



Universidad
de La Laguna

Escuela de Doctorado
y Estudios de Posgrado

TÍTULO DE LA TESIS DOCTORAL

"Nuevas técnicas de adquisición de light field y fase de frente de onda"

AUTOR/A

JUAN MANUEL

TRUJILLO

SEVILLA

DIRECTOR/A

JOSE MANUEL

RODRIGUEZ

RAMOS

CODIRECTOR/A

DEPARTAMENTO O INSTITUTO UNIVERSITARIO

FECHA DE LECTURA

08/09/17



Universidad
de La Laguna

NUEVAS TÉCNICAS DE ADQUISICIÓN DE LIGHT FIELD Y FASE DE FRENTE DE ONDA

Tesis doctoral

Juan Manuel Trujillo Sevilla

2017

Director: Dr. José Manuel Rodríguez Ramos

Codirector: Dr. Luis Fernando Rodríguez Ramos

A mis padres.

PREFACIO

Mi primer contacto con un sensor de fase de frente de onda fue en el año 2008 haciendo el Proyecto de Fin de Carrera para obtener el título de Ingeniero Técnico, bajo la dirección de mi actual director de Tesis, el Dr. José Manuel Rodríguez Ramos. En este proyecto, estudié el funcionamiento básico del sensor Shack-Hartmann para implementar un algoritmo de cálculo de pendientes locales en FPGA.

Más tarde, en el año 2010, nuevamente mi actual director de Tesis, junto con, mi también actual, codirector de Tesis, el Dr. Luis Fernando Rodríguez Ramos, dirigieron mi Proyecto de Fin de Carrera para obtener el título de Ingeniero en Electrónica. Este proyecto me sirvió para introducirme en el sensor plenóptico, esta vez, desde un punto de vista más práctico en el que tratamos de resolver el problema del alineado de las microlentes mediante software.

El camino natural en esta Tesis era, por tanto, adentrarse en la medida de fase de frente de onda, pero con un nuevo y prometedor sensor que ya me era familiar: el sensor plenóptico. Al principio parecían mayores las desventajas que las ventajas de este sensor, sin embargo, el estudio y la práctica, junto con la experiencia de mis compañeros y directores, ha servido para disipar las desventajas y hacer más evidentes las partes positivas.

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer en primer lugar a mis directores de Tesis, José Manuel y Luis Fernando, su ayuda, dedicación y confianza constante en mi trabajo durante estos años. También tienen un lugar especial todos los compañeros con los que he compartido laboratorio.

No sería justo terminar esta sección sin nombrar a mi esposa Vicky, la persona que me más me ha animado a continuar y a dar lo mejor para acabar la Tesis. Nunca podré terminar de agradecer todo su cariño, comprensión y apoyo.

Juan Manuel Trujillo Sevilla

RESUMEN

Los sensores de imagen convencionales recogen únicamente la información relativa a la intensidad, dejando de lado la fase de frente de onda del campo complejo. La fase de frente de onda contiene información sobre la dirección de propagación de los rayos de luz y puede utilizarse para estudiar el medio por el que esta se ha propagado.

Un campo en el que la medida de fase de frente de onda es sujeto principal de estudio es la astrofísica. La atmósfera introduce aberraciones en la fase de frente de onda que deben ser corregidas para obtener la mejor resolución posible. Tradicionalmente se han usado sensores dedicados de frente de onda, como el Shack-Hartmann o el sensor de curvatura. Otros sensores, como el sensor plenóptico con capacidad tanto de imagen como de medida de fase de frente de onda no se han estudiado en profundidad. En la primera parte de este trabajo se estudia el sensor plenóptico como sensor de fase de frente de onda, se demuestra su potencial no solo en medida de fase de frente de onda de forma convencional, sino, además, en sistemas de tomografía de fase.

El sensor plenóptico es un sensor extensamente empleado en imagen 3D y fotografía computacional, siendo sus principales desventajas la pérdida de resolución espacial y el aumento de complejidad del sistema óptico. En la segunda parte de este trabajo, se estudia la respuesta del sensor plenóptico para incrementar la resolución final de las imágenes. Por último, se propone un método alternativo que permite obtener resultados análogos a un sensor plenóptico con un sensor de imagen convencional.

ABSTRACT

Conventional imaging sensors are only capable of acquiring information on intensity, leaving aside the wave front phase of the complex field. The wave front phase contains information on the propagation direction of light rays and can be used to study the media in which the light has propagated.

Astrophysics is a field in which measuring the wave front phase is one of the main areas of study. The atmosphere induces wave front phase aberrations that must be corrected to obtain the highest possible image resolution. Dedicated wave front phase sensors, such as the Shack-Hartmann sensor, or the curvature sensor, have traditionally been used for this purpose. However, other sensors, such as the plenoptic sensor, which has the capacity for not only imaging but also sensing the wave front phase, have not been studied in depth. In the first part of this work we study the use of the plenoptic sensor as a wave front phase sensor.

The first objective is to study the characteristics of this sensor in the measurement of wave front phase in adverse situations such as a poor signal-to-noise ratio or low number of photons. To give qualitative value to these measurements, their performance against the Shack-Hartmann sensor will be compared, as it is the most extended wave front phase sensor.

In order to obtain its experimental validation, an experiment was designed in which a plenoptic sensor and another known sensor, the geometric sensor, simultaneously measured the same wave front phase. The results of this experiment allowed to corroborate the correct operation of the plenoptic sensor in the measurement of wave front phase.

We also studied the performance of this sensor in multi-conjugated adaptive optics systems, the characteristics of this sensor make it possible to measure several light sources separately using a single sensor. This makes the plenoptic sensor especially

well adapted to this type of measurement. The operation will be shown by means of an end-to-end simulator of the multi-conjugated adaptive optics system.

Continuing with the in-depth analysis of the plenoptic sensor, it should not be forgotten that this sensor was originally designed as an image sensor and has been used extensively in 3D imaging and computational photography. The main limitation of the plenoptic sensor is the final spatial resolution of the images, physically limited by the construction of the optics. By analyzing in detail the response functions of the plenoptic sensor, a resolution much greater than that obtained by conventional means can be achieved. As result, it has been developed a method that takes advantage of diffractive effects in the plenoptic image to greatly increase the final resolution.

The study of the plenoptic sensor has shown that, in terms of imaging, its main advantage is the natural acquisition of light fields. However, there is a limitation of spatial resolution as well as greater optical complexity. Therefore, it is proposed a new method capable of obtaining a result equivalent to that which could be obtained with the plenoptic sensor but using conventional optics with a simple modification. We will show results based on simulations that show the improvement in reconstructed images compared to other methods.

The plenoptic sensor

The term "plenoptic" was first used in the work of Adelson and Bergen (1991). In this work the plenoptic function was defined as a function capable of describing all the visible elements, either from a camera or an observer.

Suppose an ideal camera located in space (V_x, V_y, V_z) and which registers all rays passing through the center of the pupil at an angle defined by two angular variables (horizontal and vertical) (θ, φ) . We can also add the wavelength (λ) and time t . The plenoptic function, as described by Adelson and Bergen (1991) is expressed as:

$$P = P(\theta, \varphi, V_x, V_y, V_z, \lambda, t)$$

Later, in the work of Adelson and Wang (1992) it was proposed the term “plenoptic camera” and also fixed the standard design as appears in figure 1:

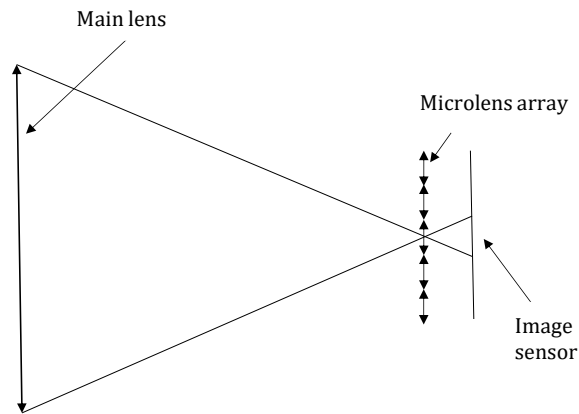


Figure 1. Classic diagram of a plenoptic sensor. In the focal plane of a lens is placed a microlens array, whose focal plane coincides with the sensor.

The plenoptic sensor was proposed as wave front phase sensor by Clare and Lane (2005) using point sources as reference objects, this work demonstrated that a microlens array in the focal plane of the main lens can be seen as a generalization of the pyramid sensor (Ragazzoni, 1996).

Like the Shack-Hartmann sensor or the pyramid sensor, the plenoptic sensor does not directly output the wave front phase value, instead it allows its derivatives to be estimated, the wave front phase can be later obtained by integration.

The most notable application of the plenoptic sensor in the field of consumer electronics is *a posteriori* refocusing. In the work of Ng et al. (2005) coined the term "refocusing" (figure 2) to define the method that allows to calculate images focused at different distances from a previously captured plenoptic image.



Figure 2. Refocused images from a single shot of a plenoptic camera.

Comparison of the plenoptic sensor with the Shack-Hartmann sensor

The optics of the Shack-Hartmann sensor and the plenoptic sensor appear similar, however, the position of the microlens array and the mathematics required to recover the wave front phase of each one are very different.

In these comparisons a simplified system has been simulated, in which a random atmospheric phase affects the two sensors equally. For each atmospheric phase, three measurements are obtained, two of them using a plenoptic sensor: by the method of Clare and Lane (2005) and by means of displacements. As well as using an ideal Shack-Hartmann sensor. Then, for every case, the results of the plenoptic sensor are compared against the results of the Shack-Hartmann, obtaining an improvement ratio metric.

The first step was to examine the behavior of the sensor for a fixed Fried parameter of 0.2 meters and different values of aperture diameter (figure 3).

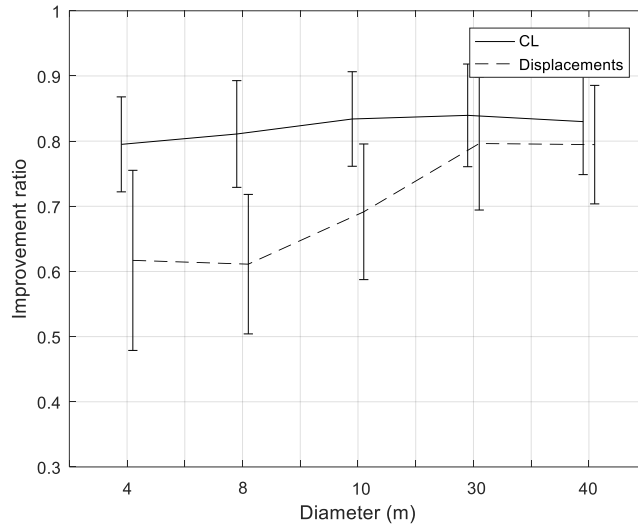


Figure 3. Response of the plenoptic sensor compared to Shack-Hartmann sensor with respect to the aperture diameter.

The above results graph shows that in all cases the result of the Shack-Hartmann sensor is better than the results obtained with the plenoptic sensor. In this case we are facing an ideal situation, in flow regime and without sensor noise. The response to the number of photons is summarized in figure 4.

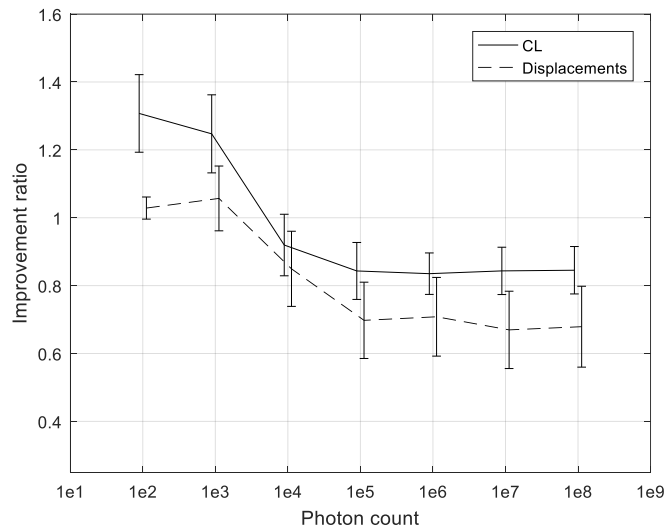


Figure 4. Response of the plenoptic sensor compared to Shack-Hartmann sensor with respect to the number of photons.

The graph above shows that for very low photon counts (<1,000) the plenoptic sensor clearly improves the Shack-Hartmann.

The following figure reflects the response of the plenoptic sensor compared to the Shack-Hartmann for different values of signal-to-noise ratio.

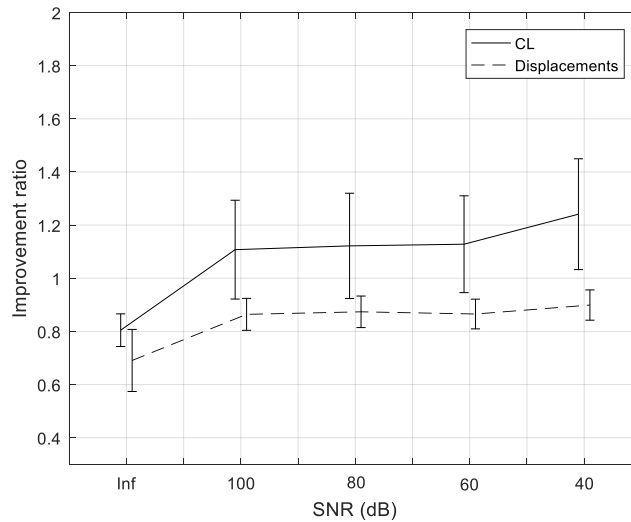


Figure 5. Response of the plenoptic sensor compared to Shack-Hartmann sensor with respect to the noise.

The response to noise does not show a significant improvement using displacements. By using the method of Clare and Lane, on the contrary, leads to a positive trend.

From the above results, the most striking one, is the quality improvement at low photonic regime, this is because the photon density in the case of the Shack-Hartmann is smaller when sampling the pupil plane, in which the photons are distributed over the entire area.

In the case of the plenoptic sensor, the focal plane of the telescope is sampled, in this case, all photons are diverted to a much smaller region where their density increases (figure 6).

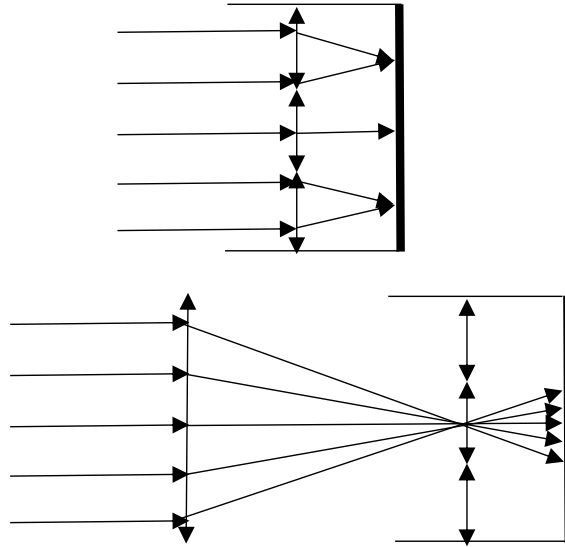


Figure 6. Top, in a Shack-Hartmann sensor the field is distributed among all the microlenses. Bottom, in a plenoptic sensor, the photon density is greater because the microlenses sample the focal plane.

Experimental validation of the plenoptic sensor

In order to verify the wave front phase measurement using the plenoptic sensor, an experiment should be constructed in which the sensor is validated by comparison with another known sensor. Thus, if the same result was obtained on both sensors, the capability of the plenoptic sensor as a wave front phase sensor would be demonstrated.

The sensor that was decided to use is the geometric sensor, which, although it is not a conventional sensor, its operation has been demonstrated in Fernández-Valdivia (2015), both in simulations and in experiments in an astronomical observatory.

The assembly was simple, a collimated light source provided the reference object, this light is then passed through a phase plate. The aberrated beam is directed by means of a beam splitter to the two sensors.

Several measurements were repeated for different positions of the phase plate, and thus, a set of results was obtained that allowed to verify how the results obtained with the plenoptic sensor and the geometric sensor coincided. In the comparison, it

should be noted that the resolution of the plenoptic sensor is limited by the number of pixels subtending each microlens, whereas in the geometric sensor the resolution is limited by the area in the sensor that occupies each image. In this case, the resolution of the phases calculated by the geometric sensor was 256x256 pixels, and the resolution of the plenoptic sensor was only 48x48 pixels. Figure 7 shows a comparison of the results using both sensors.

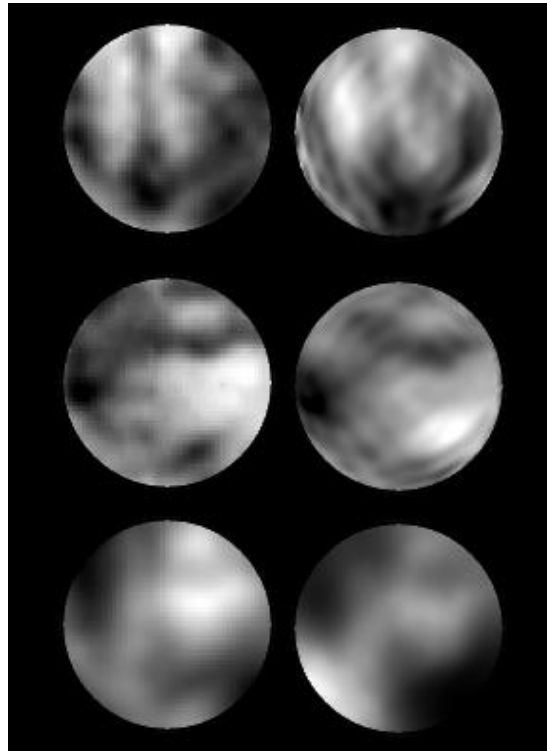


Figure 7. Comparison of wave front phase measurements between the plenoptic sensor and the geometric sensor. Left, results obtained with the plenoptic sensor. Right, geometric sensor results. From top to bottom: horizontal gradient, vertical gradient and wave front phase.

Plenoptic sensor performance in multi-conjugated adaptive optics

Multi-Conjugated Adaptive Optics (MCAO) is an improvement of classical adaptive optics with the objective of increasing the corrected field of view. It is firstly a question of reconstructing a three-dimensional model of atmospheric turbulence, for which several wave front sensors make a phase measurement of several guide stars. These wave front phase measurements are actually projections of

atmospheric turbulence, then, atmospheric turbulence can be modeled as a three-dimensional model.

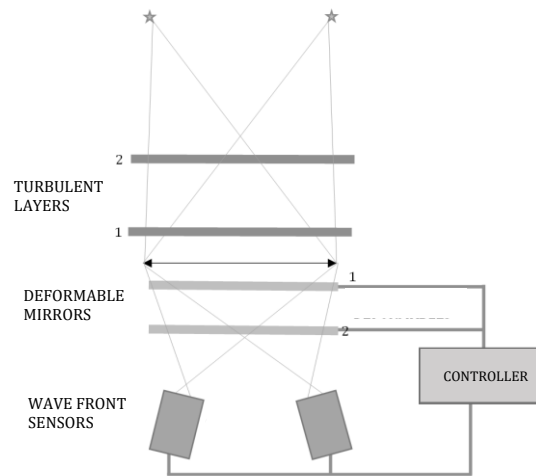


Figure 8. Schematic of a MCAO system. Several wave front sensors simultaneously measure the wave front associated with several guide stars.

An end-to-end simulator of a multi-conjugated adaptive optics system has been designed. This simulator uses only one plenoptic sensor as wave front sensor. This simulator allows to use any typical configuration in an observatory, as well as different constellations of guide stars.

The first part of the verification of the simulation is straight forward. It consists of introducing an atmospheric profile, and recovering several layers. The conditions of the simulation were fixed to the following parameters:

- Telescope diameter: 8 m.
- Field of view: 60 arc seconds.
- Constellation of 4 guide stars within a radius of 15 arc seconds.
- Reconstruction of two layers a 0m and 4000 m.
- Fried parameter: 15 cm.
- Sensor resolution 1024x1024 pixels.
- 16x16 microlens array.

The results below (figure 9) represent the Strehl ratio averaged over the entire field of view of the telescope. For this purpose, Strehl ratio samples were taken in a matrix of 32x32 positions evenly distributed throughout the field of view.

Also included, there is a second type of guide star constellation in which a fifth guide star is inserted in the center of the field. The Strehl measurement must be done in the band of interest for astronomical observation, which in this case are for the H band (1650 nm). In addition to this, the response to an instantaneous phase is not of interest, but the averaged Strehl ratio is more interesting in a long exposure time, so the results below are an average of 1,000 different phases. There are also two results for two different reconstruction methods: Kaczmarz and least-squares.

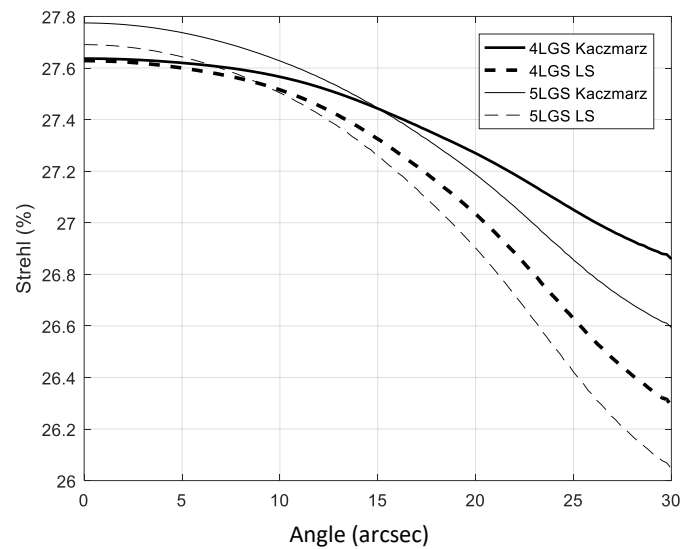


Figure 9. Averaged Strehl ratio versus angle.

The results are comparable to those obtained with the GeMS instrument (Gemini Observatory, 2016), with 15% of Strehl in the H band. The data obtained will not be compared with other studies to evaluate its behavior, since the measurement of Strehl in simulation of systems with as many variables as multi-conjugated adaptive optics are not comparable as demonstrated in the work of Roberts et al. (2004). That is why figure 9 should be interpreted from the qualitative and non-quantitative point of view.

Deconvolution with the plenoptic sensor

The deconvolution of the response of the plenoptic sensor allows to recover an object by means of its plenoptic image provided that its impulse responses have been correctly characterized or measured, generating all possible images for individual values of the input field.

Figure 10 shows a result for simulated data, a plenoptic sensor in whose pupil plane a random wave front phase aberration has been simulated. In this case, there is no error regarding the phase or noise measurement in the sensor; The intensity can be recovered without any error.



Figure 10. Upper left, original object. Top right, image in the focal plane. Bottom left, image produced by the plenoptic sensor. Lower right, result of deconvolution.

The characterization of the impulse responses of the plenoptic sensor is done in an ideal way, without noise. In a real scenario, the capture of plenoptic images will be subject to the noise that introduces the measurement by the image sensor. Figure

11 shows a recovery quality graph, using the SSIM metric (Wang et al., 2004) with respect to the signal-to-noise ratio.

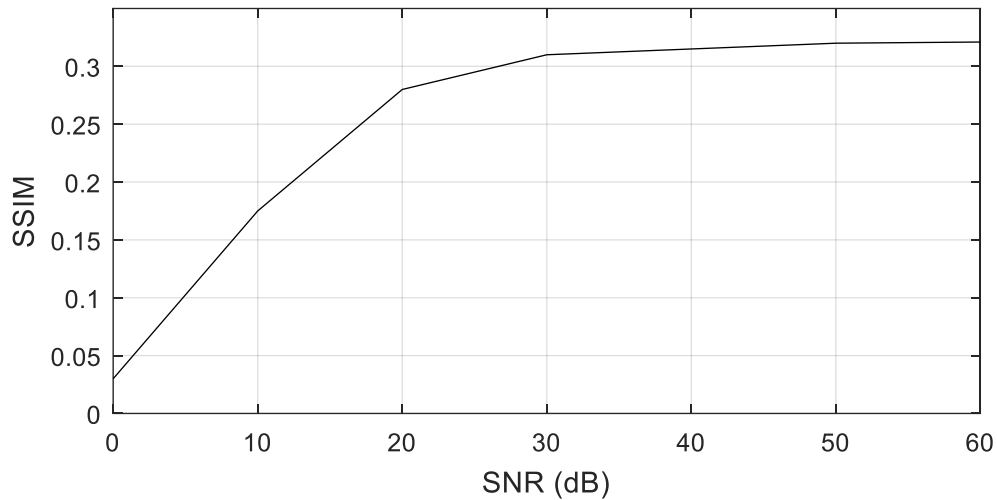


Figure 11. Quality of the deconvolution versus the signal-to-noise ratio in the captured plenoptic image.

Figure 12 shows actual laboratory results. These results show a clear recovery of the original intensity values of the object, with all the resolution of the sensor, except in areas that are not subtended by the microlenses, this is because, there are angles whose response is masked by the noise. These angles are those that fall out of the aperture of the main lens. Due to the circular shape of the aperture, the interstices between microlenses cannot be sampled. This could be solved by employing a square aperture, instead of circular, that allows to reduce as much as possible the interstices between the zones subtending each microlens.

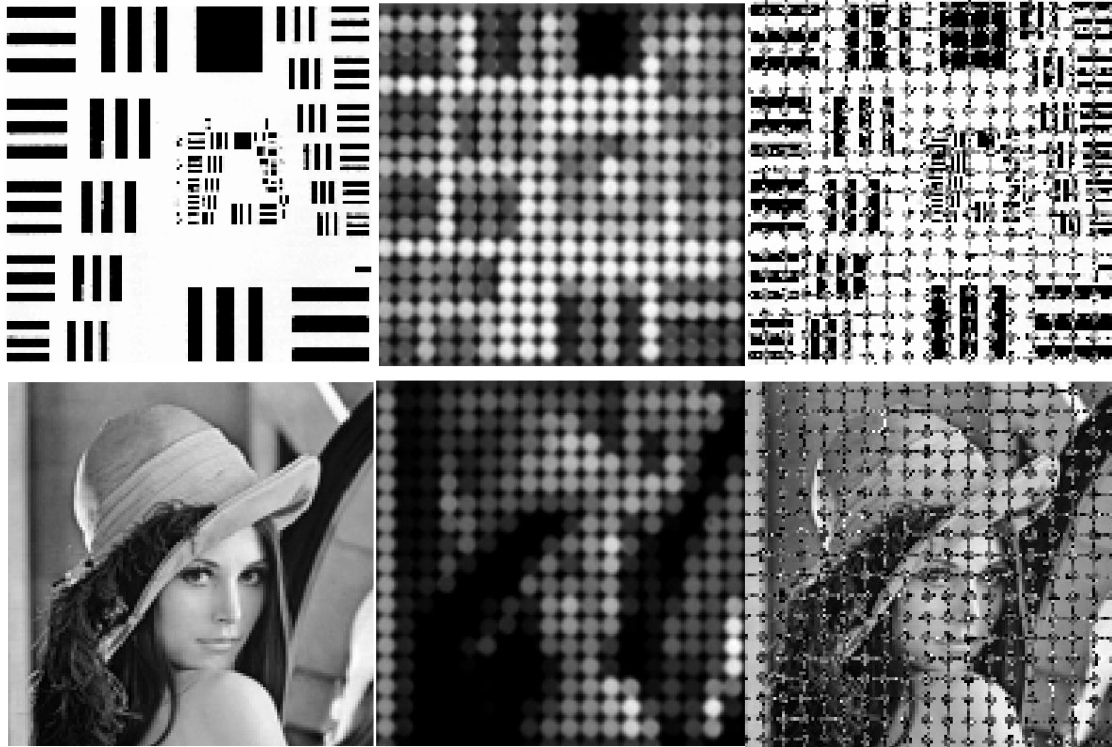


Figure 12. Left, original objects. Center, captured plenoptic image. Right, result of deconvolution.

Light field generation from focal stacks

It has been proposed a method able to reproduce a light field with very little loss of quality starting from a focal stack. To do this, this focal stack must be captured using a modified camera, whose circular aperture has been replaced by a linear slit. In this way, the recovered light field is restricted to a single angular dimension. An angular dimension is lost, however, the method is able to recover the views within the angular dimension parallel to the aperture slit with high quality.

First, it is shown the effectiveness of the proposed method to retrieve information that is not available *a priori* in the focal stack. The following figure shows a sinogram, that is, a representation of the reconstructed light field, after applying 50 iterations.

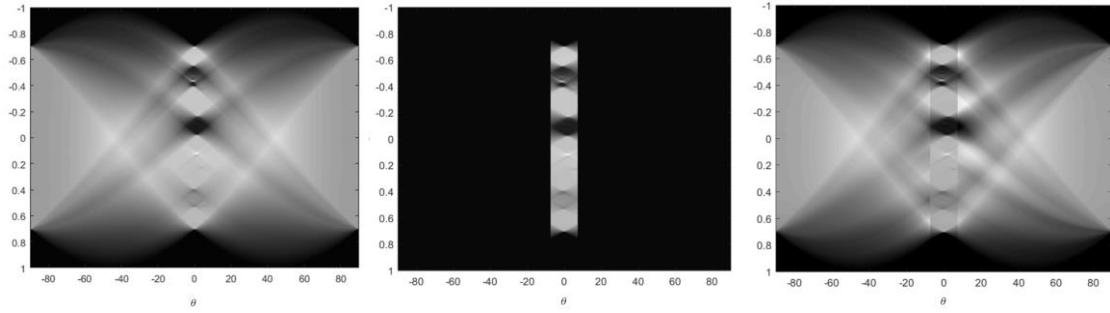


Figure 13. Left, Original sinogram. Center, sinogram captured by a focal stack. Right, recovered sinogram by proposed method.

The image quality recovered versus the number of iterations is summarized in Figure 14, from 50 iterations the maximum value of structural similarity is reached. It should be noted that, from the first iteration, the image quality is better than that obtained by conventional methods.

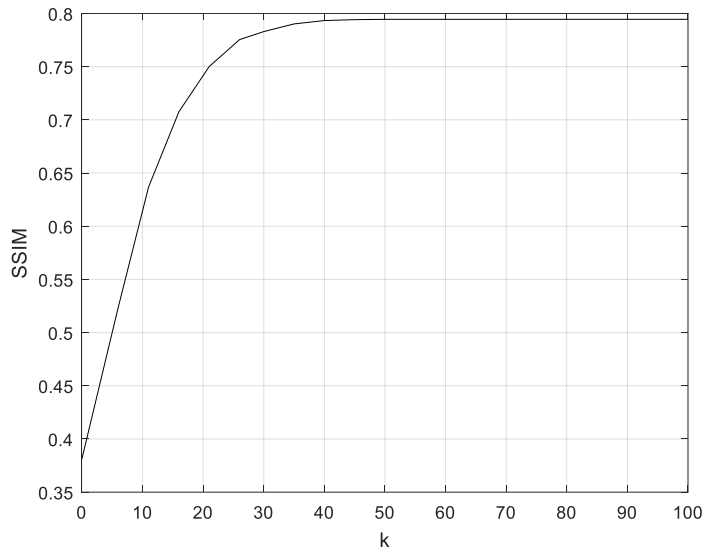


Figure14. Image quality versus number of iterations

The quality of the recovery will depend to a large extent on how accurately the focal stack is captured. In order to estimate how the image quality is affected by the setting of the camera focus, it has been studied the quality of the recovery against the average error of the angle in the light field projections.

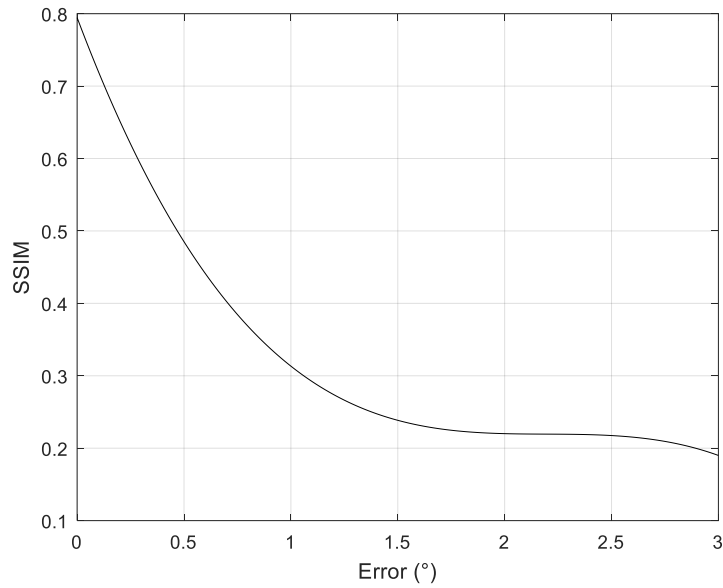


Figure 15. Quality of the recovery against the average error in the projection angle.

The need to capture short exposure images is clear in the case of capturing a focal stack in the shortest possible time, so it is necessary to analyze how the signal-to-noise ratio affects the quality of the recovered image. Figure 16 shows a graph measuring showing image quality versus signal-to-noise relation in the input focal stack.

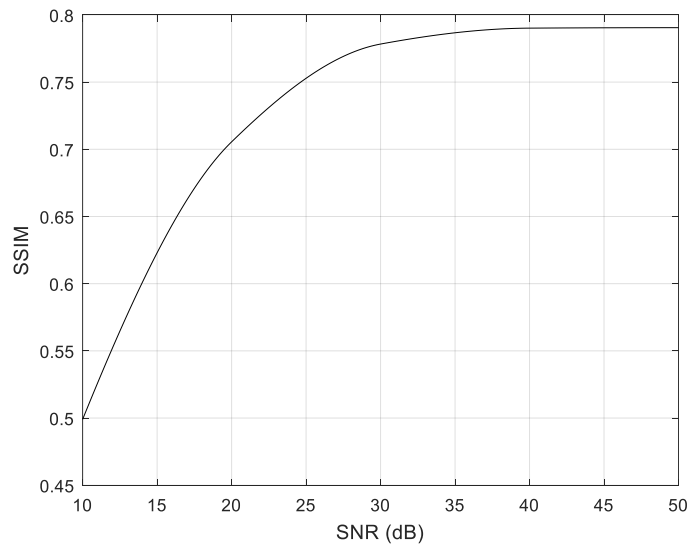


Figure 16. Quality of the recovery against the signal-to-noise ratio of the input images.

Finally, results based on images generated from light fields are compared, the proposed method is compared with the conventional method of filtered back-

projections. Figure 17 shows a clear improvement in image quality using the proposed method.

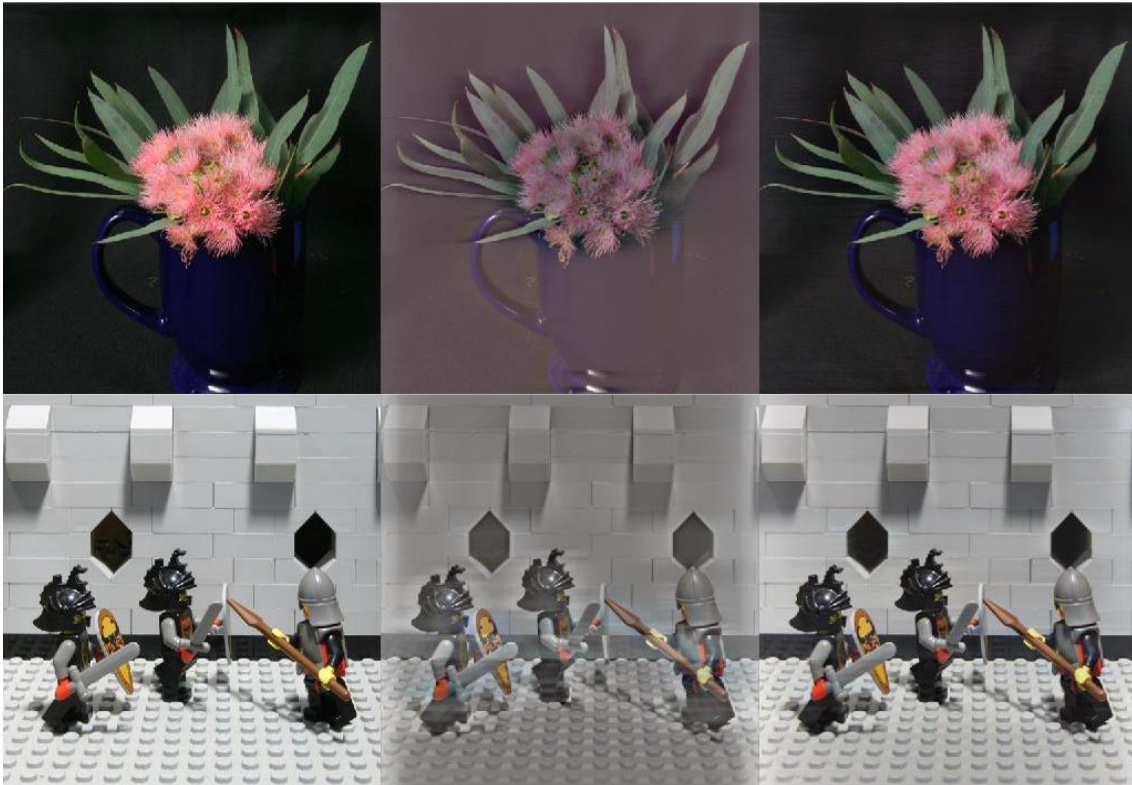


Figure 17. Examples of light field recovery using the proposed method. Left, original elemental image. Center, elementary image calculated through filtered rear projections. Right, elemental image recovered by the proposed method. Video in www.cafadis.ull.es/videos/Figura_5.12.mp4

ORGANIZACIÓN DE LA MEMORIA

Los contenidos de cada capítulo se resumen en este apartado.

El capítulo 1 sirve de marco teórico en el que se apoyan muchas de las explicaciones en los capítulos subsecuentes.

El capítulo 2 sirve para introducir el sensor plenóptico, tanto en fotografía computacional como en fase de frente de onda. Las principales contribuciones de este trabajo en este aspecto, están en las comparaciones frente al sensor Shack-Hartmann.

El capítulo 3 estudia el sensor plenóptico como sensor tomográfico de fase de frente de onda, el objetivo de este capítulo es demostrar su viabilidad en este ámbito.

El capítulo 4 presenta un método basado en la caracterización de las respuestas al impulso del sensor plenóptico para incrementar su resolución cuando este se ve afectado por una aberración de fase de frente de onda.

El capítulo 5 muestra un método original para recuperar información tridimensional de una escena utilizando una cámara convencional con una simple modificación.

PUBLICACIONES MÁS RELEVANTES

En este apartado se listan tanto publicaciones como comunicaciones a congresos y patentes desarrolladas como trabajo resultante de esta Tesis.

- Artículos:

Trujillo-Sevilla, J. M., Rodríguez-Ramos, L. F., Montilla, I., & Rodríguez-Ramos, J. M. (2014). High resolution imaging and wavefront aberration correction in plenoptic systems. *Optics letters*, 39(17), 5030-5033.

Trujillo-Sevilla, J. M., Katkovnik, V., Javidi, B., & Rodríguez-Ramos, J. M. (2016). Restoring Integral Images from Focal Stacks Using Compressed Sensing Techniques. *Journal of Display Technology*, 12(7), 349-354.

- Comunicaciones a congresos:

Trujillo-Sevilla, J. M., Rodríguez-Ramos, L. F., Fernández-Valdivia, J. J., Marichal-Hernández, J. G., & Rodríguez-Ramos, J. M. (2014, May). Tomographic wavefront retrieval by combined use of geometric and plenoptic sensors. In *SPIE Photonics Europe* (pp. 914129-914129). International Society for Optics and Photonics.

Trujillo-Sevilla, J. M., Fernández-Valdivia, J. J., Rodríguez-Ramos, L. F., Cárdenes, Ó. G., Marichal-Hernández, J. G., Javidi, B., & Rodríguez-Ramos, J. M. (2015, May). Lightfield super-resolution through turbulence. In *SPIE Sensing Technology + Applications* (pp. 94950Q-94950Q). International Society for Optics and Photonics.

