación VRPTW con coeficientes difusos en las restricciones afectadas por el tiempo es la siguiente:

$$\text{mín} \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n d_{ij} x_{ij}^k \quad (3.16)$$

Sujeto a:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{ij}^k = 1, \quad j \in [1..n] \quad (3.17)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{ji}^k = 1, \quad j \in [1..n] \quad (3.18)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij}^k = \sum_{i=0}^n x_{ji}^k = 1, \quad j \in [1..n], k \in [1..m] \quad (3.19)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{0i}^k = 1, \quad k \in [1..m] \quad (3.20)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0}^k = 1, \quad k \in [1..m] \quad (3.21)$$

$$r_j^k - q_i - r_i^k \leq M(1 - x_{ij}^k), \quad i \in [0..n], j \in [1..n], k \in [1..m] \quad (3.22)$$

$$r_0^k \leq Q_k, \quad k \in [1..m] \quad (3.23)$$

$$\tilde{s}_i^k + u_i + \tilde{t}_{ij} \leq \tilde{s}_j^k + M(1 - x_{ij}^k), \quad i, j = 1..n, k = 1..m \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} e_i &\leq \tilde{s}_i^k, & j \in [1..n], k \in [1..m]. \\ \tilde{s}_i^k + u_i &\leq l_i, & j \in [1..n], k \in [1..m]. \end{aligned} \quad (3.25)$$

La función objetivo (3.16) refleja el criterio de minimizar la distancia total recorrida. Las restricciones (3.17) y (3.18) aseguran que cada cliente es servido exactamente una vez. Las restricciones (3.19) establecen las condiciones de conservación del flujo y la continuidad de la ruta. Las restricciones (3.20) y (3.21) establecen que cada vehículo parte del depósito y acaba en él, garantizando que ningún vehículo es usado más de una vez. El conjunto de restricciones (3.22), donde  $M$  es una constante suficientemente grande, establecen las relaciones entre las variables  $r_i^k$  para clientes consecutivos de cada ruta y las restricciones (3.23) garantizan que la carga de los vehículos no superan su capacidad. El conjunto de restricciones (3.24) utiliza  $M$  como una constante suficientemente grande para establecer



las relaciones entre los tiempos de servicio para clientes consecutivos de cada ruta. Por último las restricciones (3.25) establecen que cada cliente tiene que ser servido respetando su ventana de tiempo. Nótese que consideramos en la formulación que los tiempos de viaje y los tiempos en que el vehículo llega al cliente son cantidades imprecisas y denotadas como  $\tilde{t}_{ij}$  y  $\tilde{s}_i^k$ .

La función objetivo y las restricciones (3.17–3.23) son precisas, salvo las restricciones afectadas por los tiempos de viaje que contienen términos difusos: (3.24) y (3.25). Dado que contienen cantidades difusas, las restricciones tienen que ser difusas y el resto de cantidades “crisp” se pueden considerar como un caso particular de número difuso.

Desde un punto de vista operativo procedemos de la siguiente manera. Una solución factible es dada por una asignación de valores a las variables  $x_{ij}^k$  que satisface las restricciones (3.17–3.23), que caracterizan el problema de rutas con capacidades, el VRP. Resta por comprobar que se satisfacen las restricciones (3.24) y (3.25), específicas del VRPTW. Con objeto de evitar el inconveniente de considerar las  $\tilde{s}_i^k$  como variables del modelo de optimización, lo que presenta dificultades formales importantes por su naturaleza difusa, operamos de la siguiente forma con cada solución del VRP para determinar su factibilidad en VRPTW.

Para cada vehículo  $k$ , los tiempos de servicio  $\tilde{s}_i^k$  de los clientes que visita son se obtienen de forma recurrente. Primero se toma  $\tilde{s}_0^k = 0$  y  $i = 0$ . Una vez calculado  $\tilde{s}_i^k$ , si  $x_{ij}^k = 1$  entonces

$$\tilde{s}_j^k = e_j \vee \tilde{s}_i^k + u_i + \tilde{t}_{ij} \quad (3.26)$$

y se toma  $i = j$  para calcular el siguiente  $\tilde{s}_i^k$ . Esta operación se repite hasta que  $i$  vuelva a ser 0. La fórmula recurrente (3.26) tiene la siguiente justificación: si el vehículo llega al cliente antes de que pueda ser servido en su ventana de tiempo, espera hasta que su ventana de tiempo se inicie. De esta forma se cumplirá siempre la primera parte de la restricción (3.25) correspondiente al límite inferior de las ventanas de tiempo. Por tanto, la solución es factible si los tiempos de servicio calculados de esta forma permiten atender al cliente dentro de la correspondiente ventana de tiempo. Así es necesario comprobar, para cada cliente  $i$ , si

$$\tilde{s}_i^k + u_i \leq l_i \quad (3.27)$$

Si consideramos que los tiempos de viaje  $\tilde{t}_{ij}$  son números difusos triangulares, los tiempos de servicio  $\tilde{s}_i^k$  obtenidos por la aplicación de (3.26)

son también números difusos triangulares. Los tiempos de descarga  $u_i$  y los tiempos de inicio  $e_i$  y final  $l_i$  de las ventanas de tiempo de los clientes son números reales no difusos (*crisp*). En las fórmulas (3.26) y las comparaciones (3.27) se deben considerar como casos particulares de números difusos triangulares en los que los números que los definen son iguales.

Por tanto podemos seguir la aproximación recogida en [277] para el modelo de restricciones con coeficientes difusos descrito en 2.4.4.4, donde un problema de Programación Lineal Difusa formulado de la siguiente forma:

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & z = cx \\ \text{sujeto a} & A^f x \leq_f b^f \\ & x \geq 0 \end{array} \quad (3.28)$$

se resuelve, sustituyendo el conjunto de restricciones en 3.28 por un conjunto difuso convexo, obteniéndose un nuevo modelo como sigue:

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & z = cx \\ \text{sujeto a} & a_i^f x \leq_g b_i^f + \tau_i^f (1 - \alpha), i = 1, \dots, m \\ & x \geq 0, \alpha \in [0, 1] \end{array} \quad (3.29)$$

donde el símbolo  $\leq_g$  establece una relación de comparación entre números difusos.

Aplicando este enfoque a nuestro problema se reduce a evaluar si los límites superiores de la ventana de tiempo de los clientes se satisface, es decir comprobar:

$$\tilde{s}_i^k + u_i^k \leq_g l_i + \tilde{\tau}_i (1 - \alpha), i \in [1..n] \quad (3.30)$$

donde  $\tilde{\tau}_i$  es la tolerancia difusa del decisor para la ventana de tiempo del cliente  $i$ . Tanto  $u_i$  como  $l_i$  considerados casos particulares de difusos triangulares con el propósito. La relación  $\leq_g$  uno de los métodos de comparación de números difusos.

Por lo tanto lo que nos queda es simplemente comprobar las factibilidad de la solución utilizando alguno de los métodos de comparación de números difusos. En la experimentación propuesta utilizamos los métodos de comparación de números difusos expuestos en 2.4.1 para verificar las restricciones (3.30), en concreto aplicamos el Tercer índice de Yager. Este procedimiento fue propuesto y publicado en [4].

Otras alternativas muy similares a este modelo han sido utilizada para abordar el problema. En ellas se utiliza otra formulación y notación del problema basada en otras estructuras de datos y con la misma aproximación vista anteriormente se han utilizado otras medidas para evaluar la factibilidad de las restricciones. En estos modelos utilizamos números triangulares para modelizar la incertidumbre en los tiempos de viaje y para manejar la incertidumbre de las desigualdad de las restricciones utilizamos medidas asociadas a la posibilidad, necesidad y credibilidad.

El procedimiento operativo consiste en que las rutas para los  $k$  vehículos a servir a los  $n$  clientes se formula como vector de decisión  $x$  de tamaño  $n+m+1$  y se denota por  $x = (x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n+m})$  que es indexado  $(0, 1, 2, \dots, n+m)$  tal que  $x_0 = 0$  y  $x_{n+m} > n$ . Cada elemento de la solución  $x$  que es mayor que  $n$  representa a un vehículo en el depósito de tal manera que  $x_r = n+k$  representa el vehículo  $k$  en el depósito. Los clientes visitados por este vehículo son los indexados que aparecen en la solución previo al vehículo ( $x_0$  si este es el primer vehículo). El objetivo del problema de optimización es minimizar la distancia total de viaje de la solución  $x$  que es calculada por:

$$F = \sum_{r=0}^n d[x_r, x_{r+1}] \quad (3.31)$$

donde para todo  $i > n$   $d[i, j] = d[j, i] = d[0, j], \forall j = 1, 2, \dots, n$ .

La cantidad de demanda servida por cada vehículo es calculado de forma concurrente por la siguiente fórmula sobre el vector  $x$ : Tomar  $Q[x_0] = 0$ , y entonces para  $r = 1, 2, \dots, m+n$ , aplicar: si  $x_{r-1} > n$  entonces  $Q[x_r] = q[x_r]$ , en otro caso  $Q[x_r] = Q[x_{r-1}] + q[x_r]$ . Para los primeros índices  $x_r > n$ , el valor calculado para  $Q[x_r]$  representa la carga del vehículo  $x_r - n$ . Así la restricción de capacidad es verificada por  $Q[x_r] \leq C[x_r - n]$ . Siendo  $C[x_k]$  la capacidad de carga del vehículo  $k$ . El tiempo en que se sirve a cada cliente, denotado por  $S[\cdot]$  es obtenido de forma similar por una formula concurrente sobre el vector  $x$ , esto es:  $S[x_r] = a[x_r] \vee (S[x_r - 1] + U[x_r - 1] + T[x_{r-1}, x_r])$  donde  $a[\cdot]$  es el límite inferior de la ventana de tiempo del cliente,  $U[\cdot]$  el tiempo de descarga en el cliente de la demanda  $q[\cdot]$  y  $T[\cdot]$  el tiempo de viaje entre nodos. Teniendo en cuenta las siguientes convenciones: los valores iniciales para el depósito son  $S[x_0] = 0$  y  $U[x_0] = 0$ . Si  $x_r$  corresponde a un vehículo ( $x_r > n$ ), el tiempo de servicio es 0. Para calcular el tiempo de servicio del siguiente cliente  $x_{r+1}$  se utiliza la fórmula anterior recurrente. Para estos casos, los valores de  $U[x_r] = U[j]$  para  $r_j > n$  son también nulos, de modo que el

tiempo de servicio para el siguiente cliente  $x_{r+1}$  (esto es, el primer cliente del siguiente vehículo) es:  $S[x_{r+1}] = a[x_{r+1}] \vee T[0, x_{r+1}]$ .

Un valor positivo para  $U[j]$  para estos casos ( $j > n$ ) correspondería al tiempo consumido en alguna operación de preprocesamiento en el depósito, como la carga del vehículo. Los tiempos de ventana para estos índices ( $[a[j], b[j]]$  para  $j > n$ ) no existe al menos que el vehículo tenga que regresar al depósito en un intervalo de tiempo dado. Tenga en cuenta que desde que los tiempos de viaje entre clientes  $T[i, j]$  sean números difusos triangulares también los tiempos en que se sirven a los cliente  $S[x_r]$  también es un número difuso triangular. Los tiempos de descarga  $U[x_r]$  y los valores de inicio de la ventana de tiempo  $a[x_r]$  son números crisp que son un caso particular de números difusos triangulares donde los tres números que los definen son iguales. El operador aritmético en la restricción hace referencia a la suma de números difusos. Esto determina que, la comparación entre cantidades difusas también lo será y entonces puede considerarse la restricción difusa. De igual manera que en el anterior modelo VRPTW descrito, se considera la aproximación propuesta por Delgado y otros [277], la cual considera una solución difusa para el modelo con coeficientes difusos en las restricciones. Los métodos particulares que son usados para verificar si una solución  $x$  satisface la restricción son:

Por una parte la credibilidad  $Cr$ , donde con una solución  $x$ , el cliente  $x_r$  es servido en un tiempo de ventana si cumple:  $Cr(S[x_r] \leq b_r)$ . Así para un valor de confianza  $\alpha$ , la solución  $x$  verifica la restricción difusa de tiempo de servicio dentro de la correspondiente ventana de tiempo si:  $\max_r Cr(S[x_r] \leq b_r) \geq \alpha$ . Este procedimiento y esta medida de confianza se utilizan en [1], donde se obtienen resultados iniciales sobre el mismo que se comentarán en el capítulo de experimentación.

Por otra parte también hemos utilizado una combinación lineal de valores de la posibilidad y la necesidad que permite modular la actitud optimista/pesimista del decisor. El parámetro  $\lambda$  en la fórmula ponderada de la posibilidad y la necesidad dada por  $W(A) = \lambda Pos(A) + (1-\lambda) Nec(A)$  mide el grado de optimismo/pesimismo del decisor. Así con un valor de confianza  $\alpha$  la solución  $x$  verifica la restricción difusas de tiempo de servicio dentro de la correspondiente ventana de tiempo si:  $\max_r W(S[x_r] \leq b_r) \geq \alpha$ . Este procedimiento y esta medida de confianza aparecen publicados en [10], con resultados experimentales que se describirán en el capítulo correspondiente.

### 3.2.2. VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo difusas

En problemas de distribución la mayoría de los parámetros que dependen del tiempo no son fácilmente medibles. Así consideramos incertidumbre inherente a los tiempos de viaje de ir de un nodo a otro, los tiempos de duración del servicio a los clientes y los límites de las ventanas de tiempo dada la subjetividad y ambigüedad de la expresión o evaluación de los decisores de estas cantidades. En esta situación, en el modelo propuesto, las restricciones afectadas por algunos de estos parámetros temporales son tratadas con alguna flexibilidad, esto es con algún nivel de tolerancias en su cumplimiento. Es más realista permitir alguna violación de alguna de las restricciones y contemplar diversos caminos para optimizar los valores de la función objetivo. En esta sección, como en el caso de demandas difusas propuesto para el VRP en la sección anterior en 3.1.1, las restricciones afectadas por la información imprecisa las debemos tratar como restricciones flexibles, y las modelamos como restricciones difusas.

En este caso el modelo VRPTW quedaría formulado como sigue:

$$\text{mín} \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n t_{ij} x_{ij}^k + \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n u_i x_{ij}^k \quad (3.32)$$

sujeto a:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{ij}^k = 1, j = 1..n \quad (3.33)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{ji}^k = 1, j = 1..n \quad (3.34)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k = 1, k = 1..m \quad (3.35)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0}^k = 1, k = 1..m \quad (3.36)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij}^k - \sum_{i=0}^n x_{ji}^k = 0, j = 1..n, k = 1..m \quad (3.37)$$

$$\sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^n q_j x_{ij}^k \leq Q_k, k = 1, \dots, m \quad (3.38)$$

$$s_i^k + u_i + t_{ij} \leq_f s_j^k + M(1 - x_{ij}^k), i, j = 1..n, k = 1..m \quad (3.39)$$

$$e_j \leq_f s_j^k, j = 1..n, k = 1..m \quad (3.40)$$

$$s_j^k + u_j \leq_f l_j, j = 1..n, k = 1..m \quad (3.41)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, r_i^k \geq 0, s_i^k \geq 0, w_i^k \geq 0, i, j = 0..n, k = 1..m \quad (3.42)$$

La función objetivo (3.32) con el criterio de ser minimizada, en este caso se define como el tiempo de duración de todas las rutas. Las restricciones (3.33) y (3.34) garantizan que todos los clientes son solo servidos una vez. Las restricciones (3.35) y (3.36) aseguran que cada vehículo que parte del depósito y retorna a él, limitando el uso de un vehículo a una sola ruta. Las restricciones (3.37) establecen las condiciones de continuidad de las ruta. Las restricciones (3.38) aseguran que las sumas de las demandas de los clientes en cualquier ruta no puede exceder de la capacidad del vehículo. El conjunto de restricciones (3.39) usa  $M$  como una constante suficientemente grande para garantizar las relaciones entre los tiempos de servicios para clientes consecutivos de cada ruta. Restricciones (3.40) y (3.41) establecen que cada cliente tiene que ser servido dentro de su ventana de tiempo. Finalmente las ecuaciones (3.42) describen los rangos de las variables del modelo.

Como podemos observar las restricciones del modelo (3.39), (3.40) y (3.41) son definidas como restricciones difusas. En esta situación la región factible puede ser definida por un conjunto difuso y utilizando la aproximación propuesta por Verdegay [271], podemos resolver el modelo difuso del VRPTW reemplazando las restricciones por las siguientes:

$$s_j^k - s_i^k + M(1 - x_{ij}^k) \geq u_i + t_{ij} - \tau_1(1 - \alpha), i = 1, ..n, j = 1, ..n, k = 1, ..m \quad (3.43)$$

$$s_j^k \geq e_j - \tau_2(1 - \alpha), j = 1, ..n, k = 1, ..m \quad (3.44)$$

$$s_j^k \leq l_j - u_j - \tau_3(1 - \alpha), j = 1, ..n, k = 1, ..m \quad (3.45)$$

con  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  los niveles de tolerancia establecidos por el decisor que permite violar en cada restricción y  $\alpha \in [0, 1]$ . Si denotamos  $X(\alpha) = \{x \in \mathfrak{R}^n / Ax \leq$

$b + \tau(1 - \alpha)$  el  $\alpha$ -corte del *conjunto de soluciones factibles*, el correspondiente  $\alpha$ -corte del conjunto de soluciones óptimas es  $S(\alpha) = \{x \in \mathfrak{R}^n / z(x) = cx, x \in X(\alpha)\}$ . Nótese que, dados ciertos valores de tolerancia para las restricciones, para cada valor de  $\alpha$  podemos obtener un conjunto de soluciones factibles. En particular, para cierto conjunto de soluciones factibles tenemos un cierto conjunto de soluciones óptimas donde podemos buscar la solución óptima  $z^*(\alpha) = \min z(x), x \in S(\alpha)$ . Dicho de otra manera, para cada  $\alpha$ , nosotros obtenemos un nuevo problema clásico desde el cual podemos obtener una nueva solución óptima. El resultado final para el decisor es un rango de soluciones óptimas variando en  $\alpha$ . Siendo el resultado consistente con las naturaleza difusa del problema.

Cualquier procedimiento conocido de optimización combinatoria puede ser usado para encontrar soluciones factibles y soluciones óptimas a estos problemas. Dado que los problemas en contextos reales de negocio son los que deseamos tratar en esta tesis y el conjunto de datos disponibles en estos casos es grande, utilizaremos métodos heurísticos para resolverlos, como describiremos posteriormente.

### 3.3. VRPTW difuso para productos perecederos

El aumento de las exigencias de los clientes y la alta competitividad de los mercados, hacen que el aseguramiento de la calidad de los productos y servicios sea una de las prácticas que las empresas están dedicando atención y recurso. En la industria de los alimentos esta situación es especialmente significativa, sobre todo relacionado con productos frescos y perecederos. Los productos frescos y perecederos tienen un ciclo de vida corto y la pérdida de calidad es continua con el paso del tiempo, hasta llegar a su completo deterioro o caducidad que los hacen no aptos para el consumo. Además en la última década han proliferados distintas normativas que regulan la seguridad de los alimentos y la protección del consumidor asociada al seguimiento de la trazabilidad de los mismos durante todo los procesos de la cadena de suministro. También la preocupación por los aspectos medioambientales y la eficiencia energética. El reto durante las operaciones logísticas está en conservar las características nutricionales de estos productos a las temperaturas adecuadas [311]. En consecuencia, la sostenibilidad y la estabilidad de las cadena de frío, la monitorización de

la trazabilidad y la optimización de los costes son prioridades de la actividad industria y de la distribución de productos frescos, perecederos, congelados o refrigerados [312]. En general, todo el proceso de producción, almacenamiento y distribución de estos bienes debe realizarse con equipamiento adecuado que conserva estas propiedades a la temperatura necesaria, la denominada cadena de frío.

Existen múltiples factores que influyen en el deterioro de los alimentos. Los factores más importantes están relacionados con las propiedades bioquímicas, las condiciones del entorno tales como la temperatura, humedad, la presencia de procesos de oxidación así como la compatibilidad entre productos y los modos de descongelación. Podemos asumir que los alimentos son almacenados y distribuidos a una temperatura fija (por ejemplo, es recomendable que los productos congelados se conserven entre  $-18^{\circ}\text{C}$  y  $-22^{\circ}\text{C}$ ). El mantenimiento y control de este factor es el más importante, el resto es ignorado por su menor relevancia. Para ello las empresas cuentan o deben contar con el equipamiento de refrigeración y congelación adecuado en los almacenes y en los vehículos. Así, en el proceso de distribución, el deterioro, caducidad, la pérdida de calidad y el valor de los productos es meramente una función del tiempo de distribución y el mantenimiento de la temperatura [313].

En los problema reales de planificación de rutas de distribución para productos refrigerados podemos tener en cuenta el objetivo de minimizar los costes asociados a la menor duración de la ruta, al deterioro o pérdida de calidad de los alimentos, producido por el tiempo acumulado durante la misma y al cumplimiento de ventanas de tiempo de servicio estrictas en las entregas que cubren las demandas de los clientes. Además en el proceso de distribución pueden existir otros factores que afectan a la temperatura como son el tiempo que los vehículos permanece parados, sobre todo expuestos en determinadas condiciones climáticas a temperaturas altas y/o las aperturas de las puertas de los vehículos y el tiempo que permanecen abiertas para descargar las mercancía y servir a los clientes, que hacen que la temperatura en los contenedores refrigerados suba y puedan producir roturas de la cadena de frío, deterioro en la mercancía y costes de inventarios. Estos factores son necesarios contemplarlos en los objetivos, afectando al cálculo de los costes y/o en las restricciones, estableciendo limitaciones en los tiempos de duración de la ruta y los tiempos de apertura de los contenedores. Asimismo contemplar en los modelos estos factores permitiría también cubrir otros aspectos colaterales pero no menos importantes, como son los tiempos de conducción y descanso de los conductores o el eficiente consumo de



combustibles. En la literatura aparecen artículos de diferentes autores que abordan problemas de planificación de rutas para productos perecederos tratados desde diferentes puntos de vista, formulados como variantes del VRP y resueltos con diferentes metodologías [314], [313], [315], ninguno de ellos proporciona la aproximación que proponemos.

En esta memoria abordamos el problema real de empresas de distribución de productos congelados o refrigerados para planificar las rutas que sigue su flota de vehículos para cubrir la demanda de sus clientes, utilizando criterios que permitan evitar la rotura de la cadena de frío controlando algunos parámetros asociados al transporte. La flota suele ser heterogénea y tienen que hacer el reparto diario de los pedidos que han llegado en los días anteriores a distintos clientes. La flota de vehículos permite la distribución manteniendo las temperaturas para que no se deterioren los productos congelados perecederos mediante contenedores refrigerados. Estos sistemas de refrigeración utilizan para su funcionamiento óptimo el motor del vehículo. Una ruta óptima es la que minimiza el coste, que se puede medir como aquella que utilice el menor recorrido en distancia o en el menor tiempo posible, sin violar las limitaciones establecidas. Estas limitaciones, comunes a estos problemas pueden ser expresadas de la siguiente forma:

- La capacidad de carga de cada vehículo es conocida y diferente, la flota es heterogénea.
- El tamaño de la flota es limitada.
- Cada punto de demanda es visitado una vez y sólo una por un vehículo, satisfaciendo el total de la demanda.
- El total de la demanda de los clientes servidos por un vehículo no debe superar la capacidad del mismo.
- Cada vehículo hace un solo viaje que parte del almacén y regresa al mismo.
- Cada punto de demanda tiene un horario fijado en el cual se puede servir la mercancía, su ventana de tiempo.
- La descarga de mercancías en un punto de venta tiene una duración determinada que depende del tamaño y volumen del pedido.

Si el rendimiento de los sistemas de refrigeración baja, se deterioran los productos. Por esta razón los vehículos no deben permanecer con el motor apagado, en espera más de un tiempo determinado, y tampoco pueden permanecer abiertos los contenedores refrigerados que contienen la carga durante más de un tiempo determinado. Este tiempo se puede estimar asociado al número de veces que se abren las puertas, los pedidos o descargas determinadas asociado al volumen y tamaño de la mercancía. Todos los productos pedidos que se cargan y salen del almacén tienen que repartirse y entregarse, no se admiten devoluciones al almacén dado que la mercancía se deteriora completamente. El problema descrito anteriormente se puede formular como una variante del problema de rutas de vehículos con ventanas de tiempo de servicio de los clientes, VRPTW. El objetivo básico es minimizar el total de tiempo de duración de todas las rutas, visitando a todos los clientes para satisfacer su demanda dentro de la ventana de tiempo establecida por los mismos. Es necesario también introducir restricciones que permitan controlar el mantenimiento estable de las temperaturas para garantizar la conservación de los productos. Así, consideramos los siguientes índices y parámetros del modelo:

- Un índice  $k$  para el conjunto de  $m$  vehículos y rutas
- Los índices  $i, j$  para un conjunto de  $n$  nodos con clientes (donde el 0 representa el depósito)
- Las distancias entre los nodos  $i$  y  $j$  asociados a clientes (y el depósito) son  $d_{ij}$
- Los tiempos de duración del viaje entre dos nodos  $i$  y  $j$  son  $t_{ij}$
- La demanda de un cliente  $i$ :  $q_i$
- La capacidad de carga del vehículo  $k$ :  $Q_k$
- El tiempo de descarga de la demanda en el nodo  $i$ :  $u_i$
- Las ventanas de tiempo de servicio:  $[e_i, l_i]$
- Los tiempos que permanece abierto el contenedor del vehículo para descargar la demanda del nodo  $i$ :  $o_i$
- El tiempo máximo que el contenedor del vehículo  $k$  puede permanecer abierto:  $O_k$
- El tiempo máximo que el vehículo  $k$  puede estar detenido:  $T_k$

Las variables de decisión del problema determinan las  $k$  rutas de los vehículos. Estas variables son:

- $x_{ij}^k$ : variables binarias que representan las rutas, donde cada  $x_{ij}^k$  toma el valor 1 si el vehículo  $k$ , va del nodo  $i$  al nodo  $j$ , y 0 en caso contrario.

Para poder formular el problema como un problema de programación lineal es necesario incluir otras variables que permitan expresar restricciones lineales. Pero además es necesario contemplar las variables del nuevo modelo asociado al control de las temperaturas. Estas variables serían:

- $r_i^k$ : que representa la carga del vehículo  $k$  después de visitar el nodo  $i$ , donde si el vehículo  $k$  va desde el nodo  $i$  a  $j$  ( $x_{ij}^k = 1$ ) entonces  $r_i^k = r_i^k - q_i$ .
- $s_i^k$ : que representan el instante de tiempo en el que el vehículo  $k$  llega a un nodo  $i$ . Si el vehículo  $k$  va desde el nodo  $i$  al nodo  $j$  ( $x_{ij}^k = 1$ ) entonces se tiene  $s_j^k = \max\{e_j, s_i^k + u_i + t_{ij}\}$ .
- $w_i^k$ : que representa el tiempo de espera del vehículo  $k$  en el nodo  $i$ . Esto es la cantidad de tiempo entre el momento en que el vehículo  $k$  llega al nodo  $i$  ( $s_i^k$ ) y el limite inferior de la ventana de tiempo  $e_i$  en el que el cliente  $i$  puede ser servido,  $w_i^k = \max\{0, e_i - s_i^k\}$ .

$r_i^k$ : que representa la carga del vehículo  $k$  después de visitar el nodo  $i$ , donde si el vehículo  $k$  va desde el nodo  $i$  a  $j$  ( $x_{ij}^k = 1$ ) entonces  $r_i^k = r_i^k - q_i$ .  
 $s_i^k$ : que representan el instante de tiempo en el que el vehículo  $k$  llega a un nodo  $i$ . Si el vehículo  $k$  va desde el nodo  $i$  al nodo  $j$  ( $x_{ij}^k = 1$ ) entonces se tiene  $s_j^k = \max\{e_j, s_i^k + u_i + t_{ij}\}$ .

El modelo del VRPTW quedaría formulado como sigue:

$$\text{mín} \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n t_{ij} x_{ij}^k + \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n u_i x_{ij}^k \quad (3.46)$$

sujeto a:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{ij}^k = 1, j = 1..n \quad (3.47)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{ji}^k = 1, j = 1..n \quad (3.48)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k = 1, k = 1..m \quad (3.49)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0}^k = 1, k = 1..m \quad (3.50)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij}^k - \sum_{i=0}^n x_{ji}^k = 0, j = 1..n, k = 1..m \quad (3.51)$$

$$r_i^k + q_j - r_j^k \leq Q_k(1 - x_{ij}), i, j = 0..n, k = 1..m \quad (3.52)$$

$$q_j \leq r_i^k \leq Q_k, i = 1..n, k = 1..m \quad (3.53)$$

$$s_i^k + u_i + t_{ij} \leq s_j^k + M(1 - x_{ij}^k), i, j = 1..n, k = 1..m \quad (3.54)$$

$$e_j \leq s_j^k, j = 1..n, k = 1..m \quad (3.55)$$

$$s_j^k + u_j \leq l_j, j = 1..n, k = 1..m \quad (3.56)$$

$$s_j^k - e_j \leq w_j^k, j = 1..n, k = 1..m \quad (3.57)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j^k + \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^n u_j x_{ij}^k \leq T_k, k = 1..m \quad (3.58)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^n o_j x_{ij}^k \leq O_k, k = 1..m \quad (3.59)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, r_i^k \geq 0, s_i^k \geq 0, w_i^k \geq 0, i, j = 0..n, k = 1..m \quad (3.60)$$

La función objetivo (3.46) muestra el criterio de minimizar la distancia total recorrida. Las restricciones (3.47) y (3.48) aseguran que cada cliente es servido exactamente una vez. Las restricciones (3.49) y (3.50) establecen que cada vehículo parte del depósito y acaba en el, garantizando que ningún vehículo es usado más de una vez. La restricción (3.51) establece las condiciones de conservación del flujo y la continuidad de la ruta. Con las restricciones (3.52) and (3.53) se asegura que la suma de la demanda de los clientes de una ruta no excede la capacidad del vehículo, donde M es una constante suficientemente grande. El conjunto de restricciones (3.54), donde M' es una constante suficientemente grande, establecen las relaciones entre los tiempos de servicio para clientes consecutivos de cada ruta. Las restricciones (3.55) y (3.56) garantiza que cada cliente es servido dentro de

su ventana de tiempo. Las restricciones (3.57) establece el tiempo de espera en cada nodo. Las restricciones (3.58) acotan el tiempo que un vehículo puede ser permanecer detenido durante una ruta, el cual depende de los tiempos de espera y los tiempos de descarga. Por otra parte las restricciones (3.59) limitan el tiempo que las puertas del contenedor del vehículo permanecen abiertas durante la ruta. Ambas restricciones (3.58) y (3.59) garantizan límites de tiempo en los que los productos están expuestos a condiciones inadecuadas de conservación, basados en cantidades estimadas. Por último en (3.60) establecemos la condiciones de las variables.

Nótese que los tiempos de apertura del congelador del vehículo dependen de la cantidad de bienes que hay que descargar del camión, de la demanda  $q_i$ . También que si en un determinado nodo hay que atender varios clientes y para atender a cada uno de ellos es necesario abrir las puertas de los contenedores, en el modelo es necesario contemplar dos nodos con la misma ubicación (la distancia o tiempo de viaje entre ellos es nula). Esto permite contemplar la posibilidad de que tengan tiempos de descarga diferentes y ventanas de tiempo diferentes. El tiempo de llegada al primer cliente atendido en cada ubicación es el instante en que el vehículo alcanza la ubicación pero para el resto de clientes de dicha ubicación la llegada se produce cuando se termina el servicio del cliente anterior.

La formulación presentada en esta sección es una variante del modelo del problema VRPTW para la distribución de productos congelados que fue presentada y publicada en [14]. En esta publicación se presentaba una formulación que en las restricciones que afectaban al control de los tiempos de parada del vehículo y los tiempos de apertura de las puertas del contenedor del mismo como una combinación ponderada de los mismos, utilizando las siguientes relaciones:

$$\left( \sum_{j=1}^n w_j^k + \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^n u_j x_{ij}^k \right) \rho_1 + \left( \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^n q_j x_{ij}^k \right) \rho_2 \leq T_k, k = 1..m \quad (3.61)$$

La restricción especifica la cual acota el tiempo ponderado que los productos están expuestos a condiciones de conservación inadecuadas. Siendo el  $\rho_1$  el factor de ponderación para el tiempo que permanece el vehículo detenido,  $\rho_2$  el factor de ponderación para el tiempo que permanecen abiertas las puertas de refrigerador del vehículo y  $T_k$  el valor máximo de la suma ponderada que garantiza la conservación de los alimentos.

En este nuevo problema podemos aplicar la aproximación propuesta para los modelos VRP y VRPTW que hemos visto en las secciones anteriores para obtener soluciones a los diferentes casos que se pueden dar cuando tenemos términos o componentes difusas en el problema. En particular, en este problema de distribución, la mayoría de los parámetros afectados por el tiempo no son fácilmente medibles de forma exacta. Necesitamos considera la incertidumbre inherente en los tiempos de viaje, tiempo de descarga, tiempos de servicio, ventanas de tiempo, tiempos de apertura, tiempos de espera,... dada la subjetividad y ambigüedad de la expresión o evaluación de las mismas por parte de los operadores y decisores. En el modelo propuesto, las restricciones afectada por los tiempo podemos tratarlas con alguna flexibilidad, es decir, con algún nivel de tolerancia en su cumplimiento. Así, es más realista permitir alguna violación sobre alguna de las restricciones y contemplar diversas caminos para optimizar la función objetivo. En consecuencia las restricciones del modelo (3.54), (3.55), (3.56), (3.58) y (3.59) son definidas como restricciones difusas como sigue:

$$s_j^k - s_i^k + M(1 - x_{ij}^k) \geq_f u_i + t_{ij}, i = 1, ..n, j = 1, ..n, k = 1, ..m \quad (3.62)$$

$$s_j^k \geq_f e_j, j = 1, ..n, k = 1, ..m \quad (3.63)$$

$$s_j^k \leq_f l_j - u_j, j = 1, ..n, k = 1, ..m \quad (3.64)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j^k + \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^n u_j x_{ij}^k \leq_f T_k, k = 1, ..m \quad (3.65)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^n o_j x_{ij}^k \leq_f O_k, k = 1, ..m \quad (3.66)$$

Este modelo novedoso así definido, puede proporcionar un representación más flexible del problema, realista y cercano al comportamiento del mundo real. Este modelo así formulado se corresponde con un modelo de programación lineal con restricciones difusas. Y de igual manera que en el modelo básico del VRPTW con restricciones difusas, utilizando lo propuesto por Verdegay en [271] este modelo puede ser transformado en un modelo auxiliar, utilizando el teorema de representación para conjuntos difusos. Esto es podemos obtener un modelo equivalente para el modelo VRPTW difuso para productos perecederos, reemplazando las restricciones (3.62), (3.63), (3.64), (3.65) y (3.66) por las siguientes:

$$s_j^k - s_i^k + M(1 - x_{ij}^k) \geq u_i + t_{ij} - \tau_1(1 - \alpha), i = 1, ..n, j = 1, ..n, k = 1, ..m \quad (3.67)$$

$$s_j^k \geq e_j - \tau_2(1 - \alpha), j = 1, ..n, k = 1, ..m \quad (3.68)$$

$$s_j^k \leq l_j - u_j + \tau_3(1 - \alpha), j = 1, ..n, k = 1, ..m \quad (3.69)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j^k + \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^n u_j x_{ij}^k \leq T_k + \tau_4(1 - \alpha), k = 1, ..m \quad (3.70)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^n o_j x_{ij}^k \leq O_k + \tau_5(1 - \alpha), k = 1, ..m \quad (3.71)$$

con  $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$  y  $\tau_5$ , niveles de tolerancia en el que las restricciones se pueden violar, establecidos por el decisor y  $\alpha \in [0, 1]$ . Para cada valor de  $\alpha$ , y dado unas tolerancias determinadas podemos obtener conjunto de soluciones óptimas del problema.

### 3.4. Modelo Cerrado y Abierto VRPTW difuso para subcontratación

La búsqueda de eficiencia y eficacia en los sistemas de transporte es un objetivo estratégico para cualquier actividad de negocios. La productividad de los negocios está directamente relacionada con el ajuste de los costes operacionales sin sacrificar la calidad del producto o servicio. Los costes de transporte son una parte significativa de los costes de los productos, sobre todo para las empresas de distribución. Además la gestión adecuada de los recursos disponibles en la empresa permite ganar en competitividad, un factor básico en los actuales entornos globales y competitivos. Una de las tendencias actuales de estas estrategias, es la orientación a la subcontratación de aquellas actividades que poseen una baja eficiencia interna y que no son básicas para la productividad y competencia. La finalidad principal es que la organización se centre en las actividades que dan más valor. Para ello, deben concentrarse en las principales operaciones y objetivos de la organización y externalizar las operaciones no estratégicas. Este es el caso de las actividades de logística y transporte, que muchas compañías subcontratan a terceros, los cuales poseen

infraestructura y medios adecuados para llevar a cabo estas actividades con un gran nivel de especialización.

La subcontratación de servicios de transporte es una herramienta que permite optimizar la gestión asociada a la distribución y a la flota. Sobre todo, en aquellas empresas en las que por la tipología de su actividad, por ejemplo la demanda es muy cambiante o variable, quieren limitar las inversiones en equipamiento y/o les resulta necesario o más eficiente lograr sus objetivos a costa de complementar su gestión con los servicios de otro operador [316]. Los principales objetivos que persiguen las empresas a través de la subcontratación del transporte son: la reducción de los costes, el incremento de la productividad y de los niveles de servicio, una mayor flexibilidad ante las fluctuaciones del mercado y la demanda y una disminución del riesgo inversor.

En esta sección desarrollamos un modelo válido para la planificación de rutas de distribución de muchas compañías que optan por la colaboración y la contratación de otros operadores para el desarrollo de actividades de distribución y reparto de bienes a clientes que lo demandan. Sobre todo de algunas compañías que tiene sus propios medios de transporte, su propia flota pero comparte los servicios con otros, contratando medios complementarios y que planifican las rutas de transportes de distribución de sus bienes contando con ambas flotas y de forma global la optimización de las mismas.

En el modelo clásico del VRP, las rutas establecidas de distribución requieren que los vehículos retornen al depósito después de completar el servicio. Sin embargo hay algunos problemas de planificación de rutas donde tal condición no es necesaria. En estos problemas no necesariamente los vehículos retornan al depósito después del desempeño de sus funciones, reparten los bienes a los clientes y retornan a otras localizaciones. Esta variante del VRP, en el cual un vehículo no retorna al depósito después de servir al último cliente de la ruta, es denominado el problema de rutas abiertas de vehículos (“Open Vehicle Routing Problem”, OVRP) o si tienen restricciones de ventanas de tiempo el problema de rutas abiertas de vehículos con ventanas de tiempo, (“Open Vehicle Routing Time Windows”, OVRPTW). Ambos problemas, el OVRP y el OVRPTW han recibido en la literatura menos atención que el VRP y el VRPTW. El OVRP fue descrito inicialmente por Schrage en 1981 y especificadas las diferencias entre viajes abiertos y cerrados. Pero fueron Bodin et al. [44] en 1983 los que propusieron el primer procedimiento de solución para el OVRP. Solo en años más recientes varios investigadores han abordado soluciones a estos problemas, la mayoría



utilizando procedimientos metaheurísticos [99], [317], [318], [319], [320], [321], [322], [323], [324], [325], [326], [327]. También en la literatura un modelo del OVRP con demandas difusas es propuesto en [298]. El modelo OVRPTW fue primeramente abordado como un todo por Repoussis et al. en 2007 [100]. Posteriormente en nuestro conocimiento en la literatura solo aparecen algunas referencias de este problema, en concreto de G. Li [328], [329].

El modelo propuesto para aproximarnos y resolver el problema descrito anteriormente de planificar con flotas internas y externas subcontratadas puede considerarse como una variante mixta del VRP y el OVRP, un mixto Cerrado y Abierto VRP (“Close-Open VRP”, COVRP), en el cual un número determinado de vehículos propios y externos deben servir la demanda de un conjunto específico de clientes dispersos, satisfaciendo un conjunto de restricciones y minimizando el total de los costes operativos. Una versión del COVRP fue recientemente propuesta y publicada en [330]. En nuestro caso el objetivo consiste en encontrar el conjunto de rutas que minimiza el total de la distancia recorrida en todas las rutas. Todas las rutas comienzan en un único depósito y finalizan en el depósito o en un determinado cliente, según el camión sea propio o externo, respectivamente. Cada cliente es visitado solo una vez exactamente por un vehículo y la demanda de cada cliente debe ser repartida completamente por un solo vehículo. Además, el total de la demanda servida por cada vehículo no debe exceder de la capacidad del vehículo. Las variables binarias de decisión que representan las rutas son  $x_{ij}^k$ : donde cada  $x_{ij}^k$  toma el valor 1 si el vehículo  $k$ , va del nodo  $i$  al nodo  $j$ , y 0 en caso contrario.

Además para poder formular el problema como un problema de programación lineal es necesario incluir otras variables  $y_i^k$  que permitan expresar restricciones lineales que garanticen la factibilidad de las soluciones. Estas variables  $y_i^k$  representan el orden en el cual el vehículo  $k$  visita el nodo  $i$ . EL número de clientes es  $n$ , 0 representa el depósito y el número total de vehículos disponibles(rutas) es  $m$ , de los cuales  $p$  son propios y el resto externos. Los vehículos tienen capacidades heterogéneas.

La formulación de este problema COVRP es la siguiente:

$$\text{mín} \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n d_{ij} x_{ij}^k \quad (3.72)$$

Sujeto a:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{ij}^k = 1, \quad j \in [1..n] \quad (3.73)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij}^k - \sum_{i=0}^n x_{ji}^k \geq 0, \quad j \in [1..n], k \in [1..m] \quad (3.74)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k = 1, \quad k \in [1..m] \quad (3.75)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0}^k = 1, \quad k \in [1..p] \quad (3.76)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^n q_j x_{ij}^k \leq Q_k, \quad k \in [1..m] \quad (3.77)$$

$$y_i^k - y_j^k + n x_{ij}^k \leq n - 1, \quad i \in [0..n], j \in [1..n], k \in [1..m] \quad (3.78)$$

$$\begin{aligned} x_{ij}^k &\in \{0, 1\}, y_i^k \in \{1..n\}, \\ i &\in [0..n], j \in [1..n], k \in [1..m]. \end{aligned} \quad (3.79)$$

La ecuación (3.72) representa la función objetivo en términos de costes. Las restricciones (3.73) garantizan que exactamente un vehículo/ruta visite a cada cliente. Las restricciones (3.74) establecen que si un vehículo sale de un cliente es que entonces también ha llegado. Las restricciones (3.75) y (3.76) aseguran que cada vehículo deje el depósito y que los vehículos propios regresen a él. Las restricciones (3.77) garantizan que el total de la demanda de los clientes en cualquier ruta no excede de la capacidad del vehículo. Las restricciones (3.78) son una alternativa al conjunto de restricciones que aseguran la eliminación de subtours. Y por último (3.79) establece las condiciones de las variables del modelo.

Por otra parte podemos formular también el modelo cuando los clientes tienen limitaciones de ventanas de tiempo para la entrega de bienes, el COVRPTW. No existe en la literatura referencias a este problema en nuestro conocimiento. El modelo propuesto incluye un conocido conjunto de  $n$  clientes con demandas  $q_i$ , las cuales tienen un tiempo de descarga en el cliente  $u_i$  y los tiempos de viaje entre los nodos  $i$  y  $j$  se denotan  $t_{ij}$ . Cada cliente además tiene su ventana de tiempo  $[e_i, l_i]$  en la cual es posible hacer la entrega de los bienes.

Existe solo un depósito desde donde todos los vehículos parten para realizar su ruta. Cada vehículo es representado por un índice  $k$ ,  $k \in [1..m]$  y cada uno de ellos tiene una capacidad  $Q_k$  que puede ser diferente. El modelo contiene dos conjuntos de variables de decisión: Las variables binarias que representan las rutas  $x_{ij}^k$ : donde cada  $x_{ij}^k$  toma el valor 1 si el vehículo  $k$ , va del nodo  $i$  al nodo  $j$ , y 0 en caso contrario; y las variables  $s_i^k$ : que representan el instante de tiempo en el que el vehículo  $k$  llega al cliente  $i$ . Si el vehículo  $k$  va desde el nodo  $i$  al nodo  $j$  ( $x_{ij}^k = 1$ ) entonces se tiene que  $s_j^k = \max\{e_j, s_i^k + u_i + t_{ij}\}$ .

El COVRPTW quedaría formulado de la siguiente forma:

$$\min \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n d_{ij} x_{ij}^k \quad (3.80)$$

Sujeto a:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{ij}^k = 1, \quad j \in [1..n] \quad (3.81)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij}^k - \sum_{i=0}^n x_{ji}^k \geq 0, \quad j \in [1..n], k \in [1..m] \quad (3.82)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k = 1, \quad k \in [1..m] \quad (3.83)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0}^k = 1, \quad k \in [1..p] \quad (3.84)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^n q_j x_{ij}^k \leq Q_k, \quad k \in [1..m] \quad (3.85)$$

$$s_i^k + u_i + t_{ij} \leq s_j^k + M(1 - x_{ij}^k), \quad i \in [0..n], j \in [1..n], k \in [1..m] \quad (3.86)$$

$$e_j \leq s_j^k, j \in [1..n], k \in [1..m] \quad s_j^k + u_i \leq l_j, j \in [1..n], k \in [1..m] \quad (3.87)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, y_i^k \in \{1..n\}, \quad (3.88)$$

$$i \in [0..n], j \in [1..n], k \in [1..m].$$

donde la función objetivo (3.80) es expresada en términos de costes. Las restricciones (3.81) garantizan que exactamente un vehículo/ruta visite a cada cliente. Las restricciones (3.82) establecen que si un vehículo sale de un cliente es que entonces también ha llegado. Las restricciones (3.83) y (3.84) aseguran que cada vehículo deje el depósito y que los vehículos propios regresen a él. Las restricciones (3.85) limitan que el total de la demanda de los clientes en

cualquier ruta no excede de la capacidad del vehículo. Las restricciones (3.86) establecen que el vehículo  $k$  no puede llegar a  $j$  antes de  $s_i^k + t_{ij}$  si se viaja del nodo  $i$  al  $j$  y garantiza la eliminación de subtours (donde  $M$  es un escalar suficientemente grande). Las restricciones garantizan que se cumplan las ventanas de tiempo establecidas para cada cliente (3.87). Finalmente, (3.88) establece las condiciones de las variables del modelo.

Si hay imprecisión en algunas de las componentes de la formulación del problema de optimización y pueden ser expresados con términos difusos, entonces estamos ante un problema de optimización difusa. En estos problemas los objetivos y/o restricciones pueden ser definidos de manera imprecisa y pueden ser caracterizados usando funciones de pertenencia como conjuntos difusos. Siguiendo la aproximación de optimización difusa descrita en 2.4.4.2 y en el mismo camino que hemos resuelto estos problemas para las variantes VRP y VRPTW, podemos encontrar modelos que ayuden a solucionar el problema de programación lineal difusa, COVRPTW de manera directa y simple.

Este es el caso, aplicado a este modelo, del COVRTW con restricciones difusas, donde las restricciones pueden ser satisfechas, y consecuentemente la región factible puede ser definida como un conjunto difuso. Así, de la misma manera, utilizando el enfoque propuesto por Verdegay [271] podemos obtener un modelo equivalente para resolver el COVRPTW con restricciones difusas reemplazando las restricciones (3.85), (3.86) y (3.87) establecidas como difusas, por las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n q_j x_{ij}^k \leq Q + \tau_1^k (1 - \alpha), \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (3.89)$$

$$s_j^k \geq e_j - \tau_2^j (1 - \alpha), \quad j = 1, \dots, n, k = 1, \dots, m \quad (3.90)$$

$$s_j^k \leq l_j - u_j + \tau_3^j (1 - \alpha), \quad j = 1, \dots, n, k = 1, \dots, m \quad (3.91)$$

donde  $\tau_1 \in \mathfrak{R}^m$  y  $\tau_2, \tau_3 \in \mathfrak{R}^n$  son los vectores de niveles de tolerancia o máxima violación en el cumplimiento de las restricciones de capacidad y ventanas de tiempo proporcionados por el decisor y  $\alpha \in [0, 1]$ . Aplicando este modelo podemos obtener un rango de soluciones óptimas variando  $\alpha$ .

## Capítulo 4

# Metaheurísticas híbridas e hiperheurísticas para la planificación de rutas

Las soluciones a problemas reales de planificación de rutas y el desarrollo de sistemas inteligentes que permitan abordar los mismos, requieren enfoques especiales que sean capaces de tratar con la incertidumbre y la complejidad de dichos problemas. Las metaheurísticas son técnicas algorítmicas cuyo propósito general es ofrecer estrategias de búsqueda global para explorar un espacio de soluciones [331]. Las principales ventajas de las metaheurísticas son su capacidad de adaptación a las características del problema y aprovechar el conocimiento del propio problema para encontrar una solución de alta calidad en un tiempo razonable. Estos procedimientos son capaces de resolver problemas complejos de optimización, incluyendo aquellos que contienen información imprecisa, evaluando alternativas posibles y determinando la solución preferida de manera eficiente. Las metaheurísticas han sido aplicadas con éxito a los problemas de planificación de rutas, el VRP y sus variantes. Además de su capacidad de adaptación a las instancias del problema otras características importantes son la consistencia y robustez de estos métodos a la hora de aplicar pequeños cambios en el modelo del problema y/o en los parámetros. Así, es común ajustar las metaheurísticas a diferentes contextos en problemas del mundo real, con relativamente pocos cambios, así se adaptan perfectamente a las características encontradas en los problemas de planificación de rutas.

El capítulo anterior aborda los problemas de planificación de rutas de distribución con incertidumbre, el presente capítulo describe los distintos métodos utilizados para resolver los modelos propuestos. En la primera sección introduce los conceptos de metaheurísticas, metaheurísticas híbridas e hiperheurísticas. La segunda sección describe los procedimientos metaheurísticos utilizados en esta tesis y que en las secciones posteriores se utilizan para obtener procedimientos híbridos. Las siguientes secciones detallan los procedimientos híbridos propuestos, diseñados e implementados para encontrar una solución óptima a dichos problemas. En la última sección describimos las hiperheurísticas basadas en poblaciones y procedimientos de “inteligencia de enjambres”, desarrolladas como estrategias que adecúan el uso de metaheurísticas para encontrar la soluciones óptimas.

## **4.1. Metaheurísticas e hiperheurísticas**

Los orígenes de las metaheurísticas lo podemos encontrar en la Inteligencia Artificial y en Investigación Operativa. En Inteligencia Artificial se emplea el calificativo heurístico, en un sentido muy genérico, para aplicarlo a todos aquellos aspectos que tienen que ver con el empleo de conocimiento en la realización dinámica de tareas [332]. Una heurística es una técnica, método o procedimiento inteligente para realizar una tarea que no es producto de un estricto análisis formal, sino del razonamiento común con conocimiento experto sobre la tarea. En Investigación Operativa, el término heurístico se aplica a un procedimiento de resolución de problemas de optimización con una concepción diferente. Se califica de heurístico a un procedimiento para el que se tiene un alto grado de confianza en que encuentra soluciones de alta calidad con un coste computacional razonable, aunque no se garantice su optimalidad o su factibilidad, e incluso, en algunos casos, no se llegue a establecer lo cerca que se está de dicha situación. En la resolución de problemas específicos han surgido procedimientos heurísticos exitosos, de los que se ha tratado de extraer lo que es esencial en su éxito para aplicarlo a otros problemas o en contextos más extensos. De esta forma se han obtenido, tanto técnicas y recursos computacionales específicos, como pautas de diseño generales para procedimientos heurísticos de resolución de problemas. Estas estrategias generales para diseñar y construir algoritmos, que quedan por encima de las heurísticas, y van algo más allá se denominan metaheurísticas. Además, las metaheurísticas se configuran como un elemento propio de la Inteligencia Artificial ya que

pueden integrarse con otras herramientas para actuar, como un sistema experto, sistemas inteligente y facilitar su uso genérico a la vez que mejorar su rendimiento con la adquisición de conocimiento derivado de la experiencia [333], [334]. Una línea interesante de trabajo en éste área es obtener estrategias híbridas, desarrollar metaheurísticas híbridas combinando dos o más metaheurísticas, las cuales cooperan en el proceso de optimización intercambiando conocimientos para resolver un problema [335]. Otra de las líneas desarrolladas para abordar inteligentemente la resolución de un problema es mediante hiperheurísticas. En general, del conocimiento de las propiedades de las distintas metaheurísticas posibles y el análisis de las características del problema, se elige la que ofrece mayores garantías de éxito y se ajustan sus parámetros. Este planteamiento da lugar a las hiperheurísticas, procedimientos para abordar un problema consistentes en aplicar reglas para la selección de la heurística (o metaheurística) más apropiada en cada estado del proceso de búsqueda de la solución. El término hiperheurística se utiliza para describir la idea de utilizar juntas varias heurísticas diferentes. Una hiperheurística puede ser vista como una heurística que (iterativamente) elige entre una serie dada de heurísticas para resolver un problema [336]. Una hiperheurística, a diferencia de cómo suelen hacer las metaheurísticas, no resuelve directamente un problema sino que lo hace indirectamente recomendando un método de solución (heurística) en cada estado del proceso de solución. Todas estas estrategias constituyen una de las tendencias más avanzadas para el desarrollo de sistemas inteligentes de optimización.

El término metaheurística apareció por primera vez en el artículo seminal sobre búsqueda tabú de Fred Glover en 1986 [333]. A partir de entonces han surgido multitud de propuestas de pautas para diseñar buenos procedimientos de búsqueda para resolver problemas que, al ampliar su campo de aplicación, merecen la denominación de metaheurísticas [337], [169]. Son generalmente estrategias para construir soluciones y transformarlas de forma iterativa tratando de alcanzar soluciones óptimas o de muy alta calidad. Son algoritmos aproximados genéricos no diseñados para un determinado problemas. Estos algoritmos combinan heurísticas básicas con entornos de alto nivel orientados a explorar el espacio de búsqueda de forma eficiente y efectiva. Otra definición es la propuesta por Osman and Laporte en 1996 [338], “Una metaheurística es formalmente definida como un proceso de generación iterativa el cual guía una heurística subordinada combinando inteligentemente diferentes conceptos para la exploración y explotación del espacio de búsqueda, estrategias de aprendizaje son usadas para estructurar información en orden a encontrar eficientemente soluciones

cercanas al óptimo”. En los últimos 20 años las metaheurísticas han crecido a un ritmo muy alto, se han desarrollado muchas aplicaciones en muchas áreas tecnológicas probando su eficiencia y eficacia para resolver problemas prácticos reales [339]. Entre las metaheurísticas más conocidas y exitosas podemos citar los algoritmos genéticos, el recocido simulado, la búsqueda tabú, la búsqueda dispersa y las colonias de hormigas. El éxito de estos métodos depende de muchos factores como la facilidad de implementación, su capacidad de considerar restricciones específicas de aplicaciones prácticas y la alta calidad de las soluciones que producen. Cada una de las metaheurísticas diseñadas tiene sus propios antecedentes históricos y sus fundamentos de inspiración como los inspirados en procesos naturales y evolutivos o las extensiones de heurísticas greedy y búsqueda local. Las metaheurísticas son estrategias para definir y diseñar procedimientos heurísticos que puede aplicarse a un amplio conjunto de diferentes problemas, es decir con pocas modificaciones adaptarse a problemas específicos. Por tanto, los tipos de metaheurísticas se establecen, en primer lugar, en función del tipo de procedimientos a los que hace referencia [169], [340]. Algunos de los tipos fundamentales son:

- Las metaheurísticas de relajación se refieren a procedimientos de resolución de problemas que utilizan relajaciones del modelo original (es decir, modificaciones del modelo que lo hacen más fácil de resolver), cuya solución facilita la solución del problema original.
- Las metaheurísticas constructivas se orientan a los procedimientos que tratan de la obtención de una solución a partir del análisis y selección paulatina de las componentes que la forman.
- Las metaheurísticas de búsqueda guían los procedimientos que usan transformaciones o movimientos para recorrer el espacio de soluciones alternativas y explotar las estructuras de entornos asociadas
- Las metaheurísticas evolutivas enfocadas a los procedimientos basados en conjuntos de soluciones que evolucionan sobre el espacio de soluciones.

Algunas metaheurísticas surgen combinando metaheurísticas de distinto tipo, como la metaheurística GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure), que combina una fase constructiva con una fase de búsqueda de mejora. Otras metaheurísticas se centran en el uso de algún tipo de recurso



computacional o formal, especial como las redes neuronales, los sistemas de hormigas o la satisfacción de restricciones y no se incluyen claramente en ninguno de los cuatro tipos anteriores.

Por otro lado, de una u otra forma, todas las metaheurísticas se pueden concebir como estrategias aplicadas a procesos de búsqueda, donde todas las situaciones intermedias en el proceso de resolución del problema se interpretan como elementos de un espacio de búsqueda, que se van modificando a medida que se aplican las distintas operaciones diseñadas para llegar a la solución definitiva. Por ello, y porque los procesos de búsqueda heurística constituyen el paradigma central de las metaheurísticas, es frecuente interpretar que el termino metaheurística es aplicable esencialmente a los procedimientos de búsqueda sobre un espacio de soluciones alternativas.

Las metaheurísticas se pueden clasificar también según variados criterios [341], los cuales nos dan una idea de la filosofía y procedimientos de cada una de ellas:

- *Inspiradas o no en la naturaleza*: algoritmos evolutivos o genéticos, sistemas artificiales inmunológicos de la biología, las colonias de hormigas y abejas, la optimización de enjambre de partículas o inteligencia de enjambre en diferentes especies y el recocido simulado de la física. Esta clasificación es intuitiva basada en los orígenes y no es muy significativa, dada la dificultad en clasificar algunas metaheurísticas sobre todo nuevas metaheurísticas híbridas.
- *Con o sin memoria*: algunas de las metaheurísticas no utilizan memoria, es decir, no hay información extraída de forma dinámica para utilizar durante la búsqueda. Algoritmos de búsqueda local, GRASP y recocido simulado son algunos representantes de esta clase. Mientras que otras metaheurísticas usan memoria que contiene información extraída durante la búsqueda, por ejemplo, las memorias de corto y largo plazo en la búsqueda tabú.
- *Con una o varias estructuras de entornos*: la mayoría de las metaheurísticas trabajan con una simple estructura de entorno. Es decir, no cambia la topología durante la ejecución del algoritmo. Otros en cambio, como la metaheurística de búsqueda por entornos variables (VNS), utilizan un conjunto de estructuras que le da la posibilidad de diversificar la búsqueda mediante el cambio de entorno.

- *Determinísticas o estocásticas*: las metaheurísticas determinísticas resuelven un problema de optimización de forma determinista (por ejemplo, búsqueda local, búsqueda tabú). En una metaheurística estocástica algunas reglas se aplican al azar durante la búsqueda (por ejemplo, el recocido simulado o los algoritmos evolutivos). En los algoritmos deterministas, la utilización de la misma solución inicial dará lugar a la misma solución final, mientras que en metaheurísticas estocásticas, diferentes soluciones finales pueden ser obtenidas a partir de la misma solución inicial.
- *Basadas en poblaciones o en una única solución*: algoritmos basados en una sola solución, también llamados basados en trayectorias (por ejemplo, búsqueda local, recocido simulado, búsqueda tabú,...), manipulan y transforman la solución describiendo una trayectoria en el espacio de búsqueda durante el proceso de búsqueda. Mientras que los basados en poblaciones (por ejemplo, enjambre de partículas, algoritmos evolutivos) toda una población de soluciones va evolucionado. Estas dos familias tienen características complementarias. Las metaheurísticas basadas en una sola solución están orientadas a la explotación, pero no tienen el poder de intensificar la búsqueda en determinadas regiones. Las basadas en poblaciones están orientadas a la exploración, que permiten una mayor diversificación en el espacio de búsqueda.
- *Constructivas o de mejora*: En los algoritmos constructivos, comienza el proceso con una solución completa (o la población de soluciones) y la transforman en cada iteración con algunos operadores de búsqueda. Algoritmos de mejora o voraces, parten de una solución vacía y en cada paso, va incorporando un nuevo elemento hasta que se obtiene una solución completa. La mayoría de las metaheurísticas son algoritmos constructivos.

En el diseño de metaheurísticas dos criterios contrapuestos tienen una gran relevancia para caracterizar el mismo y nos dan una visión general sobre las metaheurísticas. Ambos actúan como fuerzas que conducen y orientan la metaheurística: la exploración del espacio de búsqueda (diversificación) y la explotación de las mejores soluciones encontradas (intensificación). La obtención de “buenas” soluciones determinan las regiones prometedoras donde la intensificación explora más a fondo, mientras se diversifica visitando las regiones no exploradas asegurándose que todas las regiones del espacio de búsqueda sean exploradas [339].

De gran importancia es que se presente un equilibrio dinámico entre la diversificación y la intensificación. Por un lado, para identificar rápidamente las regiones en el espacio de búsqueda de soluciones de calidad y por otro no perder demasiado tiempo en las regiones del espacio de búsqueda que ya están explorados o que no ofrecen soluciones de calidad. Dependiendo del paradigma intensificación y diversificación se consiguen de distinta forma e incluso se pueden denominar de distinta manera. Estos conceptos pueden orientar el objetivo de desarrollar metaheurísticas híbridas como combinación de estos conceptos en las heurísticas.

