



TRABAJO DE FIN DE GRADO

Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática

*Diseño e implementación analógica de un
controlador por asignación de polos*

Autor: Jesús González Delgado

Tutor/es: Leopoldo Acosta Sánchez

Francisco Javier Llopis Cánovas

13 - 07 - 23

INDICE

RESUMEN	6
ABSTRACT	6
1. INTRODUCCIÓN	7
1.1 Objetivos.....	7
1.2 Ámbito de estudio.....	7
2. MARCO TEÓRICO	8
2.1 Sistemas de control.....	8
2.2 Sistemas de segundo orden.....	11
2.3 Controlador por asignación de polos.....	14
2.4 Circuitos electrónicos relevantes.....	15
2.5 Bloques funcionales necesarios.....	19
2.5.1 Filtro paso bajo KRC.....	19
2.5.2 Amplificador no inversor.....	22
2.5.3 Amplificador inversor.....	24
2.5.4 Sumador inversor.....	25
2.5.5 Sumador no inversor.....	26
2.5.6 Derivador no inversor.....	27
2.5.7 Derivador inversor.....	28
2.5.8 Divisor de tensión.....	29
3. DISEÑO ELECTRÓNICO DEL SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN	30
3.1 Diseño del sistema de segundo orden en lazo abierto.....	30
3.2 Diseño del sistema de segundo orden en lazo cerrado.....	32
3.3 Diseño del sistema de segundo orden en lazo fraccionario.....	37
4. METODOLOGÍA	41
4.1 Herramientas utilizadas.....	41
4.2 Prueba en LTspice con amplificadores operacionales ideales y reales.....	42

4.3	Validación con MATLAB	45
4.3.1	Comprobación (lazo abierto).....	45
4.3.2	Comprobación (lazo cerrado).....	45
4.4	Análisis de sensibilidad	45
4.4.1	Estudio de sensibilidad (lazo abierto)	47
4.4.2	Estudio de sensibilidad (lazo cerrado)	54
4.4.3	Estudio de sensibilidad (lazo cerrado variando lazo abierto).....	60
4.5	Estudio de saturación.....	61
4.6	Análisis de perturbación	61
4.7	Solución de problemas de implementación	64
4.8	Obtención de datos de LTspice mediante MATLAB	70
4.9	Implementación del circuito en <i>protoboard</i>	70
4.10	Implementación de circuito en PCB	72
5.	RESULTADOS Y ANÁLISIS	77
5.1	Resultados de simulación caso ideal vs caso real.....	77
5.2	Resultados de la validación con Matlab	81
5.3	Resultados del análisis de sensibilidad.....	84
5.3.1	Resultados del análisis de sensibilidad (lazo abierto)	84
5.3.2	Análisis de los resultados obtenidos (lazo abierto)	91
5.3.3	Resultados del análisis de sensibilidad (lazo cerrado)	93
5.3.4	Análisis de los resultados obtenidos (lazo cerrado)	98
5.3.5	Resultados del análisis de sensibilidad (lazo cerrado variando lazo abierto) 100	
5.3.6	Análisis de los resultados obtenidos (lazo cerrado variando lazo abierto) .	107
5.4	Resultados del estudio de saturación	108
5.5	Resultados del estudio de perturbación	110
5.5.1	Estudio de perturbación (lazo abierto)	111

5.5.2	Estudio de perturbación (lazo cerrado)	112
5.5.3	Estudio de perturbación (lazo fraccionario)	113
5.5.4	Resultados conjuntos del análisis de perturbación	115
5.6	Resultados de la implementación del circuito en una protoboard	117
5.7	Resultados de la implementación del circuito en una PCB	118
6.	DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	121
6.1	Estudio de sensibilidad	121
6.2	Análisis de perturbación	122
6.3	Implementación	122
7.	PRESUPUESTO	123
	CONCLUSIONES	125
	CONCLUSIONS	126
	BIBLIOGRAFÍA	127
	ANEXOS	128
	ANEXO I	128
	ANEXO II	129
	ANEXO III	130
	ANEXO IV	132
	ANEXO V	134

Agradecimientos

Agradezco a mis tutores Francisco Javier Llopis Cánovas y Leopoldo Acosta Sánchez, por su apoyo, orientación y asistencia a lo largo de todo el proceso de elaboración de este Trabajo de Finalización de Carrera.

También quisiera expresar mi gratitud al Equipo de Electrónica ULL y a mi compañero David Dorta Hernández por su valiosa colaboración.

RESUMEN

El presente documento describe la implementación analógica de un sistema de control de segundo orden utilizando amplificadores operacionales, resistencias y condensadores. Se detalla el proceso de implementación y se analiza el funcionamiento del circuito propuesto. Además, se lleva a cabo un estudio de sensibilidad en lazo abierto y en lazo cerrado para evaluar las variaciones en los parámetros característicos en diferentes condiciones. Asimismo, se aborda la corrección del error al introducir una perturbación mediante la realimentación fraccionaria. El objetivo principal es comprender y analizar el comportamiento del sistema de control implementado y explorar su respuesta en diversos escenarios.

ABSTRACT

This document describes the analog implementation of a second-order control system using operational amplifiers, resistors and capacitors. The implementation process is detailed, and the operation of the proposed circuit is analyzed. Additionally, a sensitivity study is conducted in both open-loop and closed-loop configurations in order to evaluate variations in characteristic parameters under different conditions. Furthermore, the correction of errors introduced by perturbations is addressed through fractional feedback. The main objective is to understand and analyze the behavior of the implemented control system and explore its response in various scenarios.

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Objetivos

El objetivo de este Trabajo de Fin de Grado (TFG) es implementar con circuitos analógicos un controlador por asignación de polos para investigar el comportamiento de un sistema de segundo orden mediante técnicas de control en lazo abierto y en lazo cerrado. La implementación se realizará utilizando amplificadores operacionales y componentes pasivos que permitirán simular el comportamiento del sistema. Posteriormente, se realizará un estudio de la sensibilidad a la variación de los parámetros y se llevará a cabo un análisis de perturbación. El circuito se modificará cerrando el lazo y observando cómo los cambios en lazo abierto afectan significativamente al sistema cuando se emplea un enfoque clásico de control. Asimismo, se explorará cómo el sistema en lazo cerrado -al incorporar un bloque fraccionario- mantiene un comportamiento similar al sistema original a pesar de las modificaciones realizadas en lazo abierto.

1.2 Ámbito de estudio

Ingeniería de Control Industrial; Ingeniería Electrónica Industrial

2. MARCO TEÓRICO

En este apartado introductorio se propone el estudio e implementación analógica de un sistema de segundo orden utilizando un controlador de asignación de polos. Como paso previo a la descripción detallada del proceso, es fundamental comprender conceptos básicos de ingeniería de control y electrónica.

Inicialmente, se revisarán algunos aspectos de los sistemas de control realimentados, destacando sus características principales. A continuación, nos centraremos en los sistemas de segundo orden, resaltando también sus características fundamentales. Por último, se describirán los bloques funcionales del circuito electrónico propuesto para la asignación de polos, incluyendo sus variantes y posibles modificaciones a lo largo del proyecto.

2.1 Sistemas de control

En la vida cotidiana estamos rodeados de sistemas de control en diversos ámbitos como el hogar, el transporte y la industria. Estos sistemas desempeñan además un papel crucial en la economía, la biología y la medicina. Su objetivo principal es lograr que un sistema funcione de manera automática con la mínima intervención humana posible.

Los sistemas de control pueden funcionar en lazo abierto o en lazo cerrado. En un sistema de lazo abierto la salida no afecta la acción de control, ya que no se mide ni se compara con la entrada. Esto implica que cada entrada de referencia corresponde a una condición de operación fija. La precisión de este tipo de sistema depende de la calibración y de las perturbaciones internas y externas. Por lo tanto, se utiliza cuando se conoce la relación entre la entrada y la salida cuando no hay perturbaciones. Un ejemplo común de sistema en lazo abierto podría ser una tostadora, cuyo tiempo de tostado se establece de antemano sin tener en cuenta las condiciones ambientales o la calidad del pan. En la Figura 2.1 se muestra una representación sencilla de un sistema en lazo abierto.

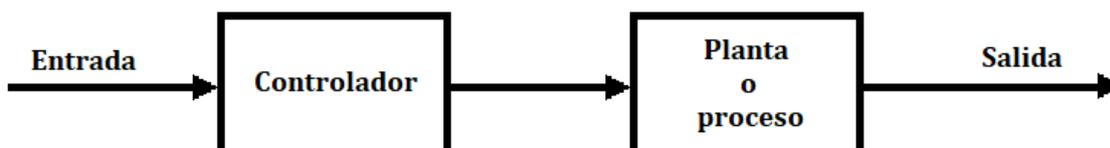


Figura 2.1: Diagrama de bloques de un sistema en lazo abierto.

En cambio, en un sistema de lazo cerrado, también conocido como sistema de control *realimentado*, se compara la señal de salida con la señal de entrada utilizando mecanismos de retroalimentación para reducir la diferencia entre ambas. El objetivo es ahora lograr que la salida del sistema alcance el valor deseado.

Los sistemas de control en lazo cerrado son ampliamente utilizados y se encuentran tanto en creaciones humanas como en la naturaleza. Todos los organismos tienen la capacidad de evaluar su estado y realizar cambios si es necesario, lo cual es una forma de retroalimentación. Un ejemplo de sistema en lazo cerrado podría ser un sistema de control de temperatura para una habitación: en este caso se mide continuamente la temperatura y esta se ajusta automáticamente activando dispositivos de calefacción o refrigeración. En la Figura 2.2 se muestra la estructura de un sistema en lazo cerrado.

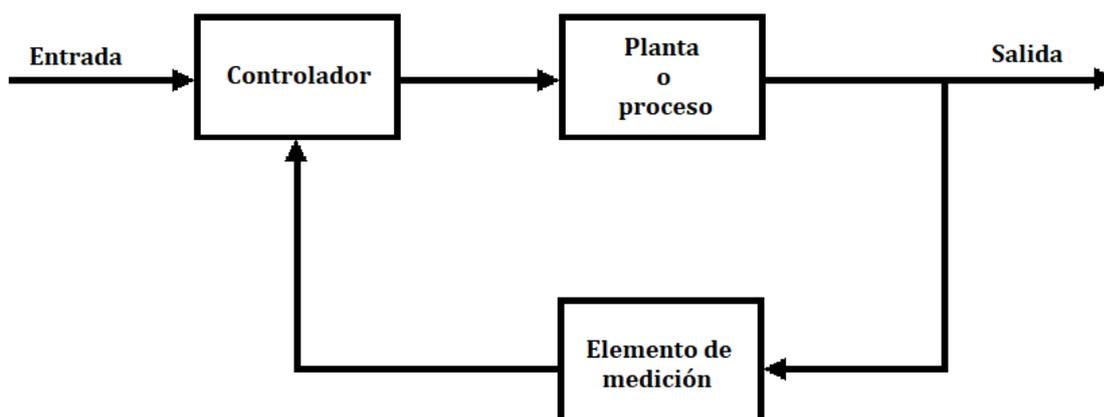


Figura 2.2: Diagrama de bloques de un sistema lazo cerrado.

Los sistemas en lazo abierto y lazo cerrado tienen características distintas y se aplican en diferentes situaciones. En los próximos apartados, se describirán más detalladamente cada uno de ellos. Sin embargo, también pueden presentar características comunes:

- *Estabilidad*: Un sistema de control estable es aquel que responde de manera controlada y predecible a las perturbaciones. La estabilidad es fundamental para garantizar un funcionamiento confiable y seguro del sistema.

- *Dinámica*: La dinámica de un sistema de control se refiere a cómo responde a las variaciones en la entrada o las perturbaciones. La velocidad de respuesta, el tiempo de establecimiento y las oscilaciones son aspectos importantes de la dinámica de un sistema.

Los sistemas de control se describen matemáticamente en el dominio s (dominio de Laplace) mediante una función de transferencia que representa la relación entre la entrada y la salida del sistema. Esta función de transferencia se define como $G(s) = Y(s)/U(s)$, donde $Y(s)$ es la salida del sistema y $U(s)$ es la entrada. Cuando se trata de analizar el comportamiento de un circuito o sistema en régimen senoidal estacionario, la definición anterior se hace extensiva al dominio de la frecuencia (mediante el cambio $s \rightarrow j\omega$).

En un sistema de control realimentado, las raíces del numerador y denominador del polinomio de la función de transferencia se conocen como *ceros* y *polos* del sistema, respectivamente. Los ceros y polos determinan la estabilidad del sistema. La ganancia del controlador también influye en la ubicación de los polos, lo cual tiene un impacto en la dinámica y estabilidad del sistema. Por tanto, se van a realizar diferentes tipos de análisis para evaluar estas características.

Los análisis utilizados para evaluar la dinámica y estabilidad de un sistema incluyen el análisis de la respuesta temporal, el análisis de la ubicación de los polos y ceros del sistema, así como el análisis de la respuesta en frecuencia mediante el diagrama de Bode [1].

Como la función de transferencia de nuestro sistema no presenta ceros, solo analizaremos la ubicación de los polos y su influencia en la respuesta en frecuencia (mediante el diagrama de Bode). El análisis de la ubicación de los polos permite caracterizar la dinámica y estabilidad del sistema realimentado, estando ambos aspectos ligados a la respuesta en magnitud y fase.

Concretamente, la ubicación de los ceros y polos en el plano complejo permite evaluar la salida del sistema y su estabilidad, así como diseñar el controlador adecuado. El procedimiento se conoce como *análisis del lugar de las raíces*. Por otro lado, el análisis en el dominio de la frecuencia implica determinar el factor de amplificación y el desfase introducidos por el sistema. Para ello se recurre al diagrama de Bode, que muestra el módulo de la función de transferencia (en decibelios) y el cambio de fase (en grados), ambos en función de la frecuencia de entrada. Las dos técnicas nos permitirán comprender y ajustar el comportamiento de los sistemas de control.

A continuación, se presentarán las características de los sistemas de segundo orden, principal objeto de estudio de nuestro trabajo.

2.2 Sistemas de segundo orden

Los sistemas de segundo orden aparecen en diversas aplicaciones en ingeniería y ciencia. Se utilizan para describir y controlar, por ejemplo, la suspensión en los automóviles o el control de reactores químicos. En esencia, se caracterizan mediante una ecuación diferencial de segundo orden [2]:

$$y'' + 2\delta\omega_n y' + \omega_n^2 y = f(t), \quad (2.1)$$

donde y es la salida del sistema y t es el tiempo, mientras que δ y ω_n son parámetros característicos de la respuesta en frecuencia. Concretamente, δ es el *coeficiente de amortiguamiento*, el cual proporciona una medida de la resistencia del sistema a las oscilaciones. Por otro lado, ω_n es la *frecuencia natural* del sistema, frecuencia a la cual oscila el mismo cuando no hay amortiguamiento. Y por último $f(t)$ es una función del tiempo que representa la entrada del sistema. En el resto de este apartado la frecuencia natural se va a designar como ω_0 , como se hace en algunos textos al designar la frecuencia característica de los filtros analógicos. También vamos a suponer por conveniencia que en el segundo miembro de la ecuación (2.1) la función $f(t)$ aparece multiplicada por una constante arbitraria K .

Como hemos dicho antes, cuando se analiza el comportamiento en el dominio s (dominio de Laplace), la salida y la entrada pueden relacionarse a través de la función de transferencia. Concretamente, aplicando la transformada de Laplace en los dos miembros de la ecuación (2.1) y suponiendo que y e y' son nulas en el instante $t = 0$, se llega de forma inmediata a la siguiente expresión:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = K \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\delta\omega_0 s + \omega_0^2}, \quad (2.2)$$

donde ahora K representa la *ganancia estática* (ganancia en continua o ganancia en DC) del sistema y ω_0 la frecuencia natural o característica. Además, $Y(s)$ y $U(s)$ representan la salida y la entrada del sistema, respectivamente.

Los polos se obtienen resolviendo la ecuación

$$s^2 + 2\delta\omega_0 s + \omega_0^2 = 0, \quad (2.3)$$

es decir, anulando el denominador de $G(s)$, resultando:

$$s_{1,2} = -2\delta\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\delta^2 - 1}. \quad (2.4)$$

Atendiendo a los valores que puede tomar el coeficiente de amortiguamiento, se presentan diferentes escenarios:

- Sistema *oscilatorio* ($\delta = 0$), cuando los polos son imaginarios puros, es decir, $s_{1,2} = \pm j\omega_0$ (Figura 2.3).

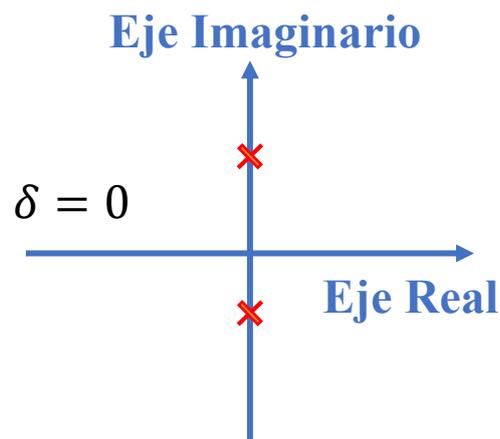


Figura 2.3. Representación sistema oscilatorio en el plano complejo.

- Sistema *subamortiguado* ($0 < \delta < 1$), cuando la función de transferencia presenta un par de polos complejos conjugados: $s_{1,2} = -2\delta\omega_0 \pm j\omega_0\sqrt{1 - \delta^2}$. En la Figura 2.4 se muestra la representación de los polos de un sistema subamortiguado.

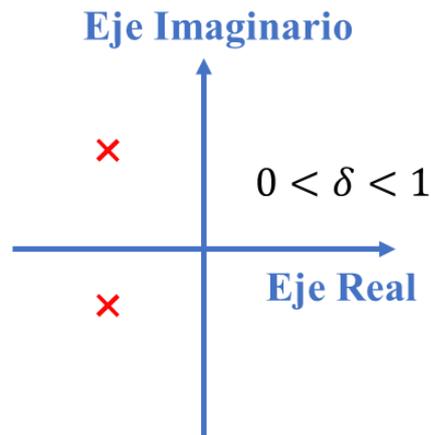


Figura 2.4. Representación de sistema subamortiguado en el plano complejo.

- Sistema *críticamente amortiguado* ($\delta = 1$), en cuyo caso los polos coinciden, específicamente en $s_{1,2} = -\omega_0$ (Figura 2.5).

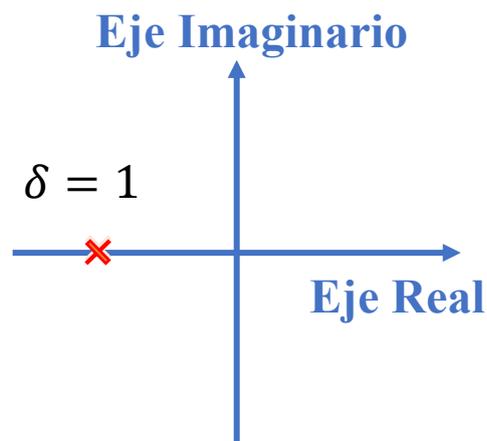


Figura 2.5. Representación de un sistema críticamente amortiguado en el plano complejo.

- Sistema *sobreamortiguado* ($\delta > 1$), cuando presenta dos polos $s_{1,2} = -2\delta\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\delta^2 - 1}$ (Figura 2.6).

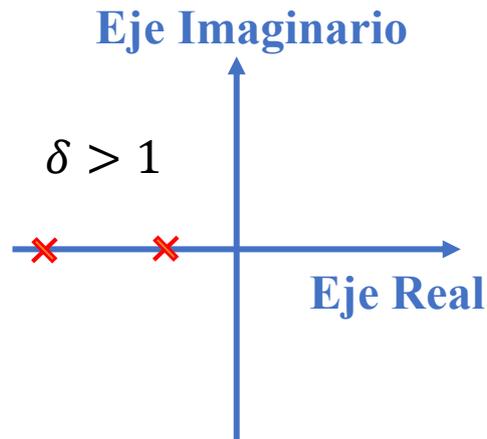


Figura 2.6. Polos de un sistema sobreamortiguado en el plano complejo.

- Sistema *inestable* ($\delta < 0$), si los polos tienen parte real positiva (Figura 2.7), lo que resulta en funciones exponenciales crecientes al realizar la transformada inversa.

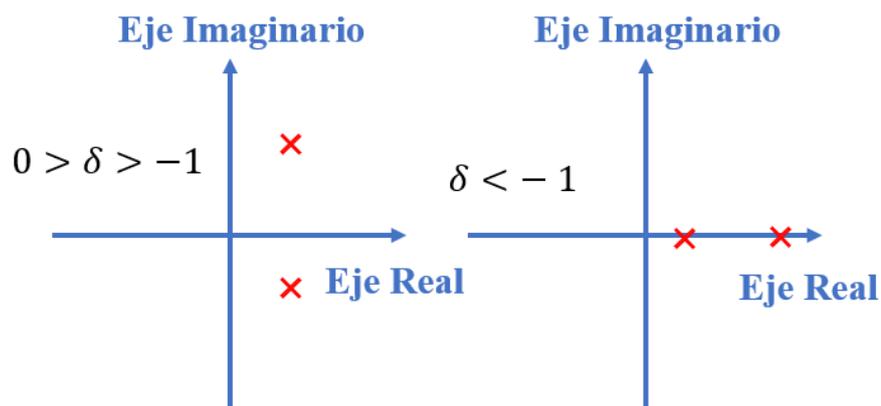


Figura 2.7. Polos de un sistema inestable en el plano complejo.

En nuestro estudio, se considerará que nuestro sistema de segundo orden puede ser tanto subamortiguado como sobreamortiguado. Ambos casos serán analizados en nuestro estudio para comprender y evaluar el comportamiento del sistema en diferentes condiciones.

2.3 Controlador por asignación de polos

El controlador por asignación de polos es un tipo de esquema utilizado en el lazo de retroalimentación para modificar su comportamiento dinámico. El objetivo es lograr la respuesta deseada mediante la selección adecuada de los polos.

Como mencionamos anteriormente, los polos son los valores de la variable compleja s que anulan el denominador de la función de transferencia. La idea fundamental detrás del

controlador por asignación de polos consiste en ajustar la ubicación de los polos del sistema de manera que cumpla con ciertos requisitos de rendimiento. Concretamente, el controlador se diseña para lograr una respuesta específica del sistema en términos de estabilidad, velocidad de respuesta o error en estado estacionario, entre otros.

Para diseñar un controlador por asignación de polos es necesario conocer la función de transferencia del sistema a controlar y establecer los requisitos de rendimiento deseados. A partir de esta información se utiliza una técnica matemática para calcular los parámetros del controlador que satisfacen los requisitos establecidos.

Una de las ventajas del controlador por asignación de polos es su versatilidad, ya que puede aplicarse a una amplia variedad de sistemas de control. Además, el diseño de un controlador por asignación de polos puede ser altamente preciso a la hora de ajustar la ubicación de los polos del sistema.

Una vez presentadas las características del sistema que deseamos implementar, pasaremos a la implementación analógica. Para ello, es necesario revisar algunos conceptos básicos en los que se basa el funcionamiento de los circuitos analógicos que se van a emplear, con el fin de implementarlos correctamente.

2.4 Circuitos electrónicos relevantes

En la implementación del sistema de segundo orden haremos uso de un filtro paso bajo. Sin embargo, antes de explicar cómo hemos diseñado este filtro para cumplir con los requisitos previamente mencionados, es necesario presentar de manera sencilla algunos aspectos básicos.

Un filtro es un circuito electrónico que tiene la capacidad de permitir el paso de determinadas frecuencias de señales eléctricas mientras bloquea o atenúa otras frecuencias. En otras palabras, un filtro nos permite separar una señal en sus componentes de frecuencia eliminando aquellas que no son deseadas. Por ejemplo, puede permitir que se escuchen las frecuencias de una canción y bloquear las frecuencias no deseadas como las que aparecen por el ruido ambiental. O también amplificar las señales de los tonos graves y rechazar las de los agudos.

En el caso de nuestro sistema de segundo orden, utilizaremos un filtro de paso bajo para controlar la respuesta del sistema. El diseño de este filtro estará basado en los requisitos de desempeño establecidos posteriormente.

A continuación, analizaremos brevemente las características más importantes de los filtros para comprender cómo se relacionan con los sistemas de control.

Características principales de los filtros:

- Función de transferencia.

La función de transferencia H del filtro es la relación entre la salida y la entrada en términos de amplitud (ganancia) y ángulo de fase en función de la frecuencia. Se representa mediante una magnitud compleja y se expresa como una función racional:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad (2.5)$$

donde $N(s)$ y $D(s)$ son polinomios en s .

El orden del numerador debe ser igual o menor que el orden del denominador, el cual coincide con el orden del filtro y el número de condensadores.

- *Respuesta en frecuencia*

Se representa gráficamente en dos diagramas: magnitud de la función de transferencia, $|H(j\omega)|$, y fase de la función, $\varphi = \arg(H(j\omega))$. Algunos simuladores de circuitos electrónicos (LTspice, por ejemplo) permiten obtener el diagrama de Bode, que engloba ambas representaciones con la amplitud en decibelios (dB) y la fase en grados. Otras herramientas como MATLAB o Simulink también disponen de funciones específicas para el trazado de las curvas, lo cual nos permite identificar -entre otros parámetros- si el sistema presenta una frecuencia de resonancia, frecuencia a la cual se produciría la máxima amplificación de la señal de entrada. En las Figura 2.8 y 2.10 se muestran ejemplos de curvas de respuesta.

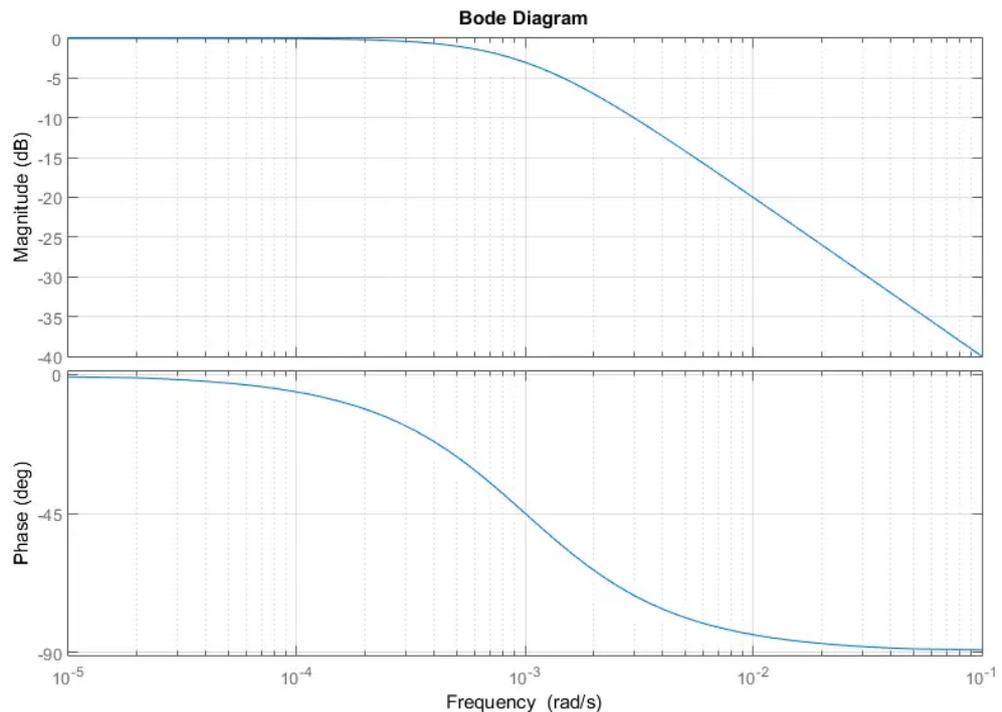


Figura 2.8. Ejemplo de respuesta en frecuencia de un filtro de paso bajo.

- *Orden*

Este parámetro se refiere al número de polos del denominador de la función de transferencia. Aumentar el orden puede mejorar la atenuación de frecuencias no deseadas, pero también puede complicar el diseño, así como afectar a la respuesta temporal.

- *Frecuencia de corte*

Es la frecuencia a la que se considera que el filtro comienza a atenuar la señal de entrada. En un filtro de paso bajo ideal, la salida se atenuaría por completo a frecuencias superiores a la de corte, cosa que solo puede suceder si el orden de la función de transferencia es infinito. Por este motivo, en los filtros de paso alto y de paso bajo prácticos, la frecuencia de corte se define como aquella en la que la ganancia decae a un 70% de su valor máximo (en un factor $1/\sqrt{2} = 0,707$ exactamente), lo que equivale a una reducción en 3 dB. En la Figura 2.9 se muestra el diagrama de Bode de la magnitud de la respuesta (módulo de la ganancia) de un filtro de primer orden con una ganancia máxima $|H_0|$, que en este caso es la *ganancia estática* (en DC), indicándose también la

posición de la frecuencia de corte. En los filtros de paso bajo y de paso alto de primer orden, la función de transferencia presenta un solo polo real, por lo que la curva de $|H|$ se corresponde con la de una función monótona. No ocurre lo mismo con los filtros de segundo orden, que pueden presentar una resonancia a una determinada frecuencia (que a veces se conoce como *frecuencia característica*).

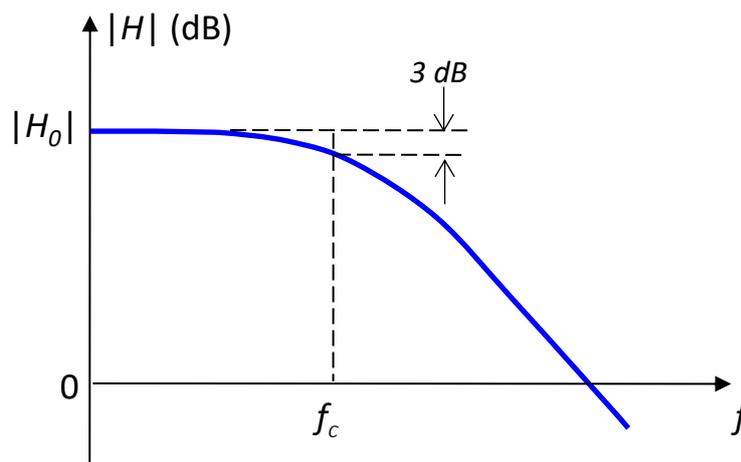
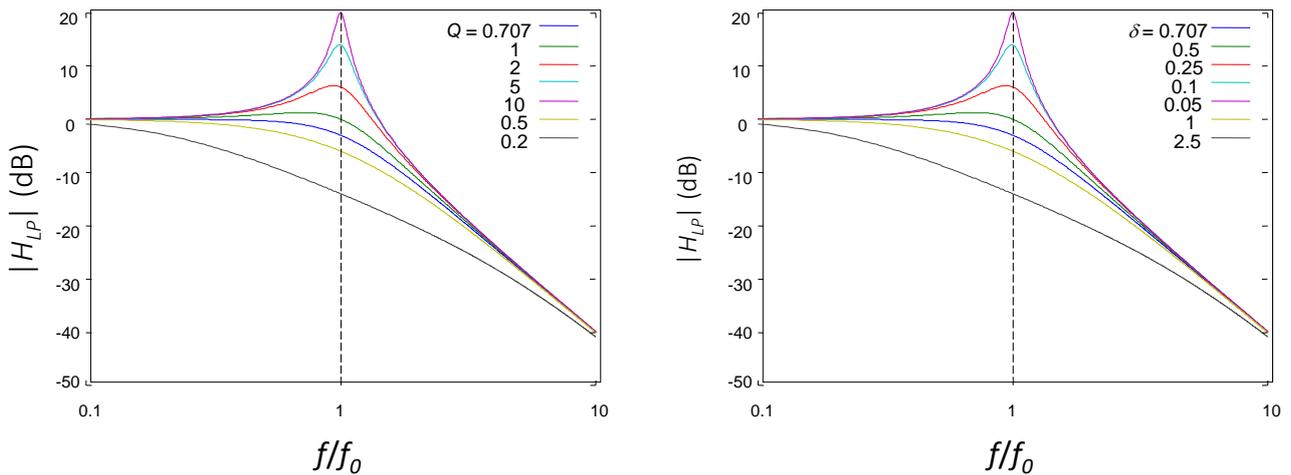


Figura 2.9. Frecuencia de corte de un filtro de paso bajo.

- *Factor de calidad*

En los filtros de segundo orden, se trata un parámetro adimensional que determina la magnitud de la respuesta a la frecuencia característica. Valores altos del factor de calidad se corresponden con picos más pronunciados a la frecuencia característica. La relación de este parámetro con el coeficiente de amortiguamiento δ se expresa como $Q = 1/2\delta$. En la Figura 2.10 se muestra cómo influyen ambos parámetros en la magnitud de la respuesta estándar de segundo orden de un filtro de paso bajo, que se presentará más adelante. H_{OLP} representa la ganancia estática o ganancia en DC. Se observa que la respuesta es máximamente plana si $Q = 0.707$, mientras que para $Q > 0.707$ presenta un pico a la frecuencia f_0 .



$$H(jf) = H_{0LP}H_{LP}(jf)$$

$$H_{LP}(jf) = \frac{1}{1 - (f/f_0)^2 + (jf/f_0)/Q} = \frac{1}{1 - (f/f_0)^2 + 2\delta jf/f_0}$$

Figura 2.10. Representación del diagrama en magnitud con el factor de calidad y el factor de amortiguamiento como parámetros.

Una vez expuestas las características fundamentales de los filtros, vamos a centrarnos las características específicas del circuito que hemos elegido para nuestro estudio.

2.5 Bloques funcionales necesarios

En esta sección, presentaremos de manera breve los bloques funcionales con los que se realizará el circuito electrónico del proyecto.

2.5.1 Filtro paso bajo KRC

El filtro de paso bajo KRC (también conocido como célula de Sallen-Key) es un circuito lineal de segundo orden. Se puede implementar utilizando un solo amplificador operacional en configuración no inversora (con ganancia K), resistencias (R_1 , R_2) y condensadores (C_1 , C_2), de ahí la denominación KRC [3].

Este filtro se utiliza comúnmente en aplicaciones de audio y procesamiento de señales por su simplicidad y eficiencia. La frecuencia de corte, a la que se considera que la atenuación comienza a ser efectiva, se puede ajustar mediante la elección de componentes pasivos del filtro. En el caso más general consta de un amplificador operacional, cuatro resistencias y dos condensadores (Figura 2.11). Empleamos la misma notación y el mismo procedimiento de análisis que en la referencia [9].

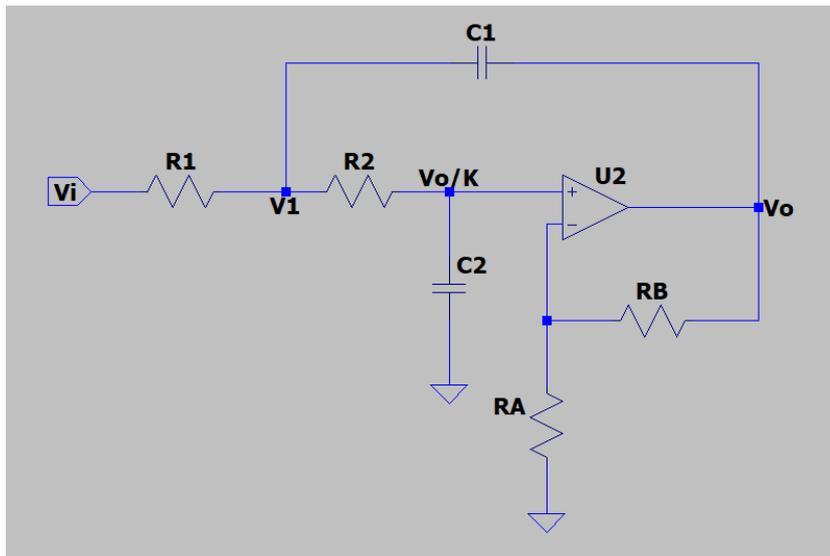


Figura 2.11. Esquema electrónico del filtro KRC.

A continuación, aplicaremos técnicas de análisis de circuitos para determinar las ecuaciones en las que se basará nuestro estudio. Además, suponiendo que el amplificador operacional se comporta de forma ideal, haremos uso de estas propiedades: (1) sus corrientes de entrada son nulas; (2) sus tensiones de entrada coinciden si está realimentado negativamente. Estas propiedades se conocen como *restricciones del punto suma* [4] y se emplearán en este apartado y los siguientes.

Vamos a empezar determinando la ganancia de tensión en DC. Para ello, tenemos en cuenta que la corriente por los condensadores es nula en DC (se comportan como circuitos abiertos en continua). Además, la corriente de la entrada no inversora es cero. Se deduce por tanto que las caídas de tensión en R_1 y R_2 también son nulas puesto que no circula corriente por ellas. De esta forma, la tensión en la entrada no inversora (V_+) coincide con la de entrada del filtro KRC (V_i). Así pues, la ganancia en DC se corresponde con la del amplificador operacional en modo no inversor (integrado por U_2 , R_A y R_B).

En estas condiciones se comprueba fácilmente -como veremos más adelante- que la razón entre V_o (salida) y V_+ viene dada por:

$$K = 1 + \frac{R_B}{R_A}, \quad (2.6)$$

A continuación, vamos a designar como V_1 la tensión en el nudo al que van conectadas R_1 , R_2 y C_1 . Teniendo en cuenta que la tensión de la entrada inversora es igual a V_o/K y que esta coincide con la tensión de la entrada no inversora, se puede deducir de forma inmediata la siguiente relación:

$$V_o = K \cdot \frac{1}{R_1 C_1 s + 1} V_1 \quad (2.7)$$

Si expresamos la suma algebraica de corrientes del nudo con tensión V_1 del siguiente modo:

$$\frac{V_i - V_1}{R_1} + \frac{V_o/K - V_1}{R_2} + \frac{V_o - V_1}{1/C_1 s} = 0, \quad (2.8)$$

entonces podemos combinar (2.7) y (2.8) para eliminar V_1 de (2.8). Tras agrupar términos en V_i y V_o en la ecuación resultante, se llega a la expresión de la función de transferencia:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{K}{R_1 C_1 R_2 C_2 s^2 + [(1 - K)R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2]s + 1} \quad (2.9)$$

Haciendo el cambio $s \rightarrow j\omega$:

$$H(j\omega) = \frac{K}{1 - \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2 s^2 + j\omega [(1 - K)R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2]} \quad (2.10)$$

Expresamos ahora esta función en la forma estándar:

$$H(j\omega) = H_{OLP} \cdot H_{LP}(j\omega), \quad (2.11)$$

donde H_{OLP} representa la ganancia del filtro en DC. La función de transferencia estándar de un filtro de segundo orden, normalizada a la ganancia en DC, se puede expresar en el dominio de la frecuencia y en el dominio s como:

$$H_{LP} = \frac{1}{1 - (\omega/\omega_0)^2 + (j\omega/\omega_0)/Q} \quad (2.12)$$

$$H_{LP} = \frac{1}{1 + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s/\omega_0}{Q}}; \quad H_{LP} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\delta\omega_0 s + \omega_0^2}, \quad (2.13)$$

donde en la última igualdad la variable s aparece normalizada a ω_0 en una de las expresiones. Sin embargo, para nosotros será más cómodo utilizar la otra expresión, que resulta de multiplicar en la primera el numerador y el denominador por ω_0^2 , y en la que se emplea como parámetro el coeficiente de amortiguamiento.

Los parámetros característicos del filtro se obtienen identificando coeficientes en las ecuaciones (2.10), (2.11) y (2.12). Concretamente, para H_{OLP} tenemos:

$$H_{OLP} = K = 1 + \frac{R_B}{R_A}, \quad (2.14)$$

mientras que para la frecuencia característica y el factor de calidad tenemos:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} \quad (2.15)$$

$$Q = \frac{1}{2\delta} = \frac{1}{(1-K) \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}} + \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} + \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}}} \quad (2.16)$$

El diseño se simplifica en el caso particular:

$$R_1 = R_2 = R$$

$$C_1 = C_2 = C$$

De esta manera:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \quad (2.17)$$

$$Q = \frac{1}{3-K} \quad (2.18)$$

Una vez presentado el filtro KRC, vamos a revisar otros bloques funcionales empleados en nuestra implementación del sistema por asignación de polos.

2.5.2 Amplificador no inversor

Como se ha dicho, está formado por dos resistencias y un amplificador operacional. Se caracteriza por presentar a la salida una señal en fase con la de entrada. Además, la salida

aparece amplificada respecto a la entrada puesto que la ganancia siempre es mayor que 1. En la Figura 2.12 se muestra el esquema electrónico del amplificador no inversor.

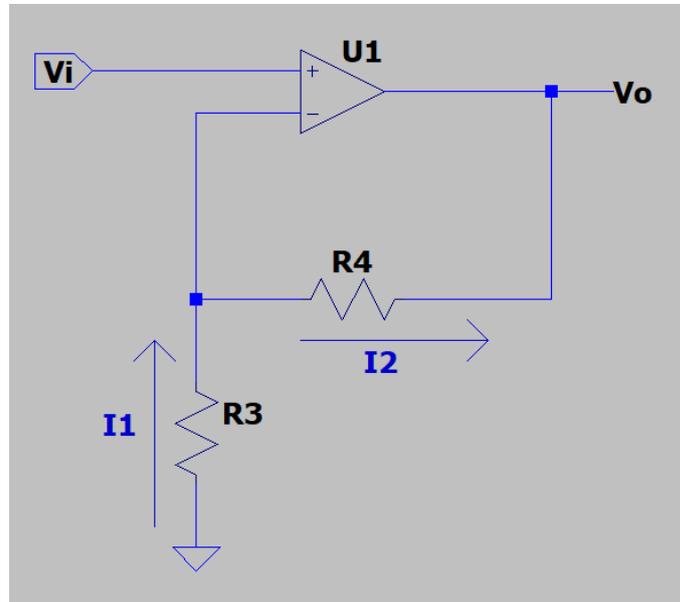


Figura 2.12. Esquema electrónico de un amplificador no inversor.

Para obtener la relación entre el voltaje de entrada y el de salida aplicamos la ley de Kirchhoff de corrientes en la entrada inversora. Como la corriente de la entrada inversora es nula:

$$I_1 = I_2 , \quad (2.19)$$

es decir:

$$\frac{0 - V_-}{R_3} = \frac{V_- - V_o}{R_4} \quad (2.20)$$

Como las tensiones de las entradas del amplificador operacional coinciden:

$$V_+ = V_- = V_i \quad (2.21)$$

Combinando (2.20) y (2.21):

$$V_o = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) V_i \rightarrow A_v = \frac{V_o}{V_i} = 1 + \frac{R_4}{R_3} \quad (2.22)$$

2.5.3 Amplificador inversor

Incorpora dos resistencias y un amplificador operacional. Se caracteriza principalmente porque a la salida obtendremos una señal invertida respecto a la señal de entrada, es decir desfasada 180°. En la Figura 2.13 se muestra el esquema electrónico del amplificador no inversor.

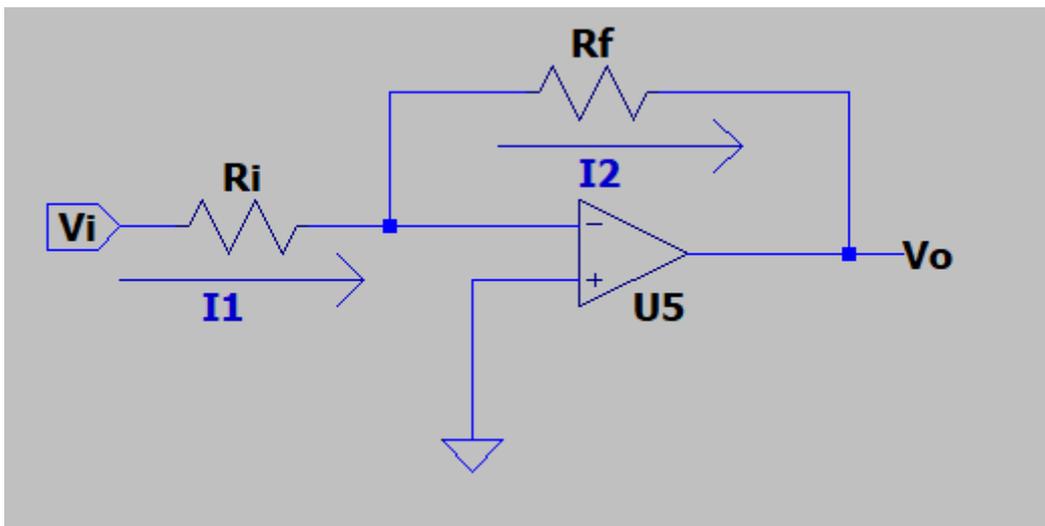


Figura 2.13. Esquema electrónico de un amplificador inversor.

Las tensiones de las entradas del amplificador operacional coinciden y son iguales a 0, puesto que la entrada no inversora va conectada a tierra. Para obtener la relación entre las tensiones de entrada y de salida aplicamos las leyes de Kirchhoff en la entrada inversora, resultando:

$$I_1 = I_2 \quad (2.23)$$

$$V_+ = V_- = 0 \quad (2.24)$$

$$\frac{V_i - V_-}{R_i} = \frac{V_- - V_o}{R_f} \quad (2.25)$$

$$\frac{V_i - 0}{R_i} = \frac{0 - V_o}{R_f} \quad (2.26)$$

$$\frac{V_i}{R_i} = \frac{-V_o}{R_f} \quad (2.27)$$

$$V_o = -\left(\frac{R_f}{R_i}\right) V_i \quad (2.28)$$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_f}{R_i} \quad (2.29)$$

2.5.4 Sumador inversor

Se encarga de sumar las señales de entrada, pero invirtiéndolas y amplificándolas. Cuando solo se aplican dos entradas está formado por 3 resistencias y un amplificador operacional, como se puede ver en la Figura 2.14.

