



**SEIEM**  
**XXIII**  
**Valladolid**

**2019**

# Investigación en Educación Matemática XXIII

Valladolid, 4, 5 y 6 de septiembre de 2019

Editores:

José M. Marbán, Matías Arce, Ana Maroto,  
José M. Muñoz-Escolano y Ángel Alsina

Universidad de Valladolid  
Facultad de Educación y Trabajo Social  
*Campus Miguel Delibes*



Universidad de Valladolid



[seiem2019@uva.es/](mailto:seiem2019@uva.es)  
<http://seiem2019.uva.es/>  
[@seiem2019](https://twitter.com/seiem2019)



Patrocinan:



# Investigación en Educación Matemática XXIII

## ***EDICIÓN CIENTÍFICA***

Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)  
Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada. Campus de Cartuja, s/n  
18071 Granada (España)

Dr. José M. Marbán  
Dr. Matías Arce  
Dra. Ana Maroto  
Dr. José M. Muñoz-Escolano  
Dr. Ángel Alsina

## ***Comité científico***

Dr. José M. Muñoz-Escolano (coordinador)  
Dr. Ángel Alsina (coordinador)  
Dr. Matías Arce  
Dra. María C. Cañadas  
Dra. Dolores Carrillo  
Dra. María Teresa González-Astudillo  
Dr. José Antonio González-Calero

© de los textos: los autores

Diseño del logo, cartel y portada: María Astrid Cuida Gómez  
Maquetación de la portada: Laura Conejo Garrote

ISBN: 978-84-09-16492-9  
ISSN: 1888-0762

Cítese como:

Marbán, J. M., Arce, M., Maroto, A., Muñoz-Escolano, J. M. y Alsina, Á. (Eds.) (2019).  
*Investigación en Educación Matemática XXIII*. Valladolid: SEIEM.

Las comunicaciones y los resúmenes de póster aquí publicados han sido sometidas a evaluación y selección por parte de investigadores e investigadoras miembros de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).

|  |     |
|--|-----|
| DISCURSO MATEMÁTICO DE ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA<br>CUANDO USAN EL MÉTODO ABN  |     |
| Gallego-Sánchez I., Caro-Torró, I. y Gavilán-Izquierdo, J. M. ....   | 303 |
| LECTURA DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS Y TAREAS NUMÉRICAS EN<br>ALUMNADO DE SECUNDARIA Y FUTUROS PROFESORES                            |     |
| García-Alonso, I. y Bruno, A. ....   | 313 |
| LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS NO RUTINARIOS EN EL AULA DE PRIMARIA<br>Y SECUNDARIA. UN ESTUDIO CON PROFESORES                       |     |
| García-Alonso, I., García-Díaz, A. y Camacho-Machín, M. ....   | 323 |
| CREENCIAS SOBRE LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS<br>EN ESTUDIANTES DE GRADO DE MAESTRO                              |     |
| García-Moya, M., Gómezescobar, A. y Fernández-Cézar, R. ....   | 333 |
| PLAN DE ACCIÓN PARA LA REDUCCIÓN DE LA ANSIEDAD MATEMÁTICA DE<br>LOS FUTUROS DOCENTES DE PRIMARIA PARA LA MEJORA DE SU FORMACIÓN |     |
| Garrido-Martos, R., Franco-Guijar, M., González-Calvín, C., Morand, Z. C. y Ruiz-<br>Rodríguez, L. ....                          | 343 |
| LA IMPORTANCIA DE LA UTILIDAD Y EL INTERÉS PARA EXPERIMENTAR<br>FLUJO CON TAREAS MATEMÁTICAS                                     |     |
| Gil, E., Castillo, F. J. y Montoro, A. B. ....   | 353 |
| ESTUDIO CUALITATIVO DE LOS RAZONAMIENTOS DE LOS ESTUDIANTES DE<br>PRIMARIA Y SECUNDARIA SOBRE LA MAGNITUD DE LAS FRACCIONES      |     |
| González-Forte, J. M., Fernández, C., Van Hoof, J. y Van Dooren, W. ....   | 363 |
| IDENTIFICANDO CONFLICTOS COMOGNITIVOS EN EL DISCURSO DE<br>ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS CUANDO DEFINEN                             |     |
| González-Regaña, A., Martín-Molina, V., Fernández-León, A., Toscano, R. y Gavilán-<br>Izquierdo, J. M. ....                      | 373 |
| CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA<br>EN ESTUDIANTES PARA PROFESOR DE MATEMÁTICAS                     |     |
| Hau-Yon, F. y Zapata, M. ....  | 383 |
| IDONEIDAD DIDÁCTICA EN LA REFLEXIÓN DE PROFESORES: ANÁLISIS DE<br>UNA EXPERIENCIA DE ESTUDIO DE CLASES                           |     |
| Hummes, V. B., Breda, A. y Seckel, M. J. ....  | 393 |
| EL DESARROLLO DEL CONCEPTO DE ECUACIÓN EN LIBROS ESPAÑOLES DE<br>MATEMÁTICAS DEL SIGLO XVIII                                     |     |
| Madrid, M. J., León-Mantero, C., Maz-Machado, A. y López-Esteban, C. ....  | 403 |
| INTRODUCIENDO LOS REPARTOS INVERSAMENTE PROPORCIONALES<br>DURANTE DOS CICLOS DE INVESTIGACIÓN-ACCIÓN                             |     |
| Martínez-Juste, S., Muñoz-Escolano, J.M. y Oller-Marcén, A. M. ....  | 413 |
| ¿QUÉ CONOCIMIENTOS DE LA MEDIA ARITMÉTICA TIENEN LOS ESTUDIANTES<br>AL INICIO DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA?                        |     |
| Molero, A., Gea, M. M. y Batanero, C. ....   | 423 |
| CAMBIOS EN CÓMO ESTUDIANTES PARA MAESTRO ANTICIPAN RESPUESTAS<br>DE NIÑOS DE PRIMARIA  |     |
| Montero, E. y Callejo, M. L. ....  | 433 |

# LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS NO RUTINARIOS EN EL AULA DE PRIMARIA Y SECUNDARIA. UN ESTUDIO CON PROFESORES<sup>xxiii</sup>

## Non-routine problem solving in Primary and Secondary Education. A study with teachers

García-Alonso, I., García-Díaz, A. y Camacho-Machín, M.