En los últimos años ha aparecido un numero importantes de algoritmos que no sigue estrictamente el paradigma de una sola metaheurística. La mayoría combina diferentes componentes de otros algoritmos, heurísticas y metaheurísticas. Algunos incluso hibridan estos procedimientos aproximados con procedimientos exactos provenientes de otras áreas de investigación en optimización. Todos estos procedimientos se conocen comúnmente con metaheurísticas híbridas y muchos de los éxitos de las metaheurísticas son producto de esta hibridación. La principal motivación detrás de la hibridación de diferentes algoritmos es aprovechar el carácter complementario de las diferentes estrategias de optimización, es decir, beneficiarse de las sinergias. De hecho, la elección de una adecuada combinación de conceptos algorítmicos complementarios puede ser la clave para lograr el máximo rendimiento en la solución de muchos problemas duros de optimización. Desafortunadamente el desarrollo de un enfoque híbrido efectivo, en general, es una tarea difícil que requiere conocimientos de diferentes áreas de optimización. Por otra parte, la literatura muestra que no es trivial generalizar las metaheurísticas híbridas, es decir, un híbrido determinado puede funcionar bien para un problema específico, pero malo para los demás. Sin embargo, hay tipos de hibridación que han demostrado ser exitosas para muchas aplicaciones, los cuales pueden servir como una guía para los nuevos desarrollos. Una de las dificultades es que en la literatura nos encontramos que métodos similares son conocidos con nombres diferentes. Todos estos métodos tienen tres características en común, primero memorizan las soluciones o las características de las soluciones generadas durante el proceso de búsqueda, segunda incluyen un procedimiento que crea una solución inicial con la información almacenada en la memoria, tercero aplican un método de búsqueda local como un método de mejora de la solución inicial [342], [343], [344].

Se distinguen diferentes formas de hibridación. Un primer bloque esta asociado con la hibridación de metaheurísticas con metaheurísticas, que contienen híbridos que incluyen componentes de un metaheurística en

otro y los sistemas híbridos que contienen mecanismos que comparten e intercambian información entre las metaheurística y que a veces se etiquetados como búsqueda cooperativa [345]. Un segundo bloque está asociado a la integración de dos técnicas o paradigmas distintos, muchos de los cuales se aplican a diferentes problemas y disciplinas, en los cuales unas tienen éxito y las otras no necesariamente, como la hibridación de metaheurísticas con programación con restricciones [346]. También en este segundo bloque se incluye la integración de métodos aproximados y métodos exactos [347] [348]: hibridación de metaheurísticas con programación matemática, programación dinámica, técnicas de relajación, con técnicas de búsqueda en árboles. Para una taxonomía de metaheurísticas híbridas ver [349].

Uno de los principales argumentos a favor de las metaheurísticas es el de la generalidad, es decir, que se pueden aplicar a cualquier problema de optimización. Sin embargo muchos trabajos recientes sobre todo en la hibridación de metaheurísticas se han desplazado hacia la mejora del rendimiento asociada a la resolución de problemas específicos.

En los último años se ha abierto una nueva línea de trabajo con las denominadas hiperheurísticas. El término hiperheurística (“hyperheuristic”) aparece por primera vez en [350] y surge en el seno del grupo ASAP de la Universidad de Nottingham, las publicaciones [336] y [351] suponen su consolidación como un campo importante en los sistemas inteligentes avanzados para la resolución de problemas. La investigación en hiperheurísticas [336] es iniciado con la idea de desarrollar algoritmos generales que se puede aplicar a muchos problemas relacionados sin mucho esfuerzo de adaptación. El objetivo es elevar el nivel de generalidad en que operan las metaheurísticas en optimización, siendo una aproximación a más alto nivel de abstracción que las heurísticas y metaheurísticas. Las hiperheurísticas no operan directamente en el espacio de búsqueda de soluciones del problema, como las metaheurísticas ordinarias, actúan en el espacio de búsqueda definido por heurísticas de bajo nivel e incluso metaheurísticas que abordan el problema. Las hiperheurísticas están en general interesadas en la selección de la correcta metaheurística en cualquier situación. Una hiperheurística puede ser vista como una heurística que (iterativamente) elige entre una serie dada de heurísticas para resolver un problema, de forma que, a diferencia de cómo suelen hacer las metaheurísticas, no resuelve directamente un problema sino que lo hace indirectamente, recomendando un método de solución (heurística) en cada estado del proceso de solución. La heurística aplicada pueda diferir en cada

punto de la decisión [336], [351]. Una hiperheurística puede ser informalmente definida como una heurística que selecciona heurísticas, eligiendo en un determinado punto de decisión cual aplicar. Las hiperheurísticas no utilizan ningún conocimiento del dominio del problema, alejándose por completo del problema que está resolviendo bajo su supervisión. En particular, sólo utiliza la información que le comunican las heurísticas para evaluar la calidad de las soluciones y en función de esta, seleccionar la más adecuada [352]. Podemos encontrar una clasificación de las diferentes hiperheurísticas en [353].

Cuando afrontamos problemas reales complejos, difíciles de resolver, las metaheurística híbridas e hiperheurísticas pueden ser, a efectos prácticos, los métodos de solución más eficaces. Lo cual las hacen idóneas en el contexto de los sistemas inteligentes para ayudar a tomar decisiones y resolver problemas en el campo de la logística y el transporte, en entornos de incertidumbre y con información imprecisa, como los que consideramos en esta tesis.

## 4.2. Metaheurísticas GRASP, VNS, ACO y PSO

La metaheurística denominada **procedimiento de búsqueda voraz aleatorizado y adaptativo** (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure, GRASP*) fue introducida como una nueva técnica metaheurística de propósito general por Feo y Resende [354]. Este método se encuentra dentro de los denominados métodos basados en trayectoria y métodos de búsqueda local exploratoria. GRASP es un procedimiento multiarranque donde cada paso consiste en dos fases, una fase de construcción y una fase de mejora. En la fase de construcción se aplica un procedimiento heurístico constructivo para obtener una solución factible inicial. Esta solución inicial se mejora en la segunda fase mediante un algoritmo de búsqueda local. La mejor de las soluciones encontradas se guarda como resultado final [355], [356], [184].

Una solución  $x$  consiste en un subconjunto de elementos (componentes de la solución) que el mecanismo de construcción crea paso a paso, incorporando un nuevo elemento en cada paso a la misma. En cada iteración la elección del elemento a ser añadido a la solución parcial viene determinada por una función greedy. Esta función es un indicador de la contribución de añadir cada uno de los elementos a la solución parcial, según la función de

coste o función objetivo, la cual permite ordenar los mejores elementos. Note que este indicador es miope si no tiene en cuenta qué ocurrirá en iteraciones sucesivas al realizar una elección, sino únicamente en esta iteración. El heurístico greedy es adaptativo o también denominado dinámico, porque en cada iteración una vez añadido el elemento seleccionado a la solución parcial, se actualizan los beneficios obtenidos según la función. Es decir, la evaluación realizada al añadir un determinado elemento a la solución en la iteración  $j$ , depende de lo que ha ocurrido en las iteraciones anteriores.

El heurístico es aleatorio porque no selecciona el mejor candidato según la función greedy adaptativa sino que, con el objeto de diversificar y no repetir soluciones, se construye una lista acotada con los mejores candidatos, la lista restringida de candidatos (*Restricted Candidates List, RCL*), de entre los que se selecciona uno al azar. El tamaño de la lista puede venir determinado por un número fijo de elementos o por un rango de elementos dado por los valores de la función objetivo, pudiendo existir otros criterios incluso variables. Existen también diferentes enfoques para el procedimiento de selección de los elementos de la RCL, por ejemplo mediante una función de sesgo, la cual asigna diferentes probabilidades a los elementos de la lista para favorecer los mejor evaluados. La segunda fase de la metaheurística es un proceso de mejora donde las soluciones generadas por la fase de construcción de GRASP se mejoran tratando de encontrar la óptima. El siguiente esquema muestra el funcionamiento global del algoritmo:

---

Procedimiento GRASP:

1. Sea  $j_{max}$  el criterio de parada
2. Repetir hasta  $j_{max}$ 
  - a) Obtener  $x$  solución con Procedimiento Constructivo.
  - b) Mejorar  $x$  con Procedimiento de Mejora.
  - c) Actualizar mejor solución  $x_{opt}$  si  $x$  es mejor que  $x_{opt}$
3. Retornar solución  $x_{opt}$

---

Figura 4.1: Procedimiento GRASP

El realizar muchas iteraciones GRASP es una forma de realizar un muestreo del espacio de soluciones. Basándose en observaciones empíricas, se ve que la distribución de la muestra generalmente tiene un valor en

promedio que es inferior al obtenido por un procedimiento determinista, sin embargo, la mejor de las soluciones encontradas generalmente supera a la del procedimiento determinista con una alta probabilidad. La longitud de la LCR determina la intensidad con la que la heurística discrimina o sesga la búsqueda. En un caso extremo se añade el mejor elemento, por lo que la construcción sería equivalente a una heurística constructiva determinista, el caso contrario sería la construcción completamente al azar. Por lo tanto, la longitud de la lista es un parámetro crítico que influye en muestreo del espacio de búsqueda. En [357] podemos encontrar los esquemas más importantes para definir este tamaño. El esquema más simple es mantener el tamaño constante, pero también se puede cambiar en cada iteración, al azar o por medio de un esquema adaptativo.

Las implementaciones GRASP generalmente son robustas en el sentido de que es difícil el encontrar ejemplos donde el método funcione arbitrariamente mal. También tal y como señalan Feo y Resende una de las características más relevantes de GRASP es su sencillez y facilidad de implementación [354]. Basta con fijar el tamaño de la lista de candidatos y el número de iteraciones para determinar completamente el procedimiento. De esta forma se pueden concentrar los esfuerzos en diseñar estructuras de datos para optimizar la eficiencia del código y proporcionar una gran rapidez al algoritmo. Debido a su simplicidad, es generalmente rápido y es capaz de producir soluciones muy buenas en tiempos de computación reducidos. Además, puede integrarse con éxito con otras técnicas de búsqueda. Por otra parte el GRASP descrito, revela que no utiliza la historia del proceso de búsqueda. Las iteraciones son independientes y no utilizan las observaciones realizadas durante las iteraciones previas. Los requisitos de memoria sólo sirven para almacenar la instancia del problema y para mantener la mejor solución hasta el momento. Esta es la principal desventaja del GRASP y una de las razones por las que a menudo se combina con otras metaheurísticas, por ejemplo el método de reencadenamiento de trayectorias [358] o con el ACO, como la usamos en esta memoria. GRASP ha sido aplicada con éxito en muchas problemas, un bibliografía anotada con referencia a muchas aplicaciones la podemos encontrar en [359]. Aplicado en la resolución del VRP y VRPTW podemos encontrar algunas referencias en la literatura. Kontoravdis en 1995 [182] resuelve el VRPTW con una flota homogéneas con este procedimiento, teniendo como objetivos minimizar el número de vehículos y la distancia recorrida. Chaovalitwongse et al. en [360] desarrollan un GRASP para el VRPTW. Goncalves et al. [82] presentan un modelo para un problema real, el cual su horizonte de planificación es de varios días, es decir un VRP periódico y para resolverlo utilizaron un GRASP y un GRASP con memoria adaptativa.

En Boudia et al. resuelven un problema combinando de VRP y producción utilizando una variante del GRASP que utilizan un mecanismo reactivo [361].

La siguiente metaheurística utilizada en los procedimientos propuestos en esta tesis es la **Búsqueda por Entornos Variables** (*Variable Neighborhood Search, VNS*) [362], [363]. VNS es una metaheurística reciente y efectiva para resolver problemas de optimización que consiste básicamente en un procedimiento de búsqueda que cambia de forma sistemática la estructura de entorno. La idea original fue considerar distintas estructuras de entornos y cambiarlas sistemáticamente para evitar quedar atrapado en mínimos locales [364], [186].

El VNS básico obtiene una solución partiendo de una solución en el entorno actual de la misma y ejecutando una búsqueda monótona local hasta alcanzar un óptimo local. Si hay mejora reemplaza la solución actual y en caso contrario, modifica la estructura de entorno de forma sistemática. De otra manera, la búsqueda local por entornos variable consiste en aplicar un movimiento de mejora en la solución actual mientras sea posible y en caso contrario cambiar de estructura de entornos. La serie de estructuras de entornos  $N_k(\cdot); k = 1, \dots, k_{max}$  se aplican de forma correlativa y generalmente están ordenados de más sencillos a más complejos.

VNS está basada en tres simples constataciones:

1. Un mínimo local con una estructura de entornos no lo es necesariamente para otra.
2. Un mínimo global es mínimo local con todas las posibles estructuras de entornos.
3. Para muchos problemas, los mínimos locales con la misma o distinta estructura de entornos están relativamente cerca.

Esta última constatación empírica implica que óptimos locales proporcionan información de óptimos global, por ejemplo que puedan tener características comunes, aunque estas no se conocen. Por lo tanto es necesario realizar una exploración organizada en las proximidades del óptimo local hasta encontrar uno mejor. Todos estos hechos sugieren el empleo de varias estructuras de entornos (movimientos) para encontrar la solución en un



determinado problema. El cambio de estructura de entornos se puede realizar de forma determinista, estocástica, o determinista y estocástica a la vez.

A continuación mostramos el algoritmo básico de este procedimiento:

---

Procedimiento VNS básico:

1. Seleccionar un conjunto de estructuras de entornos  $N_k, k = 1, \dots, k_{max}$ ; encontrar solución inicial  $x$ ; definir condición de parada
  2. Repetir hasta condición de parada
    - a) Hacer  $k = 1$ ;
    - b) Repetir hasta que  $k = k_{max}$ 
      - 1) Generar al azar una solución  $x'$  del  $k$ -ésimo entorno de  $x$  ( $x' \in N_k(x)$ );
      - 2) Aplicar método de búsqueda local con  $x'$  como solución inicial. Sea  $x''$  el mínimo local obtenido;
      - 3) Si la solución obtenida  $x''$  es mejor que  $x$ , entonces  $x = x''$  y  $k = 1$ , sino hacer  $k = k + 1$ ;
  3. Retornar solución  $x$
- 

Figura 4.2: Procedimiento VNS básico

Una versión determinista del VNS, la búsqueda por entornos variables (*Variable Neighbourhood Descent*, VND) se ha aplicado basado en el hecho que un mínimo local con respecto a una estructura de entorno no lo es necesariamente en otra. VND aplica una búsqueda monótona por entornos cambiando de forma sistemática la estructura de entornos cada vez que se alcanza un mínimo local. La búsqueda local por entorno variable, propuesta en esta tesis para la fase de mejora del GRASP es un VND que viene descrita posteriormente. La solución final proporcionada por este procedimiento es un mínimo local con respecto a todos los  $k_{max}$  movimientos y por tanto la probabilidad de alcanzar un mínimo global es mayor que usando una sola estructura.

Además de esta versión, existen otros procedimientos que aplican los principios del VNS, variantes que aplican mejores prácticas y experiencias en la resolución de problemas complejos para aumentar la calidad de las

soluciones como son entre otras la búsqueda por entornos variables reducida RVNS o la búsqueda por entornos variables sesgadas SVNS. Las heurísticas basadas en VNS, al contrario de lo que ocurre con otras metaheurísticas, se mantienen simples, no sólo sus esquemas básicos sino también la mayoría de las extensiones, requiriendo el ajuste de muy pocos parámetros. Todos ellos se han aplicado a problemas reales prácticos con éxito entre los que se encuentre importantes problemas de logística, en particular el de planificación de rutas de vehículos [365], [185]. Liu and Shen en 1999 [366] presentan una metaheurística de dos etapas basada en VNS para resolver el VRPTW, Braysy en 2003 presenta un VNS reactivo para el mismo problema VRPTW [160], Kytöjoki et al. [367] presentan un VNS para el problema de rutas de vehículos capacitado con instancias muy grandes, con muchos clientes. Además se aplica VNS para encontrar soluciones a distintas variantes del VRP como Hemmelmay et al. en [84] para un VRP periódico, Goel et al. en [120] utilizan VNS y búsqueda por entornos largos LNS, para resolver un VRP con entregas y recogidas y múltiples restricciones asociadas a problemáticas reales o Fleszar et al. para un VRP con rutas abiertas [321]. También Polacek et al. presentan aplicaciones del VNS para otras variantes del VRP, como VRP multidepósito en [114] o para el CVRP con arcos capacitados y en el cual aparecen instalaciones intermedias en [368].

En esta tesis además, utilizamos dos metaheurísticas basadas en poblaciones y bioinspiradas, la Optimización por Colonias de Hormigas (Ants Colony Optimization, ACO) y la Optimización por Enjambre de Partículas (Particle Swarm Optimization, PSO) ambas fundamentadas en la denominada “inteligencia de enjambre”.

ACO son estrategias inspiradas en el comportamiento de las colonias de hormigas en búsqueda de alimentos, estableciendo el camino más corto entre estas y el hormiguero, transmitiendo información al resto de las compañeras [369], [370], [371], [198]. En la metaheurística ACO, cada hormiga construye una solución o componente de esta mediante un rastro de feromona, comenzando en un estado inicial seleccionado de acuerdo a criterios dependientes del problema. Mientras construye su propia solución almacena información sobre las características del problema y sobre su situación y utiliza esta información para modificar la misma. Las hormigas actúan de forma concurrente e independiente, sin comunicación directa cooperan entre ellas intercambiando información, es decir utilizan una estrategia cooperativa distribuida descentralizada.

Cada hormiga construye una solución por movimientos (en general

representado en un grafo) a través de una secuencia finita de estados vecinos, que depende del tipo de vecindad definida. Una hormiga se puede mover a cualquier nodo del vecindario siguiendo una regla probabilística. Cada hormiga tiene asociada dos tipos de informaciones que guían el movimiento de la hormiga aplicando una búsqueda local estocástica:

- Información heurística, que mide la preferencia de moverse desde de una posición a otra. Información privada de la hormiga sobre la historia que puede portar información útil para computar el valor /bondad de la solución generada y/ o la contribución de cada movimiento ejecutado, denominada visibilidad o atractividad  $\eta$ . Las hormigas no modifican esta información durante la ejecución del algoritmo.
- Información de los rastros de feromona artificiales, que mide la “deseabilidad aprendida” del movimiento. Imita a la feromona real que depositan las hormigas naturales. Esta información se modifica durante la ejecución del algoritmo dependiendo de las soluciones encontradas por las hormigas. Denotada por  $\tau$  Información pública específica del problema y del conocimiento acumulado por todas las hormigas desde el comienzo del proceso de búsqueda.

Por tanto la metaheurística ACO posee tres componentes, dos de ellos que actúan desde una perspectiva local: la generación y actividad de las hormigas, y la evaporación de la feromona. Además tiene componentes extras que usan información global que, por ejemplo pueden ser usados para observar el comportamiento de las hormigas y coleccionar información global para depositar feromona de información adicional.

Cuando la hormiga se mueve del nodo  $i$  al nodo  $j$  se puede actualizar el valor de la feromona  $\tau_{ij}$ . O también cuando termina de construir la solución recorre el camino hacia atrás y actualiza  $\tau_{ij}$ . También el procedimiento disminuye la intensidad de la feromona a lo largo de las iteraciones para evitar una convergencia muy rápida a un óptimo local. Así el valor de las feromona en una iteración  $t$   $\tau_{ij}$  se actualiza de la siguiente manera:

$$\tau_{ij}(t) = \rho\tau_{ij}(t-1) + \sum_{k=1}^n \Delta\tau_{ij}^k \quad (4.1)$$

donde  $\rho$  ( $0 < \rho < 1$ ) es una la cantidad propuesta de feromona que se evapora en cada ciclo,  $n$  es el número de hormigas y  $\Delta\tau_{ij}^k$  la cantidad de feromona

dejada por la hormiga  $k$  en el arco  $(i, j)$ :

$$\Delta\tau_{ij} = \begin{cases} C/L^k & \text{si el arco}(i, j) \text{ pertenece a la solución de } k \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4.2)$$

donde  $C$  es una constante que el decisor fija y  $L^k$  la distancia total de la solución encontrada por la hormiga  $k$ .

En la construcción de la solución, una hormiga selecciona el siguiente elemento de la solución con la siguiente regla probabilística, que representa la posibilidad de elegir  $j$  estando en  $i$ :

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{l \in N_i} [\tau_{il}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{il}(t)]^\beta} & \text{si } ; l \in N_i, \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4.3)$$

donde los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  controlan las importancia relativa de la feromona  $\tau_{ij}$ ,  $N_i$  la  $i$ -vecindad (elementos factibles accesibles desde  $i$ ) y de la visibilidad  $\eta_{ij}$ . Esta última suele venir dada por:

$$\eta_{ij}^k(t) = \frac{1}{d_{ij}}, \quad (4.4)$$

donde  $d_{ij}$  es la distancia entre  $i$  y  $j$ .

El algoritmo general de la metaheurística se describe en la figura 4.3.

Se han propuesto varias versiones de la metaheurística ACO, modificando algunos de los elementos constituyentes de la misma, sobre todo asociados a la actualización del rastro de la feromona [198]. En la literatura podemos encontrar aplicaciones de esta metaheurística a la solución de diferentes problemas de optimización e inteligencia artificial [196], [372]. Teodorovic presenta una visión general de estos procedimientos bioinspirados aplicados a los problemas de transportes, incluyendo los de planificación de rutas [373]. Las referencias a la aplicación de esta metaheurística para resolver el VRP, VRPPTW y muchas de sus extensiones es bastante amplia. Podemos encontrar una revisión de la literatura aplicada a los problemas de rutas, junto con otras metaheurísticas bioinspiradas en [374]. Reimann et al. presenta un análisis para diferentes VRP aplicando una versión del ACS, estos mismos autores presentan una versión de ACS basado en un método

---

ACO:

1. Establecer los parámetros, inicializar la feromona;  
definir condición de parada
  2. Repetir hasta condición de parada
    - a) Generar  $n$  soluciones(hormigas)con un procedimiento constructivo;
    - b) Realizar una búsqueda local (opcional);
    - c) Actualizar la mejor solución;
    - d) Actualizar el rastro de la feromona;
  3. Retornar la mejor solución  $x$
- 

Figura 4.3: Procedimiento ACO

de descomposición en [375]. En [197] Bell and McMullen utilizan una modificación del ACO para el TSP par resolver el VRP. Mazzeo y Loiseau resuelven el CVRP con ACO en [376]. Coltorti y Rizzoli aplican ACO a diferentes variantes del VRP en un caso real [377] entro otros al VRPTW y al PDVRP. Gambardella et al. presentan en 1999 una versión Multi-Ant Colony Systems para el VRPTW [378]. Ellabib et al. presentan un versión de este mismo algoritmo MACS, con procesamiento distribuido de hormigas, que incluye estrategias de intercambio de información para el mismo problema VRPTW [379]. Ono and Mori en [380] presentan una versión del ACO con dos puntos de intercambio, también para resolver el VRPTW. Yu et al. presentan una ACO mejorado para el VRP en [381]. Para abordar otras variantes del VRP en la literatura figuran otras referencias como en [382] donde se propone un procedimiento MACS para un VRP dinámico, dependiente del tiempo. También para el mismo tipo de problema y utilizando el mismo tipo de procedimiento MACS otra referncia es la de Donati et al. [383]; también para el VRP dinámico Montemanni et al. presentan una versión del ACS para problemas reales y en [384] podemos encontrar una aplicación para resolver un VRPTW y un VRP con recogidas y entregas utilizando variantes para el mismo problema real. Algunas referencias presentan versiones híbridas del ACS como [385] con una heurística constructivas para resolver el VRP o [386] con métodos de intercambio para el VRPTW.

La optimización por enjambre de partículas (Particle Swarm

Optimization, PSO) propuesta en 1995 por Eberhart y Kennedy [387] es una metaheurística poblacional evolutiva que se fundamenta también como ACO en la “inteligencia de enjambre”. PSO está inspirado en el comportamiento social de las bandadas de pájaros o bancos de peces que interactúan y obtienen en determinados momentos un comportamiento colectivo global. Desde un punto de vista procedimental un enjambre está compuesto por agentes que cooperan para alcanzar un objetivo determinado. Los agentes utilizan reglas sencillas para actuar individualmente e intercambiar información para determinar la estrategia a seguir [388]. El PSO explora el espacio de búsqueda utilizando una población de individuos denominados partículas. El sistema de forma similar a las técnicas evolutivas, se inicializa con una población de soluciones aleatorias, distribuidas sobre el espacio de soluciones, que evolucionan y buscan el óptimo. La posición de las partículas o soluciones representan los valores que toman las variables de decisión del problema. Las partículas evolucionan, se mueven en cada iteración en el espacio de búsqueda guiadas por las mejores soluciones.

PSO fue propuesta inicialmente como un procedimiento de solución de problemas de optimización con variables continuas. En un problema con  $m$  variables continuas, cada partícula  $i$  del enjambre  $S = 1, 2, \dots, s$  tiene asociada su vector de posición  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{im})$  y su velocidad o tasa de cambio  $v_i = (v_{i1}, \dots, v_{ij}, \dots, v_{im})$ . Cada partícula  $i$  del enjambre se comunica con un subconjunto del enjambre o entorno social  $N_i \subseteq S$  que puede variar dinámicamente. Cada partícula guarda y usa información de su mejor posición durante el proceso de búsqueda  $pbest$ . También puede tener información de la mejor posición alcanzada por las partículas de su entorno social, que puede ser todo el enjambre o una parte  $gbest$ . La información de las mejores posiciones influye en el comportamiento de las partículas. En todos estos casos se almacena también el valor del objetivo como función de adaptación (fitness). La posición y velocidad inicial de las partículas se suele obtener aleatoriamente dentro de unos rangos. En cada iteración, las partículas actualizan su posición y velocidad mediante unas formulas recurrentes. La posición se modifica usando exclusivamente su velocidad, pero en la actualización de la velocidad intervienen, además del valor de la propia velocidad, la mejor posición de la propia partícula y la mejor posición del grupo de partículas del enjambre con las que se relaciona; su entorno social. Estas mejores posiciones, individuales y conjunta, actúan con distinto peso o ponderación, como focos de atracción para las partículas. Las ecuaciones vectoriales de actualización de la posición  $x_i$  y velocidad  $v_i$  de la  $i$ -ésima partícula del enjambre, en el procedimiento PSO estándar según la propuesta

de Kennedy y Eberhart son las siguientes:

$$v_i = c_1 v_i + c_2 \text{rnd}() (pbest_i - x_i) + c_3 \text{rnd}() (gbest_i - x_i), \quad (4.5)$$

$$x(t)_i = x_i(t-1) + v_i(t-1). \quad (4.6)$$

donde los vectores  $pbest_i$  y  $gbest_i$  son la mejor posición que ha tenido esta partícula desde que se inició el procedimiento y la mejor posición entre las que han tenido todas las partículas del grupo o entorno social de dicha partícula. El parámetro  $c_1$  representa el efecto de la inercia cuya misión es controlar la magnitud de la velocidad y evitar que crezca indefinidamente. Los escalares  $c_2$  y  $c_3$  son los pesos que representan el grado de confianza de la partícula, en sí misma (componente cognitiva) y en su grupo social (componente social), que en muchas versiones coinciden. El término  $\text{rnd}()$  hace referencia a una función aleatoria con valores numéricos con distribución uniforme en  $[0, 1]$ . Estas cantidades suelen ser positivas e inferiores a uno y en diferentes versiones se fija  $c_1 = 1$ , o bien  $c_2 = c_3$  o incluso  $c_1 + c_2 + c_3 = 1$ . Una vez calculada la nueva posición de la partícula se evalúa esta y si el nuevo fitness es mejor que el que tenía la partícula se actualiza. A continuación en la Figura 4.4) podemos ver un detalle del algoritmo PSO.

Al algoritmo básico anteriormente descrito, durante las últimas décadas, ha ido presentado numerosas modificaciones. Así mismo las características atribuidas a estos procedimientos es que la implementación es muy sencilla, con pocos parámetros y la convergencia a buenas soluciones suele ser rápida, lo cual ha facilitado la aplicación a problemas diversos en muchos campos [200], [389]. En [390] podemos encontrar una revisión de hibridación, combinatorios, multicriterio PSO y sus aplicaciones. En la literatura hemos encontrado algunas referencias de la aplicación de esta metaheurística al VRP y sus variantes [374]. En particular las referencias de Ai y Kachitvichyanuku aplicadas para resolver el VRP Capacitado con dos representaciones específicas de soluciones para el PSO [391], una extensión del mismo algoritmo per aplicado al VRPTW [392] y la referencia [93] aplicada a la variante del VRP con recogida y entregas simultaneas. Además Zhu et al. presentan también una adaptación mejorada del PSO para el VRPTW [393], Gong et al. una versión discreta del PSO para el VRPTW [394], Lin un PSO con nuevas estrategias para el VRPTW [395], Zhen et al. en [396] y Wang et al. en [319] versiones del PSO para la variante VRP Abierto. También podemos encontrar algunas versiones híbridas del PSO en [397], [398], [399], [400] y para VRP multiobjetivo en [401], [402].

PSO:

1. Inicializar población, posición aleatoria  $x_i$  y velocidad aleatoria  $v_i$ ; definir condición de parada
  2. Repetir hasta condición de parada
    - a) Para cada partícula hacer
      - 1) Evaluar fitness  $x_i$ ,  $F(x_i)$
      - 2) Si  $F(x_i)$  es mejor que  $F(pbest)$  entonces  $pbest = x_i$  y  $F(pbest) = F(x_i)$
      - 3) Si  $F(pbest)$  es mejor que  $F(gbest)$  entonces  $gbest = pbest$  y  $F(gbest) = F(pbest)$
      - 4) Actualizar  $x_i$ ;
    - b) Para cada partícula hacer
      - 1) calcular  $v_i$  con  $pbest$  y  $gbest$ ;
      - 2) actualizar  $x_i$ ;
  3. Retornar la mejor solución  $x_i$
- 

Figura 4.4: Procedimiento PSO

### 4.3. Heurística Híbrida GRASP-VNS

En esta tesis proponemos un solución algorítmica híbrida basada en las metaheurísticas GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) y VNS (*Variable Neighborhood Search*) para abordar los problemas de planificación de rutas cuando algunas de sus componentes son imprecisas y modelados como problemas de programación lineal difusa.

La aproximación híbrida GRASP-VNS es obtenida usando la fase constructiva del GRASP para la generación de la solución inicial del VNS, o equivalentemente, usando una búsqueda VNS como fase de mejora del GRASP.

En la fase constructiva del GRASP, las soluciones parciales son  $k$ -rutas que salen del depósito. El mecanismo constructivo añade paso a paso un elemento a la solución a la de forma aleatoria desde la lista restringida



de candidatos (LCR). Es decir incorpora un nuevo cliente a la ruta con una función estocástica a partir de la LCR. La LCR se forma con las incorporaciones que menos aumenten el valor de la función objetivo, distancia o tiempo total recorrido, respetando las restricciones del problema, capacidad del vehículo, ventana de tiempo de servicio al cliente u otras propuestas en el modelo (ver Figura 4.5).

---

Fase constructiva GRASP:

1. Sea  $x_0$  la solución parcial inicial vacía. Sea  $j = 0$ .
2. Repetir la siguiente secuencia hasta que no existan elementos para incluir en la solución parcial:
  - a) Construir la lista restringida de candidatos LCR con el mejor candidato disponible, añadiéndolo como el último elemento  $e_j$ .
  - b) Elegir un elemento aleatorio  $e_{j+1}$  desde LCR;
  - c) Actualizar la solución parcial por  $x_{j+1} = x_j + \{e_{j+1}\}$ .
  - d) Hacer  $j = j + 1$ .

---

Figura 4.5: Fase de construcción GRASP

Cada una de estas soluciones construidas por el GRASP se le aplica una fase de mejora. La fase de mejora aplicada consiste en una versión procedimiento metaheurístico VNS, la búsqueda descendente por entornos variables (Variable Neighbourhood Descent, VND), [186]. En particular se propone una búsqueda local por entornos basados en desplazamientos de una cadena dentro de la solución (Figura 4.6). El  $k$ -ésimo entorno  $N_k(x)$  de una solución  $x$  se obtiene por los movimientos de desplazamiento de  $k$ -cadenas. Cada solución se almacena como una concatenación de las  $m$  rutas; el índice 0 correspondiente al depósito aparece  $m + 1$  veces en cada solución, siendo siempre 0 el primer y último elemento. Un movimiento de  $k$ -cadena aplicado a una de estas soluciones consiste en tomar una cadena o segmento de la solución de longitud  $k$  y moverlo a otra parte de la solución. Cada movimiento viene determinado por dos posiciones  $i$  y  $j$  del vector solución; el movimiento se ejecuta insertando los  $k$  elementos desde la posición  $i$  hasta la posición  $i + k - 1$ , que pasarán a ocupar las posiciones  $j, j + 1, j + 2, \dots, j + k - 1$ .

Esta aproximación es aplicada para resolver los modelos propuestos del

Fase de mejora VND

1. Tomar una solución inicial  $x$  y  $k = 1$ .
  2. Repetir hasta que  $k > k_{max}$ :
    - a) Encontrar la mejor solución  $x'$  del  $k$ -ésimo entorno de  $x$ ;  $x' \in N_k(x)$
    - b) Si  $f(x') < f(x)$  hacer  $x = x'$  y  $k = 1$ . En otro caso, hacer  $k = k + 1$ .
- 

Figura 4.6: Fase de mejora VND

VRP difuso y sus variantes en el capítulo 3 y encontrar soluciones a instancias de problemas reales de distribución. Nosotros comparamos los resultados obtenidos por esta nueva metaheurística híbrida con otra metaheurísticas, incluido el procedimientos heurístico propuesto en la sección anterior. Los resultados de tal experimentación sobre diversas instancias de los modelos serán explicados en el capítulo 5.

En la literatura podemos encontrar alguna referencia a este híbrido, por ejemplo recientemente Marinakis en 2012 [403] presenta un GRASP-VNS con multiples fases para el CVRP.

## 4.4. Heurística Híbrida ACO-GRASP-VNS

También en esta tesis para abordar los modelos VRP difusos propuestos utilizamos otro procedimiento híbrido que combina ideas de la optimización de colonia de hormigas ACO, de la búsqueda voraz adaptativa aleatoria GRASP y de la búsqueda por entorno variables VNS. Como hemos visto en la introducción de este capítulo ACO es una metaheurística constructiva cooperativa descentralizada inspirada en el comportamiento de las hormigas. ACO incorpora nuevos elementos a la solución de forma probabilística. GRASP es una metaheurística con una fase constructiva que produce soluciones factibles y una fase de mejora. VNS es una metaheurística que durante la búsqueda cambia sistemáticamente la estructura de entorno. La aproximación híbrida propuesta que presentamos aquí (Figura 4.7), aplica ACO en un procedimiento que construye en paralelo varias soluciones

GRASP, cada una de ellas una solución completa del modelo VRP, que posteriormente son mejoradas mediante la aplicación de VNS.

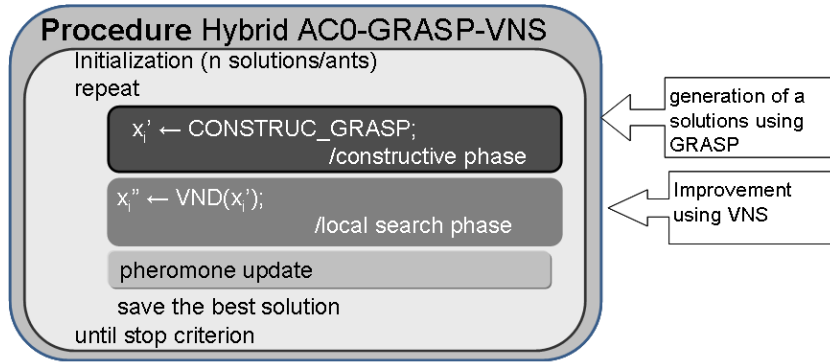


Figura 4.7: Esquema de la metaheurística híbrida

De forma específica, construimos un procedimiento iterativo, donde en cada paso utilizamos  $k$  hormigas ( $k < n$ , donde  $n$  es el número de clientes), cada uno de los cuales construye una solución que se obtiene por la fase constructiva del GRASP. En esta fase constructiva la probabilidad que un nodo (cliente)  $j$  sea seleccionado de la LCR para formar parte de la solución depende del valor de la feromona  $\tau_{ij}$ , donde  $i$  es el último elemento añadido a la solución. Primero se valoran los arcos con una cantidad inicial de feromona ( $\tau_{ij}(0) = 1$ ). Una vez todas las hormigas construyen su solución con GRASP, se mejoran con la versión descendente de la búsqueda por entornos variables, VND. A continuación la cantidad de feromona sobre los arcos es actualizada de acuerdo a las siguientes reglas:

El incremento de las feromona en todos los arcos  $(i, j)$  es:

$$\Delta\tau_{ij} = \begin{cases} C/L^* & \text{if arc } (i, j) \text{ pertenece a la mejor solución} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4.7)$$

donde  $C$  es una constante fijada por el decisor,  $L^*$  es la distancia total de la mejor solución encontrada por las hormigas.

El nivel de la feromona en cada ciclo  $t$  es obtenido como:

$$\tau_{ij}(t) = \rho\tau_{ij}(t-1) + \Delta\tau_{ij} \quad (4.8)$$

donde  $\rho$  ( $0 < \rho < 1$ ) es la cantidad de feromona que desaparece por evaporación en cada ciclo.

La probabilidad utilizada para la selección del nodo desde la LRC e el procedimientos constructivo GRASP es descrito como:

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}(t)}{\sum_{j \in RCL} \tau_{ij}(t)} & \text{if } j \in LRC \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4.9)$$

En este caso también esta aproximación es aplicada a los modelos descritos en el capítulo 3 y utilizada en la experimentación para la obtención de algunos resultados en el capítulo 5.

## 4.5. Hiperheurísticas sobre GRASP-VNS

En problemas reales de planificación de rutas pueden suceder que aparezca problemas con mayor complejidad debido a que pequeños cambios generan problemas distintos del mismo modelo. Un ejemplo particular es, la existencia de problemas de planificación en el que las características de las instancias cambian en diferentes días, es decir, en la misma organización el mismo problema de planificación puede tener características estructurales distintas. Para abordar esta situación una posible alternativa a los procedimientos anteriores es pensar en una estructura alternativa de control metaheurística o sobre las metaheurísticas propuestas que permita la adaptación de parámetros. Es decir un procedimiento heurístico por la cual se selecciona la mejor metaheurística que se adapta al modelo y al problema. Estos procedimientos denominados hiperheurísticas en estos caso pueden ser una buena alternativa, heurísticas de alto nivel que controlan de forma adaptativa varias heurísticas de bajo nivel, pobres en conocimiento.

En esta sección describimos las hiperheurísticas basadas en PSO y ACO sobre on GRASP-VNS que permitirá obtener soluciones a los modelos difusos y evaluar el comportamiento de adaptación de algunos parámetros para distintos tipos de instancias. La configuración utilizada para la hiperheurística es un planteamiento preliminar básico que puede ampliarse su estudio posteriormente con la incorporación de otro tipo de parámetros

de las heurísticas de bajo nivel, que respondan de forma adecuada a los objetivos y restricciones del problema. El objetivo en esta memoria es probar la validez de este enfoque aplicado a los modelos descritos en el capítulo anterior. La idea principal es permitiría que problemas de planificación de rutas con incertidumbre, con una amplia variabilidad en sus instancias, se pudieran resolver con procedimientos inteligentes que se adaptan a las características particulares del mismo en cada momento. En trabajos futuros se abordarían problemas más complejos con adaptaciones más refinadas de estas hiperheurísticas.

El procedimiento híbrido de GRASP-VNS es la metaheurística de bajo nivel compuesta por una fase de construcción GRASP y una fase de mejora de la VNS, descrita en la sección anterior. Las metaheurísticas PSO y ACO como hiperheurísticas trabajan en el espacio de las soluciones de los diferentes GRASP-VNS que se pueden generar. El PSO y el ACO elige cual de las metaheurísticas de bajo nivel GRASP-VNS aplicar evaluando la calidad de la solución y solo utilizando la información que le proporciona GRASP-VNS. Los GRASP-VNS son diferentes porque utilizan listas de candidatos restringidas y entornos variables de diferente tamaño. Ambos son los parámetros principales que utiliza y controla la hiperheurística propuesta, el número de miembros de la LCR del GRASP y el número de entornos variables del VNS, los cuales se van modificando. La hiperheurística automáticamente modifica los parámetros mientras los procedimientos GRASP-VNS encuentran las mejores soluciones. De otra manera, PSO o ACO adapta los parámetros, encuentran la metaheurística GRASP-VNS que mejor se comporte a las características del problema. Denominamos  $S$  y  $T$  a los conjuntos de parámetros de ambas fases GRASP y VNS. Las hiperheurísticas basadas en ACO y PSO son procedimiento inspirados en enjambres donde cada individuo ( hormigas o partículas ) es representado por una configuración de  $(s, t)$ , donde  $s \in S$  y  $t \in T$ . Ténganse en cuenta que el procedimiento ACO es un esquema centralizado de cooperación basado en los rastros de feromonas que deposita cada hormiga y el procedimiento PSO es un enfoque descentralizado donde cada individuo utiliza un mecanismo de atracción para cooperar.

Para el análisis preliminar que vamos a desarrollar, consideramos la configuración sencilla propuesta para la heurística de bajo nivel, que usa un solo el par de parámetros  $(s, t)$ . La fase constructiva GRASP, incorpora a la solución parcial encontrada un nuevo cliente al azar de la LCR, la cual es obtenida al incluir en las misma los  $s$  clientes más cercanos. La fase de mejora VNS es una variante VND que considera como entornos variables, las

$k$ -cadenas para  $k \leq t$ . Los movimientos utilizados de  $k$ -cadena que utilizamos consisten en insertar una cadena de nodos consecutivos  $k$  de la solución en otra posición.

En general ACO y PSO identifica y almacena información sobre las mejores soluciones en cada iteración. Los individuos del enjambre utilizan el rendimiento del procedimiento de solución correspondiente para cooperar, por lo general el costo total de la solución obtenida  $c(s, t)$ . ACO utiliza el objetivo relativo  $(c_{max} - c(s, t)) / (c_{max} - c_{min})$  para aumentar el rastro de feromona de cada par  $(s, t)$  normalizado como mecanismo de evaporación. Las partículas de PSO utilizan su propio mejor par, el mejor par del entorno y el mejor para global como atractores. Como mecanismo para seleccionar el movimiento de atracción se utiliza la regla de la ruleta (“roulette wheel”). El movimiento de atracción consiste en mover los dos valores hacia los valores de atracción.

Dado que el híbrido GRASP-VNS se presentó con detalle en una sección anterior, a continuación presentamos el procedimiento utilizados como metaheurísticas de alto nivel en las hiperheurísticas ACO (Figura 4.8) y PSO (Figura 4.9). El procedimiento ACO es muy similar al propuesto en la sección 4.2 y el procedimiento PSO utilizado es una versión discreta del propuesto en la misma sección.

En el capítulo de experimentación este enfoque se aplica para abordar un modelo del VRPTW para productos congelados con restricciones difusas y se obtienen algunos resultados iniciales del comportamiento de estas dos hiperheurísticas.

---

ACO :

1. Inicialización de  $S$ : obtener el conjunto inicial de rastros  $\tau(x)$ .
  2. Repetir hasta *CriterioParada()*
    - a) Generar  $|S|$  con probabilidades  $\tau(x)$ .
    - b) Para cada  $i \in S$ , obtener  $F(x_i)$ .
    - c) Actualizar rastros
 
$$\tau_{t+1}(x_i) = \rho\tau_t(x_i) + \Delta\tau_t(x_i),$$

$$F_{best} = \min_{i \in S} F(x_i),$$

$$F_{av} = \frac{1}{|S|} \sum_{i \in S} F(x_i),$$

$$\Delta\tau_t(x_i) = \frac{F(x_i) - F_{av}}{F_{best} - F_{av}}$$
    - d) Si  $F(x_i) < F(g^*)$  entonces  $g^* \leftarrow x_i$ .
- 

Figura 4.8: ACO

---

Jumping PSO Discreto:

1. Initialize  $S$ :// Obtener posición aleatoria  $x_i, \forall i \in S$ .  
Obtener valor inicial  $b_i, g_i$  y  $g^*$
  2. Repetir hasta *CriterioParada()*
    - a) Para cada  $i \in S$ :
 
$$\xi \in \text{rand}[0, 1]$$

$$\xi \in c_1 \text{ entonces } x_i \leftarrow \text{RandomMove}(x_i)$$

$$\xi \in c_2 \text{ entonces } x_i \leftarrow \text{SocialMove}(x_i, g_i)$$

$$\xi \in c_3 \text{ entonces } x_i \leftarrow \text{PropioMove}(x_i, b_i)$$

$$\xi \in c_4 \text{ entonces } x_i \leftarrow \text{GlobalMove}(x_i, g^*)$$
    - b) Para cada  $i \in S$ : Actualizar
 
$$\text{Si } F(x_i) < F(b_i) \text{ entonces } b_i \leftarrow x_i // \text{Mejor Propio}$$

$$\forall j \in N_i: \text{Si } F(x_j) < F(g_i) \text{ entonces } b_i \leftarrow x_j // \text{Mejor entorno}$$

$$\text{Si } F(x_i) < F(b_i) \text{ entonces } b_i \leftarrow x_i // \text{Mejor Global}$$
- 

Figura 4.9: Jumping Discrete PSO

# Capítulo 5

## Experimentación y Resultados

En el capítulo 3 se presentaron varios modelos de planificación de rutas de distribución formulados aplicando el enfoque propuesto de optimización difusa. En el siguiente capítulo 4 se diseñaron e implementaron varios procedimientos metaheurísticos para encontrar soluciones utilizando estos modelos. La finalidad de este capítulo 5, de acuerdo a los objetivos trazados en la tesis, es contrastar con resultados experimentales este enfoque de Soft Computing (modelos y métodos) en la resolución de problemas de planificación de rutas de distribución óptimas, con información y restricciones imprecisas o difusas y así plantear una alternativa al desarrollo de Sistemas Inteligentes para la planificación de la distribución.

El punto de partida ha sido un problema real de planificación de rutas de una empresa de distribución. En contextos actuales cada vez más dinámicos y flexibles, la demanda es planificar las rutas de distribución con significativa incertidumbre asociada a la no disponibilidad de información precisa del problema. En concreto los parámetros, objetivos y restricciones del modelo son imprecisos, producto de la vaguedad en la realidad de la toma de datos, de la flexibilidad en la práctica que las restricciones que se imponen y de la propia subjetividad en la toma de decisiones. Para abordar esta situación hemos aplicado un enfoque basado en técnicas de Soft Computing, con el diseño de modelos de optimización difusa que facilitan su resolución y con la implementación de procedimientos metaheurísticos que encuentran soluciones óptimas adaptados a las características de los mismos.

Los resultados experimentales obtenidos deben conducir a los siguientes



objetivos:

- Evaluar la coherencia de los modelos y métodos aplicados para obtener soluciones que puedan ayudar a las empresas a tomar decisiones eficientes de planificación.
- Confirmar la viabilidad del enfoque para su incorporación en el diseño e implementación de Sistemas Inteligentes de optimización del transporte.
- Contrastar los resultados de los procedimientos metaheurísticos aplicados a los modelos propuestos.
- Verificar el comportamiento de los distintos procedimientos híbridos metaheurísticos propuestos.
- Realizar un análisis preliminar del comportamiento de la hiperheurística implementada para determinar características de adaptación a diferentes instancias del modelo.
- Por último, extraer algunas conclusiones que nos puedan servir en el futuro para el diseño de nuevos procedimientos adaptadas a las características del problema de rutas y también su aplicación a otros problemas de optimización.

En particular interesa analizar y evaluar el comportamiento de las metaheurísticas híbridas GRASP-VNS y ACO-GRASP-VNS implementadas, las cuales se ha utilizado para resolver los distintos modelos difusos del VRP propuestos. En las secciones en las que se estructura el capítulo se presentan los resultados de la experimentación llevada a cabo con estos métodos híbridos y conjuntamente, a efectos comparativos, con cada una de las componentes metaheurísticas, GRASP, VNS y ACO. En cada una de las secciones se aplican estos procedimientos para resolver los distintos modelos, aplicados a distintas instancias del mismo.

Los resultados experimentales han sido obtenidos ejecutando los métodos propuestos con un PC con procesador Intel CORE 2 Duo (2.26GHz) y 4GB de memoria RAM. Las instancias utilizadas para probar nuestro enfoque tanto de modelización de los problemas como de las metaheurísticas diseñadas e implementadas, son de tres tipos:

- La instancia REF20 que es la más sencilla en cuanto al número de clientes a servir y la podemos encontrar propuesta en el artículo de Pen et al. [302] con 20 clientes. Esta instancia describe un problema con tiempos de viaje triangulares difusos.
- La instancia FUZREAL71 es la correspondiente a los datos obtenidos de un caso real de una empresa de distribución de Canarias, que ha sido especificada para este trabajo facilitada por la misma, se corresponden con los datos del problema de planificación de rutas de un día concreto. En concreto está formada por los datos de la demanda de 71 clientes a los que hay que servir, con incertidumbre en los tiempos de viaje y en las demandas.
- Las instancias FUZGENERADO250 que se generan a partir de los datos disponibles de localización de los clientes de la misma empresas real, aproximadamente unos 250 clientes facilitados por la empresa. A partir de estos datos, estudiadas las características de la instancia completa real se crean nuevas instancias para la experimentación, que contienen demandas y ventanas de tiempos generadas, tiempos obtenidos a partir de la localización. Estas instancias se pueden encontrar, incluso para un mayor número de clientes, en [404].

Las características detalladas de cada una de estas instancias están descritas en el Apéndice I.

Una cuestión a tener en cuenta es que la metaheurística GRASP tal y como está implementada, minimiza el número de vehículos a utilizar, además de tener como función objetivo minimizar los costes en distancias o tiempo. Este aspecto afecta también a los procedimientos híbridos GRASP-VNS y ACO-GRASP-VNS. Otra cuestión es que el criterio utilizado de ordenación de los nodos a incorporar a la solución en cada paso en el GRASP, es el tiempo mínimo de ir de un nodo a otro. Los híbridos construidos como combinación de metaheurísticas que contiene el GRASP, mantiene e integra, en consecuencia, estas características.

Los distintos algoritmos se han ejecutado iterando un número total determinado de movimientos (constructivos, de mejora o ambos). Se ha utilizado en la mayoría de la experimentación, salvo que se expresa lo contrario, 100 iteraciones (la salvedad se ha realizado para que en instancias grandes y modelos complejos, facilitar encontrar soluciones). Las experimentación se puede realizar con un mayor número de iteraciones, como

podremos comprobar en alguna ejemplificación que se ha realizado. La cifra de 100 se ha dispuesto para obtener resultados razonables en tiempos de computación, pensado en su uso implementado como motor de sistemas inteligentes de ayuda a la planificación. Como se observará con mayor número de iteraciones aunque se obtenga buenas soluciones, los tiempos de ejecución pueden superar los tiempos razonables en instancias grandes y en los procedimientos híbridos.

Los valores iniciales de los parámetros en estas metaheurísticas son los siguientes:

- El número de nodos de la Lista Restringida de Candidatos LCR es 3.
- El valor  $k_{max}$  en el VNS es 4.
- La constante para la regla de actualización de la feromona es  $C = 100$ .
- El parámetro de evaporación de la feromona es  $\rho = 0,5$ .

Los niveles de tolerancia utilizados en los modelos con restricciones difusas dependen de las instancias y se presentan conjuntamente con estas en el anexo I. Como se observará en las tablas presentadas para la experimentación de estas metaheurísticas híbridas los valores de la función objetivo para las soluciones difusas son obtenidas para valores de  $\alpha \in \{0,0, 0,2, 0,4, 0,6, 0,8\}$ .

En el caso de la implementación de la hiperheurística se ha optado por el diseño de un GRASP, que construye las rutas de los vehículos en paralelo, al mismo tiempo, por lo tanto no minimiza el número de vehículos y hay que facilitar el número de vehículos. Con respecto a los resultados de la experimentación de las hiperheurísticas implementadas, son preliminares. Se han desarrollado unas hiperheurísticas con parámetros de control simples y la experimentación realizada es bastante limitada. La intención es probar su funcionalidad, aplicando el enfoque difuso propuesto al modelo que hemos estimado que conlleva mayor complejidad, el VRPTW para productos congelados. El objetivo es estudiar la viabilidad y características de estos procedimientos, así como su capacidad de adaptarse inteligentemente a las diversas instancias de los problemas. En la hiperheurística basada en ACO el número de iteraciones utilizadas ha sido 10 para el caso de las instancias de 71 clientes y 5 para el de 60, para la hiperheurística basada en PSO, el número de generaciones de nuevos enjambres también ha sido 10 y 5 para las instancias respectivas.

---

Los valores de los parámetros utilizados en la implementación de las hiperheurísticas son los siguientes:

- El número de nodos de la Lista Restringida de Candidatos LCR se sitúa entre  $[1, 4]$
- El valor que  $k_{max}$  puede tomar en el VNS está entre  $[1, 4]$
- La constante para la regla de actualización de la feromona en ACO es  $C = 100$ .
- El parámetro de evaporación de la feromona en ACO es  $\rho = 0,5$ .
- El tamaño del enjambre de partículas en PSO es 10.
- El tamaño del entorno utilizado en PSO es 2 (20% del enjambre).

Los niveles de tolerancia aplicadas en el VRPTW para productos congelados con restricciones difusas en las instancias utilizadas de 60 y 90 han sido las mismas que para el resto de los modelos. La salvedad se encuentra en la tolerancia utilizada para los límites de tiempo de parada, que se toma algo mayor para permitir encontrar un mayor número de soluciones al GRASP-VNS. Como se observará en las tablas presentadas para la experimentación de estas metaheurísticas híbridas los valores de la función objetivo para las soluciones difusas son obtenidas para 4 valores de  $\alpha \in \{0,2, 0,4, 0,8, 1,0\}$ .

El contenido de este capítulo además de la presente introducción y las conclusiones con la que finaliza, se divide en 5 secciones, las primeras tres secciones incluye los resultados de la experimentación con los tres modelos difusos generales, el de costes de difusos, el de restricciones difusas y el de coeficientes difusos en las restricciones. Con cada uno de ellos en las correspondientes subsecciones se presentan resultados para algunas de las variantes abordadas del problema. En la sección 4 procedemos a presentar algunos resultados comparativos con soluciones propuestas en la literatura con modelos similares y con soluciones exactas. Como se podrá observar que en algunos casos, a efectos de realizar comparaciones, solo hemos realizado la experimentación con determinadas instancias. Las razones de ello vienen dadas por la naturaleza del problema, el carácter experimental de las soluciones que se quieren obtener y la disponibilidad de instancias resueltas por otros autores. Por último en la sección 5 mostramos los resultados preliminares de la experimentación que hemos llevado a cabo utilizando el

procedimiento hiperheurístico implementado para el problema más complejo abordado, del VRPTW para productos congelados, cuando las restricciones son difusas.

## 5.1. Modelos con costes difusos

En esta sección abordamos, un primer modelo con costes difuso, un problema de optimización con función objetivo difusa. A continuación presentamos los resultados experimentales de la aplicación de las diversas metaheurísticas implementadas para resolver los problemas VRP y VRPTW cuando la función objetivo tiene costes difusos. La función objetivo en particular es calculada como los tiempos totales utilizados por los vehículos en recorrer todas las rutas, los cuales se ven afectados por la incertidumbre de los tiempos de viaje entre nodos. Estos tiempos imprecisos son representados en nuestro caso por números difusos triangulares. La heurística propuesta ha sido probada para cada una de las instancias propuestas. Para resolver el modelo la función ordenadora que hemos utilizado en la comparación de números difusos triangulares es el denominado tercer índice de Yager.

A continuación presentamos los resultados obtenidos con la instancia de 20 clientes para el el modelo VRP. Los valores de la función objetivo, conjuntamente con los tiempos en los que se ha encontrado las soluciones en cada uno de los procedimientos propuestos se presentan en la tabla 5.1

Tabla 5.1: VRP con costes difusos

| $n = 20$  | Demanda total = 2780          |
|-----------|-------------------------------|
| GRASP     | 9,70 <sub>(3)</sub><br>1,23s  |
| GRASP-VNS | 9,62 <sub>(3)</sub><br>55,82s |
| VNS       | 10,45 <sub>(3)</sub><br>1m33s |
| ACO       | 10,03 <sub>(3)</sub><br>1m9s  |
| AGV       | 9,70 <sub>(3)</sub><br>5m19s  |

Los resultados con los mismos procedimiento aplicados al modelo VRPTW es presentado en la tabla 5.2

Tabla 5.2: VRPTW con costes difusos

| $n = 20$  | Demanda total = 2780           |
|-----------|--------------------------------|
| GRASP     | 9,70 <sub>(3)</sub><br>0,36s   |
| GRASP-VNS | 9,62 <sub>(3)</sub><br>22,38s  |
| VNS       | 10,45 <sub>(3)</sub><br>56,79s |
| ACO       | 9,78 <sub>(3)</sub><br>18,14s  |
| AGV       | 9,62 <sub>(3)</sub><br>50,19s  |

De los resultados obtenidos recogidos en las tablas 5.1 y 5.2 podemos observar que: las soluciones se encuentran en tiempos razonables de unos pocos segundos o minutos, con todos los procedimientos las soluciones se obtienen con 3 rutas, los mejores resultados se obtienen con los procedimientos híbridos GRASP-VNS y ACO-GRASP-VNS, al incluir las restricciones de ventana de tiempo, el modelo VRPTW en general no se encuentran mejores soluciones, aunque la mayoría de los procedimientos mejoran la solución obtenida y encuentran las soluciones en menor tiempo.

En el caso de la instancia del problema real con 71 clientes, obtenemos los resultados para el modelo VRP y VRPTW con costes difusos, que se pueden observar en las tablas 5.3 y 5.4. Las soluciones se obtienen en tiempos que va desde segundos, en el GRASP a por encima de una hora en el ACO-GRASP-VNS. En el modelo VRP la incorporación del VNS en los híbridos no mejoran las soluciones, en el modelo VRPTW si logra mejorar algo la solución. Los mejores resultados para el VRP se obtienen con el ACO y ACO-GRASP-VNS con 9 ruta. En el VRP la solución obtenida con el VNS tiene el mejor valor de la función objetivo pero para rutas con 10 vehículos, con 9 rutas las mejores soluciones siguen siendo obtenidas con ACO y ACO-GRASP-VNS. Al incluir las restricciones de ventana de tiempo, el modelo VRPTW encuentran mejores soluciones, en la mayoría de los procedimientos mejoran la solución obtenida y encuentran las soluciones en menor tiempo.

Tabla 5.3: VRP con costes difusos

| $n = 71$ Demanda total = 851 |                                |
|------------------------------|--------------------------------|
| GRASP                        | 52,54 <sub>(9)</sub><br>9,32s  |
| GRASP-VNS                    | 52,54 <sub>(9)</sub><br>60m44s |
| VNS                          | 58,71 <sub>(9)</sub><br>42m8s  |
| ACO                          | 49,75 <sub>(9)</sub><br>31m38s |
| AGV                          | 49,75 <sub>(9)</sub><br>75m46s |

Tabla 5.4: VRPTW con costes difusos

| $n = 71$ Demanda total = 851 |                                 |
|------------------------------|---------------------------------|
| GRASP                        | 52,85 <sub>(9)</sub><br>3,99s   |
| GRASP-VNS                    | 51,80 <sub>(9)</sub><br>28m1s   |
| VNS                          | 42,83 <sub>(10)</sub><br>30m22s |
| ACO                          | 49,88 <sub>(9)</sub><br>15m11s  |
| AGV                          | 49,09 <sub>(9)</sub><br>47m57s  |

Utilizando las instancias generadas para 60, 90 y 120 clientes, en la tabla 5.5 presentamos los resultados de la experimentación con el modelo VRP con costes difusas, donde la función objetivo es calculada a partir de los tiempos de viajes entre clientes.

Nótese, a partir de los resultados presentados en la tabla 5.5, que las soluciones cuando las instancias crecen se obtienen en tiempos que superan la hora, sobre todo en los procedimientos que incorporan el VNS. Además nótese que la tabla no aparece completa, los resultado para la instancia de 120 clientes aplicando la metaheurística simple ACO y la híbrida ACO-GRASP-

Tabla 5.5: VRP con costes difusos

| $n = 60$  | Demanda total = 1270              |
|-----------|-----------------------------------|
| GRASP     | 50,27 <sub>(6)</sub><br>3,15s     |
| GRASP-VNS | 50,27 <sub>(6)</sub><br>26m24s    |
| VNS       | 65,18 <sub>(6)</sub><br>31m51s    |
| ACO       | 47,27 <sub>(6)</sub><br>17m48s    |
| AGV       | 47,08 <sub>(6)</sub><br>60m11s    |
| $n = 90$  | Demanda total = 1930              |
| GRASP     | 69,68 <sub>(8)</sub><br>8,70s     |
| GRASP-VNS | 69,68 <sub>(8)</sub><br>68m32s    |
| VNS       | 99,51 <sub>(8)</sub><br>79m34s    |
| ACO       | 67,33 <sub>(8)</sub><br>37m24s    |
| AGV       | 67,33 <sub>(8)</sub><br>80m31s    |
| $n = 120$ | Demanda total = 2510              |
| GRASP     | 86,25 <sub>(11)</sub><br>12,09s   |
| GRASP-VNS | 86,25 <sub>(11)</sub><br>227m58s  |
| VNS       | 125,77 <sub>(11)</sub><br>136m18s |
| ACO       | --                                |
|           | --                                |
| AGV       | --                                |
|           | --                                |

VNS con las 100 iteraciones propuestas no fueron encontrados. Por otro lado la incorporación del VNS en los híbridos no mejoran las soluciones, salvo en determinados casos, los mejores resultados, cuando se encuentran soluciones.