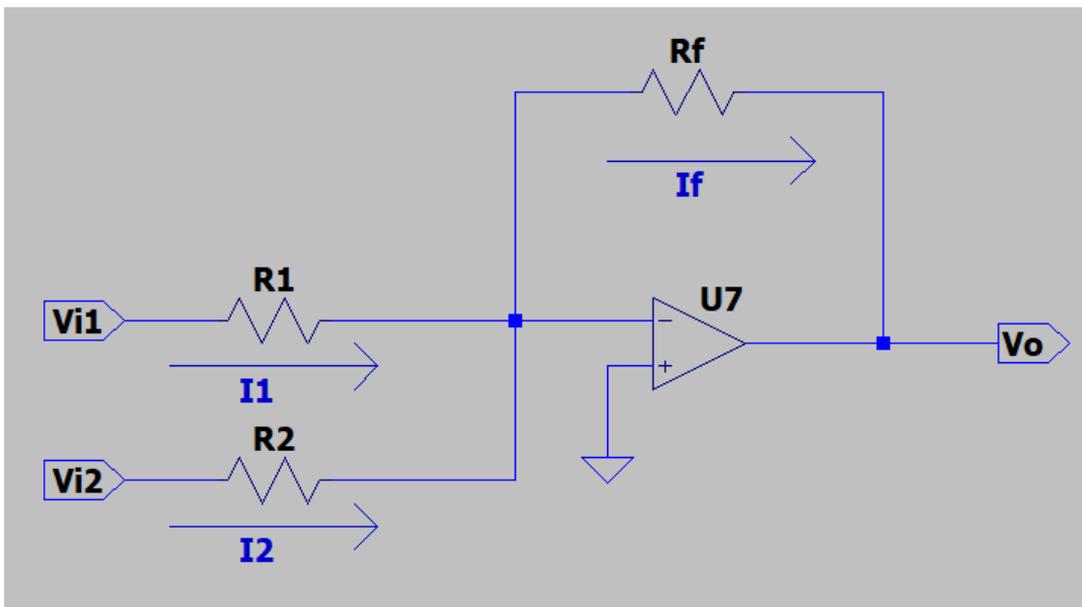


Figura 2.14. Esquema electrónico de un sumador inversor.

Asignamos las corrientes como se indica en el esquema. Las relaciones entre corrientes y tensiones se determinan aplicando los mismos procedimientos que antes, resultando:

$$V_- = V_+ = 0 \quad (2.30)$$

$$I_1 + I_2 = I_f \quad (2.31)$$

$$I_1 = \frac{V_{i1} - V_-}{R_1} = \frac{V_{i1}}{R_1} \quad (2.32)$$

$$I_2 = \frac{V_{i2} - V_-}{R_2} = \frac{V_{i2}}{R_2} \quad (2.33)$$

$$I_f = \frac{V_- - V_o}{R_f} = -\frac{V_o}{R_f} \quad (2.34)$$

Por tanto, sustituyendo en (2.32) las dos últimas expresiones:

$$\frac{V_{i1}}{R_1} + \frac{V_{i2}}{R_2} = -\frac{V_o}{R_f}, \quad (2.35)$$

obteniéndose para la tensión de salida:

$$V_o = -\frac{R_f}{R_1}V_{i1} - \frac{R_f}{R_2}V_{i2} \quad (2.36)$$

2.5.5 Sumador no inversor

El sumador no inversor permite amplificar y mezclar las dos señales de entradas, pero sin invertirlas. Se compone de cuatro resistencias y un amplificador operacional (Figura 2.15).

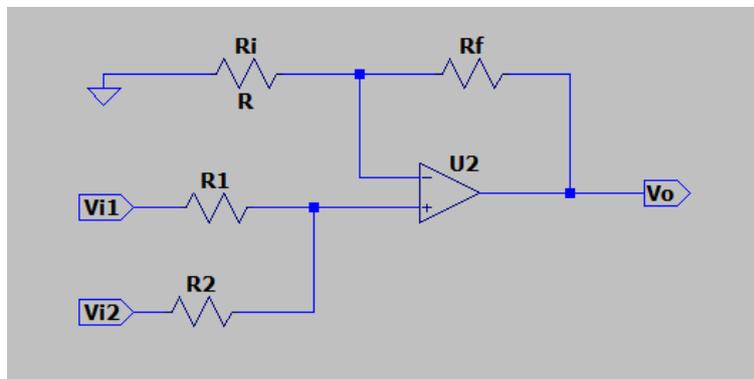


Figura 2.15. Esquema electrónico de un sumador no inversor.

Aplicamos el teorema de superposición. Primero anulamos V_{i2} para determinar la contribución de V_{i1} a la tensión de salida. En este caso R_1 y R_2 forman un divisor de tensión, con R_2 conectada a tierra. Además, el amplificador está conectado en la configuración no inversora, amplificando V_+ en un factor $1+R_f/R_i$. De esta forma:

$$V_+ = V_{i1} \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad V_{o1} = \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) V_+ \quad (2.37)$$

$$\rightarrow V_{o1} = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{i1}\right) \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) \quad (2.38)$$

Igualmente, para la contribución de V_{i2} se tiene:

$$V_{o2} = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{i2}\right) \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) \quad (2.39)$$

La salida viene determinada por la suma de las contribuciones individuales:

$$V_o = V_{o1} + V_{o2} = \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{i2} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{i1}\right) \quad (2.40)$$

2.5.6 Derivador no inversor

El derivador no inversor realiza la función matemática de la derivación de la señal de entrada. Para construir el derivador no inversor empleamos cuatro resistencias, un condensador y un amplificador operacional (tal como se muestra en la Figura 2.16).

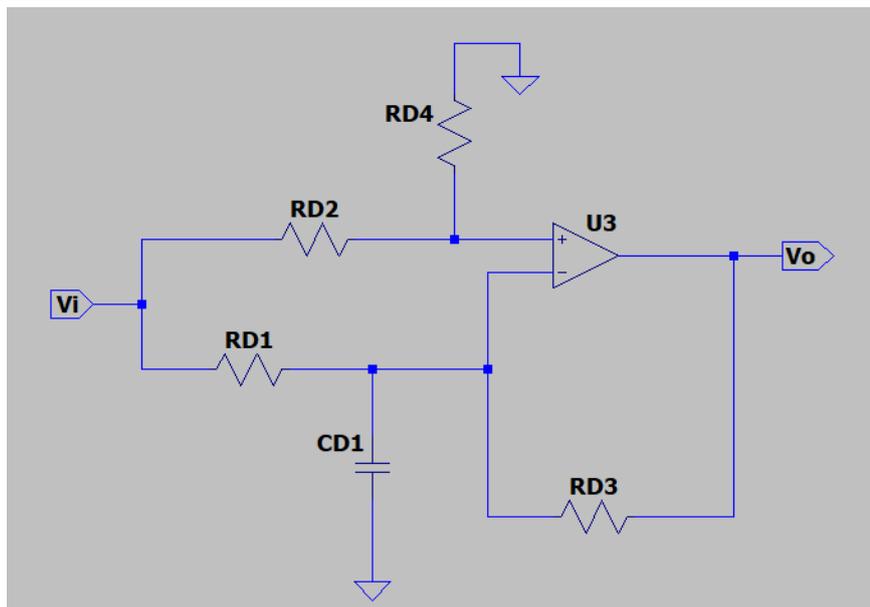


Figura 2.16. Esquema electrónico de un derivador no inversor.

Aplicando las mismas técnicas que antes se llega a las siguientes ecuaciones [5]:

$$T(s) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_1 (R_3 + R_4)} + s \frac{C R_2 R_4}{R_3 R_4} \quad (2.41)$$

Si imponemos la condición $R_1 R_4 = R_2 R_3$, entonces

$$T(s) = +sT, \quad (2.42)$$

donde:

$$T = \frac{C R_2 R_4}{R_3 R_4} \quad (2.43)$$

Por tanto, si queremos que la salida del derivador no inversor sea la derivada de la señal de entrada necesitamos conseguir que $T = 1$. Por ejemplo, si empleamos resistencias de $2 \text{ M}\Omega$ y un condensador de $1 \text{ }\mu\text{F}$:

$$T(s) = +s \frac{CR_2R_4}{R_3R_4} = +s \frac{10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^6} = +s$$

2.5.7 Derivador inversor

Para construir el derivador no inversor empleamos una resistencia, un condensador y un operacional. Siendo el circuito el que se muestra en la Figura 2.17.

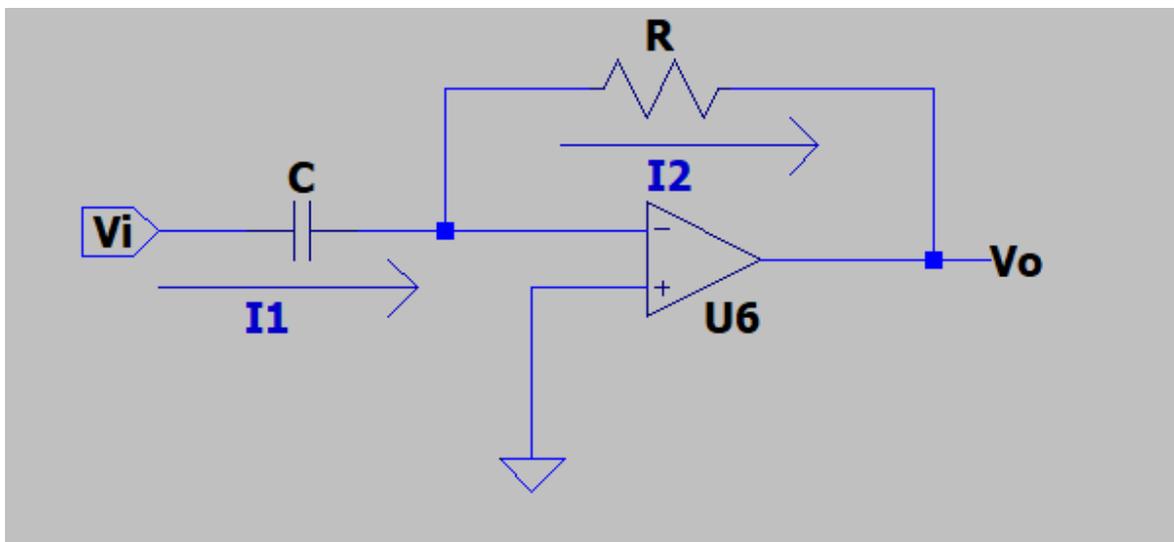


Figura 2.17. Esquema electrónico de un derivador inversor.

Al igual que en el amplificador inversor, las tensiones de entrada del operacional son iguales a 0. Así, la tensión del condensador es $v_C = v_i - v_- = v_i$. La corriente por el condensador se expresa como:

$$i_C = C \frac{dv_C}{dt} = C \frac{dv_i}{dt} \quad (2.44)$$

Esta misma corriente atraviesa la resistencia desarrollando en la misma una caída de tensión igual a $i_C R = v_- - v_o = -v_o$, por lo que:

$$v_o = -i_C R = -RC \frac{dv_i(t)}{dt} \quad (2.45)$$

La relación correspondiente en el dominio s se expresa como: $V_o = -RCsV_i$ (suponiendo el condensador inicialmente descargado).

2.5.8 Divisor de tensión

Es un circuito muy simple que nos permite repartir la tensión de una fuente entre una o más impedancias. En nuestro caso lo usaremos para reducir significativamente la señal de entrada. En la Figura 2.18 se muestra un ejemplo de divisor partidor de tensión.

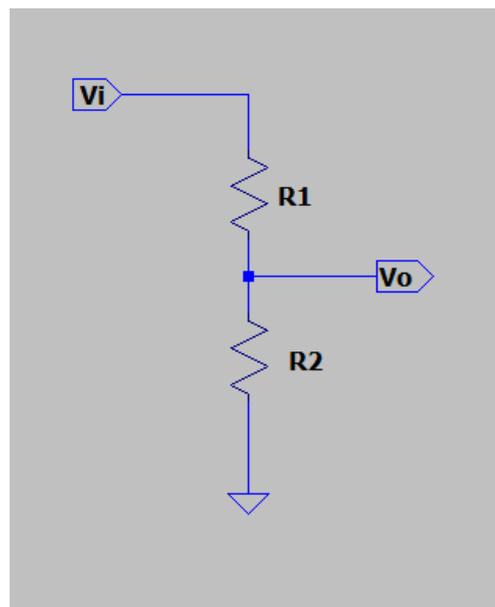


Figura 2.18. Esquema electrónico de un divisor de tensión.

$$V_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_i \quad (2.46)$$

3. DISEÑO ELECTRÓNICO DEL SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN

Una vez revisados los conceptos básicos podemos pasar al diseño electrónico del sistema de segundo orden. Como hemos visto, normalmente los sistemas de control pueden ser de dos tipos: en lazo abierto y en lazo cerrado. Por eso abordaremos la implementación para cada caso y posteriormente se considerará el caso adicional de diseño de un sistema en realimentación fraccionaria, que nos permitirá realizar un análisis de perturbación.

3.1 Diseño del sistema de segundo orden en lazo abierto

Nuestro sistema en lazo abierto se va a representar mediante una función de transferencia de segundo orden genérica. La función de transferencia se ha presentado en el apartado anterior:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{c_0}{s^2 + 2\delta\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (3.1)$$

donde recordemos que ω_0 es la frecuencia natural del sistema y δ el coeficiente de amortiguamiento del sistema, Ahora c_0 es la ganancia en DC del sistema, $Y(s)$ la salida y $U(s)$ la entrada. Para implementar un sistema con esta función de transferencia, utilizaremos un filtro KRC de segundo orden de paso bajo, como se muestra en la

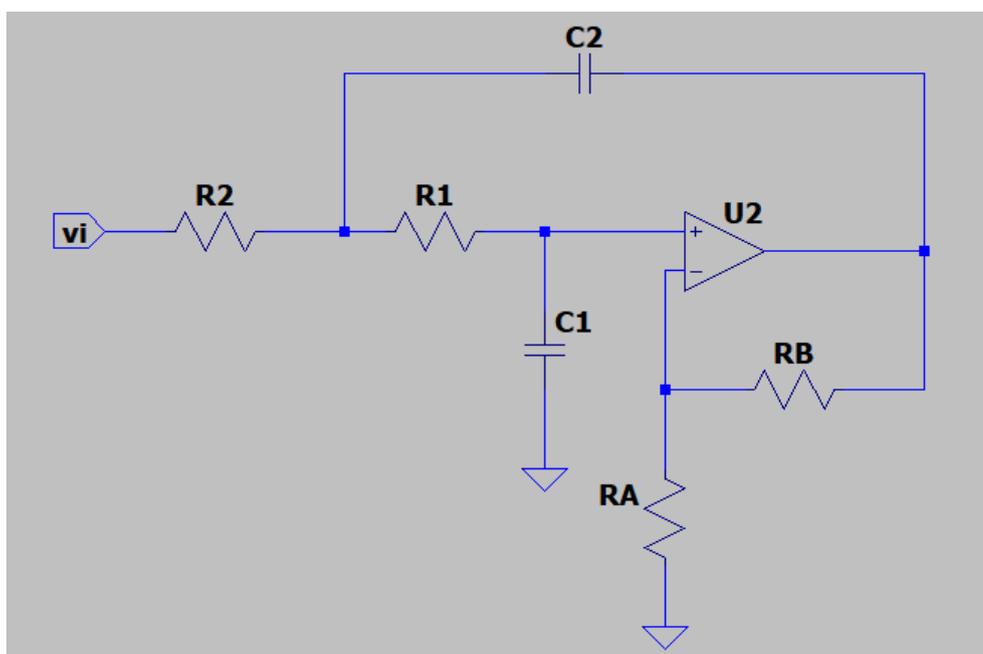


Figura 3.1. Esquema electrónico del filtro KRC.

La función de transferencia también se ha determinado en el apartado anterior:

$$H(s) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{K}{R_1 C_1 R_2 C_2 s^2 + [(1 - K)R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2]s + 1} \quad (3.2)$$

Podemos ajustar los parámetros de la función de transferencia para que se adapte a los requisitos de nuestro sistema de segundo orden empleando las relaciones:

$$K = 1 + \frac{R_B}{R_A} \quad (3.3)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} \quad (3.4)$$

$$Q = \frac{1}{2\delta} \quad (3.5)$$

$$Q = \frac{1}{3 - K} \quad (3.6)$$

Si se emplea como parámetro el coeficiente de amortiguamiento y se expresa la función de transferencia estándar del siguiente modo:

$$H(s) = \frac{c_0}{s^2 + 2\delta\omega_0 s + \omega_0^2}, \quad (3.7)$$

deducimos de forma inmediata:

$$2\delta = \frac{1}{Q} = 3 - K \quad (3.8)$$

$$\rightarrow \delta = \frac{3 - K}{2} \quad (3.9)$$

También, para simplificar el estudio consideraremos el caso particular $R_1 = R_2 = R$ y $C_1 = C_2 = C$, haciendo así que la frecuencia natural dependa solo de dos parámetros del circuito. Las ecuaciones resultantes nos sirven para poder estudiar de manera matemática el sistema:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \quad (3.10)$$

$$\delta = \frac{3 - K}{2} \quad (3.11)$$

$$K = 1 + \frac{R_B}{R_A} \quad (3.12)$$

$$c_0 = \omega_0^2 K \quad (3.13)$$

En conclusión, mediante la implementación de un filtro KRC, logramos obtener un sistema de segundo orden con las características deseadas. Esto nos permitirá analizar y estudiar el comportamiento del sistema de manera más precisa para comprobar si las simulaciones obtenidas en el LTspice son correctas.

3.2 Diseño del sistema de segundo orden en lazo cerrado

Nuestro objetivo ahora es cerrar el lazo de control. El sistema se podría realimentar tal y como se indica en la Figura 3.2. Recordemos que la representación del proceso en lazo abierto era la siguiente:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{c_0}{s^2 + 2\delta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

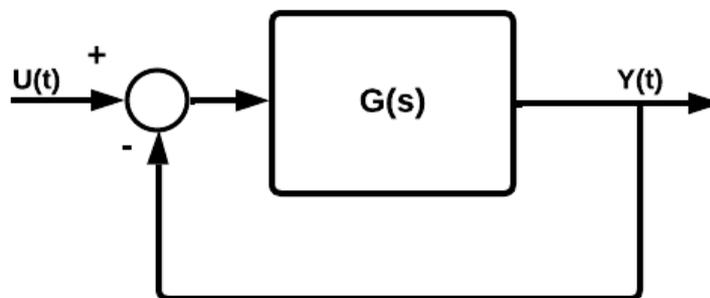


Figura 3.2. Diagrama de bloques general de un sistema en lazo cerrado.

Sin embargo, podemos plantear una nueva estrategia en la que intervengan tanto la salida como su derivada en la realimentación. Para ello, describimos el proceso utilizando las variables de estado $x_1(t)$ y $x_2(t)$ mediante la siguiente representación en el dominio del tiempo, en la que $y(t)$ corresponde a la señal de salida $Y(s)$ en el dominio s del filtro de segundo orden:

$$\left. \begin{aligned} x_1(t) &= y(t) \\ x_2(t) &= \dot{y}(t) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -2\delta\omega_0 x_2(t) - \omega_0^2 x_1(t) + c_0 u(t) \end{aligned} \right\}$$

Para la realimentación del sistema global establecemos:

$$u(t) = -c_1 x_1(t) - c_2 x_2(t) + r(t), \quad (3.14)$$

donde $r(t)$ es una función del tiempo que corresponde a la señal de tensión aplicada al sistema. Ahora el comportamiento dinámico del proceso en lazo cerrado estará determinado por la ecuación:

$$s^2 + (2\delta\omega_0 + c_0 c_2)s + \omega_0^2 + c_0 c_1, \quad (3.15)$$

y por tanto el comportamiento dinámico dependerá de c_1 y de c_2

Para determinar los valores δ_c y ω_c del sistema en lazo cerrado, realizamos la siguiente igualación:

$$s^2 + (2\delta\omega_0 + c_0 c_2)s + \omega_0^2 + c_0 c_1 = s^2 + 2\delta_c \omega_c s + \omega_c^2 \quad (3.16)$$

De esta forma obtenemos:

$$\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 + c_0 c_1} \quad (3.17)$$

$$\delta_c = \frac{2\delta\omega_0 + c_0 c_2}{2\sqrt{\omega_0^2 + c_0 c_1}} \quad (3.18)$$

Los polos del sistema en lazo cerrado serán las raíces de:

$$s^2 + 2\delta_c \omega_c s + \omega_c^2 \quad (3.19)$$

La función de transferencia del sistema en lazo cerrado es:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = G_c(s) = \frac{c_0}{s^2 + 2\delta_c \omega_c s + \omega_c^2}, \quad (3.20)$$

donde

$$c_0 = k\omega_n^2$$

$$\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 + c_0c_1}$$

$$\delta_c = \frac{2\delta\omega_0 + c_0c_2}{2\sqrt{\omega_0^2 + c_0c_1}}$$

Esto nos permite calcular los parámetros teóricamente cuando realimentamos el sistema. Por tanto, con nuestro circuito necesitaremos realizar la siguiente función:

$$u(t) = -c_1x_1(t) - c_2x_2(t) + r(t)$$

En la Figura 3.3 se muestra la representación del sistema de segundo orden en lazo cerrado por medio de un diagrama de bloques.

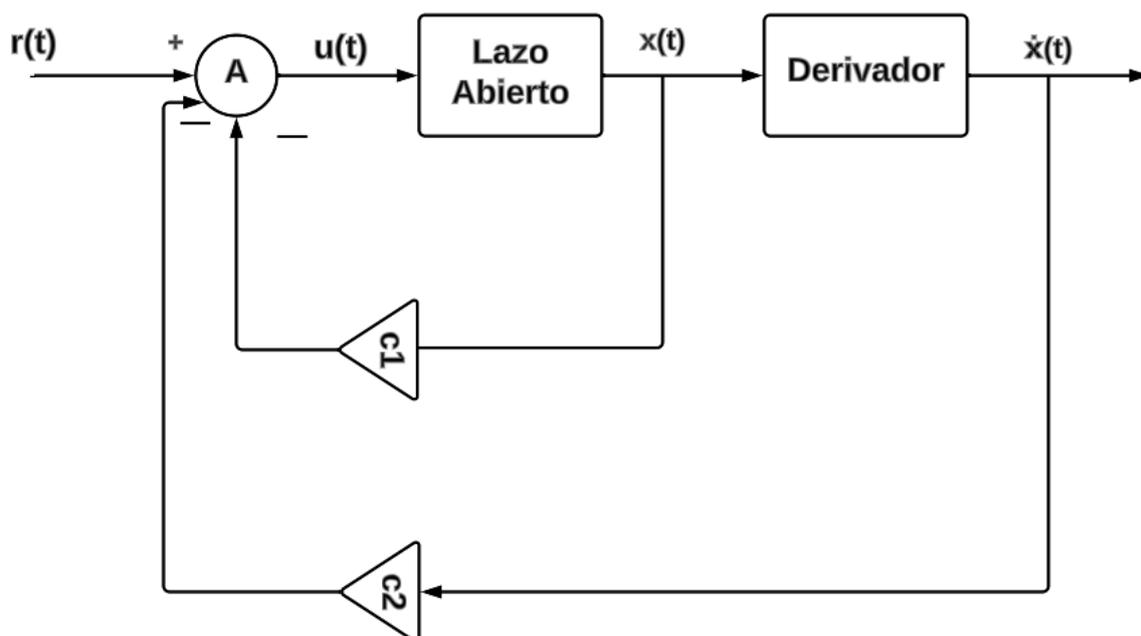


Figura 3.3. Diagrama de bloques del sistema de segundo orden en lazo cerrado.

Sin embargo, para simular la realimentación de un sistema de segundo orden mediante circuitos electrónicos, necesitamos implementar diferentes circuitos. Para lograr esto, utilizaremos los siguientes bloques funcionales:

- Derivador no inversor

- Amplificador no inversor
- Sumador inversor
- Sumador no inversor

La estructura del circuito resultante se muestra en la Figura 3.4.

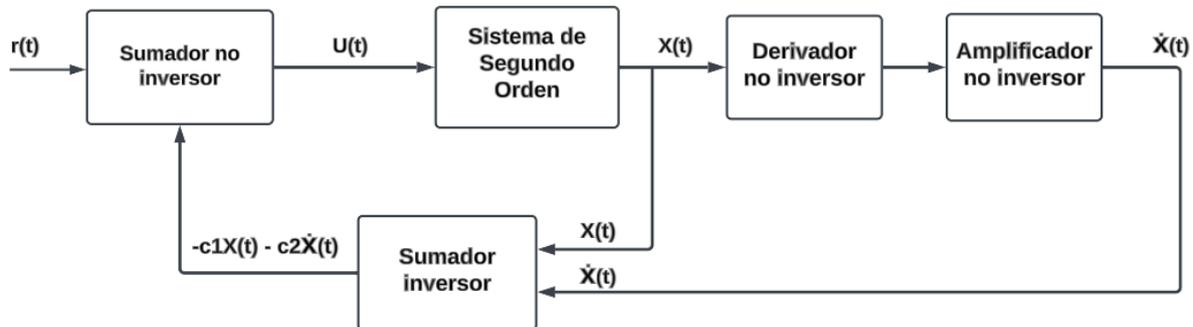


Figura 3.4. Esquema electrónico del sistema de segundo orden realimentado (lazo cerrado).

A continuación, se describen los pasos para implementar el circuito:

1. Filtro KRC

El filtro KRC nos proporcionará la salida a visualizar que sería $x(t)$.

2. Derivador no inversor + Amplificador no inversor

Para derivar la salida del filtro KRC, utilizamos un derivador no inversor, pero al ser la ganancia tan pequeña necesitamos amplificar la salida del derivador no inversor mediante un amplificador no inversor. La función de transferencia del derivador es:

$$G_{derivador} = +s \frac{CR_2R_4}{R_3 + R_4} \quad (3.21)$$

Como consideramos que $R_2 = R_3 = R_4 = R = 10 \text{ k}\Omega$ y $C = 10 \text{ nF}$:

$$G_{derivador} = s \frac{CR}{2} = 0,5 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot s = 5 \cdot 10^{-5} s.$$

Nos interesa que la ganancia del derivador sea 1, por lo que utilizamos un amplificador no inversor con una ganancia de:

$$G = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 1 + 20000 = 20001$$

La salida final del amplificador no inversor nos dará la derivada del filtro KRC:

$$G_{derivador} \cdot G_{amplificador} = 0,00005 * 200001 = 1,00005$$

Podemos considerar este error de 0.00005 como despreciable. Por lo tanto, la salida se corresponde con la derivada de $x(t)$.

3. Sumador inversor:

Necesitamos sumar las salidas del filtro KRC (x) y del derivador (designada como dx en el esquema del circuito), y asignar una constante a cada salida. Para lograr esto, empleamos un sumador inversor, que nos permitirá obtener la implementación la relación:

$$V_{sum_in} = -c_1x_1(t) - c_2x_2(t)$$

Las constantes c_1 y c_2 están determinadas por las resistencias del sumador inversor, que se determinan a partir de la relación:

$$V_o = -\frac{R_f}{R_1}V_{i1} - \frac{R_f}{R_1}V_{i2}$$

Si consideramos que V_{i1} es x_1 y V_{i2} es x_2 , se obtiene:

$$V_o = -\frac{R_f}{R_1}x_1 - \frac{R_f}{R_1}x_2$$

Así las constantes quedan determinadas en términos de las resistencias:

$$c_1 = \frac{R_f}{R_1} \quad (3.22)$$

$$c_2 = \frac{R_f}{R_2} \quad (3.23)$$

4. Sumador no inversor:

Para realimentar correctamente el sistema, conectamos la salida del sumador no inversor a la señal de entrada. Para lograrlo, utilizamos un sumador no inversor. De esta manera, obtenemos la ecuación:

$$u(t) = -c_1x(t) - c_2(t)\dot{x} + r(t)$$

Finalmente, conectamos la salida del sumador no inversor a la entrada del filtro KRC, lo que nos permite obtener un sistema realimentado de segundo orden.

Las ecuaciones y relaciones presentadas a lo largo del estudio, las cuales se emplean en la implementación del sistema de asignación de polos, se reflejan en la Tabla 3.1.

Resumen de las ecuaciones obtenidas		
Lazo abierto	Lazo cerrado	Parámetros relevantes del circuito
<ul style="list-style-type: none"> • $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ (3.10) 	<ul style="list-style-type: none"> • $\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 + c_0 c_1}$ (3.17) 	<ul style="list-style-type: none"> • R • C • R_A • R_B • R_f • R_1 • R_2
<ul style="list-style-type: none"> • $\delta = \frac{3-k}{2}$ (3.11) 	<ul style="list-style-type: none"> • $\delta_c = \frac{2\delta\omega_0 + c_0 c_2}{2\sqrt{\omega_0^2 + c_0 c_1}}$ (3.18) 	
<ul style="list-style-type: none"> • $K = 1 + \frac{R_B}{R_A}$ (3.12) 	<ul style="list-style-type: none"> • $c_0 = \omega_0^2 K$ (3.13) 	
<ul style="list-style-type: none"> • $c_0 = \omega_0^2 K$ (3.13) 	<ul style="list-style-type: none"> • $c_1 = \frac{R_f}{R_1}$ (3.22) 	
	<ul style="list-style-type: none"> • $c_2 = \frac{R_f}{R_2}$ (3.23) 	

Tabla 3.1. Resumen de las ecuaciones obtenidas

3.3 Diseño del sistema de segundo orden en lazo fraccionario

Con los dos circuitos anteriores ya podemos empezar a realizar el estudio de sensibilidad, pero antes de eso vamos a presentar un diseño adicional que consiste en la realimentación fraccionaria, la cual nos proporcionará mayor robustez frente a cambios en los parámetros del sistema en lazo abierto. Es decir, en teoría este sistema debería corregir ligeramente la perturbación, permitiendo que el sistema se comporte de manera similar con o sin perturbación. Este circuito será usado en el análisis de perturbación.

Para implementar el sistema fraccionario, se hará uso de una placa diseñada por David Dorta Hernández. Para obtener más información sobre su funcionamiento, se puede consultar el TFG (Trabajo Fin de Grado), en el que se detalla el diseño y funcionamiento de la placa. Lo

más relevante es tener en cuenta que el bloque fraccionario opera en el rango de frecuencia de 16 mHz a 1,6 kHz y su función de transferencia presenta 4 polos, es decir es un sistema de cuarto orden. Esta placa permite realizar una integración de orden 0,5.

Para no extendernos, podemos decir que si $x^{(n)}$ representa la derivada de orden n -siendo n un número entero, cabe la posibilidad de suponer que n corresponda a una fracción, en particular la fracción $1/2$. El cálculo de la derivada no es tan simple ahora, puesto que no basta con determinar el límite de un cociente incremental para variaciones pequeñas. Por esta razón, los procedimientos que se emplean para hacer posible esta generalización no se van a presentar en este trabajo. En cualquier caso, podemos decir que insertando un bloque fraccionario se puede implementar un sistema más robusto (Figura 3.5).

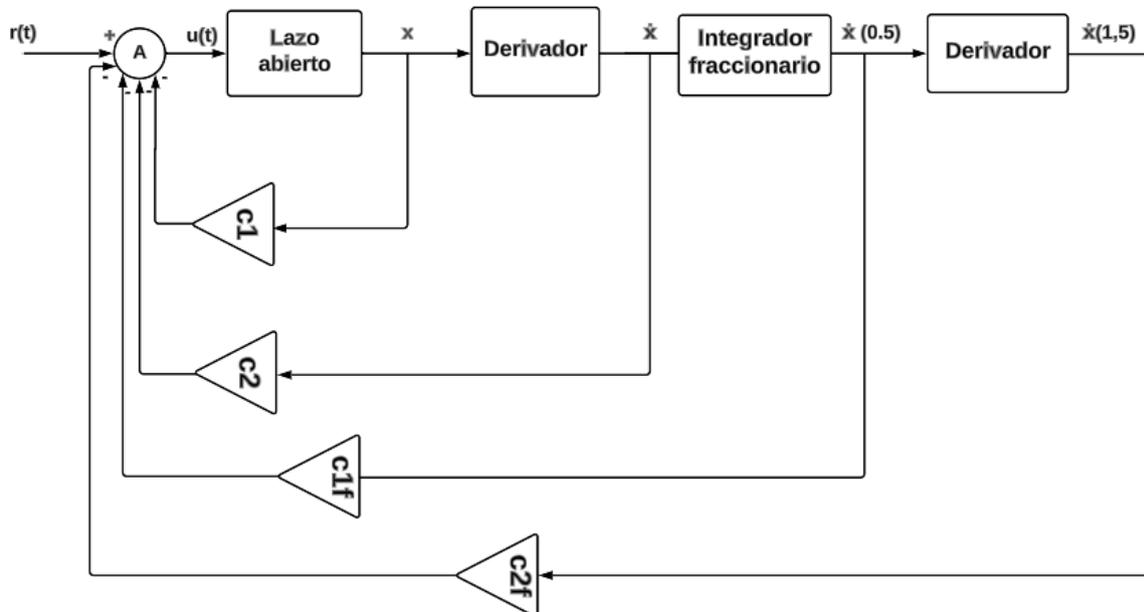


Figura 3.5. Diagrama de bloques del Sistema de control con realimentación fraccionaria.

En este caso, la realimentación fraccionaria viene determinada por la siguiente expresión:

$$u(t) = -c_1 x_1 - c_2 \dot{x}_1 - c_{1f} x_1^{(0,5)} - c_{2f} x_1^{(1,5)}$$

Para implementar este sistema de manera analógica, se utiliza un diseño similar al sistema en lazo cerrado, pero se agrega el integrador fraccionario y un derivador no inversor conjuntamente con un amplificador no inversor (Figura 3.6).

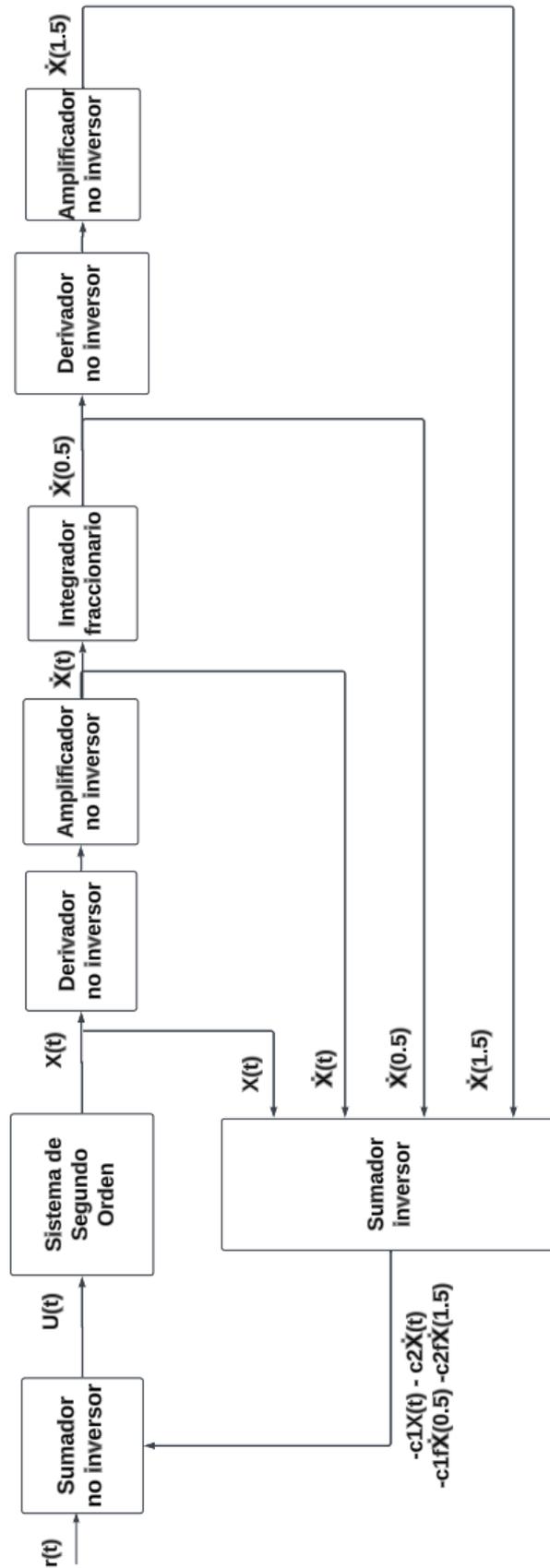


Figura 3.6. Esquema electrónico de sistema de segundo orden con realimentación fraccionaria

En resumen, en la realimentación intervienen la salida del sistema, su derivada, la derivada de orden 0,5 y la derivada de orden 1,5. Con la incorporación de un sistema fraccionario en el sistema de control mejora su robustez frente a las perturbaciones.

4. METODOLOGÍA

En esta sección se describirá detalladamente la metodología utilizada durante el desarrollo del proyecto, incluyendo el *software*, herramientas y procedimientos que se han empleado.

En primer lugar, se presentan las herramientas utilizadas a lo largo del proyecto para la toma de datos y su posterior comparación. A continuación, se comprobará la diferencia que supone utilizar amplificadores ideales en el estudio frente a los amplificadores operacionales reales, los cuales tienen limitada su respuesta en frecuencia, así como el rango de variación de la tensión de salida.

El procedimiento seguido consistió en el planteamiento de modelos matemáticos y simulaciones para evaluar el comportamiento del sistema en diferentes escenarios. Se realizaron pruebas y simulaciones para validar los modelos y ajustar los parámetros del sistema.

Además, se llevó a cabo la implementación práctica de los circuitos electrónicos necesarios para la realización de las pruebas en un entorno real. Se realizaron mediciones y se compararon con los resultados obtenidos en las simulaciones.

La recopilación de datos y la realización de análisis estadísticos fueron parte fundamental de la metodología. Se realizaron múltiples pruebas y se registraron los datos correspondientes para evaluar el desempeño y la eficacia del sistema propuesto.

4.1 Herramientas utilizadas

Durante el desarrollo de este proyecto se han utilizado principalmente tres programas: LTspice, MATLAB y Excel.

- LTspice

Es un programa de simulación de circuitos electrónicos que permite modelar y analizar el comportamiento de circuitos analógicos y digitales. En este proyecto se utilizó LTspice para crear esquemas de circuitos [6], simular el comportamiento de los circuitos en el dominio del tiempo y de la frecuencia, para de esta forma analizar los resultados obtenidos. Para obtener las simulaciones de respuesta en frecuencia de los circuitos, se empleó el comando ".ac dec" en LTspice, el cual proporciona un barrido en frecuencia que proporciona el diagrama de magnitud y fase del circuito.

- MATLAB

Es un entorno de programación y cálculo numérico ampliamente utilizado en la ingeniería y ciencias. En este proyecto, se utilizó MATLAB para realizar análisis y cálculos matemáticos, implementar algoritmos, generar gráficos y realizar simulaciones numéricas. MATLAB proporciona herramientas y funciones para procesar y analizar datos, así como para realizar modelado y simulación de sistemas [7].

- Excel

Excel es una aplicación de hoja de cálculo que se utiliza comúnmente para organizar, analizar y visualizar datos. En este proyecto, se utilizó Excel para organizar y analizar los datos recopilados durante las pruebas experimentales. Se realizaron cálculos, se generaron gráficos y se llevaron a cabo análisis estadísticos de los errores relativos utilizando las funciones y herramientas disponibles en Excel.

4.2 Prueba en LTspice con amplificadores operacionales ideales y reales

En este apartado se llevarán a cabo algunas comprobaciones en LTspice que resultarán muy útiles para entender qué limitaciones no estamos teniendo en cuenta en el estudio de sensibilidad donde usaremos amplificadores operacionales ideales y que posteriormente deberemos tener en cuenta para implementar los circuitos en la práctica.

Para esto, usaremos el comando `.ac dec` del LTspice que nos permite analizar la respuesta en frecuencia de nuestro circuito.

El comando `".ac dec N P1 P2"` se emplea para definir el análisis de frecuencia, donde:

- *N* es el número de puntos de simulación en una escala logarítmica decimal.
- *P1* es la frecuencia inicial del rango.
- *P2* es la frecuencia final del rango.

Consideremos un ejemplo en el que deseamos realizar un análisis de frecuencia en un rango de 1 Hz a 1 MHz con 10 puntos de simulación en una escala logarítmica decimal. El comando correspondiente sería el siguiente:

```
".ac dec 10 1Hz 1MHz"
```

El simulador LTspice generará 10 puntos de simulación distribuidos en una escala logarítmica decimal dentro del rango de frecuencia especificado. Estos puntos se ubicarán en las frecuencias de 1 Hz, 10 Hz, 100 Hz, 1 kHz, 10 kHz, 100 kHz y 1 MHz.

En las simulaciones iniciales se utilizó una amplitud de entrada de 1 V. Los valores de resistencias y condensadores se seleccionaron de acuerdo con las fórmulas previamente expuestas en la Tabla 3.1. Los circuitos con amplificadores ideales se muestran a continuación. Para que los amplificadores operacionales se comporten de forma ideal, su ganancia diferencial debería ser infinita. En las simulaciones suponemos que esta tiene un valor muy grande, 10^{10} .

- Caso ideal (lazo abierto):

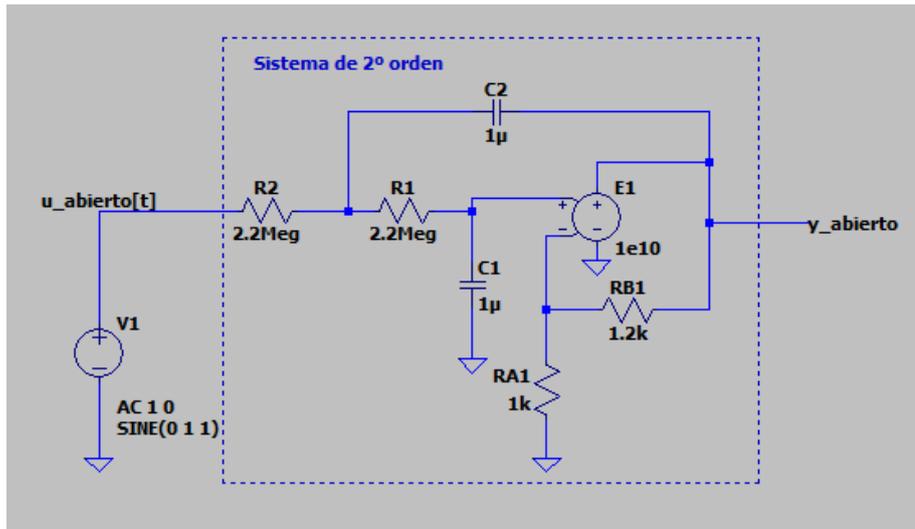


Figura 4.1. Esquema electrónico del sistema en lazo abierto con operacionales ideales.

- Caso Ideal (lazo cerrado):

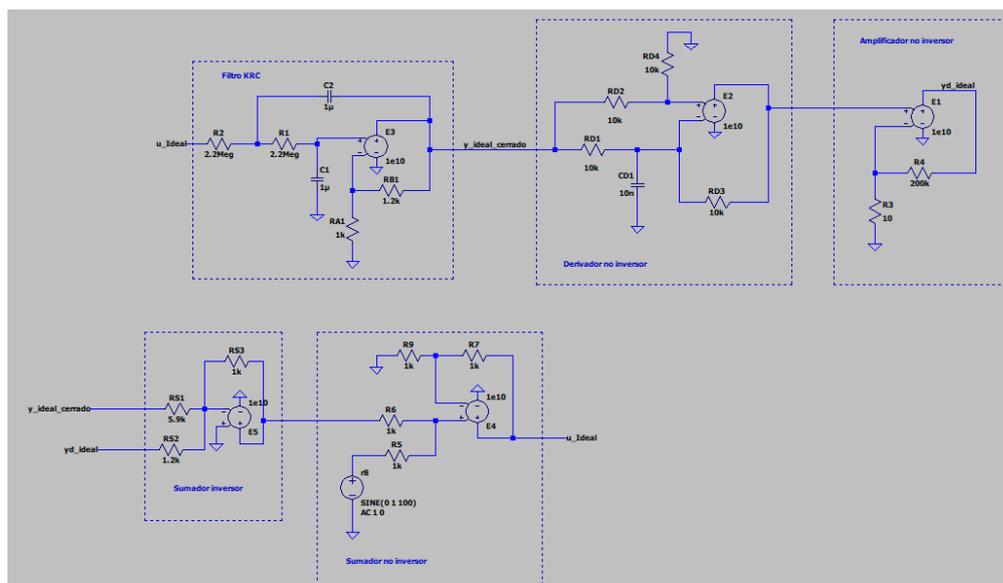


Figura 4.2. Esquema electrónico del sistema en lazo cerrado con operacionales ideales.

Para los circuitos con amplificadores reales elegimos un amplificador operacional que tenga un producto ganancia-ancho de banda razonable.