Trujillo-Sevilla, J., Rodríguez-Ramos, J. M., Rodríguez-Ramos, L. F., & Javidi, B. (2013, July). Tomographic microscopy using a plenoptic sensor. In *Information Optics (WIO), 2013 12th Workshop on* (pp. 1-2). IEEE.

Trujillo-Sevilla, J. M., Fernández-Valdivia, J.J., Marichal-Hernández, J. G., Rodríguez-Ramos, J. M., Rodríguez-Ramos, L. F., & Mantilla, I. (2014, July). Plenoptic deconvolution in turbulent scenarios. In *Information Optics (WIO), 2014 13th Workshop on* (pp. 1-3). IEEE.

- Patentes:

WO2016102731 (A1) - Method for determining the complex amplitude of the electromagnetic field associated with a scene. Rodríguez-Ramos, J.M., Lüke, J.P., Trujillo Sevilla, J.M. y Fernández Valdivia, J.J. Universidad de La Laguna. 2016.

17382047.3 – 1906 Method and optical system for acquiring the tomographical distribution of wave fronts of electromagnetic fields. Fernández Valdivia, J.J., Trujillo Sevilla J.M. Gómez Cárdenes, O. Woptix S.L. 2017

ÍNDICE GENERAL

| | |
|--|----|
| 1. Introducción..... | 1 |
| 1.1 El <i>light field</i> | 1 |
| 1.2 Fase de frente de onda | 5 |
| 1.3 Turbulencia atmosférica..... | 9 |
| 1.4 Sensores de fase de frente de onda | 13 |
| 1.4.1 El sensor Shack-Hartmann..... | 13 |
| 1.4.2 Sensor de curvatura..... | 15 |
| 1.4.3 Sensor geométrico..... | 16 |
| 1.4.4 El sensor piramidal | 16 |
| 1.5 Óptica adaptativa..... | 17 |
| 1.6 Óptica adaptativa multiconjugada | 21 |
| 2. El sensor plenóptico..... | 23 |
| 2.1 Origen del sensor plenóptico | 23 |

| | | |
|-------|---|----|
| 2.2 | El sensor plenóptico en fotografía computacional..... | 24 |
| 2.2.1 | El sensor plenóptico como sensor de <i>light field</i> | 26 |
| 2.2.2 | Reenfoque..... | 27 |
| 2.3 | Medida de fase de frente de onda con el sensor plenóptico | 31 |
| 2.4 | Dualidad entre el sensor plenóptico y el Shack-Hartmann..... | 33 |
| 2.5 | Medida de fase de frente de onda con objetos extensos | 36 |
| 2.6 | Simulación del sensor plenóptico | 37 |
| 2.7 | Comparación con el sensor Shack-Hartmann | 39 |
| 2.7.1 | Simulación del sensor Shack-Hartmann..... | 41 |
| 2.7.2 | Resultados | 41 |
| 2.8 | Comparativa con el sensor geométrico | 44 |
| 2.8.1 | Descripción del experimento | 44 |
| 2.8.2 | Calibrado de imágenes..... | 46 |
| 2.8.3 | Resultados | 48 |
| 2.9 | Rango dinámico y saturación del sensor plenóptico | 50 |
| 3. | Sensor plenóptico tomográfico..... | 53 |
| 3.1 | Tomografía..... | 53 |
| 3.1.1 | Proyección de un volumen..... | 54 |

| | | |
|-------|--|----|
| 3.1.2 | Método algebraico..... | 56 |
| 3.1.3 | Método basado en transformada de Fourier | 57 |
| 3.2 | Tomografía atmosférica..... | 61 |
| 3.2.1 | Tomografía de turbulencia atmosférica | 61 |
| 3.3 | Simulador | 64 |
| 3.3.1 | Simulación de la atmósfera..... | 65 |
| 3.3.2 | Simulación de la constelación de LGS..... | 66 |
| 3.3.3 | Simulación del telescopio y sensor plenóptico | 67 |
| 3.3.4 | Medida de fase de frente de onda..... | 69 |
| 3.3.5 | Reconstrucción tomográfica..... | 70 |
| 3.3.6 | Métrica de calidad de la reconstrucción tomográfica..... | 71 |
| 3.3.7 | Resultados | 72 |
| 3.4 | Combinación de sensor geométrico y plenóptico..... | 76 |
| 4. | Deconvolución con el sensor plenóptico..... | 81 |
| 4.1 | Antecedentes..... | 81 |
| 4.2 | Método propuesto..... | 81 |
| 4.3 | Resultados | 84 |
| 5. | Generación de <i>light field</i> a partir de <i>focal stacks</i> | 90 |

| | | |
|-------|--|-----|
| 5.1 | Elección de los planos de enfoque | 91 |
| 5.2 | Problemas asociados a la captura | 95 |
| 5.3 | Revisión de métodos | 97 |
| 5.3.1 | Retroproyección filtrada..... | 97 |
| 5.3.2 | Método algebraico..... | 99 |
| 5.4 | Resolución del problema mediante <i>compressed sensing</i> | 100 |
| 5.5 | Resultados..... | 107 |
| 5.6 | Diseño óptico propuesto | 109 |
| | Conclusiones..... | 112 |
| | Conclusions | 114 |
| | Bibliografía..... | 116 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1.1. Esquema del sensor propuesto por Lippmann (1908)..... | 1 |
| Figura 1.2 Cámara propuesta por Ives (1930)..... | 2 |
| Figura 1.3. Líneas de radiancia definidas entre algunos puntos del plano st y un punto del plano (uv) | 3 |
| Figura 1.4. Refracción de rayos de luz al cambiar el índice de refracción del medio..... | 5 |
| Figura 1.5. Refracción en una interfaz curvada, el frente de onda se modifica de acuerdo a la variación de índices de refracción y perfil de la interfaz. En este caso n_2 es mayor a n_1 y los rayos después de la interfaz convergen. | 6 |
| Figura 1.6. Representación gráfica de los 21 primeros modos de Zernike. | 10 |
| Figura 1.7. Esquema simplificado de un sensor Shack-Hartmann en un telescopio. | 13 |
| Figura 1.8. Esquema del sensor de curvatura..... | 14 |
| Figura 1.9. Dibujo simplificado del sensor piramidal. Un prisma piramidal forma cuatro imágenes en el sensor de imagen. | 15 |
| Figura 1.10. Diagrama básico de un sistema de óptica adaptativa..... | 17 |
| Figura 1.11. El cono de propagación de la LGS (rojo), implica un estrechamiento del área de fase muestreada de $1-hH$ en comparación con la propagación de una estrella natural (azul)..... | 19 |
| Figura 1.12. Constelación de 5 LGS usadas en la óptica adaptiva del telescopio Gemini South. Extraído de Neichel y Rigaut (2012). | 20 |
| Figura 1.13. Esquema de un sistema MCAO. Varios sensores de frente de onda miden simultáneamente el frente onda asociado a varias LGS..... | 21 |
| Figura 2.1. Esquema clásico de un sensor plenóptico. En el plano focal de una lente se coloca una matriz de microlentes, cuyo plano focal coincide con el sensor..... | 23 |
| Figura 2.2. Representación gráfica del <i>light field</i> en cuatro dimensiones, extraído de Levoy y Hanrahan (1996)..... | 24 |

| | |
|---|----|
| Figura 2.3. Representación en dos dimensiones de un <i>light field</i> . Cada imagen elemental está colocada en una posición relativa a sus coordenadas (u,v). | 25 |
| Figura 2.4. Imagen plenóptica de un <i>light field</i> . La posición de los píxeles dentro de las imágenes formadas por cada microlente es relativa a la coordenadas (u,v).. | 26 |
| Figura 2.5. La imagen enfocada a la distancia F supone una simple suma de todas las imágenes elementales. | 27 |
| Figura 2.6. La imagen enfocada a cualquier distancia αF de la lente principal, se puede considerar una proyección del light field..... | 28 |
| Figura 2.7. Imágenes reenfocadas a partir de un <i>light field</i> | 28 |
| Figura 2.8. Esquema del FST, la transformada de la proyección de $g(x,y)$, $F[p(x)]$ es igual al slice central paralelo a $p(x)$ en el espacio transformado de $F[g(x,y)]$ | 29 |
| Figura 2.9. Linealidad del sensor plenóptico de fase de frente de onda para fuentes puntuales. Extraído de Clare y Lane (2005). | 31 |
| Figura 2.10. Izquierda imagen plenóptica de una fuente puntual. Derecha, imagen plenóptica de una fuente puntual afectada por una fase de frente de onda. | 32 |
| Figura 2.11. Imágenes plenópticas reordenadas. Izquierda, fase de frente de onda plana. Derecha, fase de frente de onda aberrada..... | 33 |
| Figura 2.12. Izquierda, resultado mediante la técnica CL. Centro, resultado mediante medida de desplazamientos. Derecha fase de frente de onda original. | 34 |
| Figura 2.13. Simulación de medida de fase de frente de onda con sensor plenóptico usando un objeto extenso. Izquierda, imagen del objeto. Superior derecha, imagen formada por 2x2 microlentes sobre un sensor de 128x128 píxeles, a la derecha su reordenación en 64x64 imágenes de 2x2. Inferior derecha, imagen formada por 64x64 microlentes sobre un sensor de 128x128 píxeles, a la derecha su reordenación en 16x16 imágenes de 8x8..... | 36 |
| Figura 2.14. Respuesta del sensor plenóptico frente al sensor Shack-Hartmann con respecto al diámetro de apertura. | 41 |
| Figura 2.15. Respuesta del sensor plenóptico frente al sensor Shack-Hartmann con respecto al número de fotones. | 41 |
| Figura 2.16. Respuesta del sensor plenóptico frente al sensor Shack-Hartmann con respecto al ruido..... | 42 |

| | |
|--|----|
| Figura 2.17. Arriba, en un sensor Shack-Hartmann el campo se reparte entre todas las microlentes. Debajo, en un sensor plenótico, la densidad de fotones es mayor ya que las microlentes muestrean el plano focal..... | 43 |
| Figura 2.18. Arriba, esquema del montaje para comparar el sensor geométrico y el sensor plenótico. Abajo, fotografía del montaje. | 45 |
| Figura 2.19. Detalle de imagen plenótica utilizada para la calibración..... | 46 |
| Figura 2.20. Detalle de una imagen de medida. Se observa la respuesta del sensor plenótico ante una fuente puntual medida a través de una aberración de fase de frente de onda. En este caso, el tamaño de la imagen en el plano focal es tal que solo produce intensidad en el área subtendida por cuatro microlentes. | 47 |
| Figura 2.21. Imágenes empleadas para la medida con el sensor geométrico. | 47 |
| Figura 2.22. Comparativa de medidas de fase de frente de onda entre el sensor plenótico y el sensor geométrico. Izquierda, resultados obtenidos con el sensor plenótico. Derecha, resultados del sensor geométrico. De arriba abajo: gradiente horizontal, gradiente vertical y fase..... | 48 |
| Figura 2.23. Comportamiento del sensor plenótico según el FWHM de la imagen en el plano de las microlentes. | 49 |
| Figura 2.24. Linealidad de los gradientes de fase para diferentes valores de FWHM relativo al diámetro de las microlentes..... | 51 |
| Figura 3.1. Diagrama de una proyección P_{θ} sobre una función bidimensional $f(x,y)$ | 54 |
| Figura 3.2. Diagrama de una proyección en abanico. | 54 |
| Figura 3.3. La rejilla representa la discretización de la función desconocida $f(x,y)$. Los valores se consideran constantes dentro de la extensión de cada celda..... | 55 |
| Figura 3.4. El FST relaciona las transformadas de Fourier de las proyecciones S_{θ} , con la transformada de Fourier del objeto original..... | 57 |
| Figura 3.5. Representación de las proyecciones transformadas $S_{\theta}(w)$ sobre el dominio de frecuencias..... | 59 |
| Figura 3.6. Diagrama del camino de cada rayo de desde una de las LGS hasta la posición (i,j) de la pupila del telescopio..... | 62 |
| Figura 3.7. Diagrama esquemático del sistema de óptica adaptiva simulado..... | 64 |
| Figura 3.8. Perfil de turbulencia atmosférica del observatorio del Roque de los Muchachos (La Palma, España). Extraído de Fuensalida et al. (2007)..... | 64 |

| | |
|---|----|
| Figura 3.9. Constelación de 5 LGS simulada. Izquierda, imagen de corta exposición de la constelación de 5 LGS puntuales. Derecha, imagen de larga exposición..... | 66 |
| Figura 3.10. Propagación del campo de una estrella natural..... | 67 |
| Figura 3.11. Imagen de la constelación de 5 LGS capturada por el sensor plenóptico. | 68 |
| Figura 3.12. Imagen plenóptica de la constelación de 5 LGS, con la sección de medida empleada para medir la proyección de fase relativa a la estrella de guía central..... | 69 |
| Figura 3.13. Diagrama de la configuración para la medida de la relación de Strehl. | 71 |
| Figura 3.14. Imagen plenóptica simulada. | 72 |
| Figura 3.15. Resultados de la tomografía empleando el sensor plenóptico. Izquierda, fase original. Centro, fase recuperada. Derecha, residuo. Arriba capa 0 m. Abajo, capa a 4000 m..... | 73 |
| Figura 3.16. Curvas de Strehl simuladas..... | 74 |
| Figura 3.17. Captura de pantalla del simulador..... | 75 |
| Figura 3.18. Esquema básico del sensor propuesto. | 76 |
| Figura 3.19. Parte superior, imagen antes de foco, parte inferior, imagen después de foco. Izquierda: imagen obtenida sin microlentes. Centro: Imagen obtenida con microlentes. Imagen recompuesta utilizando los píxeles centrales. | 77 |
| Figura 3.20. Diagrama de la imagen formada por las microlentes..... | 78 |
| Figura 3.21. Izquierda: imagen de la constelación de cinco estrellas de guía en el plano focal. Centro y derecha: Imágenes obtenidas en posiciones desenfocadas sin microlentes..... | 78 |
| Figura 3.22. Izquierda: imagen obtenida en sensor propuesto. Derecha: detalle de la imagen, se aprecia la imagen correspondiente a una microlente. | 79 |
| Figura 4.1. Imágenes producidas por microlentes de una cámara plenóptica (135mm f#2.8) para idénticos valores de (s,t) y valores de (u,v) desde 0.15° hasta 0.45°. | 81 |
| Figura 4.2. Superior izquierda, objeto original. Superior derecha, imagen en el plano focal. Inferior izquierda, imagen producida por el sensor plenóptico. Inferior derecha, resultado de la deconvolución. | 83 |

| | |
|---|-----|
| Figura 4.3. Izquierda, objeto original. Centro, imagen en el plano focal. Derecha, imagen producida por el sensor plenótico..... | 84 |
| Figura 4.4. Resultado de la deconvolución para diferentes resoluciones de la fase de frente de onda estimada. Izquierda, objeto original. Derecha, detalle del grupo central de líneas..... | 85 |
| Figura 4.5. Calidad de la deconvolución frente a la relación señal-ruido en la imagen plenótica capturada..... | 86 |
| Figura 5.1. Representación del diámetro del círculo de confusión en función de la distancia..... | 92 |
| Figura 5.10. Calidad de la recuperación frente al error medio en el ángulo de proyección. | 105 |
| Figura 5.11. Calidad de la recuperación frente a la relación señal-ruido de las imágenes de entrada..... | 106 |
| Figura 5.12. Ejemplos de recuperación de <i>light field</i> mediante el método propuesto. Izquierda, imagen elemental original. Centro, imagen elemental calculada mediante retroproyecciones filtradas. Derecha, imagen elemental recuperada mediante el método propuesto..... | 107 |
| Figura 5.13. Funcionamiento de una lente líquida. Fuente: www.optotune.com .. | 108 |
| Figura 5.14. Arriba, simulación de lente convencional. Abajo, simulación de lente líquida..... | 109 |
| Figura 5.2. Diámetro del círculo de confusión cuando la distancia de enfoque coincide con la hiperfocal. | 92 |
| Figura 5.3. Distribución de planos óptima. | 94 |
| Figura 5.4. Arriba, una apertura grande hace que las profundidades de campo sean pequeñas. Abajo, al reducir el diámetro de apertura, las profundidades de campo se hacen mayores, de modo que entre dos posiciones de enfoque puede no haber diferencia de enfoque sino de perspectiva debido a la variación de focal..... | 95 |
| Figura 5.5. Efecto de la variación de la longitud focal en la perspectiva. Fuente: expertphotography.com | 96 |
| Figura 5.6. Izquierda, fantoma original de Shepp-Logan. Centro, recuperación a partir de 16 proyecciones con una amplitud angular de 30°. Derecha, recuperación a partir de 16 proyecciones con una amplitud angular de 180°..... | 99 |
| Figura 5.7. Sinograma de un <i>light field</i> | 101 |

| | |
|--|-----|
| Figura 5.8. Arriba, sinograma original. Centro, sinograma de partida. Abajo, sinograma recuperado después de 50 iteraciones. Animación en www.cafadis.ull.es/videos/Figura_5.8.mp4 | 103 |
| Figura 5.9. Calidad de recuperación del light field frente al número de iteraciones. | 104 |

1. INTRODUCCIÓN

El título del presente trabajo introduce dos conceptos *a priori* desvinculados. En primer lugar, el término *light field*, o campo integral, asociado comúnmente a la fotografía computacional y a la imagen tridimensional. En segundo lugar, la fase de frente de onda, objeto común de estudio en diversos campos asociados con la óptica.

Se puede encontrar un vínculo común entre ambos conceptos, pues finalmente ambos están relacionados con la luz y la información que esta puede proveer. Más allá de esta relación, el estudio de estos dos conceptos suele hacerse independientemente el uno del otro. En este trabajo se abordará uno de los nexos de unión entre ambos conceptos, esto es, el sensor plenóptico, ampliamente usando como sensor de *light field* y con potencial como sensor de fase de frente de onda.

1.1 El *light field*

Un sensor de imagen convencional es únicamente capaz de registrar la cantidad de fotones que llegan a su superficie, no su dirección. Un sensor capaz de esto último, permitiría recoger información tridimensional de las escenas, esta es la principal motivación detrás de la investigación en *light field*.

La primera aproximación a un sensor que capturase el *light field* fue propuesta por Lippmann (1908), quien además recibiría el premio Nobel de Física en 1908 por la invención de la fotografía a color. En su trabajo, planteó un nuevo dispositivo que era capaz de recoger luz proveniente de una escena discerniendo el ángulo de cada rayo. Este dispositivo constaría de una película fotosensible en cuyo soporte de celuloide se habría formado, por medio de un molde, una matriz de semiesferas. Cada semiesfera actuaría como una lente convergente que formaría una imagen desde el punto de vista de esta (figura 1.1).

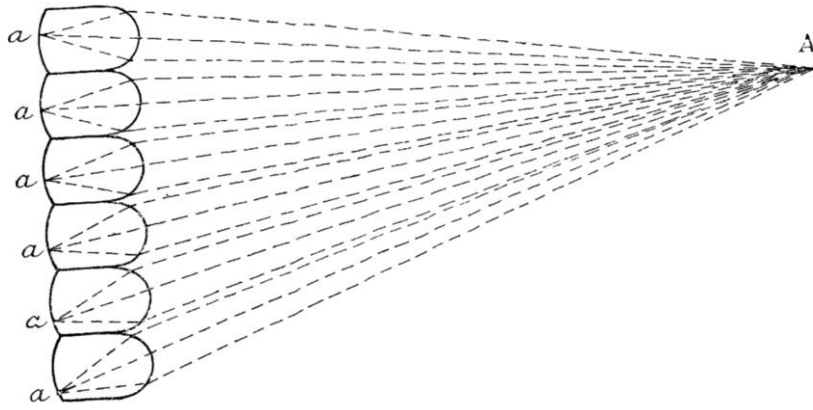


Figura 1.1. Esquema del sensor propuesto por Lippmann (1908).

Si bien el trabajo de Lippmann (1908) no describía un dispositivo práctico, sí planteaba la idea de un dispositivo que fuera capaz de capturar una escena desde una multitud de puntos de vista simultáneamente.

La necesidad de un dispositivo realizable con las técnicas de la época, motivó nuevas investigaciones, como el trabajo de Ives (1930). En este trabajo, se describe un dispositivo que en concepto es muy similar a la cámara plenóptica moderna. Constaba de una lente principal, que podía ser la lente de una cámara convencional, esta hacía imagen sobre una placa tallada con finas rendijas que permitían el paso de la luz. Detrás de esta placa se colocaba la película fotográfica. El paso de la luz por cada una de estas rendijas generaría imágenes en las que se discrimina de forma angular los rayos de luz que llegan a la lente principal. La discriminación angular se producirá, por tanto, únicamente en el eje perpendicular a las rendijas. En la figura 1.2 se muestra el esquema tal como fue publicado por Ives (1930).

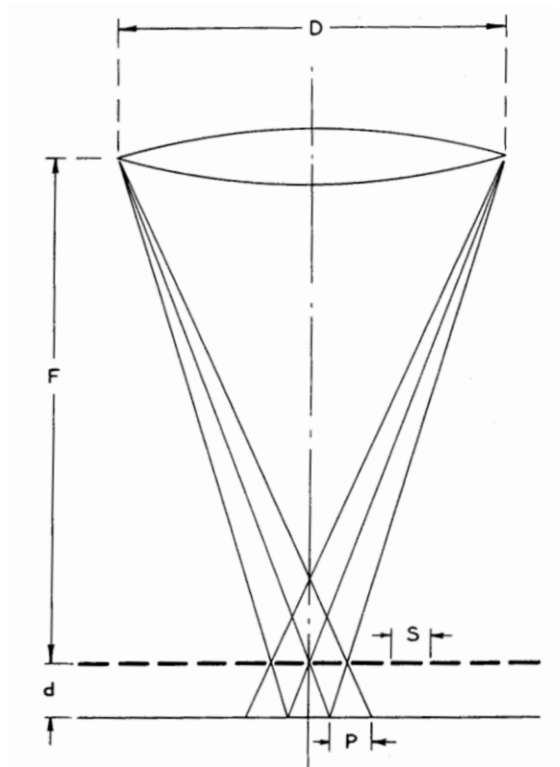


Figura 1.2 Cámara propuesta por Ives (1930).

En Ives (1930), se plantea además, una condición para que las imágenes formadas en la película no se superpongan, la relación focal de la lente principal debe coincidir con la relación focal de las rendijas:

$$\frac{F}{D} = \frac{d}{s} \quad (1.1)$$

En la figura 1.2, si consideramos únicamente la dimensión que se está representando, tenemos el esquema convencional de la cámara plenóptica. No tardaría mucho en aparecer este diseño, en la patente de Coffey (1935), se describe una cámara plenóptica moderna, a excepción de la película fotográfica, sustituida por sensores digitales en la actualidad. Coffey (1935) postuló además que las relaciones focales de la lente principal y las microlentes debían coincidir para aprovechar por completo la película fotográfica, lo cual es una generalización de la ecuación 2.2 extraída del trabajo de Ives (1930). También propuso las matrices de microlentes dispuestas en un arreglo hexagonal, de modo que se optimizara la

utilización del sensor. Un diseño actual de cámara plenóptica no difiere en lo fundamental del diseño de Coffey (1930).

La primera mención al término *light field* aparece en el trabajo de Gershun (1936), este trabajo se centra en la fotometría, sin embargo, define el *light field* como un vector de tres dimensiones. La definición moderna del término se la debemos a Levoy y Hanrahan (1996), su definición consiste en suponer líneas de radiancia. Estas líneas mantienen su radiancia a lo largo de toda su longitud siempre que no haya oclusiones.

Para definir cada una de estas líneas de radiancia, se propuso emplear dos planos, de modo que una línea de radiancia quedaría definida por la intersección con cada plano, esto es, dos coordenadas para la intersección con el primer plano y dos coordenadas para la intersección con el segundo plano. Visto de otro modo, esta representación es equivalente a definir cada recta por un punto de corte y una dirección de propagación.

Aunque abstracta, esta última definición permite conectar el *light field* con la imagen tridimensional. Supongamos que las coordenadas espaciales de un cierto objeto son las coordenadas (s,t) , esto es, el objeto yace en el plano (st) . El plano (uv) define un conjunto discreto de posibles coordenadas de observación. Así, la imagen que apreciaría un observador desde unas coordenadas (u,v) sería una imagen del objeto al completo con el punto de vista relativo a la posición (figura 1.3).

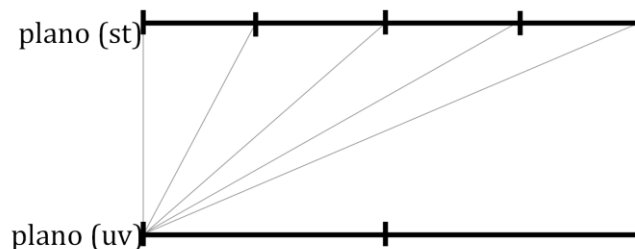


Figura 1.3. Líneas de radiancia definidas entre puntos del plano st y un punto del plano uv .

Hasta ahora, la aplicación habitual de un *light field* no es más que la de representar en tres dimensiones una escena capturada con un único dispositivo, pero las posibilidades que se abren cuando se captura un *light field* son mucho mayores. Un

light field permite producir enfoques nuevos de la escena después de capturar, controlar la apertura y conocer las distancias dentro de la escena. Estos aspectos serán desarrollados en la sección 2, en las que se analiza el *light field* capturado con una cámara plenóptica.

1.2 Fase de frente de onda

Antes de introducir el concepto de fase de frente de onda, es necesario introducir algunos conceptos sin los cuales la definición no quedaría sustentada.

Muchas de las asunciones que se harán están basadas en la óptica geométrica, la cual es una abstracción en la que, entre otras cosas, la luz se propaga como un conjunto discreto de rayos que viajan en línea recta siempre que estén en el interior de un medio homogéneo. Esta idea puede resultar intuitiva al pensar en la naturaleza de la luz, y de hecho, ya fue expuesta por el matemático griego Euclides. Estos rayos emanan de las fuentes de luz y pueden ser curvados, reflejados o absorbidos en función del medio por el que se propaguen. Pese a ser una idea que data de los orígenes de la ciencia sigue siendo una potente herramienta en el análisis de sistemas ópticos en la actualidad.

El fenómeno por el cual los rayos pueden cambiar de dirección al pasar de un medio a otro se conoce por refracción, sucede cuando la velocidad de propagación de la luz es diferente entre ambos. La velocidad de propagación de la luz en un medio se mide por su índice de refracción. Así, la velocidad de propagación en un medio de índice n , es $v = c/n$, donde c es la velocidad de propagación de la luz en el vacío.

Los ángulos de incidencia y refracción de los rayos al pasar de un medio a otro se describen mediante la ley de Snell (ecuación 1.2).

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (1.2)$$

Donde n_1 y n_2 son los índices de refracción de los medios, θ_1 y θ_2 son los ángulos de incidencia y refracción respectivamente (figura 1.4).

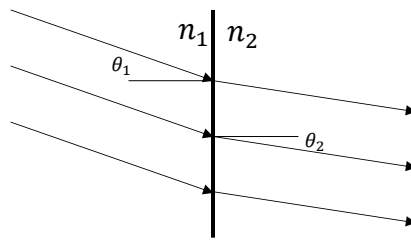


Figura 1.4. Refracción de rayos de luz al cambiar el índice de refracción del medio.

Otra situación en la que los rayos pueden cambiar su dirección de propagación es en la reflexión, en este caso, el ángulo de incidencia es siempre igual al ángulo de reflexión.

Como último fenómeno que explique la desviación de los rayos está la difracción, descrita como cualquier desviación de los rayos que no pueda ser explicada por refracción o reflexión, (Sommerfeld, 1954). La difracción está relacionada con la naturaleza ondulatoria de la luz y, aunque fascinante, no tiene relevancia en esta explicación.

Un frente de onda es un lugar geométrico en el que todas las partículas de un medio son alcanzadas en un instante de tiempo por una determinada perturbación. Así un haz de luz viajando por un medio homogéneo con sus rayos paralelos tendrá un frente de onda plano. Si este haz atraviesa una interfaz con otro medio de índice de refracción distinto, el frente de onda será modificado de acuerdo a la variación de los índices de refracción y a la forma de la interfaz entre medios.

Para ejemplificar, supongamos un haz plano, que se propaga en el interior de un medio de índice de refracción n_1 . Supongamos también que este medio está separado de otro medio de índice n_2 por una interfaz de perfil esférico. Inmediatamente después de esta interfaz, el frente de onda adquiere el perfil de la interfaz (figura 1.5), esto es, el frente de onda pasa de plano a esférico. Los ángulos de incidencia y los ángulos de refracción pueden ser calculados de nuevo empleando la ley de Snell

Una forma más conveniente de representar lo ocurrido es mediante la longitud de camino óptico (OPL, del inglés *Optical Path Length*). La longitud de camino óptico se escribe como:

$$OPL = nd \tag{1.3}$$

Donde, d es la distancia recorrida por un rayo a través de un medio con un índice de refracción n . Así, en el caso anterior, la longitud de camino óptico seguiría el perfil esférico de la interfaz entre los dos medios:

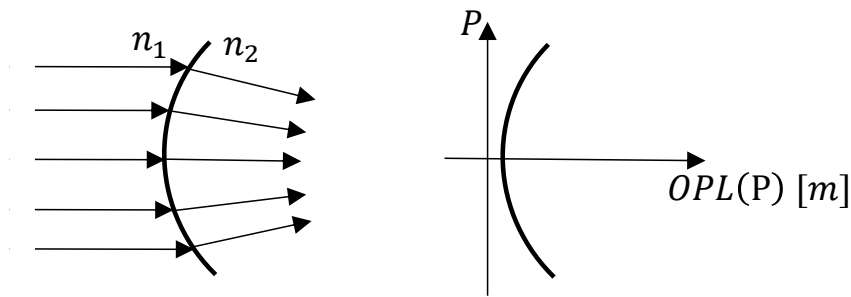


Figura 1.5. Refracción en una interfaz curvada, el frente de onda se modifica de acuerdo a la variación de índices de refracción y perfil de la interfaz. En este caso n_2 es mayor que n_1 y los rayos después de la interfaz convergen.

La posición en el plano perpendicular a la dirección de propagación se denotará por la letra P , de modo que para cada posición del plano, el frente de onda tomará el valor $OPL(P)$.

Hasta ahora, se ha visto cómo se altera el frente de onda de un haz de luz que atraviesa un medio, veamos ahora su descripción matemática.

Una onda monocromática puede describirse como:

$$u(P, t) = A(P)\cos(2\pi\omega t + \Phi(P)) \tag{1.4}$$

Donde, $A(P)$ y $\Phi(P)$ son, respectivamente amplitud y fase de frente de onda en la posición P , ω representa la frecuencia óptica. La fase $\Phi(P)$ es una magnitud angular,

pero refleja el adelanto o atraso de la onda. Anteriormente, describimos la longitud de camino óptico como el atraso de la onda en distancias, para convertir la longitud de camino óptico a la fase de frente de onda, basta con convertir a radianes:

$$\Phi(P) = kOPL(P) \quad (1.5)$$

Donde, k , es el número de onda $2\pi n \omega/c$, o de forma más compacta, haciendo referencia a la longitud de onda λ , $k = 2\pi/\lambda$. La ecuación 1.4 se puede escribir en forma compleja:

$$u(P, t) = \text{Re}\{U(P)e^{-j2\pi\omega t}\} \quad (1.6)$$

Donde, $\text{Re}\{\}$, denota la parte real. $U(P)$ es una función compleja de la posición. Como la parte asociada a la frecuencia temporal se mantiene, la forma común de representar un haz de luz es por una función que simplemente describa la distribución espacial.

$$U(P) = A(P)e^{-jk\Phi(P)} \quad (1.7)$$

En la ecuación 1.7, $U(P)$ representa el conocido como campo complejo o simplemente fasor y $A(P)$ es conocida como la amplitud.

Queda por hacer una última definición, la respuesta de un sistema óptico a una fuente puntual determina su resolución efectiva, este parámetro de gran importancia se conoce como PSF (*Point Spread Function*) y será de vital importancia en la cuantificación de la calidad de un sistema óptico.

1.3 Turbulencia atmosférica

La atmósfera está sujeta a continuos cambios de temperatura, viento y humedad, entre otras variables, que causan variaciones locales en la atmósfera. Las variaciones locales de temperatura producen a su vez cambios locales de índice de refracción, por ejemplo, zonas de aire más caliente que la media tienen un índice de refracción menor.

Cuando se observan objetos celestes cualesquiera, la distancia de estos objetos a la Tierra es tan grande, que el frente de onda con el que se propaga su luz llega plano a la atmósfera. Al entrar en la atmósfera, las partes del frente de onda que encuentren aire más caliente, avanzarán más rápidamente que las partes del frente de onda que encuentren zonas de aire frío. Esto, ocasiona que los rayos atraviesen diferente longitud óptica, esto es, aparece una fase de frente de onda debida a las aberraciones que induce la turbulencia atmosférica. Además, estas variaciones cambian constantemente con el tiempo en intervalos típicamente del orden de los milisegundos.

Un proceso aleatorio como la turbulencia atmosférica podría describirse mediante medidas de dispersión, sin embargo, en este campo es ampliamente usada la función de estructura:

$$D_{\Phi}(r) = \langle [\Phi(P+r) - \Phi(r)]^2 \rangle \quad (1.8)$$

La función de estructura define el promedio temporal y espacial de las diferencias al cuadrado entre el valor de la fase de frente de onda entre cada punto de esta, y otro separado una distancia r . Esta función es de gran importancia ya que se usa para describir el modelo más aceptado de la atmósfera (Kolmogorov, 1941):

$$D_{\Phi}(r) = 6.88 \left(\frac{|r|}{r_0} \right)^{5/3} \quad (1.9)$$

La ecuación 1.9, contiene un único parámetro, r_0 , conocido como radio de coherencia atmosférica, o parámetro de Fried. El modelo de Kolmogorov es la base de la toda la teoría relacionada con hacer imagen a través de la atmósfera. En un telescopio cuyo diámetro sea mucho mayor que r_0 se supone habitualmente un valor de FWHM angular para la PSF de:

$$\beta \approx \frac{\lambda}{r_0} \quad (1.10)$$

El parámetro β se denomina comúnmente *seeing*. Este parámetro da una medida aproximada del tamaño de la PSF en largas exposiciones. Otra forma común de representar la intensidad de las fluctuaciones del índice de refracción es mediante la conocida como constante de estructura del índice de refracción (C_n^2). Esta medida es también de gran importancia pues se emplea para describir el comportamiento de la turbulencia atmosférica en relación a la altitud. El parámetro de Fried y el valor de C_n^2 se relacionan por la siguiente fórmula:

$$r_0 = 0.423 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \int_0^{H_{\max}} C_n^2(h) dh \quad (1.11)$$

Donde H_{\max} es la máxima altitud donde haya turbulencia atmosférica. La ecuación anterior expresa la dependencia del parámetro de Fried con respecto al valor acumulado de C_n^2 , esto significa que diferentes distribuciones de C_n^2 resultarán en un mismo parámetro de Fried.

Hasta ahora se han descrito las aberraciones que introduce la atmósfera de forma genérica, pero no se ha entrado en su descripción. En óptica, las aberraciones se

suelen representar como la suma de un tipo especial de polinomio, estos son los polinomios de Zernike (1934), las aberraciones atmosféricas pueden representarse de esta forma, pero sus coeficientes son aleatorios.

Un polinomio de Zernike $Z_n^m(r, \theta)$ se describe en coordenadas polares (r, θ) , para un círculo de radio unitario. Se definen entonces por su índice radial y su índice azimutal (n, m) . Para cada valor de n , m podrá tomar $n + 1$ valores. La utilidad de estos polinomios se debe a que son ortonormales sobre una apertura circular y, por tanto, cualquier aberración óptica en una pupila circular se puede representar como una suma de infinitos polinomios de Zernike:

$$\Phi(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i Z_i(\vec{r}) \quad (1.12)$$

La figura 1.6 muestra los 21 primeros modos de Zernike, en orden radial (vertical) y azimutal (horizontal). Algunos polinomios no se designan únicamente por sus índices, sino que se les ha dado nombre, por ejemplo, el modo $(0,0)$, conocido como pistón que corresponde con una fase constante, no influye en la imagen y normalmente es ignorado. Los modos $(1,-1)$ y $(1,1)$ son conocidos como *tip* y *tilt*, la influencia de estos modos en la imagen es el desplazamiento de esta. El modo $(2,0)$ es el desenfoque, esto es, la aberración que se produce, por ejemplo, cuando en una cámara, el sensor no se halla en el plano focal de la lente, o el modo $(4,0)$, conocido como aberración esférica, que es la aberración característica que producen las lentes esféricas.

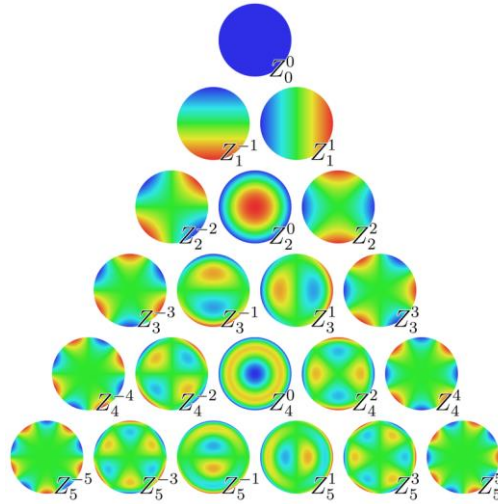


Figura 1.6. Representación gráfica de los 21 primeros modos de Zernike.

Para finalizar este resumen de los principales factores que afectan a la observación a través de la atmósfera concluiremos introduciendo el índice Strehl por ser la representación más común de la calidad de imagen de telescopios astronómicos.

$$S = \frac{I}{I_0} \quad (1.13)$$

Donde, I es el máximo valor de la PSF del sistema e I_0 es el máximo valor de la PSF limitada por difracción. En telescopios astronómicos, su gran apertura nuevamente nos permite suponer que su diámetro es mucho mayor que r_0 , en estos casos se supone comúnmente:

$$S \approx \left(\frac{r_0}{D}\right)^2 \quad (1.14)$$

Sin embargo, la medida de Strehl no es fácilmente unificable entre trabajos de distintos autores ya que el resultado cambia sensiblemente ante sutiles cambios en la simulación del sistema óptico. En el trabajo de Roberts et al. (2004) encontraron diferencias de hasta el 10% en medidas de Strehl sobre los mismos resultados dependiendo del grupo de investigación que efectuara la estimación.

1.4 Sensores de fase de frente de onda

Los sensores de imagen no recogen el fasor o campo complejo, sino que recogen la magnitud comúnmente conocida como intensidad:

$$I(P) = U(P)U(P)^* = |U(P)|^2 \quad (1.15)$$

El que un sensor de imagen sea únicamente capaz de capturar la intensidad, o el módulo al cuadrado del campo complejo tiene una seria implicación, y es que la fase del campo complejo no puede medirse directamente. Por ello se hace necesario un sensor específico de fase de frente de onda. En este apartado se resumen los sensores de frente de onda más extendidos.

1.4.1 El sensor Shack-Hartmann

El origen del sensor se basa en el trabajo de Hartmann (1900), en el que para medir las aberraciones de un telescopio colocó, en la pupila de entrada, una máscara con una serie de agujeros en ella. Con la máscara colocada, tomó imágenes a ambos lados del plano focal. Las imágenes obtenidas consistían en una serie de puntos, una óptica perfecta haría que la posición de los puntos de una imagen a otra se mantuviera, mientras que cualquier aberración se traduciría en un desplazamiento relativo de los puntos. Este desplazamiento relativo entre los puntos es proporcional a la pendiente local de la fase de frente de onda, por tanto, finalmente se obtenía una medida de las pendientes con tantas muestras como agujeros tuviera la máscara. Como el interés era medir las aberraciones del telescopio, este podía apuntarse a cualquier fuente de gran luminosidad.