En la tabla 5.6 se registran los resultados de los distintos procedimientos para el modelo VRPTW con costes difusos. Nótese que con 100 iteraciones se encuentran soluciones en todos los casos. Las mejores soluciones se obtienen con el ACO-GRASP-VNS. Nótese que con las restricciones de tiempo las soluciones obtenidas con el VNS son muy buenas en cuanto a los valores de la función objetivo, pero no así si tenemos en cuenta el número de rutas obtenidas y los tiempos de computo.

En la Tabla 5.7 se presentan las mejores soluciones obtenidas para la función objetivo para cada una de las instancias y modelos. Observe que hemos seleccionado el procedimiento que obtiene la mejor solución con el criterio de menor número de rutas conjuntamente con el menor valor de la función objetivo. Si, como ocurre en algunas instancias la mejor solución se obtiene por más de un procedimiento, en este caso hemos elegido el procedimiento que obtiene la solución en el menor tiempo de computo.

Solo como ejemplo en detalle tomando las instancias de 20, para el modelo VRP la mejor solución obtenida fue usando la metaheurística híbrida GRASP-VNS en cerca de 56 segundos y consiste en las siguientes tres rutas:

$$\begin{aligned} R1 : & 0 \rightarrow 13 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 10 \rightarrow 19 \rightarrow 7 \rightarrow 0 \\ R2 : & 0 \rightarrow 16 \rightarrow 12 \rightarrow 5 \rightarrow 11 \rightarrow 1 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 0 \\ R3 : & 0 \rightarrow 8 \rightarrow 20 \rightarrow 17 \rightarrow 15 \rightarrow 9 \rightarrow 3 \rightarrow 18 \rightarrow 0 \end{aligned}$$

El tiempo total es  $T = 9,62$  horas, la distancia total recorrida es  $L = 715$ , la demanda total absorbida 2780 y la carga de los vehículos 915, 980 y 885, respectivamente

Estas rutas son las misma obtenidas para el modelo VRPTW, pero con este modelo se obtiene en un mejor tiempo, en 22.38 segundos. Esta situación de obtención de soluciones iguales entre modelos distintos VRP y VRPTW y procedimientos iguales, no se da en el caso de procedimientos distintos en el mismo modelo, en general se obtienen rutas distintas.

Tabla 5.6: VRPTW con costes difusos

| $n = 60$  | Demanda total = 1270             |
|-----------|----------------------------------|
| GRASP     | 47,07 <sub>(6)</sub><br>2,85s    |
| GRASP-VNS | 45,67 <sub>(7)</sub><br>23m26s   |
| VNS       | 37,91 <sub>(8)</sub><br>50m26s   |
| ACO       | 44,22 <sub>(6)</sub><br>23,34s   |
| AGV       | 40,22 <sub>(6)</sub><br>35m6s    |
| $n = 90$  | Demanda total = 1930             |
| GRASP     | 68,83 <sub>(9)</sub><br>6,08s    |
| GRASP-VNS | 64,87 <sub>(9)</sub><br>51m13s   |
| VNS       | 55,10 <sub>(9)</sub><br>202m46s  |
| ACO       | 64,06 <sub>(8)</sub><br>37m6s    |
| AGV       | 64,06 <sub>(8)</sub><br>58m19s   |
| $n = 120$ | Demanda total = 2510             |
| GRASP     | 86,78 <sub>(11)</sub><br>9,44s   |
| GRASP-VNS | 86,78 <sub>(11)</sub><br>107m32s |
| VNS       | 68,98 <sub>(12)</sub><br>203m56s |
| ACO       | 83,16 <sub>(11)</sub><br>41m21s  |
| AGV       | 80,29 <sub>(11)</sub><br>122m5s  |

Tabla 5.7: Resultados obtenidos

| Instancia    | Tiempo Total | Nº de rutas | Procedimiento |
|--------------|--------------|-------------|---------------|
| <i>VRP</i>   |              |             |               |
| n= 20        | 9.62         | 3           | GRASP-VNS     |
| n= 71        | 49.75        | 9           | ACO           |
| n= 60        | 47.08        | 6           | AGV           |
| n= 90        | 67.33        | 8           | ACO           |
| n= 120       | 86.25        | 11          | GRASP         |
| <i>VRPTW</i> |              |             |               |
| n= 20        | 9.62         | 3           | GRASP-VNS     |
| n= 71        | 49.09        | 9           | AGV           |
| n= 60        | 40.22        | 6           | AGV           |
| n= 90        | 64.06        | 8           | ACO           |
| n= 120       | 80.29        | 11          | AGV           |

## 5.2. Modelos con restricciones difusas

### 5.2.1. VRP con restricciones de capacidad difusas

En esta sección vamos a evaluar los distintos procedimientos propuestos para el modelo VRP con restricciones difusas de capacidad, es decir considerando cierta flexibilidad en el cumplimiento de las mismas. Para ello hemos experimentado con las distintas instancias disponible y los resultados se presentan a continuación. Los resultados, dado que el modelo es difuso, se obtienen aplicando el modelo auxiliar propuesto variando los valores de  $\alpha$ . Se consiguen soluciones diferentes para cada uno de los valores aplicados,  $\alpha = \{0, 0, 0, 2, 0, 4, 0, 6, 0, 8, 1, 0\}$  Hemos utilizado un valor de tolerancia  $\tau$  para estas restricciones del 20% más de capacidad para los vehículos. Los resultados de estos modelos se obtienen tanto para la función objetivo calculada en tiempos como en distancias.

Comenzamos presentando los resultados obtenidos para la instancia con 20 clientes, y la función objetivo calculada en tiempos (ver tabla 5.8). Como podemos observar las mejores soluciones se obtienen con GRASP-VNS y ACO-GRASP-VNS, con 3 rutas y en unos pocos segundos.

Tabla 5.8: VRP con restricciones de capacidad difusas y costes expresados en tiempos

| $n = 20$  | Demanda total = 2780 |                                      |                                     |                               |                                      |                               |                               |
|-----------|----------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
|           | $\alpha =$           | 0,0                                  | 0,2                                 | 0,4                           | 0,6                                  | 0,8                           | 1,0                           |
| GRASP     |                      | 9,62 <sub>(3)</sub><br>0,17s         | 9,70 <sub>(3)</sub><br>0,13s        | 9,62 <sub>(3)</sub><br>0,12s  | 9,62 <sub>(3)</sub><br>0,13s         | 9,87 <sub>(3)</sub><br>0,12s  | 9,70 <sub>(3)</sub><br>0,16s  |
| GRASP-VNS |                      | 9,12 <sub>(3)</sub><br>10,39s        | <b>9,03</b> <sub>(3)</sub><br>9,68s | 9,20 <sub>(3)</sub><br>9,16s  | <b>9,03</b> <sub>(3)</sub><br>10,08s | 9,20 <sub>(3)</sub><br>8,33s  | 9,53 <sub>(3)</sub><br>6,8s   |
| VNS       |                      | 9,20 <sub>(3)</sub><br>13,24s        | 9,05 <sub>(3)</sub><br>12,15s       | 9,17 <sub>(3)</sub><br>14,75s | 9,20 <sub>(3)</sub><br>14,34s        | 9,38 <sub>(3)</sub><br>16,41s | 10,70 <sub>(3)</sub><br>13,4s |
| ACO       |                      | 9,62 <sub>(3)</sub><br>5,81s         | 10,03 <sub>(3)</sub><br>5,14s       | 10,03 <sub>(3)</sub><br>4,35s | 9,95 <sub>(3)</sub><br>6,23s         | 9,53 <sub>(3)</sub><br>4,45s  | 9,78 <sub>(3)</sub><br>10,93s |
| AGV       |                      | <b>9,03</b> <sub>(3)</sub><br>17,07s | 9,12 <sub>(3)</sub><br>13,67s       | 9,28 <sub>(3)</sub><br>12,66s | 9,20 <sub>(3)</sub><br>11,55s        | 9,20 <sub>(3)</sub><br>11,75s | 9,37 <sub>(3)</sub><br>10,97s |

Si ahora cambiamos los objetivos tomando los costes como las distancias

entre los clientes, obtenemos los siguientes resultados que se presentan en la tabla 5.9. En cuando a las soluciones obtenidas, se mantiene de forma similar los resultados tomando las distancias. En este caso la mejor solución se obtiene con el procedimiento híbrido ACO-GRASP-VNS. Nótese también que como tendencia con una mayor flexibilidad en las restricciones, es decir menores valores de  $\alpha$ , se obtienen en general mejores soluciones. Al contrario con valores mayores y sobre todo valores exactos o precisos  $\alpha = 1,0$  las soluciones en general son peores.

Tabla 5.9: VRP con restricciones de capacidad difusas y costes expresados en distancias

| $n = 20$  | Demanda total = 2780 |                           |                    |                    |                    |                    |                    |
|-----------|----------------------|---------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
|           | $\alpha =$           | 0,0                       | 0,2                | 0,4                | 0,6                | 0,8                | 1,0                |
| GRASP     |                      | 730 <sub>(3)</sub>        | 695 <sub>(3)</sub> | 705 <sub>(3)</sub> | 705 <sub>(3)</sub> | 690 <sub>(3)</sub> | 720 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 0,41s                     | 0,27s              | 0,37s              | 0,39s              | 0,36s              | 0,24s              |
| GRASP-VNS |                      | 645 <sub>(3)</sub>        | 650 <sub>(3)</sub> | 650 <sub>(3)</sub> | 650 <sub>(3)</sub> | 660 <sub>(3)</sub> | 670 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 27,49s                    | 27,77s             | 22,39s             | 19,71s             | 20,62s             | 16,33s             |
| VNS       |                      | 625 <sub>(3)</sub>        | 635 <sub>(3)</sub> | 650 <sub>(3)</sub> | 675 <sub>(3)</sub> | 675 <sub>(3)</sub> | 710 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 29,19s                    | 28,93s             | 32,83s             | 34,89s             | 37,25s             | 40,96s             |
| ACO       |                      | 650 <sub>(3)</sub>        | 680 <sub>(3)</sub> | 670 <sub>(3)</sub> | 660 <sub>(3)</sub> | 665 <sub>(3)</sub> | 705 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 12,11s                    | 10,39s             | 9,04s              | 10,25s             | 14,06s             | 10,62s             |
| AGV       |                      | <b>615</b> <sub>(3)</sub> | 640 <sub>(3)</sub> | 630 <sub>(3)</sub> | 640 <sub>(3)</sub> | 625 <sub>(3)</sub> | 645 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | <u>32,54s</u>             | 29,84s             | 31,77s             | 41,22s             | 34,34s             | 46,73s             |

Haciendo uso de la instancia del problema real con 71 clientes, obtenemos los siguientes resultados para el modelo VRP con restricciones difusas de capacidad para la función objetivo obtenida a partir de los tiempos de viaje de un cliente a otro en la tabla 5.10 y tomando las distancias entre clientes en la tabla 5.11. Comparando los distintos procedimientos aplicados, se observa que las mejores soluciones se obtienen en ambos casos con ACO y ACO-GRASP-VNS con 8 rutas, aunque ACO la obtiene en menor tiempo. Fíjese que el VNS encuentra soluciones peores, sobre todo utilizando la función objetivo como la suma de las distancia de las rutas. Además la aplicación de este procedimiento VNS no mejora en general las soluciones en los híbridos. Por otra parte la soluciones para los diversos procedimientos a medida que disminuye la tolerancia, necesitan más vehículos, 9 en este caso.

En el caso de las instancias generadas para 60, 90 y 120 clientes, en la tabla 5.12 presentamos los resultados de la experimentación del modelo

Tabla 5.10: VRP con restricciones de capacidad difusas y costes expresados en tiempos

| $n = 71$  | Demanda total = 851 |                      |                      |                      |                            |                      |                      |
|-----------|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------|
|           | $\alpha =$          | 0,0                  | 0,2                  | 0,4                  | 0,6                        | 0,8                  | 1,0                  |
| GRASP     |                     | 49,17 <sub>(8)</sub> | 51,85 <sub>(8)</sub> | 49,13 <sub>(8)</sub> | 50,23 <sub>(8)</sub>       | 51,58 <sub>(9)</sub> | 51,35 <sub>(9)</sub> |
|           |                     | 0,13s                | 1,03s                | 1,26s                | 1,05s                      | 1,06s                | 1,14s                |
| GRASP-VNS |                     | 49,17 <sub>(8)</sub> | 51,85 <sub>(8)</sub> | 49,13 <sub>(8)</sub> | 50,23 <sub>(8)</sub>       | 51,58 <sub>(9)</sub> | 51,35 <sub>(9)</sub> |
|           |                     | 6m4s                 | 5m53s                | 6m36s                | 6m43s                      | 5m56s                | 5m54s                |
| VNS       |                     | 58,54 <sub>(8)</sub> | 50,07 <sub>(8)</sub> | 56,94 <sub>(8)</sub> | 55,58 <sub>(9)</sub>       | 57,19 <sub>(9)</sub> | 58,85 <sub>(9)</sub> |
|           |                     | 6m45s                | 7m0s                 | 7m45s                | 7m16s                      | 6m38s                | 6m34s                |
| ACO       |                     | 46,58 <sub>(8)</sub> | 47,74 <sub>(8)</sub> | 47,49 <sub>(8)</sub> | <b>46,13<sub>(8)</sub></b> | 49,30 <sub>(9)</sub> | 49,45 <sub>(9)</sub> |
|           |                     | 1m47s                | 1m45s                | 1m45s                | <u>1m44s</u>               | 1m45s                | 1m46s                |
| AGV       |                     | 46,58 <sub>(8)</sub> | 47,74 <sub>(8)</sub> | 47,49 <sub>(8)</sub> | <b>46,13<sub>(8)</sub></b> | 49,30 <sub>(9)</sub> | 49,45 <sub>(9)</sub> |
|           |                     | 7m14s                | 7m,21s               | 13m40s               | 15m21s                     | 14m55s               | 13m17s               |

Tabla 5.11: VRP con restricciones de capacidad difusas y costes expresados en distancias

| $n = 71$  | Demanda total = 851 |                      |                      |                      |                      |                      |                      |
|-----------|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|           | $\alpha =$          | 0,0                  | 0,2                  | 0,4                  | 0,6                  | 0,8                  | 1,0                  |
| GRASP     |                     | 445,8 <sub>(8)</sub> | 430,5 <sub>(8)</sub> | 439,8 <sub>(8)</sub> | 424,3 <sub>(8)</sub> | 513,5 <sub>(9)</sub> | 472 <sub>(9)</sub>   |
|           |                     | 0,67s                | 0,67s                | 0,70s                | 0,83s                | 0,78s                | 0,82s                |
| GRASP-VNS |                     | 445,8 <sub>(8)</sub> | 430,5 <sub>(8)</sub> | 412,9 <sub>(8)</sub> | 424,3 <sub>(8)</sub> | 442,4 <sub>(9)</sub> | 472,7 <sub>(9)</sub> |
|           |                     | 3m11s                | 2m57s                | 3m8s                 | 3m2s                 | 3m21s                | 3m32s                |
| VNS       |                     | 880 <sub>(8)</sub>   | 900,5 <sub>(8)</sub> | 906,1 <sub>(8)</sub> | 894,3 <sub>(8)</sub> | 868,5 <sub>(9)</sub> | 914,7 <sub>(9)</sub> |
|           |                     | 4m2s                 | 4m2s                 | 3m59s                | 3m58s                | 4m33s                | 4m17s                |
| ACO       |                     | 431,7 <sub>(8)</sub> | 458,3 <sub>(8)</sub> | 445,8 <sub>(8)</sub> | 445,6 <sub>(8)</sub> | 481,2 <sub>(9)</sub> | 489,1 <sub>(9)</sub> |
|           |                     | 1m55s                | 1m57s                | 1m43s                | 1m25s                | 1m24s                | 1m23s                |
| AGV       |                     | 431,7 <sub>(8)</sub> | 458,3 <sub>(8)</sub> | 445,8 <sub>(8)</sub> | 445,6 <sub>(8)</sub> | 432,9 <sub>(9)</sub> | 489,1 <sub>(9)</sub> |
|           |                     | 5m4s                 | 6m39s                | 6m47s                | 4m41s                | 4m47s                | 4m22s                |

VRP con restricciones de capacidad difusas y función objetivo calculada con tiempos de viajes entre clientes. En la tabla 5.13 los resultados para las mismas instancias, modelos y procedimientos propuestos pero expresando los costes de la función objetivo en términos de distancias entre dos nodos. Estos resultados siguen las mismas tendencias que los resultados presentados anteriormente y para ambas funciones objetivos. Los mejores resultados

se obtiene con los procedimientos ACO y ACO-GRASP-VNS, con ACO en menor tiempo evidentemente. Las soluciones se obtienen en tiempos razonables que van desde segundos hasta la hora. Los efectos obtenidos al aplicar VNS son peores. Combinando este mismo procedimiento con otros no mejoran la soluciones, con la salvedad de la instancia de 120 en tiempo y la de 90 en distancia, donde el ACO-GRASP-VNS, mejora los resultados del ACO. Nótese también que estos procedimientos no son capaces de encontrar algunas soluciones con 100 iteraciones, las obtenidas con menor tolerancia (valores mayores de  $\alpha$ ). Además las soluciones encontradas en todos los procedimientos necesitan un mayor número de vehículos.

Tabla 5.12: VRP con restricciones de capacidad difusas y costes expresados en tiempos

| $n = 60$   |                                      | Demanda total = 1270                  |                                       |                                 |                                  |                                  |  |
|------------|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|--|
| $\alpha =$ | 0,0                                  | 0,2                                   | 0,4                                   | 0,6                             | 0,8                              | 1,0                              |  |
| GRASP      | 47,42 <sub>(5)</sub><br>1,66s        | 46,70 <sub>(5)</sub><br>1,56s         | 47,70 <sub>(5)</sub><br>1,53s         | 47,80 <sub>(5)</sub><br>1,52s   | 45,22 <sub>(5)</sub><br>1,44s    | 48,60 <sub>(6)</sub><br>1,49s    |  |
| GRASP-VNS  | 47,42 <sub>(5)</sub><br>5m53s        | 46,70 <sub>(5)</sub><br>6m7s          | 47,70 <sub>(5)</sub><br>6m2s          | 47,80 <sub>(5)</sub><br>8m0s    | 45,22 <sub>(5)</sub><br>8m19s    | 48,60 <sub>(6)</sub><br>8m50s    |  |
| VNS        | 63,17 <sub>(5)</sub><br>6m25s        | 65,22 <sub>(5)</sub><br>6m43s         | 63,57 <sub>(5)</sub><br>6m32s         | 66,30 <sub>(5)</sub><br>7m8s    | 64,23 <sub>(5)</sub><br>7m10s    | 66,98 <sub>(6)</sub><br>6m58s    |  |
| ACO        | 44,12 <sub>(5)</sub><br>5,13s        | 44,50 <sub>(5)</sub><br>5,14s         | <b>43,43</b> <sub>(5)</sub><br>5,34s  | 43,82 <sub>(5)</sub><br>12,39s  | 44,05 <sub>(5)</sub><br>13,46s   | 47,73 <sub>(6)</sub><br>5,19s    |  |
| AGV        | 44,12 <sub>(5)</sub><br>11m42s       | 44,50 <sub>(5)</sub><br>23m14s        | <b>43,43</b> <sub>(5)</sub><br>14m36s | 43,82 <sub>(5)</sub><br>7m18s   | 44,05 <sub>(5)</sub><br>7m28s    | 47,73 <sub>(6)</sub><br>7m55s    |  |
| $n = 90$   |                                      | Demanda total = 1930                  |                                       |                                 |                                  |                                  |  |
| $\alpha =$ | 0,0                                  | 0,2                                   | 0,4                                   | 0,6                             | 0,8                              |                                  |  |
| GRASP      | 62,40 <sub>(7)</sub><br>3,18s        | 63,68 <sub>(7)</sub><br>3,19s         | 66,40 <sub>(7)</sub><br>3,19s         | 67,42 <sub>(8)</sub><br>3,15s   | 67,42 <sub>(8)</sub><br>3,24s    | 68,63 <sub>(8)</sub><br>3,28s    |  |
| GRASP-VNS  | 62,40 <sub>(7)</sub><br>26m26s       | 63,68 <sub>(7)</sub><br>35m6s         | 66,40 <sub>(7)</sub><br>34m12s        | 67,42 <sub>(8)</sub><br>33m24s  | 67,42 <sub>(8)</sub><br>34m24s   | 68,63 <sub>(8)</sub><br>33m24s   |  |
| VNS        | 96,42 <sub>(7)</sub><br>30m52s       | 92,92 <sub>(7)</sub><br>33m17s        | 95,43 <sub>(7)</sub><br>33m17s        | 98,27 <sub>(8)</sub><br>35m17s  | 99,25 <sub>(8)</sub><br>34m57s   | 87,20 <sub>(8)</sub><br>34m03s   |  |
| ACO        | 62,15 <sub>(7)</sub><br>27m17s       | <b>61,55</b> <sub>(7)</sub><br>21m53s | 62,85 <sub>(7)</sub><br>22m28s        | 64,45 <sub>(8)</sub><br>23m57s  | 66,38 <sub>(8)</sub><br>14m47s   | 67,00 <sub>(8)</sub><br>9m18s    |  |
| AGV        | 62,15 <sub>(7)</sub><br>43m53s       | <b>61,55</b> <sub>(7)</sub><br>49m27s | 62,85 <sub>(7)</sub><br>22m39s        | 64,45 <sub>(8)</sub><br>15m28s  | 66,38 <sub>(8)</sub><br>15m47s   | 67,00 <sub>(8)</sub><br>17m48s   |  |
| $n = 120$  |                                      | Demanda total = 2510                  |                                       |                                 |                                  |                                  |  |
| $\alpha =$ | 0,0                                  | 0,2                                   | 0,4                                   | 0,6                             | 0,8                              |                                  |  |
| GRASP      | 79,45 <sub>(9)</sub><br>2,70s        | 76,35 <sub>(9)</sub><br>2,69s         | 77,70 <sub>(9)</sub><br>2,68s         | 79,23 <sub>(10)</sub><br>2,69s  | 82,77 <sub>(10)</sub><br>2,69s   | 86,10 <sub>(11)</sub><br>2,67s   |  |
| GRASP-VNS  | 79,45 <sub>(9)</sub><br>32m58s       | 76,35 <sub>(9)</sub><br>33m58s        | 77,70 <sub>(9)</sub><br>30m48s        | 79,23 <sub>(10)</sub><br>29m51s | 82,77 <sub>(10)</sub><br>30m37s  | 86,10 <sub>(11)</sub><br>30m50s  |  |
| VNS        | 123,97 <sub>(9)</sub><br>48m44s      | 117,95 <sub>(9)</sub><br>43m44s       | 131,87 <sub>(9)</sub><br>37m9s        | 131,87 <sub>(10)</sub><br>38m8s | 128,38 <sub>(10)</sub><br>36m31s | 126,82 <sub>(11)</sub><br>36m21s |  |
| ACO        | 78,65 <sub>(9)</sub><br>13m34s       | 79,63 <sub>(9)</sub><br>15m56s        | 81,60 <sub>(10)</sub><br>12m41s       | 79,17 <sub>(10)</sub><br>10m53s |                                  |                                  |  |
| AGV        | <b>77,20</b> <sub>(9)</sub><br>62m4s | 78,65 <sub>(9)</sub><br>38m20s        | 79,63 <sub>(9)</sub><br>37m26s        | 81,60 <sub>(10)</sub><br>37m21s | 79,17 <sub>(10)</sub><br>37m24s  |                                  |  |



Tabla 5.13: VRP con restricciones de capacidad difusas y costes expresados en distancias

| $n = 60$   |                                       | Demanda total = 1270            |  |                                       |                                  |                                  |  |
|------------|---------------------------------------|---------------------------------|--|---------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|--|
| $\alpha =$ | 0,0                                   | 0,2                             | 0,4                                    | 0,6                                   | 0,8                              | 1,0                              |  |
| GRASP      | 734,8 <sub>(5)</sub><br>0,68s         | 725,3 <sub>(5)</sub><br>0,72s   | 738,4 <sub>(5)</sub><br>0,77s          | 722,2 <sub>(5)</sub><br>0,69s         | 738,2 <sub>(5)</sub><br>0,86s    | 815,9 <sub>(6)</sub><br>0,66s    |  |
| GRASP-VNS  | 734,8 <sub>(5)</sub><br>2m48s         | 725,3 <sub>(5)</sub><br>2m44s   | 738,4 <sub>(5)</sub><br>2m40s          | 722,2 <sub>(5)</sub><br>2m44s         | 738,2 <sub>(5)</sub><br>2m44s    | 8158,9 <sub>(6)</sub><br>2m44s   |  |
| VNS        | 2525,2 <sub>(5)</sub><br>4,30s        | 2828,0 <sub>(5)</sub><br>4m11s  | 2555,2 <sub>(5)</sub><br>4m13s         | 2720,8 <sub>(5)</sub><br>4m27s        | 2500,3 <sub>(5)</sub><br>4m46s   | 2779,9 <sub>(6)</sub><br>4m48s   |  |
| ACO        | <b>673,4</b> <sub>(5)</sub><br>1,25s  | 727,2 <sub>(5)</sub><br>14,48s  | 732,7 <sub>(5)</sub><br>4,10s          | 740,2 <sub>(5)</sub><br>4,8s          | 736,0 <sub>(5)</sub><br>2,46s    | 772,5 <sub>(6)</sub><br>1,36s    |  |
| AGV        | <b>673,4</b> <sub>(5)</sub><br>16m28s | 727,2 <sub>(5)</sub><br>4m11s   | 732,7 <sub>(5)</sub><br>4m13s          | 740,2 <sub>(5)</sub><br>4m11s         | 736,0 <sub>(5)</sub><br>3m45s    | 772,5 <sub>(6)</sub><br>3m49s    |  |
| $n = 90$   |                                       | Demanda total = 1930            |  |                                       |                                  |                                  |  |
| $\alpha =$ | 0,0                                   | 0,2                             | 0,4                                    | 0,6                                   | 0,8                              |                                  |  |
| GRASP      | 938,7 <sub>(7)</sub><br>7,19s         | 935,9 <sub>(7)</sub><br>8,01s   | 936,4 <sub>(7)</sub><br>3,35s          | 976,8 <sub>(8)</sub><br>5,51s         | 994,8 <sub>(8)</sub><br>8,67s    | 965,3 <sub>(8)</sub><br>10,36s   |  |
| GRASP-VNS  | 938,7 <sub>(7)</sub><br>18m33s        | 935,9 <sub>(7)</sub><br>21m41s  | 936,4 <sub>(7)</sub><br>22m14s         | 976,8 <sub>(8)</sub><br>21m42s        | 994,8 <sub>(8)</sub><br>21m49s   | 965,3 <sub>(8)</sub><br>21m55s   |  |
| VNS        | 4172,2 <sub>(7)</sub><br>31m33s       | 4089,1 <sub>(7)</sub><br>33m39s | 4146,2 <sub>(7)</sub><br>32m52s        | 4177,3 <sub>(8)</sub><br>32m11s       | 3945,5 <sub>(8)</sub><br>33m20s  | 3968,6 <sub>(8)</sub><br>23m59s  |  |
| ACO        | 964,8 <sub>(7)</sub><br>17m52s        | 951,5 <sub>(7)</sub><br>10m24s  | 925,2 <sub>(7)</sub><br>9m34s          | 922,9 <sub>(8)</sub><br>11m23s        | 1013,5 <sub>(8)</sub><br>10m55s  | 1011,4 <sub>(8)</sub><br>7m31s   |  |
| AGV        | 947,6 <sub>(7)</sub><br>46m43s        | 983,2 <sub>(7)</sub><br>37m10s  | 939,4 <sub>(7)</sub><br>33m45s         | <b>910,7</b> <sub>(8)</sub><br>21m52s | 1030,1 <sub>(8)</sub><br>23m29s  | 991,2 <sub>(8)</sub><br>13m44s   |  |
| $n = 120$  |                                       | Demanda total = 2510            |  |                                       |                                  |                                  |  |
| $\alpha =$ | 0,0                                   | 0,2                             | 0,4                                    | 0,6                                   | 0,8                              |                                  |  |
| GRASP      | 1175,4 <sub>(9)</sub><br>2,66s        | 1158,6 <sub>(9)</sub><br>2,67s  | 1084,3 <sub>(9)</sub><br>2,67s         | 1250,1 <sub>(10)</sub><br>2,05s       | 1209,7 <sub>(10)</sub><br>2,71s  | 1362,9 <sub>(11)</sub><br>2,67s  |  |
| GRASP-VNS  | 1175,4 <sub>(9)</sub><br>33m18s       | 1158,6 <sub>(9)</sub><br>34m57s | 1084,3 <sub>(9)</sub><br>25m38s        | 1250,1 <sub>(10)</sub><br>24m1s       | 1209,7 <sub>(10)</sub><br>24m13s | 1362,9 <sub>(11)</sub><br>24m18s |  |
| VNS        | 5408,3 <sub>(9)</sub><br>36m26s       | 5339,4 <sub>(9)</sub><br>36m38s | 5551,8 <sub>(9)</sub><br>36m50s        | 5760,6 <sub>(10)</sub><br>36m59s      | 5357,4 <sub>(10)</sub><br>36m30s | 5614,4 <sub>(11)</sub><br>26m50s |  |
| ACO        | 1202,0 <sub>(9)</sub><br>8m25s        | 1185,3 <sub>(9)</sub><br>8m22s  | <b>1107,8</b> <sub>(9)</sub><br>8m26s  | 1240,9 <sub>(10)</sub><br>8m26s       | 1248,9 <sub>(10)</sub><br>8m25s  |                                  |  |
| AGV        | 1202,0 <sub>(9)</sub><br>32m14s       | 1185,3 <sub>(9)</sub><br>32m23s | <b>1107,8</b> <sub>(9)</sub><br>32m36s | 1240,9 <sub>(10)</sub><br>32m48s      | 1248,9 <sub>(10)</sub><br>32m48s |                                  |  |

### 5.2.2. VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas

En esta sección vamos a presentar los resultados de evaluar los distintos procedimientos para los modelos VRPTW con restricciones difusas. En esta situación vamos a evaluar los resultados del modelo cuando las restricciones de ventanas de tiempo pueden considerarse flexibles y formuladas como restricciones difusas. Para ello utilizamos las distintas instancias propuestas y ejecutamos con 100 iteraciones los distintos procedimientos metaheurísticos diseñados.

En la experimentación realizada para la instancia de 20 clientes, aplicado el modelo con restricciones de ventana de tiempo difusos comparamos las soluciones con las soluciones en la literatura. Además en esta última experimentación se han realizado pruebas con mayores iteraciones tratando de buscar las mejores soluciones para hacer la comparación con las referencias existentes. En la tabla 5.14 presentamos los resultados con la función objetivo calculada en tiempos y en la tabla 5.15 calculadas en distancias. Las mejores soluciones con la función objetivo expresada en tiempos se obtienen con el GRASP y el GRASP-VNS; expresadas en distancias las mejores soluciones son las obtenidas por el híbrido ACO-GRASP-VNS; todas ellas con 3 rutas. En general las soluciones obtenidas con los híbridos son mejores, el VNS logra mejorar las soluciones, aunque este procedimiento por si solo obtenga las peores soluciones.

Utilizando la instancia del problema real con 71 clientes, obtenemos los siguientes resultados para el modelo VRPTW con restricciones de tiempo difusas. Comparamos los distintos procedimientos cuando la función objetivo obtenida a partir de los tiempos de viaje de un cliente a otro en la tabla 5.16. Como podemos ver en esta tabla la mejor solución se obtiene con el VNS con 9 rutas. El VNS en este modelo e instancias ayuda a mejorar las soluciones en el caso de los híbridos. Los tiempos de computo necesarios para encontrar soluciones van desde segundos en el caso del GRASP a cercanos a la hora en el VNS y ACO-GRASP-VNS, los que obtienen mejores soluciones. Cambiando los objetivos utilizando las distancias entre los clientes en la función objetivo en vez de los tiempos de viaje entre ellos, obtenemos los resultados que se presentan en la tabla 5.17. De la misma manera el VNS, en este caso ayuda a mejorar las soluciones en los híbridos, aunque por si solo no obtiene los mejores resultados. La mejor solución se encuentra utilizando el procedimiento GRASP-VNS, en un tiempo de 45 minutos. Podemos observar

Tabla 5.14: VRPTW con ventana de tiempo difusas y costes expresados en tiempos

| $n = 20$  | Demanda total = 2780 |                      |                           |                      |                      |                      |                      |
|-----------|----------------------|----------------------|---------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|           | $\alpha =$           | 0,0                  | 0,2                       | 0,4                  | 0,6                  | 0,8                  | 1,0                  |
| GRASP     |                      | 9,70 <sub>(3)</sub>  | <b>9,45<sub>(3)</sub></b> | 9,70 <sub>(3)</sub>  | 9,70 <sub>(3)</sub>  | 9,62 <sub>(3)</sub>  | 9,70 <sub>(3)</sub>  |
|           |                      | 0,39s                | <u>0,39s</u>              | 0,46s                | 0,39s                | 0,35s                | 0,35s                |
| GRASP-VNS |                      | 9,62 <sub>(3)</sub>  | <b>9,45<sub>(3)</sub></b> | 9,62 <sub>(3)</sub>  | 9,45 <sub>(3)</sub>  | 9,62 <sub>(3)</sub>  | 9,62 <sub>(3)</sub>  |
|           |                      | 6,71s                | 7,22s                     | 6,90s                | 6,64s                | 6,77s                | 6,75s                |
| VNS       |                      | 10,45 <sub>(3)</sub> | 10,70 <sub>(3)</sub>      | 11,12 <sub>(3)</sub> | 10,78 <sub>(3)</sub> | 11,12 <sub>(3)</sub> | 10,78 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 13,63s               | 13,03s                    | 12,94s               | 13,65s               | 13,13s               | 13,15s               |
| ACO       |                      | 9,78 <sub>(3)</sub>  | 10,03 <sub>(3)</sub>      | 9,87 <sub>(3)</sub>  | 9,78 <sub>(3)</sub>  | 9,87 <sub>(3)</sub>  | 9,78 <sub>(3)</sub>  |
|           |                      | 3,0s                 | 2,96s                     | 2,87s                | 2,88s                | 2,87s                | 2,89s                |
| AGV       |                      | 9,62 <sub>(3)</sub>  | 9,62 <sub>(3)</sub>       | 9,70 <sub>(3)</sub>  | 9,62 <sub>(3)</sub>  | 9,53 <sub>(3)</sub>  | 9,62 <sub>(3)</sub>  |
|           |                      | 9,13s                | 9,12s                     | 8,96s                | 9,29s                | 9,08s                | 9,44s                |

Tabla 5.15: VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en distancias

| $n = 20$  | Demanda total = 2780 |                    |                          |                    |                          |                          |                    |
|-----------|----------------------|--------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------|
|           | $\alpha =$           | 0,0                | 0,2                      | 0,4                | 0,6                      | 0,8                      | 1,0                |
| GRASP     |                      | 705 <sub>(3)</sub> | 705 <sub>(3)</sub>       | 710 <sub>(3)</sub> | 705 <sub>(3)</sub>       | 700 <sub>(3)</sub>       | 710 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 0,11s              | 0,09s                    | 0,09s              | 0,08s                    | 0,10s                    | 0,09s              |
| GRASP-VNS |                      | 655 <sub>(3)</sub> | 680 <sub>(3)</sub>       | 680 <sub>(3)</sub> | 655 <sub>(3)</sub>       | 655 <sub>(3)</sub>       | 680 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 7,61s              | 7,89s                    | 7,72s              | 7,67s                    | 8,11s                    | 8,08s              |
| VNS       |                      | 745 <sub>(3)</sub> | 680 <sub>(3)</sub>       | 705 <sub>(3)</sub> | 735 <sub>(3)</sub>       | 725 <sub>(3)</sub>       | 700 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 15,55s             | 15,93s                   | 16,22s             | 16,30s                   | 16,69s                   | 15,73s             |
| ACO       |                      | 675 <sub>(3)</sub> | 670 <sub>(3)</sub>       | 670 <sub>(3)</sub> | 675 <sub>(3)</sub>       | 695 <sub>(3)</sub>       | 685 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 3,09s              | 3,05s                    | 2,95s              | 2,97s                    | 2,91s                    | 3,22s              |
| AGV       |                      | 640 <sub>(3)</sub> | <b>635<sub>(3)</sub></b> | 640 <sub>(3)</sub> | <b>635<sub>(3)</sub></b> | <b>635<sub>(3)</sub></b> | 640 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 9,91s              | <u>9,39s</u>             | 9,93s              | 10,02s                   | 9,64s                    | 9,38s              |

que en este caso una mayor flexibilidad no da mayores posibilidades de encontrar soluciones mejores.

Haciendo uso de las instancias generadas para 60, 90 y 120 clientes, en la tabla 5.18 presentamos los resultado de experimentación de los modelos VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo difusas para la función

Tabla 5.16: VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en tiempos

| $n = 71$  | Demanda total = 851 |                                 |                                 |  |                                 |                                |                                 |
|-----------|---------------------|---------------------------------|---------------------------------|--|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
|           | $\alpha =$          | 0,0                             | 0,2                             | 0,4  | 0,6                             | 0,8                            | 1,0                             |
| GRASP     |                     | 53,34 <sub>(9)</sub><br>6,55s   | 52,54 <sub>(9)</sub><br>4,46s   | 54,16 <sub>(9)</sub><br>7,74s                | 53,04 <sub>(9)</sub><br>4,42s   | 52,74 <sub>(9)</sub><br>3,99s  | 52,74 <sub>(9)</sub><br>5,03s   |
| GRASP-VNS |                     | 51,46 <sub>(10)</sub><br>40m53s | 52,54 <sub>(9)</sub><br>26m5s   | 50,33 <sub>(10)</sub><br>23m35s              | 49,93 <sub>(10)</sub><br>25m19s | 51,04 <sub>(9)</sub><br>27m54s | 51,62 <sub>(10)</sub><br>25m42s |
| VNS       |                     | 43,33 <sub>(10)</sub><br>75m3s  | 42,62 <sub>(10)</sub><br>58m50s | <b>42,27</b> <sub>(9)</sub><br><u>52m54s</u> | 42,61 <sub>(10)</sub><br>64m25s | 43,29 <sub>(11)</sub><br>57m8s | 42,43 <sub>(11)</sub><br>43m55s |
| ACO       |                     | 50,18 <sub>(9)</sub><br>13m44s  | 49,16 <sub>(9)</sub><br>13m24s  | 49,89 <sub>(9)</sub><br>13m30s               | 50,02 <sub>(9)</sub><br>12m35s  | 49,37 <sub>(9)</sub><br>12m21s | 49,82 <sub>(9)</sub><br>13m43s  |
| AGV       |                     | 48,20 <sub>(9)</sub><br>78m36s  | 48,22 <sub>(9)</sub><br>57m11s  | 48,04 <sub>(9)</sub><br>57m39s               | 50,02 <sub>(9)</sub><br>54m28s  | 45,94 <sub>(9)</sub><br>56m21s | 49,00 <sub>(9)</sub><br>51m53s  |

Tabla 5.17: VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en distancias

| $n = 71$  | Demanda total = 851 |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |                                      |
|-----------|---------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|
|           | $\alpha =$          | 0,0                             | 0,2                             | 0,4                             | 0,6                             | 0,8                             | 1,0                                  |
| GRASP     |                     | 489,7 <sub>(9)</sub><br>4,33s   | 486,4 <sub>(9)</sub><br>1,86s   | 477,2 <sub>(9)</sub><br>1,91s   | 497,8 <sub>(9)</sub><br>1,89s   | 491,5 <sub>(9)</sub><br>2,40s   | 472,1 <sub>(9)</sub><br>2,09s        |
| GRASP-VNS |                     | 430,3 <sub>(9)</sub><br>71m35s  | 429,3 <sub>(10)</sub><br>77m21s | 441,0 <sub>(9)</sub><br>65m48s  | 434,6 <sub>(9)</sub><br>52m44s  | 430,8 <sub>(10)</sub><br>54m57s | <b>424,4</b> <sub>(9)</sub><br>45m9s |
| VNS       |                     | 433,2 <sub>(10)</sub><br>99m57s | 432,2 <sub>(10)</sub><br>86m39s | 434,1 <sub>(9)</sub><br>67m58s  | 440,9 <sub>(11)</sub><br>71m33s | 444,7 <sub>(10)</sub><br>50m38s | 439,4 <sub>(10)</sub><br>44m46s      |
| ACO       |                     | 500,1 <sub>(10)</sub><br>19m7s  | 484,9 <sub>(9)</sub><br>16m31s  | 486,7 <sub>(9)</sub><br>8m18s   | 491,7 <sub>(10)</sub><br>9m23s  | 495,5 <sub>(9)</sub><br>12m0s   | 502,4 <sub>(10)</sub><br>5m32s       |
| AGV       |                     | 438,1 <sub>(9)</sub><br>78m26s  | 433,7 <sub>(9)</sub><br>92m4s   | 434,6 <sub>(9)</sub><br>101m41s | 433,4 <sub>(9)</sub><br>89m6s   | 429,6 <sub>(9)</sub><br>83m14s  | 431,9 <sub>(9)</sub><br>71m27s       |

objetivo calculada en función de los tiempos de viajes entre clientes. Las mejores soluciones se obtienen con el VNS, pero en instancias más cortas estas soluciones son con rutas con más vehículos. Nótese, por ejemplo, que con la instancia de 90 clientes, la mejor solución se obtiene con VNS pero con 10 vehículos, con 9 se obtiene la mejor solución con ACO-GRASP- VNS y con 8 la mejor solución es con ACO. Otro aspecto importante es que

con este modelo con restricciones de ventanas de tiempo, los tiempos de computo crecen excesivamente, sobre todo con instancias mayores, siendo poco razonables los tiempos que se tarda en encontrar las mejores soluciones con el VNS. En los casos de estas mismas instancias y modelo pero con costes expresados en distancias (ver tabla 5.19), los mejores resultados se encuentran con los híbridos. Las mejores soluciones se obtienen con el procedimiento ACO-GRASP-VNS, incluso en el caso de la instancia de 120 clientes, donde la solución del GRASP-VNS es mejor en distancia, pero el número de rutas necesarias en este caso es superior. También en este caso, nos encontramos que el esfuerzo computacional en tiempos para encontrar estas mejores soluciones es muy alto.

Tabla 5.18: VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en tiempos

| $n = 60$   |                                   | Demanda total = 1270                 |                                      |  |  |                                  |  |
|------------|-----------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--|--|----------------------------------|--|
| $\alpha =$ | 0,0                               | 0,2                                  | 0,4                                  | 0,6                                    | 0,8                                    | 1,0                              |  |
| GRASP      | 48,22 <sub>(6)</sub><br>2,78s     | 50,18 <sub>(6)</sub><br>3,01s        | 48,97 <sub>(6)</sub><br>3,48s        | 47,78 <sub>(6)</sub><br>2,76s          | 45,93 <sub>(6)</sub><br>3,07s          | 47,00 <sub>(6)</sub><br>2,68s    |  |
| GRASP-VNS  | 44,25 <sub>(6)</sub><br>11m59s    | 50,18 <sub>(6)</sub><br>11m29s       | 44,77 <sub>(6)</sub><br>10m48s       | 46,58 <sub>(7)</sub><br>10m27s         | 47,07 <sub>(6)</sub><br>9m44s          | 45,67 <sub>(6)</sub><br>9m45s    |  |
| VNS        | 40,07 <sub>(6)</sub><br>47m27s    | 38,37 <sub>(7)</sub><br>53m29s       | <b>37,42<sub>(7)</sub></b><br>51m21s | 38,40 <sub>(7)</sub><br>45m59s         | 38,37 <sub>(7)</sub><br>46m25s         | 38,78 <sub>(8)</sub><br>43m10s   |  |
| ACO        | 43,40 <sub>(6)</sub><br>10m11s    | 45,40 <sub>(6)</sub><br>9m14s        | 44,73 <sub>(6)</sub><br>9m55s        | 44,97 <sub>(6)</sub><br>10m25s         | 43,73 <sub>(6)</sub><br>9m39s          | 44,08 <sub>(6)</sub><br>10m4s    |  |
| AGV        | 42,95 <sub>(6)</sub><br>31m3s     | 42,90 <sub>(6)</sub><br>30m22s       | 43,80 <sub>(6)</sub><br>19m19s       | <b>38,98<sub>(6)</sub></b><br>17m27s   | 41,65 <sub>(6)</sub><br>18m19s         | 39,88 <sub>(6)</sub><br>18m45s   |  |
| $n = 90$   |                                   | Demanda total = 1930                 |                                      |  |  |                                  |  |
| $\alpha =$ | 0,0                               | 0,2                                  | 0,4                                  | 0,6                                    | 0,8                                    |                                  |  |
| GRASP      | 65,70 <sub>(9)</sub><br>5,77s     | 67,92 <sub>(9)</sub><br>6,61s        | 68,67 <sub>(9)</sub><br>5,59s        | 65,27 <sub>(8)</sub><br>5,52s          | 70,72 <sub>(9)</sub><br>5,72s          | 68,75 <sub>(9)</sub><br>7,0s     |  |
| GRASP-VNS  | 65,70 <sub>(9)</sub><br>23m5s     | 67,92 <sub>(9)</sub><br>26m17s       | 64,50 <sub>(9)</sub><br>23m15s       | 68,70 <sub>(9)</sub><br>23m24s         | 69,43 <sub>(9)</sub><br>23m6s          | 64,75 <sub>(9)</sub><br>23m31s   |  |
| VNS        | 55,42 <sub>(9)</sub><br>100m22s   | 56,13 <sub>(10)</sub><br>138m14s     | 55,63 <sub>(10)</sub><br>165m53s     | <b>55,22<sub>(10)</sub></b><br>179m14s | 54,23 <sub>(10)</sub><br>189m54s       | 54,38 <sub>(10)</sub><br>188m9s  |  |
| ACO        | 65,08 <sub>(9)</sub><br>15m23s    | <b>61,83<sub>(8)</sub></b><br>15m19s | 63,62 <sub>(9)</sub><br>15m26s       | 63,52 <sub>(8)</sub><br>15m22s         | 63,68 <sub>(9)</sub><br>15m24s         | 63,78 <sub>(8)</sub><br>15m27s   |  |
| AGV        | 63,12 <sub>(8)</sub><br>67m39s    | 58,18 <sub>(9)</sub><br>58m27s       | <b>57,25<sub>(9)</sub></b><br>47m55s | 62,00 <sub>(9)</sub><br>47m9s          | 62,50 <sub>(9)</sub><br>47m22s         | 63,78 <sub>(8)</sub><br>47ms     |  |
| $n = 120$  |                                   | Demanda total = 2510                 |                                      |  |  |                                  |  |
| $\alpha =$ | 0,0                               | 0,2                                  | 0,4                                  | 0,6                                    | 0,8                                    |                                  |  |
| GRASP      | 85,27 <sub>(11)</sub><br>45,29s   | 85,57 <sub>(11)</sub><br>39,33s      | 84,82 <sub>(11)</sub><br>38,95s      | 85,48 <sub>(11)</sub><br>32,78s        | 87,15 <sub>(11)</sub><br>47,45s        | 86,68 <sub>(11)</sub><br>34,61s  |  |
| GRASP-VNS  | 85,27 <sub>(11)</sub><br>135m27s  | 85,57 <sub>(11)</sub><br>156m41s     | 84,82 <sub>(11)</sub><br>150m16s     | 85,48 <sub>(11)</sub><br>170m53s       | 87,15 <sub>(11)</sub><br>163m53s       | 86,68 <sub>(11)</sub><br>137m16s |  |
| VNS        | 115,47 <sub>(12)</sub><br>161m33s | 72,78 <sub>(12)</sub><br>232m32s     | 69,65 <sub>(11)</sub><br>288m25s     | 70,27 <sub>(12)</sub><br>289m06s       | <b>67,87<sub>(11)</sub></b><br>312m36s | 70,00 <sub>(11)</sub><br>245m15s |  |
| ACO        | 84,32 <sub>(11)</sub><br>54m0s    | 82,62 <sub>(11)</sub><br>62m27s      | 82,85 <sub>(11)</sub><br>82m10s      | 82,15 <sub>(11)</sub><br>96m29s        | 79,25 <sub>(11)</sub><br>85m48s        | 82,98 <sub>(11)</sub><br>90m23s  |  |
| AGV        | 83,07 <sub>(12)</sub><br>120m6s   | 82,62 <sub>(11)</sub><br>133m5s      | 82,85 <sub>(11)</sub><br>1588m52s    | 81,50 <sub>(11)</sub><br>142m27s       | <b>78,08<sub>(11)</sub></b><br>143m15s | 80,20 <sub>(11)</sub><br>156m15s |  |

Tabla 5.19: VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en distancias

| $n = 60$   |                                   | Demanda total = 1270              |                                   |                                       |                                      |                                   |  |
|------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|--|
| $\alpha =$ | 0,0                               | 0,2                               | 0,4                               | 0,6                                   | 0,8                                  | 1,0                               |  |
| GRASP      | 862,10 <sub>(6)</sub><br>0,84s    | 851,5 <sub>(6)</sub><br>0,99s     | 889,00 <sub>(6)</sub><br>1,09s    | 879,40 <sub>(6)</sub><br>0,91s        | 918,5 <sub>(6)</sub><br>0,86s        | 861,4 <sub>(6)</sub><br>0,83s     |  |
| GRASP-VNS  | 764,5 <sub>(6)</sub><br>79m35s    | 779,6 <sub>(6)</sub><br>70m24s    | 763,0 <sub>(7)</sub><br>75m35s    | 752,3 <sub>(6)</sub><br>80m3s         | 742,2 <sub>(6)</sub><br>62m1s        | 763,6 <sub>(6)</sub><br>57m6s     |  |
| VNS        | 757,0 <sub>(6)</sub><br>33m24s    | 762,3 <sub>(6)</sub><br>39m26s    | 774,9 <sub>(6)</sub><br>41m3s     | 755,3 <sub>(6)</sub><br>44m55s        | 769,8 <sub>(7)</sub><br>31m10s       | 763,4 <sub>(6)</sub><br>28m17s    |  |
| ACO        | 848,7 <sub>(7)</sub><br>2m56s     | 856,6 <sub>(6)</sub><br>2m51s     | 818,7 <sub>(6)</sub><br>2m50s     | 851,8 <sub>(7)</sub><br>2m49s         | 850,0 <sub>(7)</sub><br>2m51s        | 847,1 <sub>(6)</sub><br>2m48s     |  |
| AGV        | 747,6 <sub>(6)</sub><br>94m31s    | 756,2 <sub>(6)</sub><br>103m13s   | 753,4 <sub>(7)</sub><br>78m16s    | 741,1 <sub>(6)</sub><br>90m30s        | <b>729,5<sub>(6)</sub></b><br>82m48s | 761,4 <sub>(6)</sub><br>34m23s    |  |
| $n = 90$   |                                   | Demanda total = 1930              |                                   |                                       |                                      |                                   |  |
| $\alpha =$ | 0,0                               | 0,2                               | 0,4                               | 0,6                                   | 0,8                                  |                                   |  |
| GRASP      | 1131,20 <sub>(8)</sub><br>2,11s   | 1207,7 <sub>(9)</sub><br>2,01s    | 1184,0 <sub>(9)</sub><br>2,84s    | 1125,1 <sub>(9)</sub><br>2,27s        | 1097,9 <sub>(9)</sub><br>2,15s       | 1161,5 <sub>(9)</sub><br>1,95s    |  |
| GRASP-VNS  | 998,0 <sub>(9)</sub><br>24m5s     | 998,9 <sub>(9)</sub><br>27m7s     | 1006,8 <sub>(9)</sub><br>29m52s   | 1014,9 <sub>(9)</sub><br>34m44s       | 1007,9 <sub>(9)</sub><br>36m26s      | 1021,6 <sub>(9)</sub><br>37m12s   |  |
| VNS        | 1019,6 <sub>(9)</sub><br>143m2s   | 1011,2 <sub>(9)</sub><br>149m45s  | 1016,9 <sub>(9)</sub><br>1823m23s | 1014,0 <sub>(9)</sub><br>186m31s      | 1013,1 <sub>(9)</sub><br>161m31s     | 1031,4 <sub>(9)</sub><br>121m43s  |  |
| ACO        | 1141,3 <sub>(9)</sub><br>13m19s   | 1093,6 <sub>(9)</sub><br>10m2s    | 1081,9 <sub>(9)</sub><br>9m5s     | 1104,3 <sub>(9)</sub><br>9m5s         | 1090,7 <sub>(9)</sub><br>9m8s        | 1131,7 <sub>(9)</sub><br>9m19s    |  |
| AGV        | 997,7 <sub>(9)</sub><br>169m33s   | 1020,9 <sub>(9)</sub><br>197m26s  | 992,5 <sub>(9)</sub><br>128m31s   | <b>991,6<sub>(9)</sub></b><br>133m18s | 1004,0 <sub>(9)</sub><br>113m49s     | 997,0 <sub>(9)</sub><br>106m57s   |  |
| $n = 120$  |                                   | Demanda total = 2510              |                                   |                                       |                                      |                                   |  |
| $\alpha =$ | 0,0                               | 0,2                               | 0,4                               | 0,6                                   | 0,8                                  |                                   |  |
| GRASP      | 1351,6 <sub>(11)</sub><br>3,35s   | 1424,5 <sub>(11)</sub><br>3,42s   | 1416,0 <sub>(11)</sub><br>3,80s   | 1374,4 <sub>(11)</sub><br>3,71s       | 1404,1 <sub>(11)</sub><br>3,41s      | 1397,9 <sub>(11)</sub><br>3,22s   |  |
| GRASP-VNS  | 1243,0 <sub>(11)</sub><br>74m8s   | 1235,6 <sub>(11)</sub><br>91m34s  | 1232,9 <sub>(11)</sub><br>90m52s  | 1242,9 <sub>(11)</sub><br>100m56s     | 1226,6 <sub>(12)</sub><br>92m56s     | 1227,5 <sub>(11)</sub><br>84m45s  |  |
| VNS        | 1488,4 <sub>(11)</sub><br>102m0s  | 1311,8 <sub>(11)</sub><br>93m51s  | 1297,7 <sub>(11)</sub><br>118m31s | 1231,5 <sub>(11)</sub><br>130m14s     | 1285,7 <sub>(12)</sub><br>163m8s     | 1245,0 <sub>(12)</sub><br>180m36s |  |
| ACO        | 1426,5 <sub>(11)</sub><br>21m35s  | 1397,9 <sub>(12)</sub><br>21m46s  | 1418,4 <sub>(11)</sub><br>21m45s  | 1397,1 <sub>(12)</sub><br>21m51s      | 1448,4 <sub>(11)</sub><br>21m37s     | 1382,9 <sub>(11)</sub><br>21m17s  |  |
| AGV        | 1256,3 <sub>(11)</sub><br>200m41s | 1230,2 <sub>(11)</sub><br>217m51s | 1228,8 <sub>(11)</sub><br>151m35s | 1243,7 <sub>(11)</sub><br>184m48s     | 1242,0 <sub>(12)</sub><br>167m13s    | 1199,6 <sub>(11)</sub><br>138m28s |  |

### 5.2.3. VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y de capacidad difusas

A continuación presentamos los resultados obtenidos para las distintas instancias para el modelo VRPTW con restricciones de ventana de tiempo y restricciones de capacidad, ambas difusas. Este modelo en el que ambos tipos de restricciones son imprecisas es producto de la imprecisión de los tiempos de ir de un cliente a otro y de la dificultad de precisar el espacio que ocupa la demanda en los camiones en relación a su capacidad. Para resolver estos problemas hemos utilizado el mismo enfoque anterior, considerar las restricciones difusas o flexibles y hemos aplicado los mismos métodos algorítmicos para encontrar soluciones. Las tablas siguientes presentan los resultados asociados a las instancias propuestas. Para las ventanas de tiempo hemos considerado una tolerancia de 1200 segundos, es decir podemos permitir llegar hasta 20 minutos más tarde en el peor de los casos y la capacidad de los vehículos una tolerancia 20 por ciento más, sobre la capacidad definida para cada una de las instancias.

Para la instancia de 20 clientes, los resultados de la experimentación se presentan en la tabla 5.20 con costes expresados en tiempos y en la tabla 5.21 con costes expresados en distancias. En el primer caso, varios son los procedimientos que obtienen en pocos segundos, sin diferencias sustanciales, la mejor solución para rutas de 3 vehículos, VNS, GRASP-VNS y ACO-GRASP-VNS, las soluciones en estos casos algunas son iguales y otras diferentes. Si analizamos los resultados teniendo en cuenta las distancias, la mejor solución se obtiene con el ACO-GRASP-VNS sin grandes diferencias de tiempo en obtenerla respecto a otros procedimientos. En todos los procedimientos una mayor tolerancia conduce a mejores soluciones.

Con mismos procedimientos e instancia pero cambiando los objetivos tomándolos como las distancias entre los clientes en vez de sus tiempos obtenemos los siguientes resultados:

Para la instancia del problema real con 71 clientes, obtenemos los siguientes resultados para el modelo VRPTW con restricciones de ventana de tiempo y capacidades difusas, presentados en la tabla 5.22. Comparamos los distintos procedimientos cuando la función objetivo es obtenida a partir de los tiempos de viaje de un cliente a otro y vemos que la mejor solución es obtenida con VNS, pero con un número de rutas mayor. La mejor ruta que optimiza los dos criterios, total de tiempo recorrido y número de vehículos utilizado es



Tabla 5.20: VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y de capacidad difusas y costes expresados en tiempos

| $n = 20$  | Demanda total = 2780 |                           |                           |                           |                      |                      |                      |
|-----------|----------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|           | $\alpha =$           | 0,0                       | 0,2                       | 0,4                       | 0,6                  | 0,8                  | 1,0                  |
| GRASP     |                      | 10,12 <sub>(3)</sub>      | 9,87 <sub>(3)</sub>       | 9,78 <sub>(3)</sub>       | 9,78 <sub>(3)</sub>  | 10,03 <sub>(3)</sub> | 9,95 <sub>(3)</sub>  |
|           |                      | 0,25s                     | 0,19s                     | 0,17s                     | 0,17s                | 0,19s                | 0,15s                |
| GRASP-VNS |                      | <b>9,28<sub>(3)</sub></b> | <b>9,28<sub>(3)</sub></b> | <b>9,28<sub>(3)</sub></b> | 9,45 <sub>(3)</sub>  | 9,50 <sub>(3)</sub>  | 9,70 <sub>(3)</sub>  |
|           |                      | 17,84s                    | 16,29s                    | 15,90s                    | 15,20s               | 15,54s               | 12,82s               |
| VNS       |                      | <b>9,28<sub>(3)</sub></b> | 9,30 <sub>(3)</sub>       | 9,38 <sub>(3)</sub>       | 9,30 <sub>(3)</sub>  | 9,53 <sub>(3)</sub>  | 10,50 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 23,98s                    | 27,31s                    | 29,36s                    | 25,43s               | 25,46s               | 20,80s               |
| ACO       |                      | 9,87 <sub>(3)</sub>       | 9,78 <sub>(3)</sub>       | 9,62 <sub>(3)</sub>       | 10,12 <sub>(3)</sub> | 9,95 <sub>(3)</sub>  | 9,78 <sub>(3)</sub>  |
|           |                      | 23,03s                    | 14,85s                    | 20,30s                    | 14,47s               | 13,65s               | 13,14s               |
| AGV       |                      | <b>9,28<sub>(3)</sub></b> | <b>9,28<sub>(3)</sub></b> | <b>9,28<sub>(3)</sub></b> | 9,28 <sub>(3)</sub>  | 9,45 <sub>(3)</sub>  | 9,62 <sub>(3)</sub>  |
|           |                      | 37,72s                    | 29,19s                    | 18,74s                    | 17,29s               | 17,36s               | 17,27s               |

Tabla 5.21: VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y de capacidad difusas y costes expresados en distancia

| $n = 20$  | Demanda total = 2780 |                          |                    |                    |                    |                    |                    |
|-----------|----------------------|--------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
|           | $\alpha =$           | 0,0                      | 0,2                | 0,4                | 0,6                | 0,8                | 1,0                |
| GRASP     |                      | 740 <sub>(3)</sub>       | 710 <sub>(3)</sub> | 705 <sub>(3)</sub> | 705 <sub>(3)</sub> | 690 <sub>(3)</sub> | 720 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 0,31s                    | 0,26s              | 0,36s              | 0,29s              | 0,39s              | 0,29s              |
| GRASP-VNS |                      | 630 <sub>(3)</sub>       | 650 <sub>(3)</sub> | 650 <sub>(3)</sub> | 650 <sub>(3)</sub> | 660 <sub>(3)</sub> | 680 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 33,68s                   | 31,43s             | 29,64s             | 25,89s             | 29,13s             | 19,24s             |
| VNS       |                      | 625 <sub>(3)</sub>       | 635 <sub>(3)</sub> | 650 <sub>(3)</sub> | 655 <sub>(3)</sub> | 670 <sub>(3)</sub> | 700 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 45,44s                   | 42,42s             | 38,58s             | 33,36s             | 31,63s             | 32,40s             |
| ACO       |                      | 645 <sub>(3)</sub>       | 665 <sub>(3)</sub> | 670 <sub>(3)</sub> | 655 <sub>(3)</sub> | 655 <sub>(3)</sub> | 685 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 38,12s                   | 14,04s             | 10,81s             | 13,41s             | 11,22s             | 11,28s             |
| AGV       |                      | <b>615<sub>(3)</sub></b> | 635 <sub>(3)</sub> | 635 <sub>(3)</sub> | 635 <sub>(3)</sub> | 625 <sub>(3)</sub> | 640 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 35,99s                   | 30,53s             | 27,69s             | 24,34s             | 21,41s             | 21,81s             |

la obtenida con ACO-GRASP-VNS. Si cambiamos el objetivo y utilizamos las distancias entre los clientes obtenemos los resultados que aparecen en la tabla 5.23. En ella figuran que los mejores resultados se obtienen con los mismos procedimientos ACO-GRASP-VNS y VNS; y en ambos casos con la mayor tolerancia.