Universidad de La Laguna

### Resumen

*En este trabajo se analizan los resultados obtenidos al aplicar un cuestionario antes del inicio de un curso para profesores dirigido a tres tipos de docentes. Se trata de que expresen su opinión sobre el uso de la resolución de problemas en el aula de Matemáticas. Este análisis reveló similitudes y diferencias entre las opiniones que tienen estos profesores sobre cómo afrontan la resolución de problemas, cuáles son los aspectos pedagógicos que involucran su desarrollo en el aula y la forma de construir las matemáticas cuando la usan.*

**Palabras clave:** matemáticas, resolución de problemas, formación docente, heurísticos.

### Abstract

*In this paper we analyse the results from a questionnaire taken by three groups of teachers before a formative program for teachers. Through the questionnaire, teachers state their opinion about the use of problem solving in Mathematics. This analysis will show similarities and differences which these teachers have in relation to how they face the problem solving, which are the features that involve teachers' development in the classroom and how Mathematics are built when teachers use it.*

**Keywords:** Mathematics, problem solving, teachers' learning, heuristics.

### INTRODUCCIÓN

En los currículos de Matemáticas de Educación Primaria y Secundaria Obligatoria, su primer estándar de aprendizaje evaluable es: “Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada” (MECD, 2014, 2015). Este estándar, junto con los que describen la resolución de problemas como un proceso estructurado y justificado, forma parte de los criterios de evaluación que aparecen a lo largo de todo el currículo de ambas etapas educativas.

Estos hechos justifican la importancia de que el profesor de matemáticas tenga conocimientos tanto de la propia matemática, como de la resolución de problemas. Dentro de los problemas matemáticos, juegan un importante papel aquellos en los que el resolutor no conoce a priori cómo llegar a la solución. Estos problemas se denominan problemas matemáticos no rutinarios (en adelante, PMNR).

La formación inicial y continua de los profesores busca la mejora de la práctica docente y ésta pasa por dar respuesta a algunas de las cuestiones anteriores. Según Giné de Lera y Deulofeu (2014), se hace necesario cuidar la formación continua para evitar que la experiencia docente genere “una tendencia al instrumentalismo de la actividad matemática” (p. 207).

En NCTM (2014) se presentan algunas prácticas para la enseñanza de las Matemáticas, entre las que destacan la planificación e implementación de una enseñanza significativa de las matemáticas, o la evaluación de materiales y recursos curriculares que determinarán su conexión con el currículo y los estándares de aprendizaje.

En este trabajo buscamos conocer y profundizar en el conocimiento que los profesores tienen acerca de los problemas matemáticos, y, en particular de los PMNR, es decir, si los integran, y cómo lo hacen, en su trabajo diario. ¿Qué metodología consideran éstos que debe seguirse para hacer de sus alumnos buenos resolutores de PMNR? ¿Consideran que puede construirse la Matemática a partir de la resolución de PMNR? ¿Realizan una buena planificación para trabajar los PMNR? ¿Coinciden las respuestas cuando responden profesores en activo, futuros docentes o profesores formadores?

Para ello nos planteamos en este estudio los siguientes objetivos: (1) Determinar qué enfoque tienen los profesores (en activo, en formación y formadores) la resolución de problemas matemáticos no rutinarios (RPMNR) con respecto a la enseñanza de las matemáticas; (2) Conocer qué importancia dan los profesores a las fases de un proceso estructurado de resolución, y (3) Estudiar qué pautas de planificación siguen para integrar la RPMNR en el aula.

Para alcanzar estos objetivos, se diseñó un cuestionario en el que se preguntan diferentes aspectos relacionados con la RPMNR en el aula. El cuestionario, dirigido a profesores y futuros profesores de la asignatura de Matemáticas en determinados niveles de Educación Primaria (cursos 3º y 4º, 9-10 años) y Educación Secundaria Obligatoria (cursos 1º y 2º, 13-14 años), así como a los propios formadores del Proyecto, y forma parte de los instrumentos de evaluación inicial dentro del proyecto de investigación *ProyectoMates*<sup>xxiv</sup>, proyecto cuyo objetivo es la formación en la enseñanza de la resolución de PMNR y la reflexión colaborativa acerca de su práctica en el aula siguiendo para esto último las fases del proceso de estudio de clase (o *Lesson Study*): Planificar, hacer y ver, reflexionar (Isoda, 2011, p. 66).

