

ULL

---

Universidad  
de La Laguna



**Grado en Ingeniería Mecánica**

**Trabajo Fin de Grado**

# **Diseño mecánico de un robot para el MCC**

**AUTOR:**

Álvaro Villarroel Añorbe

**TUTORES:**

Patricia Fernández Izquierdo

Antonio Mampaso Rodríguez

Isabel Teresa Martín Mateos



ULL

---

Universidad  
de La Laguna



**Grado en Ingeniería Mecánica**

## **TRABAJO FIN DE GRADO**

**Diseño mecánico de un robot para el MCC**

## **ÍNDICE GENERAL**

**AUTOR:**

Álvaro Villarroel Añorbe

**TUTORES:**

Patricia Fernández Izquierdo

Antonio Mampaso Rodríguez

Isabel Teresa Martín Mateos



## ÍNDICE GENERAL

### Memoria descriptiva

<b>0.</b>	<b>HOJA DE IDENTIFICACIÓN</b> .....	<b>1</b>
<b>1.</b>	<b>ABSTRACT / RESUMEN</b> .....	<b>2</b>
<b>2.</b>	<b>ALCANCE</b> .....	<b>3</b>
<b>3.</b>	<b>ANTECEDENTES</b> .....	<b>3</b>
	3.1. MetraLabs SCITOS A5 .....	4
	3.2. kTBot de la Fundación TEKNIKER.....	5
	3.3. Minerva .....	6
<b>4.</b>	<b>NORMAS Y REFERENCIAS</b> .....	<b>7</b>
	4.1. Disposiciones legales y normas aplicadas .....	7
	4.2. Programas de cálculo .....	7
	4.3. Bibliografía.....	7
<b>5.</b>	<b>REQUISITOS DE DISEÑO</b> .....	<b>9</b>
<b>6.</b>	<b>ANÁLISIS DE SOLUCIONES</b> .....	<b>11</b>
	6.1. Prototipo 1: prisma con estructura reticular .....	12
	6.2. Prototipo 2: prisma con perfiles comerciales .....	14
	6.3. Prototipo 3: cápsula espacial .....	15
<b>7.</b>	<b>SOLUCIÓN FINAL</b> .....	<b>16</b>
	7.1. Movilidad y estabilidad .....	19
	7.1.1. Movilidad .....	20
	7.1.2. Estabilidad .....	24
	7.2. Materiales .....	25
	7.3. Componentes.....	28
	7.3.1. Motores y ruedas.....	29
	7.3.2. Módulo inferior.....	30
	7.3.3. Módulo superior.....	32
	7.3.4. Uniones .....	34
<b>8.</b>	<b>CONCLUSIONS</b> .....	<b>36</b>

## Anexo I: Estudios previos

<b>1. Prototipo 1: cargas axiales en las barras .....</b>	<b>I.1</b>
1.1. Estructura reticular con una diagonal .....	I.2
1.2. Estructura reticular en v .....	I.6
1.3. Estructura reticular en v inversa .....	I.10
<b>2. Prototipo 2: cálculo a flexión.....</b>	<b>I.13</b>

## Anexo II: Estudios de movilidad y estabilidad

<b>0. Introducción.....</b>	<b>II.1</b>
<b>1. Módulo superior .....</b>	<b>II.2</b>
1.1. Peso de la placa superior.....	II.2
1.2. Peso de las vigas.....	II.3
1.3. Peso de la corona .....	II.4
1.4. Centros de masas .....	II.5
<b>2. Módulo inferior .....</b>	<b>II.8</b>
2.1. Peso de la placa inferior.....	II.8
2.2. Peso de las zapatas.....	II.9
2.3. Peso de los pilares.....	II.10
2.4. Centros de masas .....	II.11
<b>3. Estabilidad .....</b>	<b>II.13</b>
3.1. Datos .....	II.14
3.2. Cargas aplicadas .....	II.15
3.3. Caso 1: aceleración .....	II.16
3.4. Caso 2: carga externa.....	II.20
3.5. Caso 3: inclinación del terreno .....	II.24
<b>4. Movilidad.....</b>	<b>II.26</b>
4.1. Giro amplio .....	II.26
4.2. Giro sobre una rueda .....	II.28
4.3. Giro sobre su propio eje.....	II.29

## Anexo III: Estudio estructural

<b>0. Introducción.....</b>	<b>III.1</b>
<b>1. Estructura superior .....</b>	<b>III.4</b>
1.1. Descripción .....	III.4
1.2. Estudio mediante ©SolidWorks.....	III.5
1.3. Comprobación teórica .....	III.9
1.4. Conclusión .....	III.12
<b>2. Placa intermedia .....</b>	<b>III.13</b>
2.1. Descripción .....	III.13
2.2. Estudio mediante ©SolidWorks.....	III.14
2.3. Conclusión .....	III.18
<b>3. Módulo inferior .....</b>	<b>III.20</b>
3.1. Descripción .....	III.20
3.2. Estudio mediante ©SolidWorks.....	III.21
3.3. Comprobación teórica .....	III.25
3.4. Conclusión .....	III.26
<b>4. Placa inferior.....</b>	<b>III.27</b>
4.1. Descripción .....	III.27
4.2. Estudio mediante ©SolidWorks.....	III.28
4.3. Conclusión .....	III.32

## Anexo IV: Cálculos de potencia

<b>0. Introducción.....</b>	<b>IV.1</b>
<b>1. Resultados experimentales .....</b>	<b>IV.1</b>
<b>2. Cálculo de potencia necesaria .....</b>	<b>IV.2</b>

## Anexo V: Cálculo de uniones

<b>0. Introducción.....</b>	<b>V.1</b>
<b>1. Módulo inferior .....</b>	<b>V.1</b>
1.1. Placa inferior – Zapata .....	V.2
1.2. Zapata – Pilar.....	V.4

<b>2. Módulo superior .....</b>	<b>V.6</b>
2.1. Placa intermedia – Zapata .....	V.6
2.2. Zapata – Viga diagonal + Cuña.....	V.8
2.3. Viga diagonal – Corona circular .....	V.11

## Planos

Módulo inferior .....	P.1
Placa inferior.....	P.2
Pilar con zapatas .....	P.3
Zapata inferior.....	P.4
Pilar .....	P.5
Zapata atornillada .....	P.6
Módulo superior .....	P.7
Placa intermedia .....	P.8
Zapata superior.....	P.9
Cuña de apoyo .....	P.10
Viga diagonal .....	P.11
Corona circular .....	P.12

ULL

---

Universidad  
de La Laguna



**Grado en Ingeniería Mecánica**

## **TRABAJO FIN DE GRADO**

**Diseño mecánico de un robot para el MCC**

## **MEMORIA DESCRIPTIVA**

**AUTOR:**

Álvaro Villarroel Añorbe

**TUTORES:**

Patricia Fernández Izquierdo

Antonio Mampaso Rodríguez

Isabel Teresa Martín Mateos



## ÍNDICE

<b>0.</b>	<b>HOJA DE IDENTIFICACIÓN</b> .....	<b>1</b>
<b>1.</b>	<b>ABSTRACT / RESUMEN</b> .....	<b>2</b>
<b>2.</b>	<b>ALCANCE</b> .....	<b>3</b>
<b>3.</b>	<b>ANTECEDENTES</b> .....	<b>3</b>
	3.1. MetraLabs SCITOS A5 .....	4
	3.2. kTBot de la Fundación TEKNIKER.....	5
	3.3. Minerva .....	6
<b>4.</b>	<b>NORMAS Y REFERENCIAS</b> .....	<b>7</b>
	4.1. Disposiciones legales y normas aplicadas .....	7
	4.2. Programas de cálculo .....	7
	4.3. Bibliografía.....	7
<b>5.</b>	<b>REQUISITOS DE DISEÑO</b> .....	<b>9</b>
<b>6.</b>	<b>ANÁLISIS DE SOLUCIONES</b> .....	<b>11</b>
	6.1. Prototipo 1: prisma con estructura reticular .....	12
	6.2. Prototipo 2: prisma con perfiles comerciales .....	14
	6.3. Prototipo 3: cápsula espacial .....	15
<b>7.</b>	<b>SOLUCIÓN FINAL</b> .....	<b>16</b>
	7.1. Movilidad y estabilidad .....	19
	7.1.1. Movilidad .....	20
	7.1.2. Estabilidad .....	24
	7.2. Materiales .....	25
	7.3. Componentes.....	28
	7.3.1. Motores y ruedas.....	29
	7.3.2. Módulo inferior.....	30
	7.3.3. Módulo superior.....	32
	7.3.4. Uniones .....	34
<b>8.</b>	<b>CONCLUSIONS</b> .....	<b>36</b>



## 0. HOJA DE IDENTIFICACIÓN

Título del proyecto
Diseño mecánico de un robot para el MCC

Peticionario	Museo de la Ciencia y el Cosmos (MCC)
Dirección	Av. de los Menceyes, 70, 38205 San Cristóbal de La Laguna, Santa Cruz de Tenerife

Autor del proyecto	Álvaro Villarroel Añorbe
Titulación	Grado en Ingeniería Mecánica
DNI	79081812-S
Dirección	C/ San Miguel, 20, 38001 Santa Cruz de Tenerife
Contacto	avanorbe@gmail.com

Tutores	Isabel Teresa Martín Mateos (ULL) Antonio Mampaso Rodríguez (MCC) Patricia Fernández Izquierdo (IAC)
---------	--

## 1. ABSTRACT / RESUMEN

The objective of this project is to design the structure of an autonomous robot which can act as a guide in the Museum of Science and Cosmos (MCC). Its purpose is to make visits more attractive, offering different guide and presentation programs and being also an interesting way of scientific disclosure.

Thus, factors which can affect the security of the structure or worsen its properties are studied, as well as the required performance to ensure a proper functioning.

The model presented is stable and robust, having two interior spaces connected to each other intended to host electronic devices and systems, with load capacity for 66 lbs in the upper unit and 110 lbs in the lower one, in addition to a 165 lbs external load capacity.

El objetivo de este proyecto es diseñar la estructura de un robot autónomo que cumpla las funciones de guía en el Museo de la Ciencia y el Cosmos (MCC). Esta iniciativa se presenta con el propósito de hacer más atractivas las visitas al centro, ofreciendo diferentes programas de guía y presentación y sirviendo como instrumento de divulgación científica.

Para ello, se estudian los factores que pueden afectar a la seguridad de la estructura o empeorar sus propiedades durante su vida útil, así como las prestaciones que debe ofrecer para un funcionamiento adecuado.

Se presenta un modelo estable y robusto, con dos espacios interiores conectados entre ellos destinados a alojar aparataje, con capacidad de carga de hasta 30 kg en el módulo superior y 120 kg en el inferior, además de soportar cargas externas de hasta 75 kg.

## 2. ALCANCE

En este documento se detallará el diseño mecánico y estructural del robot del MCC, que guardará similitudes con los otros dos en aspectos básicos de diseño pero con ciertas diferencias según las exigencias de cada uno debido a las condiciones del centro, al público al que se destinará o al diseño estético deseado, entre otras cuestiones.

El proyecto consistirá en el diseño y dimensionado de un chasis desmontable de dos piezas que permita el acceso al interior del robot de manera que las operaciones de mantenimiento, reparación y perfeccionamiento se puedan realizar con la mayor facilidad posible. Además, se realiza un breve estudio de elección y tratamiento del material incluyendo recomendaciones de modo que para esta elección, que quedará en manos de la empresa a fin de permitir cambios ante posibles contingencias, se garantice la calidad y fiabilidad necesarias. También se dimensionan los motores a partir de las características de la estructura y las prestaciones requeridas.

Para ello, se incluirán planos, cálculos y estudios junto con los resultados de estos de manera que queden reflejadas la capacidad y las prestaciones del robot. No es objeto de este documento el plan de fabricación, el presupuesto y todo lo referente a la construcción del mismo, puesto que eso quedará en manos del MCC ya que dependerá de su organización y de los recursos disponibles.

## 3. ANTECEDENTES

La interacción de robots con personas en ambientes cotidianos es aún algo poco común. Aun siendo un sector en auge, sigue siendo poco frecuente ver robots funcionando en nuestro día a día, por lo que para museos de la ciencia sigue siendo una posibilidad de entretenimiento y divulgación científica a tener muy en cuenta.

Los antecedentes en los que se basará el diseño del robot deben ser modelos únicos o series pequeñas, empleados en lugares destinados a la atención al público

(museos, restaurantes, tiendas...), con interacción directa con las personas y un tamaño de alrededor de un metro.

Los ejemplos más claros, por su similitud y su calidad, se encuentran en museos y universidades a lo largo de todo el mundo:

### 3.1. MetraLabs SCITOS A5

*MetraLabs GmbH*, tal como se define en su página web, es una empresa que “produce plataformas de robots móviles profesionales e implementa instalaciones de robots de servicio para empresas”. [1] Es decir, fabrica robots y plataformas tanto para mostrar al público e interactuar con él como para la industria.

Dentro de los robots para interacción con el público se encuentran los modelos Tory, WeRobot y SCITOS A5. El primero tiene la función de conocer el inventario y la ubicación de cada producto en las tiendas, pudiendo actuar como un dependiente más de manera totalmente autónoma. Por su parte, WeRobot está pensado como guía para eventos y locales de cierto nivel, como congresos, ferias o restaurantes, con una estética más elegante y capacidad para comunicarse con otros robots del mismo modelo, así como un sistema antirrobo.

Pero sin duda, el más interesante como modelo a seguir para este proyecto es el SCITOS A5. Se trata de un robot de una estética sencilla y amable, ideal para museos y en general espacios donde pueda haber niños, y con total autonomía para desplazarse y hablar con personas en varios idiomas. Además, cuenta con una pantalla táctil donde puede reproducir vídeos o hacer juegos de preguntas para niños.

En cuanto a la parte técnica, el robot mide 1,50 metros de alto, pesa 75 kg y ofrece 18 horas de autonomía, mientras que la carga total se alcanza en 5 horas. El propio robot tiene la capacidad de detectar cuándo la batería se está agotando e ir hasta el punto de carga de manera autónoma. [2]



Fig. 1 - Presentación del robot Tim, modelo SCITOS A5.

Fuente: Tiziana Zugaro (*Deutsches Technikmuseum*)

El caso más ilustrativo entre sus clientes es el *Deutsches Technikmuseum* de Berlín, cuyo robot SCITOS A5, llamado Tim, se desplaza de manera totalmente autónoma por los 1600 m<sup>2</sup> que abarca la exposición *Das Netz* (La Red) ofreciéndose como guía para mostrar los caminos más adecuados e información adicional para hacer más completa la experiencia de los visitantes. [3]

### 3.2. kTBot de la Fundación TEKNIKER

**kTBot** es el robot guía del *Eureka! Zientzia Museoa*, un importante museo de la ciencia en la ciudad de Donostia. Su principal función es la de conducir al público por las diferentes exposiciones y salas, aportando datos y curiosidades relacionados con lo expuesto y explicando todo lo necesario para entender los contenidos. [4]

Fue fabricado entre 2010 y 2012 por la Fundación TEKNIKER, con la intención de crear un robot de servicio que fuera móvil, totalmente autónomo y multifuncional, principalmente como asistente en entornos interiores, como museos, hospitales o lugares de trabajo, entre otros.

Además de desplazarse a través de un mapeado fijo, este robot es capaz de esquivar obstáculos en movimiento, como seres humanos, lo que le da un gran valor

como robot de servicio en interacción directa con personas. Por otra parte, en la interacción con humanos, su sistema trabaja a dos niveles:

- Percepción del usuario: cuenta con funciones de reconocimiento de voz y reconocimiento de gestos, lo que permite una rápida comprensión de la situación favoreciendo una comunicación más fluida.
- Comportamiento expresivo: el sistema dispone de técnicas de síntesis y dispositivos de control de movimientos que permiten una comunicación verbal y no verbal prácticamente antropomorfa. [5,6]

### 3.3. Minerva

En el mundialmente conocido museo Smithsonian de historia de América, **Minerva** guía a los visitantes por sus instalaciones y exposiciones, ofreciendo también una opción de ver “a través de sus ojos” e incluso controlarlo.

Se trata de un robot parlante, diseñado por la *Carnegie Mellon School of Computer Science* para acomodar y conducir a la gente que lo desee por las exposiciones del museo, dando información y entreteniendo a través de uno de los tours que tiene programados, el cual es elegido por la gente que le va a seguir.

Recibe información del exterior a través de un sistema de cámaras, sensores de láser y de ultrasonidos, conociendo su posición dentro del museo a través de mapeado. Su autonomía alcanza para el total del horario de apertura del museo, tiempo durante el cual recorre entre 2 y 3 km. Su velocidad máxima es de 1,63 m/s, ligeramente superior a la velocidad que lleva una persona a paso normal. [7,8]

## 4. NORMAS Y REFERENCIAS

### 4.1. Disposiciones legales y normas aplicadas

- Norma UNE 157001:2014 - Criterios generales para la elaboración formal de los documentos que constituyen un proyecto técnico.
- CTE-DB-SE-A – Documento Básico de Seguridad Estructural del Acero

### 4.2. Programas de cálculo

En la resolución de cálculos sencillos y aproximativos se emplea el ©**Microsoft Excel 2010** para automatizar, iterar cuando proceda y probar distintos valores de dimensiones, fuerzas, etc.

Para obtener resultados de cálculos muy complejos, se hace uso de ©**SolidWorks 2012** y **2017** para realizar el modelado 3D y simulación mediante método de elementos finitos, que podrán servir tanto para fundamentar y ratificar los cálculos aproximativos como para realizar el cálculo de piezas complicadas que no se pueden simplificar.

Para realizar los esquemas de movimiento y fuerzas del robot, se emplea ©**AutoCAD 2015**.

### 4.3. Bibliografía

[1] MetraLabs GmbH / Company

(<http://www.metralabs.com/en/company>)

[2] MetraLabs GmbH / Retail

(<http://www.metralabs.com/en/shopping-rfid-robot>)

[3] Deutsches Technikmuseum / Das Netz

(<http://sdtb.de/technikmuseum/ausstellungen/2474/#c14359>)

[4] Eureka! Zientzia Museoa

(<http://www.eurekamuseoa.es/es/component/content/article/2-uncategorised/528-ktbot>)

[5] Fundación TEKNIKER

(<http://www.tekniker.es/es/robots-asistentes-que-colaboran-en-diferentes-entornos>)

[6] HispaRob, plataforma tecnológica española de robótica

(<http://www.hisparob.es/?q=node/622>)

[7] Illumin (University of Southwest California)

(<http://illumin.usc.edu/115/minerva-a-pioneer-in-everyday-robots/>)

[8] Minerva – Carnegie Mellon’s Robotic Tourguide Project

(<http://www.cs.cmu.edu/~./minerva/>)

[9] Organización Mundial de la Salud

([http://www.who.int/childgrowth/standards/cht\\_hfa\\_ninos\\_p\\_2\\_5.pdf?ua=1](http://www.who.int/childgrowth/standards/cht_hfa_ninos_p_2_5.pdf?ua=1))

[10] Organización Mundial de la Salud

([http://www.who.int/childgrowth/standards/cht\\_hfa\\_ninas\\_p\\_2\\_5.pdf?ua=1](http://www.who.int/childgrowth/standards/cht_hfa_ninas_p_2_5.pdf?ua=1))

[11] Fundación Faustino Orbegozo Eizaguirre

(<http://www.fundacionorbegozo.com/product-detail/longitud-0-2-anos-2/>)

[12] Fundación Faustino Orbegozo Eizaguirre

(<http://www.fundacionorbegozo.com/product-detail/longitud-0-2-anos-2-2/>)

[13] “*Perry’s Chemical Engineer’s Handbook*”, 6ª edición.

[14] “*Tecnología de proceso y transformación de materiales*”, M. Núria Salán Ballesteros, 1ª edición.

[15] “*Materiales para ingeniería 2*”, Michael F. Ashby / David R.H. Jones, 2ª edición.

[16] *“Técnica y práctica de la soldadura”*, Joseph W. Giachino / William Weeks.

[17] *“Prontuario Ensidesa”*, 3ª edición.

[18] © MiniTec GmbH & Co. KG

<http://www.minitec.de/produkte/komponenten/profilsystem/profile/profilserie-45/profil-45-r-90-201069-0>

## 5. REQUISITOS DE DISEÑO

Los requisitos impuestos por la empresa solicitante son claros en el ámbito funcional: el robot va a estar en constante interacción con niños, por lo que se tendrá que evitar cualquier mínimo peligro que este pueda ocasionar y además tendrá que ser capaz de soportar todo tipo de maltrato por parte de estos.

Para ello, se imponen exigencias a cumplir en el diseño:

- Robustez y estabilidad: hay que tener en cuenta que los niños se pueden subir a él, empujarlo, darle golpes, etc., y deberá ser capaz de soportar todos esos esfuerzos.
- Peso: el peso total del robot debe ser suficiente para no ser movido con facilidad por los visitantes, evitando a su vez un sobrepeso que suponga un consumo energético demasiado elevado.
- Seguridad: se evitan los bordes afilados o esquinados y se ensambla mediante uniones de gran resistencia que eviten cualquier tipo de riesgo relacionado con piezas sueltas.
- Dimensiones: la anchura debe ser suficiente para garantizar la estabilidad del robot sin superar la anchura que permiten los espacios que recorrerá durante su funcionamiento. Por su parte, la altura estará en torno a un metro, que según la OMS y la Fundación Faustino Orbegozo Eizaguirre, referentes en este ámbito a nivel internacional y nacional respectivamente, es ligeramente inferior

a la altura normal<sup>1</sup> a los cuatro años [9,10] y unos 30 cm menos que a los ocho años. [11,12]

- Accesibilidad: el acceso al interior debe resultar lo más sencillo posible, para realizar las tareas necesarias (mantenimiento, reparaciones, recambios, perfeccionamiento, avances, etc.) con la mayor facilidad.
- Autonomía: las baterías deben ser suficientemente capaces para aguantar el horario de apertura de cualquier día, el cual es de hasta 11 horas, sin necesidad de parar para cargarse.

---

<sup>1</sup> El término “altura normal” se refiere al percentil 50 en el momento de cumplir la edad en cuestión.

## 6. ANÁLISIS DE SOLUCIONES

Partiendo de los requisitos de diseño, se ha determinado una serie de características generales que deben cumplir todos los prototipos diseñados:

- El robot tendrá ruedas. Desarrollar un sistema de piernas está fuera del alcance de la tecnología y los medios de que se dispone, tiene una complejidad extremadamente alta y un coste desmesurado, mientras que las ventajas que ofrece para el uso meramente lúdico que va a tener no son un factor diferencial.
- Tendrá dos ruedas motrices fijas y dos locas. Siguiendo la línea de máxima simplicidad de los elementos motrices, tener dos ruedas motrices fijas evita el uso de sistemas mecánicos de dirección, siempre y cuando los controladores y los motores de las ruedas sean independientes entre ellos, por lo que se optará por esta opción, la cual ofrece un número ilimitado de movimientos sobre el plano como se detalla en la Fig. 2. Para dar mayor estabilidad, estas ruedas se colocarán de manera simétrica y lo más alejadas posible entre ellas, mientras que con el eje de simetría perpendicular al de estas ruedas se colocarán las dos ruedas locas. En esta imagen, se observan algunos de los movimientos que puede realizar el robot con dos ruedas motrices con pilotajes independientes. El esquema A representa la situación en que ambas ruedas giran a la misma velocidad, desplazando al robot hacia delante en línea recta. En el caso B, ambas ruedas giran en el mismo sentido a distintas velocidades, generando un movimiento de gran radio, es decir, una curva suave. El esquema C representa el caso en que una de las ruedas gira y la otra permanece quieta, convirtiéndose esta última en el centro de giro del robot de manera que este puede realizar giros de ángulos muy abiertos en poco espacio. Por último, el caso D es el del giro sobre sí mismo, que viene provocado por el giro de idénticas velocidades en sentidos opuestos de cada una de las ruedas, gracias al cual el robot será capaz de rotar sin necesidad de ningún tipo de movimiento de traslación si ello fuera necesario.

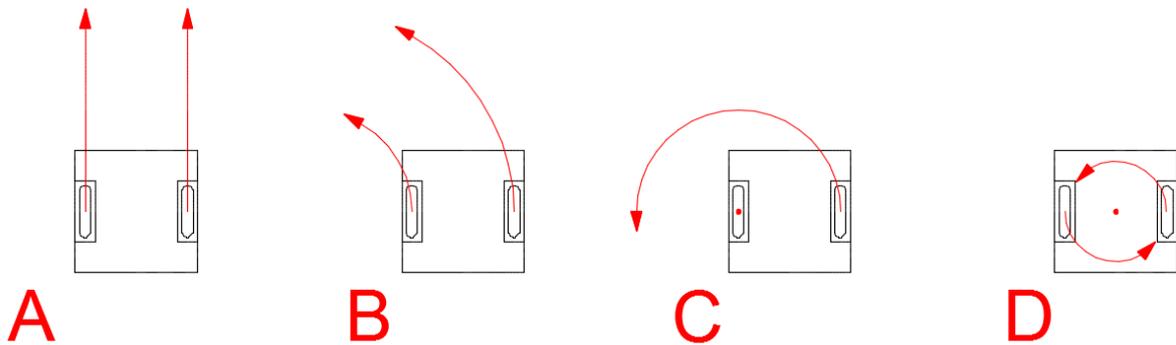


Fig. 2 - Movimientos básicos del robot sobre el plano. Fuente: Elaboración propia.

- Tendrá dos módulos independientes. Para poder acceder a cualquier parte del interior del robot de manera sencilla, debe constar de dos módulos desmontables entre sí de modo que cada uno de ellos pueda contener los elementos que se desee instalar en él ubicados de manera visible y accesible.
- Cada módulo estará apoyado sobre una placa plana. En la parte inferior se colocarán los elementos más pesados, principalmente las baterías, pero la electrónica asociada a sensores de imagen, al control de la cabeza del robot y en general a todo aquello que necesite estar a una altura determinada, se instalará en el módulo superior, por lo que ambos módulos deberán tener dicha placa.

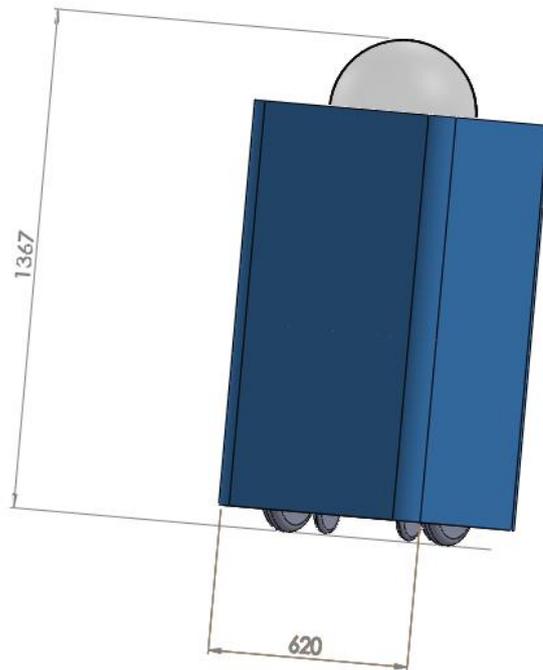
A continuación, se describen los modelos propuestos a lo largo del desarrollo de las distintas fases de diseño:

### 6.1. Prototipo 1: prisma con estructura reticular

En las primeras fases del proyecto, se diseña un modelo con la mayor simplicidad estética posible y ampliamente sobredimensionado para ir afinándolo a medida que se avance, estudiando distintos tipos de estructuras y su comportamiento ante esfuerzos plausibles en el entorno del robot.

El primer modelo tendría la apariencia externa que se observa en la Fig. 3. Se trata de un prisma cuadrado de dimensiones 1367 x 620 mm, con esquinas redondeadas de radio 55 mm. Se realiza con unas dimensiones ligeramente antropomorfas para que más adelante se pueda decorar dándole apariencia humana

con diseños estéticos que evoquen la temática del museo, como astronautas o científicos.



**Fig. 3 - Apariencia exterior del Prototipo 1. Fuente: Elaboración propia**

El módulo inferior se diseña en acero, con una placa de 20 mm de espesor y un área de 600 x 600 mm con esquinas redondeadas de radio 50 mm, cuatro perfiles cuadrados huecos 40.2 de 390 mm de longitud y dos zapatas de 100 x 100 x 5 para cada perfil, una en cada extremo del mismo, cuyas caras exteriores se sitúan a 25 mm de las caras exteriores de la placa.

Por su parte, el módulo superior, en aluminio, consta de una placa de 5 mm de espesor y, al igual que la inferior, 600 x 600 mm con esquinas redondeadas de radio 50 mm, y una estructura reticular de vigas en forma de V invertida como la que se muestra en la Fig. 4. Se diseña con esta disposición por dos razones principales: se divide el vano de las vigas de la cara superior en dos partes iguales, reduciendo hasta la cuarta parte los esfuerzos flectores en estas vigas (el momento flector depende de manera cuadrática de la longitud de la viga), a la vez que se reducen los esfuerzos axiales en las vigas ante cargas inclinadas plausibles en el entorno de trabajo del robot. (ver Anexo I)

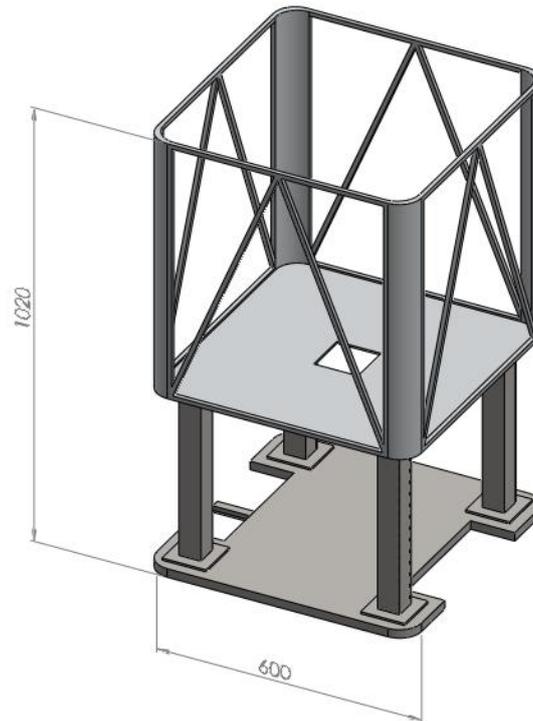


Fig. 4 - Modelo cuadrado con estructura reticular. Fuente: Elaboración propia

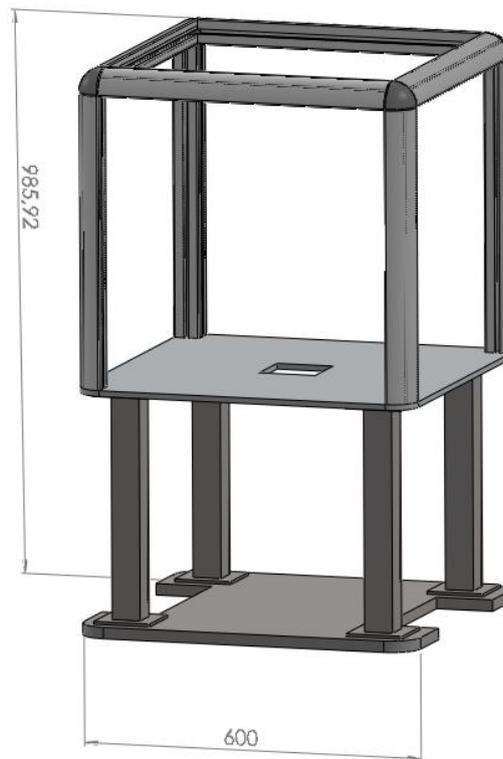
## 6.2. Prototipo 2: prisma con perfiles comerciales

Siguiendo la línea marcada con el Prototipo 1, se diseña un módulo superior con las mismas medidas que su predecesor, pero empleando perfiles comerciales de aluminio estructural en lugar de fabricar la estructura en taller.

Esto tendrá el inconveniente de que la estructura del módulo superior no podrá ser reticular, lo cual tendrá como consecuencia mayores momentos de fuerza en las vigas horizontales y uniones, pero supondrá una ventaja enorme en la fabricación y el mantenimiento al simplificar el montaje, emplear uniones comerciales en lugar de soldar las vigas y abaratar costes gracias al uso de estas en lugar de vigas de perfiles menos comunes.

Los perfiles seleccionados son MiniTec Profil 45 R 90°, principalmente por su exterior redondeado, que resuelve el problema de las esquinas. También se comprueba que su resistencia mecánica es suficiente para reemplazar a la estructura anterior de manera más simplificada y sin perder calidad estructural. El módulo inferior

es el mismo que el del Prototipo 1, pero el módulo superior queda como se observa en la Fig. 5.



**Fig. 5 - Modelo cuadrado con perfiles MiniTec 45 R 90°. Fuente: Elaboración propia**

Finalmente se descartan ambos modelos por cuestiones estéticas, escogiendo un modelo con una estética más compleja y original y una estabilidad mayor.

### 6.3. Prototipo 3: cápsula espacial

Se diseña un prototipo buscando la semejanza con la cápsula espacial Boeing CST-100, dándole al diseño además una apariencia más estable gracias a su forma cilíndrica-truncocónica y su relación anchura-altura, aumentando el espacio interior y mejorando la accesibilidad al mismo.

## 7. SOLUCIÓN FINAL

El modelo final tendrá una apariencia similar a la de una cápsula espacial, tomando como modelo a seguir la cápsula Boeing CST-100, presentando un modelo más vistoso y atractivo que guarde relación con la temática del museo (la ciencia y el cosmos). Para este modelo, de más difícil construcción que los anteriores propuestos, se realizará la mayor parte de las piezas en taller, por lo que se tratará de hacerlas lo más funcionales posible dentro de las posibilidades de fabricación. Este modelo tendrá también dos módulos (inferior y superior) desmontables.



Fig. 6 – Cápsula espacial Boeing CST-100. Fuente: © Fly News

Para diseñar este modelo, se ha tomado un límite de anchura según los espacios por los que va a pasar, se han impuesto condiciones de estabilidad, se ha comprobado la resistencia de sus componentes y su seguridad estructural ante esfuerzos extremos que vaya a soportar en sus condiciones de trabajo, se han seleccionado los materiales y se ha ido afinando, rediseñando y redimensionando hasta llegar a un modelo de estructura interna optimizado y totalmente seguro que resista las consecuencias de la interacción con niños y cualquier contingencia que pueda sufrir durante su funcionamiento dentro del museo.

Además, se ha calculado la potencia necesaria para mover el robot a una velocidad adecuada para guiar a los visitantes del museo, dejando indicada la capacidad necesaria del acumulador para que tenga una autonomía de al menos 11 horas, de modo que pueda estar operativo durante todo el horario de apertura del museo de forma ininterrumpida.

Por otra parte, se han despreciado ciertos factores, como el calor o la sobrecarga eléctrica. Las temperaturas máximas y mínimas no se consideran un factor clave porque el robot va a estar funcionando siempre en interior, dentro de un recinto climatizado a 22 °C con buen aislamiento térmico.

