

**UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA**

**«Creencias y prácticas del profesorado de primaria  
en la enseñanza de las matemáticas»**

**Autora: M<sup>a</sup> Esther Martín Amador  
Director: Dr. D. José Tomás Bethencourt Benítez**

**Departamento de Psicología, Evolutiva y Psicobiología**

## **AGRADECIMIENTOS**

La realización de una tesis doctoral conlleva un enorme esfuerzo y trabajo que necesariamente tiene que ser compartido por muchas personas, desde los inicios de la misma hasta su culminación. Desde estas líneas deseo poner de manifiesto mi más sincero agradecimiento a todas las personas que me han acompañado y alentado en esta difícil empresa.

En primer lugar, a D. José Tomás Bethencourt Benítez, que ha ejercido su labor de dirección más allá de la concreta realización de este trabajo de investigación. Con sus actitudes personales e intelectuales ha sabido animarme y apoyarme en todo momento, brindándome su más solícito asesoramiento.

A D. Bernardo Hernández Ruiz, por ayudarme a dar el impulso final que este trabajo necesitaba, ofreciéndome sus valiosísimas orientaciones teóricas.

A D. Juan Camacho, por sus orientaciones y consejos en el aspecto técnico y estadístico. A Heriberto Betancort por el tratamiento estadístico de los datos.

A Pilar Moreno, que me proporcionó parte importante del material que precisaba para el análisis de la "práctica docente". A Fernando Barragán que me facilitó inestimable información bibliográfica.

A Carlos, mi auténtico refugio, que dio el formato final al presente trabajo y me ayudó muchísimo con el ordenador.

por mi trabajo. A los orientadores Carmen y Celestino por cooperar conmigo en la recogida de los cuestionarios.

A mis hijos porque, cada uno a su modo, han seguido de cerca el proceso de esta tesis, animándome y compartiendo conmigo tanto los momentos buenos como los más desalentadores.

A los profesores y profesoras que contestaron al cuestionario. Especial agradecimiento al profesor y la profesora que participaron en el estudio de casos, explicándome su quehacer en el aula; sin su ayuda este proyecto no hubiera sido posible.

A todos, muchísimas gracias.

A mi madre, mi primera y mejor maestra  
A mi esposo e hijos.

# ÍNDICE

## I. INTRODUCCIÓN GENERAL

### I.GENERALIDADES DE LAS CREENCIAS ACERCA DE LAS MATEMÁTICAS

1.1. Diferentes concepciones de las Matemáticas .....	19
1.2. Breve historia del estudio de las creencias .....	25
1.3. Creencias y conocimiento .....	26
1.3.1. <i>Distinción entre creencias y conocimiento</i> .....	27
1.3.2. <i>Sistemas de creencias</i> .....	30
1.3.3. <i>Creencias y enseñanza y aprendizaje de las Matemática</i> .....	32

### 2. CREENCIAS Y CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICAS

2.1. Panorámica .....	37
2.2. Concepciones de los profesores sobre las Matemáticas .....	39
2.3. Relación entre las concepciones sobre las Matemáticas y la práctica docente .....	43
2.4. Concepciones de los profesores sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas .....	46
2.4.1. <i>Modelos de enseñanza de las Matemáticas</i> .....	47
2.4.2. <i>Relación entre creencias sobre la enseñanza y la práctica docente</i> .....	53
2.4.3. <i>Cambio de las concepciones de los profesores</i> .....	58
2.4.4. <i>Resumen y direcciones futuras</i> .....	65
2.4.5. <i>Contribuciones e implicaciones</i> .....	68

### 3. LA INVESTIGACIÓN SOBRE LA PRÁCTICA DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

3.1. Nivel de complejidad de la investigación sobre los profesores de Matemáticas .....	77
---	----

3.2. Múltiples perspectivas de investigación del acto de la enseñanza .....	83
3.2.1. <i>Aproximación constructivista</i> .....	83
3.2.2. <i>Instrucción guiada cognitivamente</i> .....	87
3.2.3. <i>Paradigma experto-novato</i> .....	90
3.2.4. <i>Perspectiva sociológica y epistemológica</i> .....	97
3.2.5. <i>Perspectiva del contenido de las Matemáticas</i> .....	99
3.3. Resumen y comparación .....	102
3.4. Dimensiones cruciales: Calidad de la instrucción, significado y desarrollo .....	105
3.5. Conclusiones y direcciones futuras .....	108

#### **4. TEORÍAS PSICOLÓGICAS Y ADQUISICIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO**

4.1. Algunos problemas relacionados con la enseñanza de las Matemáticas .....	113
4.2. ¿Cómo se adquiere el conocimiento matemático? .....	118
4.3. Las teorías psicológicas .....	122
4.3.1. <i>Las teorías asociacionistas</i> .....	123
4.3.2. <i>Las teorías cognitivas</i> .....	124
4.3.3. <i>Las teorías sobre el funcionamiento cognitivo</i> .....	127
4.4. Teoría y práctica sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas: Dos enfoques teóricos .....	130
4.4.1. <i>Teoría asociacionista o conductista</i> .....	133
4.4.2. <i>Teoría cognitiva</i> .....	141

### **III. INTRODUCCIÓN EMPÍRICA**

#### **ESTUDIO I: CREENCIAS DEL PROFESORADO DE PRIMARIA SOBRE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

#### **5. ESTUDIO I: CREENCIAS DEL PROFESORADO DE PRIMARIA SOBRE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

5.1. Objeto	161
5.2. Método	161
5.2.1. Muestra	161
5.2.2. Instrumentos	162
5.2.3. Procedimiento	166
5.3. Resultados	166
5.3.1. Análisis factorial atendiendo a los diferentes subapartados del cuestionario	166
5.3.2. Análisis factorial atendiendo a la globalidad del cuestionario	195
5.4. Conclusiones del Estudio I	201

## **ESTUDIO II: PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS DE DOS PROFESORES DE PRIMARIA**

### **6. ESTUDIO II: PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS DE DOS PROFESORES DE PRIMARIA**

6.1. Objetivo	209
6.2. Fases del estudio de campo	209
6.2.1. Elección de los profesores estudiados	210
6.2.2. Caracterización inicial de los dos profesores participantes	212
6.3. Instrumentos de recogida de información	216
6.3.1. La entrevista	217
6.3.2. La observación	218
6.3.3. Documentos escritos	219
6.4. Resultados	219
6.4.1. Análisis de las Prácticas Informadas	221
6.4.2. Análisis de las Prácticas Observadas	254
6.4.3. Análisis de los Documentos Escritos	332
6.4.4. Relación entre la Práctica Informada y la Práctica Observada del Profesor	336
6.4.5. Relación entre la Práctica Informada y la Práctica Observada de la Profesora	341
6.5. Conclusiones	345

6.5.1. <i>Conclusiones referidas a las Prácticas Informadas</i> .....	346
6.5.2. <i>Conclusiones referidas a las Prácticas Observadas</i> .....	347

## **DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES GENERALES**

### **BIBLIOGRAFÍA**

### **ANEXOS**

# **I. INTRODUCCIÓN GENERAL**



Cuando nos propusimos comenzar este trabajo de investigación, nuestro objetivo fundamental era conocer si realmente se daban entre el profesorado que enseña Matemáticas, diferentes estilos de enseñanza. Nuestra práctica como docentes nos hacía intuir que efectivamente existían diferentes formas de abordar la enseñanza de las Matemáticas, pero deseábamos comprobarlo de un modo riguroso, así que comenzamos a documentarnos sobre este tema lo más ampliamente posible. Fruto de este estudio personal y de la formación recibida en los cursos de doctorado, fue nuestro cambio de perspectiva sobre el problema a estudiar; es decir, ahora no nos preocupa sólo la práctica docente que el profesorado exhibía, sino también nos parecía muy interesante tratar de indagar el contenido de los pensamientos que guían la acción instructiva de los profesores.

El tema de la enseñanza de las Matemáticas nos pareció muy sugestivo por varias razones: En primer lugar, porque es un área, dentro del currículum escolar, que no está suficientemente estudiada, si la comparamos, por ejemplo, con el Lenguaje; en segundo lugar, porque, ya desde los primeros niveles de la enseñanza, se constata un alto índice de fracaso escolar en esta materia, siendo este hecho realmente preocupante; y, en tercer lugar, porque todo lo que podamos averiguar en torno a esta materia nos va a permitir nuestra formación como investigadores.

Pensamos también que las reflexiones que vayan surgiendo a lo largo de esta investigación pueden ser útiles a todas aquellas personas que, de una u otra forma, se relacionan con la enseñanza de las Matemáticas. Si tenemos en cuenta que actualmente se está poniendo en práctica una Reforma Educativa y que ésta necesariamente exige por parte del profesorado esfuerzos serios de reflexión y autoevaluación, estamos casi seguros que la investigación que aquí presentamos pueden ser una contribución válida para la incorporación a la práctica docente de formas más actuales y significativas de enseñanza, así como de modelos de análisis de autoindagación de la propia práctica docente.

Como ya hemos indicado anteriormente, con la presente investigación no pretendemos únicamente conocer la conducta

observable de los profesores que enseñan Matemáticas, sino que tratamos además de profundizar en sus pensamientos, describiendo, en la medida de lo posible, el contenido de sus creencias. Partimos de la hipótesis de que cuando un profesor planifica su trabajo, interactúa en clase o evalúa a sus alumnos, lo hace guiado por sus concepciones o creencias sobre las Matemáticas y sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las mismas. Los profesores no actúan ni desarrollan su trabajo mecánicamente; bajo sus acciones subyacen unas creencias, que se han ido elaborando a lo largo de su vida, y que influyen sobre su enseñanza.