## MARCO CONCEPTUAL

Existe mucha literatura sobre la resolución de problemas (en adelante, RP) matemáticos y su relación con su enseñanza y aprendizaje. Mientras que al principio el foco se situaba en los estudiantes, en las últimas décadas se ha centrado en los profesores, preguntándose acerca del conocimiento necesario para esta enseñanza. Así, Ball, Thames y Phelps (2008) caracterizan, a partir de las ideas de Shulman (1986), los tipos de conocimientos que debe tener un profesor de matemáticas para ejercer la práctica en el aula para garantizar mejores resultados de aprendizaje entre los estudiantes. Es lo que se conoce como el modelo *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), que considera el conocimiento del profesor en dos dimensiones principales, conocimiento matemático y conocimiento pedagógico.

Entre los conocimientos del profesor de matemáticas, se deben considerar aspectos relacionados con la resolución de problemas, y más aún si se tiene en cuenta que ésta aparece destacada en los currículos de Educación Primaria y Secundaria. En particular, Chapman (2015) nos dice que “el conocimiento del profesor acerca de la enseñanza y para la enseñanza de la competencia en resolución de problemas debe ser más amplio que su capacidad general en RP, es decir, requiere más que saber cómo resolver problemas matemáticos” (p. 31). Y las componentes necesarias que indica este autor son: conocimiento del contenido de RP, conocimiento pedagógico de RP y factores afectivos y de creencias. Aunque, como este autor sigue diciendo, no se trata de poseer estos conocimientos de forma independiente, sino interrelacionados. También Stacey (2015) indica que “en el caso de la enseñanza de las matemáticas, el resolutor tiene que traer consigo experiencia matemática, conocimiento del contenido pedagógico y conocimiento de los estudiantes, y experiencia en pedagogía general y combinar estos dominios de conocimiento con la resolución de problemas” (p. 11).

Diversos autores (Mason, 2016; Polya, 1945; Schoenfeld, 1985) se ocuparon de estudiar en profundidad los problemas matemáticos. Dentro del contexto matemático tomamos la definición de Santos-Trigo (2007), que afirma que un problema es una tarea o situación en la cual aparecen los siguientes componentes: la existencia de un interés, la no existencia de una solución inmediata, la presencia de diversos caminos o métodos de solución y la atención por parte de una persona o grupo de individuos para llevar a cabo un conjunto de acciones tendentes a resolver esa tarea. (p. 51). Remarcamos de esta definición la figura del resolutor, así como la necesidad de realizar un análisis y evaluación de estrategias durante su resolución.

Para resolver un problema, Polya (1945) estudia y establece un método de cuatro pasos o fases. Un elemento que este autor señala son las estrategias heurísticas, como aquellas que ayudan al resolutor a alcanzar la solución o soluciones de un problema. Schoenfeld (1985) también aborda el estudio del proceso de resolución de un problema, introduciendo la metacognición, que permite a un resolutor mantener un control de su progreso hasta dar con la solución. Según este autor, la metacognición es el elemento que distingue a resolutores noveles de expertos.

Otros autores han tratado de clasificar los problemas matemáticos a partir de diferentes criterios. López, Guerrero, Carrillo y Contreras (2015) ofrece una amplia clasificación de problemas: según el conjunto de soluciones, el contexto, la forma de presentarse al resolutor,... Se hace necesario distinguir ejercicio de problema. En este sentido, Borasi (1986) denomina ejercicio a una tarea que permite comprobar la adquisición de cierto algoritmo o fórmula matemática. Sin embargo, en nuestro trabajo de investigación nos centraremos en los problemas matemáticos no rutinarios (PMNR) que, en palabras de Selden, Selden, Hauk y Masonet (1999), “son tareas cognitivamente no triviales”, en las que el resolutor comienza a resolverlos sin conocer la estrategia de resolución, lo que implica que no tiene valor si éste ya los ha resuelto antes. Por ello, en adelante nos referiremos con “resolución de problemas” a la “resolución de problemas matemáticos no rutinarios”.

Existe mucha literatura sobre las bondades de la resolución de problemas y la enseñanza de las matemáticas. Ya desde el año 2000, el NCTM recomienda que la RP no se considere como una parte aislada en los currículos (NCTM, 2000). Stacey (2015) indica que “es productivo ver la enseñanza de las matemáticas como otro ejemplo de RP con matemáticas” (p. 11). De hecho, la RP entrena en el estudiante el pensamiento matemático para afianzar mejor los conocimientos de esta disciplina (Mason, Burton y Stacey, 1982).

Hatfield (1978), Gaulin (2001) y Stacey (2005) consideran tres enfoques básicos de la enseñanza de las matemáticas respecto a la RP, que guiarán nuestro trabajo: la enseñanza de las matemáticas *para* la RP, *a través de* la RP y *sobre* la RP. Gaulin (2001) hace una interpretación de Hatfield (1978), y afirma que “en los dos primeros casos la resolución de problemas está considerada como un objetivo y, en el tercer caso, como vehículo para enseñar” (p. 58).

En la enseñanza *para* la RP, los estudiantes aplican el conocimiento aprendido en clase (definiciones, propiedades, teoremas) con el fin de enseñar a resolver problemas. En la enseñanza *a través de* la RP, los conceptos de matemáticas se introducen durante la resolución de un problema. Según Santos-Trigo (2016, p. 337), existe un “período de análisis y reflexión acerca de los problemas que pueden guiar a los estudiantes en la construcción de un conocimiento profundo de las matemáticas”; además los problemas son valorados como medio principal de hacer matemáticas, permitiendo su desarrollo teórico. Y en la enseñanza *sobre* la resolución de problemas implica conocer estrategias y procesos de RP al alumnado. El profesor mostrará un conjunto de fases de resolución (como las de Polya o basadas en éstas) y las estrategias que crearán en el estudiante un histórico que les permitirá abordar una tipología mayor de problemas. Para clarificar este enfoque, hemos considerado los planteamientos de Santos-Trigo (en prensa) que incorpora algunas ideas acerca de cómo a través de la RP se puede construir la matemática cuando se utilizan TIC. En

particular, aquellos elementos matemáticos desconocidos por los estudiantes que emergen al construir y manipular diferentes situaciones problemáticas con GeoGebra. Terminada la resolución, los profesores pueden formalizar teóricamente estos elementos.