- Caso real (lazo abierto):

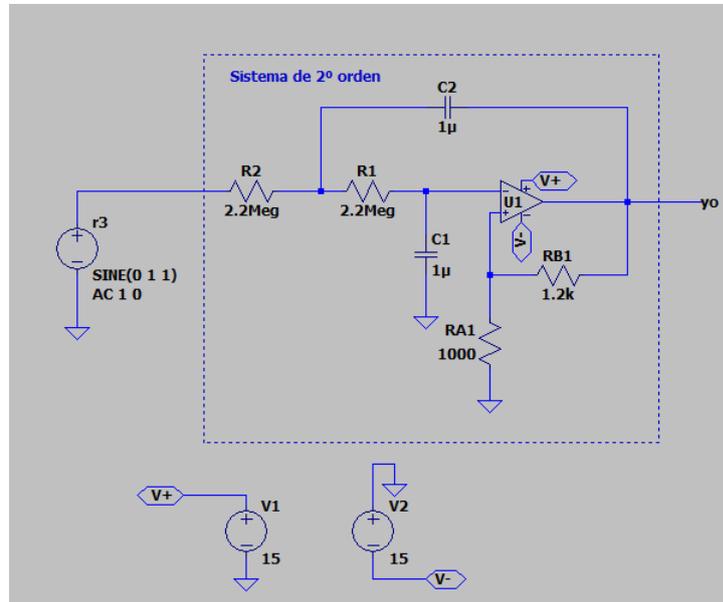


Figura 4.3. Esquema electrónico del sistema en lazo abierto con operacionales reales.

- Caso real (lazo cerrado):

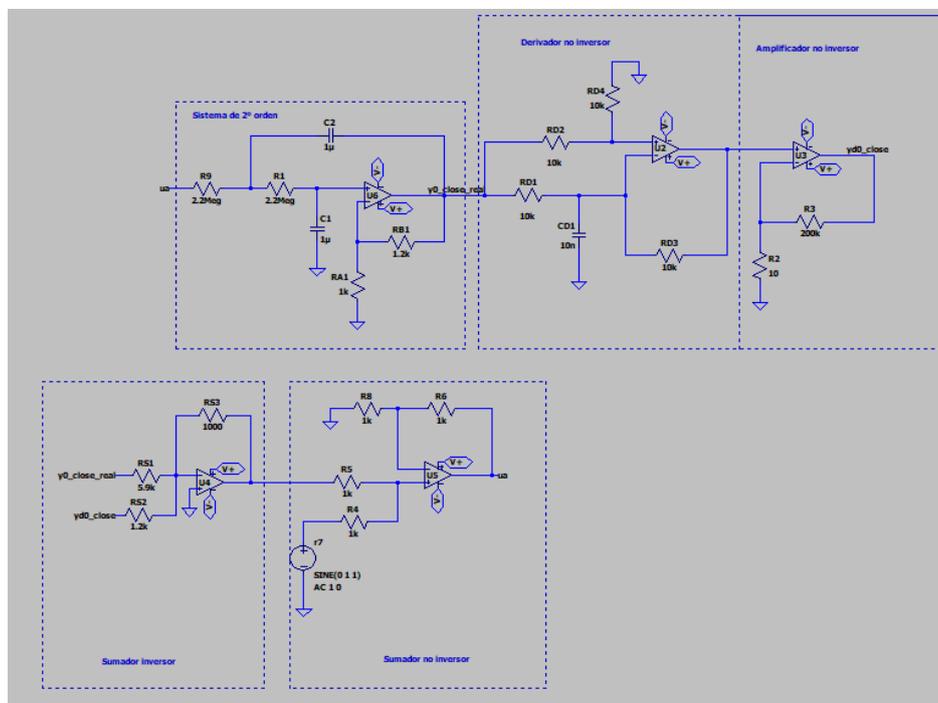


Figura 4.4. Esquema electrónico del sistema en lazo cerrado con amplificadores operacionales reales.

4.3 Validación con MATLAB

En esta sección, procederemos a validar el modelo matemático obtenido en la etapa de diseño del circuito, comparándolo con las simulaciones realizadas en LTspice. Para ello, realizaremos comprobaciones tanto en el caso de lazo abierto como en el caso de lazo cerrado.

4.3.1 Comprobación (lazo abierto)

Con el fin de verificar la concordancia entre la simulación obtenida en LTspice y el modelo matemático presentado anteriormente en la sección de implementación analógica, hemos desarrollado un *script* (ANEXO I) que nos permite visualizar la respuesta en frecuencia del modelo matemático. A continuación, compararemos dicha respuesta con la obtenida en LTspice.

4.3.2 Comprobación (lazo cerrado)

Asimismo, para validar que la simulación realizada en LTspice en lazo cerrado se corresponde con el modelo matemático presentado anteriormente en el capítulo de implementación analógica, hemos creado otro *script* (ANEXO II) que nos permite graficar la respuesta en frecuencia del modelo matemático. Posteriormente, compararemos esta respuesta con la obtenida en LTspice.

4.4 Análisis de sensibilidad

El análisis de sensibilidad es una técnica utilizada para evaluar cómo varía el comportamiento de un sistema cuando se modifican los valores de sus parámetros. En el caso de un sistema de segundo orden, existen diversos parámetros que influyen en su comportamiento, como la frecuencia natural, la relación de amortiguamiento, la ganancia, entre otros.

Para llevar a cabo el análisis de sensibilidad en nuestro sistema de segundo orden, hemos seguido los siguientes pasos:

1. Identificar los parámetros que afectan el comportamiento del sistema: En un sistema de segundo orden, los parámetros más relevantes son la frecuencia natural (ω_n) y el coeficiente de amortiguamiento (δ), ya que a partir de ellos podemos obtener los polos del sistema.
2. Seleccionar el parámetro a analizar: Una vez identificados los parámetros relevantes, se elige el parámetro que se desea analizar. Por ejemplo, si queremos examinar cómo varía

la respuesta del sistema ante cambios en la frecuencia natural, debemos fijar el coeficiente de amortiguamiento y modificar la frecuencia natural. En nuestro caso, dado que la frecuencia natural (ω_n) y el coeficiente de amortiguamiento (δ) dependen de ciertos componentes del circuito, analizaremos cómo variaciones en dichos componentes afectan a ω_n y δ , y cómo esas variaciones provocan cambios en el sistema.

3. Evaluar la respuesta del sistema: Una vez que se ha fijado un valor para un parámetro y se han variado los demás, se evalúa la respuesta del sistema para determinar cómo varía en función de los cambios realizados. Es decir, se observa cómo el sistema se vuelve más rápido o más lento, o cómo cambia su dinámica en general.
4. Repetir el proceso para otros valores del parámetro: Se repite el proceso anterior para diferentes valores del parámetro seleccionado, con el objetivo de obtener una curva de sensibilidad que muestre cómo varía la respuesta del sistema en función del valor del parámetro.

En resumen, el análisis de sensibilidad en un sistema de segundo orden implica seleccionar uno de los parámetros relevantes, fijar los demás parámetros y evaluar la respuesta del sistema ante cambios en el valor del parámetro seleccionado. Este proceso se repite para diferentes valores del parámetro, a fin de obtener una curva de sensibilidad que permita comprender cómo varía el comportamiento del sistema en función de los cambios en los parámetros.

En esta sección, realizaremos un análisis de sensibilidad enfocado en tres casos específicos para simplificar el estudio. Nos centraremos en cómo la modificación de las variables de entrada afecta al lazo abierto, cómo la modificación de las variables del lazo cerrado afecta al lazo cerrado, y cómo la modificación de las variables de entrada del lazo abierto afecta al lazo cerrado. Nuestro objetivo principal será examinar cómo la variación de la tolerancia de una resistencia afecta diferentes parámetros del sistema, como la frecuencia natural, el coeficiente de amortiguamiento y los polos.

Para lograr esto, seleccionaremos tolerancias del 1%, 5% y 10% para los parámetros de entrada correspondientes a cada sistema. Realizaremos simulaciones en LTspice para analizar cómo estos cambios en la tolerancia de la resistencia impactan en los parámetros del sistema.

En nuestras simulaciones, utilizaremos el comando “.step param list” en LTspice. Este comando nos permitirá ejecutar múltiples simulaciones con diferentes valores de un

componente. Aplicaremos este comando a los componentes R , C , R_A y R_B , fijando los demás parámetros en cada caso. Por ejemplo, al aplicar el comando a la resistencia R , generaremos simulaciones con valores de resistencia correspondientes a las tolerancias del 0%, 1%, 5% y 10%.

De esta manera, obtendremos resultados para cada caso de tolerancia y podremos analizar cómo estos cambios en los componentes afectan los parámetros del sistema. Esto nos proporcionará una visión más completa y comprensión de la sensibilidad del sistema ante variaciones en las variables de entrada.

4.4.1 Estudio de sensibilidad (lazo abierto)

En el análisis en lazo abierto, variaremos los componentes R , C , R_A y R_B para examinar cómo la variación de cada uno de estos componentes afecta los parámetros del sistema. En este caso, realizaremos el análisis de sensibilidad con amplificadores operacionales ideales.

En el caso inicial, el sistema en lazo abierto tendrá los siguientes valores:

CASO INICIAL (Valores nominales)							
R (Ω)	C (F)	R_A (Ω)	R_B (Ω)	ω (rad/s)	f (Hz)	K	δ
2200000	1,00E-06	1000	1200	0,45	0,072	2,2	0,4

Tabla 4.1. Valores nominales de los componentes para el estudio de sensibilidad en lazo abierto

CASO INICIAL (Polos nominales)			
X_1 (parte real)	X_1 (parte imaginaria)	X_2 (parte real)	X_2 (parte Imaginaria)
-0,18	0,42	-0,18	-0,42

Tabla 4.2. Valores nominales de los polos para el estudio de sensibilidad en lazo abierto.

Estos valores iniciales nos servirán como referencia para comparar y analizar los cambios en los parámetros del sistema a medida que modifiquemos los componentes en el estudio de sensibilidad. En la Figura 4.5 se muestra el circuito en lazo abierto con los valores iniciales o nominales.

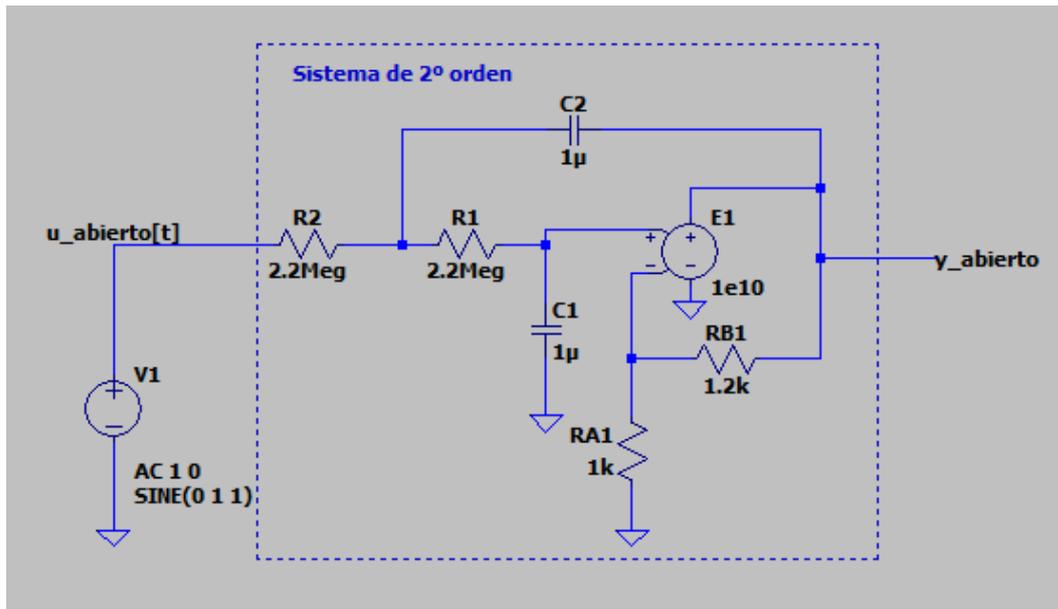


Figura 4.5. Esquema electrónico del circuito en lazo abierto para el estudio de sensibilidad.

A continuación, procederemos a estudiar el sistema de segundo orden en lazo abierto, centrándonos en la identificación de sus componentes para examinar cómo la variación de un parámetro específico afecta al diagrama de Bode, es decir, a la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento. En este estudio, se analizarán diferentes niveles de tolerancia (0%, 1%, 5% y 10%) para cada componente. El objetivo es identificar qué componentes son más críticos y requieren mayor precaución al modificarse su valor o al seleccionar una tolerancia más baja, así como identificar los parámetros que no se ven tan afectados por una pequeña variación.

Para llevar a cabo el estudio utilizando LTspice, seguiremos el siguiente procedimiento:

1. Simulación del caso inicial: Empezaremos simulando el circuito con los valores mencionados anteriormente y verificaremos que los resultados obtenidos coinciden con nuestras expectativas.
2. Estudio de los casos de tolerancia: A continuación, examinaremos los diferentes casos de tolerancia para cada componente siguiendo el siguiente enfoque:
 - Caso R: Modificaremos los valores de resistencia (R) de acuerdo con las tolerancias especificadas, manteniendo los valores de los demás parámetros (C , R_A y R_B) constantes.

- Casos C, RA y RB: se modificarán de acuerdo con las tolerancias de los valores de C , R_A y R_B , respectivamente, manteniendo los valores de los demás parámetros constantes.
3. Cálculo del error relativo: Una vez obtenidos los resultados de cada caso de tolerancia, calcularemos el error relativo para comparar los valores obtenidos en relación con el caso inicial. Esto nos permitirá cuantificar la variación porcentual de la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento para cada componente y nivel de tolerancia.
 4. Análisis de los resultados obtenidos: Con los datos recopilados y el cálculo del error relativo, realizaremos un análisis exhaustivo de los resultados. Observaremos las tendencias y patrones emergentes en la variación de la frecuencia natural, el coeficiente de amortiguamiento y los polos del sistema en función de los cambios en los componentes y las tolerancias. Analizaremos cómo varía la posición de los polos del sistema cuando se modifica la tolerancia de una variable de entrada. Identificaremos si existen cambios significativos en la ubicación de los polos y cómo estos cambios pueden afectar la estabilidad y el comportamiento dinámico del sistema.

Toda esta información nos proporcionará una visión integral de la sensibilidad del sistema de segundo orden en lazo abierto a las variaciones de los componentes y las tolerancias. Con estos conocimientos, estaremos en una mejor posición para tomar decisiones informadas en el diseño de la placa del circuito impreso.

Se muestran seguidamente en las Figuras 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12 y 4.13, las modificaciones realizadas en el circuito y los comandos utilizados para realizar las simulaciones, tanto de tolerancias negativas como positivas, de los casos definidos anteriormente:

Caso R: Tolerancia positiva

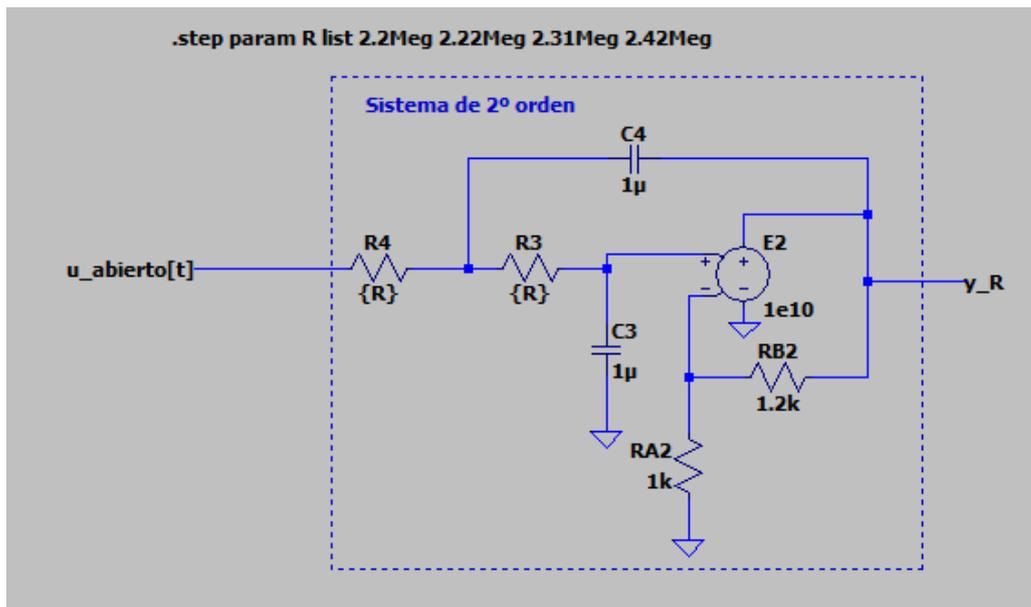


Figura 4.6. Esquema electrónico en LTspice del circuito en lazo abierto aplicando tolerancias positivas a la resistencia R .

Caso R: Tolerancia negativa

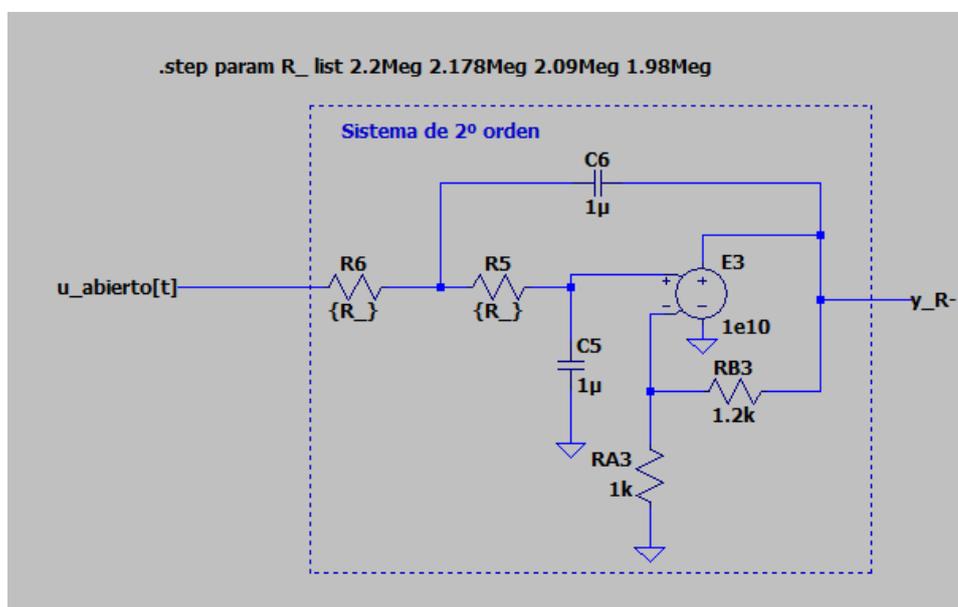


Figura 4.7. Esquema electrónico en LTspice del circuito en lazo abierto aplicando tolerancias negativas a la resistencia R .

Caso C: Tolerancia positiva

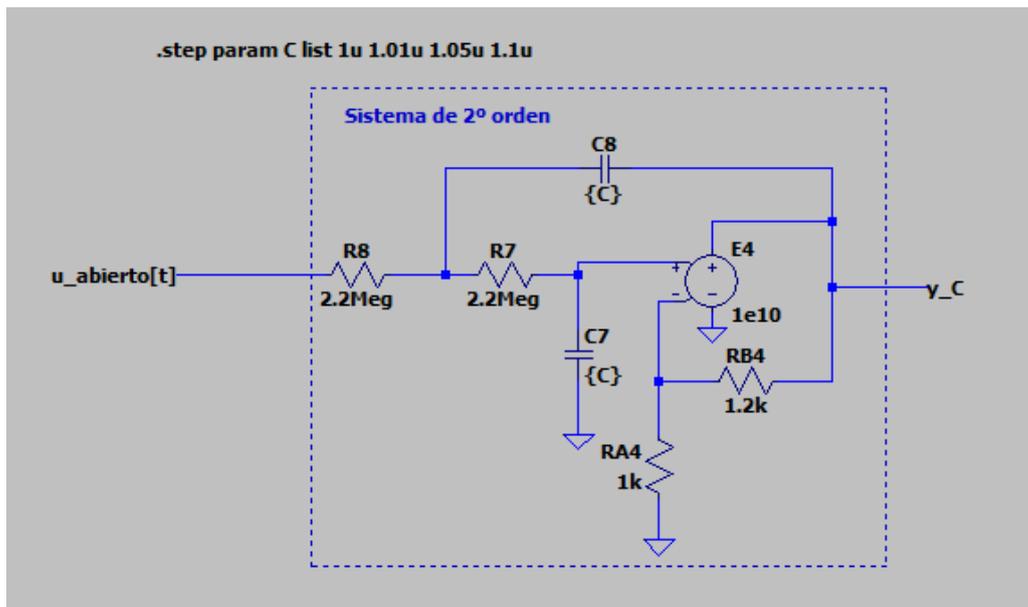


Figura 4.8. Esquema electrónico en LTSpice del circuito en lazo abierto aplicando tolerancias positivas al condensador C.

Caso C: Tolerancia negativa

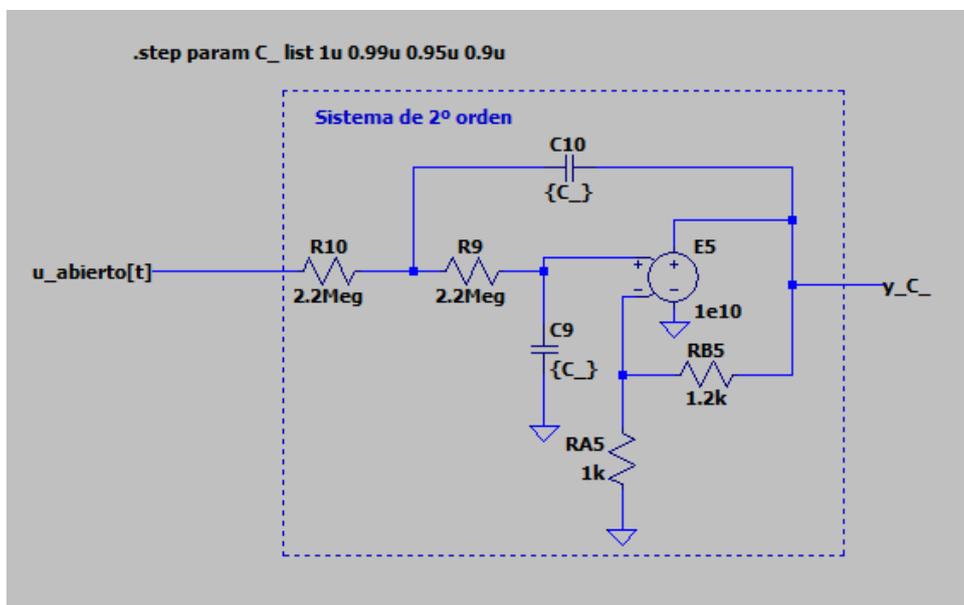


Figura 4.9. Esquema electrónico en LTSpice del circuito en lazo abierto aplicando tolerancias negativas al condensador C.

Caso RA: Tolerancia positiva

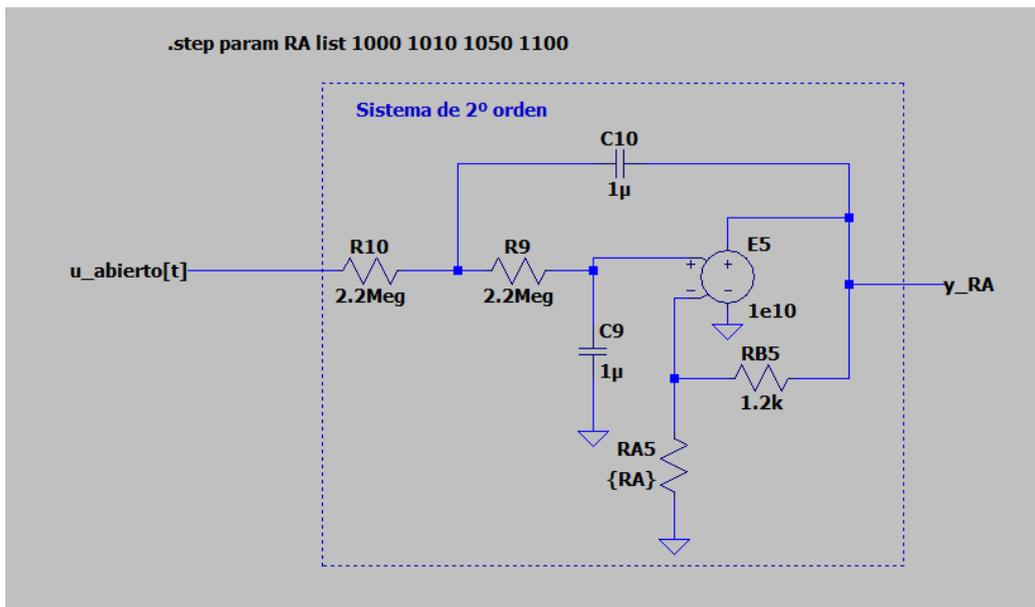


Figura 4.10. Esquema electrónico en LTspice del circuito en lazo abierto aplicando tolerancias positivas a la resistencia R_A .

Caso RA: Tolerancia negativa

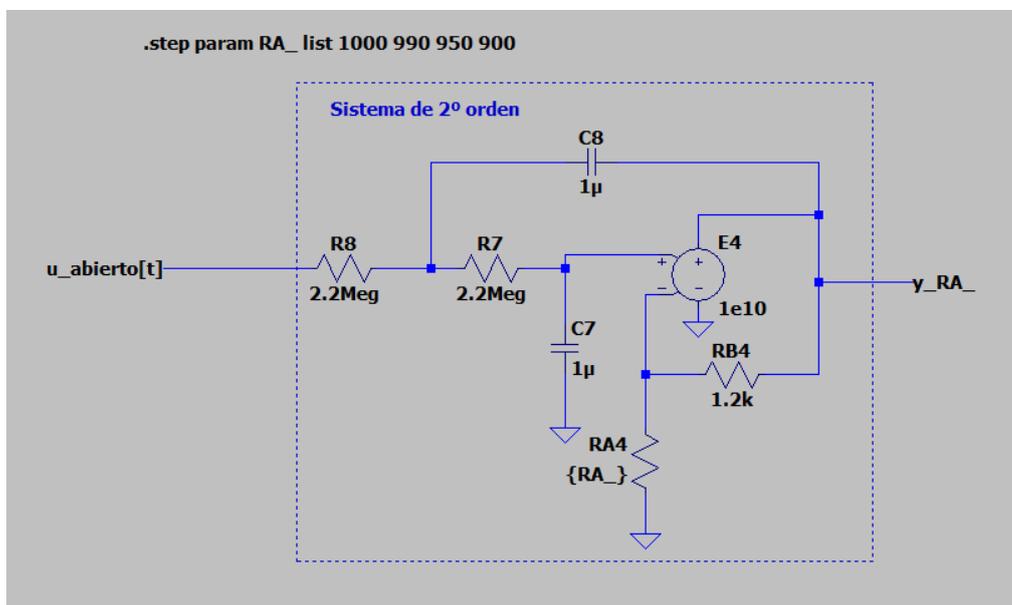


Figura 4.11. Esquema electrónico en LTspice del circuito en lazo abierto aplicando tolerancias negativas a la resistencia R_A .

Caso RB: Tolerancia positiva

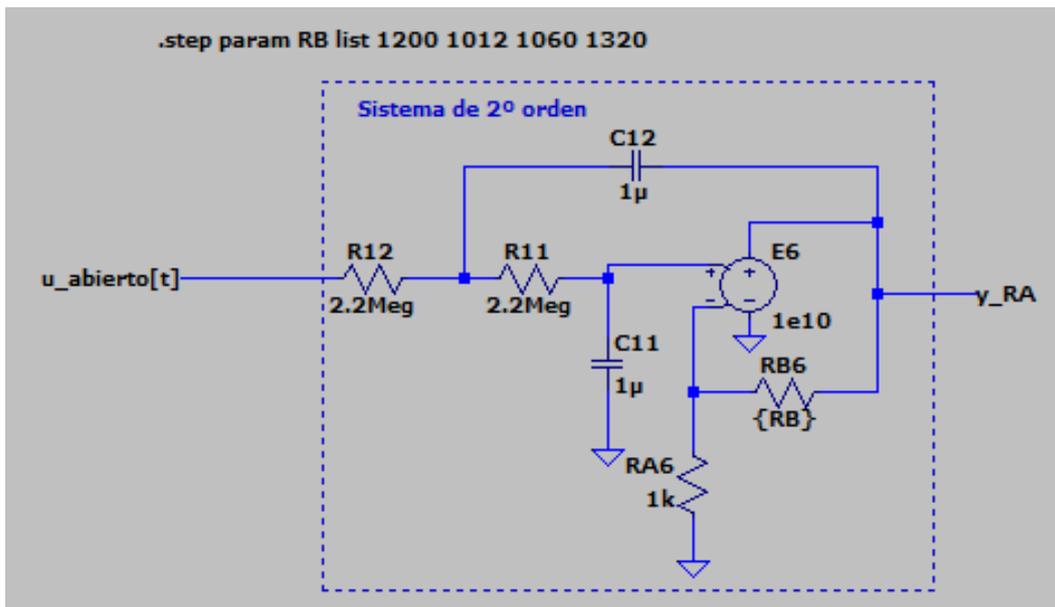


Figura 4.12. Esquema electrónico en LTSpice del circuito en lazo abierto aplicando tolerancias positivas a la resistencia R_B .

Caso RB: Tolerancia negativa

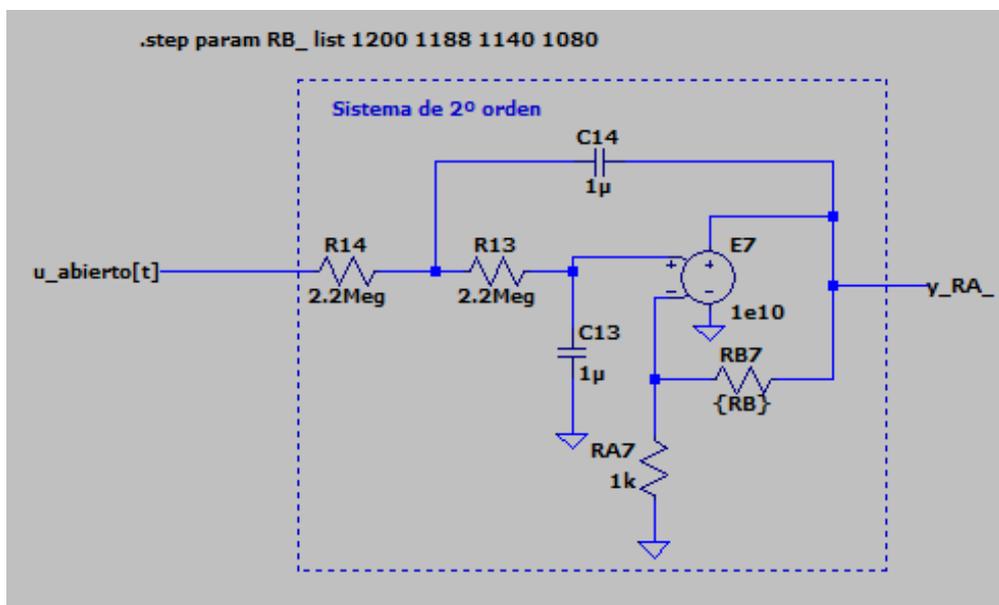


Figura 4.13. Esquema electrónico en LTSpice del circuito en lazo abierto aplicando tolerancias negativas a la resistencia R_B .

4.4.2 Estudio de sensibilidad (lazo cerrado)

En el estudio de sensibilidad en lazo cerrado, se analizará cómo la variación de los componentes R_1 , R_2 y R_f afecta al comportamiento del sistema en lazo cerrado. Para ello haremos lo siguiente.

En el caso inicial, el sistema en lazo cerrado tendrá los siguientes valores:

CASO INICIAL (Valores nominales en lazo cerrado)								
R_f	R_1	R_2	c_0	c_1	c_2	ω_c (rad/s)	δ_c	K
1000	5900	1200	0,455	0,169	0,833	0,533	0,697	1,606

Tabla 4.3. Valores nominales de los componentes para el estudio de sensibilidad en lazo cerrado.

CASO INICIAL (polos nominales en lazo cerrado)			
X_1 (parte real)	X_1 (parte imaginaria)	X_2 (parte real)	X_2 (parte Imaginaria)
-0,371	0,382	-0,37	-0,38

Tabla 4.4. Valores nominales de los polos para el estudio de sensibilidad en lazo cerrado

Estos valores iniciales nos servirán como referencia para comparar y analizar los cambios en los parámetros del sistema a medida que modifiquemos los componentes en el estudio de sensibilidad. En la Figura 4.14 se muestra el circuito en lazo cerrado con los valores nominales para el estudio de sensibilidad.

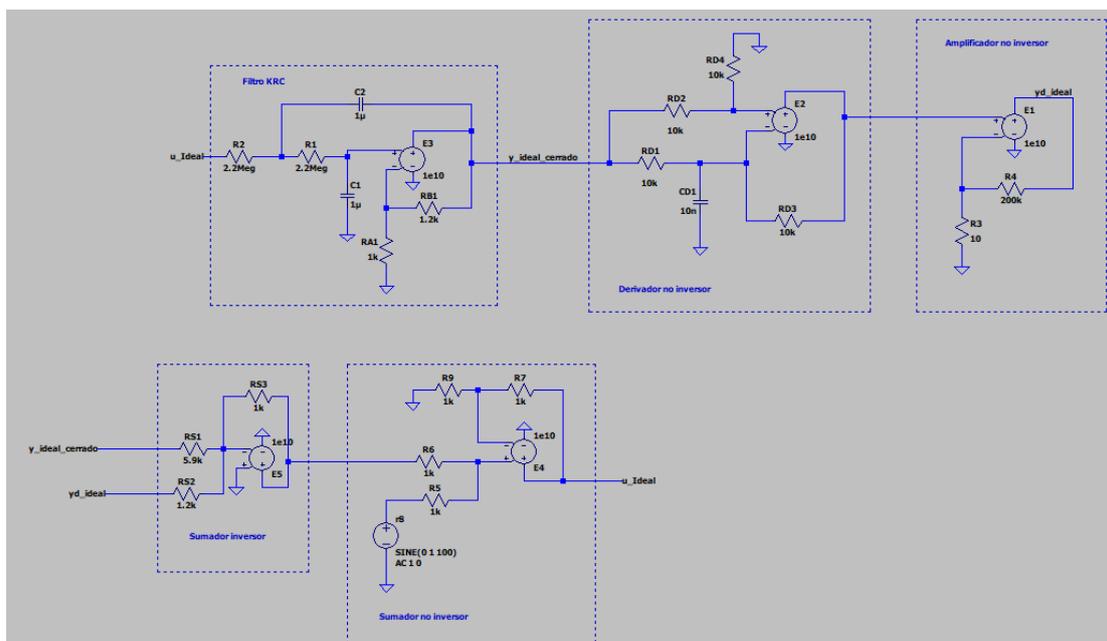


Figura 4.14. Esquema electrónico del circuito en lazo cerrado para el estudio de sensibilidad.

En la Figura 4.15 se representa el circuito de otra manera que puede ser más fácil de entender a simple vista.

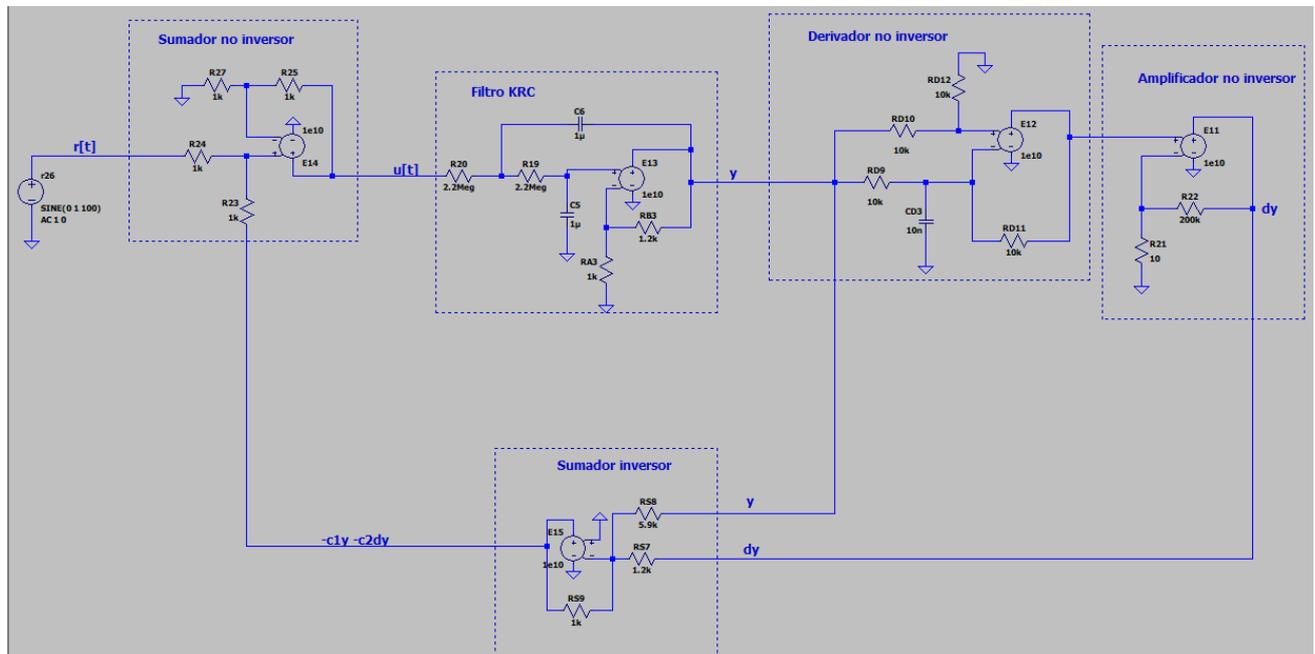


Figura 4.15. Esquema electrónico del circuito en lazo cerrado para el estudio de sensibilidad (alternativa 2).

Para estudiar la sensibilidad en el lazo cerrado, se seguirá un procedimiento similar al del lazo abierto:

1. Se simulará el caso inicial del sistema en lazo cerrado y se verificará que los resultados sean los esperados.
2. Se estudiarán los diferentes casos de tolerancia para cada componente (R_1 , R_2 y R_f) de la siguiente manera:
3. Se modificarán los valores de cada componente de acuerdo con las tolerancias especificadas (0%, 1%, 5% y 10%).
4. Se mantendrán los valores de los demás componentes (R , C , R_A y R_B) constantes.
5. Se evaluará la respuesta del sistema en cada caso de tolerancia para analizar cómo varían los parámetros del sistema en función de los cambios en los componentes del lazo cerrado. Se prestará especial atención a los coeficientes c_1 y c_2 , que están determinados por los valores de R_1 , R_2 y R_f , y que tienen un impacto directo en el comportamiento del sistema en lazo cerrado.
6. Se calculará el error relativo entre los diferentes casos de tolerancia para cada parámetro del sistema, lo que permitirá evaluar la sensibilidad del sistema a las variaciones en los componentes del lazo cerrado.

7. Se analizará la variación de los polos del sistema en función de las tolerancias de los componentes del lazo cerrado. Esto nos dará una visión clara de cómo los cambios en estos componentes afectan la estabilidad y la respuesta dinámica del sistema.

El estudio de sensibilidad en el lazo cerrado nos brindará información valiosa sobre cómo los componentes R_I , R_2 y R_f influyen en el comportamiento del sistema. Esto nos permitirá seleccionar los valores y tolerancias adecuados para estos componentes, garantizando un control preciso y estable del sistema en la realidad. Con esta comprensión, estaremos mejor preparados para diseñar y ajustar la placa de manera efectiva, optimizando su rendimiento y cumpliendo con los requisitos de funcionamiento deseados.

Para proceder al estudio en el LTspice lo haremos de la misma manera que cuando estudiamos el lazo abierto:

Primero simularemos el caso inicial y comprobaremos que el resultado obtenido es el esperado.

Después estudiaremos los diferentes casos de tolerancia para cada componente, en este caso los casos que vamos a estudiar son:

- Caso RF: Modificaremos los valores de resistencia (R_F) de acuerdo con las tolerancias especificadas, manteniendo los valores de los demás parámetros (R_I y R_2) constantes.
- Caso R1: Modificaremos los valores de resistencia (R_I) de acuerdo con las tolerancias especificadas, manteniendo los valores de los demás parámetros (R_F y R_2) constantes.
- Caso R2: Modificaremos los valores de resistencia (R_2) de acuerdo con las tolerancias especificadas, manteniendo los valores de los demás parámetros (R_F y R_I) constantes.

Se muestran seguidamente en las Figuras 4.16, 4.17, 4.18, 4.19, 4.20 y 4.21, las modificaciones realizadas en el circuito y los comandos utilizados para realizar las simulaciones, tanto de tolerancias negativas como positivas, de los casos definidos anteriormente:

Caso RF: Tolerancia positiva

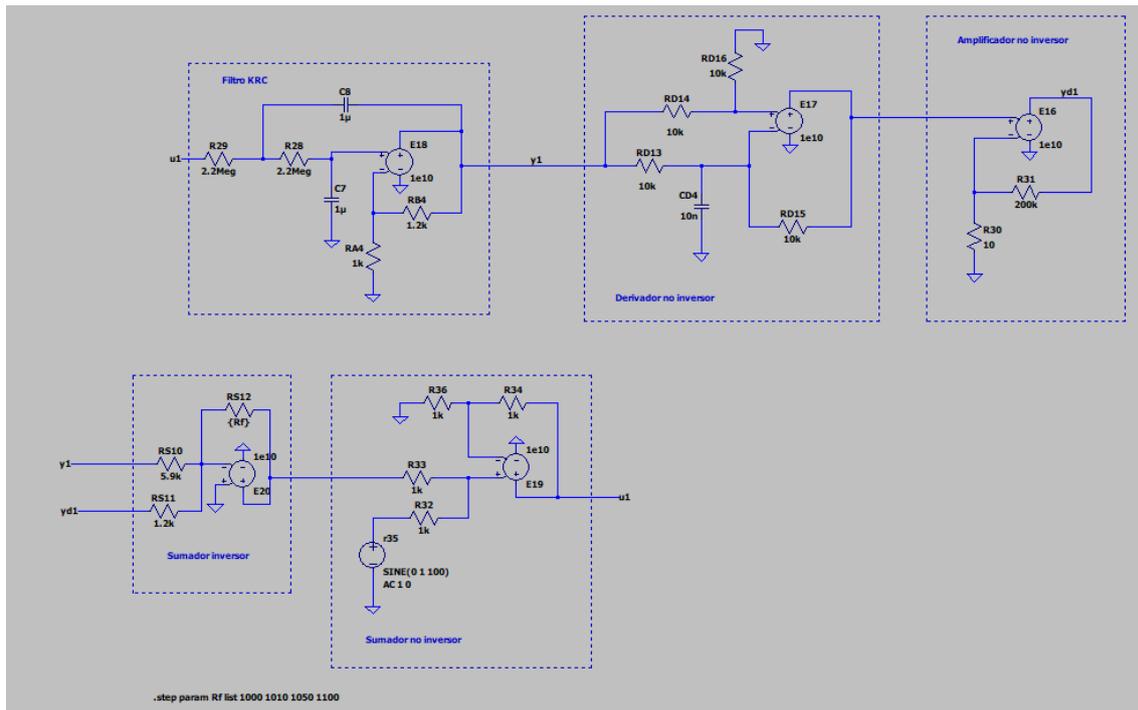


Figura 4.16. Esquema electrónico en LTspice del circuito en lazo cerrado aplicando tolerancias positivas a la resistencia R_f .

Caso RF: Tolerancia negativa

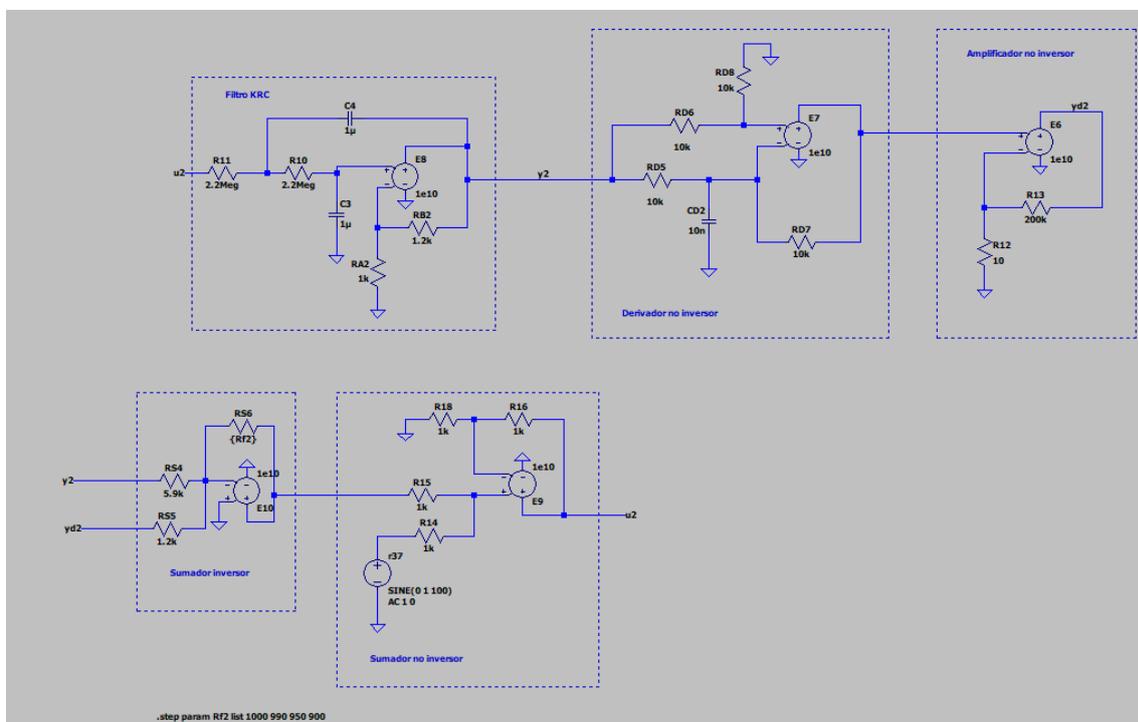


Figura 4.17. Esquema electrónico en LTspice del circuito en lazo cerrado aplicando tolerancias negativas a la resistencia R_f .