En cuanto a la temperatura interna del robot, el mayor riesgo reside en el sobrecalentamiento de los elementos del circuito eléctrico, que en casos extremos y completamente indeseables pueden llegar a arder. Sin embargo, cabe suponer que esto no va a ocurrir con un circuito eléctrico correctamente diseñado e instalado, ya que los propios dispositivos disponen de limitadores de temperatura que evitan dichos sobrecalentamientos. Por ello, se puede asegurar que el robot no va a sufrir durante su funcionamiento temperaturas superiores a 50 °C, ya que las baterías que se encuentran en el mercado se limitan a temperaturas entre 40 y 45 °C y los cables no van a estar en contacto directo con el chasis. Esto tampoco supondrá un peligro para los visitantes dado que en ningún momento van a tocar la estructura interna del robot.

El aluminio tiene una temperatura de fusión de 660 °C (aunque puede variar ligeramente cuando está aleado) y un coeficiente de dilatación térmica  $\alpha = 23,6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  [13]. Estos dos datos permiten asegurar que la estructura metálica no se va a ver afectada por temperaturas extremas, y por tanto se desprecia este factor.

Por su parte, la sobrecarga eléctrica no supondrá un riesgo estructural aun usando el chasis como toma de tierra del circuito eléctrico. Como el diseño eléctrico no es objeto de este proyecto, no es posible determinar si la estructura de aluminio recibirá derivaciones del circuito o no, pero la relación entre el tamaño del chasis y la potencia eléctrica del circuito es suficiente como para que el potencial eléctrico creado por una derivación no resulte peligroso ni para la propia estructura ni para quien pueda estar en contacto con ella.

Por lo tanto, el modelo definitivo se diseña enfocado principalmente en la resistencia estructural y la estabilidad, teniendo en cuenta también el coste y aspectos funcionales como el espacio interior, la durabilidad o las dimensiones exteriores, además de otros factores como la estética.

Para imitar la cápsula, se diseña un chasis como el que se muestra en la Fig. 7, cuyo despiece se detallará en Planos, compuesto por:

- Una placa de aluminio circular de espesor 10 mm, radio 500 mm, con dos agujeros rectangulares dispuestos de forma simétrica para las ruedas
- 12 zapatas de 100x100x5 mm
- 6 perfiles cuadrados 40.2 de longitud 390 mm
- Una placa de aluminio circular de espesor 2 mm, radio 500 mm, con un agujero de radio 50 mm en el centro para cables
- 6 perfiles en T de 20x12 mm y espesor 4 mm, longitud 500 mm
- Una corona circular de radio 200 mm, perfil en L 30x30 mm, espesor 2 mm
- 24 tornillos Allen cilíndricos DIN-912 M-3
- 24 tuercas hexagonales DIN-934 M-3
- 48 arandelas aislantes

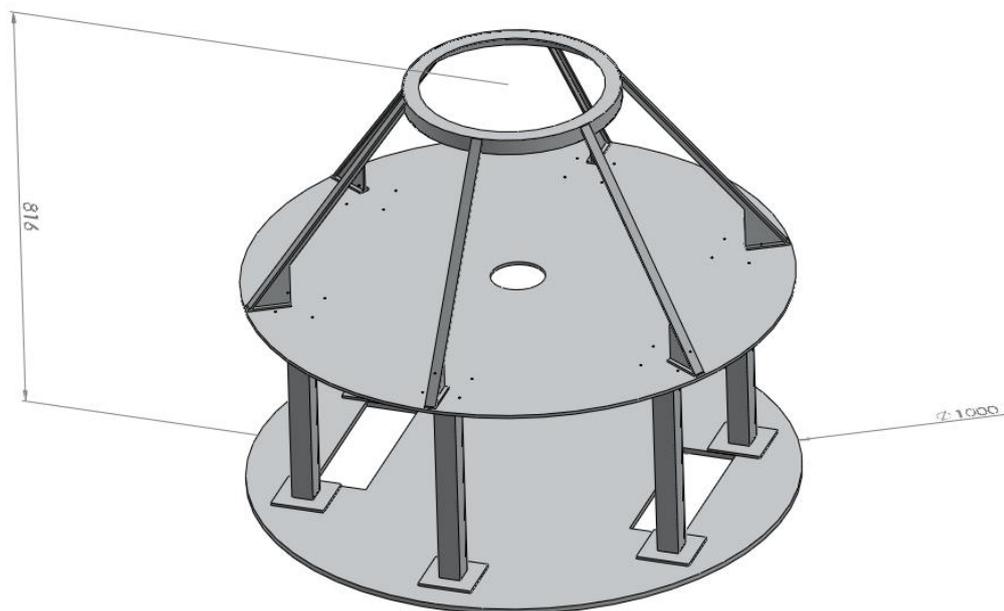
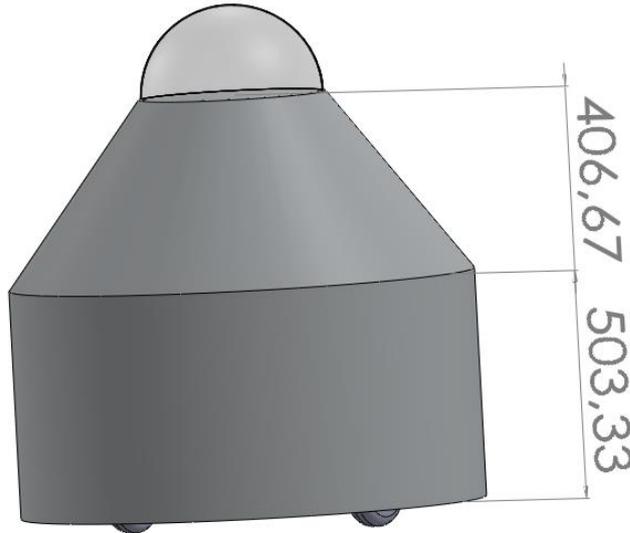


Fig. 7 - Chasis completo. Fuente: Elaboración propia

Por su parte, la apariencia externa del robot es la siguiente:



**Ilustración 8 - Apariencia externa del robot**

A continuación se detallan las prestaciones y características del diseño, exponiendo en primer lugar lo referente al movimiento del mismo, seguido de un estudio de materiales de los cuales se selecciona el más adecuado, y finalmente se detallan los distintos componentes de la estructura, dando datos sobre la capacidad mecánica de las piezas y uniones y las prestaciones de los motores.

### 7.1. Movilidad y estabilidad

La primera condición indispensable para que el robot cumpla su cometido es que sea capaz de moverse por el museo de manera autónoma y sin ningún problema. Para ello, es necesario que se mueva a velocidades adecuadas para guiar a los visitantes, que tenga un rango de movimientos amplio y funcional, que sea estable y que sea capaz de desplazarse de la manera más eficiente posible.

Para la velocidad no existe un valor estipulado del paso de una persona, ya que depende de muchos factores y puede variar considerablemente según las condiciones de cada uno, el contexto e incluso la voluntad propia. El paso natural de una persona adulta se mueve normalmente en el rango de los 4-6 km/h, que equivalen a un rango de 1,11 a 1,67 m/s, aproximadamente, siendo ligeramente inferior cuando se trata de niños. Sin embargo, en el interior de un museo la velocidad de las personas disminuye, puesto que ir a la velocidad habitual implicaría perderse aspectos interesantes de las exposiciones. Es por ello que el robot debe ir a una velocidad

menor que las antes mencionadas cuando esté guiando a los visitantes. Para ello, se impone una velocidad de 1 m/s al robot durante su funcionamiento en el museo.

### 7.1.1. Movilidad

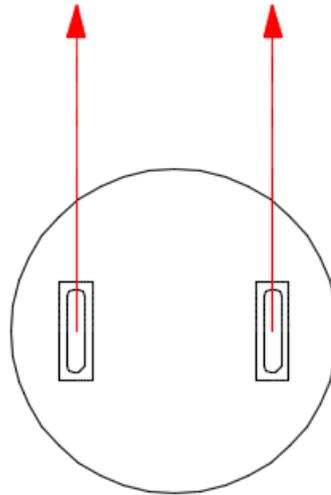
El rango de movimientos debe abarcar todo tipo de giros para que pueda moverse entre exposiciones o experimentos que dejen poco espacio para pasar entre ellos, además de para poder pararse y darse la vuelta para hablar al público, o para que el arranque tras una parada pueda ser en una dirección distinta a la que llevaba en el momento de parar.

Todo esto, tal como se impuso y se explicó brevemente en el punto 6. Análisis de soluciones, es posible cumplirlo con dos ruedas motrices ubicadas de manera simétrica entre ellas a los lados del robot.

#### *a. Movimiento rectilíneo*

El movimiento más básico es en línea recta. Para ello, ambas ruedas motrices deben girar a la misma velocidad, lo cual es de esperar que implique una misma transmisión de potencia para ambas, ya que al ser iguales y desplazarse siempre sobre un suelo firme y uniforme, el par necesario va a ser el mismo para ambas ruedas.

De esta manera, si ambas ruedas generan el mismo momento de fuerzas en sentido contrario sobre el centro de la placa (los cuales son iguales a la diferencia entre el par transmitido por los motores y el par resistente), el sumatorio de momentos es nulo por lo que la aceleración angular del robot sobre su eje será también nula, es decir, seguirá rotando sobre su eje a la misma velocidad angular a la que lo hacía, la cual también es nula si, como se indica en el párrafo anterior, ambas ruedas giran a la misma velocidad.



**Fig. 9 - Esquema de movimiento rectilíneo (vista de planta)**

En la Fig. 9 se observa un esquema del movimiento anteriormente descrito, tal como se vería la placa inferior en un plano de planta, representando mediante flechas rojas el desplazamiento que tendrían las ruedas.

### ***b. Giro amplio***

El movimiento cambia cuando una de las dos ruedas aumenta su fuerza motriz o disminuye su fuerza resistente, ya que el sumatorio de momentos sobre el centro de masas deja de ser nulo. En este caso, el momento resultante genera una aceleración angular del robot sobre su propio eje que hace que este rote a la vez que se desplaza. Esto provoca que el robot gire suavemente hacia el lado de la rueda que gira a menor velocidad, debido a la aparición de un centro instantáneo de rotación (CIR) situado en el exterior del robot sobre el cual rotarán ambas ruedas.

Esta diferencia de velocidades entre ambas ruedas resulta posible dado que los motores son independientes entre ellos y se puede programar el comportamiento del robot de tal manera que cada rueda gire a una velocidad distinta.

El radio de giro del centro de masa del robot (ver Anexo II) es el siguiente:

$$r = \frac{300 \cdot (v_2 + v_1)}{v_2 - v_1} \text{ mm}$$

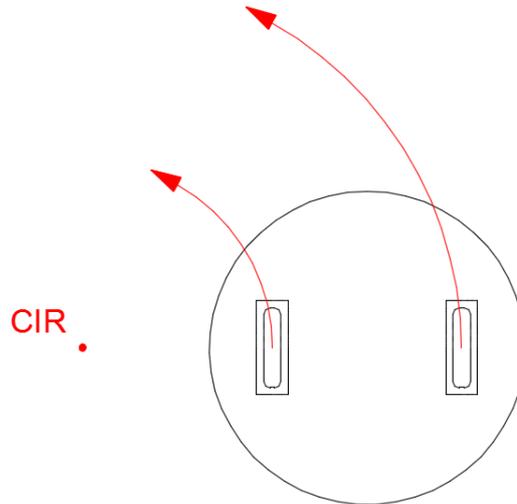


Fig. 10 - Esquema de movimiento circular (vista de planta). Fuente: Elaboración propia

En la Fig. 10 se observa cómo es el desplazamiento de las ruedas cuando una gira a mayor velocidad que la otra, en este caso siendo ambos giros en el mismo sentido, lo que provoca que ambas ruedas avancen a la vez que el robot se desplaza.

### c. Giro sobre una rueda

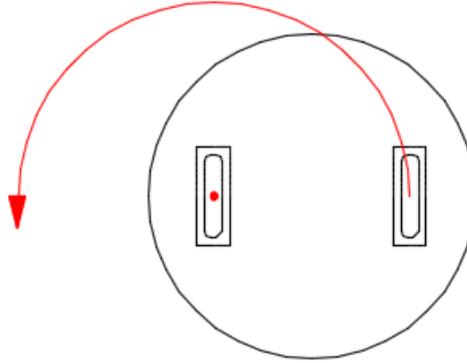
Un caso especial de giro del robot es aquel en el que una rueda gira y la otra permanece quieta, convirtiéndose esta última en el eje de giro del robot. Tomando las ecuaciones del movimiento planteadas anteriormente e imponiendo  $v_1=0$ , se comprueba que el radio de giro de la rueda estática es 0, que el radio de giro de la rueda exterior es igual a la distancia entre ambas, y que el del CDM es igual a la distancia desde dicho punto hasta la rueda que permanece estática (ver Anexo II):

$$r_1 = 0 \text{ mm}$$

$$r_2 = 600 \text{ mm}$$

$$r_{CDM} = 300 \text{ mm}$$

Si la rueda exterior gira a 1 m/s, para realizar un **giro de 180°**, empleará aproximadamente **1,885 s**.



**Fig. 11 - Esquema de giro sobre una rueda (vista de planta)**

En la Fig. 11 se observa el caso concreto de una rueda estática y la otra en movimiento, donde el CIR cae sobre la rueda izquierda al permanecer esta a velocidad nula.

#### ***d. Giro sobre su propio eje***

Otro movimiento destacable de entre los que permite esta disposición de las ruedas es el que se observa en la Fig. 12, donde ambas ruedas giran a la misma velocidad pero en sentido contrario, haciendo que el eje de simetría del robot se convierta en su eje de giro y por tanto haciendo que este rote sobre sí mismo sin desplazarse. Esto se debe a que, como se definió antes, la velocidad de dicho eje es igual al promedio de las velocidades de ambas ruedas, al encontrarse este equidistante de ambas.

Esto da al robot mucha movilidad en espacios reducidos, algo necesario en algunos puntos del museo, ya que puede cambiar su dirección tanto como sea necesario sin necesidad de moverse del punto en que se encuentra.

Por lo que, para realizar un **giro de 180°**, empleará aproximadamente **0,942 s**.

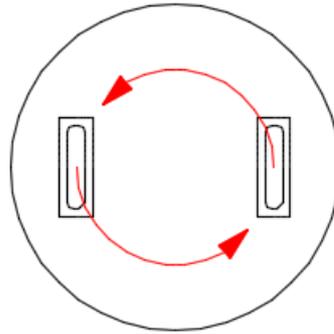


Fig. 12 - Esquema de giro sobre su propio eje (vista de planta). Fuente: Elaboración propia

### 7.1.2. Estabilidad

Según los cálculos detallados se encuentran en el Anexo I, la estabilidad del robot ofrece los siguientes resultados:

- Aguanta **aceleraciones de hasta  $7,5 \text{ m/s}^2$** , un valor muy superior a la máxima aceleración alcanzable por el robot. Por ponerlo en contexto, es el equivalente a acelerar de 0 a 100 km/h en 5 segundos.
- Soporta **cargas externas de hasta 137 N** (aprox. 14 kgf) en las peores condiciones, es decir, aplicado sobre el punto más alto de la parte vertical en la dirección exacta del vuelco.
- En reposo o a velocidad constante, puede mantener la estabilidad en **suelos inclinados hasta  $30^\circ$** .

Como el interior del robot va a contener gran cantidad de elementos, algunos de ellos muy pesados, cuya distribución no es objeto de este proyecto, los resultados se han calculado para un **factor de seguridad 2** de excentricidad, es decir, la fuerza resultante entre el peso de la estructura y las cargas soportadas siempre tiene que recaer más cerca del centro que de cualquier rueda. No obstante, el centro de masas siempre quedará a una altura menor que la calculada dado que los elementos más pesados (baterías, motores...) se ubicarán sobre la placa inferior, quedando por debajo del CDM calculado, lo cual solo favorece la estabilidad.

Estos resultados son además en situaciones muy propensas al vuelco que rara vez se van a dar. La aceleración, como se indica anteriormente, nunca va a ser tan grande como la necesaria para volcar, mientras que durante el funcionamiento habitual del robot no va a haber ningún plano inclinado puesto que el suelo del museo es

completamente llano. En cuanto a las cargas externas, el cálculo se realiza suponiendo que la rueda opuesta al punto donde se ejerce esta carga, es decir, la rueda sobre la que volcaría el robot, está totalmente anclada, ya sea por el freno del propio robot o por algún obstáculo, cosa que ocurrirá de manera muy accidental puesto que el freno va a ser el propio motor, por lo que el robot podrá rectificar de manera suave ante las cargas externas para mantener su estabilidad.

En conclusión, el robot se va a poder mover por el suelo del museo sin ningún problema, pudiendo realizar movimientos de todo tipo y manteniendo una buena estabilidad en todo momento.

## 7.2. Materiales

El material óptimo para esta estructura es el aluminio, por su oferta en el mercado, su baja densidad, su sencillez para ser trabajado, una resistencia mecánica aceptable y costes bastante reducidos.

Otros materiales pueden ser interesantes pero no reúnen todas las características necesarias como lo hace el aluminio. Algunos materiales estructurales son más resistentes, otros más ligeros, pero todos han sido descartados por alguna razón:

- **Acero:** es el material estructural por excelencia, empleado en el hormigón armado, en estructuras fijas al aire libre (marquesinas, soportes, vías ferroviarias...), en herramientas, envases, sistemas mecánicos, y una lista casi infinita de usos en los que antaño se incluía incluso la estructura de los vehículos. Sin embargo, hoy en día ha perdido muchísima importancia en este último campo debido a que su gran densidad ( $7850 \text{ kg/m}^3$ , casi el triple que el aluminio) aumenta considerablemente el peso del vehículo provocando un aumento casi inadmisibles del consumo energético. Por esta misma razón se descarta, puesto que una estructura de acero supondría un peso propio de casi 100 kg para la estructura.
- **Titanio:** es uno de los materiales cuyo uso se encuentra en mayor crecimiento en los últimos años, empleado en aplicaciones que requieran mucha resistencia y poca densidad como las prótesis o la industria aeronáutica [14], por lo que *a priori* es un candidato a tener en cuenta para esta estructura. Las

razones por las que se descartan son de mercado: un precio mucho más alto que el del aluminio como material y un coste de trabajo (mecanizado, corte, soldadura...) realmente elevado, además de una presencia no muy importante en el mercado, lo convierten en un material poco accesible que encarecería innecesariamente el proyecto.

- **Fibra de carbono:** uno de los materiales que están marcando esta época en la tecnología y la industria, empleado principalmente en vehículos, material deportivo de alta calidad, elementos de seguridad (casco, etc.) y en general aplicaciones estructurales que requieran una densidad lo más baja posible. Sin embargo, como ocurre con el titanio, es aún un material realmente caro y poco accesible para aplicaciones que no sean de alta calidad, por lo que no es una opción válida para este uso. [13]

Dentro del aluminio, existe una gran variedad de aleaciones cuyos límites elásticos oscilan en intervalos muy grandes, por lo que se realizará un estudio de las ventajas e inconvenientes de las aleaciones más comunes.

Las series de aleaciones más frecuentes son: [15]

- **Serie 1000:** cercano al aluminio puro, más de 99 % Al. Es poco resistente, pero dúctil y buen conductor.
- **Serie 2000:** aditivo principal Cu, se puede endurecer por maduración (revenido o maduración natural).
- **Serie 5000:** aditivo principal Mg, se puede endurecer por trabajo en frío, soldable.
- **Serie 7000:** aditivos principales Zn y Mg, de gran resistencia, se puede endurecer por maduración.

A grandes rasgos, los valores más importantes de las principales series de aleaciones son:

Metal	Precio (US\$/Ton)	Densidad (g/cm <sup>3</sup> )	Mód. de Young (GPa)	Lím. Elástico (MPa)
<b>Aluminio</b>	1180	2,7	71	25-125
<b>Serie 1000</b>	1180	2,7	71	28-165
<b>Serie 2000</b>	1430	2,8	71	200-500
<b>Serie 5000</b>	1300	2,7	71	40-300
<b>Serie 7000</b>	1430	2,8	71	350-600

Tabla 1 - Comparación de aleaciones de aluminio [15]

Se observa que las series 2000 y 7000 ofrecen un comportamiento estructural considerablemente superior a las demás, por lo que es recomendable emplear aleaciones de estos tipos. No obstante, a fin de simplificar al máximo el trabajo de fabricación, se estudia y se dimensiona la estructura para una aleación óptima (aluminio 7075) y para una de baja resistencia mecánica (aluminio 1060), plasmando el caso más favorable y el más desfavorable como referencias y quedando a elección de la empresa la elección del tipo de aleación, de modo que se flexibilice la opción de tomar retales de otros proyectos, reutilizar piezas o seleccionar la aleación más accesible a nivel comercial.

Lo que sí resulta imprescindible, y es una de las razones por las que se pretende flexibilizar la elección del material, es que **toda la estructura**, exceptuando los tornillos, **debe ser de una misma aleación**, para evitar pares galvánicos que generen corrosión y dañen la estructura y para obtener una mayor calidad en las soldaduras. Los tornillos serán de acero, puesto que al ser piezas pequeñas no varían demasiado el peso del robot, mientras que la resistencia mecánica sí aumenta considerablemente ya que son elementos fundamentales en la estructura.

La corrosión es sin duda uno de los grandes problemas a los que se enfrenta el robot a nivel estructural, puesto que puede esta puede quedar debilitada en puntos clave, reduciendo su resistencia mecánica, su calidad y su durabilidad pudiendo dejarla prácticamente inservible. Existe una serie de factores favorables y desfavorables para la resistencia a corrosión de la estructura que hay que tener en cuenta:

En primer lugar, se detallan las condiciones que favorecen la durabilidad del material:

- La estructura va a estar en el interior del robot, protegida en gran parte de las inclemencias atmosféricas. La única parte que va a quedar expuesta va a ser la cara vista de la placa inferior, la cual va a estar parcialmente protegida por los bajos de la carcasa.
- El aluminio anodizado es un material de una gran resistencia a corrosión.
- Fabricando toda la estructura en un mismo material, el par galvánico en las uniones es nulo.

- El robot va a funcionar siempre en interior, por lo que las corrientes de aire van a ser prácticamente nulas y los cambios de temperatura y humedad van a ser menos bruscos que en exterior.

A continuación, se desarrollan los condicionantes que implican un mayor riesgo de corrosión:

- Las uniones atornilladas son puntos con un gran riesgo de corrosión debido al contacto acero-aluminio y a las grandes tensiones generadas entre ambos, por lo que habrá que tratarlos con especial atención.
- Aun estando en interior, el ambiente es húmedo.
- Dentro del propio robot, es posible que se instalen ventiladores para enfriar ciertos dispositivos o sistemas, por lo que se pueden generar corrientes de aire caliente en el interior del robot que favorezcan la corrosión de la estructura. No obstante, este inconveniente se vería manifestado a muy largo plazo.

Ante estos factores, se debe tomar una serie de medidas de protección. La primera medida, como se comenta en el primer punto de los factores en contra, es evitar el contacto acero-aluminio mediante arandelas aislantes de plástico, que se colocarán a pares, una en el lado de la cabeza del tornillo y la otra en el lado de la tuerca, siempre entre dichas piezas y las planchas de aluminio.

Otra medida indispensable es, como se indica entre los factores a favor, emplear aluminio anodizado, algo fundamental si se trabaja en ambientes húmedos. El aluminio anodizado, como su nombre indica, ha sido sometido a anodización, es decir, se ha oxidado intencionadamente para que su propio óxido (la alúmina) cree una capa protectora, proceso que encarece ligeramente el material pero que, como se indica anteriormente, resulta imprescindible en el entorno en que va a funcionar el robot.

### 7.3. Componentes

El modelo, como ya se ha comentado en anteriores apartados, se divide en un módulo inferior y uno superior, los cuales están unidos mediante tornillos de manera que la unión entre ambos sea desmontable. De este modo, se facilita el acceso a los diferentes componentes de manera rápida y cómoda, uno de los requisitos indispensables de diseño. Además de esto, es necesario dimensionar y escoger los motores y las ruedas para lograr la movilidad deseada para el robot.

### 7.3.1. Motores y ruedas

Como se detalla en el Anexo IV, la potencia que se requerirá para que el robot se desplace será de unos 315 W (asumiendo un peso total de 90 kg), es decir, unos 160 W por motor, por lo que se buscan en el mercado motores que tengan una potencia superior a los 200 W. La opción óptima es el **Self-Balancing Scooter Hoverboard Electric Spare Parts Wheel / motor 10 inch**, repuestos de ©Hoverboard que incluyen motor y rueda además de un conjunto de cables de alimentación que llegan a este a través de un eje hueco. Su comercialización a gran escala y su sencillez permiten que su coste sea considerablemente inferior al de otros motores eléctricos de características similares que se encuentran en el mercado.

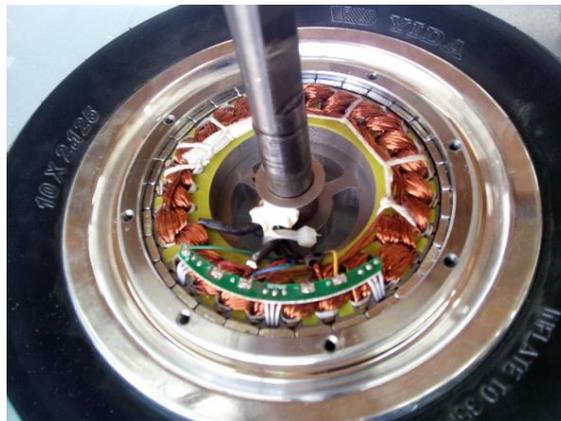


Fig. 13 - Interior de la rueda-motor Hoverboard 10 inch. Fuente: Miguel Torres (ITER)

Estos sistemas contienen el motor en el interior de la rueda reduciendo el volumen necesario y evitando todo tipo de pérdidas por transmisión de energía cinética. Se trata de un motor *brushless* de 350 W de potencia, con un par máximo de 40 Nm y un límite de velocidad de 250 rpm (1,31 m/s), que opera a 36 V.

En su aplicación original como ruedas de patín controladas electrónicamente, dicho control pilota la aceleración pero también el frenado, por lo que no va a ser necesario un sistema de frenado mecánico, reduciendo de esta manera el peso del robot y su tendencia a calentarse y aumentando su rendimiento.

Sobredimensionar en baterías no resulta un problema dado que su precio no es excesivo y así se consigue que estas no trabajen con porcentajes de carga demasiado

bajos, por lo que para dimensionar la batería se va a tomar como gasto energético la potencia máxima calculada. De esta manera, la capacidad del acumulador (el cual debe ser seleccionado por personal cualificado de la empresa) debe ser de al menos **4,4 kWh**, o lo que es lo mismo, **36 V 122 Ah** o sus equivalentes.

### 7.3.2. Módulo inferior

El módulo inferior debe ser muy robusto puesto que va a soportar todo el peso de la estructura, tanto el del módulo superior como el peso propio, más el de todos los componentes eléctricos, electrónicos, de control y auxiliares del robot, además de las fuerzas externas que se deban prever.

Como se ve en la Fig. 14, este módulo consta de la placa inferior, de 20 mm de espesor, y seis pilares de perfil cuadrado 40.2 dispuestos en simetría radial y apoyados en ambos extremos sobre zapatas de 100 x 100 x 5 mm que cumplirán las funciones de disipadores de tensiones y de superficie disponible para uniones desmontables. Además, tiene un perfil cuadrado de 20 mm de lado y 2 mm de espesor que abarca el espacio entre ambos agujeros en la cara inferior de la placa, que rigidiza dicha placa y contiene en su interior los ejes de las ruedas anteriormente descritas.

Los seis pilares están ubicados con sus ejes en simetría radial, equidistantes del eje de simetría a 350 mm de este, pero con sus caras paralelas entre ellas, de forma que se generan dos ejes de simetría diametrales en direcciones ortogonales. Se sitúan de forma que quede un pilar anterior, uno posterior y dos en cada lateral, de forma que los esfuerzos del frontal y el trasero caigan sobre las ruedas locas y que en cada lateral quede un pilar a cada lado de la rueda. De otra manera, los pilares laterales habrían quedado ubicados en el vano que queda en el lado exterior de la rueda empeorando la resistencia de la estructura.

Las zapatas se sueldan los extremos de los pilares por sus caras más anchas, quedando concéntricas a los mismos, de manera que quedan en voladizo 30 mm a cada lado, donde se practican los agujeros para los tornillos.

El peso de este módulo es de **23,1 kg**, de los cuales 19,6 (un 85 % del total) son de la placa inferior, mientras que cada pilar, junto con sus dos zapatas correspondientes, pesa 590 gramos.

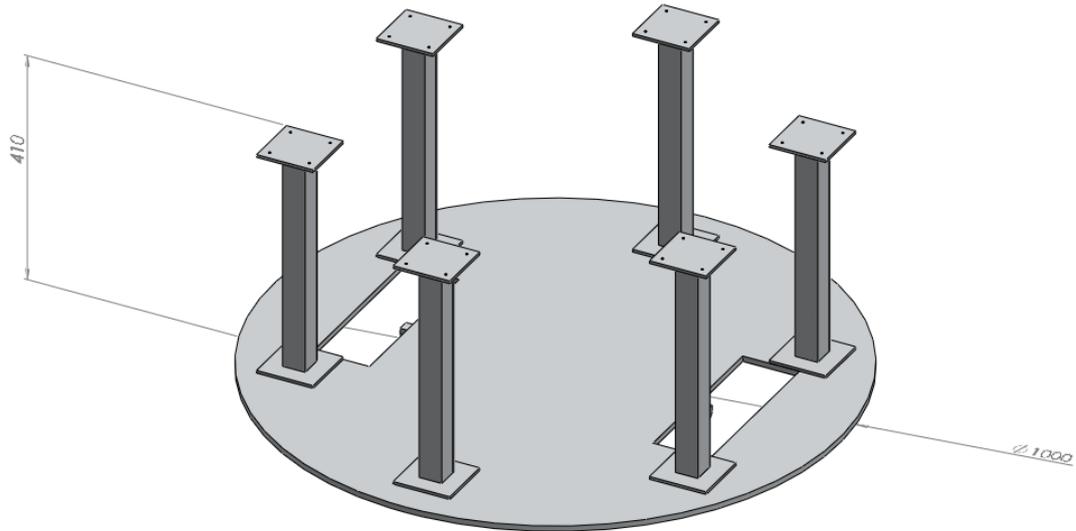


Fig. 14 - Módulo Inferior. Fuente: Elaboración propia

Tomando como área válida la que queda limitada por los pilares anterior y posterior y los huecos de las ruedas (700 x 500 mm), la capacidad volumétrica de este módulo es de **140 litros**.

Este módulo es capaz de soportar en condiciones de seguridad las cargas máximas aplicables sobre el módulo superior, así como una carga adicional de **120 kg** sobre la placa inferior. En la Fig. 15 se observa el comportamiento de este módulo ante una carga externa de 1100 N aplicada sobre la placa intermedia, comprobando que el comportamiento del mismo ofrece resultados favorables. (ver Anexo III)

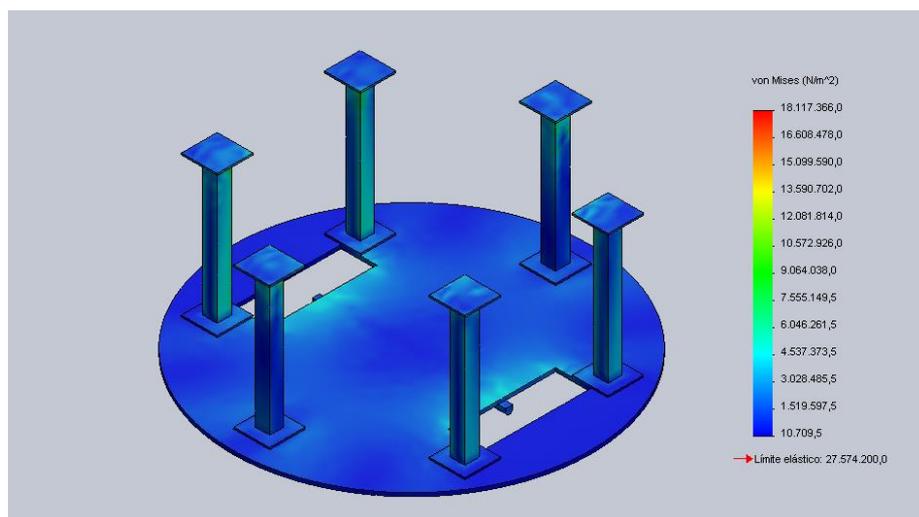


Fig. 15 - Estudio estructural del módulo inferior. Fuente: Elaboración propia

Por su parte, la Fig. 16 representa mediante escala cromática las tensiones que sufre la placa inferior al soportar 1200 N sobre su cara superior y 125 N en cada una de las zapatas. De manera visual, se observa también cómo se deforma ante estas cargas.

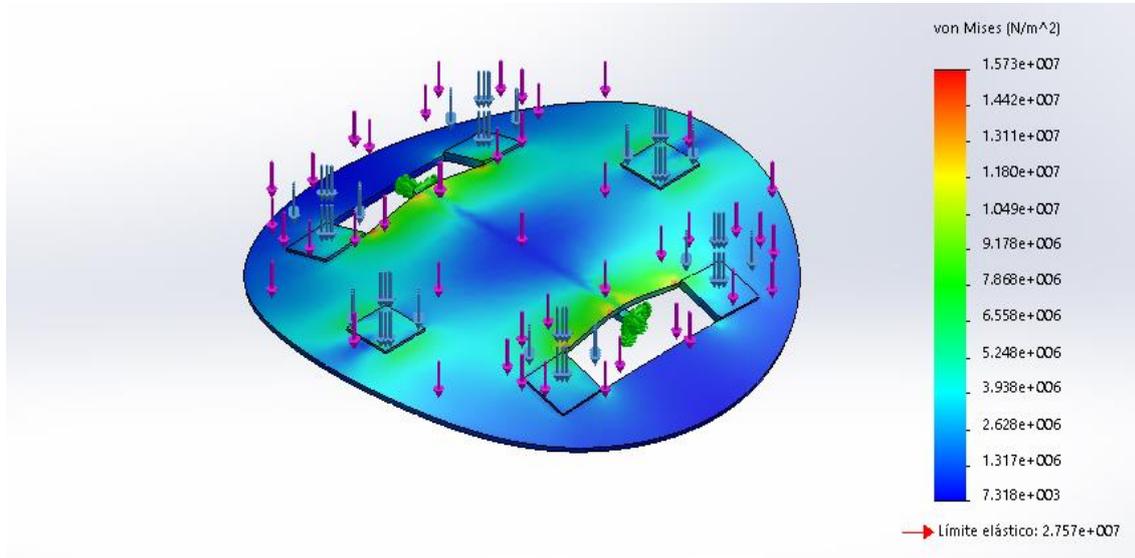


Fig. 16 - Estudio estructural de la placa inferior. Fuente: Elaboración propia

### 7.3.3. Módulo superior

El módulo superior es más ligero para evitar cargas excesivas de peso propio en una parte de la estructura que no va a soportar esfuerzos demasiado grandes.

