

# Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

Dailos Guerra Ramos

Tesis presentada para el grado de doctor en  
ingeniería industrial, informática y medioambiental



Departamento de Ingeniería Industrial

Universidad de La Laguna

Enero de 2020

Dirigida por Dr. D. José Manuel Rodríguez Ramos

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

# Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

Dailos Guerra Ramos

## Resumen

Un telescopio dotado con un sistema de óptica adaptativa es capaz de corregir las aberraciones introducidas por la turbulencia atmosférica. El tiempo de integración necesario para alcanzar una determinada relación señal-ruido en dichas circunstancias disminuye con la cuarta potencia del diámetro de la apertura. Existe, por lo tanto, motivación suficiente para construir telescopios de envergadura cada vez mayor. Por razones técnicas y económicas los espejos primarios de los telescopios mayores de 8 m son divididos en partes más pequeñas, en un proceso que se conoce como segmentación.

A pesar de las muchas ventajas que aporta, la segmentación también añade nuevas complicaciones. En este nuevo escenario, los segmentos requieren de actuadores para ajustar su posición en tres grados de libertad i.e. pistón y tip-tilt. Ajustar el valor del pistón es necesario para evitar que se genere discontinuidad en la fase de la onda tras la reflexión en los segmentos adyacentes. Esta tarea es llamada cofaseado y es el motivo de esta tesis.

Las técnicas de cofaseado más usadas en los grandes telescopios en la actualidad están basadas en el sensor de Shack-Hartmann. Este tipo de procedimientos demanda mucho tiempo para ser configurados ya que es necesario hacer coincidir pequeñas aperturas o prismas con los bordes de cada segmento. Otras técnicas basadas en el sensor de curvatura aportan, junto a precisión, simplicidad en la configuración, y pueden ser optimizadas con aprendizaje automático.

El presente estudio investiga la adaptación de metodologías de aprendizaje automático al problema de cofaseado. Estas técnicas, que han demostrado su eficacia y aplicabilidad en muchas áreas de conocimiento, son capaces de extraer patrones de los datos con el fin de resolver la tarea asignada de la manera más eficiente posible.

Se ha demostrado, mediante simulaciones, la eficacia del uso de redes convolucionales en la detección del salto de pistón presente entre dos segmentos contiguos del espejo primario. Para ello se ha requerido de una única imagen desenfocada de la pupila medida con cuatro longitudes de onda diferentes. La precisión obtenida con este método satisface las condiciones exigidas por los sistemas de óptica adaptativa para su operación.

También ha sido analizado el empleo de arquitecturas de redes recurrentes para

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

---

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

extraer valores de saltos de pistón. Este paradigma hace uso añadido de los patrones de regularidad que existen entre diferentes intersecciones de segmentos situados en partes separadas del primario. Se ha mostrado que este enfoque supone una mejora de la exactitud de las predicciones con respecto al método anterior basado únicamente en redes convolucionales.

Por último, se exploran vías alternativas de aprendizaje automático en las que no es necesario un conjunto de datos etiquetados para el entrenamiento. Utilizando métodos de aprendizaje reforzado se ha demostrado que es posible entrenar un algoritmo de cofaseado usando como recompensa el valor máximo de la PSF formada por las intersecciones.

---

Dailos Guerra Ramos

3

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

# Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

Dailos Guerra Ramos

## Abstract

A telescope equipped with an adaptive optics system is capable of compensating the aberrations introduced by the atmosphere. The integration time needed to reach certain signal-to-noise ratio in these circumstances decreases with the fourth power of the aperture diameter. There is, therefore, sufficient motivation to build telescopes of increasing size. Due to technical and financial reasons, primary mirrors larger than 8 m are divided into smaller parts, in a process known as segmentation.

Despite the many advantages it brings, segmentation also adds new complications. In this new scenario, the segments require actuators to adjust their position in three degrees of freedom i.e. piston and tip-tilt. Adjusting the piston values is necessary to prevent wavefront discontinuities after reflection in the adjacent segments. This procedure is called co-phasing and it's the reason for this thesis.

The most commonly used co-phasing techniques in large telescopes currently are based on Shack-Hartmann wavefront sensors. This process requires a long time to be configured since it is necessary to match microapertures or prisms with the edges of each segment. Other techniques based on the curvature sensor provide, together with precision, simplicity in the configuration, and can be optimized with machine learning.

The present study investigates the usage of machine learning methodologies to the co-phasing problem. These techniques have been proved to be applicable in many areas of knowledge. They are capable of extracting patterns from data in order to solve a requested task in the most efficient way possible.

The effectiveness of the use of convolutional networks in the detection of the piston jump between adjacent segments has been shown by simulations. For this end, a single defocused image of the pupil measured with four different wavelengths has been required. The accuracy obtained with this method satisfies the conditions required by adaptive optics systems for its operation.

The use of recurrent network architectures to extract piston jump values has also been analyzed. This paradigm makes use of the strong relationship that exists between different segment intersections located in distant parts of the primary mirror. This approach has been shown to improve the prediction accuracy with respect to the previous method that was based solely on convolutional networks.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

---

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

Finally, alternative ways of machine learning are explored in which a set of data labeled for training is not necessary. Using reinforcement learning methods, it has been shown that it is possible to train a co-phasing algorithm using the maximum value of the PSF formed by the intersections as a reward.

---

Dailos Guerra Ramos

5

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Dedicatoria

A mi abuelo, por haber encendido en mí la chispa de la curiosidad por todo.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Agradecimientos

Este trabajo hubiera sido imposible llevarlo a cabo sin la ayuda directa o indirecta de muchas personas.

Mi familia ha estado conmigo en todo momento. Mis padres se han ilusionado con este proyecto tanto como yo. Ellos han compartido conmigo cada pequeño progreso. Mi hermano me ha animado a continuar en las muchas ocasiones en las que me han flaqueado las fuerzas.

Por otro lado, mis amigos han comprendido mis ausencias en algunas etapas del trabajo. No han desistido en seguir estando ahí, a pesar de haber declinado muchas de sus invitaciones. Todo esto me ha servido para saber valorar a los amigos incondicionales, que aunque pocos, han sabido estar siempre ahí por algún motivo.

Mi director de Tesis, José Manuel Ramos, me ha mostrado su entusiasmo y su carisma. Ha hecho gala de una gran capacidad de liderazgo transmitiendo la motivación y la seguridad que he necesitado en muchos momentos. También los sabios comentarios de Juan Trujillo, mi codirector, me han sido de gran ayuda. Gracias a ellos he podido encontrar siempre la dirección correcta para seguir avanzando.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>15</b>
1.1. Telescopios segmentados . . . . .	17
1.1.1. Keck . . . . .	17
1.1.2. Hobby-Eberly Telescope . . . . .	18
1.1.3. Gran Telescopio Canarias . . . . .	19
1.2. Telescopios extremadamente grandes . . . . .	19
1.2.1. Telescopio de Treinta Metros . . . . .	19
1.2.2. Telescopio Gigante Magellan . . . . .	20
1.2.3. Telescopio Europeo Extremadamente Grande . . . . .	21
1.3. Características de los espejos segmentados . . . . .	21
1.3.1. Límite de difracción . . . . .	24
1.3.2. Calidad de la imagen . . . . .	26
1.4. Óptica adaptativa . . . . .	28
1.5. Óptica activa . . . . .	28
1.6. Sensores de cofaseado . . . . .	30
1.6.1. Recuperación de fase . . . . .	31
1.6.2. Sensor de Shack-Hartmann . . . . .	32
1.6.3. Sensor de curvatura . . . . .	34
1.6.4. Sensor piramidal . . . . .	35
1.7. Organización de esta memoria de Tesis . . . . .	36
<b>2. Descripción física del problema</b>	<b>38</b>
2.1. Formación de la imagen . . . . .	38
2.2. Sistema de numeración de segmentos . . . . .	42
2.3. Amplitud compleja del campo en la pupila . . . . .	43
2.4. Simulación digital de la imagen . . . . .	43
2.5. Pulido . . . . .	45
2.6. Tip-tilt residual . . . . .	46
2.7. Turbulencia atmosférica . . . . .	47
2.7.1. Propagación de una onda en un medio turbulento . . . . .	48
2.7.2. Imagen de larga exposición a través de la atmósfera . . . . .	49

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
 Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

2.8. Análisis de la discontinuidad en la fase . . . . .	49
2.9. Selección de la distancia de propagación . . . . .	51
<b>3. Aprendizaje supervisado</b>	<b>53</b>
3.1. Redes neuronales artificiales . . . . .	53
3.2. Función de coste . . . . .	55
3.3. Tipos de unidades . . . . .	55
3.3.1. Unidad lineal . . . . .	56
3.3.2. Unidad sigmooidal y tangente hiperbólica . . . . .	56
3.3.3. Unidad softmax . . . . .	57
3.3.4. Unidad lineal rectificada . . . . .	58
3.4. Retropropagación . . . . .	58
3.5. Redes neuronales convolucionales . . . . .	59
3.6. Cofaseado con redes convolucionales . . . . .	61
3.6.1. Periodicidad de los patrones de intensidad . . . . .	61
3.6.2. Medidas con múltiples longitudes de onda . . . . .	63
3.6.3. Descomposición de los valores de salto de pistón . . . . .	65
3.6.4. Arquitectura de la red convolucional . . . . .	66
3.6.5. Simulación de datos de entrenamiento . . . . .	70
3.6.6. Preprocesado de los datos . . . . .	72
3.6.7. Proceso de entrenamiento . . . . .	74
3.7. Redes neuronales recurrentes . . . . .	78
3.8. Redes recurrentes bidireccionales . . . . .	80
3.9. Unidad GRU . . . . .	82
3.10. Cofaseado con redes recurrentes . . . . .	83
3.10.1. Arquitectura de la red recurrente . . . . .	84
3.10.2. Simulación de datos de entrenamiento . . . . .	87
3.10.3. Preprocesado de los datos . . . . .	88
3.10.4. Proceso de entrenamiento . . . . .	88
3.11. Valores globales de pistón . . . . .	92
3.11.1. Prueba de consistencia . . . . .	94
3.11.2. Sistema matricial de ecuaciones . . . . .	96
3.11.3. Arquitectura de red para pistón global . . . . .	97
3.11.4. Proceso de entrenamiento . . . . .	97
3.12. Consecuencias de la disponibilidad ilimitada de datos . . . . .	99
<b>4. Aprendizaje reforzado</b>	<b>102</b>
4.1. Procesos de decisión de Markov . . . . .	103
4.1.1. La política y la función de valor . . . . .	105
4.2. Evaluación de la política . . . . .	106

Dailos Guerra Ramos

9

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
 Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

---

4.3. Gradientes de política . . . . .	109
4.4. Modelo actor-crítico . . . . .	110
4.5. Cofaseado con aprendizaje por refuerzo . . . . .	111
4.5.1. La recompensa . . . . .	111
4.5.2. Las acciones . . . . .	113
4.5.3. El estado del entorno . . . . .	114
4.5.4. La política . . . . .	114
4.5.5. Proceso de decisión de Markov de un solo paso . . . . .	115
4.5.6. Simulación de entorno de entrenamiento . . . . .	116
4.5.7. El entrenamiento . . . . .	117
<b>5. Conclusiones</b>	<b>123</b>
<b>A. Apéndice</b>	<b>126</b>
A.1. Requisitos técnicos . . . . .	126

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661      Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Índice de figuras

1.1. Diámetro de apertura de los telescopios a lo largo del tiempo. . . . .	16
1.2. Cúpula de Gran Telescopio Canarias. . . . .	17
1.3. Vista de los telescopios Keck I y II en Hawái. . . . .	18
1.4. Imagen del Telescopio Hobby-Eberly. . . . .	18
1.5. Gran Telescopio Canarias en el Roque de Los Muchachos. . . . .	19
1.6. Visualización del TMT en la isla de La Palma. Cortesía de [8]. . . . .	20
1.7. Representación artística del telescopio GMT. . . . .	20
1.8. Imagen simulada del E-ELT con su cúpula. . . . .	21
1.9. Estructura de soporte de un segmento para tareas de mantenimiento. . . . .	22
1.10. Tipos de segmentaciones en el espejo primario. . . . .	23
1.11. Sección transversal del patrón de intensidad de Airy. . . . .	24
1.12. Separación angular mínima entre fuentes puntuales. . . . .	25
1.13. Distribución de la luz bajo los diferentes criterios considerados. . . . .	26
1.14. Coenfocado, coalineado y cofaseado de los segmentos. . . . .	27
1.15. Efecto del error de pistón en el cociente de Strehl. . . . .	28
1.16. Sistema de óptica adaptativa. Adaptado de [21] . . . . .	29
1.17. Distribución de posicionadores en un segmento del espejo primario. . . . .	29
1.18. Configuración óptica para el método de diversidad de fase. . . . .	31
1.19. Aplicación de sensor Shack-Hartmann al cofaseado. Cortesía de [32]. . . . .	32
1.20. Patrón de difracción generado por los saltos de fase entre segmentos. Cortesía de [32]. . . . .	33
1.21. Principio del sensor de curvatura. Cortesía de [32]. . . . .	34
1.22. Perfil de intensidad de la difracción entre segmentos. Cortesía de [32]. . . . .	35
1.23. Configuración óptica del sensor piramidal. Cortesía de [37]. . . . .	36
2.1. Representación geométrica del plano de detección y conjugado. . . . .	39
2.2. Representación del campo en la pupila y en el plano conjugado. . . . .	40
2.3. Factor de escala entre el plano de detección y el conjugado. . . . .	41
2.4. Coordenadas axiales en una cuadrícula hexagonal. . . . .	42
2.5. Ilustración de sistema de coordenadas de la pupila. . . . .	44
2.6. Espectro normalizado de la magnitud del error de pulido. . . . .	46

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

2.7. Discontinuidad rectilínea vertical en la fase de un frente de onda. . . . .	50
2.8. Distribución de intensidad en el plano de detección en la dirección perpendicular a la discontinuidad de la fase. . . . .	51
3.1. Diagrama de grafos con tres variables y dos operaciones. . . . .	59
3.2. Imagen de intensidad en el plano de detección. . . . .	61
3.3. Dirección de medida del perfil de intensidad entre segmentos. . . . .	62
3.4. Periodicidad $\lambda$ en los patrones de difracción. . . . .	63
3.5. Simetría especular de los patrones de difracción. . . . .	63
3.6. Imágenes RGB creadas a partir de tres medidas de intensidad. . . . .	64
3.7. Salto de fase como combinación de valor numérico y categórico. . . . .	65
3.8. Red convolucional formada por dos ramas: clasificación y regresión. . . . .	67
3.9. Tipo de datos de entrada y salida de la rama convolucional de regresión. . . . .	67
3.10. Representación de la arquitectura de la red de regresión. . . . .	69
3.11. Representación de datos de entrada y salida en la red de clasificación. . . . .	69
3.12. Arquitectura de la red de clasificación. . . . .	70
3.13. Subimagen de una intersección en la imagen de difracción. . . . .	73
3.14. Los dos tipos de intersecciones según su morfología. . . . .	73
3.15. Entrenamiento de la rama convolucional de regresión. . . . .	76
3.16. Entrenamiento de la rama convolucional de clasificación. . . . .	77
3.17. Saltos de pistón cerca de la frontera entre rangos de ambigüedad. . . . .	78
3.18. Configuraciones de correspondencias de secuencias. . . . .	79
3.19. Red neuronal recurrente de una sola unidad oculta. . . . .	80
3.20. Red neuronal recurrente bidireccional. . . . .	81
3.21. Diagrama de la unidad GRU. . . . .	83
3.22. Red recurrente formada por dos ramas: clasificación y regresión. . . . .	84
3.23. Arquitectura de la rama recurrente usada para regresión. . . . .	85
3.24. Arquitectura de la rama recurrente usada para clasificación. . . . .	86
3.25. Entrenamiento de ramas recurrente y convolucional de regresión. . . . .	89
3.26. Entrenamiento de ramas recurrente y convolucional de clasificación. . . . .	90
3.27. Composición de salto de pistón para valores en la frontera del rango de ambigüedad. . . . .	91
3.28. Exactitud de clasificación a partir del salto compuesto de pistón. . . . .	92
3.29. Valores de pistón global junto a los valores de salto de pistón. . . . .	93
3.30. Pistones globales en el test de consistencia. . . . .	95
3.31. Sistema de medida de pistón global. . . . .	97
3.32. Cantidad de pistones globales resueltos en el entrenamiento . . . . .	98
3.33. Error cuadrático medio de pistones globales durante el entrenamiento . . . . .	99

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
 Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

4.1. Interacción del agente con el entorno como proceso de decisión de Markov. . . . .	104
4.2. Ejemplo de proceso de decisión de Markov. . . . .	104
4.3. Cálculo de $v_\pi$ mediante programación dinámica. . . . .	106
4.4. Cálculo de $v_\pi$ mediante estimación Monte-Carlo. . . . .	107
4.5. Cálculo de $v_\pi$ mediante TD(0). . . . .	108
4.6. (a) Frente de onda en la intersección tras la máscara circular. (b) PSF de la intersección. . . . .	112
4.7. Configuración óptica para la obtención de la PSF de cada intersección.	113
4.8. Acciones posibles del agente de cofaseado. . . . .	114
4.9. Política como una red convolucional junto con datos de entrada y salida.	115
4.10. Proceso de decisión de Markov de un solo paso. . . . .	116
4.11. Arquitectura de implementación del modelo actor-crítico. . . . .	119
4.12. Recompensa normalizada durante el entrenamiento para rangos de captura $\pm\lambda_0/2$ y $\pm\lambda_0/4$ (líneas continua y discontinua). . . . .	120
4.13. Exactitud de las acciones durante el entrenamiento para los rangos de captura $\pm\lambda_0/2$ y $\pm\lambda_0/4$ (líneas continua y discontinua). . . . .	121

Dailos Guerra Ramos

13

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
 Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Índice de cuadros

3.1. Longitudes de onda empleadas en la simulación . . . . .	65
3.2. Red convolucional de regresión . . . . .	68
3.3. Red convolucional de clasificación . . . . .	70
3.4. Parámetros de la simulación I . . . . .	74
3.5. Parámetros de la simulación II . . . . .	89
3.6. Parámetros de la simulación III . . . . .	98
4.1. Parámetros de la simulación IV . . . . .	120

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

# Capítulo 1

## Introducción

La curiosidad por observar la cúpula celeste tiene sus raíces en los albores de la humanidad. Incluso sociedades aisladas como la de los aborígenes que poblaban las Islas Canarias antes de la conquista de los españoles contaban con una suerte de astronomía sofisticada con cuentas solares, lunares y siderales. Estos primeros pobladores podían controlar los eclipses, lo cual requiere observación y transmisión de conocimiento entre generaciones. Igualmente, estos aborígenes veneraban las estrellas más brillantes del firmamento, Canopo y Sirio [1].

También en la antigua Babilonia, China o Grecia se diseñaban herramientas de madera para medir el movimiento de estrellas y planetas. Desde entonces, el ser humano ha perfeccionado estos utensilios primitivos para estudiar el cosmos y entender más en profundidad su funcionamiento.

Aunque ya el fenómeno de la magnificación se conocía desde mucho antes, fue en el año 1609, cuando Galileo Galilei construyó el primer telescopio con lentes ópticas para su uso en astronomía. La principal desventaja de los telescopios refractores es la aberración cromática que puede conllevar el uso de lentes. Los haces de luz que entran en el instrumento son desviados de su trayectoria rectilínea debido a la refracción en el vidrio. La magnitud de esta refracción dependerá de la longitud de la onda de la luz usada en la observación. Esto significa que el punto focal para cada longitud de onda reside a una distancia diferente de la lente. Lo cual se traduce en un halo de color parecido a un arcoíris circular alrededor de los objetos distantes que son observados.

En 1669 Newton marcó un hito con el desarrollo de un nuevo tipo de telescopio basado en la reflexión de la luz en lugar de la refracción. Para ello sustituyó las lentes con un sistema de espejos. Newton demostró que un espejo cóncavo es capaz de focalizar todas las longitudes de onda en un mismo punto, evitando así la aberración cromática. El diseño de Newton contaba con una longitud de 0.3 m y un espejo primario de solo 0.0381 m. Además, este diseño casi doblaba en potencia de magnificación al de Galileo, pasando de  $20\times$  a  $38\times$ .

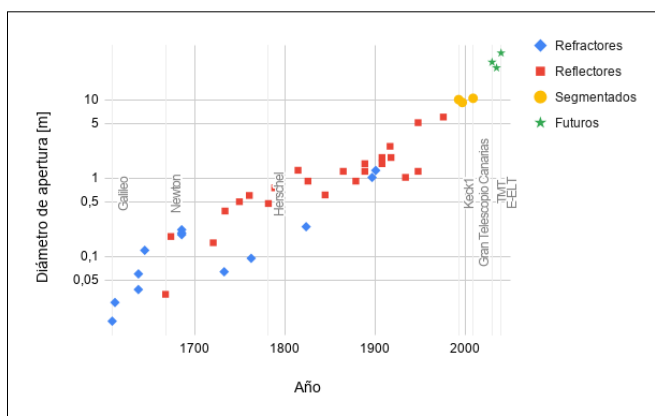
Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

A finales del siglo XVIII los astrónomos todavía debatían las ventajas y desventajas del uso de un telescopio refractor frente a uno reflector. El astrónomo y músico inglés William Herschel apaciguó la discusión al reconocer que independientemente del tipo de telescopio, mientras más grande la lente o el espejo, mejor imagen podría ser creada. Esto marcó la ruta del estudio de objetos cada vez más débiles y lejanos hacia la construcción de telescopios cada vez de mayor diámetro. El incremento del tamaño de los telescopios aportaba no solo una mayor superficie colectora haciendo posible capturar más cantidad de luz sino también un aumento de la sensibilidad del instrumento.





## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

- Los detectores fotoeléctricos mucho más sensibles que reemplazaron las antiguas placas fotográficas han aportado una mejora radical en la sensibilidad.

La figura 1.2 muestra una cúpula cuya mejora en el diseño ha sido vital para alcanzar un óptimo rendimiento en los telescopios.



Figura 1.2: Cúpula de Gran Telescopio Canarias.

El otro gran objetivo a optimizar en el diseño de un telescopio es la resolución angular. Muchos grandes descubrimientos científicos se han hecho gracias a la mejora de esta característica. Teóricamente, la resolución angular máxima de cualquier instrumento óptico viene dada por la relación entre la longitud de onda utilizada en la formación de la imagen  $\lambda$  y el diámetro de la apertura del instrumento  $D$ .

## 1.1. Telescopios segmentados

Para construir telescopios mayores de ocho metros de diámetro ha sido necesario dividir la superficie reflectante del primario en espejos pequeños más fácilmente manipulables. Los tres telescopios más grandes que se han construido hasta el momento tienen esta característica.

### 1.1.1. Keck

A finales de la década de los 70 se empezó a fraguar un proyecto para construir un telescopio segmentado de 10.4 m con 36 segmentos [5]. Finalmente, debido al éxito obtenido, se construyó otro idéntico al lado del primero en la cima de Mauna Kea en Hawái.

La óptica activa fue el avance que permitió la construcción de estos telescopios mediante el uso de múltiples segmentos que son operados conjuntamente para formar

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático



Figura 1.3: Vista de los telescopios Keck I y II en Hawái.

un espejo simple continuo. Ambos telescopios tienen una apertura equivalente de 10 m. Los espejos primarios de cada uno de ellos constan de 36 hexágonos de 1.8 m y 7.5 cm de grosor.

### 1.1.2. Hobby-Eberly Telescope

El telescopio Hobby-Eberly [6] por sus siglas en inglés HET, se encuentra situado en el observatorio de McDonald en Texas. Vio su primera luz en noviembre de 2005. Es un telescopio segmentado diseñado principalmente para hacer espectroscopia. Fue construido con un presupuesto un 80 % inferior al que requirieron telescopios de una envergadura similar. Esta reducción en el coste fue debida en parte al hecho de mantener el telescopio fijo en elevación mientras que rota solo en azimuth. Por lo tanto, el primario está fijo con respecto a la gravedad de la tierra lo que simplifica mucho la estructura que debe soportar el espejo.

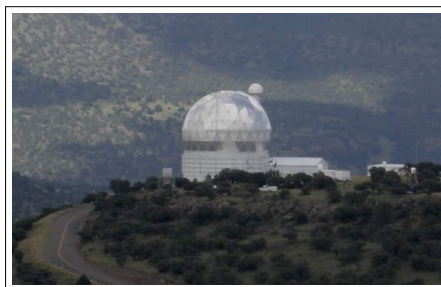


Figura 1.4: Imagen del Telescopio Hobby-Eberly.

El espejo primario del HET es un hexágono cuya distancia máxima es 11 m, no obstante, el diámetro efectivo visto por los instrumentos es de 9.2 m. Está compuesto por cinco anillos de segmentos hexagonales. Cada uno de estos hexágonos circunscribe un diámetro de 1.15 m. Tiene un total de 91 segmentos con sus 273 actuadores

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

correspondientes, tres para cada segmento.

### 1.1.3. Gran Telescopio Canarias

El espejo primario del Gran Telescopio Canarias [7], está compuesto por 36 segmentos hexagonales con un diseño muy similar al del Keck. Es un proyecto español con la participación de México y la Universidad de Florida. El diámetro de apertura del espejo primario es equivalente a 10.4 m. Es actualmente el telescopio óptico de simple apertura más grande el mundo. El Gran Telescopio de Canarias vio su primera luz en 2009. En la imagen 1.5 puede verse la edificación levantada en la isla de La Palma.



Figura 1.5: Gran Telescopio Canarias en el Roque de Los Muchachos.

## 1.2. Telescopios extremadamente grandes

La ambición por construir telescopios de grandes dimensiones no acaba con los que están ya en funcionamiento. El éxito alcanzado en el control computerizado de los segmentos de los espejos primarios ha abierto la senda para futuros desarrollos. De hecho, ya está en proyecto la nueva generación de telescopios extremadamente grandes de entre 30 m y 50 m de diámetro que cuentan con cientos de segmentos en sus espejos primarios.

### 1.2.1. Telescopio de Treinta Metros

El Telescopio de Treinta Metros (TMT) nació de la fusión de tres proyectos de grandes telescopios previos: California Extremely Large Telescope, Very Large Optical Telescope y Giant Segmented Mirror Telescope. El diseño óptico del TMT es un Ritchey-Chrétien.

El espejo primario de 30 m de diámetro está compuesto por 492 segmentos hexagonales, cada uno de los cuales mide 1.44 m entre vértices opuestos. El TMT cuenta con un espejo secundario de 3.1 m. El espejo terciario elíptico, cuyos ejes miden 3.6 m

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

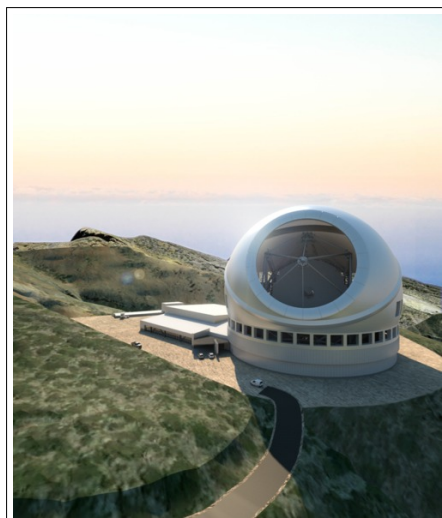


Figura 1.6: Visualización del TMT en la isla de La Palma. Cortesía de [8].

y 2.5 m, es capaz de rotar respecto a un eje vertical. Este tercer espejo es el encargado de dirigir el haz hacia los instrumentos colocados en las plataformas Nasmyth [9], [10]. Inicialmente el telescopio estaba planeado ser construido en Hawái, pero tras las protestas generadas por la población nativa está siendo considerado un emplazamiento alternativo en la isla canaria de La Palma.

### 1.2.2. Telescopio Gigante Magellan

Los socios fundadores del Telescopio Gigante Magellan (GMT) son distintas instituciones de Estados Unidos, Australia y Corea. Tiene un diseño óptico basado en uno gregoriano muy particular entre el resto del grupo de telescopios extremadamente grandes.



Figura 1.7: Representación artística del telescopio GMT.

Posee un espejo primario compuesto por seis superficies reflectantes circulares

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

fuera del eje, unido con otra central en el eje. Juntos conforman un total de siete espejos circulares de 8.4 m de diámetro cada uno. El área colectora es equivalente a un telescopio de 21.4 m, mientras que el poder de resolución equivale a uno de 24.5 m. El espejo secundario es también segmentado. El error de alineado de los segmentos del primario se compensa con el movimiento de los segmentos del secundario, al ser estos últimos más ligeros se facilita enormemente esta tarea [11].

### 1.2.3. Telescopio Europeo Extremadamente Grande

Actualmente el telescopio planeado de mayor tamaño es el Telescopio Europeo Extremadamente Grande (E-ELT). Estará situado en la cima de Cerro Armazones, en el desierto de Atacama, al norte de Chile. El E-ELT cuenta con un espejo primario de 39.3 m de diámetro compuesto por un total de 798 segmentos hexagonales que miden 1.4 m de vértice a vértice y 50 mm de grosor.

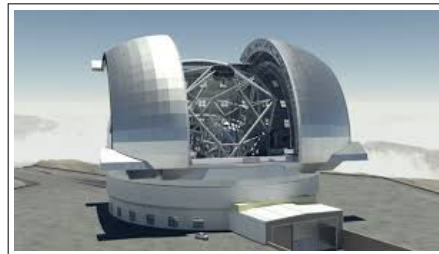


Figura 1.8: Imagen simulada del E-ELT con su cúpula.

El alcance del diseño preliminar del E-ELT ha sido rebajado en varias ocasiones por la inviabilidad técnica y económica que suponía su construcción [12]. El diseño actual está formado por un sistema de cinco espejos.

## 1.3. Características de los espejos segmentados

En el caso de los telescopios terrestres, la resolución angular está limitada por la turbulencia de la atmósfera. En esas circunstancias condicionadas por el seeing atmosférico, el tiempo de observación necesario para alcanzar una determinada relación señal ruido varía con la inversa del cuadrado del diámetro del espejo primario,  $1/D^2$ . Es por ello interesante construir telescopios grandes incluso bajo esas condiciones limitantes de turbulencia ya que de esa manera se vería reducido el tiempo de integración necesario, lo que implica un incremento de la sensibilidad del sistema. Con el desarrollo de la óptica adaptativa la resolución ya no viene marcada por la atmósfera sino por el límite de difracción  $\lambda/D$ , donde  $\lambda$  es la longitud de la onda de

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

luz. En este caso, la resolución se verá incrementada drásticamente con el diámetro del telescopio. Además, las observaciones limitadas por difracción se verán beneficiadas en un factor  $1/D^4$ , ya que no solo aumenta el área colectora sino que además se reduce el fondo de imagen, con lo que el ruido se ve disminuido por el mismo factor. Así que, en el caso de un telescopio limitado por difracción, incrementar el tamaño de la apertura es incluso más ventajoso.

La tarea de construir telescopios muy grandes con espejos primarios monolíticos presenta muchas dificultades técnicas difíciles de solventar. Una solución a este problema consiste en la utilización de espejos formados a partir de la unión de segmentos más pequeños. Sin este recurso, la construcción de telescopios de más de ocho metros hubiera sido completamente inviable. Construir espejos grandes monolíticos conlleva riesgos económicos, de fabricación, transporte, pulido y montaje entre otros. Por otro lado, los segmentos son mucho más fáciles de fabricar, instalar y reponer. En la figura 1.9 se observa un instante del proceso de desmonte.

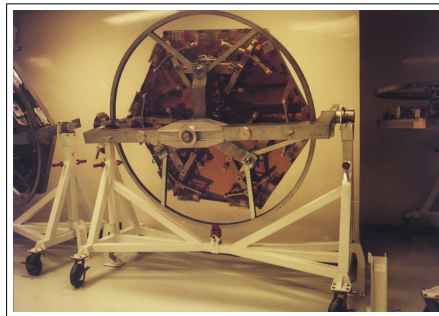


Figura 1.9: Estructura de soporte de un segmento para tareas de mantenimiento.

Pero a la vez que desaparecen muchos inconvenientes, con la segmentación surge también una serie de nuevos retos que deben ser superados. Por un lado, los segmentos presentan muchos más grados de libertad que deben ser ajustados, aumentando así la complejidad del sistema. Por otro lado, estos segmentos deben estar perfectamente unidos y alineados para que los efectos de la difracción originados en los bordes afecte en el menor grado posible a la calidad final de la imagen. Asimismo, la fabricación de componentes ópticos fuera del eje presenta complicaciones añadidas, siendo también necesario un control activo constante de la posición de cada segmento. Todos estos obstáculos han sido superados de una u otra manera en las últimas décadas. Una prueba de ello son los telescopios de más de ocho metros construidos y puestos en funcionamiento de forma exitosa.

Existen muchas maneras de dividir el espejo primario de un telescopio. En una segmentación dispersa varias aperturas son combinadas de forma coherente para obtener un rendimiento similar a la apertura circundante. Esto permite muestrear

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

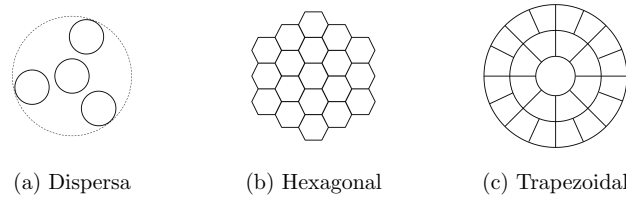


Figura 1.10: Tipos de segmentaciones en el espejo primario.

el espacio de la resolución con una cantidad mínima de espejos. Este tipo de diseño cuenta con la posibilidad de alcanzar mayor resolución angular al poder disponer de una longitud más larga. Pero viene con algunas otras sanciones: requiere un tiempo de integración mayor por la menor cantidad de superficie colectora, es necesario más procesamiento de datos para formar la imagen, el control en tiempo real para mantener alineados los componentes distantes es más complicado [13]. En la figura 1.10a se muestra un ejemplo de un espejo primario con segmentación dispersa donde el círculo exterior representa los límites de la apertura circundante.

La segmentación densa, por otro lado, busca teselar la superficie colectora en diferentes partes más pequeñas. Esta división puede ser acometida con una geometría hexagonal, pétalos radiales, trapezoidal u otras. En el caso de la segmentación hexagonal, las piezas hexagonales usadas son polígonos regulares cuando son vistas en proyección. En la figura 1.10 se muestran dos geometrías de segmentación densa posibles: la hexagonal 1.10b y la trapezoidal 1.10c.

De entre todas las geometrías posibles, la hexagonal ha resultado la elegida en muchos de los telescopios construidos hasta el momento y también entre los planeados construir en el futuro. Este tipo de segmentos hace un mejor uso del material con el que se fabrican [14]. También son más fáciles de manejar con los actuadores debido a su simetría. En el caso de Keck y Gran Telescopio Canarias, la superficie global del espejo primario es un hiperboloide de revolución. La forma de la superficie de cada segmento depende de la distancia desde el centro del primario [15]. En general, en un espejo de  $N$  segmentos hexagonales, existen  $N/6$  tipos distintos de formas de superficie, dependiendo de la posición de cada uno dentro del sistema de espejos global. En un espejo formado por 36 segmentos existen seis formas de superficie diferentes.

En un telescopio con segmentación hexagonal, las piezas son organizadas en anillos. Los 36 segmentos que forman el espejo primario del Gran Telescopio Canarias están distribuidos en tres anillos. El segmento central que será bloqueado por el espejo secundario es omitido del diseño. Para un espejo de  $n$  anillos, el número total de segmentos es  $N_{seg} = 3n^2 + 3n$  suprimiendo el segmento central. Por otro lado el número total de bordes entre segmentos es  $N_{borde} = 9n^2 + 3n - 6$ . Optar por una

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

mayor cantidad de segmentos de tamaño más pequeño implicaría mayor facilidad en la fabricación pero mayor complejidad en el alineado, es por lo tanto necesario encontrar un compromiso entre estos dos requisitos.

### 1.3.1. Límite de difracción

La resolución angular es llamada a la capacidad que tiene un sistema óptico para distinguir detalles en la imagen que produce. Otro parámetro utilizado para describir la calidad de un sistema de formación de imágenes es el cociente de Strehl [16] que es definido como el cociente entre el pico de intensidad normalizado de la PSF del sistema real y aquel de la imagen PSF que produciría el sistema óptico teórico perfecto. Un sistema con un cociente de Strehl mayor que 0.8 es considerado como sistema “limitado por difracción”. Lo anterior requiere que el frente de onda formado por el instrumento no diste demasiado del frente de onda hipotético generado por el sistema ideal. Esto es equivalente a un error raíz de la media cuadrática en el frente de onda menor de  $\lambda/14$  [17].

Cuando una apertura circular es uniformemente iluminada es generado un patrón de intensidad con un disco central más brillante rodeado de anillos concéntricos. Esta distribución de intensidad es conocida como patrón de Airy. La intensidad del patrón de Airy sigue el patrón de intensidad de Fraunhofer de una apertura circular. Esto es el cuadrado del módulo de la transformada de Fourier de la apertura circular. Matemáticamente el valor de la intensidad en la sección de este patrón puede ser expresada como:

$$I(\theta) = I_0 \left[ \frac{2J_1(ka \sin(\theta))}{ka \sin(\theta)} \right]^2, \quad (1.1)$$

siendo  $\theta$  el ángulo de observación,  $k = 2\pi/\lambda$  el número de onda,  $a$  el radio de la apertura y  $J_1$  la función de Bessel de primera especie de orden uno. La ecuación 1.1 es representada en la figura 1.11 normalizada por el valor de la intensidad en el máximo.