Como indica René Thom (1973) "toda pedagogía de las Matemáticas, aunque sea poco coherente, se basa en una filosofía de las Matemáticas" (pág. 204). Quiere esto decir que las creencias que las personas tienen sobre qué son las Matemáticas y sobre el proceso de su enseñanza-aprendizaje, afectan a la forma en que se presentan a los alumnos. Debido precisamente a la diversidad de concepciones sobre el proceso de enseñanza de las Matemáticas, no hay un acuerdo universal sobre qué es lo que constituye una "buena enseñanza de las Matemáticas" (Alba Thompson, 1992, pág. 1).

La perspectiva que adoptamos en el presente trabajo es considerar a los profesores como profesionales con habilidades humanas exclusivas para planificar, poner en práctica, evaluar y reflexionar sobre su instrucción. Consideramos a los profesores, no sólo como personas que realizan conductas observables en clase, sino también como procesadores activos de información, antes, durante y después de la instrucción en clase. Es decir, pensamos que los profesores tienen sus propias teorías y creencias que influyen sobre sus percepciones, sus planes y sus acciones en el aula, porque son individuos reflexivos y atentos que realizan un proceso humano complejo y cognitivamente exigente.

Refiriéndonos concretamente a los antecedentes que hemos encontrado en la literatura científica sobre las creencias de los profesores acerca de las Matemáticas, podemos citar las revisiones que al respecto han realizado autores como R. Underhill (1988) y,

más recientemente, A. Thompson (1992). Esta última autora incluye un capítulo en el *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. Nueva York, McMillan, 1992, dedicado exclusivamente al estudio de este tema.

Ambas revisiones coinciden en clasificar los estudios encontrados en diferentes grupos, según las diferentes variables o aspectos del proceso general de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas que se contemple:

1. Creencias acerca de las Matemáticas.
2. Creencias acerca de la enseñanza de las Matemáticas.
3. Creencias acerca del aprendizaje de las Matemáticas.
4. Relación creencias-prácticas.
5. Cambio de creencias.

Underhill concluye su revisión reconociendo que hay mucho material sobre el que pensar, es decir, una auténtica agenda de investigaciones, que se puede sintetizar en estas tres declaraciones:

- Las relaciones entre creencias y acciones no son simples correspondencias.
- Es útil pensar en las creencias jerárquicamente.
- El conocimiento de las creencias puede enriquecer nuestras bases de datos diagnósticas y ayudarnos a diseñar remedios más apropiados.

Reconoce asimismo Underhill que hay una necesidad urgente de que se realicen estudios que documenten las relaciones entre las creencias y las acciones de los profesores porque, aunque ya se han realizado algunos estudios sobre este tema, aún quedan muchos aspectos por conocer. Precisamente la tesis que aquí presentamos intenta dar luz sobre este tema, desvelando, en la medida de lo posible, las intrincadas relaciones existentes entre el pensamiento de ciertos profesores que enseñan Matemáticas y su práctica de enseñanza.

En la investigación que pretendemos llevar a cabo, el problema de método a emplear es fundamental, si tenemos en cuenta que los fenómenos que estudiamos -creencias del profesorado, práctica planificadora, situaciones del trabajo

académico del aula- requieren por su naturaleza aproximaciones holísticas, contextuales, en las que se identifiquen y analicen los significados otorgados por los sujetos a dichos fenómenos.

La investigación en el ámbito educativo utiliza en la actualidad paradigmas metodológicos tanto de índole cuantitativa como cualitativa. Nuestra investigación precisa, *complementariamente*, tanto una como otra línea metodológica. Por una parte, hacemos uso de la "investigación cuantitativa" en la medida en que con ella podemos saber si el cuestionario sobre creencias acerca de la enseñanza de las Matemáticas, que elaboramos, nos permite discriminar entre profesores que tienen diferentes tipos de creencias y en qué medida se produce esa discriminación.

Por otra parte, el estudio de la realidad de la enseñanza de las Matemáticas exige, para su mejor conocimiento, el análisis exhaustivo del contexto de la clase de Matemáticas, y esto es sólo posible desde la esfera de una metodología cualitativa. Utilizamos en la segunda parte de nuestra investigación empírica un estudio cualitativo de casos, que nos permite conocer las creencias que dos profesores que enseñan Matemáticas sostienen sobre la enseñanza-aprendizaje de esta materia, así como el análisis de su práctica docente en el aula.

Somos conscientes que la realización de una investigación educativa de campo entraña una serie de dificultades, originadas sobre todo por el recelo que algunos profesores tienen a ser entrevistados y observados cuando realizan su labor en el aula. A esto hay que añadir el hecho de tenernos que enfrentar a toda la documentación recogida, ordenarla y sistematizarla para su análisis, de forma que se plasme fidedignamente esa realidad, para que no sea sesgada ni contaminada con nuestras propias creencias. Pese a ello, optamos por dirigir todos nuestros esfuerzos a la consecución del fin propuesto, presentando esta investigación que, como ya es tradicional en este tipo de trabajo, se halla estructurada en dos partes, contenidas en el Tomo I. La primera parte corresponde al marco teórico y comprende cuatro capítulos; el primero de ellos se refiere a algunos aspectos generales de las creencias, empezando con una breve panorámica histórica del

estudio de las creencias en este siglo, seguida por una discusión de algunas distinciones filosóficas entre creencias y conocimiento.

El segundo capítulo se ocupa de la discusión de las investigaciones realizadas sobre las creencias de los profesores acerca de las Matemáticas y del proceso de enseñanza-aprendizaje de las mismas, incluyendo modelos teóricos, metodología y resultados, para, finalmente, presentar las contribuciones e implicaciones junto con recomendaciones para futuros estudios.

El tercer capítulo trata el tema de las Prácticas de Enseñanza de las Matemáticas y sus efectos. En primer lugar se repasa brevemente la investigación sobre la enseñanza en el área de contenidos de Matemáticas. A continuación se consideran los actuales programas de investigación centrados en las cuestiones combinadas de la enseñanza y el aprendizaje matemático. Finalmente se discuten dimensiones importantes y a veces descuidadas de la calidad de la instrucción y del aprendizaje significativo.

En el capítulo número cuatro se realiza el estudio de las teorías psicológicas relacionadas con la adquisición del conocimiento matemático, haciendo un repaso, en primer lugar, de algunos problemas relacionados con la enseñanza de las Matemáticas para, finalmente, presentar paralelamente los dos grandes enfoques teóricos que sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas han sido elaborados.

En la segunda parte se presenta nuestra investigación, dividida en dos fases. La primera fase está dirigida a conocer las distintas creencias que mantiene un grupo de profesores acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, mediante la utilización de un cuestionario elaborado expresamente para esta investigación. En la segunda fase, se muestra el estudio pormenorizado realizado con dos profesores en concreto, analizando sus creencias y sus prácticas docentes, y tratando de relacionar los resultados de dichos análisis. Por último, se presenta una discusión general que integra críticamente los resultados obtenidos y las distintas aproximaciones conceptuales presentadas

en el marco teórico. Asimismo, se establecen las principales conclusiones que se han derivado de tal análisis general.

El Tomo II recoge los siete apéndices correspondientes al presente trabajo.

# **1. GENERALIDADES DE LAS CREENCIAS ACERCA DE LAS MATEMÁTICAS**

Este primer capítulo está dedicado a ofrecer una panorámica histórica del estudio de las creencias en este siglo, así como lo que se entiende por creencia, en contraposición al concepto de conocimiento, y un primer acercamiento a la relación que se establece entre creencias y enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Previamente al planteamiento de estas cuestiones nos ha parecido necesario presentar las diferentes visiones filosóficas que se han venido sosteniendo sobre las Matemáticas para justificar el contenido de este capítulo.

### **1.1. Diferentes concepciones de las Matemáticas.**

Las concepciones que las personas tienen de lo que *son* las Matemáticas afectan a sus concepciones sobre la forma en la que aquéllas deben presentarse. La manera de presentarlas constituye una indicación de lo que se cree que es más esencial de ellas...Por lo tanto, la cuestión no es ¿cuál es la mejor forma de enseñar?, sino, ¿de qué van realmente las Matemáticas? (Hers, 1986, p. 13).

No hay un acuerdo universal sobre lo que constituye una "buena enseñanza de las Matemáticas". Lo que sí parece ser cierto es que las formas deseables de enseñar y aprender Matemáticas está influido por la concepción que uno tiene de las Matemáticas. René Thom (1973) tenía esto en cuenta cuando afirmó que "toda pedagogía de las Matemáticas, aunque sea poco coherente, se basa en una filosofía de las Matemáticas" (p. 204). Incluso al tener en cuenta los condicionantes impuestos por el hecho de verse obligado a enseñar un contenido particular, la forma en que se enfoca éste puede verse como una manifestación de una filosofía particular. Por tanto, no es probable que puedan resolverse los desacuerdos sobre qué constituye una buena enseñanza de las Matemáticas, sin tratar cuestiones importantes sobre la naturaleza de las Matemáticas. Considerando dos tradiciones de pensamiento matemático -una ya antigua y otra que ha saltado a primer plano recientemente- nos podemos hacer una idea del rango de percepciones de la naturaleza del conocimiento matemático.