La máscara de Hartmann se usó ampliamente durante años para estimar la calidad de la óptica de los telescopios. Años más tarde, el interés por poder utilizar objetos de referencia de muy bajo brillo para aplicaciones militares (Schwiegerling y Neal, 2005), llevó a Shack y Platt (1971) a sustituir la máscara de agujeros por una matriz de microlentes. De este modo, se conseguía una mayor eficiencia, pues toda la luz

que atravesaba la pupila, se concentraba en puntos en el plano focal de las microlentes. De este modo, para conocer las pendientes locales bastaría con comparar la posición del eje óptico de las microlentes con la posición del punto formado.

El diseño convencional de un sensor Shack-Hartmann se puede encontrar en la figura 1.7, se usa una óptica de reimaginación ya que no sería práctico colocar una matriz de microlentes del área de la pupila de entrada del telescopio. En su lugar se reimagina la pupila a un tamaño más manejable.

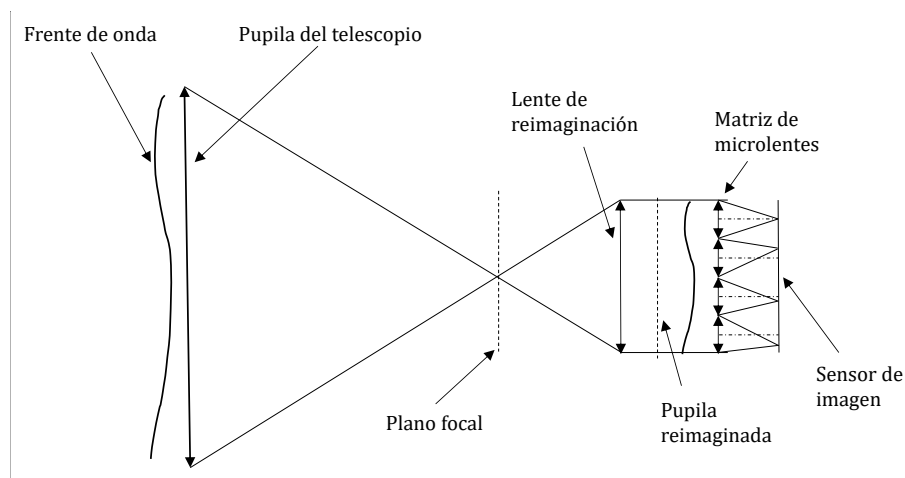


Figura 1.7. Esquema simplificado de un sensor Shack-Hartmann en un telescopio.

La determinación más adecuada de la posición del punto formado por las microlentes es un asunto de estudio de gran importancia, aunque en forma genérica se puede decir que el cálculo del centroide de la intensidad es la forma más ampliamente utilizada (Thomas et al. 2006).

La pendiente media de la fase de frente de onda, en la región subtendida por cada microlente, para ángulos pequeños es proporcional al desplazamiento del centroide medido con respecto al eje óptico de la microlente. Denotaremos por d , la distancia desde el eje óptico de una microlente y el centroide calculado, y la focal de las microlentes como f_{ul} . Para ángulos pequeños, la derivada local de la fase de frente de onda es:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x} \approx \frac{d}{f_{ul}} \quad (1.16)$$

Donde x , denota la dimensión de medida. La simplicidad y efectividad de este diseño han hecho que este sea el sensor de fase de frente de onda más extendido en todos los campos.

1.4.2 Sensor de curvatura

El sensor de curvatura fue propuesto por Roddier (1988) como un sensor de fase de frente de onda que mide directamente la segunda derivada (o curvatura) y no la primera derivada o pendiente como en el caso del Shack-Hartmann. El sensor de curvatura se basa en adquirir la imagen en dos posiciones simétricas respecto al plano focal del telescopio (figura 1.8).

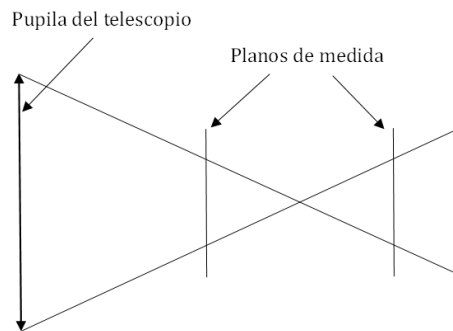


Figura 1.8. Esquema del sensor de curvatura

En este esquema, cualquier diferencia de la fase de frente de onda con respecto a un frente de onda plano, se reflejará en cambios de intensidad opuestos entre las dos imágenes. La salida inmediata del sensor es entonces, la diferencia entre las dos imágenes $\Delta I(x, y, z)$. Un pequeño cambio en la curvatura $\Delta H(x, y, 0)$ se reflejará en una diferencia entre las dos imágenes después de una cierta propagación z :

$$\Delta I(x, y, z) \approx -zI(x, y, 0)\Delta H(x, y, 0) \quad (1.17)$$

1.4.3 Sensor geométrico

El sensor geométrico es un sensor de reciente invención basado en el trabajo de van Dam y Lane (2002) y desarrollado por Fernández-Valdivia (2015). El sensor geométrico se basa en un sistema óptico que reimagina la pupila. Al igual que el sensor de curvatura, requiere dos imágenes tomadas en distintas posiciones ópticas.

El tratamiento que se hace sobre las imágenes es diferente al que se hace en el sensor de curvatura, puesto que van Dam y Lane (2002) plantean un nuevo enfoque basándose en la primera derivada de la intensidad al contrario que en el sensor de curvatura en el que se emplea la segunda derivada.

Además, es un sensor modal, esto quiere decir que la fase de frente de onda medida se expresa como una descomposición de polinomios de Zernike.

1.4.4 El sensor piramidal

El sensor piramidal, propuesto por Ragazzoni (1996), consiste en un prisma en forma de pirámide en el plano focal del telescopio. El prisma piramidal subdivide el campo en el plano focal en cuatro subimágenes de la pupila del telescopio (figura 1.9). La sensibilidad y linealidad del sensor, dependen del tamaño de las imágenes formadas. Un *tip-tilt* suficientemente grande puede hacer caer la mayor parte de la intensidad en una sola cara de la pirámide, llevando el sensor a la saturación al sensor. Es por ello, que en el trabajo original, Ragazzoni propuso aplicar una modulación mecánica de amplitud δV al prisma piramidal.

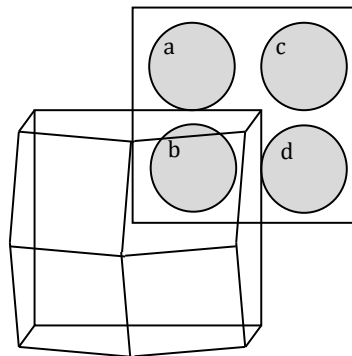


Figura 1.9. Dibujo simplificado del sensor piramidal. Un prisma piramidal forma cuatro imágenes en el sensor de imagen.

Las derivadas de la fase de frente de onda se pueden calcular mediante operaciones aritméticas entre las cuatro imágenes denotadas por las letras a,b,c y d; siguiendo la notación de Ragazzoni:

$$\frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial x} \propto \frac{(I_a(x, y) + I_b(x, y)) - (I_c(x, y) + I_d(x, y))}{I_a(x, y) + I_b(x, y) + I_c(x, y) + I_d(x, y)} \frac{N}{\delta V} \quad (1.18)$$

$$\frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial y} \propto \frac{(I_a(x, y) + I_c(x, y)) - (I_b(x, y) + I_d(x, y))}{I_a(x, y) + I_b(x, y) + I_c(x, y) + I_d(x, y)} \frac{N}{\delta V} \quad (1.19)$$

Donde, N representa la relación focal del telescopio. Las ecuaciones anteriores dejan ver que si la amplitud de modulación mecánica δV es muy pequeña, el sensor saturará ante pequeñas variaciones de intensidad.

La principal desventaja de este sensor es el tener que introducir la modulación mecánica en el prisma, añadiendo complejidad al sistema, un trabajo más reciente de Ragazzoni (2002) introduce un difusor en el camino óptico, de modo que no sea necesaria la modulación mecánica eliminando partes móviles.

1.5 Óptica adaptativa

Dado que la gran limitación en la observación astronómica está provocada por los efectos atmosféricos, parece lógico tratar de compensar la turbulencia atmosférica utilizando algún sistema que trabaje en conjunción con el telescopio. Este tipo de sistemas se denominan óptica adaptativa.

Los sistemas de óptica adaptativa mejoran la calidad de imagen midiendo y corrigiendo las aberraciones de fase de frente de onda introducidas por la atmósfera. Se lleva a cabo mediante un sistema opto-mecánico con uno o más espejos deformables y uno o más sensores de fase de frente de onda.

El funcionamiento básico de un sistema de óptica adaptativa es el que sigue: el haz de luz proveniente de un objeto de referencia, por ejemplo, una estrella, es recogido por el telescopio, se refleja en un espejo deformable y se dirige parte de este a un sensor de fase de frente de onda (figura 1.10). El sensor de fase de frente de onda, mide la aberración del haz respecto a un haz plano, esta medida es traducida a una señal de control enviada al espejo deformable que adoptará una forma acorde a esta. Si la deformación del espejo deformable contrarresta la fase del haz de entrada, el haz a la salida del espejo deformable tendrá una aberración nula y por tanto el sistema quedaría limitado por difracción. Desde el punto de vista del instrumento, o cámara de ciencia, llegará el haz después de haberse reflejado en el espejo deformable.

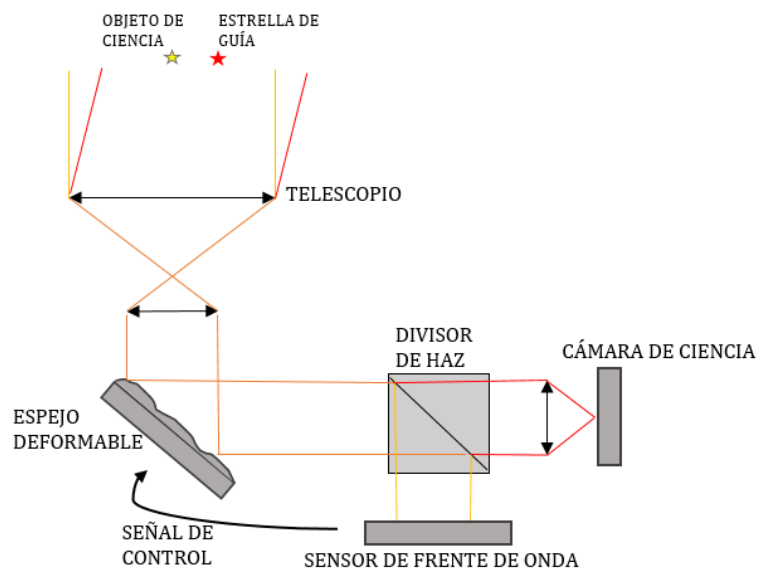


Figura 1.10. Diagrama básico de un sistema de óptica adaptativa.

Un sistema de óptica adaptativa en su forma más sencilla utiliza una estrella natural como objeto de guía. Esta técnica se denomina NGAO, del inglés *Natural Guide Star Adaptive Optics*, esta estrella debe ser lo suficientemente brillante y hallarse dentro del campo de visión del telescopio. En un sistema como el de la figura 3.6, la estrella de guía y el objeto de ciencia a estudiar están en posiciones angulares distintas, y por lo tanto, la atmósfera atravesada por cada haz no es la misma. Esto implica que el sensor de fase de frente de onda medirá una fase ligeramente distinta a la fase con la que llega la imagen del objeto de ciencia. Cuanta más distancia angular haya entre la estrella de guía y el objeto de estudio, peor será la corrección.

Limitar el cielo a los objetos suficientemente cercanos a estrellas de guía es un serio inconveniente, por lo que para superar esta limitación se ha desarrollado la técnica conocida como LGAO, del inglés *Laser Guide Star Adaptive Optics*. En esta técnica, se usa un láser de gran potencia para crear una estrella laser artificial en el cielo.

Las estrellas láser artificiales (LGS) se pueden producir de dos maneras. La primera aprovecha la dispersión Rayleigh de la luz en la parte baja de la atmósfera, el inconveniente es que la mayor parte de la luz se dispersa en los primeros 1 o 2 kilómetros de la atmósfera, por ello, se emplea un láser pulsado en conjunción con un *shutter* en frente del sensor de fase. Con el sincronismo adecuado se puede conseguir la respuesta de la atmósfera a una altura de entre 10 y 20 kilómetros.

El segundo tipo de LGS empleado es la estrella de sodio. A 90 kilómetros de altura, y con un grosor de unos 10 kilómetros existe la denominada capa de sodio, formada principalmente por la ablación térmica de meteoritos. Los átomos de sodio se pueden excitar mediante un láser sintonizado a 589nm (esta longitud de onda corresponde con la línea D de Fraunhofer) e irradiar a la misma longitud de onda.

Al igual que ocurre con las LGS Rayleigh, gran parte de la luz dispersada en los primeros kilómetros retorna al telescopio, es por ello que el mejor emplazamiento para colocar un láser es en la parte trasera del espejo secundario, de este modo, la oclusión de este bloquea la dispersión.

Si bien las LGS incrementan el área del cielo que puede ser estudiada tienen algunas limitaciones con respecto las estrellas naturales como son el efecto cono y el *tip-tilt*.

Recordemos que la LGS se formará a unos 10 o 20 km en estrellas tipo Rayleigh o 90 km en estrellas de sodio, una capa atmosférica situada a cualquier altura será siempre muestreada de forma distinta por la LGS o por la estrella natural. En primer lugar, cualquier turbulencia a una altura mayor a la que se forma la LGS no podrá ser muestreada. Además, la propagación desde la LGS hasta el telescopio forma un cono, mientras que la estrella natural, al poder suponerse en el infinito, forma un cilindro de propagación. Por último, el frente de onda de la estrella natural y de la LGS están escalados de forma distinta, las partes superiores de la atmósfera no son

muestreadas completamente. En la figura 1.11, puede verse intuitivamente, que únicamente se medirá información relativa a la atmósfera en el cono imaginario formado entre la pupila del telescopio y la LGS. Esto implica que al corregir la fase de frente de onda, la calidad de la corrección será máxima en la dirección de la LGS y disminuirá al variar la dirección (figura 1.11). Desde un punto de vista práctico, este hecho implica que la estrella de guía debe formarse en un ángulo cercano al objeto de estudio para aprovechar al máximo la corrección.

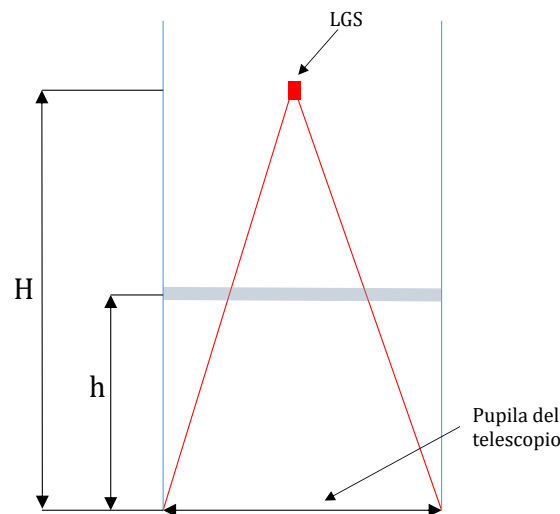


Figura 1.11. El cono de propagación de la LGS (rojo), implica un estrechamiento del área de fase muestreada de $1 - h/H$ en comparación con la propagación de una estrella natural (azul).

La otra limitación está relacionada con el *tip-tilt* que se refleja en la observación como un cambio en la posición angular del objeto de estudio, al lanzar un haz láser, este será desviado dos veces, una en su camino de subida hasta la capa de sodio y otra en su camino de vuelta hasta la pupila del telescopio, esto significa que el *tip-tilt* se anula cuando se usa una LGS. La solución más convencional es emplear una estrella natural adicional para medir únicamente el *tip-tilt*, lo cual puede hacerse utilizando estrellas muy débiles que no servirían para medir el frente de onda completo, pero que son abundantes en cualquier dirección de apuntado.

Como se ha explicado, los sistemas de óptica adaptativa anteriores tienen la principal limitación del pequeño ángulo de visión corregido y que además, la máxima corrección está en línea con la estrella guía. En este sentido la tendencia

actual en los sistemas de óptica adaptativa es diseñar sistemas que permitan un campo de visión corregido mucho mayor y uniforme en la medida de lo posible.

1.6 Óptica adaptativa multiconjugada

La óptica adaptativa multiconjugada o MCAO (del inglés *Multi-Conjugate Adaptive Optics*) es una mejora de la óptica adaptativa clásica con el objetivo de incrementar el campo de visión corregido. Si en el caso de una única LGS veíamos que el Strehl mejoraba muy cerca de ella, la solución pasa entonces por colocar varias LGS en el campo de visión del telescopio, en lo que se conoce como constelación de LGS (figura 1.12). En realidad, se trata primero de reconstruir un modelo tridimensional de la turbulencia atmosférica, para ello, varios sensores de frente de onda hacen una medida de fase de cada una de las LGS. Estas medidas de fase de frente de onda, son en realidad proyecciones de la turbulencia atmosférica, se puede entonces modelar la turbulencia atmosférica, como un modelo tridimensional, esto es, capas de turbulencia a diferentes alturas.

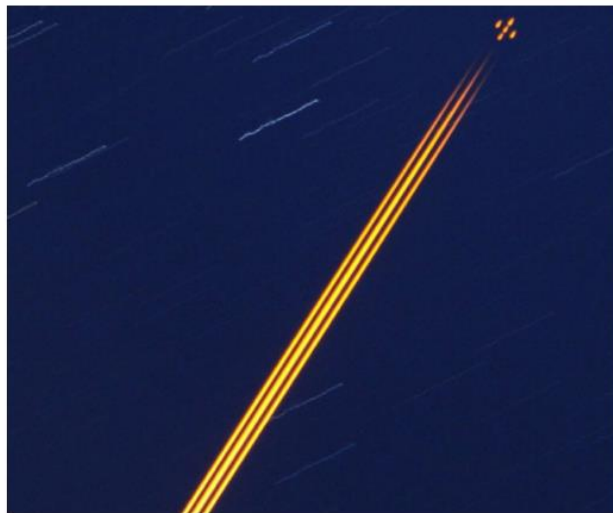


Figura 1.12. Constelación de 5 LGS usadas en la óptica adaptiva del telescopio Gemini South. Extraído de Neichel y Rigaut (2012).

Con este modelo discreto de la turbulencia atmosférica se puede ahora controlar varios espejos deformables (figura 1.13), cada uno de estos espejos estará ópticamente conjugado a una cierta distancia del telescopio. La altura de conjugación de los espejos deformables deberá coincidir con las alturas del modelo atmosférico que se ha asumido, para una corrección óptima.

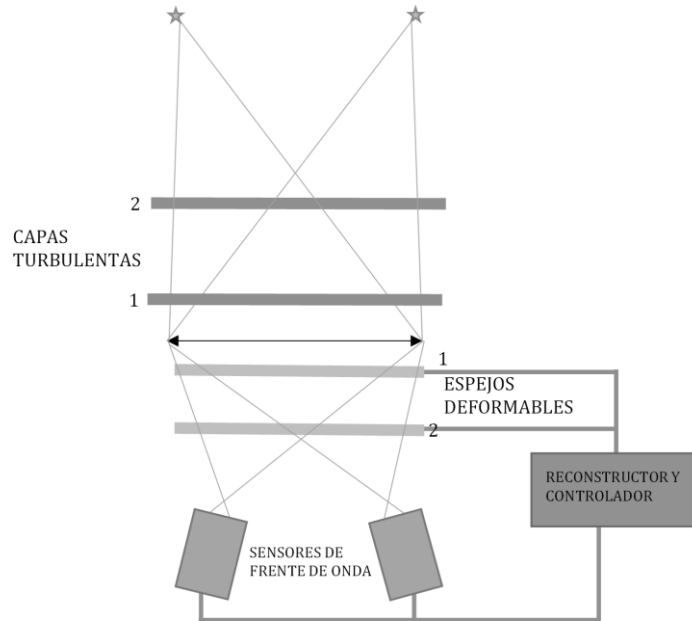


Figura 1.13. Esquema de un sistema MCAO. Varios sensores de frente de onda miden simultáneamente el frente onda asociado a varias LGS.

Recapitulando, la óptica adaptativa multiconjugada tiene dos partes fundamentales, la primera es la medida de la fase de frente de onda y la reconstrucción del modelo tridimensional de la atmósfera, la segunda es el control en tiempo real de los espejos deformables para compensar la aberración de fase. El presente trabajo se centrará en la parte relacionada con la medida de fase de frente de onda y el reconstructor de turbulencia atmosférica. Como el objetivo general de este trabajo es demostrar las posibilidades del sensor plenóptico, la medida de las fases de frente de onda se hará utilizando sensores plenópticos.

2. EL SENSOR PLENÓPTICO

Este capítulo aborda tanto el origen del sensor plenóptico, como su fundamentación como sensor de frente de onda. El capítulo finaliza con la verificación del sensor plenóptico al compararlo con el sensor geométrico.

2.1 Origen del sensor plenóptico

El término “plenóptica” fue utilizado por primera vez en el trabajo de Adelson y Bergen (1991). En este trabajo se definía la función plenóptica como una función capaz de describir todos los elementos visibles, ya sea desde una cámara o un observador. Supongamos una cámara ideal situada en el espacio en (V_x, V_y, V_z) y que registra todos los rayos que pasan a través del centro de la pupila a un ángulo definido por dos variables angulares (horizontal y vertical) (θ, φ) . Podemos añadir además la longitud de onda (λ) y el tiempo t . La función plenóptica, tal como fue descrita por Adelson y Bergen (1991) se expresa como:

$$P = P(\theta, \varphi, V_x, V_y, V_z, \lambda, t) \quad (2.1)$$

La anterior expresión para la función plenóptica describe toda la información disponible para un observador en cualquier punto del espacio en cualquier instante.

En el trabajo de Adelson y Wang (1992) se retomaron los trabajos de Lippmann e Ives, ya que la tecnología empezaba a hacer posible la fotografía computacional. Propusieron la primera cámara plenóptica, que en realidad se trataba del diseño de la patente de Coffey (1935) en la que ya se proponían las microlentes. En cualquier caso, acuñaron el término “cámara plenóptica” y sacaron partido por primera vez a las ideas de Lippmann e Ives en el campo de la fotografía computacional.

Aunque este trabajo era primitivo en muchos aspectos, puso de manifiesto no solo la simplicidad de un dispositivo compacto capaz de capturar información de una

escena desde un gran número de puntos de vista, sino que además se sentaron las bases para aplicaciones como el reenfoque o la generación de mapas de distancia.

La figura 2.1 muestra el esquema convencional de un sensor plenóptico, en el que la matriz de *pinholes* se ha sustituido por una matriz de microlentes

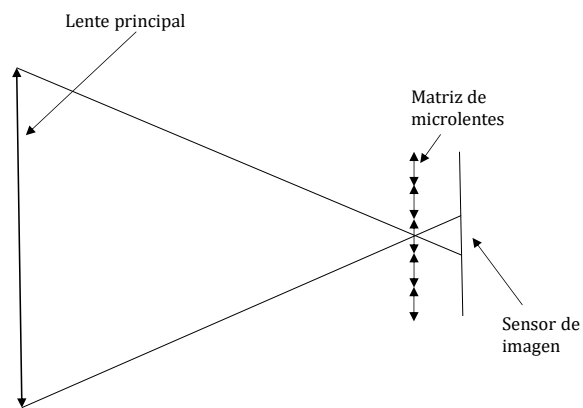


Figura 2.1. Esquema clásico de un sensor plenóptico. En el plano focal de una lente se coloca una matriz de microlentes, cuyo plano focal coincide con el sensor.

Se debe notar que, cuando las relaciones focales de lente principal y microlente coinciden, las imágenes formadas tras cada microlente ocupan toda el área del sensor, sin que estas entre ellas se solapen. Esto implica que un cambio en la apertura de la lente principal afecta a la forma de la imagen formada tras la microlente, esto es, cerrar la apertura hace que las imágenes formadas tras las microlentes se reduzcan en diámetro.

2.2 El sensor plenóptico en fotografía computacional

El sensor plenóptico se encuentra vinculado, desde su origen, a la fotografía. En las últimas décadas, el desarrollo de la fotografía digital, ha hecho que el sensor plenóptico cobre mayor interés.

La función plenóptica (ecuación 2.1) representa todo lo que un sensor ideal y ubicuo podría capturar, Adelson y Wang (1992) se dieron cuenta de que, si bien la cámara plenóptica paradójicamente no podía capturar la función plenóptica al completo, sí podía capturar una parte de esta. En primer lugar, en la definición de la función plenóptica (ecuación 2.1), eliminaremos los términos relacionados con el tiempo y

la longitud de onda. En este caso estaríamos ante una función de cinco variables, sin embargo, la cámara plenóptica estará limitada a capturar los puntos de vista contenidos en la extensión de su apertura, con lo cual, la función plenóptica queda reducida a 4 dimensiones.

La descripción de la función que puede capturar la cámara plenóptica coincide con la posterior definición de Levoy y Hanrahan (1996). Recordemos que el *light field* define líneas de radiancia entre dos planos virtuales (figura 2.2).

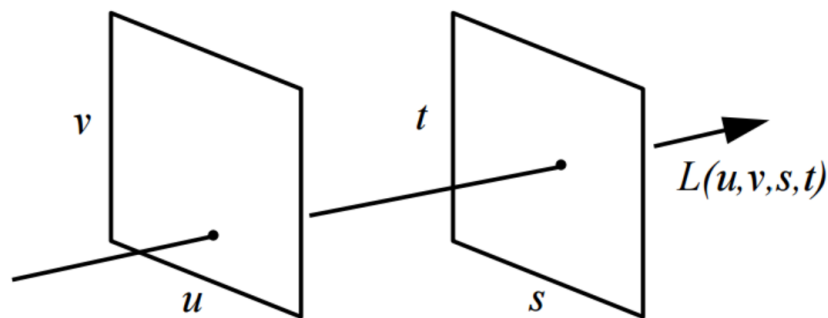


Figura 2.2. Representación gráfica del *light field* en cuatro dimensiones, extraído de Levoy y Hanrahan (1996).

De esta forma es sencillo representar una imagen de salida de un sensor plenóptico de una forma muy conveniente. Como se ha explicado anteriormente, un sensor plenóptico es capaz de capturar una escena desde una multitud de puntos de vista, en Levoy y Hanrahan (1996), se propone utilizar el plano (s,t) para las coordenadas de la escena y las coordenadas (u,v) para la posición angular desde la que fue capturada la imagen. En primer lugar, la figura 2.3 muestra un ejemplo de *light field* capturado con una cámara plenóptica basada en una cámara Sony QX-100 modificada para aceptar una matriz de microlentes, con un número de efectivo de microlentes de 271×282 y 8×8 píxeles efectivos subtendidos por cada microlentes.

Cada imagen de la escena (plano st) desde un punto de vista, se representa con una posición dentro del *light field* recompuesto, relativa a sus coordenadas angulares (u,v) . Cada una de estas imágenes con diferente punto de vista será designada como imagen elemental.

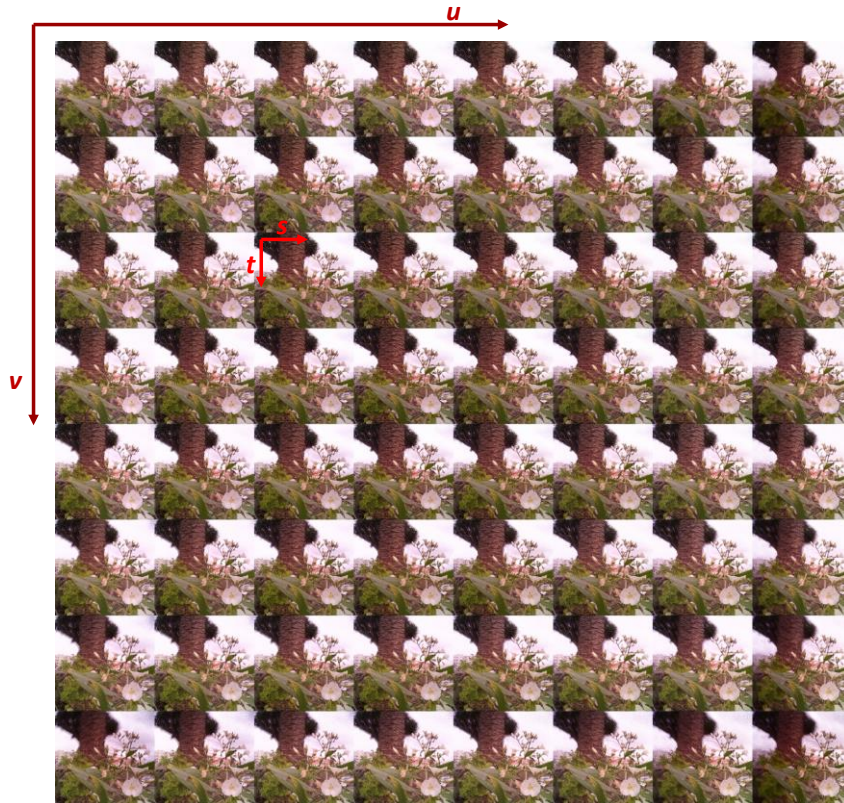


Figura 2.3. Representación en dos dimensiones de un *light field*. Cada imagen elemental está colocada en una posición relativa a sus coordenadas (u,v) .

Esta representación de un *light field* permite observar cada una de las imágenes elementales y conocer cuál era su posición (u,v) de forma intuitiva.

2.2.1 El sensor plenóptico como sensor de *light field*

La imagen de salida de un sensor plenóptico contiene la misma información que la imagen de *light field* de la figura 2.3 pero sus datos se hallan reordenados. En un sensor plenóptico, cada una de las microlentes muestrea el plano focal de la lente principal a un ángulo (u,v) dado por la posición relativa de la microlente respecto a la lente principal (figura 2.4).

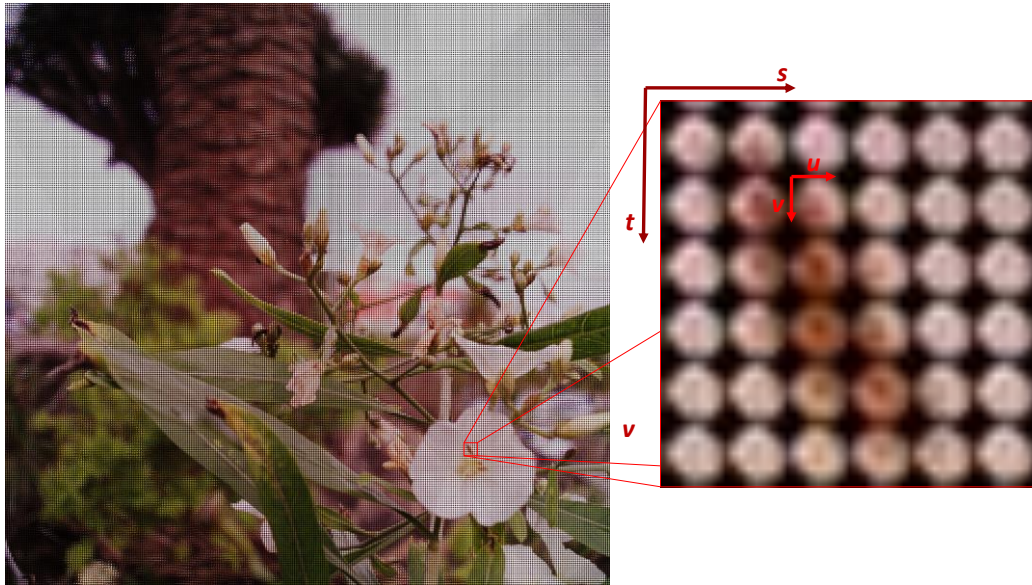


Figura 2.4. Imagen plenótica de un *light field*. La posición de los píxeles dentro de las imágenes formadas por cada microlente es relativa a la coordenadas (u,v) .

La resolución final del *light field* depende finalmente de la matriz de microlentes y de la resolución del sensor. La resolución angular, esto es, el número de imágenes elementales posibles, depende de la relación entre el diámetro de la microlente y el tamaño de pixel en el sensor.

Recordemos, que en un sensor plenótico, en el que las relaciones focales de la lente principal y las microlentes coincidan, el área del sensor subtendida por la microlente corresponde a su diámetro. Resumiendo, la resolución angular equivale al número de píxeles subtendidos por cada microlente. La resolución espacial depende únicamente del número de microlentes que componen la matriz, cada imagen elemental tiene tantos píxeles como microlentes la matriz.

2.2.2 Reenfoque

La aplicación más notable del sensor plenótico en el campo de la electrónica de consumo es el reenfoque *a posteriori*. En el trabajo de Ng et al. (2005) se acuñó el término “reenfoque” para definir el método que permite calcular imágenes enfocadas a distintas distancias a partir de un *light field* previamente capturado.

Supongamos un sensor plenótico, en el que la distancia entre la lente principal y la matriz de microlentes es F , el *light field* capturado será denotado por L_F . El plano

conjugado al plano de la matriz de microlentes en el espacio objeto estará a la distancia F' , asumiendo la aproximación de lente fina (Goodman, 1968):

$$F' = \frac{Ff}{F - f} \quad (2.2)$$

Siendo f , la focal de la lente principal. Usando la notación de Levoy y Hanrahan (1996), la imagen enfocada a la distancia F en el espacio imagen, se puede calcular de la siguiente forma:

$$I_F(s, t) = \sum_u \sum_v L_F(s, t, u, v) \quad (2.3)$$

La ecuación 2.3 resulta de la simple operación de sumar todas las posibles imágenes elementales del *light field*. La figura 2.5 muestra una representación gráfica, con fines didácticos se ha reducido a dos dimensiones, esto es, una dimensión espacial y una dimensión angular.

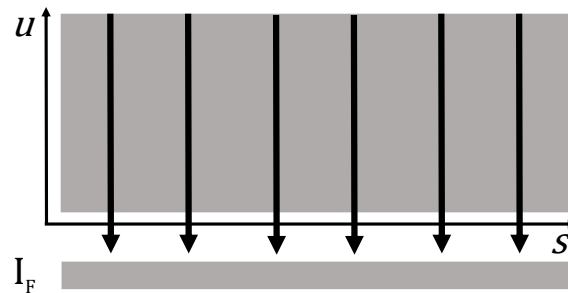


Figura 2.5. La imagen enfocada a la distancia F supone una simple suma de todas las imágenes elementales.

La figura 2.5 muestra que la imagen I_F se puede interpretar como una proyección del *light field*. En Ng et al. (1995) se describe, además, cómo calcular la imagen enfocada a un plano αF , partiendo del mismo *light field* L_F , el término α puede considerarse como un multiplicador de distancia del plano conjugado. La imagen que se obtendría en el plano conjugado a una distancia αF de la lente principal puede calcularse como:

$$I_{\alpha F}(s, t) = \sum_u \sum_v L_F \left(u + \frac{s-u}{\alpha}, v + \frac{t-v}{\alpha}, u, v \right) \quad (2.4)$$

La ecuación 2.4 puede parecer poco intuitiva, sin embargo, corresponde igualmente a una proyección de L_F a un ángulo distinto que se denotará por la letra θ (figura 2.6).

$$\theta = \text{atan} \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \quad (2.5)$$

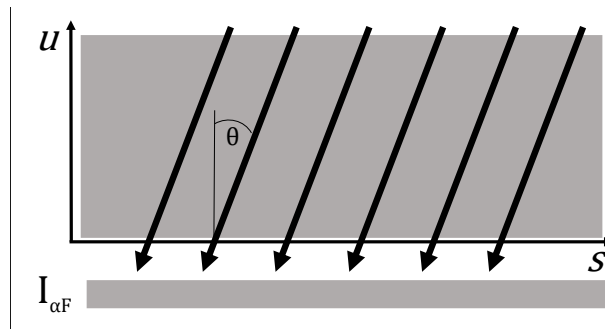


Figura 2.6. La imagen enfocada a cualquier distancia αF de la lente principal, se puede considerar una proyección del light field.

De esta forma, un enfoque a $0.5F$ supone una proyección a 45° y un enfoque a infinito corresponde a un ángulo a -45° (Figura 2.7).



Figura 2.7. Imágenes reenfoCADAS a partir de un *light field*.

Hasta ahora, para el cálculo de imágenes reenfocadas se ha hablado de proyecciones de un *light field*, reducido por conveniencia a dos dimensiones, a diferentes ángulos para producir imágenes de una dimensión. En el caso práctico, el *light field*, comprenderá cuatro dimensiones, y sus proyecciones, son de dos dimensiones. Esta operación matemática fue descrita formalmente por Liang y Munson (1996), denominada como transformada de Radon parcial, es una generalización de la transformada de Radon para hacer proyecciones de M dimensiones a N dimensiones.

Existe una forma alternativa para el cálculo de imágenes reenfocadas sin utilizar la transformada de Radon parcial, esto es, mediante el uso de FST (del inglés *Fourier Slice Theorem*) empleada por primera vez en este campo por Ng et al.(2005).

El FST implica que la transformada de Fourier de N dimensiones de la proyección ($F\{p(x)\}$) de una función de M dimensiones, es igual al *slice* de la transformada de Fourier de M dimensiones que pasa por el origen y es paralelo a la proyección inicial (figura 2.8).

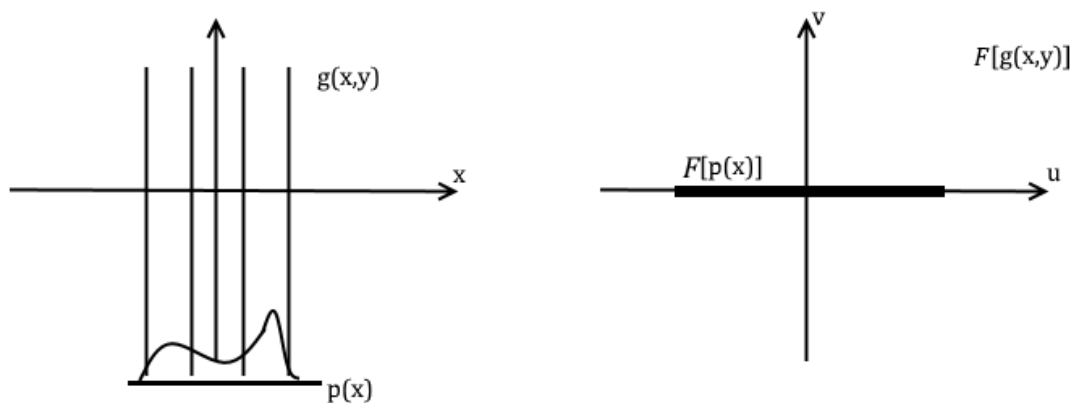


Figura 2.8. Esquema del FST, la transformada de la proyección de $g(x,y)$, $F[p(x)]$ es igual al *slice* central paralelo a $p(x)$ en el espacio transformado de $F[g(x,y)]$.

En la figura 2.8, podríamos reconstruir ($F\{g(x,y)\}$) si tomáramos infinitas proyecciones a diferentes ángulos y las transformásemos, finalmente recuperaríamos $g(x,y)$ aplicando una transformada de Fourier inversa de dos dimensiones.

Volviendo al *light field*, si se calcula la transformada de Fourier de cuatro dimensiones sobre $L_F(s, t, u, v)$, para obtener las distintas imágenes $I_{\alpha F}(s, t)$ bastaría con tomar un *slice* de dos dimensiones del *light field* transformado y finalmente antitransformar para obtener la imagen reenfocada.

2.3 Medida de fase de frente de onda con el sensor plenóptico

En el capítulo 1 se describió el concepto de fase de frente de onda, en este apartado se describirán las técnicas que permiten recuperar la fase utilizando un sensor plenóptico.