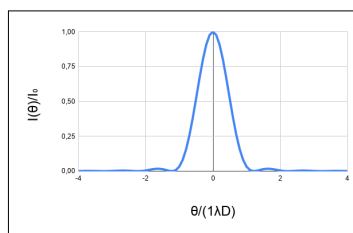


Figura 1.11: Sección transversal del patrón de intensidad de Airy.

En un telescopio óptico, la resolución angular puede ser cuantificada midiendo la

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

separación angular mínima que existe entre dos fuentes puntuales distinguibles por el sistema. Este ángulo se define como aquel para el cual el pico central de la imagen formada por la primera fuente puntual coincide con el primer mínimo de la imagen de la segunda. Esta condición es conocida como “criterio de Rayleigh”. En la figura 1.12 dos fuentes puntuales en el infinito generan sendos patrones de intensidad de Airy en el plano focal.

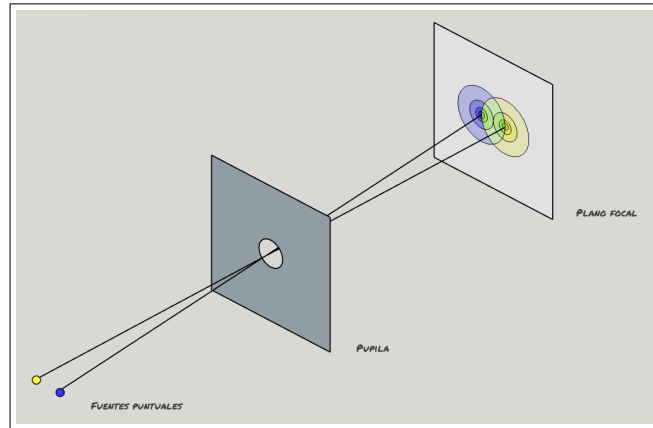


Figura 1.12: Separación angular mínima entre fuentes puntuales.

Para que se cumpla el criterio de Rayleigh, los dos patrones de Airy de la figura 1.12 deben cruzarse como mínimo al 80 % de su intensidad máxima. Para un telescopio limitado por difracción, la resolución angular es proporcional a la longitud de onda de la luz utilizada  $\lambda$ , e inversamente proporcional al diámetro de la pupila del sistema  $D$ :

$$\Delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}. \quad (1.2)$$

Otro criterio comúnmente usado es el criterio de Sparrow, en el cual la resolución angular límite es la separación angular a partir de la cual los patrones de intensidad de las fuentes combinados deja de tener un mínimo central.

El criterio de Sparrow se cumple cuando:

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{D}. \quad (1.3)$$

Las dos expresiones 1.2 y 1.3 son válidas solo para idealizaciones de telescopios perfectos sin aberraciones, en ausencia de turbulencia atmosférica.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

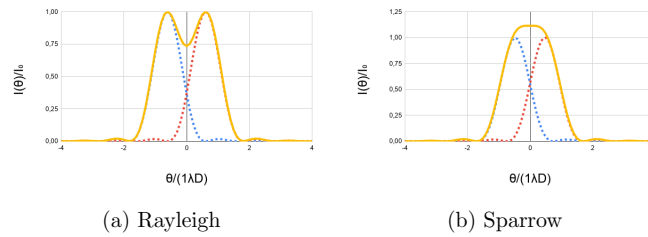


Figura 1.13: Distribución de la luz bajo los diferentes criterios considerados.

### 1.3.2. Calidad de la imagen

Los telescopios en el mundo real incorporan aberraciones ópticas que alejan al instrumento de esa resolución marcada por el cociente  $\lambda/D$ . Para conseguir acercarse al instrumento a la resolución máxima, las aberraciones deben ser compensadas, ya sea durante la adquisición de la imagen con técnicas de tiempo real (e.g. óptica adaptativa) o posteriormente, después de haber finalizado la exposición con técnicas de post-procesamiento. En la mayoría de estas técnicas se requiere de una medida directa o indirecta del frente de onda usando lo que se conoce como sensores de frente de onda. Las desviaciones del frente de onda con respecto al ideal es lo que se denomina aberraciones ópticas. Estas aberraciones que provocan que el desempeño del instrumento no sea el ideal, pueden estar originadas en el medio de propagación utilizado por la luz o dentro del propio telescopio. En el caso de los telescopios terrestres las aberraciones que predominan son las originadas por la turbulencia de la atmósfera. Éstas son la consecuencia de la propagación de la onda electromagnética a través del aire. Las diferencias de temperatura existentes en el aire generan inhomogeneidades en el índice de refracción que perturban la propagación de la luz.

### Coenfocado, coalineado y cofaseado

Con el fin de minimizar las aberraciones originadas en el propio telescopio es necesario que los segmentos del primario estén coenfocados, coalineados y cofaseados. Solo a partir de entonces, el espejo primario puede ser considerado equivalente a uno monolítico del mismo tamaño. En la figura 1.14 se representan las tres acciones previamente aludidas.

Coalinearse se refiere a apilar las imágenes producidas por cada segmento individualmente a la vez que se posicionan los segmentos lateralmente en el espejo principal. En el proceso de coalineado se mide el valor del ángulo de tip-tilt en cada segmento utilizando un sensor Shack-Hartmann para el sensado del frente de onda [18]. Para realizar esta medida se promedia el error de tip-tilt para diferentes realizaciones de la atmósfera. Esto requiere exposiciones largas del orden de las decenas

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

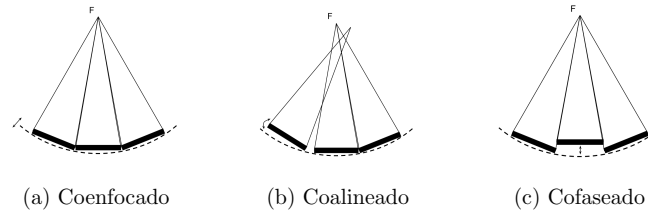


Figura 1.14: Coenfocado, coalineado y cofaseado de los segmentos.

de segundos.

El coenfocado garantiza que todas las imágenes individuales de cada segmento sean iguales, es decir, que la distancia focal de cada una de ellas sea la misma. Esto puede ser llevado a cabo posicionando el pistón del espejo secundario.

Finalmente, es indispensable ajustar los segmentos entre sí para formar una superficie lo más coplanar posible. Este proceso que asegura que no haya discontinuidad en la fase tras la reflexión en segmentos contiguos es llamado cofaseado. El pistón es el más complicado de ajustar de los grados de libertad de los segmentos. Para que el telescopio alcance el límite de difracción marcado por la apertura completa es necesario que los errores de pistón de los segmentos tengan un valor inferior a una pequeña fracción de la longitud de onda utilizada en la observación. El cociente de Strehl para un telescopio segmentado que haya sido corregido completamente en tip-tilt pero no en pistón es:

$$S = \frac{1 + (N_{seg} - 1) \exp(-\sigma^2)}{N_{seg}}, \quad (1.4)$$

dónde  $\sigma$  es la desviación estándar del error de pistón medido en radianes en el frente de onda y  $N_{seg}$  es el número total de segmentos en el espejo primario [19]. La resolución de un telescopio perfectamente cofaseado mejora con respecto a la resolución de uno completamente fuera de fase en un factor  $\sqrt{N_{seg}}$ .

Consideremos una observación con una longitud de onda de 700 nm en un telescopio como Gran Telescopio Canarias formado por 36 segmentos. Supongamos ahora el caso de reducir el error RMS de pistón en los segmentos de  $\delta p = 0.89 \text{ rad} \equiv 100 \text{ nm}$  a otro de  $\delta p = 0.26 \text{ rad} \equiv 30 \text{ nm}$ . Esto supondría pasar de un cociente de Strehl de  $S = 0.46$  a otro de  $S = 0.93$ .

En la figura 1.15 se observa la variación en el cociente de Strehl con el error de pistón para telescopios compuestos por 36, 492 y 798 segmentos. Para espejos formados por un número mayor de segmentos la variación del cociente de Strehl es más acentuada. Con lo cual, la calidad del cofaseado en los telescopios extremadamente grandes será más imperiosa.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
 Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

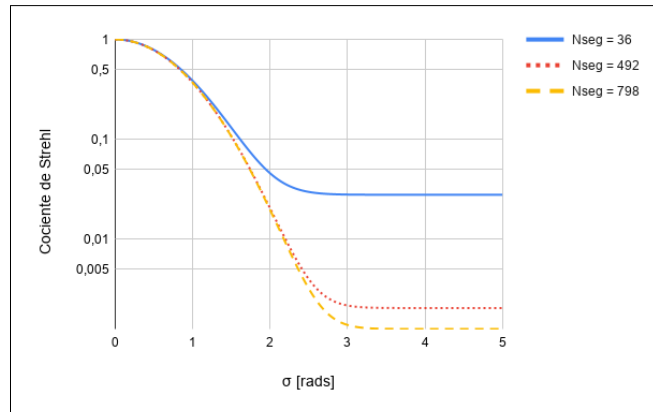


Figura 1.15: Efecto del error de pistón en el cociente de Strehl.

## 1.4. Óptica adaptativa

La clave para el progreso en astronomía es realmente una combinación de los dos aspectos: apertura y resolución angular. Para lo primero, se ha visto que la segmentación ha permitido aumentar la superficie colectora de fotones de los telescopios. En cuanto a lo segundo, la capacidad de corregir la turbulencia atmosférica generando imágenes cercanas al límite de difracción ha sido posible gracias al desarrollo de la óptica adaptativa [20]. La óptica adaptativa (AO) es la tecnología usada para mejorar el rendimiento de los telescopios terrestres reduciendo el efecto de degradación de la imagen que causa la atmósfera. Generalmente, esto se realiza colocando un espejo deformable en la trayectoria del haz de luz de ciencia. La superficie reflectante de este espejo deformable se ajusta con el fin de corregir el frente de onda distorsionado que entra en el instrumento. La señal utilizada para generar esta corrección en tiempo real es deducida mediante el análisis del frente de onda de una estrella brillante cercana en el campo de ciencia y que pueda servir de guía. Si no existen estrellas brillantes disponibles, también es posible usar como guía la señal generada por la fluorescencia de la capa de sodio en la parte alta de la atmósfera inducida por un haz láser emitido desde el telescopio.

## 1.5. Óptica activa

El control activo de los segmentos del espejo primario es esencial para alcanzar una calidad de imagen análoga a la de un espejo monolítico [22]. El sistema de control debe lidiar con  $3N_{seg}$  posicionadores, tres por cada segmento. Estos posicionadores permiten a los segmentos movimientos en tres grados de libertad. Estos tres

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

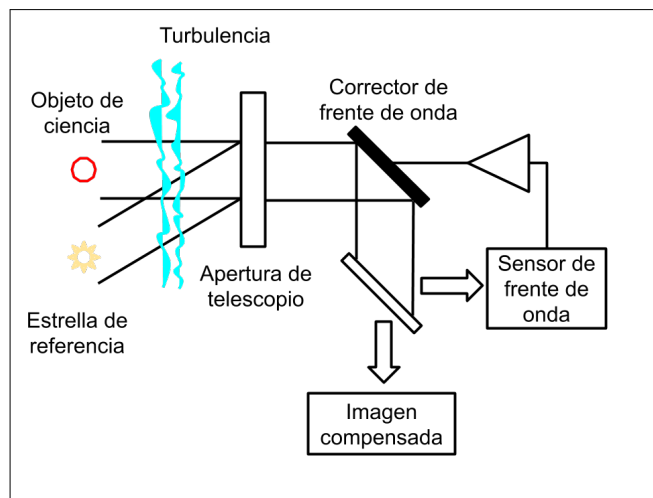


Figura 1.16: Sistema de óptica adaptativa. Adaptado de [21]

grados de libertad son los definidos por el cuerpo sólido fuera del plano i.e. pistón y tip-tilt. Además, en cada uno de los lados entre los segmentos (intersticios) se encuentran instalados dos sensores de borde sumando un total de  $2N_{borde}$  de ellos. Estos dos sensores en cada borde pueden proporcionar información sobre el pistón y el tip-tilt relativos entre segmentos. Los sensores de borde son capaces de detectar el desplazamiento relativo entre los segmentos midiendo la variación de la capacitancia de condensadores formados con dos superficies conductoras y el hueco que se encuentra entre ellas.

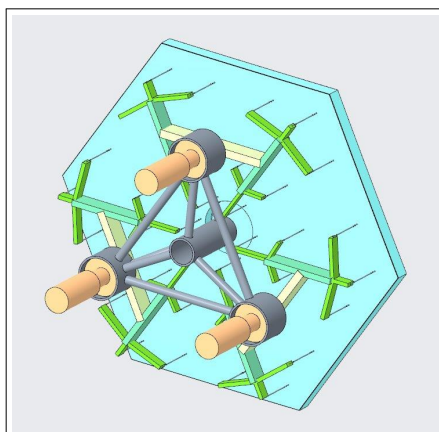


Figura 1.17: Distribución de posicionadores en un segmento del espejo primario.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
 Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

En la figura 1.17 se muestra la disposición de los tres posicionadores que contiene un segmento del primario. En cada lado del hexágono que limite con otro hexágono vecino se encuentran dos segmentos de borde que permiten mantener fija la posición relativa entre ellos.

El lazo de control entre los posicionadores y los sensores de borde es alimentado dos o tres veces por segundo. Si los segmentos no fueran controlados activamente se verían afectados por la carga gravitatoria, las dilataciones térmicas o el viento entre otros fenómenos.

### 1.6. Sensores de cofaseado

Ha quedado constatado que es determinante que los segmentos estén debidamente cofaseados para que el telescopio pueda alcanzar una calidad de imagen óptima [23], [24]. Para llevar esto a cabo es necesario corregir los errores de pistón en los segmentos para, de esta manera, eliminar la discontinuidad que se produce en la fase a lo largo de los lados de los hexágonos adyacentes.

Los sensores de cofaseado son los instrumentos empleados para realizar esta labor en el telescopio. Éstos utilizan imágenes formadas con la luz proveniente de una estrella del campo de visión. A través de estas imágenes pueden ser detectados los errores de pistón presentes en los segmentos.

Los sensores de cofaseado están basados en sensores de frente de onda. La finalidad de este último tipo de sensores es resolver el problema general de la recuperación de la información de la fase de un frente de onda a partir de sus imágenes de intensidad. Estos sensores deben poseer gran sensibilidad debido a las limitaciones de flujo óptico que imponen las fuentes de luz celestes. Los hay de muy diversos tipos, en [25] se puede encontrar una revisión muy exhaustiva de ellos.

Existen dos situaciones principalmente en las que es necesario cofasear el telescopio. La primera de ellas es durante la integración de un segmento nuevo o tras ser reemplazado por otro. En este caso el salto de pistón entre segmentos contiguos está en el rango de 20  $\mu\text{m}$  medidos en el frente de onda [26]. La precisión alcanzada en este paso depende de la cantidad de fotones detectados.

La otra de las situaciones es durante el cofaseado periódico que se realiza para recalibrar los valores de referencia de los sensores de borde. Esta calibración periódica es efectuada en los telescopios Keck cada cuatro semanas aproximadamente. Al principio de la noche antes de las observaciones es generalmente el momento idóneo para realizarlo [27].

Se han propuesto varias alternativas que hacen uso de sensores de frente de onda para medir la magnitud del salto en la fase debido al error de pistón. Éstos pueden clasificarse en función del plano en el que directamente se recupere la medida i.e.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

plano imagen, plano pupila o plano intermedio. A continuación se detallarán algunas de estas técnicas.

1.6.1. Recuperación de fase

El método de recuperación de fase consiste en estimar las aberraciones del frente de onda a partir de una imagen única en el plano imagen. La imagen de intensidad es el cuadrado del valor absoluto de la transformada de Fourier de la amplitud compleja de la onda que llega a la pupila. Por lo tanto, la forma de la PSF puede ser derivada a partir del conocimiento del frente de onda. Sin embargo el problema inverso presenta grandes dificultades ya que las intensidades de la PSF tienen una relación no biunívoca con la fase de la onda que las produce. El método ideado para estimar la fase a partir de la imagen de la PSF fue propuesto por [28]. Se parte de una primera estimación del frente de onda que se va actualizando de manera iterativa hasta que el resultado se aproxime lo suficiente a los datos de intensidad de PSF obtenidos. Los métodos de recuperación de fase tienen la limitación de que la solución obtenida no es única ya que existe una ambigüedad en el signo de la solución. Esta dificultad fundamental puede ser superada tomando una segunda imagen con una diferencia de fase precisa y conocida con respecto a la primera. Este cambio de fase es normalmente un ligero desenfoque que puede ser producido por un desplazamiento de la posición del campo (ver figura 1.18) o usando una longitud de onda distinta.

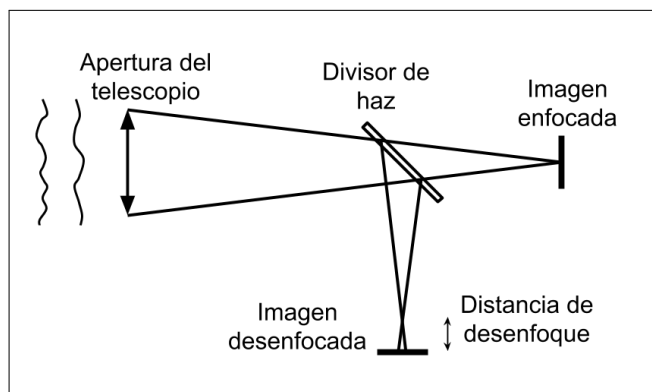


Figura 1.18: Configuración óptica para el método de diversidad de fase.

El método que utiliza estas dos imágenes para restringir la solución de la fase garantizando su unicidad es conocido como “diversidad de fase” [29]. Este grupo de métodos basados en imágenes en el foco son sencillos de implantar e introducen pocas fuentes de error nuevas debido a su montaje simple. No obstante, al tratarse de

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

un método iterativo requieren del consumo de una considerable cantidad de potencia de cálculo. Es por eso que no es viable su uso para corregir la fase en tiempo real. Las técnicas de diversidad de fase han sido aplicadas al cofaseado de espejos segmentados [30] con resultados poco alentadores en los telescopios terrestres. Se ha observado que estos métodos son muy sensibles a la turbulencia atmosférica [31].

### 1.6.2. Sensor de Shack-Hartmann

El sensor Shack-Hartmann es ampliamente usado en la óptica activa y adaptativa de los telescopios. Aquí será descrita una posible aplicación de este sensor en el cofaseado de espejos segmentados. Primeramente se hace coincidir el centro de cada lente circular de un array de microlentillas con los intersticios existentes entre cada par de segmentos del primario. Estas subaperturas circulares están precedidas por una máscara que contiene dos pequeñas ranuras. Estas ranuras están colocadas de forma que cada una de ellas queda ubicada a ambos lados del borde entre los segmentos. Cada una de las rendijas deja pasar la luz proveniente de cada uno de los dos segmentos adyacentes. La microlente del array forma una imagen en el plano focal que es el resultado de la combinación de la aportación de ambas rendijas.

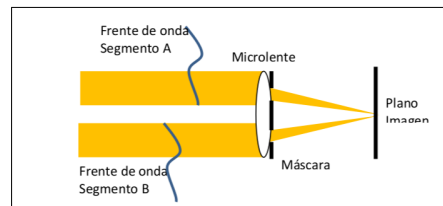


Figura 1.19: Aplicación de sensor Shack-Hartmann al cofaseado. Cortesía de [32].

En la figura 1.19 se muestra el esquema óptico comentado anteriormente para la detección del salto de pistón entre los segmentos usando el sensor Shack-Hartmann.

Las rendijas son lo suficientemente pequeñas como para poder considerar constante el frente de onda dentro de cada una de ellas en el cálculo de la imagen que generan en el plano focal. De esa manera, asumiendo iluminación monocromática, la imagen que resulta es una combinación interferométrica de las perturbaciones que concierne a cada una de las rendijas.

La forma del patrón de difracción así generado está vinculado con la diferencia de fase entre los frentes de onda de cada rendija. Esta diferencia en la fase es producto de la disparidad en el valor de pistón entre los segmentos. Cuando los dos segmentos están completamente cofaseados, la imagen dada por la microlente corresponde con la sección transversal de un patrón de Airy. Cuando se incrementa el error de pistón entre los segmentos, aparece un segundo pico. La intensidad de este segundo pico

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

aumenta con la magnitud del error de pistón. Cuando la diferencia del camino óptico entre los segmentos alcanza  $\lambda/2$  los dos picos de intensidad en el patrón de difracción se igualan. Si el error en el pistón continúa creciendo, la intensidad del segundo pico sigue su progreso a expensas de la disminución del primero. Cuando finalmente el error entre segmentos hace que haya una diferencia de caminos ópticos de valor  $\lambda$  el patrón de intensidad vuelve a ser el inicial.

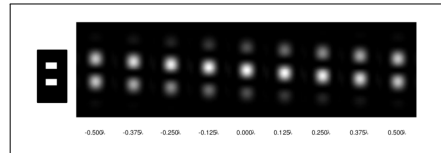


Figura 1.20: Patrón de difracción generado por los saltos de fase entre segmentos. Cortesía de [32].

El valor del error de pistón junto con el patrón de difracción que es generado se observa en la figura 1.20.

En el supuesto de una iluminación policromática, la imagen formada en el detector será un promedio de las imágenes formadas por cada longitud de onda individualmente. Bajo esta coyuntura, los patrones de difracción dejan de repetirse de la forma periódica descrita en el caso monocromático. Se demuestra que el perfil de intensidad generado por unas rendijas de ancho  $a$ , separadas una distancia  $d$ , e iluminación policromática con longitud de onda central  $\lambda_c$ , se puede expresar analíticamente de la siguiente manera:

$$I = \text{sinc}^2\left(\frac{a\theta}{\lambda_c}\right) \left[ 1 + M \cdot \cos\left(\frac{2\pi d\theta}{\lambda_c} + \phi\right) \right], \quad (1.5)$$

donde  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$  es la función *sinc* normalizada. La variable  $\theta$  es la coordenada de posición en el plano focal en la dirección de la recta que une las dos rendijas. La fase equivalente al salto de pistón entre los segmentos es representada en la ecuación 1.5 por  $\phi$ .

La modulación  $M$ , de la ecuación 1.5 puede tomar valores en el rango  $[0, 1]$ . Si el valor de la modulación es cercano a la unidad, la señal ha sido formada como una combinación coherente de las dos rendijas. Lo cual quiere decir que la diferencia de camino óptico seguido por la onda en cada una de ellas es inferior a la longitud de coherencia de la luz usada  $l_c = \lambda_c^2/\Delta\lambda$ , siendo  $\Delta\lambda$  el ancho espectral de la luz policromática. Si por el contrario la modulación toma el valor  $M = 0$ , la señal es el resultado de una combinación incoherente. Esto es que la diferencia de los caminos ópticos es mucho mayor que la longitud de coherencia. Ajustando el perfil de intensidad obtenido en el detector con los parámetros de la ecuación 1.5 se obtienen valores de  $M$  y  $\phi$  que son indicativos del grado de cofaseado de los segmentos.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

### 1.6.3. Sensor de curvatura

Rodier desarrolló una técnica de sensado de frente de onda basada en la medida de la variación de la intensidad en imágenes desenfocadas. Con las condiciones de contorno apropiadas es posible recuperar la laplaciana del frente de onda continuo. Y a partir de esta información, la onda puede ser reconstruida. En el sensor de curvatura, el contraste de dos imágenes de intensidad desenfocadas es proporcional a la curvatura en el frente de onda.

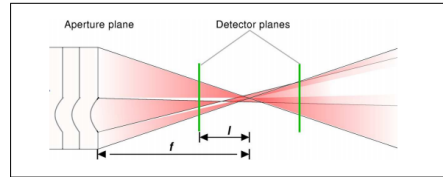


Figura 1.21: Principio del sensor de curvatura. Cortesía de [32].

En la imagen 1.21 se observa la configuración óptica que utiliza el sensor. El haz colimado de luz que llega de un objeto distante al telescopio converge hacia el plano focal. Dos detectores colocados a igual distancia del foco recogen las intensidades en estos dos nuevos planos. Estas dos imágenes detectadas estarán iluminadas uniformemente si el haz de luz no contiene ningún tipo de aberraciones. Si por el contrario, el frente de onda incidente contiene alguna curvatura local las intensidades de ambos focos diferirán.

La ecuación de transporte de la irradiancia relaciona de forma teórica las intensidades a lo largo del camino de propagación en función de la fase  $\phi(x, y)$ . Las iluminaciones  $I(x, y)$  de un plano a otro cumplen la relación:

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -\frac{\lambda}{2\pi} \left( \vec{\nabla} I \cdot \vec{\nabla} \phi + I \nabla^2 \phi \right), \quad (1.6)$$

donde  $\vec{\nabla}(\cdot) = [\partial \cdot / \partial x, \partial \cdot / \partial y]$  es el operador gradiente.

Por lo tanto las diferencias de ambas intensidades  $I_i$  e  $I_x$  a diferentes distancias de propagación de la pupila indicarán la presencia de una segunda derivada distinta de cero en alguna parte del frente de onda de la pupila.

La señal del sensor de curvatura se expresa como:

$$S(\mathbf{r}) = \frac{I_x(\mathbf{r}) - I_i(-\mathbf{r})}{I_x(\mathbf{r}) + I_i(-\mathbf{r})}, \quad (1.7)$$

donde  $\mathbf{r}$  representa el vector de posición dentro del plano de detección. El denominador en la ecuación 1.7 hace la señal más robusta ante cambios en la amplitud debido al centelleo.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

Este enfoque de óptica geométrica usado en el sensor de curvatura no es extensible al caso de la medida de discontinuidades. En el caso de frentes de onda no continuos es necesario recurrir a la teoría de difracción de Fresnel. El uso del sensor de curvatura en la medida de las discontinuidades en el frente de onda fue propuesto por primera vez por [33]. Posteriormente [34] desarrollaron un método capaz de medir errores de pistón utilizando una única imagen desenfocada. Además, fue demostrada su efectividad para longitudes de onda en el visible, a diferencia de otros métodos como [35] que requieren frecuencias del infrarrojo. En el método de [34] el valor de salto de pistón se extrae a partir del perfil de intensidad formado en la imagen en los bordes de los segmentos. Un detalle de la imagen de intensidad con su respectivo perfil es mostrado en la figura 1.22. La anchura de la señal que se utiliza como medida indirecta del valor de pistón se incrementa con la distancia de propagación. El método requiere una elección de la distancia de propagación adecuada con el fin de que la señal recogida tenga muestras suficientes en el detector. El límite superior de la distancia de propagación lo marca el nivel de deterioro aceptable en la señal por causa de la difracción en los otros bordes cercanos.

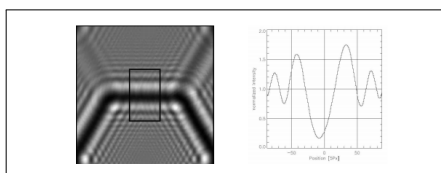


Figura 1.22: Perfil de intensidad de la difracción entre segmentos. Cortesía de [32].

### 1.6.4. Sensor piramidal

El sensor piramidal fue inicialmente propuesto por [36] para óptica adaptativa. Este sensor utiliza un prisma tallado en forma de pirámide colocado en el plano focal cerca del foco. Esta pirámide es capaz de proyectar cuatro imágenes distintas de la pupila. De la relación de las intensidades de estas imágenes es posible extraer información de la pendiente del frente de onda en la pupila. En la figura 1.23 se ilustra el principio óptico del funcionamiento del sensor que se describe.

El diseño del sensor piramidal recuerda mucho el test del filo del cuchillo. Este test ideado por Foucault en 1958 únicamente era capaz de medir la pendiente de la fase en una de las dimensiones del plano de la pupila. En su estudio, [36] establece el valor de la pendiente en el frente de onda a partir de la siguiente relación entre las intensidades de las imágenes generadas para las cuatro pupilas.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

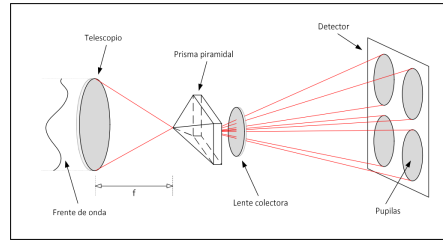


Figura 1.23: Configuración óptica del sensor piramidal. Cortesía de [37].

$$\begin{aligned}
 S_x(x, y) &= \frac{(I_2(x, y) + I_4(x, y)) - (I_1(x, y) + I_3(x, y))}{I_1(x, y) + I_2(x, y) + I_3(x, y) + I_4(x, y)}, \\
 S_y(x, y) &= \frac{(I_1(x, y) + I_2(x, y)) - (I_3(x, y) + I_4(x, y))}{I_1(x, y) + I_2(x, y) + I_3(x, y) + I_4(x, y)}
 \end{aligned}
 \tag{1.8}$$

Al igual que ocurre con el caso del sensor de curvatura, no es posible derivar la señal obtenida con un salto de discontinuidad en el contexto de la óptica geométrica. Sin embargo se muestra con cálculos difraccionales que es posible medir el salto de pistón también con el sensor piramidal. El uso del sensor piramidal para cofaseado ha sido propuesto por [38].

## 1.7. Organización de esta memoria de Tesis

Se han propuesto varios métodos a lo largo de las últimas décadas para mitigar el error derivado de la desalineación del pistón. Los más usados actualmente están basados en el sensor de Shack-Hartmann que utiliza medidas en el plano de la pupila.

En esta tesis se proponen tres métodos para la corrección del error de pistón a través de una medida de intensidad en un plano intermedio entre el foco y la pupila. Se empleará para ello enfoques basados en aprendizaje automático. El aprendizaje automático es la rama de la inteligencia artificial en la que un sistema es capaz de llevar a cabo una tarea sin necesitar un listado de instrucciones específicas sino más bien infiriendo patrones de un conjunto de datos.

El capítulo 1 contiene una introducción a la historia de los telescopios haciendo especial énfasis en los grandes telescopios segmentados que están actualmente en funcionamiento. También se detallan las características de los futuros telescopios extremadamente grandes que están proyectados para construirse en las próximas décadas. Se plantean los beneficios que ha aportado el recurso de la segmentación en la construcción de grandes telescopios. Las características de los telescopios segmentados así como los problemas asociados a la segmentación también son tratados

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

---

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

---

en este capítulo. Asimismo, se incluye un compendio de las técnicas propuestas hasta la fecha para la resolución del problema de cofaseado.

La descripción del problema desde un punto de vista físico será incluido en el capítulo 2. En él se relatan los principios ópticos que rigen la formación de la imagen en el plano intermedio, en la que estará basado el método descrito en esta tesis. Otros aspectos derivados de la digitalización que implica la simulación de las imágenes serán comentados también. Se dedicará una sección a la expresión analítica del patrón de intensidad generado por un salto de discontinuidad en la fase. Esta expresión será necesaria para entender aspectos del diseño del método planteado en esta tesis. La última parte del capítulo estará centrada en las fuentes de error que pueden afectar a la señal formada en el detector. Concretamente serán descritos los errores de pulido, tip-tilt residual y más extensamente la turbulencia atmosférica.

El capítulo 3 contiene la descripción de dos métodos basados en aprendizaje supervisado planteados para la solución del cofaseado de espejos segmentados. Comienza con una introducción a las redes neuronales, convolucionales y recurrentes. El primero de los métodos se asienta en el uso de redes convolucionales analizando las imágenes de difracción de las intersecciones de los segmentos del espejo de manera individual. En el segundo enfoque se incorpora al diseño inicial el paradigma de las redes recurrentes. Este segundo método explota la información contenida en las relaciones entre intersecciones vecinas dentro del sistema global del espejo.

La tesis aporta una tercera propuesta para la resolución del cofaseado con aprendizaje automático. Este último método enmarcado dentro del aprendizaje por refuerzo está descrito en el capítulo 4.

Finalmente, las conclusiones serán expuestas en el último capítulo del presente documento.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Capítulo 2

### Descripción física del problema

Para corregir el error de pistón en los segmentos que forman el espejo primario del telescopio, es necesario estimar la magnitud de la desviación de cada uno de ellos con respecto a un valor de pistón de referencia. Esta información recopilada en la fase puede ser obtenida a través de una medida de intensidad en un plano intermedio entre la pupila y el foco. El valor del salto de pistón entre segmentos contiguos se encuentra codificado en esta imagen desenfozada de intensidad. Este capítulo está dedicado al análisis de la formación de esta imagen que será empleada como medida indirecta del valor de pistón. También serán examinadas algunas fuentes de error que intervienen en el proceso de formación de la imagen en un escenario real y que producen un resultado distinto del esperado. La turbulencia atmosférica, el pulido de los segmentos, y el tip-tilt residual, son tres de las fuentes de error que consideraremos en este estudio. Finalmente serán comentados algunos aspectos relacionados con la simulación de imágenes de intensidad que son producto de la discretización de las magnitudes físicas.

#### 2.1. Formación de la imagen

La pupila del telescopio es iluminada uniformemente por una fuente de luz puntual distante, como por ejemplo una estrella. Esta onda de luz que llega a la superficie terrestre puede ser bien modelada como una onda plana monocromática de amplitud unidad que además consideraremos que incide en la dirección del eje óptico del sistema.

Nuestra motivación es encontrar la distribución de intensidad que esta onda genera en un plano de detección en el espacio imagen a una distancia  $l$  del plano focal. En cada posible posición del plano de detección se forma una imagen real de un plano del espacio objeto. Este otro plano de idéntica distribución de intensidad en el espacio objeto se encuentra a una determinada distancia  $z$  de la pupila. Es posible entonces estudiar la intensidad recogida en el detector a partir del análisis

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

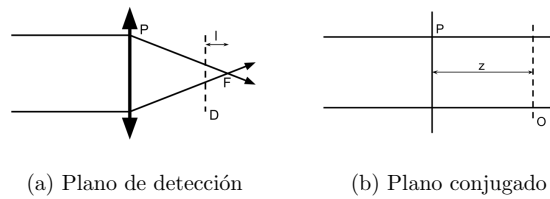


Figura 2.1: Representación geométrica del plano de detección y conjugado.

del plano de detección en el espacio imagen o a partir del plano conjugado en el espacio objeto.

En la figura 2.1 se representa la relación entre los planos anteriormente mencionados. La relación entre las posiciones de estos dos planos que comparten la misma distribución de intensidad queda determinada por la ley de lentes delgadas de Newton. Esta ley viene determinada por la relación  $\frac{1}{z} + \frac{1}{z'} - \frac{1}{f} = 0$ , en la que  $z'$  y  $z$  representan las distancias de la pupila al plano de detección y conjugado respectivamente y siendo  $f$  la distancia de la pupila al plano focal. Aplicando esta relación al caso en el que  $z' = f - l$ , llegamos a la siguiente relación para la distancia del plano conjugado en el espacio objeto:

$$z = \frac{(f - l)f}{l}. \quad (2.1)$$

La ecuación 2.1 expresa la distancia del plano conjugado en el espacio objeto  $z$  en función de la distancia focal  $f$  y la distancia de desenfoque  $l$ . La distancia de desenfoque  $l$  se corresponde con la distancia que existe entre el plano de detección y el plano focal. Con este nuevo acercamiento, el problema de la obtención de la intensidad en el plano de detección se reduce a calcular el campo en la pupila tras haberse propagado una distancia  $z$ . Esta simplificación conceptual se plasma en la imagen 2.2. El plano de detección en el espacio imagen,  $D$  en la figura 2.1a tiene una distribución de intensidad análoga al plano conjugado en el espacio objeto,  $O$  en la figura 2.1b.

La fórmula de difracción de Rayleigh-Sommerfeld describe la propagación de un campo lumínico entre dos planos  $U(\xi, \eta)$  y  $U(x, y)$  paralelos. Estos planos de origen y de observación están separados una distancia  $z$ . Por otro lado, la ecuación de Fresnel es una aproximación del anterior modelo que es válida cuando la distancia de propagación es muy grande en comparación con las distancias transversales. Esta nueva ecuación simplifica el cálculo en un problema práctico pero solo es aplicable dentro de la región en la que es válida la aproximación. La fórmula de Fresnel viene dada por la siguiente expresión [39]:

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

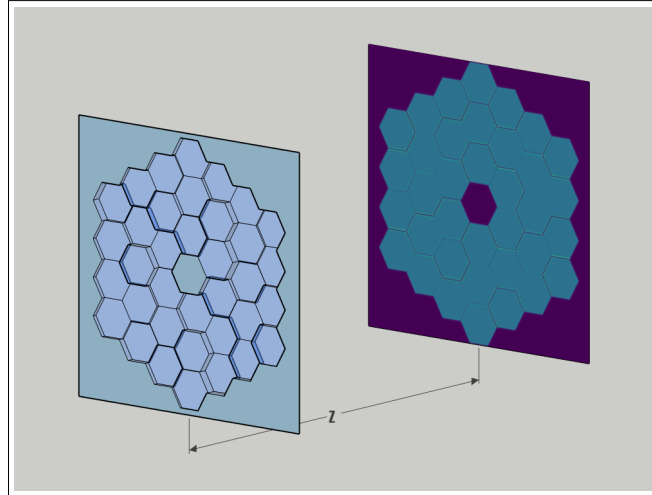


Figura 2.2: Representación del campo en la pupila y en el plano conjugado.

$$U(x, y) = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} \iint_{S_1} U(\xi, \eta) \exp \left[ j \frac{\pi}{\lambda z} \left\{ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 \right\} \right] d\xi d\eta \quad (2.2)$$

El efecto de la forma de la superficie del espejo primario sobre el frente de onda plano que incide en la pupila del telescopio transforma el haz colimado en una iluminación convergente hacia el punto focal. Esta característica puede ser descrita como una función de transmitancia que incorpora un factor cuadrático en la fase de la onda incidente [40].