**La tradición "formalista".** La concepción de las Matemáticas que ha informado y paralizado históricamente a la mayoría de los currícula de Matemáticas ha sido la que Lakatos (1981) ha denominado la "concepción formalista", basada en la epistemología del positivismo lógico. Este autor describe una tesis central del positivismo lógico según la cual "todas las proposiciones *aparte de las relacionadas con las Matemáticas o la lógica* son verificables mediante la referencia a la experiencia" (p. 37). En otras palabras, no se considera que los fundamentos del conocimiento matemático sean de ninguna manera de origen social, sino que se hallan fuera de la acción humana en lo que Lakatos (1976) denomina un "cielo formalista" (p. 2). Se considera que la naturaleza de las Matemáticas consiste en verdades inmutables y certeza incuestionable. Esto a su vez supone que no se reconoce gran parte de lo que conocemos como Matemáticas, como por ejemplo la resolución de problemas, y lo que se entiende normalmente como Matemáticas en "todo el espectro de sus relaciones con la ciencia, la tecnología, las humanidades y la vida humana" (Wittman, 1989, p. 298). Desde este enfoque, las Matemáticas son una disciplina caracterizada por resultados exactos y procedimientos infalibles, cuyos elementos básicos son operaciones aritméticas, procedimientos algebraicos, y términos y teoremas geométricos. En resumen, se dejan de lado las Matemáticas como una forma de conocer e interpretar nuestra experiencia, al estar aquéllas fuera de la actividad humana y del contexto de la vida cotidiana. Es decir, las Matemáticas están "ahí fuera" esperando a ser descubiertas.

Adoptando el punto de vista del matemático practicante, Hers (1986), Lakatos (1986) y Putnam (1986), cuestionaron el supuesto básico de que el conocimiento matemático es apriorístico e infalible, es decir la concepción formalista de las Matemáticas. Estos autores afirmaron que el conocimiento matemático es, de hecho, falible y, en este aspecto, es similar al conocimiento de las ciencias naturales. "Nuestro dogma filosófico, heredado y *no cuestionado*, es que la verdad matemática debe poseer una certeza absoluta. Nuestra experiencia real del trabajo matemático ofrece

incertidumbre en cantidad (Hers, 1986, p.17). Hers también cuestiona la postura según la cual las Matemáticas reales están constituidas por derivaciones formales y axiomas establecidos formalmente.

Cualquiera que haya estado mínimamente interesado por las Matemáticas, o que haya observado a otras personas interesadas en ellas, es consciente de que el trabajo matemático es un trabajo con ideas. Se usan los símbolos como ayudas para pensar de la misma forma en que se usan las partituras musicales como ayudas para la música. Primero está la música, luego la partitura. Es más, la partitura nunca puede encarnar totalmente los pensamientos musicales del compositor. De la misma manera, sabemos que una serie de axiomas y definiciones constituyen un intento de describir las propiedades principales de una idea matemática. Pero siempre puede quedar algún aspecto de las ideas que usemos implícitamente, que no hayamos formalizado porque aún no hemos visto el contra-ejemplo que nos haría conscientes de la posibilidad de dudar de él (Hers, 1986).

En respuesta a la pregunta "¿qué son las Matemáticas?" Hers (1986) propuso lo siguiente como "la respuesta más simple, clara y natural" (p.22).

Las Matemáticas tratan con ideas. No marcas de lápiz o tiza, ni triángulos físicos o series físicas, sino ideas (que pueden presentarse a través de objetos físicos). ¿Cuáles son las principales propiedades de la actividad matemática o del conocimiento matemático, tal como lo conocemos todos nosotros por la experiencia cotidiana?: 1. Los objetos matemáticos son inventados o creados por humanos; 2. Dichos objetos no son creados arbitrariamente, pues surgen a partir de la actividad con objetos matemáticos ya existentes, y a partir de las necesidades de la ciencia y de la vida cotidiana; 3. Una vez creados, los objetos matemáticos tienen propiedades que están bien determinadas. Puede ser que nosotros tengamos grandes dificultades para descubrirlas, pero existen independientemente de nuestro conocimiento de ellas (p.22-23).

Se queja Hers (1986), sin embargo, que "la crítica del formalismo en el instituto (high school) se ha hecho principalmente sobre bases pedagógicas". Este autor sigue diciendo que "todos esos argumentos son inconcluyentes si dejan sin cuestionar el dogma de que las Matemáticas reales son precisamente derivaciones formales de axiomas establecidos...Por tanto, la cuestión no es cuál es la mejor forma de enseñar, sino de qué van las Matemáticas realmente" (p. 18).

Como puede comprobarse, la tradición "formalista" sobre la naturaleza de las Matemáticas, ha recibido importantes críticas de eminentes matemáticos que representan una línea de pensamiento más actual y concordante con las necesidades de hoy en día. Pero no debemos olvidar en ningún momento que esta concepción tradicionalista de la naturaleza de las Matemáticas ha repercutido enormemente en la concepción que se tiene sobre la pedagogía de las Matemáticas. La concepción de la enseñanza de las Matemáticas que se sigue de este enfoque es una concepción en la que los conceptos y los procedimientos se presentan de una forma clara, y en la que los estudiantes tienen oportunidades de practicar la identificación de conceptos y la realización de procedimientos. Esta concepción de la enseñanza de las Matemáticas puede llevar a una docencia que enfatice indebidamente la manipulación de símbolos cuyos significados rara vez se tratan, tal y como ha documentado la literatura (Thompson, 1982; 1984). Es decir, se enfatiza lo abstracto de las Matemáticas, los símbolos, que los alumnos tienen que practicar individualmente y más o menos en silencio.

***Una concepción de "crecimiento y cambio" de las Matemáticas.***

En los últimos años Lakatos (1976) ha sido el responsable de gran parte de las nuevas direcciones del pensamiento relacionado con la naturaleza del conocimiento matemático. Es un defensor de la concepción de Popper (1972) del conocimiento objetivo, según el cual el conocimiento se ve como el resultado de teorías en conflicto que se proponen, hacen públicas, y comprueban respecto a otras teorías, manteniéndose su veracidad hasta que son "refutadas" por una teoría mejor.

Un análisis sociológico del conocimiento matemático basado en la práctica real de las Matemáticas sugiere una idea alternativa del significado y la naturaleza de las Matemáticas. Esa idea puede encontrarse en una colección de trabajos sobre la filosofía de las Matemáticas publicada recientemente (Tymoczko, 1986). En ella matemáticos y filósofos de las Matemáticas describen las Matemáticas como una clase de actividad mental, una construcción social que implica conjeturas, pruebas y refutaciones, cuyos resultados están sujetos a cambios revolucionarios y cuya validez, por lo tanto, debe juzgarse en relación con un contexto social y cultural.

Para Hers (1986) lo que caracteriza a las Matemáticas es la forma en que se hacen, sus actividades creativas o procesos generativos: "*saber Matemáticas es hacer Matemáticas*".

La visión de las Matemáticas como "al hacerlas" es consistente con la concepción de la enseñanza de las Matemáticas mantenida por prominentes matemáticos (Halmos, 1975; Polya, 1963; Steen, 1988; Thom, 1973) y por muchos enseñantes de Matemáticas, una concepción reflejada en documentos tales como El Informe Cockcroft (Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools, 1983), los *Criterios curriculares y de evaluación para las Matemáticas Escolares* (National Research Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989), y *Todo el mundo cuenta* (National Research Council, 1989). Según la concepción que se desprende de estos documentos, los estudiantes realizan actividades intencionadas que son producto de situaciones de problemas, que requieren razonamiento y pensamiento creativo, recoger y aplicar información, descubrir, inventar y comunicar ideas, y comprobar esas ideas a través de la reflexión y la argumentación críticas. Este enfoque de la enseñanza de las Matemáticas contrasta fuertemente con enfoques alternativos en los que el dominio de los conceptos y los procedimientos es el objetivo de la docencia. Sin embargo, no niega el valor y el lugar de los conceptos y los procedimientos en el currículum de las Matemáticas.

No afirmamos que el conocimiento de información no tenga valor, sólo que su valor radica en la medida en que es útil en el curso de alguna actividad intencionada. Está claro que los conceptos y procedimientos fundamentales de algunas de las ramas de las Matemáticas deben ser dominados por todos los estudiantes...Pero la docencia debe destacar persistentemente "hacer" más que "saber que" (NCTM, 1989, p. 7).

Durante años se ha hablado mucho, en relación con la educación matemática, de la necesidad de pensar en la enseñanza de las Matemáticas como algo que consiste no sólo en explicar su contenido, sino también en animar a los estudiantes a implicarse en los procesos de hacer Matemáticas. A pesar de ello, tal y como se ha observado en los Criterios (NCTM, 1989), el énfasis de la enseñanza tradicional ha estado sobre el dominio de símbolos y procedimientos, ignorando en gran medida los procesos de las Matemáticas y el hecho de que el conocimiento matemático surge a menudo del contacto y tratamiento de las situaciones de problemas. De hecho, las Matemáticas de escuela típicas pueden caracterizarse por lo contrario de la afirmación de Hers -primero viene la partitura, pero la música nunca llega-.