El sensor plenóptico se propuso como sensor de fase de frente onda por Clare y Lane (2005) usando fuentes puntuales como objeto de referencia, hay que notar que el trabajo estaba orientado a la astronomía. Este trabajo demostraba que una matriz de microlentes en el plano focal de la lente principal puede verse como una generalización del sensor pirámide (Ragazzoni, 1996). Sea $\Phi(s, t)$ la fase de frente de onda en el plano de la pupila, sus derivadas parciales para una matriz de $M \times N$ microlentes pueden escribirse como:

$$\frac{\delta\Phi(s, t)}{\delta s} \propto \frac{\sum_{m=-M/2+1}^{M/2} \sum_{n=-N/2+1}^{N/2} (md - \delta_u) I_{m,n}(s, t)}{\sum_{m=-M/2+1}^{M/2} \sum_{n=-N/2+1}^{N/2} I_{m,n}(s, t)} \quad (2.6)$$

$$\frac{\delta\Phi(s, t)}{\delta t} \propto \frac{\sum_{m=-M/2+1}^{M/2} \sum_{n=-N/2+1}^{N/2} (nd - \delta_v) I_{m,n}(s, t)}{\sum_{m=-M/2+1}^{M/2} \sum_{n=-N/2+1}^{N/2} I_{m,n}(s, t)} \quad (2.7)$$

Donde $I_{m,n}$ es la imagen producida por la microlente (m, n) , d es el diámetro de la apertura y (δ_u, δ_v) es el desplazamiento de la microlente central con respecto al origen. Se debe notar que dando el valor 2 a M y N , y el valor $d/2$ a δ_u y δ_v se tiene un sensor pirámide.

Al igual que el sensor Shack-Hartmann o el sensor pirámide, el sensor plenóptico no arroja directamente el valor de fase de frente de onda, en vez de eso, permite estimar sus derivadas. Se hace necesario un método de integración para obtener el valor de la fase. En todas las medidas de fase de frente de onda que se mostrarán en este trabajo las fases se recuperan a partir de sus derivadas mediante el método de Freischlad y Koliopoulos (1986).

Medir fases de este modo tiene una limitación, la linealidad del sensor depende del tamaño de la imagen de la fuente puntual formada en el plano focal con respecto al tamaño de las microlentes. Si el tamaño de la imagen es menor que el tamaño de una microlente, el sensor saturará rápidamente a ambos extremos (Clare y Lane, 2005), aunque se puede conseguir linealidad si la imagen es mayor que las microlentes.

En la figura 2.9 se representa la salida frente a la entrada del sensor plenóptico en tres situaciones. En la primera se tiene un array de 2×2 microlentes, el tamaño de la imagen formada es menor que el diámetro de la microlente. En la segunda situación, el array es de 4×4 microlentes, el tamaño de la imagen formada es menor que el diámetro de la microlente. Por último, un array de 64×64 microlentes, el tamaño de la imagen formada es igual al diámetro de la microlente

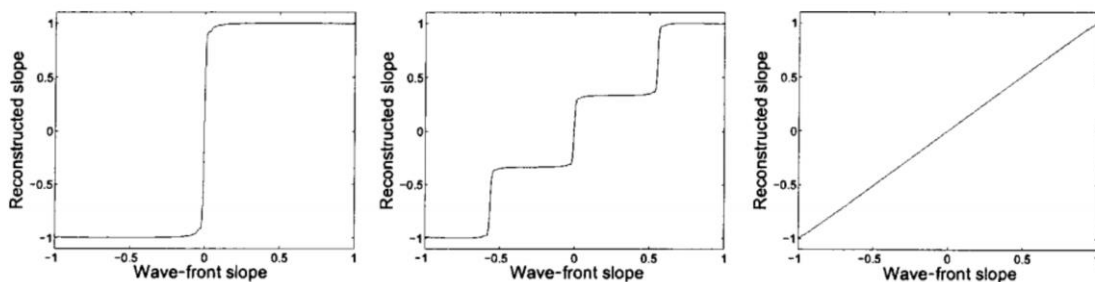


Figura 2.9. Linealidad del sensor plenóptico de fase de frente de onda para fuentes puntuales. Extraído de Clare y Lane (2005).

En un telescopio terrestre, la resolución está limitada por el parámetro de Fried. El tamaño de las microlentes debe ser como mínimo, del tamaño que un telescopio en unas condiciones dadas pueda reproducir. Por tanto, el diámetro de las microlentes debe cumplir la siguiente relación:

$$d_{ul} < \frac{\lambda f}{r_0} \quad (2.8)$$

Esta limitación debe ser tenida en cuenta a la hora de diseñar un sistema de medida de fase de frente de onda para fuentes puntuales.

2.4 Dualidad entre el sensor plenóptico y el Shack-Hartmann

En secciones anteriores, al explicar la relación del sensor plenóptico con el *light field*, vimos que, reordenando los datos de salida del sensor plenóptico obteníamos una representación del *light field*. Esto es, imágenes de la misma escena desde distinto punto de vista.

Lo mismo se puede hacer al trabajar en la medida de fase de frente de onda, en la figura 2.10, se representa una imagen de salida de un sensor plenóptico en dos situaciones, en la primera, la fase de frente de onda es nula, esto se puede ver como que el valor FWHM de la PSF es muy pequeño y el sensor satura. En la segunda situación, una fase de frente de onda afecta a la imagen que, al ensancharse permite al sensor trabajar de forma más cercana a la lineal.

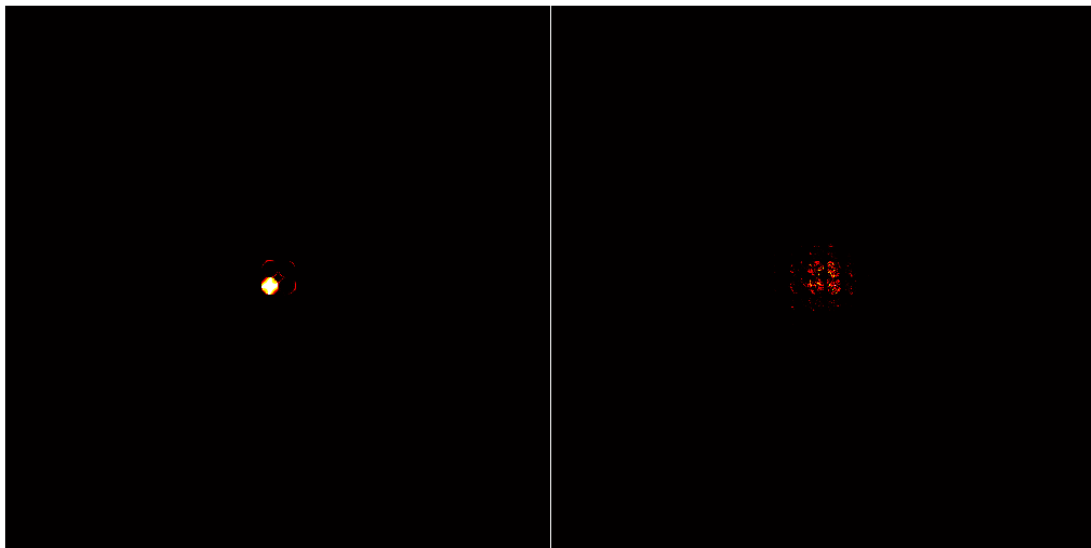


Figura 2.10. Izquierda imagen plenóptica de una fuente puntual. Derecha, imagen plenóptica de una fuente puntual afectada por una fase de frente de onda.

Si hacemos la misma reordenación que se hacía en el caso del *light field*, obtendremos una imagen de la fuente puntual vista desde una serie de puntos en el interior del plano de la pupila, esto coincide exactamente con el principio de funcionamiento del sensor Shack-Hartmann (figura 2.11).

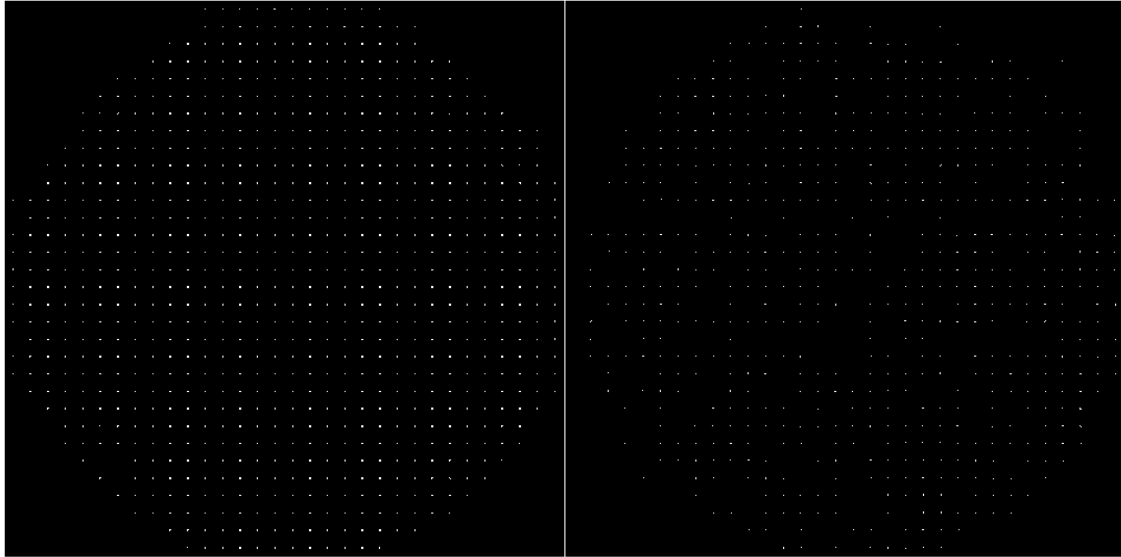


Figura 2.11. Imágenes plenópticas reordenadas. Izquierda, fase de frente de onda plana. Derecha, fase de frente de onda aberrada.

En las imágenes de la figura 2.11, al medir los centroides de cada imagen puntual y calcular sus diferencias obtendremos una versión de la fase de frente de onda muestreada con una resolución determinada por el número de píxeles que subtiende cada microlente.

La figura 2.12 muestra el resultado de la medida de fase, empleando la técnica propuesta por Clare y Lane (2005) y la resultante por medida de desplazamiento en los centroides, denominaremos a este último método simplemente como método de los desplazamientos. De ahora en adelante, nos referiremos a la técnica propuesta en Clare y Lane (2005) como CL.

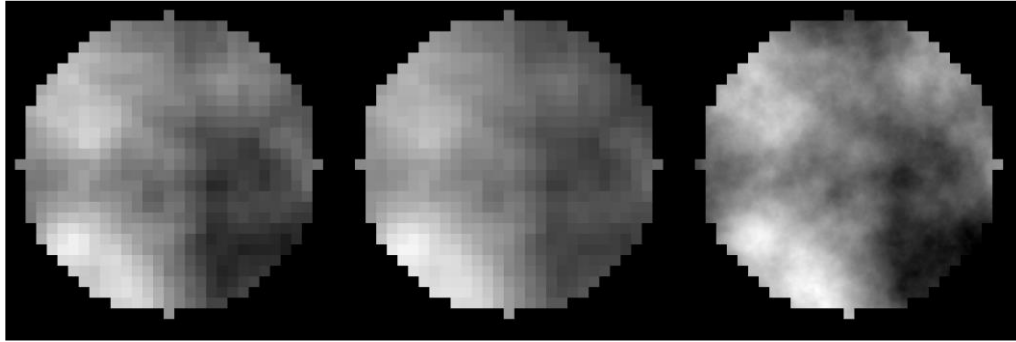


Figura 2.12. Izquierda, resultado mediante la técnica CL. Centro, resultado mediante medida de desplazamientos. Derecha fase de frente de onda original.

La fase de frente de onda original en el caso anterior tiene componentes de frecuencia mucho mayores de lo que puede recoger el muestreo del sensor simulado, sin embargo, se pueden extraer dos conclusiones: la primera es que en ambos casos la fase se recupera, la segunda es que hay diferencias en el resultado que producen ambos métodos.

En el trabajo Clare y Lane (2005), ya se hace mención a la dualidad entre el sensor plenóptico y el Shack-Hartmann. La resolución de la medida de fase de frente de onda de un sensor plenóptico, la marca el número de píxeles que subtiende cada microlente. En el caso del sensor Shack-Hartmann, la resolución depende del número de microlentes. Resumiendo, un sensor plenóptico de M microlentes y N píxeles por cada microlente, dará una medida de fase de N píxeles, mientras que un Shack-Hartmann que emplee la misma matriz de microlentes dará como resultado una medida de M píxeles.

Dado que la resolución de la fase de frente de onda medida en un sensor plenóptico no depende del número de microlentes empleadas, se puede utilizar un área del sensor relativamente pequeña en comparación con la necesaria en un sensor Shack-Hartmann, en el que se debe maximizar el número de microlentes empleadas en la medida. Esto permite que, para la misma matriz de microlentes y mismo sensor, el sensor plenóptico pueda hacer varias medidas de fase simultáneas utilizando diferentes zonas del sensor como se verá más adelante.

Hay más implicaciones además de la diferente resolución de cada sensor, estos aspectos se discutirán en secciones posteriores.

2.5 Medida de fase de frente de onda con objetos extensos

El sensor plenóptico ya fue propuesto por Rodríguez-Ramos et al. (2009) como sensor de fase de frente de onda cuando se tienen objetos extensos como referencia. Cuando se usa este método, el punto de partida es la reordenación de la imagen capturada al igual que en el caso anterior. Para medir la fase de frente de onda se calcula el desplazamiento relativo de cada imagen elemental respecto a una referencia, esta referencia puede ser escogida entre cualquiera de las imágenes elementales. Así, el desplazamiento de cada imagen elemental es proporcional al gradiente de fase en las posiciones relativas a cada una de ellas.

La calidad del cálculo del desplazamiento depende en gran medida de la información de alta frecuencia espacial que contengan las imágenes elementales, por ello, resulta obvio que las variaciones de intensidad del objeto y su contenido en frecuencias espaciales son un factor predominante cuando se diseña un sistema de este tipo.

Microlentes de mayor tamaño permitirán obtener un mayor número de imágenes elementales y por tanto una medida de fase de frente de onda con mayor resolución, sin embargo, la resolución de cada imagen elemental disminuirá dificultando el cálculo correcto del desplazamiento. Si, por el contrario, usamos microlentes de pequeño diámetro obtendremos imágenes elementales de mayor resolución que permiten calcular desplazamientos con mayor precisión con el coste de la pérdida en resolución de la fase calculada. La figura 2.13 muestra de forma gráfica este efecto. En Rodríguez-Ramos et al. (2009), se estudia además, la limitación en el tamaño de las microlentes con respecto a las frecuencias espaciales en el objeto obteniendo el diámetro límite de las microlentes d_{ul} .

$$d_{ul} = \frac{1}{2\rho_c} \quad (2.9)$$

Donde, ρ_c es la máxima frecuencia espacial del objeto.

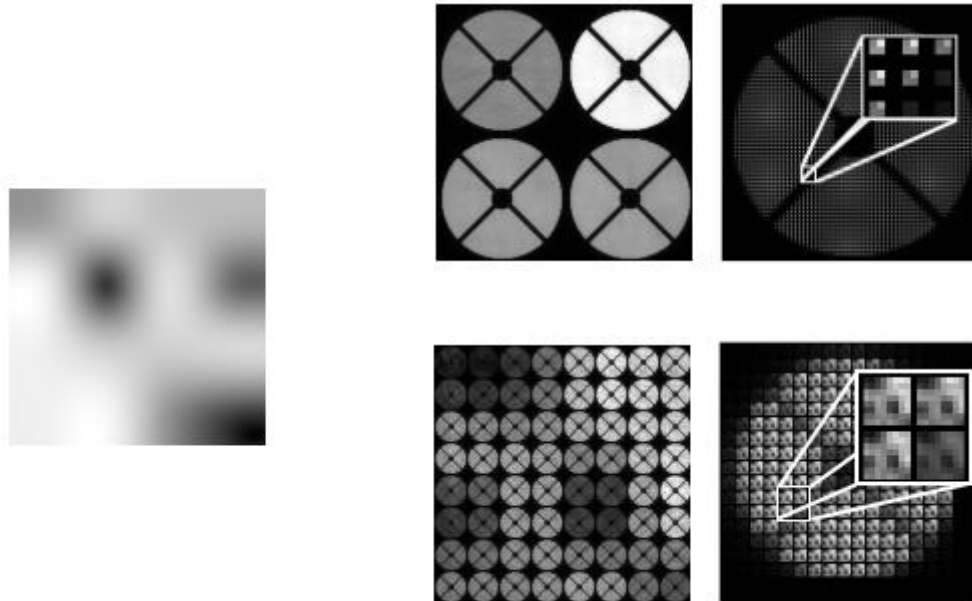


Figura 2.13. Simulación de medida de fase de frente de onda con sensor plenóptico usando un objeto extenso. Izquierda, imagen del objeto. Superior derecha, imagen formada por 2×2 microlentes sobre un sensor de 128×128 píxeles, a la derecha su reordenación en 64×64 imágenes de 2×2 . Inferior derecha, imagen formada por 64×64 microlentes sobre un sensor de 128×128 píxeles, a la derecha su reordenación en 16×16 imágenes de 8×8 .

La figura 2.13 muestra imágenes plenópticas simuladas de un objeto extenso y su reordenación en imágenes elementales para dos matrices de microlentes. En el primer caso, una matriz de microlentes de 2×2 , cada una subtiende 64×64 píxeles, el resultado es 64×64 imágenes elementales de 2×2 píxeles. En este caso los desplazamientos no pueden ser medidos con fidelidad sobre imágenes tan pequeñas. En el segundo caso se usa una matriz de microlentes de 8×8 , resultando en 16×16 imágenes elementales de 8×8 píxeles cada una. Este segundo caso es más conveniente ya que el tamaño de las imágenes elementales permite reconocer detalles del objeto que facilitan la medida de los desplazamientos.

2.6 Simulación del sensor plenóptico

La simulación de sensores plenópticos que se usa a lo largo del trabajo desarrollado está basada en óptica de Fourier. La óptica de Fourier permite incorporar de forma natural aberraciones de fase de frente de onda, así como describir la difracción de forma matemática.

La simulación parte de un campo de entrada cualquiera $U_i(x, y)$ que ha sido afectado por una aberración de fase de frente de onda de amplitud $\Phi(x, y)$ en el plano de la pupila de entrada del sistema. La primera parte de la simulación, comprende la estimación del campo en el plano focal de la lente principal del sensor plenóptico ($U_1(x, y)$). Para lentes con aperturas convencionales es conveniente usar la propagación Fraunhofer para simular su comportamiento (Voelz, 2011), aplicando la distancia focal de la lente (f) en la distancia de propagación:

$$U_1(x, y) = \frac{1}{j\lambda f} e^{\left(\frac{k}{2f}(x^2+y^2)\right)} F\{P(x, y)U_i(x, y)e^{-jk\Phi(x, y)}\} \quad (2.10)$$

Donde $P(x, y)$ es la función que representa la transmitancia de la pupila y k es el número de onda.

En el caso de las microlentes, es seguro usar propagación de Fresnel, ya que las microlentes usadas comúnmente tienen números de Fresnel cercanos a 10 debido principalmente a su pequeño diámetro. Suponiendo que la matriz está compuesta por $M \times N$ microlentes (de focal $z_{\mu l}$), con índices (m, n) y que cada una subtiende $Q \times R$ píxeles con coordenadas (ξ, η) . El campo generado por la microlente (m, n) -ésima sobre el sensor, puede calcularse con la ecuación 2.11.

$$U_{s_{m,n}}(\xi, \eta) = F^{-1} \left\{ F \left\{ U_i(Q(m-1) + \xi, R(n-1) + \eta) e^{\left(\frac{-jk}{2z_{\mu l}}(\xi^2 + \eta^2)\right)} \right\} e^{-j\pi\lambda z_{\mu l}(f_{\xi}^2 + f_{\eta}^2)} \right\} \quad (2.11)$$

La ecuación 2.11 para generar el campo producido por las microlentes puede parecer confusa, sin embargo, se trata de propagación de Fresnel del campo subtendido por las microlentes.

Por último, la intensidad registrada en el sensor, sin considerar ruido ni efectos de tipo electrónico (tales como *bias* o *flat*) está dada por la ecuación 2.12. Nótese las nuevas coordenadas (u, v) para referirnos las coordenadas absolutas del sensor.

$$I(u, v) = |U_{s,m,n}(u - (m - 1)Q, v - (n - 1)R)|^2 \quad (2.12)$$

La ecuación 2.12 implica que la imagen producida en el sensor es el valor absoluto al cuadrado del campo producido por cada microlente y colocado en su posición relativa en el sensor. Cualquier efecto de ruido, ya sea fotónico, térmico, o de lectura, debe añadirse en este punto.

2.7 Comparación con el sensor Shack-Hartmann

En secciones anteriores se demostró la dualidad entre el sensor plenóptico y el Shack-Hartmann. En esta sección se compararán los dos métodos de medida anteriormente explicados basados en el sensor plenóptico, frente al sensor Shack-Hartmann.

En esta comparativa se simulará un sistema simplificado, en el que una fase atmosférica aleatoria afecta por igual a los sensores. Para cada fase atmosférica se obtienen tres medidas, la medida mediante el método CL, la medida por desplazamientos y la medida mediante un sensor Shack-Hartmann.

El sistema simulado consta de una óptica idealizada, de modo que no introduce ningún tipo de aberración ni viñeteo. La matriz de microlentes simulada consta de 32×32 microlentes de $400 \mu\text{m}$ de diámetro ($f\#$ 62.5). En el caso de la simulación del sensor Shack-Hartmann, una óptica de reimaginación ideal provee una pupila reimaginada de un tamaño tal que subtiende por completo la matriz de microlentes.

Para que ambos sensores produzcan resultados de idéntica resolución, se ha hecho coincidir el número de microlentes con el número de píxeles subtendidos, en este caso, a 32.

El objetivo es una comparación directa entre el sensor plenóptico y el sensor Shack-Hartmann, y no una medida absoluta de la calidad de recuperación de fases de frente de onda. Por ello, la métrica a usar será la tasa de mejora del sensor plenóptico con respecto al sensor Shack-Hartmann, esto significa que valores mayores a 1 indican que el sensor plenóptico produce un resultado mejor que el que produce el Shack-Hartmann. Esta cuantificación se hace calculando el error medio cuadrático del residuo en cada caso.

Los factores que se quieren estudiar son la respuesta frente a diferentes condiciones de *seeing*, número de fotones y relación señal-ruido.

En primer lugar, para medir la respuesta frente a *seeing* variable, se ha hecho una simulación en la que se mantiene el valor de r_0 , pero se cambia el diámetro de la apertura. Nótese que, aunque el *seeing* no depende del diámetro de la apertura, desde el punto de vista del sensor, una apertura mayor es equivalente a un *seeing* también mayor.

Para comparar la respuesta de ambos sensores frente al número de fotones se ha fijado el diámetro del telescopio así como el valor de r_0 , variando únicamente el número de fotones. Para simular la cuenta de fotones, en primer lugar se opera sobre la imagen adquirida por el sensor (I) para que su sumatorio sea igual al número de fotones n_f :

$$I_f = n_f \frac{I}{\sum I} \quad (2.13)$$

Donde, $\sum I$ representa el sumatorio de los valores de la imagen e I_f representa la imagen cuantificada en fotones, esto es, cada pixel de I_f contiene el número de fotones en el caso de que el ruido fotónico fuese despreciable. Sin embargo, la cuenta de fotones individuales sigue una distribución de Poisson, así que finalmente, la imagen que contiene el número de fotones que alcanzan el sensor (I_r) se representa por:

$$I_r = P(I_f) \quad (2.14)$$

Por último, el ruido que pueda introducir el sensor de imagen en la medida de fase de frente de onda se ha modelado como simple ruido gaussiano aditivo para diferentes valores de relación señal-ruido.

Cada medida se repitió 1.000 veces con fases aleatorias, de modo que el resultado mostrara el valor medio.

2.7.1 Simulación del sensor Shack-Hartmann

La simulación que se hará en este trabajo del sensor Shack-Hartmann, no pretende ser una simulación de un sensor realista, sino una que permita comprobar si hay alguna mejora en muestrear el plano focal con respecto al plano de pupila.

Para que los resultados sean comparables con los del sensor plenóptico, el Shack-Hartmann se simulará haciendo uso de la ecuación 2.11 para simular el efecto de la matriz de microlentes.

La medida de centroides se hará mediante centroides ordinarios. Hay numerosos trabajos que proponen avances en la estimación de los desplazamientos, sin embargo, se elige no usar ninguna técnica más avanzada para no añadir más grados de libertad y que solo influya el diseño del sensor. Además, en la medida de fase por desplazamientos en el sensor plenóptico, se emplearán igualmente centroides ordinarios.

2.7.2 Resultados

La primera medida se ha dirigido a examinar el comportamiento del sensor para un r_0 fijo en 0,2 metros y diferentes valores de diámetro de apertura (figura 2.14).

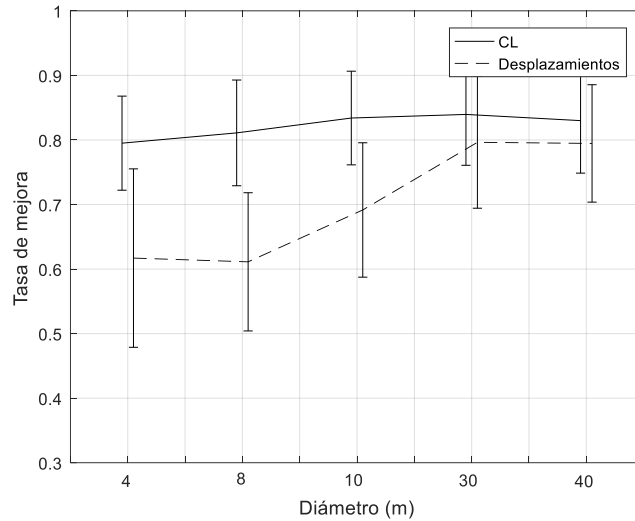


Figura 2.14. Respuesta del sensor plenóptico frente al sensor Shack-Hartmann con respecto al diámetro de apertura.

La gráfica de resultados anterior, muestra que, en todos los casos el resultado del sensor Shack-Hartmann es mejor que los resultados obtenidos con el sensor plenóptico. En este caso estamos ante una situación ideal, en régimen de flujo y sin ruido en el sensor.

La respuesta frente al número de fotones se resume en la figura 2.15.

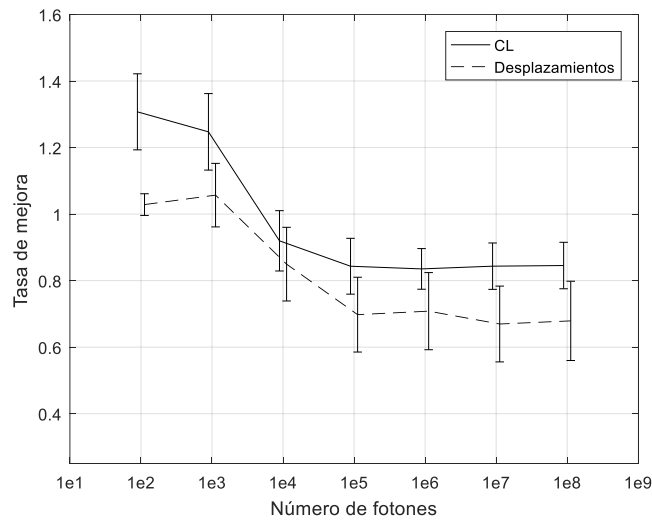


Figura 2.15. Respuesta del sensor plenóptico frente al sensor Shack-Hartmann con respecto al número de fotones.

La gráfica anterior muestra que para cuentas de fotones muy bajas (< 1.000) el sensor plenóptico mejora evidentemente al Shack-Hartmann.

En la figura 2.16 se refleja la respuesta del sensor plenóptico frente al Shack-Hartmann para diferentes valores de relación señal-ruido.

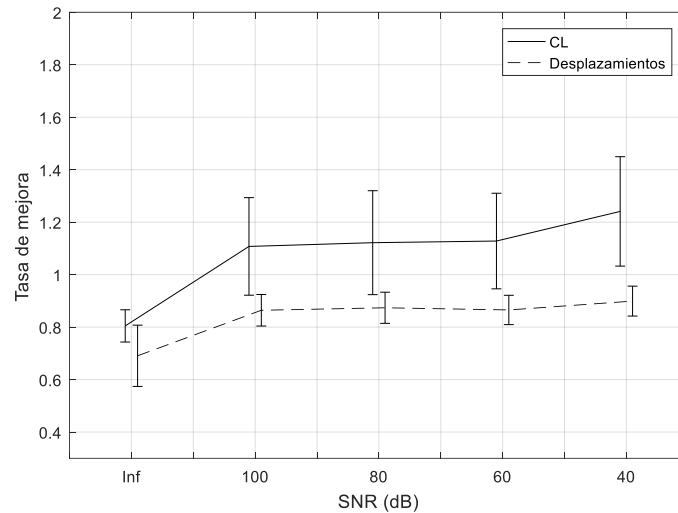


Figura 2.16. Respuesta del sensor plenóptico frente al sensor Shack-Hartmann con respecto al ruido.

La respuesta frente al ruido no muestra una mejora significativa empleando desplazamientos. Al usar el método CL por el contrario si se aprecia una tendencia positiva.

De los resultados anteriores, el más llamativo es la mejora de calidad en bajo régimen fotónico, esto se debe a que la densidad fotones en el caso del Shack-Hartmann es menor al muestrear el plano de pupila, en el que los fotones se reparten en toda el área.

En el caso del sensor plenóptico, se muestrea el plano focal del telescopio, en este caso, todos los fotones son desviados hacia una región mucho más pequeña en la que aumenta su densidad (figura 2.17). Recordemos que los fotones se pueden tratar como eventos independientes que siguen una distribución temporal aleatoria. El resultado es que la cuenta de fotones, al seguir un proceso de Poisson (Hasinoff, 2012), muestra mayor incertidumbre en la medida para valores bajos.

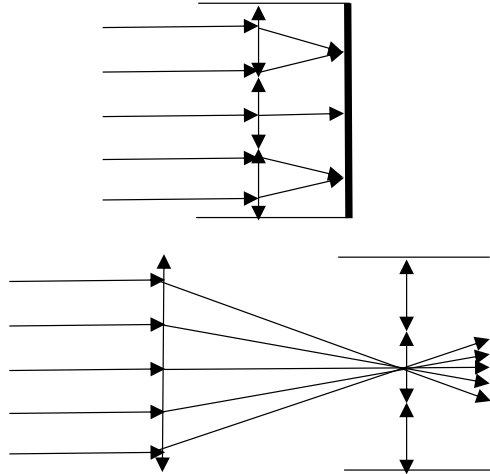


Figura 2.17. Arriba, en un sensor Shack-Hartmann el campo se reparte entre todas las microlentes. Debajo, en un sensor plenóptico, la densidad de fotones es mayor ya que las microlentes muestrean el plano focal.

2.8 Comparativa con el sensor geométrico

Para poder verificar la medida de fase de frente de onda usando el sensor plenóptico se debía construir un experimento en el que el sensor se validara por comparación con otro sensor conocido. De este modo, si se obtuviera el mismo resultado en ambos sensores se demostraría la capacidad del sensor plenóptico como sensor de fase de frente de onda.

El sensor que se decidió usar es el sensor geométrico, que, si bien no es un sensor convencional, su funcionamiento ha sido demostrado en Fernández-Valdivia (2015) tanto en simulaciones como en experimentos en un observatorio astronómico.

2.8.1 Descripción del experimento

Para la verificación experimental, el sensor geométrico se montó empleando únicamente dos componentes: una cámara Hamamatsu Orca D2 y una lente planoconvexa de 80mm de focal.

La cámara Hamamatsu Orca D2, dispone de dos sensores CCD refrigerados, uno de ellos móvil, lo que permitió simplificar en gran medida el montaje.

El sensor plenóptico que se empleó en este experimento se construyó usando los siguientes componentes:

- Cámara IMPERX 11M5
- Microlentes f#62.5, 400 μm de diámetro, 25 mm de distancia focal
- Lente primaria de 400mm con diafragma cerrado a 6.4mm.

Dado que el diámetro de la pupila está limitado a 6.4mm, el área total de medida fase se limitó también a 6.4mm en el sensor geométrico. De este modo, la apertura en el sensor geométrico era de f#12.5, luminoso si lo comparamos con la apertura f#62.5 del sensor plenóptico (aproximadamente 25 veces menos luminoso). Por ello, la relación señal ruido en el sensor plenóptico era crítica y se optó por refrigerar la cámara Imperx 11M5 con aire. Esta configuración limita la resolución de las fases de frente de onda resultantes a 48x48 píxeles, que es el área del sensor que subtiende cada microlente.

La fuente de luz colimada se construyó empleando un diodo LED de 600nm de longitud de onda, acoplado a una fibra óptica multimodo. El extremo libre de la fibra óptica puede utilizarse como una fuente casi puntual, siempre que el diámetro de esta sea despreciable frente al campo de visión del sensor. La fibra óptica se colocó en el eje óptico del sistema, separado por 200 mm se colocó una lente colimadora de 200 mm de focal. Este haz colimado, se haría pasar a través de un simulador de aberración de fase de frente de onda.

Para crear una aberración de fase de frente de onda se utilizó una placa de fase cuyo parámetro de Fried era 1.5 mm montada sobre una etapa rotativa Lexitek LS-100.

Después de pasar por el simulador de aberración de fase, el haz se dividió por medio de un divisor de haz hacia los dos sensores (figura 2.18).

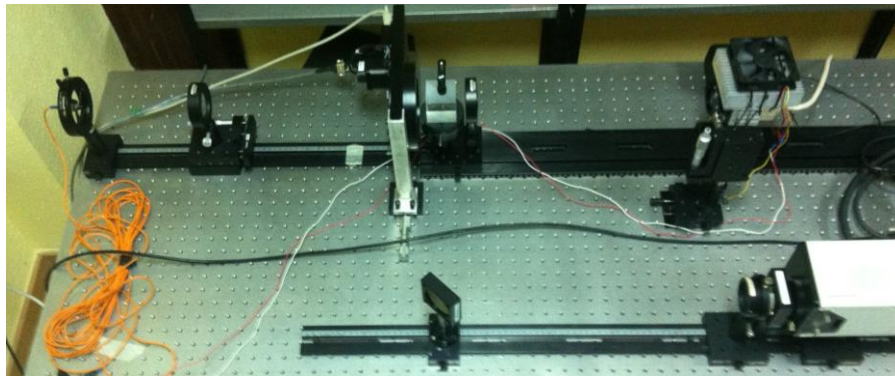
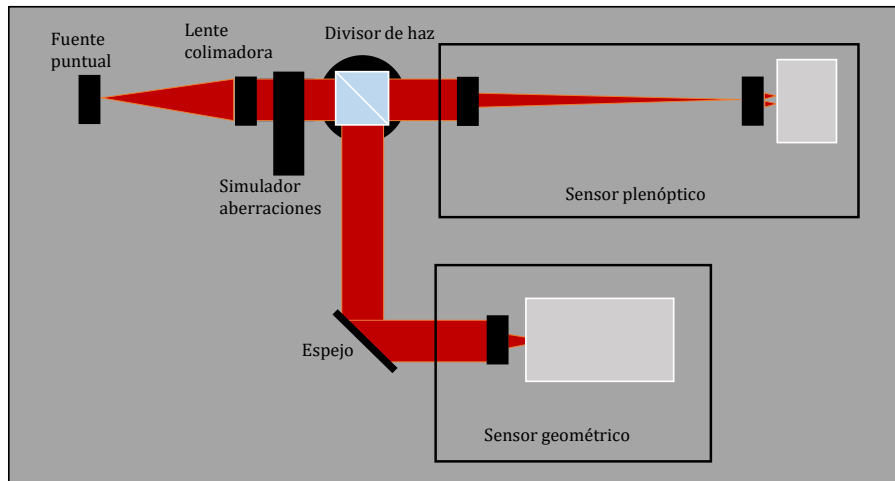


Figura 2.18. Arriba, esquema del montaje para comparar el sensor geométrico y el sensor plenótico. Abajo, fotografía del montaje.

2.8.2 Calibrado de imágenes

El proceso de captura de imágenes plenóticas calibradas comprendía varios pasos, prestando especial atención a la reducción de ruido, ya que la baja luminosidad del sensor hace que sea necesario usar el máximo tiempo de integración del sensor que es de 1/3s.

El proceso, muy similar a la reducción de imágenes astronómicas (Howell, 2006) se detalla a continuación.

1. Captura de imagen de calibración. Se colocó en el plano de la fuente puntual un objeto plano cualquiera iluminado con luz difusa. En la figura 2.19 se distinguen claramente las imágenes formadas por las microlentes y es ideal para usar un método automatizado para la detección de los centros de las microlentes, se usó el método descrito en el trabajo de Rodríguez-Ramos et

al. (2012). Dado que la cantidad de luz que se usaba para capturar esta imagen era grande, no fue necesario ningún procesamiento sobre la imagen.

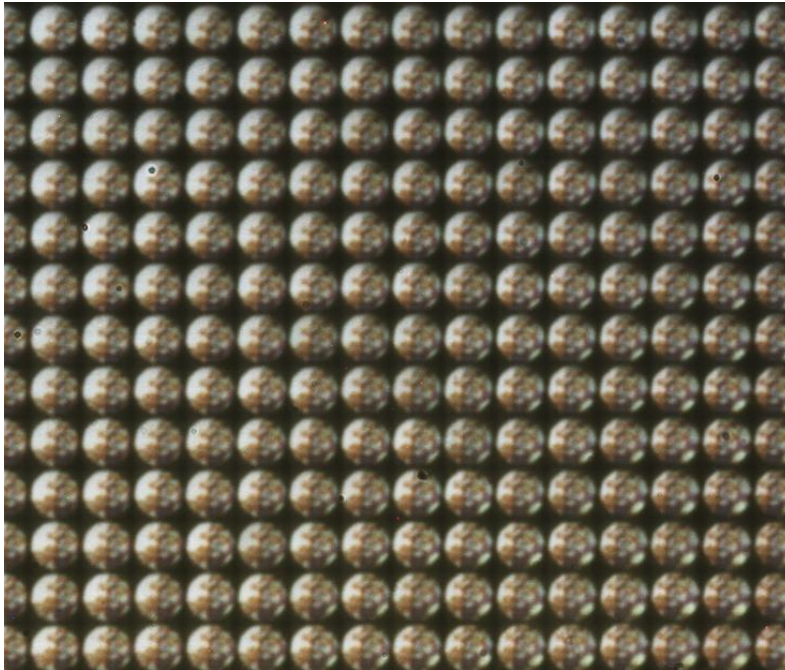


Figura 2.19. Detalle de imagen plenóptica utilizada para la calibración.

2. Captura de imagen de *offset*. Manteniendo la ganancia, se configura la exposición al mínimo que permite el sensor, en este caso 1/1000 s. Se capturan 32 imágenes con esta exposición para crear una imagen de “offset” maestra. Esta imagen contiene información sobre el ruido de lectura del sensor.
3. Captura de imagen de *background*. Este procedimiento permite atenuar el ruido estático de la imagen, así como píxeles defectuosos. Para ello se configuró el sensor a la máxima exposición y mínima ganancia posible, que es la misma configuración que se usará más adelante para capturar imágenes de medida. Además, la fuente puntual se deja apagada.
Se toman 32 imágenes que son promediadas. Al resultado se le sustrae la imagen de *offset* maestra, resultando en la imagen de *background* maestra.
4. Captura de imágenes de medida. Se activa la fuente puntual y se toman 32 imágenes que nuevamente se promedian. Para obtener la imagen final, al promedio se le sustrae la imagen de *offset* maestra y la imagen de *background* maestra. (figura 2.20).



Figura 2.20. Detalle de una imagen de medida. Se observa la respuesta del sensor plenóptico ante una fuente puntual medida a través de una aberración de fase de frente de onda. En este caso, el tamaño de la imagen en el plano focal es tal que solo produce intensidad en el área subtendida por cuatro microlentes.

5. Cálculo de la fase de frente de onda. Con los centros de las microlentes conocidos gracias al paso 1 y aplicando las ecuaciones 2.6 y 2.7 sobre las imágenes de medida, obtendremos finalmente los gradientes de fase $(\delta\Phi(s, t))/\delta s$ y $(\delta\Phi(s, t))/\delta t$.