Para calcular el campo en el plano desenfocado de detección es posible aplicar la ecuación de Fresnel 2.2 a través de una distancia de propagación  $z' = f - l$ . Para ello, hay que tener en cuenta el efecto de convergencia sobre el frente de onda plano haciendo que el campo en la pupila sea:

$$U(\xi, \eta) = A \exp \left\{ -j\pi \frac{\xi^2 + \eta^2}{\lambda f} \right\} \quad (2.3)$$

siendo  $A$  la función de la amplitud del campo que es unidad dentro de la apertura y cero fuera de ella. Bajo esta configuración es posible obtener analíticamente la distribución del campo complejo en el plano de detección. Para ello, simplemente es necesario propagar el campo en la pupila descrito en la ecuación 2.3 una distancia  $z' = f - l$ . Para calcular la propagación bastará con aplicar la fórmula de difracción de Fresnel 2.2.

Por otro lado, el campo complejo en el plano conjugado es obtenido de manera análoga propagando el campo desde la pupila una distancia  $z = (f - l)f/l$ . En este

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

caso se obvia el efecto de convergencia sobre el frente de onda en la pupila ya que se trata del espacio objeto. Aplicando nuevamente en este caso la fórmula de difracción de Fresnel 2.2 se llega a:

$$U(x, y) = \frac{1}{j\lambda(f-l)} \left(\frac{l}{f}\right) \exp \left[ j \frac{\pi l}{\lambda f(f-l)} (x^2 + y^2) \right] \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U(\xi, \eta) \exp \left[ j \frac{\pi l(\xi^2 + \eta^2)}{\lambda f(f-l)} \right] \exp \left[ -j \frac{2\pi l(\xi x + \eta y)}{\lambda f(f-l)} \right] d\xi d\eta \quad (2.4)$$

La ecuación 2.4 relaciona las distribuciones complejas de los campos en el plano de la pupila  $U(\xi, \eta)$  y en el plano conjugado  $U(x, y)$ . Estos dos planos paralelos están separados por una distancia  $z$ . Las coordenadas  $\xi, \eta$  corresponden al plano de la pupila mientras que las coordenadas  $x, y$  corresponden con el plano conjugado. La figura 2.2, adaptación de [41], muestra la relación entre estos dos planos.

Los campos complejos obtenidos en ambos planos de análisis, detección y conjugado, son equivalentes salvo en un factor de escala. Esto es un factor de escala  $l/f$  en las coordenadas  $x$  e  $y$  de la distribución de intensidad en el plano de detección con respecto al plano conjugado. Este mismo factor de proporcionalidad también afecta a la amplitud. Este aspecto de proporcionalidad ha sido integrado en la ecuación 2.4. En la figura 2.3, la energía que atraviesa cualquier sección del cono delimitado por el borde de la pupila y el foco es constante. De esa manera, la energía en el plano de detección debe aumentar un factor  $(l/f)^2$ , el mismo factor de reducción del área de la sección transversal con el cono.

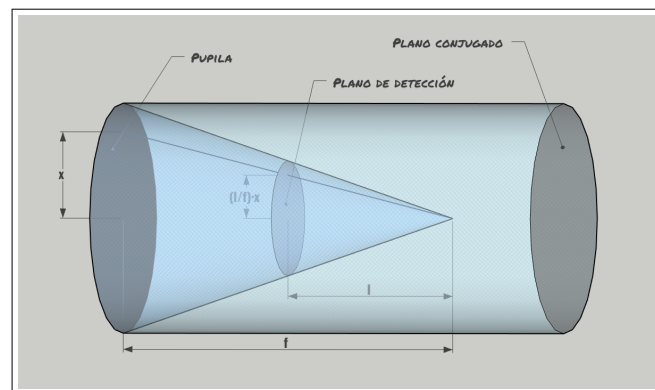


Figura 2.3: Factor de escala entre el plano de detección y el conjugado.

El detector compuesto de material semiconductor responde a la potencia óptica que incide en su superficie. Por lo tanto, es la intensidad el atributo del campo

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

óptico que es físicamente medible. La intensidad o irradiancia del campo de una onda monocromática viene dado por el cuadrado del módulo de la amplitud compleja:

$$I(x, y) = U(x, y)U^*(x, y) = |U(x, y)|^2. \quad (2.5)$$

La irradiancia es un término radiométrico para el flujo por unidad de área que cae en el plano de observación. Esta cantidad de densidad de potencia se mide en unidades de  $W m^{-2}$ .

## 2.2. Sistema de numeración de segmentos

Las piezas físicas hexagonales que integran el espejo primario son polígonos regulares cuando son vistos en proyección. Como resultado, el campo del plano de la pupila puede ser descrito haciendo uso de una geometría de cuadrícula hexagonal. De esta manera las diferentes regiones que corresponden con cada uno de los segmentos del espejo pueden ser enumeradas utilizando un sistema axial de coordenadas. En este sistema se identifica de forma unívoca cada área hexagonal con un par de coordenadas de valores enteros  $(q, r)$ . Al hexágono central de la cuadrícula al que le corresponde un campo nulo porque no tiene segmento asociado, le son asignadas las coordenadas  $(0, 0)$ . Los dos ejes de referencia son los designados en la figura 2.4. Los sentidos de incremento y decremento de los índices también son mostrados en la misma figura.

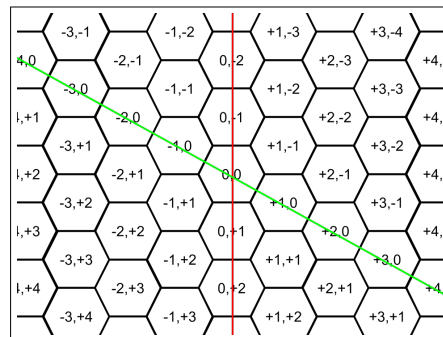


Figura 2.4: Coordenadas axiales en una cuadrícula hexagonal.

A cada par de coordenadas físicas sobre el plano de la pupila  $(\xi, \eta)$  le corresponde unas coordenadas axiales  $(q, r)$  de la cuadrícula hexagonal. A partir de las coordenadas físicas es posible obtener el valor de sus índices correspondientes mediante la siguiente expresión matricial:

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

$$\begin{bmatrix} q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ h_s \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Cada segmento del espejo primario identificado con las coordenadas  $(q, r)$  lleva asociado un error de pistón. Esto significa que puede estar adelantado o retrasado con respecto a la posición de referencia. La posición de referencia que vamos a considerar es aquella en la que todos los segmentos consiguen estar completamente cofaseados entre ellos. El error de cada segmento con respecto a la posición de cofaseado repercute en el valor de la fase de la región correspondiente del frente de onda de la pupila.

### 2.3. Amplitud compleja del campo en la pupila

Centraremos nuestra atención en la distribución compleja del campo en la pupila del telescopio. Únicamente tendremos en cuenta el efecto de la extensión física finita de la apertura junto con los errores de pistón en los segmentos sobre la onda plana incidente.

Esta distribución puede ser descrita con una función compleja  $U(\xi, \eta)$  que detalla el efecto que tiene el espejo en la amplitud y la fase de la onda. La amplitud será cero para las coordenadas  $(\xi, \eta)$  que caen fuera de la extensión física de la pupila y valor unidad en caso contrario. Por otro lado, la fase se verá adelantada o retrasada por los errores de pistón en cada segmento del espejo primario en los que se refleja la onda.

El efecto del espejo primario puede interpretarse como una función de transmitancia que actúa sobre la onda que cae en la pupila  $U(\xi, \eta) = U_i(\xi, \eta) \cdot t_A$ . En el caso de una onda plana unitaria incidente,  $U_i(\xi, \eta) = 1$  resulta que la expresión de la amplitud en la pupila es igual a la función de transmitancia:

$$U(\xi, \eta) = \begin{cases} \exp[j\phi(\xi, \eta)], & \xi, \eta \text{ dentro de la extensión de la pupila.} \\ 0, & \xi, \eta \text{ fuera de la extensión de la pupila.} \end{cases} \quad (2.7)$$

donde  $\phi(\xi, \eta)$  es la fase de la onda medida en radianes debida a la influencia del segmento  $(q, r)$  correspondiente, según la ecuación 2.6.

### 2.4. Simulación digital de la imagen

Para simular digitalmente la imagen de intensidad captada por el detector en el plano de desenfoco es necesario primeramente discretizar la amplitud compleja de

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

la pupila. Un área física finita cuadrada de dimensiones  $L \times L$  contiene el plano de distribución del campo de la pupila. Supongamos ahora que este área es muestreada a intervalos  $\Delta\xi$  en la dirección  $\xi$  e intervalos  $\Delta\eta$  en la dirección  $\eta$ . Por lo tanto el campo de la pupila queda representado por una matriz de  $M \times N$  valores, donde  $M = \frac{L}{\Delta\xi}$  y  $N = \frac{L}{\Delta\eta}$ . Por simplicidad consideraremos que ambos intervalos de muestreo son iguales en las dos direcciones y que por lo tanto  $M = N$ .

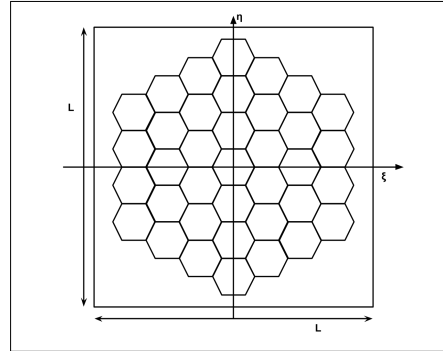


Figura 2.5: Ilustración de sistema de coordenadas de la pupila.

Como se puede apreciar en la imagen 2.5, el dominio de la función de pupila es inferior a las dimensiones físicas consideradas. Las coordenadas que corresponden con posiciones fuera de la geometría de la apertura del telescopio tienen amplitud cero.

Una vez discretizada la amplitud en la pupila es posible calcular el efecto de la difracción en el plano de detección mediante la ecuación de Fresnel.

El teorema de convolución de la transformada de Fourier puede ser aplicado sobre la ecuación 2.4 para llegar a:

$$U(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{U'(x, y)\}\mathcal{F}\{h(x, y)\}\}. \quad (2.8)$$

donde  $U'(x, y)$  es el campo en el plano origen con las coordenadas del plano de observación. Y  $h(x, y)$  es la respuesta al impulso.

Dos rutinas pueden ser empleadas para realizar el cómputo de la propagación del campo. La primera basada en la discretización de la expresión de la respuesta al impulso:

$$h(x, y) = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} \exp\left[\frac{jk}{2z}(x^2 + y^2)\right]. \quad (2.9)$$

La segunda emplea la expresión analítica discretizada de la función de transferencia  $H(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{h(x, y)\}$ :

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

$$H(f_x, f_y) = e^{jkz} \exp[-j\pi\lambda z (f_x^2 + f_y^2)]. \quad (2.10)$$

El conjunto de discretizaciones en el campo óptico de la pupila, en la función de transferencia y en la respuesta al impulso, junto con la periodicidad intrínseca de la transformada rápida de Fourier, hace que aparezcan unos artefactos en el resultado de la simulación de la propagación que no corresponden con la predicción física [42]. Estos efectos del muestreo difieren con cada uno de los dos enfoques de las ecuaciones 2.9 y 2.10, a pesar de que ambos son equivalentes matemáticamente. Uno de los motivos por los que se generan estos artefactos es el hecho de que la función de transferencia o respuesta al impulso de las ecuaciones de Fresnel no son de banda limitada por lo que no pueden ser muestreadas adecuadamente. No obstante, se puede considerar que la función de transferencia es muestreada suficientemente si  $\Delta x \geq \frac{\lambda z}{L}$ . Para un muestreo adecuado de la respuesta al impulso es requerido que  $\Delta x \leq \frac{\lambda z}{L}$  [43]. Según la característica de nuestro problema, será el enfoque a través de la función de transferencia de la ecuación 2.10 el empleado en el cálculo de la propagación. Sin embargo, es necesario tener en cuenta los efectos que causa el proceso de simulación en la generación de las imágenes.

## 2.5. Pulido

Imperfecciones en la fabricación del espejo inducen también errores en el frente de onda que afectan a la forma de la PSF [44]. Este tipo de errores puede ser generalmente dividido en tres categorías: bajas, medias y altas frecuencias. Los errores de baja frecuencia son también llamados errores de figura. Éstos pueden ser descritos con las aberraciones clásicas de los polinomios de Zernike y su longitud de onda espacial está en el rango  $D/10$  a  $D$ , siendo  $D$  el diámetro del telescopio. Los errores de frecuencia media son perturbaciones periódicas residuales presentes en el perfil de la superficie del espejo con longitud de onda espacial entre  $D/10$  y  $D/1000$ . La distribución espectral de estos errores pueden variar según la técnica de fabricación óptica empleada. Finalmente, los errores con longitudes de onda espacial a partir  $D/1000$  son considerados de alta frecuencia. Éstos son debidos esencialmente a la acción abrasiva del material de pulido.

El espectro de la magnitud o densidad espectral de potencia del error en la superficie del espejo puede ser considerado como una medida de las abundancias relativas de los errores a diferentes escalas espaciales. Para los errores de media y alta frecuencia, este parámetro puede ser modelado con la función potencial:

$$PSD(\nu) = C(\nu_0^2 + \nu^2)^{-2}, \quad (2.11)$$

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

dónde  $\nu$  es el módulo de la frecuencia espacial que equivale a la inversa de la longitud de onda espacial del error,  $\nu_0$  es la frecuencia asociada a la mayor longitud espacial de error considerada, también llamada escala exterior, y  $C$  es una constante.

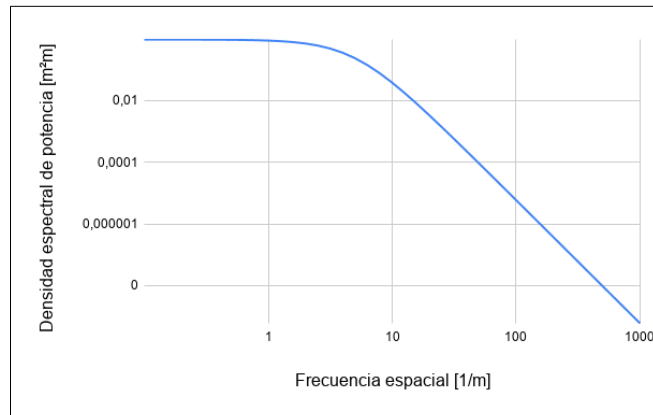


Figura 2.6: Espectro normalizado de la magnitud del error de pulido.

La figura 2.6 muestra el espectro normalizado del error en el espejo para una escala exterior de 20 cm. El área bajo la curva representa el error cuadrático medio del pulido en la superficie.

## 2.6. Tip-tilt residual

El valor del tip-tilt marca el valor promedio de la dirección de propagación de un frente de onda. Los segmentos que posean un valor de tip-tilt no nulo actúan sobre el frente de onda incidente como una función de transmitancia de la siguiente manera:

$$t_A(\xi, \eta) = \exp [jk (\xi \cos \theta + \eta \sin \theta) \tan \alpha], \quad (2.12)$$

siendo  $\alpha$  el ángulo relativo al eje  $z$  de propagación con una componente radial definida por el ángulo  $\theta$  de la proyección del vector de dirección sobre el plano x-y. Y donde  $\xi, \eta$  son las coordenadas de posición con respecto al centro del segmento.

El cabeceo o tip-tilt de los segmentos es ajustado en la fase de coalineado mediante óptica activa.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## 2.7. Turbulencia atmosférica

La luz que alcanza la pupila del telescopio ha recorrido una larga distancia a través de una región de turbulencia atmosférica. La turbulencia atmosférica causa fluctuaciones que hacen que el índice de refracción cambie de manera aleatoria de un punto a otro y de un instante a otro. A su vez, estas fluctuaciones en el índice de refracción generan variaciones en la longitud del camino óptico seguido por diferentes trayectorias de la luz. Las diferencias de camino óptico inducidas por las variaciones del índice de refracción causan aberraciones en la fase de la onda. Como resultado de esto, el campo que llega a la pupila generado por una fuente de luz puntual lejana deja de ser perfectamente plano. Este frente de onda generado, que ya no es plano, distorsiona la forma de la PSF del sistema haciéndola más ancha. El ensanchamiento de la PSF se traduce en una corrupción de las imágenes formadas por el sistema, reduciendo así la resolución también. La separación angular más pequeña entre dos fuentes puntuales que puede ser distinguido por un sistema óptico en presencia de la atmósfera es mucho mayor que el que impone la propia naturaleza ondulatoria de la luz. Es por eso que se ha prestado mucha atención a entender el efecto de la turbulencia atmosférica con el fin de paliar sus efectos en los sistemas de formación de imágenes [45].

La superficie de la tierra pasa continuamente por un ciclo de calentamiento y enfriamiento provocado por la energía solar. Estas variaciones de temperatura en la superficie inducen irregularidades a gran escala en el campo de temperatura del aire. El gradiente de estas irregularidades en el campo de temperatura son el principal origen de las fluctuaciones en el índice de refracción. El movimiento turbulento en la atmósfera es también originado por estos cambios en la temperatura.

En la teoría de Kolmogorov [46] la energía cinética a gran escala en un flujo turbulento es transferido a flujos de movimiento a escala más pequeña hasta llegar a ser disipada en forma de calor. Kolmogorov elabora una expresión matemática con las propiedades estadísticas de este proceso. La densidad espectral de potencia de las fluctuaciones del índice de refracción en la atmósfera es expresado en la siguiente relación:

$$\Phi_n^K(k) = 0.033C_n^2k^{-11/3}. \quad (2.13)$$

En la ecuación 2.13,  $k = \frac{2\pi}{l}$  es el número de onda espacial asociado al tamaño de la escala  $l$  de las fluctuaciones del índice de refracción. En dicha ecuación se ha supuesto que se cumplen las condiciones de un medio homogéneo e isotrópico. La cantidad  $C_n^2$  es llamada constante de estructura. Esta constante caracteriza la magnitud del cambio de la fluctuación en el índice de refracción. El espectro de Kolmogorov definido en la ecuación 2.13 es únicamente aplicable en el régimen de

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

---

escalas comprendido en el intervalo  $l_0 < l < L_0$ . Los límites  $L_0$  y  $l_0$ , con dimensiones de longitud, son conocidos como escala exterior e interior respectivamente.

Para continuar con la teoría de turbulencia atmosférica es necesario definir algunos conceptos estadísticos primero. La función de estructura de una variable aleatoria  $x$  que es dependiente del vector de posición en el espacio  $\vec{r}$  se define como  $D_x(\vec{r}) = \mathbb{E}\{[x(\vec{r}_1) - x(\vec{r}_1 + \vec{r})]^2\}$ . Esta característica es útil para describir las propiedades estadísticas de segundo orden del campo del índice de refracción en la atmósfera. La función de estructura puede ser relacionada con el espectro de Kolmogorov 2.13 obteniendo la relación siguiente [47]:

$$D_n(r) = C_n^2 r^{2/3}. \tag{2.14}$$

La variable  $r$  en la ecuación 2.14 es ahora un escalar. Por tratarse de un medio homogéneo e isótropo es posible desprenderse de la componente vectorial  $|\vec{r}| = r$ .

### 2.7.1. Propagación de una onda en un medio turbulento

Ahora nos centraremos en el caso particular de una onda plana horizontal monocromática que procede de una estrella lejana situada en el cénit. Esta onda incide en la dirección del eje óptico del sistema. Primeramente se considerará que entre la estrella y el observador únicamente existe una simple capa de turbulencia horizontal. Esta capa está comprendida entre las alturas  $z_i$  y  $z_i + \Delta z_i$ . El siguiente cálculo representa la longitud del camino óptico de la onda al propagarse a través de la capa de turbulencia:

$$\psi_i(\vec{x}) = k \int_{z_i}^{z_i + \Delta z_i} n_1(\vec{x}, z) dz. \tag{2.15}$$

En la ecuación 2.15, el término  $n_1(\vec{x}, z)$  corresponde con la fluctuación aleatoria sobre el índice de refracción medio. Lo que implica que el índice de refracción de la atmósfera es modelado con la suma  $n(\vec{x}, z) = n_0 + n_1(\vec{x}, z)$ . Asumiendo que  $n_1$  puede ser descrito como un proceso gaussiano, Fried utilizó el resultado 2.14 para llegar a la siguiente expresión que describe la función de estructura de la fase [48]:

$$D_\psi(\Delta\vec{x}) = 6.88 \left( \frac{|\Delta\vec{x}|}{r_0} \right)^{5/3}. \tag{2.16}$$

En la ecuación 2.16 Fried incorporó la dependencia con un nuevo parámetro que hace referencia al tamaño del disco de seeing  $r_0$ . El parámetro  $r_0$  equivale a la longitud de coherencia de la atmósfera, o también conocido como parámetro de Fried. Para llegar a este resultado, únicamente se ha hecho uso de la óptica geométrica. Esto significa que se cumple la condición de campo cercano en la que la región de

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

turbulencia se encuentra lo suficientemente cerca de la pupila del telescopio como para ignorar el efecto que acarrea la refracción en la luz. Como los haces de luz pueden considerarse rectilíneos, éstos no producen interferencias entre ellos, pudiendo ser despreciada la variación en la amplitud. Bajo estas condiciones desaparece casi completamente el centelleo pues la amplitud compleja de la onda solo sufre cambios en la fase. Concretamente, el 90 % de los cambios afectan a la fase, y sólo el 10 % al centelleo.

### 2.7.2. Imagen de larga exposición a través de la atmósfera

Una imagen de larga exposición es aquella que es capturada integrando durante un tiempo superior al de estabilidad de la atmósfera. Es posible describir el efecto de la atmósfera sobre la imagen a través de una función de transferencia que contenga las propiedades estadísticas descritas en la ecuación 2.16. El espectro de la imagen de intensidad obtenido es el resultado de un filtrado de la transformada de Fourier de la distribución de irradiancia del objeto  $O(f_x, f_y)$  con dos filtros. El primero de estos filtros está asociado a la óptica del telescopio  $H_0(f_x, f_y)$ . El otro está asociado a la turbulencia de la atmósfera  $H_{LE}(f_x, f_y)$ . O en su equivalente matemático:

$$I(f_x, f_y) = O(f_x, f_y)H_{LE}(f_x, f_y)H_0(f_x, f_y), \quad (2.17)$$

siendo  $f_x, f_y$  las componentes espectrales en las direcciones  $x$  e  $y$ .

Se demuestra que la función de transferencia debido a la turbulencia es [48]:

$$H_{LE}(f_x, f_y) = \exp \left\{ -3.44 \left( \frac{\lambda z \sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{r_0} \right)^{5/3} \right\}, \quad (2.18)$$

donde  $z$  es la distancia desde la pupila hasta el plano de detección y  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz.

## 2.8. Análisis de la discontinuidad en la fase

Un error de alineación del pistón entre segmentos adyacentes provocaría una discontinuidad en la fase del frente de onda en la pupila del telescopio. Es de utilidad por tanto obtener de forma analítica la señal de difracción que generaría una discontinuidad de este tipo en el plano del detector. Esta expresión fue derivada por Rodríguez y Fuensalida [49]. Para ello sería necesario hacer previamente una serie de simplificaciones. La primera de ellas sería considerar que el frente de ondas que llega al telescopio es perfectamente plano y que solo se vería afectado por errores de pistón en los segmentos, ignorando así las perturbaciones de la atmósfera. También consideraremos despreciable el efecto de los bordes dado el tamaño de la pupila. Y

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

finalmente tendremos en cuenta únicamente dos regiones del frente de ondas de la pupila separados por una discontinuidad rectilínea a lo largo de la dirección  $\eta$ .

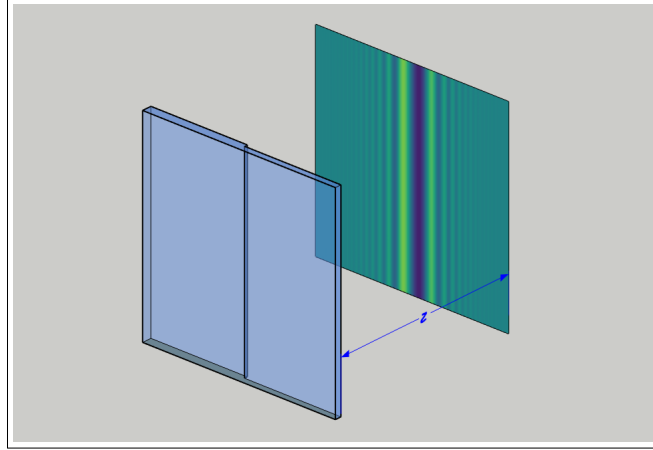


Figura 2.7: Discontinuidad rectilínea vertical en la fase de un frente de onda.

La imagen 2.7 muestra la configuración que se ha descrito previamente. Entre ambas regiones del plano origen existe una diferencia de fase  $\Delta\phi$ . Este valor está expresado en radianes con respecto a la longitud de onda utilizada en la propagación. Según las anteriores consideraciones es posible obtener el modelo de respuesta de difracción en la dirección  $x$  del plano de detección:

$$\begin{aligned}
 \frac{I(x)}{I_0} &= 1 + A[\sin(\Delta\phi)] + B[1 - \cos(\Delta\phi)], \\
 A &= C\left(\frac{x}{\rho}\right) - S\left(\frac{x}{\rho}\right), \\
 B &= C^2\left(\frac{x}{\rho}\right) + S^2\left(\frac{x}{\rho}\right) - \frac{1}{2}, \\
 \rho &= \sqrt{\lambda z/2}.
 \end{aligned}
 \tag{2.19}$$

donde  $C$  y  $S$  son las funciones integrales de coseno y seno de Fresnel y  $\rho$  es una magnitud proporcional a la anchura del pico del patrón de difracción. Para llegar a 2.19 se ha partido de la ecuación integral de difracción de Fresnel 2.4. Para el desarrollo únicamente se ha considerado la discontinuidad de la fase debido al error del pistón entre segmentos.

La distribución de intensidad normalizada  $I(x, y)/I_0$ , resultado de la propagación de un frente de onda con discontinuidad en la fase a una distancia  $z$ , es mostrada en la figura 2.8 para diferentes valores del salto de fase. Únicamente se ha tenido en cuenta la variación de la intensidad en la dirección horizontal  $x$  del plano de detección, ya que la discontinuidad es vertical en el plano origen. Se ha ignorado

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

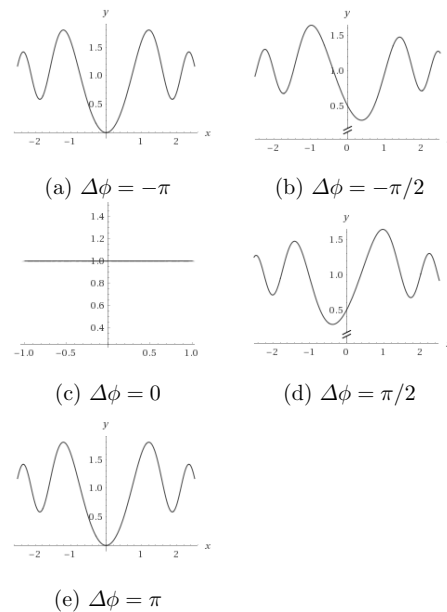


Figura 2.8: Distribución de intensidad en el plano de detección en la dirección perpendicular a la discontinuidad de la fase.

también el efecto de la difracción debido al resto de bordes de los segmentos.

Analizando los resultados mostrados en 2.8 se puede observar una serie de resultados. Por un lado, el patrón de intensidad obtenido para valores de salto de fase en el intervalo  $[-\pi, 0]$  es igual a los obtenidos para valores entre  $[0, \pi]$  pero invertidos con respecto a la posición de la discontinuidad  $x = 0$ . Además el patrón resultado de un salto de fase  $\Delta\phi = \pi$  es simétrico con respecto al punto de la discontinuidad. Finalmente para un salto de fase  $\Delta\phi = 0$  se observa una intensidad constante.

## 2.9. Selección de la distancia de propagación

Un aspecto a tener en cuenta en la configuración del sistema es la distancia apropiada  $z$  que el haz debe recorrer desde la pupila para generar unas imágenes de difracción que sean útiles a la hora de obtener medidas del pistón. Estos patrones de intensidad detectados serán la señal usada por el algoritmo para extraer los valores de pistón. Se desea que la distancia de propagación sea tal que la influencia del seeing no deteriore en exceso la señal en el plano de detección, a la vez que pueda ser muestreada suficientemente por los píxeles del detector. Existen dos condiciones que deben ser satisfechas para obtener una señal de difracción que facilite la tarea

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

de deducir la información del pistón. Estas condiciones han sido adaptadas de [35], [34]:

- (i) Seeing: El tamaño angular de la imagen afectada por la turbulencia atmosférica es aproximadamente  $\lambda/r_o(\lambda)$  radianes, dónde  $r_o(\lambda)$  es el valor del parámetro de Fried para la longitud de onda  $\lambda$ . Esto corresponde con un tamaño físico en el plano de desenfoco en donde está situado el detector equivalente a  $\sigma_d = \lambda/r_o \cdot (f - l)$ , siendo  $f$  la focal del telescopio y  $l$  la distancia a la que está colocado de ésta el detector. Por otro lado, la anchura total del pico del patrón de difracción formado por la discontinuidad de la fase en el plano de detección es  $\bar{\rho}_d = 1.27\rho l/f$ . Se desea que la anchura del pico de la señal sea mayor por un factor  $K_\sigma$  que el tamaño afectado por la turbulencia, es decir  $\sigma_d K_\sigma < \bar{\rho}_d$ . Teniendo en cuenta la dependencia del parámetro de Fried con la longitud de onda se llega a la siguiente restricción para la distancia de propagación.

$$z < \frac{0.8r_0^2(\lambda_0)}{\lambda_0^{12/5}} K_\sigma^{-2} \lambda^{7/5}. \quad (2.20)$$

- (ii) Muestreo de la señal: El muestreo que hace el detector sobre la señal de difracción es definida como  $\nu = P\rho/D$ . El cociente entre el diámetro del telescopio  $D$  y el número de píxeles en el detector  $P$  da una idea del tamaño de cada píxel cuando son proyectados sobre el espejo. La condición impuesta es simplemente que el muestreo sea mayor que cierto valor  $K_s$ .

$$z > \frac{2K_s^2 D^2}{\lambda P^2} \quad (2.21)$$

Consideraremos un diámetro de telescopio  $D = 10.4$  m con una distancia focal  $f = 169.9$  m. Además se cuenta con un tamaño en el detector de  $1024 \times 1024$  píxeles. La longitud de onda de operación es  $\lambda_0 = 700$  nm, siendo ésta la longitud de onda de referencia utilizada en el instrumento. Finalmente consideremos un parámetro de Fried de valor  $r_0 = 0.1$  m. En ese caso la distancia de desenfoco a la que el detector ha de ser colocado para que la señal obtenida cumpla las dos condiciones expuestas anteriormente sería  $l = 9$  m.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Capítulo 3

# Aprendizaje supervisado

El objetivo de un algoritmo de aprendizaje automático es construir un modelo estadístico a partir de un conjunto de datos. El algoritmo busca la fórmula matemática que produce la respuesta correcta cuando es aplicada sobre el conjunto de datos de entrada. Esta fórmula matemática también genera la respuesta correcta para otros datos de entrada diferentes de los disponibles en el conjunto de datos de partida. Para que lo anterior sea posible, debe cumplirse la condición de que los nuevos datos sean muestreados de una distribución estadística igual o similar a la distribución de la que fueron obtenidos los datos del entrenamiento.

En el aprendizaje supervisado es necesario disponer de una colección de datos etiquetados  $\{\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i\}_{i=0}^N$ . Cada elemento  $\mathbf{x}_i$  es un ejemplo que contiene un conjunto de características. Cada característica puede verse como un elemento de un vector de  $D$  dimensiones. Estos elementos describen el ejemplo de alguna manera. En el caso de las imágenes, las características se corresponden con el valor de píxel en cada una de las posiciones. Cada uno de los ejemplos lleva asociado una etiqueta  $\mathbf{y}_i$ . Esta etiqueta puede ser una de las categorías de un conjunto de clases finito  $\{1, 2, \dots, C\}$ , números reales o cualquier otra estructura más compleja. El objetivo de un algoritmo basado en aprendizaje supervisado es crear un modelo que tome como entrada un vector de características  $\mathbf{x}$  y devuelva como salida la información que permita deducir la etiqueta correspondiente. En general se busca la distribución de probabilidad de las posibles etiquetas correctas dado un conjunto de características,  $p_{\text{modelo}}(\mathbf{y} | \mathbf{x})$ .

Este tipo de aprendizaje es el más utilizado en la práctica y con el que más notables resultados se han alcanzado en los últimos años.

### 3.1. Redes neuronales artificiales

Las redes neuronales artificiales o perceptrones multicapa constituyen el esquema clásico de red neuronal. Redes más específicas desarrolladas posteriormente como las redes de convolución o las redes recurrentes que se tratarán más adelante en este

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

estudio son casos especiales de este tipo de redes. Una red neuronal representa conceptualmente un aproximador universal. La finalidad de una red neuronal es aproximar una función cualquiera  $f^*$  que especifique una correspondencia entre un espacio de vectores de entrada y un espacio de vectores de salida. Estos valores de salida pueden ser una categoría, un valor numérico real o estructuras de datos más complejas. Matemáticamente esta correspondencia puede representarse como  $\mathbf{y} = f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$ , donde los parámetros  $\boldsymbol{\theta}$  deben ser inferidos para obtener la mejor aproximación de la función  $f^*$ .

Una red neuronal es un grafo acíclico dirigido. El término red es utilizado porque se compone de una secuencia de funciones en cadena. El valor de entrada de cada función corresponde con el valor de salida de la función que la precede, salvo la primera de la cadena cuyo valor de entrada coincide con el valor de entrada a la red. Los valores de salida de cada función son usados como el valor de entrada de la función siguiente de la cadena, salvo la última función que devuelve el valor de salida de la red. Por ejemplo podemos tener tres funciones conectadas de la siguiente manera:

$$f(\mathbf{x}) = f^{(3)}(f^{(2)}(f^{(1)}(\mathbf{x}))) \quad (3.1)$$

En esta ecuación los resultados intermedios son usados como argumentos de las funciones inmediatamente posteriores en la cadena:

$$\begin{aligned} f^{(1)}(\mathbf{x}) &= \mathbf{y}^{(1)} \rightarrow \\ f^{(2)}(\mathbf{y}^{(1)}) &= \mathbf{y}^{(2)} \rightarrow \\ f^{(3)}(\mathbf{y}^{(2)}) &= \mathbf{y}^{(3)} \rightarrow \\ \mathbf{y}^{(3)} &= \mathbf{y}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

En la terminología de redes neuronales cada una de estas funciones son llamadas capas. En la ecuación 3.1, la función  $f^{(1)}$  podría ser asociada a la primera capa,  $f^{(2)}$  sería la segunda capa y finalmente  $f^{(3)}$  representaría la última capa o capa de salida. El entrenamiento de la red se define como el proceso a través del cual se estiman los valores apropiados para los parámetros  $\boldsymbol{\theta}$ , de manera que  $f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}) \approx f^*(\mathbf{x})$ . Para este entrenamiento es necesario proporcionar datos que son interpretados como muestras de la función  $f^*$  evaluada en diferentes puntos de su dominio. Cada una de estas muestras está acompañada por su correspondiente valor de salida o target  $\mathbf{y} \approx f^*(\mathbf{x})$ . El conjunto de todas las muestras usadas para el entrenamiento determinan únicamente cuál debe ser el resultado de la capa de salida para cada punto  $\mathbf{x}$ . Sin embargo, en el resto de capas no existe especificación respecto al valor de su salida. Es por esto que estas capas son también llamadas capas ocultas. En cierta manera el interior de una red neuronal se considera una caja negra en la que no se dispone

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

de la interpretación en las relaciones que se forman entre las distintas capas.

En la descripción de red que se ha hecho anteriormente, cada capa actúa como una función que simplemente mapea vectores de entrada con vectores de salida. Sin embargo, también existe la posibilidad de interpretar cada capa como un conjunto de unidades que operan en paralelo. En esta interpretación, cada una de estas unidades devuelve un valor escalar para cada vector que acepta como entrada. Se define la anchura de una capa como la cantidad de unidades de este tipo de las que está formada. Esta nueva interpretación aporta la granularidad que permite describir de una manera más simple las capas en términos de unidades.