La corona superior tendrá perfil en L por razones más funcionales que estructurales: el ala vertical servirá de superficie de contacto para la soldadura de las vigas diagonales, mientras que el ala horizontal servirá de soporte a la carcasa y a la esfera de cristal que se pondrá a modo de cabeza.

Por otra parte, las vigas diagonales tendrán perfil en T para tener una inercia y un módulo resistente elevados con poco material y a la vez servir de sujeción a la carcasa. A modo de disipadores de tensión, se le soldará a cada viga una zapata en el extremo inferior y una cuña de aluminio en el ángulo interior que se forma entre el perfil y la placa, ya que este va a ser el punto crítico.

La placa tiene un espesor de 2 mm y un agujero central para cables. Irá soldada a las zapatas de las vigas diagonales y atornillada a las zapatas de los pilares del módulo inferior.

El peso de este módulo es de **5,8 kg**.

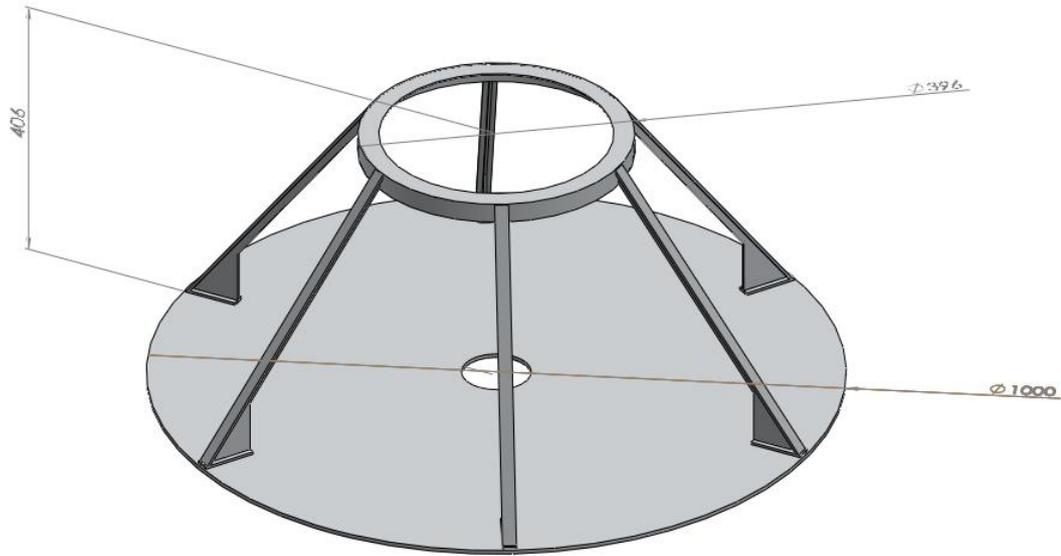


Fig. 17 - Módulo Superior. Fuente: Elaboración propia

Tomando como área válida la que queda limitada por las caras interiores de las zapatas (diámetro 800 mm), la capacidad volumétrica de este módulo es de **100 litros**.

Este módulo es capaz de soportar en condiciones de seguridad hasta **100 kg de carga externa** además de los pesos propios (18 kg por pilar) y **22 kg de carga sobre la placa**. En la Fig. 18 se observa el comportamiento de la estructura de vigas ante una carga externa de 175 kg, cumpliendo con el valor máximo de 27,57 MPa, correspondiente al límite elástico del aluminio, pero con un factor de seguridad inferior al impuesto, como se observa en los resultados ofrecidos en la tabla 2.

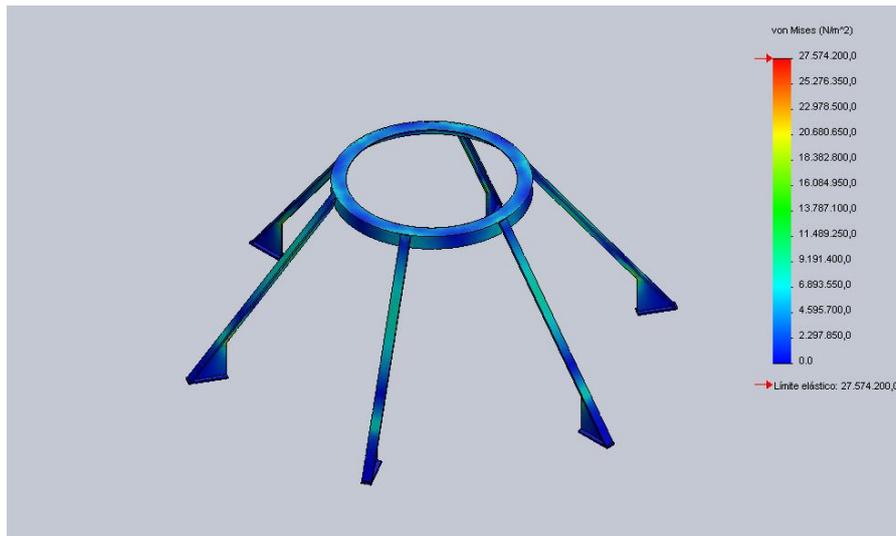


Fig. 18 – Estudio estructural del módulo superior. Fuente: Elaboración propia

	Tensión (MPa)	Desplazamiento (mm)
©SolidWorks	25,49	0,265
Método teórico	25,67	0,273
Valor límite	27,57	1,40
<b>Factor de Seguridad</b>	<b>1,07</b>	<b>5,13</b>

Tabla 2 – Resultados del estudio del módulo superior

### 7.3.4. Uniones

Como ya se ha ido comentando a lo largo de la descripción de las distintas partes del modelo, las uniones serán soldadas, salvo aquellas que deban ser desmontables, que serán atornilladas.

Los cordones de soldadura se realizarán mediante soldadura TIG (Tungsten Inert Gas), en la cual el arco eléctrico salta desde un electrodo de tungsteno infusible empleando gas inerte, generalmente helio o argón, como atmósfera protectora y añadiendo material de aportación de manera externa mediante varillas del mismo material que las pletinas a soldar. Esta soldadura se puede emplear en cualquier posición y es recomendable para soldar aluminio, por lo que se aplica a todas las uniones no desmontables del chasis. [16]

Los tornillos son de tipo Allen por afinidad al método de trabajo de la empresa, imponiendo rosca métrica 3 de acuerdo con los cálculos realizados en el Anexo III.

En orden ascendente, la lista de uniones es la siguiente:

Piezas unidas		Nº de uniones	Tipo de unión	Características
Placa 10 mm	Zapata 100x100x5	6	Soldadura a solape	Aplicada por todo el perímetro
Zapata 100x100x5	Perfil 40.2	12	Soldadura de ángulo interior	Aplicada en las caras exteriores del perfil, por todo el perímetro
Zapata 100x100x5	Placa 2 mm	6	Unión atornillada	Cuatro tornillos Allen cilíndricos DIN-912 M-3 por zapata, pasantes a la placa y roscados a la zapata
Placa 2 mm	Zapata 80x20x4	6	Soldadura a solape	Aplicada por todo el perímetro
Zapata 80x20x4	Cuña	6	Soldadura de ángulo interior	Aplicada a ambos lados de la cuña
Zapata 80x20x4	Perfil T 20x15	6	Soldadura de ángulo interior	Aplicada por todo el perímetro visto
Perfil T 20x15	Corona circular	6	Soldadura de ángulo interior	Aplicada por todo el perímetro, excepto las caras inferiores de las alas del perfil

## 8. CONCLUSIONS

This project details the design of a robot chassis for interaction with children, with an external appearance similar to a space capsule. This structure is 81 cm tall and 1 m wide, weighing 30 kg, having a cylindrical lower part and a frustoconical upper part, and is designed in aluminum. It has two modules removable from each other, which allows the inside of the robot to be accessible when required.

The upper module is the structure of the frustoconical part, having six beams directly holding the case of the robot and a 2 mm thick round plate supporting these beams structure. This module can carry loads up to 22 kg with a volume capacity of 100 dm<sup>3</sup>. It is also able to support external loads up to 100 kg

The lower module is inside the cylindrical part, with six vertical beams which hold the upper module and a 10 mm thick round plate as the base of the structure. This module is 40 cm tall and is able to carry 120 kg loads with 140 dm<sup>3</sup> volume capacity, as well as all the loads that the upper module is able to hold. In order to make both modules removable from each other, they are joined by screws.

The robot is able to move in any way on the plane, which allows it to move properly in narrow spaces. Stability is one of its greatest qualities, keeping stability in extremes conditions of acceleration (7,5 m/s<sup>2</sup>) or loads (up to 137 N lateral loads), both far from normal conditions, besides being able to move on floors with 30° inclination.

San Cristóbal de La Laguna, a 9 de julio de 2017

Fdo.: Álvaro Villarroel Añorbe



ULL

---

Universidad  
de La Laguna



**Grado en Ingeniería Mecánica**

## **TRABAJO FIN DE GRADO**

**Diseño mecánico de un robot para el MCC**

### **ANEXO I: ESTUDIOS PREVIOS**

**AUTOR:**

Álvaro Villarroel Añorbe

**TUTORES:**

Isabel Teresa Martín Mateos

Antonio Mampaso Rodríguez

Patricia Fernández Izquierdo



## Índice

<b>1. Prototipo 1: cargas axiales en las barras</b> .....	<b>I.1</b>
1.1. Estructura reticular con una diagonal .....	I.2
1.2. Estructura reticular en v.....	I.6
1.3. Estructura reticular en v inversa .....	I.10
<b>2. Prototipo 2: cálculo a flexión</b> .....	<b>I.13</b>



## 1. Prototipo 1: cargas axiales en las barras

La estructura reticular del módulo superior mide 600 x 600 x 600 mm, por lo que todas las posibles disposiciones que esta pueda tener deben cumplir con esas dimensiones.

Para hallar los esfuerzos normales de cada viga en las distintas estructuras, se estudia analíticamente el comportamiento de una de sus caras idealizándolas como estructuras isostáticas de barras (dos restricciones de desplazamiento y una de giro), de manera que quede un problema de dos dimensiones y resolución analítica sencilla. Más adelante se comprobará la validez de estos cálculos mediante software de simulación por método de elementos finitos.

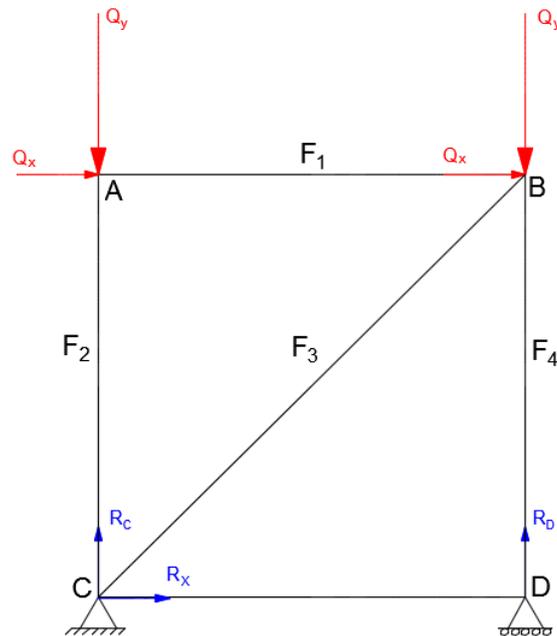
Se calculan los esfuerzos normales provocados por una fuerza de 20 kgf con una inclinación de 15° sobre la vertical, distribuida de manera equitativa entre ambos nodos superiores. La aportación de esta carga externa a cada nodo se representará de ahora en adelante con la letra Q, siendo  $Q_x$  su componente horizontal y  $Q_y$  su componente vertical. Por tanto, se pueden definir desde un principio los valores de cada componente:

$$Q = 10 \text{ kgf}$$

$$Q_x = 10 \cdot \sin(15^\circ) = 2,59 \text{ kgf}$$

$$Q_y = 10 \cdot \cos(15^\circ) = 9,66 \text{ kgf}$$

## 1.1. Estructura reticular con una diagonal



Se hallan en primer lugar las reacciones de los apoyos mediante las tres condiciones básicas de la estática:

Por simplicidad, se calcula primero el equilibrio de fuerzas sobre el eje X:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow 2Q_x - R_x = 0$$

$$R_x = 2Q_x = \mathbf{5,18 \text{ kgf}}$$

A continuación, se plantea el equilibrio de momentos sobre el apoyo articulado para obtener el valor de la reacción vertical en el apoyo deslizante:

$$\sum M_C = 0 \rightarrow 600 \cdot R_D - 600 \cdot 2F_x - 600 \cdot F_y = 0$$

$$R_D = 2F_x + F_y = \mathbf{14,84 \text{ kgf}}$$

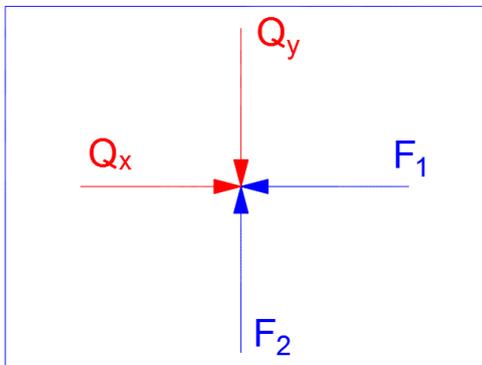
Conociendo una de las reacciones verticales, la ecuación de equilibrio de fuerzas sobre el eje Y queda con una sola incógnita:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 2Q_y - R_C - R_D = 0$$

$$R_C = 2Q_y - R_D = \mathbf{4,48\ kgf}$$

Una vez hallados los valores de las reacciones de los apoyos, se plantean las ecuaciones de equilibrio en ambos ejes para cada uno de los nodos, obteniendo los valores de cargas axiales que soportan las vigas de la estructura. Para ello, se suponen inicialmente todas las vigas a compresión, exceptuando las vigas diagonales, que se suponen a tracción.

#### Nodo A:



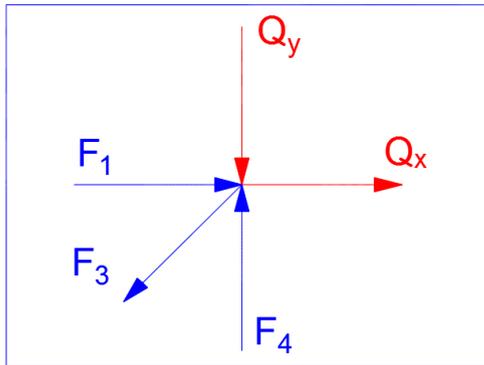
$$\sum F_x = 0 \rightarrow Q_x - F_1 = 0$$

$$F_1 = Q_x = \mathbf{2,59\ kgf}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_2 - Q_y = 0$$

$$F_2 = Q_y = \mathbf{9,66\ kgf}$$

**Nodo B:**



El ángulo de la barra 3 respecto de la horizontal, siendo  $h$  y  $b$  las dimensiones exteriores de la estructura, es:

$$\alpha = \arctg\left(\frac{h}{b}\right) = 45^\circ$$

Por tanto:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow Q_x + F_1 - F_3 \cos(\alpha) = 0$$

$$F_3 = \frac{Q_x + F_1}{\cos(45^\circ)} = 7,32 \text{ kgf}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_4 - Q_y - F_3 \sin(\alpha) = 0$$

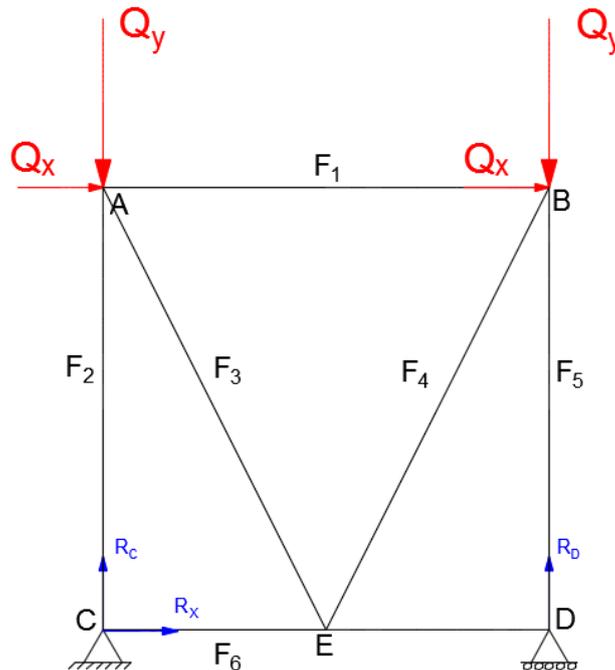
$$F_4 = Q_y + F_3 \sin(45^\circ) = 14,84 \text{ kgf}$$

El esfuerzo que soporta la última barra se asume nulo por definición, ya que al tener en uno de sus extremos un apoyo deslizante, no van a existir de ninguna manera dos fuerzas opuestas que generen tracción o compresión sobre esta.

Por tanto, el resumen de los esfuerzos normales que están soportando las barras de esta estructura son:

<b>Barra</b>	<b>Fuerza (N)</b>	<b>Tipo</b>
1	2,59	Compresión
2	9,66	Compresión
3	7,32	Tracción
4	14,84	Compresión
5	0	-

## 1.2. Estructura reticular en V



Se hallan en primer lugar las reacciones de los apoyos mediante las tres condiciones básicas de la estática:

Por simplicidad, se calcula primero el equilibrio de fuerzas sobre el eje X:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow 2Q_x - R_x = 0$$

$$R_x = 2Q_x = \mathbf{5,18 \text{ kgf}}$$

A continuación, se plantea el equilibrio de momentos sobre el apoyo articulado para obtener el valor de la reacción vertical en el apoyo deslizante:

$$\sum M_C = 0 \rightarrow 600 \cdot R_D - 600 \cdot 2F_x - 600 \cdot F_y = 0$$

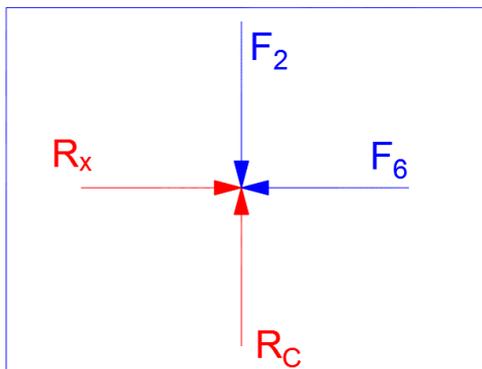
$$R_D = 2F_x + F_y = \mathbf{14,84 \text{ kgf}}$$

Conociendo una de las reacciones verticales, la ecuación de equilibrio de fuerzas sobre el eje Y queda con una sola incógnita:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 2Q_y - R_C - R_D = 0$$

$$R_C = 2Q_y - R_D = \mathbf{4,48 \text{ kgf}}$$

Una vez hallados los valores de las reacciones de los apoyos, se plantean las ecuaciones de equilibrio en ambos ejes para cada uno de los nodos, obteniendo los valores de cargas axiales que soportan las vigas de la estructura. Para ello, se suponen inicialmente todas las vigas a compresión, exceptuando las vigas diagonales, que se suponen a tracción.

**Nodo C:**

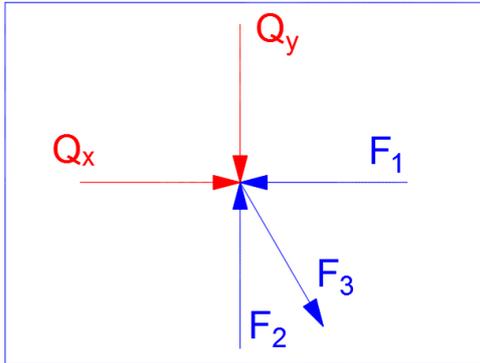
$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_x - F_6 = 0$$

$$F_6 = R_x = 5,18 \text{ kgf}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_C - F_2 = 0$$

$$F_2 = R_C = 4,48 \text{ kgf}$$

**Nodo A:**



El ángulo de las barras 3 y 4 respecto de la horizontal, siendo  $h$  y  $b$  las dimensiones exteriores de la estructura, es:

$$\alpha = \arctg\left(\frac{h}{b/2}\right) = 63,43^\circ$$

Por tanto:

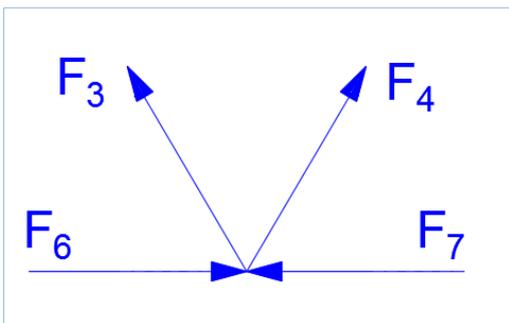
$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_2 - Q_y - F_3 \sin(\alpha) = 0$$

$$F_3 = \frac{F_2 - Q_y}{\sin(63,43^\circ)} = -5,79 \text{ kgf}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow Q_x + F_3 \cos(\alpha) - F_1 = 0$$

$$F_1 = Q_x + F_3 \cos(63,43^\circ) = 0 \text{ kgf}$$

**Nodo E:**



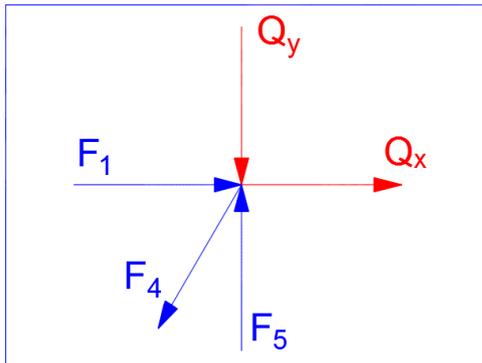
$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_3 + F_4 = 0$$

$$F_4 = -F_3 = 5,79 \text{ kgf}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_6 + F_4 \cos(\alpha) - F_3 \cos(\alpha) - F_7 = 0$$

$$F_7 = F_6 + F_4 \cos(\alpha) - F_3 \cos(\alpha) = 0 \text{ kgf}$$

**Nodo D:**



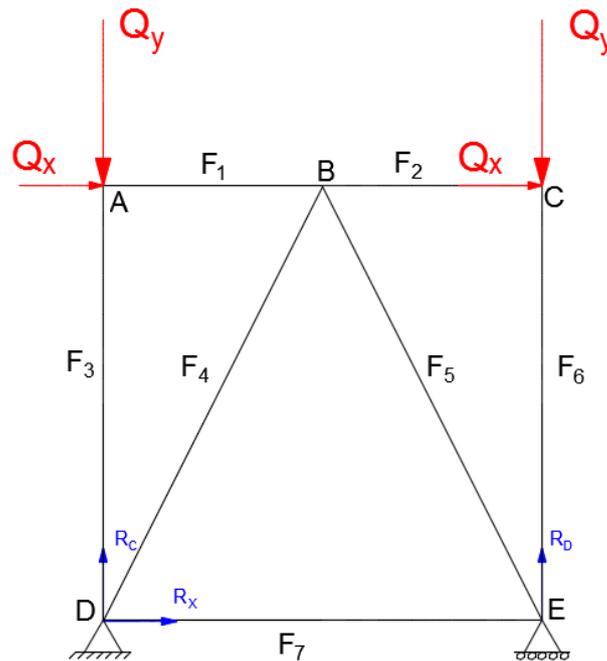
$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_D - F_5 = 0$$

$$F_5 = R_D = 14,84 \text{ kgf}$$

Por tanto, el resumen de los esfuerzos normales que están soportando las barras de esta estructura son:

Barra	Valor	Tipo
1	0	-
2	4,48	Compresión
3	5,79	Compresión
4	5,79	Tracción
5	14,84	Compresión
6	5,18	Compresión
7	0	-

### 1.3. Estructura reticular en V inversa



Se hallan en primer lugar las reacciones de los apoyos mediante las tres condiciones básicas de la estática:

Por simplicidad, se calcula primero el equilibrio de fuerzas sobre el eje X:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow 2Q_x - R_x = 0$$

$$R_x = 2Q_x = 5,18 \text{ kgf}$$

A continuación, se plantea el equilibrio de momentos sobre el apoyo articulado para obtener el valor de la reacción vertical en el apoyo deslizante:

$$\sum M_C = 0 \rightarrow 600 \cdot R_D - 600 \cdot 2F_x - 600 \cdot F_y = 0$$

$$R_D = 2F_x + F_y = 14,84 \text{ kgf}$$

Conociendo una de las reacciones verticales, la ecuación de equilibrio de fuerzas sobre el eje Y queda con una sola incógnita:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 2Q_y - R_c - R_D = 0$$

$$R_c = 2Q_y - R_D = 4,48 \text{ kgf}$$

Una vez hallados los valores de las reacciones de los apoyos, se plantean las ecuaciones de equilibrio en ambos ejes para cada uno de los nodos, obteniendo los valores de cargas axiales que soportan las vigas de la estructura. Para ello, se suponen las vigas a tracción o a compresión según convenga en cada caso.

**Nodo A:**

$$\sum F_y = 0 \rightarrow Q_y - F_3 = 0$$

$$F_3 = Q_y = \mathbf{9,66\ kgf}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_1 - Q_x = 0$$

$$F_1 = Q_x = \mathbf{2,59\ kgf}$$

**Nodo C:**

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_6 - Q_y = 0$$

$$F_6 = Q_y = \mathbf{9,66\ kgf}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow Q_x - F_2 = 0$$

$$F_2 = Q_x = \mathbf{2,59\ kgf}$$

**Nodo B:**

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_4 - F_5 = 0$$

$$F_4 = F_5$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_1 + F_2 - (F_4 + F_5) \cdot \cos(\alpha) = 0$$

$$F_1 + F_2 - 2 \cdot F_4 \cdot \cos(63,43^\circ) = 0$$

$$2 \cdot Q_x - 2 \cdot F_4 \cdot \cos(63,43^\circ) = 0$$

$$F_4 = \frac{Q_x}{\cos(63,43^\circ)} = 5,79 \text{ kgf}$$

$$F_5 = F_4 = 5,79 \text{ kgf}$$

**Nodo E:**

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_5 \cos(\alpha) - F_7 = 0$$

$$F_7 = F_5 \cos(63,43^\circ) = 2,59 \text{ kgf}$$

Por tanto, el resumen de los esfuerzos normales que están soportando las barras de esta estructura son:

Barra	Valor	Tipo
1	2,59	Compresión
2	2,59	Tracción
3	9,66	Compresión
4	5,79	Tracción
5	5,79	Compresión
6	9,66	Compresión
7	2,59	Tracción

## 2. Prototipo 2: cálculo a flexión

El segundo prototipo no tiene estructura reticular, por lo que los esfuerzos flexionantes son un factor limitante para su resistencia estructural. Por ello, se comprueba a flexión una viga de perfil 45 R 90°, según los datos proporcionados por el fabricante: [18]

$$W_x = 3581 \text{ mm}^3$$

$$|M_{adm}| = W_x \cdot \sigma_{adm} = 3581 \text{ mm}^3 \cdot \frac{27,57 \text{ MPa}}{1,5} = 65,8 \text{ Nm}$$

$$|M_{adm}| = \frac{p_{adm} \cdot L^2}{12} = \frac{Q_{adm} \cdot L}{12}$$

$$Q_{adm} = \frac{|M_{adm}| \cdot 12}{L} = \frac{65,8 \text{ Nm} \cdot 12}{510 \text{ mm}} = 1549 \text{ N} \cong 158 \text{ kg}$$

$$Q_{adm} = 158 \text{ kg}$$

Se demuestra así que los perfiles 45 R 90° empleados para el módulo superior son suficientemente resistentes para soportar cualquier carga a la que vaya a ser sometido.



ULL

---

Universidad  
de La Laguna



**Grado en Ingeniería Mecánica**

## **TRABAJO FIN DE GRADO**

**Diseño mecánico de un robot para el MCC**

# **ANEXO II: ESTUDIOS DE ESTABILIDAD Y MOVILIDAD**

**AUTOR:**

Álvaro Villarroel Añorbe

**TUTORES:**

Isabel Teresa Martín Mateos

Antonio Mampaso Rodríguez

Patricia Fernández Izquierdo



## Índice

<b>0. Introducción</b> .....	<b>II.1</b>
<b>1. Módulo superior</b> .....	<b>II.2</b>
1.1. Peso de la placa superior .....	II.2
1.2. Peso de las vigas .....	II.3
1.3. Peso de la corona .....	II.4
1.4. Centros de masas .....	II.5
<b>2. Módulo inferior</b> .....	<b>II.8</b>
2.1. Peso de la placa inferior .....	II.8
2.2. Peso de las zapatas .....	II.9
2.3. Peso de los pilares .....	II.10
2.4. Centros de masas .....	II.11
<b>3. Estabilidad</b> .....	<b>II.13</b>
3.1. Datos.....	II.14
3.2. Cargas aplicadas.....	II.15
3.3. Caso 1: aceleración.....	II.16
3.4. Caso 2: carga externa .....	II.20
3.5. Caso 3: inclinación del terreno .....	II.24
<b>4. Movilidad</b> .....	<b>II.26</b>
4.1. Giro amplio .....	II.26
4.2. Giro sobre una rueda.....	II.28
4.3. Giro sobre su propio eje .....	II.29



## 0. Introducción

Se calcula la estabilidad de la estructura estableciendo máximos de excentricidad del centro de masa en casos extremos de cargas laterales o aceleración, comprobando que las dimensiones de diseño son correctas y estableciendo límites en caso de redimensionado.

Se toma como densidad del aluminio  $2700 \text{ kg/m}^3$  ( $2,7 \text{ g/cm}^3$ ) en condiciones estándar, puesto que la estructura va a trabajar siempre en temperaturas medias.

En primer lugar, se calculan los pesos de cada pieza, se compara el resultado con el del software de simulación 3D y se toman como datos para los siguientes pasos. Después de esto, se hallan los centros de masa de cada una de estas piezas para finalmente hallar un centro de masa global, que también será comparado con el resultado de dicho software. Por último, se estudian casos extremos de cargas horizontales que pudieran provocar el vuelco del robot y se comprueba el comportamiento teórico del mismo en estos casos.

Tanto para comprobar las dimensiones de diseño como para establecer límites de peso, se toma un factor de seguridad 2, es decir, la excentricidad debe ser menor que la mitad de la distancia del centro de masa al apoyo, que en este caso son las ruedas. Siendo esta distancia 300 mm para las ruedas motrices (laterales) y 400 mm para las ruedas locas, **se establecen máximos de excentricidad de 150 ó 200 mm** según el caso estudiado.

Finalmente, se incluyen cálculos relacionados con los distintos giros que puede realizar el robot de manera que estos representen matemáticamente el movimiento del robot en cada caso.

## 1. Módulo superior

### 1.1. Peso de la placa superior

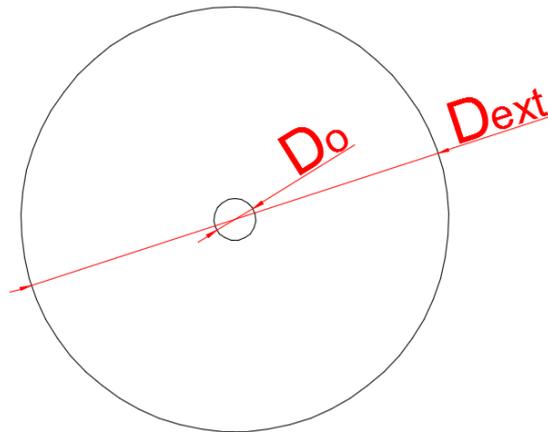


Fig. II.19 - Vista de planta

El volumen de la placa, al ser circular, se calcula mediante el área del círculo y su espesor, restándole el volumen del orificio central. Una vez hallado el volumen, se aplica la definición de densidad para obtener su masa.

Diámetro exterior ( $D_{ext}$ )	100	cm
Espesor (e)	0,2	cm
Diámetro del orificio ( $D_o$ )	10	cm

Tabla II.3 - Dimensiones de la placa intermedia

$$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r_{ext}^2 = \frac{\pi}{4} \cdot D_{ext}^2 = 7854 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{orificio}} = \pi \cdot r_o^2 = \frac{\pi}{4} \cdot D_o^2 = 79 \text{ cm}^2$$

$$A_{TOTAL} = A_{\text{círculo}} - A_{\text{orificio}} = 7775 \text{ cm}^2$$

$$V = A_{TOTAL} \cdot e = 1555 \text{ cm}^3$$

$$m = V \cdot \rho = 4,20 \text{ kg}$$

## 1.2. Peso de las vigas

Ancho (b)	2 cm
Alto (h)	1,5 cm
Espesor (e)	0,4 cm
Longitud (L)	45 cm

Tabla II.4 - Dimensiones de las vigas diagonales

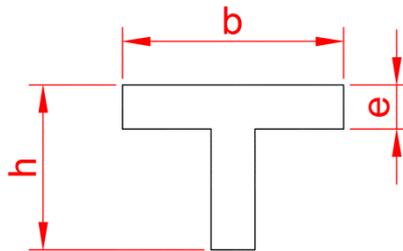


Fig. II.20 - Sección transversal de la viga

En el caso de las vigas del módulo superior se calcula en primer lugar el área de la sección transversal, para luego hallar su volumen y su masa.

$$A_{sección} = b \cdot e + (h - e) \cdot e = 1,24 \text{ cm}^2$$

$$V = A_{sección} \cdot L = 55,8 \text{ cm}^3$$

$$m_{viga} = V \cdot \rho = 0,151 \text{ kg}$$

$$m_{vigas} = m_{viga} \cdot N = 0,904 \text{ kg}$$

Siendo N=6 el número de vigas.

### 1.3. Peso de la corona

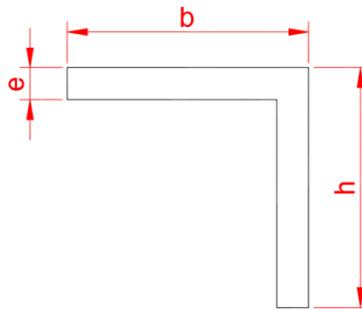


Fig. II.3 - Vista de sección

Para este caso, se calculan los volúmenes del ala horizontal y el ala vertical por separado, de la misma manera que se calculó el volumen de la placa:

Radio ( $r_{ext}$ )	19,8 cm
Ancho (b)	3 cm
Altura (h)	3 cm
Espesor (e)	0,4 cm

Tabla II.5 - Dimensiones de la corona superior

$$V_{horiz} = e \cdot [ \pi \cdot r_{ext}^2 - \pi \cdot (r_{ext} - b)^2 ] = 118,3 \text{ cm}^3$$

$$V_{vert} = (h - e) \cdot [ \pi \cdot r_{ext}^2 - \pi \cdot (r_{ext} - e)^2 ] = 147,8 \text{ cm}^3$$

$$V = V_{horiz} + V_{vert} = 266,1 \text{ cm}^3$$

$$m = V \cdot \rho = \mathbf{0,718 \text{ kg}}$$

### 1.4. Centros de masas

Para la altura de los centros de masas se toma como referencia el suelo, por lo que habrá que tener en cuenta también el radio de las ruedas. Para el módulo superior, hay que contar con que la cara inferior de la placa circular estará a una altura de 547 mm, por lo que a todas las medidas que se tomen en referencia a esta cara se les deberá sumar dicha cantidad. Este valor viene dado por la suma de la altura de los pilares (390 mm) más sus dos zapatas correspondientes (10 mm) más el espesor de la placa inferior (10 mm) más la mitad de la altura del eje rigidizador (10 mm) más el radio de las ruedas (127 mm).