2.8.3 Resultados

En cuanto a la medida empleando el sensor geométrico, las imágenes I_1 e I_2 se capturaron a posiciones simétricas del foco de la lente, exactamente 5 mm a cada lado. Un ejemplo de estas imágenes aparece en la figura 2.21. Como se han capturado estas imágenes simétricas al foco de la lente, existe una rotación de 180° entre ellas.

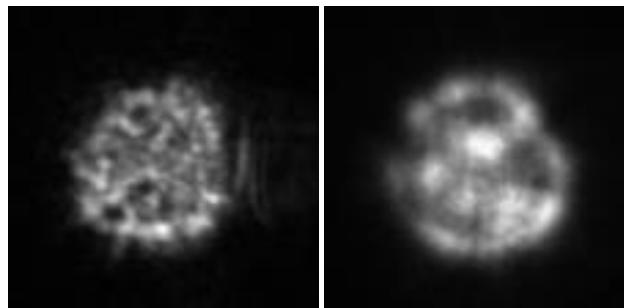


Figura 2.21. Imágenes empleadas para la medida con el sensor geométrico.

Este proceso se repitió para diferentes posiciones de la placa de fase y de esta forma se obtuvo un conjunto de resultados que permitió comprobar cómo los resultados

obtenidos con el sensor plenóptico y el sensor geométrico coincidían. En la comparación se debe tener en cuenta, que la resolución del sensor plenóptico está limitada por el número de píxeles que subtiende cada microlente, mientras que, en el sensor geométrico, la resolución está limitada por el área en el sensor que ocupa cada imagen desenfocada. En este caso, la resolución de las fases calculadas por medio del sensor geométrico era de 256x256 píxeles. La figura 2.22 muestra una comparación de los resultados usando ambos sensores.

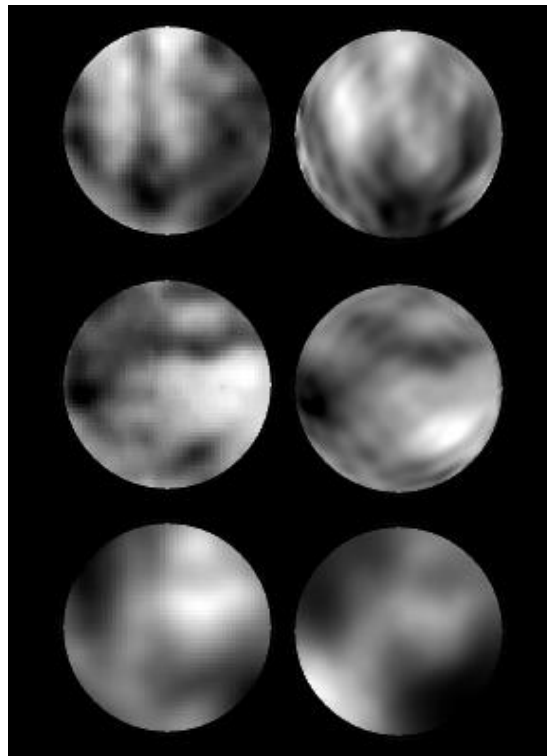


Figura 2.22. Comparativa de medidas de fase de frente de onda entre el sensor plenóptico y el sensor geométrico. Izquierda, resultados obtenidos con el sensor plenóptico. Derecha, resultados del sensor geométrico. De arriba abajo: gradiente horizontal, gradiente vertical y fase.

En la figura 2.22 se aprecian los mismos patrones en ambas medidas y especialmente en la fase. Debe tenerse en cuenta que no solo la resolución no era la misma, sino que el campo que muestreaba cada sensor, tampoco era exactamente el mismo, por lo que las métricas de error o su descomposición en polinomios de Zernike no dan resultados fiables por lo que la verificación se ha basado en una comparación cualitativa y no cuantitativa.

2.9 Rango dinámico y saturación del sensor plenóptico

En el apartado 2.3 se mencionó el problema relacionado con la linealidad del sensor plenóptico. La explicación de Clare y Lane (2005) compara el tamaño de la imagen del objeto con respecto a la extensión de las microlentes. En este trabajo se ha preferido hacer un estudio más profundo. Se comparará la linealidad del sensor ante variaciones de fase al variar el FWHM de la imagen del objeto puntual y su implicación en la implementación de un sensor plenóptico en un telescopio astronómico.

En primer lugar, se ha querido corroborar el resultado de Clare y Lane (2005) relativo a la linealidad del sensor plenóptico. Para ello, se ha simulado un sensor plenóptico, a cuyo campo de entrada se le ha aplicado un *tip-tilt* variable. Asimismo, se ha variado la anchura de la imagen en el plano de las microlentes para simular diferentes condiciones de *seeing*. Al tratarse de un estudio cualitativo, el parámetro que se ha tenido en cuenta es el valor de FWHM de la imagen en el plano de las microlentes con respecto al tamaño de las microlentes. La figura 2.23 muestra el comportamiento del sensor plenóptico ante diferentes condiciones de *seeing*, traducido como FWHM relativo al tamaño de las microlentes.

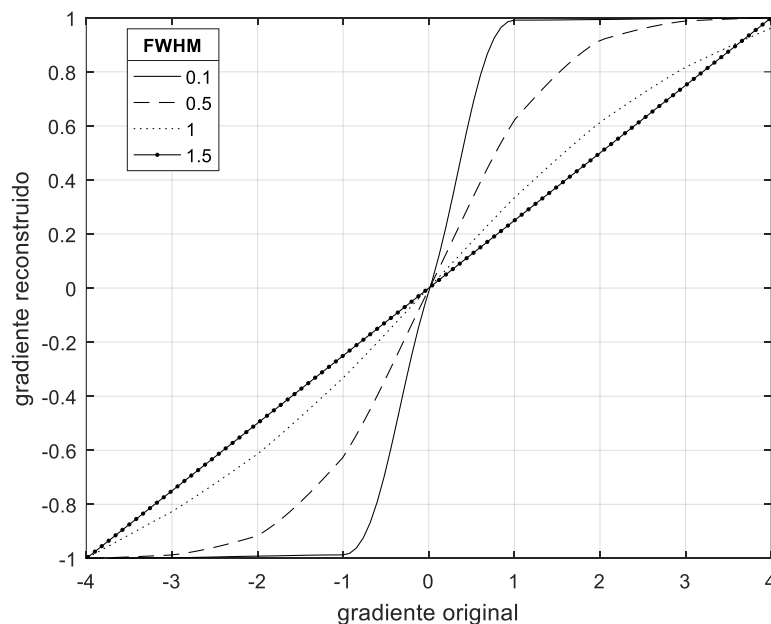


Figura 2.23. Comportamiento del sensor plenóptico según el FWHM de la imagen en el plano de las microlentes.

De los resultados de la figura 2.22 puede extraerse que el tamaño de la microlente respecto al *seeing* es fundamental, si el *seeing* es pequeño (línea continua), el sensor satura rápidamente para pequeñas pendientes, *seeing* mayores acercan la respuesta del sensor plenótico a la lineal. En un telescopio con un diámetro tal que $D \gg r_0$, el FWHM angular es:

$$FWHM \approx \frac{\lambda}{r_0} \quad (2.15)$$

Si denotamos el FWHM espacial como FWHMe, esto es, en dimensiones espaciales y no angulares, puede aproximarse de la siguiente forma:

$$FWHMe = \tan\left(\frac{\lambda}{r_0}\right) f \approx \frac{\lambda}{r_0} f \quad (2.16)$$

Donde f es la longitud focal del telescopio. La ecuación 2.16 implica que una mayor focal resulta en mayor FWHM y por tanto es posible utilizar microlentes de mayor tamaño.

Otro punto de vista es que, para el mismo sensor plenótico, un r_0 menor generalmente implicará mejor linealidad en la medida de fase de frente onda. En la figura 2.24, se muestran los resultados de simular telescopio de 10 m de diámetro y 170 m de longitud focal. Se han supuesto microlentes de 1.4 mm de diámetro. La columna izquierda de imágenes muestra gradientes horizontales y la derecha gradientes verticales. La fila superior muestra los gradientes originales empleados en la simulación, la columna intermedia muestra los gradientes recuperados para un r_0 de 5cm y la fila inferior para un r_0 de 20cm.

Este hecho, supone que el primer factor a la hora de implementar un sensor plenótico de fase de frente de onda en un telescopio, debe ser el tamaño de las microlentes empleadas. Estas, deben ser lo más pequeñas posibles, sin embargo, una

microlente más pequeña significa un menor número de píxeles subtendidos y por lo tanto menor resolución en la medida.

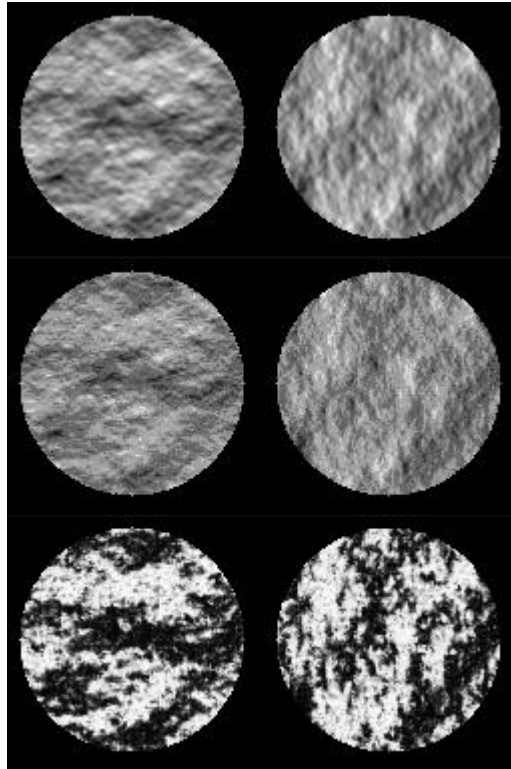


Figura 2.24. Linealidad de los gradientes de fase para diferentes valores de FWHM relativo al diámetro de las microlentes.

3. SENSOR PLENÓPTICO TOMOGRÁFICO

En el capítulo anterior se estudiaron las capacidades del sensor plenóptico, tanto como sensor de imagen, como sensor de fase de frente de onda. En este capítulo se estudia la capacidad de este sensor para ser usado en sistemas de medida de fase de frente de onda de forma tomográfica. No es el objetivo de este capítulo desarrollar ni verificar ningún método tomográfico, sino, demostrar la capacidad del sensor plenóptico para esta tarea.

3.1 Tomografía

La tomografía se define como la imagen de secciones intermedias de un objeto obtenidas a partir de imágenes de transmisión o reflexión iluminando el objeto desde diferentes direcciones. Concretamente, la tomografía trata la reconstrucción de imágenes partiendo de sus proyecciones a ángulos conocidos.

Desde el punto de vista matemático, los fundamentos de la tomografía se recogen por primera vez en el trabajo de Radon (1917), aunque su gran relevancia científica de debe a la invención de Hounsfield (1975) de la tomografía axial computerizada usando rayos-x. Sin embargo, Hounsfield usaba técnicas algebraicas para la reconstrucción de imágenes. En los años posteriores a la invención de la tomografía computerizada, los avances se debieron en gran medida, no a la mejora de la técnica de captura, sino a la introducción de los algoritmos de retroproyección filtrada que permitieron reducir el tiempo de procesado y aumentar la resolución de las imágenes resultantes.

En su forma clásica, la tomografía está ideada para usar fuentes no difractantes, como, por ejemplo, los rayos-x, en los que se puede suponer que viajan en línea recta dentro del medio que se va a medir, como, por ejemplo, el cuerpo humano. Las proyecciones representan entonces absorciones de los rayos-x. Sin embargo, la tomografía de la que es objetivo este capítulo es la tomografía de los cambios de índice de refracción de la atmósfera, utilizando para ello luz, ya sea proveniente de

un objeto celeste o un objeto artificial. Que existan cambios de índice de refracción implica que los rayos se desviarán, con lo cual, este tipo de tomografía obedecerá a consideraciones especiales.

Dentro de los métodos para la resolución de la tomografía se pueden dividir en dos familias los métodos algebraicos y los métodos basados en transformada de Fourier.

3.1.1 Proyección de un volumen

Como se anticipó, la tomografía parte de proyecciones de una determinada propiedad de un volumen para inferir una imagen volumétrica de esta misma propiedad. En el caso de la tomografía axial empleando rayos-x, la propiedad es la absorción de los diferentes medios que atraviesen los rayos.

De forma más genérica, se parte de proyecciones de N dimensiones para obtener resultados de $N+1$ dimensiones, como en el caso de la tomografía atmosférica, se parte de proyecciones de dos dimensiones de la fase de frente de onda, para obtener un volumen de 3 dimensiones. Por claridad la mayoría de desarrollos se harán en el menor número de dimensiones posible.

En primer lugar definiremos una función bidimensional cualquiera $f(x,y)$, la ecuación que define la recta que atraviesa la función con ángulo θ y altura t es:

$$x \cos\theta + y \sin\theta = t \quad (3.1)$$

Usando la función delta de Dirac (δ), podremos escribir la proyección como:

$$P_{\theta}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) \delta(x \cos\theta + y \sin\theta - t) dx dy \quad (3.2)$$

Esto es, cada proyección está formada por un conjunto de integrales de ecuaciones de recta (ecuación 3.1) para diferentes valores de t , en este caso, las líneas son

paralelas, resultando en el tipo más simple de proyección, conocida como proyección paralela (figura 3.1).

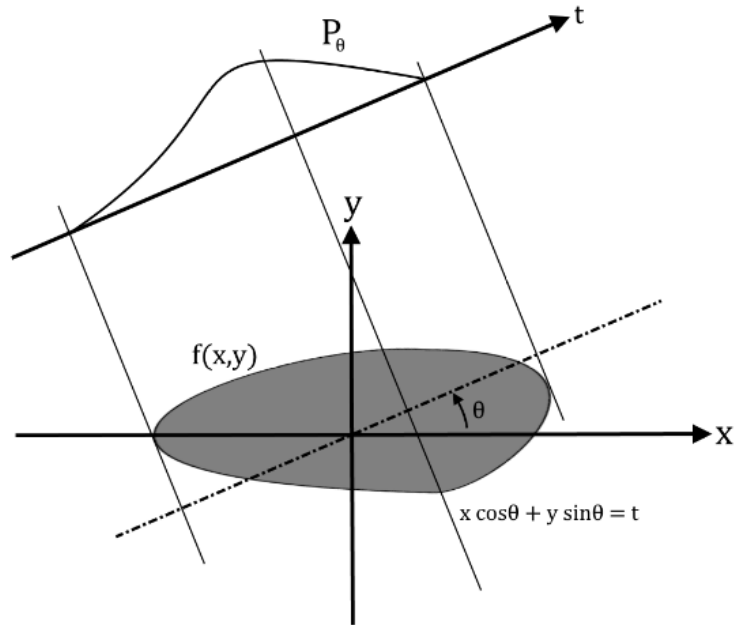


Figura 3.1. Diagrama de una proyección P_θ sobre una función bidimensional $f(x,y)$.

Otro tipo de proyección se produce cuando todas las líneas parten de un solo punto, estas se conocen como proyección en abanico (*fan beam*), este tipo de proyecciones son las que encontraremos en el problema de la tomografía de fase de frente de onda atmosférica (figura 3.2). Más adelante, dentro de este capítulo, se explicará este tipo de proyección con más detalle, para el resto de explicaciones de este apartado se supondrán proyecciones paralelas.

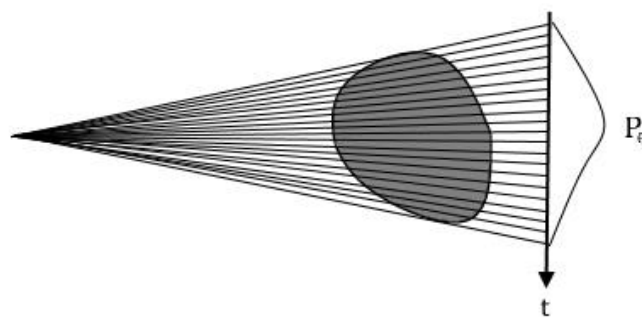


Figura 3.2. Diagrama de una proyección en abanico.

3.1.2 Método algebraico

El método algebraico para resolver la tomografía se basa en suponer que la función $f(x,y)$ puede ser dividida en celdas o píxeles, en la figura 3.3, f_j denota el valor único asociado a cada pixel, siendo N el número total de píxeles. Denotaremos por p_i un rayo cualquiera que formaría parte de una de las proyecciones empleadas para resolver la tomografía. El valor de cada rayo p_i , dependerá del valor f_j de cada celda que el rayo haya atravesado y de un cierto peso asociado debido a que no se recorre la misma distancia dentro de todas las celdas, este parámetro podemos definirlo por w_{ij} , esto es, el peso de la celda j -ésima para el rayo i -ésimo. El número total de rayos se denotará por M .

$$p_i = \sum_{j=1}^N w_{ij} f_j \quad (3.3)$$

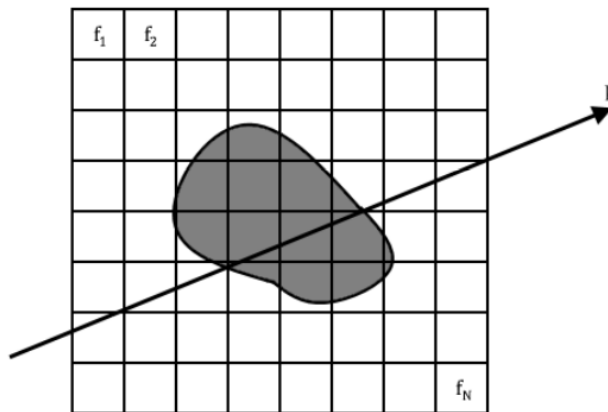


Figura 3.3. La rejilla representa la discretización de la función desconocida $f(x,y)$. Los valores se consideran constantes dentro de la extensión de cada celda

Escribir todas las posibles ecuaciones 3.3 para un conjunto de proyecciones supone escribir un sistema de ecuaciones en el que las incógnitas son los valores f_j .

$$\begin{aligned} w_{11}f_1 + w_{12}f_2 + w_{13}f_3 + \dots + w_{1N}f_N &= p_1 \\ w_{21}f_1 + w_{22}f_2 + w_{23}f_3 + \dots + w_{2N}f_N &= p_2 \\ \vdots & \\ w_{M1}f_1 + w_{M2}f_2 + w_{M3}f_3 + \dots + w_{MN}f_N &= p_M \end{aligned} \quad (3.4)$$

El cálculo de los pesos w_{ij} debe hacerse teniendo en cuenta las propiedades físicas del sistema de captura de las proyecciones. Pueden tenerse en cuenta, la anchura del rayo o la longitud atravesada en cada pixel. En forma matricial, puede escribirse de una forma más conveniente de cara a su resolución:

$$\begin{pmatrix} w_{11} & \cdots & w_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{M1} & \cdots & w_{MN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Estamos entonces ante un sistema de ecuaciones del tipo:

$$Ax = b \quad (3.6)$$

Donde, A es la matriz de pesos, b es el vector de soluciones y x es el vector de incógnitas. Nótese que para que el sistema resultante sea determinado, el número de rayos debe ser igual al número total píxeles que se desean resolver, esto es, M debe ser igual a N. Finalmente, para obtener el resultado es necesario resolver el sistema de ecuaciones, estos sistemas de ecuaciones tienden a ser muy grandes, además, según como sea la geometría del problema, es posible que el sistema resulte estar mal condicionado. Por ejemplo, si la amplitud angular en la que se obtienen las proyecciones no es suficientemente grande, incluso usando un gran número de proyecciones no se podrá resolver la totalidad del problema.

3.1.3 Método basado en transformada de Fourier

Este método se fundamenta en el *Fourier Slice Theorem* (FST), cuyos principios fueron definidos por primera vez por Bracewell (1956) para un problema de radioastronomía. En resumen, este teorema establece que la transformada de Fourier de una proyección del objeto original a un determinado ángulo, es igual a la tira central de la transformada de Fourier de dicho objeto al mismo ángulo (figura 3.4).

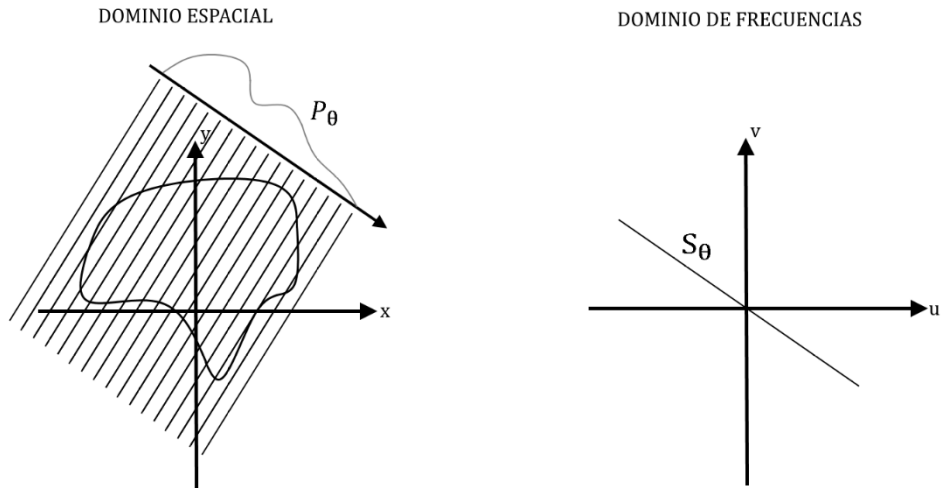


Figura 3.4. El FST relaciona las transformadas de Fourier de las proyecciones S_θ , con la transformada de Fourier del objeto original.

Empezaremos definiendo la transformada de Fourier en dos dimensiones de $f(x,y)$ como:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy \quad (3.7)$$

Para cada proyección P_θ obtendremos su transformada de Fourier como:

$$S_\theta(w) = \int_{-\infty}^{\infty} P_\theta(t) e^{-j2\pi wt} dt \quad (3.8)$$

En lo sucesivo intentaremos demostrar que se cumple para un único valor de θ , en este caso $\theta = 0$, y obtener el valor de la tira central de $F(u, v)$ para $v = 0$:

$$F(u, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi ux} dx dy \quad (3.9)$$

Como el número complejo ya no depende de y , podemos separar la integral en dos partes:

$$F(u, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy \right] e^{-j2\pi ux} dx \quad (3.10)$$

En la ecuación anterior, la parte entre corchetes expresa una integral para un valor constante de x , esto es, la proyección de $f(x, y)$ para $\theta = 0$:

$$F(u, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\theta=0}(x) e^{-j2\pi ux} dx \quad (3.11)$$

$$F(u, 0) = S_{\theta}(u) \quad (3.12)$$

La ecuación 3.11 resume el FST, se debe notar que, aunque la demostración se haya hecho para $\theta = 0$, el resultado es independiente del ángulo. Por ejemplo, rotando el sistema de coordenadas un ángulo determinado y realizando un desarrollo análogo al anterior obtendríamos el mismo resultado para cualquier ángulo.

Si el FST relaciona la transformada de las proyecciones con la transformada del objeto, para una única línea radial, parece razonable pensar que, si obtenemos suficientes proyecciones a diferentes ángulos, obtendremos el objeto original transformando estas proyecciones, disponiéndolas en sus ángulos originales y antitransformando. Aunque esta forma de proceder efectivamente resulta en la obtención del objeto original, hay consideraciones a tener en cuenta para obtener el mejor resultado posible y hacer posible una implementación rápida. La técnica más empleada para resolver la tomografía basada en el FST es conocida como retroproyección filtrada o FBP (del inglés *Filtered Back Projection*).

Recordemos la ecuación 3.2 en la que expresamos la proyección de una función bidimensional, definiremos ahora la retroproyección de un conjunto de K proyecciones como:

$$B(x, y) = \sum_{k=1}^K P_{\theta_k}(x \cos\theta_k + y \sin\theta_k) \quad (3.13)$$

La anterior ecuación representa la suma de todas las proyecciones que pasan por cada punto (x,y) . El resultado de esta operación es una versión de baja frecuencia de la imagen original así que debe aplicarse un filtro a la imagen resultante. En la práctica resulta mucho más interesante aplicar filtros unidimensionales a las proyecciones antes de aplicar la retroproyección, ya que computacionalmente, y dependiendo del número de proyecciones, será más eficiente filtrar cada proyección que filtrar la imagen resultante.

La figura 3.5 representa cuatro proyecciones transformadas ($S_{\theta}(w)$) sobre el dominio de frecuencias, las zonas del espacio cercanas al origen (bajas frecuencias) tienen una mayor densidad de muestras que las zonas más alejadas (altas frecuencias).

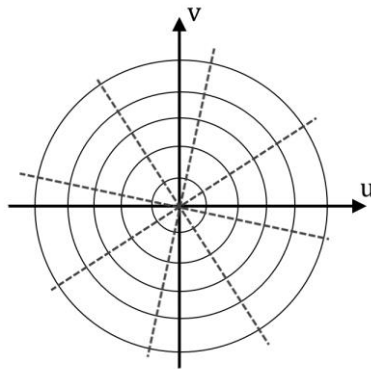


Figura 3.5. Representación de las proyecciones transformadas $S_{\theta}(w)$ sobre el dominio de frecuencias.

En Kak y Slaney (1988), se propone como ponderación emplear un filtro que compense la menor cantidad de muestras a altas frecuencias. Para K proyecciones sobre 180° para una frecuencia w dada, la distancia entre muestras será $2\pi|w|K$, por tanto, la forma más directa de aplicar un filtro sería multiplicar la transformada de cada proyección por un filtro rampa:

$$S'_{\theta}(w) = (2\pi|w|K)S_{\theta}(w) \quad (3.14)$$

La aplicación del filtro en dominio de frecuencias es más intuitiva, aunque también podría aplicarse un filtro en dominio espacial, una vez se tienen las proyecciones filtradas, quedaría aplicar la retroproyección (ecuación 3.13) para obtener el resultado final.

3.2 Tomografía atmosférica

En este apartado nos centraremos sobre el problema de la tomografía de fase de frente de onda atmosférica, o lo que es equivalente, tomografía de los cambios de índice de refracción de la atmósfera. Como los cambios de índice de refracción locales de la atmósfera se deben a que esta no es estática, comúnmente se denomina turbulencia atmosférica. Las bases de la óptica adaptativa se examinaron en el primer capítulo, ahora, se profundizará en la tomografía de la turbulencia atmosférica, que es el núcleo de la óptica adaptativa multiconjugada.

3.2.1 Tomografía de turbulencia atmosférica

Las bases de la tomografía atmosférica se establecieron en el trabajo de Tallon y Foy (1990), este trabajo fundamenta la conocida como tomografía atmosférica zonal en oposición a la tomografía atmosférica modal (Ragazzoni, 1999).

Recordemos, que los sensores de frente de onda convencionales dan como salida en primera instancia, las derivadas de la fase, por ello, resulta más conveniente dividir la tomografía en dos pasos paralelos, esto es, la tomografía de los gradientes horizontales y verticales de la fase atmosférica. En adelante, se seguirá la notación de Tallon y Foy (1990).

$$X_{\mu\nu} - X_{ij} - H a_{pq}^{(0)} = \sum_{k=1}^n (H - h_k) a_{pq}^{(k)} \quad (3.15)$$

$$Y_{\mu\nu} - Y_{ij} - H b_{pq}^{(0)} = \sum_{k=1}^n (H - h_k) b_{pq}^{(k)} \quad (3.16)$$

Donde $X_{\mu\nu}$ e $Y_{\mu\nu}$ representan las coordenadas de las estrellas de guía (ya sean naturales o artificiales), X_{ij} e Y_{ij} las coordenadas en la pupila del telescopio, $a_{pq}^{(k)}$ y $b_{pq}^{(k)}$ representan el gradiente en x e y respectivamente para el píxel (o vóxel) (p,q) en la capa k de altura h_k y H la altura de la capa de sodio. Naturalmente la posición de las LGS también podrá definirse por su posición angular $\alpha_{\mu\nu}$ y $\beta_{\mu\nu}$.

En las ecuaciones 3.15 y 3.16, los términos $(X_{\mu\nu} - X_{ij})$ y $(Y_{\mu\nu} - Y_{ij})$, representan la medida del *tip-tilt* en las proyecciones de fase de frente de onda. Como se explicó anteriormente, si se emplean LGS este término se anula, pues el *tip-tilt* del haz de subida se compensa con el haz de bajada hasta el telescopio. De este modo las nuevas ecuaciones quedan de la forma:

$$\sum_{k=1}^n (H - h_k) a_{pq}^{(k)} = -H a_{pq}^{(0)} \quad (3.17)$$

$$\sum_{k=1}^n (H - h_k) b_{pq}^{(k)} = -H b_{pq}^{(0)} \quad (3.18)$$

Las ecuaciones 3.17 y 3.18 representan el camino de cada rayo desde la posición de la LGS $(X_{\mu\nu}, Y_{\mu\nu})$ hasta las coordenadas de entrada en la pupila del telescopio (X_{ij}, Y_{ij}) . Suponemos que el rayo que llega hasta (X_{ij}, Y_{ij}) acarrea todas las

desviaciones de ángulo $(a_{pq}^{(k)}, b_{pq}^{(k)})$ ocasionadas por las capas turbulentas (figura 3.6).

Los ángulos medidos en la pupila del telescopio, $(a_{pq}^{(0)}, b_{pq}^{(0)})$, son los ángulos medidos por uno de los sensores de frente de onda, para la LGS en la posición angular (μ, ν) . Las incógnitas que aparecen en este conjunto de ecuaciones son los valores $(a_{pq}^{(k)}, b_{pq}^{(k)})$ para valores de k mayores que 1.

Queda determinar, en función de la geometría de todo el conjunto, los valores (p, q) para cada capa k y cada posición de llegada a la pupila (i, j) .

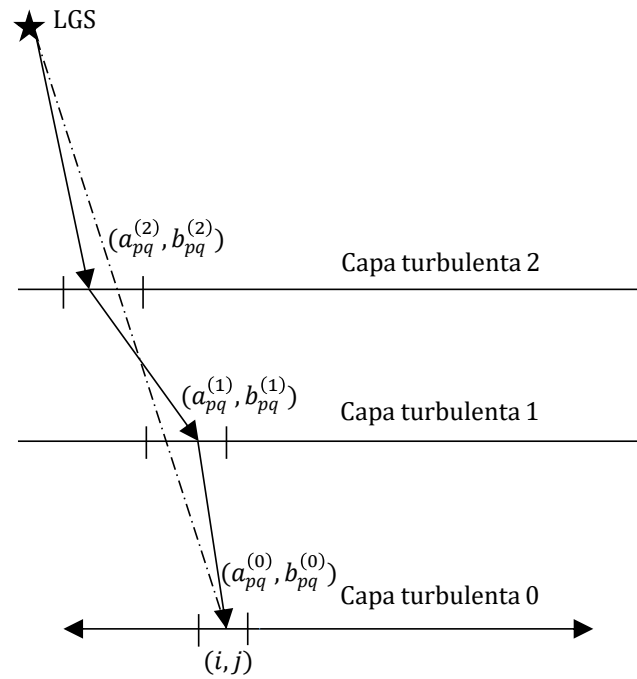


Figura 3.6. Diagrama del camino de cada rayo de desde una de las LGS hasta la posición (i, j) de la pupila del telescopio.

$$p(i, j, k) = \frac{X_{ij}(H - h_k) + X_{\mu\nu}h_k}{r(k)H} \quad (3.19)$$

$$q(i, j, k) = \frac{Y_{ij}(H - h_k) + Y_{\mu\nu}h_k}{r(k)H} \quad (3.20)$$

En las ecuaciones 3.19 y 3.20 aparece un nuevo parámetro $r(k)$, este el tamaño del pixel en la capa k . Este valor queda definido por el diámetro de la metapupila a la altura k dividido por la resolución de la medida de fase de frente de onda. Las ecuaciones 3.17 y 3.18 pueden ser reescritas en forma matricial:

$$Aa = Ha^{(0)} \quad (3.21)$$

$$Ab = Hb^{(0)} \quad (3.22)$$

Donde A es una matriz que contiene los valores $(H - h_k)$, extraída únicamente de la geometría del sistema. Supongamos un sistema MCAO que consta de L estrellas de guía, medidas de fase de frente de onda de s píxeles y N capas turbulentas. En este caso, el número de filas de A será el número de rayos del sistema, esto es, sL , mientras que el número de columnas será igual al número de incógnitas, esto es, sN .

También se puede apreciar intuitivamente que la matriz A adquirirá un gran tamaño para sistemas de MCAO relativamente pequeños, por ejemplo, un sistema de 4 LGS, 3 capas turbulentas y medidas de fase de frente de onda de 32x32 datos supondrá una matriz A de 4096 filas y 3072 columnas. Sin embargo, aproximadamente un 0.1% de los elementos serán no nulos.

Como último paso queda resolver los sistemas de ecuaciones que expresan las ecuaciones 3.21 y 3.22 mediante algún método apropiado para inversión, por ejemplo, SVD, mínimos cuadrados, o Kaczmarz (Strohmer y Vershynin 2009).

3.3 Simulador

Retomando el objetivo del presente capítulo que consiste en estudiar la capacidad del sensor plenóptico, como sensor de fase de frente de onda en sistemas de tomografía atmosférica, ha sido necesaria la implementación de un simulador de principio a final de todo el proceso. El punto de partida es entonces la simulación de la atmósfera y la constelación de LGS, la simulación de la óptica del telescopio, la

medida de fase con el sensor plenóptico, la reconstrucción tomográfica y cálculo de una métrica de calidad de la reconstrucción (figura 3.7).

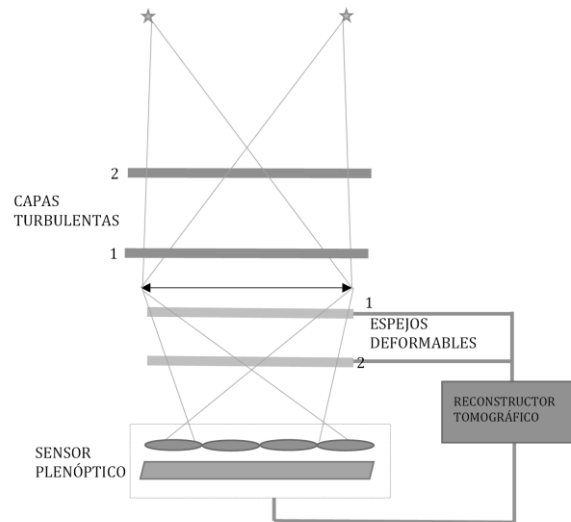


Figura 3.7. Diagrama esquemático del sistema de óptica adaptiva simulado.

3.3.1 Simulación de la atmósfera

Aunque desde el punto de vista de las variaciones del índice refracción (que a su vez inducen variaciones en la fase de frente de onda), la atmósfera es un volumen continuo, es necesario discretizarla en capas que permitan modelar su comportamiento y simularlo. En los observatorios terrestres es común caracterizar de alguna forma el perfil de turbulencia C_n^2 (Sarazin et al. 2013, Tokovinin y Travouillon, 2006). La figura 3.8 muestra un ejemplo de perfil estimado para el observatorio del Roque de los Muchachos.

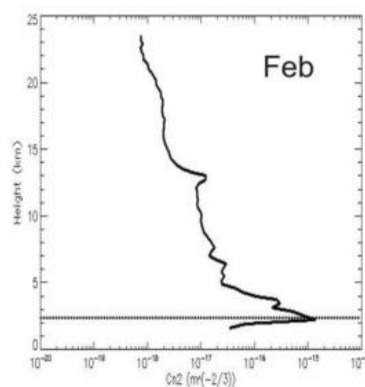


Figura 3.8. Perfil de turbulencia atmosférica del observatorio del Roque de los Muchachos (La Palma, España). Extraído de Fuensalida et al. (2007)

En lo sucesivo se utilizará un perfil que se calculó para el emplazamiento del telescopio *Gemini South* en La Serena, Chile (Cortes et al., 2012). La tabla 3.1 muestra el perfil empleado como fracciones del valor acumulado de C_n^2 . El parámetro de Fried global resultante para este modelo es de 15.4cm.

| Altitud (m) | C_n^2 (Fracción) |
|-------------|--------------------|
| 0 | 0.615 |
| 1.800 | 0.126 |
| 3.750 | 0.094 |
| 4.500 | 0.110 |
| 6.250 | 0.031 |
| 7900 | 0.008 |
| 9000 | 0.016 |

Tabla 3.1. Perfil de C_n^2 empleado en las simulaciones.

El modelo atmosférico empleado se compondrá entonces de 7 capas turbulentas, recordemos que la fase de estas capas debe estar regida por el modelo de Kolmogorov. Se empleó por ello el método descrito en Lane et al. (1992) que permite generar una turbulencia atmosférica mediante transformadas de Fourier.

Volviendo a la notación de Tallon y Foy (1990), definiremos la fase de frente de onda de las capas de la atmósfera como $\Phi^{(k)}(x, y)$, esto es, la fase para cada capa k , situada a una altitud h_k .

3.3.2 Simulación de la constelación de LGS

Una constelación de LGS no es más que un conjunto de estrellas láser que entran dentro del campo de visión del telescopio, uno o varios láseres de alta potencia excitan la capa de sodio atmosférico. Desde el punto de vista de la simulación, hacen falta tres parámetros, intensidad, altitud y posición angular (figura 3.9). Las LGS se suponen puntuales, esto es, su extensión angular se supone despreciable. El grosor de la capa de sodio se supone despreciable de modo que toda la luz se emite desde una única altitud. Es posible, sin embargo, simular extensiones mayores mediante superposición de varias LGS puntuales. Dentro del simulador cada constelación se define por tres vectores que definen la intensidad, la altitud y la posición angular.

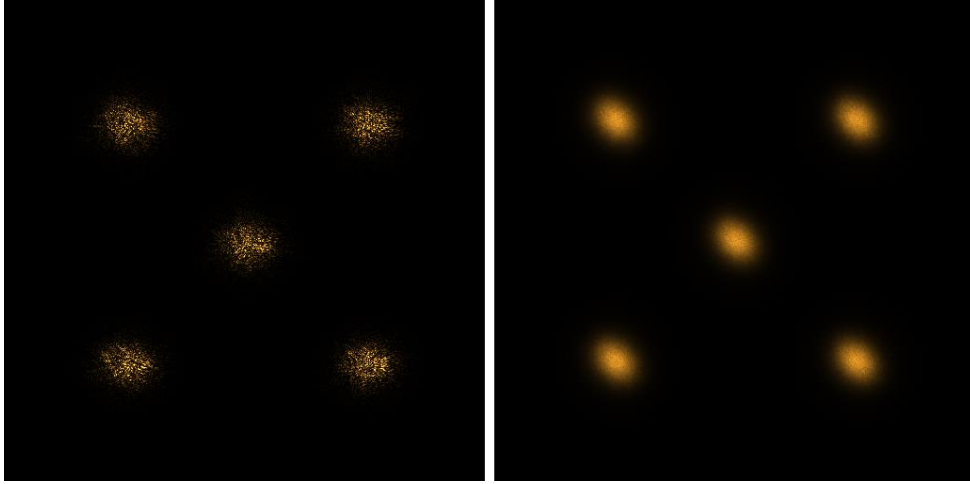


Figura 3.9. Constelación de 5 LGS simulada. Izquierda, imagen de corta exposición de la constelación de 5 LGS puntuales. Derecha, imagen de larga exposición.

3.3.3 Simulación del telescopio y sensor plenóptico

La simulación de imagen del telescopio tiene por objetivo simular el campo complejo en el plano focal en un telescopio ideal que apunta a una constelación de LGS simulada. Esto se hace mediante superposición, esto es, se recorren los vectores de definición de la constelación de LGS y para cada valor se genera un campo complejo. El resultado final se produce mediante adición de los resultados anteriores.

Veamos el camino completo de la propagación desde cada LGS puntual hasta el plano focal del telescopio.