Tabla 5.22: VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y de capacidad difusas y costes expresados en tiempos

| $n = 71$  | Demanda total = 851 |                                |                                     |                                |                                |                                |                                 |
|-----------|---------------------|--------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
|           | $\alpha =$          | 0,0                            | 0,2                                 | 0,4                            | 0,6                            | 0,8                            | 1,0                             |
| GRASP     |                     | 51,88 <sub>(8)</sub><br>3m89s  | 51,49 <sub>(8)</sub><br>4,02s       | 49,82 <sub>(8)</sub><br>5,82s  | 50,49 <sub>(8)</sub><br>3,82s  | 53,66 <sub>(9)</sub><br>5,12s  | 52,40 <sub>(9)</sub><br>4,65s   |
| GRASP-VNS |                     | 51,88 <sub>(8)</sub><br>10m5s  | 48,17 <sub>(8)</sub><br>11m49s      | 49,82 <sub>(8)</sub><br>12m34s | 50,44 <sub>(8)</sub><br>10m58s | 51,19 <sub>(9)</sub><br>12m25s | 51,54 <sub>(9)</sub><br>16m16s  |
| VNS       |                     | 41,11 <sub>(9)</sub><br>23m37s | 41,95 <sub>(10)</sub><br>17m39s     | 42,24 <sub>(9)</sub><br>20m9s  | 41,86 <sub>(9)</sub><br>20m42s | 43,19 <sub>(9)</sub><br>17m51s | 42,77 <sub>(10)</sub><br>19m33s |
| ACO       |                     | 47,45 <sub>(8)</sub><br>18m5s  | 48,16 <sub>(8)</sub><br>14m0s       | 47,97 <sub>(8)</sub><br>19m18s | 48,32 <sub>(8)</sub><br>17m26s | 48,70 <sub>(9)</sub><br>12m12s | 50,37 <sub>(9)</sub><br>9m50s   |
| AGV       |                     | 46,68 <sub>(8)</sub><br>36m10s | <b>45,94<sub>(8)</sub></b><br>39m9s | 46,43 <sub>(8)</sub><br>17m49s | 45,97 <sub>(9)</sub><br>12m31s | 47,82 <sub>(9)</sub><br>11m28s | 48,57 <sub>(9)</sub><br>14m56s  |

Cambiando los objetivos utilizando las distancias entre los clientes en la función objetivo en vez de los tiempos de viaje entre ellos, obtenemos los siguientes resultados:

Tabla 5.23: VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y de capacidad difusas y costes expresados en distancias

| $n = 71$  | Demanda total = 851 |                                      |                                |                                |                                |                                |                                |
|-----------|---------------------|--------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|           | $\alpha =$          | 0,0                                  | 0,2                            | 0,4                            | 0,6                            | 0,8                            | 1,0                            |
| GRASP     |                     | 467,6 <sub>(8)</sub><br>0,63s        | 476,7 <sub>(8)</sub><br>0,62s  | 444,3 <sub>(8)</sub><br>0,64s  | 482,7 <sub>(8)</sub><br>0,64s  | 510,9 <sub>(9)</sub><br>0,68s  | 494,9 <sub>(9)</sub><br>0,65s  |
| GRASP-VNS |                     | 386,6 <sub>(8)</sub><br>14m48s       | 399,4 <sub>(8)</sub><br>12m49s | 395,9 <sub>(8)</sub><br>14m1s  | 412,9 <sub>(9)</sub><br>13m8s  | 416,9 <sub>(9)</sub><br>12m39s | 432,5 <sub>(9)</sub><br>13m27s |
| VNS       |                     | 379,2 <sub>(8)</sub><br>19m41s       | 381,4 <sub>(8)</sub><br>14m25s | 391,6 <sub>(9)</sub><br>15m35s | 407,2 <sub>(9)</sub><br>18m7s  | 430,9 <sub>(9)</sub><br>17m43s | 432,6 <sub>(10)</sub><br>18m7s |
| ACO       |                     | 468,0 <sub>(8)</sub><br>14m41s       | 457,6 <sub>(8)</sub><br>16m54s | 467,4 <sub>(8)</sub><br>14m28s | 478,4 <sub>(8)</sub><br>12m36s | 501,7 <sub>(9)</sub><br>14m34s | 482,9 <sub>(9)</sub><br>7m30s  |
| AGV       |                     | <b>375,6<sub>(8)</sub></b><br>24m20s | 392,5 <sub>(9)</sub><br>20m37s | 406,5 <sub>(8)</sub><br>17m43s | 389,6 <sub>(9)</sub><br>18m24s | 412,8 <sub>(9)</sub><br>20m15s | 433,7 <sub>(9)</sub><br>11m50s |

Utilizando las instancias generadas para 60, 90 y 120 clientes, en las siguientes tablas 5.24 y 5.25 presentamos los resultado de experimentación de

los modelos VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y de capacidad difusas para la función objetivo calculada en función de los tiempos de viajes entre clientes y calculada con las distancias entre los mismos. Los mejores resultados en tiempos se obtiene para los tres tamaños de instancias mediante el VNS. En las instancias de 90 y 120 ACO encuentra las mejores soluciones teniendo en cuenta el menor número de vehículos utilizados en la planificación de la rutas. A medida que aumenta el tamaño de las instancias, no existen mejoras utilizando híbridos o al aplicar VNS y las diferencias entre las mejores soluciones se reducen. Por otra parte los resultados para el caso en que la función objetivo es calculada mediante la distancia entre los clientes, los mejores resultados en instancias de 60 clientes se obtienen con ACO-GRASP-VNS pero con menores rutas con VNS. Con la instancia de 90 se encuentran con GRASP-VNS, pero con menores rutas con ACO-GRASP-VNS. Por último con la instancia de 120 es ACO-GRASP-VNS el que obtiene mejor solución, con el menor número de rutas también. Como vemos el efecto de los híbridos y el uso del VNS, mejora la búsqueda de soluciones. Como en situaciones anteriores las instancias grandes hacen que los tiempos en las que se encuentran soluciones sean elevados.

Tabla 5.24: VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y de capacidad difusas y costes expresados en tiempos

| $n = 60$   |  | Demanda total = 1270                         |                                  |                                  |                                  |                                  |  |
|------------|--|--|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|--|
| $\alpha =$ | 0,0                                    | 0,2  | 0,4                              | 0,6                              | 0,8                              | 1,0                              |  |
| GRASP      | 48,58 <sub>(6)</sub><br>1,30s          | 47,93 <sub>(6)</sub><br>1,34s                | 47,37 <sub>(6)</sub><br>1,44s    | 48,45 <sub>(6)</sub><br>1,43s    | 48,67 <sub>(6)</sub><br>1,52s    | 47,67 <sub>(6)</sub><br>1,44s    |  |
| GRASP-VNS  | 41,60 <sub>(5)</sub><br>9m44s          | 47,22 <sub>(8)</sub><br>7m46s                | 47,37 <sub>(6)</sub><br>8m58s    | 47,05 <sub>(6)</sub><br>11m16s   | 46,60 <sub>(6)</sub><br>9m14s    | 41,62 <sub>(7)</sub><br>8m32s    |  |
| VNS        | 37,45 <sub>(6)</sub><br>23m42s         | <b>36,63</b> <sub>(5)</sub><br><u>33m2s</u>  | 37,05 <sub>(7)</sub><br>29m25s   | 37,98 <sub>(6)</sub><br>30m40s   | 37,88 <sub>(7)</sub><br>32m3s    | 38,78 <sub>(8)</sub><br>21m6s    |  |
| ACO        | 40,92 <sub>(5)</sub><br>23m38s         | 42,72 <sub>(5)</sub><br>22m46s               | 44,27 <sub>(6)</sub><br>16m1s    | 45,32 <sub>(6)</sub><br>13m53s   | 45,73 <sub>(6)</sub><br>12m57s   | 44,63 <sub>(6)</sub><br>13m15s   |  |
| AGV        | 40,92 <sub>(5)</sub><br>47m10s         | 41,58 <sub>(5)</sub><br>29m13s               | 42,15 <sub>(6)</sub><br>25m27s   | 38,48 <sub>(6)</sub><br>15m18s   | 41,17 <sub>(7)</sub><br>15m44s   | 40,05 <sub>(6)</sub><br>15m54s   |  |
| $n = 90$   |  | Demanda total = 1930                         |                                  |                                  |                                  |                                  |  |
| $\alpha =$ | 0,0                                    | 0,2  | 0,4                              | 0,6                              | 0,8                              |                                  |  |
| GRASP      | 61,43 <sub>(8)</sub><br>3,32s          | 63,80 <sub>(8)</sub><br>3,51s                | 65,77 <sub>(8)</sub><br>3,22s    | 64,83 <sub>(9)</sub><br>3,19s    | 67,68 <sub>(9)</sub><br>3,20s    | 68,97 <sub>(9)</sub><br>3,20s    |  |
| GRASP-VNS  | 61,43 <sub>(8)</sub><br>21m41s         | 63,80 <sub>(8)</sub><br>24m22s               | 63,63 <sub>(8)</sub><br>21m56s   | 62,07 <sub>(9)</sub><br>26m37s   | 66,35 <sub>(9)</sub><br>27m51s   | 68,97 <sub>(9)</sub><br>22m57s   |  |
| VNS        | 51,72 <sub>(8)</sub><br>47m23s         | 52,58 <sub>(8)</sub><br>60m32s               | 51,87 <sub>(10)</sub><br>96m40s  | 52,97 <sub>(9)</sub><br>97m35s   | 53,93 <sub>(10)</sub><br>120m56s | 54,53 <sub>(10)</sub><br>97m55s  |  |
| ACO        | 60,00 <sub>(8)</sub><br>34m26s         | <b>59,63</b> <sub>(7)</sub><br><u>34m35s</u> | 61,00 <sub>(8)</sub><br>33m47s   | 62,03 <sub>(8)</sub><br>33m39s   | 63,27 <sub>(8)</sub><br>20m1s    | 64,57 <sub>(9)</sub><br>16m36s   |  |
| AGV        | 57,47 <sub>(8)</sub><br>73m47s         | 56,57 <sub>(8)</sub><br>72m20s               | 56,57 <sub>(8)</sub><br>34m27s   | 62,00 <sub>(8)</sub><br>25m41s   | 57,93 <sub>(9)</sub><br>27m22s   | 62,02 <sub>(9)</sub><br>25m43s   |  |
| $n = 120$  |  | Demanda total = 2510                         |                                  |                                  |                                  |                                  |  |
| $\alpha =$ | 0,0                                    | 0,2  | 0,4                              | 0,6                              | 0,8                              |                                  |  |
| GRASP      | 77,57 <sub>(9)</sub><br>5,83s          | 79,28 <sub>(10)</sub><br>5,65s               | 80,70 <sub>(10)</sub><br>5,92s   | 76,95 <sub>(10)</sub><br>5,68s   | 85,82 <sub>(11)</sub><br>5,48s   | 85,20 <sub>(11)</sub><br>5,88s   |  |
| GRASP-VNS  | 77,57 <sub>(9)</sub><br>80m8s          | 79,28 <sub>(10)</sub><br>66m57s              | 80,70 <sub>(10)</sub><br>62m22s  | 76,95 <sub>(10)</sub><br>56m22s  | 85,82 <sub>(11)</sub><br>52m39s  | 85,20 <sub>(11)</sub><br>67m5s   |  |
| VNS        | 69,43 <sub>(11)</sub><br>105m52s       | 68,05 <sub>(11)</sub><br>101m53s             | 67,32 <sub>(11)</sub><br>196m20s | 66,62 <sub>(12)</sub><br>192m25s | 66,52 <sub>(12)</sub><br>238m51s | 70,22 <sub>(13)</sub><br>230m55s |  |
| ACO        | <b>76,88</b> <sub>(9)</sub><br>28m31s  | 78,60 <sub>(10)</sub><br>33m21s              | 80,18 <sub>(10)</sub><br>32m36s  | 80,55 <sub>(10)</sub><br>45m29s  | 80,13 <sub>(10)</sub><br>43m35s  | 83,50 <sub>(12)</sub><br>48m25s  |  |
| AGV        | <b>76,88</b> <sub>(9)</sub><br>163m50s | 77,53 <sub>(10)</sub><br>144m41s             | 77,75 <sub>(10)</sub><br>95m9s   | 79,52 <sub>(10)</sub><br>58m7s   | 80,13 <sub>(10)</sub><br>57m11s  | 83,50 <sub>(12)</sub><br>57m5s   |  |

Tabla 5.25: VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y de capacidad difusas y costes expresados en distancia

| $n = 60$   |                                       | Demanda total = 1270                     |                                   |                                   |                                   |                                   |  |
|------------|---------------------------------------|--|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|--|
| $\alpha =$ | 0,0                                   | 0,2                                      | 0,4                               | 0,6                               | 0,8                               | 1,0                               |  |
| GRASP      | 851,8 <sub>(6)</sub><br>1,75s         | 837,1 <sub>(6)</sub><br>1,76s            | 897,6 <sub>(6)</sub><br>1,75s     | 798,5 <sub>(6)</sub><br>1,79s     | 899,4 <sub>(6)</sub><br>1,78s     | 827,8 <sub>(6)</sub><br>2,21s     |  |
| GRASP-VNS  | 741,1 <sub>(5)</sub><br>90m33s        | 740,8 <sub>(5)</sub><br>76m11s           | 704,6 <sub>(6)</sub><br>80m23s    | 747,7 <sub>(6)</sub><br>83m37s    | 767,8 <sub>(6)</sub><br>81m29s    | 769,3 <sub>(6)</sub><br>51m7s     |  |
| VNS        | <b>706,5</b> <sub>(5)</sub><br>20m54s | 745,4 <sub>(5)</sub><br>30m24s           | 729,1 <sub>(6)</sub><br>29m21s    | 739,8 <sub>(6)</sub><br>33m9s     | 747,5 <sub>(7)</sub><br>34m30s    | 763,4 <sub>(6)</sub><br>24m15s    |  |
| ACO        | 831,3 <sub>(6)</sub><br>4m50s         | 839,3 <sub>(7)</sub><br>3m09s            | 820,9 <sub>(6)</sub><br>6m15s     | 821,9 <sub>(7)</sub><br>6m11s     | 850,4 <sub>(6)</sub><br>6m10s     | 822,9 <sub>(7)</sub><br>6m12s     |  |
| AGV        | 719,5 <sub>(6)</sub><br>68m59s        | <b>700,7</b> <sub>(6)</sub><br>91m45s    | 728,1 <sub>(5)</sub><br>101m21s   | 738,0 <sub>(5)</sub><br>69m39s    | 758,4 <sub>(6)</sub><br>66m34s    | 746,3 <sub>(6)</sub><br>55m59s    |  |
| $n = 90$   |                                       | Demanda total = 1930                     |                                   |                                   |                                   |                                   |  |
| $\alpha =$ | 0,0                                   | 0,2                                      | 0,4                               | 0,6                               | 0,8                               |                                   |  |
| GRASP      | 1058,6 <sub>(8)</sub><br>4,15s        | 1076,0 <sub>(8)</sub><br>4,35s           | 1098,2 <sub>(8)</sub><br>4,21s    | 1214,6 <sub>(9)</sub><br>4,31s    | 1177,4 <sub>(9)</sub><br>4,42s    | 1234,2 <sub>(9)</sub><br>4,43s    |  |
| GRASP-VNS  | <b>930,0</b> <sub>(8)</sub><br>85m31s | 967,3 <sub>(8)</sub><br>110m19s          | 963,3 <sub>(9)</sub><br>135m28s   | 950,2 <sub>(8)</sub><br>152m38s   | 991,6 <sub>(9)</sub><br>130m36s   | 992,7 <sub>(9)</sub><br>111m35s   |  |
| VNS        | 996,9 <sub>(8)</sub><br>69m53s        | 987,1 <sub>(8)</sub><br>80m49s           | 974,7 <sub>(9)</sub><br>115m10s   | 996,8 <sub>(9)</sub><br>144m59s   | 985,0 <sub>(9)</sub><br>122m24s   | 991,5 <sub>(9)</sub><br>120m25s   |  |
| ACO        | 1113,6 <sub>(8)</sub><br>18m13s       | 1098,6 <sub>(8)</sub><br>19m53s          | 1089,9 <sub>(8)</sub><br>20m40s   | 1094,5 <sub>(8)</sub><br>17m4s    | 1120,5 <sub>(8)</sub><br>19m57s   | 1153,9 <sub>(9)</sub><br>18m18s   |  |
| AGV        | 949,7 <sub>(7)</sub><br>127m55s       | <b>932,3</b> <sub>(7)</sub><br>99m56s    | 944,4 <sub>(8)</sub><br>122m21s   | 974,1 <sub>(8)</sub><br>137m31s   | 984,9 <sub>(8)</sub><br>105m9s    | 989,4 <sub>(9)</sub><br>102m41s   |  |
| $n = 120$  |                                       | Demanda total = 2510                     |                                   |                                   |                                   |                                   |  |
| $\alpha =$ | 0,0                                   | 0,2                                      | 0,4                               | 0,6                               | 0,8                               |                                   |  |
| GRASP      | 1325,6 <sub>(10)</sub><br>11,24s      | 1344,0 <sub>(10)</sub><br>19,10s         | 1343,1 <sub>(10)</sub><br>11,03s  | 1287,9 <sub>(10)</sub><br>10,05s  | 1353,7 <sub>(11)</sub><br>9,93s   | 1344,0 <sub>(11)</sub><br>1m7s    |  |
| GRASP-VNS  | 1118,6 <sub>(11)</sub><br>111m31s     | 1151,3 <sub>(10)</sub><br>167m35s        | 1188,5 <sub>(10)</sub><br>200m28s | 1223,4 <sub>(11)</sub><br>242m48s | 1182,4 <sub>(11)</sub><br>231m36s | 1239,8 <sub>(11)</sub><br>220m52s |  |
| VNS        | 5223,7 <sub>(13)</sub><br>93m49s      | 1276,6 <sub>(10)</sub><br>129m14s        | 1182,1 <sub>(10)</sub><br>139m56s | 1175,2 <sub>(10)</sub><br>134m45s | 1178,3 <sub>(11)</sub><br>120m46s | 1246,7 <sub>(12)</sub><br>92m47s  |  |
| ACO        | 1344,7 <sub>(11)</sub><br>27m57s      | 1301,5 <sub>(10)</sub><br>31m32s         | 1327,2 <sub>(10)</sub><br>25m48s  | 1350,6 <sub>(11)</sub><br>25m31s  | 1406,5 <sub>(11)</sub><br>25m36s  | 1397,3 <sub>(12)</sub><br>24m39s  |  |
| AGV        | 1187,0 <sub>(10)</sub><br>251m42s     | <b>1114,9</b> <sub>(10)</sub><br>264m51s | 1201,5 <sub>(10)</sub><br>245m31s | 1207,0 <sub>(11)</sub><br>182m45s | 1199,2 <sub>(11)</sub><br>183m51s | 1230,4 <sub>(11)</sub><br>137m39s |  |

### 5.2.4. Modelos para productos congelados con restricciones difusas

En esta sección presentamos los resultados de aplicar el enfoque y los procedimientos metaheurísticos propuestos al modelo VRPTW para productos congelados. En este modelo consideramos que las restricciones de ventana de tiempo son difusas y además también lo son las restricciones que permiten controlar la cadena de frío, limitando los tiempos de parada del vehículo y de apertura de las puertas del congelador. Esta experimentación es aplicada a las instancias reales de 71 clientes y a las generadas a partir de datos reales de 60, 90 y 120 clientes. Con las distintas instancias y procedimientos comparamos por un lado, con la función objetivo obtenida a partir de los tiempos de viaje y por otro, calculado a partir de las distancias entre nodos.

Este modelo es el más complejo de los tratados en esta tesis, la incorporación de nuevas restricciones al VRPTW, aumenta la dificultad, pero además las restricciones incorporadas en las que limitamos los tiempos de parada y por tanto de espera, son contrapuestas con rutas que traten de optimizar el número de vehículos y el cumplimiento de los límites de ventana. Si las ventanas son dispersa y limitadas, los tiempos de espera son muy grandes. Como veremos a continuación el comportamiento de los distintos procedimientos metaheurísticos es más heterogéneo en las distintas instancias, más que en otros modelos.

Aplicando los distintos procedimiento con la instancia del problema real de 71 clientes cuando la función objetivo es obtenida a partir de los tiempos de viaje, obtenemos los siguientes resultados para el modelo que figuran en la tabla 5.26. Así mismo si cambiamos los objetivos utilizando las distancias entre los clientes en vez de los tiempos de viaje entre ellos, obtenemos resultados de la tabla 5.27. Las mejores soluciones se encuentran con el híbrido ACO-GRASP-VNS con 9 rutas. Se observa que los híbridos salvo en algún caso en particular, mejoran las soluciones y en tiempos más que razonables. El comportamiento de los procedimientos metaheurísticos es muy similar utilizando los costes en distancias. La mejor solución se obtiene utilizando el híbrido ACO-GRASP-VNS. Nótese que con esta función objetivo las soluciones con VNS son bastante malas en distancias.

Utilizando las instancias generadas para 60, 90 y 120 clientes, en las siguientes tablas presentamos los resultado de experimentación de los

Tabla 5.26: VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en tiempos

| $n = 71$  | Demanda total = 851 |                                 |                                 |                                 |   |                                |                                 |
|-----------|---------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---|--------------------------------|---------------------------------|
|           | $\alpha =$          | 0,0                             | 0,2                             | 0,4                             | 0,6   | 0,8                            | 1,0                             |
| GRASP     |                     | 57,98 <sub>(10)</sub><br>3,96s  | 52,82 <sub>(9)</sub><br>4,49s   | 56,28 <sub>(10)</sub><br>4,41s  | 58,00 <sub>(10)</sub><br>4,72s              | 57,25 <sub>(10)</sub><br>5,10s | 58,76 <sub>(10)</sub><br>4,91s  |
| GRASP-VNS |                     | 50,14 <sub>(10)</sub><br>9m1s   | 50,87 <sub>(9)</sub><br>12m10s  | 53,18 <sub>(10)</sub><br>6m12s  | 52,43 <sub>(9)</sub><br>7m54s               | 57,25 <sub>(10)</sub><br>1m8s  | 58,76 <sub>(10)</sub><br>20,35s |
| VNS       |                     | 48,01 <sub>(10)</sub><br>32m17s | 53,42 <sub>(10)</sub><br>28m47s | 52,37 <sub>(10)</sub><br>30m14s | 48,67 <sub>(9)</sub><br>27m38s              | 54,35 <sub>(11)</sub><br>23m6s | 52,65 <sub>(10)</sub><br>22m36s |
| ACO       |                     | 48,12 <sub>(9)</sub><br>19m50s  | 50,32 <sub>(9)</sub><br>20m3s   | 50,13 <sub>(9)</sub><br>29m5s   | 49,77 <sub>(9)</sub><br>17m57s              | 50,27 <sub>(9)</sub><br>16m22s | 48,99 <sub>(9)</sub><br>13m53s  |
| AGV       |                     | 48,99 <sub>(9)</sub><br>46m21s  | 48,35 <sub>(9)</sub><br>45m17s  | 48,47 <sub>(9)</sub><br>37m27s  | <b>45,38</b> <sub>(9)</sub><br><u>36m5s</u> | 49,10 <sub>(9)</sub><br>33m32s | 47,96 <sub>(9)</sub><br>29m32s  |

Tabla 5.27: VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en distancias

| $n = 71$  | Demanda total = 851 |                                       |                                |                                 |                                |                                 |                                |
|-----------|---------------------|---------------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
|           | $\alpha =$          | 0,0                                   | 0,2                            | 0,4                             | 0,6                            | 0,8                             | 1,0                            |
| GRASP     |                     | 543,4 <sub>(10)</sub><br>1,12s        | 516,0 <sub>(9)</sub><br>1,11s  | 530,4 <sub>(10)</sub><br>1,19s  | 566,0 <sub>(10)</sub><br>1,31s | 644,0 <sub>(10)</sub><br>1,42s  | 630,3 <sub>(10)</sub><br>1,43s |
| GRASP-VNS |                     | 501,4 <sub>(10)</sub><br>5m18s        | 469,1 <sub>(9)</sub><br>6m22s  | 516,3 <sub>(10)</sub><br>4m29s  | 513,4 <sub>(9)</sub><br>2m15s  | 644,0 <sub>(10)</sub><br>13,25s | 623,6 <sub>(10)</sub><br>6,28s |
| VNS       |                     | 624,3 <sub>(9)</sub><br>7m32s         | 733,8 <sub>(9)</sub><br>5m47s  | 688,3 <sub>(9)</sub><br>6m51s   | 871,3 <sub>(10)</sub><br>5m59s | 912,5 <sub>(12)</sub><br>4m49s  | 929,6 <sub>(10)</sub><br>5m53s |
| ACO       |                     | 510,1 <sub>(10)</sub><br>4m20s        | 541,2 <sub>(9)</sub><br>4m17s  | 535,8 <sub>(9)</sub><br>4m14s   | 574,2 <sub>(10)</sub><br>4m10s | 589,7 <sub>(10)</sub><br>4m1s   | 581,4 <sub>(9)</sub><br>3m32s  |
| AGV       |                     | <b>463,6</b> <sub>(9)</sub><br>14m19s | 475,7 <sub>(9)</sub><br>14m28s | 480,0 <sub>(10)</sub><br>13m30s | 542,2 <sub>(9)</sub><br>13m25s | 559,8 <sub>(10)</sub><br>12m17s | 576,1 <sub>(9)</sub><br>10m8s  |

modelos VRPTW par productos congelados. En el caso de la instancia de 60 clientes hemos utilizado 100 iteraciones, pero en el caso de las de 90 y 120 hemos necesitado 500 iteraciones para encontrar buenas soluciones en todos los procedimientos. Así y todo con los procedimientos ACO y ACO-VNS-GRASP ,y con niveles de tolerancia bajos, no se encontraron soluciones. También para encontrar soluciones con la instancia de 120 clientes hemos

necesitado elevar los límites de los tiempos de parada de los vehículos a 19000, siendo en todas las demás 18000.

Con la función objetivo calculada en función de los tiempos de viajes entre clientes hemos obtenidos los resultados presentados en la tabla 5.28. Los resultados para el caso en que la función objetivo está calculada mediante la distancia entre los clientes se presentan en la tabla 5.29. En ellas podemos comprobar que los mejores resultados con la instancia de 60 en tiempos se obtienen con el el procedimiento VNS, aunque si tenemos en cuenta el menor número de rutas la mejor solución se obtienen con ACO-GRASP-VNS. Tomando distancias como costes, con esta misma instancia de 60, los mejores resultados se obtienen con ACO y ACO-GRASP-VNS pero con un menor número de rutas la mejor solución se obtiene con GRASP-VNS. Con la instancia de 90 la mejores soluciones en distancias se obtienen con VNS con 10 y 9 rutas, con 8 rutas la mejor es encontrada por ACO-GRASP-VNS. Con estas misma instancia de 90 clientes pero tomando como costes las distancias la mejor solución se obtiene con GRASP y GRASP-VNS. Por último con la instancia de 120 en distancias la mejor solución se encuentra con ACO-GRASP-VNS y em distancias con VNS.

Nótese en general que no existen muchas diferencias entre los resultados obtenidos con GRASP y con GRASP-VNS. Las soluciones con VNS con tiempos son las mejores, en distancias son las peores con la salvedad de la instancia de 120, donde con menor tolerancia se obtienen buenos resultados. La variabilidad en las soluciones encontradas en cuanto a los valores de la función objetivo y al número de vehículos utilizados, en los distintos procedimientos cuando varía  $\alpha$  es alta. También es significativo que en la instancia de 120, sean mejores las soluciones con GRASP y GRASP-VNS que con ACO y ACO-GRASP-VNS.



Tabla 5.28: VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en tiempos

| $n = 60$   |                                  | Demanda total = 1270                        |   |                                  |  |                                  |  |
|------------|----------------------------------|---|---|----------------------------------|--|----------------------------------|--|
| $\alpha =$ | 0,0                              | 0,2   | 0,4   | 0,6                              | 0,8                                    | 1,0                              |  |
| GRASP      | 44,53 <sub>(6)</sub><br>3,75s    | 49,73 <sub>(6)</sub><br>4,17s               | 46,57 <sub>(6)</sub><br>4,08s                 | 50,48 <sub>(7)</sub><br>4,14s    | 47,25 <sub>(7)</sub><br>4,21s          | 56,75 <sub>(9)</sub><br>3,88s    |  |
| GRASP-VNS  | 43,42 <sub>(6)</sub><br>7m27s    | 49,73 <sub>(6)</sub><br>4m32s               | 46,57 <sub>(6)</sub><br>3m26s                 | 50,48 <sub>(7)</sub><br>1m47s    | 47,25 <sub>(7)</sub><br>1m8s           | 56,75 <sub>(9)</sub><br>23,60s   |  |
| VNS        | 39,62 <sub>(6)</sub><br>27m22s   | 40,35 <sub>(7)</sub><br>23m25s              | <b>38,62<sub>(7)</sub></b><br>29m34s          | 39,90 <sub>(6)</sub><br>20m28s   | 40,70 <sub>(7)</sub><br>20m3s          | 39,37 <sub>(6)</sub><br>16m58s   |  |
| ACO        | 40,55 <sub>(6)</sub><br>15m16s   | 44,68 <sub>(6)</sub><br>12m48s              | 43,83 <sub>(6)</sub><br>10m20s                | 45,17 <sub>(6)</sub><br>12m18s   | 46,32 <sub>(6)</sub><br>11m42s         | 44,98 <sub>(6)</sub><br>10m51s   |  |
| AGV        | 40,55 <sub>(6)</sub><br>27m41s   | <b>39,07<sub>(6)</sub></b><br><u>23m15s</u> | 40,00 <sub>(6)</sub><br>24m20s                | 39,20 <sub>(6)</sub><br>20m57s   | 46,32 <sub>(6)</sub><br>20m2s          | 41,38 <sub>(6)</sub><br>19m57s   |  |
| $n = 90$   |                                  | Demanda total = 1930                        |   |                                  |  |                                  |  |
| $\alpha =$ | 0,0                              | 0,2   | 0,4   | 0,6                              | 0,8                                    | 1,0                              |  |
| GRASP      | 72,30 <sub>(10)</sub><br>10,71s  | 76,43 <sub>(10)</sub><br>10,72s             | 74,28 <sub>(10)</sub><br>10,75s               | 75,18 <sub>(11)</sub><br>10,74s  | 69,55 <sub>(10)</sub><br>10,75s        | 86,85 <sub>(13)</sub><br>10,75s  |  |
| GRASP-VNS  | 72,30 <sub>(10)</sub><br>1m29s   | 76,43 <sub>(10)</sub><br>44,68s             | 68,75 <sub>(10)</sub><br>49,40s               | 75,18 <sub>(11)</sub><br>31,58s  | 69,55 <sub>(10)</sub><br>17,41s        | 86,85 <sub>(13)</sub><br>18,36s  |  |
| VNS        | 54,97 <sub>(10)</sub><br>158m40s | 54,83 <sub>(9)</sub><br>194m30s             | <b>54,58<sub>(9)</sub></b><br>221m39s         | 54,82 <sub>(11)</sub><br>253m10s | <b>54,37<sub>(10)</sub></b><br>234m52s | 54,93 <sub>(10)</sub><br>217m46s |  |
| ACO        | 60,83 <sub>(9)</sub><br>143m16s  | 60,97 <sub>(8)</sub><br>135m28s             | 61,75 <sub>(8)</sub><br>132m38s               | 60,80 <sub>(8)</sub><br>126m8s   | 60,67 <sub>(8)</sub><br>117m5s         |                                  |  |
| AGV        | 59,75 <sub>(10)</sub><br>125m43s | 56,33 <sub>(9)</sub><br>92m47s              | <b>56,53<sub>(8)</sub></b><br><u>87m2s</u>    | 56,57 <sub>(10)</sub><br>84m0s   |  |                                  |  |
| $n = 120$  |                                  | Demanda total = 2510                        |   |                                  |  |                                  |  |
| $\alpha =$ | 0,0                              | 0,2   | 0,4   | 0,6                              | 0,8                                    | 1,0                              |  |
| GRASP      | 79,50 <sub>(11)</sub><br>1m20s   | 84,63 <sub>(11)</sub><br>1m11s              | 88,50 <sub>(12)</sub><br>1m18s                | 82,23 <sub>(11)</sub><br>1m14s   | 82,23 <sub>(11)</sub><br>1m9s          | 82,23 <sub>(11)</sub><br>1m9s    |  |
| GRASP-VNS  | 79,50 <sub>(11)</sub><br>45m53s  | 84,63 <sub>(11)</sub><br>18m39s             | 88,50 <sub>(12)</sub><br>4m6s                 | 82,23 <sub>(11)</sub><br>3m7s    | 82,23 <sub>(11)</sub><br>1m53s         | 82,23 <sub>(11)</sub><br>1m33s   |  |
| VNS        | 70,75 <sub>(12)</sub><br>173m22s | 73,47 <sub>(11)</sub><br>181m32s            | <b>70,70<sub>(12)</sub></b><br>188m7s         | 70,98 <sub>(12)</sub><br>191m44s | 70,72 <sub>(12)</sub><br>186m40s       | 74,73 <sub>(11)</sub><br>157m16s |  |
| ACO        | 77,90 <sub>(11)</sub><br>70m51s  | 76,47 <sub>(11)</sub><br>68m41s             | 80,50 <sub>(11)</sub><br>66m44s               |                                  |  |                                  |  |
| AGV        | 76,18 <sub>(11)</sub><br>208m31s | 76,47 <sub>(11)</sub><br>203m51s            | <b>71,32<sub>(11)</sub></b><br><u>201m26s</u> | 79,23 <sub>(11)</sub><br>199m42s |  |                                  |  |

Tabla 5.29: VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en distancias

| $n = 60$   |  | Demanda total = 1270              |                                   |                                   |                                  |                                   |  |
|------------|--|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|--|
| $\alpha =$ | 0,0                                      | 0,2                               | 0,4                               | 0,6                               | 0,8                              | 1,0                               |  |
| GRASP      | <b>859,4</b> <sub>(6)</sub><br>3,18s     | 1043,2 <sub>(7)</sub><br>4,20s    | 958,3 <sub>(7)</sub><br>3,80s     | 1010,1 <sub>(7)</sub><br>3,77s    | 1005,8 <sub>(7)</sub><br>3,90s   | 1243,1 <sub>(8)</sub><br>3,86s    |  |
| GRASP-VNS  | 833,4 <sub>(6)</sub><br>8m17s            | 971,8 <sub>(7)</sub><br>5m12s     | 941,7 <sub>(7)</sub><br>3m47s     | 1010,1 <sub>(7)</sub><br>1m34s    | 997,5 <sub>(7)</sub><br>1m13s    | 1243,1 <sub>(8)</sub><br>21,84s   |  |
| VNS        | 1364,2 <sub>(6)</sub><br>26m39s          | 1480,5 <sub>(7)</sub><br>25m44s   | 1446,3 <sub>(7)</sub><br>28m52s   | 1565,2 <sub>(6)</sub><br>19m56s   | 1383,6 <sub>(7)</sub><br>19m23s  | 1351,7 <sub>(6)</sub><br>16m13s   |  |
| ACO        | <b>819,2</b> <sub>(7)</sub><br>14m11s    | 891,6 <sub>(7)</sub><br>12m44s    | 946,7 <sub>(6)</sub><br>12m9s     | 952,6 <sub>(6)</sub><br>12m1s     | 1024,4 <sub>(7)</sub><br>11m20s  | 1046,0 <sub>(7)</sub><br>10m34s   |  |
| AGV        | <b>819,2</b> <sub>(7)</sub><br>30m7s     | 844,1 <sub>(6)</sub><br>28m19s    | 852,6 <sub>(6)</sub><br>24m57s    | 920,7 <sub>(6)</sub><br>20m51s    | 1011,6 <sub>(7)</sub><br>19m22s  | 964,6 <sub>(7)</sub><br>18m6s     |  |
| $n = 90$   |  | Demanda total = 1930              |                                   |                                   |                                  |                                   |  |
| $\alpha =$ | 0,0                                      | 0,2                               | 0,4                               | 0,6                               | 0,8                              | 1,0                               |  |
| GRASP      | <b>1097,2</b> <sub>(9)</sub><br>10,10s   | 1266,1 <sub>(9)</sub><br>10,25s   | 1269,6 <sub>(10)</sub><br>10,54s  | 1364,7 <sub>(10)</sub><br>10,64s  | 1658,6 <sub>(11)</sub><br>10,69s | 1502,4 <sub>(12)</sub><br>10,69s  |  |
| GRASP-VNS  | <b>1097,2</b> <sub>(9)</sub><br>12m28s   | 1266,6 <sub>(9)</sub><br>8m44s    | 1269,6 <sub>(10)</sub><br>2m57s   | 1364,7 <sub>(10)</sub><br>1m32s   | 1658,6 <sub>(11)</sub><br>16,35s | 1502,4 <sub>(12)</sub><br>17,34s  |  |
| VNS        | 1654,6 <sub>(9)</sub><br>71m27s          | 2429,9 <sub>(10)</sub><br>68m45s  | 2091,4 <sub>(10)</sub><br>61m40s  | 2968,6 <sub>(10)</sub><br>49m57s  | 3117,5 <sub>(9)</sub><br>43m41s  | 2417,5 <sub>(9)</sub><br>41m58s   |  |
| ACO        | <b>1156,8</b> <sub>(10)</sub><br>37m0s   | 1315,0 <sub>(10)</sub><br>35m58s  | 1290,6 <sub>(9)</sub><br>35m13s   | 1303,1 <sub>(10)</sub><br>33m30s  | 1404,0 <sub>(8)</sub><br>32m5s   |                                   |  |
| AGV        | <b>1156,8</b> <sub>(10)</sub><br>108m42s | 1266,5 <sub>(9)</sub><br>94m51s   | 1290,6 <sub>(9)</sub><br>90m31s   | 1303,1 <sub>(10)</sub><br>86m55s  | 1394,2 <sub>(9)</sub><br>82m46s  |                                   |  |
| $n = 120$  |  | Demanda total = 2510              |                                   |                                   |                                  |                                   |  |
| $\alpha =$ | 0,0                                      | 0,2                               | 0,4                               | 0,6                               | 0,8                              | 1,0                               |  |
| GRASP      | 1423,6 <sub>(11)</sub><br>1m11s          | 1601,2 <sub>(11)</sub><br>1m54s   | 1766,3 <sub>(11)</sub><br>3m7s    | 1743,5 <sub>(11)</sub><br>3m35s   | 1743,5 <sub>(11)</sub><br>2m34s  | 1743,5 <sub>(11)</sub><br>2m16s   |  |
| GRASP-VNS  | 1413,5 <sub>(11)</sub><br>15m44s         | 1601,2 <sub>(11)</sub><br>6m33s   | 1766,3 <sub>(11)</sub><br>2m24s   | 1743,5 <sub>(11)</sub><br>2m31s   | 1743,5 <sub>(11)</sub><br>2m57s  | 1743,5 <sub>(11)</sub><br>1m5s    |  |
| VNS        | 4230,9 <sub>(12)</sub><br>344m43s        | 3794,3 <sub>(12)</sub><br>93m51s  | 1297,7 <sub>(11)</sub><br>118m31s | 1231,5 <sub>(11)</sub><br>130m14s | 1285,7 <sub>(12)</sub><br>163m8s | 1245,0 <sub>(12)</sub><br>180m36s |  |
| ACO        | 1480,9 <sub>(13)</sub><br>141m65s        | 1606,9 <sub>(12)</sub><br>132m54s | 1673,3 <sub>(13)</sub><br>127m52s | 1778,7 <sub>(11)</sub><br>132m6s  |                                  |                                   |  |
| AGV        | 1480,9 <sub>(13)</sub><br>269m2s         | 1606,9 <sub>(12)</sub><br>250m14s | 1673,3 <sub>(13)</sub><br>244m59s | 1778,7 <sub>(11)</sub><br>222m8s  |                                  | 1199,6 <sub>(11)</sub>            |  |

### 5.2.5. Modelos con rutas cerradas y abiertas

En esta sección presentamos los resultados aplicando al modelo VRPTW con rutas cerradas y abiertas con restricciones de ventana de tiempo difusa los procedimientos propuestos. Se trata de un problema en el que tenemos que planificar las rutas de distribución para servir a los clientes con un conjunto de vehículos propios que parten y regresan al almacén en concreto 7 vehículos y el resto de los camiones necesarios para servir a todos los clientes, son subcontratados y por tanto parte del almacén pero no regresan a él.

Nótese que en esta situación las instancias del problema con 20 y 60 clientes no tiene sentido su aplicación práctica, dado que el número de vehículos necesarios para realizar el servicio a todos los clientes es menor que 7 y por tanto el problema es equivalente al de las rutas cerradas. Podríamos haber utilizado otro número más pequeño de vehículos para la experimentación, pero hemos optado por utilizar un criterio realista y homogéneo. La decisión de 7 vehículos no es arbitraria, sino que es un número razonable del tamaño de la flota a mantener por la propia empresa en el caso real.

En primer lugar comparamos los distintos procedimientos, cuando las restricciones de ventana de tiempo son difusas y la función objetivo es obtenida a partir de los tiempos de viaje de un cliente a otro. Los resultados experimentales se reflejan en la tabla 5.30. Como podemos observar las mejores soluciones se obtiene con el VNS y 9 rutas en total y sin tolerancia. A continuación en la tabla 5.31 se presentan los resultados, cambiando los objetivos utilizando las distancias entre los clientes en la función objetivo en vez de los tiempos de viaje entre ellos. En este caso, las mejores soluciones se obtiene con los procedimientos híbridos GRAPS-VNS y ACO-GRASP-VNS, en particular la mejor por este último procedimiento con 10 rutas.

En segundo lugar utilizando las instancias generadas para 90 y 120 clientes, en la tabla 5.32 presentamos los resultado de experimentación del modelo COVRPTW con restricciones difusas para la función objetivo calculada en función de los tiempos de viajes entre clientes. Observando los resultados nos encontramos que las mejores soluciones se obtienen en tiempo con el VNS, pero con mayor número de rutas. La mejor solución teniendo en cuenta los tiempos y el menor número de rutas se encuentran con el procedimiento híbrido ACO-GRASP-VNS. Nótese que no se encuentran mejores soluciones combinando el VNS con el GRASP y si en cambio

Tabla 5.30: COVRPTW con restricciones difusas y costes expresados en tiempos

| $n = 71$  | Demanda total = 851 |                                 |                                |                                |                                |                                 |   |
|-----------|---------------------|---------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|---|
|           | $\alpha =$          | 0,0                             | 0,2                            | 0,4                            | 0,6                            | 0,8                             | 1,0   |
| GRASP     |                     | 52,74 <sub>(9)</sub><br>3,65s   | 52,36 <sub>(9)</sub><br>4,81s  | 53,58 <sub>(9)</sub><br>4,57s  | 52,86 <sub>(9)</sub><br>4,54s  | 52,60 <sub>(9)</sub><br>4,18s   | 52,55 <sub>(9)</sub><br>4,43s               |
| GRASP-VNS |                     | 51,17 <sub>(9)</sub><br>30m11s  | 52,15 <sub>(9)</sub><br>33m29s | 49,84 <sub>(9)</sub><br>33m48s | 52,11 <sub>(9)</sub><br>31m50s | 50,74 <sub>(9)</sub><br>32m28s  | 48,15 <sub>(9)</sub><br>27m33s              |
| VNS       |                     | 43,01 <sub>(10)</sub><br>48m43s | 43,36 <sub>(9)</sub><br>53m10s | 42,21 <sub>(9)</sub><br>56m49s | 41,96 <sub>(9)</sub><br>42m59s | 43,28 <sub>(10)</sub><br>39m36s | <b>41,64<sub>(9)</sub></b><br><u>33m14s</u> |
| ACO       |                     | 49,96 <sub>(9)</sub><br>21m33s  | 49,10 <sub>(9)</sub><br>22m22s | 49,51 <sub>(9)</sub><br>20m26s | 49,86 <sub>(9)</sub><br>9m7s   | 49,15 <sub>(9)</sub><br>9m10s   | 49,51 <sub>(9)</sub><br>9m2s                |
| AGV       |                     | 47,35 <sub>(9)</sub><br>42m51s  | 48,18 <sub>(9)</sub><br>41m37s | 47,84 <sub>(9)</sub><br>41m53s | 49,86 <sub>(9)</sub><br>32m52s | 48,08 <sub>(9)</sub><br>30m34s  | 48,67 <sub>(9)</sub><br>26m17s              |

Tabla 5.31: VRPTW con restricciones difusas y costes expresados en distancias

| $n = 71$  | Demanda total = 851 |                                 |                                  |                                 |                                  |  |                                  |
|-----------|---------------------|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|--|----------------------------------|
|           | $\alpha =$          | 0,0                             | 0,2                              | 0,4                             | 0,6                              | 0,8  | 1,0                              |
| GRASP     |                     | 433,1 <sub>(9)</sub><br>2,49s   | 442,2 <sub>(9)</sub><br>2,81s    | 414,0 <sub>(9)</sub><br>2,48s   | 434,6 <sub>(9)</sub><br>2,64s    | 432,5 <sub>(9)</sub><br>2,45s                | 413,0 <sub>(9)</sub><br>2,44s    |
| GRASP-VNS |                     | 347,0 <sub>(10)</sub><br>36m29s | 360,0 <sub>(10)</sub><br>41m24s  | 351,1 <sub>(9)</sub><br>45m18s  | 351,8 <sub>(9)</sub><br>42m7s    | 351,0 <sub>(9)</sub><br>47m6s                | 358,7 <sub>(10)</sub><br>39m23s  |
| VNS       |                     | 384,9 <sub>(9)</sub><br>135m28s | 354,6 <sub>(10)</sub><br>103m46s | 396,2 <sub>(9)</sub><br>99m19s  | 376,3 <sub>(10)</sub><br>104m47s | 381,5 <sub>(10)</sub><br>108m14s             | 355,8 <sub>(10)</sub><br>100m16s |
| ACO       |                     | 440,1 <sub>(10)</sub><br>14m14s | 439,8 <sub>(10)</sub><br>13m33s  | 438,3 <sub>(10)</sub><br>14m38s | 437,6 <sub>(10)</sub><br>18m31s  | 454,1 <sub>(10)</sub><br>14m35s              | 442,4 <sub>(10)</sub><br>15m5s   |
| AGV       |                     | 353,7 <sub>(10)</sub><br>91m13s | 354,5 <sub>(10)</sub><br>69m57s  | 367,9 <sub>(10)</sub><br>63m16s | 356,0 <sub>(9)</sub><br>71m36s   | <b>343,7<sub>(10)</sub></b><br><u>66m45s</u> | 357,4 <sub>(9)</sub><br>572m52s  |

combinando GRASP-VNS con el ACO. También podemos observar que en general una mayor tolerancia no garantiza mejores soluciones.

Por otra parte también hemos obtenido los resultados para el caso en que la función objetivo está calculada mediante la distancia entre los clientes, en la tabla 5.33 reflejan los mismos. Los resultados señalan que los tiempos

Tabla 5.32: COVRPTW con restricciones difusas y costes expresados en tiempos

| $n = 90$   |                                  | Demanda total = 1930                         |                                  |                                  |  |                                  |  |
|------------|----------------------------------|--|----------------------------------|----------------------------------|--|----------------------------------|--|
| $\alpha =$ | 0,0                              | 0,2  | 0,4                              | 0,6                              | 0,8  |                                  |  |
| GRASP      | 65,37 <sub>(9)</sub><br>6,70s    | 67,17 <sub>(9)</sub><br>7,19s                | 68,43 <sub>(9)</sub><br>7,19s    | 65,12 <sub>(8)</sub><br>6,57s    | 70,18 <sub>(9)</sub><br>5,79s                  | 68,0 <sub>(9)</sub><br>6,63s     |  |
| GRASP-VNS  | 65,37 <sub>(9)</sub><br>60m43s   | 67,17 <sub>(9)</sub><br>57m29s               | 66,45 <sub>(9)</sub><br>58m41s   | 65,12 <sub>(8)</sub><br>46m18s   | 70,13 <sub>(9)</sub><br>43m48s                 | 68,0 <sub>(9)</sub><br>43m37s    |  |
| VNS        | 55,08 <sub>(9)</sub><br>148m46s  | 54,17 <sub>(9)</sub><br>167m32s              | 53,57 <sub>(9)</sub><br>172m5s   | 54,20 <sub>(9)</sub><br>163m20s  | <b>53,38</b> <sub>(9)</sub><br>171m32s         | 55,20 <sub>(9)</sub><br>144m29s  |  |
| ACO        | 64,45 <sub>(9)</sub><br>38m7s    | 61,28 <sub>(8)</sub><br>37m39s               | 62,73 <sub>(9)</sub><br>37m32s   | 63,25 <sub>(8)</sub><br>33m25s   | 62,82 <sub>(9)</sub><br>25m36s                 | 63,50 <sub>(8)</sub><br>18m34s   |  |
| AGV        | 59,45 <sub>(9)</sub><br>104m0s   | <b>59,28</b> <sub>(8)</sub><br><u>95m38s</u> | 62,18 <sub>(9)</sub><br>61m43s   | 61,13 <sub>(9)</sub><br>58m14s   | 60,35 <sub>(8)</sub><br>49m40s                 | 62,18 <sub>(9)</sub><br>51m45s   |  |
| $n = 120$  |                                  | Demanda total = 2510                         |                                  |                                  |  |                                  |  |
| $\alpha =$ | 0,0                              | 0,2  | 0,4                              | 0,6                              | 0,8  |                                  |  |
| GRASP      | 84,80 <sub>(11)</sub><br>11,48s  | 84,10 <sub>(11)</sub><br>10,69s              | 83,95 <sub>(11)</sub><br>11,96s  | 84,62 <sub>(11)</sub><br>13,06s  | 86,10 <sub>(11)</sub><br>11,34s                | 86,30 <sub>(11)</sub><br>22,25s  |  |
| GRASP-VNS  | 84,77 <sub>(11)</sub><br>117m26s | 84,10 <sub>(11)</sub><br>133m7s              | 83,95 <sub>(11)</sub><br>136m4s  | 84,28 <sub>(11)</sub><br>111m42s | 86,10 <sub>(11)</sub><br>109m38s               | 86,30 <sub>(11)</sub><br>106m55s |  |
| VNS        | 110,42 <sub>(14)</sub><br>70m29s | 71,72 <sub>(11)</sub><br>107m44s             | 69,05 <sub>(11)</sub><br>225m24s | 67,97 <sub>(11)</sub><br>328m26s | <b>67,70</b> <sub>(12)</sub><br><u>282m49s</u> | 69,62 <sub>(12)</sub><br>331m42s |  |
| ACO        | 82,70 <sub>(11)</sub><br>156m22s | 81,90 <sub>(11)</sub><br>115m29s             | 82,13 <sub>(11)</sub><br>113m18s | 80,63 <sub>(11)</sub><br>115m50s | 78,33 <sub>(11)</sub><br>110m11s               | 82,03 <sub>(11)</sub><br>110m4s  |  |
| AGV        | 80,35 <sub>(11)</sub><br>246m13s | 81,90 <sub>(11)</sub><br>209m36s             | 81,48 <sub>(11)</sub><br>166m8s  | 79,70 <sub>(11)</sub><br>136m51s | <b>74,25</b> <sub>(11)</sub><br><u>86m11s</u>  | 79,03 <sub>(11)</sub><br>83m30s  |  |

para encontrar las mejores soluciones son bastante elevados. Las mejores soluciones se encuentran con los procedimientos híbridos, en particular con ACO-GRASP-VNS, aunque en el caso de la instancia de 90, la metaheurística híbrida GRASP-VNS con menor número de vehículos.

Tabla 5.33: COVRPTW con restricciones difusas y costes expresados en distancias

| $n = 90$   |   | Demanda total = 1930              |  |                                  |   |                                  |
|------------|---|-----------------------------------|--|----------------------------------|---|----------------------------------|
| $\alpha =$ | 0,0   | 0,2                               | 0,4  | 0,6                              | 0,8                                     |                                  |
| GRASP      | 1010,3 <sub>(9)</sub><br>7,82s                | 992,4 <sub>(10)</sub><br>7,10s    | 1029,3 <sub>(9)</sub><br>7,22s                 | 960,7 <sub>(9)</sub><br>6,27s    | 935,6 <sub>(9)</sub><br>6,23s           | 977,8 <sub>(10)</sub><br>7,95s   |
| GRASP-VNS  | <b>766,1</b> <sub>(9)</sub><br><u>125m34s</u> | 784,8 <sub>(9)</sub><br>148m36s   | 769,1 <sub>(9)</sub><br>120m4s                 | 790,9 <sub>(10)</sub><br>78m7s   | 783,8 <sub>(10)</sub><br>62m41s         | 778,7 <sub>(9)</sub><br>73m30s   |
| VNS        | 879,2 <sub>(9)</sub><br>117m5s                | 844,9 <sub>(9)</sub><br>127m14s   | 785,1 <sub>(10)</sub><br>144m7s                | 836,0 <sub>(9)</sub><br>201m21s  | 772,7 <sub>(9)</sub><br>156m13s         | 797,6 <sub>(9)</sub><br>157m18s  |
| ACO        | 1057,3 <sub>(9)</sub><br>46m22s               | 1008,3 <sub>(10)</sub><br>44m40s  | 1004,8 <sub>(9)</sub><br>45m32s                | 1010,4 <sub>(10)</sub><br>47m10s | 1011,5 <sub>(11)</sub><br>44m10s        | 1019,3 <sub>(10)</sub><br>45m24s |
| AGV        | 803,8 <sub>(9)</sub><br>234m34s               | 800,1 <sub>(10)</sub><br>139m36s  | 813,6 <sub>(10)</sub><br>186m27s               | 793,5 <sub>(9)</sub><br>237m35s  | <b>748,5</b> <sub>(10)</sub><br>227m53s | 753,1 <sub>(10)</sub><br>206m48s |
| $n = 120$  |   | Demanda total = 2510              |  |                                  |   |                                  |
| $\alpha =$ | 0,0   | 0,2                               | 0,4  | 0,6                              | 0,8                                     |                                  |
| GRASP      | 1030,1 <sub>(11)</sub><br>8,66s               | 1059,7 <sub>(12)</sub><br>8,83s   | 1056,2 <sub>(11)</sub><br>14,84s               | 1045,5 <sub>(12)</sub><br>15,26s | 1060,7 <sub>(11)</sub><br>14,49s        | 1053,1 <sub>(12)</sub><br>17,19s |
| GRASP-VNS  | 878,7 <sub>(12)</sub><br>227m20s              | 897,1 <sub>(11)</sub><br>231m28s  | 832,9 <sub>(11)</sub><br>257m40s               | 874,9 <sub>(11)</sub><br>319m0s  | 829,4 <sub>(11)</sub><br>303m12s        | 851,3 <sub>(11)</sub><br>288m19s |
| VNS        | 1080,4 <sub>(12)</sub><br>217m7s              | 1035,2 <sub>(12)</sub><br>159m57s | 959,8 <sub>(11)</sub><br>300m59s               | 919,7 <sub>(11)</sub><br>365m49s | 955,2 <sub>(11)</sub><br>345m15s        | 914,4 <sub>(11)</sub><br>317m6s  |
| ACO        | 1098,9 <sub>(12)</sub><br>93m22s              | 1052,8 <sub>(12)</sub><br>91m29s  | 1106,6 <sub>(12)</sub><br>42m10s               | 1068,5 <sub>(12)</sub><br>41m33s | 1101,4 <sub>(13)</sub><br>41m34s        | 1123,7 <sub>(12)</sub><br>41m36s |
| AGV        | 852,0 <sub>(12)</sub><br>234m53s              | 891,8 <sub>(12)</sub><br>237m35s  | <b>789,0</b> <sub>(11)</sub><br><u>270m49s</u> | 877,9 <sub>(12)</sub><br>291m9s  | 867,6 <sub>(12)</sub><br>312m52s        | 870,5 <sub>(12)</sub><br>285m46s |

### 5.3. Modelos de coeficientes difusos en las restricciones

En esta sección presentamos los resultados de la experimentación con los modelos del VRPTW cuando las restricciones tienen coeficientes difusos, en particular los coeficientes afectados por los tiempos de viaje que son imprecisos y representados como números difusos triangulares. Los tiempos de viaje difuso afectan a los tiempos en que los clientes son servidos, y estos tiene que estar dentro de los límites de ventana de tiempo establecido para cada cliente. Este modelo desde el punto de vista conceptual y metodológico se abordó en 3.2, y para resolverlo se propuso la utilización de un modelo auxiliar, el cual permite encontrar soluciones para una cierta tolerancia, también definida como un número triangular difuso. En la experimentación en el caso de la instancia real de 71 clientes el valor de la tolerancia establecido es  $\tau = (600, 900, 1100)$ , para el resto de las instancias de 20 clientes y las generadas de 60, 90 y 120 clientes toma el valor  $\tau = (900, 1200, 1300)$ . Por otra parte el resultado de este modelo auxiliar es la comparación de cantidades difusas, para la cual es necesario utilizar algún método, en nuestro caso el tercer índice de Yager.

La experimentación se ha realizado para el modelo cuya función objetivo viene dada por la distancia total recorrida por los vehículos solamente, el modelo con función objetivo calculada en tiempos se analiza posteriormente, dado que como los tiempos son difusos, estaríamos ante un modelo que combina restricciones y objetivos difuso.

A continuación presentamos los resultados para el modelo obtenidos de la experimentación con la instancia de 20 clientes y utilizando los procedimientos metaheurísticos propuestos. Las mejores soluciones, como podemos observar en la tabla 5.34, se obtienen con el procedimiento híbrido ACO-GRASP-VNS. Las distintas soluciones encontradas con el mismo valor de la función objetivo, la distancia total recorrida, son distintas.

Si experimentamos con la instancia real de 71 clientes, encontramos los resultados que se presentan en la tabla 5.35. La aplicación del procedimiento VNS nos permite encontrar la mejor solución en distancias con 10 rutas y con 9 también. Como se puede observar los procedimientos híbridos mejoran las soluciones de los que no lo son, salvo evidentemente el VNS.