## METODOLOGÍA

Se diseñó un cuestionario que fue suministrado a 35 profesores (en ejercicio y en formación) durante el primer semestre del curso 2018-19. Cumplimentaron el cuestionario 24 profesores en activo, de los cuales 13 son de 3º y 4º curso de Primaria (que se marcarán con las iniciales Pr) y 11 son de 1º y 2º de ESO (se marcarán con Se; 7 estudiantes del Grado en Maestro de Educación Primaria de la Universidad de La Laguna (se marcarán con Es) y 4 profesores formadores (a los que nos referiremos como Fo). Los profesores formadores tienen una amplia experiencia formando a profesorado de Primaria y Secundaria en programas sobre RP utilizando una metodología innovadora. Las preguntas analizadas forman parte de un cuestionario más amplio, adaptado de otros autores (Barrantes, 2008; Cárdenas, 2014; Giaconi, Perdomo-Díaz, Cerda y Saadati, 2018).

## ANÁLISIS DEL CUESTIONARIO

A continuación, presentamos el análisis de la parte correspondiente del cuestionario para conocer los aspectos relacionados con el enfoque de la enseñanza y la RP, las fases de RPMNR y la planificación de la clase de RPMNR, tal y como se recoge en la Tabla 1.

Para los ítems 20 a 65, se categorizaron las respuestas de escala Likert (0 a 4) en dos niveles en grado de acuerdo o frecuencia: Bajo (B: 0,1,2) y Alto (A: 3,4). Hemos indicado en las tablas la frecuencia del nivel de grado modal y el total de profesores que respondieron teniendo en cuenta el colectivo al que pertenecen. En los ítems 71 a 74, los profesores valoraron de 0 a 10 la RP según una descripción sobre un hipotético procedimiento de un estudiante. En las tablas aparecerá la puntuación con que el profesor haya penalizado a este estudiante (y no la puntuación directa), para establecer un orden de importancia en la fase donde el estudiante ha fallado.

Destacaremos aquellas preguntas en las que aparezca alguna incoherencia, entendida como tal cuando haya dos preguntas equivalentes en las que se observen respuestas diferentes, o bien cuando colectivos distintos respondan de forma diferente a la misma pregunta. Estos casos se indicarán con un sombreado.

Tabla 1. Relación de categorías con ítems del cuestionario

| Categorías   | Subcategorías                      | Ítems del cuestionario |
|--|------------------------------------|------------------------|
| Enfoque de la enseñanza de las matemáticas respecto a la RPM | Matemáticas para la RP             | 20, 21, 32, 33, 60, 63 |
|  | Matemáticas a través de la RP      | 22, 24, 61, 65         |
|  | Matemáticas sobre la RP            | 23, 62, 64             |
| Fases de la RP   | Comprender                         | 51, 54                 |
|  | Trazar un plan                     | 52, 55, 71             |
|  | Ejecutar el plan                   | 50, 53, 71, 74         |
|  | Responder                          | 56, 72, 73             |
| Desarrollo profesional docente                               | Planificación                      | 40, 41, 42             |
|  | Actitud del docente frente a la RP | 34, 43, 44             |

### Enfoque de la enseñanza de las matemáticas respecto a la RP

#### *Enseñanza de las matemáticas para la RP*

Las matemáticas para la RP implican que los problemas son instrumentos de comprobación de la adquisición por parte del alumnado de una definición, procedimiento o fórmula, sea o no extraída de una situación real. Si un estudiante adquiere más conceptos podrá resolver más rápidamente los problemas propuestos, de forma que el papel del profesor es potenciar en sus estudiantes el contenido matemático y el cálculo.

Haciendo una lectura global de la Tabla 2, podemos afirmar que los profesores no enfocan la enseñanza de las matemáticas para la RP, aunque cuando se les pregunta por la función que tiene un problema dentro del aula se contradicen en la respuesta a los ítems 20 (con bajo grado de acuerdo) y 21 (con grado alto de acuerdo). Es en el ítem 21 donde aparece un matiz de aplicación “a situaciones reales” lo que creemos que causa este hecho. Esto nos hace pensar que hay aspectos de lo que se entiende por PMNR que no quedan claros, pues no saben hasta qué punto la aplicabilidad y la contextualización se relacionan en este tipo de problemas.