En primer lugar, en la propagación de la luz a través de las distintas capas atmosféricas se hace necesario calcular las metapupilas, esto es, la pupila virtual que genera el cono que recoge todos los rayos salientes de la LGS y que entran en la pupila del telescopio. La fase acumulada en la pupila del telescopio es entonces la suma de todas las fases pertenecientes a las metapupilas:

$$\Phi_p(x, y) = \sum_{k=1}^N \Phi^{(k)} \left(h_k \left(\tan(\alpha_{\mu\nu}) - \frac{X_{ij}}{H} \right), h_k \left(\tan(\beta_{\mu\nu}) - \frac{Y_{ij}}{H} \right) \right) \quad (3.23)$$

El campo en la pupila del telescopio, suponiendo LGS puntuales podrá escribirse de la siguiente forma:

$$U_p(x, y) = e^{(-j\Phi_p(x, y))} \quad (3.24)$$

Esta aproximación es útil en estrellas láser que se encuentran a pocos kilómetros de la pupila del telescopio. Si en vez de LGS utilizáramos una estrella natural, veríamos que la luz que ha atravesado la atmósfera y llega hasta la pupila del telescopio es un cilindro y no un cono, pues la distancia tan grande que hay hasta cualquier estrella permite asumirla como infinita. En este caso se cumple que los tamaños del campo a lo largo de toda la propagación se mantienen, este requisito es indispensable para hacer propagación Fresnel (Voelz, 2011). Podremos propagar entonces un campo inicial, que en el caso de una LGS puntual ideal, se puede suponer de amplitud constante y fase nula, a través de las diferentes capas del modelo atmosférico.

Para cada propagación desde la altitud inmediatamente superior a la capa turbulenta k , hasta la siguiente capa $k - 1$, el campo de partida U^- , será afectado por la fase $\Phi^{(k)}$ y propagado una distancia $(h_k - h_{k-1})$. El resultado de esta propagación será denotado por U^+ . La figura 3.10 representa la propagación de una capa a otra.

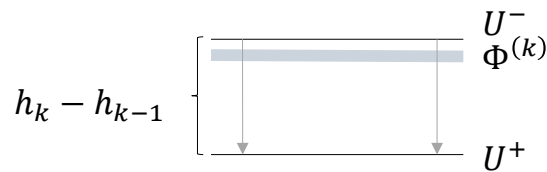


Figura 3.10. Propagación del campo de una estrella natural.

Así, el resultado de la propagación Fresnel podrá escribirse como:

$$U^+(x, y) = F^{-1} \left\{ F\{U^-(x, y)\} F \left\{ e^{(-j\pi\lambda(h_k - h_{k-1})(f_x^2 + f_y^2))} \right\} \right\} \quad (3.25)$$

Tras sucesivas propagaciones se obtendrá el campo en pupila del telescopio. Una nueva propagación debe hacerse para crear el campo en el plano focal del telescopio y el campo en el plano focal de las microlentes, esta propagación está desarrollada en el apartado 2.6 del presente trabajo. Resumiendo, la primera parte de la propagación, de la pupila del telescopio hasta el plano focal, se hace mediante propagación Fraunhofer, mientras las distancias y el muestreo lo permitan. La propagación relacionada con las microlentes del sensor plenóptico se hará mediante propagación Fresnel. Se asume siempre un sensor plenóptico cuadrado con el mismo número de microlentes horizontal y vertical, además, se diseñará el sistema de tal forma que la imagen de la constelación de LGS ocupe el área de la matriz de microlentes (figura 3.11).

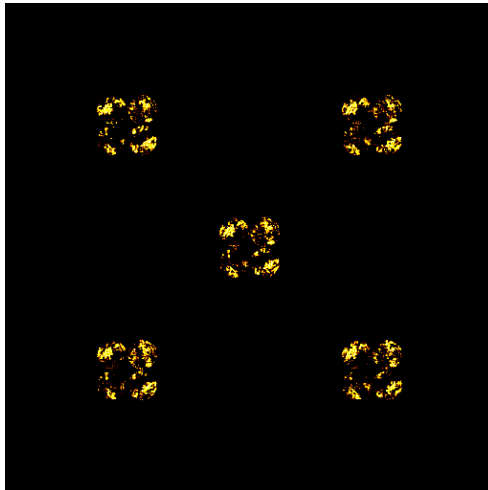


Figura 3.11. Imagen de la constelación de 5 LGS capturada por el sensor plenóptico.

3.3.4 Medida de fase de frente de onda

La imagen plenóptica de la figura 3.11, muestra toda la información necesaria para reconstruir tantas proyecciones de fase de frente de onda como LGS se tengan dentro del campo de visión.

Si se operara sobre la imagen plenóptica anterior para estimar la fase se obtendría un único resultado que representa el promedio de las proyecciones de fase de frente de onda relativas a las cinco estrellas de guía empleadas.

Para separar las proyecciones de fase de frente de onda, se deberá hacer medidas independientes sobre cada zona, esto es, la imagen plenóptica se deberá seccionar en tantas partes como estrellas de guía. Cada sección debe escogerse de tal forma que contenga la imagen producida por la estrella de guía de interés y se minimice la cantidad de imagen de las estrellas de guía adyacentes.

En el simulador se ha definido un radio (en número de microlentes) para extender la zona de medida con respecto a la posición angular de cada LGS (figura 3.12). Como se explicó en capítulo 2 de la presente memoria, la fase de frente de onda no es un resultado directo del sensor plenóptico, sin embargo, las derivadas horizontal y vertical de la fase sí se obtienen directamente aplicando las ecuaciones 2.8 y 2.9.

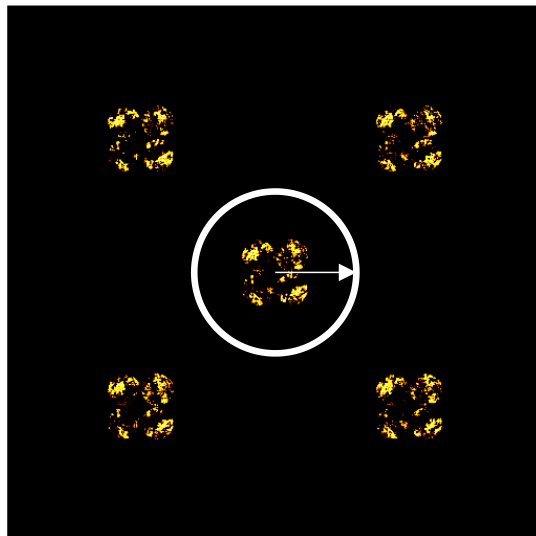


Figura 3.12. Imagen plenóptica de la constelación de 5 LGS, con la sección de medida empleada para medir la proyección de fase relativa a la estrella de guía central.

3.3.5 Reconstrucción tomográfica

Los datos necesarios para efectuar la reconstrucción tomográfica han sido definidos en los pasos anteriores, ya que las derivadas de la fase de frente de onda equivalentes son los ángulos $a^{(0)}$ y $b^{(0)}$. Para aplicar las ecuaciones 3.17 y 3.18 que definen el sistema de ecuaciones, queda determinar el número de capas N y las altitudes h_k , dichas altitudes no tienen por qué coincidir con las alturas en las que se ha definido el modelo atmosférico.

Si bien, en el caso de la definición del modelo atmosférico era interesante hacer un modelo con el mayor número de capas posible para acercarnos lo máximo posible a una atmósfera continua, en este caso el número de capas debe ser tal que permita la inversión matemática del problema. Recordemos que la matriz que define el problema consta de sL ecuaciones y sN incógnitas, esto fija el valor máximo de N en el número de estrellas de guía.

Como se ha visto queda por resolver el problema expresado por las ecuaciones 3.17 y 3.18. El simulador provee dos tipos de solución al sistema, la solución mediante el método de Kaczmarz (Strohmer y Vershynin 2009) y solución por mínimos cuadrados de las ecuaciones 3.21 y 3.22.

3.3.6 Métrica de calidad de la reconstrucción tomográfica

Queda definir un método que permita estimar la calidad de la recuperación tomográfica en distintas configuraciones ópticas, condiciones atmosféricas, disposición de LGS, etc.

En primer lugar se simula un sistema de espejos deformables ideales conjugados en las altitudes h_k . La simulación se hace simulando un nuevo modelo atmosférico igual al original, pero al que se le ha añadido las fases de frente de onda recuperadas en las altitudes h_k . De este modo, al propagar la luz a través de este nuevo modelo atmosférico, incluiremos el efecto de la corrección de fase de frente de onda.

La respuesta del sistema se supone inmediata, esto significa que no hay retardo alguno entre la medida de fase de frente de onda y la acción sobre los espejos deformables.

El objetivo es cuantificar la mejora de la calidad óptica en todo el sistema, para ello se simula una nueva constelación, esta vez de estrellas naturales, repartidas uniformemente en el campo de visión del telescopio, esta vez no se simula el sensor plenóptico, sino que se genera únicamente la imagen en el foco primario. Por último, se evalúa la relación de Strehl media frente al ángulo fuera de eje (figura 3.13).

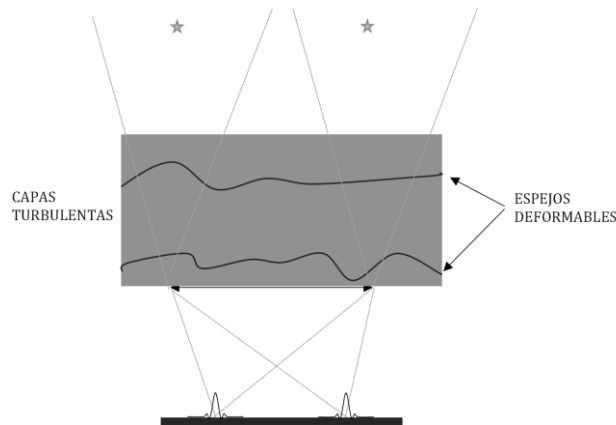


Figura 3.13. Diagrama de la configuración para la medida de la relación de Strehl.

3.3.7 Resultados

En este apartado se resumirán los resultados que se obtienen con el simulador en varias configuraciones, así como una comparación con trabajos existentes en términos de calidad de la corrección.

En la fecha de la redacción de este trabajo, el estado del arte en óptica adaptativa multiconjugada son los sistemas GALACSI (ESO, 2017) y GeMS (Gemini Observatory, 2016), siendo GeMS el único sistema que ha funcionado de manera continuada. En cualquier caso, los pasos implicados en la simulación del sistema de óptica adaptativa no han sido publicados por ningún grupo y por tanto las comparaciones que se hagan deben apreciarse más desde el punto de vista cualitativo que cuantitativo.

La primera parte de la verificación de la simulación es directa, consiste en introducir un perfil atmosférico, y recuperar varias capas. Las condiciones de la simulación se han fijado a los siguientes parámetros:

- Diámetro del telescopio: 8 m.
- Campo de visión: 60 arco segundos.
- Constelación de 4 LGS de sodio en un radio de 15 arco segundos.
- Reconstrucción de dos capas a 0 m y 4000 m.
- r_0 : 15 cm.
- Resolución del sensor: 1024x1024 píxeles.

- Matriz de 16x16 microlentes.

La elección de la configuración de la constelación de estrellas de guía se debe a que es la configuración más simple que permite muestrear todo el campo de visión, podrían añadirse más estrellas de guía, pero se incrementa la complejidad y carga computacional. El mismo criterio se siguió en la elección del número de capas de fase de frente de onda, dos capas es el mínimo número de capas que permite demostrar que efectivamente se está calculando una tomografía de fase de frente de onda.

La figura 3.14 muestra la imagen plenóptica que se capturaría en un instante dado, se distingue la constelación de 4 LGS, asimismo, se aprecia cómo las imágenes formadas por cada estrella ocupan un área mucho mayor que el tamaño de las microlentes, asegurando la linealidad en la medida de fase de frente de onda.

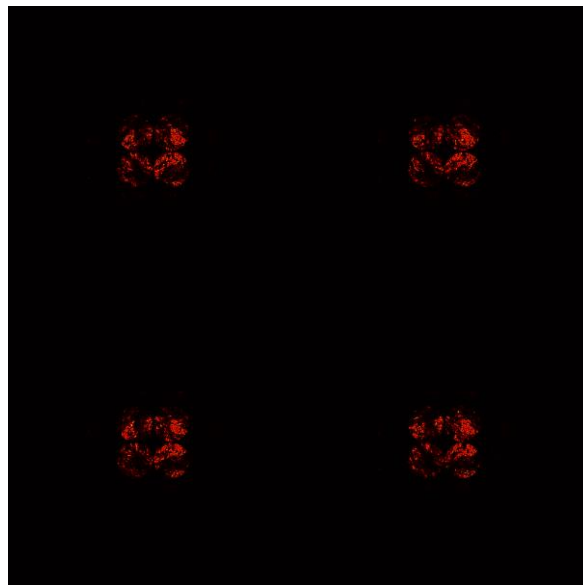


Figura 3.14. Imagen plenóptica simulada.

El primer resultado de interés es comprobar el funcionamiento del método tomográfico, la figura 3.15 muestra una recuperación de fases para dos capas. En cualquier caso, no estamos interesados en el parecido de las fases recuperadas sino en la mejora en calidad de imagen, esta será evaluada utilizando la métrica de Strehl.

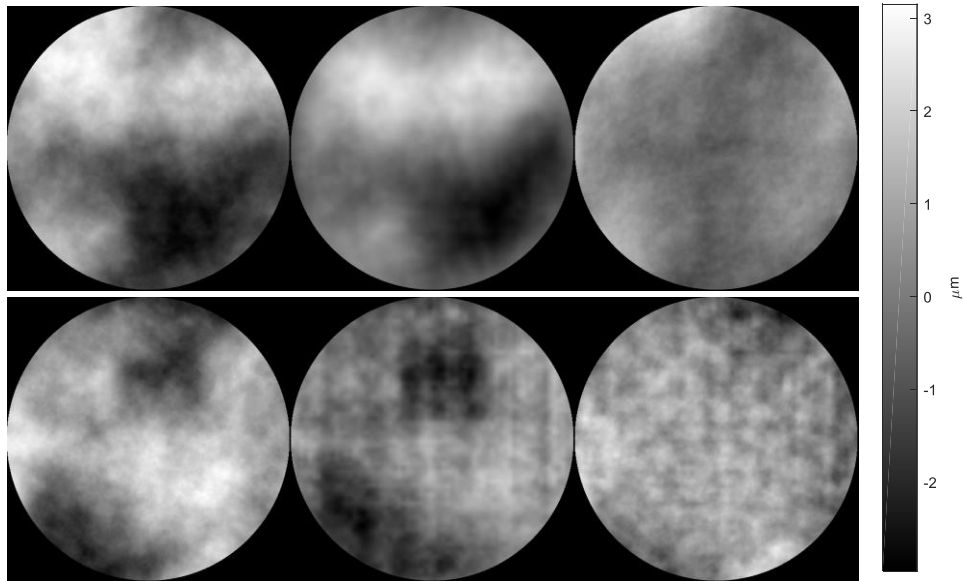


Figura 3.15. Resultados de la tomografía empleando el sensor plenóptico. Izquierda, fase original. Centro, fase recuperada. Derecha, residuo. Arriba capa a 0 m. Abajo, capa a 4000 m.

Para la medida de la mejora en la calidad de imagen, se realimentará el sistema con las metapupilas previamente calculadas, se mide posteriormente la PSF en cada posición angular y se compara la PSF en caso de corrección perfecta.

Los resultados a continuación (figura 3.16) representan la relación de Strehl promediada para todo el campo de visión del telescopio. Para ello se tomaron muestras de relación de Strehl en una matriz de 32x32 posiciones uniformemente repartidas en todo el campo de visión.

Se incluye además un segundo tipo de constelación de LGS en la que se introduce una quinta estrella de guía en eje. La medida de Strehl debe hacerse en la banda de interés para la observación astronómica, que en este caso son para la banda H (1.650 nm). Además de esto, no es de interés la respuesta para una fase instantánea, sino que es más interesante la media del Strehl en un tiempo de exposición largo, por ello, los resultados a continuación son un promedio de 1.000 fases diferentes.

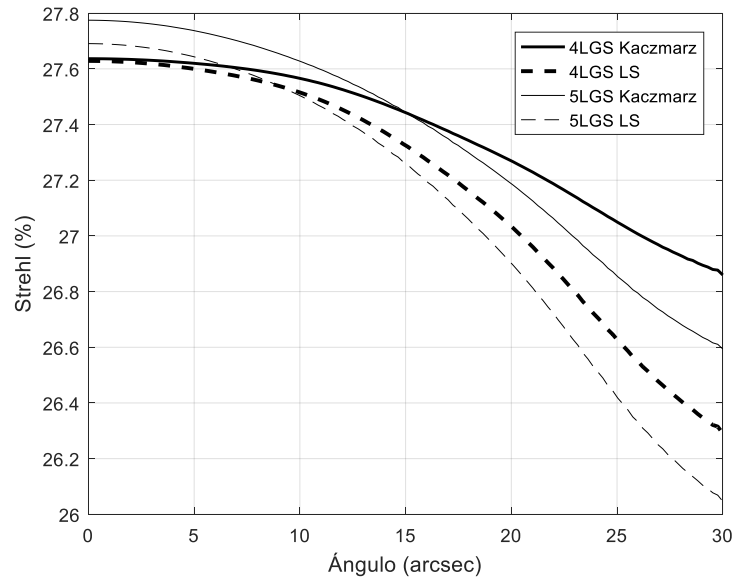


Figura 3.16. Curvas de Strehl simuladas.

La figura 3.15 muestra curvas de Strehl relativamente planas para todo el campo de visión. Naturalmente la constelación de cinco estrellas de guía conduce a resultados superiores. Asimismo, la resolución del sistema mediante Kaczmarz aporta mayor planicidad frente a la solución por mínimos cuadrados que produce un mejor Strehl en el eje.

Los resultados son comparables a los obtenidos con el instrumento GeMS (Gemini Observatory, 2016), con un 15% de Strehl en la banda H. Los datos obtenidos no se compararán con otros trabajos para evaluar su comportamiento, pues la medida del Strehl en simulación de sistemas con tantas variables como la óptica adaptativa multiconjugada, no son comparables, como se demostró en el trabajo de Roberts et al. (2004). Es por ello que la figura 3.16 debe interpretarse desde el punto de vista cualitativo y no cuantitativo.

Por último, la figura 3.17 muestra una captura del resultado que arroja el simulador empleado, se muestra, para cada instante de tiempo, la imagen plenóptica, así como las fases simuladas y su residuo. Un vídeo que el lector puede encontrar en www.cafadis.ull.es/videos/Figura_3.17.mp4 muestra al simulador en funcionamiento. El simulador está disponible para su descarga en www.cafadis.ull.es/toolbox/plenopticMCAO.zip.

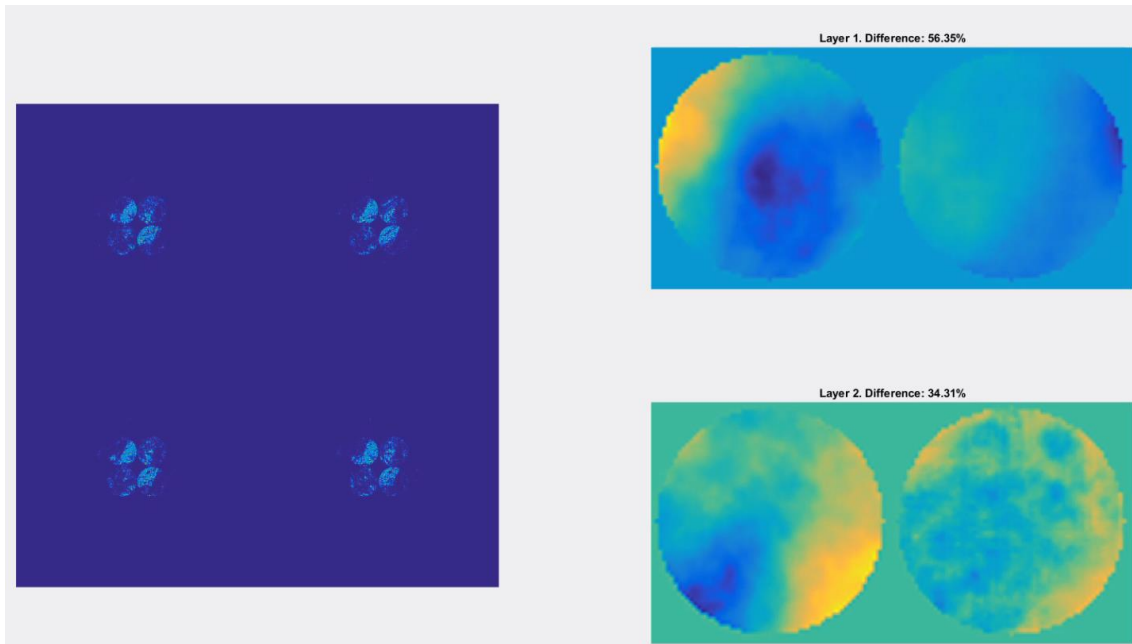


Figura 3.17. Captura de pantalla del simulador.

3.4 Combinación de sensor geométrico y plenóptico

A lo largo de este capítulo se ha visto como el sensor plenóptico puede ser usado como sensor de fase de frente de onda tomográfico. La principal limitación, y que no es característica únicamente de este sensor, es la resolución en la fase medida, anteriormente se han descrito otros sensores que no muestrean el campo por medio de microlentes y, por tanto, están potencialmente limitados únicamente por la resolución del sensor de imagen, estos son el sensor geométrico y el de curvatura. Estos sensores también tienen un inconveniente, y es que no existe la manera de hacer una discriminación angular de la información como ocurre con el sensor Shack-Hartmann y el plenóptico, por ello, la única manera de emplearlos en un sistema de tomografía de fase, sería emplear varios de estos, cada uno con un ángulo distinto introduciendo complejidad en el sistema.

Si se dotara a estos sensores de microlentes se podría hacer medida geométrica o de curvatura en varios ángulos y de forma simultánea.

En este apartado se esboza la combinación de un sensor geométrico con una matriz de microlentes de forma que se pueda hacer tomografía de fase atmosférica utilizando un único sensor de fase y medida geométrica, que fue presentado por primera vez en Trujillo-Sevilla et al. (2014a).

En lo sucesivo se utilizará la medida de fase geométrica desarrollada en Fernández-Valdivia (2015) y que ha sido probada con éxito en un sistema de óptica adaptativa (López et al. 2016).

El diseño óptico básico del sistema es sencillo, se utilizan dos sensores de imagen y dos matrices de microlentes idénticas, cada matriz de microlentes se separa del sensor de imagen la distancia focal de ésta. Cada uno de estos pares, matriz-sensor, se coloca en diferentes posiciones del camino óptico. Por simplicidad supondremos que se encuentran en posiciones simétricas respecto al foco (figura 3.18).

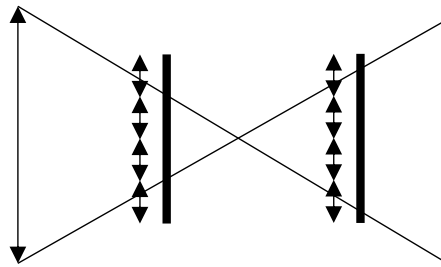


Figura 3.18. Esquema básico del sensor propuesto.

La simulación de este sensor se ha llevado a cabo de la misma forma en que se hace en el sensor plenóptico, con la salvedad de que al campo a propagar ($U(x, y)$) se le añade un término de desenfoque proporcional a la distancia l de cada matriz de microlentes con respecto al foco principal. Así se obtienen los campos complejos a la entrada de las matrices de microlentes U_{o1} y U_{o2} :

$$U_{o1}(x, y) = U(x, y)e^{\left(-i\frac{k}{2l}(x^2+y^2)\right)} \quad (3.26)$$

$$U_{o2}(x, y) = U(x, y)e^{\left(+i\frac{k}{2l}(x^2+y^2)\right)} \quad (3.27)$$

Si se simula una única fuente puntual en el eje, el resultado obtenido es dos imágenes plenópticas tales que al tomar todos los píxeles centrales se obtiene una versión de resolución reducida de la imagen que se obtendría sin microlentes, esto es, un sensor geométrico convencional (Figura 3.19).

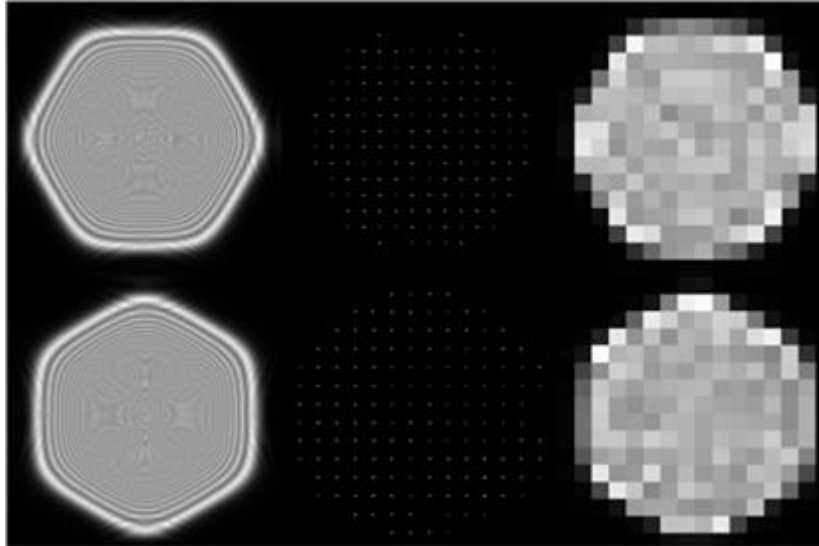


Figura 3.19. Parte superior, imagen antes de foco, parte inferior, imagen después de foco. Izquierda: imagen obtenida sin microlentes. Centro: Imagen obtenida con microlentes. Imagen recompuesta utilizando los píxeles centrales.

Hasta ahora, la inclusión de las microlentes no aporta información relevante, es más, reduce la resolución de la fase al número de microlentes de la matriz, el interés de este método radica en el efecto que se produce cuando en el campo de visión del sensor se encuentra una constelación de estrellas guía. La matriz de microlentes, permite discriminar la información angularmente, de este modo, tomando no los píxeles centrales de las microlentes sino otros desplazados una cantidad fija permite resolver una imagen en otro ángulo.

Para resolver la imagen producida por una estrella de guía a un ángulo α , siguiendo una aproximación puramente geométrica, se formará una imagen agrupando los píxeles separados una distancia d con respecto al centro de las microlentes (figura 3.20):

$$d = \frac{m}{\text{atan}\left(\frac{s}{2f}\right)} \alpha \quad (3.28)$$

Donde, s , es la extensión del sensor, f la focal de la lente principal y m el número de píxeles subtendidos por cada microlente.

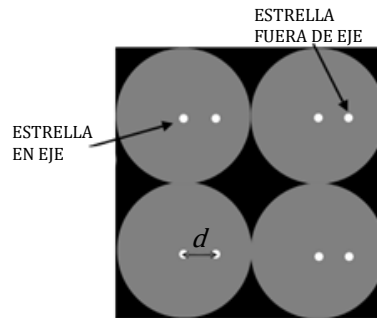


Figura 3.20. Diagrama de la imagen formada por las microlentes.

Veamos el comportamiento ante una constelación de estrellas de guía, las imágenes obtenidas sin microlentes no serían útiles para la medida de fase, pues, diferentes imágenes desenfocadas quedarían superpuestas (figura 3.21). Al superponer la matriz de microlentes, sabemos, por la ecuación 3.28 que la imagen formada por la estrella guía en eje, es la que se forma al agrupar todos los píxeles centrales, de hecho, en la imagen formada por cada microlente se reconoce la forma de la constelación de estrellas de guía (figura 3.22).

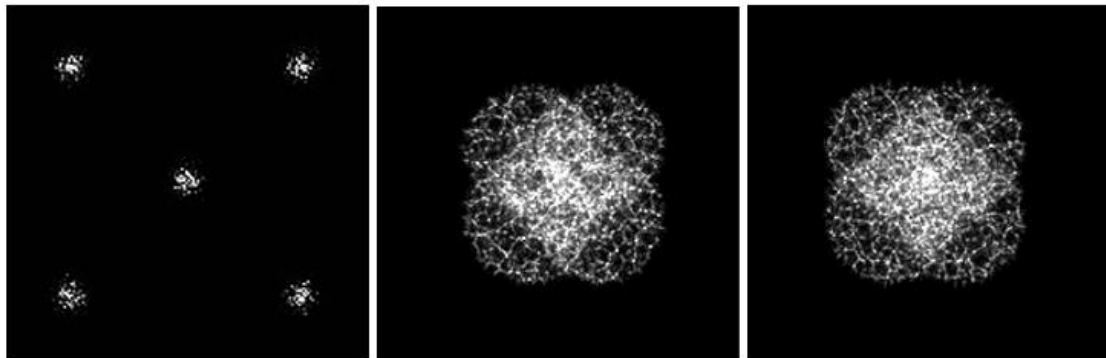


Figura 3.21. Izquierda: imagen de la constelación de cinco estrellas de guía en el plano focal. Centro y derecha: Imágenes obtenidas en posiciones desenfocadas sin microlentes.

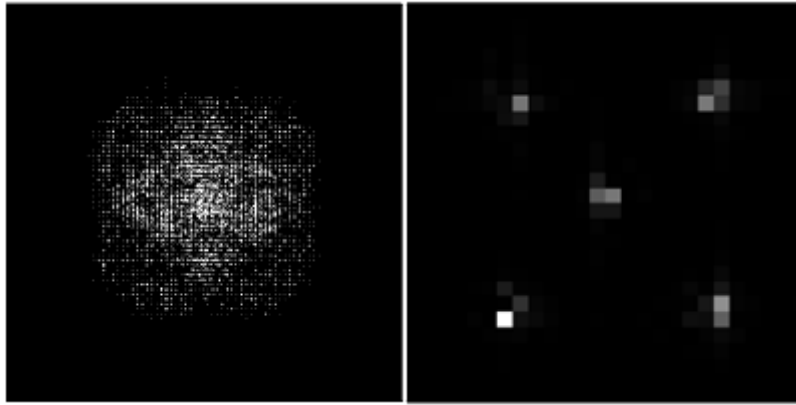


Figura 3.22. Izquierda: imagen obtenida en sensor propuesto. Derecha: detalle de la imagen, se aprecia la imagen correspondiente a una microlente.

De este modo, pueden obtenerse tantas proyecciones de fase de frente de onda como píxeles subtienda cada microlente. Esto tiene otras implicaciones, por ejemplo, podría usarse un objeto extenso y la fase podría medirse igualmente gracias la discriminación angular.

Este apartado ha servido de introducción a una idea aplicable a los sistemas de óptica adaptativa multiconjugada y que potencialmente aunaría las ventajas del sensor geométrico y el sensor plenóptico.

4. DECONVOLUCIÓN CON EL SENSOR PLENÓPTICO

Hasta ahora hemos visto que el sensor plenóptico es un sensor polivalente. Puede ser empleado en fotografía convencional para obtener un *light field* de una sola captura o como sensor de fase de frente de onda. Como sensor de imagen, su principal limitación es la resolución final de las imágenes, que está limitada por el número de microlentes, esto es, la resolución de la matriz de microlentes.

4.1 Antecedentes

La mejora de la resolución en sensores plenópticos es un campo de estudio amplio, muchos autores han desarrollado técnicas para aumentar la resolución final, (Lüke, (2014), Lumsdaine y Georgiev, (2008)). Sin embargo, estos trabajos parten de imágenes plenópticas desenfocadas. Recordemos que si el objeto está desenfocado entonces cada imagen elemental del *light field* capturado será distinta. En Schroff (2012) se propuso un método con el que se conseguía recuperar la resolución original del sensor en una cámara plenóptica cuando el objeto está enfocado, en este capítulo de la presente tesis doctoral se propone un método similar que incorpora la habilidad de medida de fases de frente de onda del sensor plenóptico.

4.2 Método propuesto

Desde el punto de vista puramente geométrico, si la escena que capturan las microlentes se encuentra completamente enfocada, la información contenida por las imágenes formadas por las microlentes es uniforme y por tanto no puede extraerse información. Desde otro punto de vista, cuando se recompongan las imágenes elementales a partir de la imagen plenóptica, todas las imágenes serán exactamente iguales.

Si introducimos efectos difractivos entonces empezaremos a notar diferencias para diferentes valores angulares. En este principio se basa tanto el trabajo de Schroff (2012), como el método que se propone en este capítulo. En este capítulo la simulación del sensor plenóptico se hará de acuerdo a lo desarrollado en el capítulo 2, recordemos que el *light field* adquirido por una cámara plenóptica, se puede describir en cuatro dimensiones, $L(s,t,u,v)$, donde (s,t) son las variables espaciales y (u,v) las angulares. Si asumimos que hay diferencias en la respuesta de la cámara plenóptica para distintos valores de (u,v) , incluso cuando no varía (s,t) , deberíamos ser capaces de encontrar estas diferencias en la simulación. La figura 4.1 muestra, la variación de una imagen formada por una microlente fijando los valores (s,t) para distintos valores angulares (u,v) .

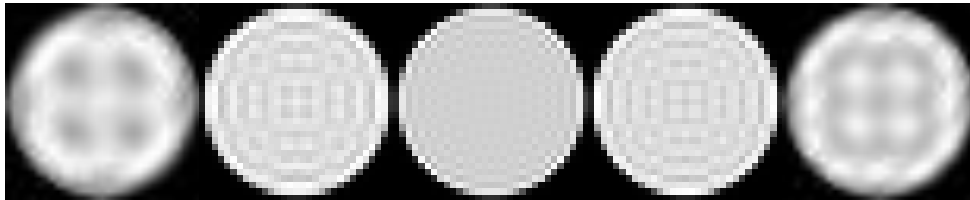


Figura 4.1. Imágenes producidas por microlentes de una cámara plenóptica (135mm f#2.8) para idénticos valores de (s,t) y valores de (u,v) desde 0.15° hasta 0.45° .

En la figura 4.1. se aprecia que las respuestas para cada ángulo son distintas, esto implica que para cada combinación de valores (s,t,u,v) tendremos una respuesta diferente. Este resultado es el efecto de la difracción en imágenes plenópticas, si en lugar de simular estas imágenes empleando difracción, se hubiera usado óptica geométrica, las respuestas de la figura 4.1 serían todas idénticas. La difracción, introduce diferencias entre las imágenes que dependen del ángulo.

A partir de ahora, denotaremos cada posible respuesta como $IR_{u,v}(s,t)$, esto es, la respuesta del sensor plenóptico a una fuente puntual con posición angular (u,v) y posición espacial (s,t) . Denotaremos la imagen del objeto como I_o y la imagen plenóptica adquirida como I_p .

En este caso, se puede describir la imagen plenóptica como una suma de cada respuesta puntual multiplicada por el valor correspondiente de la imagen del objeto, esto es:

$$[I_p] = [IR][I_o] \quad (4.1)$$

La anterior ecuación expresa la operación en forma matricial, $[I_p]$ representa un vector columna que contiene todos los valores registrados por el sensor plenóptico. $[I_o]$, es un vector columna de valores del objeto, $[IR]$ representa la matriz de respuestas al impulso. Si la matriz $[IR]$ se puede obtener sin error entonces:

$$[I_o] = [IR]^{-1}[I_p] \quad (4.2)$$

Esta deconvolución de la respuesta del sensor plenóptico permite recuperar un objeto mediante su imagen plenóptica completamente enfocada siempre que sus respuestas al impulso hayan sido correctamente caracterizadas o medidas. La caracterización de estas respuestas puntuales se puede hacer mediante las ecuaciones 2.10, 2.11 y 2.12. Generando todas las imágenes posibles para valores individuales de la intensidad del campo de entrada.

En este trabajo se propone sacar partido de la habilidad del sensor plenóptico para la medida de fases de frente de onda. En el capítulo 2 se describe una forma genérica para el cálculo de fases de frente de onda empleando sensores plenópticos y objetos extensos como referencia. Entonces, se puede suponer que cualquier imagen plenóptica nos permitirá hacer una estimación de la fase de frente de onda total que afecta al sistema de imagen. Sobre esta afirmación, podemos introducir la fase calculada en el valor de Φ de la ecuación 2.12 y obtener unas nuevas respuestas puntuales que no solo describan la respuesta del sensor plenóptico, sino además la fase total que afecta al sensor. Así será posible generar una matriz de respuestas puntuales $[IR]$ que describa íntegramente el sistema, incluyendo la fase o aberraciones ópticas. En este caso deberíamos ser capaces de recuperar la intensidad del objeto original sin pérdida.

La figura 4.2 muestra un resultado para datos simulados, un sensor plenóptico en cuyo plano de pupila se ha simulado una aberración de fase de frente de onda aleatoria. En este caso no hay error respecto a la medida de fase ni ruido en el sensor; la intensidad se puede recuperar sin error alguno.

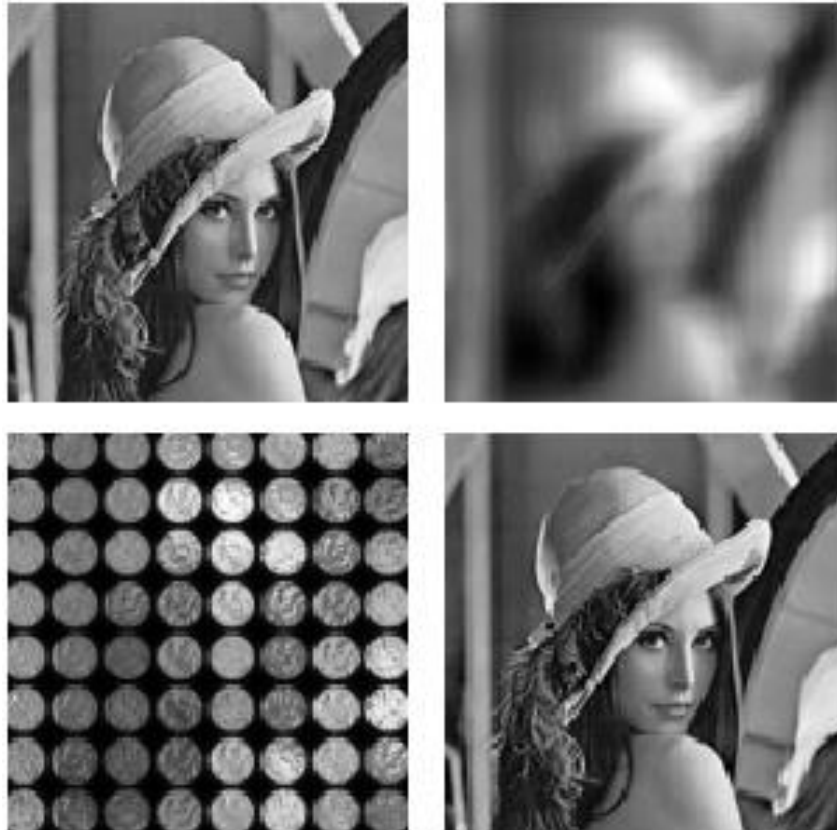


Figura 4.2. Superior izquierda, objeto original. Superior derecha, imagen en el plano focal. Inferior izquierda, imagen producida por el sensor plenóptico. Inferior derecha, resultado de la deconvolución.

4.3 Resultados

Dado que esta es una situación ideal, analizaremos el comportamiento del método en situaciones más realistas. En los resultados siguientes se simulará un sensor plenóptico cuya lente principal tiene una apertura de 6mm y una fase aleatoria con un parámetro de Fried de 0.4mm. El objeto original tenía una resolución de 512x512 píxeles, teniendo cada microlente 32x32 píxeles subtendidos, siendo esta la máxima resolución de la fase que se puede recuperar. Asimismo, la profundidad de color se estableció en ocho bits (figura 4.3).