Tabla 5.34: VRPTW con coeficientes difusos en las restricciones de ventanas de tiempo y costes expresados en distancias

| $n = 20$  | Demanda total = 2780 |                                   |                              |                                    |                              |                                    |                                    |
|-----------|----------------------|-----------------------------------|------------------------------|------------------------------------|------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
|           | $\alpha =$           | 0,0                               | 0,2                          | 0,4                                | 0,6                          | 0,8                                | 1,0                                |
| GRASP     |                      | 705 <sub>(3)</sub><br>1,88s       | 705 <sub>(3)</sub><br>1,60s  | 710 <sub>(3)</sub><br>1,29s        | 705 <sub>(3)</sub><br>1,22s  | 700 <sub>(3)</sub><br>1,35s        | 710 <sub>(3)</sub><br>1,17s        |
| GRASP-VNS |                      | 655 <sub>(3)</sub><br>1m10s       | 680 <sub>(3)</sub><br>1m41s  | 680 <sub>(3)</sub><br>1m10s        | 655 <sub>(3)</sub><br>1m19s  | 655 <sub>(3)</sub><br>1m58s        | 680 <sub>(3)</sub><br>2m1s         |
| VNS       |                      | 745 <sub>(3)</sub><br>2m57s       | 680 <sub>(3)</sub><br>3m24s  | 690 <sub>(3)</sub><br>3m35s        | 735 <sub>(3)</sub><br>3m2s   | 725 <sub>(3)</sub><br>3m36s        | 700 <sub>(3)</sub><br>2,10s        |
| ACO       |                      | 675 <sub>(3)</sub><br>40,50s      | 710 <sub>(3)</sub><br>52,94s | 690 <sub>(3)</sub><br>1m40s        | 675 <sub>(3)</sub><br>28,96s | 680 <sub>(3)</sub><br>27,86s       | 670 <sub>(3)</sub><br>28,18s       |
| AGV       |                      | <b>640</b> <sub>(3)</sub><br>3m6s | 660 <sub>(3)</sub><br>2m22s  | <b>640</b> <sub>(3)</sub><br>1m57s | 650 <sub>(3)</sub><br>1m57s  | <b>640</b> <sub>(3)</sub><br>2m21s | <b>640</b> <sub>(3)</sub><br>1m53s |

Tabla 5.35: VRPTW con coeficientes difusos en las restricciones de ventanas de tiempo y costes expresados en distancias

| $n = 71$  | Demanda total = 851 |                                |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
|-----------|---------------------|--------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
|           | $\alpha =$          | 0,0                            | 0,2                             | 0,4                             | 0,6                             | 0,8                             | 1,0                             |
| GRASP     |                     | 488,1 <sub>(9)</sub><br>0,95s  | 470,7 <sub>(9)</sub><br>0,97s   | 483,8 <sub>(9)</sub><br>0,99s   | 469,5 <sub>(9)</sub><br>0,95s   | 477,6 <sub>(9)</sub><br>0,98s   | 486,1 <sub>(9)</sub><br>0,99s   |
| GRASP-VNS |                     | 429,9 <sub>(9)</sub><br>19m36s | 425,1 <sub>(9)</sub><br>22m8s   | 427,6 <sub>(9)</sub><br>20m53s  | 433,4 <sub>(9)</sub><br>23m34s  | 427,9 <sub>(9)</sub><br>22m51s  | 432,7 <sub>(10)</sub><br>24m4s  |
| VNS       |                     | 381,8 <sub>(9)</sub><br>23m48s | 371,9 <sub>(10)</sub><br>27m45s | 372,5 <sub>(10)</sub><br>32m10s | 373,5 <sub>(10)</sub><br>33m35s | 367,9 <sub>(10)</sub><br>30m47s | 381,9 <sub>(9)</sub><br>26m15s  |
| ACO       |                     | 491,0 <sub>(10)</sub><br>1m54s | 483,0 <sub>(9)</sub><br>7m22s   | 500,0 <sub>(9)</sub><br>5m2s    | 501,7 <sub>(10)</sub><br>11m46s | 501,1 <sub>(9)</sub><br>22m0s   | 498,4 <sub>(9)</sub><br>19m1s   |
| AGV       |                     | 429,9 <sub>(9)</sub><br>56m19s | 428,4 <sub>(9)</sub><br>31m28s  | 436,4 <sub>(10)</sub><br>23m1s  | 424,4 <sub>(10)</sub><br>22m59s | 437,6 <sub>(9)</sub><br>15m41s  | 429,7 <sub>(10)</sub><br>12m35s |

Los resultados de la experimentación con instancias de 60, 90 y 120 clientes se reflejan en la tabla 5.36. Se observa que las mejores soluciones se obtienen con el procedimiento VNS. La salvedad está en la instancia de 120 donde la solución obtenida no es la que utiliza el menor número de vehículos, sino la obtenida por el ACO-GRASP-VNS. Con la máxima tolerancia se obtiene la mejor, con exactamente 11 rutas mientras VNS utiliza 12.



Tabla 5.36: VRPTW con coeficientes difusos en las restricciones de ventanas de tiempo y costes expresados en distancias

| $n = 60$   |   | Demanda total = 1270              |                                   |                                   |   |                                   |  |
|------------|---|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---|-----------------------------------|--|
| $\alpha =$ | 0,0   | 0,2                               | 0,4                               | 0,6                               | 0,8   | 1,0                               |  |
| GRASP      | 844,3 <sub>(6)</sub><br>0,69s                 | 874,8 <sub>(6)</sub><br>0,73s     | 893,4 <sub>(6)</sub><br>0,69s     | 855,3 <sub>(6)</sub><br>0,69s     | 876,4 <sub>(6)</sub><br>0,68s               | 894,8 <sub>(6)</sub><br>0,69s     |  |
| GRASP-VNS  | 772,9 <sub>(6)</sub><br>9m47s                 | 766,6 <sub>(6)</sub><br>10m44s    | 772,8 <sub>(6)</sub><br>13m4s     | 763,0 <sub>(6)</sub><br>14m13s    | 754,5 <sub>(6)</sub><br>14m34s              | 778,5 <sub>(7)</sub><br>14m57s    |  |
| VNS        | 692,0 <sub>(7)</sub><br>12m54s                | 692,1 <sub>(7)</sub><br>13m10s    | 655,0 <sub>(6)</sub><br>15m17s    | 704,7 <sub>(6)</sub><br>19m41s    | <b>644,9<sub>(6)</sub></b><br><u>18m54s</u> | 675,6 <sub>(6)</sub><br>19m53s    |  |
| ACO        | 853,6 <sub>(6)</sub><br>1m6s                  | 851,9 <sub>(7)</sub><br>1m7s      | 825,4 <sub>(6)</sub><br>1m7s      | 849,9 <sub>(7)</sub><br>1m7s      | 844,0 <sub>(6)</sub><br>1m7s                | 852,4 <sub>(7)</sub><br>1m7s      |  |
| AGV        | 719,5 <sub>(6)</sub><br>68m59s                | 700,7 <sub>(6)</sub><br>91m45s    | 728,1 <sub>(5)</sub><br>101m21s   | 738,0 <sub>(5)</sub><br>69m39s    | 758,4 <sub>(6)</sub><br>66m34s              | 746,3 <sub>(6)</sub><br>55m59s    |  |
| $n = 90$   |   | Demanda total = 1930              |                                   |                                   |   |                                   |  |
| $\alpha =$ | 0,0   | 0,2                               | 0,4                               | 0,6                               | 0,8   |                                   |  |
| GRASP      | 1136,5 <sub>(9)</sub><br>1,96s                | 1163,0 <sub>(9)</sub><br>2,25s    | 1117,7 <sub>(9)</sub><br>2,49s    | 1218,5 <sub>(9)</sub><br>2,67s    | 1221,0 <sub>(9)</sub><br>2,50s              | 1128,1 <sub>(9)</sub><br>2,81s    |  |
| GRASP-VNS  | 1010,8 <sub>(9)</sub><br>43m27s               | 1020,2 <sub>(9)</sub><br>52m20s   | 1002,6 <sub>(9)</sub><br>55m44s   | 1007,5 <sub>(9)</sub><br>53m37s   | 1001,1 <sub>(9)</sub><br>57m20s             | 978,8 <sub>(9)</sub><br>56m25s    |  |
| VNS        | <b>965,7<sub>(9)</sub></b><br><u>43m53s</u>   | 1009,6 <sub>(9)</sub><br>64m58s   | 999,7 <sub>(10)</sub><br>81m51s   | 1002,4 <sub>(9)</sub><br>78m54s   | 1018,4 <sub>(9)</sub><br>80m41s             | 982,9 <sub>(9)</sub><br>71m0s     |  |
| ACO        | 1125,3 <sub>(9)</sub><br>3m42s                | 1146,3 <sub>(8)</sub><br>3m41s    | 1081,2 <sub>(9)</sub><br>3m44s    | 1131,0 <sub>(9)</sub><br>3m43s    | 1119,6 <sub>(10)</sub><br>3m42s             | 1128,0 <sub>(10)</sub><br>3m42s   |  |
| AGV        | 1005,7 <sub>(9)</sub><br>39m19s               | 1000,1 <sub>(9)</sub><br>41m49s   | 1013,1 <sub>(9)</sub><br>45m14s   | 980,1 <sub>(9)</sub><br>53m53s    | 995,9 <sub>(9)</sub><br>53m35s              | 998,0 <sub>(9)</sub><br>56m53s    |  |
| $n = 120$  |   | Demanda total = 2510              |                                   |                                   |   |                                   |  |
| $\alpha =$ | 0,0   | 0,2                               | 0,4                               | 0,6                               | 0,8   |                                   |  |
| GRASP      | 1449,4 <sub>(11)</sub><br>2,72s               | 1406,9 <sub>(11)</sub><br>2,72s   | 1403,8 <sub>(11)</sub><br>2,68s   | 1423,8 <sub>(11)</sub><br>2,71s   | 1426,7 <sub>(11)</sub><br>2,68s             | 1394,0 <sub>(11)</sub><br>2,69s   |  |
| GRASP-VNS  | 1211,7 <sub>(11)</sub><br>102m57s             | 1256,9 <sub>(11)</sub><br>108m30s | 1235,1 <sub>(12)</sub><br>141m18s | 1245,5 <sub>(11)</sub><br>154m39s | 1234,4 <sub>(11)</sub><br>156m1s            | 1241,5 <sub>(11)</sub><br>144m12s |  |
| VNS        | 1300,2 <sub>(12)</sub><br>42m30s              | 1306,9 <sub>(12)</sub><br>41m8s   | 1338,4 <sub>(11)</sub><br>77m29s  | 1232,6 <sub>(11)</sub><br>146m59s | <b>1176,6<sub>(12)</sub></b><br>153m3s      | 1274,0 <sub>(11)</sub><br>165m3s  |  |
| ACO        | 1376,9 <sub>(11)</sub><br>8m46s               | 1427,7 <sub>(12)</sub><br>8m41s   | 1409,0 <sub>(11)</sub><br>8m44s   | 1393,9 <sub>(11)</sub><br>8m43s   | 1415,0 <sub>(12)</sub><br>8m44s             | 1432,8 <sub>(12)</sub><br>8m44s   |  |
| AGV        | <b>1210,9<sub>(11)</sub></b><br><u>82m26s</u> | 1219,7 <sub>(11)</sub><br>279m0s  | 1244,5 <sub>(11)</sub><br>130m31s | 1251,0 <sub>(11)</sub><br>134m17s | 1245,8 <sub>(12)</sub><br>143m35s           | 1248,9 <sub>(11)</sub><br>141m56s |  |

## 5.4. VRPTW difuso en objetivos y restricciones

En esta sección analizaremos los resultados obtenidos para los diversos procedimientos propuestos y con las mismas instancias utilizadas a lo largo de todo el capítulo pero considerando modelos del VRPTW en los cuales dos de sus componentes son difusas. Vamos a suponer dos posibilidades, la primera cuando las restricciones de ventana de tiempo se consideran imprecisas y abordadas como restricciones difusas, conjuntamente con los costes difusos; la segunda aborda el modelo VRPTW pero considerando los coeficientes difusos en las restricciones de ventana de tiempo producto de la imprecisión de los tiempos, conjuntamente con los costes difusos.

### 5.4.1. VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y costes difusos

La experimentación que consideramos en esta sección se obtiene sobre un modelo del VRPTW en el cual las restricciones de ventanas de tiempos difusas, producto de las imprecisiones de los tiempos de ir de un cliente a otro y además esta imprecisión se traslada también a la función objetivo, dado que los costes los tomamos como estos tiempos, los cuales son expresados como números triangulares difusos. En este caso aplicamos conjuntamente los enfoques propuestos, para resolver el problema de programación lineal cuando las restricciones son difusas y para resolver el problema con costes difusos. En el primer caso lo abordamos con un modelo auxiliar en el que las soluciones factibles difusas se obtienen mediante restricciones con cierta tolerancia, en nuestro caso 1200 segundos, para diversos valores de  $\alpha$ , y de estas soluciones factibles, la función objetivo compara tiempos difusos, mediante una función ordenadora, en este caso el tercer índice de Yager.

En la primera tabla [5.37](#) podemos observar los resultados encontrados por los distintos procedimientos para la instancia de 20 clientes. Podemos ver que los procedimientos híbridos mejoran las soluciones algo en general, respecto a los que no lo son. Los mejores resultados se obtienen con el GRASP y el GRASP-VNS con tres rutas. Los procedimientos con ACO no logran mejoras.

En el caso de la instancia de 71 clientes, los procedimientos tienen otro

Tabla 5.37: VRPTW con ventanas de tiempo difusas y costes difusos

| $n = 20$  | Demanda total = 2780 |                                |                                      |                                |                                      |                                |                               |
|-----------|----------------------|--------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
|           | $\alpha =$           | 0,0                            | 0,2                                  | 0,4                            | 0,6                                  | 0,8                            | 1,0                           |
| GRASP     |                      | 9,70 <sub>(3)</sub><br>0,36s   | <b>9,45</b> <sub>(3)</sub><br>0,34s  | 9,70 <sub>(3)</sub><br>0,39s   | 9,70 <sub>(3)</sub><br>0,36s         | 9,62 <sub>(3)</sub><br>0,34s   | 9,70 <sub>(3)</sub><br>0,34s  |
| GRASP-VNS |                      | 9,62 <sub>(3)</sub><br>22,38s  | <b>9,45</b> <sub>(3)</sub><br>26m45s | 9,62 <sub>(3)</sub><br>28,86s  | <b>9,45</b> <sub>(3)</sub><br>28,28s | 9,54 <sub>(3)</sub><br>31,68s  | 9,62 <sub>(3)</sub><br>32,71s |
| VNS       |                      | 10,45 <sub>(3)</sub><br>56,79s | 10,79 <sub>(3)</sub><br>1m2s         | 10,62 <sub>(3)</sub><br>48,53s | 10,45 <sub>(3)</sub><br>46,88s       | 11,12 <sub>(3)</sub><br>44,61s | 10,54 <sub>(3)</sub><br>44,2s |
| ACO       |                      | 9,78 <sub>(3)</sub><br>18,14s  | 10,03 <sub>(3)</sub><br>14,03s       | 9,87 <sub>(3)</sub><br>17,34s  | 9,78 <sub>(3)</sub><br>19,12s        | 9,87 <sub>(3)</sub><br>17,45s  | 9,78 <sub>(3)</sub><br>15,52s |
| AGV       |                      | 9,62 <sub>(3)</sub><br>50,19s  | 9,62 <sub>(3)</sub><br>36,22s        | 9,70 <sub>(3)</sub><br>31,24s  | 9,62 <sub>(3)</sub><br>31,59s        | 9,53 <sub>(3)</sub><br>31,86s  | 9,62 <sub>(3)</sub><br>33,30s |

comportamiento como vemos en la tabla 5.38. Las mejores soluciones en tiempo y con el menor número de rutas se obtienen con el VNS.

Tabla 5.38: VRPTW con ventanas de tiempo difusas y costes difusos

| $n = 71$  | Demanda total = 851 |  |                                 |  |                                 |                                 |                                 |
|-----------|---------------------|--|---------------------------------|--|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
|           | $\alpha =$          | 0,0  | 0,2                             | 0,4                                    | 0,6                             | 0,8                             | 1,0                             |
| GRASP     |                     | 53,45 <sub>(9)</sub><br>4,68s                | 52,62 <sub>(9)</sub><br>5,61s   | 54,25 <sub>(9)</sub><br>4,63s          | 53,14 <sub>(9)</sub><br>4,38s   | 52,84 <sub>(9)</sub><br>4,56s   | 52,85 <sub>(9)</sub><br>3,99s   |
| GRASP-VNS |                     | 51,55 <sub>(9)</sub><br>43m31s               | 52,62 <sub>(9)</sub><br>38m31s  | 50,41 <sub>(9)</sub><br>29m55s         | 53,14 <sub>(9)</sub><br>27m11s  | 50,84 <sub>(9)</sub><br>30m13s  | 51,80 <sub>(9)</sub><br>28m1s   |
| VNS       |                     | <b>43,52</b> <sub>(9)</sub><br><u>60m23s</u> | 43,35 <sub>(10)</sub><br>52m57s | <b>42,62</b> <sub>(10)</sub><br>48m47s | 43,00 <sub>(10)</sub><br>44m13s | 43,08 <sub>(10)</sub><br>36m53s | 42,83 <sub>(10)</sub><br>30m22s |
| ACO       |                     | 50,29 <sub>(9)</sub><br>11m32s               | 49,26 <sub>(9)</sub><br>12m11s  | 50,02 <sub>(9)</sub><br>12m7s          | 50,11 <sub>(9)</sub><br>12m30s  | 49,49 <sub>(9)</sub><br>14m27s  | 49,88 <sub>(9)</sub><br>15m11s  |
| AGV       |                     | 48,29 <sub>(9)</sub><br>49m20s               | 48,25 <sub>(9)</sub><br>38m27s  | 48,17 <sub>(9)</sub><br>33m12s         | 50,11 <sub>(9)</sub><br>30m48s  | 46,11 <sub>(9)</sub><br>32m35s  | 49,09 <sub>(9)</sub><br>47m57s  |

Aplicando las instancias generadas con 60, 90 y 120 clientes, en la tabla 5.39 presentamos los resultados de la experimentación del modelo VRPTW con costes de tiempo difusos y restricciones de ventana de tiempo difusos. Los procedimientos híbridos logran mejorar las soluciones de los que no lo son, aunque en la medida que aumenta el tamaño de las instancias las diferencias

son menores. El VNS alcanza las mejores soluciones en tiempos pero, con un mayor número de rutas y en un mayor tiempo de computo, con la salvedad de la instancia de 120 clientes. Las mejores soluciones en tiempo con menores rutas se obtienen con el ACO-GRAP-VNS. Nótese que en el caso de algunas instancias y procedimientos, se alcanzan las mejores soluciones con menor tolerancia.

Tabla 5.39: VRPTW con ventanas de tiempo difusas y costes difusos

| $n = 60$   |                                  | Demanda total = 1270                          |                                  |                                       |  |  |  |
|------------|----------------------------------|---|----------------------------------|---------------------------------------|--|--|--|
| $\alpha =$ | 0,0                              | 0,2   | 0,4                              | 0,6                                   | 0,8                                    | 1,0  |  |
| GRASP      | 48,29 <sub>(6)</sub><br>3,21s    | 50,22 <sub>(6)</sub><br>2,89s                 | 49,13 <sub>(6)</sub><br>2,73s    | 47,88 <sub>(6)</sub><br>3,06s         | 46,08 <sub>(6)</sub><br>2,91s          | 47,07 <sub>(6)</sub><br>2,85s              |  |
| GRASP-VNS  | 43,01 <sub>(7)</sub><br>3m22s    | 50,22 <sub>(6)</sub><br>3m3s                  | 48,81 <sub>(7)</sub><br>2m59s    | 46,74 <sub>(7)</sub><br>2m57s         | 43,93 <sub>(6)</sub><br>3m46s          | 47,97 <sub>(6)</sub><br>3m55s              |  |
| VNS        | 39,01 <sub>(7)</sub><br>39m57s   | 39,30 <sub>(8)</sub><br>52m30s                | 38,56 <sub>(7)</sub><br>52m27s   | 37,98 <sub>(7)</sub><br>54m40s        | 38,26 <sub>(7)</sub><br>53m34s         | <b>37,91<sub>(8)</sub></b><br>50m26s       |  |
| ACO        | 43,62 <sub>(6)</sub><br>25m58s   | 45,52 <sub>(6)</sub><br>25m09s                | 44,84 <sub>(6)</sub><br>24m50s   | 45,14 <sub>(6)</sub><br>25m30s        | 43,90 <sub>(6)</sub><br>25,47s         | 44,22 <sub>(6)</sub><br>23,34s             |  |
| AGV        | 43,24 <sub>(6)</sub><br>67m51s   | 43,05 <sub>(6)</sub><br>67m,10s               | 40,34 <sub>(6)</sub><br>42,49s   | 41,14 <sub>(6)</sub><br>33m54s        | 41,85 <sub>(6)</sub><br>38m37s         | <b>40,22<sub>(6)</sub></b><br><u>35m6s</u> |  |
| $n = 90$   |                                  | Demanda total = 1930                          |                                  |                                       |  |  |  |
| $\alpha =$ | 0,0                              | 0,2   | 0,4                              | 0,6                                   | 0,8                                    |  |  |
| GRASP      | 65,82 <sub>(9)</sub><br>7,67s    | 68,07 <sub>(9)</sub><br>7,02s                 | 68,75 <sub>(9)</sub><br>6,74s    | 65,37 <sub>(8)</sub><br>7,51s         | 70,86 <sub>(9)</sub><br>6,24s          | 68,83 <sub>(9)</sub><br>6,08s              |  |
| GRASP-VNS  | 65,82 <sub>(9)</sub><br>11m54s   | 66,24 <sub>(9)</sub><br>11m10s                | 64,63 <sub>(9)</sub><br>13m31s   | 68,74 <sub>(9)</sub><br>13m21s        | 69,57 <sub>(9)</sub><br>13m12s         | 64,87 <sub>(8)</sub><br>13m21s             |  |
| VNS        | 55,55 <sub>(9)</sub><br>127m7s   | <b>54,15<sub>(10)</sub></b><br>154m43s        | 55,51 <sub>(9)</sub><br>176m34s  | <b>54,64<sub>(9)</sub></b><br>222m31s | 55,59 <sub>(10)</sub><br>199m43s       | 55,10 <sub>(9)</sub><br>202m46s            |  |
| ACO        | 65,30 <sub>(9)</sub><br>24m24s   | 62,04 <sub>(8)</sub><br>24m38s                | 63,76 <sub>(9)</sub><br>23m46s   | 63,66 <sub>(8)</sub><br>29m38s        | 63,77 <sub>(9)</sub><br>36m17s         | 64,06 <sub>(8)</sub><br>37m6s              |  |
| AGV        | 61,69 <sub>(9)</sub><br>94m3s    | <b>60,06<sub>(8)</sub></b><br><u>70m49s</u>   | 60,90 <sub>(9)</sub><br>61m57s   | 62,16 <sub>(9)</sub><br>60m26s        | 62,59 <sub>(9)</sub><br>62m12s         | 64,06 <sub>(8)</sub><br>58m19s             |  |
| $n = 120$  |                                  | Demanda total = 2510                          |                                  |                                       |  |  |  |
| $\alpha =$ | 0,0                              | 0,2   | 0,4                              | 0,6                                   | 0,8                                    |  |  |
| GRASP      | 85,36 <sub>(11)</sub><br>10,24s  | 86,65 <sub>(11)</sub><br>9,76s                | 84,94 <sub>(11)</sub><br>9,57s   | 85,53 <sub>(11)</sub><br>9,57s        | 87,31 <sub>(11)</sub><br>9,49s         | 86,78 <sub>(11)</sub><br>9,44s             |  |
| GRASP-VNS  | 85,36 <sub>(11)</sub><br>141m18s | 86,65 <sub>(11)</sub><br>130m49s              | 84,94 <sub>(11)</sub><br>108m47s | 85,53 <sub>(11)</sub><br>108m10s      | 87,31 <sub>(11)</sub><br>107m23s       | 86,78 <sub>(11)</sub><br>107m32s           |  |
| VNS        | 74,79 <sub>(12)</sub><br>170m45s | <b>70,27<sub>(11)</sub></b><br><u>207m21s</u> | 68,31 <sub>(12)</sub><br>214m33s | 68,74 <sub>(13)</sub><br>286m22s      | <b>67,88<sub>(12)</sub></b><br>283m31s | 68,98 <sub>(12)</sub><br>203m56s           |  |
| ACO        | 84,40 <sub>(11)</sub><br>42m34s  | 82,73 <sub>(11)</sub><br>42m20s               | 82,92 <sub>(11)</sub><br>41m32s  | 82,40 <sub>(11)</sub><br>41m26s       | 79,46 <sub>(11)</sub><br>41m33s        | 83,16 <sub>(11)</sub><br>41m21s            |  |
| AGV        | 83,20 <sub>(11)</sub><br>175m1s  | 82,73 <sub>(11)</sub><br>162m21s              | 82,92 <sub>(11)</sub><br>164m40s | 81,61 <sub>(11)</sub><br>148m38s      | 78,45 <sub>(11)</sub><br>140m39s       | 80,29 <sub>(11)</sub><br>122m5s            |  |

### 5.4.2. VRPTW con coeficientes difusos en las restricciones de ventanas de tiempo y costes difusos

En esta sección vamos a presentar los resultados de la experimentación para el modelo del VRPTW que combina el modelo de la sección anterior 5.3, el de coeficientes difusos en las restricciones de ventana de tiempo, con el modelo de costes difusos en la función objetivo, producto de considerar que los tiempos son imprecisos. Nótese que se tiene que aplicar en primer lugar el modelo auxiliar con tolerancia en las restricciones en términos de cantidades difusas y por tanto necesario utilizar algún método de comparación de números difusos y también una vez encontrada las soluciones factibles, para comparar los valores difusos de la función objetivo. En ambos casos utilizamos el tercer índice de Yager como función ordenadora que permite realizar las comparaciones.

En primer lugar en la tabla 5.40 se pueden visualizar los resultados de aplicar los procedimientos propuestos a la instancia de 20 clientes. En ella aparece que las mejores soluciones se encuentra con el GRASP y el GRASP-VNS.

Tabla 5.40: VRPTW con coeficientes difusos en las restricciones de ventanas de tiempo y costes difusos

| $n = 20$  | Demanda total = 2780 |                      |                            |                      |                            |                      |                      |
|-----------|----------------------|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------|
|           | $\alpha =$           | 0,0                  | 0,2                        | 0,4                  | 0,6                        | 0,8                  | 1,0                  |
| GRASP     |                      | 9,70 <sub>(3)</sub>  | <b>9,45</b> <sub>(3)</sub> | 9,70 <sub>(3)</sub>  | 9,70 <sub>(3)</sub>        | 9,62 <sub>(3)</sub>  | 9,70 <sub>(3)</sub>  |
|           |                      | 0,56s                | <u>0,68s</u>               | 1,14s                | 0,87s                      | 1,00s                | 0,67s                |
| GRASP-VNS |                      | 9,62 <sub>(3)</sub>  | <b>9,45</b> <sub>(3)</sub> | 9,62 <sub>(3)</sub>  | <b>9,45</b> <sub>(3)</sub> | 9,50 <sub>(3)</sub>  | 9,62 <sub>(3)</sub>  |
|           |                      | 28,52s               | 28,60s                     | 30,39s               | 29,51s                     | 27,04s               | 30,09s               |
| VNS       |                      | 10,45 <sub>(3)</sub> | 10,75 <sub>(3)</sub>       | 10,62 <sub>(3)</sub> | 10,42 <sub>(3)</sub>       | 11,12 <sub>(3)</sub> | 10,50 <sub>(3)</sub> |
|           |                      | 2m19s                | 56,49s                     | 51,78s               | 58,95s                     | 54,24s               | 52,78s               |
| ACO       |                      | 9,78 <sub>(3)</sub>  | 10,28 <sub>(3)</sub>       | 9,95 <sub>(3)</sub>  | 9,78 <sub>(3)</sub>        | 9,87 <sub>(3)</sub>  | 9,78 <sub>(3)</sub>  |
|           |                      | 1m56s                | 4m2s                       | 36,12s               | 44,52s                     | 44,02s               | 45,52s               |
| AGV       |                      | 9,53 <sub>(3)</sub>  | 9,78 <sub>(3)</sub>        | 9,53 <sub>(3)</sub>  | 9,62 <sub>(3)</sub>        | 9,70 <sub>(3)</sub>  | 9,53 <sub>(3)</sub>  |
|           |                      | 5m13s                | 1m51s                      | 1m29s                | 1m11s                      | 1m8s                 | 1m21s                |

En segundo lugar aplicando la instancia del problema real con 71 clientes, obtenemos los siguientes resultados para el modelo, presentados en la tabla

5.41. Como se puede ver los mejores resultados son obtenidos con el VNS con 9 rutas y a continuación con el ACO-GRASP-VNS.

Tabla 5.41: VRPTW con coeficientes difusos en las restricciones de ventanas de tiempo y costes difusos

| $n = 71$  | Demanda total = 851 |                            |                       |                       |                       |                      |                       |
|-----------|---------------------|----------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|
|           | $\alpha =$          | 0,0                        | 0,2                   | 0,4                   | 0,6                   | 0,8                  | 1,0                   |
| GRASP     |                     | 53,43 <sub>(9)</sub>       | 52,39 <sub>(9)</sub>  | 54,04 <sub>(9)</sub>  | 53,45 <sub>(9)</sub>  | 53,70 <sub>(9)</sub> | 52,49 <sub>(9)</sub>  |
|           |                     | 23,22s                     | 19,88s                | 25,06s                | 23,92s                | 25,23s               | 25,57s                |
| GRASP-VNS |                     | 52,22 <sub>(9)</sub>       | 48,52 <sub>(9)</sub>  | 50,25 <sub>(9)</sub>  | 52,26 <sub>(9)</sub>  | 51,59 <sub>(9)</sub> | 51,61 <sub>(9)</sub>  |
|           |                     | 64m59s                     | 70m34s                | 64m36s                | 77m28s                | 59m18s               | 37m30s                |
| VNS       |                     | <b>42,06<sub>(9)</sub></b> | 43,79 <sub>(10)</sub> | 42,99 <sub>(10)</sub> | 43,96 <sub>(10)</sub> | 43,34 <sub>(9)</sub> | 42,77 <sub>(10)</sub> |
|           |                     | <u>52m33s</u>              | 63m42s                | 65m55s                | 47m48s                | 46m44s               | 41m48s                |
| ACO       |                     | 49,55 <sub>(9)</sub>       | 49,95 <sub>(9)</sub>  | 49,24 <sub>(9)</sub>  | 50,96 <sub>(9)</sub>  | 50,12 <sub>(9)</sub> | 49,87 <sub>(9)</sub>  |
|           |                     | 34m33s                     | 43m13s                | 30m19s                | 32m3s                 | 30m15s               | 29m23s                |
| AGV       |                     | 49,04 <sub>(9)</sub>       | 49,27 <sub>(9)</sub>  | 48,51 <sub>(9)</sub>  | 50,20 <sub>(9)</sub>  | 49,18 <sub>(9)</sub> | 49,60 <sub>(9)</sub>  |
|           |                     | 173m15s                    | 204m45s               | 75m28s                | 37m52s                | 32m8s                | 33m33s                |

Por último en la tabla 5.42 se presentan los resultados para las instancias de 60, 90 y 120 cliente. Podemos observar que los mejores resultados, tomando como criterio de la menor distancia, se obtienen con el VNS, en las tres instancias. Pero si tenemos en cuenta el menor número de vehículos necesario para la planificación, en el caso de la instancia de 120, la mejor solución se encuentran utilizando el procedimiento híbrido GRASP-VNS. Nótese que las mejores soluciones no siempre se encuentran utilizando una mayor tolerancia en las restricciones y que las soluciones en el caso de la instancia de 120 el procedimiento VNS siendo las soluciones óptimas, los tiempos de computo son demasiado elevados.

Tabla 5.42: VRPTW con coeficientes difusos en las restricciones de ventanas de tiempo y costes difusos

| $n = 60$   |                                   | Demanda total = 1270             |  |                                  |  |                                      |  |
|------------|-----------------------------------|----------------------------------|--|----------------------------------|--|--------------------------------------|--|
| $\alpha =$ | 0,0                               | 0,2                              | 0,4                                    | 0,6                              | 0,8                                    | 1,0                                  |  |
| GRASP      | 45,21 <sub>(6)</sub><br>3,34s     | 49,31 <sub>(6)</sub><br>3,79s    | 49,14 <sub>(6)</sub><br>3,78s          | 50,22 <sub>(6)</sub><br>3,64s    | 48,15 <sub>(6)</sub><br>3,38s          | 47,67 <sub>(6)</sub><br>3,29s        |  |
| GRASP-VNS  | 45,21 <sub>(6)</sub><br>17m8s     | 49,11 <sub>(6)</sub><br>18m10s   | 49,14 <sub>(6)</sub><br>16m41s         | 48,72 <sub>(6)</sub><br>17m16s   | 45,78 <sub>(6)</sub><br>15m32s         | 47,61 <sub>(6)</sub><br>13m52s       |  |
| VNS        | 38,65 <sub>(7)</sub><br>50m55s    | 39,64 <sub>(8)</sub><br>45m14s   | 39,47 <sub>(7)</sub><br>43m13s         | 38,50 <sub>(7)</sub><br>49m8s    | <b>38,82<sub>(6)</sub></b><br>49m0s    | <b>37,75<sub>(7)</sub></b><br>49m49s |  |
| ACO        | 45,48 <sub>(6)</sub><br>17m13s    | 45,11 <sub>(6)</sub><br>11m19s   | 44,76 <sub>(6)</sub><br>12m57s         | 44,24 <sub>(6)</sub><br>13m27s   | 45,14 <sub>(6)</sub><br>12m36s         | 45,14 <sub>(6)</sub><br>13m9s        |  |
| AGV        | 40,95 <sub>(6)</sub><br>15m0s     | 41,91 <sub>(6)</sub><br>14m17s   | 43,07 <sub>(6)</sub><br>14m46s         | 41,27 <sub>(7)</sub><br>14m20s   | <b>40,53<sub>(6)</sub></b><br>14m14s   | 43,08 <sub>(6)</sub><br>14m57s       |  |
| $n = 90$   |                                   | Demanda total = 1930             |  |                                  |  |                                      |  |
| $\alpha =$ | 0,0                               | 0,2                              | 0,4                                    | 0,6                              | 0,8                                    |                                      |  |
| GRASP      | 69,72 <sub>(9)</sub><br>8,13s     | 68,25 <sub>(8)</sub><br>6,68s    | 65,96 <sub>(9)</sub><br>6,17s          | 69,80 <sub>(9)</sub><br>6,17s    | 64,98 <sub>(9)</sub><br>6,19s          | 67,26 <sub>(9)</sub><br>6,21s        |  |
| GRASP-VNS  | 69,72 <sub>(9)</sub><br>51m16s    | 68,25 <sub>(8)</sub><br>54m59s   | 65,96 <sub>(9)</sub><br>53m35s         | 67,54 <sub>(9)</sub><br>50m4s    | 66,35 <sub>(9)</sub><br>49m53s         | 68,97 <sub>(9)</sub><br>54m23s       |  |
| VNS        | 55,84 <sub>(10)</sub><br>97m12s   | 54,66 <sub>(10)</sub><br>131m3s  | 56,82 <sub>(9)</sub><br>147m32s        | 54,61 <sub>(10)</sub><br>126m4s  | <b>53,82<sub>(8)</sub></b><br>119m19s  | 54,98 <sub>(9)</sub><br>120m58s      |  |
| ACO        | 63,50 <sub>(9)</sub><br>3m42s     | 63,41 <sub>(8)</sub><br>3m42s    | 64,25 <sub>(9)</sub><br>3m42s          | 65,74 <sub>(9)</sub><br>3m41s    | 64,37 <sub>(8)</sub><br>3m444s         | 62,26 <sub>(8)</sub><br>3m48s        |  |
| AGV        | 63,03 <sub>(8)</sub><br>72m37s    | 62,86 <sub>(9)</sub><br>61m37s   | 62,81 <sub>(9)</sub><br>61m14s         | 63,79 <sub>(9)</sub><br>63m43s   | 64,09 <sub>(9)</sub><br>60m16s         | 59,36 <sub>(9)</sub><br>62m4s        |  |
| $n = 120$  |                                   | Demanda total = 2510             |  |                                  |  |                                      |  |
| $\alpha =$ | 0,0                               | 0,2                              | 0,4                                    | 0,6                              | 0,8                                    |                                      |  |
| GRASP      | 87,65 <sub>(11)</sub><br>13,94s   | 85,95 <sub>(11)</sub><br>13,54s  | 83,70 <sub>(11)</sub><br>12,20s        | 85,84 <sub>(11)</sub><br>12,20s  | 85,82 <sub>(11)</sub><br>12,15s        | 85,20 <sub>(11)</sub><br>12,29s      |  |
| GRASP-VNS  | 87,65 <sub>(11)</sub><br>136m42s  | 85,46 <sub>(11)</sub><br>136m39s | <b>77,70<sub>(11)</sub></b><br>114m22s | 85,84 <sub>(11)</sub><br>111m32s | 85,82 <sub>(11)</sub><br>102m9s        | 85,20 <sub>(11)</sub><br>97m14s      |  |
| VNS        | 123,59 <sub>(13)</sub><br>210m41s | 75,42 <sub>(12)</sub><br>189m4s  | 76,37 <sub>(13)</sub><br>194m47s       | 74,61 <sub>(12)</sub><br>314m35s | <b>74,44<sub>(12)</sub></b><br>324m52s | 74,51 <sub>(13)</sub><br>299m15s     |  |
| ACO        | 82,75 <sub>(11)</sub><br>42m11s   | 82,93 <sub>(11)</sub><br>41m58s  | 82,88 <sub>(11)</sub><br>42m7s         | 83,32 <sub>(11)</sub><br>42m17s  | 82,42 <sub>(11)</sub><br>42m22s        | 80,73 <sub>(11)</sub><br>42m21s      |  |
| AGV        | 79,66 <sub>(11)</sub><br>178m24s  | 78,14 <sub>(11)</sub><br>141m43s | 82,88 <sub>(11)</sub><br>145m24s       | 79,93 <sub>(11)</sub><br>138m18s | 81,25 <sub>(11)</sub><br>134m3s        | 80,73 <sub>(11)</sub><br>164m6s      |  |



## 5.5. Algunos resultados experimentales comparativos

En esta sección presentamos resultados experimentales comparativos que hemos llevado a cabo con algunos de los modelos propuestos. Presentamos varias comparaciones, en primer lugar entre los resultados obtenidos con nuestros procedimientos cuando utilizamos modelos con costes difusos y costes precisos, a continuación la comparación entre soluciones exactas y las obtenidas por los procedimientos propuestos en esta memoria, en tercer lugar entre las encontradas en la literatura y los procedimientos propuestos tanto para los modelos con restricciones difusas como para los modelos con coeficientes difusos en las restricciones y por último una comparación de los resultados de nuestros procedimientos para el VRPTW con restricciones difusas y las obtenidas por Ilog Cplex. Todos los resultados se han obtenido ejecutando las aplicaciones en el mismo ordenador (ver introducción del capítulo) utilizado para el resto de los experimentos recogidas en esta memoria.

En las primeras comparativas y terceras, es decir, entre las soluciones obtenidas con nuestro procedimientos con modelos diferentes y también entre las soluciones de los procedimientos propuestos en esta memoria, con las soluciones que hemos encontrado en la literatura, se utiliza la instancia de datos con 20 clientes que hemos venido utilizando en las secciones anteriores. Estas instancias propuestas en [302] los tiempos de viaje vienen representados con números difusos triangulares y las soluciones se obtienen con procedimientos similares.

Para el desarrollo de los comparaciones descritas en segundo lugar y en últimos lugar, con soluciones exactas obtenidas con Ilog Cplex y las soluciones encontradas por nuestros procedimientos, hemos utilizado una instancia de 20 clientes. Esta instancia en este caso ha sido generada a partir de los datos reales, exactamente como las que hemos utilizado a lo largo de la experimentación las instancias con 60, 90 y 120 clientes. La experimentación para la obtención de soluciones exactas se ha realizado con ILOG Cplex, uno de los optimizadores más conocidos en el ámbito de la programación matemática. Para ello hemos utilizado implementaciones realizadas en C++ para esta aplicación.

En primer lugar comparamos los resultados en distancias de las rutas,

obtenidos por los procedimientos propuestos para el modelo VRP con costes difusos calculados en tiempos (resultados de la experimentación en la primera sección 5.1); con los resultados obtenidos del mismo problema VRP modelado con función objetivo valorada en distancia y con datos precisos de tiempos y distancias. En la tabla 5.43 presentamos los resultados obtenidos para la instancia del modelo con 20 clientes para el VRP, con los valores de la función objetivo en distancia y los tiempos de ejecución. Los resultados de la misma experimentación utilizando la misma instancia pero aplicados al modelo VRPTW son presentados en la tabla 5.44.

Tabla 5.43: Resultados de distancia con VRP e instancias de 20

|           | Modelo con costes difusos tiempo | Modelo con costes precisos distancia |
|-----------|----------------------------------|--------------------------------------|
| GRASP     | 730 <sub>(3)</sub><br>1,23s      | 705 <sub>(3)</sub><br>0,10s          |
| GRASP-VNS | 715 <sub>(3)</sub><br>55,82s     | 655 <sub>(3)</sub><br>7,52s          |
| VNS       | 775 <sub>(3)</sub><br>1m33s      | 745 <sub>(3)</sub><br>15,31s         |
| ACO       | 785 <sub>(3)</sub><br>1m9s       | 680 <sub>(3)</sub><br>3,02s          |
| AGV       | 735 <sub>(3)</sub><br>5m19s      | 640 <sub>(3)</sub><br>9,40s          |

Tabla 5.44: Resultados de distancia con VRPTW e instancias de 20

|           | Modelo con costes difusos tiempo | Modelo con costes precisos distancia |
|-----------|----------------------------------|--------------------------------------|
| GRASP     | 730 <sub>(3)</sub><br>0,36s      | 710 <sub>(3)</sub><br>0,09s          |
| GRASP-VNS | 715 <sub>(3)</sub><br>22,38s     | 680 <sub>(3)</sub><br>8,08s          |
| VNS       | 775 <sub>(3)</sub><br>56,79s     | 700 <sub>(3)</sub><br>15,73s         |
| ACO       | 785 <sub>(3)</sub><br>18,14s     | 685 <sub>(3)</sub><br>2,22s          |
| AGV       | 740 <sub>(3)</sub><br>50,19s     | 640 <sub>(3)</sub><br>9,38s          |

En segundo lugar en la tabla 5.45, presentamos los mejores resultados obtenidos con nuestros procedimientos cuando la función objetivo es calculada en tiempos para los modelos VRP y VRPTW, conjuntamente con las soluciones obtenidas con ILOG Cplex tratando de encontrar soluciones exactas. Se presentan la mejores soluciones obtenidas para ambos modelos y la solución más cercana a la mejor obtenida por nuestro procedimiento, con los correspondientes tiempos de computo y el gaps con la cota superior e inferior en porcentajes de referencia. Con ambos modelos VRP y VRPTW ILOG Cplex, en el ordenador utilizado, no ha sido capaz de encontrar las soluciones exactas para este problema con instancias mayores de 20, por dificultades en la capacidad de memoria necesaria en la ejecución. Todas las soluciones que se presentan se obtienen con 3 rutas.

Tabla 5.45: Resultados obtenidos

| Modelo                                   | Coste de la solución | Tiempo de computo | % Gap   |
|--|----------------------|-------------------|---------|
| Mejores soluciones enfoque propuesto     |                      |                   |         |
| VRP                                      | 640                  | 9.40s             | –       |
| VRPTW                                    | 640                  | 9.38s             | –       |
| Soluciones más cercanas con Cplex        |                      |                   |         |
| VRP                                      | 645                  | 41.18s            | 26.88 % |
| VRPTW                                    | 640                  | 12.62s            | 27.99 % |
| Mejores soluciones encontradas con Cplex |                      |                   |         |
| VRP                                      | 625                  | 6m 14s            | 21.92 % |
| VRPTW                                    | 615                  | 42m 25s           | 20.48 % |

En tercer lugar con el modelo más general, el VRPTW, vamos a comparar los resultados obtenidos con nuestro enfoque para tratar las restricciones difusas con el enfoque que fue publicado en [302]. En este modelo la función objetivo viene descrita por el total de la distancia recorrida por todas la rutas visitando a todos los clientes. Utilizamos el enfoque propuesto, motivado por la imposibilidad de tener con precisión los tiempos de viaje, tratando las restricciones con flexibilidad y abordadas como restricciones difusas. A efectos de comparar con los resultados obtenidos por Peng et al. en esta subsección utilizamos esta instancia de 20 clientes y consideramos que las capacidades de cada uno de los camiones es 900, en vez de los 1000 que hemos utilizado en el resto de la experimentación.

Con este enfoque los valores alcanzados en la función objetivo y los

tiempos de ejecución para este problema con la instancia de 20 clientes con 100, 1000 y 10000 se muestran en la tabla 5.46. Nótese que la metaheurística implementada ACO no aparece porque no es capaz de encontrar soluciones para este modelo y esta instancia y ACO-GRASP-VNS en muy pocas situaciones y cuando las encuentra, comparativamente no son la mejores.

Tabla 5.46: VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en distancias

| $n = 20$   |                                | N° de iteraciones = 100        |                                |                                |                                |                                |  |
|------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--|
| $\alpha =$ | 0,0                            | 0,2                            | 0,4                            | 0,6                            | 0,8                            | 1,0                            |  |
| GRASP      | 800 <sub>(4)</sub><br>0,44s    | 785 <sub>(4)</sub><br>0,42s    | 765 <sub>(4)</sub><br>0,42s    | 785 <sub>(4)</sub><br>0,46s    | 815 <sub>(4)</sub><br>0,59s    | 795 <sub>(4)</sub><br>0,66s    |  |
| GRASP-VNS  | 710 <sub>(4)</sub><br>44,24s   | 705 <sub>(4)</sub><br>49,06s   | 705 <sub>(4)</sub><br>45,63s   | 685 <sub>(4)</sub><br>50,62s   | 685 <sub>(4)</sub><br>44,99s   | 680 <sub>(4)</sub><br>45,38s   |  |
| VNS        | 710 <sub>(4)</sub><br>1m22s    | 670 <sub>(4)</sub><br>1m36s    | 700 <sub>(4)</sub><br>1m26s    | 700 <sub>(4)</sub><br>1m32s    | 725 <sub>(4)</sub><br>1m32s    | 730 <sub>(4)</sub><br>1m28s    |  |
| AGV        | 710 <sub>(4)</sub><br>51,81s   |                                |                                |                                | 705 <sub>(4)</sub><br>37,35s   | 675 <sub>(4)</sub><br>50,13s   |  |
| $n = 20$   |                                | N° iteraciones = 1000          |                                |                                |                                |                                |  |
| $\alpha =$ | 0,0                            | 0,2                            | 0,4                            | 0,6                            | 0,8                            |                                |  |
| GRASP      | 765,0 <sub>(4)</sub><br>4,02s  | 765,0 <sub>(4)</sub><br>3,96s  | 775,0 <sub>(4)</sub><br>3,91s  | 770,0 <sub>(4)</sub><br>3,94s  | 740,0 <sub>(4)</sub><br>4,04s  | 765,0 <sub>(4)</sub><br>3,85s  |  |
| GRASP-VNS  | 675 <sub>(4)</sub><br>7m41s    | 685 <sub>(4)</sub><br>7m41s    | 675 <sub>(4)</sub><br>7m34s    | 675 <sub>(4)</sub><br>7m25s    | 675 <sub>(4)</sub><br>7m34s    | 675 <sub>(4)</sub><br>7m19s    |  |
| VNS        | 670 <sub>(4)</sub><br>13m34s   | 690 <sub>(4)</sub><br>12m31s   | 675 <sub>(4)</sub><br>12m31s   | 675 <sub>(4)</sub><br>12m24s   | 675 <sub>(4)</sub><br>12m34s   | 675 <sub>(4)</sub><br>12m44s   |  |
| AGV        | 700 <sub>(4)</sub><br>7m23s    |                                | 660 <sub>(4)</sub><br>7m18s    |                                |                                |                                |  |
| $n = 20$   |                                | N° iteraciones = 10000         |                                |                                |                                |                                |  |
| $\alpha =$ | 0,0                            | 0,2                            | 0,4                            | 0,6                            | 0,8                            |                                |  |
| GRASP      | 740,0 <sub>(4)</sub><br>30,58s | 735,0 <sub>(4)</sub><br>32,20s | 725,0 <sub>(4)</sub><br>39,98s | 725,0 <sub>(4)</sub><br>38,83s | 740,0 <sub>(4)</sub><br>47,08s | 735,0 <sub>(4)</sub><br>43,55s |  |
| GRASP-VNS  | 675 <sub>(4)</sub><br>97m22s   | 675 <sub>(4)</sub><br>95m15s   | 675 <sub>(4)</sub><br>87m40s   | 675 <sub>(4)</sub><br>67m17s   | 665 <sub>(4)</sub><br>65m40s   | 665 <sub>(4)</sub><br>66m39s   |  |
| VNS        | 660 <sub>(4)</sub><br>122m43s  | 660 <sub>(4)</sub><br>123m23s  | 665 <sub>(4)</sub><br>100m44s  | 670 <sub>(4)</sub><br>100m8s   | 665 <sub>(4)</sub><br>99m26s   | 660 <sub>(4)</sub><br>98m23s   |  |
| AGV        | 680 <sub>(4)</sub><br>71m38s   |                                |                                |                                |                                |                                |  |

Si comparamos los resultados obtenidos y presentados anteriormente con los resultados obtenidos para el mismo problema VRPTW pero donde se abordan las restricciones con coeficientes difusos (experimentación descrita en la sección 5.3) vemos que con esta instancia de 20 obtenemos resultados similares. En este modelo la función objetivo viene descrita por el total de la distancia recorrida por todas la rutas visitando a todos los clientes. Y tal y como describimos en la sección correspondiente, debido a la imprecisión de los tiempos de ir de un nodo a otro, representamos los tiempos como números difusos triangulares y por tanto estamos ante un modelo con restricciones en este caso las ventanas de tiempo, con coeficientes difusos. También a efectos de comparar con los resultados obtenidos por Peng et al., igual que en el caso anterior, consideramos que las capacidades de cada uno de los camiones es 900, en vez de los 1000 que hemos utilizado en el resto de la experimentación. Con este enfoque los valores alcanzados en la función objetivo y los tiempos de ejecución para este problema con la instancias de 20 clientes con 100, 1000 y 10000 se muestran en la tabla 5.47. Nótese que la metaheurística implementada ACO no aparece porque no es capaz de encontrar soluciones para este modelo y esta instancia y ACO-GRASP-VNS en muy pocas situaciones y cuando las encuentra, comparativamente no son la mejores.

Un resumen de los valores de la función objetivo de las mejores soluciones obtenidas para cada un de los procedimientos, modelos y número de iteraciones, se presentan en la tabla 5.48 y 5.49. Cuando las soluciones son iguales hemos seleccionado aquella solución que mejoren en los tiempos. En muchos de los casos cuando los valores de la función objetivo son iguales, también lo son las soluciones.

Por otro lado, comparando los valores de la función objetivo de las solución obtenidas con el enfoque propuesto y la solución obtenida por los autores en [302], podemos observar que salvo las soluciones obtenidas por GRASP, el resto de procedimientos encuentran soluciones mejores. En la tabla 5.50 vienen descrita la solución encontrada por los autores Pen et al. ( Modelo FuzzyCCP) y alguna de las soluciones encontradas por nuestros procedimientos, en particular las mejores de los procedimientos VNS y GRASP-VNS, y la obtenida en el menor tiempo. Obsérvese en la soluciones las distribución de cargas en los vehículos, que aunque en nuestro caso son homogéneas las capacidades, respetan en todas las soluciones en el mejor de los casos las cargas heterogéneos de la solución que estamos comparando.

Se pueden encontrar una comparativa similar de soluciones encontradas

Tabla 5.47: VRPTW con restricciones de ventana de tiempo con coeficientes difusos y costes expresados en distancias

| $n = 20$   |                                | Nº de iteraciones = 100        |                                |                                |                                |                                |  |
|------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--|
| $\alpha =$ | 0,0                            | 0,2                            | 0,4                            | 0,6                            | 0,8                            | 1,0                            |  |
| GRASP      | 800 <sub>(4)</sub><br>0,44s    | 785 <sub>(4)</sub><br>0,39s    | 765 <sub>(4)</sub><br>0,37s    | 785 <sub>(4)</sub><br>0,38s    | 815 <sub>(4)</sub><br>0,37s    | 795 <sub>(4)</sub><br>0,39s    |  |
| GRASP-VNS  | 710 <sub>(4)</sub><br>51,36s   | 705 <sub>(4)</sub><br>58,71s   | 705 <sub>(4)</sub><br>1m17s    | 685 <sub>(4)</sub><br>1m20s    | 685 <sub>(4)</sub><br>1m24s    | 680 <sub>(4)</sub><br>1m32s    |  |
| VNS        | 710 <sub>(4)</sub><br>1m26s    | 670 <sub>(4)</sub><br>1m44s    | 700 <sub>(4)</sub><br>1m39s    | 700 <sub>(4)</sub><br>1m30s    | 725 <sub>(4)</sub><br>1m29s    | 730 <sub>(4)</sub><br>1m17s    |  |
| AGV        | 710 <sub>(4)</sub><br>3m11s    | 685 <sub>(4)</sub><br>1m24s    |                                |                                |                                |                                |  |
| $n = 20$   |                                | Nº iteraciones = 1000          |                                |                                |                                |                                |  |
| $\alpha =$ | 0,0                            | 0,2                            | 0,4                            | 0,6                            | 0,8                            |                                |  |
| GRASP      | 765,0 <sub>(4)</sub><br>3,51s  | 765,0 <sub>(4)</sub><br>3,50s  | 775,0 <sub>(4)</sub><br>3,83s  | 770,0 <sub>(4)</sub><br>3,59s  | 740,0 <sub>(4)</sub><br>3,43s  | 765,0 <sub>(4)</sub><br>3,47s  |  |
| GRASP-VNS  | 675 <sub>(4)</sub><br>10m14s   | 685 <sub>(4)</sub><br>10m38s   | 675 <sub>(4)</sub><br>11m4s    | 675 <sub>(4)</sub><br>12m16s   | 675 <sub>(4)</sub><br>13m13s   | 675 <sub>(4)</sub><br>9m57s    |  |
| VNS        | 670 <sub>(4)</sub><br>13m11s   | 680 <sub>(4)</sub><br>13m51s   | 675 <sub>(4)</sub><br>16m6s    | 675 <sub>(4)</sub><br>19m6s    | 675 <sub>(4)</sub><br>14m33s   | 675 <sub>(4)</sub><br>11m58s   |  |
| AGV        |                                |                                |                                |                                |                                |                                |  |
| $n = 20$   |                                | Nº iteraciones = 10000         |                                |                                |                                |                                |  |
| $\alpha =$ | 0,0                            | 0,2                            | 0,4                            | 0,6                            | 0,8                            |                                |  |
| GRASP      | 740,0 <sub>(4)</sub><br>33,02s | 730,0 <sub>(4)</sub><br>31,03s | 725,0 <sub>(4)</sub><br>39,34s | 725,0 <sub>(4)</sub><br>43,80s | 760,0 <sub>(4)</sub><br>40,26s | 735,0 <sub>(4)</sub><br>39,91s |  |
| GRASP-VNS  | 675 <sub>(4)</sub><br>114m8s   | 675 <sub>(4)</sub><br>105m5s   | 675 <sub>(4)</sub><br>97m20s   | 675 <sub>(4)</sub><br>96m58s   | 665 <sub>(4)</sub><br>96m2s    | 665 <sub>(4)</sub><br>89m59s   |  |
| VNS        | 660 <sub>(4)</sub><br>150m8s   | 660 <sub>(4)</sub><br>130m10s  | 665 <sub>(4)</sub><br>126m50s  | 670 <sub>(4)</sub><br>126m39s  | 665 <sub>(4)</sub><br>108m28s  | 660 <sub>(4)</sub><br>101m34s  |  |
| AGV        |                                |                                |                                | 660 <sub>(4)</sub><br>85m38s   |                                |                                |  |

Tabla 5.48: Resultados del VRPFTW con la instancias de 20 clientes

|                  | 20 clientes |         |         |
|------------------|-------------|---------|---------|
| Metaheur./N°Mov. | 100         | 1000    | 10000   |
| GRASP            | 765         | 740     | 725     |
|                  | 0.42s       | 4.04s   | 38.83s  |
| GRASP-VNS        | 680         | 675     | 665     |
|                  | 45.38s      | 7m 19s  | 65m 40s |
| VNS              | 670         | 670     | 660     |
|                  | 1m 36s      | 13m 34s | 98m 23s |
| ACO-GRASP-VNS    | 675         | 660     | 680     |
|                  | 50.13s      | 7m 18s  | 71m 38s |

Tabla 5.49: Resultados del VRPFTW con la instancias de 20 clientes

|                  | 20 clientes |         |          |
|------------------|-------------|---------|----------|
| Metaheur./N°Mov. | 100         | 1000    | 10000    |
| GRASP            | 765         | 740     | 725      |
|                  | 0.37s       | 3.43s   | 39.34s   |
| GRASP-VNS        | 680         | 675     | 665      |
|                  | 1m 32s      | 9m 57s  | 89m 59s  |
| VNS              | 670         | 670     | 660      |
|                  | 1m 44s      | 13m 11s | 101m 34s |
| ACO-GRASP-VNS    | 685         |         | 660      |
|                  | 1m 24s      |         | 85m 38s  |

con versiones preliminares de nuestros procedimientos en [10], aunque utilizando una aproximación diferente a la utilizada anteriormente, también descrita en 3.2.1

Tabla 5.50: Soluciones óptimas del VRPFTW con 20 clientes

|   | Rutas                   | Carga útil (Capacidad) |
|---|-------------------------|------------------------|
| FuzzyCCP                      Objetivo alcanzado = 720            |                         |                        |
| R1:   | [0 7 17 19 20 10 0]     | 645(1000)              |
| R2:   | [0 2 8 13 4 0]          | 595(900)               |
| R3:   | [0 1 11 5 12 16 0]      | 840(850)               |
| R4:   | [0 9 15 14 6 18 3 0]    | 700(800)               |
| VNS                                      Objetivo alcanzado = 660 |                         |                        |
| R1:   | [0 9 15 1 14 6 3 18 0]  | 900(900)               |
| R2:   | [0 2 8 20 17 19 10 4 0] | 840(900)               |
| R3:   | [0 16 12 5 11 7 0]      | 840(900)               |
| R4:   | [0 13 0]                | 200(900)               |
| GRASPVNS                      Objetivo alcanzado = 665            |                         |                        |
| R1:   | [0 9 15 3 14 6 1 18 0]  | 900(900)               |
| R2:   | [0 4 10 19 17 20 8 2 0] | 840(900)               |
| R3:   | [0 16 12 5 11 7 0]      | 840(900)               |
| R4:   | [0 13 0]                | 200(900)               |
| GRASPVNS                      Objetivo alcanzado = 680            |                         |                        |
| R1:   | [0 15 9 14 3 6 1 18 0]  | 900(900)               |
| R2:   | [0 16 12 5 11 7 0]      | 840(900)               |
| R3:   | [0 4 10 17 19 20 0]     | 605(900)               |
| R4:   | [0 2 8 13 0]            | 435(900)               |

Por último en esta sección, vamos a comparar los resultados obtenidos en la experimentación del modelo VRPTW con restricciones difusas con los obtenidos utilizando el optimizador genérico Ilog Cplex. Para realizar esta comparación cuyos resultados los presentamos en las tablas siguientes hemos utilizados las instancias generadas con 20 clientes a partir de los datos reales. La experimentación se ha realizado exactamente en el mismo equipo que el resto de procedimientos, descrito en la introducción. Se ha realizado con estas instancias porque con instancias mayores como las que hemos utilizado de 60, 90 y 120 ILOG Cplex con el modelo que hemos utilizado, no ha sido capaz de encontrar soluciones exacts, ni tampoco con las instancias de 20 propuestas en [302]. Además de esta comparativa hemos utilizado las mismas para obtener una ejemplificación, visualizando los resultados en cartografía real, lo cual



nos facilita una visión realista de las soluciones, a partir de los datos reales disponibles. Este último no sería posible con las instancias de 20 utilizadas en el resto dada su naturaleza ficticia.

Los resultados, como valores de la función objetivo definida en términos de distancia total recorrida de cada una de las soluciones obtenidos con estas instancias por nuestros procedimientos se presentan en la tabla 5.51. Conjuntamente en la última fila se presenta los valores de la función objetivo de las soluciones exactas obtenidas por ILOG Cplex, para cada una de los niveles de tolerancia equivalente a los valores de  $\alpha$ . Nótese que para algún valor no ha sido capaz de encontrar esta solución exacta y se presenta el valor de la mejor solución obtenida, con el correspondiente porcentaje del GAP.

Tabla 5.51: VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en distancias

| $n = 20$   | Demanda total = 460                   |                                     |                                |                                 |                                |                                |
|------------|---------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| $\alpha =$ | 0,0                                   | 0,2                                 | 0,4                            | 0,6                             | 0,8                            | 1,0                            |
| GRASP      | 565,4 <sub>(3)</sub><br>0,36s         | 548,9 <sub>(3)</sub><br>0,36s       | 539,2 <sub>(3)</sub><br>0,35s  | 552,8 <sub>(3)</sub><br>0,32s   | 540,4 <sub>(3)</sub><br>0,35s  | 545,8 <sub>(3)</sub><br>0,37s  |
| GRASP-VNS  | <b>340,1</b> <sub>(2)</sub><br>56,76s | 360,1 <sub>(2)</sub><br>1m7s        | 352,5 <sub>(2)</sub><br>1m16s  | 355,2 <sub>(2)</sub><br>1m28s   | 351,3 <sub>(2)</sub><br>1m23s  | 350,8 <sub>(2)</sub><br>1m18s  |
| VNS        | 345,8 <sub>(2)</sub><br>1m10s         | 353,7 <sub>(2)</sub><br>1m37s       | 349,1 <sub>(2)</sub><br>1m21s  | 345,0 <sub>(2)</sub><br>1m21s   | 353,8 <sub>(2)</sub><br>1m4s   | 352,7 <sub>(2)</sub><br>1m1s   |
| ACO        | 440,9 <sub>(3)</sub><br>20,33s        | 405,1 <sub>(3)</sub><br>16,76s      | 406,3 <sub>(3)</sub><br>16,71s | 405,1 <sub>(3)</sub><br>17,35s  | 376,0 <sub>(2)</sub><br>17,63s | 429,9 <sub>(4)</sub><br>17,59s |
| AGV        | 357,9 <sub>(2)</sub><br>1m19s         | 360,2 <sub>(3)</sub><br>1m1s        | 365,2 <sub>(2)</sub><br>1m7s   | 346,0 <sub>(2)</sub><br>1m1s    | 362,1 <sub>(3)</sub><br>56,56s | 358,4 <sub>(3)</sub><br>59,63s |
| ILOG Cplex | 292,0 <sub>(2)</sub><br>12m24s        | 293,3 <sub>(14,81%)</sub><br>10m24s | 293,3 <sub>(2)</sub><br>45,03s | 293,3 <sub>(2)</sub><br>176m30s | 324,3 <sub>(2)</sub><br>3m55s  | 332,6 <sub>(2)</sub><br>54,50s |

En la tabla 5.52 vienen descritas las mejores soluciones encontradas por nuestros procedimientos, en particular las mejores de los procedimientos GRASP-VNS, y las obtenidas por ILOG Cplex, tanto en el caso de que no existan tolerancia ( $\alpha = 1,0$ ), un problema exacto real, como cuando flexibilizamos las restricciones de ventana de tiempo con alguna tolerancia. Obsérvese también las capacidades utilizadas de carga de los vehículos en

cada caso.