### 3.2. Función de coste

Uno de los criterios que guían el diseño de una red neuronal es la elección de la función de coste. Esta es la magnitud que cuantifica lo cerca o lejos que está cierta combinación de parámetros  $\theta$  de aproximar  $f^*$ . En la mayoría de los casos se busca ajustar el modelo paramétrico que define una distribución de probabilidad  $p(\mathbf{y}|\mathbf{x}; \theta)$ . Las redes neuronales son entrenadas comúnmente usando el principio de máxima verosimilitud. Bajo este principio la mejor elección de parámetros  $\theta$  es aquella que define la distribución de probabilidad que mejor explica los datos observados. Esta función de coste es entendida como el negativo de la log-probabilidad. Lo anterior es equivalente a comparar las distribuciones de probabilidad de los datos del entrenamiento y la que predice el modelo utilizando una magnitud llamada entropía cruzada. La entropía cruzada entre dos distribuciones de probabilidad discretas teniendo la variable aleatoria el mismo soporte en ambas se define como:

$$H(p, q) = - \sum_{x \in \mathcal{X}} p(x) \log q(x). \quad (3.3)$$

El valor anterior usado como función de coste puede ser descrita mediante la expresión:

$$J(\theta) = -\mathbb{E}_{\mathbf{x}, \mathbf{y} \sim \hat{p}_{data}} \log p_{modelo}(\mathbf{y}|\mathbf{x}). \quad (3.4)$$

La forma específica de la función de coste cambia de un modelo a otro dependiendo de la forma específica de  $\log p_{modelo}$ .

### 3.3. Tipos de unidades

La función de coste de una red neuronal está estrechamente ligada con la elección del tipo de unidad que se asigne a la salida. Un criterio comúnmente utilizado es definir la función de coste de la red neuronal como la entropía cruzada entre la

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

distribución de los datos y la distribución que predice el modelo. Haciendo esto, la forma de representar la salida determinará la forma de la función de coste. Ahora supongamos que las capas ocultas son funciones paramétricas de la forma  $\mathbf{h} = f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$ . La capa de salida es la encargada de aportar entonces las características necesarias para que la red desempeñe la tarea para la que ha sido diseñada.

Por otro lado, las unidades pueden ser usadas en las capas ocultas de la red. En ese caso las hay de muy diversos tipos. Realmente no hay una guía teórica definitiva sobre la elección de este tipo de unidades. Estas funciones simplemente aportan la no linealidad necesaria para aumentar la capacidad de representación de la red neuronal. La mayoría de unidades ocultas aceptan un vector de entrada  $\mathbf{x}$ . Seguidamente realizan una transformación afín a este vector  $\mathbf{z} = \mathbf{W}^T \mathbf{x} + \mathbf{b}$ . Y finalmente aplican una función de activación no lineal que actúa a nivel de cada elemento del vector  $g(\mathbf{z})$ .

### 3.3.1. Unidad lineal

Las unidades lineales en la capa de salida son usadas para tareas de regresión. Esta tarea puede modelarse con distribuciones gaussianas que predicen un valor real medio con cierta incertidumbre. Consiste simplemente en una transformación afín de las características que resultan de la última capa oculta. Una capa de salida con este tipo de unidades produce un vector según  $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{W}^T \mathbf{h} + \mathbf{b}$ , donde  $\mathbf{h}$  es el vector de características generado por la última capa oculta. Las unidades lineales son generalmente usadas para producir la media de una distribución gaussiana condicional con varianza unitaria:

$$p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \mathcal{N}(\mathbf{y}; \hat{\mathbf{y}}, \mathbf{I}) \quad (3.5)$$

Finalmente, las unidades de salida de este tipo son habitualmente empleadas para estimar la relación entre variables a través de la regresión. Es decir, predecir el valor de una variable en función del valor de otras que varían de forma independiente.

La aplicación de este tipo de unidades en las capas ocultas carece de sentido práctico. Una red neuronal de varias capas ocultas con unidades lineales es equivalente a otro de una sola capa con el mismo o menor número de parámetros. La multiplicación de matrices de parámetros acabarían colapsando en una sola matriz desechando toda capacidad de expresión de la red.

### 3.3.2. Unidad sigmoïdal y tangente hiperbólica

Estas unidades pueden ser usadas para representar tareas que requieren predecir el valor de una variable binaria. La tarea de clasificación en dos categorías excluyen-

Firmado por:	Fecha:
DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



---

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

---

tes es un ejemplo de ello. Una distribución de Bernoulli es definida con un parámetro numérico simple. En ese caso a la red se le requiere predecir  $P(y = 1 | \mathbf{x})$ . Para que este número represente una probabilidad debe estar comprendido en el intervalo  $[0, 1]$ . Una unidad de salida sigmoideal es definida como:

$$\hat{y} = \sigma \left( \frac{1}{1 + \exp(-\mathbf{x})} \right) \quad (3.6)$$

donde  $\mathbf{x} = \mathbf{w}^\top \mathbf{h} + \mathbf{b}$  es el resultado de una capa lineal.

Las unidades sigmoideales fueron el tipo de unidades más usadas en los primeros desarrollos de las redes neuronales. Sin embargo han caído en desuso en favor de otras más simples y con mejores cualidades de entrenamiento como las ReLU que comentaremos más adelante.

La unidad tangente hiperbólica devuelve valores comprendidos en el intervalo  $[-1, 1]$ . La unidad sigmoideal y la tangente hiperbólica están relacionadas mediante  $\tanh(\mathbf{x}) = 2\sigma(2\mathbf{x}) - 1$ .

Estas unidades son usadas en la práctica tanto en las capas ocultas de la red neuronal como en la capa de salida. No obstante, se ha observado que cuando este tipo de unidades son usadas en las capas ocultas son más propensas a generar el fenómeno de explosión y desvanecimiento de gradiente. Este fenómeno dificulta el aprendizaje de las unidades en ciertas partes de la red y es deseable que se reduzca.

### 3.3.3. Unidad softmax

Las unidades softmax se emplean para representar distribuciones de salida Bernoulli generalizadas. Estas son distribuciones de variables discretas que pueden tomar  $n$  diferentes valores. Estas unidades son generalmente utilizadas para desempeñar tareas de clasificación. La función softmax se expresa formalmente como:

$$\text{softmax}(\mathbf{z})_i = \frac{\exp(z_i)}{\sum_j \exp(z_j)} \quad (3.7)$$

El vector  $\mathbf{z}$  de la ecuación 3.7, es la consecuencia de aplicar una transformación afín al resultado de la capa previa a la de salida  $\mathbf{z} = \mathbf{W}^\top \mathbf{h} + \mathbf{b}$ . Este parámetro  $\mathbf{z}$  puede interpretarse como la log-probabilidad no normalizada. Para que el vector de salida de una capa softmax pueda representar una distribución de probabilidad deben darse dos requisitos: primeramente el valor de cada elemento debe estar comprendido entre 0 y 1, y además la suma de todos ellos debe ser igual a 1.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

### 3.3.4. Unidad lineal rectificada

Estas unidades fueron presentadas por primera vez en [50]. Son conocidas más popularmente por sus siglas ReLU. La función de activación tiene la forma  $g(z) = \max\{0, z\}$ . Son fáciles de optimizar y suelen ser la elección por defecto en el diseño de una red neuronal. En práctica se usan como unidades de las capas ocultas. Se comportan como una unidad lineal en la mitad positiva de su dominio mientras que devuelven el valor 0 en el resto del dominio. Estas funciones no lineales son usadas comúnmente sobre transformaciones afines del resultado de la capa previa:

$$\mathbf{h} = \max(0, \mathbf{W}^T \mathbf{x} + \mathbf{b}). \quad (3.8)$$

Existen algunas variaciones de las unidades ReLU que están enfocadas principalmente a obtener funciones derivables en todo el dominio, suavizando la discontinuidad que se produce en el origen. Sin embargo, se ha observado que esta discontinuidad no supone ningún inconveniente en la práctica porque es poco probable que la función de valores flotantes se evalúe justo en ese punto.

## 3.4. Retropropagación

Se ha comentado que una red neuronal define una correspondencia. Esta correspondencia queda determinada para cada combinación de parámetros  $\theta$ . Dada una información de entrada  $\mathbf{x}$ , ésta es procesada por la red para generar una salida  $\hat{\mathbf{y}}$ . En este sentido es posible describir la red como un flujo de información que parte de un punto de entrada y fluye hasta un punto de salida. La entrada proporciona una información inicial que se va propagando por cada capa hasta producir el resultado  $\hat{\mathbf{y}}$ . En el proceso de entrenamiento, se utiliza el resultado para evaluar la función de coste  $J(\theta)$ . El algoritmo de retropropagación [51] permite que la información fluya en sentido contrario desde la función de coste a través de la red para calcular el gradiente. El objetivo del algoritmo de retropropagación es calcular el gradiente  $\nabla_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  de una función arbitraria  $f$ . En la función anterior  $\mathbf{x}$  es un conjunto de variables con respecto a las cuales se quiere calcular el gradiente e  $\mathbf{y}$  es un conjunto de variables de las cuales no se requiere la derivada. En el contexto del aprendizaje automático interesa buscar el gradiente de la función de coste respecto a los parámetros del modelo  $\nabla_{\theta} J(\theta)$ . Para describir el algoritmo de retropropagación de manera adecuada, conviene definir un lenguaje más formal de grafos. En los grafos computacionales que se utilizan para describir el algoritmo, cada nodo representa una variable sean estas valores escalares, vectores, matrices o tensores. Además de variables será necesario definir el concepto de operación. Las operaciones son funciones de una o más variables. Por simplicidad consideraremos únicamente funciones

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

que devuelven una sola variable que puede ser del tipo descrito anteriormente.

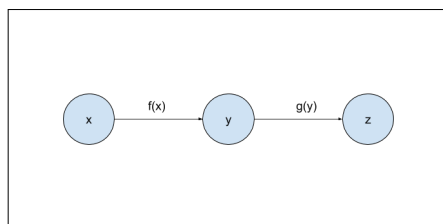


Figura 3.1: Diagrama de grafos con tres variables y dos operaciones.

Una flecha dirigida a  $z$  desde la variables  $y$  significa que la variable  $z$  se calcula operando sobre la variable  $y$ . De la misma manera para representar que la variable  $y$  se calcula operando sobre la variable  $x$  se traza una flecha desde  $x$  hacia  $y$ . En la figura 3.1 se muestra el diagrama correspondiente al grafo descrito. La regla de la cadena en el cálculo de derivadas expresa que:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy} \frac{dy}{dx}. \quad (3.9)$$

La regla de la cadena se emplea en cálculo matemático para obtener la derivada de una función a partir de la derivada de las funciones de las que esté compuesta ésta. El algoritmo de retropropagación calcula el gradiente de una red neuronal de forma eficiente aplicando la regla de la cadena.

Aunque el concepto original de la retropropagación estuvo basada en ideas del ámbito de la diferenciación automática. Fue realmente Rumelhart quién sugirió la forma moderna del algoritmo adaptado a las redes neuronales [51].

### 3.5. Redes neuronales convolucionales

Las redes neuronales convolucionales [52] o también llamadas redes neuronales de convolución, son un tipo especializado de red neuronal adaptada para procesar datos estructurados en cuadrícula. Estos datos pueden ser representados conceptualmente como matrices o tensores. Las imágenes son el ejemplo más claro de este tipo de datos. El termino “convolución” se usa de una manera muy laxa porque la red emplea un procedimiento matemático que se asemeja con la operación del mismo nombre. Aunque realmente la definición exacta de la operación en este contexto difiere ligeramente de la definición asignada en otros campos. Concretamente la operación de convolución tradicional realiza un volteo de uno de los operandos, algo que no se realiza en este tipo de redes. Las redes convolucionales son redes neuronales que emplean la convolución en al menos una de sus capas.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

---

La convolución es un tipo especial de operación lineal que actúa sobre dos funciones de valores reales. En el caso discreto, la operación se puede seguir expresando como una multiplicación de un vector con una matriz. Solo que esta matriz es un tipo especial de matriz Toeplitz llamada matriz circulante por bloques doble. En esta matriz muchos de los elementos son cero y muchos otros tienen el mismo valor. En el caso de que los operandos sean funciones discretas de dos dimensiones como las imágenes de datos, la operación de convolución puede ser expresada de la siguiente manera:

$$S(i, j) = (I * K)(i, j) = \sum_m \sum_n I(i + m, j + n)K(m, n) \quad (3.10)$$

En la terminología de las redes convolucionales el primer argumento del operador  $I$  sería la entrada mientras que el segundo  $K$  se denomina kernel o filtro. El resultado de la operación de convolución es referido como mapa de características.

Como se ha dicho anteriormente, la convolución discreta es una operación lineal que puede ser expresada como una multiplicación matricial. En una red neuronal convencional las capas pueden ser representadas de la misma manera como una multiplicación matricial con una matriz de parámetros. Cada uno de los parámetros de esta matriz describe la interacción entre cada una de las unidades de entrada con cada una de las unidades de salida. Por lo tanto, cada unidad de salida interactúa con cada unidad de entrada. Sin embargo, las redes convolucionales se caracterizan por tener interacciones dispersas. Esto se consigue haciendo que el tamaño del filtro con el que se realiza la convolución sea más pequeño que las dimensiones de los datos de entrada. Con esta característica, se ve reducido tanto el número de parámetros necesarios de almacenar como el número de operaciones que se precisan para calcular la salida.

En el diseño de una red neuronal convencional cada parámetro es usado en una única parte del modelo. Las redes convolucionales, por otro lado, hacen uso del esquema de parámetros compartidos. Esto significa que parámetros de diferentes partes del modelo están restringidos a tener el mismo valor. O lo que es lo mismo, el valor aprendido para los parámetros del kernel son los mismos en cada posición. La cantidad de parámetros necesarios almacenar se ve reducida gracias a esta propiedad.

El esquema de parámetros compartidos dota a las capas de la red de convolución de la cualidad de invarianza a la traslación. El mapa de características que resulta de cada capa de convolución en una red convolucional muestra la disposición espacial de las características en la imagen.

Esta configuración especial en el número y valor de los parámetros de la red actúa a modo de regularización del modelo generado. Esto se consigue en parte incorporando un conocimiento a priori sobre la distribución estadística de los datos.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

### 3.6. Cofaseado con redes convolucionales

El problema del cofaseado consiste en obtener los valores de salto de pistón entre cada par de segmentos contiguos del espejo primario del telescopio. Para conseguir el anterior propósito, contaremos con una imagen de intensidad recogida en un plano de detección situado a cierta distancia del plano focal.

Una simulación de esta imagen de intensidad es mostrada en la figura 3.2, en donde se ha asignado un valor aleatorio de pistón a cada segmento del primario [53]. En la sección 3.6.5 será descrito con mayor detalle el proceso de elaboración de estas imágenes de difracción usadas para el entrenamiento del algoritmo. A continuación detallaremos el método empleado para resolver el problema de cofaseado haciendo uso del paradigma de redes convolucionales descrito en la sección 3.5.

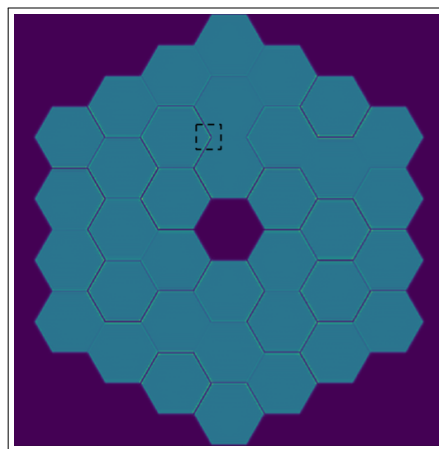


Figura 3.2: Imagen de intensidad en el plano de detección.

#### 3.6.1. Periodicidad de los patrones de intensidad

Las imágenes de intensidad registradas en el plano de desenfoque del sistema óptico corresponden a patrones específicos determinados por el salto de pistón presente entre los segmentos. Debido a la regularidad de la onda electromagnética, estos patrones se repiten de forma periódica. Este efecto ha sido descrito analíticamente en la sección 2.8. A continuación estudiaremos detenidamente dos tipos de regularidades que determinan la forma de los patrones de difracción. Para diseñar con éxito nuestra red convolucional de cofaseado será necesario entender adecuadamente estas dos regularidades. En el siguiente análisis se tratará de manera aislada el efecto producido por dos segmentos contiguos que generan un frente de onda con un salto de discontinuidad de magnitud  $\Delta\phi$ . El patrón de difracción estudiado será el valor

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

de la intensidad en el plano de detección en la dirección perpendicular al salto de la fase. La medida de intensidad será realizada coincidiendo con el centro del lado de los segmentos contiguos ignorando el efecto del resto de lados.

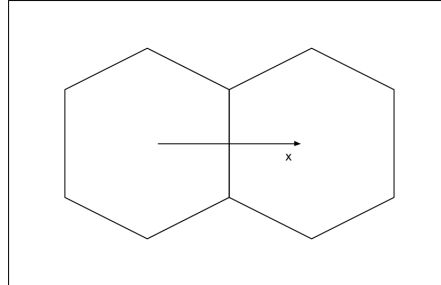


Figura 3.3: Dirección de medida del perfil de intensidad entre segmentos.

El eje  $x$  de la figura 3.3 marca la sección de la medida de intensidad en el patrón generado por dos segmentos contiguos. Representaremos en una recta todos los valores de salto de pistón posibles entre los dos segmentos. De esa manera, cada punto de esta recta está relacionado con un perfil de intensidad.

- (i) Periodicidad  $\lambda$ : Los patrones obtenidos en el plano de detección cambian con la variación del salto de pistón entre los segmentos. Asumiendo iluminación coherente monocromática, el perfil de intensidad generado por un salto de pistón  $\Delta\phi = p_0$  es el mismo que el generado por un salto de valor  $\Delta\phi = p_0 \pm n\lambda$  siendo  $n \in \mathbb{N}$ . Es decir, los patrones cambian con una periodicidad igual a la longitud de la onda de luz utilizada,  $\lambda$ . Con el empleo de imágenes medidas con una única longitud de onda, la red neuronal solo podrá establecer una correspondencia biunívoca entre patrones con saltos de pistón comprendidos en un rango de  $[p_0, p_0 + \lambda]$  dónde  $p_0$  es cualquier valor de salto de pistón que se tome como referencia. En el esquema de la figura 3.4 se muestra este comportamiento. Dado el patrón asociado a un punto cualquiera  $p_0$  de la recta, éste coincide exactamente con el patrón asociado con el punto  $p_0 + \lambda$ .
- (ii) Patrones especulares: Por otro lado, se observa que los patrones generados por un salto de pistón  $\Delta\phi = p_0 + p$  guardan una simetría especular con respecto a los generados por un salto de pistón  $\Delta\phi = p_0 - p$ . En este caso  $p_0$  es un salto de pistón de referencia con valor  $p_0 = \pm n\frac{\lambda}{2}$ , siendo  $n \in \mathbb{N}$ . Además,  $p$  es cualquier valor de salto de pistón. El eje de esta simetría especular corresponde con la recta delimitada por la discontinuidad de la fase. Es decir, el segundo patrón se obtendría volteando el primer patrón con respecto al borde de unión de los segmentos. A pesar de esta sutil diferencia entre estos dos tipos de patrones, a

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

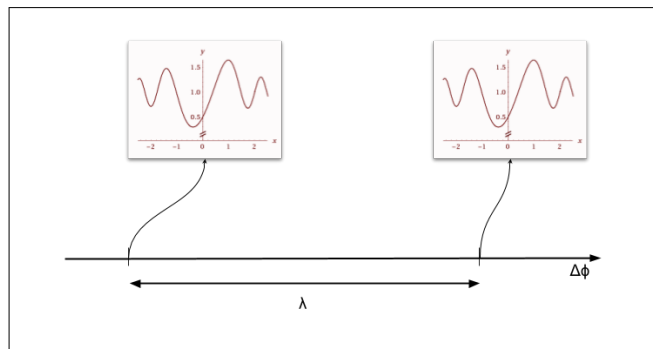


Figura 3.4: Periodicidad  $\lambda$  en los patrones de difracción.

todos los efectos será necesario considerarlos iguales. La red tendría dificultades al diferenciar uno de otro particularmente para valores pequeños de  $p$ . Este hecho restringe aún más el rango de saltos de pistón para el cual la red podría marcar la correspondencia biunívoca con los patrones, si estos son medidos con una sola longitud de onda. Esta simetría especular queda representada esquemáticamente en la figura 3.5.

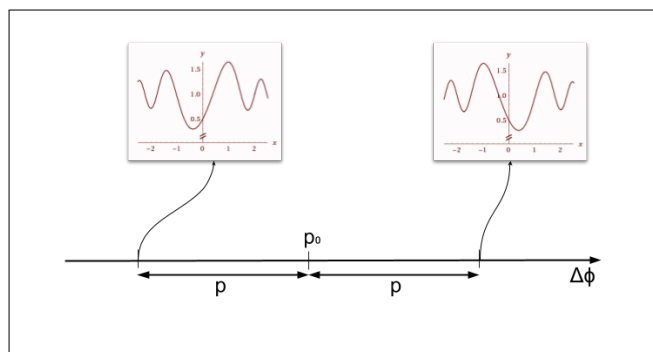


Figura 3.5: Simetría especular de los patrones de difracción.

### 3.6.2. Medidas con múltiples longitudes de onda

Hemos visto en el apartado 3.6.1 que con una única longitud de onda solo es posible determinar el salto de pistón en un limitado rango debido a ciertas regularidades entre los diferentes patrones. Para ampliar este rango es necesario romper esta ambigüedad presente en los patrones que utiliza la red como datos de entrada. Incorporar medidas simultáneas con diferentes longitudes de onda alivia este problema [54]. En estas circunstancias para un mismo salto de pistón los patrones

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

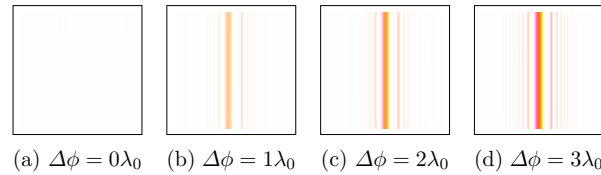


Figura 3.6: Imágenes RGB creadas a partir de tres medidas de intensidad.

generados son distintos para cada longitud de onda. De esta manera se puede establecer la buscada relación biunívoca entre el conjunto de patrones ofrecidos por las diferentes longitudes de onda con el salto de pistón correspondiente. Esta nueva configuración permite considerar un rango mayor de valores de salto de pistón con correspondencia biunívoca con sus patrones. El tamaño de este rango depende del número y el valor de las longitudes de onda añadidas. El mayor rango alcanzable por un conjunto de longitudes de onda sin ambigüedad en los patrones se define como el rango de captura teórico máximo del algoritmo.

Pensemos en el patrón de intensidad generado por un salto de pistón  $\Delta\phi$  medido con tres diferentes longitudes de onda,  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ . Entre los dos segmentos considerados existe una discontinuidad vertical. Con fines ilustrativos podemos asumir que las medidas respectivas en cada longitud de onda corresponden con los canales del color en una imagen RGB. En la figura 3.6 se muestran cuatro casos distintos para saltos de discontinuidad de valores  $0, 1\lambda_0, 2\lambda_0, 3\lambda_0$ . En el primer caso los dos segmentos están cofaseados haciendo que la intensidad sea constante en todo el patrón. En el resto de casos, los patrones generados con la medida asociada a la longitud de onda  $\lambda_0$  coinciden. Sin embargo las medidas relacionadas con las longitudes de onda  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  son diferentes dado que varía la periodicidad con la que se repiten estos patrones. Esto se traduce en imágenes de diferente color lo que permite a la red neuronal distinguir medidas más allá del límite impuesto por la periodicidad  $\lambda$  de las medidas monocromáticas. En figura 3.6 se observan los patrones de intensidad coloreados artificialmente asociando cada canal  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$  con los canales RGB de una imagen. En la primera subfigura de la izquierda 3.6a, las tres longitudes de onda generan el mismo patrón de intensidad plano, lo que supone que los canales  $R = 255, G = 255, B = 255$  tengan los tres el mismo valor. En las siguientes subfiguras, el canal  $R = 255$  es igual pero sin embargo el  $G$  y el  $B$  son diferentes. De ahí ese color amarillo anaranjado.

A lo largo de este estudio se utilizarán cuatro medidas de longitudes de onda diferentes. Estas longitudes de onda están especificadas en el cuadro 3.1. Una manera de pensar en este concepto es considerar que cada píxel de la imagen de medida está compuesto por cuatro valores diferentes. Esta combinación de valores en el píxel crean la cualidad “color” que será empleada para distinguir patrones de salto de

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

pistón superiores a  $\lambda_0$ .

Cuadro 3.1: Longitudes de onda empleadas en la simulación

	Valor
$\lambda_0$	700 nm
$\lambda_1$	$0.930\lambda_0$
$\lambda_2$	$0.860\lambda_0$
$\lambda_3$	$0.790\lambda_0$

Se utilizará el valor  $\lambda_0 = 700$  nm como la longitud de onda referencia con respecto a la cual se llevarán a cabo las medidas.

### 3.6.3. Descomposición de los valores de salto de pistón

En el aprendizaje supervisado, los algoritmos son entrenados con datos adecuadamente etiquetados. Lo anterior quiere decir que es necesario suministrar durante el entrenamiento los valores de salto de pistón junto con los patrones de difracción generados por éstos. Un primer acercamiento podría ser asociar a cada patrón con el valor correcto de salto de pistón dentro del rango de captura. Esto convertiría el problema en una gran tarea de regresión que busca la correspondencia entre las imágenes de difracción y sus valores numéricos escalares de salto de pistón de salida. Con este enfoque, la tarea de regresión se vuelve extremadamente compleja a medida que aumenta el rango de captura, llegando al punto de hacer completamente ineficiente el aprendizaje de la red neuronal. Sin embargo, aprovechando las regularidades de los patrones descritas en el apartado 3.6.1, es posible descomponer la predicción del salto de pistón en dos tareas: una de regresión y otra de clasificación. Esto hace más robusto el entrenamiento de la red neuronal ya que entrenar una tarea de clasificación es en general más estable que una tarea de regresión.

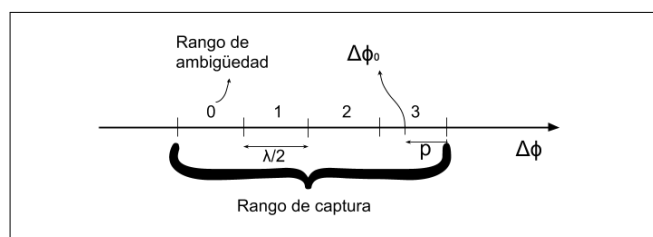


Figura 3.7: Salto de fase como combinación de valor numérico y categórico.

Imaginemos una línea horizontal que contiene todos los posibles valores de salto de pistón dentro del rango de captura. Es posible expresar cada punto de esta recta como una combinación de un valor categórico y un valor numérico continuo acotado.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

Para ello primeramente es necesario dividir el rango de captura contenido en la recta de los saltos de pistón en intervalos de tamaño  $\lambda/2$ . Cada uno de estos intervalos de ambigüedad serán identificados con un valor categórico distinto. Utilizamos en este caso, números naturales para distinguir las diferentes categorías. La determinación de la categoría a la que pertenece un determinado salto de pistón supondría una tarea de clasificación. Por otro lado, un valor numérico positivo no mayor de  $\lambda/2$  es empleado para especificar la distancia al salto de pistón de referencia más cercano. Este salto de pistón de referencia tiene el valor  $\pm n\lambda$ , siendo  $n \in \mathbb{N}$ . Por lo tanto, si la categoría de un salto de pistón es par implica que la referencia más cercana quedaría a la izquierda. Si por el contrario, la categoría del rango de ambigüedad que le corresponde es impar, el salto de referencia más cercano para el valor numérico quedaría a la derecha. La determinación de este valor numérico puede ser descrita como una tarea de regresión.

La figura 3.7 representa visualmente la descomposición del valor de salto pistón anteriormente explicada. En la figura se observa un salto de pistón de valor  $\Delta\phi_0$  dentro del rango de captura. Éste puede ser expresado con un rango de ambigüedad de valor categórico 3 junto con un valor numérico positivo  $p$  menor que  $\lambda/2$ . Como el rango de ambigüedad es impar, el salto de referencia más cercano  $p_0 = \pm n\lambda$  quedaría a la derecha de  $\Delta\phi_0$ . Y el valor  $p$  es la distancia entre el salto de referencia  $p_0$  más cercano y  $\Delta\phi_0$ .

### 3.6.4. Arquitectura de la red convolucional

En el contexto del aprendizaje automático, los datos de entrada a una red convolucional son representados en su forma más general como un tensor  $\mathbf{X}$  compuesto por 4 dimensiones. En el convenio adoptado en este estudio, la primera dimensión indexa diferentes ejemplos de intersecciones que consideraremos dentro de un mismo lote. Las dos siguientes dimensiones hacen referencia a las coordenadas espaciales dentro de la imagen de la intersección. Y la última indexa las medidas realizadas de la misma intersección con diferentes longitudes de onda. Ésta última dimensión es también conocida como “canal” por su analogía con las componentes del color RGB en las imágenes naturales.

Las tareas de regresión y clasificación que son requeridas para obtener el valor de salto de pistón serán llevadas a cabo por dos redes convolucionales separadas. Ambas redes tienen una estructura idéntica salvo la unidad de salida y los tipos de datos que devuelven.

En la figura 3.8 se muestra de manera esquemática la red propuesta para el problema de cofaseado de segmentos. La subimagen de la intersección medida con múltiples longitudes de onda representa el dato de entrada a la red. Como se puede

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

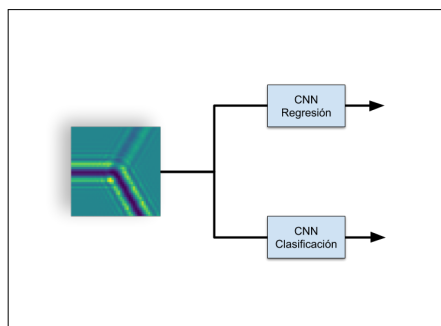


Figura 3.8: Red convolucional formada por dos ramas: clasificación y regresión.

observar en la figura, la red está compuesta por dos ramas. Una de las ramas será la encargada de predecir los valores categóricos de los rangos de ambigüedad de los saltos de pistón mediante una tarea de clasificación. Mientras que la otra rama está designada a la predicción de los valores numéricos continuos usando una tarea de regresión. En las siguientes secciones serán detalladas cada una de estas dos ramas individualmente.

### Arquitectura de la rama convolucional de regresión

En el caso de la rama convolucional de regresión, los datos de salida serán tensores compuestos por 2 dimensiones. La primera dimensión nuevamente hace referencia a la posición de la respuesta dentro del lote mientras que la segunda indexa cada una de las tres predicciones que la red neuronal hace asociadas al valor numérico de salto de pistón entre cada par de segmentos de la intersección. Estas tres predicciones son valores reales que pueden ser interpretados estadísticamente como el valor medio de una distribución gaussiana de tres variables cuya matriz de covarianza es la matriz identidad. Esta distribución de probabilidad de tres variables conforma la respuesta de la red neuronal. La unidad lineal en la capa de salida es la adecuada para representar una respuesta de este tipo. Esto se conseguiría matemáticamente con una transformación afín sobre el vector largo generado como resultado de la capa previa a la de salida  $\hat{y} = W^T h + b$ .

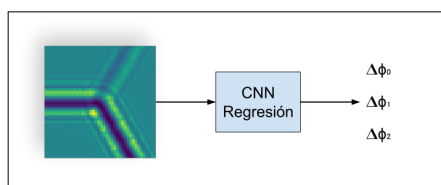


Figura 3.9: Tipo de datos de entrada y salida de la rama convolucional de regresión.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

---

En la figura 3.9 se ilustra el tipo de datos que la red convolucional de regresión necesita de entrada junto al tipo de estructura de datos que devuelve como salida. En ese caso la entrada está formada por un lote de una única intersección. La salida la compone un vector de 3 elementos que contiene las respuestas a los tres saltos que contiene la intersección.

Una vez especificados los tipos de datos de entrada y salida, pasaremos a describir la arquitectura de la red de convolución en sí misma. La primera parte de la arquitectura está compuesta por tres capas ocultas convolucionales con ocho filtros cada una. Los tamaños de los filtros con los que se realiza la convolución en cada capa son  $7 \times 7$ ,  $5 \times 5$  y  $3 \times 3$  respectivamente. Cada una de las capas de convolución va seguida de una función de activación ReLU. A las tres capas convolucionales le sigue una capa de max-pooling que reduce a la mitad los mapas de características obtenidos en la capa previa. Finalmente la capa de salida, que consistirá en una transformación afín aplicada sobre los valores devueltos por la capa de max-pooling. En el cuadro 3.2 se muestran la forma y tamaño de las activaciones en cada capa. El campo “MAXPOOL” del cuadro 3.2 corresponde con la capa de max-pooling. En el mismo cuadro, se ha utilizado el término “DENSE” para referirse a la capa lineal de salida. El número total de parámetros de la red es 6089 contabilizando el bias en cada capa correspondiente.

**Cuadro 3.2: Red convolucional de regresión**

	Forma de activación	Tamaño activación	Parámetros
ENTRADA	$42 \times 42 \times 4$	7056	0
CONV1	$36 \times 36 \times 8$	10368	$392 + 8$
CONV2	$32 \times 32 \times 8$	8192	$200 + 8$
CONV3	$30 \times 30 \times 8$	7200	$72 + 8$
MAXPOOL	$15 \times 15 \times 8$	1800	0
DENSE	$3 \times 1$	3	$5400 + 3$

Ya que los valores de salida de la red de regresión se espera que estén acotados entre los valores  $[0, \lambda/2]$ , es posible anexar a la capa lineal de salida una versión escalada de la unidad sigmoïdal. Esta función sigmoïdal multiplicada por el factor  $\lambda/2$  opera individualmente sobre cada elemento de la respuesta para restringir así las predicciones al rango deseado.

En la figura 3.10 se muestra el diagrama de la red usada para llevar a cabo la tarea de regresión en la predicción del salto de pistón.

### Arquitectura de la rama convolucional de clasificación

Los datos de salida en la rama de clasificación son tensores de tres dimensiones. Las dos primeras dimensiones del tensor tienen un uso análogo al caso de regresión.

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

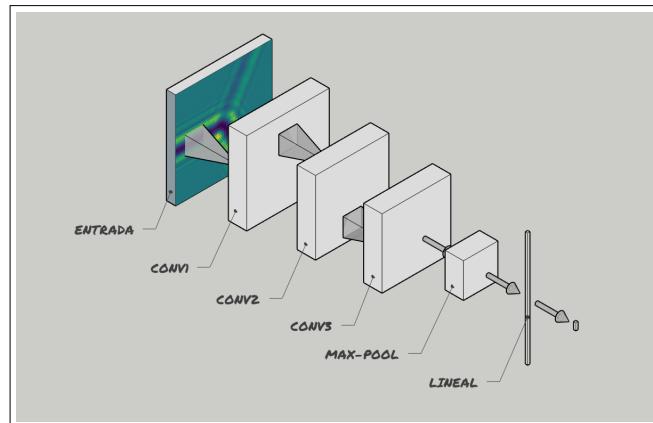


Figura 3.10: Representación de la arquitectura de la red de regresión.

Es decir, la primera de las dimensiones dedicada a las diferentes respuestas para las intersecciones independientes consideradas dentro un mismo lote. Y a través de la segunda dimensión se accede a cada una de las tres respuestas de los tres saltos de pistón dentro de cada intersección. Por último, la tercera dimensión tiene un tamaño igual al número de categorías de intervalos considerados en el rango de captura. Los valores del tensor a lo largo de esta última dimensión son interpretados como la distribución de probabilidad de una variable discreta que puede tomar tantos valores como número de categorías de los rangos de ambigüedad. La unidad de salida apropiada para representar una distribución multinoulli de este tipo es la unidad softmax que ha sido descrita en la sección 3.3.3.

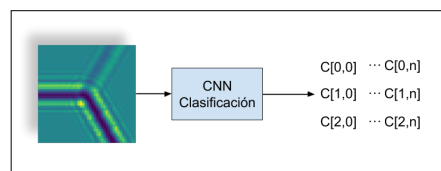


Figura 3.11: Representación de datos de entrada y salida en la red de clasificación.

La figura 3.11 muestra la dimensionalidad de los datos de salida para la red de clasificación donde se ha considerado una única intersección en el lote de los datos de entrada por simplicidad.

La primera parte de la arquitectura de la red convolucional usada para la tarea de clasificación es exactamente la misma que la escogida para la red de regresión. Tres capas ocultas convolucionales de ocho filtros cada una con kernels de tamaño  $7 \times 7$ ,  $5 \times 5$  y  $3 \times 3$  respectivamente. Estas tres capas convolucionales preceden a una capa max-pooling, de forma análoga a la red de regresión. Finalmente la capa de

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

salida, como ha sido mencionado anteriormente, consistiría en una unidad softmax.

Cuadro 3.3: Red convolucional de clasificación

	Forma de activación	Tamaño activación	Parámetros
ENTRADA	$42 \times 42 \times 4$	7056	0
CONV1	$36 \times 36 \times 8$	10368	$392 + 8$
CONV2	$32 \times 32 \times 8$	8192	$200 + 8$
CONV3	$30 \times 30 \times 8$	7200	$72 + 8$
MAXPOOL	$15 \times 15 \times 8$	1800	0
SOFTMAX	$132 \times 1$	132	$237600 + 132$

En el cuadro 3.3 se sintetizan los valores elegidos para el diseño de la red. En la capa softmax se ha tenido en cuenta el rango de captura impuesto en la simulación  $\pm 11\lambda$ . Los saltos de pistón con ese rango de captura pueden caer en 44 diferentes rangos de ambigüedad.