Caso R1: Tolerancia positiva

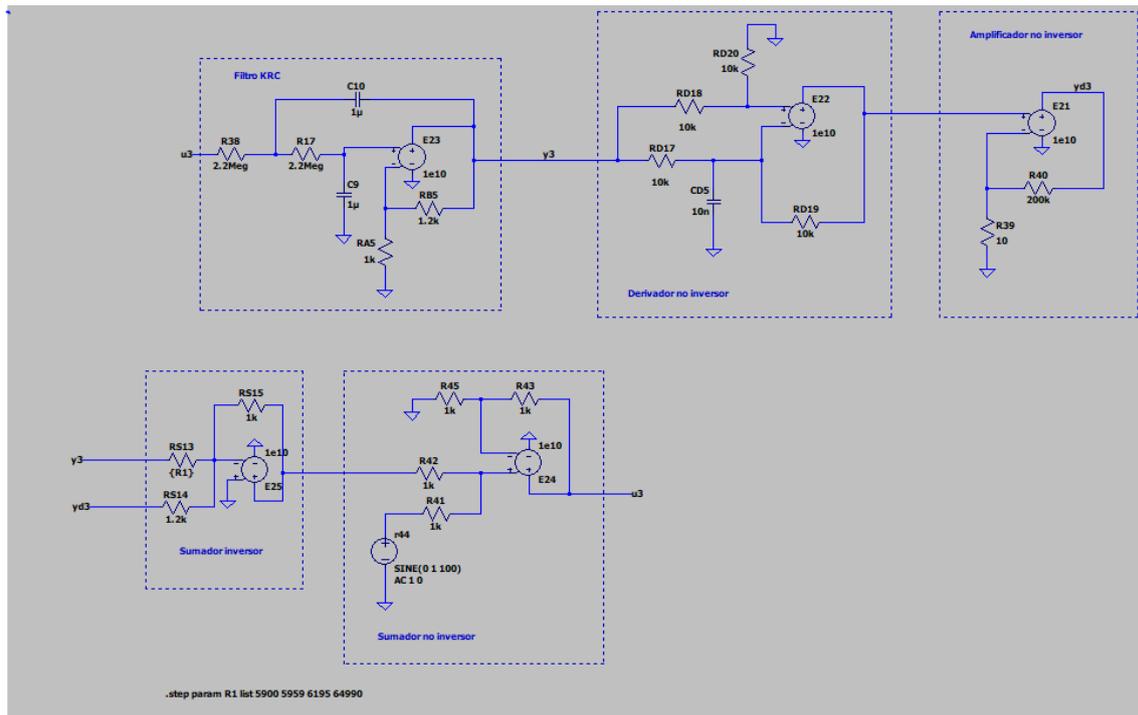


Figura 4.18. Esquema electrónico en LTspice del circuito en lazo cerrado aplicando tolerancias positivas a la resistencia R_1 .

Caso R1: Tolerancia negativa

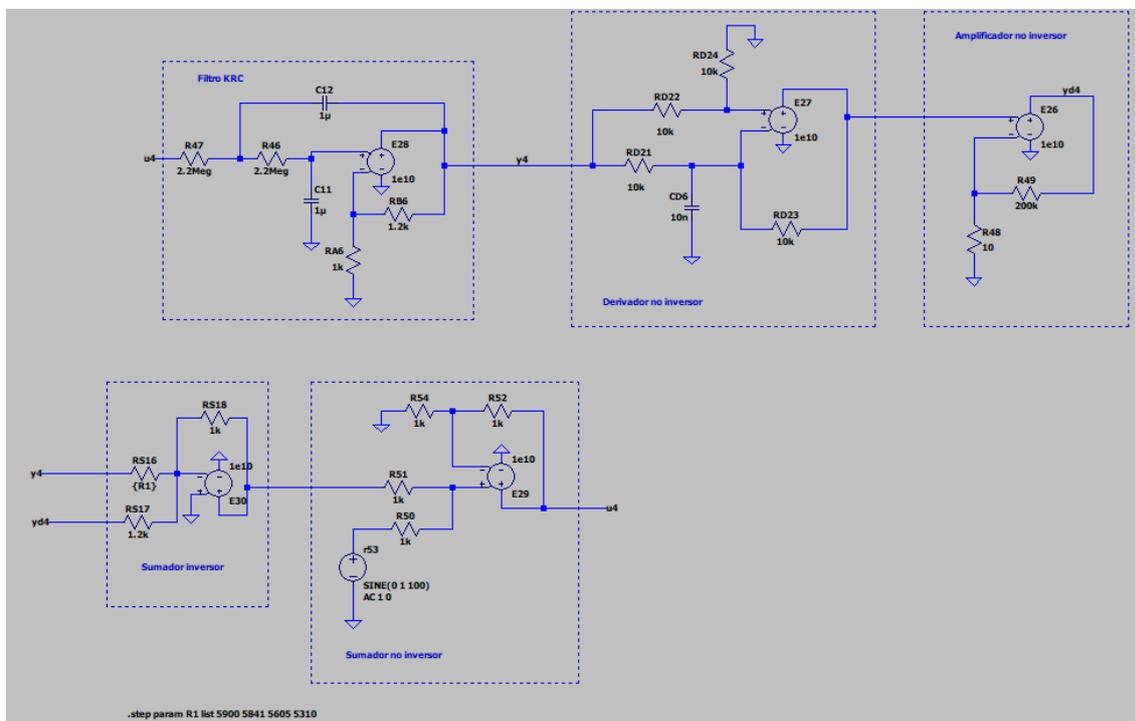


Figura 4.19. Esquema electrónico en LTspice del circuito en lazo cerrado aplicando tolerancias negativas a la resistencia R_1 .

Caso R2: Tolerancia positiva

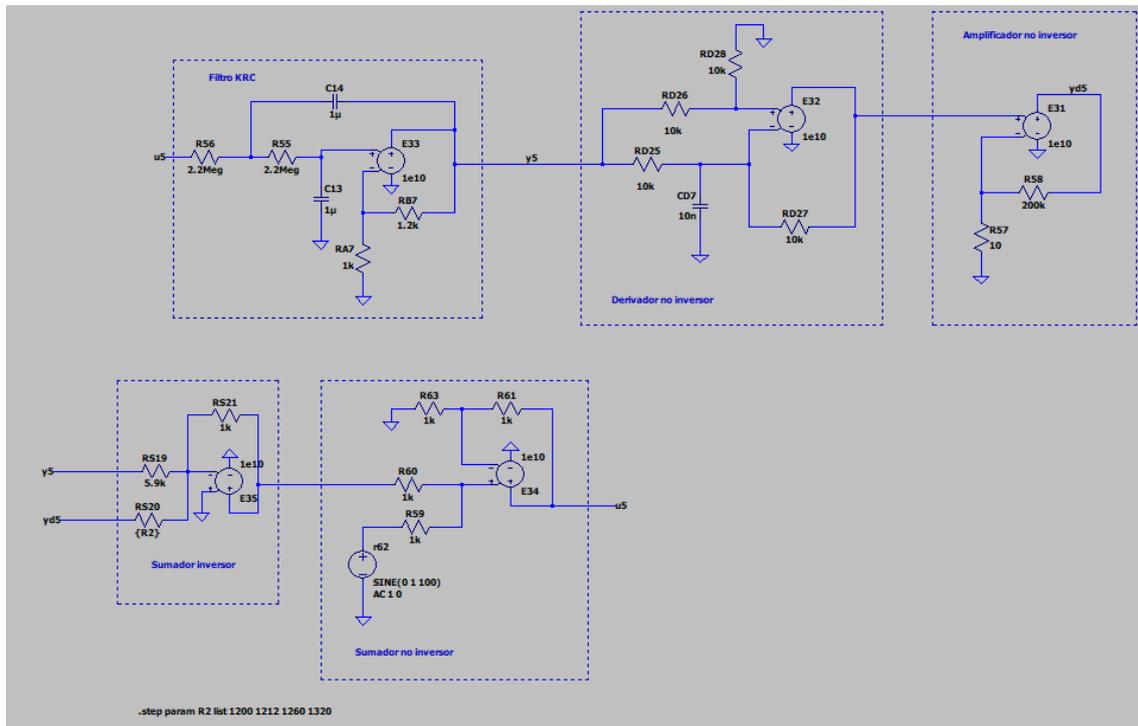


Figura 4.20. Esquema electrónico en LTspice del circuito en lazo cerrado aplicando tolerancias positivas a la resistencia R_2 .

Caso R2: Tolerancia negativa

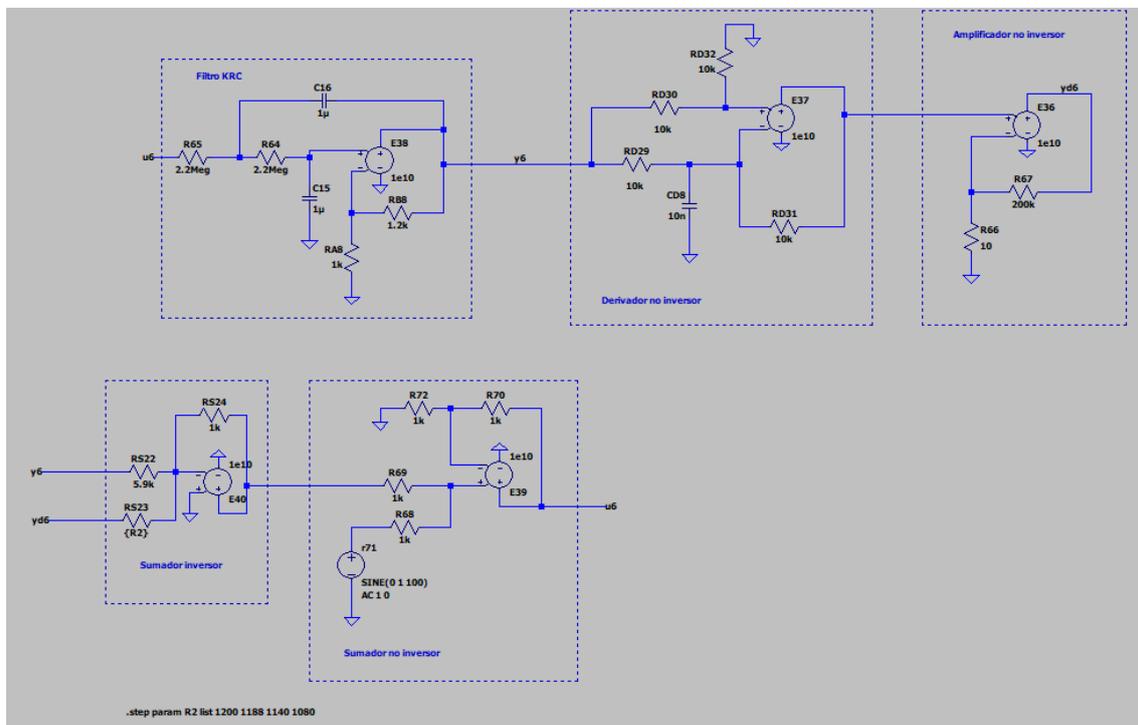


Figura 4.21. Esquema electrónico en LTspice del circuito en lazo cerrado aplicando tolerancias negativas a la resistencia R_2 .

4.4.3 Estudio de sensibilidad (lazo cerrado variando lazo abierto)

En el estudio de sensibilidad en el lazo cerrado al variar los parámetros del lazo abierto, se analizará cómo afecta la variación de los componentes del lazo abierto (R , C , R_A y R_B) al comportamiento del sistema en lazo cerrado. Este análisis nos permitirá entender cómo los cambios en los componentes del lazo abierto afectan la dinámica y estabilidad del sistema en lazo cerrado.

Para llevar a cabo este estudio, se seguirá un procedimiento similar a los casos anteriores, utilizando LTspice para realizar las simulaciones y Excel para el análisis teórico y matemático. A continuación, se detalla el procedimiento:

1. Se simulará el caso inicial del sistema en lazo cerrado, manteniendo fijos los valores de los componentes del lazo cerrado (R_I , R_2 y R_f), y variando únicamente los componentes del lazo abierto (R , C , R_A y R_B). Se verificará que los resultados obtenidos sean los esperados.
2. Se estudiarán los diferentes casos de tolerancia para cada componente del lazo abierto de la siguiente manera:
3. Se modificarán los valores de cada componente del lazo abierto de acuerdo con las tolerancias especificadas (0%, 1%, 5% y 10%).
4. Se mantendrán los valores de los componentes del lazo cerrado constantes.
5. Se evaluará la respuesta del sistema en cada caso de tolerancia, analizando cómo varían los parámetros del sistema en lazo cerrado, como los coeficientes c_1 y c_2 , así como los polos del sistema. Se realizará un análisis teórico y matemático utilizando Excel para comprender cómo afecta la variación de los componentes del lazo abierto al comportamiento del sistema en lazo cerrado.
6. Se calculará el error relativo entre los diferentes casos de tolerancia para cada parámetro del sistema en lazo cerrado, lo que permitirá evaluar la sensibilidad del sistema a las variaciones en los componentes del lazo abierto.

El estudio de sensibilidad en el lazo cerrado al variar los parámetros del lazo abierto nos brindará información importante sobre cómo los cambios en los componentes del lazo abierto afectan la respuesta y estabilidad del sistema en lazo cerrado. Esto nos permitirá tomar decisiones informadas al seleccionar y ajustar los componentes del lazo abierto, asegurando un control adecuado del sistema y cumpliendo con los requisitos de funcionamiento deseados.

4.5 Estudio de saturación

Antes de iniciar el análisis de perturbación y considerando que nuestro objetivo es implementar el circuito en lazo cerrado y lazo fraccionario en aplicaciones prácticas, es fundamental verificar que no existan problemas en el dominio transitorio. Esto implica asegurarnos de que no haya saturación en las salidas de los amplificadores operacionales y de que las señales de salida sean coherentes con lo esperado.

Durante esta etapa de estudio de saturación, se realizaron diferentes pruebas y simulaciones para evaluar el comportamiento del circuito. Se verificó que no se produjeran problemas de saturación, los cuales pueden resultar en distorsión o pérdida de información en las señales de salida. Además, se prestó especial atención a posibles problemas de ruido que pudieran afectar la calidad y la precisión de las salidas de los operacionales.

4.6 Análisis de perturbación

En el estudio de análisis de perturbación, se analizará el efecto de introducir una perturbación externa al sistema. El objetivo es observar cómo afecta esta perturbación a la respuesta en magnitud y fase del sistema, tanto en el lazo abierto como en el lazo cerrado. Y posteriormente para corregir los cambios ocasionados por la perturbación, se empleará la realimentación fraccionaria que proporcionará mayor robustez en el rango en el que trabaja el integrador fraccionario.

Para establecer los valores nominales de cada circuito, hemos determinado los siguientes polos en la configuración de lazo abierto, obteniendo los correspondientes valores de la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento:

CASO INICIAL A. Perturbación - L. ABIERTO					
X_1 (parte real)	X_1 (parte imaginaria)	ω_0 (rad/s)	f (Hz)	K	δ
-6,67	66,33	66,67	10,61	2,8	0,1

Tabla 4.5. Valores nominales de polos en lazo abierto para el análisis de perturbación.

Utilizando las ecuaciones de la Tabla 3.1, obtenemos los valores de los componentes del lazo abierto que son comunes a ambos circuitos:

R (Ω)	C (nF)	R_A (Ω)	R_B (Ω)
150000	1,00E-07	1000	1800

Tabla 4.6. Valores nominales de los componentes en lazo abierto para el análisis de perturbación.

Por lo tanto, en el caso inicial, el sistema en lazo cerrado tendrá los siguientes valores:

CASO INICIAL - L. CERRADO					
$R_f(\Omega)$	$R_1(\Omega)$	$R_2(\Omega)$	c_0	c_1	c_2
100	330	47000	12444	-0,303	0,00213

Tabla 4.7. Valores nominales de los componentes del lazo cerrado para el análisis de perturbación.

En el caso inicial, el sistema en lazo fraccionario tendrá los siguientes valores:

CASO INICIAL - L. FRACCIONARIO								
$R_f(\Omega)$	$R_1(\Omega)$	$R_2(\Omega)$	$R_3(\Omega)$	$R_4(\Omega)$	c_1	c_2	c_3	c_4
100	39	820	560	33000	2,56	0,05	1,46	0,02

Tabla 4.8. Valores nominales de los componentes en lazo fraccionario para el análisis de perturbación.

A continuación, se presentan los casos de perturbación que se estudiarán:

- Caso 1: Perturbación con $R = 120 \text{ k}\Omega$ y $C = 82 \text{ nF}$

En este caso, reduciremos el valor de la resistencia R y del capacitor C , como se determinó en el estudio de sensibilidad. Esto resultará en un cambio en la frecuencia natural del sistema, con un nuevo valor de ω_p igual a 101.626 rad/s. En resumen, esta perturbación acelerará el sistema y modificará su dinámica y comportamiento.

- Caso 2: Perturbación con $R = 180 \text{ k}\Omega$ y $C = 120 \text{ nF}$

En este caso, aumentaremos el valor de la resistencia R y del capacitor C , lo cual resultará en una disminución de la frecuencia natural del sistema, con un nuevo valor de ω_p igual a 46.296 rad/s. En resumen, esta perturbación ralentizará el sistema y modificará su dinámica y comportamiento.

El procedimiento para realizar el análisis de perturbación es el siguiente:

1. Se seleccionarán los polos del sistema de antemano, definiendo su ubicación y frecuencia natural deseada.
2. Se simulará el sistema en condiciones normales, sin perturbación, para obtener la respuesta en frecuencia en magnitud y fase tanto en el lazo abierto como en el lazo cerrado. Esto servirá como referencia para comparar los efectos de la perturbación. En la Figura 4.22 se muestra de manera gráfica lo que acabamos de explicar.

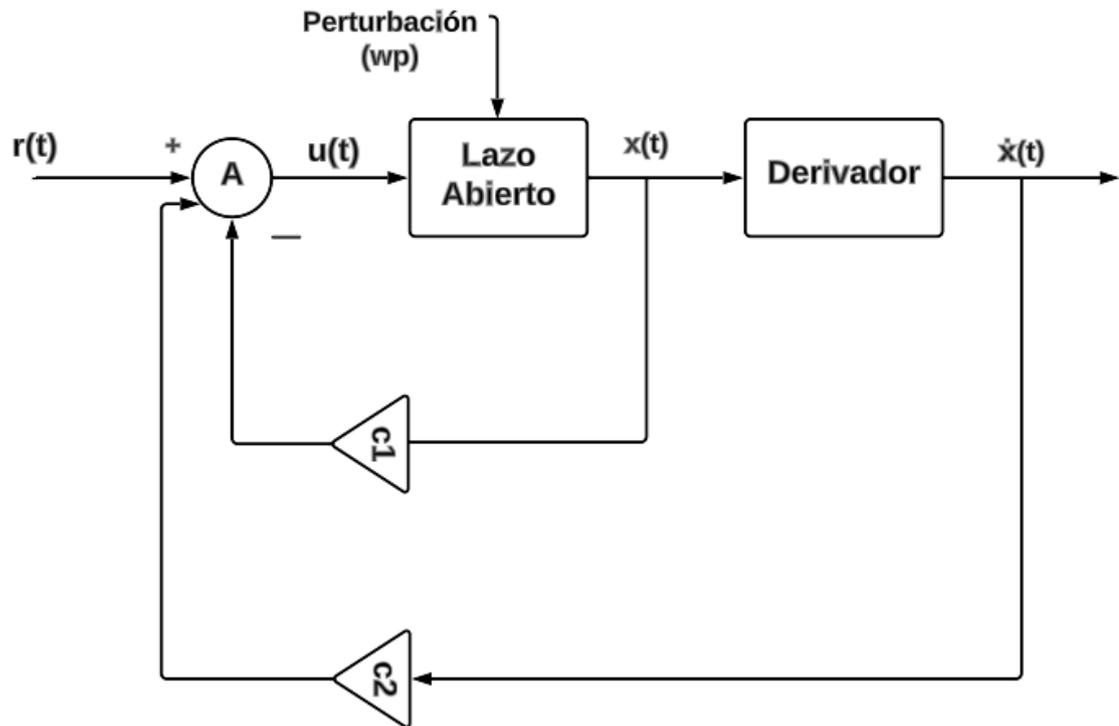


Figura 4.22. Diagrama de Bloques de sistema en lazo cerrado perturbado.

3. Se introducirá la perturbación al sistema mediante la modificación de algunos componentes del circuito, de manera similar a lo realizado en el estudio de sensibilidad. Estos cambios implicarán una variación en la frecuencia natural del sistema.
4. Se realizarán nuevas simulaciones del sistema con la perturbación, tanto en lazo abierto como en lazo cerrado, y se obtendrán las respuestas en frecuencia en magnitud y fase.
5. Se compararán las respuestas obtenidas con y sin perturbación para evaluar el efecto de la perturbación en el sistema. Se analizará cómo varían los polos del sistema y cómo se modifican las respuestas en magnitud y fase.
6. Para corregir los cambios ocasionados por la perturbación, se empleará la técnica de realimentación fraccionaria. Esta técnica consiste en utilizar un integrador fraccionario para corregir la respuesta del sistema. Se estudiará su implementación y se simulará el sistema con realimentación fraccionaria para evaluar cómo mejora la respuesta frente a la perturbación. En la Figura 4.23 se muestra el sistema fraccionario añadiendo una perturbación.

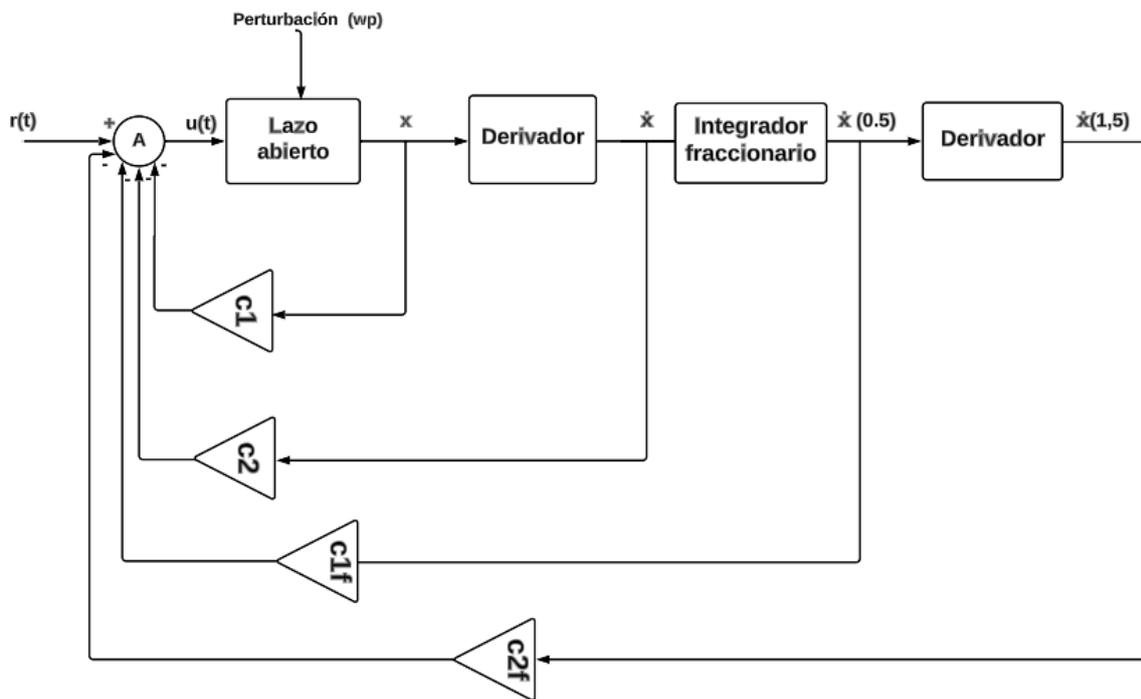


Figura 4.23. Diagrama de Bloques de sistema en lazo fraccionario perturbado.

El análisis de perturbación nos permitirá entender cómo las perturbaciones externas afectan el comportamiento del sistema y cómo podemos corregir esos efectos utilizando la realimentación fraccionaria. Esta información será útil para diseñar sistemas más robustos y estables, capaces de mantener un rendimiento adecuado incluso frente a perturbaciones.

4.7 Solución de problemas de implementación

Después de analizar el sistema y su implementación, se han identificado algunos problemas que surgen en la práctica. Estos problemas requieren modificaciones en el diseño original para garantizar un funcionamiento adecuado. A continuación, se presentan las soluciones propuestas:

- Problema con los coeficientes c_1 y c_{1f} en lazo cerrado:

En el diseño original, se consideraron valores positivos para los coeficientes c_1 y c_{1f} en lazo cerrado, pero al establecer los polos del sistema los valores obtenidos de c_1 y c_{1f} son negativos. Para solucionar este problema, se utilizará un amplificador inversor con una ganancia -1 a la entrada de cada constante. Esto permitirá obtener valores negativos para c_1 y c_{1f} , asegurando un comportamiento adecuado del sistema.

- Problema con la implementación del derivador no inversor:

Se ha observado que la implementación del derivador no inversor presenta problemas graves de saturación e inestabilidad en la práctica. Para resolver este problema, se realizará una modificación en el circuito. En lugar de utilizar el derivador no inversor, se empleará un derivador inversor junto con un amplificador inversor para obtener la derivada de la variable x . Esta modificación asegurará un funcionamiento estable y evitará los problemas de saturación.

En la Figura 4.24 se muestra el circuito del lazo cerrado modificado y en la Figura 4.25 se muestra el circuito en lazo fraccionario modificado.

Circuito en lazo cerrado

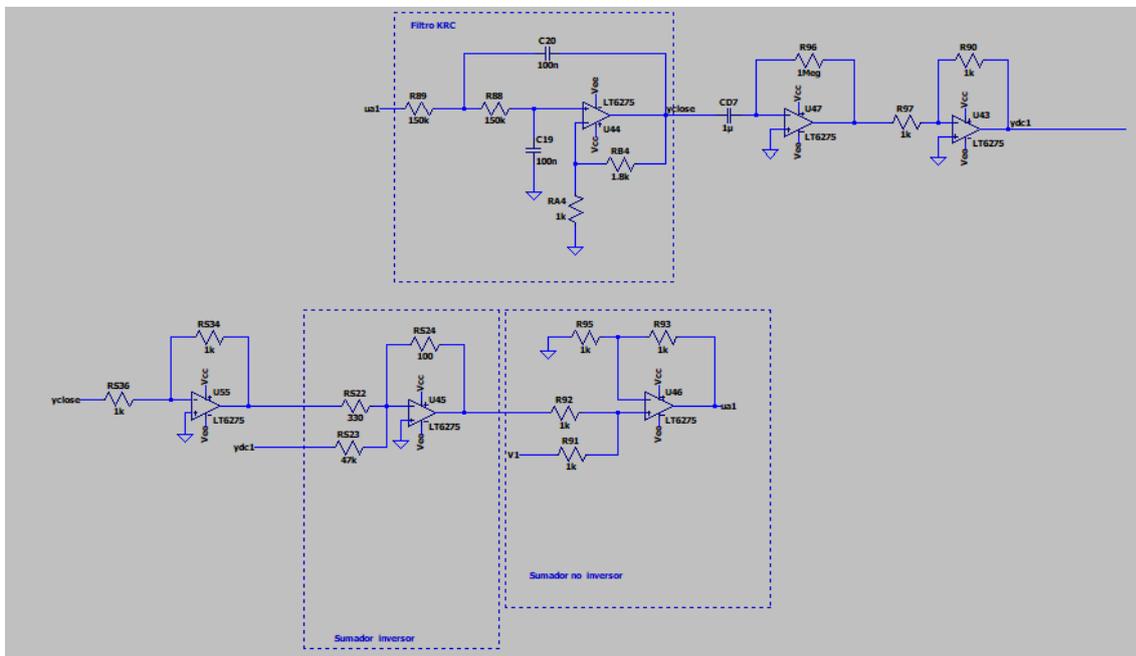


Figura 4.24. Esquema electrónico del sistema en lazo cerrado modificado derivador y constante c_1 .

Ecuación de lazo cerrado resultante:

$$u(t) = c_1 x_1(t) - c_2 x_2(t) + r(t) \quad (4.1)$$

Circuito lazo fraccionario

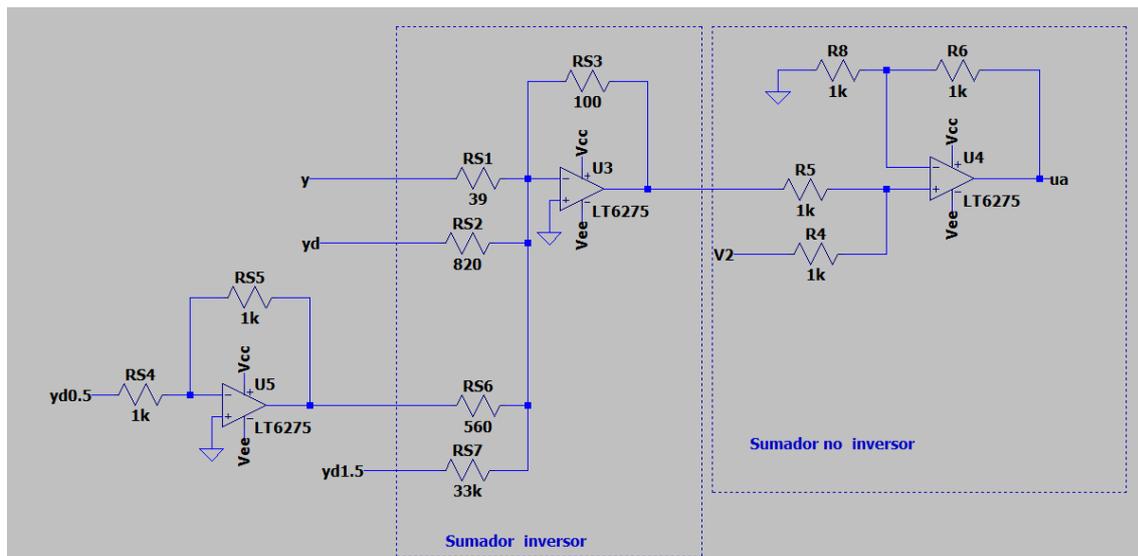


Figura 4.25. Esquema electrónico del sistema en lazo fraccionario modificado derivador y constante c_{1f} .

Ecuación de lazo fraccionario resultante:

$$u(t) = -c_1 x_1(t) - c_2 \dot{x}_1(t) + c_1 f^{(0,5)} x_1(t) - c_2 f^{(1,5)} x_1(t) + r(t) \quad (4.2)$$

- Problema con la saturación de la salida dx

A pesar de haber reemplazado el derivador no inversor por un derivador inversor, al realizar simulaciones en el dominio transitorio, observamos que la salida (denotada como “ y_d ”) sigue mostrando saturación. Este fenómeno de saturación puede ocasionar distorsión en la señal de salida y afectar negativamente el funcionamiento del circuito. Para abordar este problema, hemos decidido cambiar la amplitud de la señal de entrada de 1 voltio a 10 mV, y se ha comprobado que con esta reducción de amplitud la saturación no se produce. En la Figura 5.40 de los resultados del estudio de saturación se demuestra lo anteriormente expuesto.

- Problema con la ganancia del lazo cerrado y del lazo fraccionario

En el capítulo de resultados y análisis se verá cómo la ganancia del lazo cerrado y del lazo fraccionario son totalmente diferentes. Para posteriormente comparar la respuesta de ambos sistemas hemos establecido una ganancia inicial igual para los sistemas. Para conseguir esto hemos empleado 2 amplificadores inversores que permitirán corregir la

ganancia inicial a 10 dB. Se intentó cambiar la ganancia con un partidor de tensión, pero no fue posible debido a que modificaba la fase.

En la Figura 4.26 y en la Figura 4.27 se muestra el circuito en lazo cerrado y el circuito en lazo fraccionario, respectivamente, con la ganancia inicial corregida a 10 dB.

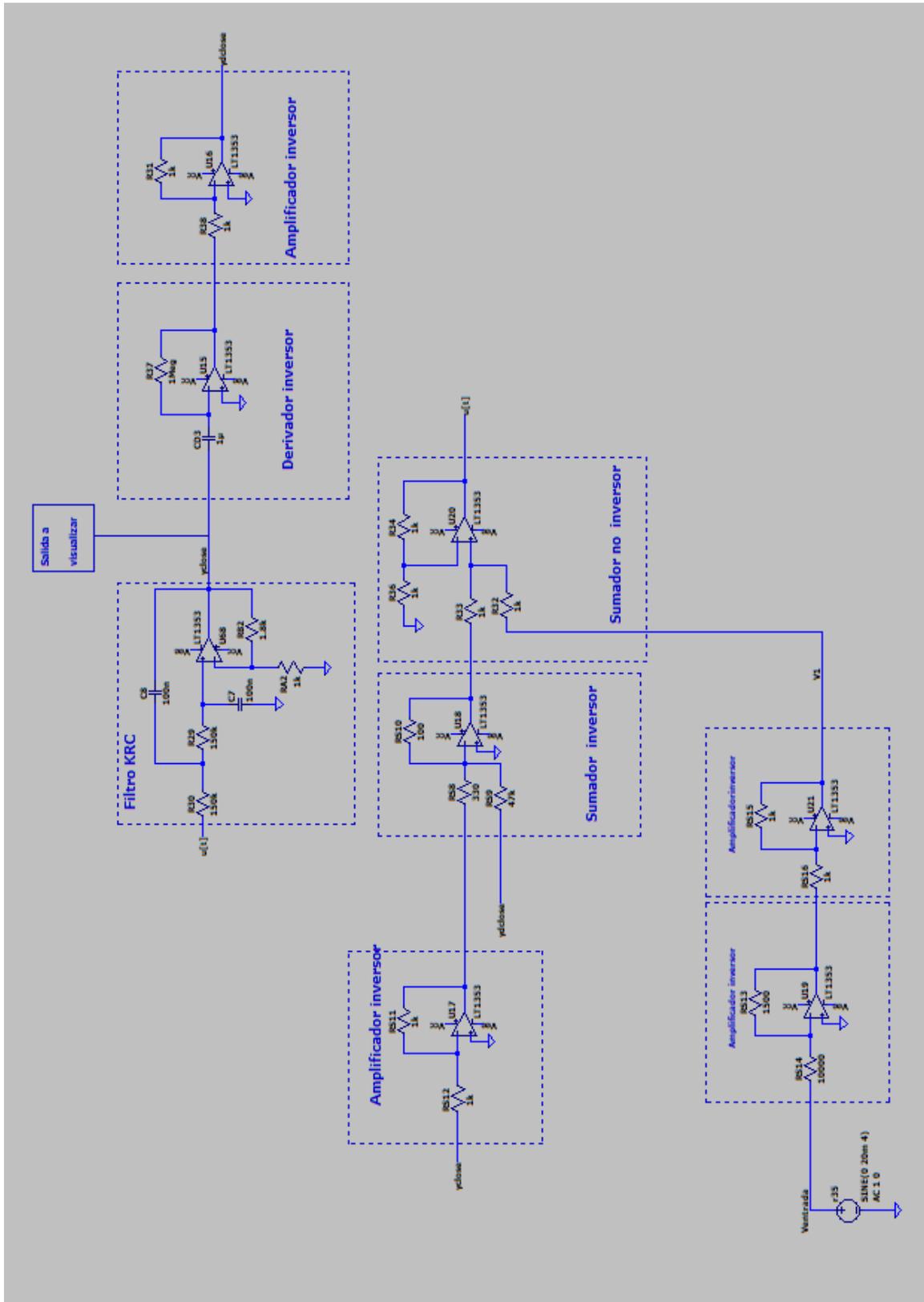


Figura 4.26. Esquema electrónico del sistema en lazo cerrado con ganancia corregida.

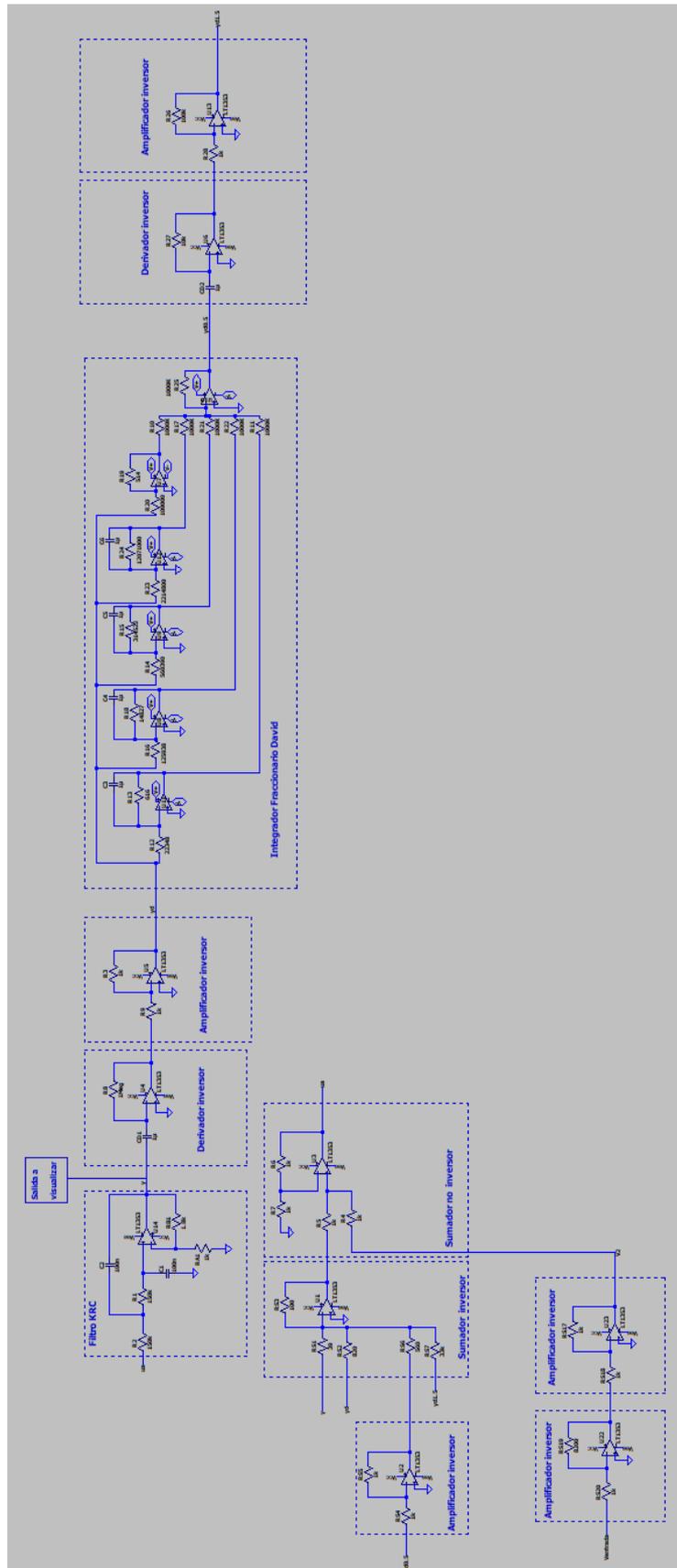


Figura 4.27. Esquema electrónico del sistema en lazo fraccionario con ganancia corregida.

4.8 Obtención de datos de LTspice mediante MATLAB

Para analizar los datos obtenidos del LTspice de manera más precisa, utilizaremos un script de MATLAB. Aunque el LTspice nos proporciona la respuesta en frecuencia de forma gráfica, necesitamos conocer los valores numéricos de los parámetros del sistema, como la frecuencia natural, el coeficiente de amortiguamiento y los polos. El script de MATLAB nos permitirá extraer estas características de nuestro sistema de segundo orden utilizando las gráficas generadas en el LTspice [8].

El script necesario se encuentra adjunto como ANEXO III (lazo cerrado), ANEXO IV (lazo fraccionario).

4.9 Implementación del circuito en *protoboard*

Se procederá a implementar el circuito en lazo cerrado en una *protoboard* con el fin de verificar su correcto funcionamiento antes de realizar la implementación en una PCB. Durante esta etapa, se verificará que la salida de cada amplificador operacional no se sature y que la respuesta en frecuencia obtenida experimentalmente coincida con la respuesta obtenida en LTspice. Una vez completadas estas verificaciones, se procederá a la implementación del circuito en una PCB.

En la Figura 4.28 se muestra el circuito que va a ser implementado.

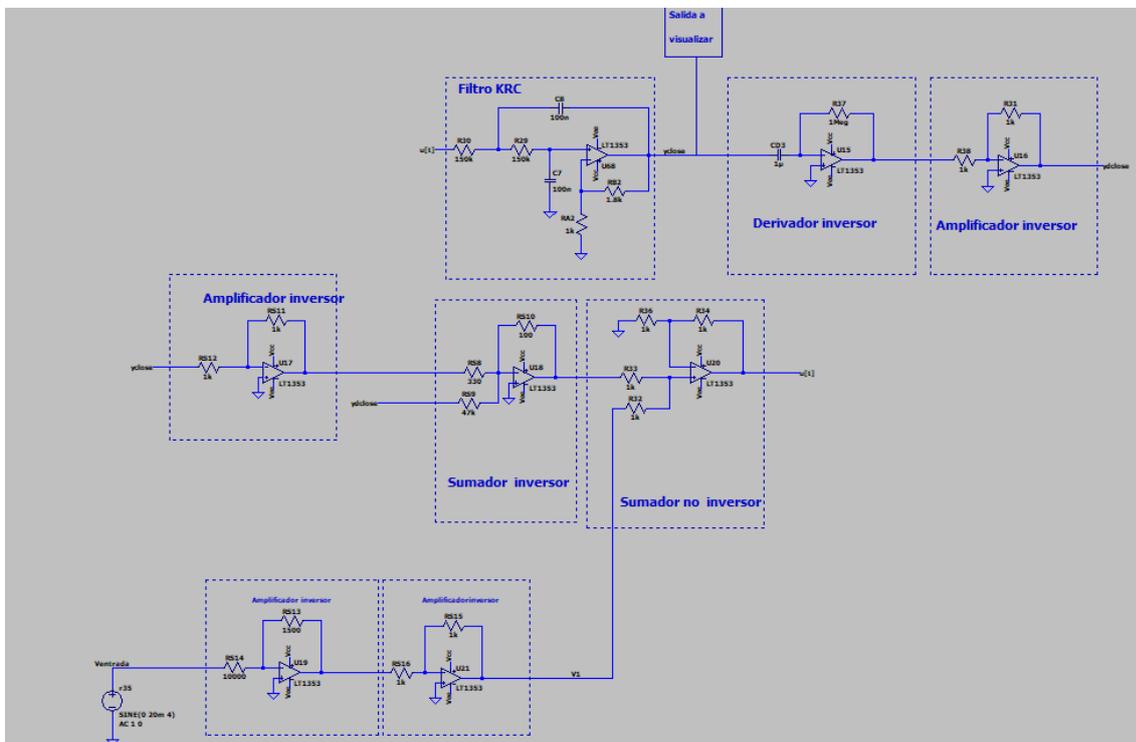


Figura 4.28. Esquema electrónico del sistema en lazo cerrado para implementar en *protoboard*.

En la Figura 4.29 se muestra la implementación del circuito en la placa de pruebas.