Tabla 5.52: Soluciones óptimas del VRPFTW con 20 clientes

| Rutas                                  | Carga útil (Capacidad) |
|--|------------------------|
| Mejor solución sin tolerancia          | Longitud = 350.8       |
| R1: [0 7 10 11 3 19 18 14 20 6 15 4 0] | 240(250)               |
| R2: [0 12 2 1 8 17 13 16 5 9 0]        | 220(250)               |
| Mejor solución con tolerancia          | Longitud = 340.1       |
| R1: [0 7 10 6 4 19 11 3 20 18 14 15 0] | 240(250)               |
| R2: [0 2 12 1 8 17 13 16 5 9 0]        | 220(250)               |
| Cplex sin tolerancia                   | Longitud = 332.6       |
| R1: [0 10 6 4 19 14 11 3 20 18 15 7 0] | 240(250)               |
| R2: [0 10 6 4 19 14 11 3 20 18 15 7 0] | 220(250)               |
| Cplex con tolerancia                   | Longitud = 292.0       |
| R1: [0 10 6 15 4 19 18 14 3 11 7 0]    | 220(250)               |
| R2: [0 12 2 1 16 5 9 13 8 17 20 0]     | 240(250)               |

En la figuras 5.1 y 5.2 se representan respectivamente la mejor de las soluciones encontradas con los procedimientos metaheurísticos, la solución cuya ruta recorre un total de 340.1 y la solución exacta encontrada por Ilog Cplex, con longitud 292.0. El mapa fue obtenido con las correspondientes coordenada reales a través de la aplicación disponible en la red “www.batchgeo.com” y está disponible en <http://batchgeo.com/map/ac96b95670a8e9a832c5ed0422535e17> e incorporada a nuestro resolutor, que dispone de esta funcionalidad, como imagen. Los nodos representados en el mapa con letras tienen la siguiente correspondencia con los nodos numéricos de las rutas ||  $A \blacktriangleright 0$   $B \blacktriangleright 1$   $C \blacktriangleright 2$   $D \blacktriangleright 3$   $E \blacktriangleright 4$   $F \blacktriangleright 5$   $G \blacktriangleright 6$   $H \blacktriangleright 7$   $I \blacktriangleright 8$   $J \blacktriangleright 9$   $K \blacktriangleright 10$   $L \blacktriangleright 11$   $M \blacktriangleright 12$   $N \blacktriangleright 13$   $O \blacktriangleright 14$   $P \blacktriangleright 15$   $Q \blacktriangleright 16$   $R \blacktriangleright 17$   $S \blacktriangleright 18$   $T \blacktriangleright 19$   $U \blacktriangleright 20$  ||, donde 0 y A se corresponden con el depósito y el resto los 20 clientes.

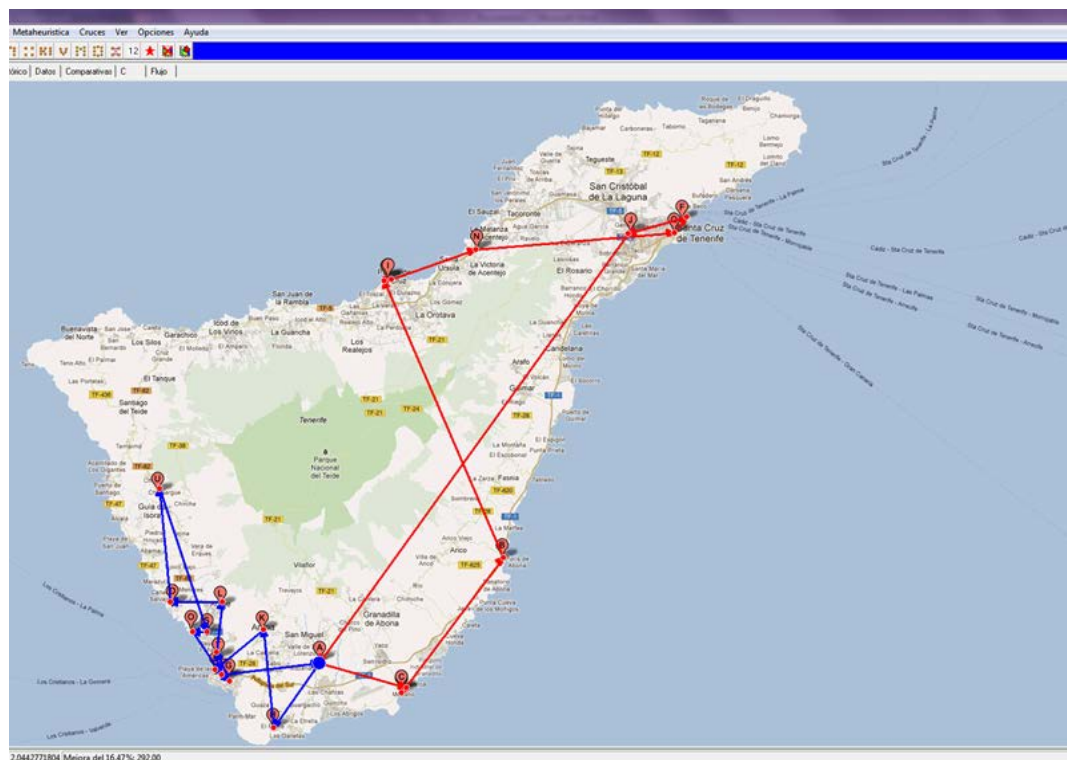


Figura 5.1: Solución GRASP-VNS con 20 nodos

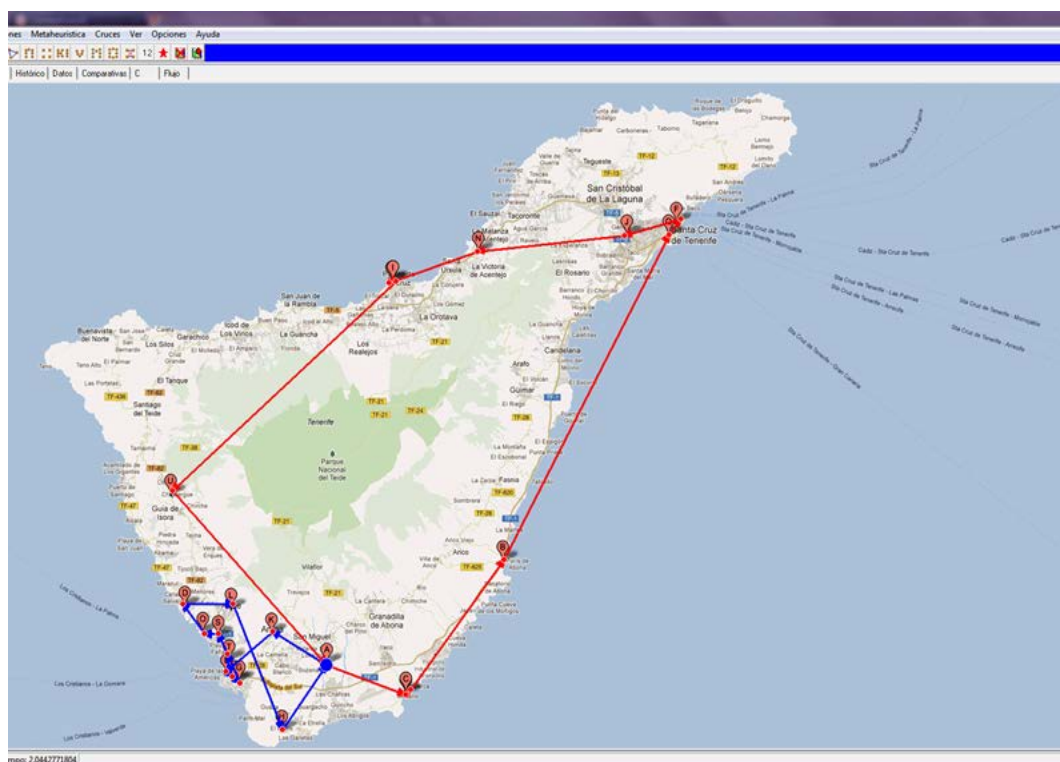


Figura 5.2: Solución Cplex con 20 nodos

## 5.6. Hiperheurísticas con VRPTW para productos congelados y restricciones difusas

En esta sección presentamos los resultados preliminares de la experimentación de las hiperheurísticas ACO y PSO con GRASP-VNS, descritas en el capítulo anterior 4 aplicadas al modelo VRPTW para productos congelados con restricciones de ventanas de tiempo imprecisas y tratadas como difusas con el enfoque propuesto. Para la experimentación hemos utilizado las instancias reales de 71 clientes y las instancias de 60 y 90 del problema generado a partir de las instancias reales. Los valores de los parámetros para los procedimientos fueron descritos en la introducción de este mismo capítulo.

En primer lugar presentamos algunos resultados utilizando la instancia de 71. El procedimiento GRASP implementado encuentra soluciones para un número de rutas dado, en este caso 12. Dado que la experimentación se realizó para el modelo con restricciones difusas, las soluciones se encontraron para diversos valores de  $\alpha$ . En la tabla 5.53 se muestra un resumen las mejores soluciones encontradas para los distintos valores de  $\alpha$  utilizados, aplicando las dos hiperheurísticas implementadas.

Tabla 5.53: VRPTW para productos congelados con restricciones difusos

| $n = 71$        |            | Demanda total = 851 |              |              |       |
|-----------------|------------|---------------------|--------------|--------------|-------|
| Hiperheurística | $\alpha =$ | 0,0                 | 0,4          | 0,8          | 1,0   |
| ACO:GRASP-VNS   |            | 499,9               | 493,3        | <b>492,2</b> | 497,0 |
| PSO:GRASP-VNS   |            | 494,8               | <b>493,3</b> | 503,0        | 501,0 |

En la figura 5.3 presentamos los resultados de la experimentación de cada una de las 10 generaciones realizadas para la hiperheurística ACO y PSO para valores de  $\alpha = 1,0$ , cuyos valores aparecen reflejados en la tabla 5.54. Además de los valores medios de la función objetivo obtenida para cada uno de los enjambres, se presentan los valores de la mejor solución y los parámetros ( $l$ , tamaño de LCR y  $k$ , tamaño de entorno), en las que se obtuvo las mejores soluciones. Nótese como las hiperheurísticas ACO y PSO van modificando los parámetros ( $l$ ,  $k$ ) adaptando el GRASP-VNS para ir

encontrando la mejor solución. Puede observarse, aunque sería más claro si el número de generaciones fuera mayor, una cierta tendencia de mejora de las soluciones encontradas con la evolución del enjambre.

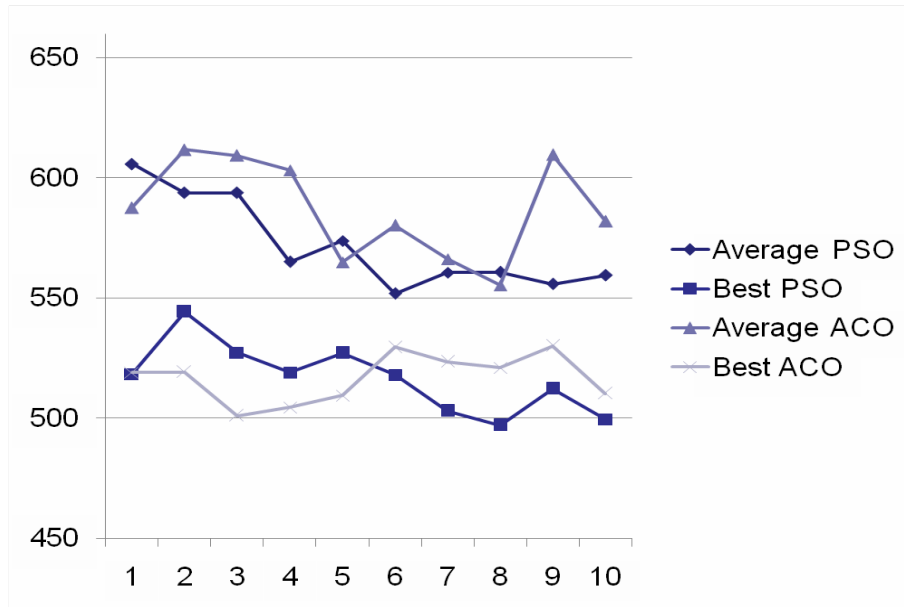


Figura 5.3: Evolución de las soluciones

A continuación y para terminar se presentan los resultados de la experimentación para la instancia de 60 en este caso solamente hemos utilizado 5 generaciones para cada una de las hiperheurísticas basadas en ACO y PSO y las hemos obtenidos para valores de  $\alpha = 0,2, 0,4, 0,8$  y  $1,0$ . En la tabla 5.55 presentamos los mejores resultados obtenidos. De la misma manera, en las figuras 5.4, 5.5, 5.6 y 5.7 presentamos los resultados (medias, mejores soluciones y valores de los parámetros para esta última) de las experimentación de cada una de las 5 generaciones realizadas para la hiperheurística ACO y PSO y para cada uno de los valores de  $\alpha$ . Todos estos resultados se muestran en la tabla 5.56.

Tabla 5.54: Valores de la función objetivo y parámetros

| Hiperheurística ACO:GRASP-VNS |            |                   |
|-------------------------------|------------|-------------------|
| Media                         | Mejor      | Parámetros (l, k) |
| 605.76                        | 518.3      | (5,5)             |
| 593.82                        | 544,3      | (5,5)             |
| 593.72                        | 527,3      | (5,5)             |
| 565.01                        | 519        | (5,5)             |
| 573.88                        | 527        | (4,4)             |
| 551.81                        | 518        | (4,4)             |
| 560.57                        | 503        | (4,3)             |
| 560.71                        | <b>497</b> | (4,3)             |
| 555.76                        | 512,3      | (4,4)             |
| 559.39                        | 499,5      | (4,4)             |
| Hiperheurística PSO:GRASP-VNS |            |                   |
| Media                         | Mejor      | Parámetros (l, k) |
| 587.6                         | 519        | (4,3)             |
| 611.7                         | 519,1      | (5,3)             |
| 609.25                        | <b>501</b> | (5,4)             |
| 603.23                        | 504,5      | (4,4)             |
| 564.93                        | 509,4      | (4,5)             |
| 580.18                        | 529,5      | (4,5)             |
| 566.23                        | 523,5      | (5,3)             |
| 555.3                         | 521        | (5,3)             |
| 609.7                         | 530        | (4,3)             |
| 582                           | 510,3      | (4,3)             |

Tabla 5.55: VRPTW para productos congelados con restricciones difusas

| $n = 60$        | Demanda total = 851 |       |       |       |       |
|-----------------|---------------------|-------|-------|-------|-------|
| Hiperheurística | $\alpha =$          | 0,2   | 0,4   | 0,8   | 1,0   |
| ACO:GRASP-VNS   |                     | 827,9 | 831,7 | 782,5 | 853,3 |
| PSO:GRASP-VNS   |                     | 800,1 | 849,7 | 829,4 | 841,8 |

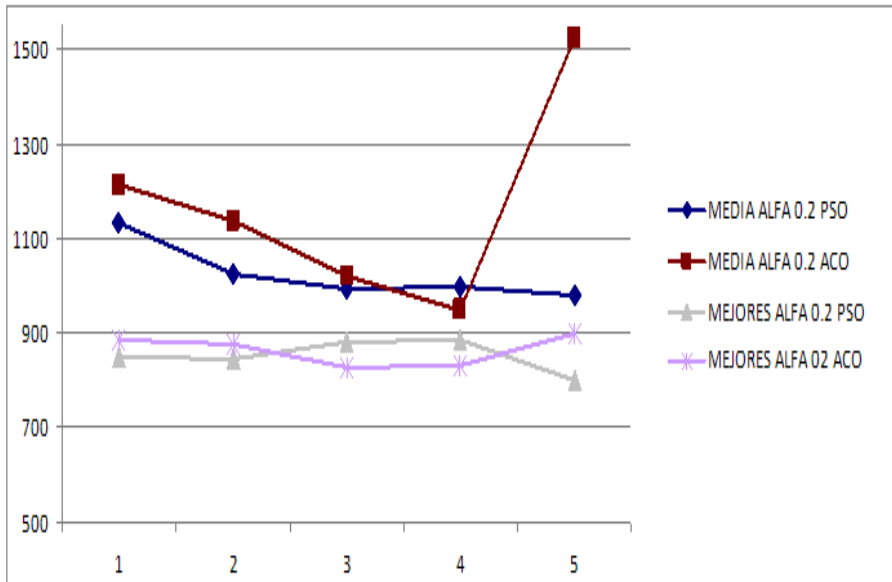


Figura 5.4: Evolución de las soluciones para  $\alpha = 0,2$

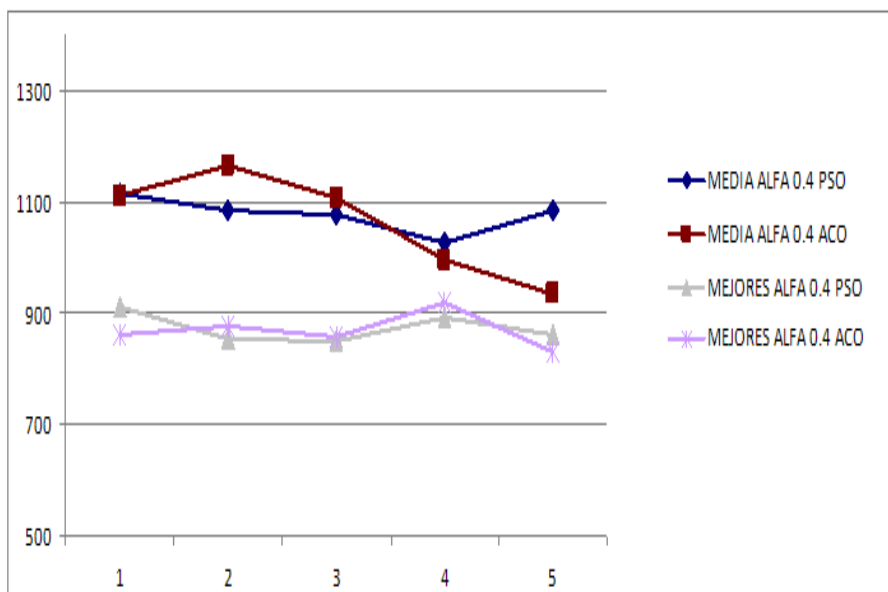


Figura 5.5: Evolución de las soluciones para  $\alpha = 0,4$



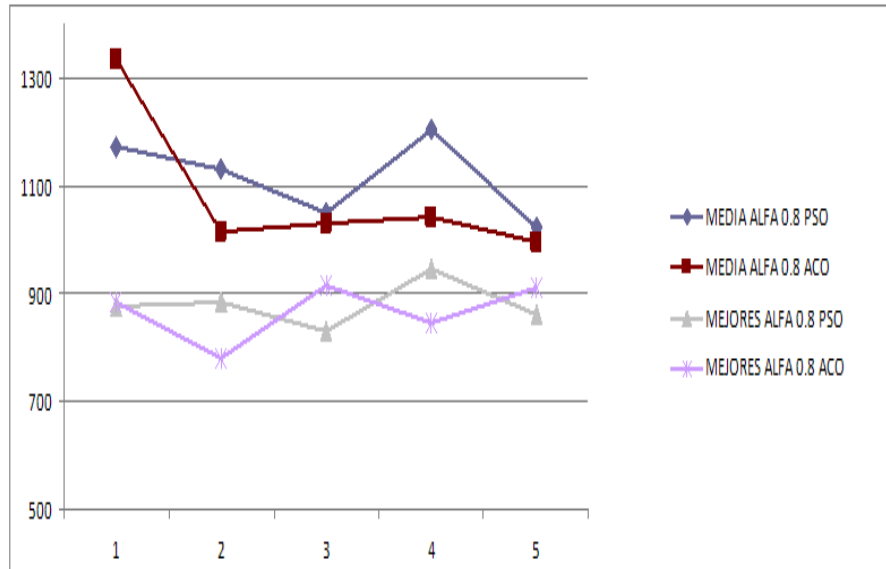


Figura 5.6: Evolución de las soluciones para  $\alpha = 0,8$

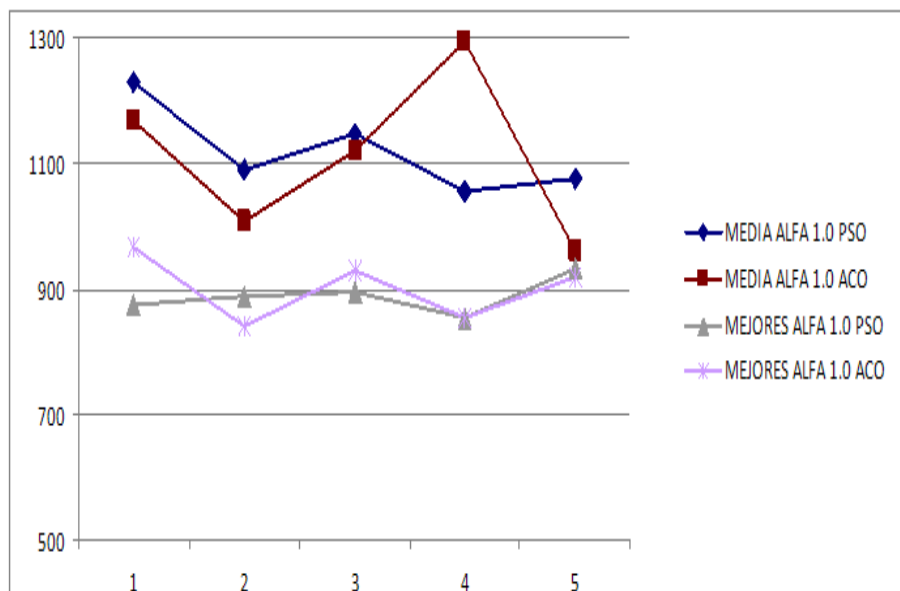


Figura 5.7: Evolución de las soluciones para  $\alpha = 1,0$

Tabla 5.56: Valores de la función objetivo y parámetros

| ACO:G-V $\alpha = 1,0$ |       |                   |          |
|------------------------|-------|-------------------|----------|
| Media                  | Mejor | Parámetros (l, k) | Nº Rutas |
| 1227.88                | 875.2 | (1,4)             | 7        |
| 1088.23                | 886.7 | (4,3)             | 8        |
| 1147.75                | 893.9 | (1,4)             | 7        |
| 1055.04                | 853.3 | (3,3)             | 7        |
| 1074.65                | 932.3 | (1,4)             | 8        |
| PSO:G-V $\alpha = 1,0$ |       |                   |          |
| Media                  | Mejor | Parámetros (l,k)  | Nº Rutas |
| 1167.31                | 967.8 | (3,4)             | 8        |
| 1008.17                | 841.8 | (3,4)             | 7        |
| 1120.93                | 930.5 | (3,4)             | 8        |
| 1294.5                 | 853.3 | (3,4)             | 7        |
| 960.02                 | 917.4 | (1,4)             | 8        |

## 5.7. Conclusiones y valoraciones de la experimentación

En este capítulo se han presentado los resultados de la experimentación que hemos llevado a cabo utilizando el enfoque propuesto, basado en técnicas de Soft Computing. Empleando distintos modelos de optimización difusa se han resuelto problemas de planificación de rutas de distribución con componentes imprecisas. Además de los modelos VRP y del VRPTW, se han formulado y resuelto modelos para la planificación de la distribución de productos congelados y el uso de flotas mixtas, propias y subcontratadas. Para encontrar soluciones se han utilizado diversos procedimientos metaheurísticos implementados a fin de evaluar la eficiencia de la combinación o hibridación de los mismos, incluyendo los diseñados a partir de la noción de hiperheurística. Para confirmar la coherencia del enfoque propuesto y de los modelos aplicados, así como para analizar el comportamiento de los métodos, se recurrió a instancias diversas indole.

Las siguientes consideraciones acerca de la experimentación pueden ayudar a justificar algunos de aspectos de la misma:

- Los modelos y variantes utilizados del VRP son los que hemos considerado de mayor utilidad, dado que resuelven problemas reales de planificación de las empresas de transporte.
- Para la obtención de resultados nos hemos valido de un equipo cuyas características son las que podemos encontrar en la muchas empresas. Esto no ha sido un handicap sino todo lo contrario la posibilidad de una experimentación contextualizada.
- Desde el punto de vista del tratamiento de la incertidumbre en estos problemas de planificación de rutas, la decisión ha sido aplicar el enfoque propuesto de optimización difusa por ser innovador en este contexto, completo y simple.
- En cuando a los elementos imprecisos tratados, los hemos seleccionado aplicando una serie de criterios: los que en problemas reales con mayor frecuencia son imprecisos, los que no aparecen resueltos o menos resueltos en la literatura y sobre todo aquellos en los que la imprecisión no puede ser considerada un fenómeno aleatorio y por tanto abordados con modelos probabilísticos. Así, la información imprecisa

más frecuentes está en las demandas y los tiempos. Existe un menor número de referencias en la literatura asociadas a tiempos imprecisos. Además los tiempos por naturaleza son vagos, sobre todo asociados a su expresión lingüística, al mismo tiempo que los usuarios son capaces de expresarlos en términos aproximados.

- También se ha afrontado la imprecisión desde el punto de vista de la tolerancia y flexibilidad de las componentes, algunas relacionadas con las limitaciones de los recursos disponibles como el número de vehículos, su capacidad, los tiempos de espera o los tiempos de apertura de los congeladores, otros relacionados con las limitaciones impuestas por los clientes, como la ventana de tiempo para realizar el servicio.
- En la experimentación se ha utilizado una instancia real de una empresa de distribución, con 71 clientes a servir, correspondientes con la demanda de un día en concreto. A diario cambia el número de clientes, con media a servir diariamente que se sitúa entre 70 y 90. Aunque también existen días con picos en la demanda en las que el número de clientes a servir se eleva a cantidades que superan los 100 clientes.
- Con la finalidad de analizar el comportamiento de nuestros procedimientos se han utilizado otras instancias de menor tamaño, 20 clientes.
- Otras instancias utilizadas se corresponden con el análisis de posibles escenarios futuros a evaluar en la empresa: un escenario de reducción o pérdida de mercado, instancia de 60 clientes, un escenario algo mayor pero situado en la media de respuesta reales a la demanda, 90 clientes y un posible escenario de crecimiento, donde la flota actual tiene dificultades para responder y donde la planificación es más necesaria desde el punto de vista de la evaluación de soluciones, con 120 clientes. Por tanto un rango entre 60 y 120 es razonable en cuanto a servicio, que también permite estudiar soluciones que den respuesta a la flexibilidad necesaria en cuanto al tamaño de las rutas, vehículos a utilizar, localización de clientes, demandas, limitaciones de servicio, en contexto actual además de gran incertidumbre.
- En el tratamiento de las restricciones hemos utilizado dos modelos, considerando las restricciones difusas o considerando sus componentes difusas. En el primer caso estamos flexibilizando las restricciones, tratándolas como soft, en el sentido de tolerar a su cumplimiento con un cierto nivel establecido, cuestión que desde el punto de vista real es

muy razonable. El segundo modelo parte de la necesidad de modelar las restricciones con coeficientes difusos, dada la existencia de datos imprecisos o la dificultad de obtener los mismo de forma exacta. Este segundo caso siendo desde el punto de vista conceptual distinto al primero, el decisor puede considerar el modelado del problema teniendo imprecisión de los datos, de una u otra manera.

Teniendo en cuenta lo anterior, y a la vista de los resultados de las experimentación, podemos extraer las siguientes conclusiones:

1. Respecto al enfoque propuesto para modelar los problemas de optimización difusa:
  - Ratificar la viabilidad del enfoque para abordar problemas con incertidumbre, con datos imprecisos y flexibilidad en el cumplimiento de los criterios utilizados por parte de los decisores para establecer limitaciones. Además de la sencillez del enfoque, su versatilidad y flexibilidad en la obtención de soluciones.
  - La aproximación propuesta se adapta perfectamente a los distintos escenarios y problemas que se pueden dar en una misma empresa en cuanto a diversidad de clientes y demandas a atender, también en aquellos que puede interesar incorporar información imprecisa pero útil para la planificación y flexibilizar los distintos criterios para alcanzar los objetivo o establecer las limitaciones de los recursos.
  - Uno de los beneficios del enfoque de optimización difusa utilizado es la diversidad de soluciones que se obtiene. Para los decisores, dada la diversidad de situaciones, criterios e información disponible, no solo interesa obtener la mejor solución sino obtener un conjunto diverso de buenas soluciones y evaluarlas con diversos criterios. Si además las soluciones están asociadas a la posibilidad o necesidad de flexibilizar las restricciones impuestas, la valoración de soluciones por parte del decisor con ayuda de nuestros procedimientos permitirá elegir la solución más adecuada
  - Los resultados indican que la tolerancia en las distintas componentes no siempre está relacionada con encontrar mejores soluciones, también ocurre que a veces con más restricciones se encuentran mejores soluciones. De otra manera la flexibilidad que

aporta la tolerancia en general aumenta la posibilidad de encontrar más soluciones pero no siempre encuentran las mejores. El uso de la tolerancia permite flexibilizar las soluciones, algo común en la realidad.

- Desde el punto de vista de los resultados obtenidos comprobamos que dada la diversidad de soluciones que se pueden obtener y que los procedimientos aproximados utilizados obtienen buenas soluciones, las diferencias entre las soluciones obtenidas entre los modelos de restricciones difusas y los modelos con coeficientes difusos en las restricciones no es muy significativa.

2. Respecto a los procedimientos metaheurísticos híbridos implementados:

- Se constata que el comportamiento de las distintas metaheurísticas no es homogéneo, las variaciones son importantes dependiendo del problema y del tamaño de las instancias.
- En general las metaheurísticas y los procedimientos híbridos son capaces de encontrar soluciones en tiempos razonables, con recursos computacionales limitados. En la mayoría de los problemas abordados para encontrar soluciones exactas se necesitaría mayores capacidades y más tiempo de cómputo. La beneficios de obtener la mejor, no justifica estos costes. Además nunca tendríamos garantías que con los datos disponibles, el modelado propuesto y los criterios establecidos, la respuesta en la planificación sea la adecuada, dado la cantidad de aspectos que intervienen en la decisión.
- En relación a otros métodos similares propuestos en la literatura, solamente hemos encontrado disponibles unas instancias pequeñas y posiblemente construidas expresamente para la experimentación. Nuestros modelos y metodologías además de ser más sencillas y conceptualmente más sólidas, son capaces de encontrar mejores soluciones. La evaluación de resultados de las instancias pequeñas nos permite sobre todo valorar que respecto a lo existente en la literatura se obtienen buenas soluciones con muchos de los procedimientos implementados.
- Con las instancias reales y las generadas a partir de estas, con un número razonable de clientes desde el punto de vista práctico, los métodos exactos no son capaces de encontrar solución en un tiempo razonable, lo que si hacen las metaheurísticas implementados.

- Los tiempos utilizados para encontrar soluciones con los procedimientos híbridos en algunos problemas son elevados. En estos casos aunque sus soluciones sean óptimas para utilizarlas, para la planificación operativa no son viables si en cambio para evaluaciones o planificaciones tácticas, que se lleven a cabo con cierto tiempo. Desde un punto de vista práctico, el crecimiento de los tiempos de respuesta, no compensa o justifica en algunas situaciones encontrar mejores soluciones, dada la poca diferencia que existen entre ellas.
- Las comparaciones realizadas con las distintas metaheurísticas confirman que las implementaciones híbridas obtienen mejores resultados que las que no los son, en general. Salvo en las instancias mayores, el VNS y el GRASP-VNS presentan un buen comportamiento, obteniendo muy buenas soluciones. Cuando los problemas son complejos y las instancias grandes ACO-GRASP-VNS obtienen mejores resultados.

3. Respecto a las estrategias hiperheurísticas implementadas:

- La heterogeneidad del comportamiento de los procedimientos con instancias y problemas distintos hace intuir que las hiperheurísticas pueden llegar a ser un tipo de procedimientos de gran interés en los sistemas inteligentes para intentar responder a esa necesaria flexibilidad y adaptación de procedimientos a la diversidad de problemas.
- Los resultados preliminares no nos permiten asegurar los beneficios que se pueden obtener. Los tiempos de computo que se necesitan para la obtención de soluciones son elevados y es necesario refinar aún más los procedimientos sobre todo en aspectos relacionados con los parámetros de control que permiten automatizar la adaptación. Los utilizados, aunque nos permiten ver la capacidad de adaptación y su potencial en cuanto a encontrar soluciones, son muy generales y “torpes”.
- Evidentemente las soluciones cuando el criterio utilizado en el procedimiento constructivo para insertar un nuevo elemento en la solución, un nuevo cliente en las ruta, es el mismo que el utilizado para calcular la función de coste, el procedimiento es más eficiente. Posiblemente sea necesario construir funciones que combinen varios criterios o en el caso de las hiperheurísticas que los seleccionen de forma inteligente.

## 4. Respecto a otros modelos y aspectos:

- En el caso particular del problema más complejo, el de la planificación de la distribución de productos congelados, podemos decir que hemos logrado introducir limitaciones que garantizan el mantenimiento de la cadena de frío. La incorporación de nuevas restricciones al ya complejo VRPTW, introducen mayores dificultades para encontrar soluciones, pero nuestros procedimientos son capaces de encontrar soluciones razonables. La adición de estas nuevas limitaciones, exigen su tratamiento flexible dada la disponibilidad de información y la dificultad de precisar criterios exactos de control, lo cual ratifica los beneficios de nuestro enfoque.
- Los resultados obtenidos de la experimentación en el caso de la planificación combinando la flota propia con la subcontratación externa de medios, confirman el interés y la viabilidad de los modelos y procedimientos utilizados para tratar estos problemas. La flexibilidad en las limitaciones y la diversidad de soluciones dará posibilidad a los decisores a estudiar aspectos y criterios distintos a las longitudes para evaluar cuales son las mejores rutas a subcontratar, las últimas, las más cortas, las que suponen mayores ahorros,...
- A partir de la representación cartográfica real de los resultados, se valora la necesidad de introducir elementos correctores en los mismos, asociado con la información y el uso del territorio por ejemplo ortográficos y de las características de las carreteras. Aunque en la representación gráfica se han utilizados rectas para conectar los nodos y representar las rutas, los cálculos están hechos con medidas reales de tiempo y distancia. Utilizando ambos criterios se obtienen posibles rutas que desde el punto de vista real no so las más adecuadas, si tenemos en cuenta la tipología de las vías. Esto nos conduce a la necesidad de introducir otros criterios además de los manejados de tiempo y distancia. Nuestro enfoque, con la diversidad de soluciones que aporta introducir tolerancia en las restricciones, ofrece una alternativa al decisor para encontrar las soluciones más adecuadas.



# Capítulo 6

## Conclusiones y trabajos futuros

En este capítulo de la memoria se realiza una descripción del alcance de los objetivos trazados, confirmando la hipótesis de partida de que los métodos y técnicas de la Soft Computing son apropiadas para modelar y resolver problemas reales de planificación de rutas de distribución, en contextos donde la información es imprecisa y el cumplimiento de las restricciones flexible.

Por otra parte, también se describen algunas de las líneas de trabajo futuras, algunas de las cuales ya se encuentran en desarrollo.

### 6.1. Conclusiones

Los trabajos de investigación llevados a cabo han permitido conseguir los objetivos trazados. Los cuales han conducido al desarrollo de un nuevo enfoque metodológico simple, operativo y completo que aborda la incertidumbre de los problemas de planificación de rutas de distribución. Como resultados se han obtenido modelos y métodos eficientes que contribuirán con su incorporación como componentes al diseño de sistemas inteligentes de planificación de rutas de distribución. A continuación describimos en mayor detalle el logro de los objetivos:

Se ha realizado un estudio en amplitud del estado del arte de la planificación de rutas de distribución, un problema importante en el ámbito

del transporte y de la gestión de la cadena de suministro. Esto ha permitido conocer más a fondo algunos de los retos de estas actividades operativas. En concreto hemos profundizado en la formulación y modelización de aquellos casos de planificación más generales, el VRP y el VRPTW. Pero también nos ha encaminado a identificar diferentes variantes, las cuales incluyen restricciones adicionales. Nos hemos centrado en los aspectos que permiten abordar la incertidumbre de algunas de sus componentes, en particular la imprecisión de los datos y las restricciones.

Los modelos y métodos analizados, diseñados e implementados responden a aspectos que afectan a la complejidad de estos problemas, siendo factibles para encontrar soluciones óptimas con instancias reales y la inclusión de objetivos, restricciones y datos con incertidumbre.

Se ha probado que la aplicación de las técnicas de optimización difusas son un método eficaz y simple para abordar los problemas clásicos de planificación de rutas. Los modelos de optimización difusa conjuntamente con las metaheurísticas de búsqueda para encontrar una solución, presentan ventajas para modelar y resolver problemas del mundo real con información imprecisa.

Los resultados obtenidos nos sitúan en condiciones de ofrecer técnicas para el procesamiento de información con incertidumbre y mejorar la toma de decisiones dando la posibilidad de flexibilizar los criterios de los decisores, en los problemas reales de planificación de rutas de distribución. Así las técnicas de optimización difusa y metaheurísticas pueden facilitar la evolución del desarrollo de sistemas inteligentes efectivos.

El enfoque propuesto integra técnicas de Soft Computing que enriquecen la flexibilidad de la resolución de los diversos problemas, mejorando la eficiencia y la eficacia de los resultados. En aplicaciones prácticas reales se ha comprobado que los métodos exactos son insuficientes para resolver los problemas con nuevos requerimientos dictados por los entornos complejos. En cambio con el modelado de optimización difusa y el uso de metaheurísticas como métodos de resolución el conjunto diverso de soluciones aproximadas obtenidas ofrecen alternativas suficientes para los responsables de la toma de decisiones.

Se presentan y abordan algunas novedosas variantes del problema. Las formulaciones que modelan la planificación de rutas de productos congelados ofrecen una alternativa a las propuestas en la literatura, incorporando nuevas

y simples restricciones que intentan garantizar el control de la cadena de frío, con flexibilidad en el tratamiento de las mismas y con el manejo de información imprecisa. La otra variante modelada es la que permite planificar las rutas con flotas mixtas, parte de las rutas con vehículos propios y otras con vehículos subcontratados. Además de considerar rutas abiertas y cerradas, se incorpora imprecisión en algunas de sus componentes.

En cuanto a los procedimientos metaheurísticos diseñados, el comportamiento de las estrategias de hibridación implementadas confirma que constituyen una alternativa válida y eficiente para la resolución de estos problemas de planificación complejos. Los mismos en su conjunto se adaptan y complementan con los modelos de optimización difusa planteados, constituyendo una simbiosis que dan respuestas flexibles a la diversidad de problemas que afloran en entornos cambiantes de planificación. A su vez la línea de investigación abierta aplicando hiperheurísticas como estrategias de resolución, ofrece indicios suficientes sobre la validez de la misma. Su competencia en la selección de metaheurísticas permite la adaptación a la diversidad de problemas de forma autónoma e inteligente. Lo cual responde a los retos del desarrollo de sistemas inteligentes en este ámbito.

El desarrollo de los trabajos de investigación ha permitido la adquisición de conocimiento suficiente sobre enfoque de optimización difusa que hemos utilizado, para encontrar modelos operativos simples de estos problemas y aplicarlos a problemáticas reales.

Por lo tanto se pone de manifiesto que la aproximación propuesta, ofrece nuevos modelos y métodos para resolver problemas de rutas de distribución con información imprecisa y criterios tolerantes en el cumplimiento de restricciones. Estos modelos y métodos son más simples, operativos sistemáticos y flexibles que otros que han sido propuestos en la literatura. También los resultados de la experimentación valida el enfoque de solución. La aproximación de Soft Computing utilizada en estos modelos y métodos para encontrar soluciones a los problemas prácticos de negocios abre nuevas posibilidades para el diseño de sistemas inteligentes de planificación de rutas de distribución.

## 6.2. Trabajos futuros

A partir de los trabajos de investigación llevados a cabo algunos aspectos necesitan ser estudiados e incorporados como recomendaciones para mejorar los métodos en trabajos futuros, entre otros:

- El balanceo de las soluciones utilizando criterios complementarios, por ejemplo para distribuir mejor las cargas de los camiones en algunos casos.
- El dinamismo requerido en cuanto a introducir cambios en la planificación en muchos problemas reales, nos lleva a necesidades de reestructuración o reconfiguración de las rutas en tiempo real. Por tanto a la consideración de introducir optimización dinámica u otros procedimientos.
- La incorporación de criterios económicos, sociales para el cálculo más realista de los costes o para introducir el coste de externalización como la de los impactos negativos medioambientales.
- En contextos insulares, el tratamiento de rutas intermodales, donde los modos de transporte se incorporan en los nodos.

De los resultados obtenidos de la investigación recogidos en esta memoria surgen algunos aspectos que necesitan ser estudiados con mayor profundidad y que pueden ser utilizados para dar continuidad en el futuro al trabajo desarrollado. Así consideramos que es necesario, profundizar en la mejora de los procedimientos metaheurísticos más prometedores, para afinar en algunos aspectos que se han comentado como la posibilidad de obtener soluciones balanceadas de acuerdo también a la incorporación de criterios económicos y de eficiencia en el uso de los recursos, incluidos las externalizaciones negativas de efectos medioambientales. También consideramos importante contrastar otros escenarios de planificación con mayor dinamismo, que posibilite la reestructuración en tiempo real o a muy corto plazo de la planificación de rutas. Y por supuesto quedan abiertos varios aspectos relacionados con las hiperheurísticas en los que será necesario trabajar, sobre todo aquellos que permitan encontrar los mecanismos de adaptación más eficientes de las metaheurísticas.

A corto plazo uno de los trabajos a desarrollar será ofrecer con los resultados obtenidos, una evaluación de la planificación realizada en algunas

empresas con las que se ha colaborado. También queda como tarea inmediata la adaptación de los modelos y métodos desarrollados a la necesidad de incorporar aspectos dinámicos de la planificación de rutas. Dichas necesidades y tareas están incorporadas dentro del proyecto innovación del Plan Avanza en el que se participa actualmente.

Podemos concluir que los resultados obtenidos nos ponen en situación de transferir los conocimientos y técnicas diseñadas, a la resolución de problemas reales del tejido productivo. El formato será la incorporación en sistemas inteligentes de planificación de una base de modelos y resolutores que permitan trabajar de forma realista con información imprecisa y criterios flexibles y en entornos con un alto grado de incertidumbre producido por la alta variabilidad de criterios y la diversidad de problemas que aparecen.

Esto nos permitirá aumentar aún más la cooperación con el tejido productivo. En particular mantener la colaboración y la participación activa, con aportaciones y soluciones tecnológicas concretas , en el seno del Cluster Canario de Transporte y Logística.

# Apéndice A

## Descripción de instancias

En este apéndice describimos las instancias que hemos utilizado en la experimentación, como expusimos en el capítulo correspondiente, son tres tipos de instancias, con diferentes tamaños y características. Todas estas instancias las podemos encontrar en la carpeta datos, junto con las carpetas que contienen las aplicaciones desarrolladas en <http://www.gci.org.es/aplicativos.html>

La primera instancia utilizada que denominamos REFER20, es la más sencilla y se encuentra descrita en el artículo de Pen et al. en [302]. Esta instancia ha sido seleccionada dado que sus datos se corresponden con un problema con tiempos de viaje representados con números difusos triangulares. Además los autores resuelven el problema utilizando una estrategia que emplea conceptos de la Teoría de Conjuntos y Sistemas Difusos aunque, con otro enfoque distinto al utilizado de forma genérica en esta memoria. Ambas características hacen apta a la instancia para experimentar y poder comparar los resultados obtenidos.

A continuación, en las siguientes tablas se registran los datos de esta instancia REFER20. Las ventanas de tiempo de los clientes y la demanda de cada uno de ellos, etiquetados desde “1” a “20”, se presentan en la tabla A.1. En la la tabla A.2 se recogen los datos de la distancia entre nodos, la matriz de distancias, incluyendo al depósito etiquetado por “0”. Los tiempos de viaje son números difusos triangulares y se presentan en la tabla A.3, la matriz de tiempos. Las capacidades de los vehículos son homogéneas y se toma su valor como 1000.

Tabla A.1: Ventanas de tiempo y demanda de los clientes de la instancia Refer20

| Cliente | Ventana de tiempo | Demanda |
|---------|-------------------|---------|
| 1       | [8:00, 15:20]     | 200     |
| 2       | [8:20, 14:30]     | 100     |
| 3       | [8:40, 14:40]     | 140     |
| 4       | [8:20, 14:30]     | 160     |
| 5       | [8:00, 15:20]     | 200     |
| 6       | [8:00, 14:20]     | 60      |
| 7       | [8:30, 14:00]     | 200     |
| 8       | [8:00, 15:30]     | 135     |
| 9       | [8:00, 15:50]     | 160     |
| 10      | [8:30, 14:20]     | 165     |
| 11      | [8:40, 13:20]     | 140     |
| 12      | [8:10, 14:20]     | 100     |
| 13      | [8:00, 15:20]     | 200     |
| 14      | [8:20, 15:30]     | 80      |
| 15      | [8:20, 15:00]     | 60      |
| 16      | [8:20, 14:30]     | 200     |
| 17      | [8:00, 14:10]     | 90      |
| 18      | [8:00, 15:20]     | 200     |
| 17      | [8:30, 15:00]     | 90      |
| 20      | [8:30, 15:20]     | 100     |

Tabla A.2: Matriz de distancias de la instancia Refer20

|    | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 90 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 2  | 20 | 70 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 3  | 80 | 30 | 60 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 4  | 30 | 90 | 25 | 75 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 5  | 85 | 65 | 55 | 70 | 75 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 6  | 95 | 25 | 70 | 15 | 85 | 60 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 7  | 45 | 70 | 65 | 75 | 35 | 45 | 65 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 8  | 35 | 80 | 20 | 85 | 40 | 65 | 70 | 65 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 9  | 80 | 35 | 85 | 20 | 75 | 60 | 20 | 90 | 70 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 10 | 45 | 85 | 45 | 85 | 25 | 60 | 80 | 20 | 35 | 85 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 11 | 90 | 20 | 65 | 60 | 65 | 20 | 65 | 20 | 75 | 75 | 60 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 12 | 95 | 65 | 65 | 70 | 55 | 15 | 60 | 25 | 65 | 65 | 45 | 35 |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 13 | 20 | 80 | 20 | 80 | 25 | 60 | 75 | 75 | 20 | 80 | 80 | 75 | 75 |    |    |    |    |    |    |    |
| 14 | 95 | 20 | 80 | 15 | 85 | 60 | 15 | 75 | 75 | 20 | 80 | 60 | 60 | 80 |    |    |    |    |    |    |
| 15 | 85 | 20 | 80 | 20 | 85 | 60 | 20 | 65 | 75 | 10 | 80 | 60 | 80 | 80 | 15 |    |    |    |    |    |
| 16 | 25 | 85 | 25 | 85 | 40 | 60 | 75 | 75 | 40 | 85 | 60 | 65 | 30 | 25 | 85 | 85 |    |    |    |    |
| 17 | 60 | 80 | 55 | 80 | 40 | 45 | 65 | 15 | 45 | 80 | 20 | 45 | 45 | 45 | 65 | 65 | 45 |    |    |    |
| 18 | 90 | 20 | 85 | 20 | 95 | 60 | 25 | 75 | 80 | 25 | 80 | 60 | 80 | 80 | 25 | 25 | 80 | 80 |    |    |
| 19 | 60 | 70 | 45 | 80 | 40 | 55 | 65 | 15 | 45 | 80 | 20 | 45 | 45 | 45 | 65 | 75 | 45 | 15 | 80 |    |
| 20 | 55 | 80 | 45 | 85 | 40 | 60 | 80 | 20 | 45 | 85 | 20 | 60 | 40 | 40 | 80 | 80 | 80 | 20 | 85 | 20 |



Tabla A.3: Matriz de tiempos difusos de la instancia Refer20

|    |            |            |            |            |            |            |            |
|----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| T  | 0          | 1          | 2          | 3          | 4          | 5          | 6          |
| 1  | (25,50,75) |            |            |            |            |            |            |
| 2  | (5,10,15)  | (20,40,60) |            |            |            |            |            |
| 3  | (25,50,75) | (5,10,15)  | (20,40,60) |            |            |            |            |
| 4  | (7,15,23)  | (25,50,75) | (7,15,23)  | (22,45,68) |            |            |            |
| 5  | (25,50,75) | (17,35,53) | (17,35,53) | (15,30,45) | (17,35,53) |            |            |
| 6  | (25,50,75) | (7,15,23)  | (20,40,60) | (2,5,8)    | (22,45,68) | (15,30,45) |            |
| 7  | (12,25,38) | (20,40,60) | (15,30,45) | (17,35,53) | (7,15,23)  | (12,25,38) | (17,35,53) |
| 8  | (7,15,23)  | (20,40,60) | (5,10,15)  | (22,45,68) | (10,20,30) | (17,35,53) | (20,40,60) |
| 9  | (25,50,75) | (7,15,23)  | (22,45,68) | (5,10,15)  | (22,45,68) | (15,30,45) | (5,10,15)  |
| 10 | (10,20,30) | (22,45,68) | (12,25,38) | (22,45,68) | (7,15,23)  | (15,30,45) | (20,40,60) |
| 11 | (25,50,75) | (5,10,15)  | (17,35,53) | (15,30,45) | (17,35,53) | (5,10,15)  | (15,30,45) |
| 12 | (27,55,83) | (17,35,53) | (17,35,53) | (15,30,45) | (17,35,53) | (2,5,8)    | (15,30,45) |
| 13 | (5,10,15)  | (20,40,60) | (5,10,15)  | (20,40,60) | (7,15,23)  | (15,30,45) | (17,35,53) |
| 14 | (25,50,75) | (5,10,15)  | (20,40,60) | (2,5,8)    | (22,45,68) | (15,30,45) | (2,5,8)    |
| 15 | (22,45,68) | (5,10,15)  | (20,40,60) | (5,10,15)  | (22,45,68) | (15,30,45) | (5,10,15)  |
| 16 | (7,15,23)  | (22,45,68) | (7,15,23)  | (22,45,68) | (10,20,30) | (15,30,45) | (22,45,68) |
| 17 | (15,30,45) | (20,40,60) | (12,25,38) | (20,40,60) | (10,20,30) | (12,25,38) | (17,35,53) |
| 18 | (25,50,75) | (5,10,15)  | (22,45,68) | (5,10,15)  | (25,50,75) | (15,30,45) | (7,15,23)  |
| 19 | (15,30,45) | (20,40,60) | (12,25,38) | (20,40,60) | (10,20,30) | (12,25,38) | (17,35,53) |
| 20 | (12,25,38) | (20,40,60) | (12,25,38) | (22,45,68) | (10,20,30) | (15,30,45) | (20,40,60) |
| T  | 7          | 8          | 9          | 10         | 11         | 12         | 13         |
| 8  | (17,35,53) |            |            |            |            |            |            |
| 9  | (20,40,60) | (20,40,60) |            |            |            |            |            |
| 10 | (5,10,15)  | (12,25,38) | (22,45,68) |            |            |            |            |
| 11 | (5,10,15)  | (17,35,53) | (17,35,53) | (15,30,45) |            |            |            |
| 12 | (7,15,23)  | (17,35,53) | (17,35,53) | (12,25,38) | (7,15,23)  |            |            |
| 13 | (17,35,53) | (5,10,15)  | (20,40,60) | (20,40,60) | (17,35,53) | (17,35,53) |            |
| 14 | (17,35,53) | (17,35,53) | (5,10,15)  | (20,40,60) | (15,30,45) | (15,30,45) | (20,40,60) |
| 15 | (17,35,53) | (17,35,53) | (2,5,8)    | (20,40,60) | (15,30,45) | (20,40,60) | (20,40,60) |
| 16 | (17,35,53) | (10,20,30) | (22,45,68) | (15,30,45) | (17,35,53) | (7,15,23)  | (7,15,23)  |
| 17 | (2,5,8)    | (12,25,38) | (20,40,60) | (5,10,15)  | (12,25,38) | (12,25,38) | (12,25,38) |
| 18 | (17,35,53) | (20,40,60) | (7,15,23)  | (20,40,60) | (15,30,45) | (20,40,60) | (20,40,60) |
| 19 | (2,5,8)    | (12,25,38) | (20,40,60) | (5,10,15)  | (12,25,38) | (12,25,38) | (12,25,38) |
| 20 | (5,10,15)  | (12,25,38) | (22,45,68) | (5,10,15)  | (15,30,45) | (10,20,30) | (10,20,30) |
| T  | 14         | 15         | 16         | 17         | 18         | 19         |            |
| 15 | (2,5,8)    |            |            |            |            |            |            |
| 16 | (22,45,68) | (22,45,68) |            |            |            |            |            |
| 17 | (17,35,53) | (17,35,53) | (12,25,38) |            |            |            |            |
| 18 | (7,15,23)  | (7,15,23)  | (20,40,60) | (20,40,60) |            |            |            |
| 19 | (17,35,53) | (17,35,53) | (12,25,38) | (2,5,8)    | (20,40,60) |            |            |
| 20 | (20,40,60) | (20,40,60) | (20,40,60) | (5,10,15)  | (22,45,68) | (5,10,15)  |            |

La otra instancia utilizada, que denominaremos FUZREAL71 corresponde a los datos obtenidos del caso real de una empresa de distribución de productos congelados que opera en Canarias. Los datos especificados y utilizados en este trabajo han sido facilitados por la misma. Esta empresa fabrica algunos productos en Canarias, el resto se almacenan en Canarias y son fabricados en península. La empresa distribuye estos productos a través de una red de comercios minoristas ubicados en todo el territorio insular. Los datos proporcionados son parte de los clientes que la compañía tiene en su base de datos, aproximadamente unos 1500 en total.

En concreto los utilizados se corresponden con los datos de los clientes que tienen que ser servidos en un día en particular, 71 clientes, con los cuales la empresa planifica las rutas de distribución ese día. Disponemos de la ubicación exacta en coordenadas de los clientes, así como de la ubicación del depósito desde el cual la tarea de distribución se inicia con su propia flota. La incertidumbre sobre los tiempos de viaje, la demanda establecida con antelación y la correspondencia entre la demanda y la capacidad de los vehículos es alta, por lo cual los datos disponibles para la planificación son imprecisos. La empresa planifican los pedidos y las rutas de sus vehículos con las demandas recibidas hasta el día anterior, procurando servir toda la demanda. La demanda y el número de clientes a servir cada día es variable, situándose en general entre los 60 y 90 clientes. Hay días o periodos en los que la demanda crece, llegando a superar los 100 clientes a servir.

Además de los datos de ubicación se dispone de las distancias entre clientes, de las ventanas de tiempo de los mismos y de los tiempos que se tarda en ir de un punto a otro. Estos últimos son facilitados de forma imprecisa por los conductores y contrastados con los obtenidos a través de Google Maps. La demanda es estimada en cajas, medida utilizada por la empresa. A partir de la demanda se estiman también los tiempos de descarga, así como los tiempos relativos a la apertura de los congeladores de los vehículos. La empresa en este caso cuenta con un almacén y podemos considerar que dispone de una flota limitada y homogénea de vehículos.

Los valores más importantes para los parámetros utilizados de esta instancia FUZREAL71 se muestran en la tabla A.4. Nótese que se utiliza la consideración de caja estándar suponiendo que los productos pueden ser tratados con un volumen, tamaño y forma homogéneo. También la fórmula propuesta para calcular los tiempos de apertura a partir de los datos de demanda. La operación de descarga viene dada por el número de cajas que el conductor puede descargar del camión para su entrega en cada momento

(Nbox). En cada operación de descarga el congelador puede permanecer abierto aproximadamente 120 segundos (tiempo de apertura en una operación de descarga). Así, el tiempo de apertura se obtiene multiplicando esta cantidad (120s) por el número de la operación de descarga (la demanda  $q_i$  dividido por Nbox). Obsérvese también que las ventanas de tiempo son diversas, desde aquellos clientes que están disponibles 8 horas, a las más restrictivas que están limitados a un pocas horas de servicio al final de la jornada laboral.

Tabla A.4: Valores de los parámetros de la instancia Fuzreal71

| Parámetros                       | Unidades | Valores  | Comentarios  |
|----------------------------------|----------|--|--|
| Clientes                         | $n$      | 71   | Nº de clientes a servir                                    |
| Vehículos disponibles            | $m$      | 13   | Utilizan entre 7 y 9                                       |
| $q_i$ , Demanda del cliente      | cajas    | $\sim [5, 20]$   |  |
| $Q_i$ , Capacidad de carga       | cajas    | 100  |  |
| $u_i$ , Tiempos de descarga      | segundos | [611, 2414]  | Operaciones de repartos                                    |
| $o_i$ , Tiempos de apertura      | segundos | [120, 480]   | $120s \times (q_i \div 5)$                                 |
| $O_k$ , Máxima apertura          | segundos | 3000   | Tiempo acumulado   |
| $T_k$ , Maxima parada            | segundos | 12600  | Acumulado de tiempos de espera y descarga                  |
| $\tau_i$ , niveles de tolerancia | segundos | $\tau_i = 600,$<br>$i = 1, 2, 3$<br>$\tau_4 = 300$<br>$\tau_5 = 180$ | Ventanas de tiempo,<br>tiempo parada<br>tiempo de apertura |

Por último, describimos las instancias utilizadas en los trabajos de experimentación con 60, 90 y 120 clientes. Estas instancias son seleccionados en el número correspondiente de clientes al que hacen referencia, a partir de la instancia generada de 250 (FUZGENERADO250) que describiremos a continuación. La instancia se obtuvo utilizando el generador MOVSRPTW diseñado en el ámbito de las colaboraciones con el grupo ASAP de la Universidad de Nottingham. Este generador de instancias, del que puede verse detalles en [404] y [405], permite obtener instancias de problemas de rutas de vehículos basadas en datos reales donde el efecto y relevancia de las distintas características que dan dificultad a la solución de los problemas es modulable.

El generador parte de las ubicaciones reales de más de 1000 clientes de compañías de distribución en un el contexto mixto urbano-rural de la isla de Tenerife (ver figura A.1). En la citada figura puede observarse como los clientes se sitúan en las zonas de costas y medianías donde se distribuye la mayoría de la actividad comercial de la isla concentrándose en torno a los principales núcleos turísticos y al area metropolitana de la capital.

Mediante una API de *Google Maps* se determinan tanto las distancias y como los tiempos de recorrido entre clientes y entre clientes y el depósito. Estos valores pueden modificarse de acuerdo a la información concreta que pueda ser aportada por los expertos o los usuarios.

La herramienta permite establecer las ventanas de tiempo de los clientes, a partir de la información real aportada por las empresas sobre los patrones usuales en el comportamiento de los clientes. Las demandas y tiempos de servicio de los clientes se determinan también de acuerdo a patrones que reflejen situaciones reales. Las capacidades se pueden establecer de forma explícita a partir de información real pero se ha dotado al generador con un parámetro que permite modular el efecto de las restricciones de capacidad. El uso de semillas independientes de los generadores de números pseudo-aleatorios para generar las componentes de los modelos permite reproducir los experimentos y posibilitan el estudio del efecto de cada uno de ellos de forma separada.

El generador genera las ventanas de tiempo de cada cliente de forma aleatoria a partir de un perfil de ventanas de tiempo consistente en pares formados por valores ventanas de tiempo y sus probabilidades. Dado un perfil concreto, los valores de las ventanas de cada cliente son generados al azar de forma independiente siguiendo estas probabilidades. Los perfiles

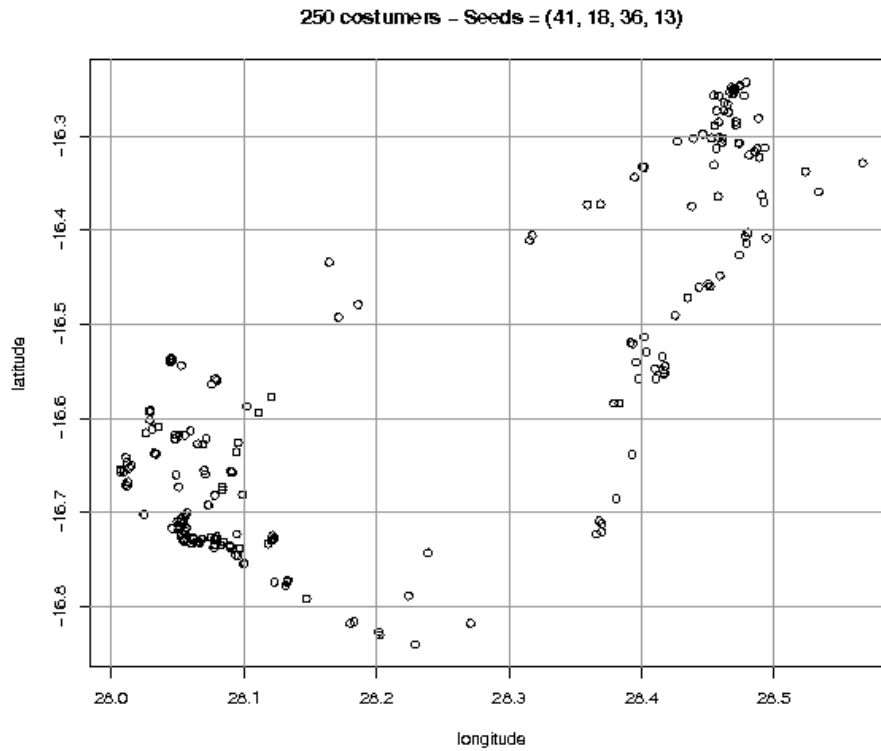


Figura A.1: Distribución geográfica de los clientes para la instancia Fuzreal71

se proporcionan al generador en un fichero en formato `xml` como se muestra en las figuras [A.2](#), [A.3](#) y [A.4](#). Concretamente, estos fueron los perfiles usados para generar las instancias aleatorias que se han utilizado en la experiencia.