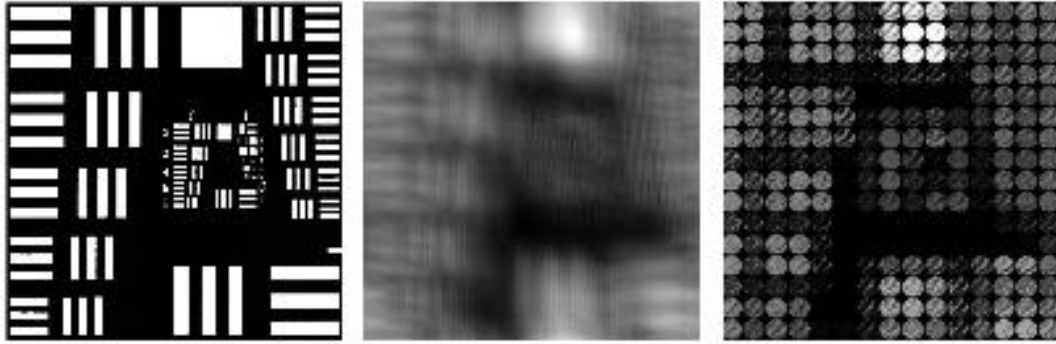


Figura 4.3. Izquierda, objeto original. Centro, imagen en el plano focal. Derecha, imagen producida por el sensor plenóptico.

Sobre la imagen plenóptica de la figura 4.3 se estimó la fase de frente de onda empleando el método de Rodríguez-Ramos et al. (2009), tratando el objeto como un objeto extenso cualquiera. Esta fase de frente de onda sirvió para generar un nuevo conjunto de respuestas al impulso simuladas basadas en la nueva fase calculada.

Estas respuestas al impulso se simularon empleando para ellos las ecuaciones 2.10, 2.11 y 2.12, sustituyendo en 2.10 el valor de Φ por la fase calculada. Se debe notar, que esto implica generar tantas imágenes plenópticas como píxeles tiene el sensor. Estas imágenes plenópticas formarán la matriz [IR].

La figura 4.4 muestra los resultados para la deconvolución, tanto para una recuperación de fase de frente de onda con la resolución de la microlentes, como para resoluciones reducidas. En este caso no se llega a recuperar el objeto sin error, sin embargo, la calidad en la recuperación del objeto es notable. También se debe notar que la calidad de la recuperación de la fase es un factor clave para obtener la máxima calidad de imagen posible.

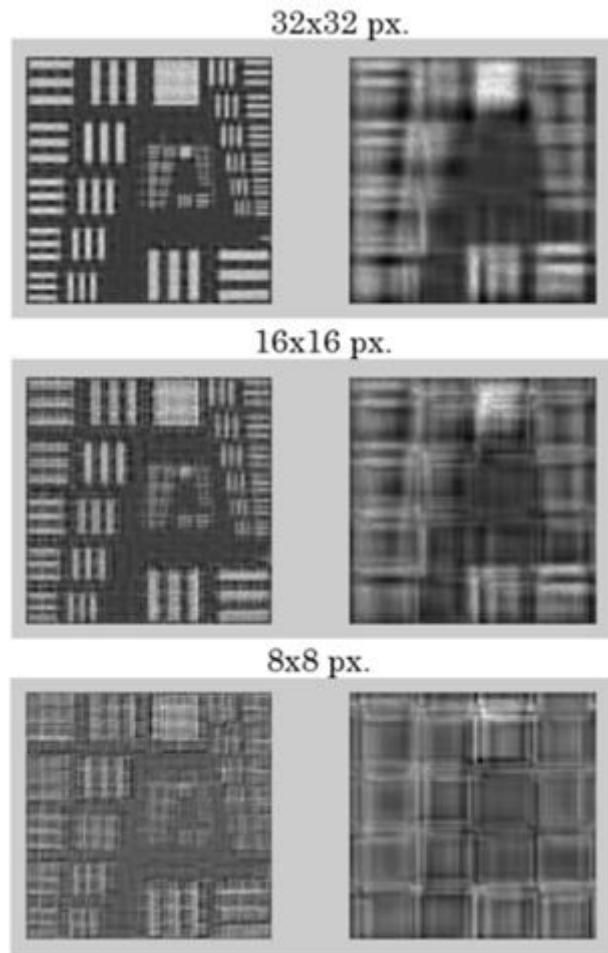


Figura 4.4. Resultado de la deconvolución para diferentes resoluciones de la fase de frente de onda estimada. Izquierda, objeto original. Derecha, detalle del grupo central de líneas.

La caracterización de las respuestas puntuales del sensor plenóptico, esto es, la matriz [IR], se hace de forma ideal, sin ruido. Por el contrario, la captura de imágenes plenópticas estará sujeta al ruido que introduzca la medida mediante el sensor de imagen. La figura 4.5 muestra una gráfica de calidad de recuperación, empleando la métrica SSIM (Wang et al. 2004) con respecto a la relación señal-ruido. La métrica SSIM es una métrica indicada para estimación de parecido perceptual entre dos imágenes, otras métricas convencionales se centran en proporcionar un valor de similitud numérica entre las imágenes y no basadas en la percepción.

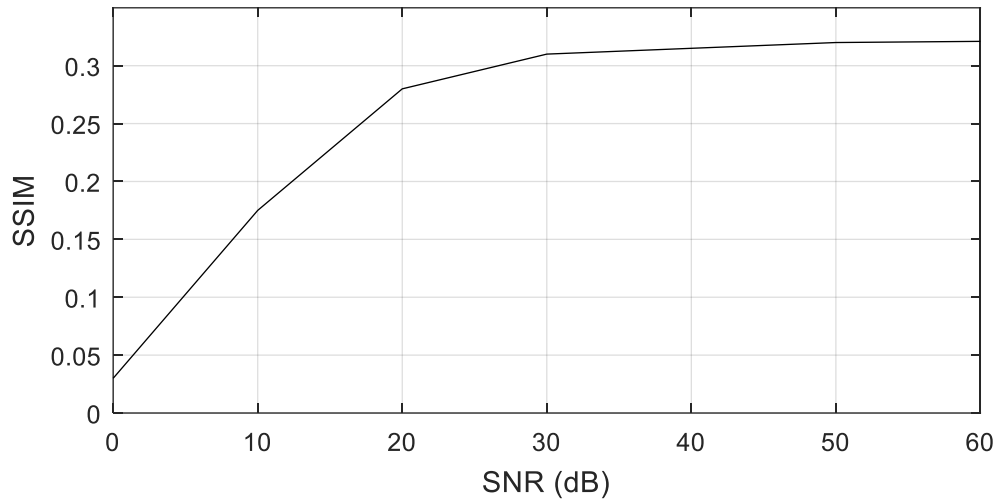


Figura 4.5. Calidad de la deconvolución frente a la relación señal-ruido en la imagen plenóptica capturada.

Si bien el valor máximo de SSIM es bajo, la parte positiva es la que muestra un buen rechazo al ruido por encima de 20dB, haciendo posible la captura de imágenes plenópticas con sensores de imagen convencionales.

Para finalizar este capítulo, se resumirán las pruebas de laboratorio realizadas con intención de verificar la técnica. El montaje óptico se diseñó para poder caracterizar un sensor plenóptico y posteriormente, en el mismo plano focal, disponer un objeto extenso cualquiera. Por ello, como objeto, se utilizó una pantalla LCD de 240x320 píxeles (figura 4.6).

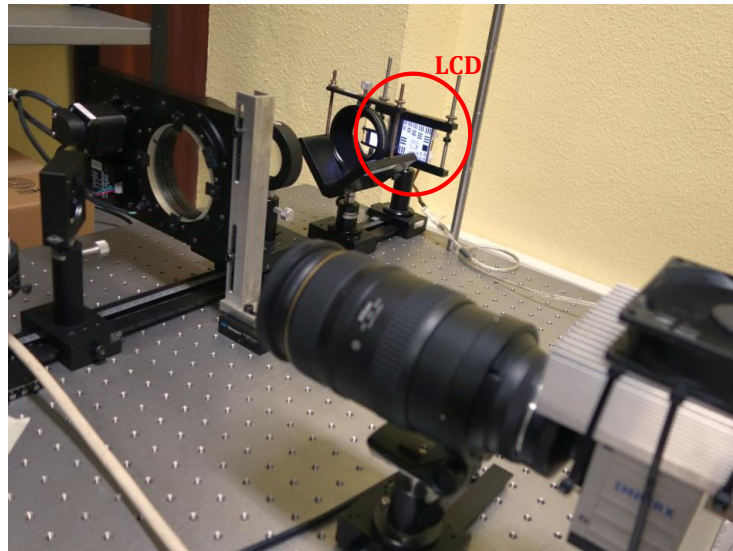
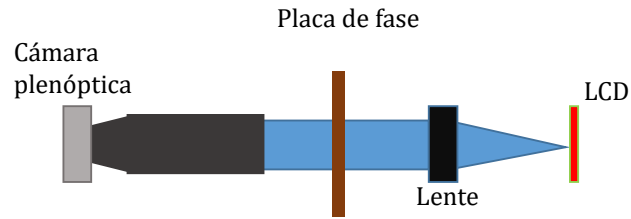


Figura 4.6. Esquema y fotografía del montaje de laboratorio.

Delante de la pantalla es posible colocar cualquier conjunto de lentes, o placa de fase, que genere una aberración de fase de frente de onda. Por último, se sitúa el sistema plenóptico, compuesto por: un objetivo Nikkor 80-400, una matriz de microlentes f#9 y $100\mu\text{m}$ de diámetro, y un sensor Imperx 2M30C. Aunque la cámara es a color, los resultados se obtuvieron en el canal rojo, con una profundidad de color de 12 bits (figura 4.7).

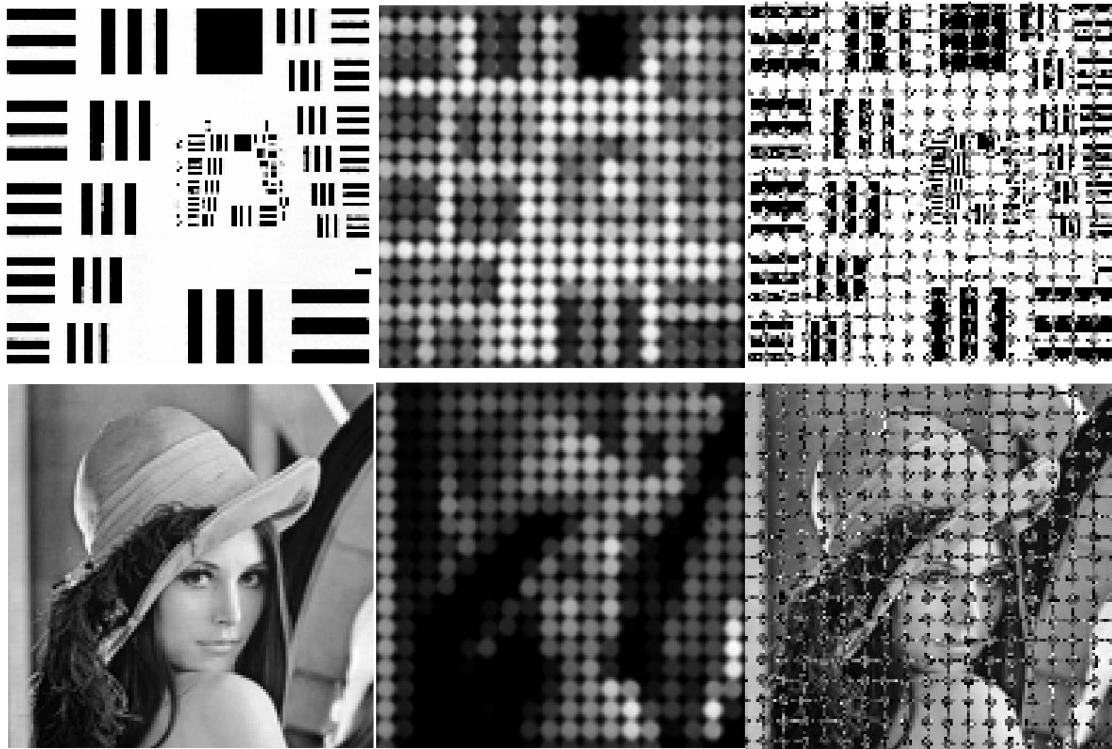


Figura 4.7. Izquierda, objetos originales. Centro, imágenes plenópticas reales capturadas. Derecha, resultado de la deconvolución.

Los resultados muestran una clara recuperación de los valores de intensidad originales del objeto, con toda la resolución del sensor, excepto en las zonas que no están subtendidas por las microlentes, esto se debe a que, en la práctica, hay ángulos (valores del plano (u,v)) cuya respuesta queda enmascarada por el ruido. Estos ángulos son los que caen fuera de la apertura de la lente principal. Debido a la forma circular de la apertura, los intersticios entre microlentes no pueden ser muestreados. Esto podría solventarse empleando una apertura cuadrada en las microlentes, en vez de circular que permita reducir todo lo posible los intersticios entre las zonas que subtiende cada microlente.

5. GENERACIÓN DE *LIGHT FIELD* A PARTIR DE *FOCAL STACKS*

Es conveniente recordar que en el capítulo 2 se relaciona el *light field* con las imágenes desenfocadas. Se debe definir un nuevo concepto, el *focal stack*, que no es más que un conjunto de imágenes de una escena enfocadas a distintas distancias.

Recordemos el *light field* como un volumen de cuatro dimensiones que, al ser proyectado en diferentes ángulos, produce imágenes enfocadas a distintas distancias, esto es, un *focal stack*. Este capítulo trata de la recuperación del *light field* partiendo de un *focal stack*: intuitivamente la solución a este problema consistirá en invertir la operación de proyección. Como se ha visto, invertir una proyección para recuperar un volumen es un problema de tomografía, sin embargo, numerosos inconvenientes limitan la calidad de la solución por métodos convencionales.

Desde el punto de vista práctico hay varias limitaciones, por ejemplo, el tiempo de adquisición del *focal stack*. Este parámetro es crítico, pues se debe capturar un número suficiente de fotografías antes de que la escena haya cambiado. En el caso de que la escena se pueda considerar estática, se debe capturar el *focal stack* suficientemente rápido para anular el movimiento de la cámara en el caso de que esta se sostenga manualmente. Estos problemas, que son puramente prácticos, no se tendrán en cuenta en este capítulo, y se considerará que los *focal stacks* han sido adquiridos de tal forma que la escena no ha cambiado.

Desde el punto de vista matemático hay problemas que limitan de forma contundente la calidad de la recuperación por métodos tomográficos convencionales. Recordemos la ecuación 2.5 que relaciona la distancia de enfoque con el ángulo de proyección, esta ecuación nos dice que teóricamente es posible conseguir proyecciones del *light field* a cualquier ángulo. Sin embargo, si introducimos datos reales, la amplitud angular de las proyecciones, esto es, la diferencia entre el máximo y el mínimo ángulo de proyección, es realmente pequeña.

Esta cuestión la ejemplificaremos con datos reales usando valores de una cámara fotográfica convencional.

Supongamos una lente de focal 35 mm. Supongamos además que capturamos un *focal stack* compuesto por varias fotografías cuyas distancias de enfoque se distribuyen entre 30 cm y 2 m. Para obtener la amplitud angular basta con aplicar las ecuaciones 2.2 y 2.5; en este caso obtendremos una amplitud angular de 5.9 grados. Este valor puede ampliarse utilizando lentes de focales más largas; por ejemplo, utilizando una lente de 135 mm de focal obtenemos una amplitud angular de 25 grados. Naturalmente, emplear una lente de mayor longitud focal también penaliza el resultado al disminuir el campo de visión para un tamaño de sensor dado.

5.1 Elección de los planos de enfoque

Dado que la elección de la longitud focal de la lente no puede variarse libremente, pues afecta al campo de visión, queda definir la mejor forma de elegir las distancias de enfoque al capturar el *focal stack*. En esta decisión influye no solo la escena a capturar, también influirá la apertura de la lente y el sensor de imagen empleado.

En primer lugar, las distancias de enfoque están limitadas por ambos extremos, en el extremo inferior este valor normalmente lo fija la fabricación de la lente, en el extremo superior el valor queda fijado por la distancia hiperfocal H , la mínima distancia de enfoque a partir de la cual no se distingue desenfoque en objetos posicionados en el infinito. Siguiendo una aproximación geométrica:

$$H = \frac{Af}{C_0} \quad (5.1)$$

Donde, f es la distancia focal, A es el diámetro de la apertura de la lente y C_0 es el diámetro del máximo círculo de confusión admisible. El diámetro máximo del círculo de confusión cuantifica el máximo desenfoque admisible o que nuestro sistema no es capaz de detectar. El valor de C_0 está ligado al tamaño del pixel final

de la imagen, esto es, al tamaño del píxel del sensor, así píxeles de mayor tamaño permitirán valores de C_0 mayores.

El otro factor a tener en cuenta es la profundidad de campo, es decir, la extensión en distancias de cada plano de enfoque. Para cada distancia de enfoque existe un rango de distancias en el cual todo se percibe enfocado, este valor también dependerá de las características de lente y sensor; sin embargo, para esta explicación nos centraremos en el tamaño del círculo de confusión como una función dependiente de la distancia de enfoque.

Para determinar el círculo de confusión se utilizarán consideraciones de óptica geométrica (Smith, 2004). Denotaremos por F , la distancia a la que se fija el enfoque en la cámara, N denotará la relación focal y S , la distancia a la que se encuentra un objeto cualquiera, entonces:

$$C(F, S) = \frac{|S - F|}{S} \frac{f^2}{N(F - f)} \quad (5.2)$$

Para ejemplificar el proceso, fijaremos una cámara con los siguientes parámetros: $f = 35\text{mm}$, $N = 2.2$, y tamaño de píxel $10\mu\text{m}$. La figura 5.1 muestra la variación el diámetro del círculo de confusión para un valor de F fijo y distintos valores de S . En este caso, cuando la distancia de enfoque es 6.8 m , la parte de la curva debajo de la recta, que indica el valor de C_0 , recorre 5 m ; esto indica que, en este ejemplo, la profundidad de campo es de 5 m . En este caso no tendría sentido sacar otra fotografía del *focal stack* dentro de este rango de 5 m en torno a la distancia de enfoque.

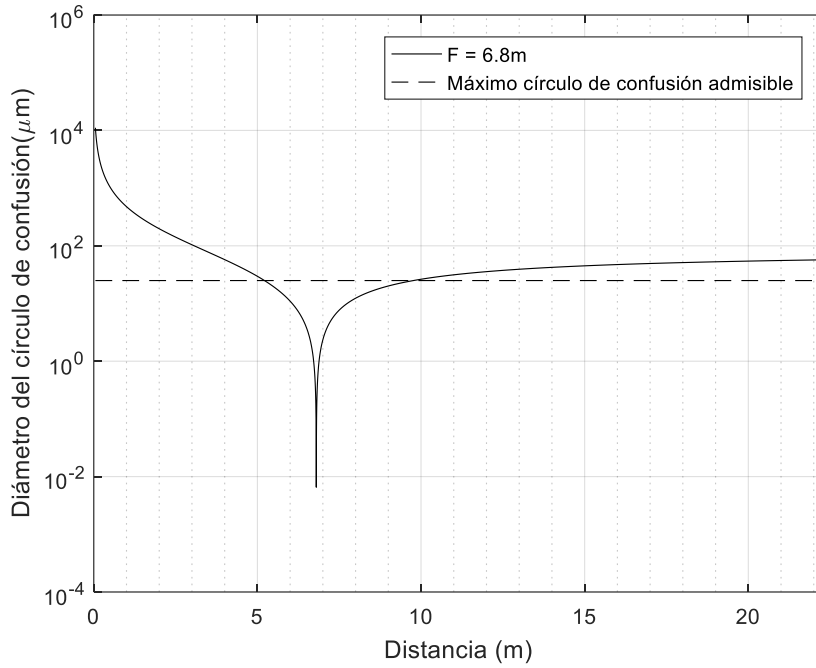


Figura 5.1. Representación del diámetro del círculo de confusión en función de la distancia.

La figura 5.2. refleja lo que ocurre cuando la distancia de enfoque coincide con la hiperfocal, en este caso la curva solo se cruzará una vez con la línea que marca el valor de C_0 :

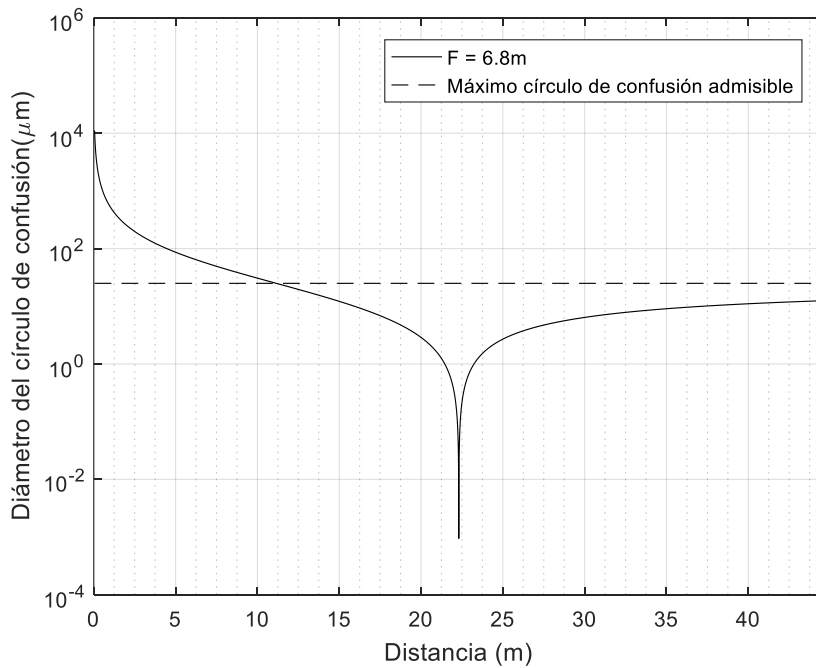


Figura 5.2. Diámetro del círculo de confusión cuando la distancia de enfoque coincide con la hiperfocal.

En el caso de enfocar a la distancia hiperfocal, vemos que la parte de la curva con valores por debajo de C_0 empieza en 10m y acaba en el infinito, la segunda parte de la curva se acercará asintóticamente a C_0 .

Desde un punto de vista puramente teórico, la selección de planos óptima sería la más densa posible dentro del rango de enfoque que permite la lente. Desde el punto de vista práctico es conveniente, no solo minimizar el número de planos, sino procurar que la distancia entre estos sea mínima. Estas consideraciones están centradas en hacer una captura de *focal stacks* más rápida, no solo por el menor tiempo de exposición debido al menor número de imágenes, sino que, al minimizar la distancia, se minimiza también el recorrido que debe hacer la lente desde el primer punto de enfoque hasta el último.

Atendiendo a la profundidad de campo, para cada valor de F se buscará la distribución de planos cuyas áreas por debajo de la recta marcada por el valor de C_0 no se solapen. Para ello fijaremos un primer valor de F en la distancia mínima de enfoque que denotaremos por F_1 , a partir de este valor buscaremos el siguiente valor de F que hace que las curvas no se solapen. Entonces, aplicando la ecuación 5.2, buscaremos un valor F_{i+1} tal que:

$$C(F_{i+1}, S) = C(F_i, S) \quad (5.3)$$

Buscando los planos óptimos para la misma cámara del ejemplo anterior y fijando la distancia de enfoque más cercana en dos metros, la distribución de planos óptima se puede calcular. La figura 5.3 muestra la distribución de planos óptima para la cámara del ejemplo anterior, fijando F_1 en dos metros.

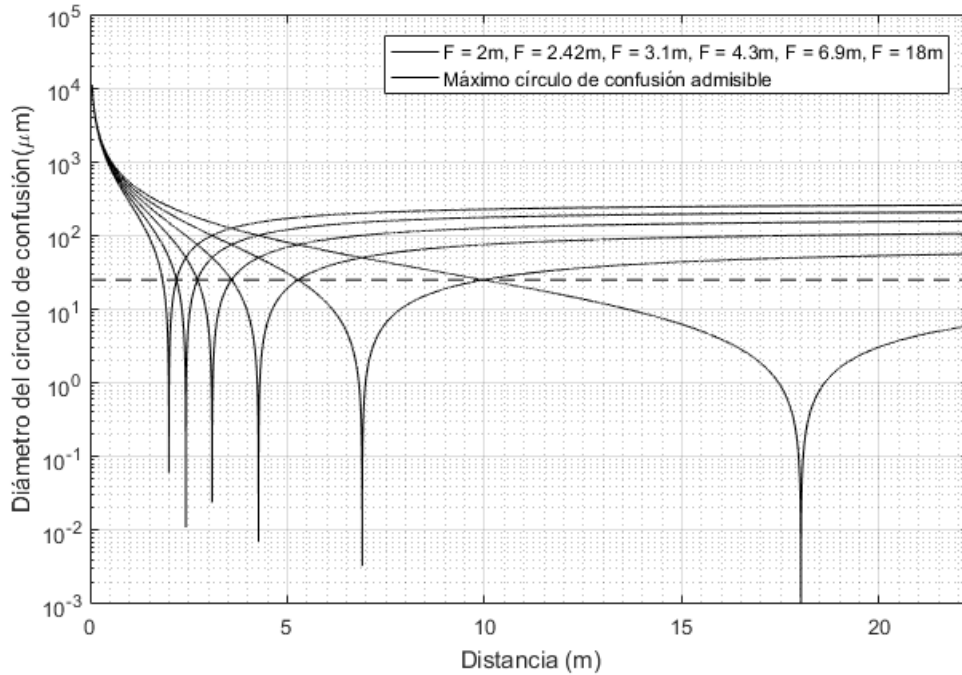


Figura 5.3. Distribución de planos óptima.

5.2 Problemas asociados a la captura

En este capítulo se ha supuesto hasta ahora que las proyecciones de un *light field* se pueden hacer completamente equivalentes a las imágenes capturadas por una cámara convencional. En general, esta afirmación no es cierta, precisamente por lo que en realidad sucede en una cámara convencional cuando se cambia la distancia de enfoque.

En todas las configuraciones ópticas comunes debe moverse algún elemento óptico, ya sea una única lente o todo el conjunto a la vez, para cambiar la distancia de enfoque. Un enfoque a infinito, supone la mínima distancia entre lente y sensor, esta distancia crecerá hasta la distancia mínima de enfoque. La variación de la separación lente-sensor, se traduce en un cambio de la distancia focal efectiva.

Para demostrar esto intuitivamente, tomaremos como ejemplo una cámara con una lente de focal f , cuya apertura pueda variarse. Ahora supondremos que tomamos dos imágenes, una enfocada a infinito, esto es $F_1 = f$, y otra enfocada a 1 m, esto es con $F_2 = f/1 - f$ (según ecuación 2.2). En este caso F_1 es menor que F_2 . Ahora cerramos la apertura de la cámara hasta el punto de hacer que la profundidad de

campo pueda ser considerada infinita. Si la profundidad de campo es infinita, al capturar dos fotografías en las condiciones anteriores y dado que no habrá diferencia de enfoque, apreciaremos únicamente el cambio de focal de F_1 a F_2 (figura 5.4).

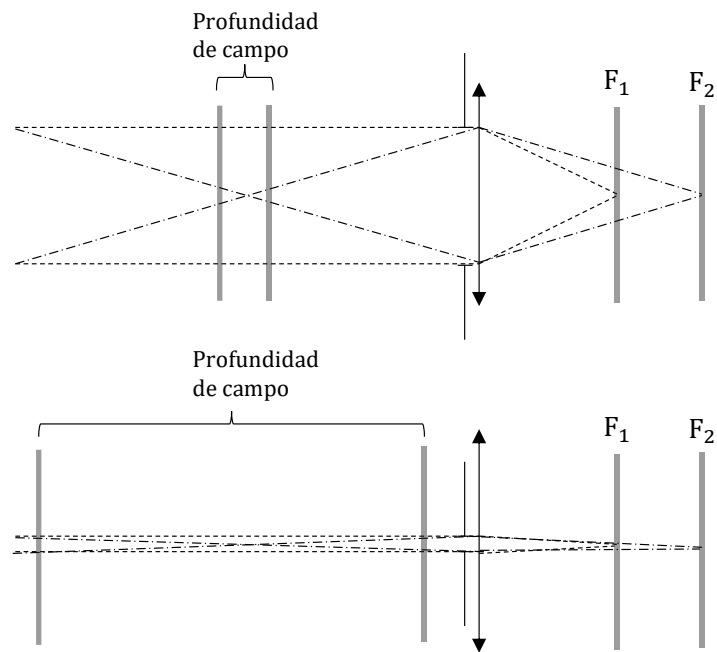


Figura 5.4. Arriba, una apertura grande hace que las profundidades de campo sean pequeñas. Abajo, al reducir el diámetro de apertura, las profundidades de campo se hacen mayores, de modo que entre dos posiciones de enfoque puede no haber diferencia de enfoque sino de perspectiva debido a la variación de focal.

Esto significa que la imagen enfocada a 1 m aparecerá magnificada en comparación con la que se capturó enfocando a infinito. Debe notarse que la diferencia entre imágenes no es una simple magnificación que se podría corregir recortando las imágenes, en realidad se trata de un cambio de perspectiva (figura 5.5). Este problema, normalmente despreciable en fotografía convencional se traduce en una incompatibilidad entre un *light field* ideal y una cámara real.

Recordemos que por medio de proyecciones podemos pasar de un *light field* a un *focal stack*. Cuando se obtiene así el *focal stack*, no existe variación alguna en la perspectiva; de ahí la incompatibilidad entre un *focal stack* capturado directamente y uno obtenido a través de proyecciones del *focal stack*.



Figura 5.5. Efecto de la variación de la longitud focal en la perspectiva. Fuente: expertphotography.com

5.3 Revisión de métodos

Numerosos trabajos han abordado este problema, pues conseguir una solución satisfactoria conllevaría asegurar que una cámara convencional pueda capturar el *light field* simplemente haciendo varias fotografías en las que cambia el enfoque. A continuación, se desarrollan los métodos convencionales para resolver este problema, así como el método propuesto en este capítulo basado en *compressed sensing*.

5.3.1 Retroproyección filtrada

La aplicación de la retroproyección filtrada en el caso que nos ocupa es trivial, recordemos que para aplicar este método se deben ejecutar dos operaciones, la retroproyección y el filtrado paso alto, pudiendo aplicarse en cualquier orden.

Se hace necesario para esta explicación relacionar los capítulos 2 y 3. En el capítulo 2 se aplicaba el *Fourier Slice Theorem* a un *light field* para obtener sus proyecciones. Estas proyecciones coincidían con imágenes de la escena del *light field* reenfoadas a distintas distancias.

En el capítulo 3, se extiende el FST como un medio para resolver la tomografía de un volumen. Siendo el FST una forma sencilla y eficiente de atacar la tomografía, es

directo llegar a la idea de resolver un *light field* desconocido a partir de sus proyecciones (*focal stack*).

Si bien, la aplicación del FST es trivial y sobradamente resuelta en la bibliografía, en este apartado se abordará una forma de hacerlo basada en el espacio de frecuencias.

Recordemos que la transformada de la proyección de una función $f(x,y)$ a un ángulo θ (S_θ), se corresponde con la línea central de la transformada de Fourier de $f(x,y)$ a un ángulo θ . La transformada de Fourier de $f(x,y)$ se denotará por $F(u,v)$.

Supongamos que tenemos una única imagen enfocada a una distancia arbitraria, su transformada de Fourier se denotará por S_θ , donde θ se relaciona con la distancia de enfoque a través de las ecuaciones 2.2 y 2.5. Al igual que en el capítulo 2, tomaremos únicamente una de las dimensiones de S_θ por simplicidad en la notación, de modo que en $S_\theta(u,v)$, trabajaremos únicamente con u , sabiendo que para extender el resultado a dos dimensiones bastará con operar de la misma forma en la dimensión restante.

Para simplificar el desarrollo usaremos $\theta = 0$, sabiendo que cualquier otro ángulo se obtiene rotando el sistema de coordenadas. Entonces, dado que nos interesa trasladar $S_\theta(u)$ al espacio $F(u,v)$ con una inclinación marcada por θ , la primera aproximación es añadir a $S_\theta(u)$ un término P tal que aparezca inclinada un ángulo θ . Este término será entonces:

$$P = e^{(2\pi j u \tan(\theta))} \quad (5.4)$$

Para encontrar entonces los valores en la transformada:

$$F(u, 0) = S_\theta(u)e^{(2\pi j u \tan(\theta))} \quad (5.5)$$

Analizando este razonamiento, observamos que hemos añadido a la fase de $S_\theta(u)$ un plano inclinado, cuya pendiente es proporcional a θ . Se debe notar que esta es una aproximación al algoritmo de retroproyecciones filtradas, que es útil para ángulos pequeños, y que en el caso de la tomografía del *light field* puede producir resultados de calidad aceptable. Esta aproximación ha sido propuesta por Park (2014) y Levin y Durand (2010).

Además, usar transformadas de Fourier tiene la ventaja de que, además del filtrado paso alto (filtro rampa), se puede aplicar el filtro directamente en dominio de frecuencias.

$$F(u, 0) = (2\pi|w|K)S_\theta(u)e^{(2\pi ju \tan(\theta))} \quad (5.6)$$

Siendo K , el número de imágenes del *focal stack*.

5.3.2 Método algebraico

En la revisión de métodos para la realización de la tomografía se citaron también los algebraicos. Estos métodos son preferidos para la tomografía cuando la apertura angular de las proyecciones es pequeña (Kak y Slaney, 1988) como es el caso de la tomografía basada en *focal stacks*.

Recordemos ahora que en este método se asumirá que el volumen a recuperar mediante tomografía, esto es, el *light field*, se supone un conjunto de incógnitas, por tanto, buscaremos un conjunto de ecuaciones que cumplan las propiedades que transforman el *light field* en sus proyecciones.

Recordemos que las proyecciones del *light field*, son las diversas imágenes que componen un *focal stack*. El ángulo de proyección θ tiene una relación con la distancia de enfoque, concretamente con el multiplicador de distancia de enfoque α . Así, dándole la vuelta a la ecuación 2.4, podemos definir un sistema de ecuaciones tal que:

$$L_F\left(u + \frac{s-u}{\alpha}, v + \frac{t-v}{\alpha}, u, v\right) = I_{\alpha F}(s, t) \quad (5.6)$$

En la ecuación anterior, podremos definir un sistema lineal de ecuaciones del tipo $Ax=b$, escribiendo las ecuaciones para todos los valores de (u, v, s, t) , y resolviendo entonces el sistema, obtendremos los valores de L_F .

5.4 Resolución del problema mediante *compressed sensing*

La solución por medio de retroproyecciones filtradas tiene el inconveniente de requerir proyecciones con una amplitud angular de al menos 180° para obtener resultados de calidad (figura 5.6). Si queremos resolver este problema por medio de retroproyecciones filtradas debemos buscar el resto de información que falta para reconstruir el *light field* con cierta calidad. En el método propuesto, trataremos de recuperar un *light field* desconocido con un número de proyecciones a priori insuficiente, por ello, este método se puede catalogar como un método de *compressed sensing* (Candès et al. 2006). Recordemos que la base del *compressed sensing* es recuperar una señal a partir de un número aparentemente insuficiente de transformadas de esta señal.

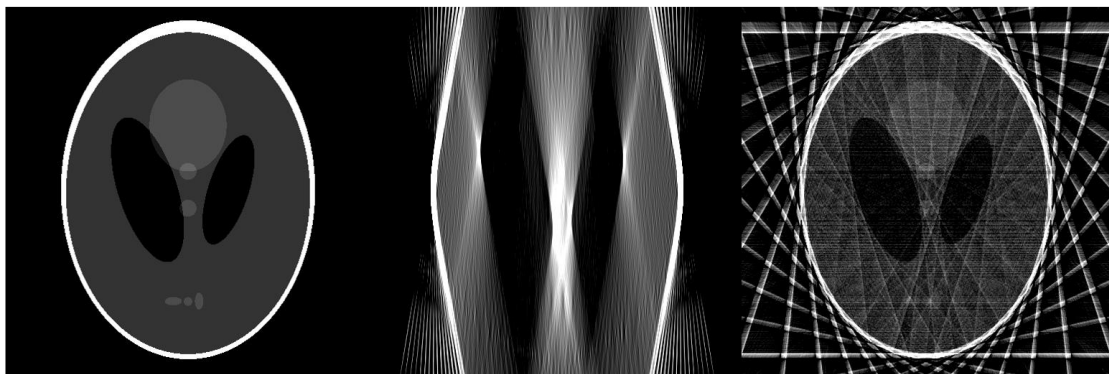


Figura 5.6. Izquierda, fantoma original de Shepp-Logan. Centro, recuperación a partir de 16 proyecciones con una amplitud angular de 30° . Derecha, recuperación a partir de 16 proyecciones con una amplitud angular de 180° .

El método que se propone en este trabajo fue presentado originariamente en Trujillo-Sevilla et al. (2016). El punto de partida para este método es un conjunto de imágenes desenfocadas de una escena cualquiera. Nos interesa reconstruir el *light*

field que, tal y como se ha descrito extensamente, depende cuatro variables: dos angulares y dos espaciales.

Para capturar el *light field* limitaremos la pupila por medio de una rendija, si el grosor de esta rendija se considera despreciable, entonces podremos escribir el *light field* como un volumen de tres dimensiones $L_F(s, t, u)$, las dimensiones s y t son espaciales, y la dimensión u es la angular. La rendija efectivamente limita una de las dimensiones angulares a un único valor.

Al igual que se ha explicado para los casos anteriores, la relación entre el ángulo de proyección (θ) y la distancia de enfoque (αF) es conocida. Se debe redefinir la fórmula para la proyección de *light field* cuando tratamos en tres dimensiones:

$$I_{\alpha F}(s, t) = \sum_u L_F\left(u + \frac{s - u}{\alpha}, v + \frac{t - v}{\alpha}, u\right) \quad (5.7)$$

Por simplicidad, denotaremos la operación de proyección sobre el *light field* a un ángulo θ con la letra M :

$$M_\theta(L_F(s, t, u)) = I_{\alpha F}(s, t) \quad (5.8)$$

Donde, θ y α se relacionan por medio de la ecuación 2.5. Lo anterior expresa que las imágenes capturadas con la cámara modificada pueden ser consideradas como proyecciones de dos dimensiones de un *light field* original de tres dimensiones.

Dado que M es una proyección convencional sobre un volumen, modelaremos la función inversa (M^{-1}) como la retroproyección filtrada. Supondremos también que el *light field* puede ser discretizado como un volumen de $m \times n \times l$ vóxeles.

Debemos hacer ahora una nueva abstracción, consideraremos que cada fila t de las imágenes $I_{\alpha F}(s, t)$ puede ser interpretada como parte de un sinograma $S(s, \theta)$. Si las

imágenes del *focal stack* se capturaron en un intervalo de distancias $[\alpha_1 F, \alpha_2 F]$, les corresponde un intervalo de ángulos de proyección $[\theta_1, \theta_2]$. Como las imágenes se capturaron dentro de este intervalo, consideraremos esta zona del sinograma como una parte conocida.

Por conveniencia, el intervalo angular conocido se denotará por θ , el intervalo angular de la parte desconocida se denotará por $1 - \theta$.

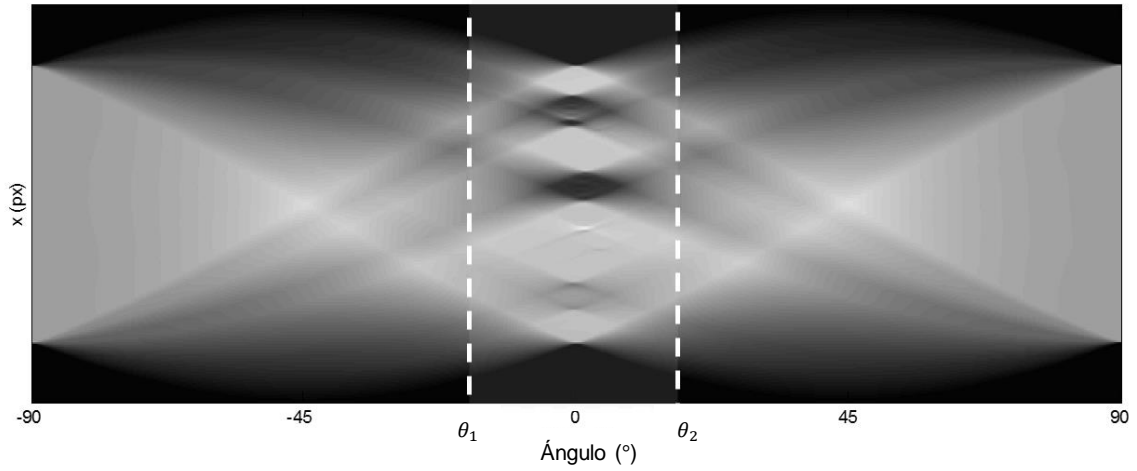


Figura 5.7. Sinograma de un *light field*.