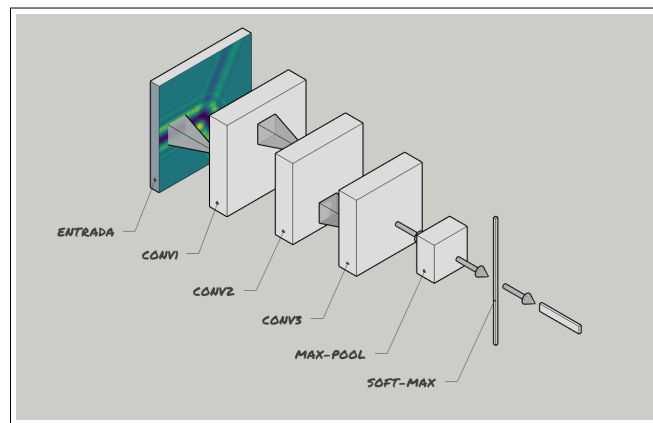


Figura 3.12: Arquitectura de la red de clasificación.

En la figura 3.12 se encuentra representada la arquitectura elegida para la red de clasificación.

### 3.6.5. Simulación de datos de entrenamiento

Los datos de entrenamiento son imágenes del plano de detección generados mediante simulación digital. Estos datos son creados en cada paso de entrenamiento del algoritmo. Es decir, no existe un conjunto de datos fijo de entrada sino que los lotes de ejemplos son creados continuamente en cada iteración del aprendizaje. El proceso de creación de estos datos consta de varias etapas diferenciadas, a saber: elaboración del campo complejo discreto en la pupila, propagación del campo hasta el plano conjugado, filtrado de imagen de intensidad con función de transferencia

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

de la atmósfera de larga exposición. A continuación se pasará a describir en detalle cada una de estas etapas:

1. **Elaboración del campo complejo en la pupila:** Una matriz compleja de  $1024 \times 1024$  elementos contiene los valores del campo en la pupila. Cada uno de estos elementos de la matriz representa el valor del muestreo de la función continua del campo complejo en la pupila. Estas muestras están distribuidas en forma de cuadrícula cubriendo toda la extensión del dominio del campo en la entrada del sistema. Los valores complejos de la matriz están formados por un componente real y otro imaginario. Los valores reales de los elementos complejos de la matriz representan la amplitud del campo, son unidad para aquellas posiciones que caen dentro de las dimensiones físicas de la apertura y cero en caso contrario. La fase del campo representada por los valores imaginarios tienen el valor correspondiente al pistón del segmento al que pertenezca la posición de la muestra en la pupila.

Se toman valores de pistón aleatorios para cada uno de los 36 segmentos. El valor de cada pistón es muestreado de una distribución uniforme. La diferencia de pistón entre cualesquiera dos segmentos debe estar contenida en el rango de captura para el cual se pretende entrenar el algoritmo. Los valores de la fase de la matriz del campo de la pupila se obtienen utilizando la relación matricial entre las coordenadas cartesianas y axiales descrita en la ecuación 2.6. Una vez creada la versión discreta del campo en la pupila se procederá al cálculo de su propagación.

2. **Propagación del campo hasta el plano conjugado:** Para obtener el valor del campo complejo en el plano conjugado se procederá a utilizar la ecuación de Fresnel. Será empleada la forma descrita en la ecuación 2.8, siendo el campo de entrada  $U'(x, y)$  el de la pupila obtenido en el paso anterior. El campo en el plano conjugado se calcula para las cuatro longitudes de onda consideradas en el cuadro 3.1. El valor de la longitud de onda se incorpora al construir la función de transferencia de difracción de Fresnel en la ecuación 2.10. La distancia de propagación  $z = 3041.1$  m fue justificada en la sección 2.9. Finalmente, se calcula la intensidad como el cuadrado del módulo del campo complejo del plano conjugado.

3. **Filtrado con la función de transferencia de larga exposición de la atmósfera:** En esta etapa del procesamiento se simula el efecto de la turbulencia promediada en la imagen de larga exposición. Para ello es necesario realizar una convolución con la función de transferencia de modulación de la atmósfera. Primero se toma un valor de parámetro de Fried de una distribu-

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

ción uniforme entre los valores  $r_0 = 0.1$  m y  $r_0 = 0.2$  m. El valor de Fried por tanto, varía en cada simulación de manera aleatoria. Se utiliza ese valor  $r_0$  como longitud de coherencia de la atmósfera para una longitud de onda de 500 nm. A continuación se ajusta ese valor de  $r_0$  a cada una de las longitudes de onda de la operación,  $\lambda_i$  del cuadro 3.1. Este ajuste viene dado por:

$$r_0^{\lambda_i} = r_0 \left( \frac{\lambda_i}{500 \text{ nm}} \right)^{6/5} \quad (3.11)$$

Este valor  $r_0^{\lambda_i}$ , junto con la distancia al plano conjugado  $z$ , son usados para elaborar la función de transferencia de larga exposición de la atmósfera  $H_{LE}$ , descrita en la ecuación 2.18. La imagen de larga exposición promediada con la turbulencia atmosférica se obtiene como la anti-transformada de Fourier del producto de la función de transferencia de la atmósfera  $H_{LE}$  con el espectro de la imagen de irradiancia generada en el anterior paso. Esto se repite para la imagen generada por cada una de las cuatro longitudes de onda del cuadro 3.1.

### 3.6.6. Preprocesado de los datos

Como se ha comentado anteriormente las redes convolucionales están especialmente diseñadas para procesar datos estructurados en forma de cuadrícula. La imagen de intensidad de la figura 3.2 es un ejemplo de este tipo de datos. Sin embargo, será necesario reestructurar la información contenida en la imagen cruda anterior con el fin de conseguir un entrenamiento más ágil, robusto y eficiente por parte de la red.

- (1) Recorte de intersecciones: Como parte del preprocesamiento de los datos, es preciso extraer primeramente subimágenes centradas en las intersecciones. Llamamos intersecciones a los puntos de unión de tres segmentos.

Un ejemplo de estas subimágenes es delimitado con una línea discontinua en la figura 3.2. El tamaño de esta subimagen es  $42 \times 42$ . La longitud del lado equivale a la mitad de la distancia al centro del segmento hexagonal desde cualquiera de sus vértices.

En este mismo paso del preprocesamiento, se generan las etiquetas correspondientes de cada intersección. Estas etiquetas serán utilizadas por el algoritmo en la función de coste para actualizar los parámetros de la red en la dirección de la predicción correcta. Primero se calculan los saltos de pistón presentes en cada intersección mediante la diferencia de los valores de pistón asignados a los segmentos en el momento de la generación de la imagen. Seguidamente, se

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

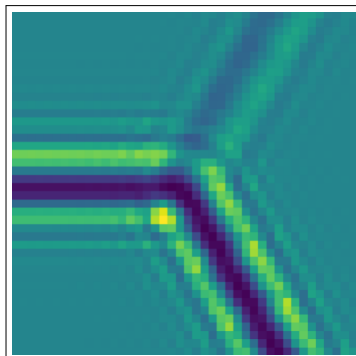


Figura 3.13: Subimagen de una intersección en la imagen de difracción.

descomponen cada uno de los tres saltos de la intersección en sus componentes numérico y categórico. En total se adjudican seis etiquetas distintas, i.e. tres valores flotantes y tres categorías de rangos de ambigüedad, para cada subimagen de intersección.

- (ii) Volteo horizontal de intersecciones: Las intersecciones disponibles en la imagen de intensidad 3.2 se pueden clasificar principalmente en dos grupos en función de su morfología. Estos dos grupos dependen de la orientación de los lados de los segmentos que forman la intersección.

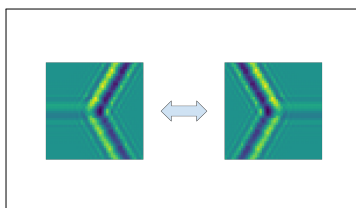


Figura 3.14: Los dos tipos de intersecciones según su morfología.

Una representación de los elementos de cada grupo es mostrada en la figura 3.14. Las subimágenes de uno de estos grupos serán volteadas horizontalmente con el objeto de homogeneizar los datos de entrada de la red.

En el caso de que la intersección haya sido volteada, las etiquetas serán asignadas de acuerdo a este ajuste. Si los saltos de pistón fueron calculados como las diferencias entre segmentos siguiendo el sentido de las agujas del reloj, en el caso de la intersecciones volteadas se seguirá el sentido inverso para calcular los saltos.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

### 3.6.7. Proceso de entrenamiento

El entrenamiento supervisado de una red neuronal debe ser llevado a cabo utilizando una base de datos de entrada con sus valores de salida correctos. Sin embargo, obtener un conjunto de datos de imágenes de intensidad producidas por intersecciones de segmentos de telescopio reales debidamente etiquetados con los correspondientes saltos de pistón es una tarea complicada. Un enfoque alternativo consiste en producir artificialmente estos datos de entrenamiento por medio de simulaciones físicas por computador. En este estudio, el entrenamiento supervisado de las redes será efectuado sirviéndose de este último recurso. Una de las desventajas de este enfoque es que el desempeño final de la red neuronal en un entorno físico real estará supeditado en gran medida por la exactitud de las simulaciones. Por otro lado, el hecho de poder generar una base de imágenes de entrenamiento arbitrariamente extensa elimina la necesidad de tener en cuenta muchos otros aspectos clave en el entrenamiento de redes cuando para ello se cuenta únicamente con una base de datos limitada. Los aspectos relacionados con la regularización, por ejemplo, son algunos de esos problemas que desaparecen con una creciente cantidad de datos de entrenamiento.

Otra consecuencia de crear datos de entrenamiento nuevos a cada paso es que el entrenamiento y la prueba del modelo se realizan de forma simultánea. La exactitud de la red alcanzada durante el entrenamiento es también el valor del desempeño final del modelo. Cada ejemplo que encuentra la red durante el entrenamiento representa un dato nunca visto antes. De esa manera desaparece también el concepto de época referido a un pase completo del conjunto de datos ya que en este caso este conjunto es ilimitado.

En cada paso iterativo del entrenamiento, un lote de ejemplos etiquetados es generado por simulación. Las intersecciones de segmentos así elaboradas contienen valores de salto de pistón sacados de una distribución uniforme de probabilidad en el rango de captura seleccionado para el algoritmo. Las imágenes de intensidad del plano de detección son filtradas con la función de transferencia de larga exposición de la atmósfera descrita por Fried con un valor aleatorio de  $r_0$  uniformemente distribuido en el intervalo  $[0.1, 0.2]$ .

Cuadro 3.4: Parámetros de la simulación I

Parámetro	Valor
Tamaño del detector	$1024 \times 1024$
Rango de captura	$\pm 11\lambda$
Parámetro de Fried	$r_0(@500nm) = 0.1$
Error de pulido	N.A.
Error de tip-tilt	N.A.

Firmado por:	Fecha:
DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

En la tabla 3.4 se sintetizan los parámetros de las simulaciones de las imágenes usadas para entrenar la red. Los errores de pulido y tip-tilt residual no son incluidos en esta primera simulación.

Asumamos que la función  $f^*$  representa matemáticamente la correspondencia auténtica entre las imágenes de intersección con el valor medio de la distribución de probabilidad de los valores de los tres saltos de pistón entre los segmentos. Entonces buscamos determinar el conjunto de parámetros de la red neuronal  $\theta$  que defina una relación  $\mathbf{y} = f(\mathbf{X}; \theta)$  lo más cercana posible a  $f^*$ . Para ello es importante definir una función de coste que aporte una idea cuantitativa de lo cerca o lejos que está cierta combinación de parámetros  $\theta$  de representar la función  $f^*$ . La medida de la entropía cruzada entre los datos de entrenamiento y la distribución de probabilidad que predice el modelo de la red es un buen indicativo.

El valor del gradiente de la función de coste con respecto a los parámetros de la red es calculado mediante retropropagación. Seguidamente se realiza el aprendizaje de los parámetros  $\theta$  incrementando el valor de éstos en la dirección que indica el negativo del gradiente en una cantidad proporcional a la tasa de aprendizaje. La magnitud de la tasa de aprendizaje se actualiza de forma adaptativa en cada paso del entrenamiento mediante la regla de Adam descrita en [55]. La tasa de aprendizaje inicial es un hiperparámetro que previamente ha sido seleccionado mediante una búsqueda aleatoria según se sugiere en [56].

Es deseable que inicialmente las activaciones de las unidades tengan unas propiedades estadísticas similares a lo largo de toda la red. Para ello, se emplean valores iniciales para los parámetros según la conocida como inicialización de Xavier [57]. Según este tipo de inicialización, los valores iniciales de los parámetros de cada capa son sacados de una distribución normal. Esta distribución tiene media cero y varianza  $2/(r_i^k + r_o^k)$ , siendo  $r_i$  y  $r_o$  el número de conexiones de entrada y salida de la capa  $k$ .

### Entrenamiento de la rama convolucional de regresión

En el caso de las distribuciones gaussianas que representan las predicciones de la red de regresión, la solución de mínima entropía cruzada equivale exactamente a minimizar el error cuadrático medio:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \mathbb{E}_{\mathbf{x}, \mathbf{y} \sim \hat{p}_{data}} \|\mathbf{y} - f(\mathbf{X}; \theta)\|^2 + \text{const} \quad (3.12)$$

En la gráfica que se muestra en la figura 3.15 puede verse la evolución del proceso de entrenamiento de la red de regresión. En el eje vertical es representado en escala logarítmica el valor de la función de coste en unidades de fracciones de la longitud de onda de referencia utilizada  $\lambda_0$ . El eje horizontal representa el número de la iteración

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

del algoritmo de aprendizaje. A cada paso de la iteración la red procesa en paralelo un lote de 54 ejemplos de intersecciones. La función de coste de la regresión presenta una varianza elevada debido en gran medida al pequeño tamaño del lote de ejemplos usados en cada paso durante el entrenamiento. Por ese motivo, la curva mostrada en la figura 3.15 ha sido suavizada con una media móvil de los valores de los últimos diez pasos del entrenamiento.



Figura 3.15: Entrenamiento de la rama convolucional de regresión.

Como se puede observar en la gráfica en torno al paso de entrenamiento 2500 se alcanza un error cuadrático medio en las predicciones de  $0.000233\lambda^2$ . Teniendo en cuenta que la medida se realiza con respecto a la longitud de onda de referencia  $\lambda_0 = 700\text{ nm}$ , significa que se alcanza un error raíz promedio de  $10.68\text{ nm}$ . En la iteración 2500 la red ha procesado 135000 ejemplos de intersecciones distintas.

### Entrenamiento de la rama convolucional de clasificación

La función de coste apropiada para medir la bondad de las respuestas de la rama convolucional de clasificación es la disimilitud entre las distribuciones de probabilidad. La distribución empírica definida por los datos de entrenamiento debe ser lo más parecida posible a la que representa el modelo. Esto corresponde a minimizar la función de la entropía cruzada para softmax siguiente:

$$J(\theta) = \log \left( \sum_j \exp(z_j) \right) - z_i \quad (3.13)$$

donde los valores  $\mathbf{z}$  corresponden con las log-probabilidades sin normalizar que provienen de la capa lineal previa a la softmax. La anterior, es la función de coste a minimizar durante el entrenamiento.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

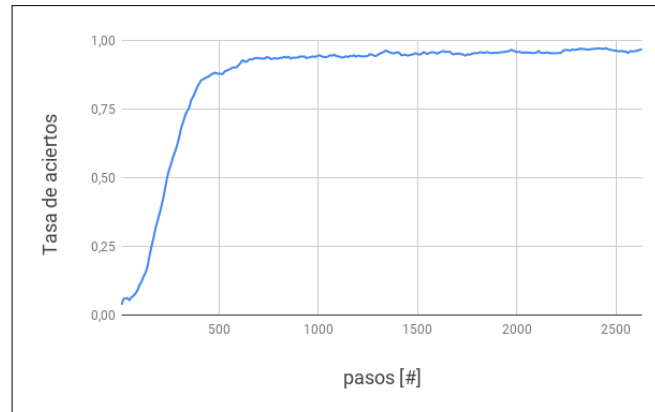


Figura 3.16: Entrenamiento de la rama convolucional de clasificación.

En la figura 3.16 se muestra el proceso iterativo en el que se observa la exactitud de las predicciones de la rama convolucional de clasificación a medida que evoluciona el entrenamiento. La exactitud equivale a la proporción de aciertos de la red en los rangos de ambigüedad de los saltos de pistón. Como puede verse, el porcentaje de aciertos llega rápidamente a cerca del 98 %. Esto indica que dos de cada cien saltos de pistón presentados a la red adecuadamente entrenada, son clasificados en intervalos de ambigüedad incorrectos.

**Valores de salto de pistón en la frontera de rangos de ambigüedad**

A pesar de ser un número alto de aciertos, los errores de clasificación pueden ser problemáticos. En sistemas de espejos de tres anillos la red debe ser capaz de resolver adecuadamente 144 saltos asociados a las 48 intersecciones presentes. Tres errores de clasificación pueden ser catastróficos sobre todo si no se puede identificar cuales son. Además, como veremos a continuación, entre los errores de clasificación cometidos que describe la estadística de la gráfica 3.16, hay casos que son imposibles de corregir por la red. Los patrones de intensidad para valores de salto de pistón que caen cerca de la frontera entre dos rangos de ambigüedad pueden estar infinitesimalmente próximos. Pero sin embargo esos saltos siguen siendo etiquetados como dos categorías de rangos de ambigüedad distintas.

Veamos un ejemplo para ilustrar este problema. Consideremos una recta en la que cada punto se corresponde con un valor de salto de pistón distinto dentro del rango de captura. En esta recta existen dos intervalos contiguos asociados a rangos de ambigüedad consecutivos que llamaremos  $N$  y  $N + 1$  respectivamente. Pensemos ahora en los patrones de intensidad generados por dos saltos de pistón que se corresponden con sendos puntos de la recta  $p_1$  y  $p_2$  diferentes pero infinitesimalmente

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

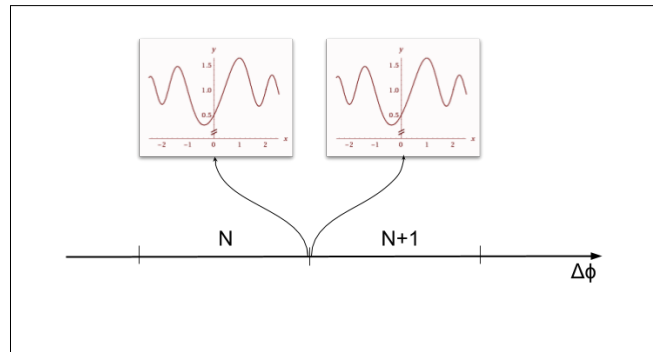


Figura 3.17: Saltos de pistón cerca de la frontera entre rangos de ambigüedad.

próximos. Finalmente, imaginemos que  $p_1$  queda a la izquierda de la frontera entre los rangos y  $p_2$  cae a la derecha. La figura 3.17 representa esta situación. Al estar los puntos  $p_1$  y  $p_2$  infinitesimalmente próximos en la recta, sus patrones de intensidad son, a efectos prácticos, idénticos. A pesar de ello, las categorías de rango de ambigüedad asignadas en las etiquetas a cada uno de los saltos son diferentes. Por lo tanto, en esas circunstancias la red es incapaz de discernir entre diferentes rangos de ambigüedad cuando los datos de entrada son prácticamente iguales. Así que estos errores de clasificación son insalvables. Este hecho justifica parcialmente que la exactitud de las predicciones de la rama de clasificación durante el entrenamiento nunca llegue al 100 % de aciertos. Más adelante veremos cómo estos errores de clasificación son irrelevantes al componer el salto de pistón combinando los resultados de las dos ramas de la red.

### 3.7. Redes neuronales recurrentes

Las redes neuronales recurrentes [58] son una familia de redes neuronales especializada en procesar datos secuenciales. De la misma forma que las redes convolucionales se adaptan a los valores  $\mathbf{X}$  organizados en cuadrícula como imágenes, las redes recurrentes están especialmente diseñadas para procesar secuencias de valores  $\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(\tau)}$ . Por simplicidad, consideraremos que cada elemento de la secuencia  $\mathbf{x}^{(t)}$  contiene un vector. El superíndice denota la posición del elemento en la secuencia, pero no tiene por qué significar literalmente el tiempo en el mundo real. En algunos casos puede haber conexiones hacia atrás que reflejan la influencia a elementos previos en la secuencia.

Las redes recurrentes tienen la peculiaridad de que pueden ser fácilmente escalables para tratar largas secuencias de datos. Con este tipo de redes es también posible otras configuraciones más elaboradas de correspondencias de secuencias a secuen-

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

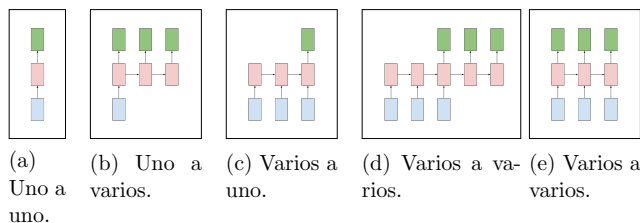


Figura 3.18: Configuraciones de correspondencias de secuencias.

cias de longitudes variables. Este es el caso de la traducción de texto en donde el tamaño de las secuencias de entrada y salida pueden variar. En la figura 3.18 se observan algunas de las configuraciones posibles en función de las características de las secuencias modeladas. En este estudio se usará la configuración “varias a varias” mostrada en la subfigura 3.18e, dónde el tamaño de la secuencias de entrada y salida son fijas y conocidas a priori.

Al igual que las redes convolucionales, las recurrentes también utilizan el recurso de parámetros compartidos en diferentes partes del modelo. En este caso, los parámetros son los mismos al procesar cada elemento de la secuencia. Haciendo esto, implícitamente se asume cierto nivel de estacionariedad, es decir las propiedades subyacentes no cambian a lo largo de la secuencia. Esto permite extender el modelo y aplicarlo a secuencias de diferentes tamaños y generalizar bien entre diferentes muestras.

Las redes recurrentes son conocidas por ser un sistema Turing completo. Estos sistemas son capaces de simular cualquier algoritmo dados suficientes datos y recursos de computación. Esto, a pesar de ser un resultado teóricamente válido, no tiene mucha aplicación en la práctica debido a la poca realista cantidad de recursos y datos requeridos en configuraciones arbitrarias [59].

En términos de grafos computacionales, un diseño de red recurrente implicaría la introducción de ciclos que representan la influencia del valor presente de una variable con el valor de esa variable en tiempos posteriores. Los grafos computacionales son una manera de formalizar la estructura de un conjunto de cálculos, como los que están involucrados en la correspondencia entre valores de entrada y parámetros con los valores de salida y función de coste. Un cálculo recursivo se puede representar en un grafo computacional que tiene una estructura de repetición. Desplegar un grafo de estas características resultaría en una estructura de red con parámetros compartidos.

Muchas redes recurrentes utilizan unidades ocultas gobernadas por una ecuación similar a 3.14. En ese caso se leería la información del resultado del paso previo junto con el dato del elemento de la secuencia correspondiente.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
 Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

$$\mathbf{h}^{(t)} = f(\mathbf{h}^{(t-1)}, \mathbf{x}^{(t)}; \boldsymbol{\theta}) \quad (3.14)$$

Una red recurrente formada por una sola unidad oculta se muestra en su forma de grafo recursivo desplegado en la imagen 3.19.

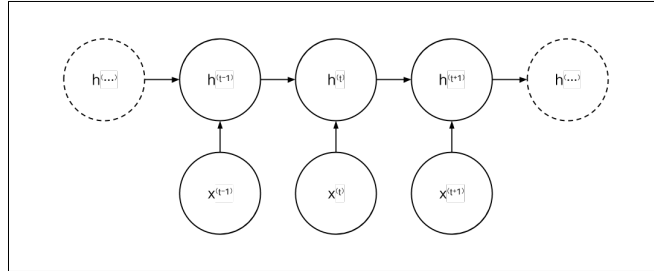


Figura 3.19: Red neuronal recurrente de una sola unidad oculta.

A diferencia de los perceptrones multicapa, la función  $f$  de la ecuación 3.14 no solo opera sobre el resultado de la capa anterior, sino que también lo hace sobre el elemento de la secuencia del orden correspondiente. Las redes recurrentes explotan el esquema de parámetros compartidos como puede apreciarse en el vector de parámetros  $\boldsymbol{\theta}$  de la ecuación 3.14, común para todas los pasos de la secuencia.

### 3.8. Redes recurrentes bidireccionales

En algunos casos puede ser deseable realizar predicciones basadas no solo en los elementos previos de una secuencia sino también en los elementos posteriores. Las redes recurrentes bidireccionales [60], [61] siguen un esquema adaptado para tratar esta casuística. Para ello se emplea el uso combinado de dos redes recurrentes. Una de estas redes recurrentes recorre la secuencia en el sentido aportado por el índice de los elementos, mientras que la otra red recurrente la recorre en el sentido contrario. De esta manera, acoplando los estados de ambas redes, que denotaremos  $\mathbf{h}^{(t)}$  y  $\mathbf{g}^{(t)}$ , se obtiene una respuesta que depende de los elementos de la secuencia completa. En realidad las dos redes en ambos sentidos está aisladas la una de la otra salvo en el momento de componer la predicción para cada uno de los elementos.

En la figura 3.20 se muestra el esquema general de este tipo de redes. En la parte inferior del diagrama se representa la sub-red recurrente con los estados  $\mathbf{h}^{(t)}$  asociados que procesa la secuencia en el sentido creciente. Mientras que en la parte superior, la sub-red con los estados  $\mathbf{g}^{(t)}$ , procesa la secuencia en sentido inverso. Combinando los estados de las redes en cada paso  $t$  se obtiene una salida influida por los estados previos y posteriores. En forma matemática sería:

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

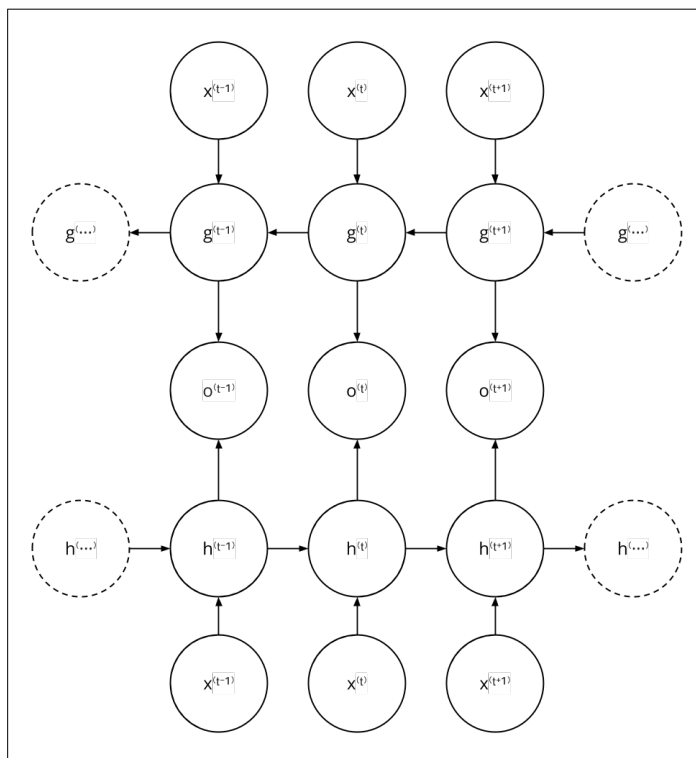


Figura 3.20: Red neuronal recurrente bidireccional.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
 Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

$$\mathbf{o}^{(t)} = f'(f(\mathbf{h}^{(t-1)}, \mathbf{x}^{(t)}; \boldsymbol{\theta}_1), f(\mathbf{g}^{(t+1)}, \mathbf{x}^{(t)}; \boldsymbol{\theta}_2); \boldsymbol{\theta}_3). \quad (3.15)$$

Dónde  $f'$  es una operación parametrizada sobre los estados de las sub-redes. Esto último puede ser simplemente una concatenación de los vectores de los estados de salida de las sub-redes, seguida de una capa neuronal densa.

### 3.9. Unidad GRU

Las redes recurrentes pueden tener problemas debido al efecto de explosión y desvanecimiento de los gradientes durante la retropropagación [62]. Es por eso que normalmente se utilizan otro tipo especial de unidades que suelen contener además mecanismos de atención y olvido adaptados a secuencias en las que no todos los elementos son igualmente importantes. Las unidades recurrentes bloqueadas, en sus siglas en inglés GRU, son un tipo de estas unidades [63]. Se trata de una simplificación con menos computación que las otras más extendidas unidades LSTM [64]. La popularidad de las unidades LSTM es debida principalmente a que son una arquitectura más antigua. Sin embargo se ha comprobado que ambas tienen un desempeño parecido [65], siendo GRU conceptualmente más simples.

Al igual que en el modelo tradicional de unidad recurrente, las unidades GRU aceptan dos vectores de entrada:  $\mathbf{h}^{(t-1)}$  el estado de la capa anterior y  $\mathbf{x}^{(t)}$  el elemento de la secuencia en el momento  $t$ . Estas unidades devuelven el próximo estado de la unidad  $\mathbf{h}^{(t)}$  que puede ser utilizado como entrada a la siguiente capa o como predicción de la red. Con el fin de dotar a la unidad de la capacidad de prestar atención u olvidar aspectos de los elementos encontrados en la secuencia, se realizan una serie de cálculos intermedios. Este conjunto de cálculos se exponen a continuación:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_t &= \sigma(\mathbf{W}_{xr}^\top \mathbf{x}^{(t)} + \mathbf{W}_{hr}^\top \mathbf{h}^{(t-1)} + \mathbf{b}_r), \\ \mathbf{z}_t &= \sigma(\mathbf{W}_{xz}^\top \mathbf{x}^{(t)} + \mathbf{W}_{hz}^\top \mathbf{h}^{(t-1)} + \mathbf{b}_z), \\ \tilde{\mathbf{h}}^{(t)} &= \tanh(\mathbf{W}_{xh}^\top \mathbf{x}^{(t)} + \mathbf{W}_{hh}^\top (\mathbf{r}_t \odot \mathbf{h}^{(t-1)}) + \mathbf{b}_h), \\ \mathbf{h}^{(t)} &= \mathbf{z}_t \odot \mathbf{h}^{(t-1)} + (1 - \mathbf{z}_t) \odot \tilde{\mathbf{h}}^{(t)}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Los vectores intermedios  $\mathbf{r}_t$  y  $\mathbf{z}_t$  son conocidos como *reinicio* y *olvido*. Éstos dos vectores de dimensionalidad igual al estado de la unidad contienen valores comprendidos entre 0 y 1. Las matrices  $\mathbf{W}$  y los vectores de los bias  $\mathbf{b}$  contienen los parámetros que la red debe aprender. El número total de estos parámetros en una unidad GRU asciende a  $3 \times (n^2 + nm + n)$  siendo  $m$  la dimensión de cada elemento de la secuencia y  $n$  el tamaño del estado de la unidad. El vector de estado de salida  $\mathbf{h}^{(t)}$  se forma como una combinación entre el estado candidato  $\tilde{\mathbf{h}}^{(t)}$  y el estado del tiempo anterior  $\mathbf{h}^{(t-1)}$ . En las ecuaciones 3.16 se han utilizado los operadores sigmoideal  $\sigma(\cdot)$

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

y el producto Hadamard  $\odot(\cdot, \cdot)$  que actúan a nivel de los elementos en los vectores.

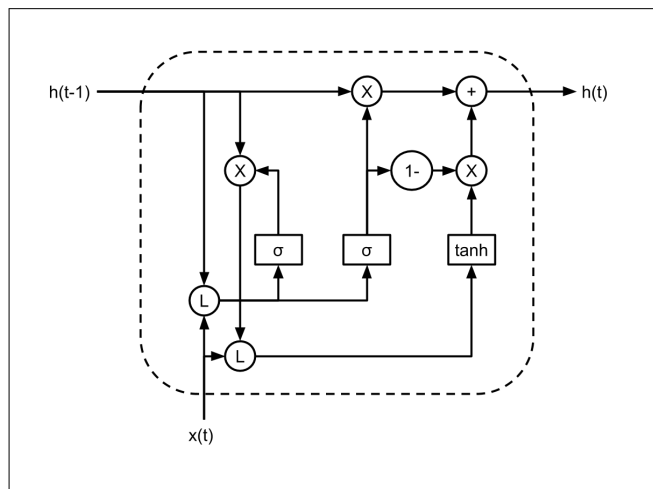


Figura 3.21: Diagrama de la unidad GRU.

En la figura 3.21 se muestra de manera esquemática las operaciones descritas en las ecuaciones 3.16. Las conexiones marcadas con una  $L$  representan la combinación lineal de las entradas con las matrices de parámetros. Por otro lado, los conectores representados con  $\times$  indican el operador Hadamard. De manera opcional, a la salida de la unidad  $\mathbf{h}^{(t)}$  puede adherirse una capa lineal o softmax para obtener un conjunto de predicciones de la red.

### 3.10. Cofaseado con redes recurrentes

Pensemos por un momento en el vector con los valores de las activaciones de la capa previa a la de salida en las redes convolucionales descritas anteriormente. Estos vectores pueden interpretarse como un resumen de las características presentes en la imagen de la intersección que determinan la magnitud de los saltos de pistón presentes en ella. Ahora consideremos la secuencia que resulta del conjunto ordenado de los vectores de cada una de las 48 intersecciones del sistema de espejos. Resulta evidente que el valor de uno cualquiera de los vectores de la secuencia queda determinado por el valor del resto de vectores de la secuencia. Existe, por lo tanto, una regularidad en los valores de los vectores. Hacer uso de esta información codificada en la secuencia puede ser útil para hacer predicciones más precisas y robustas de los saltos de pistón. Esta posibilidad se explora en la siguiente sección, en la que se han usado redes recurrentes para este fin.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

### 3.10.1. Arquitectura de la red recurrente

La unidad mínima de entrenamiento de la red es ahora una secuencia completa compuesta por las 48 intersecciones de una instancia de espejo segmentado de tres anillos. Los datos de entrada de la red recurrente son entonces representados como tensores de cinco dimensiones. La primera de ellas enumera la secuencia particular dentro de un lote que puede contener más de una secuencia. La segunda dimensión es para acceder a la intersección concreta dentro de la secuencia. Las tres siguientes dimensiones tienen el mismo objetivo que en el caso de la red convolucional: altura de la subimagen de la intersección, anchura de la subimagen de la intersección y el canal que contiene las imágenes de las medidas de intensidad con diferentes longitudes de onda.

En el caso de la red recurrente, al igual que en el caso de la convolucional, es necesario dividir la red en dos ramas para las predicciones de los valores numérico y categórico que serán necesarios para obtener el salto de pistón de las intersecciones. Este enfoque usando redes recurrentes puede verse como una aplicación recurrente de la red convolucional diseñada en la sección 3.6.4.

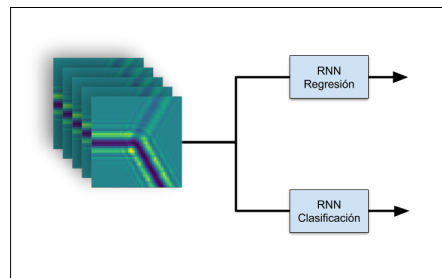


Figura 3.22: Red recurrente formada por dos ramas: clasificación y regresión.

En la figura 3.22 se observa el diagrama general del diseño de la arquitectura para la red recurrente formada por dos ramas independientes. En las siguientes secciones se procederá a describir cada una de ellas por separado.

#### Arquitectura de la rama recurrente de regresión

Los datos de salida de la rama recurrente de regresión se componen de tensores de tres dimensiones. La primera de ellas, como es usual, es la dimensión de los diferentes ejemplos dentro del lote. La segunda dimensión está dedicada a la intersección concreta dentro de la secuencia a la que se refiere la predicción. Y la tercera se corresponde con el valor numérico que da la red de cada uno de los tres saltos de pistón que hay en cada intersección. Estos tres valores, que se encuentran en la sección del tensor a lo largo de esta última dimensión, vuelven a ser interpretados

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

como los valores medios de la distribución gaussiana de tres variables continuas con covarianza identidad. Para que este tipo de respuestas quede bien modelado por la red es entonces necesario que la capa de salida esté formada por unidades lineales.

La predicción de la red para una intersección particular depende de todas las demás intersecciones de la secuencia, tanto elementos anteriores como posteriores. Esto queda bien expresado mediante una red recurrente bidireccional. De esta forma, el valor de salida asociado a cada intersección se ve afectado tanto por los elementos que la preceden como por los que la anteceden en la secuencia.

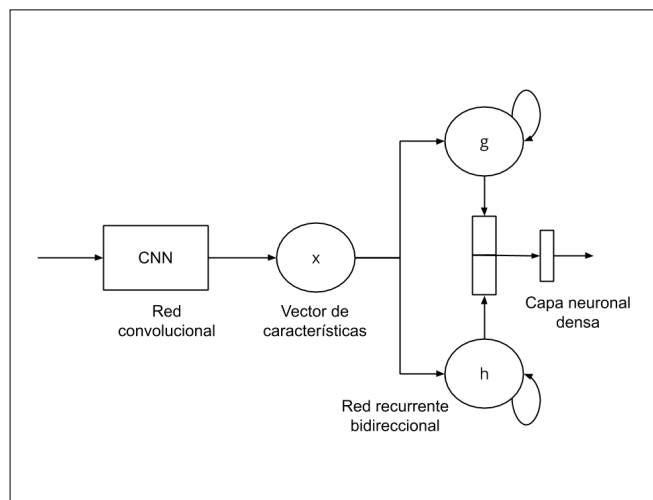


Figura 3.23: Arquitectura de la rama recurrente usada para regresión.