---

timewindows.xml

```
<?xml version="1.0" ?>
<time-windows-specification>
  <depot opens="0" closes="36000" />
  <time-windows>
    <time-window opens="0" closes="3600"
      probability="0.50" />
    <time-window opens="0" closes="18000"
      probability="0.35" />
    <time-window opens="10800" closes="18000"
      probability="0.05" />
    <time-window opens="10800" closes="36000"
      probability="0.05" />
    <time-window opens="28800" closes="36000"
      probability="0.05" />
  </time-windows>
</time-windows-specification>
```

---

Figura A.2: Fichero con el perfil de ventanas de tiempo para la instancia FuzGenerado250

---

demands.xml

```
<?xml version="1.0" ?>
<demands-specification>
  <delta value="60" />
  <demands>
    <demand type="10" probability="0.25" />
    <demand type="20" probability="0.25" />
    <demand type="30" probability="0.50" />
  </demands>
</demands-specification>
```

---

Figura A.3: Ejemplo de fichero con el perfil de demandas de FuzGenerado250

---

serviceTimes.xml

---

```
<?xml version="1.0" ?>
<service-times-specification>
  <service-times>
    <service-time type="600" probability="0.40" />
    <service-time type="1200" probability="0.30" />
    <service-time type="1800" probability="0.30" />
  </service-times>
</service-times-specification>
```

---

Figura A.4: Fichero con el perfil de tiempos de servicio para la instancia FuzGenerado250

En particular en las instancias propuestas las capacidades de los vehículos y la cantidad de demandas se expresan en número de cajas, utilizados por la empresa para manejar mercancías. Las instancias tienen demandas de los clientes obtenidos con valores enteros al azar entre 10, 20 y 30 cajas, la capacidad de carga de los vehículos es de 250. Con el cambio de escala en la demanda, se han tenido que cambiar los valores de capacidad de los vehículos, esta situación no modifica la adaptación al problema real, por dos cuestiones, la imprecisión de las medidas utilizadas en las empresas y la holgura actual de la capacidad de los vehículos. La descripción de los valores de los parámetros utilizados se muestran en la tabla A.5. Nótese que, la unidad caja se utilizan suponiendo que los productos pueden ser tratados con un volumen homogéneo, tamaño y forma. La fórmula propuesta anteriormente en el caso de las instancias reales también sirve aquí para el cálculo de los tiempos de apertura.

La instancia de 250 clientes, de la cual se han extraído las instancias de 60, 90 y 120 clientes utilizadas, se pueden encontrar <http://www.gci.org.es/aplicativos.html> situados en la carpeta ***FWRPS/datos/***. El generador en formato libre están disponibles para uso y descarga en <https://github.com/psxjpc/> (una búsqueda del término “movrptw” en Github permite acceder al repositorio). Una captura de pantalla del repositorio se puede ver en la figura A.5.



Tabla A.5: Valores de los parámetros

| Parámetros                       | Unidades | Valores   | Comentarios  |
|----------------------------------|----------|---|--|
| Clientes                         | $n$      | 60, 90  | Nº de clientes a servir                                    |
| Vehículos disponibles            | $m$      | 13  | Utilizan entre 7 y 9                                       |
| $q_i$ , Demanda del cliente      | cajas    | [10, 20, 30]  |  |
| $Q_i$ , Capacidad de carga       | cajas    | 250   |  |
| $u_i$ , Tiempos de descarga      | segundos | [600, 1800]   | Operaciones de repartos                                    |
| $o_i$ , Tiempos de apertura      | segundos | [120, 360]  | $120s \times (q_i \div 10)$                                |
| $O_k$ , Máxima apertura          | segundos | 3000  | Tiempo acumulado   |
| $T_k$ , Maxima parada            | segundos | [16200, 20000]  | Acumulado de tiempos de espera y descarga                  |
| $\tau_i$ , niveles de tolerancia | segundos | $\tau_1 = 1200,$<br>$i = 1, 2, 3$<br>$\tau_4 = 300$<br>$\tau_5 = 180$ | Ventanas de tiempo,<br>tiempo parada<br>tiempo de apertura |

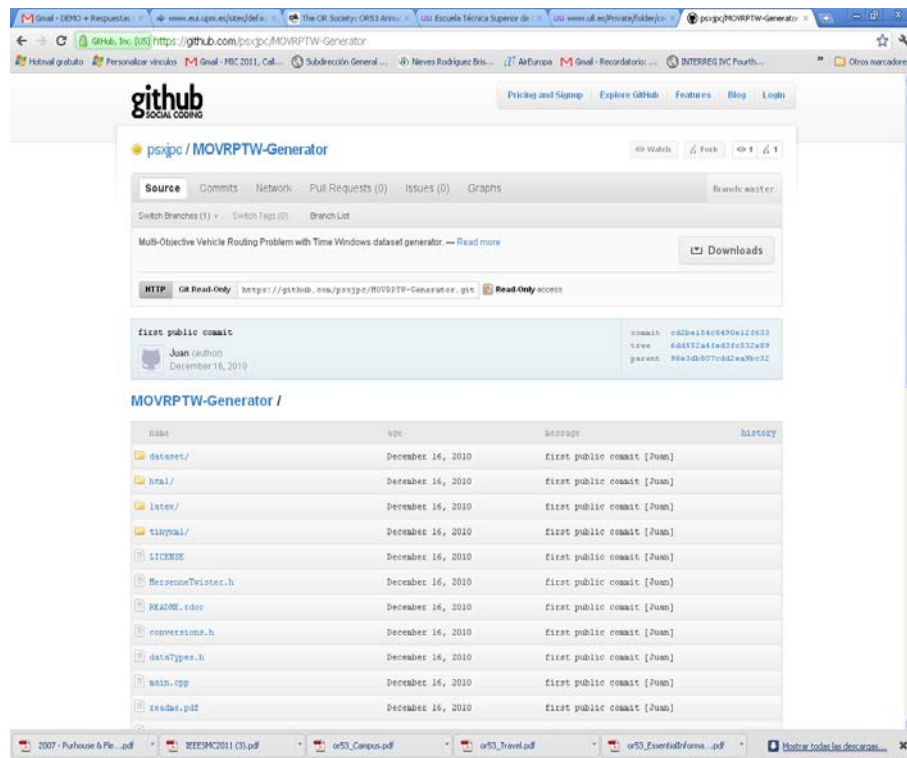


Figura A.5: Repositorio del generador de instancias movrptw

# Apéndice B

## Aplicaciones desarrolladas

En la web del grupo de investigación sobre Computación Inteligente de la ULL se encuentran alojados los programas que se han implementado y utilizados en los trabajos de investigación recogidos en esta memoria <http://www.gci.org.es/aplicativos.html>. Estos programas ha sido desarrollados en el seno del Grupo y son de libre disposición. Con estos programas se han obtenido los resultados de la experimentación, así como los resultados experimentales recogidos en las publicaciones en revistas y actas de congresos.

En una primera sección de este apéndice detallamos la aplicación desarrollada con la finalidad de obtener resultados de la experimentación con las metaheurísticas. Además de la ubicación, se describen las herramientas para poder ejecutar y obtener resultados, con diversos modelos, métodos e instancias. En una segunda sección se detalla la aplicación específica implementada para la experimentación con las hiperheurísticas, la cual ha servido para evaluar estos procedimientos.

### **B.1. Aplicación solver FWRPS, para hiperheurísticas**

La aplicación que hemos denominado “solver FWRPS” fue desarrollada a partir de la elaborada en el seno del grupo de investigación por F.J. Martínez

bajo la dirección de J. Marcos Moreno para resolver TSP (VTSPS, Visual Travelling Salesman Problem Solver). Se trata de una aplicación software implementada usando Borland C++ Builder y ha tenido su principal utilidad como herramienta formativa. VTSPS es una herramienta interactiva gráfica que permite, a modo de tutorial o laboratorio virtual de prácticas, mostrar, paso a paso, el funcionamiento y comportamiento de las heurísticas [406], [407]. Esta herramienta ha ido sufriendo variaciones y mejoras continuas con las sugerencias de los usuarios, convirtiéndose en un prototipo de resolutor de heurísticas para problemas de optimización combinatoria.

La versión de la herramienta utilizada en esta memoria y puesta a libre disposición que se puede encontrar en <http://www.gci.org.es/aplicativos.html>, es una adaptación de la original, que partiendo del mismo diseño, interface gráfica y entorno de programación, permite resolver diferentes versiones del VRP, utilizando los modelos y procedimientos metaheurísticos propuestos en los trabajos de investigación abordados en esta memoria.

A continuación describimos de manera somera como se utiliza. Para ello utilizamos algunas imágenes con las principales pantallas del proceso general de carga de instancias, definición del modelo y sus parámetros y la obtención de resultados. En primer lugar hay que descargar y descomprimir la carpeta **FWRPS**, la cual contiene tres subcarpetas: **datos** que contiene las instancias que hemos utilizado, **fuentes** que contiene el código y el ejecutable con el mismo nombre **FWRPS** y **resultados** que almacena ficheros tipo txt, con los resultados de cada ejecución.

La pantalla principal de la aplicación se visualiza cuando se ejecuta el programa principal y el espacio central surge en blanco. En la imagen B.1 aparece la pantalla principal del programa, en este caso con la representación de una de las soluciones obtenidas ejecutando algunos de los procedimientos implementados. En la imagen podemos ver las distintas opciones del menú principal, las distintas opciones de visualización de los datos de las instancias de entrada y las salidas gráfica que se pueden obtener. Las opciones del menú principal que se utilizan para resolver los problemas incluidos en este trabajo son las que permiten cargar las instancias, opción **Fichero** y la opción **Solución Inicial** que permite la selección de procedimientos a utilizar y la definición de valores de los parámetros del modelo y de las características del procedimiento a ejecutar.

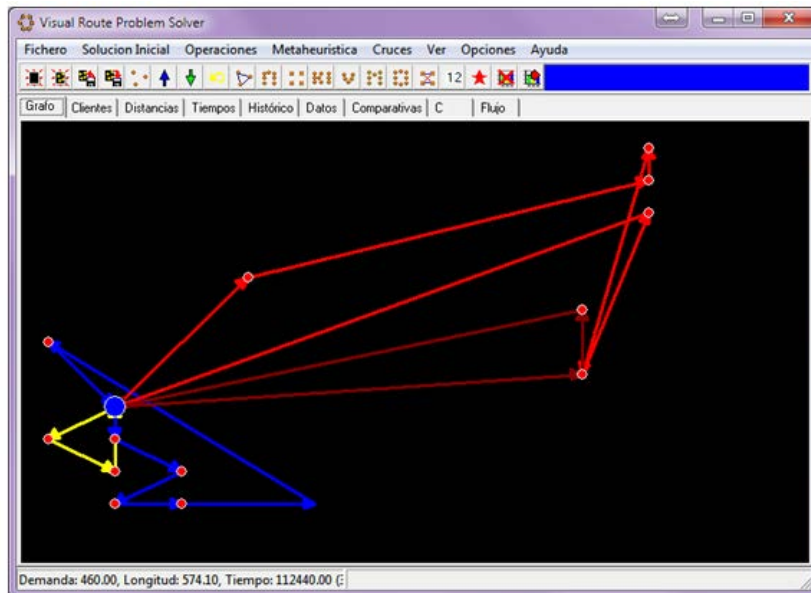


Figura B.1: Pantalla principal del FWRPS con solución de cuatro rutas

- En primer lugar es necesario cargar instancias del problema. En la carpeta de datos aparecen los ficheros con extensión .frp con las instancias utilizadas en este problema: PEN20, ING71 y ING250.
- Se selecciona la opción **Fichero** y luego la opción del menú desplegable **Cargar FRP** (Ver figura B.2) a continuación se seleccionan las instancias que se quieren utilizar.
- Una vez cargados los datos, se se pueden visualizar en la parte central los mismos:
  - en la opción de la pantalla central **Grafo** aparecen los clientes (nodos) dibujados,
  - en **Clientes** emergen (Ver figura B.3) los datos principales de los clientes (las coordenadas adaptadas al visualizador, la demandas, las ventanas de tiempo, los tiempos de descarga y los tiempos de apertura del congelador),
  - y también podemos visualizar entre otros la matriz de distancias con la opción **Distancias** y la de tiempos (opción **Tiempos**).

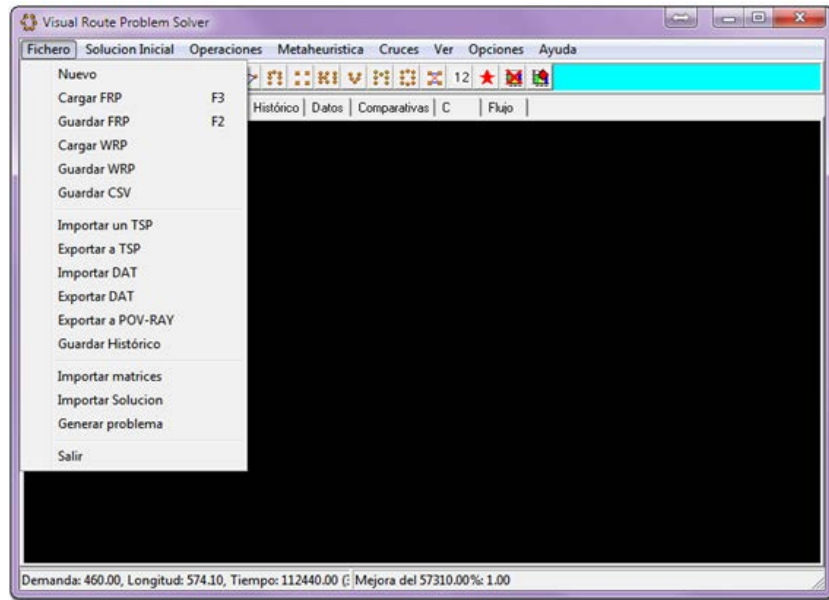


Figura B.2: Opción Fichero para la carga de instancias

| Cliente | X      | Y      | Z    | Demanda | Abre     | Cierra   | Descarga | Apertura |
|---------|--------|--------|------|---------|----------|----------|----------|----------|
| 0       | 561.00 | 332.00 | 0.00 | 0.00    | 0.00     | 36000.00 | 0.00     | 0.00     |
| 1       | 563.00 | 328.00 | 0.00 | 30.00   | 0.00     | 18000.00 | 1800.00  | 360.00   |
| 2       | 560.00 | 330.00 | 0.00 | 10.00   | 0.00     | 36000.00 | 1200.00  | 120.00   |
| 3       | 562.00 | 335.00 | 0.00 | 30.00   | 0.00     | 18000.00 | 600.00   | 360.00   |
| 4       | 561.00 | 334.00 | 0.00 | 30.00   | 0.00     | 36000.00 | 1800.00  | 360.00   |
| 5       | 569.00 | 324.00 | 0.00 | 30.00   | 18000.00 | 36000.00 | 1800.00  | 360.00   |
| 6       | 561.00 | 334.00 | 0.00 | 30.00   | 0.00     | 36000.00 | 1800.00  | 360.00   |
| 7       | 560.00 | 333.00 | 0.00 | 10.00   | 0.00     | 36000.00 | 1800.00  | 120.00   |
| 8       | 568.00 | 331.00 | 0.00 | 30.00   | 10800.00 | 18000.00 | 600.00   | 360.00   |
| 9       | 569.00 | 326.00 | 0.00 | 30.00   | 18000.00 | 36000.00 | 1800.00  | 360.00   |
| 10      | 561.00 | 333.00 | 0.00 | 10.00   | 0.00     | 36000.00 | 1800.00  | 120.00   |
| 11      | 562.00 | 334.00 | 0.00 | 20.00   | 0.00     | 18000.00 | 1200.00  | 240.00   |
| 12      | 560.00 | 330.00 | 0.00 | 30.00   | 0.00     | 36000.00 | 1800.00  | 360.00   |
| 13      | 568.00 | 329.00 | 0.00 | 10.00   | 0.00     | 18000.00 | 1200.00  | 120.00   |
| 14      | 561.00 | 335.00 | 0.00 | 20.00   | 0.00     | 36000.00 | 1200.00  | 240.00   |
| 15      | 561.00 | 334.00 | 0.00 | 20.00   | 28800.00 | 36000.00 | 1800.00  | 240.00   |
| 16      | 569.00 | 325.00 | 0.00 | 20.00   | 0.00     | 18000.00 | 1800.00  | 240.00   |
| 17      | 568.00 | 331.00 | 0.00 | 30.00   | 0.00     | 36000.00 | 1200.00  | 360.00   |
| 18      | 561.00 | 334.00 | 0.00 | 30.00   | 18000.00 | 36000.00 | 1200.00  | 360.00   |
| 19      | 561.00 | 334.00 | 0.00 | 10.00   | 0.00     | 36000.00 | 1800.00  | 120.00   |
| 20      | 564.00 | 335.00 | 0.00 | 30.00   | 28800.00 | 36000.00 | 1200.00  | 360.00   |
| 21      | 569.00 | 325.00 | 0.00 | 30.00   | 0.00     | 18000.00 | 600.00   | 360.00   |
| 22      | 563.00 | 336.00 | 0.00 | 30.00   | 0.00     | 36000.00 | 1200.00  | 360.00   |

Solución sin definir.      Nodo: 2, X: 25.36, Y: 205.00, Z: 0.00

Figura B.3: Datos de los clientes, instancias reales 71

- La opción **Solucion Inicial** del menú principal permite elegir el

procedimiento que queremos utilizar, **GRASP**, **GRASP-VNS**, **VNS simple**, **ACO simple** y **ACO-VNS**, ésta última opción hace referencia al procedimiento híbrido ACO-GRASP-VNS.

- A partir de la selección de uno de los procedimientos aparece un cuadro de dialogo flotante en el cual podemos seleccionar los parámetros del modelo y procedimiento. En la figura B.4 emerge la selección de los parámetros para los tres primeros procedimientos. Los principales valores a introducir son:
  - el número de **Nodos**,
  - el **Número de repeticiones** que queremos que itere el procedimiento,
  - si la función objetivo **Sistema** es calculada por **Longitud** o **Tiempos**,
  - la **Carga Máxima** de cada uno de los camiones y
  - los **Camiones propios** que utilizamos como máximo para el problema (nótese que en caso que se necesiten más camiones de los propuestos los considera como parte de la flota a subcontratar y externalizar los servicios, modelo de rutas abiertas y cerradas).
- En el caso que el modelo tengan imprecisión en algunas de sus componentes podemos seleccionar:
  - si el modelo tiene **Ventanas de tiempo** imprecisas,
  - si **Flexibilizar la carga de los camiones**,
  - si los **Objetivos** son difusos,
  - si las **Restricciones** tienen coeficientes difusos.
  - o una combinación coherente de los mismos.
- En el mismo contexto de imprecisión del modelo, es necesario introducir los valores de las tolerancias T :
  - **T1, T2, T3**, captura los valores de la tolerancia de las ventanas de tiempo en el caso de modelos con coeficientes de las restricciones difusas dado que la tolerancias es también una cantidad difusa, en otro caso **T1** es el valor de la tolerancia. Todos ellos expresados en segundos.

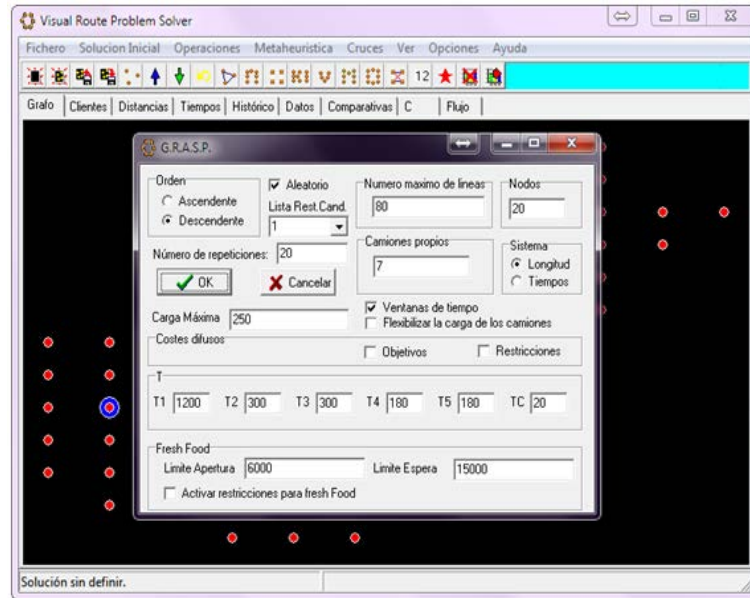


Figura B.4: Cuadro de selección de parámetros para GRASP, GRASP-VNS y VNS

- **T4**, la tolerancia de los límites de espera de los camiones, en segundos.
- **T5**, la tolerancia de los límites de apertura de la puertas de congelador, también expresados en segundos.
- **TC**, la tolerancia de las capacidades de los camiones, expresados en un porcentaje en el que son flexibles y se permite superar la carga.
- Por último en el caso de productos congelados tenemos que seleccionar **Activar restricciones para fresh food** y fijar:
  - el **Límite Apertura**, el tiempo máximo que puede estar abierto el congelador del vehículo y
  - el **Límite Espera**, el tiempo máximo que pueden estar parados los vehículos.

De manera similar cuando se selecciona ACO simple o ACO-VNS en el menú **Solucion inicial** surge un cuadro de dialogo flotante en el cual podemos seleccionar los parámetros del modelo y procedimiento. En la figura

B.5 aparecen los posibles valores a seleccionar de los mismos. La disposición de los mismos es diferente pero son los mismos parámetros que en el caso anterior.

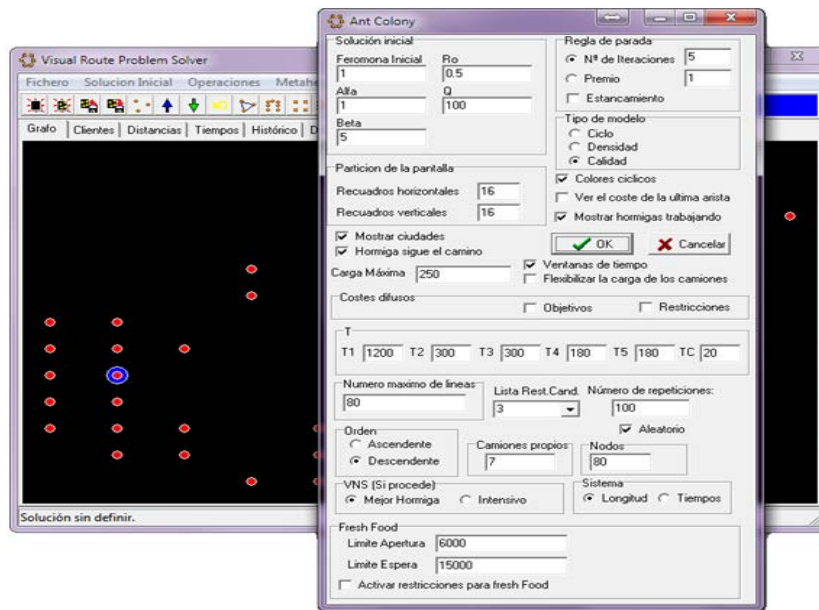


Figura B.5: Cuadro de selección de parámetros para ACO y ACO-GRASP-VNS

Por último ejecutado el procedimiento seleccionado, una vez seleccionados los parámetros del cuadro a elección del usuario, se obtienen las soluciones en un tiempo de ejecución que dependerá del modelo, procedimiento y tamaño de las instancias.

- Las soluciones se presentan en formato de rutas gráficas con líneas que unen los nodos (clientes) con colores distintos (ver figura B.1),
- También podemos visualizar los datos de la solución obtenida (ver figura B.6) para cada valor de  $\alpha$ : los nodos de cada ruta, los valores de la función objetivo en tiempos o distancias, las capacidades utilizadas de los camiones, el tamaño de cada ruta y los tiempos de espera.
- En el caso de instancias grandes la visualización da una idea de las rutas, pero la misma no aporta una visión realista de las mismas.



- Mientras el procedimiento se está ejecutando, en la parte baja de la aplicación indica el grado de ejecución de los procedimientos. También se visualiza **Solución sin definir**, en el caso de no encontrar solución.

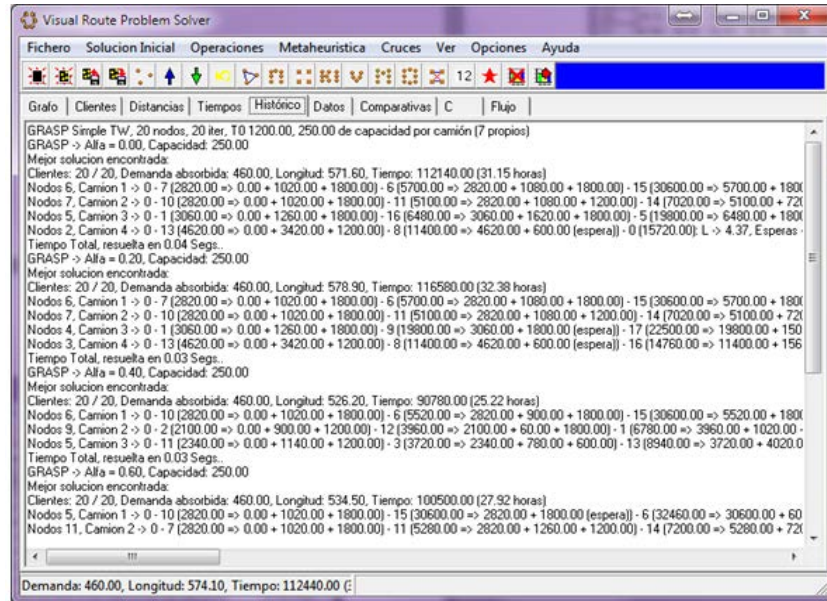


Figura B.6: Valores de las soluciones obtenidas

## B.2. Aplicación para hiperheurísticas

El código de la aplicación para resolver el problema con las hiperheurísticas se puede encontrar en <http://www.gci.org.es/aplicativos.html>. Esta carpeta contiene el código realizado en C++ para los dos procedimientos hiperheurísticos desarrollados el ACO y el PSO sobre la metaheurística híbrida GRASP-VNS. Dichos procedimientos han sido implementados para resolver el modelo del problema VRPTW para la distribución de productos congelados, cuando las restricciones son flexibles e imprecisas y formuladas como restricciones difusas. Aunque está desarrollado en C++ estándar, dado que el IDE utilizado en su desarrollo es Qt Creator, recomendamos el uso de este entorno para su compilación y ejecución <http://qt.nokia.com/downloads/>

Para utilizar el código se puede descargar **HiperVRPLib** la cual contiene los proyectos desarrollados. En la carpeta principal se encuentra el proyecto VRPLib, *VRPLib/VRPLib.pro*, que contiene las principales librerías para los distintos modelos VRP, VRPTW y VRPTW para productos congelados, así como los procedimientos GRASP y VNS. Dentro de la carpeta **main** podemos encontrar las subcarpetas que **aco** y **jps** que contienen los programas de las hiperheurísticas implementadas ACO en *VRPLib/main/aco/aco.pro* y PSO en *VRPLib/main/jps/jps.pro* para el modelo VRPTW para productos congelados. Además podemos encontrar la carpeta **instancias** que contiene los datos de la instancia de 250 clientes utilizada.

Si se quiere ejecutar alguna de las hiperheurísticas, debemos seleccionar como proyecto principal el que deseamos ejecutar. Una vez compilado y ejecutado el programa, debemos seguir simplemente las instrucciones que nos indica el mismo (ver figura B.7).

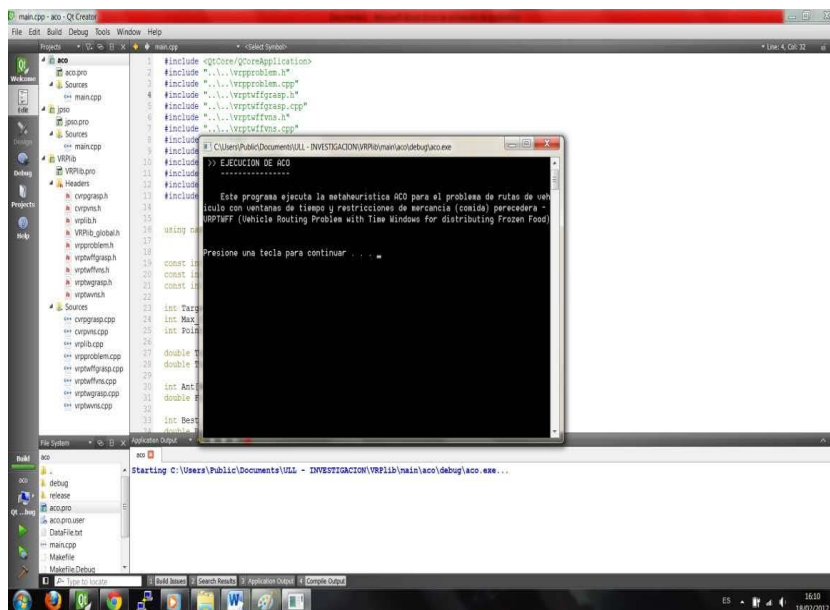


Figura B.7: Ejecución del programa

# Bibliografía

# Bibliografía

- [1] Brito J, Campos C, Castro JP, Martínez FJ, Melián B, Moreno JA, Moreno JM: **Fuzzy Vehicle Routing Problem with Time Windows**. En *IPMU'08. 12th International Conference Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems*. Editado por Magdalena L, Ojeda-Aciego M, Verdegay JL 2008:1266–1273. [6](#), [32](#), [94](#)
- [2] Moreno JA, Brito J, Castro JP, Martínez FJ, Melián B, Moreno JM: **The capacitated vehicle routing problem with fuzzy travel times and time windows**. En *IWOR 2008*. 2008. [6](#)
- [3] Brito J, Moreno JA, Verdegay JL: **Fuzzy Optimization in Vehicle Routing Problems**. En *IFSA/EUSFLAT Conf.* 2009:1547–1552. [6](#), [81](#)
- [4] Brito J, Martínez FJ, Moreno JA, Verdegay JL: **Fuzzy approach for Vehicle Routing Problems with fuzzy travel time**. En *Fuzzy Systems (FUZZ), 2010 IEEE International Conference on* 2010:1–8. [6](#), [92](#)
- [5] Brito J, Martínez FJ, Moreno JA, Verdegay JL: **Optimization of route distribution problems with fuzzy objectives**. En *ESTYLF 2010, XV Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy, Volumen 1*. Edited by Peregrin A, Alcalá J, Moreno FJ, Márquez FA 2010:625–630. [ISBN:978-84-92944-02-6]. [6](#), [86](#)
- [6] Brito J, Campos C, Castro JP, Martínez FJ, Melián B, Moreno JA, Moreno JM: **Planificación de rutas de distribución con información y restricciones difusas**. En *TRANSNOVA 2008, 5ª Foro de Innovaciones Tecnológicas para el Transporte*. 2008. [6](#)

- [7] Brito J, Martínez FJ, Moreno JA, Verdegay JL: **Modelado de planificación de rutas de transportes basado en técnicas de Computación Inteligente**. En *III Simposio de Inteligencia Computacional, SICO 2010. III Congreso Español de Informática. CEDI 2010, Volumen 1*. Editado por Rojas I, Pomares H, Herrera LJ, IBERGARCETA PUBLICACIONES, S.L., Madrid 2010:207–214. [6](#)
- [8] Brito J, Moreno JA, Verdegay JL: **Transport route planning models based on fuzzy approach**. *Iranian Journal of Fuzzy Systems* 2012, **9**:141–158. [6](#), [81](#)
- [9] Moreno JM, Moreno JA, Melián B, García M, Santana JB, García J.: **Metaheurísticas para sistemas de ayuda a la decisión en logística y minería de datos: oportunidades para las metodologías fuzzy**. En *MAEB 2005, 4º Congreso Español de Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados*. 2005:179–184. [7](#)
- [10] Brito J, Martínez FJ, Moreno J, Verdegay JL: **A GRASP-VNS Hybrid for the Fuzzy Vehicle Routing Problem with Time Windows**. En *Computer Aided Systems Theory - EUROCAST 2009, Volumen 5717 de Lecture Notes in Computer Science*. Editado por Moreno-Díaz R, Pichler F, Quesada-Arencibia A, Springer Berlin / Heidelberg 2009:825–832. [7](#), [94](#), [194](#)
- [11] Brito J, Martínez FJ, Moreno JA, Verdegay JL: **GRASP-VNS para VRPTW con tiempos de viaje difusos**. En *Workshop sobre Metaheurísticas Inteligentes para la Planificación Logística, CAEPIA 2009* 2009. [7](#)
- [12] Brito J, Martínez FJ, Moreno J, Verdegay JL: **ACO-GRASP-VNS Metaheuristic for VRP with Fuzzy Windows Time Constraints**. En *Computer Aided Systems Theory - EUROCAST 2011, Volumen 6927 de Lecture Notes in Computer Science*. Editado por Moreno-Díaz R, Pichler F, Quesada-Arencibia A, Springer Berlin / Heidelberg 2012:440–447. [7](#)
- [13] Brito J, Martínez FJ, Moreno JA, Verdegay JL: **Hyperheuristics on GRASP-VNS for VRP in frozen food distribution with fuzzy constraints**. En *MIC 2011: The IX Metaheuristics International Conference* 2011. [7](#)

- [14] Moreno JA, Brito J, González JL: **GRASP-VNS para resolver una variante del VRPTW para la distribución de productos congelados.** En *VII Congreso Español sobre Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados MAEB2010. III Congreso Español de Informática. CEDI 2010, Volumen 1.* Editado por Campos V, Duarte A, Gallego M, Gortázar F, Martí R, IBERGARCETA PUBLICACIONES, S.L., Madrid 2010:633–642. 8, 103
- [15] Brito J, Martínez FJ, Moreno JA, Verdegay JL: **Fuzzy optimization for distribution of frozen food with imprecise times.** *Fuzzy Optimization and Decision Making.* Manuscript N°:FODM-D-11-00089R1. Revisado en 2011. En prensa. 8
- [16] Brito J, Martínez FJ, Moreno JA, Verdegay JL: **An ACO Hybrid Metaheuristic for the close and open vehicle routing problems with time windows and fuzzy constraints.** *Applied Soft Computing.* Manuscript N°:ASOC-D-11-01028. Enviado para revisión 2011. 8
- [17] Almeida F, Blanco V, Brito J, Crespo A, Moreno JA, Santos A: **Servicios web para la planificación y gestión del transporte y la movilidad.** En *TRANSNOVA 2010, 7º Foro de Innovaciones Tecnológicas para el Transporte.* 2010. 9
- [18] Almeida F, Blanco V, Brito J, Crespo A, Moreno JA, Santos A: **Plataforma de computación genérica basada en servicios Web para problemas de transporte y logística.** En *VI Jornadas Científico-Técnicas en Servicios Web y Soa, JSWEB 2010. III congreso Español de Informática, CEDI 2010, Volumen 1.* Editado por Pavón J, Pelechano V, Ristol S, IBERGARCETA PUBLICACIONES, S.L., Madrid 2010:7–14. 9
- [19] Almeida F, Blanco V, Brito J, Crespo A, Moreno JA, Santos A: **PETransWS: Web service computing platform for logistics and transportation.** En *PDP, proceedings of the 19th International Euromicro Conference on Parallel, Distributed and Network-based Processing.*, IEEE Computer Society 2011:301–307. 9
- [20] Robusté F, Antón F: *Logística del transporte.* Temas de transporte y territorio, UPC 2005. 13
- [21] Min H, Zhou G: **Supply chain modeling: past, present and future.** *Computer & Industrial Engineering* 2002, 43:231–249. 13, 17

- [22] Mentzer JT, DeWitt W, Keebler JS, Min S, Nix NW, Smith CD, Zacharia ZG: **Defining supply chain management**. *Journal of Business Logistics* 2001, **22**(2):1–25. **13**
- [23] Anaya J, Polanco S: *Innovación y mejora de procesos logísticos. Análisis, diagnóstico e implantación de sistemas logísticos*. Esic Editorial, 2 edition 2007. **13**
- [24] Fleischmann B: *Supply Chain Management and Advanced Planning*, Springer. 4th edition 2008 cap. Distribution and Transport Planning, :231–246. **14**
- [25] Gupta A, Maranas C: **Managing demand uncertainty in supply chain planning**. *Computers and Chemical Engineering* 2003, **27**:1219–1227. **14, 16**
- [26] Croom S, Romano P, Giannakis M: **Supply chain management: an analytical framework for critical literature review**. *European Journal of Purchasing & Supply Management* 2000, **6**:67–83. **15**
- [27] Chen IJ, Paulraj A: **Understanding supply chain management: critical research and a theoretical framework**. *International Journal of Production Research* 2004, **42**:131–163. **15**
- [28] Brandimarte P, Zotteri G: *Introduction to distribution logistics*. Statistics in practice, Wiley-Interscience 2007. **15**
- [29] Rodriguem JP, Comtois C, Slack B: *The geography of transport systems*. Routledge, Taylor & Francis Group 2009. **15**
- [30] Coyle J, Bardi E, Langley C: *The management of business logistics: a supply chain perspective*. SWC-Management Series, South-Western College Pub/Thomson Learning, 7<sup>a</sup> edition 2003. **15**
- [31] Simchi-Levi D, Chen X, Bramel J: *The Logic of Logistics*. Springer 2005. **16**
- [32] Narasimhan R, Mahapatra S: **Decision models in global supply chain management**. *Industrial Marketing Management* 2004, **33**:21–27. **16**
- [33] Fox M, Barbuceanu M, Teigen R: **Agent-oriented supply chain management**. *Int. J. Flexible Manufacturing Systems* 2000, **12**:165–188. **16, 17**

- [34] Thomas DJ, Griffin PM: **Coordinated supply chain management**. *European Journal of Operational Research* 1996, **94**:1–15. [16](#)
- [35] Alonso A, Escudero L, Garin A, Ortuno MT, Perez G: **An approach for strategic supply chain planning under uncertainty based on stochastic programming**. *Journal of Global Optimization* 2003, **26**:97–124. [17](#)
- [36] Stadtler H: *Supply Chain Management and Advanced Planning*, Springer. 4th edition 2008 cap. Supply Chain Management – An Overview, :9–33. [17](#)
- [37] de Transportes VC: *Libro Verde de los Sistemas Inteligentes de Transporte Terrestre*. Colegio Ingenieros de Caminos Canales y Puertos 2003. [19](#)
- [38] Crainic TG, Gendreau M, Potvin JY: **Intelligent freight-transportation systems: Assessment and the contribution of operations research**. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 2009, **17**(6):541 – 557. [19](#)
- [39] Taniguchi E, Thompson R, Yamada T, van Duin R: *City Logistics. Network Modelling and Intelligent Transport Systems*. Amsterdam: Pergamon, 2001. [19](#)
- [40] Kuse H, Endo A, Iwao E: **Logistics facility, road network and district planning: Establishing comprehensive planning for city logistics**. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 2010, **2**(3):6251 – 6263. [19](#)
- [41] Thompson R, Taniguchi E: *Handbook of logistics and supply-chain management*, Emerald Group Publishing 2001 cap. City Logistics and Freight Transport, :393–404. [19](#)
- [42] Benjelloun A, Crainic TG, Bigras Y: **Towards a taxonomy of City Logistics projects**. *Procedia-Social and Behavioral Sciences* 2010, **2**(3):6217 – 6228. [19](#)
- [43] de Transportes VC: *Libro Verde de los Sistemas Inteligentes de Transporte de Mercancias*. Colegio Ingenieros de Caminos Canales y Puertos 2007. [19](#)
- [44] Bodin L, Golden B, Assad A, Ball M: **Routing and Sheduling of vehicles and Crews**. *Computers & Operations Research* 1983, **10**:63–211. [20](#), [33](#), [106](#)



- [45] Crainic T: *Handbook of Transportation Science*, Kluwer Academic 2003 cap. Long-haul freight transportation, :451–516. 20
- [46] Crainic TG, Kim KH: **Chapter 8 Intermodal Transportation**. En *Transportation, Volumen 14 de Handbooks in Operations Research and Management Science*. Editado por Barnhart C, Laporte G, Elsevier 2007:467 – 537. 20
- [47] Crainic TG, Laporte G: **Planning models for freight transportation**. *European Journal of Operational Research* 1997, **97**(3):409 – 438. 20
- [48] Muriel A, Simchi-Levi D: **Supply Chain Design and Planning - Applications of Optimization Techniques for Strategic and Tactical Models**. En *Supply Chain Management: Design, Coordination and Operation, Volumen 11 de Handbooks in Operations Research and Management Science*. Editado por Graves S, de Kok A, Elsevier 2003:15 – 93. 20
- [49] Christiansen M, Fagerholt K, Nygreen B, Ronen D: **Chapter 4 Maritime Transportation**. En *Transportation, Volumen 14 de Handbooks in Operations Research and Management Science*. Editado por Barnhart C, Laporte G, Elsevier 2007:189 – 284. 20
- [50] Toth P, Vigo D: *The vehicle routing problem, Volumen 9 de Monographs on Discrete Mathematics and Applications*. Society for Industrial and Applied Mathematics Publishing 2002. 20, 23, 25, 33
- [51] Séguin R, Potvin JY, Gendreau M, Crainic TG, Marcotte P: **Real-Time Decision Problems: An Operational Research Perspective**. *The Journal of the Operational Research Society* 1997, **48**:162–174. 20
- [52] Cordeau JF, Gendreau M, Laporte G, Potvin JY, Semet F: **A Guide to Vehicle Routing Heuristics**. *The Journal of the Operational Research Society* 2002, **53**(5):512–522. 21, 36
- [53] Lenstra JK, Kan AHGR: **Complexity of vehicle routing and scheduling problems**. *Networks* 1981, **11**(2):221–227. 23
- [54] Dantzig GB, Ramser JH: **The Truck Dispatching Problem**. *Management Science* 1959, **6**:80–91. 23

- [55] Clarke G, Wright JW: **Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points**. *Operations Research* 1964, **12**(4):568–581. [23](#), [34](#)
- [56] Bodin L, Golden B: **Classification in vehicle routing and scheduling**. *Networks* 1981, **11**(2):97–108. [23](#)
- [57] Golden B, Assad A: *Vehicle routing: methods and studies*. Studies in management science and systems, North-Holland 1988. [23](#)
- [58] Desrochers M, Lenstra JK, Savelsbergh MWP: **A classification scheme for vehicle routing and scheduling problems**. *European Journal of Operational Research* 1990, **46**(3):322 – 332. [23](#)
- [59] Crainic T, Laporte G: *Fleet management and logistics*. Center for Research on Transportation 25th anniversary series, 1971-1996, Kluwer 1998. [23](#), [33](#)
- [60] Golden B, Raghavan S, Wasil E: *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*. Operations research/computer science interfaces series, Springer 2008. [23](#)
- [61] Solomon MM: **Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints**. *Operations Research* 1987, **35**(2):254–265. [27](#)
- [62] Brandao J: *Meta-heuristics Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization*, Kluwer Academic Publishers 1999 cap. Metaheuristic for the vehicle routing problem with time windows, :19–36. [27](#), [37](#)
- [63] Tan K, Lee LH, Zhu Q, Ou K: **Heuristic method for vehicle routing problem with time windows**. *Artificial Intelligence in Engineering* 2001, **15**:281–295. [27](#), [36](#)
- [64] Cordeau J, Desaulniers G, Desrosiers J, Solomon MM, F S: *The vehicle routing problems*, SIAM 2002 cap. VRP with Time Windows, :157–186. [27](#)
- [65] Bräysy O, Gendreau M: **Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part I: Route Construction and Local Search Algorithms**. *Transportation Science* 2005, **39**:104–118. [27](#), [35](#), [36](#)

- [66] Bräysy O, Gendreau M: **Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part II: Metaheuristics**. *Transportation Science* 2005, **39**:119–139. 27
- [67] Laporte G, Osman IH: **Routing problems: A bibliography**. *Annals of Operations Research* 1995, **61**:227–262. 30
- [68] Desrochers M, Jones C, Lenstra J, Savelsbergh M, Stougie L: **Towards a model and algorithm management system for vehicle routing and scheduling problems**. *Decision Support Systems* 1999, **25**:109–133. 30
- [69] Ganesh K, Nallathambi AS, Narendran T: **Variants, solution approaches and applications for Vehicle Routing Problems in supply chain: agile framework and comprehensive review**. *International Journal of Agile Systems and Management* 2007, **2**:50. 30, 38
- [70] Eksioğlu B, Vural AV, Reisman A: **The vehicle routing problem: A taxonomic review**. *Computers and Industrial Engineering* 2009, **57**(4):1472–1483. 30
- [71] Hoff A, Andersson H, Christiansen M, Hasle G, Løkketangen A: **Industrial aspects and literature survey: Fleet composition and routing**. *Computers & Operations Research* 2010, **37**:2041–2061. 30
- [72] Sorensen K, Sevaux M, Schittekat P: **Multiple Neighbourhood Search in Commercial VRP Packages: Evolving Towards Self-Adaptive Methods**. En *Adaptive and Multilevel Metaheuristics, Volumen 136 de Studies in Computational Intelligence*. Editado por Cotta C, Sevaux M, Sorensen K, Springer Berlin / Heidelberg 2008:239–253. 30
- [73] Yaman H: **Formulations and Valid Inequalities for the Heterogeneous Vehicle Routing Problem**. *Math. Program.* 2006, **106**:365–390. 30
- [74] Tarantilis C, Kiranoudis C: **A flexible adaptive memory-based algorithm for real-life transportation operations: Two case studies from dairy and construction sector**. *European Journal of Operational Research* 2007, **179**:806–822. 30

- [75] Baldacci R, Battarra M, Vigo D: *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, Springer 2008 cap. Routing a Heterogeneous Fleet of Vehicles, :3–28. **30**
- [76] Imran A, Salhi S, Wassan NA: **A variable neighborhood-based heuristic for the heterogeneous Fleet vehicle routing problem.** *European Journal of Operational Research* 2009, **197**:509–518. **30**
- [77] Brandao J: **A deterministic tabu search algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem.** *European Journal of Operational Research* 195 (2009) 716–728 2009, **195**:716–728. **30**
- [78] Renaud J, Laporte G, Boctor FF: **A tabu search heuristic for the multi-depot vehicle routing problem.** *Computers & Operations Research* 1996, **23**(3):229 – 235. **31**
- [79] Desaulniers G, Lavigne J, Soumis F: **Multi-depot vehicle scheduling problems with time windows and waiting costs.** *European Journal of Operational Research* 1998, **111**(3):479 – 494. **31**
- [80] Lim A, Wang F: **Multi-Depot Vehicle Routing Problem: A One-Stage Approach.** *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 2005, **2**(4):397–402. **31**
- [81] Ombuki-Berman B, Hanshar F: **Using Genetic Algorithms for Multi-depot Vehicle Routing.** En *Bio-inspired Algorithms for the Vehicle Routing Problem, Volumen 161 de Studies in Computational Intelligence*. Editado por Pereira F, Tavares J, Springer Berlin / Heidelberg 2009:77–99. **31**
- [82] Goncalves LB, Ochi LS, Martins SL: **A GRASP with Adaptive Memory for a Period Vehicle Routing Problem.** En *Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation, 2005 and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce, International Conference on, Volumen 1* 2005:721 –727. **31, 121**
- [83] Francis PM, Smilowitz KR, Tzur M: *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, Springer 2008 cap. The Period Vehicle Routing Problem and its Extensions, :73–102. **31**
- [84] Hemmelmayr VC, Doerner KF, Hartl RF: **A variable neighborhood search heuristic for periodic routing problems.** *European Journal of Operational Research* 2009, **195**(3):791 – 802. **31, 124**

- [85] Coene S, Arnout A, Spieksma FCR: **On a periodic vehicle routing problem**. *Journal of the Operational Research Society* 2010, **61**:1719–1728. **31**
- [86] Archetti C, Speranza MG: *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, Springer 2008 cap. The Period Vehicle Routing Problem and its Extensions, :103–122. **31**
- [87] Campos V, Corberan A, Mota E: **A Scatter Search Algorithm for the Split Delivery Vehicle Routing Problem**. En *Advances in Computational Intelligence in Transport, Logistics, and Supply Chain Management, Volumen 144 de Studies in Computational Intelligence*. Editado por Fink A, Rothlauf F, Springer Berlin / Heidelberg 2008:137–152. **31**
- [88] Archetti C, Speranza MG, Savelsbergh MWP: **An Optimization-Based Heuristic for the Split Delivery Vehicle Routing Problem**. *Transportation Science* 2008, **42**:22–31. **31**
- [89] Aleman R, Zhang X, Hill R: **An adaptive memory algorithm for the split delivery vehicle routing problem**. *Journal of Heuristics* 2010, **16**:441–473. **31**
- [90] Bianchessi N, Righini G: **Heuristic algorithms for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery**. *Computers & Operations Research* 2007, **34**(2):578 – 594. **31**
- [91] Wassan N, Wassan A, Nagy G: **A reactive tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries**. *Journal of Combinatorial Optimization* 2008, **15**:368–386. **31**
- [92] Gribkovskaia I, Laporte G: **One-to-Many-to-One Single Vehicle Pickup and Delivery Problems**. En *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges, Volumen 43 de Operations Research/Computer Science Interfaces Series*. Editado por Golden B, Raghavan S, Wasil E, Sharda R, Vofs S, Springer US 2008:359–377. **31**
- [93] Ai TJ, Kachitvichyanukul V: **A particle swarm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery**. *Computers and Operations Research* 2009, **36**:1693–1702. **31, 37, 129**

- [94] Thangiah SR, Potvin JY, Sun T: **Heuristic approaches to vehicle routing with backhauls and time windows**. *Computers & Operations Research* 1996, **23**(11):1043 – 1057. [31](#)
- [95] Zhong Y, Cole MH: **A vehicle routing problem with backhauls and time windows: a guided local search solution**. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 2005, **41**(2):131 – 144. [31](#)
- [96] Parragh S, Doerner K, Hartl R: **A survey on pickup and delivery problems**. *Journal für Betriebswirtschaft* 2008, **58**:21–51. [31](#)
- [97] Sariklis D, Powell S: **A Heuristic Method for the Open Vehicle Routing Problem**. *The Journal of the Operational Research Society* 2000, **51**:564–573. [32](#)
- [98] Tarantilis CD, Ioannou G, Kiranoudis CT, Prastacos GP: **A threshold accepting approach to the Open Vehicle Routing problem**. *RAIRO - Operations Research* 2004, **38**(04):345–360. [32](#)
- [99] Brandao J: **A tabu search algorithm for the open vehicle routing problem**. *European Journal of Operational Research* 2004, **157**(3):552 – 564. [32](#), [107](#)
- [100] Repoussis PP, Tarantilis CD, Ioannou G: **The Open Vehicle Routing Problem with Time Windows**. *The Journal of the Operational Research Society* 2007, **58**(2):355–367. [32](#), [107](#)
- [101] Flatberg T, Hasle G, Kloster O, Nilssen EJ, Riise A: **Dynamic and Stochastic Aspects in Vehicle Routing : S literature survey**. Tech. Rep. STF90A05413, SINTEF ICT 2005. [32](#), [77](#)
- [102] Flatberg T, Hasle G, Kloster O, Nilssen EJ, Riise A: **Dynamic And Stochastic Vehicle Routing In Practice**. In *Dynamic Fleet Management, Volumen 38 de Operations Research/Computer Science Interfaces Series*. Editado por Zeimpekis V, Tarantilis CD, Giaglis GM, Minis I, Sharda R, Voß S, Springer US 2007:41–63. [32](#), [77](#)
- [103] Montemanni R, Gambardella L, Rizzoli A, Donati A: **Ant Colony System for a Dynamic Vehicle Routing Problem**. *Journal of Combinatorial Optimization* 2005, **10**:327–343. [32](#)
- [104] Hanshar F, Ombuki-Berman B: **Dynamic vehicle routing using genetic algorithms**. *Applied Intelligence* 2007, **27**:89–99. [32](#)

- [105] Larsen A, Madsen OB, Solomon MM: **Recent Developments in Dynamic Vehicle Routing Systems**. En *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges, Volumen 43 de Operations Research/Computer Science Interfaces Series*. Editado por Golden B, Raghavan S, Wasil E, Sharda R, Voÿ S, Springer US 2008:199–218. [32](#)
- [106] Li X, tian P, Leung S: **Vehicle routing problems with time windows and stochastic travel and service time: Models and algorithms**. *International Journal of Production Economics* 2010, **125**:137–145. [32](#), [88](#)
- [107] Stewart-Jr W, Golden B: **Stochastic vehicle routing: a comprehensive approach**. *European Journal of Operational Research* 1983, **14**(4):371–385. [32](#), [77](#)
- [108] Bertsimas DJ: **A Vehicle Routing Problem with Stochastic Demand**. *Operations Research* 1992, **40**(3):pp. 574–585. [32](#)
- [109] Gendreau M, Laporte G, Saguin R: **Stochastic vehicle routing**. *European Journal of Operational Research* 1996, **88**:3 – 12. [32](#), [77](#)
- [110] Teodorovic D: **Fuzzy sets theory applications in traffic and transportation**. *European Journal of Operational Research* 1994, **74**(3):379 – 390. [32](#)
- [111] Teodorovic D, Pavkovic G: **The fuzzy set theory approach to the vehicle routing problem when demand at nodes is uncertain**. *Fuzzy Sets and Systems* 1996, **82**(3):307 – 317. [32](#), [78](#)
- [112] Zheng Y, Liu BD: **Fuzzy vehicle routing model with credibility measure and its hybrid intelligent algorithm**. *Applied Mathematics and Computation* 2006, **176**:673–683. [32](#), [88](#)
- [113] Tang J, Pan Z, Fung R, Lau H: **Vehicle Routing Problem with Fuzzy Time Windows**. *Fuzzy Sets and Systems* 2009, **160**:683–695. [32](#), [89](#)
- [114] Polacek M, Hartl RF, Doerner K, Reimann M: **A Variable Neighborhood Search for the Multi Depot Vehicle Routing Problem with Time Windows**. *Journal of Heuristics* 2004, **10**:613–627. [32](#), [124](#)

- [115] Cordeau JF, Gendreau M, Laporte G: **A Tabu Search Heuristic for Periodic and Multi-Depot Vehicle Routing Problems**. *Networks* 1997, **30**:105–119. **33**
- [116] Lea W, Pearn: **Approximate solutions for the capacitated arc routing problem**. *Computers & Operations Research* 1989, **16**(6):589 – 600. **33**
- [117] Amponsah S, Salhi S: **The investigation of a class of capacitated arc routing problems: the collection of garbage in developing countries**. *Waste Management 24 (2004) 711–721* 2004, **24**:711–721. **33**
- [118] Jozefowicz N, Semet F, Talbi EG: **An evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with route balancing**. *European Journal of Operational Research* 2009, **195**(3):761 – 769. **33**
- [119] Pellegrini P, Favaretto D, Moretti E: **Multiple Ant Colony Optimization for a Rich Vehicle Routing Problem: A Case Study**. En *Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems, Volumen 4693 de Lecture Notes in Computer Science*. Editado por Apolloni B, Howlett R, Jain L, Springer Berlin / Heidelberg 2007:627–634. **33**
- [120] Goel A, Gruhn V: **A General Vehicle Routing Problem**. *European Journal of Operational Research* 2008, **191**:650–660. **33, 124**
- [121] Doerner K, Schmid V: **Survey: Matheuristics for Rich Vehicle Routing Problems**. En *Hybrid Metaheuristics, Volumen 6373 de Lecture Notes in Computer Science*. Editado por Blesa M, Blum C, Raidl G, Roli A, Sampels M, Springer Berlin / Heidelberg 2010:206–221. **33**
- [122] Wen M: **Rich Vehicle Routing Problems and Applications**. *PhD thesis*, DTU Management Engineering. Department of Management Engineering 2010. **33**
- [123] Min H, Jayaraman V, Srivastava R: **Combined location-routing problems: A synthesis and future research directions**. *European Journal of Operational Research* 1998, **108**:1 – 15. **33**
- [124] Nagy G, Salhi S: **Location-routing: Issues, models and methods**. *European Journal of Operational Research* 2007, **177**(2):649 – 672. **33**



- [125] Federgruen A, Zipkin P: **A Combined Vehicle Routing and Inventory Allocation Problem**. *Operations Research* 1984, **32**(5):1019–1037. **33**
- [126] Liu S, Lin C: **A heuristic method for the combined location routing and inventory problem**. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 2005, **26**:372–381. **33**
- [127] Iori M, Salazar-González JJ, Vigo D: **An Exact Approach for the Vehicle Routing Problem with Two-Dimensional Loading Constraints**. *Transportation Science* 2007, **41**:253–264. **33**
- [128] Wang F, Tao Y, Shi N: **A Survey on Vehicle Routing Problem with Loading Constraints**. En *Computational Sciences and Optimization, 2009. CSO 2009. International Joint Conference on, Volumen 2* 2009:602 –606. **33**
- [129] Ombuki B, Ross B, Hanshar F: **Multi-Objective Genetic Algorithms for Vehicle Routing Problem with Time Windows**. *Applied Intelligence* 2006, **24**:17–30. **33**
- [130] Jozefowicz N, Semet F, Talbi EG: *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, Springer 2008 cap. Routing a Heterogeneous Fleet of Vehicles, :445–471. **33**
- [131] Laporte G, Nobert Y: **Exact Algorithms for the Vehicle Routing Problem**. En *Surveys in Combinatorial Optimization, Volumen 132 de North-Holland Mathematics Studies*. Editado por Silvano Martello MM Gilbert Laporte, Ribeiro C, North-Holland 1987:147 – 184. **33, 34**
- [132] Laporte G: **The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms**. *European Journal of Operational Research* 1992, **59**(3):345 – 358. **33**
- [133] Cordeau JF, Gendreau M, Hertz A, Laporte G, Sormany JS: **New Heuristics for the Vehicle Routing Problem**. En *Logistics Systems: Design and Optimization*. Editado por Langevin A, Riopel D, Springer US 2005:279–297. **33**
- [134] Marinakis Y, Migdalas A: **Annotated bibliography in vehicle routing**. *Operations Research* 2007, **7**:27–46. **33**
- [135] Laporte G: **Fifty Years of Vehicle Routing**. *Transportation Science* 2009, **43**:408–416. **33**

- [136] El-Sherbeny NA: **Vehicle routing with time windows: An overview of exact, heuristic and metaheuristic methods.** *Journal of King Saud University - Science* 2010, **22**(3):123 – 131. **33**
- [137] Fisher ML: **Vehicle Routing with Time Windows.** *Operations Research* 1987, **35**(2):pp. 266–273. **34**
- [138] Fisher ML: **Optimal Solution of Vehicle Routing Problems Using Minimum K-Trees.** *Operations Research* 1994, **42**(4):pp. 626–642. **34**
- [139] Kohl N, Madsen OBG **An optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows based on Lagrangean relaxation.** *Operations Research* 1997, **45**:pp. 395–403. **34**
- [140] Toth P, Vigo D: **Models, relaxations and exact approaches for the capacitated vehicle routing problem.** *Discrete Applied Mathematics* 2002, **123**:487–512. **34**
- [141] Bard JF, Kontoravdis G, Yu G: **A branch and cut procedure for the vehicle routing problem with time windows.** *Transportation Science* 2002, :pp. 250–269. **34**
- [142] Agarwal Y, Mathur K, Salkin HM: **A set-partitioning-based exact algorithm for the vehicle routing problem.** *Networks* 1989, **19**(7):731–749. **34**
- [143] Kelly JP, Xu J: **A Set-Partitioning-Based Heuristic for the Vehicle Routing Problem.** *INFORMS Journal on Computing* 1999, **11**(2):161–172. **34**
- [144] Choi E, Tcha DW: **A column generation approach to the heterogeneous fleet vehicle routing problem.** *Computers & Operations Research* 2007, **34**(7):2080 – 2095. **34**
- [145] Brailsford SC, Potts CN, Smith BM: **Constraint satisfaction problems: Algorithms and applications.** *European Journal of Operational Research* 1999, **119**(3):557 – 581. **34**
- [146] Kilby P, Shaw P: **Chapter 23 Vehicle routing.** En *Handbook of Constraint Programming, Volumen 2 de Foundations of Artificial Intelligence*. Editado por Francesca Rossi PvB, Walsh T, Elsevier 2006:801 – 836. **34**