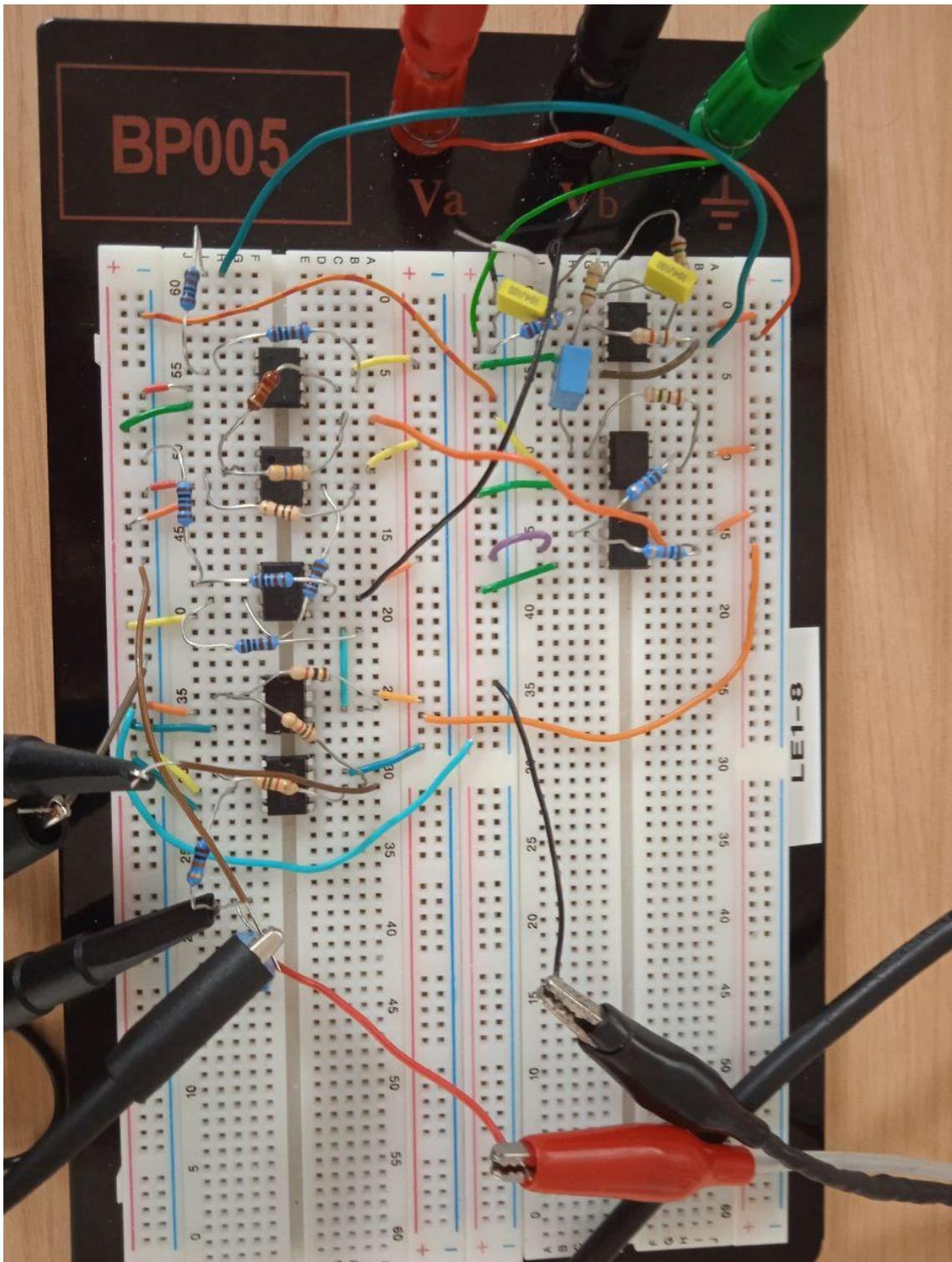


Figura 4.29. Implementación en la protoboard del circuito en lazo cerrado.

Para registrar la respuesta en frecuencia del circuito se va a recurrir a métodos convencionales. Para obtener la ganancia en decibelios (dB), mediremos los valores de pico a pico de la tensión de entrada (V_i) y de la tensión de salida (V_o) utilizando un osciloscopio digital (Figura 4.30) y así calcular la ganancia en dB, tal como se muestra en la Ecuación (4.3)

$$T(dB) = 20 \log \left(\frac{V_o}{V_i} \right) \quad (4.3)$$

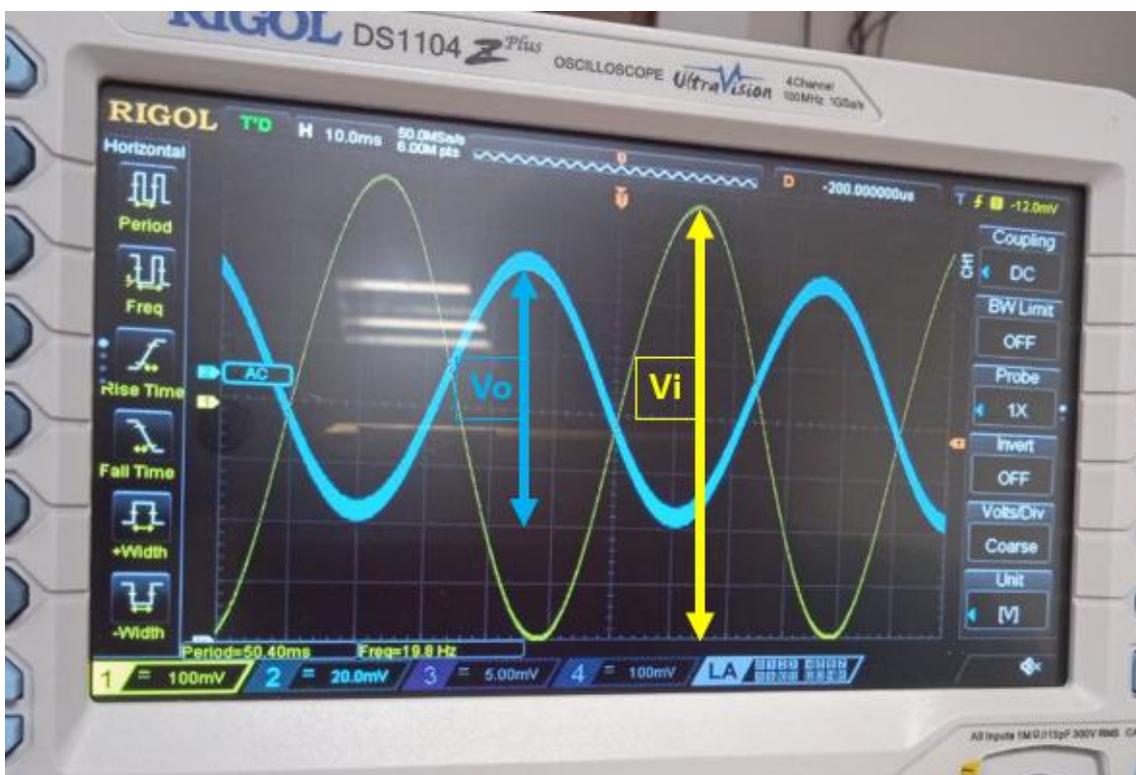


Figura 4.30. Osciloscopio digital.

4.10 Implementación de circuito en PCB

En la etapa final del proyecto, se llevará a cabo la implementación tanto del circuito en lazo cerrado como del circuito en lazo fraccionario, con el objetivo de verificar el estudio de perturbación en la realidad por ello los componentes del circuito tendrán los mismos valores que los circuitos del análisis de perturbación (Figura 4.26 y Figura 4.27). Durante esta fase, se obtendrá la respuesta en frecuencia de ambos circuitos al introducir una perturbación, y se verificará si, como se anticipó en el análisis de perturbación previo, el lazo fraccionario

mejora la robustez del sistema frente a las perturbaciones. Este paso permitirá confirmar la efectividad del lazo fraccionario en la mejora de la estabilidad del sistema frente a perturbaciones, como se demostró en el análisis previo. En este caso la perturbación introducida en la implementación ha sido la misma que el apartado del análisis de perturbación en concreto el caso 1 ($R = 120 \text{ k}\Omega$ y $C = 82 \text{ nF}$).

Cabe destacar que se han añadidos condensadores de desacoplo en las alimentaciones de los operacionales para corregir posibles problemas de ruido e interferencias en los correspondientes pines. A continuación, se presenta el esquemático del circuito de la placa 1 (lazo cerrado) en la Figura 4.31, y el esquemático del circuito de la placa 2 (lazo fraccionario) en la Figura 4.32.

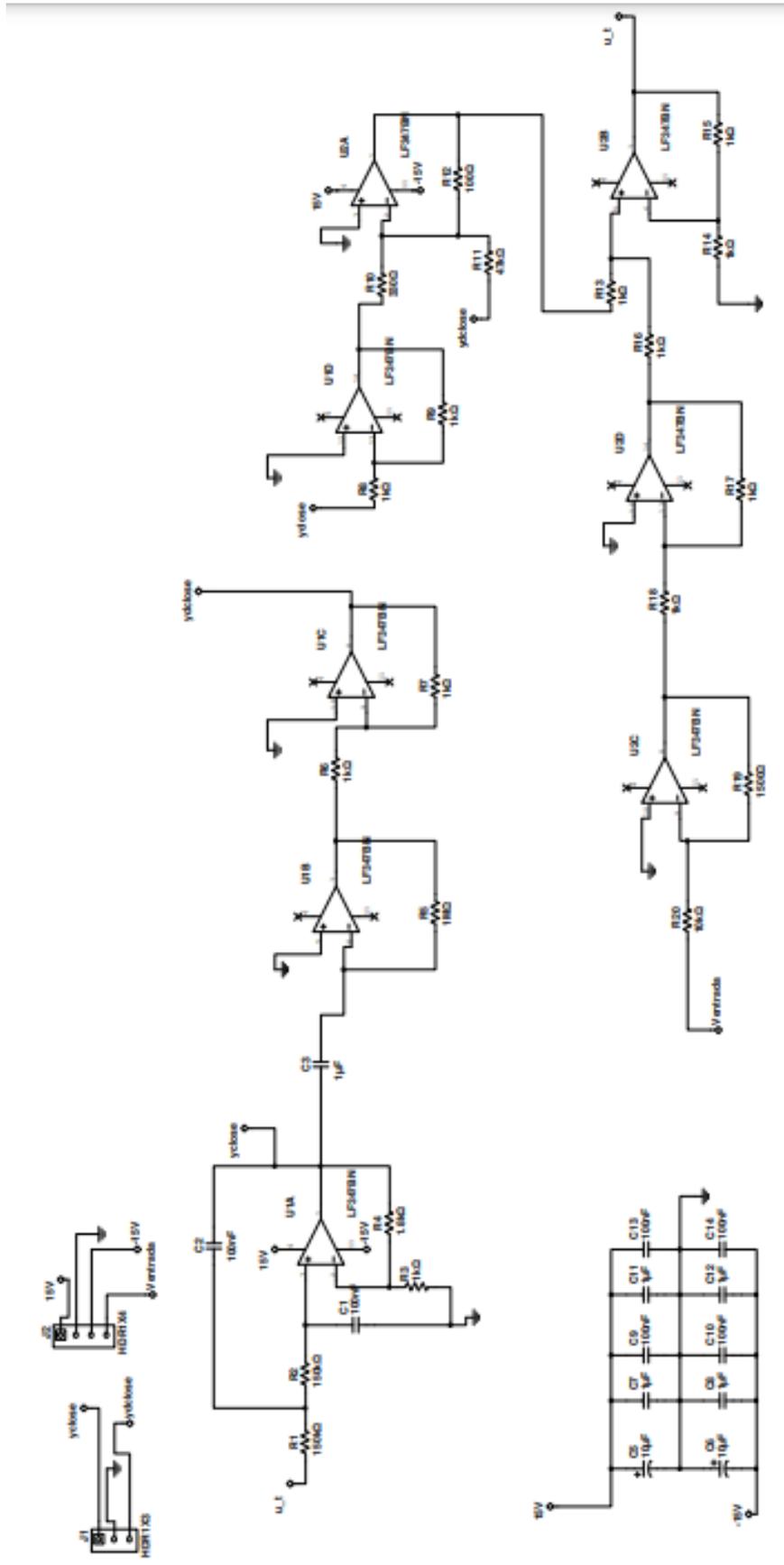


Figura 4.31. Circuito en Multisim equivalente al propuesto en el análisis de perturbación para el lazo cerrado.

En la Figura 4.33 y Figura 4.34 se muestra las huellas de los distintos componentes que forman cada PCB.

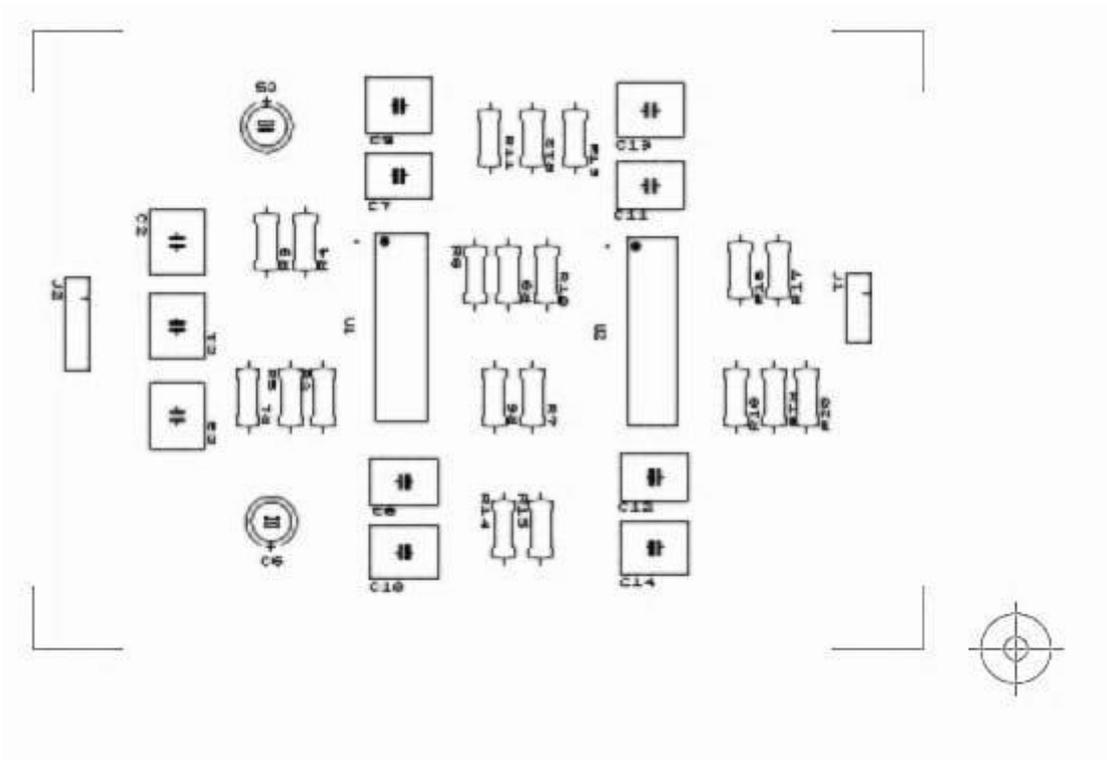


Figura 4.33. Huella de los componentes en PCB del circuito en lazo cerrado (placa 1).

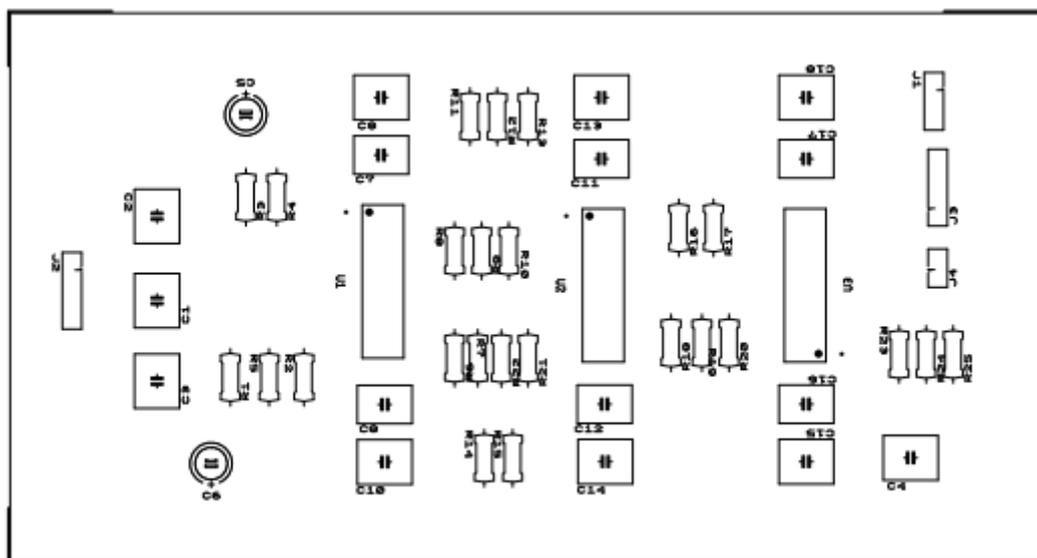


Figura 4.34. Huella de los componentes en PCB del circuito en lazo fraccionario (placa 2).

5. RESULTADOS Y ANÁLISIS

En esta sección se expondrán los resultados obtenidos en el estudio y se realizará un análisis exhaustivo de los mismos. Se emplearán gráficos, tablas y otras herramientas visuales para facilitar la interpretación de los datos.

Los resultados se presentarán de manera estructurada, abordando cada aspecto del estudio por separado. Se realizará un análisis profundo de los resultados, identificando patrones, tendencias y relaciones entre los datos recopilados. Se compararán los resultados obtenidos con las expectativas teóricas y se discutirán posibles fuentes de error o discrepancias encontradas.

La interpretación de los resultados se llevará a cabo de manera clara y precisa, utilizando un lenguaje accesible para los lectores. Se extraerán conclusiones fundamentadas en base a los datos analizados y se proporcionarán perspectivas relevantes para futuros estudios o aplicaciones.

5.1 Resultados de simulación caso ideal vs caso real

A continuación, se presentan los resultados de las simulaciones realizadas en LTspice, comparando el comportamiento del circuito con amplificadores ideales y amplificadores reales en dos rangos de frecuencia distintos.

Amplificadores operacionales ideales:

Se muestra la respuesta en magnitud y fase obtenida mediante la simulación en LTspice para el circuito con amplificadores ideales en lazo abierto en la Figura 5.1(a) el rango de frecuencia de 2 μ Hz a 4 Hz y en la Figura 5.1(b) el rango de frecuencia es de 2 μ Hz a 1 MHz.

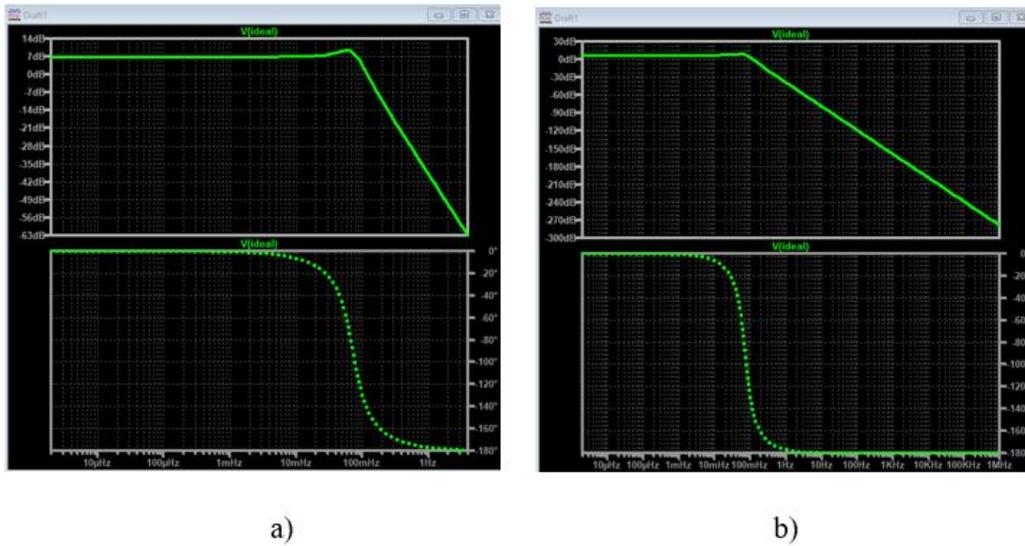


Figura 5.1. Respuesta en frecuencia del circuito en lazo abierto con amplificadores ideales. Rango: a) 2 μHz a 4 Hz b) 2 μHz a 1 MHz.

Ahora se muestra la respuesta en magnitud y fase obtenida mediante la simulación en LTspice para el circuito con amplificadores ideales en lazo cerrado en la Figura 5.2(a) el rango de frecuencia de 2 μHz a 4 Hz y en la Figura 5.2(b) el rango de frecuencia es de 2 μHz a 1 MHz.

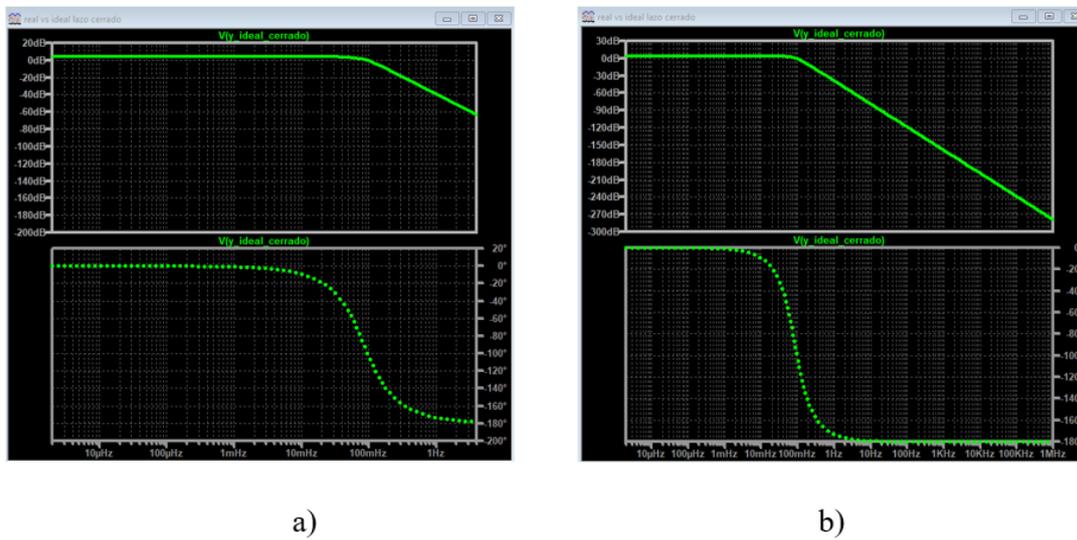


Figura 5.2. Respuesta en frecuencia del circuito en lazo cerrado con amplificadores ideales. Rango: a) 2 μHz a 4 Hz b) 2 μHz a 1 MHz.

Amplificadores operacionales reales

Seguidamente se muestra la respuesta en magnitud y fase obtenida mediante la simulación en LTspice para el circuito con amplificadores ideales en lazo abierto en la Figura 5.3(a) el rango de frecuencia de $2\mu\text{Hz}$ a 4Hz y en la Figura 5.3(b) el rango de frecuencia es de $2\mu\text{Hz}$ a 1MHz .

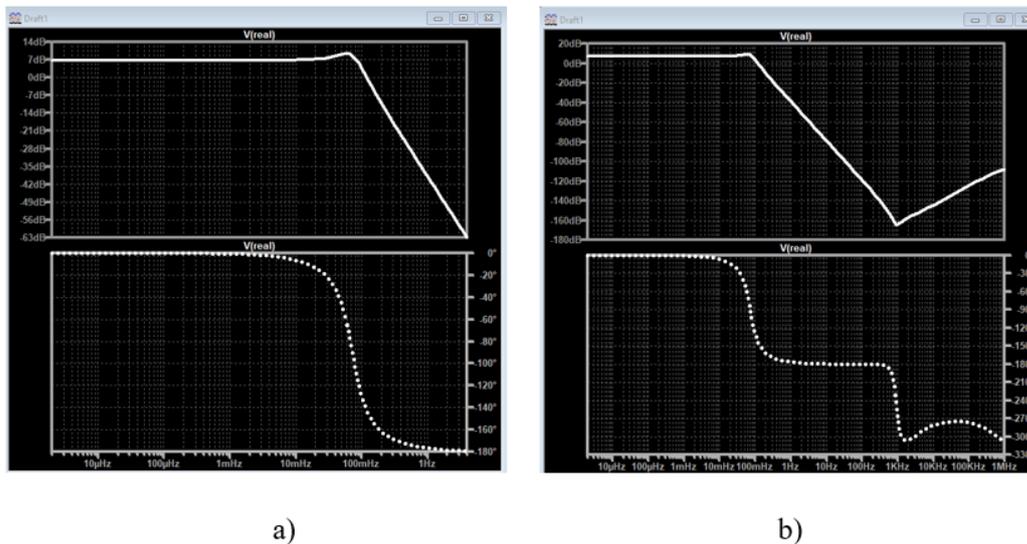


Figura 5.3. Respuesta en frecuencia del circuito en lazo abierto con amplificadores reales. Rango: a) $2\mu\text{Hz}$ a 4Hz b) $2\mu\text{Hz}$ a 1MHz .

Ahora se muestra la respuesta en magnitud y fase obtenida mediante la simulación en LTspice para el circuito con amplificadores reales en lazo cerrado en Figura 5.4(a) el rango de frecuencia de $2\mu\text{Hz}$ a 4Hz y en Figura 5.4(b) el rango de frecuencia es de $2\mu\text{Hz}$ a 1MHz .

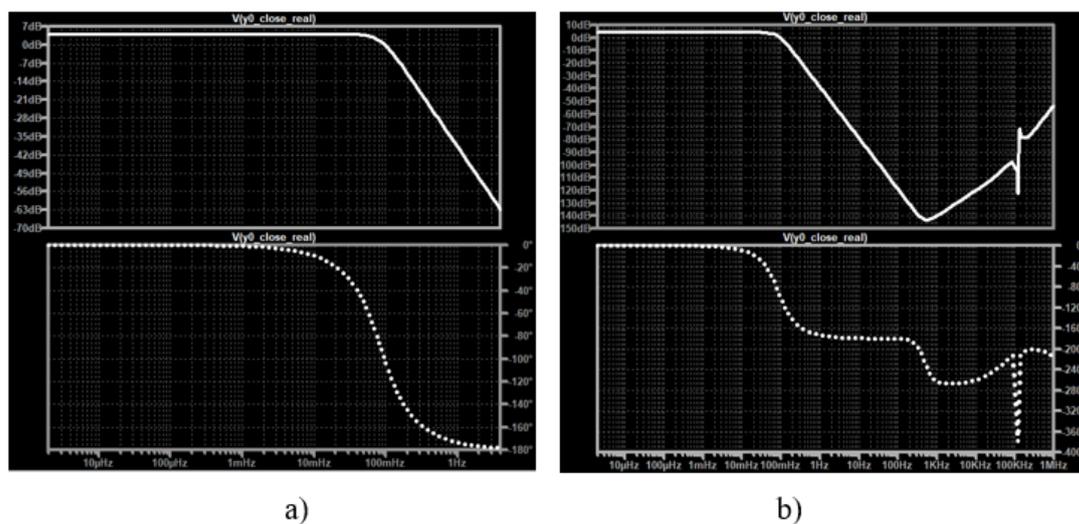


Figura 5.4. Respuesta en frecuencia del circuito en lazo cerrado con amplificadores reales. Rango: a) $2\mu\text{Hz}$ a 4Hz b) $2\mu\text{Hz}$ a 1MHz .

A continuación, en la Figura 5.5 en la se puede apreciar una simulación que superpone ambas gráficas en los dos rangos de frecuencias en lazo abierto. Por otro lado, en la Figura 5.6 se puede apreciar una simulación que superpone ambas gráficas en los dos rangos de frecuencias en lazo cerrado.

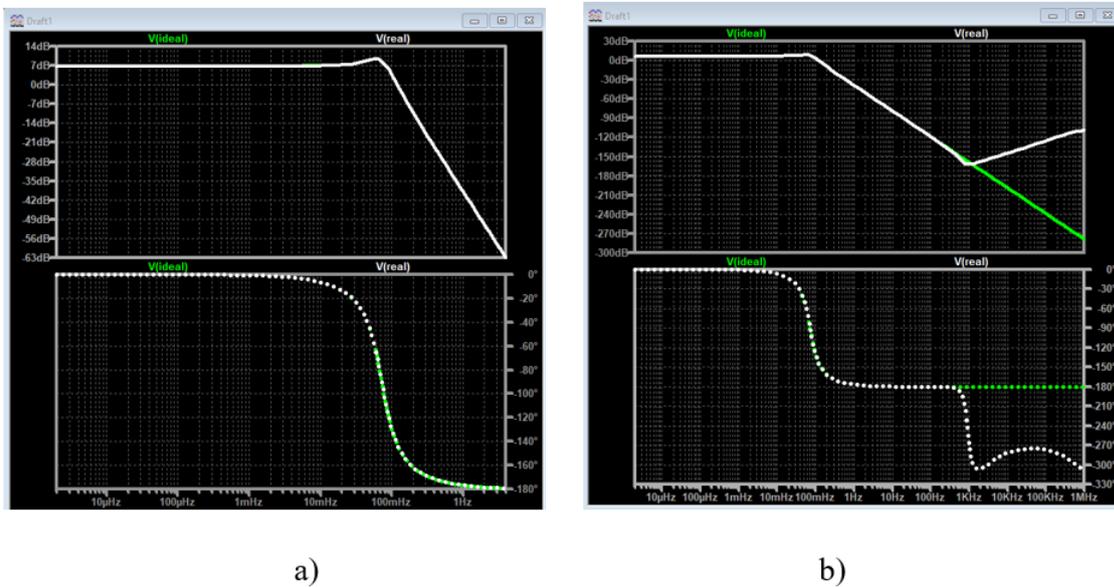


Figura 5.5. Comparación de la respuesta en frecuencia del circuito en lazo abierto con amplificadores ideales versus reales. Rango: a) $2\mu\text{Hz}$ a 4 Hz b) $2\mu\text{Hz}$ a 1 MHz .

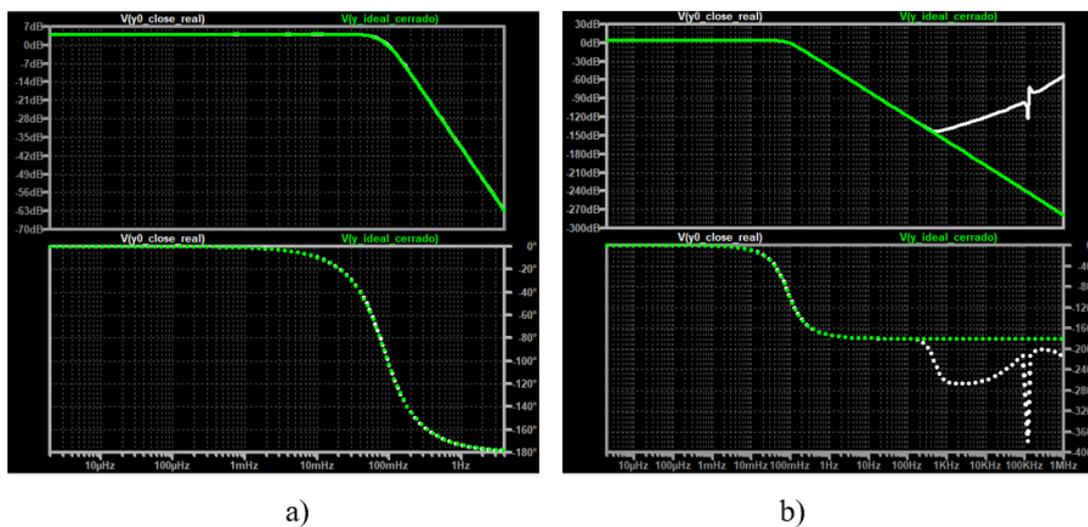


Figura 5.6. Comparación de la respuesta en frecuencia del circuito en lazo cerrado con amplificadores ideales versus reales. Rango: a) $2\mu\text{Hz}$ a 4 Hz b) $2\mu\text{Hz}$ a 1 MHz .

Tanto en lazo abierto (Figura 5.5(b)) como en lazo cerrado (Figura 5.6(b)) se puede observar claramente cómo a partir de 1 kHz se presentan problemas en la respuesta en frecuencia

tanto en magnitud como en fase. Este comportamiento se debe a la limitación del producto ganancia-ancho de banda del amplificador operacional real utilizado en el circuito.

Existe una limitación en el rango de frecuencias para el cual un amplificador operacional se aproxima en su comportamiento al caso ideal. En la práctica, la ganancia en lazo abierto puede expresarse en términos de una función de transferencia con un polo simple a la frecuencia f_0 y la ganancia en DC, A_0 ([9]). Un parámetro de interés, además, es el *producto ganancia-ancho de banda* del amplificador operacional real, que se define como el producto de la ganancia de lazo abierto en continua (A_0) y la frecuencia de corte del amplificador, f_0 . Esta relación se expresa como $f_0 A_0 = GBW$ (*Gain-Bandwidth Product*), donde GBW es un parámetro especificado en la hoja de características del amplificador operacional. Cuando el amplificador operacional se emplea para construir un amplificador inversor, se comprueba que la ganancia en DC, A_{CL0} , y la frecuencia de corte del amplificador realimentado, f_{CL} , se relacionan del mismo modo: $f_{CL} A_{CL0} = GBW$. Esto significa que aumentar la ganancia en DC implica obtener un valor inferior para la frecuencia de corte, o viceversa. En el caso de un amplificador inversor no se llega exactamente a la misma relación ([9]), pero se puede emplear la relación anterior para estimar la frecuencia de corte conocida la ganancia en DC. En cualquier caso, ningún amplificador práctico (inversor o no inversor) puede presentar una ganancia aproximadamente igual a la de continua en un rango arbitrario de frecuencias. El comportamiento de los circuitos derivadores o los filtros de segundo orden también se altera debido a esta limitación de los amplificadores operacionales.

Es importante considerar este efecto al analizar y diseñar sistemas que operan en frecuencias altas. Es necesario seleccionar amplificadores operacionales con un producto ganancia-ancho de banda adecuado que pueda procesar las frecuencias de operación del sistema, evitando así problemas en la respuesta en frecuencia.

5.2 Resultados de la validación con Matlab

A continuación, se presentan los resultados de las simulaciones realizadas utilizando el modelo matemático previamente expuesto en el capítulo de diseño. Estas simulaciones se llevaron a cabo en el entorno de Matlab y se comparan con los resultados obtenidos en LTspice.

Resultados en lazo abierto:

En la Figura 5.7 se muestra el resultado obtenido en MATLAB en el lazo abierto.

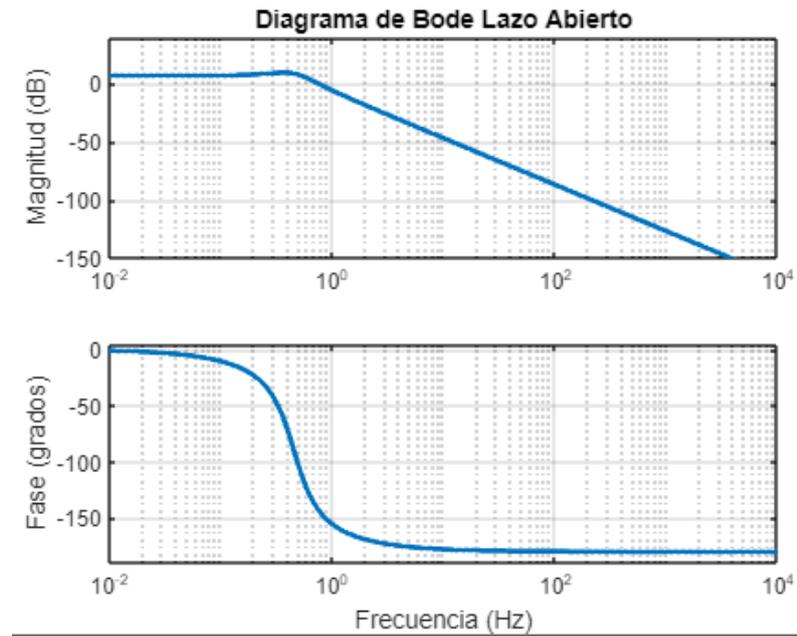


Figura 5.7. Respuesta en frecuencia del sistema lazo abierto con MATLAB.

Resultados en lazo cerrado:

A continuación, se presenta el resultado obtenido en MATLAB en el lazo cerrado en la Figura 5.8.

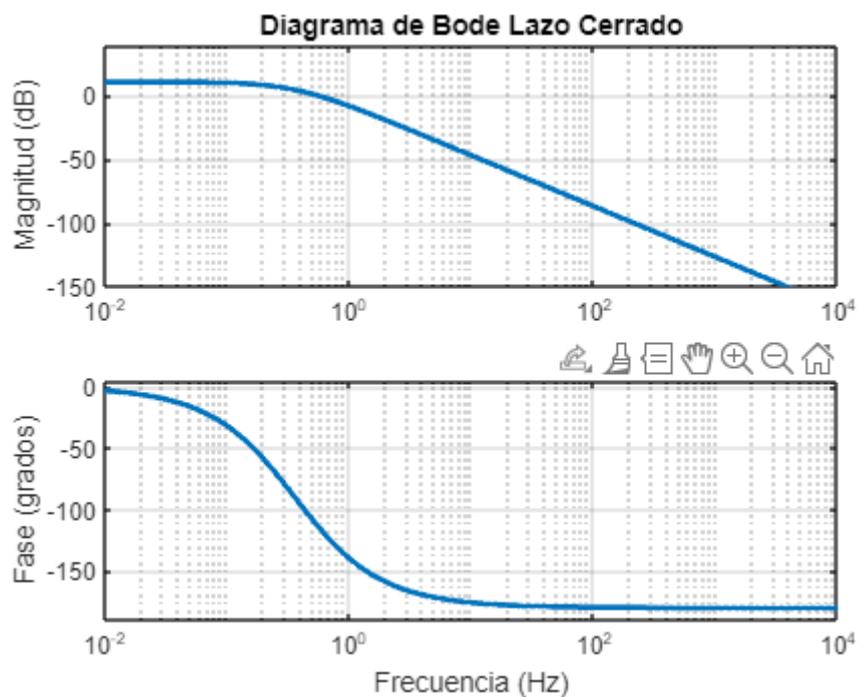


Figura 5.8. Respuesta en frecuencia del sistema en lazo cerrado con MATLAB.

En la Figura 5.9 y en la Figura 5.10 se presentan las comparaciones entre las simulaciones realizadas en MATLAB y las simulaciones relacionadas en el apartado anterior del LTspice, tanto en lazo abierto como en lazo cerrado, respectivamente.

Comparación del lazo abierto

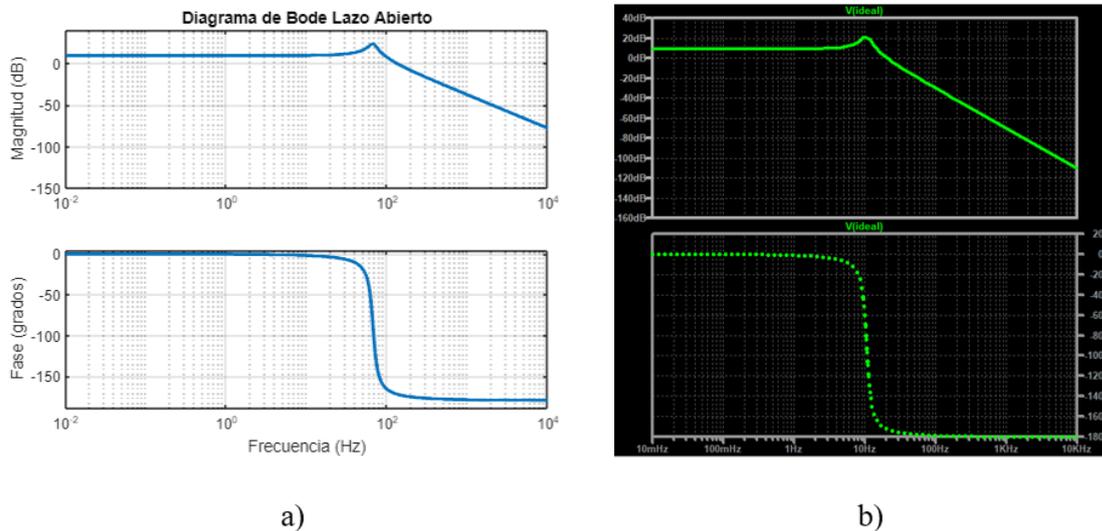


Figura 5.9. Comparación de la respuesta en frecuencia del circuito en lazo abierto. Simulación: a) Matlab b) LTspice.

Comparación del lazo cerrado

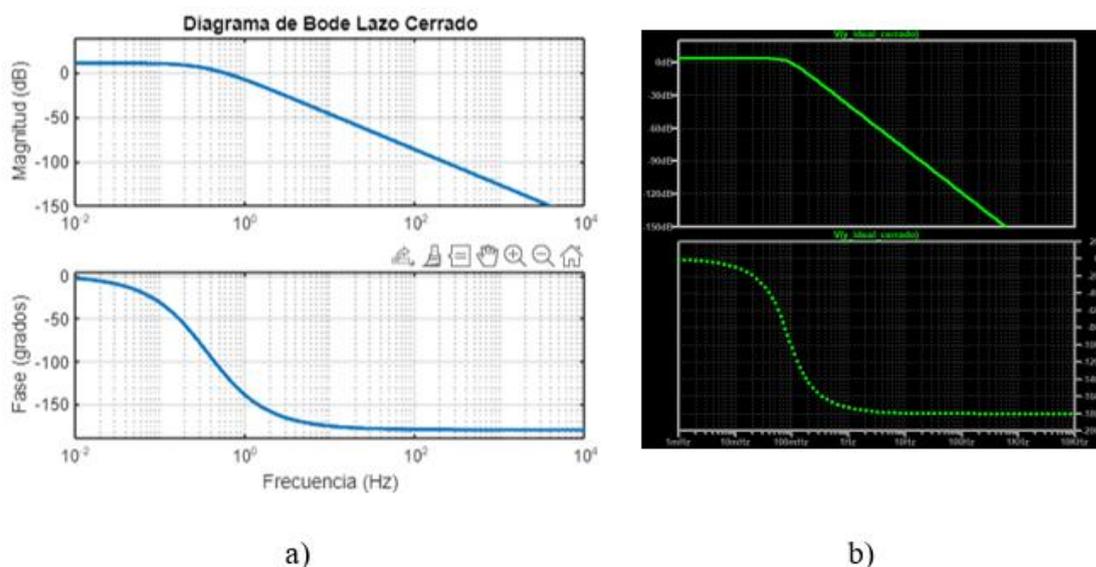


Figura 5.10. Comparación de la respuesta en frecuencia del circuito en lazo cerrado. Simulación: a) Matlab b) LTspice.

Al comparar las simulaciones realizadas en LTspice y MATLAB, tanto en lazo abierto como en lazo cerrado, se observa una concordancia en los resultados. Esto indica que el análisis

matemático realizado arroja el mismo resultado que la simulación del circuito implementado.

En conclusión, los resultados obtenidos mediante el análisis matemático y las simulaciones realizadas en MATLAB concuerdan con los resultados obtenidos en LTspice. Esto valida la precisión del modelo matemático y la efectividad de la simulación en MATLAB para el circuito implementado.

5.3 Resultados del análisis de sensibilidad

En esta sección, se presentan los resultados del estudio de sensibilidad realizado para evaluar el impacto de diferentes parámetros en el rendimiento del sistema. Se analizan tanto la variación de los parámetros del lazo abierto como la variación de los parámetros del lazo cerrado. Por comodidad se han separado los resultados obtenidos en el estudio en los resultados de los parámetros de cada caso y resultados de los polos de cada caso.

5.3.1 Resultados del análisis de sensibilidad (lazo abierto)

En esta sección se presentan los resultados obtenidos en el análisis de sensibilidad en el lazo abierto. Se analizan diferentes casos considerando variaciones en los valores de los componentes del circuito.