Tabla 2. Enseñanza de las matemáticas para la RP

| Ít. | Para mí, un PMNR es...   | Total      | Pr         | Se         | Es       | Fo       |
|-----|--|------------|------------|------------|----------|----------|
| 20  | ...un ejercicio que el profesor pone para saber si el estudiante ha aprendido una definición, fórmula o procedimiento.         | B<br>27/35 | B<br>9/13  | B<br>9/11  | B<br>5/7 | B<br>4/4 |
| 21  | ...un ejercicio en el que el estudiante puede aplicar una definición, fórmula o procedimiento matemático a una situación real. | A<br>22/35 | A<br>7/13  | A<br>6/11  | A<br>6/7 | A<br>3/4 |
| Ít. | Según usted, una característica de los PMNR es que...  | Total      | Pr         | Se         | Es       | Fo       |
| 32  | ...si alguien sabe sobre el tema puede resolverlo en 10 minutos o menos.   | B<br>28/35 | B<br>9/13  | B<br>9/11  | B<br>6/7 | B<br>4/4 |
| 33  | ...si alguien que sabe sobre el tema no los puede resolver en un corto tiempo es porque el problema no tiene solución.         | B<br>33/35 | B<br>11/13 | B<br>11/11 | B<br>7/7 | B<br>4/4 |
| Ít. | Para enseñar RP creo que debería centrar mi enseñanza en...  | Total      | Pr         | Se         | Es       | Fo       |
| 60  | ...enseñar más contenido matemático.   | B<br>32/35 | B<br>10/13 | B<br>11/11 | B<br>7/7 | B<br>4/4 |
| 63  | ...potenciar un cálculo más avanzado.  | B<br>21/35 | B<br>6/13  | B<br>8/11  | B<br>4/7 | B<br>3/4 |

#### *Enseñanza de las matemáticas a través de la RP*

La enseñanza de las matemáticas a través de la RP se caracteriza por la contextualización de los problemas y utilizarlos como motivación para la introducción de nuevos contenidos matemáticos en el aula para poder resolver dicha situación. Este enfoque requiere buscar contextos realistas que faciliten la inmersión en los nuevos contenidos matemáticos.

Todos los profesores indican estar de acuerdo con esta visión de la enseñanza, como se aprecia en la Tabla 3. La contextualización es un elemento que consideran relevante cuando se trabaja la RP.

Tabla 3. Enseñanza de las matemáticas a través de la RP

| Ít. | Para mí, un problema matemático no rutinario es...   | Total      | Pr         | Se         | Es       | Fo       |
|-----|--|------------|------------|------------|----------|----------|
| 22  | ...una situación que propone el profesor para motivar al estudiante para que aprenda nuevas definiciones, fórmulas o procedimientos. | A<br>27/35 | A<br>10/13 | A<br>9/11  | A<br>5/7 | A<br>3/4 |
| 24  | ...una situación que puede proponer el profesor para que el estudiante descubra fórmulas o conceptos relacionados con algún tema.    | A<br>30/35 | A<br>10/13 | A<br>10/11 | A<br>6/7 | A<br>4/4 |
| Ít. | Para enseñar a resolver problemas creo que debería centrar mi enseñanza en...  | Total      | Pr         | Se         | Es       | Fo       |
| 61  | ...utilizar matemáticas contextualizadas o aplicadas en el mundo real.   | A<br>32/35 | A<br>10/13 | A<br>11/11 | A<br>7/7 | A<br>4/4 |
| 65  | ...extraer problemas a partir de situaciones reales.   | A<br>35/35 | A<br>13/13 | A<br>11/11 | A<br>7/7 | A<br>4/4 |

#### *Enseñanza de las Matemáticas sobre la RP*

En la enseñanza de las matemáticas sobre la RP, los profesores enseñan a su alumnado técnicas para una correcta y organizada resolución, así como la terminología relacionada. Propondrán a sus estudiantes que aprendan varias estrategias heurísticas y formas de representación, además del establecimiento de una metodología organizada en fases del proceso de resolución.



Observamos en la Tabla 4 que los profesores contestan con alto grado de acuerdo los ítems correspondientes a este enfoque de la enseñanza de las matemáticas. Debemos destacar que el grupo de profesores de Educación Secundaria en el ítem sobre el aprendizaje de estrategias tienden a no considerarlo dentro de este enfoque de enseñanza.

Tabla 4. Enseñanza de las matemáticas sobre la RP

| Ít. | Para mí, un problema matemático no rutinario es...  | Total      | Pr         | Se         | Es       | Fo       |
|-----|---|------------|------------|------------|----------|----------|
| 23  | ...una situación que puede proponer el profesor para que el estudiante desarrolle nuevas habilidades. | A<br>33/35 | A<br>13/13 | A<br>11/11 | A<br>5/7 | A<br>4/4 |
| Ít. | Para enseñar a resolver un problema creo que debería centrar mi enseñanza en...                       | Total      | Pr         | Se         | Es       | Fo       |
| 62  | ...que aprendan muchas estrategias.   | A<br>24/35 | A<br>11/13 | B<br>6/11  | A<br>4/7 | A<br>4/4 |
| 64  | ...enseñar más formas de representación.  | A<br>28/35 | A<br>12/13 | A<br>6/11  | A<br>6/7 | A<br>4/4 |

## Fases de la RP

### *Comprender*

En esta fase los estudiantes clasifican la información en datos, objetivo y relaciones. Los profesores que den importancia a esta fase tenderán a dedicar un tiempo a asegurarse de que los estudiantes comprendan y diferencien la información para que puedan pasar a la siguiente fase.

Todos los profesores están de acuerdo con esta fase de la RP y buscan estrategias para conocer que la han desarrollado completamente (Tabla 5).

Tabla 5. Fase de Comprender

| Ít. | Cuando trabajo en el aula la RP, ¿qué grado de importancia le doy a que los estudiantes...? | Total      | Pr         | Se         | Es       | Fo       |
|-----|---|------------|------------|------------|----------|----------|
| 51  | ...expliquen lo que personalmente se entiende del problema?                                 | A<br>31/35 | A<br>11/13 | A<br>11/11 | A<br>5/7 | A<br>4/4 |
| 54  | ...distingan y separen las partes de un problema hasta comprenderlo?                        | A<br>30/35 | A<br>12/13 | A<br>8/11  | A<br>6/7 | A<br>4/4 |

### *Trazar un plan*

La selección de una estrategia que conduzca al estudiante a una solución puede venir inducida por la realización de un diagrama o la selección de materiales que permitan la manipulación. Conocer diferentes estrategias permitirá al estudiante abarcar una mayor tipología de problemas.