También por simplicidad, denotaremos a la parte conocida del sinograma como S_1 y a la desconocida como S_2 .

El siguiente procedimiento se hará de forma idéntica sobre cada fila del *light field* a recuperar. En primer lugar, se establecerá una estimación inicial de S_2 , en general supondremos nuestra estimación inicial $\hat{S}_2 = 0$. El sinograma al completo, estimado en la interacción k -ésima $\hat{S}^{(k)}$, será en cada iteración la concatenación del sinograma conocido S_1 y el valor de la parte desconocida del sinograma en la iteración anterior, $\hat{S}_2^{(k-1)}$.

El segundo paso consiste en usar la operación M^{-1} para estimar el *light field*:

$$\hat{L}_F^{(k)} = M^{-1}(\hat{S}^{(k)}) \quad (5.9)$$

El *light field*, recuperado mediante retroproyecciones filtradas, contendrá artefactos significativos. Un filtrado adecuado actuará además como filtro de reducción de ruido. Denotaremos la operación de filtrado por la letra H .

El último paso del método propuesto es volver a proyectar el *light field* estimado y filtrado sobre los ángulos $1-\theta$:

$$\hat{S}_2^{(k)} = M_{(1-\theta)} \left(H \left(\hat{L}_F^{(k)} \right) \right) + n \quad (5.10)$$

En la última ecuación aparece el término n , este término se refiere a ruido gaussiano generado artificialmente. La adición del ruido es fundamental en la resolución del problema. Sin este término, la ecuación anterior se convertiría en:

$$\hat{S}_2^{(k)} = M_{(1-\theta)} \left(H \left(M^{-1}(\hat{S}^{(k)}) \right) \right) \quad (5.10)$$

Lo que implicaría, la ausencia de ruido, que estaríamos retroproyectando y proyectando continuamente una versión filtrada del sinograma. El ruido ayuda a introducir valores nuevos en el sinograma. El filtro de reducción de ruido eliminará la información añadida que sea inconsistente. Por ello, el filtro de reducción de ruido es fundamental. En este caso, el filtro empleado ha sido el filtro BM3D (Dabov et al. 2007).

La figura 5.8 compara un sinograma inicial, el sinograma después de 50 iteraciones, y el sinograma original. Como se puede apreciar a simple vista, la información añadida mediante el método propuesto es muy similar a la del sinograma original.

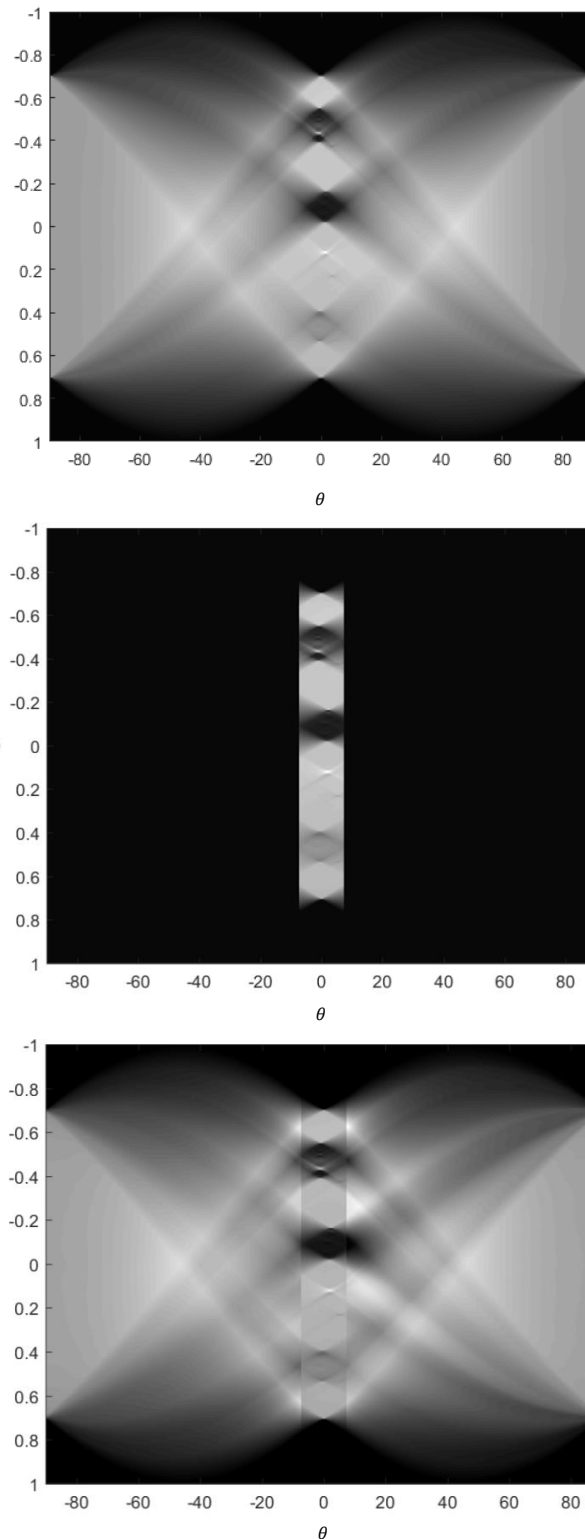


Figura 5.8. Arriba, sinograma original. Centro, sinograma de partida. Abajo, sinograma recuperado después de 50 iteraciones. Animación en www.cafadis.uull.es/videos/Figura_5.8.mp4

El número de iteraciones óptimo se ha fijado atendiendo a la métrica de similitud estructural (SSIM) entre la imagen central del *light field* original y el recuperado (figura 5.9). Este resultado muestra que no se consigue una mejora significativa en

la calidad de la recuperación del *light field* después de 50 iteraciones. También es necesario resaltar que el valor de SSIM supera el valor obtenido mediante retroproyecciones filtradas a partir de la primera iteración.

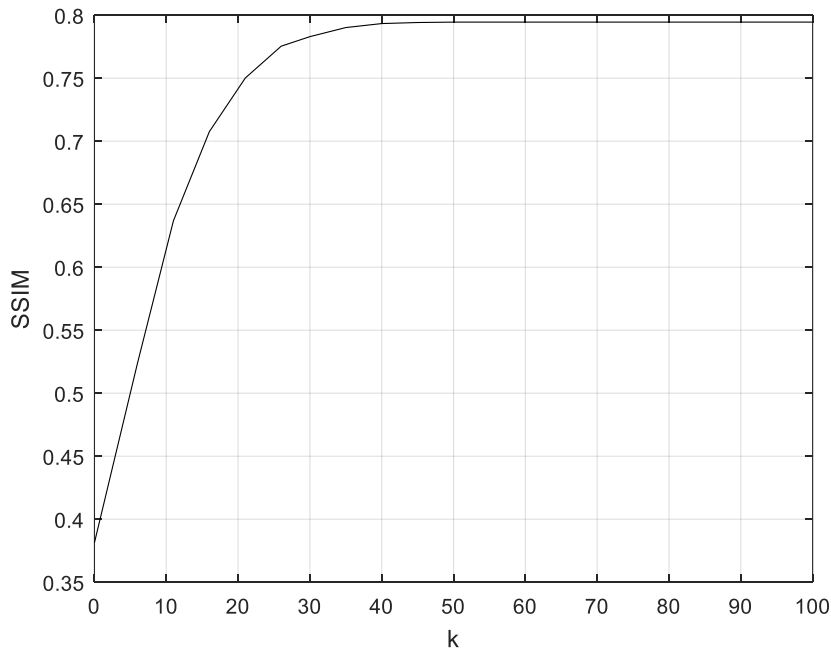


Figura 5.9. Calidad de recuperación del light field frente al número de iteraciones.

Capturar imágenes en un entorno real para aplicar esta técnica conlleva algunas limitaciones relacionadas principalmente con la parte experimental. En primer lugar, se debe modificar un objetivo fotográfico para alojar una rendija en el plano de pupila; en segundo lugar, las distancias de enfoque deben ser calculadas con precisión. Para estimar cómo afecta el error al fijar el enfoque de la cámara, se ha estudiado la calidad de la recuperación frente al error medio del ángulo de las proyecciones del *light field* (figura 5.10).

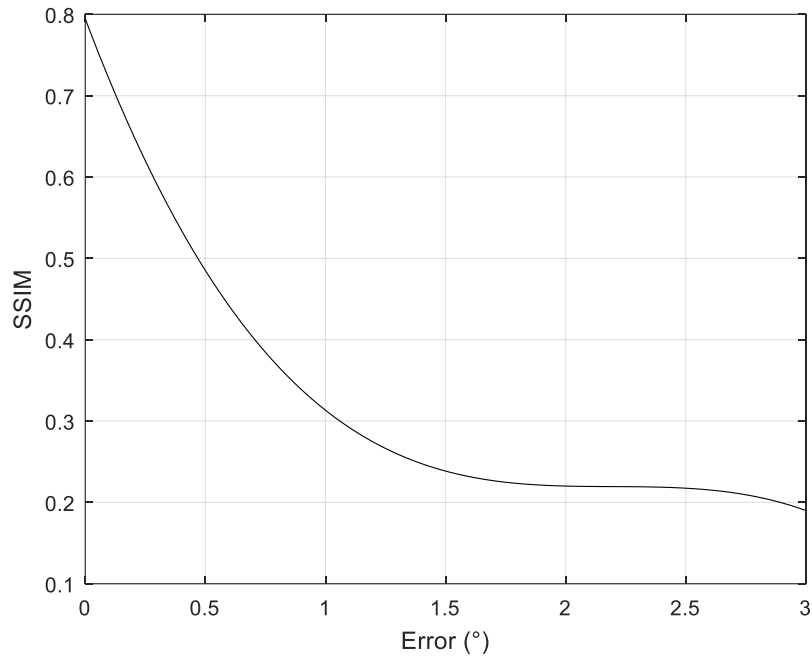


Figura 5.10. Calidad de la recuperación frente al error medio en el ángulo de proyección.

Dando valores a la ecuación 2.5 podemos averiguar que un error de un 1% en el posicionamiento del enfoque supone un error en θ superior a 0.5° . En cuanto a las posibles limitaciones de una implementación real, queda por determinar cómo afectaría el ruido a las imágenes de entrada. La máscara lineal que se debe introducir en el objetivo naturalmente limita el área colectora total del objetivo, esto implica que la ganancia del sensor deberá elevarse para poder capturar cada imagen en el menor tiempo posible. El análisis de ruido (figura 5.11) muestra que por encima de 30dB de relación señal-ruido se obtiene una calidad muy similar a la correspondiente al mejor caso sin ruido.

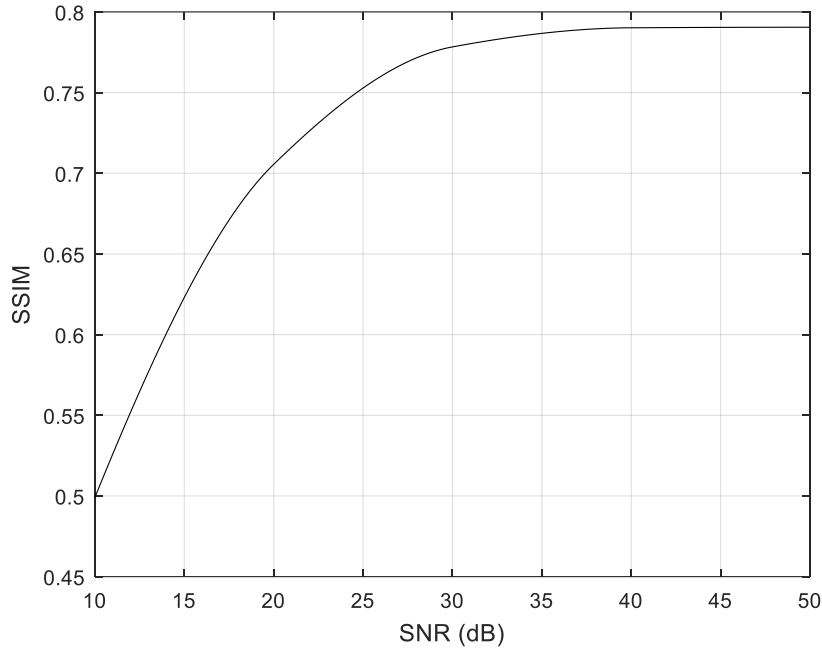


Figura 5.11. Calidad de la recuperación frente a la relación señal-ruido de las imágenes de entrada.

5.5 Resultados

Se ha demostrado que las limitaciones instrumentales serían la principal fuente de error al obtener los *light fields* estimados, por ello, se ha optado por demostrar el correcto funcionamiento a partir de *focal stacks* simulados. Para generar estos *focal stacks*, partiremos de un *light field* capturado previamente: en los resultados que se muestran los *light fields* se han extraído del archivo de la Universidad de Stanford (http://light_field.stanford.edu) Cada uno de estos *light fields* se compone de una matriz de imágenes. Para simular el efecto de la máscara lineal se toma únicamente una fila de imágenes. Posteriormente se procede a reenfocar este *light field* en el intervalo de ángulos de proyección fijado. Sobre este *focal stack* simulado se estima mediante el método propuesto el *light field* del que proviene.

En los siguientes resultados se muestra una comparativa para un *focal stack* de 32 imágenes. El intervalo de ángulos de proyección se ha fijado en $[-5^\circ, 5^\circ]$. La varianza del ruido gaussiano añadido se ha fijado en $1/8$ con respecto al máximo valor de la imagen, y el número de iteraciones se fijó a 50 (figura 5.12).

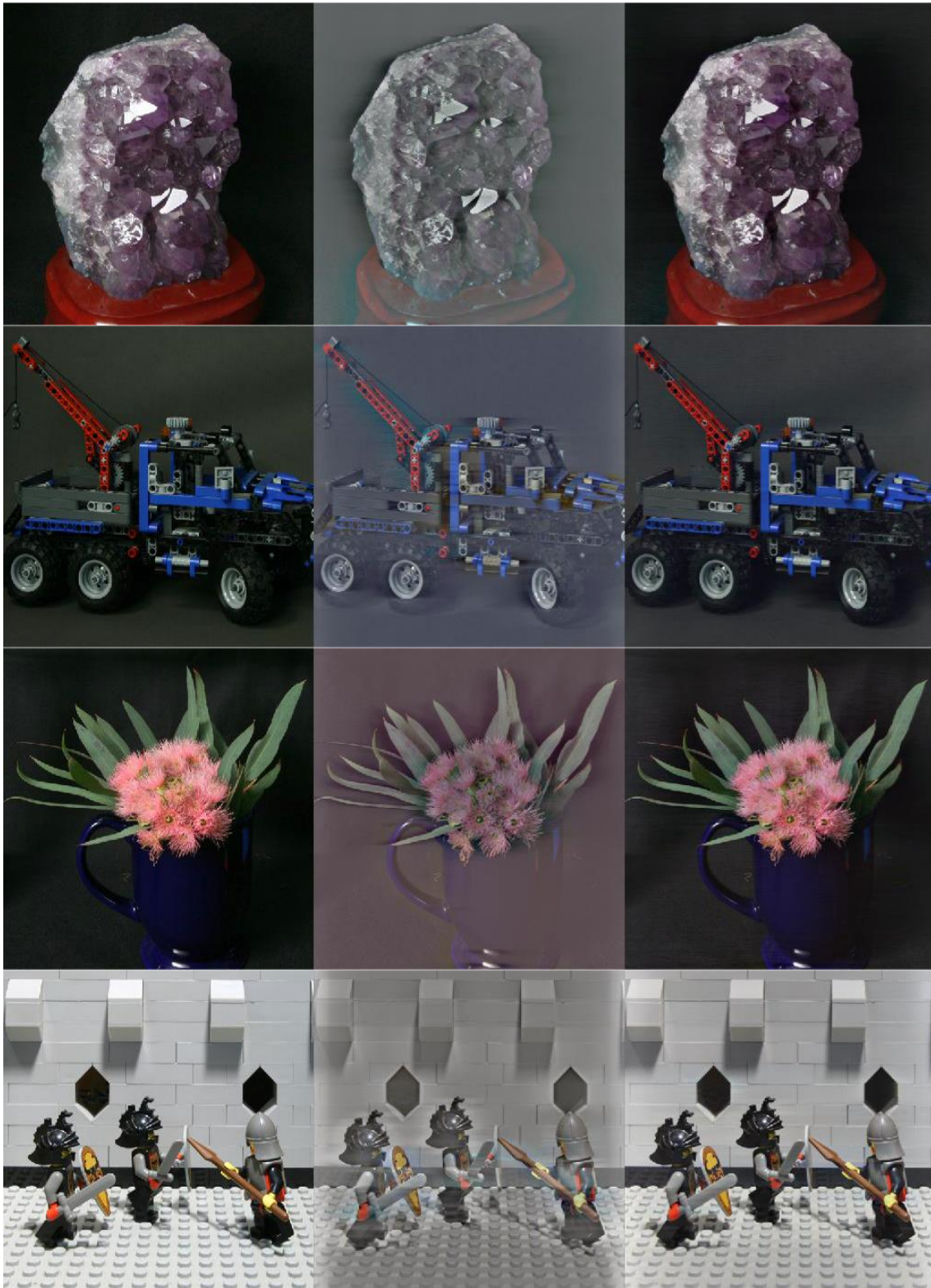


Figura 5.12. Ejemplos de recuperación de *light field* mediante el método propuesto. Izquierda, imagen elemental original. Centro, imagen elemental calculada mediante retroproyecciones filtradas. Derecha, imagen elemental recuperada mediante el método propuesto. Vídeo en www.cafadis.ull.es/videos/Figura_5.12.mp4

La figura 5.12 no logra ilustrar la gran calidad de la recuperación, por ello, se invita al lector a visualizar el material accesible en www.cafadis.ull.es/videos/Figura_5.12.mp4.

Los resultados dejan patente la excelente calidad alcanzada frente a la retroproyección filtrada convencional: no solo se recupera gran parte de contraste, sino que se eliminan los halos alrededor de los objetos.

5.6 Diseño óptico propuesto

Este nuevo método, permite que una cámara convencional con una simple modificación consistente en sustituir el diafragma circular convencional por una rendija, pueda capturar un *light field*. El principal inconveniente aquí, es la precisión en las distancias de enfoque, se ha comprobado que un error del 1% en la posición de enfoque puede ocasionar una pérdida muy grande en la calidad de las imágenes recuperadas. En la actualidad, los sistemas de auto enfoque de las cámaras convencionales no están diseñados para moverse a posiciones absolutas sino relativas, es más, los sistemas de auto enfoque suelen operar en lazo cerrado, actuando sobre los motores de enfoque hasta conseguir el máximo contraste en la imagen. Desarrollar esta idea en la práctica supondría diseñar un motor de enfoque rápido con una resolución y repetitividad muy superiores a los actuales.

La tecnología actual ofrece una solución a este problema, las lentes líquidas. Una lente líquida es básicamente un líquido atrapado entre una lámina flexible y una lámina de vidrio. Un mecanismo modifica la presión en el líquido para variar la curvatura de la membrana y así modificar la longitud focal resultante (figura 5.13).

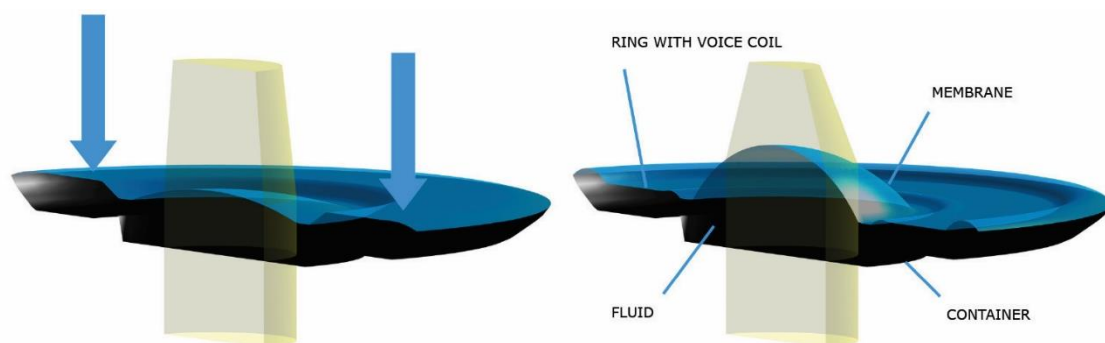


Figura 5.13. Funcionamiento de una lente líquida. Fuente: www.optotune.com

Recordemos que, en las lentes convencionales, por ejemplo, una lente doble Gauss, el enfoque se modifica moviendo físicamente la lente, variando la distancia entre lente y sensor. Emplear una lente líquida permite cambiar la longitud focal sin cambiar la distancia entre lente y sensor.

Un diseño simple constaría de una apertura lineal y una lente líquida como único elemento refractivo del objetivo. El fabricante Optotune pone a disposición modelos para el software de simulación Zemax que permiten simular su comportamiento. Se ha realizado una simulación comparando una lente doble Gauss convencional con una lente líquida, ambas con apertura lineal. Se ha simulado la imagen antes y después de foco haciendo imagen. En la lente convencional, el objeto, además de desenfocado, aparece con un cambio de tamaño debido al cambio de longitud focal. En la simulación de la lente líquida, por el contrario, el objeto no cambia de tamaño (figura 5.14).

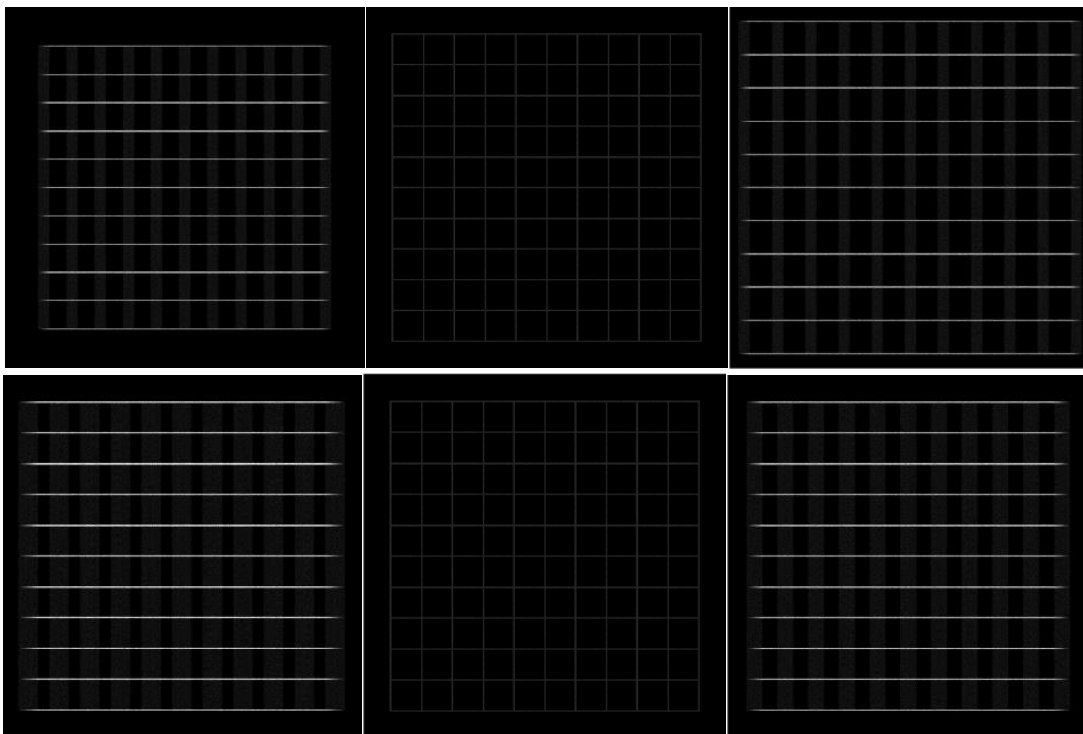


Figura 5.14. Arriba, simulación de lente convencional. Abajo, simulación de lente líquida.

El diseño propuesto permitiría por lo tanto obtener un *focal stack* que sea congruente con las proyecciones del *light field*, haciendo posible su resolución mediante el método aquí descrito. Como principal inconveniente quedaría la parte relacionada con la luminosidad del objetivo modificado, incluir la rendija limita obligatoriamente el área colectora del sensor, siendo la única solución para seguir haciendo capturas rápidas el incremento de la ganancia del sensor. Esto no será un problema siempre que no se baje de los 30 dB de relación señal-ruido.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha estudiado la capacidad del sensor plenóptico, sensor tradicionalmente enfocado a la fotografía computacional, en el campo de la medida tomográfica de la fase de frente de onda. La medida de fase de frente de onda además abre nuevas posibilidades, como la deconvolución de imagen en presencia de aberraciones de fase. Por último, se estudia un nuevo método que puede producir un *light field* de una escena empleando una óptica convencional. A continuación, se resumen las principales conclusiones:

- Se ha realizado un análisis exhaustivo sobre la medida de fase de frente de onda empleando un sensor plenóptico, corroborando su viabilidad como sensor de fase de frente de onda en astronomía. En primer lugar, sobre simulaciones y posteriormente en un montaje experimental en el que se validó por comparación con el sensor geométrico.
- Se ha comparado el sensor plenóptico frente al sensor de frente de onda clásico, el sensor Shack-Hartmann. Se concluye que el sensor plenóptico tiene un comportamiento inferior en comparación con el sensor Shack-Hartmann en régimen de flujo, pero superior en régimen fotónico.
- Se ha creado un potente entorno de simulación que ha permitido validar la viabilidad del sensor plenóptico como sensor tomográfico de fase de frente de onda, lo que proporciona un salto cualitativo para la simplificación de los diseños de óptica adaptativa multiconjugada convencionales (MCAO):
 - Se requiere menor área del sensor, ya que la resolución de la fase obtenida no depende del número de microlentes sino del número de píxeles subtendidos por cada microlente.
 - Un mejor comportamiento en condiciones de baja luminosidad permite el usar objetos más débiles como estrellas de guía.
- Se ha propuesto un nuevo método para aumentar la resolución del sensor plenóptico en presencia de aberraciones de fase de frente de onda basado en la caracterización de las respuestas al impulso. Este método se ha validado en un montaje experimental.

- Se ha presentado un método innovador basado en *compressed sensing* que permite recuperar un *light field* empleando una cámara convencional modificada. Se propone, además, un diseño óptico optimizado para esta cámara, basado en lente líquida.

Como posibilidades futuras, y que aparecen ya esbozadas en esta Tesis, cabe destacar:

- La formulación de un nuevo diseño de sensor de fase de frente de onda, híbrido de los sensores geométrico y plenóptico, cuyos estudios sobre eficiencia y aplicabilidad corresponden a un esfuerzo similar al de esta Tesis Doctoral.
- El diseño y experimentación con un instrumento de óptica adaptativa para astronomía que aproveche las características intrínsecas asociadas al sensor plenóptico: medida tomográfica de la fase y aplicabilidad a objetos extensos. Atendiendo a las mismas, tal instrumento debería ser destinado en primera instancia a observación solar. Pero si añadimos su ventaja frente al Shack-Hartmann en baja iluminación, parece ser muy útil también en observación nocturna y con la ayuda de constelaciones de estrellas láser artificiales.
- La posibilidad de deconvolución y restauración de la resolución original del objeto extenso cuando la imagen plenóptica ha sido afectada por aberraciones de fase de frente de onda, abre también multitud de posibilidades para visión de escenas a través de la turbulencia fuera del ámbito puramente astronómico: microscopía, oftalmología, etc.

CONCLUSIONS

In this work, we have studied the capabilities of the plenoptic sensor that is conventionally used in computational photography and in the field of tomographic wave-front phase measurement. Studying the wave-front phase enables new possibilities, such as the deconvolution of the image in the presence of wave-front phase aberrations. We also studied a new method that can produce the *light field* of a scene using conventional optics.

The main conclusions of this work are summarized as follows:

- Study of wave-front phase sensing by using a plenoptic sensor, first via simulations and second with an experimental setup to compare to the geometric sensor.
- A study of the differences and similarities between the plenoptic sensor and the Shack-Hartmann sensor has concluded that the performance of the plenoptic sensor is worse in the flux regime, but better in the photonic regime.
- Formulation of a powerful simulation environment that allows validating the feasibility of the plenoptic sensor as a tomographic wave-front phase sensor, which can lead to a qualitative leap forward in the simplification of conventional multi-conjugate adaptive optics (MCAO):
 - A smaller sensor area is needed, since the resulting wave-front phase resolution does not depend on the number of microlenses but on the number of subtended pixels under each microlens.
 - Improved behavior in low-light conditions enables the use of fainter guide stars.
- A new method was proposed called impulse response characterization, which improves the resolution of the plenoptic sensor in the presence of wave-front phase aberrations by impulse response characterization. This method was validated with an experimental setup.

- A new method based on *compressed sensing* was presented. This method allows retrieving a *light field* using a modified conventional camera. In addition, an optimized optical design based on liquid lenses is proposed.

Possibilities for further study that have already been outlined in this Thesis include:

- Formulation of a novel wave-front phase sensor design in the form of a hybrid between the geometric and the plenoptic sensors, whose only applicability and efficiency studies correspond to a similar effort in this Thesis.
- Design and experimentation with an adaptive optics instrument that can take advantage of the intrinsic characteristics of the plenoptic sensor: tomographic wave-front phase retrieval and applicability to extended objects. Such an instrument would be intended for solar observations, but with an added advantage over the Shack-Hartmann sensor in low-light conditions (photonic regime). It can be also useful in nighttime astronomical observations with the help of artificial laser guide star constellations.
- The possibility offered by deconvolution to restore the original object resolution when the image quality has been affected by wave-front phase aberrations enables a multitude of viewing possibilities through turbulence beyond the realm of astronomical observations, such as in microscopy, ophthalmology and so on.

BIBLIOGRAFÍA

- Adelson, E. H., & Bergen, J. R. (1991). The plenoptic function and the elements of early vision.
- Adelson, E. H., & Wang, J. Y. (1992). Single lens stereo with a plenoptic camera. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 14(2), 99-106.
- Bracewell, R. N. (1956). Strip integration in radio astronomy. *Australian Journal of Physics*, 9(2), 198-217.
- Candès, E. J., Romberg, J., & Tao, T. (2006). Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Transactions on information theory*, 52(2), 489-509.
- Clare, R. M., & Lane, R. G. (2005). Wave-front sensing from subdivision of the focal plane with a lenslet array. *JOSA A*, 22(1), 117-125.
- Coffey, W. (1936). U.S. Patent No. 2,063,985. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
- Cortes, A., Neichel, B., Guesalaga, A., Osborn, J., Rigaut, F., & Guzman, D. (2012, September). New results on a Cn2 profiler for GeMS. In *SPIE Astronomical Telescopes+ Instrumentation* (pp. 84475T-84475T). International Society for Optics and Photonics.
- Dabov, K., Foi, A., Katkovnik, V., & Egiazarian, K. (2007). Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering. *IEEE Transactions on image processing*, 16(8), 2080-2095.
- ESO (2017). GALACSI. Extraído de www.eso.org/sci/facilities/develop/ao/sys/galacsi.html
- Freischlad, K. R., & Koliopoulos, C. L. (1986). Modal estimation of a wave front from difference measurements using the discrete Fourier transform. *JOSA A*, 3(11), 1852-1861.
- Fuensalida, J. J., García-Lorenzo, B., Delgado, J. M., Rodríguez-Hernández, M. A. C., & Vernin, J. (2007). Sampling and characterization of the turbulence vertical distribution. *statistics of scidar profiling. RevMexAA*, 31, 84-90.

- Fernández-Validivia, J. J. (2015). Cofaseado de segmentos y óptica adaptativa con sensor geométrico (tesis doctoral). Universidad de La Laguna. España
- Gemini Observatory (2016). GeMS Performance. Extraído de www.gemini.edu/sciops/instruments/gems/gems-performance
- Gershun, A. (1939). The light field. *Studies in Applied Mathematics*, 18(1-4), 51-151.
- Goodman, J. W. (1968). *Introduction to Fourier Optics*, McGraw-Hill Physical and Quantum Electronics Series.
- Hounsfield, G. N. (1975). Method of and apparatus for examining a body by radiation such as X or gamma radiation (No. US 3919552).
- Howell, S. B. (2006). *Handbook of CCD astronomy (Vol. 5)*. Cambridge University Press.
- Ives, H. E. (1930). Parallax panoramagrams made with a large diameter lens. *JOSA*, 20(6), 332-342.
- Kak, A. C., & Slaney, M. (1988). *Principles of Computerized Tomographic Imaging (Vol. 33)*. SIAM.
- Kolmogorov, A. N. (1941, January). The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. In *Dokl. Akad. Nauk SSSR (Vol. 30, No. 4, pp. 301-305)*.
- Lane, R. G., Glindemann, A., & Dainty, J. C. (1992). Simulation of a Kolmogorov phase screen. *Waves in random media*, 2(3), 209-224.
- Levin, A., & Durand, F. (2010, June). Linear view synthesis using a dimensionality gap light field prior. In *Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2010 IEEE Conference on* (pp. 1831-1838). IEEE.
- Levoy, M., & Hanrahan, P. (1996). Light field rendering. In *Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques* (pp. 31-42). ACM.
- Liang, Z. P., & Munson, D. C. (1997). Partial Radon transforms. *IEEE Transactions on Image Processing*, 6(10), 1467-1469.
- Lippmann, G. (1908). Epreuves reversibles donnant la sensation du relief. *J. Phys. Theor. Appl.*, 7(1), 821-825.

- Lüke, J. P. (2014). Recuperación de la geometría de una escena a partir de imágenes plenópticas aplicando técnicas locales (tesis doctoral). Universidad de La Laguna. España
- López, R. L., Velasco, S., Colodro-Conde, C., Valdivia, J. J., Puga, M., Oscoz, A., ... & Rodríguez-Ramos, J. M. M. (2016, August). An instrumental puzzle: the modular integration of AOLI. In SPIE Astronomical Telescopes+ Instrumentation (pp. 99082Z-99082Z). International Society for Optics and Photonics.
- Lumsdaine, A., & Georgiev, T. (2008). Full resolution lightfield rendering. Indiana University and Adobe Systems, Tech. Rep.
- Neichel, B., & Rigaut, F. First light for the Gemini Multi-Conjugate Adaptive Optics System.
- Ng, R., Levoy, M., Brédif, M., Duval, G., Horowitz, M., & Hanrahan, P. (2005). Light field photography with a hand-held plenoptic camera. Computer Science Technical Report CSTR, 2(11), 1-11.
- Park, J. H., Lee, S. K., Jo, N. Y., Kim, H. J., Kim, Y. S., & Lim, H. G. (2014). Light ray field capture using focal plane sweeping and its optical reconstruction using 3D displays. Optics express, 22(21), 25444-25454.
- Radon, J. (1917). On determination of functions by their integral values along certain multiplicities. Ber. der Sachische Akademie der Wissenschaften Leipzig, (Germany), 69, 262-277.
- Ragazzoni, R. (1996). Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism. Journal of modern optics, 43(2), 289-293.
- Ragazzoni, R., Marchetti, E., & Rigaut, F. (1999). Modal tomography for adaptive optics. Astronomy and Astrophysics, 342, L53-L56.
- Ragazzoni, R., Diolaiti, E., & Vernet, E. (2002). A pyramid wavefront sensor with no dynamic modulation. Optics communications, 208(1), 51-60.
- Roberts Jr, L. C., Perrin, M. D., Marchis, F., Sivaramakrishnan, A., Makidon, R. B., Christou, J. C., ... & Troy, M. (2004, October). Is that really your Strehl ratio? In SPIE Astronomical Telescopes+ Instrumentation (pp. 504-515). International Society for Optics and Photonics.
- Roddier, F. (1988). Curvature sensing and compensation: a new concept in adaptive optics. Applied Optics, 27(7), 1223-1225.

- Rodríguez-Ramos, L. F., Martín, Y., Díaz, J. J., Piqueras, J., & Rodríguez-Ramos, J. M. (2009, August). The Plenoptic Camera as a wavefront sensor for the European Solar Telescope (EST). In *SPIE Optical Engineering+ Applications* (pp. 74390I-74390I). International Society for Optics and Photonics.
- Rodríguez-Ramos, L. F., Montilla, I., Fernández-Valdivia, J. J., Trujillo-Sevilla, J. L., & Rodríguez-Ramos, J. M. (2012, September). Concepts, laboratory, and telescope test results of the plenoptic camera as a wavefront sensor. In *SPIE Astronomical Telescopes+ Instrumentation* (pp. 844745-844745). International Society for Optics and Photonics.
- Sarazin, M., Le Louarn, M., Ascenso, J., Lombardi, G., & Navarrete, J. (2013, December). Defining reference turbulence profiles for E-ELT AO performance simulations. In *Third AO4ELT Conference Adaptive Optics for ELTs Proc.*, Edited by S. Esposito and L. Fini.
- Strohmer, T., & Vershynin, R. (2009). A randomized Kaczmarz algorithm with exponential convergence. *Journal of Fourier Analysis and Applications*, 15(2), 262.
- Schwiegerling, J., & Neal, D. R. (2005). Historical development of the Shack-Hartmann wavefront sensor. *Robert Shannon and Roland Shack: Legends in Applied Optics*, edited by JE Harvey and RB Hooker—SPIE, Bellingham, WA, 132-139.
- Shack, R. V., & Platt, B. C. (1971, January). Production and use of a lenticular Hartmann screen. In *Journal of the Optical Society of America* (Vol. 61, No. 5, p. 656). CIRCULATION FULFILLMENT DIV, 500 SUNNYSIDE BLVD, WOODBURY, NY 11797-2999: AMER INST PHYSICS.
- Shroff, S., & Berkner, K. (2012, June). High resolution image reconstruction for plenoptic imaging systems using system response. In *Computational Optical Sensing and Imaging* (pp. CM2B-2). Optical Society of America.
- Smith, W. J. (2005). *Modern lens design* (Vol. 2). New York: McGraw-Hill.
- Sommerfeld, A. (1954). *Optics lectures on theoretical physics, vol. iv. Optics Lectures on Theoretical Physics, Vol. IV* by Arnold Sommerfeld New York, NY: Academic Press INC, 1954, 4.
- Tallon, M., & Foy, R. (1990). Adaptive telescope with laser probe-Isoplanatism and cone effect. *Astronomy and Astrophysics*, 235, 549-557.
- Thomas, S., Fusco, T., Tokovinin, A., Nicolle, M., Michau, V., & Rousset, G. (2006). Comparison of centroid computation algorithms in a Shack-Hartmann sensor. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 371(1), 323-336.

- Trujillo-Sevilla, J. M., Rodríguez-Ramos, L. F., Fernández-Valdivia, J. J., Marichal-Hernández, J. G., & Rodríguez-Ramos, J. M. (2014a). Tomographic wavefront retrieval by combined use of geometric and plenoptic sensors. In SPIE Photonics Europe (pp. 914129-914129). International Society for Optics and Photonics.
- Trujillo-Sevilla, J. M., Rodríguez-Ramos, L. F., Montilla, I., & Rodríguez-Ramos, J. M. (2014b). High resolution imaging and wavefront aberration correction in plenoptic systems. *Optics letters*, 39(17), 5030-5033.
- Trujillo-Sevilla, J. M., Katkovnik, V., Javidi, B., & Rodríguez-Ramos, J. M. (2016). Restoring Integral Images from Focal Stacks Using Compressed Sensing Techniques. *Journal of Display Technology*, 12(7), 349-354.
- van Dam, M. A., & Lane, R. G. (2002). Wave-front sensing from defocused images by use of wave-front slopes. *Applied optics*, 41(26), 5497-5502.
- Voelz, D. G. (2011). *Computational fourier optics: a MATLAB tutorial*. Bellingham, WA: Spie Press.
- Wang, Z., Bovik, A. C., Sheikh, H. R., & Simoncelli, E. P. (2004). Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(4).
- Zernike, F. (1934). Diffraction theory of the knife-edge test and its improved form, the phase-contrast method. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 94, 377-384.