La concepción que se tenga sobre la naturaleza de las Matemáticas es tan importante que incluso afecta a los formadores de profesores a la hora de la introducción de cambios en los currícula de Matemáticas. Y en este sentido hemos de decir que las explicaciones sobre el estado de la enseñanza de las Matemáticas en la escuela son muchas y diversas, pero hay pocas que aparezcan informadas por la investigación. Habría que tener cuidado con la planificación de remedios en base a explicaciones superficiales, aunque aparentemente plausibles; podrían llevar a esfuerzos mal orientados e inútiles. Por ejemplo, hubo una época en la que los formadores pensaban ingenuamente que la producción de un currículum "a prueba de profesores" resolvería en gran medida los problemas de la enseñanza de las Matemáticas. Gracias a los estudios sobre el pensamiento y toma de decisiones de los profesores, ahora los formadores reconocen que la forma en que

los profesores interpretan e implementan los currículum está influida significativamente por su conocimiento y creencias (Clark & Peterson, 1986; Romberg & Carpenter, 1986). Al reconocer que la introducción de cambios en la dinámica de las clases de Matemáticas depende de que los profesores individuales cambien sus aproximaciones a la enseñanza y que estas aproximaciones, a su vez, se ven influidas por las concepciones de los profesores, los formadores de Matemáticas han reconocido la importancia de esta línea de investigación.

### **1.2. Breve historia del estudio de las creencias.**

Alrededor de principios de siglo y hasta bien entrados los años 20, los psicólogos sociales mostraban un considerable interés por el estudio de la naturaleza de las creencias y su influencia sobre las acciones de las personas. En décadas posteriores, ese interés se desvaneció y casi desapareció como tema de la literatura psicológica, debido en gran parte a la dificultad del acceso a estas creencias para su estudio, y en parte al surgimiento en los años 1930 del asociacionismo y, posteriormente, del conductismo. En los años 60 hubo un cierto resurgimiento del interés por el estudio de las creencias, pero variaba mucho entre los psicólogos (Abelson & Carrol, 1965; Rokeach, 1960). El advenimiento de las ciencias cognitivas en los 70 crearon "un espacio para el estudio del sistema de creencias en relación con otros aspectos de la cognición y el afecto humanos" (Abelson, 1979, p. 355). En los años 80 se produjo un resurgimiento del interés por las creencias y el sistema de creencias entre los estudiosos de disciplinas tan diversas como la psicología, las ciencias políticas, la antropología y la educación.

Entre los educadores, el interés por el estudio de las creencias y las concepciones de los profesores creció debido a un cambio de paradigma en la investigación sobre la enseñanza. Inducido en parte por la teoría del procesamiento de información y otros desarrollos de las ciencias cognitivas, la investigación sobre la enseñanza comenzó a cambiar, en los años 70, desde un paradigma proceso-producto, en el que el objeto de estudio fueron

las conductas de los profesores, a centrarse en los procesos de pensamiento y toma de decisiones de los profesores (Clark y Peterson, 1986; Shavelson & Sten, 1981; Shulman & Elstein, 1975). El cambio del centro de interés por identificar y entender la composición y estructura de los "sistemas de creencias y concepciones", "estados mentales de acción" ("action mind frames") (Shavelson, 1988) y las "teorías implícitas" (Clark, 1988) subyacentes a los pensamientos y decisiones de los profesores.

Aún bajo la influencia del legado del conductismo, en la década de los 60 y 70 hubo estudios ocasionales, realizados principalmente por investigadores de las actitudes, que bien directa o bien indirectamente estudiaron las creencias y concepciones de los profesores (Harvey, Prather, White & Hoffmeister, 1968; Kerlinger, 1967). Sin embargo, muy pocos estudios se relacionaron específicamente con la enseñanza de las Matemáticas. Es a partir de 1980 cuando se han realizado muchos estudios de las creencias de los profesores sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. En su mayoría, estos investigadores han trabajado en base a la premisa "para entender la enseñanza desde las perspectivas de los profesores tenemos que entender las creencias con las que ellos definen su trabajo" (Nespor, 1987, p. 323).

### **1.3. Creencias y conocimiento.**

A pesar de la actual popularidad de las creencias de los profesores como tema de estudio, la literatura de la investigación educativa no ha tratado en profundidad el concepto de creencia. En su mayoría, los autores han supuesto que los lectores saben qué son las creencias. Una explicación de la escasez de discursos razonados sobre las creencias en la literatura educativa es la dificultad de distinguir entre creencia y conocimiento. Debido a la estrecha conexión que existe entre creencia y conocimiento, las distinciones entre ellos son borrosas (Scheffer, 1965). Los investigadores han observado que frecuentemente los profesores tratan sus creencias como conocimiento, lo que ha llevado a

muchos que inicialmente habían empezado a investigar el conocimiento de los profesores, a considerar también las creencias de los profesores (Grossman, Wilson & Shulman, 1989).

Otra explicación de la falta de estudios sobre las creencias y sobre las distinciones entre las creencias y el conocimiento en la literatura de la investigación educativa, es que el valor de la búsqueda de caracterizaciones definidas de los dos conceptos es discutible para la investigación educativa. Al haber sufrido extensiones y abusos durante más de mil años, los dos conceptos - y las palabras asociadas con ellos- son tan amplios que buscar una caracterización definida de cualquiera de ellos puede resultar inútil (Needham, 1972; Wolgast, 1977). Algunos educadores han considerado que para los investigadores no es útil buscar distinciones entre conocimiento y creencia, y que en su lugar hay que ver si las creencias de los profesores -o lo que ellos pueden considerar conocimiento- afectan a su experiencia, y si es así, cómo lo hacen.

A pesar de estos argumentos, los investigadores interesados en el estudio de las creencias de los profesores deben considerar cuidadosamente el concepto, tanto desde una perspectiva filosófica como psicológica. Los trabajos filosóficos pueden ser útiles para clarificar la naturaleza de las creencias. Los estudios psicológicos pueden ayudar a interpretar la naturaleza de la relación entre creencias y conducta así como entender su función y estructura. En la siguiente sección trataremos de ofrecer una base para la discusión posterior; no pretende ser un tratado completo sobre las creencias. En los trabajos filosóficos podrá encontrarse un minucioso tratamiento del concepto (Abelson, 1987; Green, 1971; Hintikka, 1962; Russell, 1948; Scheffer, 1965).

### ***1.3.1. Distinción entre creencias y conocimiento.***

Las creencias se han distinguido del conocimiento de varias maneras. Para el propósito de esta discusión sólo consideraremos unas pocas características distintivas de las creencias y el sistema de creencias -que elaboraremos en el siguiente apartado- que parecen ser las más pertinentes para el estudio de las creencias de



los profesores. Una característica de las creencias es que pueden mantenerse con diversos grados de convicción.

El creyente puede mantener apasionadamente un punto de vista, o en el otro extremo puede considerar un estado de cosas más probable que el contrario, como en "creo que se encontrarán microorganismos en Marte". Esta dimensión de la variación no se halla en el sistema de conocimientos. Uno no podría decir que no conoce un hecho fuertemente (Abelson, 1979, p. 360).

Otra de las características distintivas de las creencias es que no son consensuales. Semánticamente "creencia" a diferencia de conocimiento, tiene la connotación de su disputabilidad -el creyente es consciente de que otros pueden pensar de forma diferente-. Una postura común entre los filósofos es que la disputabilidad está asociada a las creencias: la verdad o la certeza se asocian con el conocimiento. Scheffer (1965) planteó que lo que se considera conocimiento debe satisfacer una condición de verdad, mientras que las creencias son independientes de su validez.

En general, si tú piensas que estoy equivocado en mi creencia negarás que yo sé, no importa lo sincero que me juzgues ni lo fuerte que consideres mi convicción. Juzgar que X (un individuo) está equivocado es base suficiente para rechazar la pretensión de que X sabe. Se sigue que si se admite que X sabe, debe juzgarse que no está equivocado, y éste es el significado de la condición de verdad...Parecería que saber es incompatible con estar equivocado, y cuando describo a alguien como alguien que sabe, estoy diciendo que él no está equivocado...saber, a diferencia de creer, tiene una referencia fáctica independiente (p. 23-24)

Desde una perspectiva epistemológica tradicional, una de las características del conocimiento es un acuerdo general sobre los procedimientos para evaluar y juzgar su validez; el conocimiento debe satisfacer criterios que implican cánones de evidencia. Las creencias, por otro lado, se mantienen o justifican a menudo por razones que no satisfacen esos criterios, y así, se caracterizan por una falta de acuerdo sobre cómo tienen que evaluarse o juzgarse.

Los sistemas de creencias incluyen a menudo sentimientos y evaluaciones, recuerdos vividos de experiencias personales, y supuestos sobre la existencia de entidades y mundos alternativos, todos los cuales simplemente no son susceptibles de evaluación exterior o examen crítico en el mismo sentido que los componentes de los sistemas de conocimiento. (Nespor, 1987, p. 321)

Debe tenerse en cuenta que la evidencia con la que hay que contrastar una pretensión de conocimiento puede cambiar con el tiempo, de la misma forma que las viejas teorías son reemplazadas por las nuevas. De hecho, en filosofía de la ciencia normalmente se acepta que incluso lo que uno considera un conocimiento fáctico depende de teorías actuales (Feyerabend, 1975; Kuhn, 1962; Lakatos, 1976). Por lo tanto, lo que puede haberse defendido correctamente como conocimiento en un momento puede juzgarse como creencia, en base a teorías posteriores. Inversamente, una creencia puede, con el tiempo, aceptarse como conocimiento a la luz de nuevas teorías que la respalden. Por tanto, la declaración de Scheffer sobre la incompatibilidad de *saber* y *estar equivocado* falla por no reconocer la calidad temporal de las teorías como cánones de evidencia.