En la figura 3.23 se encuentra el diagrama con la arquitectura de la rama recurrente de regresión que es usada para calcular los valores numéricos de los saltos de pistón. Se trata de una red recurrente bidireccional que se ha dibujado en forma compacta por claridad en la representación. El bucle sobre los nodos  $h$  y  $g$  representan la operaciones con un tiempo  $t$  de retraso. Los elementos de la secuencia son incorporados en el estado  $g$  en sentido inverso a los incorporados en el estado  $h$ , siguiendo el esquema de las redes recurrentes bidireccionales comentado en el apartado 3.8. Para cada elemento de la secuencia las redes recurrentes elaboran una respuesta independiente, concatenándose creando un vector. Finalmente, una capa lineal se aplica sobre este vector para obtener los tres valores numéricos en el rango  $[0, \lambda/2]$  para los tres saltos de pistón de cada intersección.

Cada una de las redes recurrentes que forman la red bidireccional está formada por una unidad GRU que ya fue comentada en la sección 3.9. Los datos de entrada a la unidad GRU son vectores de características extraídos de las imágenes de intersección. Estos vectores son el resultado de aplicar una red convolucional exac-

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

tamente igual a la escogida para el diseño convolucional previamente detallado. En este caso la red convolucional no dispone de capa de salida, así que el resultado es un vector largo de valores que representa las características presentes en la imagen de la intersección. Los parámetros de estas redes convolucionales que extraen las características son también aprendidos durante el entrenamiento. De esa forma, los vectores que sirven de entrada a la unidad GRU están basados en idénticas familias de características dentro de una misma iteración del entrenamiento.

**Arquitectura de la rama recurrente de clasificación**

En la rama recurrente de clasificación los datos de salida son tensores de cuatro dimensiones. Como viene siendo usual, la primera de las dimensiones hace referencia a la posición del ejemplo dentro del lote. Es conveniente recordar que en este caso los ejemplos son secuencias completas de intersecciones en lugar de intersecciones individuales. El segundo índice selecciona la intersección concreta dentro de la secuencia. La tercera indica el salto de pistón de los tres presentes en cada intersección. Y finalmente la cuarta indexa las diferentes categorías de los rangos de ambigüedad considerados en el algoritmo. Los valores que se extraen de una rebanada del tensor a través de esta última dimensión representan una distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta que puede tener tantos valores distintos como número de rangos de ambigüedad. Es por lo tanto necesario utilizar una capa softmax en la salida para representar adecuadamente este tipo de respuesta.

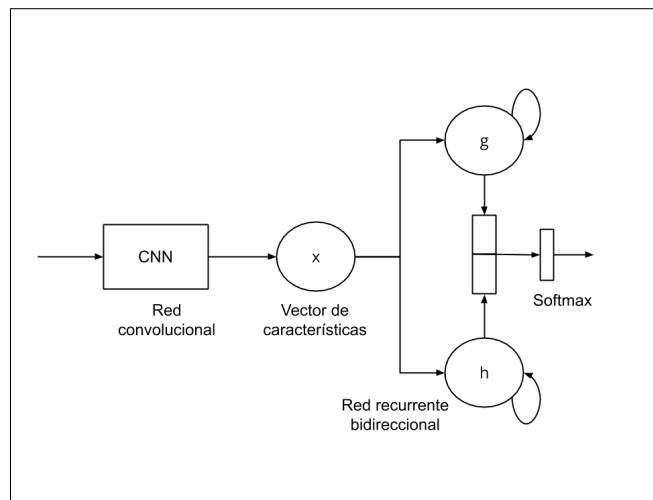


Figura 3.24: Arquitectura de la rama recurrente usada para clasificación.

El diagrama de la red recurrente usada para clasificar el rango de ambigüedad

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

se muestra en la imagen 3.24. La diferencia con la arquitectura de regresión radica en la unidad usada en la última capa de la red. Como se ha comentado, en este caso será necesario usar una unidad softmax para describir adecuadamente la distribución multinoulli.

### 3.10.2. Simulación de datos de entrenamiento

En el enfoque recurrente sigue siendo necesario simular digitalmente las imágenes en el detector. El procedimiento empleado en este caso es análogo al descrito en la sección 3.6.5 salvo algunos aspectos que serán comentados a continuación.

Primeramente, los 36 valores de pistón aleatorios iniciales son muestreados de una distribución uniforme de mayor intervalo. Esto es así porque ahora el algoritmo es entrenado para detectar saltos de pistón dentro de un rango de captura más amplio.

Otras modificaciones en la simulación de los datos de entrenamiento afectan a la etapa de elaboración del campo complejo de la pupila. Dos nuevas fuentes de error serán incorporadas, a saber: tip-tilt residual y error de pulido. Estas dos fuentes de error afectan a la fase del campo complejo. Ambos efectos pueden ser modelados como el producto de sendas funciones de transmitancia con la función compleja del campo en la pupila descrita anteriormente en el apartado 3.6.5. Estas funciones de transmitancia tendrían valores imaginarios puros ya que alteran únicamente la fase y no la amplitud del campo. Las características de estas funciones de transmitancia serán descritas enseguida:

- **Tip-tilt residual:** Para generar la función de transmitancia se escogen vectores de dirección aleatorios para cada uno de los 36 segmentos del espejo. Estos vectores forman un ángulo  $\alpha$  con la dirección nominal de propagación, esta es la dirección paralela al eje óptico. El valor de  $\alpha$  en cada segmento se toma individualmente de una distribución de probabilidad uniforme cuyo valor mínimo es cero y máximo  $\alpha = 1 \times 10^{-8}$  rad. El ángulo que forma la proyección en el plano de pupila de este vector de dirección es también un valor aleatorio en el intervalo  $[0, 2\pi]$ . La función de transmitancia es la modificación en la fase que genera esta inclinación en el segmento. En la ecuación 2.12 se especifica matemáticamente este efecto. Los valores numéricos de tip-tilt cambian en cada simulación y en cada segmento.
- **Error de pulido:** La función de transmitancia asociada al error de pulido es generada a través de la ecuación 2.11. Se genera una matriz compleja de  $1024 \times 1024$  elementos cuyos valores representan las componentes de la densidad espectral de la densidad del error. Los valores reales e imaginarios de esta

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

matriz inicial son muestreados de una distribución gaussiana de media cero y varianza unidad. Los elementos de esta matriz son a continuación escalados en función del valor del perfil de densidad espectral de potencia acorde con la frecuencia que representan en la matriz según la ecuación 2.11. En la ecuación 2.11,  $\nu$  representa el módulo de la frecuencia espacial y  $\nu_0 = 0.05 \text{ cm}^{-1}$  el parámetro de la frecuencia asociada a la escala exterior. Finalmente la transformada inversa de Fourier del espectro complejo generado anteriormente produce una función de fase que tiene la estadística descrita para el error de pulido. Esta pantalla de fase generada debe tener media cero y desviación estándar de 20 nm. Esto corresponde con el valor RMS típico del error de pulido en los espejos segmentados de estas características. La función de transmitancia consiste en la modificación en la fase producida por esta pantalla. Una vez creado, el perfil del error de pulido permanece inalterado durante todo el entrenamiento de la red. Esto corresponde con el hecho de que este tipo de irregularidades en la superficie del espejo es fija y no varía de forma aleatoria en diferentes momentos del cofaseado.

### 3.10.3. Preprocesado de los datos

De la misma manera que en el enfoque convolucional, en este recurrente también es necesario una etapa de preprocesamiento de los datos de las imágenes de difracción. El procedimiento es idéntico al comentado en la sección 3.6.6: recortar las intersecciones y voltear la mitad de ellas para que tengan la misma orientación. La única peculiaridad en el caso recurrente es que las subimágenes de las 48 intersecciones deben estar ordenadas en una secuencia para ser presentadas a la red en un formato entendible. El orden en el que se coloca cada una de estas intersecciones dentro de la secuencia es vital. Sea cual sea ese orden, éste debe permanecer inalterado durante todo el entrenamiento.

### 3.10.4. Proceso de entrenamiento

Para entrenar la red recurrente se utilizarán imágenes de intensidad generadas por computador. Estas simulaciones se crean en cada paso de entrenamiento de la red. Los saltos de pistón presentes en estos datos son sacados de una distribución uniforme en el rango de captura elegido para el algoritmo. Este rango de posibles saltos entre los segmentos vuelve a ser  $\pm 11\lambda$ . Al igual que en el caso de la red convolucional anterior, cada instancia de imagen de intensidad generada contiene el efecto de la atmósfera a través de la función de larga exposición de Fried. El parámetro de Fried en cada instancia tendrá un valor aleatorio dentro del rango  $[0.1, 0.2]$ .

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

Además se incorpora dos nuevas fuentes de error en las simulaciones que no habían sido consideradas hasta el momento: error pulido y error tip-tilt residual.

Cuadro 3.5: **Parámetros de la simulación II**

Parámetro	Valor
Tamaño del detector	$1024 \times 1024$
Rango de captura	$\pm 11\lambda$
Parámetro de Fried	$r_0(@500nm) = 0.1$
Error de pulido	$rms = 20 \text{ nm}$
Error de tip-tilt	$1.0 \times 10^{-8} \text{ rad}$

Los parámetros de la simulación son listados en el cuadro 3.5.

**Entrenamiento de la rama recurrente de regresión**

Elegimos nuevamente minimizar el error cuadrático medio obtenido entre las predicciones que hace la red y las etiquetas aportadas al algoritmo junto con los datos de entrada.

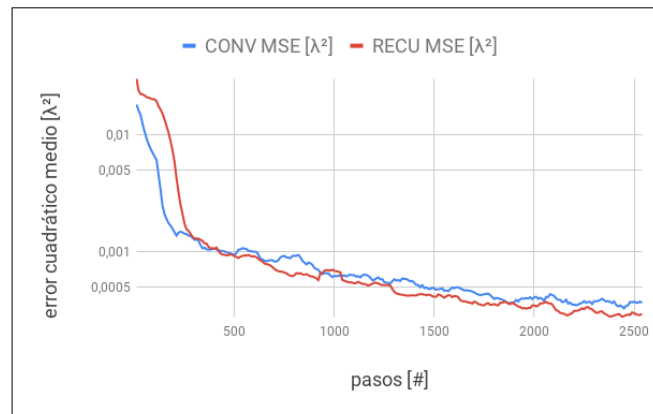


Figura 3.25: Entrenamiento de ramas recurrente y convolucional de regresión.

El proceso de aprendizaje de la rama recurrente de regresión es mostrado en la figura 3.25. Para realizar una comparativa de los enfoques convolucional y recurrente, en la gráfica se ha añadido conjuntamente el entrenamiento de una red como la descrita en la sección 3.6.4. Se observa el desempeño de cada una de estas dos redes cuando son entrenadas con estos nuevos datos de entrada conteniendo las fuentes de error tip-tilt y pulido. Como puede observarse, la exactitud de las predicciones de la red aumenta en el caso recurrente. Cuando la red tiene en cuenta la información de las intersecciones de sus vecinos es capaz de dar una respuesta más precisa sobre el valor numérico del salto de pistón.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

Con el enfoque convolucional se alcanza en la interacción 2500 una exactitud con un error cuadrático medio de  $0,00039\lambda^2$ . Para una longitud de onda de 700 nm corresponde con un error raíz promedio de 13.82 nm. Mientras que en el caso recurrente, la rama de regresión alcanza en la misma iteración un error cuadrático medio  $0,00027\lambda^2$ . Lo que equivale a un error raíz promedio de 11.50 nm. El enfoque recurrente supone una mejora en promedio en las predicciones de regresión de un 16.79 %.

### Entrenamiento de la rama recurrente de clasificación

La entropía cruzada vuelve a ser usada para medir la bondad de las respuestas de la red de clasificación.

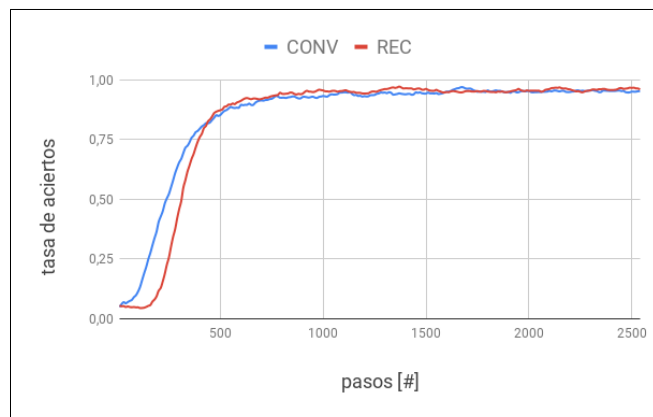


Figura 3.26: Entrenamiento de ramas recurrente y convolucional de clasificación.

En la gráfico 3.26 se observa la evolución de la exactitud de las predicciones de clasificación de rangos de ambigüedad de la red durante el proceso de entrenamiento. Se ha añadido a la misma gráfica el entrenamiento de una red convolucional con el diseño descrito en la sección 3.6.4 y con el mismo tipo de datos para comparar ambos resultados. Sin embargo, a juzgar por la gráfica, el desempeño de ambas redes parece ser muy similar, será necesario indagar un poco más en la interpretación. Como se ha comentado en el apartado 3.6.7, existen errores de clasificación que son imposibles de ser resueltos por la red. Ahora la cuestión radica en saber cuántos de los errores de clasificación reflejados en la gráfica 3.26 son debido a este motivo y cuántos son culpa de una mala ejecución de la propia red. Para ello es necesario un cálculo añadido: la composición del salto de pistón real entre los segmentos.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

**Composición de salto de pistón entre segmentos**

Hasta ahora, en las arquitecturas propuestas se han entrenado dos ramas independientemente: una de regresión para predecir el valor flotante comprendido en el intervalo  $[0, \lambda/2]$  y otra de clasificación para discernir el intervalo de ambigüedad en el que cae la magnitud del salto de pistón. Estos dos tipos de resultados, regresión y clasificación, pueden entenderse como medidas fina y gruesa del salto de pistón. En consecuencia, la medida definitiva será una composición de éstas. Será necesario volver a examinar las propiedades de periodicidad de los patrones de difracción que se producen en el detector. Como se ha visto anteriormente, el valor flotante que predice la red de regresión nos indica la distancia a la que está la predicción del salto de pistón de la referencia más cercana. La predicción de la red de clasificación se utiliza para determinar dos aspectos. Por una parte señala el valor de salto de pistón de referencia con respecto al cual se aplica el resultado de regresión. Por otra parte, se deduce el sentido hacia el cual se dirige la medida de regresión desde dicha referencia, izquierda o derecha. Al componer el salto total para valores de pistones que corresponden con el escenario descrito en el apartado 3.6.7 vemos que el resultado final es prácticamente insensible a los errores de clasificación generados en las fronteras de los rangos de ambigüedad.

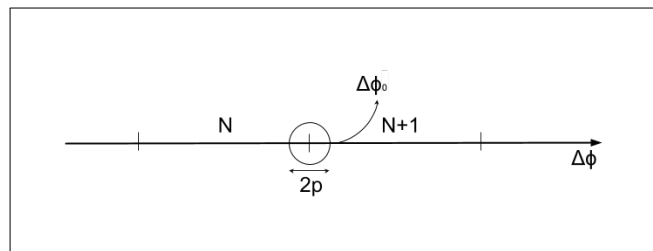


Figura 3.27: Composición de salto de pistón para valores en la frontera del rango de ambigüedad.

En la figura 3.27 se muestra una recta horizontal que contiene los posibles valores de salto de pistón entre dos segmentos adyacentes. Imaginemos un punto a una distancia  $p$  muy pequeña de la frontera entre los rangos de ambigüedad consecutivos  $N$  y  $N + 1$ . Asumamos que la rama de regresión de la red predice adecuadamente el valor continuo de regresión  $p$  asociado al patrón de difracción. Si la red dictamina que el resultado de la clasificación del rango de ambigüedad es  $N$ , la composición del salto total del pistón se obtiene calculando una distancia  $p$  hacia la izquierda desde la frontera  $\Delta\phi_0 = p_0 - p$ . En cambio, si la predicción en el rango de ambigüedad es  $N + 1$  el salto total sería el punto alejado una distancia  $p$  hacia la derecha desde la frontera  $\Delta\phi_0 = p_0 + p$ . Como consecuencia, el salto compuesto total de pistón se

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

vería desplazado una cantidad  $2p$  si es afectado por los errores de clasificación de la frontera. Considerando un valor de salto cercano a la frontera  $p \approx 0$ , el salto total de pistón será aproximadamente el mismo con o sin errores de clasificación.

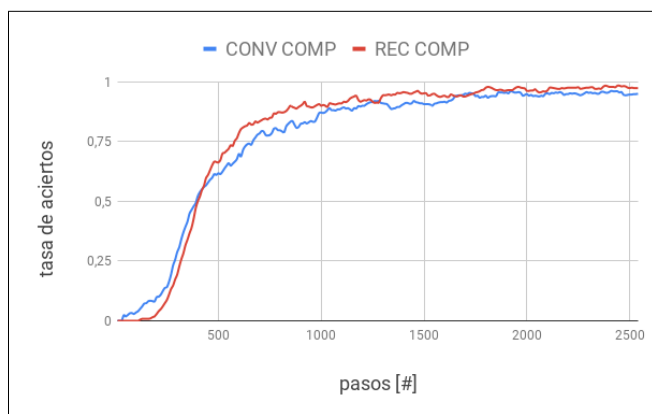


Figura 3.28: Exactitud de clasificación a partir del salto compuesto de pistón.

Una vez realizado el cálculo de salto de pistón total entre los segmentos, éstos se pueden comparar con los valores de salto real introducidos como parámetros de entrada en las simulaciones. Si la diferencia entre los valores de salto de pistón compuestos verdaderos y las predicciones es del orden de la exactitud de la rama de regresión, se puede dar por buena la predicción del rango de ambigüedad hecha por la red. La figura 3.28 muestra la exactitud de las predicciones de clasificación de los rangos de ambigüedad hecha por la red teniendo en cuenta esta última consideración. En este caso se aprecia más claramente la ventaja que implica el uso del enfoque recurrente frente al convolucional. En la iteración 2500, el enfoque convolucional obtiene una tasa de aciertos del 94 % mientras que con el enfoque recurrente se obtiene un 98 %. Lo cual supone haber reducido a la tercera parte los errores cometidos en promedio en cada cien ejemplos.

### 3.11. Valores globales de pistón

Las medidas que se han llevado a cabo hasta el momento son referentes al salto de pistón relativo entre dos segmentos adyacentes. Sin embargo, la medida que realmente es de nuestro interés es el valor del error de pistón global, es decir la distancia de cada segmento respecto a la posición de referencia de cofaseado global del sistema de espejos.

A través de cada intersección individual solo es posible medir el salto entre segmentos. Mientras que los valores globales se obtienen de la relación de los saltos

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

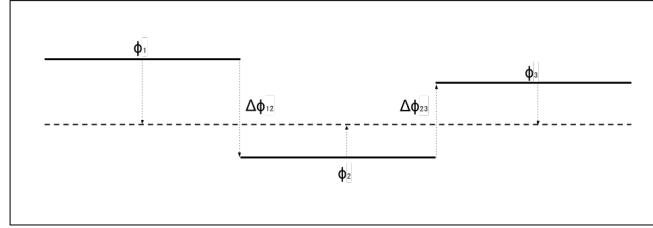


Figura 3.29: Valores de pistón global junto a los valores de salto de pistón.

en el sistema completo de espejos. En la figura 3.29 se muestran las diferencias entre ambos tipos de medidas. El salto de pistón entre los segmentos vecinos  $i$  y  $j$  equivale a la diferencia entre sus valores de pistón global respectivos,  $\Delta\phi_{ij} = \phi_i - \phi_j$ .

Idealmente, son los valores globales de pistón los que deben ser comandados a los actuadores para corregir la posición de cada segmento. Finalmente, si estos valores son correctos, la posición actualizada conseguiría cofasear todos los segmentos del primario. Para proceder al cálculo de los valores de pistón globales es necesario primero componer el salto que hay entre ellos según fue explicado en la sección 3.10.4. Para lo cual es necesario combinar adecuadamente las predicciones de las dos redes: regresión y clasificación. Las relaciones de salto entre pistones que son producto de las predicciones de las redes pueden ser expresadas en forma de sistema de ecuaciones sobredeterminado. Las incógnitas de dicho sistema de ecuaciones son los valores de pistón globales de cada uno de los segmentos. Es posible expresar lo anterior matemáticamente con la ecuación matricial:

$$\mathbf{A}\phi = \mathbf{b}. \quad (3.17)$$

El vector  $\mathbf{b}$  de la expresión 3.17 contiene todos los saltos de pistón relativos entre segmentos adyacentes. El vector  $\phi$  contiene las incógnitas asociadas al pistón global de cada uno de los segmentos individuales. La matriz  $\mathbf{A}$  indica las relaciones lineales entre pares de segmentos contiguos. Las predicciones de las redes ofrecen tres valores de salto de pistón entre segmentos por cada intersección del espejo segmentado.

El número de intersecciones que contiene un espejo segmentado de  $n$  anillos es  $N_{inter} = 6(n^2) - 6$  donde se han descontado las seis intersecciones relacionadas con el hexágono central. Cada una de esas intersecciones aportan tres relaciones entre segmentos vecinos. Es por eso que la matriz  $\mathbf{A}$  del sistema de ecuaciones 3.17 tiene  $3N_{inter}$  filas y 36 columnas, una por cada segmento del espejo. El sistema de ecuaciones puede resolverse mediante descomposición en valores singulares. Sin embargo, un error en la predicción del rango de ambigüedad por la red de clasificación puede ser fatal.

Como fue visto en el apartado 3.10.4, el enfoque de redes recurrentes fue capaz

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

de reducir el número de errores de clasificación, no obstante este tipo de errores no fue posible de ser erradicados completamente. Un error de clasificación en el rango de ambigüedad de alguno de los saltos de pistón en las predicciones que forman el vector del sistema de ecuaciones  $\mathbf{b}$  puede distorsionar enormemente el resultado de los pistones globales. Es por eso necesario filtrar esas predicciones erróneas antes de proceder a la resolución del sistema de ecuaciones.

### 3.11.1. Prueba de consistencia

El cálculo de los valores globales de pistón mediante la resolución del sistema de ecuaciones se ve gravemente alterado con un solo error de clasificación de las predicciones de los rangos de ambigüedad de los saltos de pistón. El resultado obtenido para los pistones globales en la presencia de errores de clasificación provoca mover los pistones a una posición final con un error cuadrático medio que dista mucho del error aceptable. Es por ello necesario que las predicciones pasen previamente una prueba de consistencia. El fin de este test es detectar, para posteriormente descartar, aquellas predicciones incorrectas. De esa forma es posible iniciar el cálculo final de los pistones globales sin que intervengan en él estas predicciones erróneas.

Consideremos una intersección concreta para la cual las dos ramas de la red predicen los tres valores continuos de regresión en el rango  $[0, \lambda/2]$ , junto con las categorías probables de rango de ambigüedad a la que pertenecen los tres saltos. Es posible combinar estas medidas para calcular  $\Delta\phi_{12}, \Delta\phi_{23}, \Delta\phi_{31}$ , que conforman la respuesta definitiva de la red al valor de los tres saltos de pistón en la intersección. Estos valores representan las diferencias de pistón global entre los segmentos contiguos, o lo que es lo mismo:

$$\begin{aligned}\Delta\phi_{12} &= \phi_1 - \phi_2, \\ \Delta\phi_{23} &= \phi_2 - \phi_3, \\ \Delta\phi_{31} &= \phi_3 - \phi_1,\end{aligned}\tag{3.18}$$

donde  $\phi_i$  es el valor global de pistón del segmento  $i$ . Por lo tanto, para que las tres predicciones sean válidas debe cumplirse la condición de que la suma de ellas debe ser aproximadamente igual a cero, o al menos no debe sobrepasar cierto umbral en valor absoluto.

$$|\Delta\phi_{12} + \Delta\phi_{23} + \Delta\phi_{31}| \leq K\tag{3.19}$$

El valor elegido para este umbral  $K$ , debe ser del orden de la exactitud obtenida por la rama de regresión.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

Que la suma de los tres saltos de pistón supere el umbral significa que al menos una de las predicciones es equivocada. Como no es posible identificar la causante del error, las tres predicciones de la intersección son descartadas. La matriz  $A$  contendría entonces únicamente las predicciones que hayan pasado satisfactoriamente la anterior prueba de verificación. Por último, es útil observar que el rango de la matriz  $A$  indicará el número de pistones globales que pueden ser recuperados por el sistema de ecuaciones. Si el rango de la matriz  $A$  es menor que el número total de segmentos, resulta que el valor global de pistón de algunos de ellos es imposible de ser calculado.

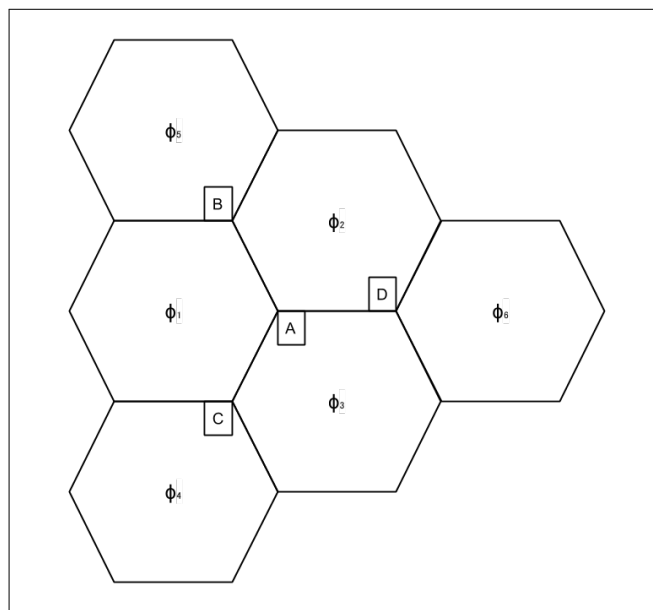


Figura 3.30: Pistones globales en el test de consistencia.

En la figura 3.30 se muestra un detalle del mosaico de segmentos hexagonales del espejo primario que ilustra la situación descrita más arriba. La intersección  $A$  compuesta por las diferencias entre los pistones  $\{\phi_1, \phi_2, \phi_3\}$  tiene de vecinos a las intersecciones  $B$ ,  $C$  y  $D$ . Un detalle importante a tener en cuenta es que los saltos en la intersección  $A$  son calculados en sentido horario,  $\phi_1 \rightarrow \phi_2 \rightarrow \phi_3$ . Mientras que las intersecciones  $B$ ,  $C$  y  $D$  son volteadas por simetría como parte del preprocesamiento, así que los saltos son calculados en sentido antihorario. Por ejemplo los saltos en la intersección  $B$  se calculan según  $\phi_2 \rightarrow \phi_5 \rightarrow \phi_1$ . Las cuatro intersecciones mostradas en la figura 3.30 aportarían en total doce relaciones entre segmentos contiguos. Si las predicciones asociadas a las intersección  $A$  fueran descartadas porque no superan el test de consistencia, seguiría siendo posible calcular el valor de pistón global de

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

los segmentos  $\{\phi_1, \phi_2, \phi_3\}$  a partir de la información contenida en las intersecciones  $B, C$  o  $D$ .

### 3.11.2. Sistema matricial de ecuaciones

A continuación será analizada la estructura de la matriz  $\mathbf{A}$  del sistema de ecuaciones descrito en los apartados anteriores. Este sistema de ecuaciones  $\mathbf{A}\phi = \mathbf{b}$  puede entenderse como un resumen estructurado de las predicciones de la red. Por suerte, esta información tiene un alto grado de redundancia, lo cual puede ser empleado para crear soluciones finales más robustas ante los posibles errores de predicción.

Las filas de la matriz  $\mathbf{A}$  contienen las relaciones de los saltos de pistón entre segmentos contiguos. Todos los elementos en las filas de la matriz  $\mathbf{A}$  son cero salvo los que corresponden con las dos columnas de los segmentos adyacentes sobre los que se calcula la diferencia de pistón en particular. Para cada una de las 48 intersecciones del espejo, la red devuelve tres valores de salto entre segmentos. Estos valores de salto son el resultado de la composición a partir de los respuestas individuales de regresión y clasificación. Existen un total de  $48 \times 3 = 144$  filas. Cada columna de la matriz  $\mathbf{A}$  es asignada a un segmento del primario. Por lo tanto, en total la matriz  $\mathbf{A}$  tiene 36 columnas.

Con fines ilustrativos se mostrará a continuación un fragmento del sistema de ecuaciones  $\mathbf{A}\phi = \mathbf{b}$ . Esta parte mostrada del sistema matricial está asociada a los seis segmentos esquematizados en la figura 3.30:

$$\begin{bmatrix}
 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & \dots \\
 -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots \\
 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots \\
 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & \dots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots
 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \\ \phi_6 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\phi_{12} \\ \Delta\phi_{23} \\ \Delta\phi_{31} \\ \Delta\phi_{25} \\ \Delta\phi_{51} \\ \Delta\phi_{12} \\ \Delta\phi_{31} \\ \Delta\phi_{14} \\ \Delta\phi_{43} \\ \Delta\phi_{62} \\ \Delta\phi_{23} \\ \Delta\phi_{36} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

La primera, segunda y tercera fila de la matriz  $\mathbf{A}$  de la ecuación 3.20 representan las relaciones entre los tres segmentos que forman la intersección A de la figura

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

3.30. Las filas cuarta, quinta y sexta de la matriz  $\mathbf{A}$ , en color rojo, representan las relaciones de los valores de salto de pistón de la intersección B y así sucesivamente con el resto de intersecciones. El vector  $\mathbf{b}$  a la derecha de la igualdad de la ecuación 3.20 contiene el valor numérico de las predicciones de la red para cada posible salto entre segmentos adyacentes. Para comprobar que la intersección B pasa el test de consistencia, se verifica que la suma de las predicciones vinculadas a ella  $\Delta\phi_{25}$ ,  $\Delta\phi_{51}$ ,  $\Delta\phi_{12}$  queda por debajo del umbral en valor absoluto. En caso contrario todas las filas marcadas en rojo son eliminadas de la ecuación matricial 3.20. De la misma manera, todas las relaciones vinculadas a las intersecciones que no pasan el test de consistencia son eliminadas del sistema. Si después de eliminar las filas que no pasan el test de consistencia el sistema de ecuaciones sigue siendo sobredeterminado, es posible resolver la ecuación para obtener los valores globales de pistón  $\{\phi_1, \dots, \phi_{36}\}$ .

### 3.11.3. Arquitectura de red para pistón global

Con la incorporación de estos últimos aspectos en el mecanismo de predicción de pistón global se llegaría al sistema final mostrado en la figura 3.31. El sistema recibe como entrada una secuencia de intersecciones. La secuencia está formada por las 48 intersecciones extraídas de un espejo segmentado de 3 anillos.

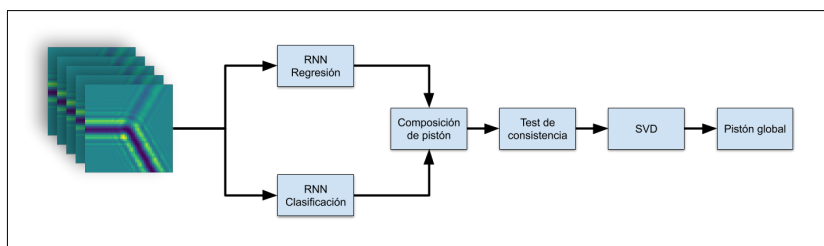


Figura 3.31: Sistema de medida de pistón global.

El resultado que devuelve el sistema descrito en la figura 3.31 es un vector de 36 elementos que contiene el valor de pistón global de cada segmento.

### 3.11.4. Proceso de entrenamiento

En el entrenamiento de la red de detección del pistón global se han modificado algunos parámetros de la simulación. En particular, el salto de pistón posible entre segmentos ha pasado a ser  $\pm 21\lambda$ . Así que el rango de captura en el algoritmo se ha duplicado respecto al anterior.

Han sido detallados los demás valores de los parámetros usados en las simulaciones para el entrenamiento en la tabla 3.6. Se mantienen el mismo error de pulido y el mismo error tip-tilt.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

Cuadro 3.6: Parámetros de la simulación III

Parámetro	Valor
Tamaño del detector	$1024 \times 1024$
Rango de captura	$\pm 21\lambda$
Parámetro de Fried	$r_0(@500nm) = 0.1$
Error de pulido	$rms = 20 \text{ nm}$
Error de tip-tilt	$1.0 \times 10^{-8} \text{ rad}$

En la figura 3.32 es posible observar la evolución de la cantidad de pistones globales que pueden ser resueltos en una instancia de espejo segmentado durante los diferentes pasos del entrenamiento. A partir de la iteración número 1000 aproximadamente ya pueden ser resueltos el total de los 36 segmentos en todos los ejemplos que se le propone a la red. Desde la iteración 2000 en adelante ya no se observa ningún caso de valor de pistón global sin definir.

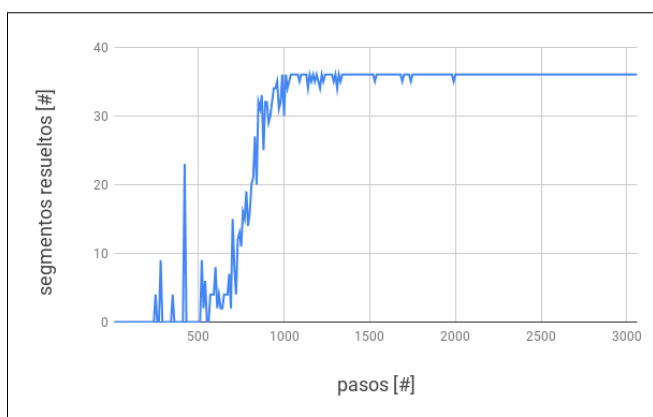


Figura 3.32: Cantidad de pistones globales resueltos en el entrenamiento

En el paso de entrenamiento 2000 la red ha procesado 2000 ejemplos de espejos primarios diferentes.

Como puede verse, la introducción del test de consistencia ha permitido la creación de una matriz  $\mathbf{A}$  que beneficia el cómputo de los valores de pistón globales. Esta matriz también permite detectar la cantidad de segmentos para los cuales no va a ser posible este cálculo.

En la gráfica 3.33 se observa el valor del error cuadrático medio de las predicciones hechas por la red de los valores de pistón globales de los segmentos. Para obtener estas predicciones se ha resuelto mediante descomposición en valores singulares el sistema de ecuaciones 3.17, donde la matriz  $\mathbf{A}$  ha pasado previamente la prueba de consistencia. Este valor es el cuadrado de la distancia euclidiana entre las predicciones de pistón global que hace la red y los valores de pistón global originales

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

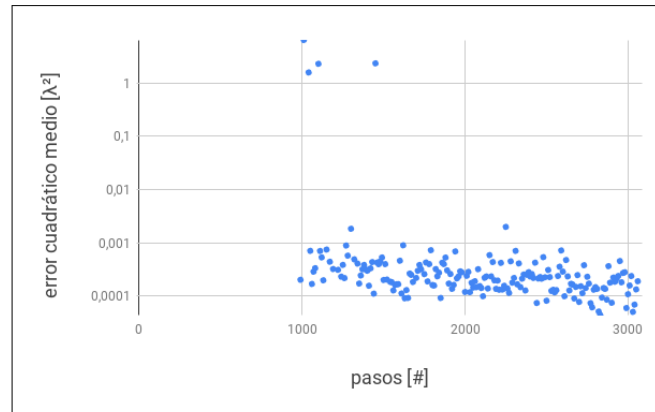


Figura 3.33: Error cuadrático medio de pistones globales durante el entrenamiento

introducidos como parámetros en las simulaciones.

Los valores de la gráfica 3.33 solo son representados cuando el sistema lineal de ecuaciones es determinado o sobredeterminado, pues solo en este caso los valores de los pistones globales son obtenidos para todos y cada uno de los segmentos del espejo. Es por eso que no se observa ningún valor durante los primeros pasos del entrenamiento de la red, pues no es hasta entonces que la matriz  $\mathbf{A}$  contiene valores suficientes como para definir todos los segmentos del espejo.

Después de 3000 pasos de entrenamiento, el sistema es capaz de predecir el valor global de los segmentos con un error cuadrático medio de  $0,00011\lambda^2$ . Este resultado medido con respecto a la longitud de onda de referencia  $\lambda_0 = 700 \text{ nm}$  corresponde con un error raíz promedio de  $7.34 \text{ nm}$ .

### 3.12. Consecuencias de la disponibilidad ilimitada de datos

Una de las características más importantes del problema de cofaseado de cara a ser resuelto mediante aprendizaje automático es, como se ha comentado anteriormente, la posibilidad de disponer de una ilimitada cantidad de datos. No es sencillo obtener un conjunto de datos de entrenamiento con imágenes de difracción reales de telescopio debidamente etiquetadas. Pero por suerte, estas imágenes de difracción pueden ser creadas de forma sintética mediante simulación. El hecho de disponer de una fuente de datos constante tiene varias repercusiones en la metodología empleada en el diseño e implementación del algoritmo de aprendizaje supervisado:

- **Entrenamiento, validación y prueba:** En los problemas de aprendizaje

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

supervisado, tradicionalmente se cuenta con un conjunto de datos limitados para ser empleados por el algoritmo. Este conjunto de datos es dividido en general en tres subgrupos. Cada uno de estos tres subgrupos de datos son empleados para diferentes propósitos, estos son: entrenamiento, validación y prueba [66].