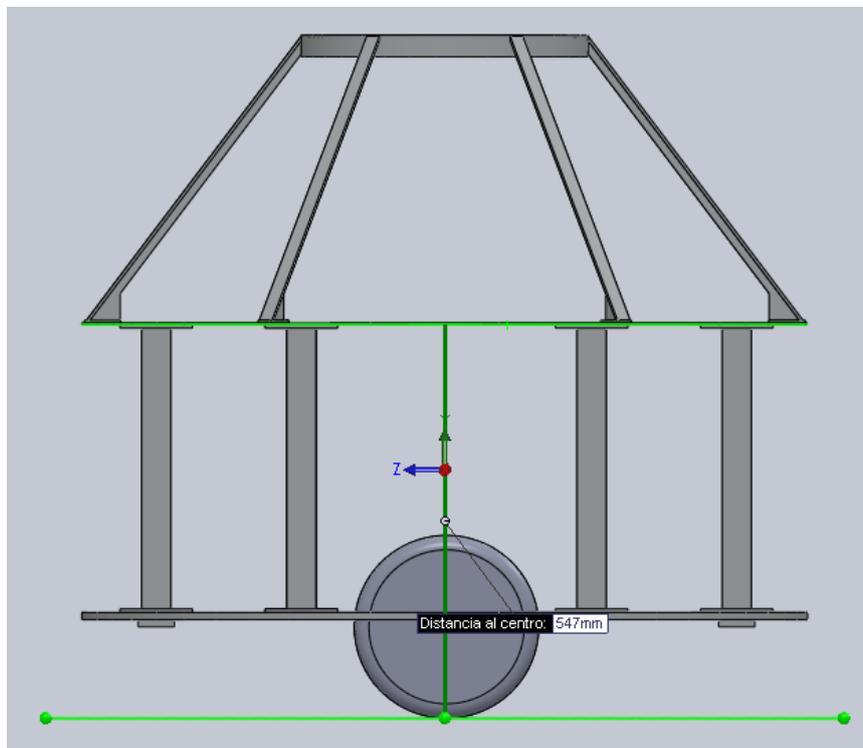


Fig. II.4 - Representación gráfica de la altura de la placa superior

A partir de estos datos, se obtienen los centros de masa de cada uno de los componentes de este módulo:

$$CDM_{placa} = 547 \text{ mm} + \frac{e_{placa}}{2} = 548 \text{ mm}$$

$$CDM_{vigas} = 547 \text{ mm} + e_{placa} + \frac{L_{viga} \cdot \text{sen}(\alpha)}{2} = 567 \text{ mm}$$

Siendo  $\alpha$  el ángulo que se forma entre las vigas y la vertical:

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{40}{30}\right) = 53,13^\circ$$

El cálculo de la corona será más complejo; retomando la imagen de la vista de sección de la corona, se puede hallar la altura de su CDM tomando como referencia su punto más alto de la siguiente manera:

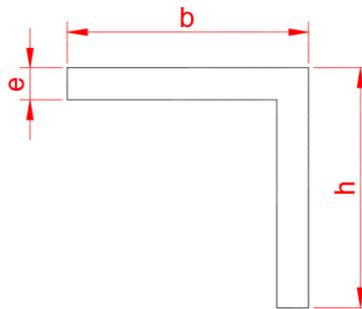


Fig. II.5 - Vista de sección de la corona

$$CDM_{corona} = 949 \text{ mm} - \left[ h - \frac{\left( (b - e) \cdot e \cdot \left( h - \frac{e}{2} \right) + h \cdot e \cdot \frac{h}{2} \right)}{(h + (b - e)) \cdot e} \right] =$$

$$= 949 \text{ mm} - 9,7 \text{ mm} = \mathbf{939,3 \text{ mm}}$$

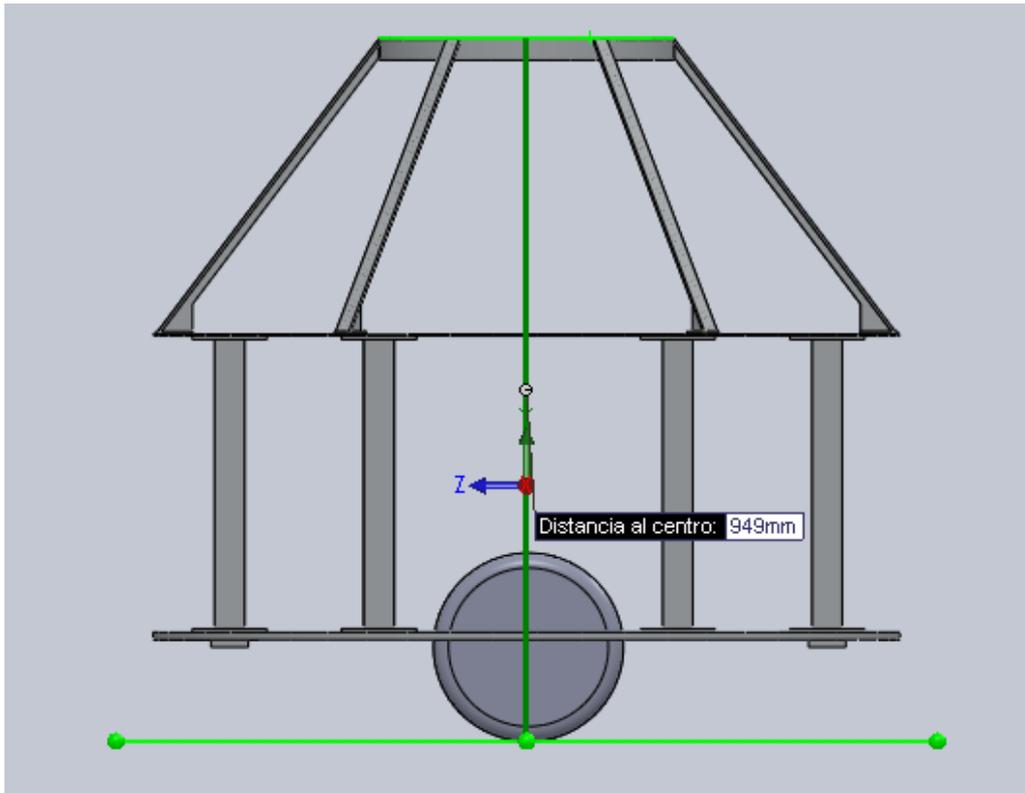


Fig. II.6 - Altura del punto más alto de la corona circular

Por tanto, teniendo en cuenta los siguientes datos:

Pieza	Peso (kg)	CDM (mm)
Placa	4,20	548
Vigas	0,904	567
Corona	0,718	939,3

Tabla II.6 – Parámetros físicos del módulo superior

Se halla el peso total y la altura del centro de masa del módulo superior:

$$m_{sup} = m_{placa} + m_{vigas} + m_{corona} = \mathbf{5,822 \text{ kg}}$$

$$CDM_{sup} = \frac{m_{placa} \cdot CDM_{placa} + m_{vigas} \cdot CDM_{vigas} + m_{corona} \cdot CDM_{corona}}{m_{placa} + m_{vigas} + m_{corona}} =$$

$$= \frac{3489 \text{ kg} \cdot \text{mm}}{5,822 \text{ kg}} = \mathbf{599,2 \text{ mm}}$$

## 2. Módulo inferior

### 2.1. Peso de la placa inferior

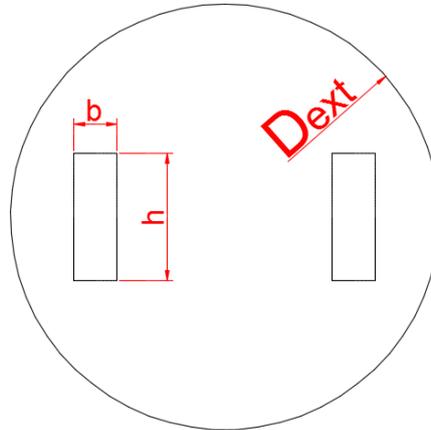


Fig. II.7 - Vista de planta

Diámetro exterior ( $D_{ext}$ )	100	cm
Espesor ( $e$ )	1	cm
Ancho de orificios ( $b$ )	10	cm
Alto de orificios ( $h$ )	30	cm

Tabla II.7 - Dimensiones de la placa inferior

El volumen de la placa, al ser circular, se calcula mediante el área del círculo y su espesor, restándole el volumen de los orificios de las ruedas. Una vez hallado el volumen, se aplica la definición de densidad para obtener su masa.

$$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r_{ext}^2 = \frac{\pi}{4} \cdot D_{ext}^2 = 7854 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{orificio}} = b \cdot h = 300 \text{ cm}^2$$

$$A_{TOTAL} = A_{\text{círculo}} - 2 \cdot A_{\text{orificio}} = 7254 \text{ cm}^2$$

$$V = A_{TOTAL} \cdot e = 7254 \text{ cm}^3$$

$$m = V \cdot \rho = \mathbf{19,59 \text{ kg}}$$

## 2.2. Peso de las zapatas

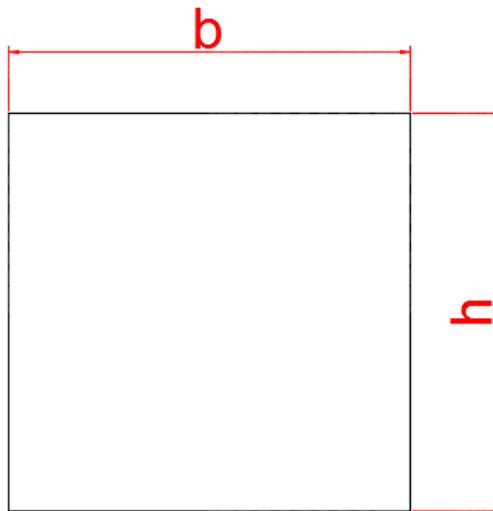


Fig. II.8 – Vista de planta de la zapata

Ancho (b)	10	cm
Alto (h)	10	cm
Espesor (e)	0,5	cm

Tabla II.8 - Dimensiones de las zapatas

$$V = b \cdot h \cdot e = 50 \text{ cm}^3$$

$$m_{zapata} = V \cdot \rho = 0,135 \text{ kg}$$

$$m_{zapatas} = m_{zapata} \cdot N = 0,810 \text{ kg}$$

Siendo N=6 el número total de zapatas a cada altura, seis en los extremos inferiores de los pilares y seis en los extremos superiores.

### 2.3. Peso de los pilares

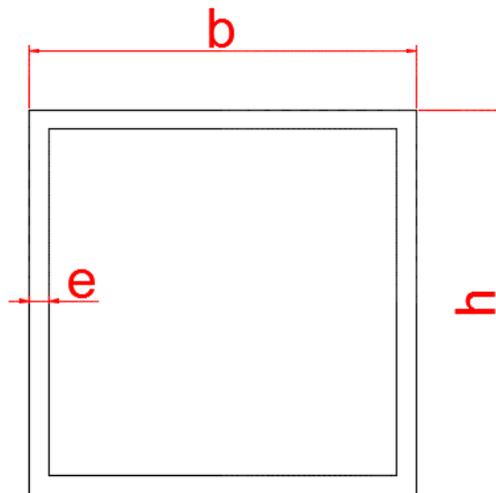


Fig. II.9 – Sección transversal de los pilares

Ancho (b)	4	cm
Alto (h)	4	cm
Espesor (e)	0,2	cm
Longitud (L)	39	cm

Tabla II.9 - Dimensiones de los pilares

$$A_{sección} = 2 \cdot (b - e) \cdot e + 2 \cdot (h - e) \cdot e = 3,04 \text{ cm}^2$$

$$V = A_{sección} \cdot L = 118,6 \text{ cm}^3$$

$$m_{pilar} = V \cdot \rho = 0,320 \text{ kg}$$

$$m_{pilares} = m_{pilar} \cdot N = 1,921 \text{ kg}$$

Siendo N=6 el número total de pilares.

## 2.4. Centros de masas

Para la altura de los centros de masas se toma como referencia el suelo, por lo que habrá que tener en cuenta también el radio de las ruedas. Para el módulo inferior, hay que contar con que la cara inferior de la placa circular estará a una altura de 137 mm, por lo que a todas las medidas que se tomen en referencia a esta cara se les deberá sumar dicha cantidad. Este valor viene dado por la suma de la mitad de la altura del eje rigidizador (10 mm) más el radio de las ruedas (127 mm).

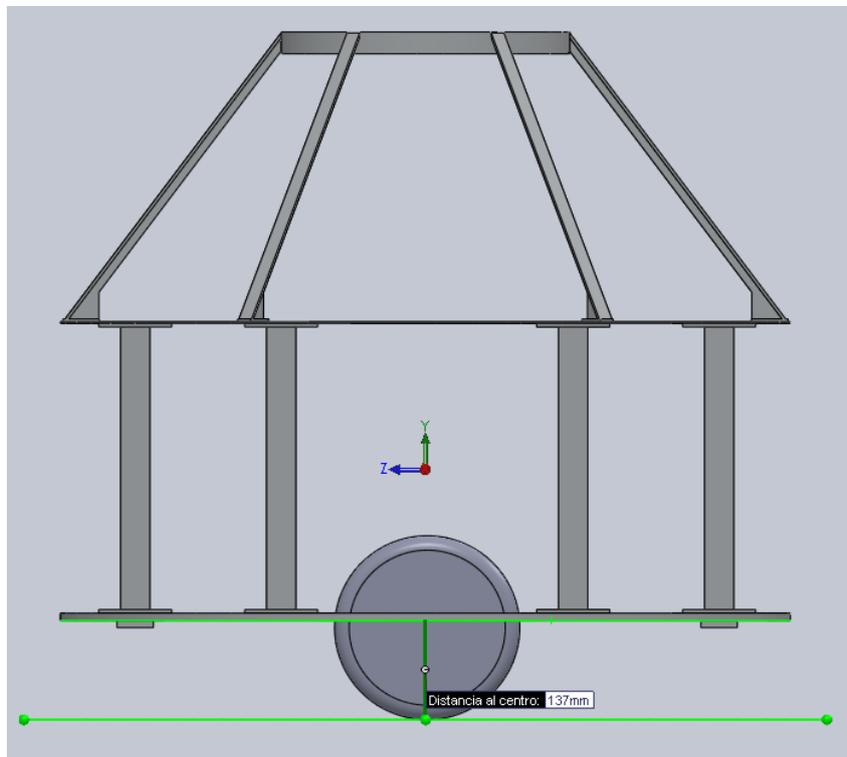


Fig. II.10 - Representación gráfica de la altura de la placa inferior

A partir de estos datos, se obtienen los centros de masa de cada uno de los componentes de este módulo:

$$CDM_{placa} = 137 \text{ mm} + \frac{e_{placa}}{2} = \mathbf{142 \text{ mm}}$$

$$CDM_{zap\ inf} = 137 \text{ mm} + e_{placa} + \frac{e_{zapata}}{2} = \mathbf{149,5 \text{ mm}}$$

$$CDM_{pilares} = 137 \text{ mm} + e_{placa} + e_{zapata} + \frac{L_{pilar}}{2} = \mathbf{347 \text{ mm}}$$

$$CDM_{zap\ sup} = 137\ mm + e_{placa} + e_{zapata} + L_{pilar} + \frac{e_{zapata}}{2} = 544,5\ mm$$

Por tanto, teniendo en cuenta los siguientes datos:

Pieza	Peso (kg)	CDM (mm)
Placa	19,59	142
Zapatatas inferiores	0,810	149,5
Pilares	1,921	347
Zapatatas superiores	0,810	544,5

Tabla II.10 – Parámetros físicos del módulo inferior

Se halla el peso total y la altura del centro de masa del módulo superior:

$$m_{inf} = m_{placa} + 2 \cdot m_{zapatas} + m_{pilares} = 23,131\ kg$$

$$CDM_{inf} =$$

$$= \frac{m_{placa} \cdot CDM_{placa} + m_{zap\ inf} \cdot CDM_{zap\ inf} + m_{pil} \cdot CDM_{pil} + m_{zap\ sup} \cdot CDM_{zap\ sup}}{m_{placa} + m_{vigas} + m_{corona}} =$$

$$= \frac{4011\ kg \cdot mm}{23,131\ kg} = 173,4\ mm$$

### 3. Estabilidad

El centro de masa de un cuerpo con perfecta simetría vertical en lo relativo a formas, dimensiones y densidades cae por definición sobre su eje de simetría. Esto quiere decir que, ante la ausencia de cargas externas, la fuerza ejercida sobre los apoyos de la estructura se podrá representar en ciertos casos como una carga puntual sobre el punto central. Sin embargo, esto varía cuando intervienen cargas externas o el cuerpo sufre una aceleración, generándose así una **excentricidad**.



Fig. II.11 – Representación gráfica de la excentricidad

La excentricidad se define como la distancia entre la proyección vertical del CDM y la proyección sobre el mismo plano del sumatorio de fuerzas ejercidas. En otras palabras, mide la desviación provocada por todas aquellas cargas ajenas al peso propio de la estructura. Esto permite comprobar si ante una resultante de fuerzas, la estructura aguantará en pie o volcará, fenómeno que ocurriría si dicha resultante cayera sobre un punto situado fuera del área comprendida entre los apoyos.

Como se ve en la figura, la excentricidad como distancia depende directamente de la altura a la que se encuentre el CDM, por lo que para lograr una excentricidad lo más pequeña posible habrá que bajar todo lo posible dicho punto, o en su defecto lograr un espacio entre apoyos amplio para que la fuerza resultante caiga siempre dentro de estos límites.

Para estudiar la estabilidad del robot, se imponen límites de seguridad y se estudian varios casos, observando su comportamiento teórico y la validez de las dimensiones prefijadas.

### 3.1. Datos

Las propiedades físicas de ambos módulos, según los cálculos anteriormente desarrollados, son las siguientes:

Módulo	Peso (kg)	CDM (mm)
Superior	5,822	599,2
Inferior	23,131	173,4

Tabla II.11 – Parámetros físicos de la estructura

Por tanto, el conjunto completo tiene las siguientes propiedades:

$$m_{TOTAL} = m_{inf} + m_{sup} = \mathbf{28,953\ kg}$$

$$CDM_{TOTAL} = \frac{m_{inf} \cdot CDM_{inf} + m_{sup} \cdot CDM_{sup}}{m_{inf} + m_{sup}} = \frac{7500\ kg \cdot mm}{28,953\ kg} = \mathbf{259,0\ mm}$$

Si se compara con los resultados ofrecidos por el ©SolidWorks, la relación de valores es la siguiente:

	Peso (kg)	CDM (mm)
Método teórico	28,953	259,0
©SolidWorks	29,423	255,8
<b>Error<sup>2</sup></b>	<b>1,62 %</b>	<b>1,24 %</b>

Tabla II.12 – Comparación de resultados de parámetros físicos

Se observa así que los cálculos teóricos se aproximan bastante a los datos proporcionados por el software de simulación. Por ser estos datos de elaboración propia, hallados mediante suposiciones ya conocidas, y por ser valores más desfavorables (menos peso y un CDM más alto), se tomarán los resultados teóricos como datos para los cálculos de excentricidad y estabilidad.

---

<sup>2</sup> El porcentaje de error se calcula sobre el valor teórico

### 3.2. Cargas aplicadas

Se estudiarán tres casos:

1. Una aceleración, positiva o negativa, de  $2 \text{ m/s}^2$ , simulando el arranque o la frenada del robot a su máxima potencia. En este caso, la carga se aplica en el CDM puesto que es el propio cuerpo el que provoca esa fuerza.
2. Una carga de 100 N aplicada sobre el punto medio del robot, aun accesible a los niños y por tanto susceptible de ser sometido a fuerzas grandes por golpes o empujones.
3. Una subida de ángulo desconocido que se calculará de manera que cumpla rigurosamente el factor de seguridad 2 impuesto, quedando este como ángulo máximo de desnivel asumible.

Para los casos 1 y 2, cuyas cargas están completamente definidas, se hallarán el peso máximo del módulo superior y el peso mínimo de la placa inferior.

Las condiciones estipuladas para el cálculo son las siguientes:

- Se plantea el espacio entre ambas ruedas como una viga isoestática, es decir, con un apoyo no deslizante (un grado de libertad, el giro) y uno deslizante (dos grados de libertad, giro y desplazamiento horizontal).
- El apoyo no deslizante representa la rueda sobre la que puede volcar la estructura, que deberá ser una rueda con freno activado o anclada por algún elemento externo para permanecer estática ante fuerzas horizontales.
- Dicho apoyo será además el eje de giro en caso de vuelco.
- El apoyo deslizante (la rueda opuesta) únicamente puede ejercer reacciones verticales positivas, por lo que si el cálculo da un **resultado negativo en esta reacción**, significará que **la estructura vuelca**.

### 3.3. Caso 1: aceleración

Tomando como eje de giro el punto de contacto de una de las ruedas (cualquiera de ellas, puesto que todas están a la misma distancia del centro), se plantean las fuerzas aplicadas y los momentos que estas generan respecto de dicho punto:

- El peso propio de la estructura:

$$P = m \cdot g = 28,953 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 284,03 \text{ N}$$

- La carga externa:

$$Q = m \cdot a = 28,953 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s}^2 = 28,953 \text{ kg} \cdot 2 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 57,01 \text{ N}$$

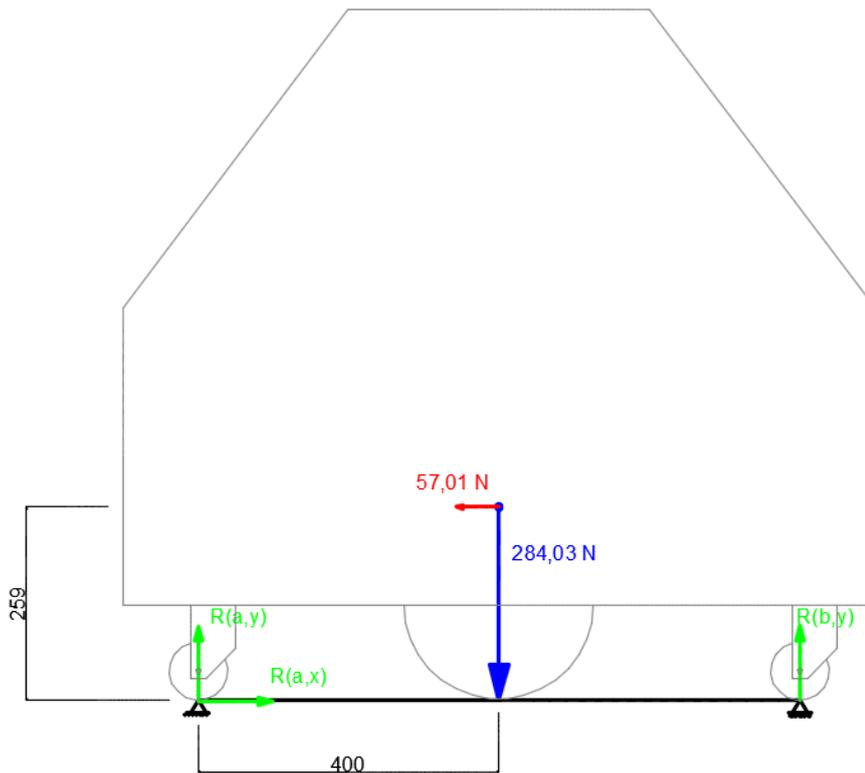


Fig. II.12 – Esquema del equilibrio de momentos ante una aceleración

En el esquema se ve en azul el peso de la estructura, en rojo la carga externa, y en verde las reacciones.

De este modo, la ecuación del equilibrio de momentos respecto del eje de giro sería:

$$\sum M_A = Q \cdot h_{CDM} - P \cdot d_H + R_{B,y} \cdot d_{R-R} = 0$$

Despejando  $R_{B,y}$ :

$$R_{B,y} = \frac{P \cdot d_H - Q \cdot h_{CDM}}{d_{R-R}}$$

Siendo:

$d_H=400 \text{ mm}$  la distancia en el eje horizontal al CDM.

$h_{CDM}=259 \text{ mm}$  la altura del CDM.

$d_{R-R}=800 \text{ mm}$  la distancia entre ambas ruedas, es decir, entre ambos apoyos.

Con estos datos, la ecuación para este caso quedaría de la siguiente manera:

$$\sum M_A = 57,01 \text{ N} \cdot 259 \text{ mm} - 284,03 \text{ N} \cdot 400 \text{ mm} + R_{B,y} \cdot 800 \text{ mm} = 0$$

$$R_{B,y} = \frac{284,03 \text{ N} \cdot 400 \text{ mm} - 57,01 \text{ N} \cdot 259 \text{ mm}}{800 \text{ mm}} = \mathbf{123,56 \text{ N} > 0}$$

Con ello se demuestra que, con estos valores, **la estructura no vuelca**. Una vez se asegura esta condición, se comprueba si está dentro de los límites de seguridad impuestos, cuál es la carga crítica que provocaría alcanzar estos límites y hasta qué punto se puede redimensionar la placa inferior manteniendo el factor de seguridad 2.

Para ello, se define la excentricidad (E):

$$E = \frac{Q}{P} \cdot h_{CDM} = \frac{57,01 \text{ N}}{284,03 \text{ N}} \cdot 259 \text{ mm} = \mathbf{52,0 \text{ mm} < 200 \text{ mm}}$$

Se puede observar cómo **cumple claramente el límite de excentricidad** impuesto, asegurándose como una estructura estable ante las aceleraciones que pueda sufrir el robot durante su funcionamiento.

Planteando la misma igualdad para alcanzar el límite de estabilidad, la aceleración máxima que podría soportar sería:

$$E = \frac{Q}{P} \cdot h_{CDM} \rightarrow Q_{m\acute{a}x} = \frac{P \cdot E_{m\acute{a}x}}{h_{CDM}} = \frac{284,03 \text{ N} \cdot 200 \text{ mm}}{259 \text{ mm}} = 219,3 \text{ N}$$

$$Q_{m\acute{a}x} = m \cdot a_{m\acute{a}x} \rightarrow a_{m\acute{a}x} = \frac{Q_{m\acute{a}x}}{m} = \frac{219,3 \text{ N}}{28,953 \text{ kg}} = 7,58 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 7,58 \text{ m/s}^2$$

Retomando los cálculos del centro de masas, se puede plantear la expresión del mismo de la siguiente manera:

$$h_{CDM} = \frac{\sum(m \cdot h_{CDM})}{\sum m}$$

A partir de esta expresión, separando la placa inferior del resto del conjunto, y por tanto excluyéndolo del sumatorio, se deduce la siguiente ecuación:

$$h_{CDM} = \frac{m_{placa} \cdot h_{CDM,placa} + \sum(m \cdot h_{CDM})}{m_{placa} + \sum m}$$

Que de manera inicial tiene estos valores:

Pieza	Peso (kg)	CDM (mm)
Placa inferior	19,59	142
Otras	9,363	503,8
<b>TOTAL</b>	<b>28,953</b>	<b>259,0</b>

Tabla II.13 – Desglose de parámetros físicos respecto de la placa inferior

Por lo que, dependiente de la masa de la placa inferior, quedaría de esta forma:

$$h_{CDM} = \frac{m_{placa} \cdot 142 \text{ mm} + 9,363 \text{ kg} \cdot 503,8 \text{ mm}}{9,363 \text{ kg} + m_{placa}}$$

$$h_{CDM} = \frac{142 \cdot m_{placa} + 4717}{9,363 + m_{placa}}$$

Si se redimensiona la placa, la altura del CDM de cada componente podrá variar como máximo unos pocos mm, por lo que se considera un error despreciable, tomando así las mismas alturas de CDM una vez calculadas las dimensiones mínimas.

Volviendo a la expresión de la excentricidad y situando el límite de la misma en 150 mm, la ecuación resultante sería la siguiente:

$$E = \frac{Q}{P} \cdot h_{CDM} \rightarrow P_{min} = \frac{Q \cdot h_{CDM}}{E_{m\acute{a}x}} = \frac{Q \cdot \left( \frac{142 \cdot m_{placa} + 4717}{9,363 + m_{placa}} \right)}{E_{m\acute{a}x}} =$$

$$= \frac{57,01 \cdot \left( \frac{142 \cdot m_{placa} + 4717}{9,363 + m_{placa}} \right)}{200} = g \cdot (9,363 + m_{placa})$$

Se resuelve la ecuación:

$$57,01 \cdot \left( \frac{142 \cdot m_{placa} + 4717}{9,363 + m_{placa}} \right) = 200 \cdot 9,81 \cdot (9,363 + m_{placa})$$

$$\frac{8095,4 \cdot m_{placa} + 268916}{9,363 + m_{placa}} = 18370 + 1962 \cdot m_{placa}$$

$$8095,4 \cdot m_{placa} + 268916 = 1962 \cdot m_{placa}^2 + 36740 \cdot m_{placa} + 172000$$

$$1962 \cdot m_{placa}^2 + 28644,6 \cdot m_{placa} - 96916 = 0$$

$$m_{placa} = 2,833 \text{ kg}$$

Una vez hallado el peso mínimo de la estructura, se determina su espesor mínimo:

$$e_{min,placa} = \frac{V_{min,placa}}{\pi \cdot r^2 - 2bh} = \frac{m_{min,placa}}{\rho_{Al} \cdot (\pi \cdot r^2 - 2bh)}$$

$$e_{min,placa} = \frac{2,833 \text{ kg}}{2,7 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3} \cdot (\pi \cdot (500 \text{ mm})^2 - 60000 \text{ mm}^2)} = 1,45 \text{ mm}$$

Siendo  $b$  y  $h$  las dimensiones de los orificios para las ruedas.

El resultado de este cálculo ofrece la misma conclusión que los anteriores: el robot tiene estabilidad de sobra ante las aceleraciones que va a sufrir durante su funcionamiento. La placa inferior, previamente dimensionada a 10 mm de espesor, seguiría ofreciendo una gran estabilidad siempre que estuviera por encima de los 1,45

mm, un valor prácticamente impensable a nivel mecánico, por lo que en el estudio de la placa influirán más otros aspectos.

Manteniendo el espesor de la placa inferior en 10 mm de espesor, la aceleración máxima que podrá alcanzar el robot es de **7,58 m/s<sup>2</sup>**.

### 3.4. Caso 2: carga externa

Tomando como eje de giro el punto de contacto de una de las ruedas (cualquiera de ellas, puesto que todas están a la misma distancia del centro), se plantean las fuerzas aplicadas y los momentos que estas generan respecto de dicho punto:

- El peso propio de la estructura:

$$P_p = m \cdot g = 28,953 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 284,03 \text{ N}$$

- El peso del contenido, tomando 200 N como valor más desfavorable, pues en este caso el aumento de peso es deseable:

$$P_c = 200 \text{ N}$$

Por lo que el peso total del robot es:

$$P_p + P_c = 284,03 \text{ N} + 200 \text{ N} = 484,03 \text{ N}$$

- La carga externa:

$$Q = 100 \text{ N}$$

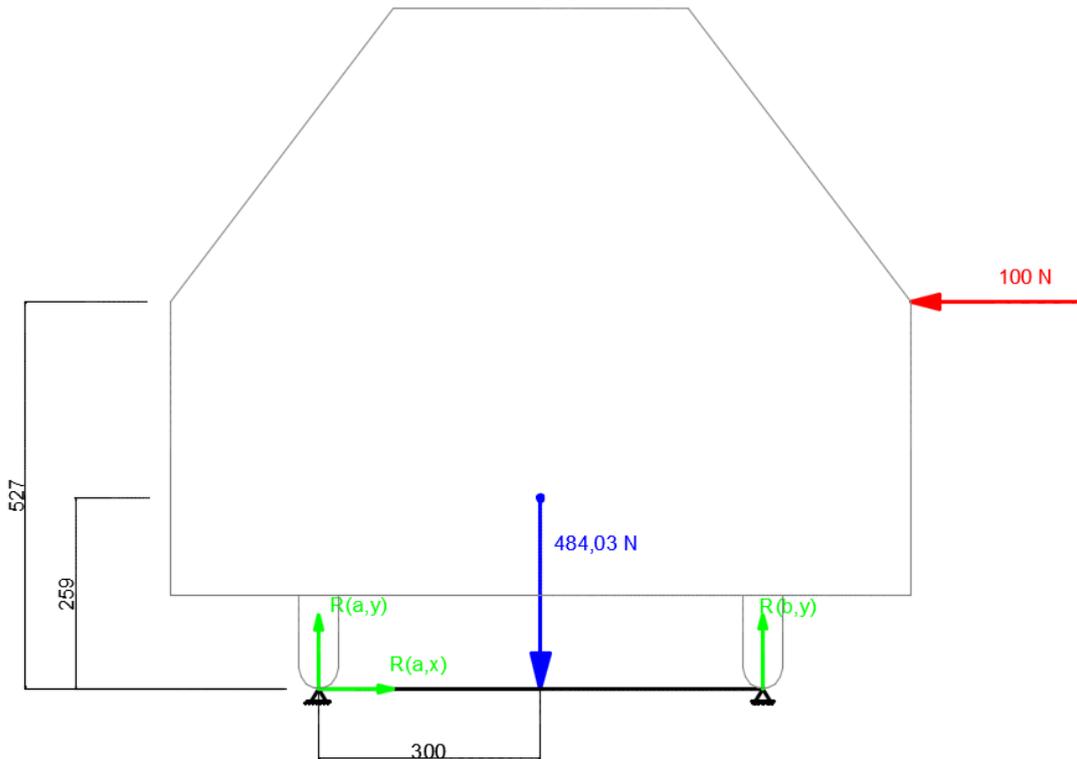


Fig. II.13 - Esquema del equilibrio de momentos ante una carga externa

En el esquema se ve en azul el peso de la estructura, en rojo la carga externa, y en verde las reacciones.

De este modo, la ecuación del equilibrio de momentos respecto del eje de giro sería:

$$\sum M_A = Q \cdot h_Q - P \cdot d_H + R_{B,y} \cdot d_{R-R} = 0$$

Despejando  $R_{B,y}$ :

$$R_{B,y} = \frac{P \cdot d_H - Q \cdot h_Q}{d_{R-R}}$$

Siendo:

$d_H=300 \text{ mm}$  la distancia en el eje horizontal al CDM.

$h_{CDM}=259 \text{ mm}$  la altura del CDM.

$h_Q=527 \text{ mm}$  la altura a la que se aplica la carga.

$d_{R-R}=600 \text{ mm}$  la distancia entre ambas ruedas, es decir, entre ambos apoyos.

Con estos datos, la ecuación para este caso quedaría de la siguiente manera:

$$\sum M_A = 57,01 \text{ N} \cdot 259 \text{ mm} - 484,03 \text{ N} \cdot 300 \text{ mm} + R_{B,y} \cdot 600 \text{ mm} = 0$$

$$R_{B,y} = \frac{484,03 \text{ N} \cdot 300 \text{ mm} - 100 \text{ N} \cdot 527 \text{ mm}}{600 \text{ mm}} = \mathbf{154,18 \text{ N} > 0}$$

Con ello se demuestra que, con estos valores, **la estructura no vuelca**. Una vez se asegura esta condición, se comprueba si está dentro de los límites de seguridad impuestos, cuál es la carga crítica que provocaría alcanzar estos límites y hasta qué punto se puede redimensionar la placa inferior manteniendo el factor de seguridad 2.