En general los profesores consideran importante el uso de diferentes estrategias y modos de resolución a la hora de resolver un problema. Hemos incluido en este apartado un ítem de evaluación, pues consideramos que a partir de su análisis podemos determinar qué errores son más penalizados, para inferir si dan importancia a esta fase del proceso los profesores en la RP. El valor que aparece es la penalización promedio aplicada al estudiante, de un total de 10 puntos (Tabla 6).

En particular, en el ítem 71 existen dos errores en la resolución del problema: no indicar el procedimiento (fase de trazar un plan) y no indicar los cálculos (fase de ejecución del plan).

Observamos una penalización promedio entre 3.8 (Pr) y 5.7 puntos (Es), lo cual hace un factor de importancia de la fase aquí analizada que es coherente con los resultados de los ítems 52 y 55.

Tabla 6. Fase de Trazar un plan

| Ít. | Cuando trabajo en el aula la RP, ¿qué grado de importancia le doy a que los estudiantes...?                             | Total      | Pr         | Se         | Es       | Fo       |
|-----|---|------------|------------|------------|----------|----------|
| 52  | ...hagan un diagrama o gráfico que represente la situación, o incluso utilicen material manipulativo de representación? | A<br>32/35 | A<br>12/13 | A<br>10/11 | A<br>6/7 | A<br>4/4 |

|     |   |            |            |           |          |          |
|-----|---|------------|------------|-----------|----------|----------|
| 55  | ...propongan más de una estrategia a seguir de acuerdo con las condiciones del problema?  | A<br>27/35 | A<br>11/13 | A<br>7/11 | A<br>5/7 | A<br>4/4 |
| Ít. | Usted está corrigiendo unos problemas. ¿Qué nota pondría a cada estudiante, entre 0 y 10? (Aparece penalización)  | Total      | Pr         | Se        | Es       | Fo       |
| 71  | El alumno 1 ha resuelto bien el problema y escribe directamente la solución correcta, pero no escribe ni el procedimiento que ha seguido ni los cálculos, que los hace mentalmente. | 4.7        | 3.8        | 5.2       | 5.7      | 4.2      |

### Ejecutar el plan

Los profesores y futuros profesores están de acuerdo en que hay que incidir en la fase de trazar el plan con los estudiantes. Todos los encuestados afirman la importancia de la fase de ejecución del plan, indicando una penalización promedio de entre 3.8 puntos (Pr) y 5.7 puntos (Es) para alcanzar los 10 puntos, en los ítems 71 y 74, lo que indica que es importante a la hora de corregir a un estudiante. Este resultado no es coherente con lo expresado en el ítem 50.

Tabla 7. Fase de Ejecutar el plan

|     |   |            |            |            |          |          |
|-----|---|------------|------------|------------|----------|----------|
| Ít. | Cuando trabajo en el aula la RP, ¿qué grado de importancia le doy a que los estudiantes...?   | Total      | Pr         | Se         | Es       | Fo       |
| 50  | ...lleguen al resultado o resultados exactos del problema?  | B<br>24/35 | B<br>8/13  | B<br>10/11 | B<br>5/7 | A<br>3/4 |
| 53  | ...expliquen el proceso que han seguido durante la resolución?  | A<br>33/35 | A<br>12/13 | A<br>11/11 | A<br>6/7 | A<br>4/4 |
| Ít. | Usted está corrigiendo unos problemas. ¿Qué nota pondría a cada estudiante, entre 0 y 10? (Aparece penalización)  | Total      | Pr         | Se         | Es       | Fo       |
| 71  | El alumno 1 ha resuelto bien el problema y escribe directamente la solución correcta, pero no escribe ni el procedimiento que ha seguido ni los cálculos, que los hace mentalmente. | 4.7        | 3.8        | 5.2        | 5.7      | 4.2      |
| 74  | El alumno 4 ha dado el resultado correcto, pero no se entiende muy bien cómo lo ha conseguido, porque se ha equivocado en los cálculos un par de veces.                             | 4.8        | 4.5        | 5          | 4.6      | 5        |

### Verificar la solución

Entendemos que la verificación de la solución pasa por validar el resultado numérico y la corrección en las unidades utilizadas.

Tabla 8. Fase de Verificar la solución

|     |  |            |            |           |          |          |
|-----|--|------------|------------|-----------|----------|----------|
| Ít. | Cuando trabajo en el aula la RP, ¿qué grado de importancia le doy a que los estudiantes...?  | Total      | Pr         | Se        | Es       | Fo       |
| 56  | ...validen los resultados obtenidos como posibles soluciones?  | A<br>29/35 | A<br>11/13 | A<br>8/11 | A<br>6/7 | A<br>4/4 |
| Ít. | Usted está corrigiendo unos problemas. ¿Qué nota pondría a cada estudiante, entre 0 y 10? (Aparece penalización)   | Total      | Pr         | Se        | Es       | Fo       |
| 72  | La alumna 2 ha copiado mal los datos y explica bien el procedimiento, aunque obtiene un resultado incorrecto, a pesar de haber efectuado correctamente los cálculos. | 2.6        | 2.5        | 2.4       | 2.1      | 3.2      |
| 73  | La alumna 3 explica correctamente su procedimiento, pero una vez acabados los cálculos ha escrito como resultado final 23 cm en lugar de 23 km.                      | 2.2        | 1.9        | 1.7       | 3.1      | 2        |

Observando la Tabla 8, todos los profesores valoran con un alto grado de importancia que se verifique la solución con los estudiantes (ítem 56). En cambio, en algunos de los ítems de evaluación en los que el estudiante no comprueba su solución, destaca que los valores de penalización son más bajos que en las fases anteriores (entre 1.7 puntos (Se) y 3.2 puntos (Fo)), lo

que parece indicar que los profesores son conscientes de la importancia de esta última fase, pero no la exigen a la hora de evaluarla.