A continuación, se muestran las simulaciones realizadas para cada caso de tolerancia y componente:

Caso R

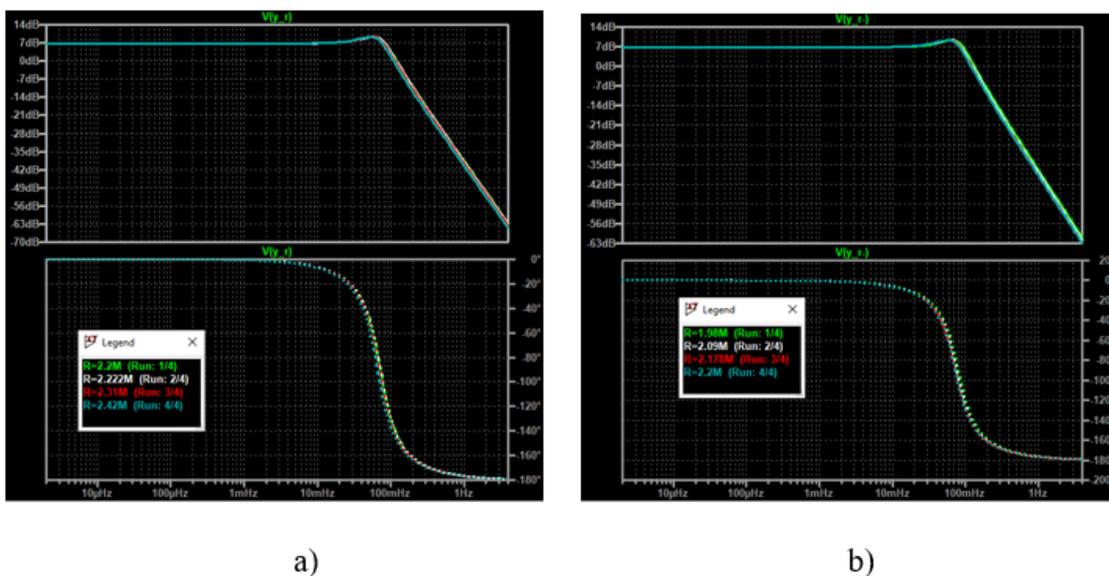
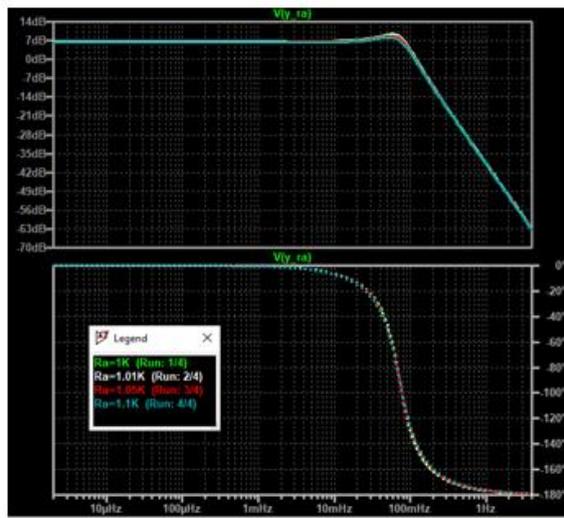
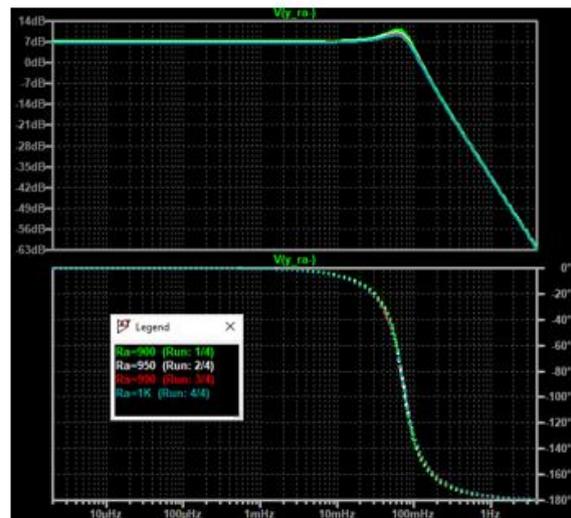


Figura 5.11. Respuesta en frecuencia del circuito en lazo abierto variando R . Tolerancia: a) Positiva b) Negativa.

Caso RA



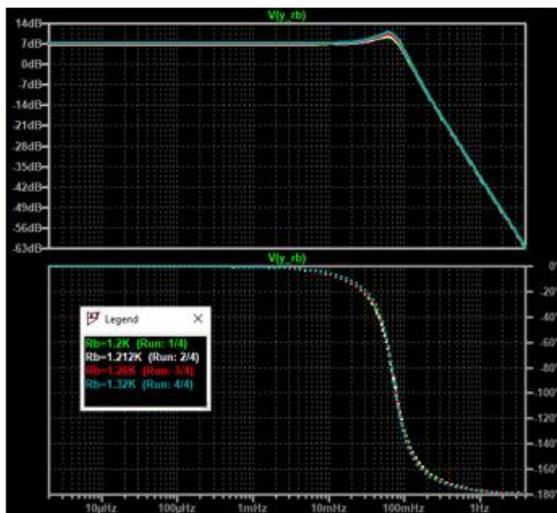
a)



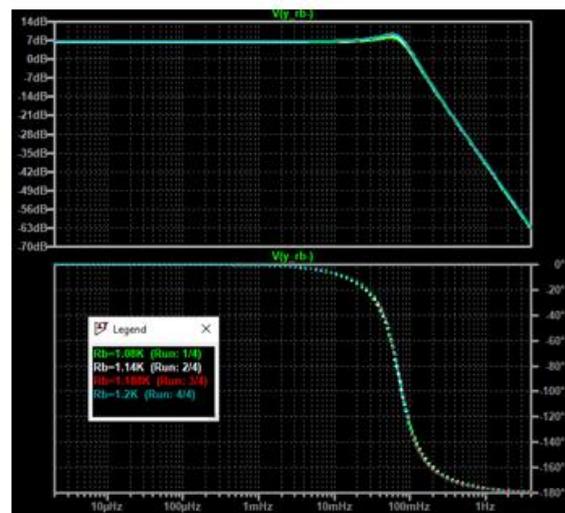
b)

Figura 5.12. Respuesta en frecuencia del circuito en lazo abierto variando R_A . Tolerancia: a) Positiva b) Negativa.

Caso RB



a)



b)

Figura 5.13. Respuesta en frecuencia del circuito en lazo abierto variando R_B . Tolerancia: a) Positiva b) Negativa.

Caso C

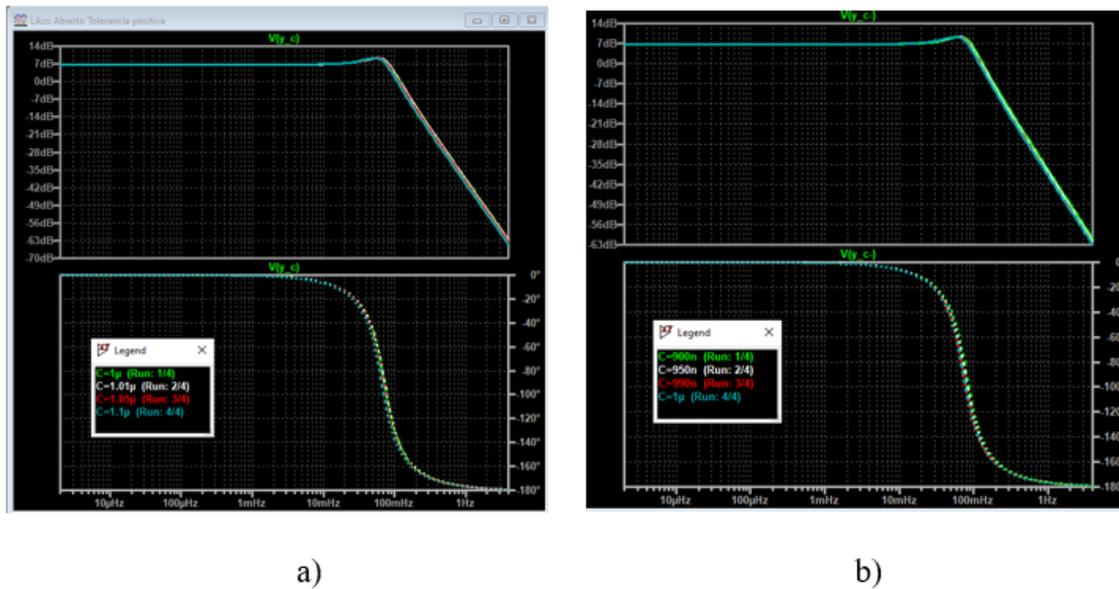


Figura 5.14. Respuesta en frecuencia del circuito en lazo abierto variando C .
Tolerancia: a) Positiva b) Negativa.

A continuación, se muestran en las siguientes tablas con los resultados correspondientes a cada caso y tolerancia.

Caso R: Tolerancia positiva

%	R (Ω)	ω_n (rad/s)	f_n (Hz)	Error relativo (ω_n)	K	δ	Error relativo (δ)
1%	2222000	0,45	0,07	0,99	2,2	0,40	0,00
5%	2310000	0,43	0,07	4,76	2,2	0,40	0,00
10%	2420000	0,41	0,07	9,09	2,2	0,40	0,00

Caso R: Tolerancia negativa

%	R (Ω)	ω_n (rad/s)	f_n (Hz)	Error relativo (ω_n)	K	δ	Error relativo (δ)
-1%	2178000	0,46	0,07	1,01	2,2	0,40	0,00
-5%	2090000	0,48	0,08	5,26	2,2	0,40	0,00
-10%	1980000	0,51	0,08	11,11	2,2	0,40	0,00

Caso RA: Tolerancia positiva

%	R_A (Ω)	ω_n (rad/s)	f_n (Hz)	Error relativo (ω_n)	K	δ	Error relativo (δ)
1	1010	0,45	0,07	0,00	2,19	0,41	1,49
5	1050	0,45	0,07	0,00	2,14	0,43	7,14
10	1100	0,45	0,07	0,00	2,09	0,45	13,64

Caso RA: Tolerancia negativa

%	R_A (Ω)	ω_n (rad/s)	f_n (Hz)	Error relativo (ω_n)	K	δ	Error relativo (δ)
-1	990	0,45	0,07	0,00	2,21	0,39	1,52
-5	950	0,45	0,07	0,00	2,26	0,37	7,89
-10	900	0,45	0,07	0,00	2,33	0,33	16,67

Caso RB: Tolerancia positiva

%	R_B (Ω)	ω_n (rad/s)	f_n (Hz)	Error relativo (ω_n)	K	δ	Error relativo (δ)
1	1212	0,45	0,07	0,00	2,21	0,39	1,50
5	1260	0,45	0,07	0,00	2,26	0,37	7,50
10	1320	0,45	0,07	0,00	2,32	0,34	15,00

Caso RB: Tolerancia negativa

%	R_B (Ω)	ω_n (rad/s)	f_n (Hz)	Error relativo (ω_n)	K	δ	Error relativo (δ)
-1	1188	0,45	0,07	0,00	2,19	0,41	1,50
-5	1140	0,45	0,07	0,00	2,14	0,43	7,50
-10	1080	0,45	0,07	0,00	2,08	0,46	15,00

Caso C: Tolerancia positiva

%	C (Ω)	ω_n (rad/s)	f_n (Hz)	Error relativo (ω_n)	K	δ	Error relativo (δ)
1	1,01E-06	0,45	0,07	0,990	2,20	0,40	0,00
5	1,05E-06	0,43	0,07	4,762	2,20	0,40	0,00
10	1,10E-06	0,41	0,07	9,091	2,20	0,40	0,00

Caso C: Tolerancia negativa

%	C (Ω)	ω_n (rad/s)	f_n (Hz)	Error relativo (ω_n)	K	δ	Error relativo (δ)
-1	9,90E-07	0,46	0,07	1,010	2,20	0,40	0,00
-5	9,50E-07	0,48	0,08	5,263	2,20	0,40	0,00
-10	9,00E-07	0,51	0,08	11,111	2,20	0,40	0,00

Los polos obtenidos son los siguientes:

Caso R:

%	Parte real		Parte imaginaria	Error (parte real)	Error (parte imaginaria)
1	-0,1800	+/-	0,4125	0,990	0,990
5	-0,1732	+/-	0,3968	4,762	4,762
10	-0,1653	+/-	0,3787	9,091	9,091

%	Parte real		Parte imaginaria	Error (parte real)	Error (parte imaginaria)
-1	-0,1837	+/-	0,4208	1,010	1,010
-5	-0,1914	+/-	0,4385	5,263	5,263
-10	-0,2020	+/-	0,4629	11,111	11,111

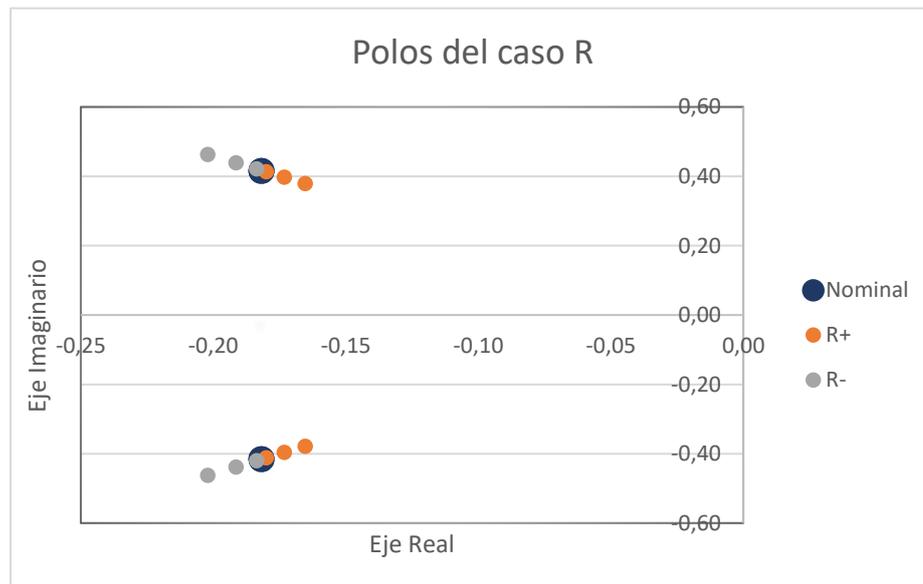


Figura 5.15. Representación de los polos en lazo abierto variando R, donde R+ representa los casos de tolerancia positiva y R- los casos de tolerancia negativa.

Caso RA:

Tolerancia positiva

%	Parte real		Parte imaginaria	Error (parte real)	Error (parte imaginaria)
1	-0,185	+/-	0,415	1,485	0,285
5	-0,195	+/-	0,411	7,143	1,419
10	-0,207	+/-	0,405	13,636	2,814

Tolerancia negativa

%	Parte real		Parte imaginaria	Error (parte real)	Error (parte imaginaria)
-1	-0,179	+/-	0,418	1,515	0,286
-5	-0,167	+/-	0,423	7,895	1,434
-10	-0,152	+/-	0,429	16,667	2,869

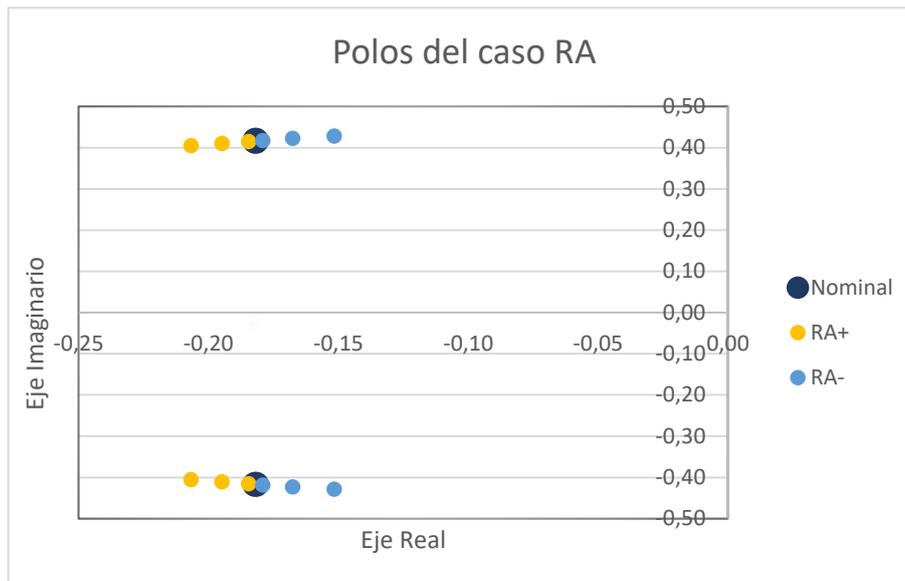


Figura 5.16. Representación de los polos en lazo abierto variando R_A , donde $RA+$ representa los casos de tolerancia positiva y $RA-$ los casos de tolerancia negativa

Caso RB

Tolerancia positiva:

%	Parte real		Parte imaginaria	Error (parte real)	Error (parte imaginaria)
1	-0,1791	+/-	0,4178	1,500	0,283
5	-0,1682	+/-	0,4223	7,500	1,366
10	-0,1545	+/-	0,4275	15,000	2,609

Tolerancia negativa:

%	Parte real		Parte imaginaria	Error (parte real)	Error (parte imaginaria)
-1	-0,1845	+/-	0,42	1,500	0,288
-5	-0,1955	+/-	0,41	7,500	1,493
-10	-0,2091	+/-	0,40	15,000	3,120

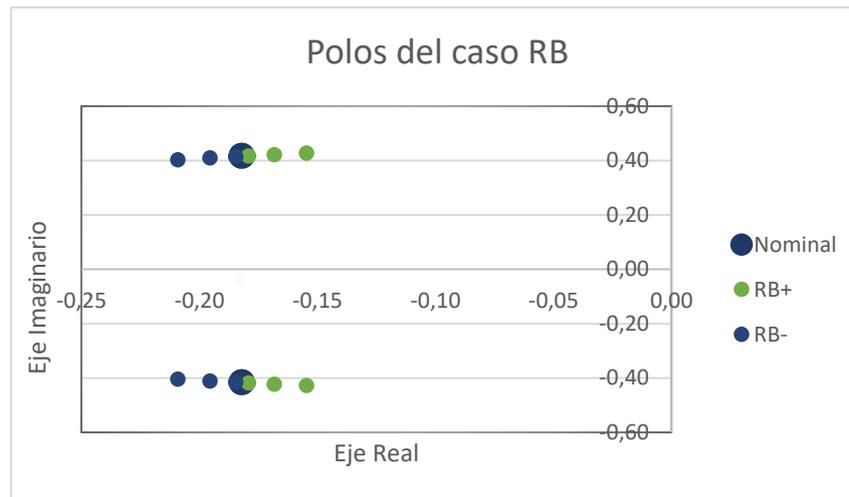


Figura 5.17. Representación de los polos en lazo abierto variando R_B , donde $RB+$ representa los casos de tolerancia positiva y $RB-$ los casos de tolerancia negativa.

Caso C

Tolerancia positiva

%	Parte real		Parte imaginaria	Error (parte real)	Error (parte imaginaria)
1	-0,1800	+/-	0,4125	0,99	0,990
5	-0,1732	+/-	0,3968	4,76	4,762
10	-0,1653	+/-	0,3787	9,09	9,091

Tolerancia negativa

%	Parte real		Parte imaginaria	Error (parte real)	Error (parte imaginaria)
-1	-0,1837	+/-	0,4208	1,010	1,010
-5	-0,1914	+/-	0,4385	5,263	5,263
-10	-0,2020	+/-	0,4629	11,111	11,111

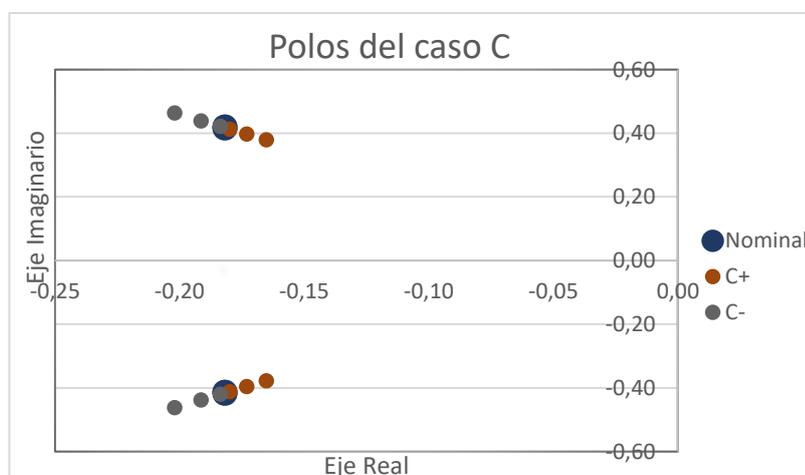


Figura 5.18. Representación de los polos en lazo abierto variando C , donde $C+$ representa los casos de tolerancia positiva y $C-$ los casos de tolerancia negativa.

5.3.2 Análisis de los resultados obtenidos (lazo abierto)

A la raíz de los datos obtenidos, se han generado gráficas que brindan una representación visual y comprensible de la relevancia de cada componente del circuito en los parámetros del sistema y en sus polos. Estas gráficas nos permiten determinar qué parámetros son los más críticos en cada caso.

A continuación, en la Figura 5.19 se muestra el error relativo, expresado en porcentaje, de cada componente con respecto a la frecuencia natural y al coeficiente de amortiguamiento en cada caso de tolerancia. Estos datos visuales nos proporcionan una comprensión clara de la contribución de cada componente a los parámetros clave del sistema. δ

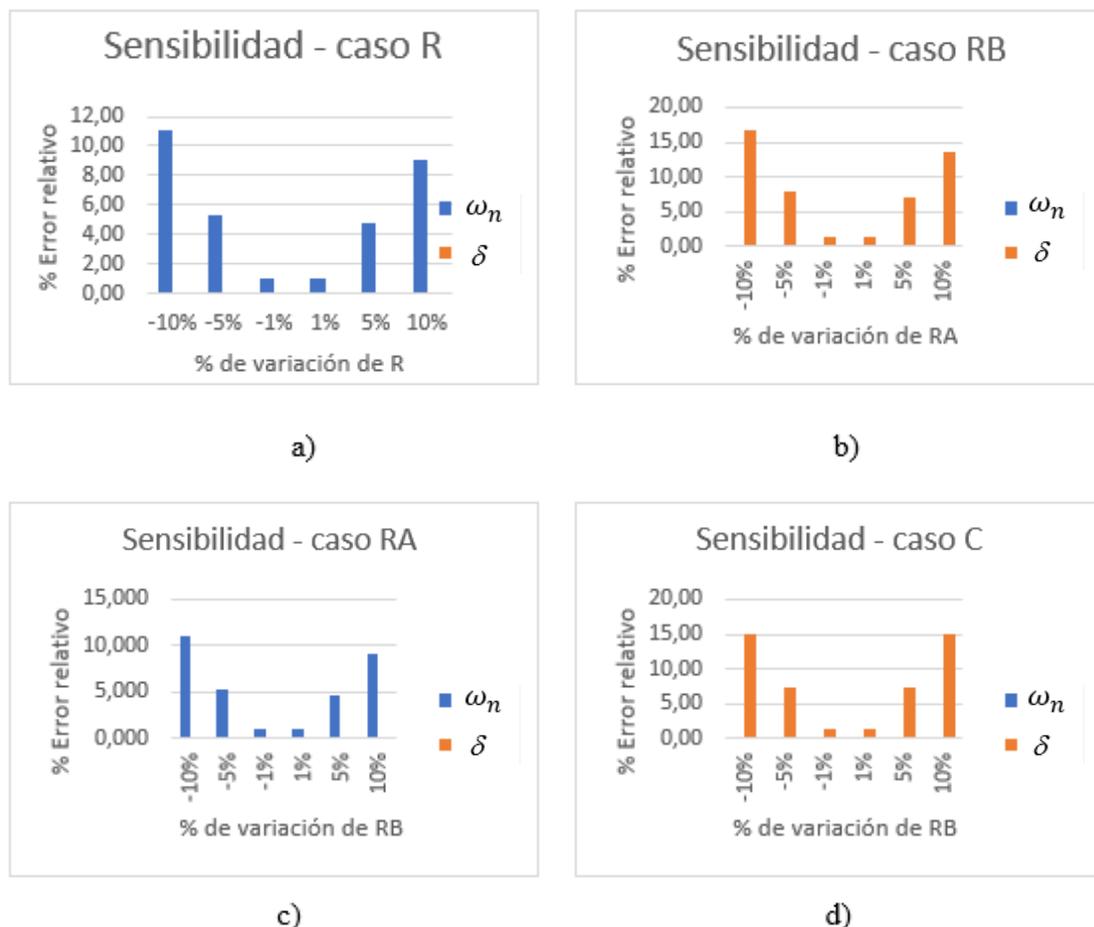


Figura 5.19. Representación gráfica de los resultados obtenidos donde se representa el error relativo frente a la tolerancia de cada caso. Casos: a) R b) RA c) RB d) C.

Al analizar la Figura 5.19 (a) y (c) se observa que la variación de la resistencia R o del condensador C tiene un efecto significativo en la frecuencia natural, pero no en el coeficiente de amortiguamiento.

Por otro lado, la variación de las resistencias R_A o R_B solo afecta al coeficiente de amortiguamiento, como se aprecia en las Figuras 5.19 (b) y (d).

Es importante destacar que los casos más críticos se presentan cuando hay una variación negativa, es decir, cuando se disminuye el valor de un componente, ya sea una resistencia o un condensador.

A continuación, en Figura 5.20 se muestra el error relativo, expresado en porcentaje, de cada componente con respecto a los polos en cada caso de tolerancia.

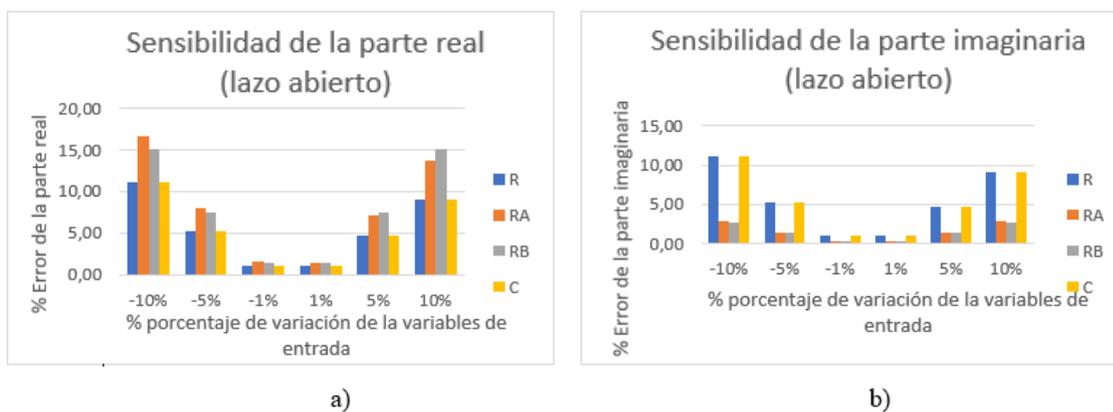


Figura 5.20. Representación gráfica del error relativo en los polos frente a la tolerancia de cada caso. A) Parte real b) Parte imaginaria.

La gráfica de la parte real nos revela que el parámetro más crítico es R_A cuando el error es tolerancia negativa desviándose hasta un 17% en ese caso. Sin embargo, en los casos de tolerancia positiva el parámetro más crítico a controlar es R_B . En este caso en concreto los parámetros R y C afecta, pero en menor medida.

En cambio, en el caso de la parte imaginaria se ve más afectada por R y C siendo el peor caso cuando se produce una disminución de R o C desviándose hasta 11,11 % del valor nominal. También observamos con en el caso de la tolerancia positiva R y C son los más críticos, aunque afecta más levemente siendo la desviación de 9 %.

5.3.3 Resultados del análisis de sensibilidad (lazo cerrado)

En esta sección se presentan los resultados obtenidos en el estudio de sensibilidad en el lazo cerrado donde únicamente se han variado los parámetros de entrada del lazo cerrado (R_f , R_1 y R_2) dejando fijos los valores iniciales del lazo abierto. Se analizan diferentes casos considerando variaciones en los valores de los componentes del circuito.

A continuación, se muestran las simulaciones realizadas para cada caso de tolerancia y componente:

Caso R_f :

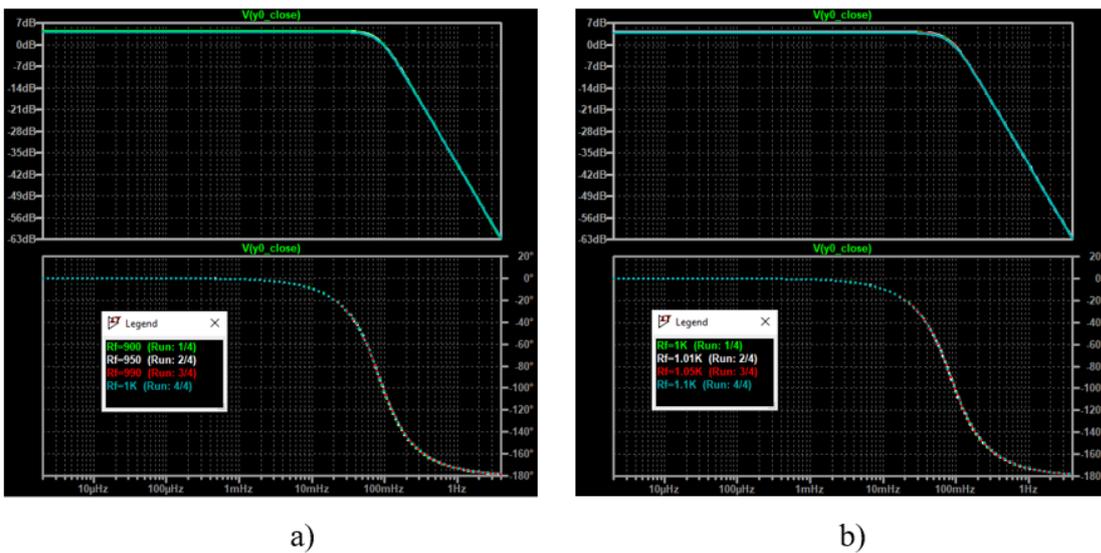


Figura 5.21. Respuesta en frecuencia del circuito en lazo cerrado variando R_f . Tolerancia: a) Positiva b) Negativa.

Caso R_1 :

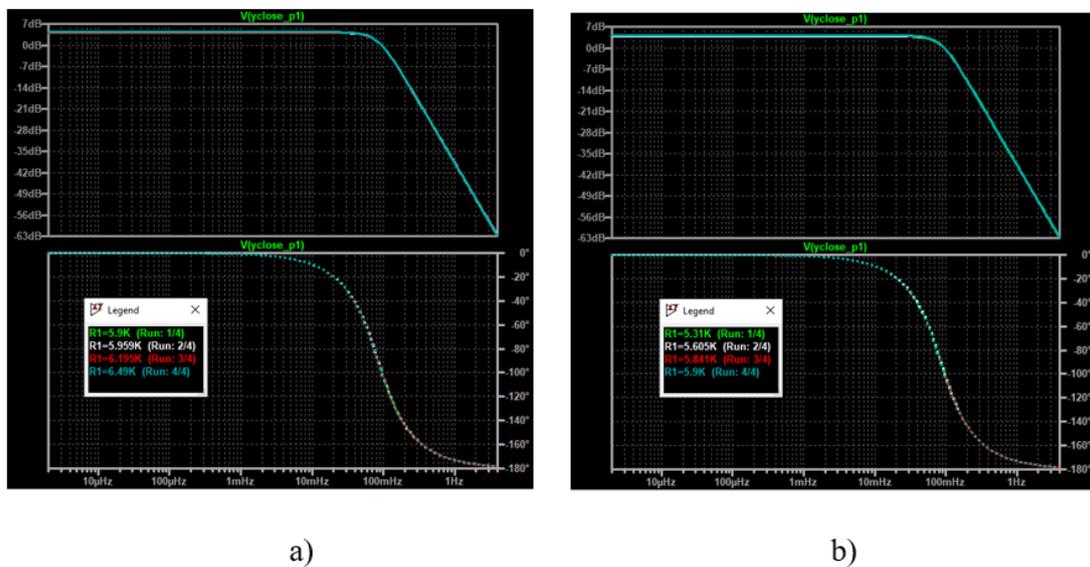


Figura 5.22. Respuesta en frecuencia del circuito en lazo cerrado variando R_1 . Tolerancia: a) Positiva b) Negativa.

Caso R2

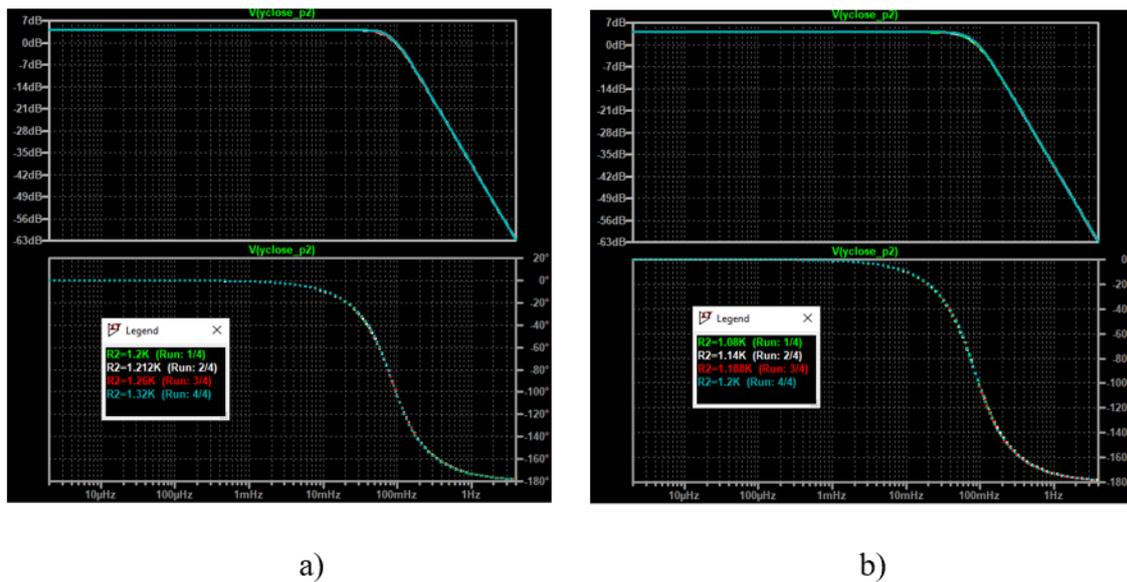


Figura 5.23. Respuesta en frecuencia del circuito en lazo cerrado variando R_2 . Tolerancia: a) Positiva b) Negativa.

A continuación, se muestran las tablas con los resultados correspondientes a cada caso y tolerancia:

Caso Rf

Tolerancia positiva

%	$R_f(\Omega)$	c_1	c_2	$\omega_c(\text{rad/s})$	δ_c	K	Error (ω_c)	Error (δ)
1	1010	0,1712	0,8417	0,53	0,700	1,601	0,14	0,37
5	1050	0,1780	0,8750	0,54	0,710	1,580	0,68	1,86
10	1100	0,1864	0,9167	0,54	0,723	1,554	1,35	3,70

Tolerancia negativa

%	$R_f(\Omega)$	c_1	c_2	$\omega_c(\text{rad/s})$	δ_c	K	Error (ω_c)	Error (δ)
-1	990	0,1678	0,8250	0,53	0,694	1,611	0,14	0,37
-5	950	0,1610	0,7917	0,53	0,684	1,632	0,68	1,88
-10	900	0,1525	0,7500	0,53	0,671	1,659	1,37	3,79

Caso R1

Tolerancia positiva

%	$R_1 (\Omega)$	c_1	c_2	ω_c (rad/s)	δ_c	K	Error (ω_c)	Error (δ)
1	5959	0,168	0,833	0,53	0,70	1,604	0,13	0,13
5	6195	0,161	0,833	0,53	0,70	1,597	0,65	0,65
10	6490	0,154	0,833	0,53	0,71	1,588	1,24	1,26

Tolerancia negativa

%	$R_1 (\Omega)$	c_1	c_2	ω_c (rad/s)	δ_c	K	Error (ω_c)	Error (δ)
-1	5841	0,171	0,833	0,53	0,70	1,608	0,14	0,14
-5	5605	0,178	0,833	0,54	0,69	1,616	0,71	0,71
-10	5310	0,188	0,833	0,54	0,69	1,627	1,50	1,48

Caso R2

Tolerancia positiva

%	$R_2 (\Omega)$	c_1	c_2	ω_c (rad/s)	δ_c	K	Error (ω_c)	Error (δ)
1	1212	0,1695	0,8251	0,5326	0,6935	1,613	0,00	0,51
5	1260	0,1695	0,7937	0,5326	0,6801	1,640	0,00	2,43
10	1320	0,1695	0,7576	0,5326	0,6647	1,671	0,00	4,64

Tolerancia negativa

%	$R_2 (\Omega)$	c_1	c_2	ω_c (rad/s)	δ_c	K	Error (ω_c)	Error (δ)
-1	1188	0,1695	0,8418	0,5326	0,7006	1,599	0,00	0,52
-5	1140	0,1695	0,8772	0,5326	0,7157	1,569	0,00	2,69
-10	1080	0,1695	0,9259	0,5326	0,7365	1,527	0,00	5,67

Los polos obtenidos son los siguientes:

Caso Rf

Tolerancia positiva

%	Parte Real		Parte Imaginaria	Error (Parte Real)	Error (Parte imaginaria)
1	-0,3731	+/-	0,3811	0,5102	0,2194
5	-0,3807	+/-	0,3776	2,5510	1,1267
10	-0,3902	+/-	0,3730	5,1020	2,3293

Tolerancia negativa

%	Parte real		Parte imaginaria	Error (parte Real)	Error (parte imaginaria)
-1	-0,3693	+/-	0,3827	0,5102	0,2165
-5	-0,3617	+/-	0,3859	2,5510	1,0533
-10	-0,3523	+/-	0,3897	5,1020	2,0355

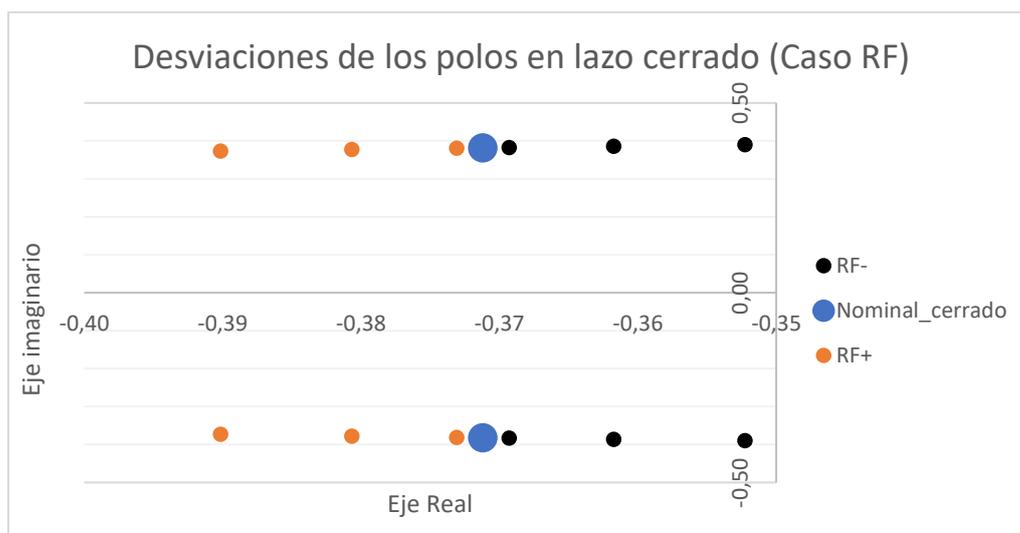


Figura 5.24. Representación de los polos en lazo cerrado variando R_F , donde $RF+$ representa los casos de tolerancia positiva y $RF-$ los casos de tolerancia negativa.

Caso R1

Tolerancia Positiva

%	Parte Real		Parte Imaginaria	Error (Parte Real)	Error (parte imaginaria)
1	-0,3712	+/-	0,3809	0,0000	0,2618
5	-0,3712	+/-	0,3771	0,0000	1,2656
10	-0,3712	+/-	0,3726	0,0000	2,4305

Tolerancia Negativa

%	Parte real		Parte imaginaria	Error (parte real)	Error (parte imaginaria)
-1	-0,3712	+/-	0,3829	0,0000	0,2664
-5	-0,3712	+/-	0,3872	0,0000	1,3805
-10	-0,3712	+/-	0,3930	0,0000	2,8927

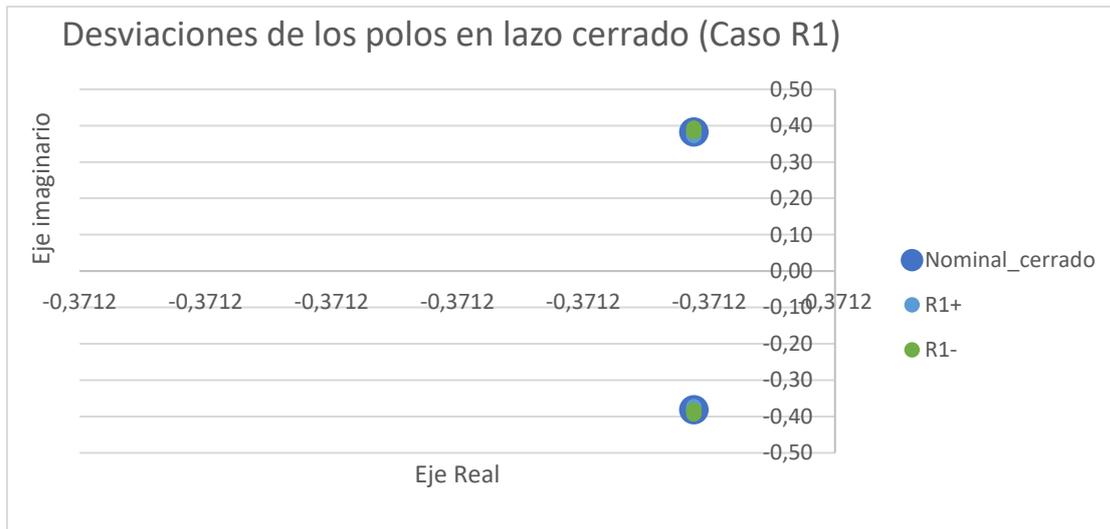


Figura 5.25. Representación de los polos en lazo cerrado variando R_1 , donde $R1+$ representa los casos de tolerancia positiva y $R1-$ los casos de tolerancia negativa.

Caso R2

Tolerancia Positiva

%	Parte Real		Parte Imaginaria	Error (Parte Real)	Error (Parte imaginaria)
1	-0,3693	+/-	0,6673	0,5052	74,7175
5	-0,3622	+/-	0,6604	2,4295	72,9305
10	-0,3540	+/-	0,6524	4,6382	70,8312

Tolerancia Negativa

%	Parte Real		Parte Imaginaria	Error (Parte Real)	Error (Parte imaginaria)
-1	-0,3731	+/-	0,6708	0,5154	75,6497
-5	-0,3812	+/-	0,6783	2,6853	77,5973
-10	-0,3923	+/-	0,6882	5,6689	80,2004

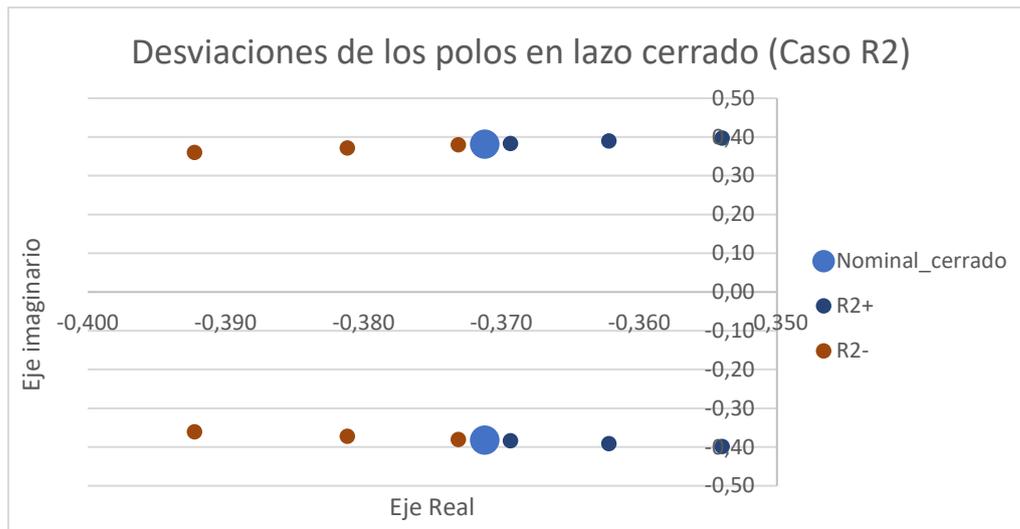


Figura 5.26. Representación de los polos en lazo cerrado variando R_2 , donde $R2+$ representa los casos de tolerancia positiva y $R2-$ los casos de tolerancia negativa.

5.3.4 Análisis de los resultados obtenidos (lazo cerrado)

Tras presentar los datos obtenidos en el estudio de sensibilidad del lazo cerrado, se han generado gráficas que ofrecen una representación visual y comprensible de la relevancia de cada componente del circuito en los parámetros del sistema y en sus polos. Estas gráficas nos permiten determinar qué parámetros son los más críticos en cada caso.

En la Figura 5.27 se muestra el error relativo, expresado en porcentaje, de cada componente con relación a la frecuencia natural y al coeficiente de amortiguamiento en diferentes casos de tolerancia. Estos datos visuales nos brindan una comprensión clara de la contribución de cada componente a los parámetros clave del sistema.

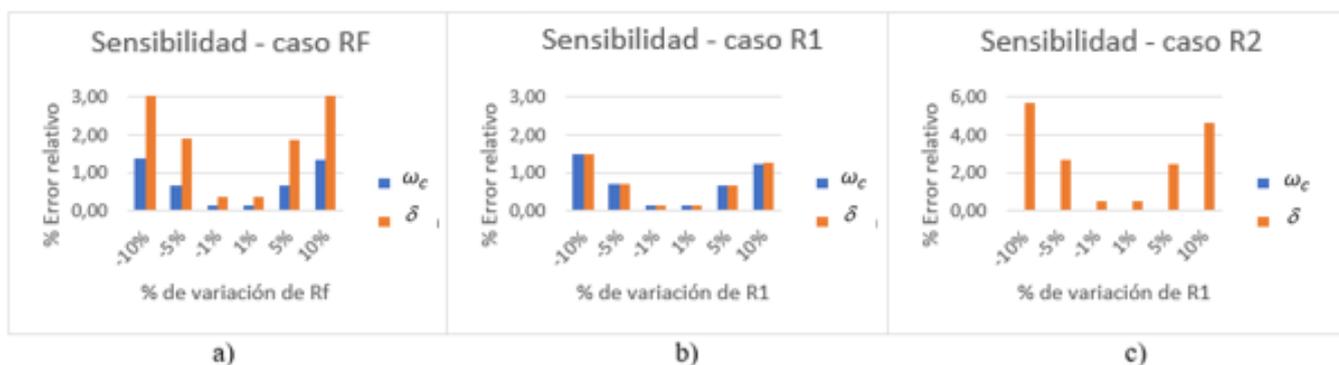


Figura 5.27. Representación gráfica de los resultados obtenidos donde se representa el error relativo frente a la tolerancia de cada caso. Casos: a) R_F b) R_1 c) R_2 .