Para ello, se define la excentricidad (E):

$$E = \frac{Q}{P} \cdot h_Q = \frac{100 \text{ N}}{484,03 \text{ N}} \cdot 527 \text{ mm} = \mathbf{108,9 \text{ mm} < 150 \text{ mm}}$$

Se comprueba así que **cumple el límite de excentricidad** impuesto, asegurándose como una estructura estable ante los golpes y otras cargas externas que pueda sufrir el robot durante su funcionamiento.

Planteando la misma igualdad para alcanzar el límite de estabilidad, la aceleración máxima que podría soportar sería:

$$E = \frac{Q}{P} \cdot h_Q \rightarrow \mathbf{Q_{m\acute{a}x}} = \frac{P \cdot E_{m\acute{a}x}}{h_Q} = \frac{484,03 \text{ N} \cdot 150 \text{ mm}}{527 \text{ mm}} = \mathbf{137,77 \text{ N}}$$

Tal como se indica en el esquema del equilibrio de momentos, ninguno de los parámetros de la carga externa depende de la altura del CDM, al contrario que en el Caso 1, donde la carga externa se suponía aplicada en el CDM al ser una aceleración que influía a todo el cuerpo. Por otra parte, el peso es una fuerza totalmente vertical, por lo que la única distancia que genera momento entre este y el eje de giro es la

horizontal, es decir, el momento de fuerza va a ser independiente de la altura del CDM.

Por todo ello, no es necesario recalcular la altura del CDM, aunque sí influirá en estos cálculos el peso de la estructura tras el redimensionado de la placa, por lo que se debe comprobar cuáles son sus límites admisibles:

$$E = \frac{Q}{P} \cdot h_Q \rightarrow P_{\min} = \frac{Q \cdot h_Q}{E_{\max}} = \frac{Q \cdot 527 \text{ mm}}{E_{\max}} =$$

$$= \frac{100 \cdot 527}{150} = g \cdot (20 + 9,363 + m_{\text{placa}})$$

Se resuelve la ecuación:

$$100 \cdot 527 = 150 \cdot 9,81 \cdot (29,363 + m_{\text{placa}})$$

$$52700 = 43208 + 1471,5 \cdot m_{\text{placa}}$$

$$\mathbf{m_{\text{placa}} = 6,45 \text{ kg}}$$

Una vez hallado el peso mínimo de la estructura, se determina su espesor mínimo:

$$e_{\min, \text{placa}} = \frac{V_{\min, \text{placa}}}{\pi \cdot r^2 - 2bh} = \frac{m_{\min, \text{placa}}}{\rho_{Al} \cdot (\pi \cdot r^2 - 2bh)}$$

$$e_{\min, \text{placa}} = \frac{6,45 \text{ kg}}{2,7 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3} \cdot (\pi \cdot (500 \text{ mm})^2 - 60000 \text{ mm}^2)} = \mathbf{3,29 \text{ mm}}$$

La placa inferior se podría redimensionar dentro de los parámetros de seguridad establecidos hasta 3,29 mm, es decir, un tercio del dimensionado inicial, por lo que, si las condiciones mecánicas lo permiten, la estabilidad en este caso no va a resultar un factor limitante. Si se mantiene el espesor de 10 mm, la carga máxima aplicable es de **137,77 N**.

### 3.5. Caso 3: inclinación del terreno

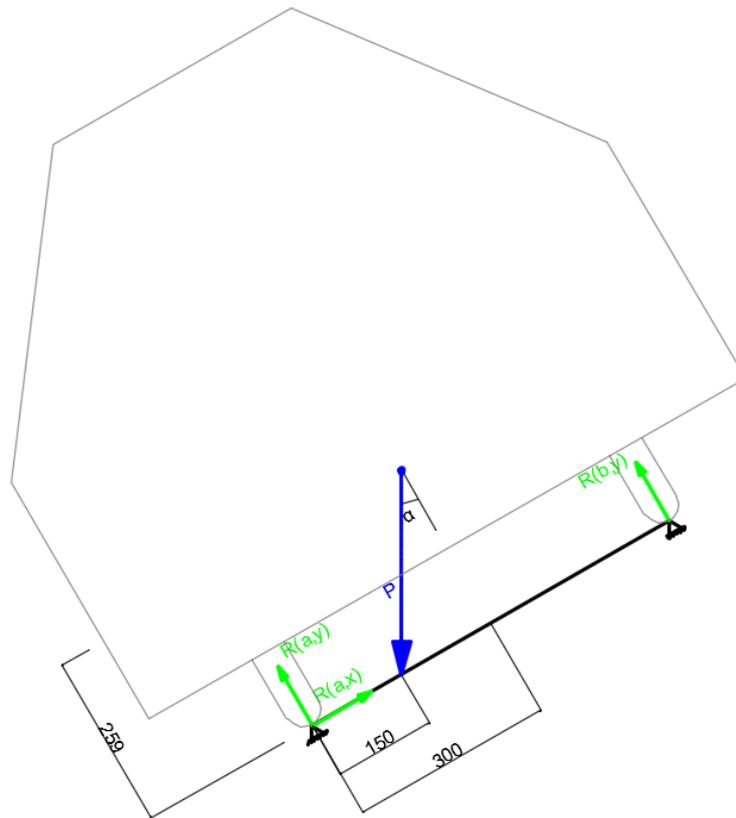


Fig. II.14 - Esquema del equilibrio de momentos ante una inclinación del terreno

En el caso de moverse por un terreno inclinado sin aceleración ni cargas externas, la estabilidad depende únicamente de cómo la inclinación desvía la carga del eje del robot.

Tal como se ve en la Fig. II.14, el ángulo  $\alpha$  es el que se forma entre la dirección del peso (totalmente vertical) y el eje del robot, perpendicular al suelo.

Para ello, se define la excentricidad (E):

$$E = h_{CDM} \cdot \tan(\alpha) = 259 \cdot \tan(\alpha) < 150 \text{ mm}$$

Si se impone una excentricidad máxima de 150 mm, el ángulo  $\alpha$  máximo será:

$$E_{m\acute{a}x} = 259 \cdot \tan(\alpha_{m\acute{a}x}) = 150$$

$$\alpha_{m\acute{a}x} = \arctan\left(\frac{150}{259}\right) = \mathbf{30^\circ}$$

Por tanto, se concluye que el ángulo máximo de inclinación del terreno por el que se puede desplazar el robot es de 30°.

## 4. Movilidad

### 4.1. Giro amplio

Para representar este giro de manera matemática, se plantea un sistema de tres ecuaciones y tres incógnitas ( $\omega$ ,  $r_1$  y  $r_2$ ) dependientes de las velocidades de ambas ruedas ( $v_1$  y  $v_2$ ), a partir de las ecuaciones básicas del giro y las condiciones de contorno, sabiendo que la distancia entre ambas ruedas es de 600 mm:

$$v_1 = \omega \cdot r_1$$

$$v_2 = \omega \cdot r_2$$

$$r_1 = r_2 - 600$$

Donde  $v_1$  y  $r_1$  hacen referencia a la rueda que gira a mayor velocidad, y por tanto a la rueda exterior durante el giro, y  $v_2$  y  $r_2$  hacen referencia a la rueda más cercana al eje de giro, mientras que  $\omega$  es igual para ambas ruedas. De estas expresiones se pueden despejar  $\omega$  y  $r_2$  de manera sencilla:

$$\omega = \frac{v_1}{r_1}$$

$$r_2 = \frac{v_2}{\omega} = \frac{v_2}{\frac{v_1}{r_1}} = \frac{v_2 \cdot r_1}{v_1}$$

Por tanto, tomando la ecuación que relaciona ambos radios y sustituyendo  $r_2$  por su equivalente, la deducción es la siguiente:

$$r_1 = \frac{v_2 \cdot r_1}{v_1} - 600$$

$$r_1 = \frac{v_2 \cdot r_1 - 600 \cdot v_1}{v_1}$$

$$r_1 \cdot v_1 = v_2 \cdot r_1 - 600 \cdot v_1$$

$$r_1 \cdot (v_2 - v_1) = 600 \cdot v_1$$

$$r_1 = \frac{600 \cdot v_1}{v_2 - v_1}$$

Por lo que el radio de giro de la rueda exterior ( $r_2$ ) es:

$$r_2 = r_1 + 600 = \frac{600 \cdot v_1}{v_2 - v_1} + 600$$

$$r_2 = \frac{600 \cdot v_1 + 600 \cdot (v_2 - v_1)}{v_2 - v_1}$$

$$r_2 = \frac{600 \cdot v_2}{v_2 - v_1}$$

Si se realiza el mismo procedimiento para calcular el radio de giro del CDM del robot, teniendo en cuenta que este se encuentra equidistante de ambas ruedas – es decir, a 300 mm de cada una – la expresión resultante es la siguiente:

$$r_{CDM} = \frac{300 \cdot v_{CDM}}{v_2 - v_{CDM}}$$

Al estar en el punto medio entre las dos ruedas, su velocidad siempre va a ser el promedio entre las velocidades de estas:

$$v_{CDM} = \frac{v_2 + v_1}{2}$$

Por lo que se puede deducir una expresión simplificada del radio de giro del centro de masa del robot:

$$r_{CDM} = \frac{300 \cdot \frac{v_2 + v_1}{2}}{v_2 - \frac{v_2 + v_1}{2}} = \frac{300 \cdot (v_2 + v_1)}{2v_2 - (v_2 + v_1)}$$

$$r_{CDM} = \frac{300 \cdot (v_2 + v_1)}{v_2 - v_1}$$

Todas las ecuaciones han sido planteadas tomando los radios en **mm**.

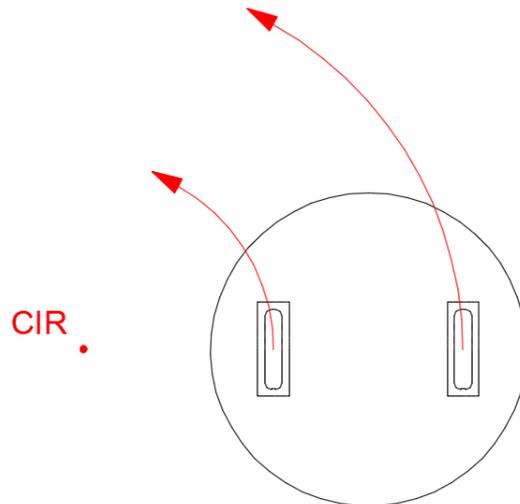


Fig. II.15 - Esquema de movimiento circular (vista de planta). Fuente: Elaboración propia

## 4.2. Giro sobre una rueda

Empleando las expresiones obtenidas en el apartado anterior, se comprueba que la rueda interior tiene radio 0 mm (no gira), la exterior tiene radio 600 mm (igual a la distancia entre ambas ruedas) y el CDM tiene radio 300 mm (el promedio entre ambas):

$$r_1 = \frac{600 \cdot v_1}{v_2 - v_1} = 0 \text{ mm}$$

$$r_2 = \frac{600 \cdot v_2}{v_2 - v_1} = \frac{600 \cdot v_2}{v_2} = 600 \text{ mm}$$

$$r_{CDM} = \frac{300 \cdot (v_2 + v_1)}{v_2 - v_1} = \frac{300 \cdot v_2}{v_2} = 300 \text{ mm}$$

Si la rueda exterior gira a 1 m/s, el tiempo que tardará en dar una vuelta completa y volver a la posición inicial será:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r_2}{v_2} = \frac{2\pi \cdot 0,6 \text{ m}}{1 \text{ m/s}} = 3,770 \text{ s}$$

Por lo que, para realizar un **giro de 180°**, empleará aproximadamente **1,885 s**.

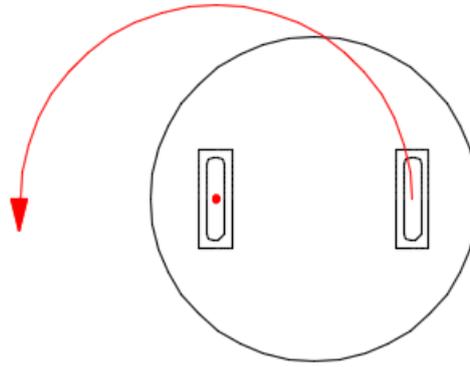


Fig. II.16 - Esquema de giro sobre una rueda (vista de planta)

### 4.3. Giro sobre su propio eje

La velocidad del giro es:

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Siendo  $v$  la velocidad lineal de una de las dos ruedas y  $r$  los 300 mm de distancia desde el eje hasta ella. Al tener ambas ruedas la misma velocidad y la misma distancia al eje, no es necesario especificar a cuál hacen referencia  $v$  y  $r$ .

Por tanto, si se supone 1 m/s de velocidad lineal a ambas ruedas, el tiempo que tardará en dar una vuelta completa y volver a la posición inicial será:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,3 \text{ m}}{1 \text{ m/s}} = 1,885 \text{ s}$$

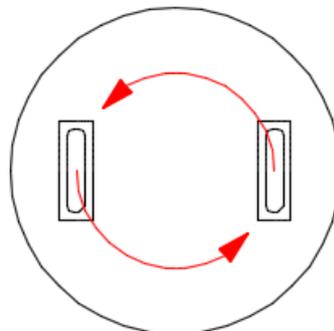


Fig. II.17- Esquema de giro sobre su propio eje (vista de planta). Fuente: Elaboración propia



ULL

Universidad  
de La Laguna



**Grado en Ingeniería Mecánica**

## **TRABAJO FIN DE GRADO**

**Diseño mecánico de un robot para el MCC**

### **ANEXO III: ESTUDIO ESTRUCTURAL**

**AUTOR:**

Álvaro Villarroel Añorbe

**TUTORES:**

Isabel Teresa Martín Mateos

Antonio Mampaso Rodríguez

Patricia Fernández Izquierdo



## Índice

<b>0. Introducción</b>	<b>III.1</b>
<b>1. Estructura superior</b>	<b>III.4</b>
1.1. Descripción	III.4
1.2. Estudio mediante ©SolidWorks	III.5
1.3. Comprobación teórica	III.9
1.4. Conclusión	III.12
<b>2. Placa intermedia</b>	<b>III.13</b>
2.1. Descripción	III.13
2.2. Estudio mediante ©SolidWorks	III.14
2.3. Conclusión	III.18
<b>3. Módulo inferior</b>	<b>III.20</b>
3.1. Descripción	III.20
3.2. Estudio mediante ©SolidWorks	III.21
3.3. Comprobación teórica	III.25
3.4. Conclusión	III.26
<b>4. Placa inferior</b>	<b>III.27</b>
4.1. Descripción	III.27
4.2. Estudio mediante ©SolidWorks	III.28
4.3. Conclusión	III.32



## 0. Introducción

La estructura del robot es compleja: consta de vigas, placas y disipadores de tensión con formas, esfuerzos y comportamientos muy distintos. Algunos de estos componentes son sencillos de calcular por su parecido con los elementos básicos estudiados en resistencia de materiales (barras, vigas, placas...), otros se pueden asemejar a dichos elementos de manera idealizada pero sin ofrecer un resultado suficientemente fiel a la realidad, por lo que deben ser calculados de manera teórica y mediante simulación por método de elementos finitos (MEF), y otros no guardan ningún tipo de relación con cualquier elemento idealizado, por lo que se toman como válidos los resultados de la simulación por MEF.

Los estudios se realizan a un nivel básico mediante ©**SolidWorks 2012**, incluyendo en los análisis ensamblajes de varios componentes a fin de lograr una fidelidad máxima con la realidad en cuanto a cargas, sujeciones, tensiones y desplazamientos. El orden de los mismos es descendente: en primer lugar se estudia la estructura de vigas superior, seguido del estudio del mismo junto con la placa intermedia donde se comprueba el comportamiento de dicha placa, y de esta manera se estudian todas las piezas conflictivas del chasis.

Aunque se detallará en cada estudio, es importante destacar que estos son meramente orientativos, por lo que los resultados tomados como válidos y las conclusiones no son obligatoriamente idénticos a los resultados numéricos y gráficos que ofrece el programa.

En cada estudio, se imponen cargas límite según el elemento a estudiar, la seguridad necesaria y las suposiciones realizadas, determinando a partir de estas condiciones y de los resultados obtenidos la capacidad mecánica del elemento o los elementos estudiados.

Es importante destacar que el material va a trabajar siempre por debajo del límite elástico, puesto que la región plástica, aun siendo válida para el servicio, provoca deformaciones que descompensan la estructura y generan tensiones que a largo plazo pueden ser fatales, llegando a dejar el robot inservible.

Todas las tablas e imágenes que aparecen en este anexo son **de elaboración propia**, a partir de los datos obtenidos mediante uso del programa, mientras que las fórmulas empleadas en el cálculo teórico se sacan del **Prontuario Ensidesa 3ª edición**.

Los factores y límites de seguridad impuestos son:

- **Para tensiones:** la relación entre la tensión soportada y la admisible debe ser superior a 1,5 para garantizar la seguridad estructural.

$$F.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_x} > 1,5$$

Ec. III. 1

- **Para desplazamientos:** se toma como referencia el CTE para imponer el primer límite de deformación, mientras que el segundo se impone para conservar el comportamiento isotrópico de los materiales evitando que la deflexión de los sólidos estudiados supere el eje neutro

$$f_{m\acute{a}x} < \frac{L}{500}$$

Ec. III.2

$$f_{m\acute{a}x} < \begin{cases} h/2 \text{ (para vigas)} \\ e/2 \text{ (para placas)} \end{cases}$$

Ec. III.3

Los símbolos empleados, sus unidades y significados son los siguientes:

Símbolo	Unidad	Magnitud
$h_i$	mm	Altura respecto del punto inferior de la sección
$b$	mm	Longitud de la base de la sección
$h$	mm	Altura de la sección
$e$	mm	Espesor de la viga
$d$	mm	Distancia entre el CDM de una sección y el CDM del conjunto
$I_i, I_x$	$\text{mm}^4$	Inercia respecto del eje horizontal
$y_{\text{máx}}$	mm	Distancia máxima al eje horizontal de la sección
$W_x$	$\text{mm}^3$	Módulo resistente
$p$	N/mm	Carga por unidad de longitud aplicada sobre una viga
$L$	mm	Longitud de una viga
$Q$	N	Carga total aplicada sobre una viga
$M_f$	Nm	Momento flector
$\sigma_x$	MPa	Tensión normal de una viga
$\sigma_{\text{adm}}$	MPa	Tensión límite de una viga
$f$	mm	Flecha o desplazamiento transversal de una sección
$E$	MPa	Módulo elástico

Tabla III.14 - Magnitudes empleadas en los cálculos

## 1. Estructura superior

### 1.1. Descripción

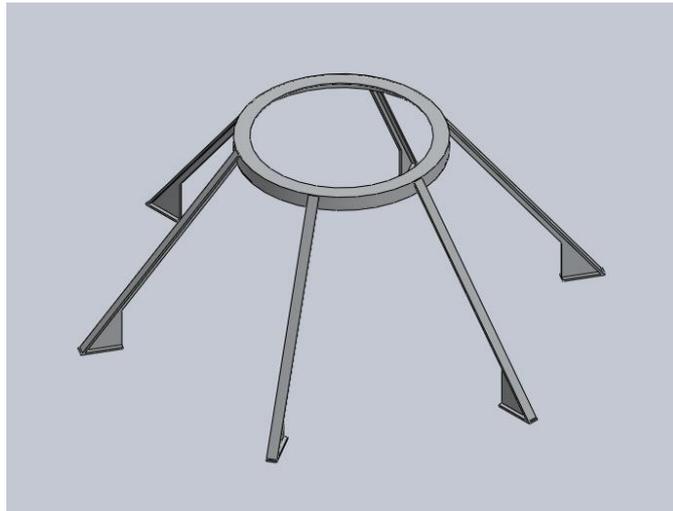


Fig. III.21 - Estructura superior. Fuente: Elaboración propia

La estructura superior es la parte más alta del chasis, y es también la que soporta directamente la carcasa y da forma a la mitad superior del robot.

Está compuesta por una corona circular en su parte más alta y seis vigas de 500 mm de longitud con perfil en T de 20 x 15 mm (b x h) y 4 mm de espesor soldadas a esta en simetría radial, cada una de ellas con una zapata de 80 x 30 mm y una cuña en forma de triángulo rectángulo en su extremo inferior que actúan como disipadores de tensión.

A priori, los puntos más conflictivos son los puntos medios y los extremos inferiores de las vigas, los primeros debido al momento flector y los segundos debido al cortante.

El objetivo de este estudio es determinar la capacidad máxima de la estructura y de cada una de las vigas por separado. Como capacidad mínima exigible se imponen los 150 N (aprox. 15 kg) que pueden llegar a pesar entre la carcasa y la cabeza del robot, pero se consideran también posibles cargas externas de hasta 750 N (aprox. 75 kg), equivalente al peso de una persona adulta de tamaño medio.

Las propiedades físicas del sólido estudiado, de acuerdo con los datos que ofrece software de simulación, son las siguientes::

- Masa:1,594 kg
- Volumen:590,5 cm<sup>3</sup>
- Densidad:2700 kg/m<sup>3</sup>
- Peso:15,62 N

## 1.2. Estudio mediante ©SolidWorks

El esquema de las cargas que soporta es el siguiente: el peso propio, aplicado como masa remota en el centro de masas, y una carga externa de 1750 N distribuida entre la corona y las seis vigas, aplicando 250 N en cada una de dichas piezas, siempre en las caras superiores.

Las sujeciones son empotradas en la cara inferior de cada una de las zapatas, simulando las soldaduras entre estas y la placa intermedia de la estructura.

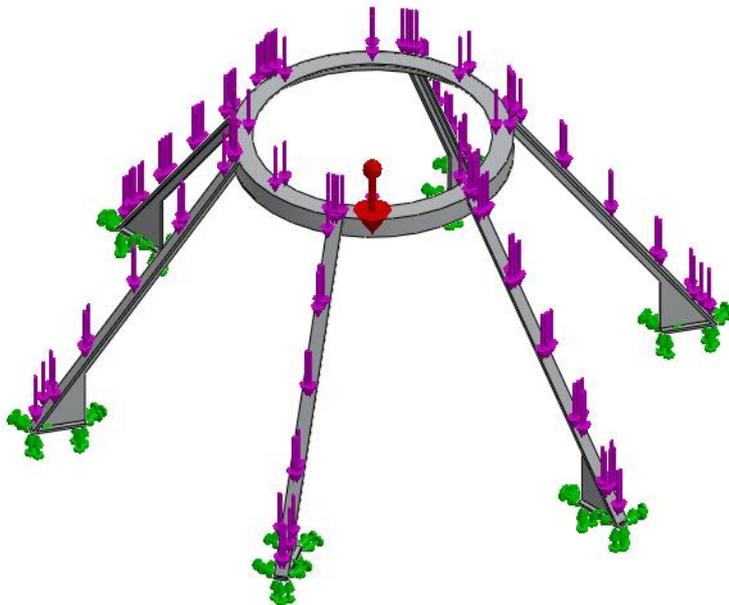


Fig. III.22 - Definición gráfica de las cargas y sujeciones

Las cargas impuestas son las siguientes:

Carga	Aplicada sobre	Unidades	Suma X	Suma Y	Suma Z
Carga externa	Corona superior Vigas	N	0	-1750	0
Gravedad	CDM	N/kg	0	-9,81	0

Tabla III.15 - Cargas aplicadas sobre el módulo superior

Generando el siguiente sumatorio de reacciones:

Esfuerzo	Unidades	Suma X	Suma Y	Suma Z	Resultante
Fuerzas	N	0	1766	0	1766
Momentos	Nm	0	0	0	0

Tabla III.16 – Reacciones de las sujeciones sobre el módulo superior

El sumatorio de momentos en las reacciones es nulo debido a la simetría entre las sujeciones, la cual provoca que cada momento se anule en el sumatorio con el de la sujeción opuesta.

El material empleado, junto con sus características, se detalla en la siguiente tabla:

Material	Aleación 1060
Tipo de modelo	Isotrópico elástico lineal
Límite elástico	27,57 MPa
Límite de tracción	68,94 MPa
Módulo elástico	69000 MPa
Coefficiente de Poisson	0,33
Densidad	2700 kg/m <sup>3</sup>
Módulo cortante	27000 MPa
Coefficiente de dilatación térmica	2.4 · 10 <sup>-5</sup> K <sup>-1</sup>

Tabla III.17 – Características del material aplicado al módulo superior

Los parámetros impuestos al estudio son los siguientes:

Tipo de análisis	Estático
Tratado como	Sólido
Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado	Malla estándar
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño de elementos	11,79 mm
Tolerancia	0,5894 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden

Tabla III.18 – Parámetros característicos del estudio del módulo superior

Los detalles de la malla y su representación gráfica son los siguientes:

Número total de nodos	21696
Número total de elementos	9801
Cociente máximo de aspecto	17,57
% de elementos con cociente de aspecto < 3	38,6
% de elementos con cociente de aspecto > 10	0,245

Tabla III.19 – Características del mallado del módulo superior

El cociente de aspecto, según el módulo de ayuda de ©SolidWorks, se define como “la relación entre la arista más larga y la normal más corta colocadas desde un vértice a la cara opuesta normalizada con respecto a un tetraedro perfecto”, es decir, cuanto menor sea el cociente de aspecto, más similitud existe entre las aristas de un elemento tetraédrico de la malla, y por tanto, mejor será la calidad del mallado y mayor será la precisión de los resultados obtenidos. En este caso, se observa que más de un tercio de los elementos tienen un cociente de aspecto inferior a 3, mientras que únicamente un 0,245 % tiene un cociente de aspecto superior a 10, por lo que se puede considerar que el mallado es válido.



Fig. III.23 - Mallado de la estructura superior

De esta manera, los resultados de tensión y desplazamiento son los siguientes:

**Tensión de von Mises:**

Valor máx.: 25,49 MPa

Localización: Extremo inferior de las vigas, alma de la viga

Diagnóstico: Elevado esfuerzo cortante en un empotramiento con un ángulo cerrado

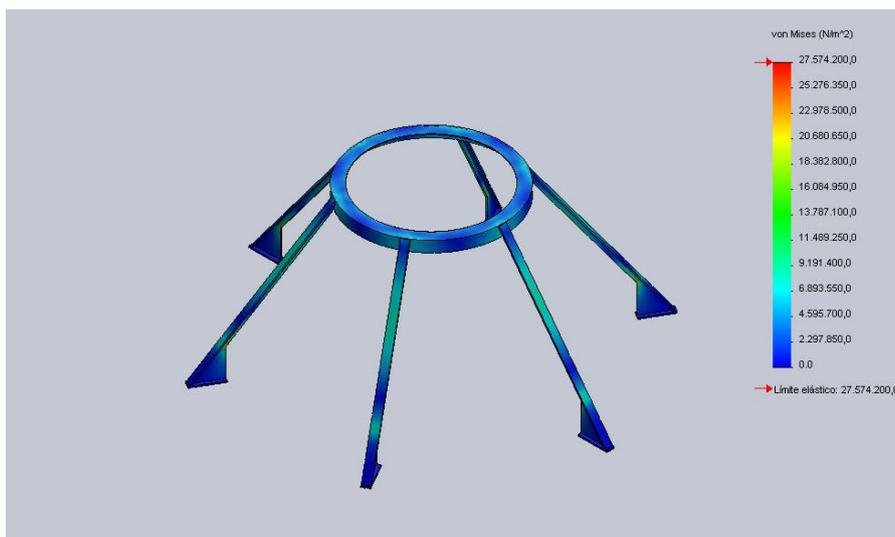


Fig. III.24 - Tensión de von Mises en la estructura superior

**Desplazamientos:**

Valor máx.: 0,265 mm

Localización: Ligeramente superior al punto medio de las vigas

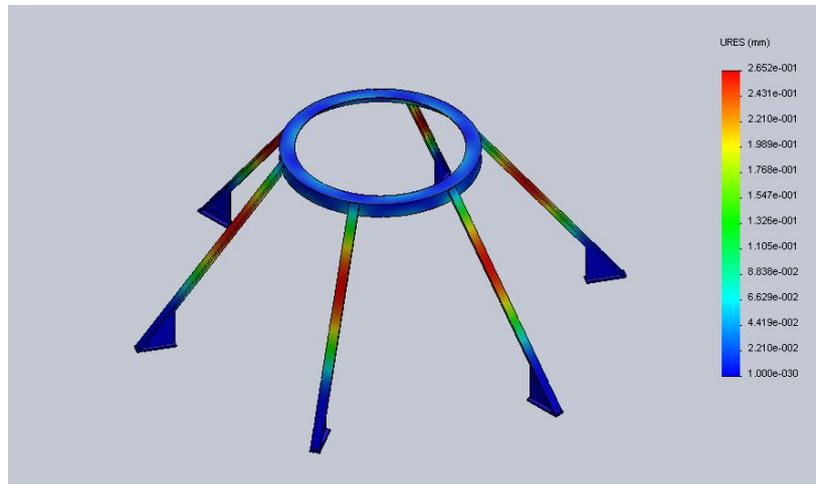


Fig. III.25 - Desplazamientos en la estructura superior

### 1.3. Comprobación teórica

El comportamiento de las vigas diagonales se encuentra entre el de una viga biempotrada y el de una empotrada-apoyada, puesto que el extremo superior no se puede definir exactamente como una de estas sujeciones. La sujeción propiamente dicha es por definición empotrada, puesto que la viga y la corona están soldadas, restringiendo cualquier desplazamiento o giro entre ellas, pero la corona no está anclada a ningún elemento fijo, sino que las propias vigas sirven de sujeción, por lo que esta puede girar y desplazarse, por lo que en ciertos casos puede actuar como apoyo deslizante. En la práctica, su comportamiento nunca será idéntico al de ninguno de los dos apoyos.

Una muestra de este comportamiento híbrido es la **Fig. III.5**, donde se observa que el punto de desplazamiento máximo no se encuentra en  $L/2$  como en una biempotrada con carga distribuida por toda la viga, ni en  $3/8 \cdot L$  como en una empotrada-apoyada con la misma carga, sino que está entre ambos puntos.

Esto conduce inevitablemente a error sea cual sea el apoyo al que se asemeje para su cálculo, por lo que la comparación se realiza con carácter meramente orientativo. El caso escogido es el de una viga biempotrada, dado que, suponiendo

que las vigas soportan cargas idénticas (como el caso estudiado) y sabiendo que están situadas de manera simétrica, el giro de la corona es nulo, por lo que se impone esta condición como la más importante.

En primer lugar, se obtienen los valores de inercia y módulo resistente de la sección transversal, previo cálculo de los centros de masas de las distintas zonas que componen el perfil:

Refiriéndose con el subíndice 1 a la zona constituida por ambas alas, y con 2 al alma, las alturas de los CDM respecto del punto inferior del perfil se calculan analíticamente de la siguiente manera:

$$h_1 = h - \frac{e}{2} = 15 - 2 = 13 \text{ mm}$$

Ec. III.4

$$h_2 = \frac{(h - e)}{2} = \frac{11}{2} = 5,5 \text{ mm}$$

Ec. III.5

$$h_{CDM} = \frac{\Sigma(h_i \cdot A_i)}{\Sigma A_i} = \frac{13 \cdot 80 + 5,5 \cdot 60}{80 + 60} = 10,34 \text{ mm}$$

Ec. III.6

$$I_X = \Sigma(I_i + A_i \cdot d_i^2) = \Sigma\left(\frac{bh^3}{12} + bh \cdot (h_i - h_{CDM})^2\right)$$

Ec. III.7

$$I_X = \left(\frac{20 \cdot 4^3}{12} + 20 \cdot 4 \cdot (13 - 10,34)^2\right) + \left(\frac{4 \cdot 15^3}{12} + 4 \cdot 15 \cdot (5,5 - 10,34)^2\right) = 2147 \text{ mm}^4$$

$$W_X = \left|\frac{I_X}{y_{m\acute{a}x}}\right| = \frac{I_X}{h/2} = \frac{2147 \text{ mm}^4}{7,5 \text{ mm}} = 286,3 \text{ mm}^3$$

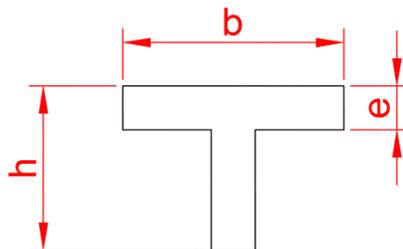


Fig. III.26 - Sección transversal de las vigas diagonales

Una vez hallados los valores propios de la sección de la viga, se procede a calcular los máximos de tensiones y desplazamiento que sufre:

### Tensión normal:

Al existir esfuerzos de flexión en una única dirección, se puede plantear como una ecuación lineal, distribuyendo la carga entre los 500 mm pero tomando como longitud únicamente los 420 mm que quedan libres entre la cuña y el extremo superior:

$$M_f = \frac{-pL^2}{12} = \frac{-\frac{250 \text{ N}}{500 \text{ mm}} \cdot (420 \text{ mm})^2}{12} = 7,35 \text{ Nm}$$

Ec. III.8

$$\sigma_x = \left| \frac{M_f}{W_x} \right| = \frac{7,35 \text{ Nm}}{286,3 \text{ mm}^3} = 25,67 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 25,67 \text{ MPa}$$

Ec. III.9

$$\sigma_{\text{máx}} = 25,67 \text{ MPa}$$

### Desplazamiento:

$$f_{\text{máx}} = \frac{pL^4}{384EI} = \frac{\frac{250 \text{ N}}{500 \text{ mm}} \cdot (420 \text{ mm})^4}{384 \cdot 69000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 2147 \text{ mm}^4} = 0,273 \text{ mm}$$

Ec. III.10

$$f_{\text{máx}} = 0,273 \text{ mm}$$

## 1.4. Conclusión

Los resultados de la simulación mediante MEF y los de la comprobación teórica son similares (0,7 % de error), por lo que cualquiera de los dos métodos resulta válido:

	Tensión (MPa)	Desplazamiento (mm)
©SolidWorks	25,49	0,265
Método teórico	25,67	0,273
Valor límite	27,57	1,40
Factor de Seguridad	1,07	5,13

Tabla III.20 – Resultados del estudio del módulo superior

Los factores de seguridad se calculan sobre el límite elástico en el caso de la tensión y sobre el límite L/500 que impone el DB-SE-A, el cual se extrapola al uso del aluminio estructural al no existir normativa que lo regule en este aspecto.

Si se impone un **factor de seguridad de 1,5** por criterios de proyecto, y teniendo en cuenta el comportamiento isotrópico que se le atribuye al aluminio, la proporción carga/tensión permite **soportar cargas de hasta 179 N (18 kg) cada viga**, lo cual cumple todas las condiciones exigidas.