- [147] Ou W, Sun BG: **A Dynamic Programming Algorithm for Vehicle Routing Problems**. En *Computational and Information Sciences (ICCIS), 2010 International Conference on* 2010:733–736. 34
- [148] Baldacci R, Hadjiconstantinou E, Mingozzi A: **An Exact Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing Problem Based on a Two-Commodity NetworkFlow Formulation**. *Operations Research* 2004, **52**(5):723–738. 34
- [149] Baldacci R, Toth P, Vigo D: **Recent advances in vehicle routing exact algorithms**. *4OR: A Quarterly Journal of Operations Research* 2007, **5**:269–298. 34
- [150] Baldacci R, Toth P, Vigo D: **Exact algorithms for routing problems under vehicle capacity constraints**. *Annals of Operations Research* 2010, **175**:213–245. 34
- [151] Mole RH, Jameson S: **A sequential route-building algorithm employing a generalised savings criterion**. *Operational Research Quarterly* 1976, **27**:503–511. 34
- [152] Prosser P, Shaw P: **Study of Greedy Search with Multiple Improvement Heuristics for Vehicle Routing Problems**. Tech. rep., University of Strathclyde, Glasgow, Scotland 1996. 35
- [153] Kilby P, Prosser P, Shaw P: **Guided Local Search for the Vehicle Routing Problem**. En *2nd International conference on Metaheuristics MIC97* 1997. 35
- [154] Kilby P, Prosser P, Shaw P: *META-HEURISTICS Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization*, Kluwer Academic Publishers 1999 cap. Guided Local Search for the Vehicle Routing Problem with Time Windows, :473–486. 35
- [155] Savelsbergh MW: **Local search in routing problems with time windows**. *Annals of Operations Research* 1985, **4**(6):285–305. 35, 37
- [156] Solomon MM, Desrosiers J: **Time Window Constrained Routing and Scheduling Problems**. *Transportation Science* 1988, **22**(1):1–33. 35
- [157] Savelsbergh MW: **The Vehicle Routing Problem with Time Windows: Minimizing Route Duration**. *ORSA Journal on Computing* 1992, **4**:146–154. 35

- [158] Hashimoto H, Yagiura M, Imahori S, Ibaraki T: **Recent Progress of Local Search in Handling the Time Window Constraints of the Vehicle Routing Problem.** *4OR* 2010,8:221–238. 35
- [159] Russell RA: **Hybrid Heuristics for the Vehicle Routing Problem with Time Windows.** *Transportation Science* 1995, 29(2):156–166. 35
- [160] Bräysy O: **A Reactive Variable Neighborhood Search for the Vehicle-Routing Problem with Time Windows.** *Journal on Computing. INFORMS* 2003, 15(4):347–368. 35, 37, 124
- [161] Gillett B, Miller L: **A heuristic for the vehicle dispatching problem.** *Operations Research* 1974, 22:340–349. 36
- [162] Fisher ML, Jaikumar R: **A generalized assignment heuristic for vehicle routing.** *Networks* 1981, 11:109–124. 36
- [163] Bramel J, Simchi-Levi D: **A location based heuristic for general routing problems.** *Operations Research* 1995, 43:649–660. 36
- [164] Bramel J, SimchiLevi D: **On the effectiveness of set covering formulations for the vehicle routing problem with time windows.** *Operations Research* 1997, 45:295–301. 36
- [165] Beasley J: **Route first–cluster second methods for vehicle routing.** *Omega* 1983, 11:403–408. 36
- [166] Renaud J, Boctor FF, Laporte G: **An improved Petal Heuristics for the Vehicle Routeing Problem.** *Journal of the Operational Research Society* 1996, 47:329–336. 36
- [167] Laporte G, Gendreau M, Potvin JY, Semet F: **Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem.** *International Transactions in Operational Research* 2000, 7(4-5):285 – 300. 36
- [168] Gendreau M, Potvin JY: **Metaheuristics in Combinatorial Optimization.** *Annals of Operations Research* 2005, 140:189–213. 36
- [169] Melián B, Moreno JA, Moreno JM: **Metaheuristics: A global view.** *Inteligencia Artificial, Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial* 2003, 19:7–28. 36, 113, 114

- [170] Gendreau M, Laporte G, Potvin JY: *Local Search in Combinatorial Optimization*, Wiley 1997 cap. Vehicle routing: modern heuristics, :311–336. 37
- [171] Cordeau JF, Laporte G, Savelsbergh MW, Vigo D: **Vehicle Routing**. En *Transportation, Volumen 14 de Handbooks in Operations Research and Management Science*. Editado por Barnhart C, Laporte G, Elsevier 2007:367 – 428. 37
- [172] Gendreau M, Potvin JY, Braüumlaysy O, Hasle G, Lokketangen A: **Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem and Its Extensions: A Categorized Bibliography**. En *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges, Volumen 43 de Operations Research/Computer Science Interfaces Series*. Editado por Golden B, Raghavan S, Wasil E, Sharda R, VoÄ S, Springer US 2008:143–169. 37
- [173] Zäpfel G, Braune R, Bögl M: *Metaheuristic Search Concepts. A tutorial with Applications to Production and Logistics*. Springer 2010. 37
- [174] Potvin JY, Rousse JM: **Exchange Heuristic for Routing Problems with Time Windows**. *Journal of the Operational Research Society* 1995, 46(12):1433–1446. 37
- [175] Bent R, Hentenryck PV: **A Two-Stage Hybrid Local Search for the Vehicle Routing Problem with Time Windows**. *Transportation Science. INFORMS* 2004, 38(4):515–530. 37
- [176] Breedam AV: **Improvement heuristics for the Vehicle Routing Problem based on simulated annealing**. *European Journal of Operational Research* 1995, 86(3):480 – 490. 37
- [177] Chiang WC, Russell R: **Simulated annealing metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows**. *Annals of Operations Research* 1996, 63:3–27. [10.1007/BF02601637]. 37
- [178] Gendreau M, Hertz A, Laporte G: **A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem**. *Management Science* 1994, 40(10):1276–1290. 37
- [179] Gendreau M, Laporte G, Musaragany C, Taillard ED: **A tabu search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem**. *Computers & Operations Research* 1999, 26:1153–1173. 37

- [180] Barbarosoglu G, Ozgur D: **A tabu search algorithm for the vehicle routing problem**. *Computers & Operations Research* 1999, **26**:255–270. [37](#)
- [181] Bräysy O, Gendreau M: **Tabu Search Heuristics for the Vehicle Routing Problem with Time Windows**. *Top. SEIO* 2002, **10**(2):211–237. [37](#)
- [182] Kontoravdis G, Bard JF: **A GRASP for the Vehicle Routing Problem with Time Windows**. *ORSA Journal on Computing* 1995, **7**:10–23. [37](#), [121](#)
- [183] Festa P: **Greedy Randomized Adaptive Search Procedures**. *AIROnews* 2003, **7**(4):7–11. [37](#)
- [184] Resende MG, Ribeiro CC: **Greedy Randomized Adaptive Search Procedures: Advances, Hybridizations, and Applications**. En *Handbook of Metaheuristics, Volumen 146 de International Series in Operations Research and Management Science*. Editado por Gendreau M, Potvin JY, Springer US 2010:283–319. [37](#), [119](#)
- [185] Hansen P, Mladenovic N, Moreno JA: **Variable neighbourhood search: methods and applications**. *JOR: A Quarterly Journal of Operations Research* 2008, **6**:319–360. [37](#), [124](#)
- [186] Hansen P, Mladenovic N, Brimberg J, Pérez JAM: **Variable Neighborhood Search**. En *Handbook of Metaheuristics, Volumen 146 de International Series in Operations Research & Management Science*. Editado por Gendreau M, Potvin JY, Springer US 2010:61–86. [37](#), [122](#), [131](#)
- [187] Thangiah S, Nygard K, Juell P: **GIDEON: a genetic algorithm system for vehicle routing with time windows**. En *Artificial Intelligence Applications, 1991. Proceedings., Seventh IEEE Conference on, Volumen i* 1991:322–328. [37](#)
- [188] Baker BM, Ayeche M: **A genetic algorithm for the vehicle routing problem**. *Computers & Operations Research* 2003, **30**(5):787–800. [37](#)
- [189] Prins C: **A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem**. *Computers & Operations Research* 2004, **31**:1985–2002. [37](#)

- [190] Taillard AD, Gambardella LM, Gendreau M, Potvin JY: **Adaptive memory programming: A unified view of metaheuristics.** *European Journal of Operational Research* 2001, **135**:1 – 16. [37](#)
- [191] Tarantilis CD: **Solving the vehicle routing problem with adaptive memory programming methodology.** *Computers & Operations Research* 2005, **32**(9):2309 – 2327. [37](#)
- [192] Russell RA, Chiang WC: **Scatter search for the vehicle routing problem with time windows.** *European Journal of Operational Research* 169 (2006) 606–622 2006, **169**:606–622. [37](#)
- [193] Tang J, Zhang J, Pan Z: **A scatter search algorithm for solving vehicle routing problem with loading cost.** *Expert Systems with Applications* 2010, **37**:4073–4083. [37](#)
- [194] Lima C, Goldberg M, Goldberg E: **A Memetic Algorithm for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem.** *Electronic Notes in Discrete Mathematics* 2004, **18**(0):171 – 176. [37](#)
- [195] Prins C: **Two memetic algorithms for heterogeneous fleet vehicle routing problems.** *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 2009, **22**(6):916 – 928. [37](#)
- [196] Dorigo M, Stützle T: **The Ant Colony Optimization Metaheuristic: Algorithms, Applications, and Advances.** En *Handbook of Metaheuristics, Volumen 57 de International Series in Operations Research & Management Science*. Editado por Glover F, Kochenberger G, Springer New York 2003:250–285. [37](#), [126](#)
- [197] Bell JE, McMullen PR: **Ant colony optimization techniques for the vehicle routing problem.** *Advanced Engineering Informatics* 2004, **18**:41 – 48. [37](#), [127](#)
- [198] Dorigo M, Birattari M, Stutzle T: **Ant colony optimization.** *Computational Intelligence Magazine, IEEE* 2006, **1**(4):28 –39. [37](#), [124](#), [126](#)
- [199] Bin Y, Zhong-Zhen Y, Baozhen Y: **An improved ant colony optimization for vehicle routing problem.** *European Journal of Operational Research* 2009, **196**:171–176. [37](#)
- [200] Eberhart RC, Shi Y: **Particle swarm optimization:developments, applications and resources.** En *Proceeding Congress on*

- Evolutionary Computation, Volumen 1*. Editado por IEEE 2001:81–86. [37](#), [129](#)
- [201] Gounaris CE, Repoussis PP, Tarantilis CD, Floudas CA: **A Hybrid Branch-and-Cut Approach for the Capacitated Vehicle Routing Problem**. En *21st European Symposium on Computer Aided Process Engineering, Volumen 29 de Computer Aided Chemical Engineering*. Editado por EN Pistikopoulos MG, Kokossis A, Elsevier 2011:507 – 511. [37](#)
- [202] Maraver G, Hurtado NE, Cañadas P: **Incidencia de las dimensiones del entorno y la incertidumbre sobre el canal de distribución: Consideraciones en el sector logístico**. En *La gestión de la diversidad : XIII Congreso Nacional, IX Congreso Hispano-Francés, Volumen 1* 1999:309–316. [39](#)
- [203] Peidro D, Mula F, Poler R: **Aplicaciones de la teoría de conjuntos difusos para la planificación de la cadena de suministro bajo incertidumbre: un estudio de la literatura**. En *Primer Congreso de Logística y Gestión de la Cadena de Suministro* 2007. [42](#)
- [204] Pfeffer J, Salancik G: *The external control of organizations: a resource dependence perspective*. Stanford Business Books, Stanford University Press 2003. [42](#)
- [205] Vorst JGAJVD, Beulens AJM: **Identifying sources of uncertainty to generate supply chain redesign strategies**. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management* 2002, **32**(6):409–430. [42](#)
- [206] Davis T: **Effective Supply Chain Management**. *Sloan Management Review* 1993, **Summer**, **15 July**:35–46. [42](#)
- [207] Mason-Jones R, Towill DR: **Shrinking the supply chain Uncertainty Circle**. *Control* 1998, **24**(7):17–22. [42](#)
- [208] Figliozzi MA: **The impacts of congestion on commercial vehicle tour characteristics and costs**. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 2010, **46**(4):496 – 506. [43](#)
- [209] Sanchez-Rodrigues V, Stantchev D, Potter A, Naim M, Whiteing A: **Establishing a transport operation focused uncertainty model for the supply chain**. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management* 2008, **39**(5):388–411. [43](#)



- [210] Raccon LBS: **The Chaos Strategy**. *ACM SIGSOFT Software Engineering Notes* 1995, **20**(5):40–46. 45
- [211] Asselt MBAV: *Perspectives on Uncertainty and Risk: the PRIMA Approach to Decision Support*. Kluwer Academic Publishers 2000. 45
- [212] Rowe WD: **Understanding Uncertainty**. *Risk Analysis* 1994, **14**(5):743–750. 45
- [213] Van Asselt MBA, Rotmans J: **Uncertainty in Integrated Assessment Modelling**. *Climatic Change* 2002, **54**:75–105. 45
- [214] Ayyub BM, Klir GJ: *Uncertainty Modeling and Analysis in Engineering and the Sciences*. Chapman Hall 2006. 45, 49
- [215] Oreja J, Yanez V: **La incertidumbre percibida del entorno como condicionante del riesgo estratégico asumido por el decisor**. *Cuadernos de economía y dirección de la empresa* 2005, **25**(25):5–28. 46
- [216] Funtowicz S, Ravetz J: **Uncertainty and Quality in Science for Policy**. En *Theory and Decision Library A: Philosophy and methodology of the social sciences, Volumen 15*, Springer 1990. 46
- [217] Hatfield AJ, Hipel KW: **Understanding and managing uncertainty and information**. En *Systems, Man, and Cybernetics, 1999. IEEE SMC '99 Conference Proceedings. 1999 IEEE International Conference on, Volumen 5* 1999:1007–1012. 46
- [218] Walker W, Harremoës P, Rotmans J, van der Sluijs J, van Asselt M, Janssen P, Kraymer von Krauss M: **Defining Uncertainty: A Conceptual Basis for Uncertainty Management in Model-Based Decision Support**. *Integrated Assessment* 2003, **4**:5–17. 46
- [219] Oberkampf WL, Helton JC, Joslyn CA, Wojtkiewicz SF, Ferson S: **Challenge problems: uncertainty in system response given uncertain parameters**. *Reliability Engineering & System Safety* 2004, **85**(1-3):11 – 19. 47
- [220] Ayyub BM: *Applied Research in Uncertainty Modeling and Analysis*, Springer, *Volumen 20 de International Series in Intelligent Technologies* 2005 cap. Philosophical and theoretical bases for analyzing and modeling uncertainty and ignorance, :1–18. 47

- [221] Klir G, Yuan B: *Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications*. Prentice Hall PTR 1995. 47, 55
- [222] Klir GJ: **Principles of uncertainty: What are they? Why do we need them?** *Fuzzy Sets and Systems* 1995, 74:15 – 31. 48
- [223] Klir GJ, Folger TA: *Fuzzy sets, uncertainty, and information*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc. 1987. 49
- [224] Shannon CE: **A mathematical theory of communication**. *SIGMOBILE Mob. Comput. Commun. Rev.* 2001, 5:3–55. 49
- [225] Shafer G: **Probability Judgment in Artificial Intelligence**. En *Conference Annual on Uncertainty in Artificial Intelligence UAI'85*. Editado por Kanal LN, Lemmer JF, Elsevier Science 1985:127–136. 50
- [226] Dempster AP: **Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping**. *Annals of Mathematical Statistics* 1967, 38:325–339. 50
- [227] Dubois D, Prade H: *Possibility theory: An approach to computerized processing of uncertainty*. Kluwer 1988. 50, 62
- [228] Zadeh L: **Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility**. *Fuzzy Sets and Systems* 1978, 1:3–28. 50, 62
- [229] Roventa E, Spiricu T, Roventa E, Spiricu T: **Possibility Theory**. En *Management of Knowledge Imperfection in Building Intelligent Systems, Volumen 227 de Studies in Fuzziness and Soft Computing*, Springer Berlin / Heidelberg 2009:187–194. 50
- [230] Zadeh LA: **Fuzzy sets**. *Information and Control* 1965, 8:338–353. 51, 54, 55
- [231] Moore RE, Bierbaum F: *Methods and Applications of Interval Analysis, Volumen 2 de Studies in Applied Mathematics*, SIAM 1979. 51
- [232] Moore R, Lodwick W: **Interval analysis and fuzzy set theory**. *Fuzzy Sets and Systems* 2003, 135:5 – 9. 51
- [233] Buckley J: **Fuzzy Probability Theory**. En *Fuzzy Probability and Statistics, Volumen 196 de Studies in Fuzziness and Soft Computing*, Springer Berlin / Heidelberg 2006:21–49. 51

- [234] Zadeh LA: **Fuzzy Logic and Soft Computing: Issues, Contentions and Perspectives.** En *IIZUKA '94: Third Int. Conf. on Fuzzy Logic, Neural Nets and Soft Computing* 1994:1–2. 51
- [235] Verdegay JL: **De los conjuntos difusos a la Soft Computing.** *ÁGORA. Papeles de Filosofía* 2005, 24(2):29–48. 52
- [236] Chaturvedi D: **Introduction to Soft Computing.** En *Soft Computing, Volumen 103 de Studies in Computational Intelligence*, Springer Berlin / Heidelberg 2008:1–10. 52
- [237] Bonissone P: **Hybrid Soft computing Systems: Where Are We Going?** En *Conference on Artificial Intelligence (ECAI2000)*, Berlin, Germany: ECAI 2000:739–746. 52
- [238] Verdegay JL: **Una revisión de las metodologías que integran la "Soft Computing".** En *Simposio sobre Lógica Fuzzy y Soft Computing (LFSC2005)* 2005:151–156. 52
- [239] Bonissone P: **Soft Computing and Meta-heuristics: using knowledge and reasoning to control search and vice-versa.** En *SPIE, Applications and Science of Neural Networks, Fuzzy Systems and Evolutionary Computation V., Volumen 5200* 2004:133–149. 52, 53
- [240] Verdegay JL, Yager RR, Bonissone PP: **On heuristics as a fundamental constituent of soft computing.** *Fuzzy Sets and Systems* 2008, 159:846–855. 52, 53, 76
- [241] Magdalena L: **What is Soft Computing? Revisiting Possible Answers.** En *Computational Intelligence In Decision and Control. 8th international FLINS Conference* 2008:3–10. 52
- [242] Singh N: **Emerging technologies to support supply chain management.** *Commun. ACM* 2003, 46:243–247. 52
- [243] Min H: **Artificial intelligence in supply chain management: theory and applications.** *International Journal of Logistics Research and Applications* 2010, 13:13–39. 52
- [244] Fulcher J: **Computational Intelligence: An Introduction.** En *Computational Intelligence: A Compendium, Volumen 115 de Studies in Computational Intelligence*. Editado por Fulcher J, Jain L, Springer Berlin / Heidelberg 2008:3–78. 53

- [245] Zadeh LA: **Some reflections on soft computing, granular computing and their roles in the conception, design and utilization of information/ intelligent systems.** *Soft Computing* 1998, **2**:23–25. 53
- [246] Grosan C, Abraham A: **Hybrid Intelligent Systems.** En *Intelligent Systems, Volumen 17 de Intelligent Systems Reference Library.* Editado por Kacprzyk J, Jain LC, Springer Berlin Heidelberg 2011:423–450. 53
- [247] Dote Y, Ovaska SJ: **Industrial applications of soft computing: a review.** *Proceedings of the IEEE* 2001, **89**(9):1243–1265. 54
- [248] Aminzadeh F: **Applications of AI and soft computing for challenging problems in the oil industry.** *Petroleum Science and Engineering* 2005, **47**:5–14. 54
- [249] Ko M, Tiwari A, Mehnen J: **A review of soft computing applicactions in supply chain management.** *Applied Soft Computing* 2010, **10**:661–674. 54
- [250] Avineri E: **Soft Computing Applications in Traffic and Transport Systems: A Review.** En *Soft Computing: Methodologies and Applications, Volumen 32 de Advances in Soft Computing.* Editado por Hoffmann F, Kappen M, Klawonn F, Roy R, Springer Berlin / Heidelberg 2005:17–25. 54
- [251] Cabrera IP, Cordero P, Ojeda-Aciego M: **Fuzzy Logic, Soft Computing and Applications.** En *Bio-Inspired Systems: Computational and Ambient Intelligence. 10th International Work-Conference on Artificial Neural Networks, IWANN 2009, Volumen 5517 de Lecture Notes in Computer Science.* Editado por Cabestany J, Sandoval F, A-Prieto, Corchado JM, Springer 2009:236–244. 54
- [252] Rao KK, SVP Raju G: **An Overview on Soft Computing Techniques.** En *High Performance Architecture and Grid Computing, Volumen 169 de Communications in Computer and Information Science.* Editado por Mantri A, Nandi S, Kumar G, Kumar S, Springer Berlin Heidelberg 2011:9–23. 54
- [253] Zadeh LA: **Fuzzy Logic, Neural Networks, and So Computing.** *Communications of th ACM* 1994, **37**:77–84. 54
- [254] Pedrycz W, Gomide F: *An introduction to fuzzy sets.* The MIT Press 1998. 54

- [255] Zimmermann HJ: *Fuzzy Sets: Theory and its applications*. Kluwer Academic Press 1996. 55
- [256] Dubois D, Prade H: **Operations on Fuzzy Numbers**. *International Journal Systems Science* 1978, 9:613–626. 58
- [257] Dubois D, Prade H: *Fuzzy sets and systems - Theory and applications*. New York: Academic Press 1980. 58
- [258] Zhu Q, Lee ES: *Fuzzy regression Analysis*, Onmitech Press Warsaw and Physica-Verlag 1992 cap. Comparison and Ranking of Fuzzy Numbers. 61, 86
- [259] Nahmias S: **Fuzzy variables**. *Fuzzy Sets and Systems* 1978, 1:97–110. 62
- [260] Pardalos P, Resende M (Eds): *Handbook of Applied Optimization*. Oxford university 2000. 64
- [261] Grotschel M: *Handbook of Combinatorics*, North-Holland, *Volumen 2* 1995 cap. Combinatorial Optimization, :1541–1597. 64
- [262] Sahinidis NV: **Optimization under uncertainty: state-of-the-art and opportunities**. *Computers and Chemical Engineering* 2004, 28:971–983. 66
- [263] Shapiro A, Dentcheva D, Ruszczyński A: *Lectures on Stochastic Programming*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics 2009. 66
- [264] Ruszczyński A, Shapiro A: **Stochastic Programming Models**. En *Stochastic Programming, Volumen 10 de Handbooks in Operations Research and Management Science*. Editado por Ruszczyński A, Shapiro A, Elsevier 2003:1 – 64. 66
- [265] Cadenas J, Verdegay J: **A primer on fuzzy optimization models and methods**. *Iranian Journal of Fuzzy Systems* 2006, 3:1–21. 66, 72
- [266] Yin Y, Kaku I, Tang J, Zhu J, Yin Y, Kaku I, Tang J, Zhu J: **Fuzzy Modeling and Optimization: Theory and Methods**. En *Data Mining, Decision Engineering*, Springer London 2011:25–54. 66
- [267] Lodwick W, Untiedt E: **Introduction to Fuzzy and Possibilistic Optimization**. En *Fuzzy Optimization, Volumen 254 de Studies in Fuzziness and Soft Computing*. Editado por Lodwick W, Kacprzyk J, Springer Berlin / Heidelberg 2010:33–62. 66

- [268] Bellman R, Zadeh L: **Decision Making in a Fuzzy Environment**. *Management Science* 1970, **17**(4):141–164. 67, 77
- [269] Verdegay JL: **Fuzzy optimization: models, methods and perspectives**. En *In proceeding 6th IFSA-95 World Congress*. 1995:39–71. 67, 71, 85
- [270] Baykasoglu A, Gocken T: **Review and classification of fuzzy mathematical programs**. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems* 2008, **19**:205–229. 67
- [271] Verdegay J: *Fuzzy Information and Decision Processes*, North-Holland 1982 cap. Fuzzy mathematical programming. 68, 84, 96, 104, 110
- [272] Zimmermann HJ: **Description and optimization of fuzzy system**. *International Journal of general System* 1976, **2**:209–219. 70
- [273] Safi M, Maleki H, Zaeimazad E: **A note on the Zimmermann method for solving fuzzy linear programming problems**. *Iranian Journal of Fuzzy Systems* 2007, 4:31–45. 70
- [274] Delgado M, Verdegay JL, Vila MA: **Imprecise costs in mathematical programming problems**. *Control and Cybernet* 1987, **16**(2):113–121. 70, 83
- [275] Delgado M, Verdegay J, Vila M: **Relating different approaches to solve linear programming problems with imprecise costs**. *Fuzzy Sets and Systems* 1990, **37**:33 – 42. 70
- [276] Campos L, Verdegay JL: **Linear programming problems and ranking of fuzzy numbers**. *Fuzzy Sets and Systems* 1989, **32**:1–11. 71, 72, 85
- [277] Delgado M, Verdegay J, Vila M: **A general model for fuzzy linear programming**. *Fuzzy Sets and Systems* 1989, **29**:21–29. 71, 72, 92, 94
- [278] Cadenas JM, Verdegay JL: *Modelos de optimización con datos Imprecisos*. Servicio de publicaciones. Universidad de Murcia 1999. 72
- [279] Cadenas J, Verdegay J: **Using fuzzy numbers in linear programming**. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 1997, **27B**(6):1017–1022. 73

- [280] Teodorovic D, Kikuchi S: **Application of fuzzy sets theory to the saving based vehicle routing algorithm**. *Civil Engineering Systems* 1991, **8**:87–93. 75, 78
- [281] Dror M: **Modeling vehicle routing with uncertain demands as a stochastic program: Properties of the corresponding solution**. *European Journal of Operational Research* 1993, **64**(3):432 – 441. 77
- [282] Bianchi L, Birattari M, Chiarandini M, Manfrin M, Mastrolilli M, Paquete L, Rossi-Doria O, Schiavinotto T: **Hybrid Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands**. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms* 2006, **5**:91–110. 77
- [283] Haugland D, Ho SC, Laporte G: **Designing delivery districts for the vehicle routing problem with stochastic demands**. *European Journal of Operational Research* 2007, **180**:997–1010. 77
- [284] Bent R, Hentenryck PV: **Dynamic Vehicle Routing with stochastic request**. En *International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'03)* 2003. 77
- [285] Lucic P, Teodorovic D: *Fuzzy Sets Based Heuristics for Optimization*, Springer Verlag, *Volumen 126* 2003 cap. Vehicle routing problem with uncertain demand at nodes: The Bee System and fuzzy logic Approach, :67–82. 78
- [286] Lucic P, Teodorovic D: **The fuzzy ant system for the vehicle routing problem when demand at nodes is uncertain**. *International Journal on Artificial Intelligence Tools (IJAIT)* 2007, **16**(5):751–770. 78
- [287] Liu CS, Lai MY: **The vehicle routing problem with uncertain demand at nodes**. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 2009, **5**(4):517–524. 78
- [288] Jia J, Liu N, RWang: **Genetic algorithm for fuzzy logistics distribution vehicle routing problem**. En *Proceeding International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics* 2008:1427–1432. 79, 80
- [289] Tang L, Cheng W, Xhang Z, Zhong B: **Ant Colony Algorithm Based on Information Entropy Theory to Fuzzy Vehicle Routing Problem**. En *Proceedings ISKE, series: Advances in Intelligent Systems Research* 2007. 79

- [290] Hong L, Xu M: **A model of MDVRPTW with fuzzy travel time and time-dependent and its solution.** En *Proceeding of Fifth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, Volumen 3* 2008:473–478. 79
- [291] Hong L, Xu M: **Real Vehicle Routing and Dispatching with Dynamic Fuzzy Travel Times.** En *Proceeding of Second International Conference on Genetic and Evolutionary Computing* 2008:32–37. 79
- [292] Charnes A, Cooper WW: **Chance-Constrained Programming.** *Management Science* 1959, **6**:73–79. 79, 80
- [293] Liu B: **Fuzzy random Chance-Constraint Programming.** *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 2001, **9**(5):713–720. 79
- [294] Liu B, Iwamura K: **Chance constrained programming with fuzzy parameters.** *Fuzzy Sets and Systems* 1998, **94**(2):227–237. 79
- [295] Xu J, He Y: **A class of random fuzzy linear programming model and its application to vehicle routing problem.** Tech. rep., Tsinghua University 2004. 79
- [296] He Y, Xu J: **A class of random fuzzy programming model and its application to vehicle routing problem.** *World Journal of Modelling and Simulation Vol. 1 (2005) No. 1, pp. 3-11* 2005, **1**:3–11. 80
- [297] Erbao C, Mingyong L: **A hybrid differential evolution algorithm to vehicle routing problem with fuzzy demands.** *Journal of Computational and Applied Mathematics* 2009, **231**:302–310. 80
- [298] Erbao C, Mingyong L: **The open vehicle routing problem with fuzzy demands.** *Expert Systems with Applications* 2010, **37**:2405–2411. 80, 107
- [299] Werners B, Drave M: *In Fuzzy Sets Based Heuristics for Optimization.*, Springer – Verlag 2003 cap. Capacitated vehicle routing problem with fuzzy demand., :317–334. 80
- [300] Yang Y, Xu J: **A class of multi-objective vehicle routing optimal model under fuzzy random environment and its application.** *World Journal of Modelling and Simulation* 2008, **4**(2):112–119. 80



- [301] Kuo R, Chiu C, Lin Y: **Integration of fuzzy theory and ant algorithm for vehicle routing problem with time window.** En *International Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society, Volumen 23* 2004:925–930. [88](#)
- [302] Peng J, Shang G, Liu H: **A Hybrid Intelligent Algorithm for Vehicle Routing Models with Fuzzy Travel Times.** En *Computational Intelligence, Volumen 4114 de Lecture Notes in Computer Science*. Editado por Huang DS, Li K, Irwin G, Springer Berlin / Heidelberg 2006:965–976. [88](#), [141](#), [188](#), [190](#), [192](#), [195](#), [219](#)
- [303] Zhang JY, Li J: **Study on Logistics Distribution vehicle routing problem with fuzzy due-time.** En *International Conference on Management Science & Engineering* 2007:311–317. [88](#)
- [304] Guo ZG, Mak KL: **A heuristic algorithm for the stochastic vehicle routing problems with soft time windows, Evolutionary Computation, 2004. CEC2004. Congress on , vol.2, no., pp. 1449- 1456 Vol.2, 19-23 (2004).** En *Evolutionary Computation, 2004. CEC2004., Volumen 2* 2004:1449–1456. [88](#)
- [305] Djadane M, Goncalves G, Hsu T, Dupas R: **Dynamic Vehicle Routing Problems under Flexible Time Windows and Fuzzy Travel Times.** En *Proceedings of 2006 International Conference on Service Systems and Service Management, Volumen 2* 2006:1519–1524. [88](#)
- [306] Balakrishnan N: **Simple heuristics for the vehicle routing problem with soft time windows.** *The Journal of the Operational Research Society* **44**, 279–287. (1993). *Journal of the Operational Research Society* 1993, **44**:279–287. [89](#)
- [307] Taillard E, Badeau P, Gendreau M, Guertin F, Potvin JY: **A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with soft time windows.** *Transportation Science* 1997, **31**:170–186. [89](#)
- [308] Chiang R WCand Russell: **A metaheuristic for the vehicle-routing problem with soft time windows.** *Journal of the Operational Research Society* 2004, **55**:1298–1310. [89](#)
- [309] Hashimoto H, Ibaraki T, Imahori S, Yagiura M: **The vehicle routing problem with flexible time windows and traveling times.** *Discrete Applied Mathematics* 2006, **154**:2271.2290. [89](#)

- [310] Bao J, Cai T, Jiang Z: **Research on vehicle routing problem with soft time windows and distribution time constraints of vehicles.** En *Int Conf. Future Information Technology and Management Engineering* 2010:205–208. 89
- [311] Zhang J, Liu L, Mu W, Moga L, Zhang X: **Development of temperature managed traceability systems for frozen and chilled food during storage and transportation.** *Journal of Food, Agriculture and Environment* 2009, 7:28–31. 97
- [312] Bogataj M, Bogataj L, R V: **Stability of perishable goods in cold logistic chain.** *Int. Journal of Production Economics* 2005, 93-94:345–356. 98
- [313] Hsu C, Hung S, Li H: **Vehicle routing problem with time-windows for perishable food delivery.** *Journal of Food Engineering* 2007, 80(2):465–475. 98, 99
- [314] Chen HK, Hsueh CF, Chang MS: **Production scheduling and vehicle routing with time windows for perishable food products.** *Computers & Operations Research* 2009, 36(7):2311–2319. 99
- [315] Osvald A, Stirn LZ: **A vehicle routing algorithm for the distribution of fresh vegetables and similar perishable food.** *Journal of Food Engineering* 85 (2008) 285–295 2008, 85:285–295. 99
- [316] García EJ, Mateo M: **La subcontratación de servicios logísticos.** *Técnica Industrial* 2008, 275:70–73. 106
- [317] Tarantilis C, Ioannou G, Kiranoudis C, Prastacos GP: **Solving the open vehicle routing problem via a single parameter metaheuristic algorithm.** *Journal of Operation Research* 2005, 56:588–596. 107
- [318] Li X, Tian P: **An ant colony system for the open vehicle routing problem.** En *Lecture Notes in Computer Science (ANTS 2006)*, Volumen 4150. Editado por et al DM, Springer 2006:356–363. 107
- [319] Wang W, Wu B, Zhao Y, D Feng P: **Particle swarm optimization for open vehicle routing problem.** En *2006 International conference on Intelligent Computing: Part II (ICIC'06)*. Editado por Huang DS, Li K, Irwing GW, Springer-Verlag 2006:999–1007. 107, 129

- [320] Derigs U, Reuter K: **A simple and efficient tabu search heuristic for solving the open vehicle routing problem.** *Journal of the Operational Research Society* 2009, **60**:1658–1669. 107
- [321] Fleszar K, Osman IH, Hindi KS: **A variable neighbourhood search algorithm for the open vehicle routing problem.** *European Journal of Operational Research* 2009, **195**:803–809. 107, 124
- [322] Ge H, Zhen T, Jiang Y, Che Y: *Advances in Wireless Networks and Information Systems, LNEE 72*, Springer-Verlag 2010 cap. An Intelligent Solution for Open Vehicle Routing Problem in Grain Logistics, :389–396. 107
- [323] Repoussis PP, Tarantilis CD, Braysy O, Ioannou G: **A hybrid evolution strategic for the open vehicle routing problem.** *Computer and Operational Research* 2010, **37**:443–455. 107
- [324] Salari M, Toth P, Tramontani A: **An ILP improvement procedure for the Open Vehicle Routing Problem.** *Computer and Operational Research* 2010, **37**:2106–2120. 107
- [325] Zachariadis E, Kiranoudis T: **An open vehicle routing problem metaheuristic for examining wide solution neighborhoods.** *Computer and Operational Research* 2010, **37**:712–723. 107
- [326] Yu S, Ding C, Zhu K: **A hybrid GA-TS algorithm for open routing optimization of coal mines material.** *Expert Systems with Applications* 2011, **38**:10568–10573. 107
- [327] MirHassani SA, Abolghasemi N: **A particle swarm optimization algorithm for open vehicle routing problem.** *Expert Systems with Applications* 2011, **38**:11547–11551. 107
- [328] Li G: **Research on vehicle routing problem with time windows based on improved genetic algorithm.** En *2009 International Conference on Computational Intelligence and Software Engineering* 2009:1–5. 107
- [329] Li G: **An Improved Ant Colony Algorithm for Open Vehicle Routing Problem with Time Windows.** En *2009 International Conference on Information Management, Innovation Management and Industrial Engineering*, 2 2009:616–619. 107

- [330] Liu R, Jiang Z, Hu H, Yao S: **A Memetic Algorithm for the Close-Open Mixed Vehicle Routing Problem**. En *2010 IEEE IEM* 2010:728–732. **107**
- [331] Gendreau M, Potvin JY (Eds): *Handbook of Metaheuristics, Volumen 146 de International Series in Operations Research and Management Science*. Springer, second edition 2010. **111**
- [332] Russel S, Norvig P: *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. Prentice Hall 2003. **112**
- [333] Glover F: **Future paths for integer programming and links to artificial intelligence**. *Computational Operational Research* 1986, **13**:533–549. **113**
- [334] Reeves CR: *Modern heuristic techniques for combinatorial problems*. Advanced topics in computer science series, Halsted Press 1993. **113**
- [335] Raidl GR, Puchinger J, Blum C: *Handbook of Metaheuristics*, Springer, *Volumen 146 de International Series in Operations Research and Management Science* 2010 cap. Metaheuristic Hybrids, :469–496. **113**
- [336] Burke E, Kendall G, Newall J, Hart E, Ross P, Schulenburg S: **Hyper-Heuristics: An Emerging Direction in Modern Search Technology**. En *Handbook of Metaheuristics, Volumen 57 de International Series in Operations Research & Management Science*. Editado por Glover F, Kochenberger G, Springer New York 2003:457–474. **113, 118, 119**
- [337] Glover F, Kochenberger GA: *Handbook of metaheuristics*. Springer 2003. **113**
- [338] Osman I, Laporte G: **Metaheuristics: A bibliography**. *Annals of Operations Research* 1996, **63**:511–623. **113**
- [339] Blum C, Roli A: **Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison**. *ACM Comput. Surv.* 2003, **35**:268–308. **114, 116**
- [340] Brito J, Campos C, García F, García M, Melián B, Moreno JA, J M Moreno Metaheurísticas: Una revisión actualizada Documentos de Trabajo del DEIOC Universidad de La Laguna N: **Metaheurísticas: Una revisión actualizada**. Documentos de Trabajo 2, DEIOC. Universidad de La Laguna 2004. **114**

- [341] Talbi EG: *Metaheuristics : from design to implementation*. Wiley 2009. 115
- [342] Raidl GR: **A unified view on hybrid metaheuristics**. En *Proceedings of the Hybrid Metaheuristics Workshop, Lecture Note Computer Science*, 4030. Editado por Almeida F, Aguilera MJB, Blum C, Vega JMM, Pérez MP, Roli A, Sampels M 2006:1–12. 117
- [343] Blum C, Puchinger J, Raidl GR, Roli A: **A brief survey on hybrid metaheuristics**. En *Proceedings of BIOMA 2010 4th International Conference on Bioinspired Optimization Methods and their Applications*. Editado por Filipic B, Silc J 2010:3–16. 117
- [344] Blum C, Puchinger J, Raidl GR, Roli A: **Hybrid metaheuristics in combinatorial optimization: A survey**. *Applied Soft Computing* 2011, 11:4135–4151. 117
- [345] El-Abd M, Kamel M: **A Taxonomy of Cooperative Search Algorithms**. En *Hybrid Metaheuristics, Volumen 3636 de Lecture Notes in Computer Science*. Editado por Blesa M, Blum C, Roli A, Sampels M, Springer Berlin / Heidelberg 2005:902–902. 118
- [346] Backer BD, Furnon V, Shaw P, Kilby P, Prosser P: **Solving Vehicle Routing Problems Using Constraint Programming and Metaheuristics**. *Journal of Heuristics* 2000, 6:501–523. 118
- [347] Puchinger J, Raidl GR: **Combining Metaheuristics and Exact Algorithms in Combinatorial Optimization: A Survey and Classification**. En *First International Work-Conference on the Interplay Between Natural and Artificial Computation. LNCS, Volumen 3562*. Editado por Springer 2005:41–53. 118
- [348] Jourdan L, Basseur M, Talbi EG: **Hybridizing exact methods and metaheuristics: A taxonomy**. *European Journal of Operational Research* 2009, 199(3):620 – 629. 118
- [349] Talbi EG: **A Taxonomy of Hybrid Metaheuristics**. *Journal of Heuristics* 2002, 8:541–564. 118
- [350] Cowling P, Kendall G, Soubeiga E: **A hyperheuristic approach to scheduling a sales summit**. En *Practice and Theory of Automated Timetabling III (PATAT 2000), Volumen 2079 de Lecture Notes in Computer Science*. Editado por EK B, W E, Springer 2001:176–190. 118

- [351] Ross P: **Hyper-Heuristics**. En *Search Methodologies*. Editado por Burke EK, Kendall G, Springer US 2005:529–556. 118, 119
- [352] Ozcan E, Bilgin B, Korkmaz EE: **A comprehensive analysis of hyper-heuristics**. *Intell. Data Anal.* 2008, **12**:3–23. 119
- [353] Burkner EK, Hyde M, Kendall G, Ochoa G, Azcan E, Woodward JR: **A Classification of Hyper-heuristic Approach**. En *Handbook of Metaheuristics, Volumen 146 de International Series in Operations Research & Management Science*. Editado por Gendreau M, Potvin JY, Springer US 2010:449–468. 119
- [354] Feo TA, Resende MGC: **Greedy randomized adaptive search procedures**. *Journalsl Global Optimization* 1995, **6**:109–133. 119, 121
- [355] Resende M, Ribeiro C: **Greedy Randomized Adaptive Search Procedures**. En *Handbook of Metaheuristics, Volumen 57 de International Series in Operations Research and Management Science*. Editado por Glover F, Kochenberger G, Springer New York 2003:219–249. 119
- [356] Resende M, González J: **Grasp: Procedimientos de búsqueda miopes aleatorizados y adaptativos**. *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial* 2003, **19**:61–76. 119
- [357] Pitsoulis L, Resende M: **Greedy randomized adaptive search procedures**. En *Handbook of Applied Optimization*. Editado por Pardalos P, Resende M, Oxford University Press 2002:178–183. 121
- [358] Glover F, Laguna M, Marti R: **Scatter Search and Path Relinking: Advances and Applications**. En *Handbook of Metaheuristics, Volumen 57 de International Series in Operations Research & Management Science*. Editado por Glover F, Kochenberger G, Springer New York 2003:1–35. 121
- [359] Festa P, Resende M: **GRASP: An annotated bibliography**. En *Essays and surveys in metaheuristics*. Editado por Ribeiro C, Hansen P, Kluwer Academic Publishers 2002:325–367. 121
- [360] Chaovalitwongse W, Kim D, Pardalos PM: **GRASP with a New Local Search Scheme for Vehicle Routing Problems with Time Windows**. *Journal of Combinatorial Optimization* 2003, **7**:179–207. 121

- [361] Boudia M, Louly M, Prins C: **A reactive GRASP and path relinking for a combined production distribution problem.** *Computers and Operations Research* 2007, **34**(11):3402 – 3419. 122
- [362] Mladenovic N, Hansen P: **Variable neighborhood search.** *Computers & Operations Research* 1997, **24**(11):1097 – 1100. 122
- [363] Hansen P, Mladenovic N: **Variable neighborhood search for the p-median.** *Location Science* 1997, **5**(4):207 – 226. 122
- [364] Hansen P, Mladenovic N: **Variable neighborhood search: Principles and applications.** *European Journal of Operational Research* 2001, **130**(3):449–467. 122
- [365] Hansen P, Mladenovic N, Moreno J: **Búsqueda de entorno variable.** *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial* 2003, **19**:77–92. 124
- [366] Liu FHF, Shen SY: **A route-neighborhood-based metaheuristic for vehicle routing problem with time windows.** *European Journal of Operational Research* 1999, **118**(3):485 – 504. 124
- [367] Kytojoki J, Nuortio T, Braysy O, Gendreau M: **An efficient variable neighborhood search heuristic for very large scale vehicle routing problems.** *Computers & Operations Research* 2007, **34**(9):2743 – 2757. 124
- [368] Polacek M, Doerner K, Hartl R, Maniezzo V: **A variable neighborhood search for the capacitated arc routing problem with intermediate facilities.** *Journal of Heuristics* 2008, **14**:405–423. [10.1007/s10732-007-9050-2]. 124
- [369] Dorigo M, Di Caro G: **Ant colony optimization: a new meta-heuristic.** En *Evolutionary Computation, 1999. CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on, Volumen 2* 1999:1471–1477. 124
- [370] Dorigo M, Di Caro G: *The ant colony optimization meta-heuristic*, Maidenhead, UK, England: McGraw-Hill Ltd., UK 1999 cap. The Ant Colony Optimization Meta-heuristic, :11–32. 124
- [371] Dorigo M, Blum C: **Ant colony optimization theory: A survey.** *Theoretical Computer Science* 2005, **344**:243–278. 124
- [372] Mullen RJ, Monekosso D, Barman S, Remagnino P: **A review of ant algorithms.** *Expert Systems with Applications* 2009, **36**:9608–9617. 126

- [373] Teodorovic D: **Swarm intelligence systems for transportation engineering: Principles and applications**. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 2008, **16**(6):651 – 667. [126](#)
- [374] Potvin JY: **A Review of Bio-inspired Algorithms for Vehicle Routing**. En *Bio-inspired Algorithms for the Vehicle Routing Problem, Volumen 161 de Studies in Computational Intelligence*. Editado por Pereira F, Tavares J, Springer Berlin / Heidelberg 2009:1–34. [126](#), [129](#)
- [375] Reimann M, Doerner K, Hartl RF: **D-Ants: Savings Based Ants divide and conquer the vehicle routing problem**. *Computers & Operations Research* 2004, **31**(4):563 – 591. [127](#)
- [376] Mazzeo S, Loiseau I: **An Ant Colony Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing**. *Electronic Notes in Discrete Mathematics* 2004, **18**(0):181 – 186. [127](#)
- [377] Coltorti D, Rizzoli AE: **Ant colony optimization for real-world vehicle routing problems**. *SIGEVOlution* 2007, **2**:2–9. [127](#)
- [378] Gambardella LM, Taillard E, Agazzi G: *New Ideas in Optimization*, McGraw-Hill 1999 cap. MACS-VRPTW: A Multiple Ant Colony System for Vehicle Routing Problems with Time Windows, :63–76. [127](#)
- [379] Ellabib I, Calamai P, Basir O: **Exchange strategies for multiple Ant Colony System**. *Inf. Sci.* 2007, **177**:1248–1264. [127](#)
- [380] Ono H, Mori Y: **The optimal design of the vehicle routing problem with time windows by ant colony system**. En *SICE, 2007 Annual Conference* 2007:1325–1329. [127](#)
- [381] Yu B, Yang ZZ, Yao B: **An improved ant colony optimization for vehicle routing problem**. *European Journal of Operational Research* 2009, **196**:171 – 176. [127](#)
- [382] Chen B, Song S, Chen X: **A Multi-Ant Colony System for Vehicle Routing Problem with Time-Dependent Travel Times**. En *Automation and Logistics, 2007 IEEE International Conference on* 2007:446 –449. [127](#)
- [383] Donati AV, Montemanni R, Casagrande N, Rizzoli AE, Gambardella LM: **Time dependent vehicle routing problem with a multi ant colony system**. *European Journal of Operational Research* 2008, **185**(3):1174 – 1191. [127](#)



- [384] Rizzoli A, Montemanni R, Lucibello E, Gambardella L: **Ant colony optimization for real-world vehicle routing problems**. *Swarm Intelligence* 2007, **1**:135–151. 127
- [385] Doerner K, Gronalt M, Hartl R, Reimann M, Strauss C, Stummer M: **SavingsAnts for the Vehicle Routing Problem**. En *Applications of Evolutionary Computing, Volumen 2279 de Lecture Notes in Computer Science*. Editado por Cagnoni S, Gottlieb J, Hart E, Middendorf M, Raidl G, Springer Berlin / Heidelberg 2002:73–109. 127
- [386] Hu X, Ding Q, Li Y, Song D: **An Improved Ant Colony System and Its Application**. En *Computational Intelligence and Security, Volumen 4456 de Lecture Notes in Computer Science*. Editado por Wang Y, Cheung Ym, Liu H, Springer Berlin / Heidelberg 2007:36–45. 127
- [387] Kennedy J, Eberhart R: **Particle swarm optimization**. En *Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference on, Volumen 4* 1995:1942–1948. 128
- [388] Poli R, Kennedy J, Blackwell T: **Particle swarm optimization**. *Swarm Intelligence* 2007, **1**:33–57. 128
- [389] Sedighizadeh D, Masehian E: **Particle Swarm Optimization Methods, Taxonomy and Applications**. *International Journal of Computer Theory and Engineering* 2009, **1**:486–502. 129
- [390] Banks A, Vincent J, Anyakoha C: **A review of particle swarm optimization. Part II: hybridisation, combinatorial, multicriteria and constrained optimization, and indicative applications**. *Natural Computing* 2008, **7**:109–124. 129
- [391] Ai TJ, Kachitvichyanukul V: **Particle swarm optimization and two solution representations for solving the capacitated vehicle routing problem**. *Computers and Industrial Engineering* 2009, **56**:380 – 387. 129
- [392] Ai J, Kachitvichyanukul V: **A particle swarm optimisation for vehicle routing problem with time windows**. *International Journal of Operational Research* 2009, **6**(4):519–537. 129
- [393] Zhu Q, Qian L, Li Y, Zhu S: **An Improved Particle Swarm Optimization Algorithm for Vehicle Routing Problem with**

- Time Windows.** En *Evolutionary Computation, 2006. CEC 2006. IEEE Congress on 2006*:1386 –1390. 129
- [394] Gong YJ, Zhang J, Liu O, Huang RZ, Chung HSH, Shi YH: **Optimizing the Vehicle Routing Problem With Time Windows: A Discrete Particle Swarm Optimization Approach.** *Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, IEEE Transactions on 2012*, **42**(2):254 –267. 129
- [395] Lin CT: **Using Predicting Particle Swarm Optimization to solve the vehicle routing problem with time windows.** En *Industrial Engineering and Engineering Management, 2008. IEEM 2008. IEEE International Conference on 2008*:810 –814. 129
- [396] Zhen T, Zhu Y, Zhang Q: **A Particle Swarm Optimization Algorithm for the Open Vehicle Routing Problem.** En *Environmental Science and Information Application Technology, 2009. ESIAT 2009. International Conference on, Volumen 2 2009*:560 –563. 129
- [397] Liu X, Jiang W, Xie J: **Vehicle Routing Problem with Time Windows: A Hybrid Particle Swarm Optimization Approach.** En *Natural Computation, 2009. ICNC '09. Fifth International Conference on, Volumen 4 2009*:502 –506. 129
- [398] Marinakis Y, Marinaki M, Dounias G: **A hybrid particle swarm optimization algorithm for the vehicle routing problem.** *Engineering Applications of Artificial Intelligence 2010*, **23**(4):463 –472. 129
- [399] Wang Z, Li J, Fan J, Fan C: **Research on Improved Hybrid Particle Swarm Optimization for Vehicle Routing Problem with Time Windows.** En *Artificial Intelligence and Computational Intelligence (AICI), 2010 International Conference on, Volumen 1 2010*:179 –183. 129
- [400] Mao Y, Deng Y: **Solving Vehicle Routing Problem with Time Windows with Hybrid Evolutionary Algorithm.** En *Intelligent Systems (GCIS), 2010 Second WRI Global Congress on, Volumen 1 2010*:335 –339. 129
- [401] Li J: **Study of a Multi-Objective Vehicle Routing Problem with Time Window Based on Particle Swarm Optimization.**

- En *Intelligent Systems and Applications (ISA), 2011 3rd International Workshop on* 2011:1–4. 129
- [402] Norouzi N, Tavakkoli-Moghaddam R, Ghazanfari M, Alinaghian M, Salamatbakhsh A: **A New Multi-objective Competitive Open Vehicle Routing Problem Solved by Particle Swarm Optimization**. *Networks and Spatial Economics* 2011, **2**:1–25. 129
- [403] Marinakis Y: **Multiple Phase Neighborhood Search-GRASP for the Capacitated Vehicle Routing Problem**. *Expert Systems with Applications* 2012, **39**(8):6807–6815. 132
- [404] Castro-Gutierrez J, Landa-Silva D, Moreno JA: **Nature of Real-World Multi-objective Vehicle Routing with Evolutionary Algorithms**. En *Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (IEEE SMC 2011)*, IEEE Press 2011:257–264. 141, 225
- [405] Castro-Gutierrez J, Landa-Silva D, Moreno JA: **Studying the Vehicle Routing Problem with Time Windows from a Multi-objective Perspective**. En *OR53 Annual Conference*, Nottingham 2010. 225
- [406] Brito J, Martínez FJ, Moreno JA, Moreno JM: **Desarrollo de una herramienta de ayuda a la Enseñanza de Heurísticas** En *Actas de VI Jornadas sobre la Enseñanza Universitaria de la Informática, JENUI 2000*, Publicaciones de la U. de Alcalá 2000:268-273. 232
- [407] Brito J, Martínez FJ, Moreno JA, Moreno JM: *Conocimiento, Método y Tecnologías en la Educación a Distancia*. *Actas de las Jornadas UNED-2000*, UNED 2000 cap.Laboratorio virtual para Prácticas Heurísticas.,:183-188. 232

# Índice de figuras

|   |     |
|---|-----|
| 1.1. Estructura de contenidos . . . . .             | 11  |
| 2.1. Cadena de suministro . . . . .                 | 14  |
| 2.2. Ciclos de la Cadena de Suministro . . . . .    | 15  |
| 2.3. Distribución y transportes . . . . .           | 16  |
| 2.4. Taxonomía de la Ignorancia . . . . .           | 48  |
| 2.5. Tipología de Incertidumbre . . . . .           | 49  |
| 2.6. Componentes de la Soft Computing . . . . .     | 53  |
| 4.1. Procedimiento GRASP . . . . .                  | 120 |
| 4.2. Procedimiento VNS básico . . . . .             | 123 |
| 4.3. Procedimiento ACO . . . . .                    | 127 |
| 4.4. Procedimiento PSO . . . . .                    | 130 |
| 4.5. Fase de construcción GRASP . . . . .           | 131 |
| 4.6. Fase de mejora VND . . . . .                   | 132 |
| 4.7. Esquema de la metaheurística híbrida . . . . . | 133 |

|   |     |
|---|-----|
| 4.8. ACO . . . . .  | 137 |
| 4.9. Jumping Discrete PSO . . . . .   | 137 |
| 5.1. Solución GRASP-VNS con 20 nodos . . . . .  | 198 |
| 5.2. Solución Cplex con 20 nodos . . . . .  | 199 |
| 5.3. Evolución de las soluciones . . . . .  | 201 |
| 5.4. Evolución de las soluciones para $\alpha = 0,2$ . . . . .                                  | 203 |
| 5.5. Evolución de las soluciones para $\alpha = 0,4$ . . . . .                                  | 203 |
| 5.6. Evolución de las soluciones para $\alpha = 0,8$ . . . . .                                  | 204 |
| 5.7. Evolución de las soluciones para $\alpha = 1,0$ . . . . .                                  | 204 |
| A.1. Distribución geográfica de los clientes para la instancia Fuzreal71                        | 226 |
| A.2. Fichero con el perfil de ventanas de tiempo para la instancia<br>FuzGenerado250 . . . . .  | 227 |
| A.3. Ejemplo de fichero con el perfil de demandas de FuzGenerado250                             | 228 |
| A.4. Fichero con el perfil de tiempos de servicio para la instancia<br>FuzGenerado250 . . . . . | 229 |
| A.5. Repositorio del generador de instancias movrptw . . . . .                                  | 230 |
| B.1. Pantalla principal del FWRPS con solución de cuatro rutas . .                              | 233 |
| B.2. Opción Fichero para la carga de instancias . . . . .                                       | 234 |
| B.3. Datos de los clientes, instancias reales 71 . . . . .                                      | 234 |
| B.4. Cuadro de selección de parámetros para GRASP, GRASP-<br>VNS y VNS . . . . .                | 236 |

---

|   |     |
|---|-----|
| B.5. Cuadro de selección de parámetros para ACO y ACO-GRASP-VNS . . . . . | 237 |
| B.6. Valores de las soluciones obtenidas . . . . .                        | 238 |
| B.7. Ejecución del programa . . . . .                                     | 239 |

# Índice de tablas

|  |     |
|--|-----|
| 2.1. Requisitos de información. . . . .  | 40  |
| 2.2. Objetivos y criterios. . . . .  | 41  |
| 5.1. VRP con costes difusos . . . . .  | 144 |
| 5.2. VRPTW con costes difusos . . . . .  | 145 |
| 5.3. VRP con costes difusos . . . . .  | 146 |
| 5.4. VRPTW con costes difusos . . . . .  | 146 |
| 5.5. VRP con costes difusos . . . . .  | 147 |
| 5.6. VRPTW con costes difusos . . . . .  | 149 |
| 5.7. Resultados obtenidos . . . . .  | 150 |
| 5.8. VRP con restricciones de capacidad difusas y costes<br>expresados en tiempos . . . . .    | 151 |
| 5.9. VRP con restricciones de capacidad difusas y costes<br>expresados en distancias . . . . . | 152 |
| 5.10. VRP con restricciones de capacidad difusas y costes<br>expresados en tiempos . . . . .   | 153 |

|  |     |
|--|-----|
| 5.11. VRP con restricciones de capacidad difusas y costes expresados en distancias . . . . .                           | 153 |
| 5.12. VRP con restricciones de capacidad difusas y costes expresados en tiempos . . . . .                              | 155 |
| 5.13. VRP con restricciones de capacidad difusas y costes expresados en distancias . . . . .                           | 156 |
| 5.14. VRPTW con ventana de tiempo difusas y costes expresados en tiempos . . . . .                                     | 158 |
| 5.15. VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en distancias . . . . .                 | 158 |
| 5.16. VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en tiempos . . . . .                    | 159 |
| 5.17. VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en distancias . . . . .                 | 159 |
| 5.18. VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en tiempos . . . . .                    | 161 |
| 5.19. VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en distancias . . . . .                 | 162 |
| 5.20. VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y de capacidad difusas y costes expresados en tiempos . . . . .    | 164 |
| 5.21. VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y de capacidad difusas y costes expresados en distancia . . . . .  | 164 |
| 5.22. VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y de capacidad difusas y costes expresados en tiempos . . . . .    | 165 |
| 5.23. VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y de capacidad difusas y costes expresados en distancias . . . . . | 165 |
| 5.24. VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y de capacidad difusas y costes expresados en tiempos . . . . .    | 167 |



|   |     |
|---|-----|
| 5.25. VRPTW con restricciones de ventanas de tiempo y de capacidad difusas y costes expresados en distancia . . . . .       | 168 |
| 5.26. VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en tiempos . . . . .                         | 170 |
| 5.27. VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en distancias . . . . .                      | 170 |
| 5.28. VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en tiempos . . . . .                         | 172 |
| 5.29. VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en distancias . . . . .                      | 173 |
| 5.30. COVRPTW con restricciones difusas y costes expresados en tiempos . . . . .  | 175 |
| 5.31. VRPTW con restricciones difusas y costes expresados en distancias . . . . .   | 175 |
| 5.32. COVRPTW con restricciones difusas y costes expresados en tiempos . . . . .  | 176 |
| 5.33. COVRPTW con restricciones difusas y costes expresados en distancias . . . . .   | 177 |
| 5.34. VRPTW con coeficientes difusos en las restricciones de ventanas de tiempo y costes expresados en distancias . . . . . | 179 |
| 5.35. VRPTW con coeficientes difusos en las restricciones de ventanas de tiempo y costes expresados en distancias . . . . . | 179 |
| 5.36. VRPTW con coeficientes difusos en las restricciones de ventanas de tiempo y costes expresados en distancias . . . . . | 180 |
| 5.37. VRPTW con ventanas de tiempo difusas y costes difusos . . . . .   | 182 |
| 5.38. VRPTW con ventanas de tiempo difusas y costes difusos . . . . .   | 182 |
| 5.39. VRPTW con ventanas de tiempo difusas y costes difusos . . . . .   | 184 |

|   |     |
|---|-----|
| 5.40. VRPTW con coeficientes difusos en las restricciones de ventanas de tiempo y costes difusos . . . . .              | 185 |
| 5.41. VRPTW con coeficientes difusos en las restricciones de ventanas de tiempo y costes difusos . . . . .              | 186 |
| 5.42. VRPTW con coeficientes difusos en las restricciones de ventanas de tiempo y costes difusos . . . . .              | 187 |
| 5.43. Resultados de distancia con VRP e instancias de 20 . . . . .  | 189 |
| 5.44. Resultados de distancia con VRPTW e instancias de 20 . . . . .  | 189 |
| 5.45. Resultados obtenidos . . . . .  | 190 |
| 5.46. VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en distancias . . . . .                  | 191 |
| 5.47. VRPTW con restricciones de ventana de tiempo con coeficientes difusos y costes expresados en distancias . . . . . | 193 |
| 5.48. Resultados del VRPFTW con la instancias de 20 clientes . . . . .  | 194 |
| 5.49. Resultados del VRPFTW con la instancias de 20 clientes . . . . .  | 194 |
| 5.50. Soluciones óptimas del VRPFTW con 20 clientes . . . . .   | 195 |
| 5.51. VRPTW con restricciones de ventana de tiempo difusas y costes expresados en distancias . . . . .                  | 196 |
| 5.52. Soluciones óptimas del VRPFTW con 20 clientes . . . . .   | 197 |
| 5.53. VRPTW para productos congelados con restricciones difusos . . . . .   | 200 |
| 5.54. Valores de la función objetivo y parámetros . . . . .   | 202 |
| 5.55. VRPTW para productos congelados con restricciones difusas . . . . .   | 202 |
| 5.56. Valores de la función objetivo y parámetros . . . . .   | 205 |

---

|  |     |
|--|-----|
| A.1. Ventanas de tiempo y demanda de los clientes de la instancia<br>Refer20 . . . . . | 220 |
| A.2. Matriz de distancias de la instancia Refer20 . . . . .                            | 221 |
| A.3. Matriz de tiempos difusos de la instancia Refer20 . . . . .                       | 222 |
| A.4. Valores de los parámetros de la instancia Fuzreal71 . . . . .                     | 224 |
| A.5. Valores de los parámetros . . . . .   | 230 |