El grupo de datos de validación es dedicado a la configuración de los hiperparámetros del modelo, como aspectos del diseño de la red o la tasa de aprendizaje. El grupo de datos de entrenamiento contiene la mayoría de los datos. Este grupo es utilizado para actualizar el valor de los parámetros del modelo en la dirección que minimice el error de predicción con respecto a los datos contenidos en él. Finalmente, el grupo de datos de prueba es usado una vez ha sido entrenado el algoritmo para probar su desempeño en datos que no han sido vistos anteriormente.

El principal objetivo del aprendizaje automático es conseguir un error pequeño sobre el grupo de datos de prueba, no sobre los datos usados para el entrenamiento. Esta habilidad del algoritmo de presentar un buen desempeño sobre ejemplos no vistos previamente se llama generalización. Para esto es necesario asumir que todos los datos i.e. entrenamiento, validación y prueba, son obtenidos de la misma distribución de probabilidad, independientes e idénticamente distribuidos.

En el caso del cofaseado, no hay necesidad de dividir los datos en estos tres grupos ya que los datos son generados automáticamente en cada paso del entrenamiento. Todos los datos pueden ser llamados de entrenamiento porque son usados para actualizar los parámetros. Pero también los mismos datos pueden ser llamados de prueba porque son nuevos cada vez y sirven para evaluar el desempeño del algoritmo. La fase de ajuste de los hiperparámetros se realiza simplemente observando la evolución de la función de coste durante un número pequeño de iteraciones durante el entrenamiento.

- **Regularización:** Como ha sido comentado en el punto anterior, el principal objetivo en un problema de aprendizaje supervisado es adquirir una buena capacidad de predicción sobre ejemplos diferentes a los usados en el entrenamiento [67]. Sin embargo, en el esquema típico de aprendizaje supervisado, existe la posibilidad de que sea obtenido un error pequeño o incluso cero en la predicción de los datos de entrenamiento pero un error mayor en los datos de prueba. En estas circunstancias se dice que existe overfitting. Las técnicas de regularización imponen restricciones en los parámetros del modelo con el fin de reducir el overfitting dotando al algoritmo de una mejora en su capacidad de generalizar.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

### Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

El mejor método de regularización es aumentar la cantidad de datos usadas en el entrenamiento del algoritmo. En nuestro caso la cantidad de datos es ilimitado por lo que no es necesario aplicar ninguna otra técnica de regularización adicional.

Otras maneras de regularizar también pueden ser empleadas de manera implícita en el desarrollo del algoritmo. La elección del diseño de la red impone una serie de restricciones sobre el modelo final que se busca ser representado. Por ejemplo, las redes convolucionales asumen invariabilidad en el desplazamiento de las características, mientras que las redes recurrentes asumen estacionariedad a lo largo de la secuencia.

Las imágenes de difracción analizadas en el cofaseado son relativamente simples. La simplicidad de las imágenes es entendida en el sentido de que representan escenas que pueden ser descritas en términos geométricos con relativa facilidad. En este caso, una red con excesivo número de parámetros sería más propensa al overfitting. Por otra parte, una red con pocas capas de profundidad y relativamente pocos parámetros implicaría una relativa menor capacidad de representación de la correspondencia entre ejemplos y etiquetas. Esto supone una restricción extra en el modelo estadístico representado que puede ayudar también a la generalización. Válido siempre que el modelo tenga al menos la capacidad suficiente para representar el grado de complejidad de la correspondencia.

Una regularización severa supondría un aumento en el error de entrenamiento ya que se ve disminuida la capacidad de representación del modelo. Por otro lado, una regularización demasiado laxa puede provocar un incremento en el error de generalización. Este compromiso entre ambas cualidades se denomina compensación de sesgo y varianza [68].

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Capítulo 4

# Aprendizaje reforzado

El aprendizaje por refuerzo es un campo dentro del aprendizaje automático. Los problemas que se tratan en esta área requieren de la toma de un conjunto de decisiones secuenciales para conseguir un objetivo determinado. En estas situaciones, una entidad denominada “agente” que interacciona con el entorno aprende de forma autónoma las acciones que debe llevar a cabo con el fin de maximizar una señal numérica escalar conocida como recompensa. En general, el agente no conoce de antemano ni la dinámica del entorno en el que se encuentra, ni los detalles explícitos de la tarea que debe realizar. La única vía de la que dispone el agente para aprender la forma de obtener una máxima recompensa es mediante prueba y error. Es por lo tanto, la experimentación la única vía de la que se dispone para el entrenamiento. El fin último de un agente en un problema de aprendizaje reforzado es aprender el comportamiento que le permita alcanzar una recompensa óptima. El comportamiento de un agente queda determinado mediante la política de actuación. Otra característica peculiar de los problemas del aprendizaje reforzado es que la recompensa no tiene por qué ser inmediata. Es decir, ésta puede llegar después de haber sido ejecutada una serie de acciones que no tienen por qué ser óptimas individualmente. En otras palabras, el agente no debe actuar de forma voraz, pues la mejor opción localmente no siempre lleva a una buena recompensa a largo plazo. Estas dos cualidades i.e. experimentación y recompensa con retraso forman parte de la esencia de los problemas de aprendizaje reforzado. Estas son cualidades distintivas que no tienen otros campos del aprendizaje automático.

Los problemas de aprendizaje reforzado pueden ser descritos formalmente con un marco matemático conocido como procesos de decisión de Markov o por sus siglas en inglés, MDP. El origen del uso de este tipo de procesos aleatorios para describir un problema de esta categoría proviene de la teoría de sistemas dinámicos. Al expresar un problema de aprendizaje reforzado como un proceso de decisión de Markov se capturan aspectos del sistema que son relevantes para su exitosa terminación. Una característica del agente que es necesaria para enfrentarse a este

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

tipo de problemas es la capacidad de percibir información del entorno en base a la cual pueda decidir la acción adecuada. Esta acción, a su vez, debe tener la facultad de producir cambios en el entorno. Posteriormente, este cambio del entorno se traduce en una nueva observación para el agente acompañado de un valor de la recompensa. Este intercambio de información entre el entorno y el agente se repite en forma de diálogo. Estas señales de observación y recompensa deben ser suficientes para inferir tanto la dinámica del sistema como la meta que debe ser cumplida. En un proceso de decisión de Markov deben ser definidos varios elementos, entre los que destacan la observación, la acción y el objetivo. En general cualquier método de resolución de problemas que pueda ser descrito mediante un MDP es considerado un método de aprendizaje reforzado.

Derivado de la característica de exploración que define a los problemas de aprendizaje reforzado surge una necesidad de compromiso que es también particular de este tipo de problemas. Existen dos tipos de propósitos con los que un agente puede llevar a cabo una acción. Estos propósitos pueden ser explorar o explotar según requiera recopilar información del entorno o maximizar la recompensa utilizando información aprendida en experiencias pasadas.

### 4.1. Procesos de decisión de Markov

Los procesos de decisión de Markov son procesos aleatorios que dependen del tiempo. Este es el formalismo clásico usado en los problemas de toma de decisiones secuenciales en donde las acciones tomadas en el momento presente influyen tanto en la recompensa inmediata como en los estados futuros. Los procesos de decisión de Markov incorporan el formalismo matemático a los problemas de aprendizaje por refuerzo a través del cual se pueden establecer declaraciones teóricas precisas. Este marco matemático aporta los elementos necesarios para describir los problemas de aprendizaje en los que se busca cumplir un objetivo mediante la interacción con el entorno. Este tipo de procesos debe poseer la propiedad de Markov. Esta propiedad implica que el estado actual debe contener toda la información necesaria del pasado que sea determinante para tomar una decisión en el momento presente.

El agente interactúa a través de una secuencia de pasos temporales  $t = 1, 2, 3, \dots$ . A cada paso el agente recibe una representación del estado del entorno  $S_t \in \mathcal{S}$ . En función de esta información del estado, el agente decide llevar a cabo una acción  $A_t \in \mathcal{A}$ . Una vez se ha aplicado esta acción en el entorno, el agente recibe como respuesta un nuevo estado  $S_{t+1} \in \mathcal{S}$  junto con una recompensa  $R_{t+1} \in \mathcal{R}$ . De esa manera la interacción entre el agente y el entorno queda reflejada en una secuencia de estados, acciones y recompensas [69]. En el caso de los procesos de decisión de Markov finitos los valores de las variables aleatorias  $R_t$  y  $S_t$  tienen asociadas dis-

Firmado por:	Fecha:
DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

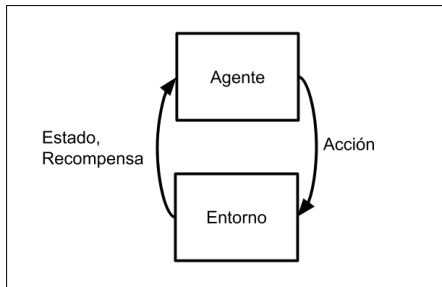


Figura 4.1: Interacción del agente con el entorno como proceso de decisión de Markov.

tribuciones de probabilidad bien definidas que dependen del estado y la acción en el momento anterior  $p(s', r | s, a)$ . En la figura 4.1 se observa el ciclo de interacción agente-entorno descrito anteriormente.

La recompensa puede entenderse como el factor definitorio de la meta del problema de aprendizaje por refuerzo. A cada paso, el agente recibe del entorno un valor numérico que es llamado recompensa. El objetivo del agente es conseguir maximizar este valor promedio a largo plazo. Por lo tanto, la señal de recompensa debe ser un indicativo de lo bien o mal que ha actuado el agente. Esta señal es inmediata y representa las características del problema al que se enfrenta el agente. La recompensa en su caso más general puede ser estocástica, lo que significa que el valor obtenido puede cambiar cada vez. La recompensa se modela entonces como una distribución de probabilidad. Por eso, es el valor promedio a largo plazo de la recompensa lo que es de interés para el agente.

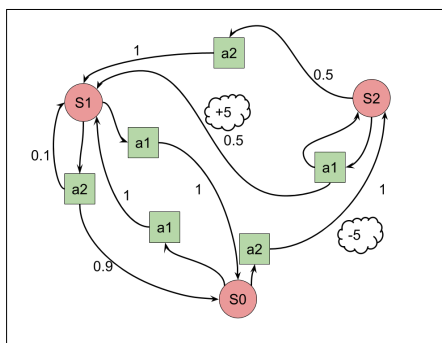


Figura 4.2: Ejemplo de proceso de decisión de Markov.

En la figura 4.2 se ilustra un proceso de decisión Markov. En este ejemplo solo existen tres estados en los que puede estar el agente  $s_0$ ,  $s_1$  y  $s_2$ . En cada uno de estos estados el agente puede tomar dos acciones  $a_0$  y  $a_1$ . En la figura se especifican las

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

probabilidades de transición al siguiente estado una vez se ha aplicado cierta acción. Además, algunas de estas transiciones suponen un castigo o una recompensa para el agente.

### 4.1.1. La política y la función de valor

Obtener la recompensa máxima que un sistema es capaz de dar significa haber seguido una política de actuación óptima. La política define el comportamiento del agente en cada momento. En términos generales, la política representa un mapeo entre los estados del entorno que percibe el agente con las acciones que deben ser llevadas a cabo en cada uno de estos estados. Si es determinista se puede expresar formalmente como la función  $a = \pi(s)$ . En su concepto más amplio, las políticas pueden ser estocásticas, en ese caso las acciones son muestreadas de una distribución de probabilidad, sea ésta discreta o continua. O más formalmente, si el agente sigue la política  $\pi$  en el instante  $t$ , entonces  $\pi(a | s)$  es la probabilidad de tomar la acción  $A_t = a$  en el estado  $S_t = s$ .

La política de acciones se actualiza analizando la señal de recompensa. Una política de acciones con la que se obtiene una recompensa baja es menos deseable que una con la que se reciba mayores recompensas.

Mientras que la recompensa indica lo que está bien o mal de manera inmediata, la función de valor indica lo que está bien o mal a largo plazo. Es decir, el valor de un estado es la recompensa que el agente espera acumular en un futuro si parte desde ese estado siguiendo una determinada política. Mientras que la recompensa muestra el atractivo intrínseco que puede tener un estado, el valor del estado muestra el atractivo a largo plazo, teniendo en cuenta los estados próximos que puede llegar a visitar el agente siguiendo la política con sus respectivas recompensas. Un estado con recompensa baja puede tener un valor alto si desde ahí es probable que el agente visite estados en donde obtenga mayor recompensa.

La función de valor resume en cada estado no solo la recompensa de ese estado sino también las recompensas futuras esperadas a partir de ese estado. Por lo tanto, el hecho de elegir una acción que lleve al agente al siguiente estado que contenga mayor valor va a producir la obtención de la mayor recompensa a largo plazo. Pero mientras que la recompensa es una cantidad dada por el entorno, el valor debe ser estimado de forma iterativa mediante las diferentes ejecuciones de la política que hace el agente. La búsqueda de la función de valor es un aspecto crucial en todos los algoritmos de aprendizaje por refuerzo. La función de valor de un estado  $s$  bajo una política  $\pi$  equivale a la recompensa promedio acumulada actuando según la política  $\pi$  partiendo del estado,  $s$ .

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

$$v_\pi(s) = \mathbb{E}_\pi [G_t] = \mathbb{E}_\pi [R_{t+1} + \gamma G_{t+1}] \tag{4.1}$$

$$= \mathbb{E}_\pi [R_{t+1} + \gamma v_\pi(s')]$$

dónde el retorno  $G_t = R_{t+1} + \gamma R_{t+2} + \gamma^2 R_{t+3} + \dots$ , equivale a la recompensa total obtenida con descuento. El factor de descuento,  $\gamma$ , indica cuanto de beneficioso es obtener una recompensa antes en el tiempo. En otras palabras, la función de valor es el retorno esperado bajo la política  $\pi$ .

Conocidas las ecuaciones de recompensa  $R(s, a)$  y de la dinámica del sistema  $P(s' | a, s)$  es posible obtener el resultado siguiente conocido como ecuación de Bellman:

$$v(s) = \sum_{a \in \mathcal{A}} \pi(s | a) \left( R(s, a) + \gamma \sum_{s' \in \mathcal{S}} P(s' | s, a) v(s') \right) \tag{4.2}$$

La ecuación anterior establece una relación entre el valor de un estado  $v(s)$  con el valor de los estados siguientes a los que se puede acceder en un solo paso desde dicho estado  $v(s')$ .

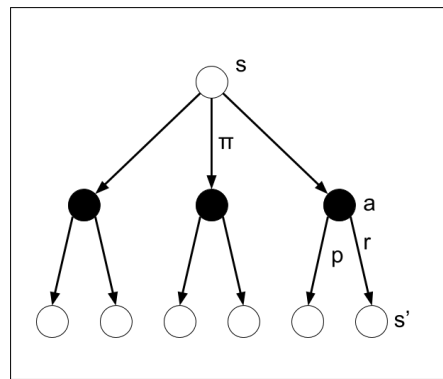


Figura 4.3: Cálculo de  $v_\pi$  mediante programación dinámica.

En la figura 4.1 se muestra el diagrama de cálculo de la función de valor  $v_\pi$  para una política  $\pi$ . La operación requiere del conocimiento de las probabilidades de transición impuestas por el sistema.

## 4.2. Evaluación de la política

Nuestro objetivo ahora es predecir la función de valor para cada estado en un proceso de decisión de Markov cuando se actúa siguiendo una determinada política estocástica  $\pi(a|s)$ . En el caso ideal de conocer las ecuaciones de la dinámica del

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

sistema es posible obtener una secuencia de funciones de valor,  $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow \dots$ , que se aproximan cada vez más a  $v_\pi$ . A través de la ecuación 4.2 se llega al proceso iterativo mediante la siguiente ecuación de actualización:

$$v_{k+1}(s) = \sum_{a \in \mathcal{A}} \pi(s | a) \left( R(s, a) + \gamma \sum_{s' \in \mathcal{S}} P(s' | s, a) v_k(s') \right) \quad (4.3)$$

Para obtener cada nueva función  $v_k$  se recorre el espacio de los estados actualizando el valor de cada uno de ellos mediante la regla proporcionada por la ecuación 4.3.

En el caso de no tener acceso a las ecuaciones de la dinámica del sistema es todavía posible obtener una estimación de la función de valor de los estados cuando se actúa siguiendo una política  $\pi(a | s)$ . Una primera aproximación consiste en actualizar el valor de cada estado con el valor promedio del retorno alcanzado desde dicho estado actuando según la política  $\pi$ . La media aritmética de los retornos obtenidos desde cada estado representa una estimación no sesgada de la función de valor del sistema. En la práctica, se calcula el promedio incrementalmente de forma que cada valor se actualiza a partir de la última estimación. Además, en la estimación de la función valor es necesario utilizar una media móvil que dé más peso a los retornos encontrados recientemente frente a los obtenidos antes en el tiempo mediante una tasa de olvido exponencial. De esa manera se llega a la siguiente regla de actualización Monte-Carlo:

$$v_\pi(s) \leftarrow v_\pi(s) + \alpha(G_t - v_\pi(s)). \quad (4.4)$$

La expresión 4.4 refleja una actualización del valor del estado proporcional a la tasa de aprendizaje  $\alpha$ , en la dirección del error entre el retorno estimado  $v_\pi(s)$  y el encontrado  $G_t$ .

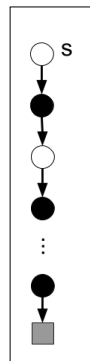


Figura 4.4: Cálculo de  $v_\pi$  mediante estimación Monte-Carlo.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

En la figura 4.4 se aprecia el diagrama de actualización de la función de valor del estado mediante estimaciones Monte-Carlo. En este caso, el agente debe esperar hasta el final del episodio para observar el retorno  $G_t$ . Este valor representa una estimación sin sesgo del verdadero valor del estado.

Si la actualización se basa en el error con respecto a la recompensa inmediata junto con las estimaciones calculadas previamente del valor del estado siguiente en lugar del retorno real obtenido se llega a:

$$v_{\pi}(s) \leftarrow v_{\pi}(s) + \alpha(R(s, a) + \gamma v_{\pi}(s') - v_{\pi}(s)). \quad (4.5)$$

La expresión 4.5 corresponde con el algoritmo más simple de predicción del valor basado en diferencia temporal en forma tabular llamado TD(0). Los métodos de diferencia temporal tienen la ventaja de que no es necesario esperar hasta el final del episodio para actualizar la función valor y pueden ser aplicados a problemas continuos en donde no existe un estado terminal explícito.

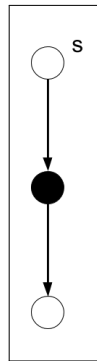


Figura 4.5: Cálculo de  $v_{\pi}$  mediante TD(0).

El diagrama mostrado en la figura 4.5 esquematiza el proceso de actualización del valor del estado a través del método TD(0). En este caso, la actualización se realiza mediante estimaciones muestreando una de las trayectorias que puede seguir el agente siguiendo la política  $\pi$  en un solo paso junto con la recompensa inmediata que recibe. En este caso la estimación del valor es sesgada porque se basa en otras estimaciones del estado próximo.

En la mayoría de los casos prácticos, el número de estados en un problema de aprendizaje reforzado es demasiado grande como para hacer una tabla que contenga los valores de cada uno de ellos. En estas circunstancias, son usados aproximadores de funciones como redes neuronales en lugar de tablas.

De esta manera es posible representar la correspondencia entre los estados y su valor con una cantidad mucho menor de parámetros  $v_{\pi}(s) \approx \hat{v}(s; \phi)$ , siendo  $\phi$  el

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

---

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

---

vector de parámetros que define la relación. Esto significa también que es necesario tener la capacidad de generalizar, es decir, debe ser posible estimar el valor de un estado que no se ha visto con anterioridad mediante el parentesco con estados similares que se hayan visitado en el pasado. La función de coste que hay que minimizar es  $J_v(\phi) = \sum_{s \in \mathcal{S}} d(s) [v_\pi(s) - \hat{v}(s, \phi)]^2$  donde  $d(s)$  representa la frecuencia con la que se visita un estado. Si la cantidad  $v_\pi(s)$  con respecto a la cual queremos estimar el valor del estado coincide con el target de la diferencia temporal, es posible actualizar los parámetros que definen la función valor mediante descenso de gradiente estocástico de la siguiente manera:

$$\phi \leftarrow \phi + \alpha [R + \gamma \hat{v}(s', \phi) - \hat{v}(s, \phi)] \nabla \hat{v}(s, \phi). \quad (4.6)$$

Con la expresión 4.6 es posible actualizar el valor de los parámetros de la función de valor en cada paso del agente. La ecuación asume que existe el gradiente de la función de valor  $\nabla \hat{v}(s, \phi)$  con respecto a los parámetros en todos los puntos. El gradiente es utilizado para incrementar los parámetros en la dirección de mayor descenso de la función de coste.

### 4.3. Gradientes de política

Los métodos basados en gradientes de política buscan maximizar la recompensa promedio mediante la optimización de la función de la política directamente [70], [71], [72]. Si  $\tau$  es la trayectoria formada por la concatenación de estados por lo que pasa el agente con sus respectivas acciones  $\tau = \{s_0, a_0, \dots, s_H, a_H\}$ , podemos expresar la recompensa asociada a dicha trayectoria como la suma de las recompensas de cada par acción-estado individual que el agente visita:

$$R(\tau) = \sum_{t=0}^H R(a_t, s_t) \quad (4.7)$$

Consideremos una función de política estocástica paramétrica  $\pi_\theta(a | s)$  definida por un vector de parámetros  $\theta$ . Se define la utilidad de la política  $\pi_\theta$  como la recompensa acumulada promedio asociada al uso de dicha política:

$$U(\theta) = \sum_{\tau} P(\tau; \theta) R(\tau) \quad (4.8)$$

El objetivo consiste en encontrar el conjunto de parámetros óptimo  $\theta^*$  para el cual se maximiza el valor de la utilidad. Es posible aproximar este valor siguiendo la dirección dada por el gradiente que tiene la expresión:

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

$$\nabla_{\theta} U(\theta) = \sum_{\tau} P(\tau; \theta) \nabla_{\theta} \log P(\tau; \theta) R(\tau) \quad (4.9)$$

Lo que significa que el gradiente de la utilidad puede ser expresado como un valor promedio de una cantidad. Este valor promedio entonces es posible estimarlo mediante un conjunto de  $m$  muestras de trayectorias tomadas bajo la política  $\pi_{\theta}$ .

$$\nabla_{\theta} U(\theta) \approx \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nabla_{\theta} \log P(\tau^{(i)}; \theta) R(\tau^{(i)}) \quad (4.10)$$

Analizando en detalle el término relacionado con la probabilidad de la trayectoria dentro del sumatorio observamos que éste puede ser simplificado:

$$\begin{aligned} \nabla_{\theta} \log P(\tau^{(i)}; \theta) &= \nabla_{\theta} \log \left[ \prod_{t=0}^H P(s_{t+1}^{(i)} | s_t^{(i)}, a_t^{(i)}) \cdot \pi_{\theta}(a_t^{(i)} | s_t^{(i)}) \right] \\ &= \nabla_{\theta} \left[ \sum_{t=0}^H \log P(s_{t+1}^{(i)} | s_t^{(i)}, a_t^{(i)}) + \sum_{t=0}^H \log \pi_{\theta}(a_t^{(i)} | s_t^{(i)}) \right] \\ &= \nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(a_t^{(i)} | s_t^{(i)}) \end{aligned} \quad (4.11)$$

En el resultado final de la ecuación 4.11, el término relacionado con la dinámica del modelo  $P(s_{t+1}^{(i)} | s_t^{(i)}, a_t^{(i)})$  ha desaparecido al aplicar el gradiente porque no depende de los parámetros  $\theta$ .

#### 4.4. Modelo actor-crítico

En el modelo actor-crítico se crean dos entidades con diferentes roles. La entidad con el rol de actor es la encargada de decidir las acciones a ejecutar mediante la política. Por otro lado, el rol de crítico tiene la tarea de valorar la acción tomada por el actor. Cuando el actor decide tomar la acción en un estado, el entorno devuelve una recompensa que es valorada por el crítico. El crítico utiliza esta recompensa para actualizar sus futuras estimaciones. Las mejoras en las estimaciones ayudan al actor en la toma de próximas acciones. El crítico actualiza la estimación de la función del valor en cada interacción mediante el cómputo de la recompensa inmediata y la función de valor asociada al siguiente estado según el método de diferencia temporal TD(0). Por otro lado, el crítico emplea el valor del estado como base en la estimación del gradiente de la política de la siguiente manera:

$$\nabla_{\theta} U(\theta) \approx \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(a_t^{(i)} | s_t^{(i)}) (R(\tau^{(i)}) - V(s_t)) \quad (4.12)$$

El modelo actor-crítico disminuye la varianza en el cómputo del gradiente de

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

la política incorporando la base en la ecuación de la estimación [73]. Realmente cualquier función puede ser usada como base siempre que solo dependa del estado y no de las acciones.

### 4.5. Cofaseado con aprendizaje por refuerzo

Hasta ahora se ha tratado el problema del cofaseado con un enfoque supervisado. Bajo este enfoque, la red neuronal es entrenada a partir de un conjunto de datos correctamente etiquetados. Sin embargo, no es fácil obtener imágenes reales de difracción de intersecciones de segmentos de un telescopio perfectamente ligadas con sus respectivos saltos de pistón porque precisamente ese es el dato que se desconoce. En los capítulos anteriores se optó por crear imágenes por simulación que sirvieran de datos de entrenamiento. El inconveniente de esta alternativa es que el buen funcionamiento del método en un entorno físico real dependerá en gran medida del grado de similitud de las imágenes reales con aquellas sintéticas con las que fue entrenada la red neuronal. En el enfoque de aprendizaje por refuerzo sin embargo, no es necesario contar con ninguna imagen etiquetada de antemano. El agente será el responsable de interactuar con el entorno para recolectar datos que servirán para obtener la política óptima. Para ello será necesario primero identificar los elementos del problema de aprendizaje automático en el contexto de cofaseado. A partir de entonces el problema podrá ser resuelto aplicando cualquiera de los métodos diseñados para este tipo de tareas.

En el problema de cofaseado descrito, el agente será el encargado de aprender del entorno con el fin de tomar decisiones acertadas hasta conseguir que los segmentos corrijan su posición de pistón. El entorno es todo aquello que rodea al agente, es decir, el conjunto de segmentos, todo el sistema óptico del telescopio o incluso la onda de luz que llega a la pupila.

La información que recibe el agente sobre el estado del entorno está contenida en la imagen de intensidad captada en el plano de detección. Esta imagen contiene los patrones de difracción producidos por los saltos de pistón entre los segmentos adyacentes del telescopio. En esta primera aproximación, consideraremos únicamente tres segmentos contiguos del telescopio que forman una única intersección.

#### 4.5.1. La recompensa

El objetivo del agente de cofaseado consiste en modificar las posiciones de pistón de los segmentos de manera que no haya diferencia entre los caminos ópticos de la onda de luz que se refleja en cada uno de ellos. Si los segmentos del telescopio están perfectamente cofaseados, sería posible crear un haz colimado de una onda

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

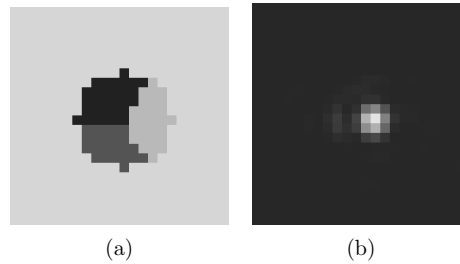


Figura 4.6: (a) Frente de onda en la intersección tras la máscara circular. (b) PSF de la intersección.

perfectamente plana, sin discontinuidades. Esta onda formará una PSF con la energía muy concentrada en torno a un punto con el conocido patrón de Airy. Si, por el contrario, los segmentos no están cofaseados, existe diferencia de fase entre regiones del plano transversal a la dirección de propagación de la onda colimada. En ese caso, la energía de la PSF estará más dispersa alrededor de su centro.

El valor de la intensidad del pico en el patrón de la PSF que se forma cuando los segmentos están cofaseados es máximo respecto a cualquier otra configuración de valores de pistón. Lo mismo es válido para los tres segmentos que forman una intersección simple. El patrón de intensidad de Fraunhofer asociado a la porción del frente de onda de dicha intersección tiene un valor en su pico que es máximo cuando los tres segmentos están perfectamente cofaseados entre sí.

Es posible cuantificar lo cerca o lejos que está una intersección de estar cofaseada mediante el valor de su pico en el patrón de intensidad que se obtiene en el foco. Esto requiere aislar la región del frente de onda de la intersección de la del resto del espejo segmentado. Interponer una máscara circular centrada en la intersección es una manera de conseguir esto.

Con el fin de evitar la ambigüedad en los estados generada por la periodicidad  $\lambda$ , para la medida de la intensidad de la PSF serán empleadas cuatro longitudes de onda distintas. Estas cuatro longitudes de onda serán nuevamente las detalladas en el cuadro 3.1. Por lo tanto la recompensa de nuestro agente de cofaseado será la suma de los valores máximos de cada una de las cuatro PSF generadas por las longitudes de onda.

En la figura 4.6a se muestra la simulación de un ejemplo de la fase del campo en la intersección tras la máscara circular. Para ello, en la práctica primeramente es necesario reimaginar el campo de amplitud compleja de la pupila en otro plano donde esté situada la máscara. Inmediatamente detrás de la microapertura de la máscara se encuentra una lente alineada con el centro de la intersección. La imagen que se forma en el plano focal de la lente es capturada por un detector. Un ejemplo

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

del tipo de imagen formada por la lente tras la máscara se muestra en la figura 4.6b.

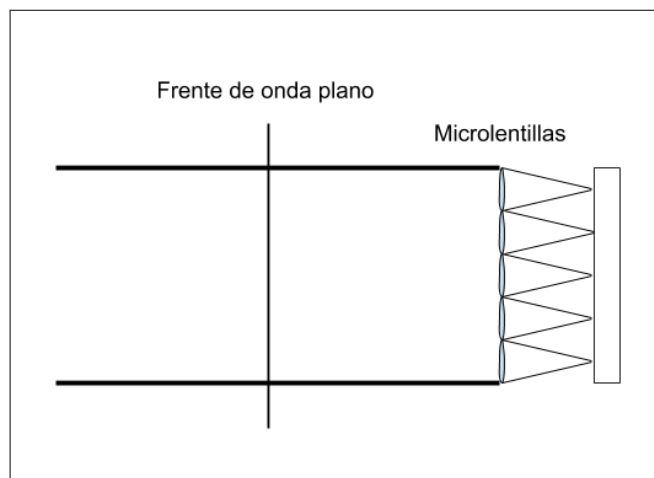


Figura 4.7: Configuración óptica para la obtención de la PSF de cada intersección.

En la figura 4.7 se muestra el diagrama de disposición de los elementos ópticos necesarios para la obtención de la PSF individual de cada intersección del espejo de segmentos. La amplitud en la pupila reimaginada se hace pasar por una máscara que contiene las aperturas circulares centradas en cada una de las intersecciones. Inmediatamente detrás de la máscara se encuentra un array de microlentillas que se ajusta para conseguir que el centro de cada intersección esté alineada con el eje de cada microlente. El diámetro de la microapertura equivale a 0.2 m en la pupila.

El centro de cada microapertura circular del array debe coincidir con el punto central de la intersección donde coinciden los tres segmentos.

#### 4.5.2. Las acciones

La manera que tiene el agente de cofaseado de interactuar con el entorno es llevando a cabo acciones. Éstas son ejecutadas en forma de comandos de movimiento de pistón en los segmentos. Consideremos el caso de una intersección aislada compuesta por los segmentos A,B,C como la mostrada en la figura 4.8. Las acciones son el conjunto de desplazamientos que se pueden ordenar a los segmentos A y B. Éstos son pares de valores numéricos en unidades de longitud. Estas acciones estarán acotadas en el rango  $\pm\lambda_0/2$  siendo  $\lambda_0$  la longitud de la onda de luz utilizada como referencia. Las acciones se refieren a desplazamientos relativos de los segmentos con respecto a la posición inicial.

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

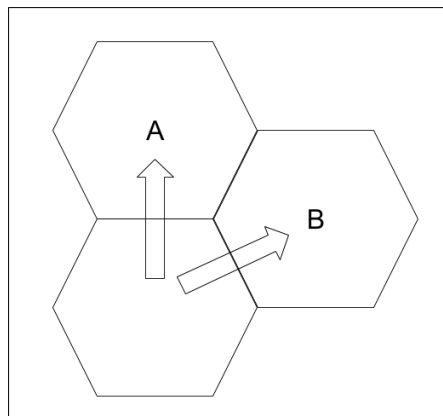


Figura 4.8: Acciones posibles del agente de cofaseado.

### 4.5.3. El estado del entorno

La información sobre el estado del entorno que recibe el agente está contenida en el valor de los píxeles crudos de la imagen de intensidad de la intersección captada en el plano de detección. Será necesario primero extraer una subimagen centrada en la intersección de tamaño igual a la mitad del lado del segmento hexagonal. Esta información puede ser estructurada como un tensor de tres dimensiones. Las primeras dos dimensiones hacen referencia a la posición horizontal y vertical del píxel dentro de la subimagen de la intersección. Y la tercera contiene las medidas de intensidad realizadas con las diferentes longitudes de onda. Se utilizarán cuatro longitudes de onda distintas, las mismas cuatro que se han utilizado en el resto del estudio. Las dimensiones de la subimagen de la intersección serán en este caso  $24 \times 24$  píxeles.

### 4.5.4. La política

La política expresa una correspondencia entre el estado y las acciones que el agente debe efectuar sobre el entorno para maximizar la recompensa. Una red convolucional como la descrita en 3.6.4 puede ser usada para modelar esta relación. La imagen de intensidad de la intersección conforma los datos de entrada introducidos en la red. En nuestro caso será representada una política estocástica. Las acciones que efectúa el agente serán muestras de una distribución de probabilidad. La red convolucional devolverá como salida los parámetros que definen de esta distribución. Al tratarse de acciones continuas, la distribución más apropiada es una distribución normal. Los datos de salida de la red convolucional son dos valores numéricos. Estos son los dos valores asociados a la media de la distribución de probabilidad de

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

las acciones a realizar sobre los segmentos A y B de la intersección, tal como está ilustrado en la figura 4.8.

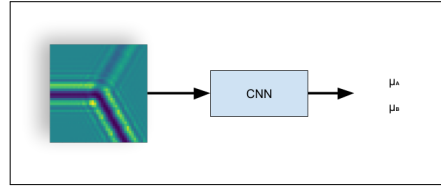


Figura 4.9: Política como una red convolucional junto con datos de entrada y salida.

El hecho de que las acciones sean muestreadas de una distribución de probabilidad en lugar de ser valores deterministas garantiza que se explore la política al mismo tiempo que se explora nuevas alternativas.

$$\pi_{\theta}(\mathbf{a} | s) = \frac{1}{2\pi|\Sigma|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2}(\mathbf{a} - \boldsymbol{\mu}_{\theta}(s))^{\top} \Sigma^{-1}(\mathbf{a} - \boldsymbol{\mu}_{\theta}(s)) \right\} \quad (4.13)$$

La ecuación 4.13 expresa la política seguida por el agente cuando se encuentra en el estado  $s$ . La matriz de covarianza  $\Sigma$  es fija con valores pequeños pero adecuados para que fomente la exploración del agente.

En la ecuación de la política 4.13,  $\boldsymbol{\mu}_{\theta}(s)$  es la correspondencia entre el estado y el valor de la media de la gaussiana. Esta relación está definida por los parámetros  $\theta$  de la red convolucional. La expresión analítica del gradiente de la política con respecto a los parámetros  $\theta$  viene entonces dado por:

$$\nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(\mathbf{a} | s) = \Sigma^{-1}(\mathbf{a} - \boldsymbol{\mu}_{\theta}(s)) \nabla_{\theta} \boldsymbol{\mu}_{\theta}(s) \quad (4.14)$$

El vector  $\mathbf{a} = [a_A, a_B]$  en la ecuación 4.14 contiene las acciones efectuadas sobre los segmentos A y B de la intersección. De igual manera, el vector  $\boldsymbol{\mu}_{\theta}(s) = [\mu_A, \mu_B]$  incluye las componentes de la media de la distribución bivariada.

#### 4.5.5. Proceso de decisión de Markov de un solo paso

El problema de cofaseado queda definido dentro del marco del aprendizaje por refuerzo una vez se han identificado los elementos que forman el proceso de decisión de Markov. En la situación más simple posible el problema puede ser descrito como un proceso de decisión de Markov de un solo paso. En ese sentido el agente únicamente se vería incentivado por la recompensa inmediata que pueda obtener en un único paso.