Tal y como se supuso al principio, los puntos críticos son la zona central de las vigas y el extremo inferior, dado que son los puntos que más sufren de flexión y cortante, respectivamente. El desplazamiento no supone ningún problema ya que cumple la normativa escogida como referencia y no altera la condición isotrópica del material.

## 2. Placa intermedia

### 2.1. Descripción

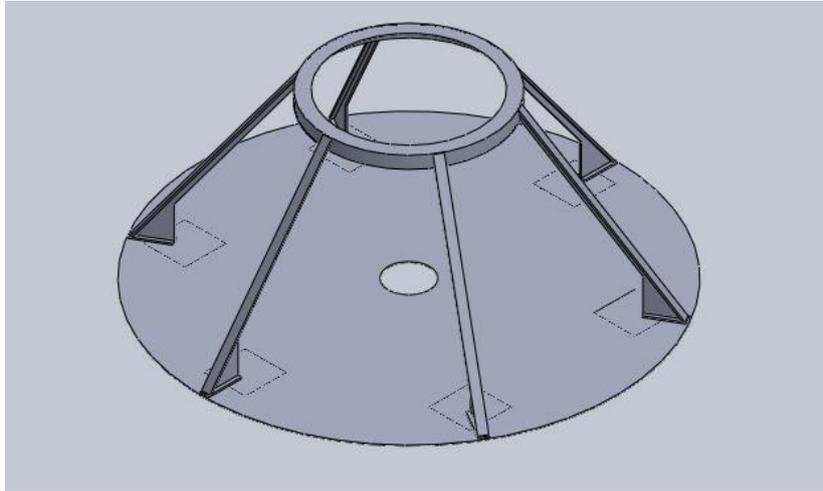


Fig. III.27 – Módulo superior completo

El módulo superior se asienta sobre una placa circular de aluminio de 2 mm de espesor y 1 m de diámetro, atornillada a las zapatas de módulo inferior, sobre la que también descansan todos los aparatos y elementos electrónicos que estén en la parte alta del robot.

Estructuralmente, se trata de un elemento que no debe sufrir esfuerzos demasiado grandes, puesto que el módulo superior y el inferior tienen sus uniones muy cercanas entre ellas, por lo que las cargas que soporta la estructura superior se transmiten al módulo inferior casi sin generar esfuerzos flectores a la placa, mientras que el peso de los componentes electrónicos no es elevado.

Es de esperar que el espesor de 2 mm esté bastante sobredimensionado a nivel estructural, pero teniendo en cuenta que se trata de un elemento cuyas uniones, tanto desmontables como no desmontables, van a ser de vital importancia, se toma un valor que resulte adecuado para trabajar bien la soldadura y soportar la tornillería necesaria.

En el estudio, se aplican sobre la estructura superior las mismas cargas que en el **Estudio 1**, por lo que los resultados de esta no se tienen en cuenta en este apartado, centrándose este únicamente en la placa intermedia.

Las propiedades físicas del sólido estudiado, de acuerdo con los datos que ofrece software de simulación, son las siguientes::

- Masa:4,199 kg
- Volumen:1555 cm<sup>3</sup>
- Densidad:2700 kg/m<sup>3</sup>
- Peso:41,15 N

## 2.2. Estudio mediante ©SolidWorks

El esquema de las cargas que soporta es el siguiente: el peso propio, aplicado como masa remota en el centro de masas, y una carga externa de 1750 N distribuida entre la corona y las seis vigas, aplicando 250 N en cada una de dichas piezas, siempre en las caras superiores, y **una carga distribuida de 1000 N sobre la placa**.

A pesar de no resultar válidas las cargas del estudio anterior por motivos de seguridad, en la práctica esa carga es posible sin romper ni deformar plásticamente la estructura, por lo que se tendrá en cuenta para llevar el estudio al caso límite.

Las sujeciones son empotradas en la cara inferior de cada una de las zapatas, de las cuales se puede ver la silueta dibujada sobre la placa.

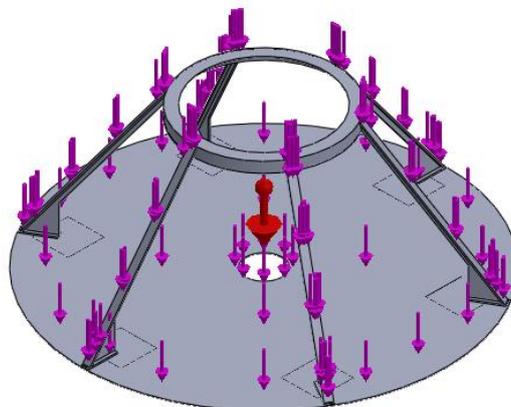


Fig. III.28 - Definición gráfica de las cargas

Las cargas impuestas son las siguientes:

Carga	Aplicada sobre	Unidades	Suma X	Suma Y	Suma Z
Carga superior	Corona superior Vigas	N	0	-1750	0
Gravedad	CDM	N/kg	0	-9,81	0
Carga sobre la placa	Placa intermedia	N	0	-1000	0

Tabla III.21 – Cargas aplicadas sobre la placa intermedia

Generando el siguiente sumatorio de reacciones:

Esfuerzo	Unidades	Suma X	Suma Y	Suma Z	Resultante
Fuerzas	N	0	2813	0	2813
Momentos	Nm	0	0	0	0

Tabla III.22 – Reacciones de las sujeciones de la placa intermedia

El sumatorio de momentos en las reacciones es nulo debido a la simetría entre las sujeciones, la cual provoca que cada momento se anule en el sumatorio con el de la sujeción opuesta.

El material empleado, junto con sus características, se detalla en la siguiente tabla:

Material	Aleación 1060
Tipo de modelo	Isotrópico elástico lineal
Límite elástico	27,57 MPa
Límite de tracción	68,94 MPa
Módulo elástico	69000 MPa
Coefficiente de Poisson	0,33
Densidad	2700 kg/m <sup>3</sup>
Módulo cortante	27000 MPa
Coefficiente de dilatación térmica	2.4 · 10 <sup>-5</sup> K <sup>-1</sup>

Tabla III.23 – Características del material aplicado a la placa intermedia

Los parámetros impuestos al estudio son los siguientes:

Tipo de análisis	Estático
Tratado como	Sólido
Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado	Malla estándar
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño de elementos	28,69 mm
Tolerancia	1,435 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden

Tabla III.24 – Parámetros característicos del estudio de la placa intermedia

Los detalles de la malla y su representación gráfica son los siguientes:

Número total de nodos	20489
Número total de elementos	9539

Tabla III.25 – Características del mallado de la placa intermedia



Fig. III.29 - Mallado de la estructura superior

De esta manera, los resultados de tensión y desplazamiento son los siguientes:

**Tensión de von Mises:**

Valor máx.: 23,17 MPa

Localización: Puntos contiguos a las zapatas laterales

Diagnóstico: Elevada concentración de tensiones debido al borde afilado de las zapatas

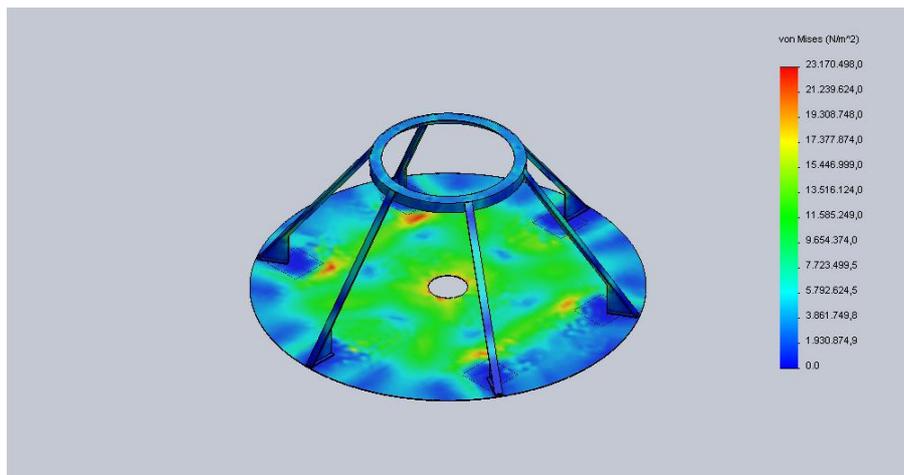


Fig. III.30 - Tensión de von Mises en el módulo superior

**Desplazamientos:**

Valor máx.: 4,630 mm

Localización: Puntos centrales de la placa

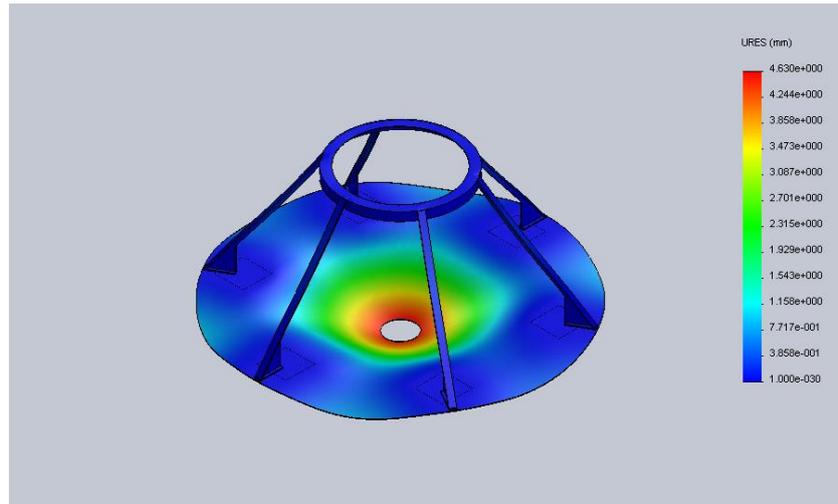


Fig. III.31 - Desplazamientos en el módulo superior

### 2.3. Conclusión

En este caso no es posible realizar la comprobación teórica, puesto que la irregularidad de los apoyos empotrados impide idealizar la placa de ninguna manera. Por tanto, los únicos resultados que se comprueban son los que ofrece ©SolidWorks:

	Tensión (MPa)	Desplazamiento (mm)
©SolidWorks	23,17	4,630
Valor límite	27,57	1,00
Factor de Seguridad	1,19	0,30

Tabla III.26 – Resultados del estudio de la placa intermedia

La tensión, al igual que en el caso anterior, queda dentro del límite elástico pero sin alcanzar el factor de seguridad requerido, por lo que las cargas impuestas son soportables y el caso estudiado es posible, pero no se estaría trabajando dentro de los límites de seguridad.

No obstante, el factor limitante en este caso es el desplazamiento transversal ( $f$ ) que sufre la placa en su zona central, el cual supone más del triple del límite impuesto. Como se ha estudiado con cargas muy superiores a las que soportará durante su funcionamiento, no es necesario redimensionar; simplemente se marca un peso máximo autorizado (PMA) distinto.

Como el estudio fue realizado tomando el material como isotrópico, se puede tomar la proporción resultante hasta valores aceptables, por lo que el cálculo, despreciando el efecto de las cargas que transmite la estructura superior, es el siguiente:

$$f_{adm} = \text{mín} \left[ \frac{L}{500}; e \right] = \text{mín}[1,4 \text{ mm}; 1 \text{ mm}] = 1 \text{ mm}$$

Ec. III.11

$$PMA = \frac{f_{adm} \cdot 1000 \text{ N}}{f_{calc}} = \frac{1 \text{ mm} \cdot 1000 \text{ N}}{4,630 \text{ mm}} = 216,0 \text{ N} \cong 22 \text{ kgf}$$

Ec. III.12

Por tanto, se concluye que **la carga máxima de la placa es de 22 kg.**

### 3. Módulo inferior

#### 3.1. Descripción

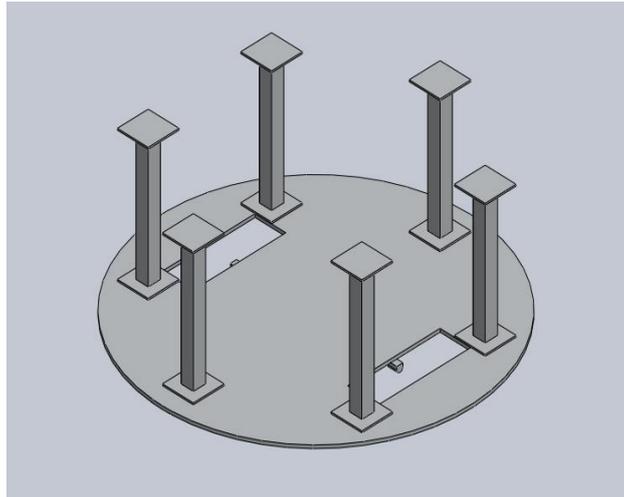


Fig. III.32 – Módulo superior completo

El módulo inferior soporta el peso del módulo superior y todas las cargas que este le transmite, las cuales se distribuyen en seis pilares equidistantes de perfil cuadrado 40.2, que a su vez transmiten estas cargas a la placa inferior, de 10 mm de espesor, que se apoya sobre dos ruedas locas en las partes anterior y posterior y sobre un eje situado en el centro de la misma sujetando a la vez ambas ruedas.

En este estudio se estudia el comportamiento de este ensamblaje ante las cargas que recibe del módulo superior, estableciendo límites de carga y puntos críticos de la estructura.

Las propiedades físicas del sólido estudiado, de acuerdo con los datos que ofrece software de simulación, son las siguientes::

- Masa: 23,78 kg
- Volumen: 8807 cm<sup>3</sup>
- Densidad: 2700 kg/m<sup>3</sup>
- Peso: 233,0 N

### 3.2. Estudio mediante ©SolidWorks

El esquema de las cargas que soporta es el que se observa en la Fig. III.13, con 1100 N aplicados sobre la placa intermedia, la cual se ha excluido del estudio dado que ya se ha estudiado en el apartado anterior.

A pesar de no resultar válidas las cargas del estudio anterior por motivos de seguridad, en la práctica esa carga es posible sin romper, por lo que se tendrá en cuenta para llevar el estudio al caso límite.

Las sujeciones son empotradas en los extremos del eje y deslizantes en las ruedas locas, ubicadas bajo los pilares anterior y posterior.

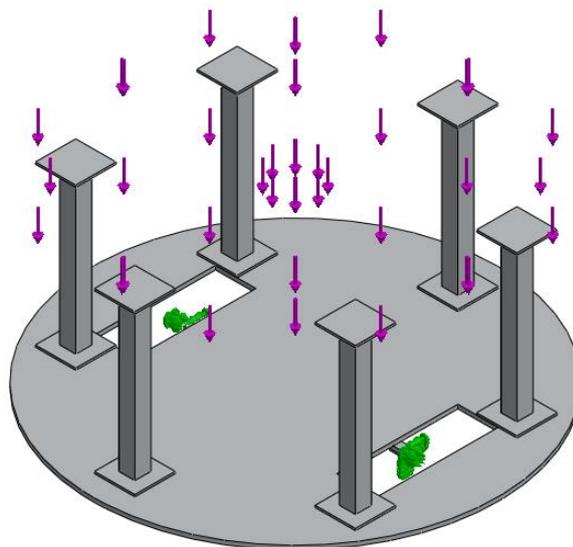


Fig. III.33 - Definición gráfica de las cargas

En este caso, despreciando el peso propio de los pilares, se aplica una única carga:

Carga	Aplicada sobre	Unidades	Suma X	Suma Y	Suma Z
Carga distribuida	Placa intermedia	N	0	-1100	0

Tabla III.27 – Cargas aplicadas sobre el módulo inferior

Generando las siguientes reacciones en los distintos apoyos:

Sujeción	Unidades	Suma X	Suma Y	Suma Z	Resultante
Eje	N	0	664	0	2813
Ruedas locas	N	0	436	0	0

Tabla III.28 – Reacciones de las sujeciones del módulo inferior

El material empleado se detalla en la siguiente tabla:

Material	Aleación 1060
Tipo de modelo	Isotrópico elástico lineal
Límite elástico	27,57 MPa
Límite de tracción	68,94 MPa
Módulo elástico	69000 MPa
Coefficiente de Poisson	0,33
Densidad	2700 kg/m <sup>3</sup>
Módulo cortante	27000 MPa
Coefficiente de dilatación térmica	2.4 · 10 <sup>-5</sup> K <sup>-1</sup>

Tabla III.29 – Características del material aplicado a la placa intermedia

Los parámetros impuestos al estudio son los siguientes:

Tipo de análisis	Estático
Tratado como	Sólido
Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado	Malla estándar
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño de elementos	40,40 mm
Tolerancia	0,6089 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden

Tabla III.30 – Parámetros característicos del estudio del módulo inferior

Los detalles de la malla y su representación gráfica son los siguientes:

Número total de nodos	18562
Número total de elementos	9487
Cociente máximo de aspecto	174,56
% de elementos con cociente de aspecto < 3	3
% de elementos con cociente de aspecto > 10	60

Tabla III.31 – Características del mallado del módulo inferior

En este caso, se observe que una gran cantidad de elementos tiene un cociente de aspecto superior a 10, por lo que los resultados del estudio pueden sufrir algunas alteraciones. Esto se debe a la gran relación que existe entre las dimensiones de las piezas en direcciones distintas, dado que los espesores de las mismas son reducidos y sus dimensiones longitudinales son elevadas. Por ello, se realiza también una comprobación teórica de cargas máximas que ratifique que la estructura soporta estas cargas.

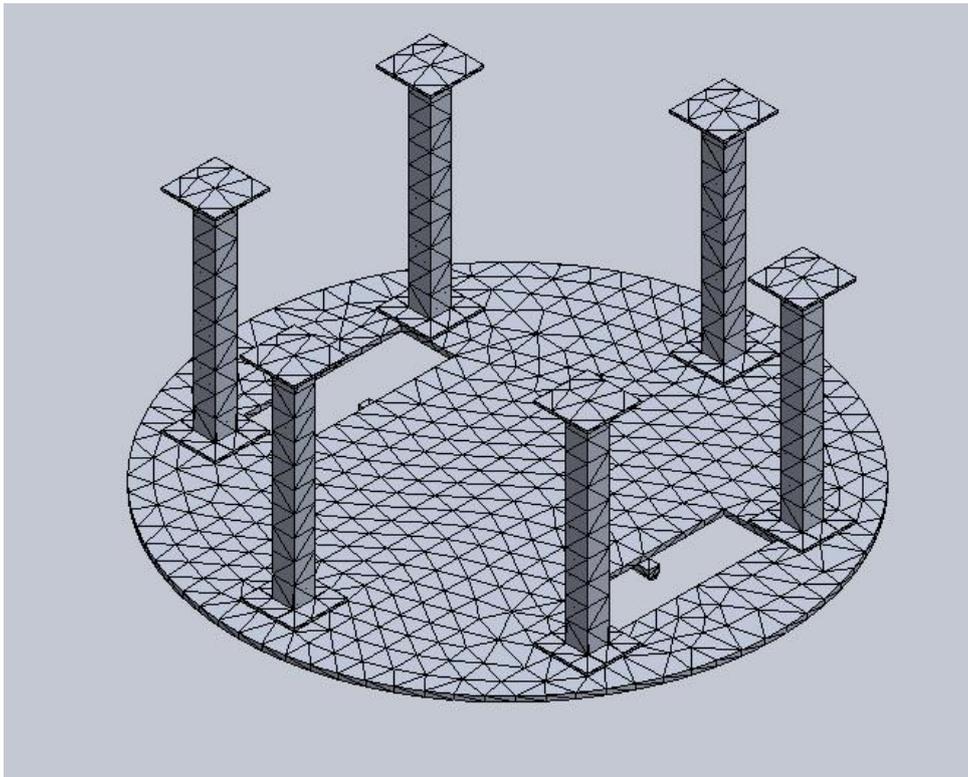


Fig. III.34 - Mallado de la estructura superior

De esta manera, los resultados de tensión y desplazamiento son los siguientes:

**Tensión de von Mises:**

Valor máx.: 18,12 MPa

Localización: Extremos superiores de los pilares, en las esquinas del perfil

Diagnóstico: Elevada concentración de tensiones debido al borde afilado de los propios pilares

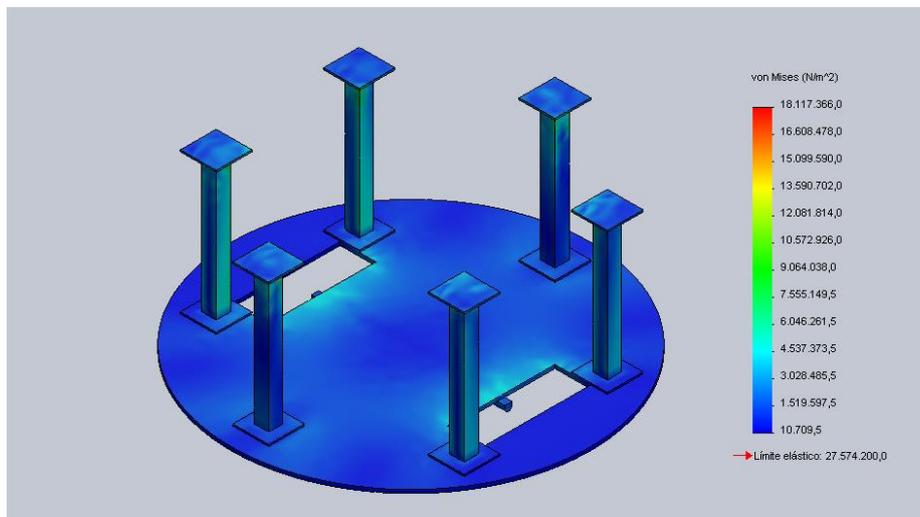


Fig. III.35 - Tensión de von Mises en el módulo inferior

**Desplazamientos:**

Valor máx.: 2,171 mm

Localización: Zapatas de los pilares laterales, esquinas interiores

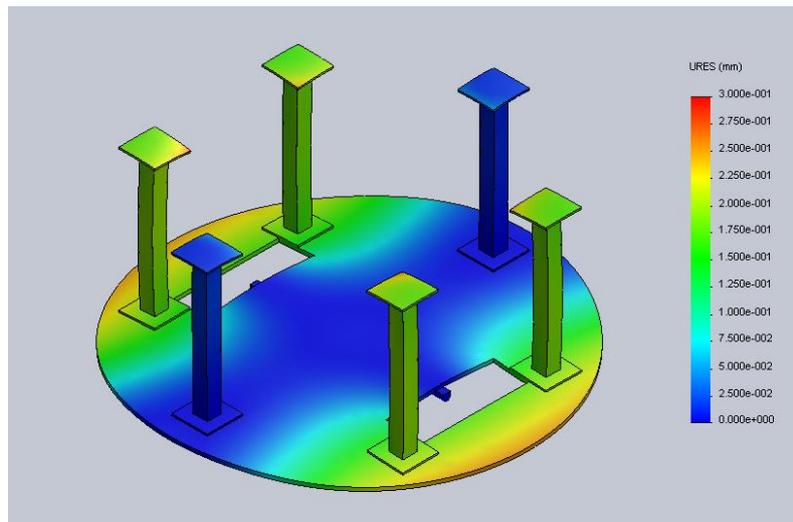


Fig. III.36 - Desplazamientos en el módulo inferior

### 3.3. Comprobación teórica

Se comprueban de manera teórica los pilares a compresión, flexión y pandeo, ignorando los cálculos de desplazamientos por no ser comparables. Esta consideración se toma porque el desplazamiento total de un punto P perteneciente a un pilar en el análisis mediante *software* de simulación es igual al desplazamiento de la placa en el punto de unión empotrada más el desplazamiento de punto P respecto del empotramiento, mientras que analíticamente lo único que se puede calcular de manera fiable es el desplazamiento de un punto P del pilar respecto de la unión.

Planteando las ecuaciones de resistencia de materiales correspondientes y empleando el valor de límite elástico que proporciona ©SolidWorks (27,57 MPa), se pueden hallar los límites de flexión ( $M_{f,adm}$ ) y compresión ( $N_{adm}$ ) de los pilares:

$$M_{f,adm} = \sigma_{d,adm} \cdot W = \frac{27,57 \text{ MPa}}{1,5} \cdot 3,40 \text{ cm}^3 = \mathbf{62,5 \text{ Nm}}$$

Ec. III.13

$$N_{adm} = \sigma_{d,adm} \cdot A = \frac{27,57 \text{ MPa}}{1,5} \cdot 290 \text{ mm}^2 = \mathbf{5330 \text{ N}}$$

Ec. III.14

Los pilares son capaces de aguantar **5,33 kN** (544 kgf) **de carga axial** en compresión pura y **62,5 Nm de momento flector** en flexión pura. Con ello se demuestra de manera teórica que los pilares del módulo inferior son capaces de resistir cargas superiores a las cargas máximas del módulo superior, por lo que estos no serán nunca un factor limitante en la estructura.

### 3.4. Conclusión

Como se observa en la Tabla III.19, los 1100 N aplicados al estudio del módulo inferior están dentro de los límites de seguridad impuestos:

	Tensión (MPa)
©SolidWorks	18,12
Valor límite	27,57
Factor de Seguridad	1,52

Tabla III.32 – Resultados del estudio de la placa intermedia

Estos 1100 N son un valor aproximado a 110 kgf, a los que se les resta el peso del módulo superior (aprox. 5 kg) y el de la carcasa (otros 5 kg aprox.), quedando una fuerza ligeramente superior a los 100 kgf. Por lo tanto, se concluye que **los pilares del módulo inferior tienen una carga máxima de 100 kg.**

## 4. Placa inferior

### 4.1. Descripción

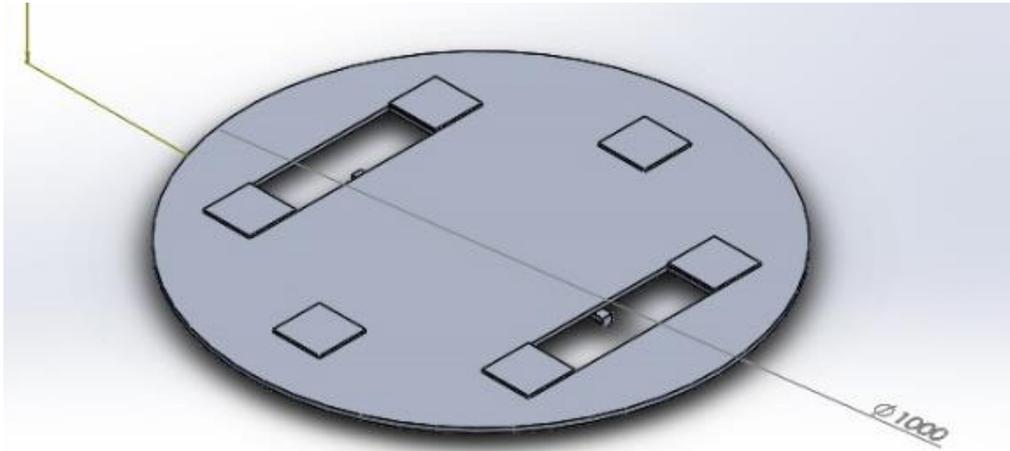


Fig. III.37 – Placa inferior. Fuente: Elaboración propia

La placa inferior es la base de toda la estructura, asentándose sobre las dos ruedas locas el eje que une las dos ruedas motrices. Se trata de una placa de aluminio de 1 m de diámetro y 10 mm de espesor a la que se le practican dos agujeros de 100 x 300 mm de manera simétrica a 500 mm uno del otro. Debe soportar las cargas transmitidas por los pilares y el peso de la aparamenta que se instale en el módulo inferior, por lo que su resistencia se estudia imponiendo un total de 750 N transmitidos desde los pilares y buscando el mayor valor de carga distribuida que soporta sobre su cara superior.

Las propiedades físicas del sólido estudiado de acuerdo con los datos que ofrece el *software* de simulación, son las siguientes:

- Masa: 19,59 kg
- Volumen: 7254 cm<sup>3</sup>
- Densidad: 2700 kg/m<sup>3</sup>
- Peso: 191,94 N

### 4.2. Estudio mediante ©SolidWorks

El esquema de las cargas que soporta es el siguiente: una carga de 750 N distribuida equitativamente sobre las seis zapatas, y una carga de 1200 N sobre su cara superior.

Las sujeciones son empotradas en los extremos del eje y deslizantes en las ruedas locas.

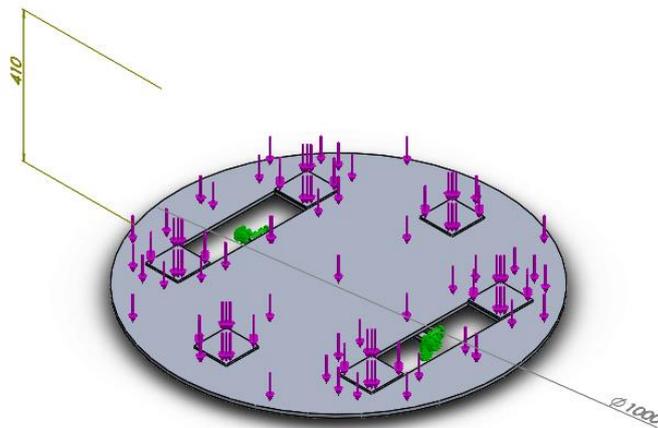


Fig. III.38 - Definición gráfica de las cargas y sujeciones

Las cargas impuestas son las siguientes:

Carga	Aplicada sobre	Unidades	Suma X	Suma Y	Suma Z
Carga de pilares	Zapatas	N	0	-750	0
Carga sobre la placa	Placa inferior	N	0	-1200	0

Tabla III.33 - Cargas aplicadas sobre la placa inferior

Generando el siguiente sumatorio de reacciones:

Esfuerzo	Unidades	Suma X	Suma Y	Suma Z	Resultante
Eje	N	0	923	0	923
Ruedas locas	N	0	1027	0	1027

Tabla III.34 – Reacciones de las sujeciones sobre la placa inferior

El sumatorio de momentos en las reacciones es nulo debido a la simetría entre las sujeciones, la cual provoca que cada momento se anule en el sumatorio con el de la sujeción opuesta.

El material empleado, junto con sus características, se detalla en la siguiente tabla:

Material	Aleación 1060
Tipo de modelo	Isotrópico elástico lineal
Límite elástico	27,57 MPa
Límite de tracción	68,94 MPa
Módulo elástico	69000 MPa
Coefficiente de Poisson	0,33
Densidad	2700 kg/m <sup>3</sup>
Módulo cortante	27000 MPa
Coefficiente de dilatación térmica	2.4 · 10 <sup>-5</sup> K <sup>-1</sup>

Tabla III.35 – Características del material aplicado a la placa inferior

Los parámetros impuestos al estudio son los siguientes:

Tipo de análisis	Estático
Tratado como	Sólido
Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado	Malla estándar
Puntos jacobianos	4 Puntos
Tamaño de elementos	24,91 mm
Tolerancia	1,246 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden

Tabla III.36 – Parámetros característicos del estudio del módulo superior

Los detalles de la malla y su representación gráfica son los siguientes:

Número total de nodos	16732
Número total de elementos	8283
Cociente máximo de aspecto	21,09
% de elementos con cociente de aspecto < 3	79,1
% de elementos con cociente de aspecto > 10	1,42

Tabla III.37 – Características del mallado del módulo superior

La calidad del mallado en este estudio, si se evalúa a través de los cocientes de aspecto, es muy buena, con casi un 80 % de los elementos en cocientes de aspecto inferiores a 3. Esto permite tomar los resultados del estudio como válidos.

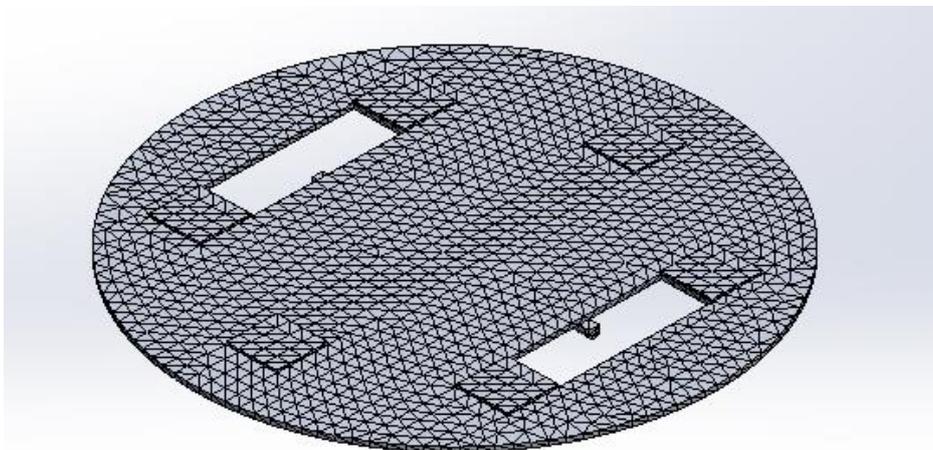


Fig. III.39 - Mallado de la placa inferior

De esta manera, los resultados de tensión y desplazamiento son los siguientes:

**Tensión de von Mises:**

Valor máx.: 15,73 MPa

Localización: Esquinas de los agujeros y puntos cercanos al eje

Diagnóstico: Transmisión de grandes esfuerzos en uniones y esquinas de geometría muy angular.