La cuestión de la consensualidad parece particularmente relevante para la investigación sobre las creencias de los profesores. En educación, más que en las ciencias, es normal que coexistan teorías alternativas, incluso cuando hay aspectos de una teoría que contradicen la otra, lo que puede ayudar a explicar la dificultad de separar el conocimiento de las creencias de los profesores. Por lo tanto, es importante que los investigadores hagan explícito, tanto a ellos como a los demás, la teoría o teorías de la enseñanza y el aprendizaje y la conceptualización de la naturaleza de las Matemáticas con las que estudian las creencias de los profesores de Matemáticas. Sin una atención explícita de ellas, la significación de un estudio puede oscurecerse, haciendo probable que los lectores descarten la investigación como inconsecuente, aunque interesante.

**DISTINCIÓN ENTRE CREENCIAS Y CONOCIMIENTO**

<b>CREENCIAS</b>	<b>CONOCIMIENTO</b>
- Se pueden mantener con diferentes grados de convicción.	- No se pueden mantener con diferentes grados de convicción (uno no puede decir que no conoce un hecho fuertemente).
- Las creencias no son consensuadas: el que cree algo es consciente de que otra persona puede pensar de forma diferente. Es decir, las creencias son disputables.	- El conocimiento no es disputable, sino que es verdadero o certero.
- No hay criterios para evaluar o juzgar una creencia.	- Hay acuerdo general sobre cómo evaluar y juzgar la validez del conocimiento.
- Una creencia puede convertirse en conocimiento a la luz de nuevas teorías que la respalden.	- Un conocimiento puede convertirse en creencias en base a nuevas teorías que invalidan ese conocimiento.

**1.3.2. Sistemas de creencias.**

Los investigadores, al igual que han usado libremente el concepto de creencia, también lo han hecho, sin explicación, con el concepto de un sistema de creencias. La idea de un sistema de creencias es una metáfora para examinar y describir cómo se organizan las creencias de un individuo (Green, 1971; Rokeach, 1960). Parece apropiado, al menos desde un punto de vista estructural, concebir un sistema de creencias de una forma muy similar a como pensamos en una estructura cognitiva de un dominio conceptual particular. Como tales, los sistemas de creencias son dinámicos por naturaleza, sufriendo cambios y

reestructuraciones a medida que los individuos evalúan sus creencias contrastándolas con sus experiencias.

Green (1971) identificó tres dimensiones de los sistemas de creencias, que no se relacionan con el contenido de las creencias en sí, sino con la forma en que se relacionan entre sí dentro del sistema. La primera de estas dimensiones tiene que ver con la observación de que una creencia nunca se mantiene con total independencia de todas las demás creencias, y que algunas creencias se relacionan con otras de la forma en que las razones se relacionan con las conclusiones. Así, los sistemas de creencias tienen una estructura cuasi-lógica, con algunas creencias *primarias* y otras creencias *derivadas*. Como ilustración consideremos a un profesor que cree que es importante presentar las Matemáticas claramente al estudiante; ésta es una creencia primaria. Con este fin, el profesor cree importante: a) preparar minuciosamente las lecciones para asegurar una presentación clara y secuencial y b) estar preparado para responder inmediatamente cualquier pregunta planteada por los estudiantes; éstas son creencias derivadas.

La segunda dimensión de Green (1971) se relaciona con el grado de convicción con el que se mantienen las creencias o con su fuerza psicológica. Según Green, las creencias del sistema pueden considerarse bien *centrales* o *periféricas*. Las centrales son las creencias más fuertemente mantenidas, y las periféricas las más susceptibles de cambio o examen. Green observó que la primacía lógica y la centralidad psicológica son dimensiones ortogonales, afirmando que son dos características o propiedades diferentes de una creencia. "Una creencia puede ser lógicamente derivada y a pesar de todo ser psicológicamente central, o puede ser lógicamente primaria y psicológicamente periférica" (p. 46). En el ejemplo dado antes, la creencia derivada en la importancia de estar preparado para responder a las cuestiones de los estudiantes puede ser más importante o psicológicamente central para el profesor por razones de mantenimiento de la autoridad y la credibilidad ("Se supone que los profesores conocen su materia"), que por el hecho de clarificar el tema a los estudiantes.

La tercera de las dimensiones de Green (1971) se relaciona con la afirmación de que "las creencias se mantienen en agrupaciones, más o menos aisladas de otras agrupaciones y protegidas de cualquier relación con otras series de creencias" (p. 48). Este agrupamiento evita la fertilización cruzada entre agrupaciones de creencias o las confrontaciones entre ellas, y hace posible mantener series de creencias en conflicto. Esta propiedad del agrupamiento puede ayudar a explicar algunas de las inconsistencias entre las creencias mantenidas por los profesores que se han documentado en varios estudios (Brown, 1985; Cooney, 1985; Thompson, 1982, 1984).

Green (1971), por tanto, sostuvo que el sistema de creencias de una persona se caracteriza por tener una estructura cuasi-lógica, semejante a la que se establece entre las proposiciones y las conclusiones en las teorías causales. Según Green, existen unas creencias más básicas que otras, de ahí que su estructuración dependa más del orden de las mismas (cómo se cree) que de las creencias en sí (qué se cree). El autor sostiene que las creencias poseen diferente fuerza psicológica (algunas son más centrales que otras) y que se organizan en sistemas más o menos aislados entre sí, lo que permite la coexistencia de creencias contradictorias.

Además de la idea de un sistema de creencias, este capítulo se refiere a las "concepciones" de los profesores, considerando éstas como una estructura mental más general que abarca creencias, preferencias y similares. Aunque la distinción puede no ser muy importante, en ocasiones será más natural referirnos a una concepción de las Matemáticas como disciplina de los profesores que hablar simplemente de las creencias de los profesores sobre las Matemáticas.

### ***1.3.3. Creencias y enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.***

La naturaleza de las creencias de los profesores sobre la materia en cuestión y sobre su enseñanza y aprendizaje, así como la influencia de dichas creencias sobre la práctica docente de los profesores, son temas de estudio relativamente nuevos. Como tales, estos temas constituyen áreas de investigación de la enseñanza ampliamente desconocidas. No obstante, una serie de estudios sobre la educación matemática (Davis et al., 1990; Dougherty,

1990; Good, Grouws, y Mason, 1990; Grant, 1984, 1985; Kesler, 1985; Kuhs, 1980; Lerman, 1983; Marks, 1987, 1990; McDiarmid, 1990; McGalliard, 1983; Midgley, 1988; Prawat, 1992; Shroyer, 1978; Steinberg Haymore & Marks, 1985; Taylor, 1990; Thompson, 1984; Tirosh y Graeber, 1989, 1990; Underhill, 1988; Whitman y Lay, 1990; Wood, Cooby y Yackel, 1991) han indicado que las creencias de los profesores sobre las Matemáticas y su enseñanza juegan un papel significativo en la configuración de los patrones característicos de conducta docente de los profesores.

En un artículo teórico basado en parte en resultados empíricos de estudios de las creencias de los profesores de Matemáticas, Ernest (1988) observó que entre los muchos elementos clave que influyen la práctica de la enseñanza de las Matemáticas, hay tres que son los más notables:

1. Los contenidos o esquemas mentales de los profesores, particularmente el sistema de creencias relacionadas con las Matemáticas y su enseñanza y aprendizaje.
2. El contexto social de la situación de enseñanza, particularmente las limitaciones y oportunidades que ofrece; y,
3. El nivel de los procesos de pensamiento y reflexión del profesor (p.1)

Parte de los "contenidos" o esquemas mentales de los profesores es su conocimiento de las Matemáticas. Ernest (1988) defendía que, aunque importante, el conocimiento de las Matemáticas por sí solo no explica las diferencias en la práctica de los profesores. Según Ernest, la literatura de investigación sobre las creencias de los profesores, aunque escasa, indica que las aproximaciones de los profesores a la enseñanza de las Matemáticas depende fundamentalmente de sus sistemas de creencias, en particular de sus concepciones de la naturaleza y el significado de las Matemáticas, y de sus modelos mentales de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.

La influencia de los sistemas de creencias sobre el rendimiento no se ha restringido a los profesores y a los estudios de la enseñanza. Una serie

de investigadores cognitivos de la educación matemática ha hecho observaciones similares respecto al rendimiento matemático de los estudiantes. Un ejemplo bien conocido es el análisis de Schoenfeld (1983) del papel que juegan las concepciones de las Matemáticas de los estudiantes en su interpretación de las tareas de problemas y en su rendimiento en la resolución de problemas. Similarmente, De Corte y Verschaffel (1985) hablaron de *esquemas de problemas aritméticos con enunciados verbales* de estudiantes jóvenes, definiéndolos como algo que incluye "el conocimiento de una serie de reglas, suposiciones y acuerdos implícitos inherentes al 'juego de problemas de palabras' que permite a los estudiantes interpretar ambigüedades y puntos oscuros correctamente y compensar las insuficiencias" (pp. 7-8).

Las creencias que los alumnos y profesores mantienen acerca de las Matemáticas han sido bien documentadas en la literatura de investigación en los años recientes (Berry y Sahlberg, 1996; Cobb, Wood, Yackel, Nichols et al., 1991; Cooney, 1985; Fennema y Hart, 1994; Frank, 1988; Garaplo, 1989a; Schoenfeld, 1987; Thompson, 1984, 1985, 1988; Nolen y Nicholls, 1993; Middleton, 1995; Spangler, 1992) llegando a la conclusión de que las creencias de los alumnos acerca de las Matemáticas pueden ayudar a los profesores a planificar la instrucción y estudiar el entorno de la clase, es decir, ayudando a los alumnos a ser más conscientes sobre sus creencias y sobre el aprendizaje de las Matemáticas.