En la figura 4.10 se representa un proceso de este tipo. Se parte de un estado inicial  $s_0$ , que queda representado en la imagen de difracción de la intersección. El

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

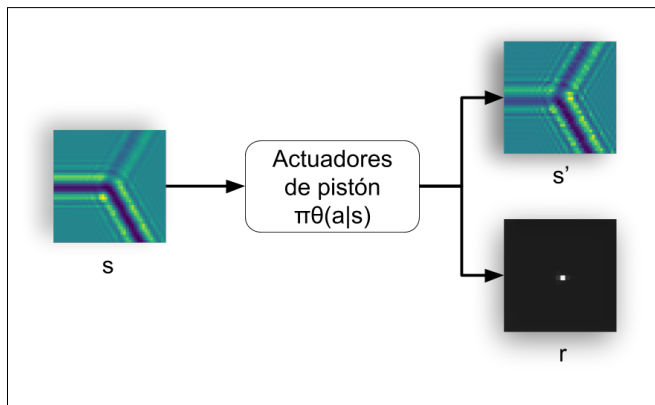


Figura 4.10: Proceso de decisión de Markov de un solo paso.

salto inicial entre los pistones tiene un valor aleatorio en el rango  $\pm\lambda_0/2$ . De esa manera la magnitud de los desplazamientos ordenados por las acciones tiene un alcance suficiente para corregir totalmente el salto. La red convolucional procesa la imagen de estado para devolver los dos parámetros asociados a la distribución gaussiana de dos variables. Las acciones finalmente serán muestreadas de esta distribución de dos variables. Cuando el agente de cofaseado comanda las acciones a los posicionadores de pistón de los dos segmentos, se modifica el salto de fase que hay entre ellos. Esta nueva configuración de los pistones genera un nuevo estado que es devuelto al agente en forma de nueva imagen de intensidad. Este último estado representa también el estado final de la secuencia. Este último representa el estado terminal del proceso de decisión de Markov. El estado terminal también lleva asociado una señal de recompensa. Este valor numérico es la suma de las magnitudes de los picos del patrón de las cuatro PSF asociadas a las medidas de cada longitud de onda en la intersección.

#### 4.5.6. Simulación de entorno de entrenamiento

Para el aprendizaje supervisado fue necesario simular los datos de entrenamiento. Estos datos consistían en imágenes de difracción de las intersecciones junto con las etiquetas del valor correcto de los saltos de pistón que las originaron. El objetivo de este tipo de paradigma es conseguir que la red sea capaz de asignar la respuesta correcta a ejemplos que no han sido vistos con anterioridad. Para que esto sea posible, es necesario asumir que los nuevos ejemplos serán muestreados de la misma distribución de probabilidad de la que fueron obtenidos los datos del aprendizaje.

En el aprendizaje reforzado, sin embargo, no existe tal conjunto de datos etiquetados inicial. En este tipo de problemas un valor escalar llamado recompensa es la señal usada para guiar el aprendizaje. En un problema de aprendizaje por refuerzo la

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

manera de obtener datos es mediante la interacción de un agente con el entorno. Por eso en este caso no tiene sentido de hablar de simulación de datos de entrenamiento sino de simulación de entorno de entrenamiento. Este entorno actúa como una caja negra para el agente. El agente debe ser capaz de efectuar acciones sobre el entorno y éste responde con la información de estado junto con un valor de recompensa.

En las simulaciones llevadas a cabo en este experimento se representa el intercambio posible de información entre el agente y su entorno. Este entorno idealmente es el propio telescopio que suministra los datos en tiempo real, a partir de los cuales el agente decide una acción. En este experimento, sin embargo, el entorno es un ente programático que devuelve una imagen de difracción de una intersección y una imagen de PSF tras la invocación de una acción por parte del agente.

El entorno programático es iniciado con valores de salto de pistón aleatorio dentro del rango de captura. Los valores numéricos del salto de pistón son datos conocidos para el entorno pero están ocultos para el agente. El entorno genera la imagen de difracción de la intersección para los saltos de pistón seleccionados siguiendo el procedimiento de la sección 3.6.5. De esta imagen de difracción resultante se extrae la subimagen centrada en la intersección para ser entregada al agente. El agente utiliza sus redes convolucionales para decidir una acción con base en esta subimagen de difracción que ha recibido. Cuando el entorno acepta estas acciones de movimiento, éste incrementa sus valores numéricos de pistón acorde a la magnitud y signo de las órdenes recibidas. Estos nuevos valores de salto de pistón resultado de aplicar las acciones siguen siendo privados, es decir conocidos por el entorno pero desconocidos para el agente. En esta nueva configuración de pistones el agente genera una nueva imagen de difracción de la intersección junto con la PSF de la misma. Estas dos nuevos contenidos de información son entregados por el entorno de vuelta al agente.

Lo que se pretende con este experimento es observar el comportamiento de un agente de aprendizaje reforzado en el entorno de un telescopio. Este entorno debe ser capaz de suministrar una imagen de difracción de una intersección junto con una PSF. El agente interpreta estos dos elementos como el estado más la recompensa en un proceso de decisión de Markov. Ambos datos, la imagen de la intersección junto con el valor máximo de la PSF, son necesarios para el correcto entrenamiento del agente en el entorno. Una vez que el agente consiga suficiente maestría en la tarea de cofaseado es posible prescindir de la señal de recompensa de la PSF, pues ésta es únicamente necesaria durante el aprendizaje.

### 4.5.7. El entrenamiento

Para el entrenamiento del agente será empleado el modelo actor-crítico descrito en la sección 4.4. Como ha sido comentado anteriormente, el fin en todo problema

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

---

de aprendizaje por refuerzo radica en maximizar el promedio de la recompensa total obtenida. En nuestro caso, al tratarse de un proceso de decisión de Markov de un solo paso, este objetivo puede expresarse de la siguiente forma:

$$\max_{\theta} \mathbb{E} [R(s_0, a) \mid \pi_{\theta}] \quad (4.15)$$

donde  $R(s_0, a)$  es la recompensa asociada a tomar la acción  $a$  en el estado inicial  $s_0$ . El vector  $\theta$  contiene los parámetros de la política  $\pi_{\theta}$ . En nuestro caso, los elementos de este vector corresponden con los parámetros de la red convolucional. Se trata entonces de encontrar los parámetros  $\theta$  adecuados que diseñen una política óptima con la que se obtenga una recompensa promedio alta. El valor esperado de la recompensa en la ecuación 4.15 se puede escribir como sumatorio de probabilidades.

$$U(\theta) = \sum_{s_0 \in \mathcal{S}, a \in \mathcal{A}} P(s_0, a; \theta) R(s_0, a) \quad (4.16)$$

Esta cantidad a optimizar  $U(\theta)$  es llamada la utilidad de la política. El término  $P(s_0, a; \theta)$  expresa la probabilidad de empezar en el estado  $s_0$  y efectuar la acción  $a$  en dicho estado.

Aplicando el gradiente con respecto los parámetros  $\theta$  en la ecuación 4.16 se llega a la siguiente estimación del gradiente de la utilidad:

$$\nabla_{\theta} U(\theta) \approx \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(a_0^{(i)} \mid s_0^{(i)}) \cdot R(s_0^{(i)}, a_0^{(i)}) \quad (4.17)$$

donde  $m$  es el número de veces que se ejecuta la política  $\pi_{\theta}$  para calcular la estimación del gradiente. Como se observa en la ecuación 4.17, no interviene ningún conocimiento sobre la dinámica del sistema sino solamente experimentar la política y observar la recompensa. La estimación del gradiente puede ser usada en un algoritmo de ascenso de gradiente estocástico para buscar la utilidad máxima.

Por otro lado, la función de valor  $V_{\phi}^{\pi}(s_t)$  indica la recompensa esperada partiendo del estado  $s_t$  y a continuación siguiendo la política  $\pi_{\theta}$ . Este mapeo puede ser representado con otra red convolucional que devuelva como salida un valor numérico escalar para cada estado. Los parámetros  $\phi$  de esta segunda red convolucional son actualizados en un modo supervisado. El valor del estado actual debe ser lo más cercano posible a la recompensa más el valor del estado próximo con descuento  $\gamma V^{\pi}(s_{t+1})$ . En el caso de estar solo interesado en la recompensa inmediata, el factor de descuento es  $\gamma = 0$ .

Este valor del estado puede ser usado como referencia para reducir la varianza del algoritmo de optimización de la utilidad [73]. Usar un estimador de ventaja  $\hat{A} = R(a_t, s_t) - V_{\phi}^{\pi}(s_t)$ , en lugar de simplemente la recompensa en la ecuación 4.17 hace el proceso de aprendizaje del agente más estable. La función de estado se usa

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

el cuadro permanecen igual que las anteriores simulaciones.

Cuadro 4.1: Parámetros de la simulación IV

Parámetro	Valor
Escala de pupila en detector	$p = 0.019 \text{ m/pixel}$
Parámetro de Fried	$r_0(@500nm) = 0.2$

Es importante recordar que la recompensa es la suma de los valores de los picos de intensidad en las cuatro PSF generadas tras ejecutarse la acción. La red recibe como entrada la imagen de difracción de una intersección que representa el estado. Acto seguido decide qué acciones tomar sobre los dos segmentos contiguos al de referencia para alcanzar su estado final. Este estado último lleva asociado también la recompensa, que es el valor que se muestra en la gráfica de la figura 4.12. Como se observa, el algoritmo es capaz de maximizar este valor a medida que acumula experiencia.

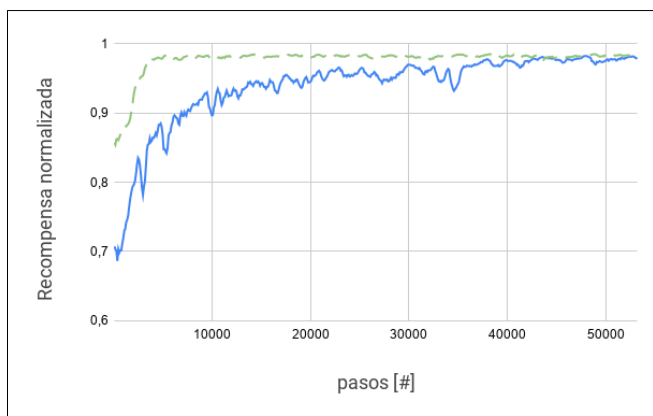


Figura 4.12: Recompensa normalizada durante el entrenamiento para rangos de captura  $\pm\lambda_0/2$  y  $\pm\lambda_0/4$  (líneas continua y discontinua).

Dos procesos de entrenamiento distintos se muestran en la figura 4.12. En ambos procesos, el agente se encuentra con un estado inicial a partir del cual debe tomar acciones para obtener un pico de la PSF máximo en un solo paso. En el primero de ellos representado por el trazo continuo, estos estados iniciales están formados por las imágenes de difracción de intersecciones con salto de pistón comprendidos en el intervalo  $[-\lambda_0/2, +\lambda_0/2]$ . En el segundo proceso, representado por el trazo discontinuo, los saltos de pistón de los estados iniciales que el agente debe ser capaz de cofasear están en el intervalo  $[-\lambda_0/4, +\lambda_0/4]$ .

Al tratarse de un entorno virtual, es posible conocer los valores reales de los saltos de pistón entre segmentos que fueron usados como parámetros de entrada en la

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015. Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <a href="https://sede.ull.es/validacion/">https://sede.ull.es/validacion/</a>	
Identificador del documento: 2426661	Código de verificación: 0v+67KTq
Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

simulación. La exactitud de las acciones dependerá de lo cerca que estén del valor real de salto que existe entre los segmentos. Esto equivale al error cuadrático medio entre el valor de las acciones y el valor real del salto de pistón entre segmentos. Esta medida ha sido monitorizada en la gráfica de la figura 4.13. Las magnitudes representadas en ambas gráficas están de algún modo relacionadas. En general un incremento en la recompensa obtenida implica una reducción en el error de la predicción del salto entre los segmentos.

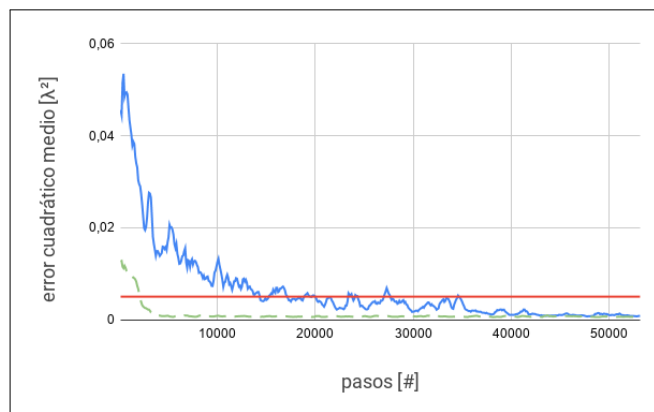


Figura 4.13: Exactitud de las acciones durante el entrenamiento para los rangos de captura  $\pm\lambda_0/2$  y  $\pm\lambda_0/4$  (líneas continua y discontinua).

Utilizando la gráfica que se muestra en la figura 4.13 es posible medir la eficiencia del aprendizaje del agente mediante este método reforzado. El algoritmo obtiene un error cuadrático medio final de  $0,00082\lambda^2$ . Esto, medido con respecto a la longitud de onda de referencia  $\lambda_0 = 700 \text{ nm}$  corresponde a un error raíz promedio  $20.04 \text{ nm}$ . La línea horizontal de la figura 4.13 marca el umbral de error raíz cuadrático medio a los  $50 \text{ nm}$ . Con un error de cofaseado corregido por debajo de este umbral el sistema es considerado limitado por difracción según la condición  $\lambda_0/14$  descrita en la sección 1.3.1. El error cuadrático medio obtenido por ambos procesos con rangos de captura  $\pm\lambda_0/2$  y  $\pm\lambda_0/4$  es prácticamente el mismo. Este valor límite en el error alcanzado lo impone la varianza fija usada en la política del algoritmo.

Sin embargo, un aspecto crucial a tener en cuenta en los problemas de aprendizaje reforzado es la cantidad de pasos que el agente necesita para aprender una tarea. En el caso del cofaseado, este dato es más importante si cabe porque cada paso supone un movimiento real de los posicionadores de los segmentos del telescopio. En este sentido observamos que el proceso con un rango de captura de  $\pm\lambda_0/4$  es mucho más eficiente en el consumo de datos que el proceso con el doble rango de captura. Por lo tanto, es importante buscar un compromiso entre el rango de captura sobre el que se

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
 Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

---

desea entrenar el agente y el número de pasos necesarios para conseguirlo. De igual forma, parte del esfuerzo en la investigación en el área del aprendizaje reforzado actualmente está dirigida a reducir la alta cantidad de datos demandada por este tipos de algoritmos.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Capítulo 5

### Conclusiones

En la presente Tesis se han analizado diferentes alternativas para tratar el problema del cofaseado de los espejos segmentados para su uso en grandes telescopios. Todas las propuestas incluidas en este estudio están basadas en conceptos de aprendizaje automático, y las tres estrategias alternativas usadas son: redes convolucionales, redes convolucionales complementadas con recursos de redes recurrentes, y aprendizaje reforzado.

Los métodos aquí planteados son escalables a espejos compuestos por una creciente cantidad segmentos. Además, la instalación óptica necesaria para su implantación es muy simple. Se trata de métodos lo suficientemente rápidos como para poder ser aplicados en cualquier momento durante la observación.

En definitiva, las conclusiones de esta Tesis son las siguientes:

- Se ha desarrollado por primera vez un método basado en redes convolucionales para la detección del salto de pistón entre los segmentos de un espejo segmentado. El diseño de la arquitectura de red ha consistido en dos ramas independientes de procesamiento, simples, con pocos parámetros entrenables.
- El entrenamiento con datos simulados de estas redes convolucionales permite alcanzar un valor rms de precisión en la recuperación del pistón de 10.68 nm, resultado satisfactorio incluso en los casos de ciencia más exigentes como la formación de imágenes de alto contraste de exoplanetas [75], [76]. Además, es capaz de alcanzar un rango de captura de  $\pm 7.7 \mu\text{m}$  en la detección del salto de pistón, suficiente como para compensar la deriva continua de los sensores de borde [77].
- El planteamiento convolucional preliminar ha sido mejorado con la incorporación de redes recurrentes en el diseño de la arquitectura. Se ha demostrado una disminución en el rms del 16.79%. Con este diseño es ahora posible alcanzar un rango de captura de  $\pm 14.7 \mu\text{m}$ , duplicando casi el valor anterior.

Firmado por:	Fecha:
DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

- Por primera vez ha sido tratado el problema del cofaseado desde la perspectiva de un proceso de decisión de Markov. Siendo este nuevo acercamiento válido para resolver el problema mediante métodos de aprendizaje reforzado, permitiendo el entrenamiento sin necesidad de datos etiquetados. El valor rms alcanzado con este método es de 20.04 nm, también suficiente para la mayoría de necesidades científicas.
- Los tres métodos desarrollados en esta Tesis pueden ser aplicados en tiempo real durante la observación, son independientes del número de segmentos en el telescopio, y hacen uso de un sistema óptico de captura sencillo y compacto.

**Análisis para futuras mejoras** Todas las pruebas evaluadas han sido superadas con éxito dentro del contexto de las simulaciones. El aprendizaje automático es pues un firme candidato a resolver el problema de cofaseado de manera robusta, rápida y precisa. Sin embargo, los experimentos digitales realizados en este estudio no pueden ser usados para determinar su aplicabilidad directa en el cofaseado de forma taxativa.

Sí es posible garantizar, en cambio, que las redes descritas aquí son aptas para predecir el valor del pistón a partir de imágenes de difracción en la medida en la que estas imágenes sigan una estadística similar a las utilizadas en el entrenamiento. Esta es una condición *sine qua non* para que cualquier algoritmo de aprendizaje automático sea capaz de generalizar. La clave estará entonces en encontrar el generador de imágenes sintéticas que mejor aproxime el generador de imágenes del mundo real.

En nuestras simulaciones se han introducido algunas fuentes de variabilidad que imitan aquellas análogas del sistema físico: como el error de pulido de los espejos, el tip-tilt residual, o el seeing atmosférico. Estas variables han sido introducidas en las imágenes de entrenamiento de forma aleatoria. El resultado ha sido que la red ha sabido extraer la información útil para detectar el pistón a partir de las imágenes, abstrayendo información irrelevante introducida por fenómenos espurios como las fuentes de error citadas.

En este mismo sentido, es posible añadir otras imperfecciones como el desplazamiento lateral del detector, número de fotones detectados o el hueco en los intersticios de los segmentos. Todas estas nuevas irregularidades añadidas a los datos de la simulación mejorarán la capacidad de predicción de la red con imágenes del sistema físico real, porque esto acercaría aun más las distribuciones de probabilidad de ambos generadores de datos (sintético y físico). Para esto, sería también necesario que la correspondencia entre los datos con las nuevas variabilidades y sus etiquetas siga siendo unívoca no biunívoca, es decir que a cada ejemplo le siga correspondiendo una única etiqueta, pero no a todas las etiquetas le tenga que corresponder un único

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

ejemplo. En ese caso, la red va a ser capaz de encontrar esta relación siempre que cuente con la suficiente cantidad de datos de entrenamiento y suficiente capacidad de representación.

En la línea de acercar las distribuciones de probabilidad, el aprendizaje automático también tiene algo que aportar con las técnicas de adaptación de dominio. Estas técnicas incorporan al entrenamiento con datos sintéticos etiquetados otros datos no etiquetados obtenidos de la distribución de probabilidad en la que va a ser aplicado el algoritmo. El objetivo de estos métodos es conseguir que las características usadas por la red para determinar la respuesta estén también presentes en los datos de la distribución destino. En el caso particular de cofaseado, se dispone de un conjunto de datos sintéticos etiquetados extraídos de una distribución de probabilidad  $\mathcal{P}_A$  pero es posible también disponer de datos reales no etiquetados extraídos de la segunda distribución  $\mathcal{P}_B$  ligeramente diferente a la primera. Esto encaja dentro de la categoría de los problemas de adaptación de dominio homogéneo no supervisado [78].

Los análisis descritos en este estudio pueden servir también como una primera aproximación al problema de cofaseado con un enfoque basado en datos. En este trabajo se propone un acercamiento novedoso a la detección del pistón de los segmentos del espejo segmentado mediante técnicas basadas en redes convolucionales y recurrentes. Ninguna de estas técnicas habían sido empleadas con anterioridad en el problema de cofaseado. No obstante, nuevos métodos basados en similares tecnologías han surgido a partir de entonces [79], [80], [81], [82].

Otro aporte significativo de esta tesis es la descripción del problema de cofaseado dentro del marco de un proceso de decisión de Markov. Utilizar este nuevo enfoque sienta las bases para emplear toda la pléthora de algoritmos y técnicas del área del aprendizaje por refuerzo al problema del cofaseado. Este subcampo del aprendizaje automático está en pleno desarrollo. No se conocen hasta la fecha acercamientos al cofaseado desde esta perspectiva. En el caso de los algoritmos de aprendizaje reforzado el inconveniente es comúnmente la cantidad de datos necesarios para el aprendizaje. Estos algoritmos son entrenados mediante la interacción real con el mundo físico y muchas veces la cantidad de datos necesarios es un factor decisivo para validar su aplicabilidad. Gran cantidad del esfuerzo de investigación en esta área está dirigida a obtener algoritmos más eficientes en el uso de los datos [83]. Concretamente los algoritmos basados en modelo pueden reducir en varios órdenes de magnitud la cantidad de datos requeridos para aprender una tarea. Estos algoritmos usan información de la dinámica del entorno para planificar antes de ejecutar las acciones en el entorno [84].

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

# Apéndice A

## Apéndice

### A.1. Requisitos técnicos

Los modelos incluidos en este trabajo han sido realizados utilizando Tensorflow [85], la librería de código abierto desarrollada por Google. Tensorflow está diseñada para ser aplicada en tareas de aprendizaje automático y álgebra computacional. En particular se ha usado la versión para lenguaje Python. La librería ofrece diferentes paquetes de funcionalidades que permiten crear modelos en el nivel de abstracción que se desee.

El diseño de las redes neuronales descritas no ha requerido en general del uso de GPU para su entrenamiento. Todas las redes neuronales presentadas han sido entrenadas con relativa facilidad en una CPU convencional Intel Core i7 2.60 GHz. Igualmente la estrategia planteada durante el entrenamiento en la que los datos se creaban en cada paso, no permitía aprovechar la característica que ofrece la librería de ejecutarse en una GPU debido al factor limitante que impone la generación de los datos.

La última versión de Tensorflow así como la documentación de la librería se puede encontrar en la web <http://tensorflow.org>.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

## Bibliografía

- [1] Jose Barrios Garcia. «Mathematics and astronomies of the ancient Berbers». En: *Encyclopaedia of the history of science, technology, and medicine in non-Western cultures* (2008), págs. 1361-1368.
- [2] E-ELT Science Office. «An expanded view of the universe». En: 2009.
- [3] *List of largest optical telescopes historically*. [https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_largest\\_optical\\_telescopes\\_historically](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_largest_optical_telescopes_historically).
- [4] Pierre Bely. *The design and construction of large optical telescopes*. Springer, 2003.
- [5] Jerry Nelson. «Segmented mirror telescopes». En: *Optics in Astrophysics*. Springer, 2006, págs. 61-72.
- [6] Thomas G Barnes III y col. «Commissioning experience with the 9.2-m Hobby-Eberly Telescope». En: *Telescope Structures, Enclosures, Controls, Assembly/Integration/Validation, and Commissioning*. Vol. 4004. International Society for Optics y Photonics. 2000, págs. 14-25.
- [7] JM Rodríguez Espinosa, P Alvarez y F Sanchez. «The GTC: An advanced 10M telescope for the ORM». En: *Astrophysics and space science* 263.1-4 (1998), págs. 355-360.
- [8] *TMT. The Thirty Meter Telescope website*. <http://www.tmt.org/>. Accessed: 2019-11-23.
- [9] Gary H Sanders. «The thirty meter telescope (tmt): An international observatory». En: *Journal of Astrophysics and Astronomy* 34.2 (2013), págs. 81-86.
- [10] Jerry Nelson y Gary H Sanders. «The status of the Thirty Meter Telescope project». En: *Ground-based and Airborne Telescopes II*. Vol. 7012. International Society for Optics y Photonics. 2008, 70121A.
- [11] Matt Johns. «Progress on the GMT». En: *Ground-based and Airborne Telescopes II*. Vol. 7012. International Society for Optics y Photonics. 2008, 70121B.
- [12] *ESO's Extremely Large Telescope*. <https://www.eso.org/public/telescopes/elt/>.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por:	Fecha:
DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

- [13] Jim Bernard Breckinridge. «Basic optics for the astronomical sciences». En: SPIE. 2012.
- [14] Terry D Oswalt y G Gilmore. *Planets, stars and stellar systems*. Springer, 2013.
- [15] Terry S Mast y JE Nelson. «Keck telescope primary mirror segments: fabrication and support». En: *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*. Vol. 30. 1988, pág. 411.
- [16] K Strehl. «Atmospheric irregularities and zonal aberration of objectives». En: *Z. Instrum* 22 (1902), págs. 213-217.
- [17] Max Born y Emil Wolf. *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Elsevier, 2013.
- [18] Gary A Chanan. «Design of the Keck Observatory alignment camera». En: *Precision Instrument Design*. Vol. 1036. International Society for Optics y Photonics. 1989, págs. 59-71.
- [19] Gary Chanan y Mitchell Troy. «Strehl ratio and modulation transfer function for segmented mirror telescopes as functions of segment phase error». En: *Applied Optics* 38.31 (1999), págs. 6642-6647.
- [20] Donald G York, Owen Gingerich y Shuang-Nan Zhang. *The Astronomy Revolution: 400 Years of Exploring the Cosmos*. CRC Press, 2016.
- [21] John W Hardy. *Adaptive optics for astronomical telescopes*. Vol. 16. Oxford University Press on Demand, 1998.
- [22] B Lefort y J Castro. «The GTC primary mirror control system». En: *Advanced Software and Control for Astronomy II*. Vol. 7019. International Society for Optics y Photonics. 2008, pág. 70190I.
- [23] Natalia Yaitskova, Kjetil Dohlen y Philippe Dierickx. «Analytical study of diffraction effects in extremely large segmented telescopes». En: *JOSA A* 20.8 (2003), págs. 1563-1575.
- [24] Natalia Yaitskova, Kjetil Dohlen y Philippe Dierickx. «Diffraction in OWL: effects of segmentation and segments edge misfigure». En: *Future Giant Telescopes*. Vol. 4840. International Society for Optics y Photonics. 2003, págs. 171-182.
- [25] Gerard Rousset. «Wave-front sensors». En: *Adaptive optics in astronomy 1* (1999), pág. 91.
- [26] L Noethe y H-M Adorf. «Optical measurements of phase steps in segmented mirrors—fundamental precision limits». En: *Journal of Modern Optics* 54.1 (2007), págs. 3-31.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08



Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

- [27] Gary Chanan y col. «Phasing the mirror segments of the Keck telescopes: the broadband phasing algorithm». En: *Applied Optics* 37.1 (1998), págs. 140-155.
- [28] RA Gonsalves. «Phase retrieval from modulus data». En: *JOSA* 66.9 (1976), págs. 961-964.
- [29] Robert A Gonsalves y Robert Chidlaw. «Wavefront sensing by phase retrieval». En: *Applications of Digital Image Processing III*. Vol. 207. International Society for Optics y Photonics. 1979, págs. 32-40.
- [30] Serge Meimon y col. «Phasing segmented telescopes with long-exposure phase diversity images». En: *Ground-based and Airborne Telescopes II*. Vol. 7012. International Society for Optics y Photonics. 2008, pág. 701214.
- [31] Mats G Lofdahl y col. «Phase diversity experiment to measure piston misalignment on the segmented primary mirror of the Keck II telescope». En: *Space Telescopes and Instruments V*. Vol. 3356. International Society for Optics y Photonics. 1998, págs. 1190-1201.
- [32] *GTC. Gran Telescopio Canarias website*. <http://www.gtc.iac.es/>. Accessed: 2019-11-23.
- [33] Jose M Rodriguez-Ramos y Jesus Jimenez Fuensalida. «Phasing of segmented mirrors: new algorithm and numerical results for piston detection». En: *Optical Design, Materials, Fabrication, and Maintenance*. Vol. 4003. International Society for Optics y Photonics. 2000, págs. 270-278.
- [34] A Schumacher y N Devaney. «Phasing segmented mirrors using defocused images at visible wavelengths». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 366.2 (2006), págs. 537-546.
- [35] Gary Chanan, Mitchell Troy y Edwin Sirko. «Phase discontinuity sensing: a method for phasing segmented mirrors in the infrared». En: *Applied optics* 38.4 (1999), págs. 704-713.
- [36] Roberto Ragazzoni. «Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism». En: *Journal of modern optics* 43.2 (1996), págs. 289-293.
- [37] Juan Jose Fernandez Valdivia. «Cofaseado de segmentos y óptica adaptativa con sensor geométrico». Tesis doct. Universidad de La Laguna, 2016.
- [38] Simone Esposito y col. «Pyramid sensor for segmented mirror alignment». En: *Optics letters* 30.19 (2005), págs. 2572-2574.
- [39] Joseph W Goodman. *Introduction to Fourier optics*. Roberts y Company Publishers, 2005.
- [40] Jack D Gaskill. «Linear systems, Fourier transforms and optics». En: (1978).

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

- [41] Claude Roddier y François Roddier. «Wave-front reconstruction from defocused images and the testing of ground-based optical telescopes». En: *JOSA A* 10.11 (1993), págs. 2277-2287.
- [42] David G Voelz y Michael C Roggemann. «Digital simulation of scalar optical diffraction: revisiting chirp function sampling criteria and consequences». En: *Applied optics* 48.32 (2009), págs. 6132-6142.
- [43] Umberto Spagnolini. «2-D phase unwrapping and phase aliasing». En: *Geophysics* 58.9 (1993), págs. 1324-1334.
- [44] James E Harvey y Anita Kotha Thompson. «Scattering effects from residual optical fabrication errors». En: *International Conference on Optical Fabrication and Testing*. Vol. 2576. International Society for Optics y Photonics. 1995, págs. 155-174.
- [45] Michael C Roggemann y Byron M Welsh. *Imaging through turbulence*. CRC press, 2018.
- [46] Andrei Nikolaevich Kolmogorov. «The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers». En: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences* 434.1890 (1991), págs. 9-13.
- [47] Valerian Ilich Tatarski. *Wave propagation in a turbulent medium*. Courier Dover Publications, 2016.
- [48] David L Fried. «Optical resolution through a randomly inhomogeneous medium for very long and very short exposures». En: *JOSA* 56.10 (1966), págs. 1372-1379.
- [49] Jose Maria Rodriguez-Gonzalez y Jesus Jimenez Fuensalida. «Diffractional treatment of curvature sensing in segmented mirror telescopes». En: *Large Ground-based Telescopes*. Vol. 4837. International Society for Optics y Photonics. 2003, págs. 726-736.
- [50] Richard HR Hahnloser y H Sebastian Seung. «Permitted and forbidden sets in symmetric threshold-linear networks». En: *Advances in neural information processing systems*. 2001, págs. 217-223.
- [51] David E Rumelhart, Geoffrey E Hinton, Ronald J Williams y col. «Learning representations by back-propagating errors». En: *Cognitive modeling* 5.3 (1988), pág. 1.
- [52] Yann LeCun, Yoshua Bengio y col. «Convolutional networks for images, speech, and time series». En: *The handbook of brain theory and neural networks* 3361.10 (1995), pág. 1995.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

- [53] Dailos Guerra-Ramos y col. «Piston alignment of segmented optical mirrors via convolutional neural networks». En: *Optics letters* 43.17 (2018), págs. 4264-4267.
- [54] M Löfdahl y Henrik Eriksson. «An algorithm for resolving 2 ambiguities in interferometric measurements by use of multiple wavelengths». En: *Opt. Eng* 40 (2001), págs. 2019-2058.
- [55] Diederik P Kingma y Jimmy Ba. «Adam: A method for stochastic optimization». En: *arXiv preprint arXiv:1412.6980* (2014).
- [56] James Bergstra y Yoshua Bengio. «Random search for hyper-parameter optimization». En: *Journal of Machine Learning Research* 13.Feb (2012), págs. 281-305.
- [57] Xavier Glorot y Yoshua Bengio. «Understanding the difficulty of training deep feedforward neural networks». En: *Proceedings of the thirteenth international conference on artificial intelligence and statistics*. 2010, págs. 249-256.
- [58] David E Rumelhart. «Parallel distributed processing: Explorations in the microstructure of cognition». En: *Learning internal representations by error propagation* 1 (1986), págs. 318-362.
- [59] Hava T Siegelmann y Eduardo D Sontag. «On the computational power of neural nets». En: *Proceedings of the fifth annual workshop on Computational learning theory*. 1992, págs. 440-449.
- [60] Mike Schuster y Kuldip K Paliwal. «Bidirectional recurrent neural networks». En: *IEEE Transactions on Signal Processing* 45.11 (1997), págs. 2673-2681.
- [61] Alex Graves. «Supervised sequence labelling». En: *Supervised sequence labelling with recurrent neural networks*. Springer, 2012, págs. 5-13.
- [62] Sepp Hochreiter y col. *Gradient flow in recurrent nets: the difficulty of learning long-term dependencies*. 2001.
- [63] Kyunghyun Cho y col. «On the properties of neural machine translation: Encoder-decoder approaches». En: *arXiv preprint arXiv:1409.1259* (2014).
- [64] Sepp Hochreiter y Jürgen Schmidhuber. «Long short-term memory». En: *Neural computation* 9.8 (1997), págs. 1735-1780.
- [65] Junyoung Chung y col. «Empirical evaluation of gated recurrent neural networks on sequence modeling». En: *arXiv preprint arXiv:1412.3555* (2014).
- [66] Ian Goodfellow, Yoshua Bengio y Aaron Courville. *Deep learning*. MIT press, 2016.
- [67] Charu C Aggarwal. «Neural networks and deep learning». En: *Springer* 10 (2018), págs. 978-3.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

- [68] Trevor Hastie, Robert Tibshirani y Jerome Friedman. *The elements of statistical learning: data mining, inference, and prediction*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [69] Richard S Sutton, Andrew G Barto y col. *Introduction to reinforcement learning*. Vol. 2. 4. MIT press Cambridge, 1998.
- [70] VM Aleksandrov, VI Sysoev y VV Shemeneva. «Stochastic optimization of systems». En: *Izv. Akad. Nauk SSSR, Tekh. Kibernetika* (1968), págs. 14-19.
- [71] Ronald J Williams. «Simple statistical gradient-following algorithms for connectionist reinforcement learning». En: *Machine learning* 8.3-4 (1992), págs. 229-256.
- [72] Richard S Sutton y col. «Policy gradient methods for reinforcement learning with function approximation». En: *Advances in neural information processing systems*. 2000, págs. 1057-1063.
- [73] Evan Greensmith, Peter L Bartlett y Jonathan Baxter. «Variance reduction techniques for gradient estimates in reinforcement learning». En: *Journal of Machine Learning Research* 5.Nov (2004), págs. 1471-1530.
- [74] Mohit Sewak. *Deep Reinforcement Learning: Frontiers of Artificial Intelligence*. Springer, 2019.
- [75] Celiine Cavarroc y col. «Fundamental limitations on Earth-like planet detection with extremely large telescopes». En: *Astronomy & Astrophysics* 447.1 (2006), págs. 397-403.
- [76] P Martinez y col. «Comparison of coronagraphs for high-contrast imaging in the context of extremely large telescopes». En: *Astronomy & Astrophysics* 492.1 (2008), págs. 289-300.
- [77] Natalia Yaitskova y col. «The active phasing experiment: Part I. Concept and objectives». En: *Ground-based and Airborne Telescopes*. Vol. 6267. International Society for Optics y Photonics. 2006, 62672Z.
- [78] Mei Wang y Weihong Deng. «Deep visual domain adaptation: A survey». En: *Neurocomputing* 312 (2018), págs. 135-153.
- [79] Xiafei Ma y col. «Piston sensing of sparse aperture systems with a single broadband image via deep learning». En: *Optics express* 27.11 (2019), págs. 16058-16070.
- [80] Dequan Li y col. «Large-scale piston error detection technology for segmented optical mirrors via convolutional neural networks». En: *Optics letters* 44.5 (2019), págs. 1170-1173.
- [81] Xiafei Ma y col. «Piston sensing for sparse aperture systems with broadband extended objects via a single convolutional neural network». En: *Optics and Lasers in Engineering* 128 (2020), pág. 106005.

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08

Cofaseado de espejos segmentados con aprendizaje automático

- [82] Mei Hui y col. «Object-independent piston diagnosing approach for segmented optical mirrors via deep convolutional neural network». En: *Applied Optics* 59.3 (2020), págs. 771-778.
- [83] Yang Yu. «Towards Sample Efficient Reinforcement Learning.» En: *IJCAI*. 2018, págs. 5739-5743.
- [84] Athanasios S Polydoros y Lazaros Nalpantidis. «Survey of model-based reinforcement learning: Applications on robotics». En: *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 86.2 (2017), págs. 153-173.
- [85] *Tensorflow*. <https://www.tensorflow.org>.

Dailos Guerra Ramos

133

Este documento incorpora firma electrónica, y es copia auténtica de un documento electrónico archivado por la ULL según la Ley 39/2015.  
Su autenticidad puede ser contrastada en la siguiente dirección <https://sede.ull.es/validacion/>

Identificador del documento: 2426661 Código de verificación: 0v+67KTq

Firmado por: DAILOS GUERRA RAMOS UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	Fecha: 15/03/2020 11:06:07
José Manuel Rodríguez Ramos UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	18/03/2020 20:44:44
Juan Manuel Trujillo Sevilla UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	19/03/2020 09:04:22
María de las Maravillas Aguiar Aguiar UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA	30/07/2020 08:54:08