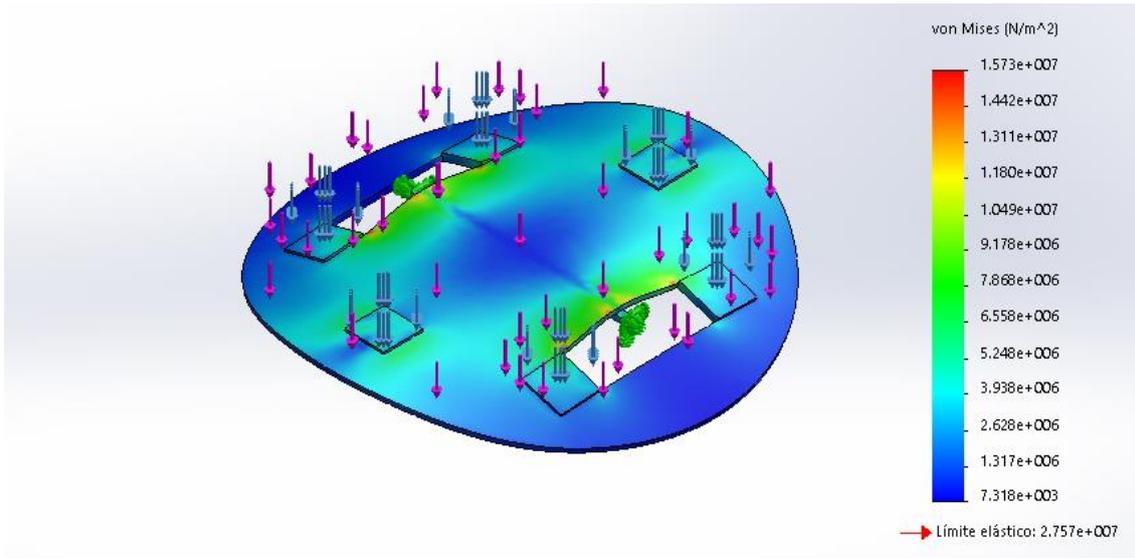


Fig. III.40 - Tensión de von Mises en la placa inferior

**Desplazamientos:**

Valor máx.: 1,04 mm

Localización: Extremos laterales de la placa

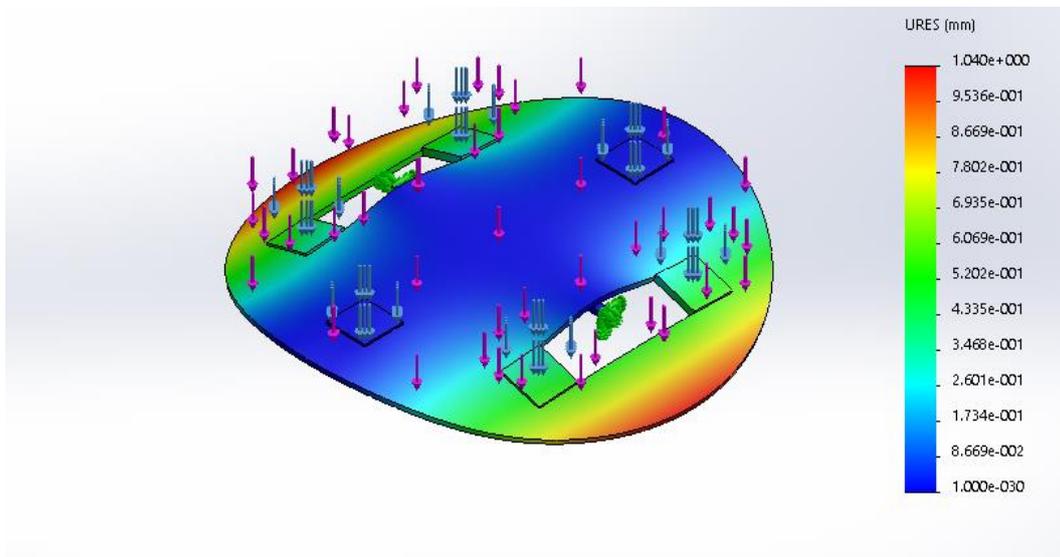


Fig. III.41 - Desplazamientos en la placa inferior

### 4.3. Conclusión

En este caso no es posible realizar la comprobación teórica, puesto que la irregularidad de los apoyos empotrados impide idealizar la placa de ninguna manera. Por tanto, los únicos resultados que se comprueban son los que ofrece ©SolidWorks:

	Tensión (MPa)	Desplazamiento (mm)
©SolidWorks	15,73	1,04
Valor límite	27,57	5,00
Factor de Seguridad	1,75	4,81

Tabla III.38 – Resultados del estudio del módulo superior

La tabla III.25 demuestra que la placa inferior soporta las cargas impuestas en el estudio con un factor de seguridad aceptable, por lo que se toman estos valores como válidos. Ello significa que sobre la placa pueden descansar hasta **120 kg** en baterías, sistemas electrónicos o cualquier elemento que sea necesario.

ULL

---

Universidad  
de La Laguna



**Grado en Ingeniería Mecánica**

## **TRABAJO FIN DE GRADO**

**Diseño mecánico de un robot para el MCC**

### **ANEXO IV: CÁLCULOS DE POTENCIA**

**AUTOR:**

Álvaro Villarroel Añorbe

**TUTORES:**

Isabel Teresa Martín Mateos

Antonio Mampaso Rodríguez

Patricia Fernández Izquierdo



## Índice

<b>0. Introducción.....</b>	<b>IV.1</b>
<b>1. Resultados experimentales .....</b>	<b>IV.1</b>
<b>2. Cálculo de potencia necesaria .....</b>	<b>IV.2</b>



## 0. INTRODUCCIÓN

Se realiza un estudio experimental en el Instituto Tecnológico de Energías Renovables (ITER) en condiciones muy similares a las que tendrá el robot del museo, con unas ruedas de características válidas para su instalación en el robot y una carga similar a la calculada para este, lo cual permite extrapolar los valores obtenidos a las condiciones máximas de trabajo que se le vayan a imponer durante su funcionamiento en el museo. Este estudio permite conocer el coeficiente de rozamiento de las ruedas, el cual determina su comportamiento.

## 1. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Como se observa en la Fig. IV.1, el área de contacto de la rueda con el suelo es despreciable en comparación con las dimensiones de la rueda, por lo que podrá realizarse el estudio tomando esta como sólido rígido. La imagen mostrada en la Fig. IV.1 fue tomada con una carga de 30 kg y una presión relativa en las ruedas de 1 bar, por lo que con 100 kg y 2,4 bar de presión (valor recomendado por el fabricante) el comportamiento es similar y por tanto la idealización como sólido rígido sigue siendo válida.

Sin embargo, además de las fuerzas propias del estudio del sólido rígido, hay que suponer también un par resistente opuesto al giro de la rueda.

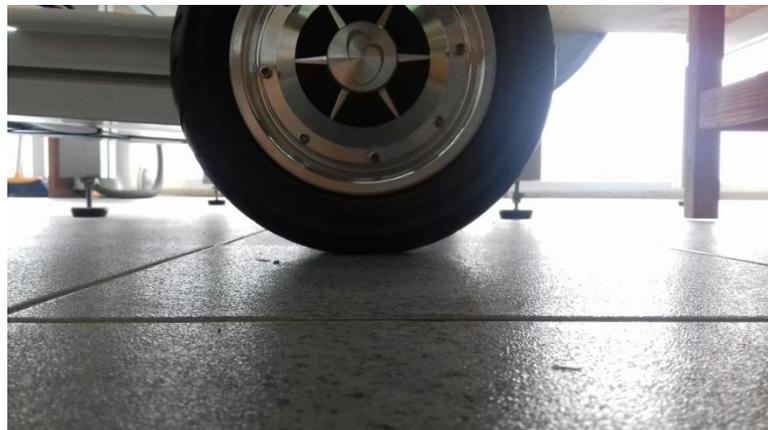


Fig. IV.42 - Vista de perfil de la rueda. Fuente propia.

Los datos obtenidos experimentalmente son los siguientes:

Presión relativa	2,4 bar
Carga	100 kg
Inclinación del terreno	0°
Velocidad	0,5 m/s
Aceleración	0 m/s <sup>2</sup>
Potencia consumida	150 W

Tabla IV.39 - Datos experimentales del consumo de los motores

## 2. CÁLCULO DE POTENCIA NECESARIA

A partir de los resultados experimentales, se define el parámetro  $f$ , que responde al sumatorio de momentos resistentes generados por el rozamiento y otras pérdidas (eléctricas, etc.), el cual determina la relación entre dicho sumatorio de momentos resistentes y la carga aplicada, a fin de determinar cuál será el momento resistente cambiando las condiciones de trabajo.

Sumatorio de momentos:

$$\Sigma M = M_m - M_r$$

Ec. IV.1

$$\Sigma M = I \cdot \alpha = 0$$

Ec. IV.2

Se resuelve:

$$M_m - M_r = 0$$

$$M_m = M_r$$

Se despeja el par motor de la definición de la potencia del motor:

$$P_m = M_m \cdot \omega$$

Ec. IV.3

$$M_m = \frac{P_m}{\omega} = \frac{150 \text{ W}}{3,94 \text{ s}^{-1}} = 38,1 \text{ Nm}$$

Se obtiene así el par resistente con esta carga:

$$M_r = 38,1 \text{ Nm}$$

Se plantea  $f$  dependiente de la carga aplicada:

$$f = \frac{M_r}{P} = \frac{38,1 \text{ Nm}}{981 \text{ N}} = 0,0388 \text{ Nm/N}$$

Ec. IV.4

Una vez obtenido  $f$  para determinar el conjunto de momentos de fuerza resistentes, se halla la potencia máxima estimada en las condiciones de funcionamiento del robot:

$$M_r = f \cdot P = 0,0388 \frac{\text{Nm}}{\text{N}} \cdot 883 \text{ N} = 34,3 \text{ Nm}$$

Ec. IV.5

$$\Sigma M = I \cdot \alpha$$

Ec. IV.6

$$M_m - M_r = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \alpha$$

$$M_m - 34,3 = \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 0,127^2 \cdot 7,87$$

$$M_m = 34,3 + \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 0,127^2 \cdot 7,87$$

$$M_m = 40 \text{ Nm}$$

$$P_m = M_m \cdot \omega = 40 \cdot 7,87 = \mathbf{315 \text{ W}}$$

Ec. IV.7



ULL

---

Universidad  
de La Laguna



**Grado en Ingeniería Mecánica**

## **TRABAJO FIN DE GRADO**

**Diseño mecánico de un robot para el MCC**

### **ANEXO V: CÁLCULO DE UNIONES**

**AUTOR:**

Álvaro Villarroel Añorbe

**TUTORES:**

Isabel Teresa Martín Mateos

Antonio Mampaso Rodríguez

Patricia Fernández Izquierdo



## Índice

<b>0. Introducción.....</b>	<b>V.1</b>
<b>1. Módulo inferior .....</b>	<b>V.1</b>
1.1. Placa inferior – Zapata .....	V.2
1.2. Zapata – Pilar.....	V.4
<b>2. Módulo superior .....</b>	<b>V.6</b>
2.1. Placa intermedia – Zapata .....	V.6
2.2. Zapata – Viga diagonal + Cuña.....	V.8
2.3. Viga diagonal – Corona circular .....	V.11



## 0. INTRODUCCIÓN

En este anexo se estudia el tipo de unión a emplear en cada punto y la resistencia de estas. Para ello, se hace uso de normativa DB-SE-A a través de interpretaciones que permitan extrapolar en la medida de lo posible los valores y las ecuaciones de dicho documento básico al aluminio de uso estructural.

Según dicho documento, se plantean dos límites de espesor de soldadura:

- Límite superior:  $a \leq 0,7 \cdot e_{\min}$

Ec. V.1

- Límite inferior:  $a \geq 3 \text{ mm}$  para  $e_{\min} \leq 10 \text{ mm}$

$$a \geq 4,5 \text{ mm para } e_{\min} \leq 20 \text{ mm}$$

$$a \geq 5,6 \text{ mm para } e_{\min} > 20 \text{ mm}$$

Ec. V.2

Es importante tener en cuenta que estos límites se imponen para soldadura de aceros, que suelen ser de dimensiones muy superiores a las que se manejan en este proyecto, por lo que pueden generarse discordancias entre ambos límites dando lugar a casos sin solución. Ante estos casos, dado que el límite inferior se impone para otras dimensiones de distintos órdenes de magnitud, se da prioridad al límite superior.

## 1. MÓDULO INFERIOR

El módulo inferior está compuesto por una placa y seis pilares con zapatas en los extremos como se detalla en la memoria descriptiva. Esto significa que tiene dos tipos de soldadura: placa-zapata y zapata-pilar. Del primer tipo se encuentran seis, mientras que del segundo se encuentran doce, puesto que cada pilar va a estar unido a dos zapatas de manera idéntica.

## 1.1. Placa inferior – Zapata

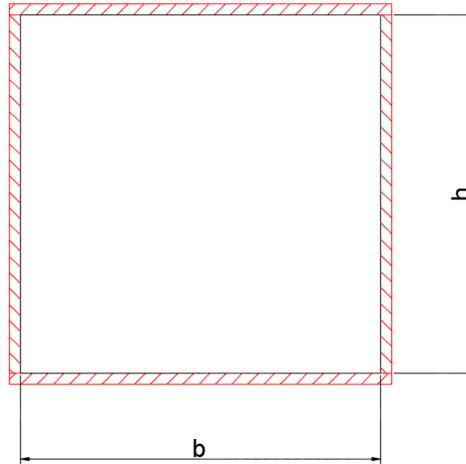


Fig. V.1 – Soldadura entre placa inferior y zapata

Se trata de una unión a solape entre dos pletinas de tamaños y espesores distintos: la placa, de 1000 mm de diámetro y 10 mm de espesor, sobresale en todas direcciones más allá de la zapata, de 100 x 100 x 5 mm. La unión se realiza mediante procedimiento TIG, dimensionada de la siguiente manera:

Longitud: todo el perímetro:

$$L = 2 \cdot (b + e) + 2 \cdot (h + e)$$

Ec. V.3

Siendo  $b$  y  $h$  las dimensiones de la zapata y  $e$ , el espesor del cordón.

Por tanto:

$$L = 2 \cdot (100 + e) + 2 \cdot (100 + e) = 400 + 4e$$

Espesor:

$$a \leq 0,7 \cdot e_{min} = 3,5 \text{ mm}$$

$$a \geq 3 \text{ mm}$$

Se impone por tanto un espesor  $a$  de 3 mm. Con ello, se vuelve a la expresión de la longitud:

$$L = 400 + 4a = 400 + 4 \cdot 3 = 412 \text{ mm}$$

La inercia de la soldadura es:

$$I_X = \Sigma(I_i + A_i \cdot d_i^2) = \Sigma\left(\frac{bh^3}{12} + bh \cdot (h_i - h_{CDM})^2\right)$$

Ec. V.4

$$I_X = 2 \cdot \left(\frac{106 \cdot 3^3}{12} + 106 \cdot 3 \cdot \left(\frac{100}{2} + \frac{3}{2}\right)^2\right) + 2 \cdot \left(\frac{3 \cdot 100^3}{12}\right) = 2187308 \text{ mm}^4$$

Por lo que su módulo resistente es:

$$W_X = \frac{I_X}{d_{max}} = \frac{2 \cdot I_X}{h + e} = \frac{2 \cdot 2187308}{100 + 3} = 42472 \text{ mm}^3$$

Ec. V.5

De manera que su par máximo es:

$$M_{adm} = W_X \cdot \sigma_{d,adm} = 42472 \cdot \frac{27,57}{1,5} = 780635 \text{ Nmm} \cong \mathbf{780 \text{ Nm}}$$

Ec. V.6

Por tanto, las características del cordón de soldadura se resumen se la siguiente manera:

Tipo de soldadura	TIG
Espesor	3 mm
Longitud	406 mm
Par admisible	780 Nm

Tabla V.1 - Características de la soldadura placa inferior - zapata

Este momento admisible es considerablemente mayor que el que pueden soportar los pilares (ver Anexo III), por lo que se comprueba que la soldadura va a poder soportar cualquier carga que se le aplique durante su vida útil.

## 1.2. Zapata – Pilar

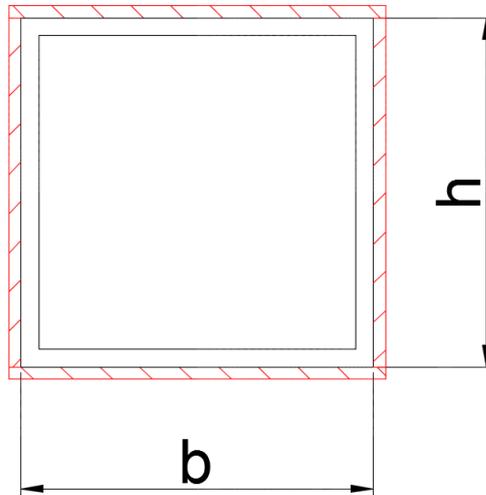


Fig. V.2 – Soldadura entre zapata y pilar

Se trata de una unión en ángulo entre una zapata, de 100 x 100 x 5 mm, y un pilar, de dimensiones exteriores 40 x 40 mm y 2 mm de espesor. La unión se realiza mediante procedimiento TIG, dimensionada de la siguiente manera:

Longitud: perímetro exterior del pilar:

$$L = 2 \cdot (b + e) + 2 \cdot (h + e)$$

Ec. V.7

Siendo  $b$  y  $h$  las dimensiones exteriores del pilar y  $e$ , el espesor del cordón.

Por tanto:

$$L = 2 \cdot (40 + e) + 2 \cdot (40 + e) = 80 + 4e$$

Espesor:

$$a \leq 0,7 \cdot e_{min} = 1,4 \text{ mm}$$

En este caso, no se puede cumplir con la limitación inferior de 3 mm debido al poco espesor del pilar, por lo que se toma únicamente el límite superior en 1,4 mm. Para lograr una resistencia mecánica máxima, se impone un espesor de 1,4 mm. Con ello, se vuelve a la expresión de la longitud:

$$L = 400 + 4e = 80 + 4 \cdot 1,4 = 85,6 \text{ mm}$$

La inercia de la soldadura es:

$$I_X = \Sigma(I_i + A_i \cdot d_i^2) = \Sigma\left(\frac{bh^3}{12} + bh \cdot (h_i - h_{CDM})^2\right)$$

Ec. V.8

$$I_X = 2 \cdot \left(\frac{42,8 \cdot 1,4^3}{12} + 42,8 \cdot 1,4 \cdot \left(\frac{40}{2} + \frac{1,4}{2}\right)^2\right) + 2 \cdot \left(\frac{1,4 \cdot 40^3}{12}\right) = 66303 \text{ mm}^4$$

Por lo que su módulo resistente es:

$$W_X = \frac{I_X}{d_{max}} = \frac{2 \cdot I_X}{h + e} = \frac{2 \cdot 66303}{40 + 1,4} = 3203 \text{ mm}^3$$

Ec. V.9

De manera que su par máximo es:

$$M_{adm} = W_X \cdot \sigma_{d,adm} = 3203 \cdot \frac{27,57}{1,5} = 58872 \text{ Nmm} \cong \mathbf{58,9 \text{ Nm}}$$

Ec. V.10

Por tanto, las características del cordón de soldadura se resumen se la siguiente manera:

Tipo de soldadura	TIG
Espesor	1,4 mm
Longitud	85,6 mm
Par admisible	58,9 Nm

Tabla V.2 - Características de la soldadura zapata - pilar

Este momento admisible es similar que pueden soportar los pilares, y considerablemente superior al que pueden generar las cargas aplicadas sobre el módulo superior (ver Anexo III), por lo que se comprueba que la soldadura va a poder soportar cualquier carga que se le aplique durante su vida útil.

## 2. MÓDULO SUPERIOR

### 2.1. Placa intermedia – Zapata

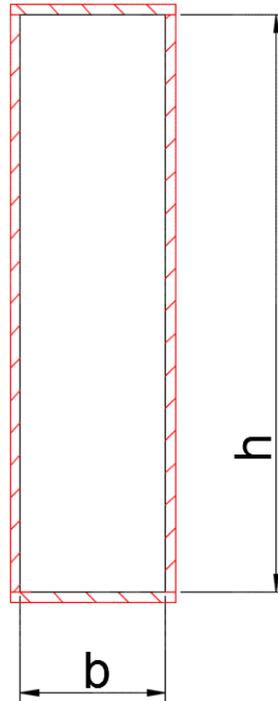


Fig. V.3 – Soldadura entre placa intermedia y zapata superior

Se trata de una unión a solape entre dos pletinas de tamaños y espesores distintos: la placa, de 1000 mm de diámetro y 2 mm de espesor, sobresale en todas direcciones más allá de la zapata, de 80 x 20 x 5 mm. La unión se realiza mediante procedimiento TIG, dimensionada de la siguiente manera:

Longitud: todo el perímetro:

$$L = 2 \cdot (b + e) + 2 \cdot (h + e)$$

Ec. V.11

Siendo  $b$  y  $h$  las dimensiones de la zapata y  $e$ , el espesor del cordón.

Por tanto:

$$L = 2 \cdot (80 + e) + 2 \cdot (20 + e) = 200 + 4e$$

Espesor:

$$a \leq 0,7 \cdot e_{min} = 1,4 \text{ mm}$$

En este caso, no se puede cumplir con la limitación inferior de 3 mm debido al poco espesor del pilar, por lo que se toma únicamente el límite superior en 1,4 mm. Para lograr una resistencia mecánica máxima, se impone un espesor de 1,4 mm. Con ello, se vuelve a la expresión de la longitud:

$$L = 200 + 4e = 200 + 4 \cdot 1,4 = 205,6 \text{ mm}$$

La inercia de la soldadura es:

$$I_X = \Sigma(I_i + A_i \cdot d_i^2) = \Sigma\left(\frac{bh^3}{12} + bh \cdot (h_i - h_{CDM})^2\right)$$

Ec. V.12

$$I_X = 2 \cdot \left(\frac{22,8 \cdot 1,4^3}{12} + 22,8 \cdot 1,4 \cdot \left(\frac{80}{2} + \frac{1,4}{2}\right)^2\right) + 2 \cdot \left(\frac{1,4 \cdot 80^3}{12}\right) = 225227 \text{ mm}^4$$

Por lo que su módulo resistente es:

$$W_X = \frac{I_X}{d_{max}} = \frac{2 \cdot I_X}{h + e} = \frac{2 \cdot 225227}{80 + 1,4} = 5534 \text{ mm}^3$$

Ec. V.13

De manera que su par máximo es:

$$M_{adm} = W_X \cdot \sigma_{d,adm} = 5534 \cdot \frac{27,57}{1,5} = 101712 \text{ Nmm} \cong \mathbf{101 \text{ Nm}}$$

Ec. V.14

Lo cual equivale a la siguiente carga máxima Q sobre las vigas:

$$M_f = \frac{pL^2}{8} = \frac{QL}{8} \rightarrow Q = \frac{M_f \cdot 8}{L} = \frac{101 \cdot 8}{0,5} = 1616 \text{ N}$$

Ec. V.15

Una carga muy superior a la carga máxima que soportan las vigas, por lo que se comprueba que la unión soldada no será un factor limitante puesto que es capaz de soportar cargas mayores que las que se le puede aplicar.

Por tanto, las características del cordón de soldadura son:

Tipo de soldadura	TIG
Espesor	1,4 mm
Longitud	205,6 mm
Par admisible	101 Nm

Tabla V.3 - Características de la soldadura placa intermedia – zapata

## 2.2. Zapata – Viga diagonal + Cuña

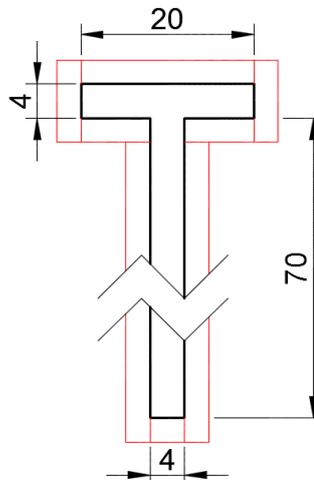


Fig. V.4 – Soldadura entre zapata superior y perfil en T con cuña

Se trata de una unión en ángulo entre una viga diagonal, de perfil en T 20 x 15 mm de espesor 4 mm, a la que se le suma el largo de una cuña de apoyo, y una corona circular, de radio 200 mm y 2 mm de espesor. La unión se realiza mediante procedimiento TIG, dimensionada de la siguiente manera:

Longitud: todo el perímetro:

$$L = (4 + 2e) + 2 \cdot 70 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot (4 + 2e) + (20 + 2e) = 188 + 8e$$

Ec. V.16

Espesor:

$$a \leq 0,7 \cdot e_{min} = 2,8 \text{ mm}$$

En este caso, no se puede cumplir con la limitación inferior de 3 mm debido al poco espesor del pilar, por lo que se toma únicamente el límite superior en 1,4 mm.

Para lograr una resistencia mecánica máxima, se impone un espesor de 1,4 mm. Con ello, se vuelve a la expresión de la longitud:

$$L = 188 + 8e = 188 + 8 \cdot 2,8 = 210,4 \text{ mm}$$

Se toma como perfil la suma del perfil T de la viga más la sección transversal de la cuña. Al tratarse de un perfil no simétrico respecto del eje X, es necesario hallar las posiciones del CDM previo al cálculo de la inercia. Este se calcula tomando como referencia el punto inferior del perfil:

$$h_{CDM} = \frac{\Sigma(A_i \cdot h_{CDM,i})}{\Sigma A_i} = \frac{280 \cdot \frac{70}{2} + 80 \cdot \left(70 + \frac{4}{2}\right)}{280 + 80} = 43,22 \text{ mm}$$

Ec. V.17

Por tanto, la inercia de la soldadura es:

$$I_X = \Sigma(I_i + A_i \cdot d_i^2) = \Sigma\left(\frac{bh^3}{12} + bh \cdot (h_i - h_{CDM})^2\right)$$

Ec. V.18

$$I_{A,X} = \frac{4 \cdot 2,8^3}{12} + 4 \cdot 2,8 \cdot \left(-\frac{2,8}{2} - 43,22\right)^2 = 22306 \text{ mm}^4$$

$$I_{B,X} = 2 \cdot \left(\frac{2,8 \cdot 70^3}{12} + 2,8 \cdot 70 \cdot \left(\left(\frac{70}{2} - 2,8\right) - 43,22\right)^2\right) = 207671 \text{ mm}^4$$

$$I_{C,X} = 2 \cdot \left(\frac{8 \cdot 2,8^3}{12} + 8 \cdot 2,8 \cdot \left(\left(70 + \frac{2,8}{2} - 2,8\right) - 43,22\right)^2\right) = 28887 \text{ mm}^4$$

$$I_{D,X} = 2 \cdot \left(\frac{2,8 \cdot 9,6^3}{12} + 2,8 \cdot 9,6 \cdot \left(\left(70 + \frac{4}{2}\right) - 43,22\right)^2\right) = 44942 \text{ mm}^4$$

$$I_{E,X} = \frac{20 \cdot 2,8^3}{12} + 20 \cdot 2,8 \cdot \left(\left(70 + \frac{2,8}{2}\right) - 43,22\right)^2 = 58027 \text{ mm}^4$$

$$I_X = \Sigma(I_{i,X}) = I_{A,X} + I_{B,X} + I_{C,X} + I_{D,X} + I_{E,X} = \mathbf{361833 \text{ mm}^4}$$

Por lo que su módulo resistente es:

$$W_X = \frac{I_X}{d_{max}} = \frac{I_X}{h_{CDM} + e} = \frac{361833}{43,22 + 2,8} = 8109 \text{ mm}^3$$

Ec. V.19

De manera que su par máximo es:

$$M_{adm} = W_X \cdot \sigma_{d,adm} = 8109 \cdot \frac{27,57}{1,5} = 149047 \text{ Nmm} \cong \mathbf{149 \text{ Nm}}$$

Ec. V.20

Lo cual equivale a la siguiente carga máxima Q sobre las vigas:

$$M_f = \frac{pL^2}{8} = \frac{QL}{8} \rightarrow Q = \frac{M_f \cdot 8}{L} = \frac{149 \cdot 8}{0,5} = 2385 \text{ N}$$

Ec. V.21

Una carga muy superior a la carga máxima que soportan las vigas, por lo que se comprueba que la unión soldada no será un factor limitante puesto que es capaz de soportar cargas mayores que las que se le puede aplicar.

Por tanto, las características del cordón de soldadura se resumen se la siguiente manera:

Tipo de soldadura	TIG
Espesor	1,4 mm
Longitud	205,6 mm
Par admisible	149 Nm

Tabla V.440 - Características de la soldadura placa intermedia - zapata

### 2.3. Viga diagonal – Corona circular

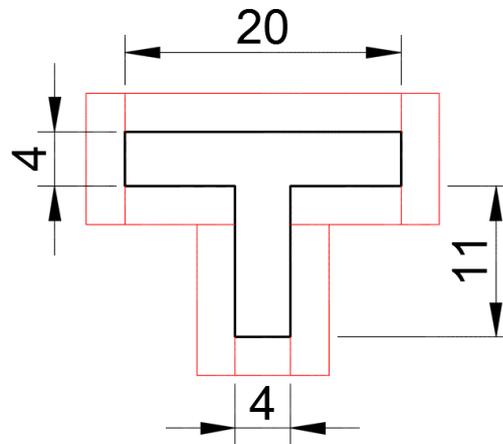


Fig. V.5 – Soldadura entre zapata superior y perfil en T con cuña

Se trata de una unión en ángulo entre una viga diagonal, de perfil en T 20 x 15 mm de espesor 4 mm, y una corona circular, de radio 200 mm y 2 mm de espesor. La unión se realiza mediante procedimiento TIG, dimensionada de la siguiente manera:

Longitud: todo el perímetro:

$$L = (4 + 2a) + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot (4 + 2a) + (20 + 2a) = 70 + 8a$$

Ec. V.22

Espesor:

$$a \leq 0,7 \cdot e_{min} = 1,4 \text{ mm}$$

En este caso, no se puede cumplir con la limitación inferior de 3 mm debido al poco espesor del pilar, por lo que se toma únicamente el límite superior en 1,4 mm. Para lograr una resistencia mecánica máxima, se impone un espesor de 1,4 mm. Con ello, se vuelve a la expresión de la longitud:

$$L = 70 + 8a = 70 + 8 \cdot 2,8 = 92,4 \text{ mm}$$

Al tratarse de un perfil no simétrico respecto del eje X, es necesario hallar las posiciones del CDM previo al cálculo de la inercia. Este se calcula tomando como referencia el punto inferior del perfil:

$$h_{CDM} = \frac{\Sigma(A_i \cdot h_{CDM,i})}{\Sigma A_i} = \frac{44 \cdot \frac{11}{2} + 80 \cdot \left(11 + \frac{4}{2}\right)}{44 + 80} = 10,34 \text{ mm}$$

Ec. V.23

Por tanto, la inercia de la soldadura es:

$$I_X = \Sigma(I_i + A_i \cdot d_i^2) = \Sigma\left(\frac{bh^3}{12} + bh \cdot (h_i - h_{CDM})^2\right)$$

$$I_{A,X} = \frac{4 \cdot 1,4^3}{12} + 4 \cdot 1,4 \cdot \left(-\frac{1,4}{2} - 10,34\right)^2 = 683 \text{ mm}^4$$

$$I_{B,X} = 2 \cdot \left(\frac{1,4 \cdot 11^3}{12} + 1,4 \cdot 11 \cdot \left(\left(\frac{11}{2} - 1,4\right) - 10,34\right)^2\right) = 1510 \text{ mm}^4$$

$$I_{C,X} = 2 \cdot \left(\frac{1,4 \cdot 6,8^3}{12} + 1,4 \cdot 6,8 \cdot \left(\left(11 + \frac{4}{2}\right) - 10,34\right)^2\right) = 208 \text{ mm}^4$$

$$I_{D,X} = \frac{20 \cdot 1,4^3}{12} + 20 \cdot 1,4 \cdot \left(\left(15 + \frac{1,4}{2}\right) - 10,34\right)^2 = 1033 \text{ mm}^4$$

$$I_X = \Sigma(I_{i,X}) = I_{A,X} + I_{B,X} + I_{C,X} + I_{D,X} = \mathbf{3434 \text{ mm}^4}$$

Por lo que su módulo resistente es:

$$W_{X,inf} = \frac{I_X}{d_{max}} = \frac{I_X}{h_{CDM} + e} = \frac{3434}{10,34 + 1,4} = 292,5 \text{ mm}^3$$

Ec. V.24

De manera que su par máximo es:

$$M_{adm} = W_X \cdot \sigma_{d,adm} = 292,5 \cdot \frac{27,57}{1,5} = 5377 \text{ Nmm} \cong \mathbf{5,3 \text{ Nm}}$$

Ec. V.25

Lo cual equivale a la siguiente carga máxima Q sobre las vigas:

$$M_f = \frac{pL^2}{8} = \frac{QL}{8} \rightarrow Q = \frac{M_f \cdot 8}{L} = \frac{5,3 \cdot 8}{0,5} = 86 \text{ N}$$

Ec. V.26

Lo que significa que cada uno de los cordones de soldadura practicados sobre la corona circular soporta hasta 86 N, lo que hace un total de 516 N (52,6 kgf) de carga máxima sobre dicha corona, un valor muy superior al requerido.