Al analizar los resultados, se observa que la variación de la resistencia R_f tiene un impacto significativo tanto en la frecuencia natural del sistema como en el coeficiente de amortiguamiento, como se muestra en la Figura 5.27 (a). Es importante destacar que las variaciones en el coeficiente de amortiguamiento pueden generar problemas de estabilidad.

En el caso de la resistencia R_l , se observa que produce cambios muy leves tanto en la frecuencia natural como en el coeficiente de amortiguamiento, como se muestra en la

Figura 5.27 (b). Los errores relativos en ambos parámetros son muy similares o incluso iguales en algunos casos.

Por último, al examinar la Figura 5.27 (c), se nota que las variaciones en la resistencia R_2 no tienen impacto en la frecuencia natural del sistema, pero sí afectan significativamente al coeficiente de amortiguamiento.

A continuación, en la Figura 5.28 se muestra el error relativo, expresado en porcentaje, de cada componente con respecto a los polos en cada caso de tolerancia:

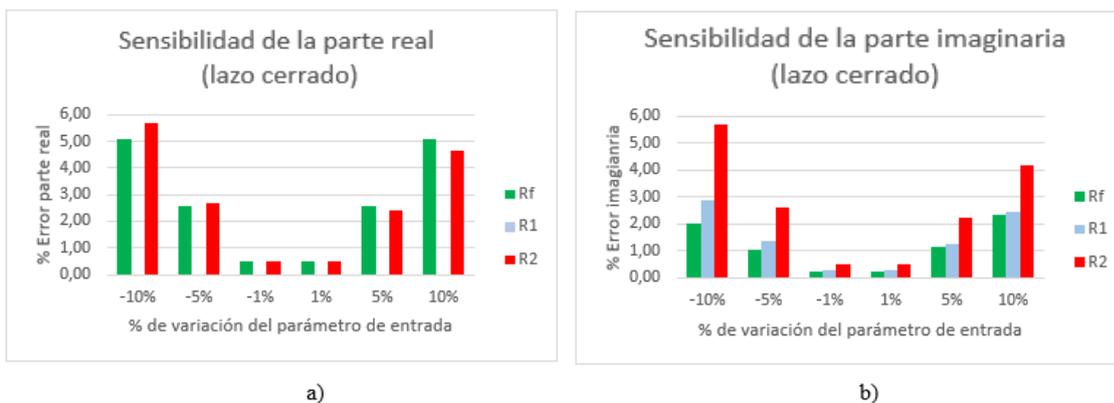


Figura 5.28. Representación gráfica del error relativo en los polos frente a la tolerancia de cada caso. A) Parte Real b) Parte Imaginaria.

En la gráfica de la parte real se observa que el parámetro más crítico es R_2 cuando la tolerancia es negativa, desviándose hasta un 5,67 % en ese caso. Sin embargo, en los casos de tolerancia positiva, el parámetro más crítico a controlar es R_f . En este caso, los parámetros R y C también tienen un impacto, pero en menor medida. Es importante destacar que la variación de R_l no tiene ningún efecto en la parte real.

En cambio, en el caso de la parte imaginaria, se ve afectada tanto al variar R_f como R_l y R_2 , siendo el peor caso cuando se produce una disminución en R_2 , desviándose hasta un 5,67 % del valor nominal.

5.3.5 Resultados del análisis de sensibilidad (lazo cerrado variando lazo abierto)

En esta sección se presentan los resultados obtenidos en el estudio de sensibilidad en el lazo cerrado donde se han variado los parámetros de entrada del lazo abierto (R , C , R_A y R_B) dejando fijos los valores iniciales del lazo cerrado. Se analizan diferentes casos considerando variaciones en los valores de los componentes del circuito.

A continuación, se muestran las simulaciones realizadas para cada caso de tolerancia y componente:

Caso R

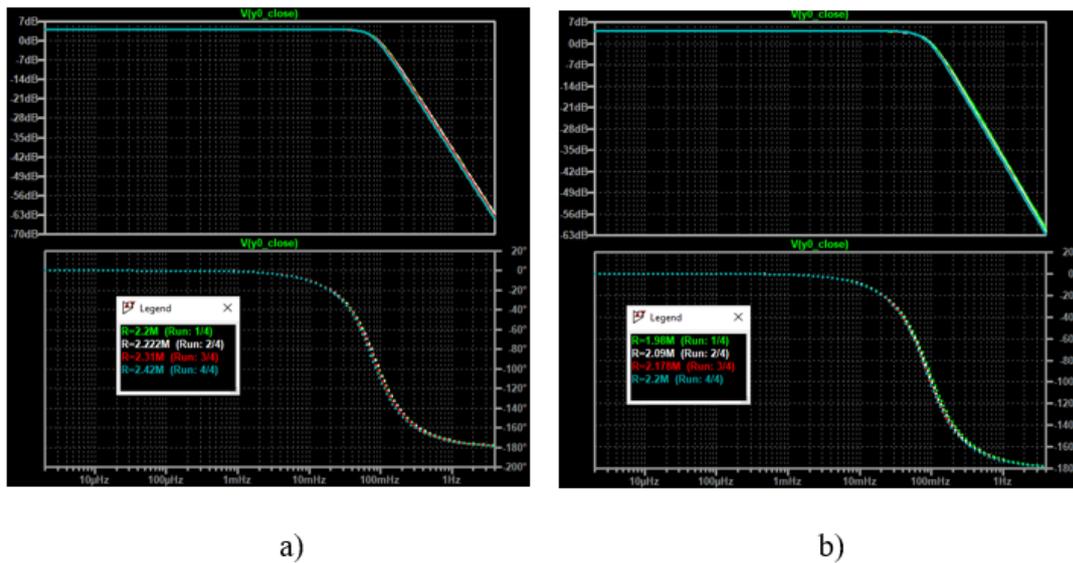


Figura 5.29. Respuesta en frecuencia del circuito en lazo cerrado variando R . Tolerancia: a) Positiva b) Negativa.

Caso RA

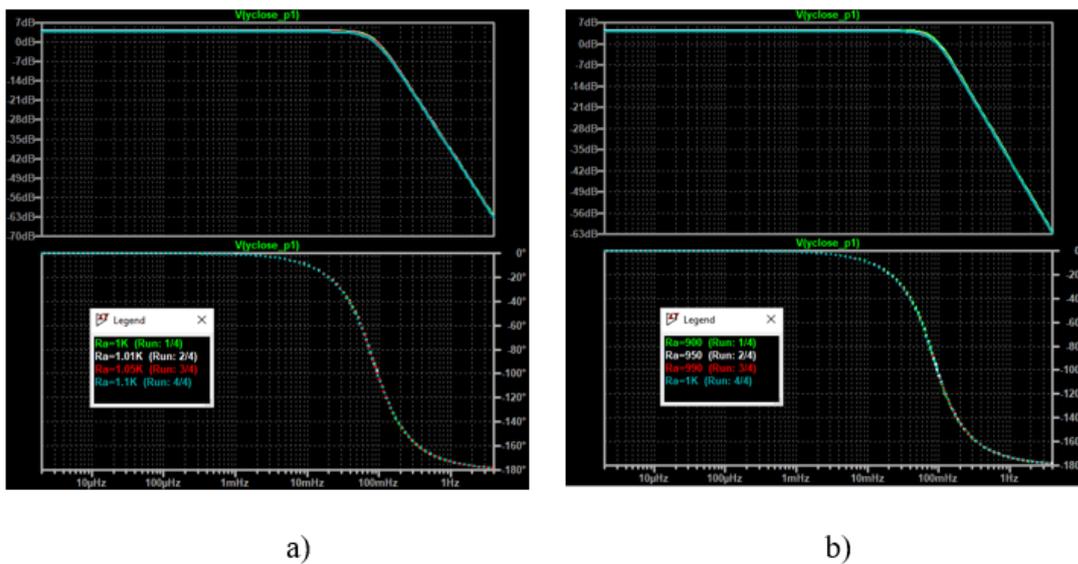


Figura 5.30. Respuesta en frecuencia del circuito en lazo cerrado variando R_A . Tolerancia: a) Positiva b) Negativa.

Caso RB

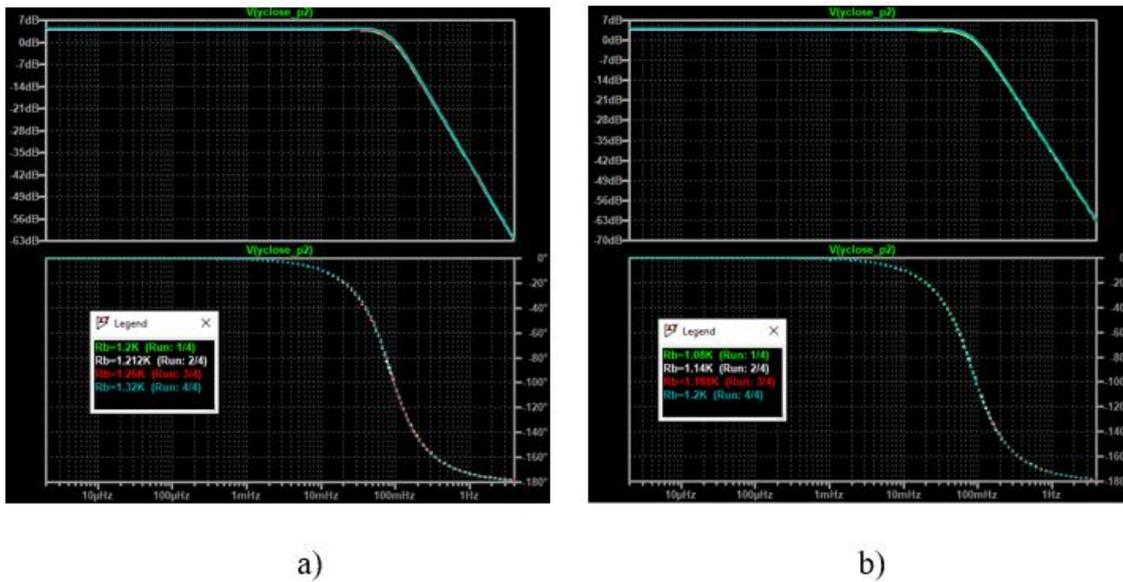


Figura 5.31. Respuesta en frecuencia del circuito en lazo cerrado variando R_B . Tolerancia: a) Positiva b) Negativa.

Casos C

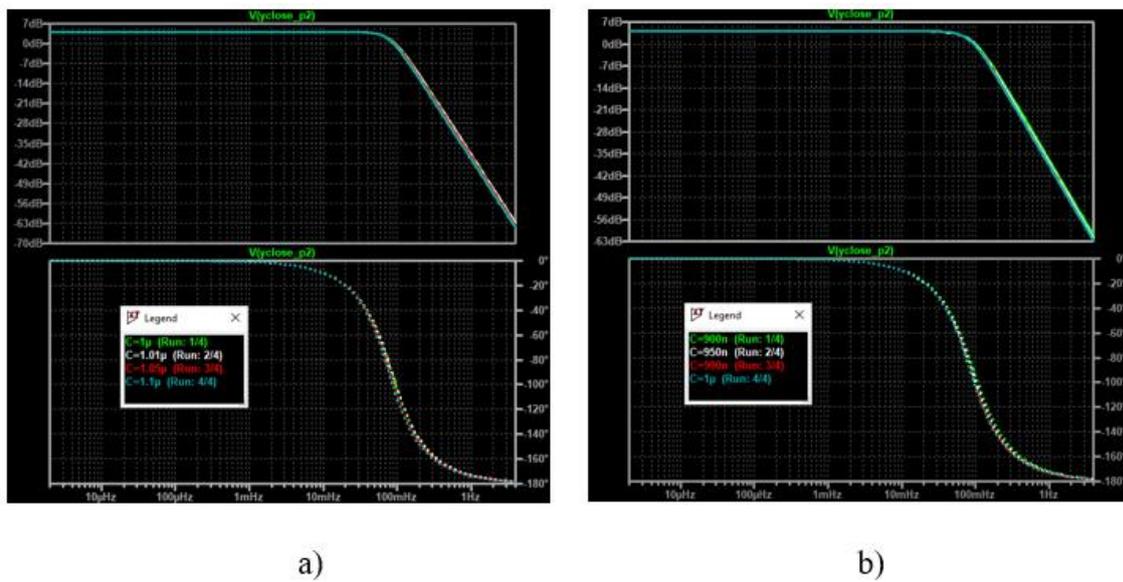


Figura 5.32. Respuesta en frecuencia del circuito en lazo cerrado variando C . Tolerancia: a) Positiva b) Negativa.

A continuación, se muestran las tablas con los resultados correspondientes a cada caso y tolerancia:

Caso R

Tolerancia positiva

%	$R (\Omega)$	$\omega_c (rad/s)$	δ_c	K	Error (ω_c)	Error (δ)
1	2222000	0,529	0,699	1,603	0,720	0,237
5	2310000	0,514	0,705	1,590	3,445	1,153
10	2420000	0,498	0,713	1,575	6,534	2,227

Tolerancia negativa

%	$R (\Omega)$	$\omega_c (rad/s)$	δ_c	K	Error (ω_c)	Error (δ)
-1	2178000	0,537	0,695	1,609	0,737	0,240
-5	2090000	0,553	0,688	1,623	3,860	1,235
-10	1980000	0,576	0,679	1,642	8,206	2,554

Caso RA

Tolerancia positiva

%	$R_A (\Omega)$	$\omega_c (rad/s)$	δ_c	K	Error (ω_c)	Error (δ)
1	1010	0,533	0,702	1,596	0,000	0,727
5	1050	0,533	0,721	1,557	0,000	3,499
10	1100	0,533	0,744	1,513	0,000	6,679

Tolerancia negativa

%	$R_A (\Omega)$	$\omega_c (rad/s)$	δ_c	K	Error (ω_c)	Error (δ)
-1	990	0,533	0,692	1,616	0,000	0,742
-5	950	0,533	0,670	1,660	0,000	3,867
-10	900	0,533	0,640	1,720	0,000	8,163

Caso RB

Tolerancia positiva

%	$R_B (\Omega)$	$\omega_c (rad/s)$	δ_c	K	Error (ω_c)	Error (δ)
1	1212	0,533	0,692	1,616	0,000	0,735
5	1260	0,533	0,671	1,657	0,000	3,673
10	1320	0,533	0,646	1,708	0,000	7,347

Tolerancia negativa

%	$R_B (\Omega)$	$\omega_c (rad/s)$	δ_c	K	Error (ω_c)	Error (δ)
-1	1188	0,533	0,702	1,596	0,000	0,735
-5	1140	0,533	0,723	1,555	0,000	3,673
-10	1080	0,533	0,748	1,504	0,000	7,347

Caso C

Tolerancia positiva

%	$C (\Omega)$	$\omega_c (rad/s)$	δ_c	K	Error (ω_c)	Error (δ)
1	0,00000101	0,529	0,699	1,603	0,720	0,237
5	0,00000105	0,514	0,705	1,590	3,445	1,153
10	0,0000011	0,498	0,713	1,575	6,534	2,227

Tolerancia negativa

%	$C (\Omega)$	$\omega_c (rad/s)$	δ_c	K	Error (ω_c)	Error (δ)
-1	0,00000099	0,537	0,695	1,609	0,737	0,240
-5	0,00000095	0,553	0,688	1,623	3,860	1,235
-10	0,0000009	0,576	0,679	1,642	8,206	2,554

Los polos obtenidos son los siguientes:

Caso R

Tolerancia positiva

%	Parte real		Parte Imaginaria	Error (parte Real)	Error (parte imaginaria)
1	-0,369	+/-	0,378	0,5	1,0
5	-0,363	+/-	0,365	4,8	4,8
10	-0,355	+/-	0,349	9,1	9,1

Tolerancia negativa

%	Parte real		Parte Imaginaria	Error (parte Real)	Error (parte imaginaria)
1	-0,373	+/-	0,386	1,0	1,0
5	-0,381	+/-	0,401	5,3	5,3
10	-0,391	+/-	0,423	11,1	11,1

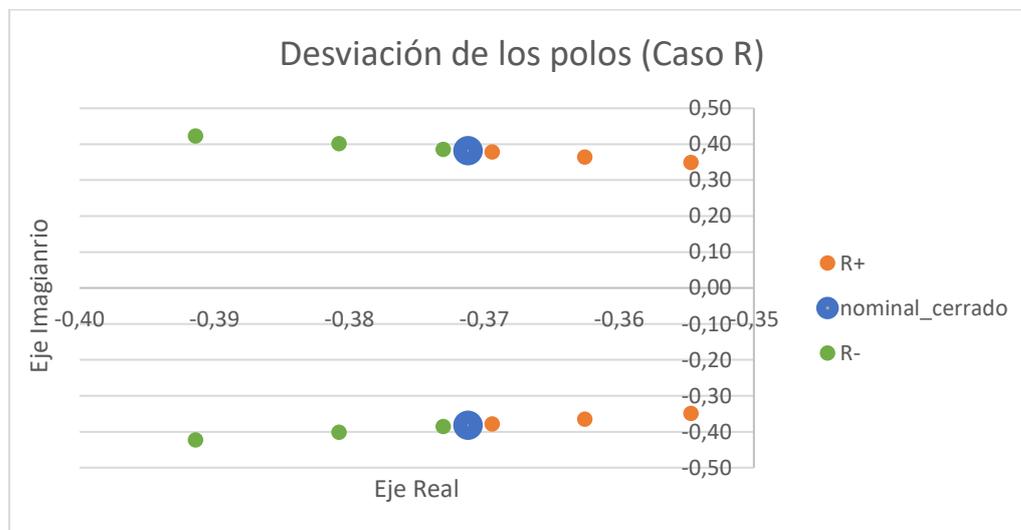


Figura 5.33. Representación de los polos en lazo cerrado variando R, donde R+ representa los casos de tolerancia positiva y R- los casos de tolerancia negativa.

Caso RA

Tolerancia positiva

%	Parte Real		Parte Imaginaria	Error (Parte Real)	Error (Parte imaginaria)
1	-0,374	+/-	0,379	1,5	0,3
5	-0,384	+/-	0,369	7,1	1,4
10	-0,396	+/-	0,356	13,6	2,8

Tolerancia negativa

%	Parte Real		Parte Imaginaria	Error (Parte Real)	Error (Parte imaginaria)
1	-0,368	+/-	0,385	1,5	0,3
5	-0,357	+/-	0,395	7,9	1,4
10	-0,341	+/-	0,409	16,7	2,9

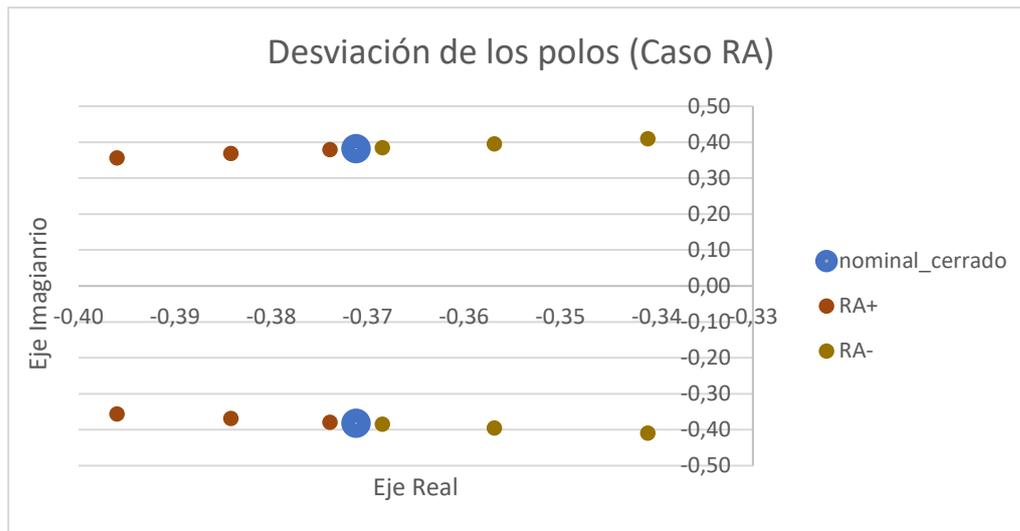


Figura 5.34. Representación de los polos en lazo cerrado variando R_A , donde $RA+$ representa los casos de tolerancia positiva y $RA-$ los casos de tolerancia negativa.

Caso RB

Tolerancia positiva

%	Parte Real		Parte Imaginaria	Error (Parte Real)	Error (Parte imaginaria)
1	-0,368	+/-	0,385	1,5	0,3
5	-0,358	+/-	0,395	7,5	1,4
10	-0,344	+/-	0,407	15,0	2,6

Tolerancia negativa

%	Parte Real		Parte Imaginaria	Error (Parte Real)	Error (Parte imaginaria)
1	-0,374	+/-	0,379	1,5	0,3
5	-0,385	+/-	0,368	7,5	1,5
10	-0,398	+/-	0,353	15,0	3,1

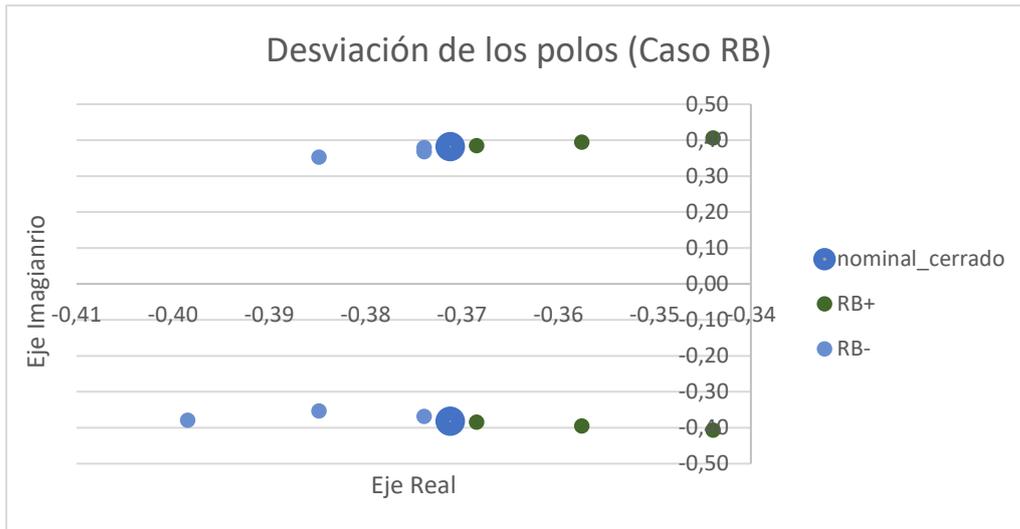


Figura 5.35. Representación de los polos en lazo cerrado variando R_B , donde RB^+ representa los casos de tolerancia positiva y RB^- los casos de tolerancia negativa.

Caso C

Tolerancia positiva

%	Parte Real		Parte Imaginaria	Error (Parte Real)	Error (Parte imaginaria)
1	-0,369	+/-	0,378	1,0	1,0
5	-0,363	+/-	0,365	4,8	4,8
10	-0,355	+/-	0,349	9,1	9,1

Tolerancia negativa

%	Parte Real		Parte Imaginaria	Error (Parte Real)	Error (Parte imaginaria)
1	-0,373	+/-	0,386	1,0	1,0
5	-0,381	+/-	0,401	5,3	5,3
10	-0,391	+/-	0,423	11,1	11,1

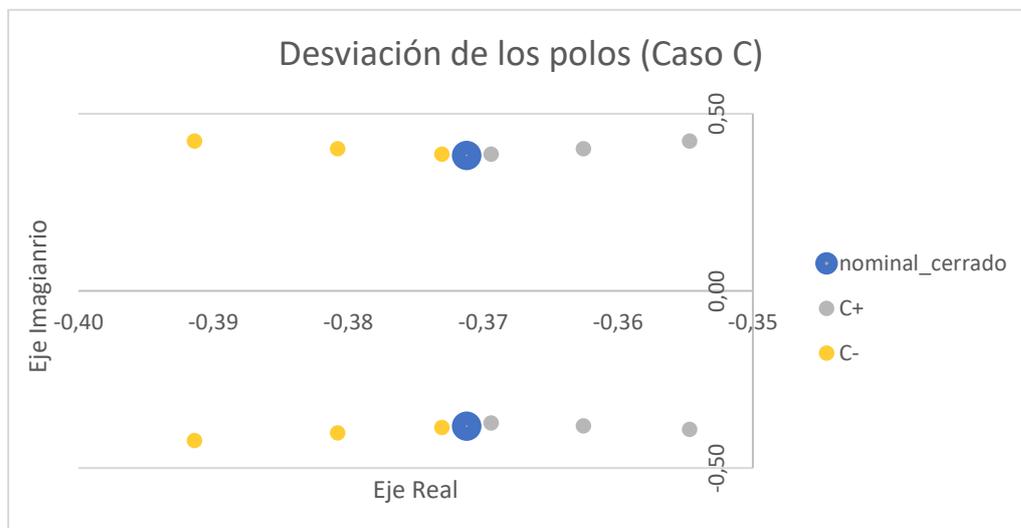


Figura 5.36. Representación de los polos en lazo cerrado variando C .

5.3.6 Análisis de los resultados obtenidos (lazo cerrado variando lazo abierto)

Tras presentar los datos obtenidos en el estudio de sensibilidad del lazo cerrado variando los parámetros del lazo abierto, se han generado gráficas que ofrecen una representación visual y comprensible de la relevancia de cada componente del circuito en los parámetros del sistema y en sus polos. Estas gráficas nos permiten determinar qué parámetros son los más críticos en cada caso.

En la Figura 5.37 se muestra el error relativo, expresado en porcentaje, de cada componente en relación con la frecuencia natural y al coeficiente de amortiguamiento en diferentes casos de tolerancia. Estos datos visuales nos brindan una comprensión clara de la contribución de cada componente a los parámetros clave del sistema.

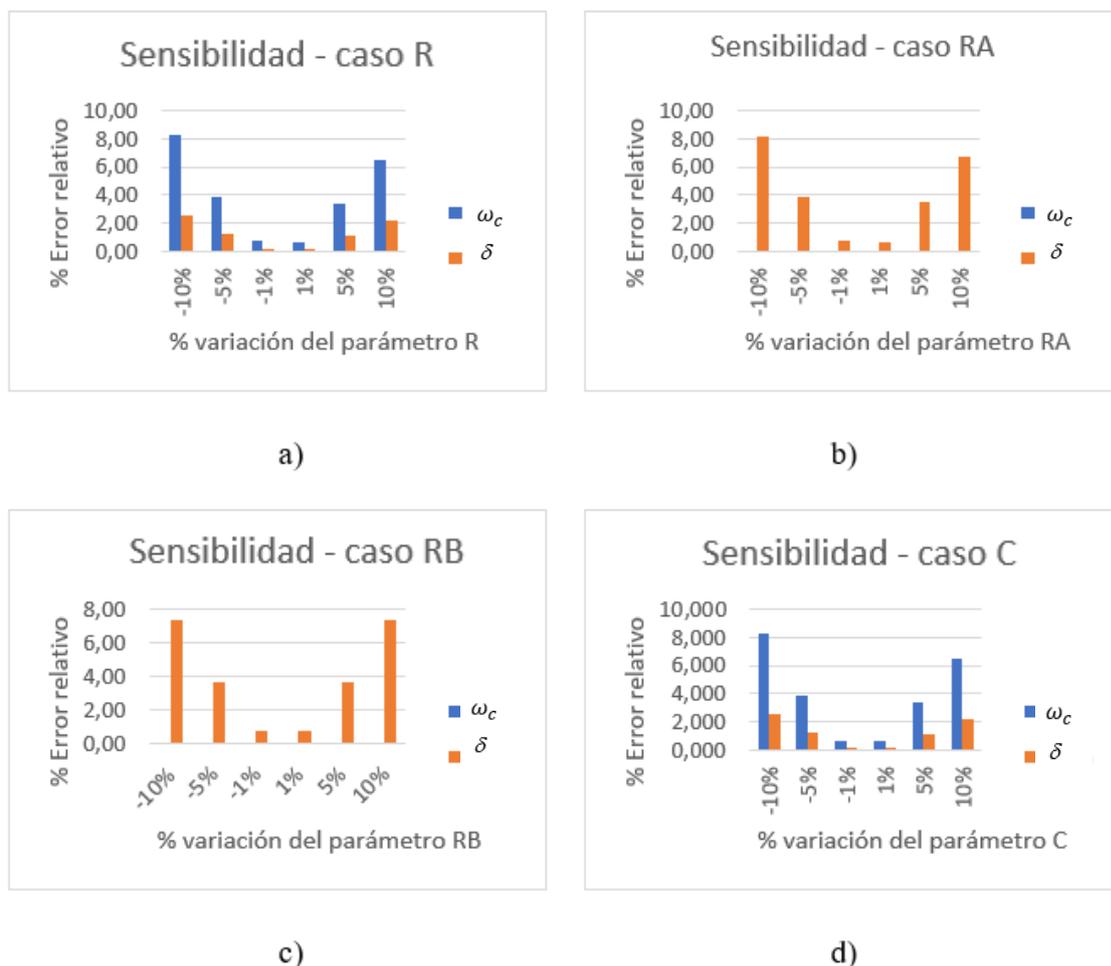


Figura 5.37. Representación gráfica de los resultados obtenidos en lazo cerrado donde se representa el error relativo frente a la tolerancia de cada caso. Casos: a) R b) RA c) RB d) C.

Al analizar los resultados, se observa que la variación de la resistencia R y el condensador C tiene el mismo impacto tanto en la frecuencia natural del sistema como en el coeficiente de amortiguamiento, como se muestra en la Figura 5.37 (a) y (d). Es importante destacar que

los cambios en la frecuencia natural son bastante significativos, mientras que los cambios en el coeficiente de amortiguamiento son más sutiles.

En contraposición, en la Figura 5.37(b) y (c) se muestra que tanto el caso de la resistencia R_A como la resistencia R_B solo tienen impacto en el coeficiente de amortiguamiento, y dicho impacto es bastante significativo.

Seguidamente, en la Figura 5.38 se muestra el error relativo, expresado en porcentaje, de cada componente con respecto a los polos en cada caso de tolerancia.

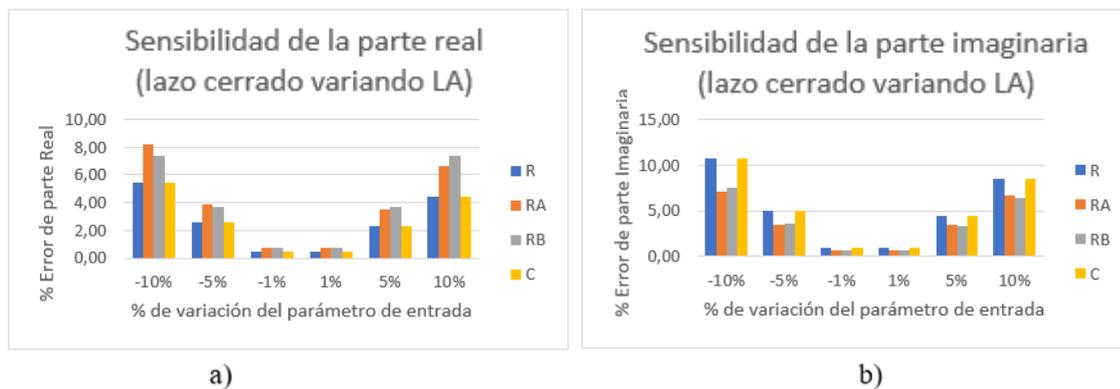


Figura 5.38. Representación gráfica del error relativo en los polos en lazo cerrado frente a la tolerancia de cada caso. A) Parte Real b) Parte Imaginaria.

Al analizar la Figura 5.38 observamos que se producen errores significativos en los polos del sistema, tanto en la parte real como en la parte imaginaria, especialmente cuando la tolerancia disminuye.

En cuanto a la parte real de los polos, los parámetros R_A y R_B son los que tienen un mayor impacto, generando un error considerable en su ubicación. Por otro lado, en la parte imaginaria, los componentes R y C son los más críticos, ya que su variación provoca un error significativo en la ubicación de los polos.

5.4 Resultados del estudio de saturación

Tras realizar simulaciones en el dominio transitorio, se obtuvieron los siguientes resultados relacionados con el problema de saturación:

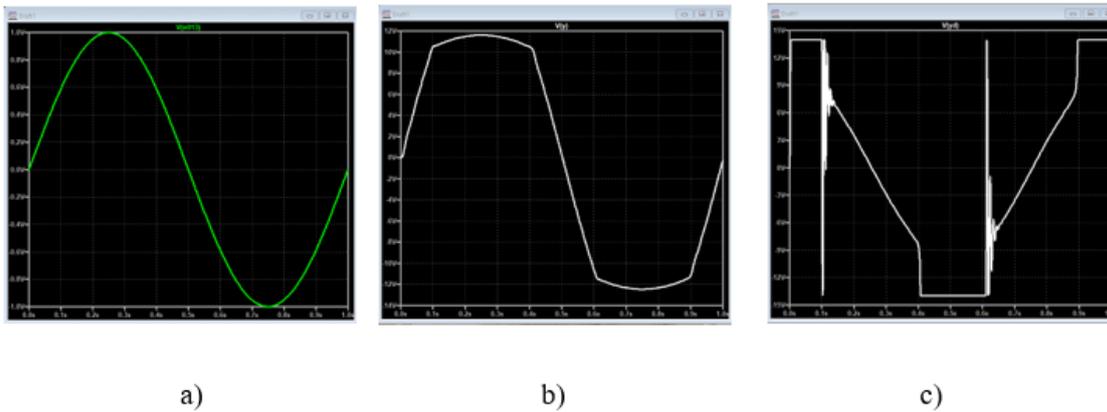


Figura 5.39. Simulación transitoria LTspice de las diferentes.

En la Figura 5.39 (c) se observa claramente la presencia de saturación en la salida del derivador (yd) del circuito. Para abordar este problema en el apartado 4.8 se propuso reducir la amplitud de la señal de entrada de 1 V a 10 mV. A continuación, realizamos una nueva simulación en el dominio transitorio (Figura 5.40) con la señal de entrada ajustada a 10 mV.

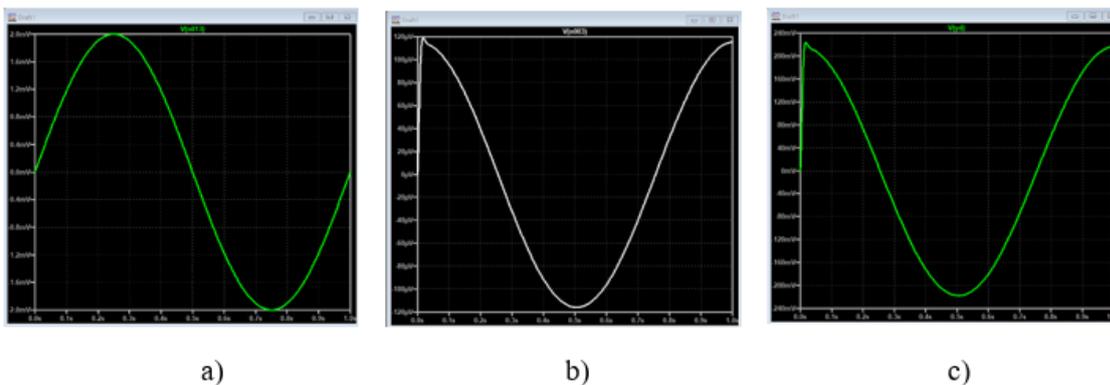


Figura 5.40. Simulación transitoria en LTspice con señal de entrada de 10 mV.

Los resultados de esta simulación mostraron que, gracias a la reducción de la amplitud de la señal de entrada, la saturación en la salida yd se eliminó por completo.

Además, durante el análisis de los resultados, se verificó que las señales y e yd se encontraban en cuadratura, como se esperaba. Dado que yd representa la derivada de la señal y , se espera que esté desfasada 90 grados con respecto a y . En la Figura 5.41 se observa la cuadratura de ambas señales.

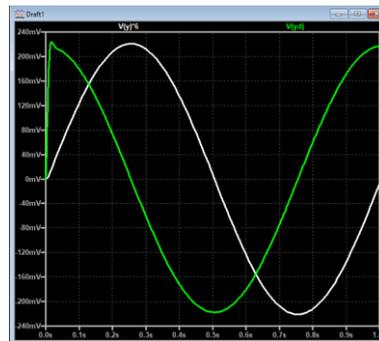


Figura 5.41. Simulación transitoria de y e y_d para comprobar cuadratura.

Para respaldar esta afirmación, se realizó la representación de Lissajous, donde se grafican las señales y e y_d , y se observa la forma de la figura resultante esta desfasada 90° . En la Figura 5.42 se muestra dicho lissajous, confirmando la relación en cuadratura entre las señales.

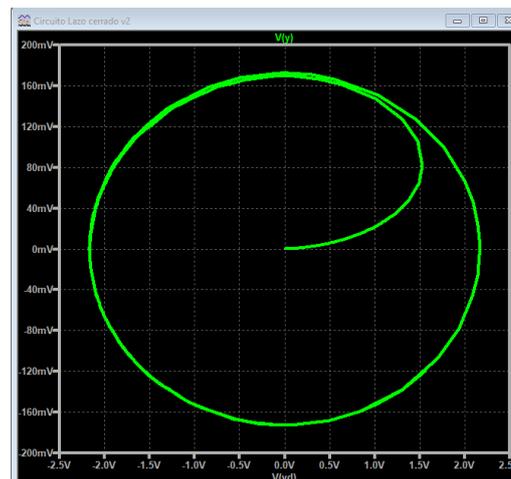


Figura 5.42. Representación de lissajous en LTspice de y frente y_d .

Estos resultados demuestran que la reducción de la amplitud de la señal de entrada fue efectiva para solucionar el problema de saturación en la salida y_d . Además, la observación de la relación en cuadratura entre las señales y e y_d respalda el comportamiento esperado del sistema.

5.5 Resultados del estudio de perturbación

En esta sección, se presentan los resultados del estudio de perturbación realizado para evaluar el impacto de introducir una pequeña perturbación en el sistema. Se analizan tanto el sistema en lazo abierto como en lazo cerrado, y se realiza un estudio adicional del caso de la realimentación fraccionaria en comparación con la realimentación tradicional (lazo cerrado).

5.5.1 Estudio de perturbación (lazo abierto)

En la Figura 5.43 se muestra la respuesta en magnitud y fase obtenida mediante la simulación en LTspice para el circuito del lazo abierto.

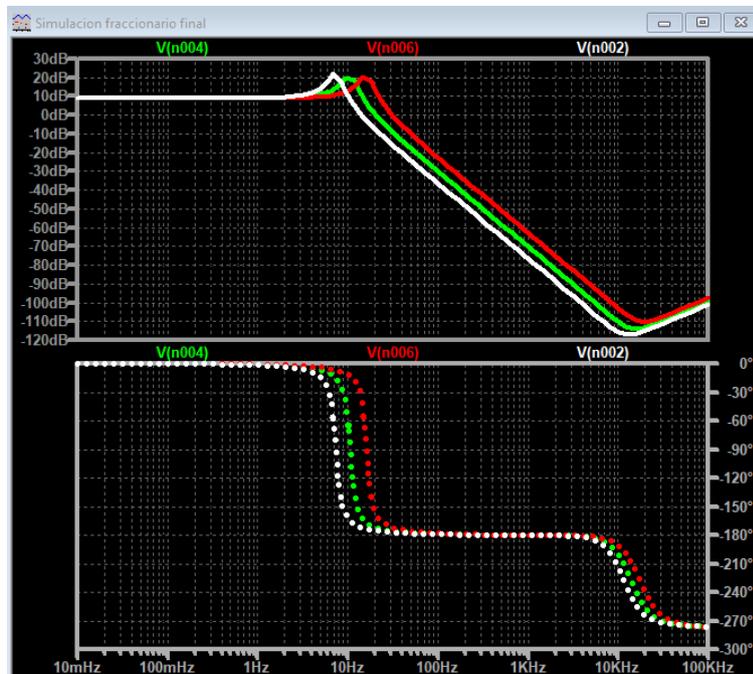


Figura 5.43. Respuesta en frecuencia del análisis de perturbación en lazo abierto

Leyenda	
Verde	$R = 150 \text{ k}\Omega$ $C = 100 \text{ nF}$
Blanco	$R = 120 \text{ k}\Omega$ $C = 82 \text{ nF}$
Rojo	$R = 180 \text{ k}\Omega$ $C = 120 \text{ nF}$

A continuación, se muestran en las Tabla 5.1 los resultados correspondientes a cada de perturbación:

Lazo abierto				
	ω_p (rad/s)	δ	Parte Real	Parte imaginaria
Inicial	66,67	0,10	6,67	66,33
P1	101,63	0,10	10,16	101,12
P2	46,30	0,10	4,63	46,06

Tabla 5.1. Resultados obtenidos en el Análisis de Perturbación del sistema en lazo abierto

Para facilitar el análisis de estos datos, se calculan los errores relativos de cada perturbación y se muestran en la Tabla 5.2.

	Error P1 (%)	Error P2 (%)
ω_p	52,44	30,56
δ	0,00	0,00
Parte Real	52,44	30,56
Parte imaginaria	52,44	30,56

Tabla 5.2. Errores relativos de cada parámetro del lazo abierto

Como era de esperar, los resultados muestran que al añadir una perturbación al sistema en lazo abierto y cambiar la frecuencia natural del sistema, se producen cambios importantes en la dinámica de este, ya que los polos del sistema varían considerablemente con respecto al valor inicial.

5.5.2 Estudio de perturbación (lazo cerrado)

En la Figura 5.44 se muestra la respuesta en magnitud y fase obtenida mediante la simulación en LTspice para el circuito del lazo cerrado.

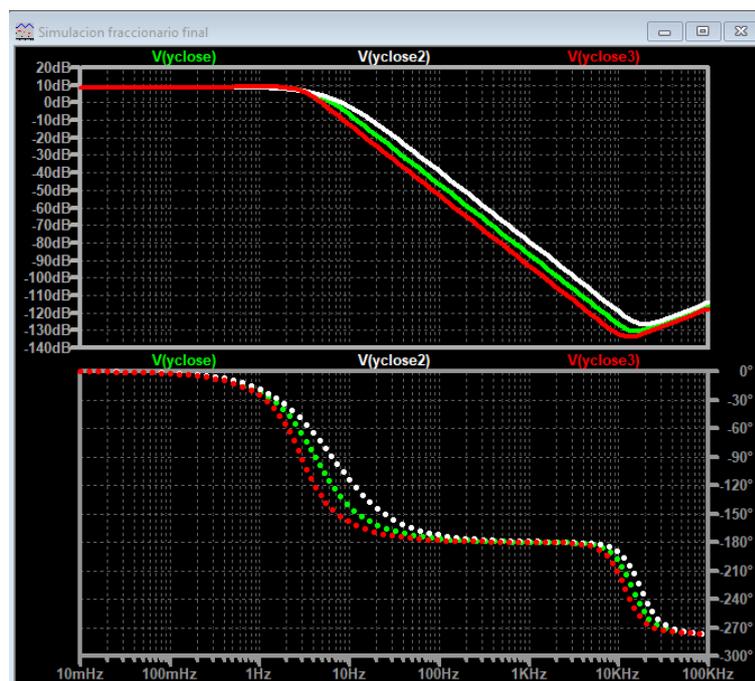


Figura 5.44. Respuesta en frecuencia del análisis de perturbación lazo cerrado

Leyenda	
Verde	$R = 150 \text{ k}\Omega \quad C = 100 \text{ nF}$
Blanco	$R = 120 \text{ k}\Omega \quad C = 82 \text{ nF}$
Rojo	$R = 180 \text{ k}\Omega \quad C = 120 \text{ nF}$

A continuación, se muestran en las Tabla 5.3 los resultados correspondientes a cada de perturbación.

Lazo cerrado				
	$\omega_p \text{ (rad/s)}$	δ	Parte Real	Parte imaginaria
Inicial	25,95	0,77	19,91	16,65
P1	39,5579	1,0346	40,93	10,50
P2	18,0208	0,6112	11,01	14,26

Tabla 5.3. Resultados obtenidos en el análisis de perturbación del sistema en lazo cerrado.

De la misma manera que en el apartado anterior para facilitar el análisis de estos datos, se calculan los errores relativos de cada perturbación y se muestran en la Tabla 5.4.

	Error P1 (%)	Error P2 (%)
ω_p	52,44	30,56
δ	34,88	20,32
Parte Real	105,60	44,67
Parte imaginaria	36,96	14,33

Tabla 5.4. Errores relativos de cada parámetro del lazo cerrado.

Al analizar los resultados obtenidos en el lazo cerrado, se observa que al añadir una perturbación al sistema y cambiar la frecuencia natural, se producen cambios importantes en la dinámica y comportamiento del sistema. Tanto el coeficiente de amortiguamiento como los polos del sistema se ven afectados por estas perturbaciones. Los errores relativos muestran la magnitud de estos cambios en relación con los valores iniciales.