## Desarrollo profesional docente

### *Planificación de las clases de RPMNR*

En este bloque analizamos cómo seleccionan los problemas que llevan al aula los profesores, es decir, si adaptan los enunciados a su grupo de estudiantes, si elaboran los problemas en equipo con otros profesores y si los suelen resolver antes de realizarlos en clase. No podemos incluir las respuestas de los futuros profesores ya que la mayoría expresa inexperiencia en esta labor.

En general, los profesores de Primaria y Secundaria nos indican que son partidarios de hacer una planificación de las clases de RP, adaptando los enunciados de problemas que seleccionan de otras fuentes acorde a su alumnado y haciendo un análisis de la solución antes de llevarlos al aula (Tabla 9). Pero este trabajo del profesorado es, en general, individual y no se trabaja de forma coordinada en el diseño de problemas. Salvo los formadores, que muestran acuerdo en diseñarlos en grupo.

Tabla 9. Planificación de la RPMNR

| Ít. | Sobre los problemas que proporciono a mis alumnos en clase:      | Total      | Pr         | Se         | Fo       |
|-----|--|------------|------------|------------|----------|
| 40  | Selecciono problemas de una colección sin variar sus enunciados. | B<br>26/35 | B<br>11/13 | B<br>8/11  | B<br>4/4 |
| 41  | Los diseñamos en conjunto un grupo de docentes de matemáticas.   | B<br>22/35 | B<br>10/13 | B<br>11/11 | A<br>3/4 |
| 42  | Los resuelvo antes de llevarlo al aula.                          | A<br>24/35 | A<br>9/13  | A<br>7/11  | A<br>4/4 |

### *Actitud del profesor frente a la RPMNR*

Por las mismas razones que en el apartado anterior, excluimos las respuestas de los futuros profesores. En general podemos considerar que los profesores en activo, a diferencia de los formadores, no necesitan conocer siempre la respuesta de un problema que vayan a llevar al aula.

Por otra parte, la Tabla 10 también muestra que los profesores de Primaria no llevarían al aula un problema que no sepan resolver, mientras que el resto de colectivos están en desacuerdo, pero todos los entrevistados están de acuerdo con pedirle ayuda a otros profesores cuando no saben la forma de resolver dicho problema. Esto podría indicar que los profesores de primaria cuidan más los aspectos de planificación, haciendo un mejor análisis de dificultades particularizado a sus estudiantes.

Tabla 10. Actitud del profesor frente a la RPMNR

| Ít. | Según usted, una característica de los PMNR es que...                  | Total      | Pr        | Se        | Fo       |
|-----|--|------------|-----------|-----------|----------|
| 34  | ...la respuesta de un problema siempre la debe conocer el profesor.    | B<br>21/35 | B<br>9/13 | B<br>8/11 | A<br>3/4 |
| Ít. | Sobre los problemas que proporciono a mis alumnos en clase:            | Total      | Pr        | Se        | Es       |
| 43  | Si no sé resolver un problema, lo descarto y no lo llevo al aula.      | B<br>16/35 | A<br>6/13 | B<br>7/11 | B<br>2/4 |
| 44  | Si no sé resolver un problema, pregunto a otros docentes de mi centro. | A<br>25/35 | A<br>9/13 | A<br>9/11 | A<br>3/4 |

## CONCLUSIONES

En este trabajo se ha analizado un cuestionario que respondieron profesores (en activo, en formación y formadores) que nos ha permitido indagar sobre el enfoque que poseen acerca de la enseñanza de las matemáticas respecto de la RP, conocer qué importancia dan estos profesores a las fases de resolución de un PMNR y estudiar qué pautas de planificación siguen para integrar la resolución de este tipo de problemas en el aula.

El análisis del cuestionario revela que todos los profesores abogan por un enfoque de la enseñanza de las matemáticas *a través y sobre* la RP, no considerando la enseñanza de las matemáticas exclusivamente *para* resolver problemas. Sin embargo, los profesores de secundaria descartan un aprendizaje profundo de estrategias, por lo que se hace necesario seguir investigando en esta línea e indagar sobre si, en la práctica, su metodología de enseñanza matemática sigue el enfoque *para* la RP, lo que corroboraría la instrumentalización de la enseñanza citada en Giné de Lera y Deulofeu (2014).

Al trabajar en el aula los RPMNR, el profesorado indica que es fundamental que se realice un proceso razonado y estructurado de resolución, aunque dando relativa importancia al uso correcto del cálculo. Pero luego observamos que penalizaban mucho al estudiante que, aunque da un resultado correcto, comete errores de cálculo. Cárdenas (2014) indica que los docentes que puntuaron de la misma forma justificaron hacerlo porque creían que había copiado. Sólo los profesores formadores mantienen coherencia en el nivel de importancia de la exactitud en el cálculo y la penalización. Otra incoherencia encontrada es la importancia asignada a la fase de respuesta, pero la penalización es más leve en la calificación. Sería conveniente seguir investigando cómo este colectivo de profesores evalúa a sus estudiantes las fases de la resolución de problemas.