Por tanto, las características del cordón de soldadura se resumen se la siguiente manera:

Tipo de soldadura	TIG
Espesor	1,4 mm
Longitud	205,6 mm
Par admisible	5,3 Nm

Tabla V.5 - Características de la soldadura placa intermedia - zapata



ULL

Universidad  
de La Laguna



**Grado en Ingeniería Mecánica**

## **TRABAJO FIN DE GRADO**

**Diseño mecánico de un robot para el MCC**

### **PLANOS**

**AUTOR:**

Álvaro Villarroel Añorbe

**TUTORES:**

Patricia Fernández Izquierdo

Antonio Mampaso Rodríguez

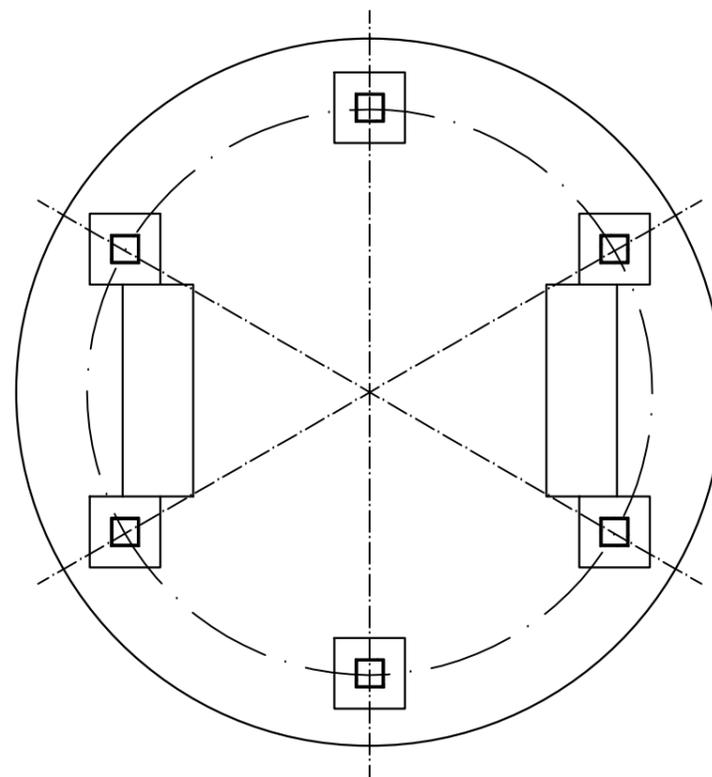
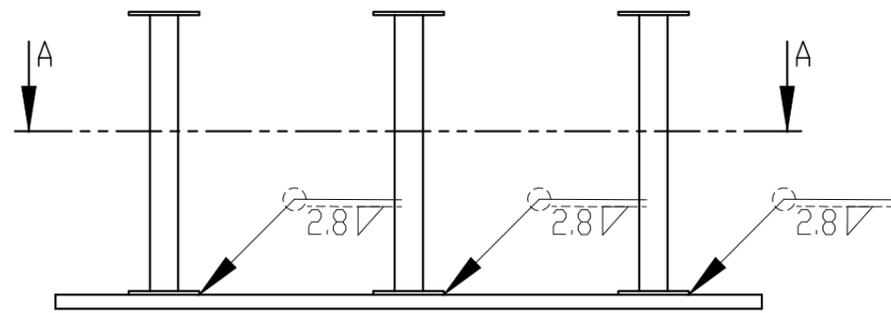
Isabel Teresa Martín Mateos



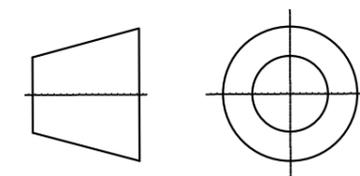
# ÍNDICE

Módulo inferior.....	1
Placa inferior.....	2
Pilar con zapatas .....	3
Zapata inferior.....	4
Pilar.....	5
Zapata atornillada .....	6
Módulo superior.....	7
Placa intermedia .....	8
Zapata superior.....	9
Cuña de apoyo .....	10
Viga diagonal .....	11
Corona circular .....	12

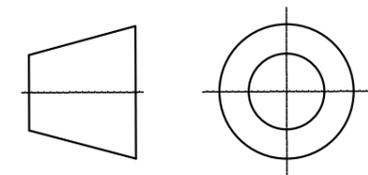
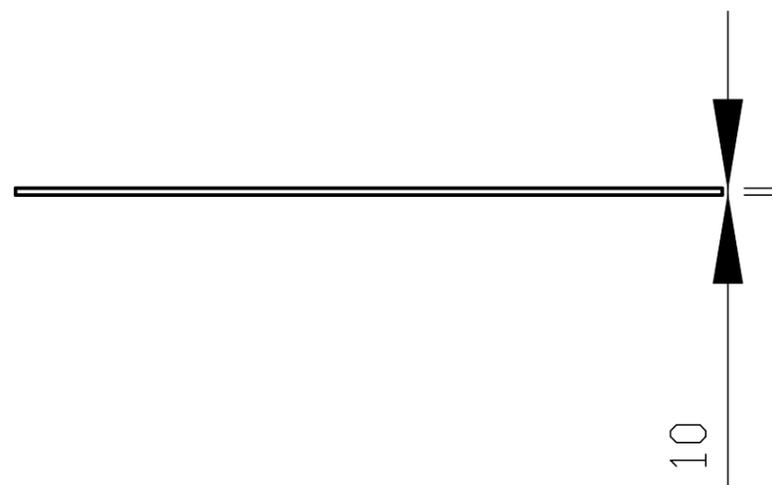
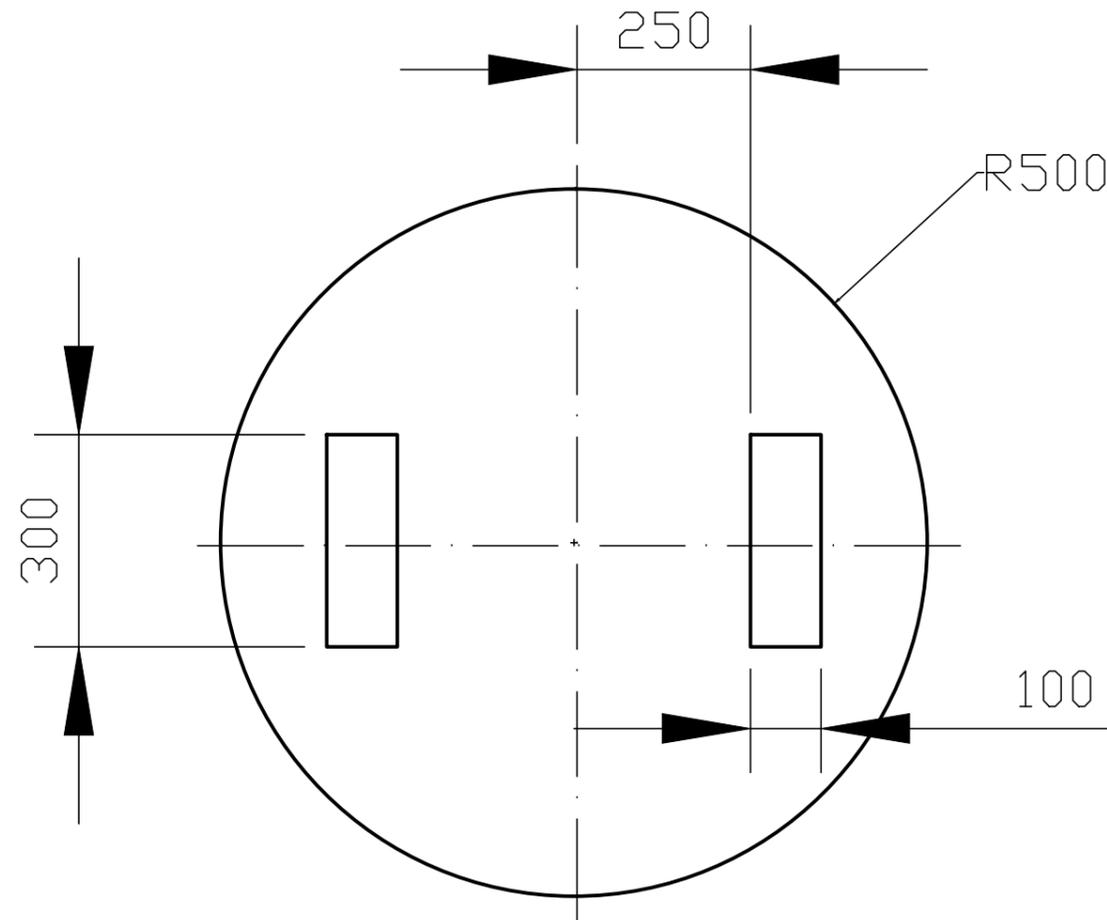




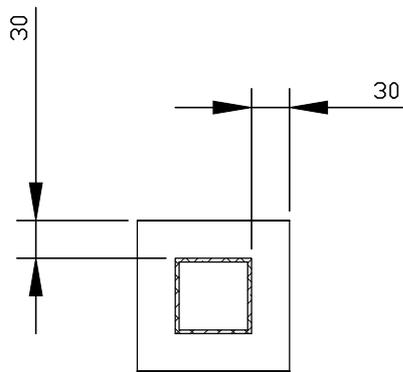
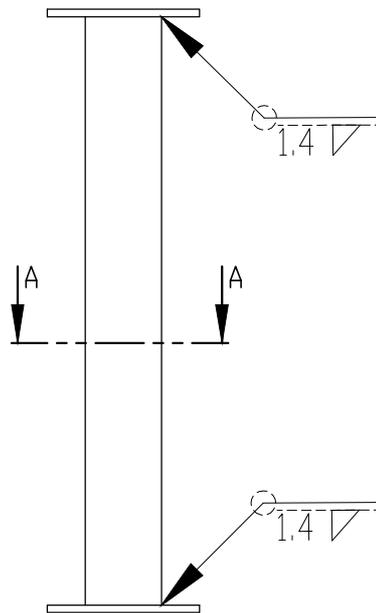
SECCIÓN A-A



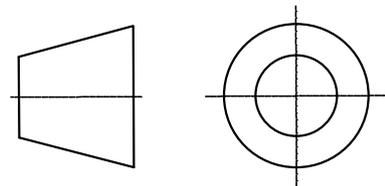
PLANO Nº 1			
Fecha	05/07/17	Autor	
Dibujado(nombre)	Álvaro		
Dib.(apellidos)	Villarreal Añorbe		
Id. s. normas	UNE-EN-DIN		E.S.I.T. Grado Ingeniería Mecánica Industrial Universidad de La Laguna
ESCALA: 1:10	MÓDULO INFERIOR		Nº P.: 1



PLANO Nº 2			
Fecha	05/07/17	Autor	 E.S.I.T. Grado Ingeniería Mecánica Industrial Universidad de La Laguna
Dibujado(nombre)	Álvaro		
Dib.(apellidos)	Villarreal Añorbe		
Id. s. normas	UNE-EN-DIN		
ESCALA: 1:10	PLACA INFERIOR		Nº P.: 2 Nom.Arch:

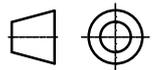
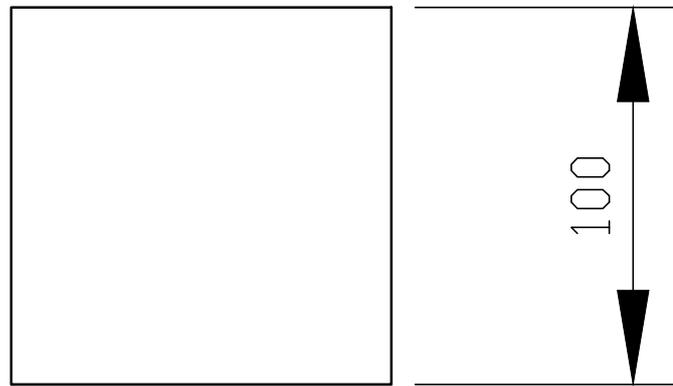
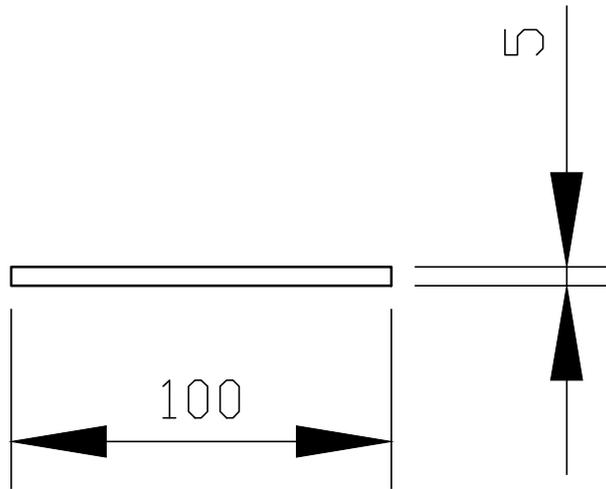


SECCIÓN A-A

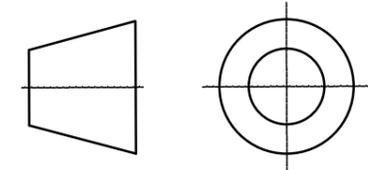
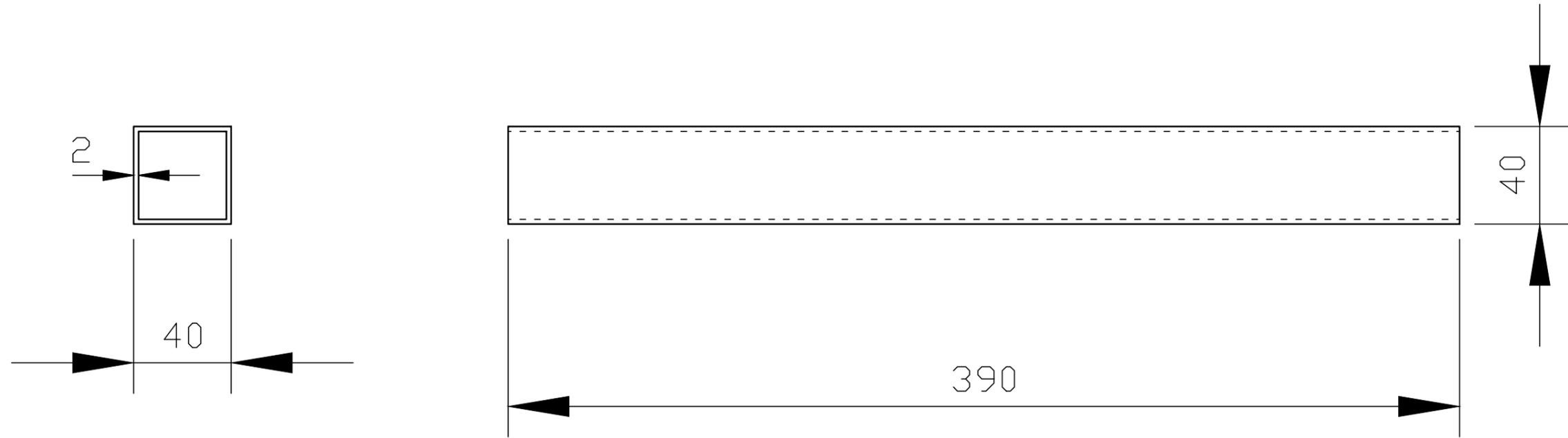


PLANO Nº3

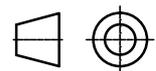
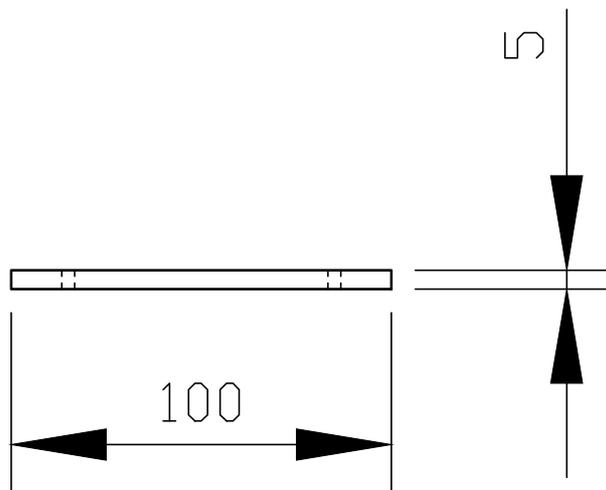
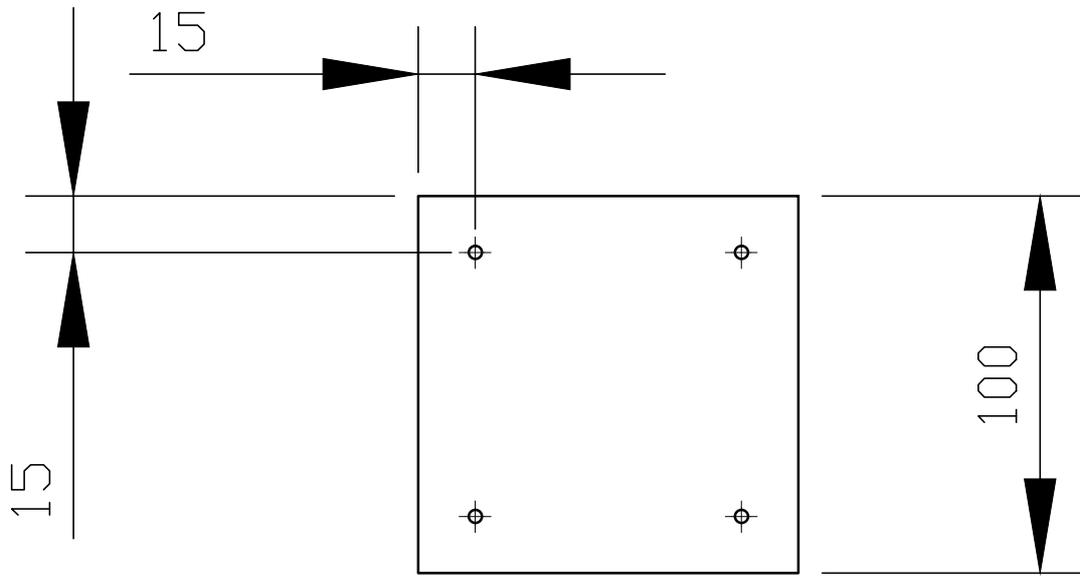
Fecha			05/07/17	Autor			<b>E.S.I.T.</b> <i>Grado Ingeniería Mecánica Industrial</i> <i>Universidad de La Laguna</i>
Dibujado(nombre)			Álvaro		ESCALA: 1:5		
Dib.(apellidos)			Villarroel Añorbe				
Id. s. normas			UNE-EN-DIN		Nº P. : 3		
<b>PILAR CON ZAPATAS</b>							



PLANO Nº 4			
Fecha	05/07/17	Autor	 E.S.I.T. Grado Ingeniería Mecánica Universidad de La Laguna
Dibujado(nombre)	Álvaro		
Dib.(apellidos)	Villarroel Añorbe		
Id. s. normas	UNE-EN-DIN		
ESCALA: 1:2	ZAPATA INFERIOR		Nº P. : 4

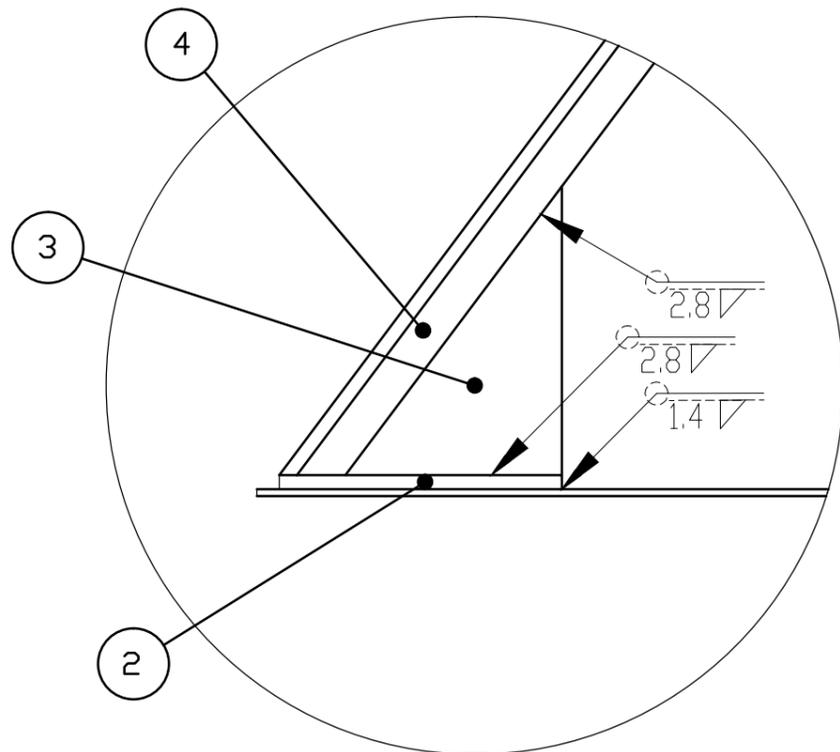
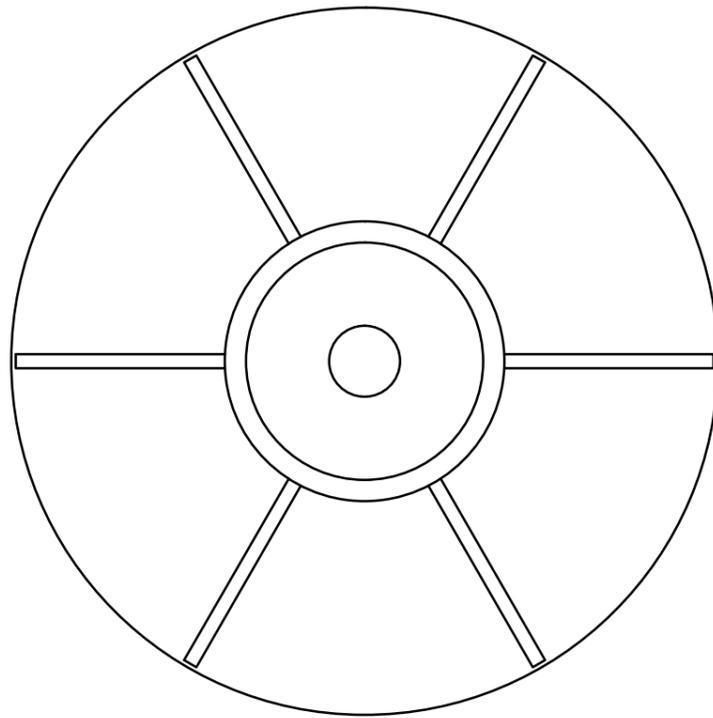


PLANO Nº 5			
Fecha	05/07/17	Autor	 E.S.I.T. Grado Ingeniería Mecánica Industrial Universidad de La Laguna
Dibujado(nombre)	Álvaro		
Dib.(apellidos)	Villaruel Añorbe		
Id. s. normas	UNE-EN-DIN		
ESCALA: 1:2	PILAR		Nº P.: 5

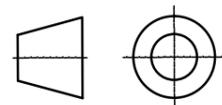
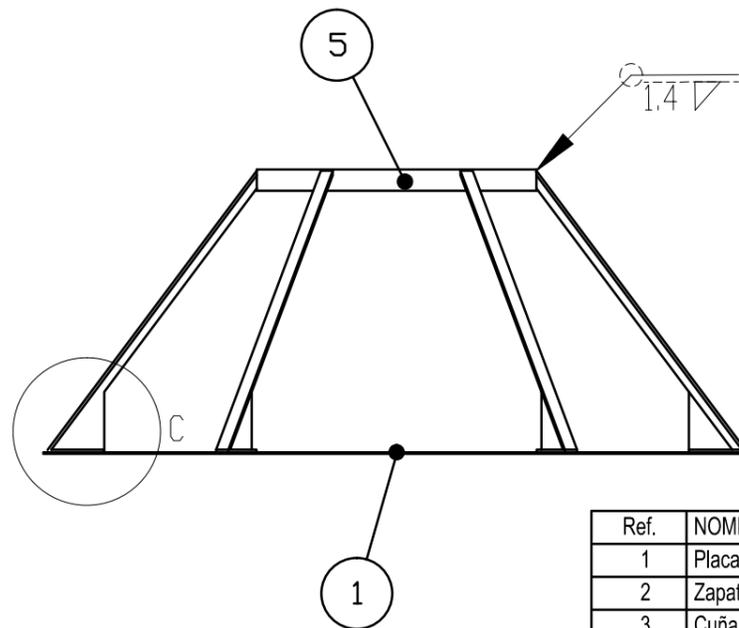


PLANO Nº 6

Fecha		05/07/17	Autor		 <b>ULL</b> Universidad de La Laguna	E.S.I.T.	
Dibujado(nombre)		Álvaro				Grado Ingeniería Mecánica	
Dib.(apellidos)		Villarroel Añorbe				Universidad de La Laguna	
Id. s. normas		UNE-EN-DIN					
ESCALA: 1:2		ZAPATA ATORNILLADA				Nº P. : 6	



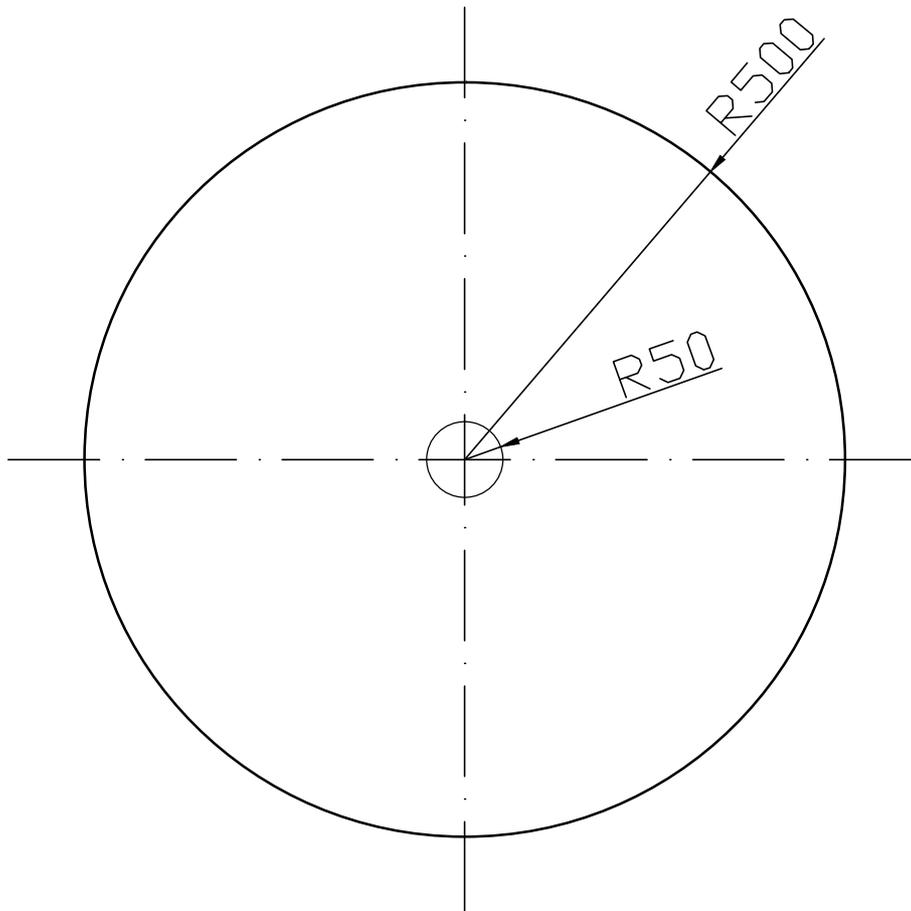
DETALLE B  
ESCALA 1:2



Ref.	NOMBRE	CANTIDAD
1	Placa intermedia	1
2	Zapata superior	6
3	Cuña de apoyo	6
4	Viga diagonal	6
5	Corona circular	1

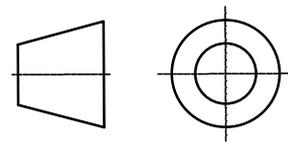
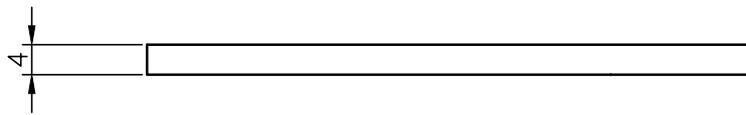
PLANO Nº 7

Fecha	05/07/17	Autor		<b>E.S.I.T.</b> <i>Grado Ingeniería Mecánica Industrial</i> <i>Universidad de La Laguna</i>
Dibujado(nombre)	Álvaro			
Dib.(apellidos)	Villarroel Añorbe			
Id. s. normas	UNE-EN-DIN			
ESCALA:	1:10	MÓDULO SUPERIOR		Nº P.: 7

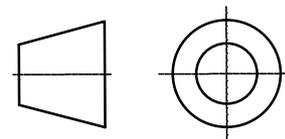
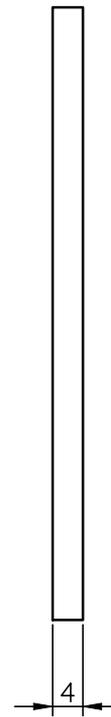
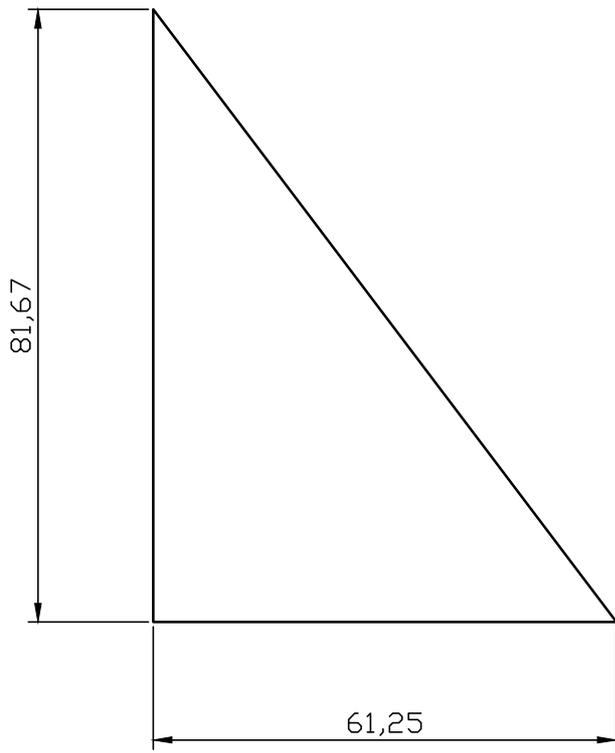


espesor 2 mm

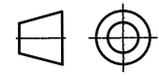
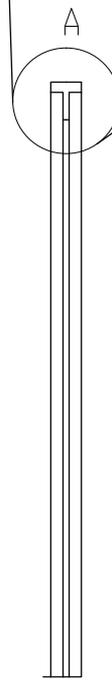
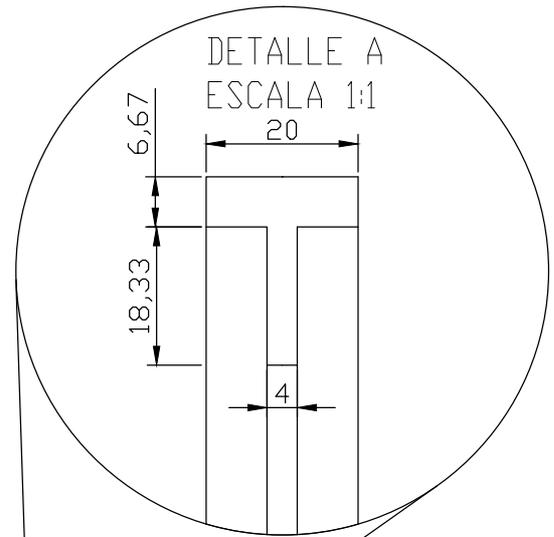
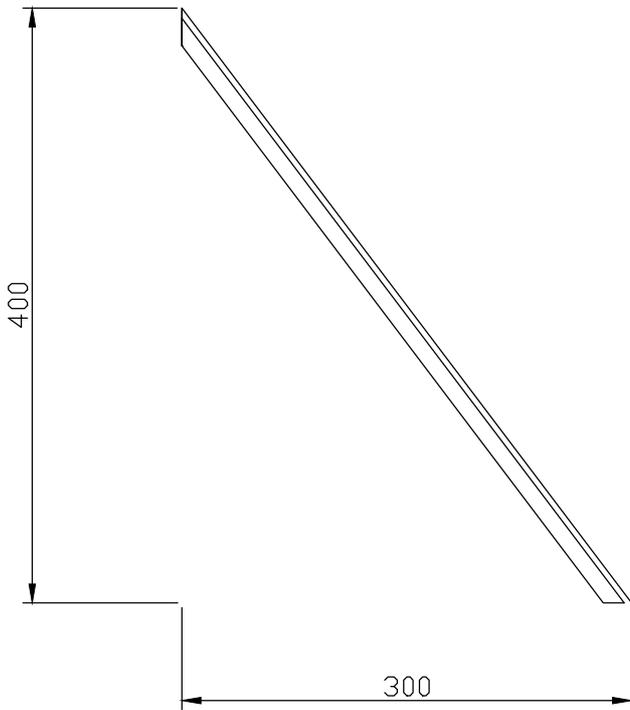
PLANO Nº 8			
Fecha	05/07/17	Autor	
Dibujado(nombre)	Álvaro		E.S.I.T. Grado Ingeniería Mecánica Universidad de La Laguna
Dib.(apellidos)	Villarroel Añorbe		
Id. s. normas	UNE-EN-DIN		
ESCALA: 1:2	ZAPATA INFERIOR		Nº P. : 8



PLANO Nº 9			
Fecha	05/07/17	Autor	 E.S.I.T. Grado Ingeniería Mecánica Universidad de La Laguna
Dibujado(nombre)	Álvaro		
Dib.(apellidos)	Villarroel Añorbe		
Id. s. normas	UNE-EN-DIN		
ESCALA: 1:1	ZAPATA SUPERIOR		Nº P. : 9

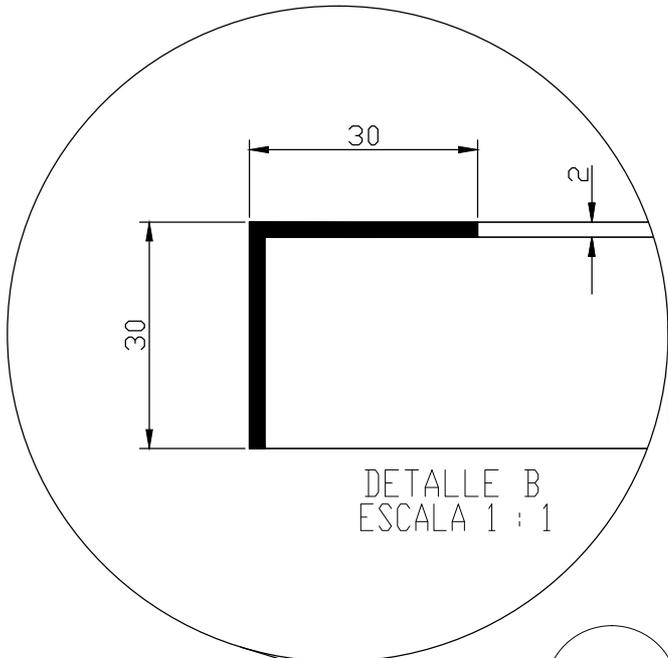


PLANO Nº 10			
Fecha	05/07/17	Autor	 <b>E.S.I.T.</b> <i>Grado Ingeniería Mecánica</i> <i>Universidad de La Laguna</i>
Dibujado(nombre)	Álvaro		
Dib.(apellidos)	Villarroel Añorbe		
Id. s. normas	UNE-EN-DIN		
ESCALA: 1:1	CUÑA DE APOYO		Nº P. : 10

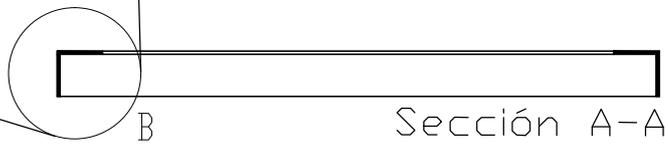


PLANO Nº 11			
Fecha	05/07/17	Autor	
Dibujado(nombre)	Álvaro		 Universidad de La Laguna
Dib.(apellidos)	Villarroel Añorbe		
Id. s. normas	UNE-EN-DIN		
ESCALA: 1:5	VIGA DIAGONAL		Nº P. : 11

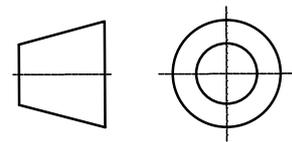
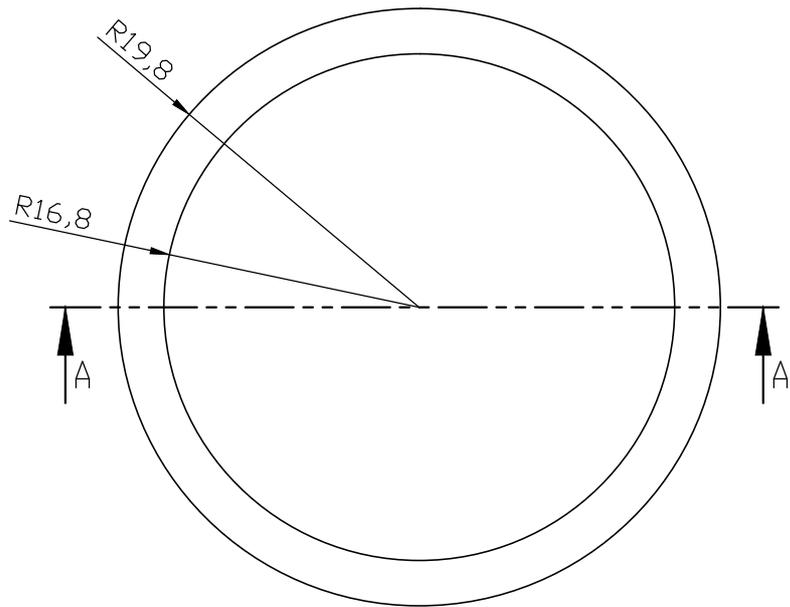
E.S.I.T.  
Grado Ingeniería Mecánica  
Universidad de La Laguna



DETALLE B  
ESCALA 1 : 1



Sección A-A



PLANO Nº 12

Fecha		05/07/17	Autor		 <b>ULL</b> Universidad de La Laguna	E.S.I.T.	
Dibujado(nombre)		Álvaro		Grado Ingeniería Mecánica			
Dib.(apellidos)		Villarroel Añorbe		Universidad de La Laguna			
Id. s. normas		UNE-EN-DIN					
ESCALA: 1:5		CORONA CIRCULAR				Nº P. : 12	