Curiosamente, el conocimiento del significativo papel que juegan las creencias en la conducta cognitiva, y el interés resultante por los sistemas de creencias como tema de estudio, parecen haberse desarrollado concurrentemente, aunque de forma independiente, entre investigadores de la educación matemática interesados en las cogniciones de los profesores y entre aquéllos interesados en las cogniciones de los estudiantes. Para ambos grupos, el estudio de las creencias ha surgido en los últimos años como una línea importante y legítima de investigación. Su potencial para hacer contribuciones significativas al campo se está reconociendo cada vez más en la educación matemática.

## **2. CREENCIAS Y CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICAS.**



En este capítulo intentamos ofrecer una síntesis de la literatura científica sobre las creencias y las concepciones de los profesores de Matemáticas. Antes de discutir estudios, temas o resultados específicos, una panorámica general de la literatura nos ayudará a tener una idea del alcance de la investigación y de la diversidad de propósitos, diseños y técnicas de los estudios.

### **2.1. Panorámica.**

Los estudios de las creencias y concepciones de los profesores de Matemáticas se han centrado en las creencias sobre las Matemáticas, en las creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, o en ambas. Algunos estudios han investigado la relación entre las creencias de los profesores y sus prácticas docentes. Se han estudiado las creencias de los profesores tanto de Primaria como de Secundaria, pero las investigaciones más comunes son las de las creencias de profesores de Matemáticas de cursos superiores, más que las de profesores de primaria. Además, algunos estudios se han centrado en estudiantes que se están formando para ser profesores en formación inicial y en activo. Una búsqueda de la literatura sobre la educación Matemática no reveló ningún estudio específico del tema de las creencias que empleara profesores en formación inicial y en activo, o una mezcla de profesores de niveles escolares elementales, medios y altos.

La mayoría de la investigación sobre las creencias y concepciones de los profesores es de naturaleza interpretativa y emplea métodos cualitativos de análisis. Se han empleado numerosas técnicas de obtención de datos, incluyendo cuestionarios con escalas tipo Likert, entrevistas, observaciones en el aula, entrevistas de recuerdo estimulado, análisis lingüístico del habla de los profesores, pruebas de terminación de párrafos, respuestas a materiales de simulación, tales como viñetas que describen estudiantes hipotéticos o situaciones de clase, y ejercicios de generación y mapeado de conceptos, tales como la Técnica de Rejilla de Repertorio de Kelly [*Kelly Repertory Grid Technique*] (Fransella & Bannister, 1977). La mayoría de los

estudios han empleado una combinación de estas técnicas más que una sola de ellas.

Los diseños de investigación también han variado considerablemente, dependiendo del propósito del estudio, desde estudios de casos etnográficos de uno o dos profesores (Brown, 1985; Cooney, 1985) a la administración estandarizada de un inventario de creencias (Peterson, Fennema & Carpenter, 1987). El propósito de algunos estudios ha sido describir o documentar la sustancia de las creencias de los profesores (Helms, 1989; Owens, 1987; Stonewater & Oprea, 1988). El propósito de otros ha consistido en examinar la relación entre las concepciones de los profesores y la práctica docente (Cooney, 1985; Dougherty, 1990; Grant, 1984; Kesler, 1985; McGalliard, 1983; Shaw, 1989; Thompson, 1984; Good, Grouws y Mason, 1990; Jones, 1988; Taylor, 1990; Lampert, 1988; Grant, Peterson y Fennema, 1991; Prawat, Remillard, Putnam y Heaton, 1992; Putnam, 1992; Remillard, 1992; Wilson, 1994; Philips, lores, Sowder y Schappelle, 1994). Otro grupo de estudios se ha centrado en la investigación del fenómeno del cambio de las concepciones de los profesores (Meyerson, 1978; Schramn & Wilcox, 1988; Scharam, Wilcox, Lanier & Lappan, 1988; Thompson, 1988; Marks, 1990; Mosenthal, 1995; Prawat, 1992; Wood, Coob y Yachkel, 1991; Wilson, 1994). La diversidad de propósitos, métodos, diseños y marcos analíticos empleados por los investigadores ha llevado a una gran variabilidad en las formas de describir las concepciones de los profesores.

Hay que notar que si se considera la investigación de las creencias y las concepciones de los profesores de Matemáticas aisladamente de la investigación de los conocimientos de los profesores de Matemáticas, el cuadro obtenido estará incompleto. Por lo tanto, los estudios de los conocimientos matemáticos de profesores en formación inicial y en activo se citan donde es necesario.

La discusión que sigue la organizamos en cinco secciones. La primera sección trata resultados relacionados con las concepciones de las Matemáticas de los profesores. La sigue una subsección

sobre la relación entre las concepciones de las Matemáticas de los maestros y su práctica docente. A continuación se examinan las concepciones de los profesores de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas; a esto sigue una discusión de la relación entre las concepciones de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas y la práctica docente. Finalmente se tratan los estudios relacionados con la cuestión del cambio de las concepciones de los profesores. En la discusión se integran comentarios sobre la metodología y descripciones de marcos teóricos.

## **2.2. Concepciones de los profesores sobre las Matemáticas.**

La concepción de un profesor de la naturaleza de las Matemáticas puede considerarse como aquellas creencias, conceptos, significados, reglas, imágenes mentales y preferencias, tanto conscientes como inconscientes, relacionados con la disciplina de las Matemáticas. Esas creencias, conceptos, puntos de vista y preferencias constituyen los rudimentos de una filosofía de las Matemáticas, aunque en algunos profesores pueden no desarrollarse y articularse en una filosofía coherente (Ernest, 1988; Jones, Henderson & Cooney, 1986). La significación que para la enseñanza tienen las concepciones que los profesores mantienen sobre su materia, ha sido reconocida ampliamente, tanto en un rango de áreas curriculares (Clark & Peterson, 1986; Feiman-Nemser & Floden, 1986; Grossman, Wilson & Shulman, 1989; De-Jong, Acampo y Verdonk, 1995; Lederman, Gess-Newsome y Latz, 1994) como en Matemáticas (Ernest, 1985, Hers, 1986; Lerman, 1983; Thom, 1973; Thompson, 1982, 1984).

De entre una serie de posibles variaciones, Ernest (1988) distinguió tres concepciones de las Matemáticas en base a sus estudios sobre la filosofía de las Matemáticas y también en base a estudios empíricos de la enseñanza de las Matemáticas. Las resumió de la siguiente forma:

a) **Enfoque de la resolución de problemas:** Es un enfoque **dinámico** de las Matemáticas, guiado por los problemas, como un campo de la creación y la invención humanas en continua

expansión, en el que se generan patrones que luego se destilan en forma de conocimientos. Así, las Matemáticas son un proceso de estudio y de llegar a conocer, cuyo fruto se añade a la suma de los conocimientos. Las Matemáticas no son un producto acabado, ya que sus resultados son susceptibles de revisión.

b) **Visión platónica:** Se contemplan las Matemáticas como un cuerpo de conocimientos estático pero unificado; un terreno cristalino de estructuras interconectadas, unido por filamentos de lógica y significado. Así, las Matemáticas son un monolito, un producto estático e inmutable. Las Matemáticas se descubren, no se crean.

c) **Visión instrumentalista:** Según este enfoque, las Matemáticas, cual caja de herramientas, está constituida por una acumulación de hechos, reglas y habilidades que puede emplear el artesano para conseguir algún fin externo. Las Matemáticas son una serie de reglas y hechos no relacionados pero utilitarios (p. 10).

Es bastante probable que la concepción de un profesor individual de Matemáticas incluya aspectos de más de uno de los citados más arriba, incluso aunque aparentemente exista cierta conflictividad. Thompson (1984), por ejemplo, encontró una consistencia notable en las opiniones sobre las Matemáticas de dos de las tres profesoras de Matemáticas superiores que estudió. Kay, una de las profesoras de su estudio, tenía un enfoque de las Matemáticas basado en la resolución de problemas, mientras que las creencias y la práctica docente de Jeanne se alineaban más con un enfoque platónico. Aunque la tercera profesora, Lynn, expresaba unas ideas bastante inconsistentes, su práctica docente y la mayoría de las creencias que profesaba indicaban que tenía un enfoque instrumentalista de la materia.

Lerman (1983) identificó dos concepciones alternativas de la naturaleza de las Matemáticas, que denominó absolutista y falibilista. Según este autor los enfoques absolutista y falibilista se corresponden con dos escuelas de pensamiento opuestas de la filosofía de las Matemáticas: la euclideana y la cuasi-experimental (Lakatos, 1978). Según Lerman, desde una perspectiva absolutista,

todas las Matemáticas están basadas en fundamentos universales, absolutos, y, como tales, son "el paradigma de conocimiento certero, absoluto, libre de valores y abstracto, con unas conexiones con el mundo real quizás de naturaleza platónica". Desde una perspectiva falibilista, las Matemáticas se desarrollan a través de conjeturas, pruebas y refutaciones, aceptando la incertidumbre como inherente a la disciplina. Tymoczko (1986) afirmó que el enfoque cuasi-empírico de las Matemáticas -lo que Lerman denominó enfoque falibilista- es el único apropiado para los profesores. Por otra parte, el paralelismo entre los enfoques absolutista y falibilista de Lerman y los enfoques platónico y de resolución de problemas de Ernest es fácilmente observable.