Respecto a la planificación, los profesores en activo, en general, no analizan las respuestas de los problemas que llevan al aula. Sólo futuros profesores y formadores precisan conocer las soluciones con anterioridad. Podríamos pensar que los futuros profesores sienten la necesidad de tener seguridad en el aula, mientras que los formadores buscarían conocer la solución para explotar mejor la actividad. Se hace necesario profundizar en el estudio para poder contrastar estas conjeturas. Además, los formadores son los únicos que muestran disposición a planificar materiales curriculares en grupo.

Mediante el análisis de este cuestionario nos hemos acercado a la visión que tienen los profesores acerca de la resolución de problemas y la enseñanza de las matemáticas. Este trabajo inicial nos permite desarrollar nuevas líneas hacia las que dirigir la investigación relacionando los enfoques de la RP con la enseñanza y los diferentes tipos de profesores analizados. Somos conscientes de las limitaciones de este estudio debidas a dos motivos principales. Por un lado, el bajo número de profesores participantes, y por otro, la naturaleza cerrada de las preguntas del cuestionario. Por ello consideramos que en el futuro será necesario realizar un estudio cualitativo con entrevistas clínicas con las que confirmar los resultados obtenidos.

## Referencias

- Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Barrantes, H. (2008). Encuesta: creencias en la Educación Matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 3(4), 191-213.
- Borasi, R. (1986). On the nature of problems. *Educational Studies in Mathematics*, 17(2), 125-141.
- Cárdenas, J. (2014). *La evaluación de la resolución de problemas en matemáticas: concepciones y prácticas de los profesores de secundaria* (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Extremadura, Badajoz.
- Chapman, O. (2015). Mathematics teachers' knowledge for teaching problem solving. *LUMAT: International Journal on Mathematics, Science and Technology Education*, 3(1), 19-36.
- Gaulin, C. (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas. *Sigma*, 19, 51-63.
- Giaconi, V., Perdomo-Díaz, J., Cerda, G. y Saadati, F. (2018). Prácticas docentes, autoeficacia y valor en relación con la resolución de problemas de matemáticas: diseño y validación de un cuestionario. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(3), 99-120.
- Giné de Lera, C. y Deulofeu, J. (2014). Conocimientos y creencias entorno a la resolución de problemas de profesores y estudiantes de profesor de matemáticas. *Bolema*, 28(48), 191-208.

- Hatfield, L. L. (1978). Heuristical emphases in the instruction of mathematical problem solving: Rationales and research. En L. L. Hatfield y D. A. Bradbard (Eds.), *Mathematical problem solving: Papers from a research workshop* (pp. 21-42). Athens, EE. UU.: University of Georgia.
- Isoda, M. (2011). El estudio de clases: enfoques sobre la resolución de problemas en la enseñanza de matemáticas en la experiencia japonesa (C. Jadue, trad.). En J. Campos-Martínez, C. Montecinos y Á. Gonzalez (Eds.), *Mejoramiento Escolar en Acción* (pp. 65-80). Valparaíso, Chile: Salesianos Impresores.
- López, E. M., Guerrero, A. C., Carrillo, J. y Contreras, L. C. (2015). La resolución de problemas en los libros de texto: un instrumento para su análisis. *AIEM*, 8, 73-94.
- Mason, J. (2016). When is a Problem...? “When” is actually the problem! En P. Felmer, E. Pehkonen y J. Kilpatrick, *Posing and Solving Mathematical Problems. Advances and New Perspectives* (pp. 263-285). Cham, Suiza: Springer.
- Mason, J., Burton, L. y Stacey, K. (1982). *Pensar matemáticamente*. Madrid: Labor.
- MECD (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*. Madrid: Autor.
- MECD (2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Madrid: Autor.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, EE.UU.: Autor.
- NCTM (2014). *Principles to Actions: Executive summary*. Reston, EE.UU.: Actor.
- Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect mathematical method*. Nueva Jersey, EE.UU.: Princeton University.
- Santos-Trigo, M. (2007). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. México, D.F, México: Trillas.
- Santos-Trigo, M. (2016). La resolución de problemas matemáticos y el uso coordinado de tecnologías digitales. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11(15), 333-346.
- Santos-Trigo, M. (en prensa). Problem-solving in mathematics education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Suiza: Springer.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Nueva York, EE.UU.: Academic Press.
- Selden, A., Selden, J., Hauk, S. y Mason, A. (1999). Do calculus students eventually learn to solve non-routine problems? *Department of Mathematics. Technical Report. Tennessee Technical University*, 1999(5), 1-20.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Stacey, K. (2005). The place of problem solving in contemporary mathematics curriculum documents. *Journal of Mathematical Behavior*, 24(3-4), 341-350.
- Stacey, K. (2015). Mathematical thinking for classroom decision making. En M. Inprasitha, M. Isoda, P. Wang-Iverson y B. H. Yeap (Eds.), *Lesson Study: Challenges in Mathematics Education* (pp. 11-25). Singapur: World Scientific Publishing.

---

<sup>xxiii</sup> Este trabajo ha sido financiado por el Proyecto de Investigación “Resolución de problemas y competencia matemática en la educación Primaria y Secundaria y en la formación de profesores”. EDU2017-84276-R.

<sup>xxiv</sup> ProjectaMates se describe en <http://proyectamates.webs.ull.es>