5.5.3 Estudio de perturbación (lazo fraccionario)

En la Figura 5.45 se muestra la respuesta en magnitud y fase obtenida mediante la simulación en LTspice para el circuito del lazo fraccionario.

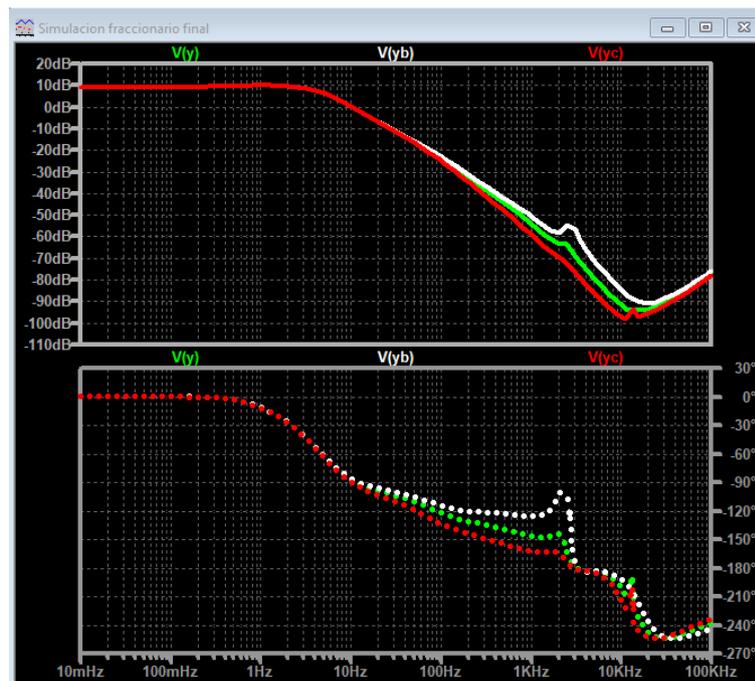


Figura 5.45. Respuesta en frecuencia del análisis de perturbación lazo fraccionario.

Leyenda	
Verde	$R = 150 \text{ k}\Omega \quad C = 100 \text{ nF}$
Blanco	$R = 120 \text{ k}\Omega \quad C = 82 \text{ nF}$
Rojo	$R = 180 \text{ k}\Omega \quad C = 120 \text{ nF}$

A continuación, se muestran en las Tabla 5.5 los resultados correspondientes a cada de perturbación.

lazo fraccionario				
	$\omega_p \text{ (rad/s)}$	δ	Parte Real	Parte imaginaria
Inicial	22,92	0,92	20,97	9,25
	1.586,37	0,50	798,90	1.370,53
P1	26,51	0,92	24,39	10,38
	1.593,21	0,50	802,50	1.376,34
P2	20,78	0,92	17,42	8,35
	1.572,43	0,5	795.13	1368,98

Tabla 5.5. Resultados obtenidos en el Análisis de Perturbación del sistema en lazo fraccionario.

De la misma manera que en el apartado anterior para facilitar el análisis de estos datos, se calculan los errores relativos de cada perturbación y se muestran en la Tabla 5.6.

	Error P1 (%)	Error P2 (%)
ω_p	15,66	9,34
	0,43	0,88
δ	0	0
	0	0
Parte Real	16,31	16,93
	0,45	0,45
Parte imaginaria	12,22	12,22
	0,42	0,11

Tabla 5.6. Tabla Errores relativos de cada parámetro del lazo cerrado.

Al analizar los resultados obtenidos en el lazo fraccionario, se observa que al introducir una perturbación en el sistema y modificar la frecuencia natural, no se producen cambios significativos en la dinámica y comportamiento del sistema, al menos hasta 1 kHz. Sin embargo, a partir de esa frecuencia, se observan diferencias en la respuesta del sistema. Es importante tener en cuenta que la placa fraccionaria está diseñada para operar en un rango específico, desde 1,6 mHz hasta 1,6 kHz, lo cual limita su funcionamiento más allá de esa frecuencia.

5.5.4 Resultados conjuntos del análisis de perturbación

A continuación, se realiza una simulación superponiendo las gráficas anteriores para poder compararlas con mayor precisión. En la Figura 5.46 (a) se muestra la respuesta en magnitud y en la Figura 5.46 (b) se muestra la respuesta en fase. La primera gráfica corresponde al lazo abierto, la segunda gráfica al lazo cerrado y la tercera gráfica al lazo fraccionario.

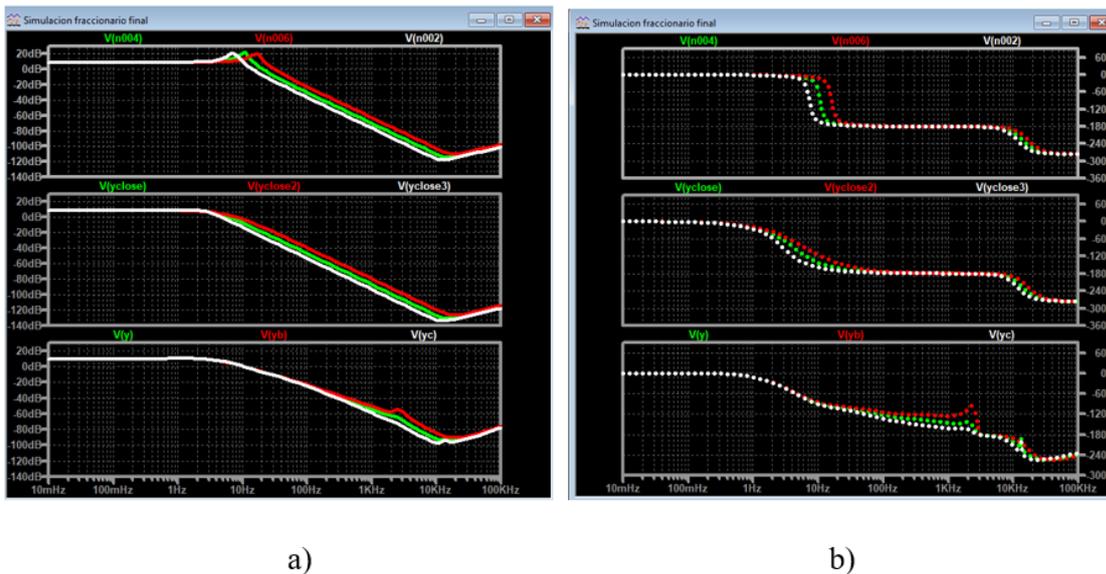


Figura 5.46. Comparación de la respuesta en frecuencia de cada circuito. Representación en: a) magnitud b) fase.

Leyenda	
Verde	$R = 150 \text{ k}\Omega$ $C = 100 \text{ nF}$
Blanco	$R = 120 \text{ k}\Omega$ $C = 82 \text{ nF}$
Rojo	$R = 180 \text{ k}\Omega$ $C = 120 \text{ nF}$

Al analizar la Figura 5.46 se observa que se introduce una perturbación en el sistema en lazo abierto, lo que provoca un desplazamiento de la frecuencia natural, ya sea hacia la derecha o hacia la izquierda, dependiendo del caso de perturbación. A continuación, se procede a cerrar el lazo. En la segunda gráfica se muestra el resultado de la realimentación tradicional, mientras que la tercera gráfica corresponde a la realimentación fraccionaria.

En la realimentación tradicional, se aprecia cómo la perturbación generada en el lazo abierto afecta al comportamiento del sistema en lazo cerrado, desviándose de su valor inicial (representado por la curva verde). Por otro lado, en la tercera gráfica se observa que, a pesar de que la realimentación fraccionaria introduce una perturbación en el sistema, este mantiene su comportamiento, al menos hasta un poco menos de 1 kHz. Es importante destacar que el rango de la placa fraccionaria abarca desde 1,6 mHz hasta 1,6 kHz y teóricamente debería corregir hasta 1,6 kHz. Sin embargo, en la práctica solo corrige hasta aproximadamente 500 Hz, a partir del cual comienza a desviarse del valor inicial. Esta desviación puede atribuirse a lo que se mencionó en la sección 5.1, donde se evidencia que los amplificadores

operacionales reales pueden comportarse de manera anómala cuando se alcanza una frecuencia de 1 kHz debido a las limitaciones de la respuesta del amplificador operacional.

En conclusión, se comprueba cómo la realimentación fraccionaria es una gran alternativa a la realimentación tradicional, ya que nos permite tener más holgura en el lazo abierto. Sin embargo, su implementación es más compleja debido a la introducción de términos fraccionarios.

5.6 Resultados de la implementación del circuito en una protoboard

A continuación, en la Figura 5.47 se representa la respuesta en frecuencia obtenida mediante las medidas tomadas en la placa *protoboard*, y se compara con las realizadas en la simulación.

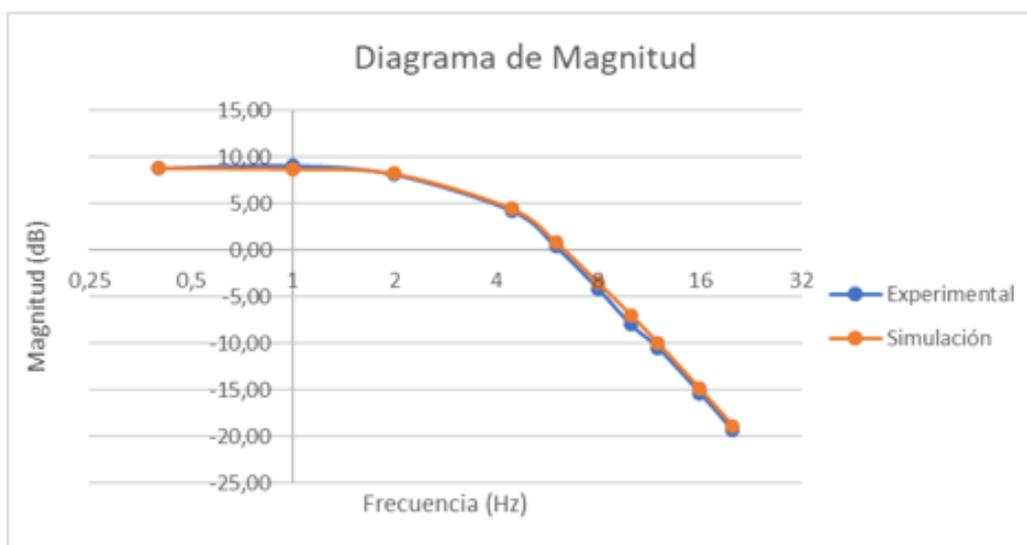


Figura 5.47. Representación de los resultados obtenidos con la placa *protoboard*.

Observando la Figura 5.47, se confirma que el circuito se ha implementado con éxito. La respuesta obtenida en la *protoboard* es muy similar a la respuesta previamente obtenida en la simulación, considerando que las medidas no son completamente exactas debido a las limitaciones mencionadas anteriormente. Esto nos permite proceder a probarlo en una PCB (placa de circuito impreso).

5.7 Resultados de la implementación del circuito en una PCB

En la Figura 5.47 se muestra la PCB fabricada para implementar el circuito del lazo cerrado.

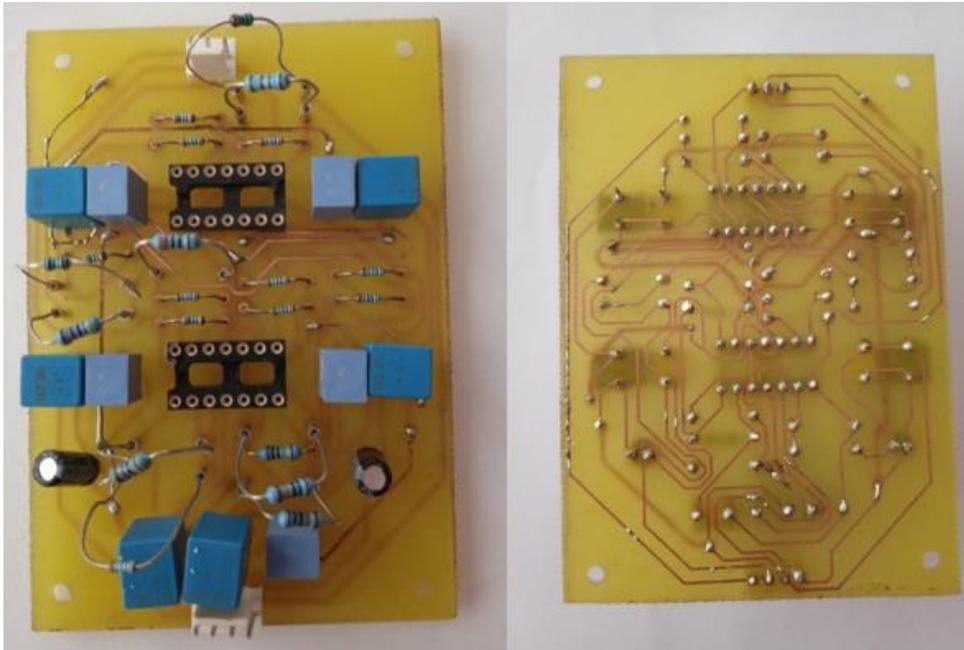


Figura 5.47. Cara superior e inferior de la PCB de la implementación del sistema en lazo cerrado (placa 1).

En la Figura 5.48 se representa la respuesta en frecuencia obtenida mediante la simulación y las medidas tomadas con la placa 1 (lazo cerrado). En concreto en (a) se representa la repuesta obtenida en la simulación inicial (Simulación_0) y la respuesta obtenida al introducir una perturbación al sistema (Simulación_wp) esta perturbación es el caso 1 del análisis de perturbación. En cambio, en (b) se representa la respuesta obtenida experimental usando los valores iniciales (Experimental_0) y los valores de perturbación (Experimental_wp)

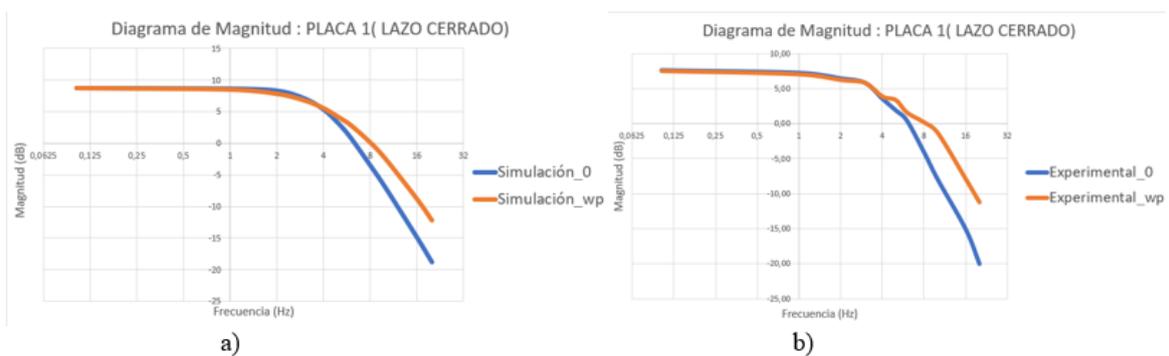


Figura 5.48. Comparación respuesta en frecuencia de la simulación (a) y los resultados experimentales (b).

Al analizar los resultados obtenidos en la placa 1, se confirma que esta funciona de manera satisfactoria a pesar de los posibles defectos de soldadura y los errores en las mediciones realizadas.

Ahora pasamos a ver los resultados de la placa 2 (lazo fraccionario). En Figura 5.5 se muestra la PCB fabricada para implementar el circuito del lazo fraccionario.

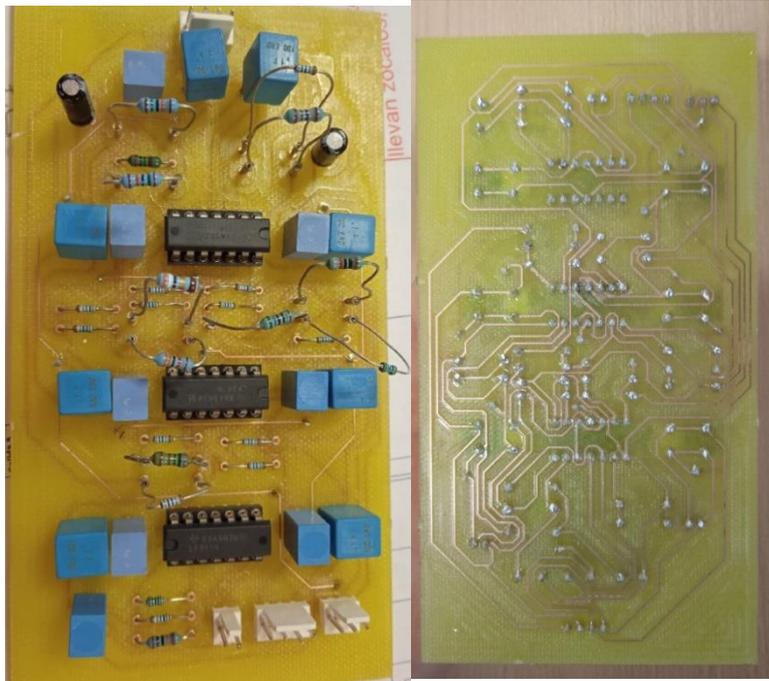


Figura 5.49. Cara superior e inferior de la PCB de la implementación del sistema en lazo fraccionario (placa 2).

En la Figura 5.50 se representa la respuesta en frecuencia obtenida mediante las medidas tomadas de la placa 2 (lazo fraccionario).

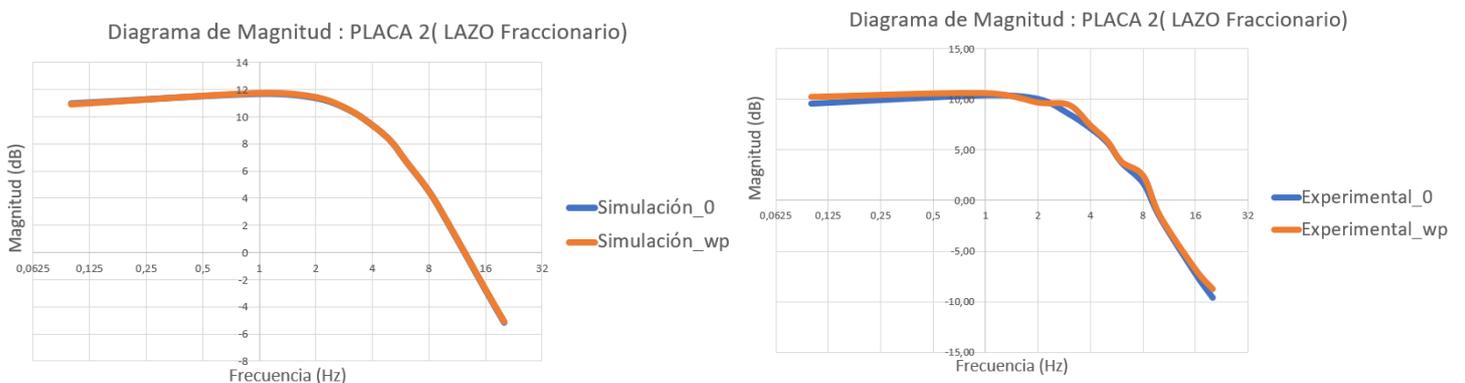


Figura 5.50. Comparación respuesta en frecuencia de la simulación y los resultados experimentales.

Al analizar los resultados obtenidos en la placa 2, se confirma que esta funciona de manera satisfactoria a pesar de que la ganancia es un poco menor a la obtenida en la simulación esto se puede deber a defectos de soldadura o posibles errores en las mediciones realizadas.

Ahora en la Figura 5.51 procederemos a comparar las respuestas obtenidas en ambas placas para verificar si realmente se mejora el comportamiento del sistema frente a una perturbación externa, tal y como se demostró en las simulaciones del análisis de perturbación.

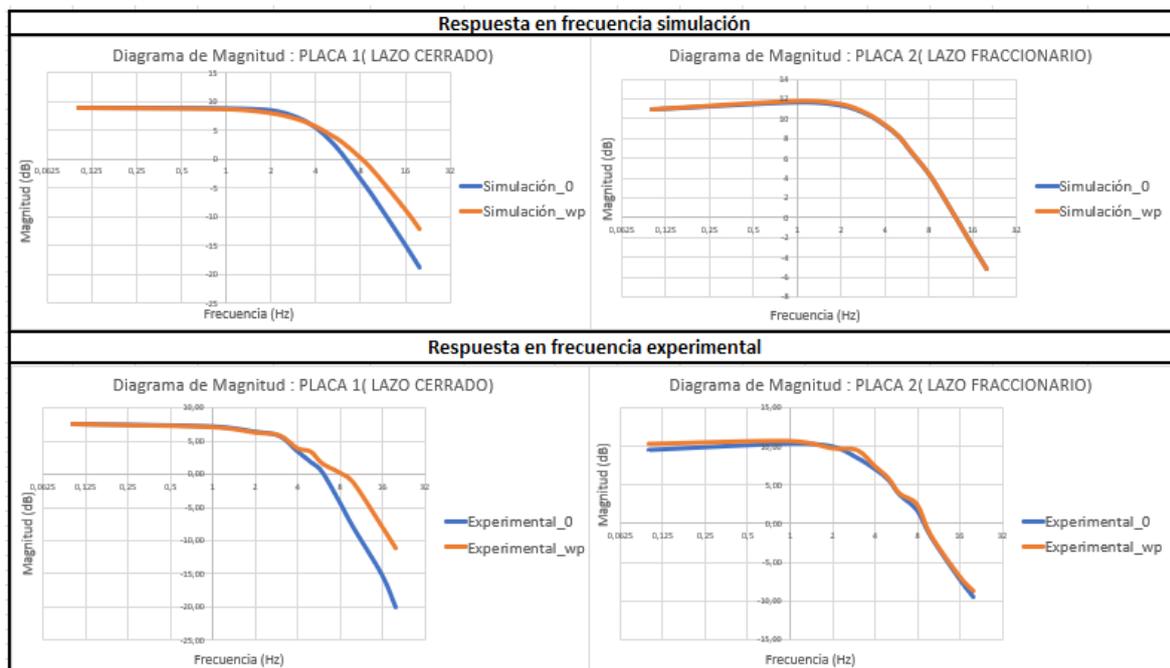


Figura 5.51. Comparación de la respuesta en frecuencia ambas placas junto a su correspondiente simulación.

Es evidente que, a pesar de los posibles errores de medición y problemas de soldadura, las placas funcionan correctamente. En el lazo cerrado (placa 1), se observa un impacto significativo de la perturbación en la respuesta del sistema. Por otro lado, en el lazo fraccionario (placa 2), la perturbación tiene un efecto muy insignificante en el comportamiento del sistema.

6. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En esta sección, se llevará a cabo una discusión detallada de los resultados obtenidos en el estudio de sensibilidad y perturbación de los circuitos propuestos en cada estudio y de los resultados obtenidos de la implementación en PCB. Se analizarán los principales hallazgos y se establecerán conclusiones basadas en los datos recopilados.

6.1 Estudio de sensibilidad

Podemos resumir el estudio en las siguientes tablas donde vemos que variables del circuito afectan a la frecuencia natural del sistema y el coeficiente de amortiguamiento dependiendo de cada caso.

Lazo abierto	
R o C	ω_0
R_A o R_B	δ

Tabla 6.1. Variables que afectan a la ω_0 y al δ del lazo abierto

Lazo cerrado	
R_F o R_1	ω_c
R_F o R_1 o R_2	δ

Tabla 6.2. Variables que afectan a la ω_c y al δ del lazo cerrado cuando variamos los componentes del lazo cerrado

Lazo cerrado (lazo abierto)	
R o C	ω_0, ω_c
R o C o R_A o R_B	δ

Tabla 6.3. Variables que afectan a la ω_c y al δ del lazo cerrado cuando variamos los componentes del lazo abierto

En el estudio de sensibilidad, se analizaron las variables para determinar su efecto en la frecuencia natural del sistema y el coeficiente de amortiguamiento. Los resultados se resumen en tablas separadas para el lazo abierto y el lazo cerrado.

En el análisis del lazo abierto, se determinó que la frecuencia natural del sistema se ve principalmente afectada por las variaciones en la resistencia (R) o el capacitor (C). Por otro lado, el coeficiente de amortiguamiento se ve influenciado por cambios en las resistencias R_A o R_B . Esto resalta la importancia de elegir de manera adecuada estos componentes para alcanzar los valores deseados de frecuencia natural y coeficiente de amortiguamiento.

Al realizar modificaciones únicamente en los parámetros del lazo cerrado, manteniendo constantes los valores del lazo abierto, se obtuvieron resultados distintos a los obtenidos en el lazo abierto. En cuanto a la frecuencia natural, se identificó que las resistencias R_f o R_1 son los parámetros críticos, mientras que, para el coeficiente de amortiguamiento, los cambios en R_f , R_1 o R_2 tienen un impacto significativo. Estos resultados resaltan la importancia de ajustar adecuadamente estas resistencias para controlar la respuesta del sistema en el lazo cerrado.

Por último, al modificar solamente los parámetros del lazo abierto manteniendo constantes los valores del lazo cerrado, se observó que la frecuencia natural se ve afectada por R y C , mientras que el coeficiente de amortiguamiento se ve principalmente influenciado por R_A y R_B , aunque las componentes R y C también tienen un efecto leve en este parámetro.

6.2 Análisis de perturbación

El análisis de perturbación nos ha proporcionado una idea clara y simple de los beneficios que se pueden obtener al utilizar la retroalimentación fraccionaria en comparación con la retroalimentación tradicional. Se ha observado que la retroalimentación fraccionaria ha hecho que el sistema sea más robusto, al menos dentro del rango de frecuencia deseado. Sin embargo, se podría ampliar ese rango utilizando una placa de orden superior, ya que la que se ha utilizado es de orden 4 y presenta limitaciones. Además, los amplificadores operacionales también tienen limitaciones en cuanto a su ancho de banda, lo que impide estudiar adecuadamente la respuesta en frecuencia en todo el rango esperado ya que pueden aparecer anomalías como se vió en la prueba de los amplificadores ideales y reales.

6.3 Implementación

En cuanto a la implementación en protoboard y PCB, se obtuvieron resultados adicionales que permitieron evaluar el comportamiento del circuito en la práctica. Estos resultados se compararon con las simulaciones realizadas previamente en LTspice. A través de la comparación de la respuesta en frecuencia, se pudo verificar la consistencia entre los resultados teóricos y prácticos.

En resumen, la discusión de los resultados del estudio de sensibilidad y la implementación en PCB proporciona información valiosa sobre los parámetros clave del sistema y cómo pueden ser controlados y ajustados. Estos resultados permiten comprender mejor el comportamiento de los circuitos propuestos y ofrecen una base sólida para futuras mejoras y aplicaciones prácticas.

7. PRESUPUESTO

En esta sección se proporcionará un desglose del presupuesto del proyecto, incluyendo el costo del material para cada placa, la mano de obra y el costo de ejecución. Es importante tener en cuenta que estos precios son aproximados y están sujetos a cambios debido a las fluctuaciones frecuentes en el costo de los componentes. A continuación, se presenta el presupuesto para la creación de las dos placas: la placa 1 (lazo cerrado) y la placa 2 (lazo fraccionario).

PLACA 1: LAZO CERRADO			
Descripción	Cantidad	Coste Unitario (€/u)	Coste Total(€)
Resistencia 1 kΩ	9	0,1	0,90 €
Resistencia 150 kΩ	2	0,12	0,24 €
Resistencia 1,8 kΩ	1	0,12	0,12 €
Resistencia 1,5 kΩ	1	0,12	0,12 €
Resistencia 10 kΩ	1	0,12	0,12 €
Resistencia 1 MΩ	1	0,15	0,15 €
Resistencia 330 Ω	1	0,12	0,12 €
Resistencia 47 kΩ	1	0,12	0,12 €
Condensador 1 μf (cerámico)	5	2,45	12,25 €
Condensador 100 nf (cerámico)	6	0,56	3,36 €
Condensador 10 μf (electrolítico)	2	1,3	2,60 €
Amplificador operacional LF347N, ±18 V, 3 MHz, 14 pines	2	2	4,00 €
Placa Fotosensible para fabricación de PCB 200 cm ²	1	7,2	7,20 €
Bote de 250 gramos. Sosa cáustica	0,1	3,98	0,40 €
Ácido revelador placas fotosensibles, bote de 3 litros	0,1	8,35	0,84 €
Total			32,53 €

Tabla 7.1. Presupuesto de la placa 1(lazo cerrado).

PLACA 2: LAZO FRACCIONARIO			
Descripción	Cantidad	Coste Unitario (€/u)	Coste Total (€)
Resistencia 1 kΩ	13	0,1	1,30 €
Resistencia 150 kΩ	2	0,12	0,24 €
Resistencia 1,8 kΩ	1	0,12	0,12 €
Resistencia 8,2 kΩ	1	0,12	0,12 €
Resistencia 10 kΩ	1	0,12	0,12 €
Resistencia 1 MΩ	1	0,2	0,20 €
Resistencia 100 kΩ	1	0,12	0,12 €
Resistencia 39 Ω	1	0,12	0,12 €
Resistencia 33 kΩ	1	0,12	0,12 €
Resistencia 560 Ω	1	0,12	0,12 €
Resistencia 820 kΩ	1	0,12	0,12 €
Condensador 1μf (cerámico)	8	2,45	19,60 €
Condensador 100 nF (cerámico)	8	0,56	4,48 €
Condensador 10 μΦ (electrolítico)	2	1,3	2,60 €
Amplificador operacional LF347N, ±18 V, 3 MHz, 14 pines	3	2	6,00 €
Placa fotosensible para fabricación de PCB (200cm ²)	1	7,2	7,20 €
Bote de 250 gramos de sosa cáustica	0,1	3,98	0,40 €
Ácido revelador (placas fotosensibles), bote de 3 litros	0,1	8,35	0,84 €
Total			43,81 €

Tabla 7.2. Presupuesto de la placa 2 (lazo fraccionario).

Mano de obra			
Descripción	nº horas	Precio/ Hora (€)	Precio total
Diseño, desarrollo y montaje de prototipo	100	42	4200

Tabla 7.3. Presupuesto (mano de obra).

Presupuesto total	
Descripción	Precio
Placa 1: lazo cerrado	32,53 €
Placa 2: lazo fraccionario	32,53 €
Mano de obra	4.200,00 €
Total	4.265,07 €

Tabla 7.4. Presupuesto total de la implementación de las dos placas.

El presupuesto total del proyecto asciende a 4.265,07 €.

CONCLUSIONES

Las conclusiones obtenidas durante el desarrollo de este proyecto se resumen a continuación.

- Se llevó a cabo un estudio exhaustivo sobre el diseño, análisis e implementación analógica de un sistema de segundo orden en lazo abierto, lazo cerrado y en lazo fraccionario.
- En el estudio de sensibilidad, se analizaron las variables de entrada, es decir, los componentes del circuito, para determinar su impacto en la frecuencia natural, coeficiente de amortiguamiento y polos del sistema. Se identificaron los parámetros críticos en cada configuración de circuito, lo cual es fundamental para el diseño y ajuste adecuado de los componentes.
- Se realizó un análisis de perturbación comparando el funcionamiento en lazo abierto, lazo cerrado y lazo fraccionario, demostrando que la realimentación fraccionaria mejora el comportamiento del sistema y lo hace inmune en cierto rango de frecuencia a las perturbaciones externas. Estos resultados confirman que la realimentación fraccionaria es una excelente alternativa a la realimentación tradicional (en lazo cerrado).
- Se realizaron simulaciones en LTspice y se implementaron los circuitos en protoboard y PCB para validar los resultados teóricos y evaluar su comportamiento práctico. La implementación en PCB permitió validar los resultados teóricos y evaluar el comportamiento práctico de los circuitos diseñados.

CONCLUSIONS

The conclusions obtained during the development of this project are summarized below.

- A comprehensive study was carried out on the design, analysis, and analog implementation of a second-order system in open loop, closed loop, and fractional loop.
- In the sensitivity analysis, the input variables, i.e., the circuit components, were analyzed to determine their impact on the natural frequency, damping coefficient, and system poles. The critical parameters were identified in each circuit configuration, which is essential for the proper design and adjustment of the components.
- A disturbance analysis was performed comparing the operation in open loop, closed loop, and fractional loop, demonstrating that fractional feedback improves the system's behavior and makes it immune to external disturbances within a certain frequency range. These results confirm that fractional feedback is an excellent alternative to traditional feedback (in closed loop).
- Simulations were conducted in LTspice, and the circuits were implemented on a breadboard and PCB to validate the theoretical results and evaluate their practical performance. The PCB implementation allowed validating the theoretical results and evaluating the practical behavior of the designed circuits.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] *Control Realimentado: Diagrama de Bode*. Disponible en: [Control Realimentado: Diagrama de Bode](#).
- [2] DadeMuch,com - *Sistema de segundo orden*. Disponible en: [Sistema de segundo orden](#)
- [3] YouTube - Vídeo sobre control de sistemas de segundo orden. Disponible en: [Vídeo sobre control de sistemas de segundo orden](#)
- [4] A.R. Hambley: *Electrónica*, 2ª ed., Prentice Hall, 2000.
- [5] D.H Horrocks: *A non-inverting differentiator using a single operational amplifier*, International Journal of Electronics, 37:3, 433-434, 1973.
- [6] M. L. González: *LTspice: Análisis de circuitos y dispositivos electrónicos*. Editorial de la Universidad Nacional de La Plata (EDULP), 2018.
- [7] MathWorks - Documentación de la función "bode" de *Control System Toolbox*. Disponible en: [Documentación de la función "bode" de Control System Toolbox](#)
- [8] T. Fernández, A. Portilla: *Diseño, simulación y validación de filtros activos de Sallen-Key y de Rauch en el entorno de Matlab*, Universidad de Cantabria, 2014
- [9] S. Franco: *Diseño con amplificadores operacionales y circuitos integrados lineales*, McGraw-Hill, 2002.

ANEXOS

ANEXO I

Script de Matlab para graficar la respuesta en lazo abierto a partir de los valores de los componentes del circuito

```
%Script de Matlab para graficar la respuesta en lazo abierto a partir  
% de los valores de los componentes del circuito
```

```
%Asignación de los valores de los componentes del circuito
```

```
R = 150*10^3;  
C = 100*10^-9;  
RA = 1000;  
RB = 1800;
```

```
%Cálculo de los parámetros del sistema
```

```
k = 1+RB/RA;  
delta0 = (3-k) /2;  
w0 = 1/(R*C);
```

```
%Creación de la función de transferencia
```

```
figure (1)  
num = k*w0^2;  
den = [1 (2*delta0*w0) (w0^2)];  
sys = tf(num,den);  
bode (sys)
```

```
%Cálculo de las raíces o polos del sistema
```

```
%figure(2)  
%roots(den)  
%zplane(roots(den))
```

ANEXO II

Script de Matlab para graficar la respuesta en lazo cerrado a partir de los valores de los componentes del circuito

```
%Script de Matlab para graficar la respuesta en Lazo Cerrado a partir
% de los valores de los componentes del circuito
```

```
%Asignación de los valores en LA
```

```
R = 150*10^3;
C = 100*10^-9;
RA = 1000;
RB = 1800;
```

```
%Cálculo de los parámetros del sistema LA
```

```
k = 1+RB/RA;
delta0 = (3-k) /2;
w0 = 1/(R*C);
```

```
%Asignación de los valores en LC
```

```
Rf = 100;
R1 = 330;
R2 = 47000;
c0 = k*w0^2;
c1 = -Rf/R1;
c2 = Rf/R2;
```

```
%Cálculo de los parámetros del sistema LC
```

```
wc = sqrt(w0^2+c0*c1) ;
deltac = (2*delta0*w0+c0*c2)/(2*sqrt(w0^2+c0*c1));
```

```
%Creación de la función de transferencia
```

```
figure (2)
num = k*w0^2;
den = [1 (2*deltac*wc) (wc^2)];
sys = tf(num,den);
bode (sys)
```

```
%Cálculo de las raíces o polos del sistema
```

```
%figure(2)
%roots(den)
%zplane(roots(den))
```

ANEXO III

Script de Matlab para obtener los datos del LT-Spice del sistema en lazo cerrado

```

%Analizador de diagrama de Bode

% Lista de nombres de archivo
file_list = {'close0.txt', 'close1.txt', 'close2.txt'};
nombre = {'inicial', 'perturbación 1', 'perturbación 2'};

%Declaración de las variables donde guardaremos los valores del sistema
delta_values = zeros(size(file_list));
wp_values = zeros(size(file_list));
zeta_values = zeros(size(file_list));

% Bucle for para procesar cada archivo
for i = 1:length(file_list)

    % Abrir archivo
    fidi = fopen(file_list{i}, 'rt');
    %Saltar primera línea
    fgets(fidi);
    % Leer datos
    Dc = textscan(fidi, '%f(%fdB,%f°)', 'CollectOutput',1);
    D = cell2mat(Dc);
    % Procesar datos
    Freq = D(:,1);
    cs = D(:,2);
    phis = D(:,3);
    PHA = phis; %phase of experimental result
    AMP = cs; %gain of experimental result
    W = Freq*2*pi; %transforming frequency in Hz to rad/s
    Ts = 0;
    gain = 10.^(AMP/20);
    zfr = gain.*exp(1i*PHA*pi/180);
    gfr = frd(zfr,W,Ts);
    sys = tfest(gfr,2);
    figure (7)

    % Calcular la respuesta en frecuencia y graficarla
    [mag, phase, W] = bode(sys, {2*pi*1e-3, 2*pi*10000});
    subplot(2,1,1);
    semilogx(W/(2*pi), 20*log10(squeeze(mag)), 'LineWidth', 2);
    xlim([1e-3, 10000]);

    hold on;
    subplot(2,1,2);
    semilogx(W/(2*pi), squeeze(phase), 'LineWidth', 2);
    xlim([1e-3, 10000]);

    hold on;

```

```

% ajustar la posición de los ejes
subplot(2,1,1);
grid on;

% agregar título y etiquetas de los ejes
title('Diagrama de Bode Lazo cerrado ');
ylim([-70 27]);
ylabel('Magnitud (dB)');
subplot(2,1,2);
grid on;
ylim([-190 10]);
ylabel('Fase (deg)');

%Representar figuras por separado
%figure
%bode(sys,W)
%title(sprintf('Diagrama de Bode de %s', nombre{i}));

%[wn,zeta] = damp(sys);
[ num , den ] = tfdata( sys );
wp_values(i) = sqrt(den{1}(3));
delta_values(i) = den{1}(2)/(2*wp_values(i));

[ num , den ] = tfdata( sys );
p = pole(sys);
zeta_values(i) = - (p(1) + p(2))/(2*sqrt(p(1)*p(2)));

% Cerrar archivo
fclose(fidi);
end

%title('Diagrama de Bode Lazo cerrado')

legend('inicial', 'perturbación 1', 'perturbación 2','Location',
'southwest');

tabla = table(wp_values', delta_values', zeta_values',
'VariableNames', {'wp', 'delta', 'zeta',})

% Guardar la tabla en un archivo CSV
%writetable(tabla, 'PerturbacionCerrado.xlsx')

```

ANEXO IV

Script de Matlab para obtener los datos del LT-Spice del sistema en lazo fraccionario

```

%Analizador de diagrama de Bode
clear
% Lista de nombres de archivo
file_list = {'fra0.txt', 'fra1.txt', 'fra2.txt'};
nombre = {'inicial', 'perturbación 1', 'perturbación 2'};

delta_values = zeros(size(file_list));
wp_values = zeros(size(file_list));

wp1_values = zeros(size(file_list));
wp2_values = zeros(size(file_list));
zeta1_values = zeros(size(file_list));
zeta2_values = zeros(size(file_list));

% Bucle for para procesar cada archivo
for i = 1:length(file_list)

    % Abrir archivo
    fidi = fopen(file_list{i}, 'rt');
    %Saltar primera línea
    fgets(fidi);
    % Leer datos
    Dc = textscan(fidi, '%f(%fdB,%f°)', 'CollectOutput',1);
    D = cell2mat(Dc);
    % Procesar datos
    Freq = D(:,1);
    cs = D(:,2);
    phis = D(:,3);
    PHA = phis; %phase of experimental result
    AMP = cs; %gain of experimental result
    W = Freq*2*pi; %transforming frequency in Hz to rad/s
    Ts = 0;
    gain = 10.^(AMP/20);
    zfr = gain.*exp(1i*PHA*pi/180);
    gfr = frd(zfr,W,Ts);
    sys = tfest(gfr,4);
    figure (5)

    % Calcular la respuesta en frecuencia y graficarla
    [mag, phase, W] = bode(sys, {2*pi*1e-6, 2*pi*100});
    subplot(2,1,1);
    semilogx(W/(2*pi), 20*log10(squeeze(mag)), 'LineWidth', 2);
    xlim([2e-6, 100]);

    hold on;
    subplot(2,1,2);
    semilogx(W/(2*pi), squeeze(phase), 'LineWidth', 2);
    xlim([2e-6, 100]);

```

```

hold on;

% ajustar la posición de los ejes
subplot(2,1,1);
grid on;
% agregar título y etiquetas de los ejes
title('Diagrama de Bode Sistema fraccionario ');
ylim([-150 10]);
ylabel('Magnitud (dB)');
subplot(2,1,2);
grid on;
ylim([-190 10]);
ylabel('Fase (deg)');
%Representar figuras por separado
%figure
%bode(sys,W)
%title(sprintf('Diagrama de Bode de %s', nombre{i}));

[wn,zeta] = damp(sys);
delta_values(i) = zeta(1,1);
wp_values(i) = wn(1,1);

[ num , den ] = tfdata( sys );

% Descomponer la función de transferencia en dos funciones de
segundo orden
p = roots(sys.Den);
s1 = p(1);
s2 = p(2);
s3 = p(3);
s4 = p(4);

% Coeficientes de las funciones de transferencia de segundo orden
wp1_values(i) = abs(s1 - s2);
zeta1_values(i) = -(real(s1) + real(s2)) / (2 * wp1_values(i));
sys1 = tf(wp1_values(i)^2, [1 2 * zeta1_values(i) * wp1_values(i)
wp1_values(i)^2]);

wp2_values(i) = abs(s3 - s4);
zeta2_values(i) = -(real(s3) + real(s4)) / (2 * wp2_values(i));
sys2 = tf(wp2_values(i)^2, [1 2 * zeta2_values * wp2_values(i)
wp2_values(i)^2]);

% Cerrar archivo
fclose(fidi);
end

%title('Diagrama de Bode Lazo fraccionario')

legend('inicial', 'perturbación 1', 'perturbación 2','Location',
'southwest');

tabla = table(wp1_values', wp2_values', zeta1_values', zeta2_values',
'VariableNames', {'wp1', 'zeta1', 'wp2', 'zeta2',})

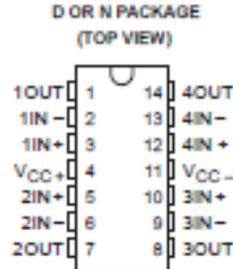
% Guardar la tabla en un archivo CSV
%writetable(tabla, 'PerturbacionFraccionario.xlsx')

```

ANEXO V

LF347, LF347B
JFET-INPUT
QUAD OPERATIONAL AMPLIFIERS
SLOS013B – MARCH 1987 – REVISED AUGUST 1994

- Low Input Bias Current . . . 50 pA Typ
- Low Input Noise Current
0.01 pA/√Hz Typ
- Low Total Harmonic Distortion
- Low Supply Current . . . 8 mA Typ
- Gain Bandwidth . . . 3 MHz Typ
- High Slew Rate . . . 13 V/μs Typ
- Pin Compatible With the LM348



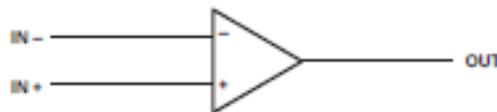
description

These devices are low-cost, high-speed, JFET-input operational amplifiers. They require low supply current yet maintain a large gain-bandwidth product and a fast slew rate. In addition, their matched high-voltage JFET inputs provide very low input bias and offset current.

The LF347 and LF347B can be used in applications such as high-speed Integrators, digital-to-analog converters, sample-and-hold circuits, and many other circuits.

The LF347 and LF347B are characterized for operation from 0°C to 70°C.

symbol (each amplifier)



AVAILABLE OPTIONS

T _A	V _{IOmax} AT 25°C	PACKAGE	
		SMALL OUTLINE (D)	PLASTIC DIP (N)
0°C to 70°C	10 mV	LF347D	LF347N
	5 mV	LF347BD	LF347BN

The D packages are available taped and reeled. Add R suffix to the device type (e.g., LF347DR).

absolute maximum ratings over operating free-air temperature range (unless otherwise noted)

Supply voltage, V _{CC+}	18 V
Supply voltage, V _{CC-}	-18 V
Differential input voltage, V _{ID}	±30 V
Input voltage, V _I (see Note 1)	±15 V
Duration of output short circuit	unlimited
Continuous total power dissipation	See Dissipation Rating Table
Operating temperature range	0°C to 70°C
Storage temperature range	-65°C to 150°C
Lead temperature 1,6 mm (1/16 inch) from case for 10 seconds	260°C

NOTE 1: Unless otherwise specified, the absolute maximum negative input voltage is equal to the negative power supply voltage.

PRODUCTION DATA Information is current as of publication date. Products conform to specifications per the terms of Texas Instruments standard warranty. Production monitoring does not necessarily include testing of all parameters.



POST OFFICE BOX 655303 • DALLAS, TEXAS 75265

Copyright © 1994, Texas Instruments Incorporated