Lerman (1983) halló una correspondencia entre las creencias sobre la naturaleza de las Matemáticas y los enfoques alternativos de la enseñanza de las Matemáticas, en un estudio de profesores de secundaria en formación inicial, empleando un instrumento diseñado para evaluar opiniones que iban desde las absolutistas a las falibilistas. Se pidió a cuatro de estos profesores, dos que estaban en el extremo absolutista y otros dos que estaban en el falibilista, que reaccionaran a una grabación de video de un fragmento de una lección de Matemáticas. Las reacciones de los profesores fueron consistentes con la evaluación de sus opiniones sobre la naturaleza de las Matemáticas. Los profesores absolutistas fueron críticos con el profesor de la grabación de video debido a que "no dirigía lo suficiente a los estudiantes" con el contenido de la lección. Los profesores falibilistas, en cambio, fueron críticos con el profesor del video debido a que era demasiado directivo.

Skemp (1978) propuso una distinción entre "Matemáticas instrumentales" y "Matemáticas relacionales", según el tipo de conocimiento que refleja cada una. Para Skemp, el conocimiento instrumental de las Matemáticas es el conocimiento de una serie de "planes fijos" para realizar tareas matemáticas. La característica de estos planes es que prescriben un procedimiento paso a paso a seguir para realizar una tarea dada, en el que cada paso determina el siguiente. En cambio, el conocimiento relacional de las Matemáticas se caracteriza por la posesión de estructuras

conceptuales que permiten a su poseedor construir varios planes para realizar una tarea dada. Este autor afirma que no es que haya dos formas de enseñar las Matemáticas, sino que está convencido de que "hay dos materias efectivamente diferentes que se están enseñando bajo el mismo nombre de Matemáticas" (p. 11).

Aunque las conclusiones de Skemp no hacen referencia a datos empíricos, sin embargo la obvia correspondencia entre el enfoque instrumental de Skemp y el instrumentalista de Ernest (1988) puede considerarse como una medida de validación de su teoría.

Una vez establecidas las clasificaciones que hacen los autores sobre las creencias acerca de la naturaleza de las Matemáticas, conviene tener en cuenta el marcado carácter teórico que poseen y que, aunque están bastante bien argumentadas, parecen un poco artificiales. El valor que puedan tener es el de mostrar y facilitar la comprensión de los distintos significados de las Matemáticas, pero adolecen de la comprobación empírica necesaria que permita comprobar cómo se estructuran las concepciones de los profesores, pues puede suceder que muchas veces se compartan concepciones de varios enfoques.

Otros autores, sin embargo, han ofrecido resultados de estudios particulares como los que informa Underhill (1988) en una revisión sobre el tema. Un primer estudio es el de Dionne (1984) en el que se pidió a 33 profesores canadienses de enseñanza primaria que ordenasen tres percepciones de las Matemáticas escolares. En primer lugar apareció la percepción según la cual las Matemáticas son vistas como un proceso (constructivista); hacer matemáticas es desarrollar procesos de pensamiento, construir relaciones. La segunda percepción compartida ve las Matemáticas como una serie de habilidades (tradicional); hacer matemáticas es hacer cálculos, usar reglas, usar procedimientos, usar fórmulas. Por último, es compartida la percepción de que las Matemáticas son lógica y rigor (formalista); hacer matemáticas es escribir pruebas rigurosas, usar un lenguaje preciso y riguroso, usar conceptos unificadores. Por tanto, los profesores canadienses de enseñanza primaria parecieron tener

una perspectiva que abarcaba las concepciones tradicional, formalista y constructivista.

Un segundo estudio es el de Thompson (1984) con tres profesoras de secundaria. La primera profesora tuvo una concepción bastante tradicional de las Matemáticas: las consideraba prescriptivas, consistentes en hechos, procedimientos y reglas; estáticas, exactas, predecibles, absolutas y fijas, con pocas oportunidades para el trabajo creativo. La segunda profesora tenía una concepción más formalista. Consideraba las Matemáticas como un proceso. Y la tercera profesora podría considerarse como una combinación entre formal y tradicional. Veía las Matemáticas como una colección coherente de conceptos y procedimientos interrelacionados, consistentes, libres de ambigüedad y arbitrariedad; exactas, precisas, lógicas y prácticas. Es interesante destacar que virtualmente no hubo trazas de constructivismo entre las tres profesoras. Una era principalmente tradicionalista; una fue principalmente formalista; y una pareció ser una combinación aunque tendió a ser más tradicionalista.

Underhill señala como una línea importante de investigación futura, debido a la escasa información que se posee sobre el tema, indagar cómo evolucionan las creencias de los estudiantes de magisterio cuando pasan a ser docentes en ejercicio. También considera interesante estudiar las creencias acerca de la naturaleza de las Matemáticas de los profesores antes de iniciar cualquier programa de formación de profesores para compararlas con las creencias que sostienen después de aplicado el programa de formación y ver si ha promovido algún cambio en el pensamiento de los profesores.

### **2.3. Relación entre las concepciones sobre las Matemáticas y la práctica docente.**

La incidencia que las creencias sobre la naturaleza de las Matemáticas tienen en la conducta docente ha sido el propósito de una serie de estudios muy interesantes para conocer el nivel de

consistencia entre las creencias y la práctica docente así como las implicaciones que se derivan para el diseño de futuras investigaciones.

Algunos investigadores han informado sobre varios grados de consistencia entre las creencias sobre la naturaleza de las Matemáticas profesadas por los profesores y sus prácticas docentes. Thompson (1984), por ejemplo, observó un alto grado de consistencia. Esta autora apuntó: "Aunque la complejidad de la relación entre concepciones y práctica se resiste a la simplicidad causa-efecto, gran parte del contraste en los énfasis docentes de los profesores pueden explicarse en base a diferencias en sus enfoques prevaletentes de las Matemáticas (p. 19). Por ejemplo, Lynn, cuyo enfoque de las Matemáticas se caracterizó como instrumentalista, enseñaba de forma prescriptiva, destacando las demostraciones por parte del profesor de reglas y procedimientos. Jeanne, por otro lado, consideraba las Matemáticas como una materia coherente que consistía en temas lógicamente interrelacionados y, por consiguiente, destacaba el significado matemático de los conceptos y la lógica de los procedimientos matemáticos. Finalmente, Kay, que tenía un enfoque de resolución de problemas de las Matemáticas, daba importancia a las actividades dirigidas a implicar a los alumnos en los procesos generativos de las Matemáticas.

En un estudio de cuatro profesores de Matemáticas de los últimos cursos de enseñanza superior, Kesler (1985) informó de alguna variabilidad en el grado de consistencia entre las concepciones de los profesores y sus prácticas docentes. Este autor observó que las concepciones de las Matemáticas de los profesores iban desde las dualistas/absolutistas hasta las multiplicistas/relativistas. Aunque los dos profesores con concepciones dualistas enseñaban de una forma consistente con sus concepciones, la práctica docente de los dos profesores con concepciones multiplicistas iban desde "la estricta autoritaria a un modo investigador de docencia" (Kesler, 1985).

McGalliard (1983) observó un alto grado de consistencia entre las concepciones de las Matemáticas de cuatro profesores de Matemáticas superiores y sus prácticas docentes mientras enseñaban geometría. Este autor informó que en base a sus concepciones dualistas de las Matemáticas, los profesores actuaban como



"autoridades" respecto al contenido de la lección, adoptando una postura "correcto vs incorrecto" y destacando el uso de reglas sin explicaciones o justificaciones. Los profesores destacaban a los estudiantes la importancia de memorizar respuestas y tomar notas en clase, fomentando continuamente en los estudiantes la creencia de que la autoridad externa es la fuente de la justificación matemática.

Las consistencias entre las creencias profesadas y la práctica docente, como las informadas por McGalliard (1983), nos alertan de una importante consideración metodológica. Cualquier intento serio de caracterizar la concepción de un profesor de la disciplina que él o ella enseña no debe limitarse a un análisis de las opiniones profesadas por los profesores, también debe incluir un examen del contexto docente, las prácticas características de ese profesor y la relación entre las opiniones profesadas por el profesor y su práctica real. Scheffler (1965) subrayó esto al afirmar que "nunca será razonable considerar que las creencias son una cuestión de respuestas verbales: la creencia es más bien un estado "teórico" que caracteriza, sutilmente, la orientación de la persona en el mundo (p. 89-90).

Munby (1982) subrayó el hecho de que la investigación de las creencias y las concepciones de los profesores es fundamentalmente problemática y que el diseño y realización de estudios sobre las creencias de los profesores deberían tener en cuenta los datos verbales de los profesores junto con los datos observacionales de su práctica docente o de su conducta matemática. Según este autor los datos verbales no son suficientes por sí solos. De este modo Munby propone que se estudie de una forma integrada las creencias y la práctica docente y no en términos de correspondencia o divergencia entre ambos aspectos.

En cuanto a las discrepancias observadas entre las creencias matemáticas y la práctica, hay que cuestionarse la medida en que los profesores son conscientes de esas discrepancias y, si es así, cómo las explican. En algunos casos las inconsistencias pueden deberse a la presencia de agrupaciones no cuestionadas de creencias en conflicto. En otros casos, las explicaciones dadas por los profesores pueden revelar varias fuentes de influencia en su práctica docente que hacen que subordinen sus creencias. En caso de que se

observen inconsistencias será valiosa la información sobre cómo los profesores llegaron a las creencias y prácticas actuales.

#### **2.4. Concepciones de los profesores sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.**

Lo que un profesor considera que son objetivos deseables del programa de Matemáticas, su propio papel en la enseñanza, el papel de los estudiantes, las actividades de clase apropiadas, las aproximaciones y los énfasis docentes deseables, los procedimientos matemáticos legítimos y los resultados aceptables de la docencia, todo ello es parte de la concepción de la enseñanza de las Matemáticas de los profesores. Las diferencias en las concepciones de las Matemáticas de los profesores parecen relacionarse con diferencias en sus enfoques de la enseñanza de las Matemáticas (Copes, 1979; Lerman, 1983; Thompson, 1984). Por ejemplo, Thompson observó que las diferencias en las opiniones de las Matemáticas de los profesores se relacionaban tanto con diferencias en sus opiniones sobre el locus de control apropiado en la enseñanza y sobre qué constituía evidencia de entendimiento matemático en sus estudiantes, como diferencias en sus percepciones del propósito de la planificación de las lecciones.

También es probable que las concepciones de la enseñanza de las Matemáticas de los profesores reflejen sus opiniones, aunque tácitas, del conocimiento matemático de los estudiantes, de cómo éstos aprenden Matemáticas y de los papeles y propósitos de las escuelas en general. Se ha observado una fuerte relación entre las concepciones de la enseñanza de los profesores y sus concepciones del conocimiento matemático de los estudiantes (Carpenter, Fennema, Peterson & Carey, 1988; Cobb, Wodd & Yackel, 1992).

Es difícil concebir los modelos de enseñanza sin la existencia de alguna teoría subyacente de la forma en que aprenden Matemáticas los estudiantes, aunque dicha teoría esté incompleta e implícita. Parece haber una conexión lógica y natural entre las dos. Aunque parece razonable esperar que cualquier modelo de enseñanza de las Matemáticas se relacione de alguna manera con

algún modelo de aprendizaje de las Matemáticas -o se derive de él-, en el caso de la mayoría de los profesores es improbable que los dos se hayan desarrollado y articulado en una teoría coherente de la docencia. Las concepciones de la enseñanza y el aprendizaje tienden más bien a ser colecciones eclécticas de creencias y opiniones que parecen ser resultado más de sus años de experiencia en el aula que de cualquier tipo de estudio formal o informal. Clark (1988) subrayó esto al observar:

La investigación sobre el pensamiento de los profesores ha documentado el hecho de que los profesores desarrollan y mantienen teorías implícitas sobre sus estudiantes (Bussis, Chittenden & Amarel, 1976), sobre la materia que enseñan (Ball, 1986; Duffy, 1977; Elbaz, 1981; Kuhs, 1980), sobre sus papeles y responsabilidades y sobre cómo deben actuar (Ignatovich, Cusick & Raym 1979; Olson, 1981). Estas teorías implícitas no son reproducciones claras y completas de la psicología educativa encontrada en los libros de texto o en las notas de conferencias. Las teorías implícitas de los profesores tienden a ser más bien agrupaciones eclécticas de proposiciones causa-efecto provenientes de muchas fuentes, reglas empíricas, generalizaciones hechas a partir de la experiencia personal, creencias, valores, sesgos y prejuicios (p. 6).

Al estudiar el origen de las creencias de los estudiantes de magisterio sobre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, los investigadores han observado que, en su mayoría, esas creencias se forman durante los años de aprendizaje y que las conforman sus propias experiencias como estudiantes de Matemáticas (Ball, 1988; Buhs, 1983; Owens, 1987; Llinares y Sánchez, 1986; Sánchez y Llinares, 1990). La tarea que supone modificar, en un solo curso de métodos de enseñanza, concepciones de las Matemáticas y su enseñanza mantenidas durante mucho tiempo y profundamente arraigadas sigue siendo un importante problema para la formación de profesores de Matemáticas.

#### **2.4.1. Modelos de enseñanza de las Matemáticas.**

La naturaleza ecléctica de las concepciones de las Matemáticas de los profesores hace improbable que la concepción de un profesor determinado se ajuste a algún modelo de enseñanza

dado; no obstante, deberían considerarse los modelos predominantes de la enseñanza de las Matemáticas que pueden encontrarse en la literatura. En base a una revisión de la literatura sobre la educación de las Matemáticas, la formación de profesores, la filosofía de las Matemáticas, la filosofía de la educación y la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje, Kuhs y Ball (1986) identificaron cuatro enfoques dominantes y distintos de cómo deben enseñarse las Matemáticas:

1. *Centrado en el aprendiz*: la enseñanza de las Matemáticas que se centra en la construcción personal del conocimiento matemático por parte del aprendiz.

2. *Centrado en el contenido con énfasis en la comprensión conceptual*: la enseñanza de las Matemáticas guiada por el propio contenido pero destacando la comprensión conceptual.

3. *Centrado en el contenido con énfasis en la ejecución*: la enseñanza de las Matemáticas que destaca la ejecución y el dominio de reglas y procedimientos matemáticos por parte de los estudiantes.

4. *Centrado en el aula*: la enseñanza de las Matemáticas basada en el conocimiento sobre clases efectivas (p. 2).

Según Kuhs y Ball (1986), el enfoque de la enseñanza de las Matemáticas *centrado en el aprendiz* se basa normalmente en una visión constructivista de la enseñanza de las Matemáticas (Cobb & Stellf, 1983; Confrey, 1985; Thompson, 1985; von Glasersfeld, 1987). Debido a que la visión centrada en el aprendiz se centra en la implicación activa de los estudiantes en el uso de las Matemáticas -en la exploración y formalización de ideas-, dicha visión es el modelo docente que con más probabilidades defenderán aquellos que consideran las Matemáticas una disciplina dinámica, que trata con ideas autogeneradas y que implica métodos de investigación (Ernest, 1988). Desde esta perspectiva, el profesor se considera un facilitador y un estimulador del aprendizaje de los alumnos, alguien que plantea cuestiones y situaciones a investigar, que anima a los estudiantes a pensar y los ayuda a descubrir defectos en su propio pensamiento (Kuhs & Ball, 1986). Los estudiantes se consideran los

responsables últimos del juicio de la adecuación de sus propias ideas. Los conocimientos se evalúan en términos de la consistencia entre las ideas construidas de los estudiantes y el significado de la idea compartido en la disciplina, así como en términos de su capacidad para validar conjeturas y respaldar o defender sus conclusiones.

El segundo modelo discutido por Kuhs y Ball (1986), el *centrado en el contenido con énfasis en el entendimiento*, es el enfoque de la enseñanza que se seguiría de la concepción de la naturaleza de las Matemáticas que Ernest (1988) etiquetó como *platónica*. Según Kuhs y Ball una de las características de este enfoque es que según él la docencia hace del contenido matemático el centro de la actividad del aula a la vez que destaca la comprensión de los estudiantes de ideas y procesos. Este enfoque de la enseñanza es similar a la "teoría significante de la docencia" (meaning theory of instruction) de Brownell (1935) en que también destaca la comprensión por parte de los estudiantes de las relaciones lógicas entre varias ideas matemáticas y los conceptos y la lógica subyacentes a los procedimientos matemáticos. Los criterios para juzgar los conocimientos de los estudiantes son similares a los del modelo centrado en el aprendiz.

Kuhs y Ball (1986) establecieron distinciones entre los dos primeros enfoques de la enseñanza por la forma en que se organiza la materia en cuestión. A diferencia del modelo centrado en el aprendiz, en el que las ideas e intereses de los estudiantes son las consideraciones principales, en el modelo centrado en el contenido, el contenido se organiza según la estructura de las Matemáticas, siguiendo alguna idea de ámbito y secuencia que el profesor pueda tener. Kuhs y Ball indicaron que lo que distingue la visión basada en el contenido, que destaca la comprensión conceptual, de las otras tres visiones, es "la influencia dual del contenido y del aprendiz. Por un lado, el contenido es central, pero por el otro, se considera que el entendimiento es construido por el individuo" (p. 15).

El tercer enfoque, el *centrado en el contenido con énfasis en la ejecución*, también se centra en el contenido matemático. Este enfoque es análogo a lo que Brownell (1935) describió como "teoría de ejercicio repetido" ("drill theory"). Es la visión de la enseñanza que se seguiría del enfoque instrumentalista de la naturaleza de las Matemáticas. Kuhs y Ball establecieron algunas premisas centrales de este enfoque.

- Las reglas son los bloques de construcción básicos de todo el conocimiento matemático, y toda la conducta matemática está regida por reglas.

- El conocimiento de las Matemáticas consiste en ser capaz de conseguir respuestas y hacer problemas empleando las reglas que se han aprendido.

- Los procedimientos de cálculo deben ser "automatizados".

- No es necesario entender la fuente o razón de los errores de los estudiantes; más tiempo de entrenamiento en la forma correcta de hacer las cosas conseguirá un aprendizaje apropiado.

- En la escuela, saber Matemáticas significa ser capaz de demostrar destreza en las habilidades descritas por objetivos docentes (1986, p. 22).

Según un enfoque instrumentalista de la enseñanza, el contenido se organiza según una jerarquía de habilidades y conceptos; se presenta secuencialmente a toda la clase, a grupos pequeños o a un individuo, siguiendo una evaluación previa de la destreza de los estudiantes en una serie de habilidades requeridas. Muchos programas docentes de ritmo autorregulado (*self-paced*) de principios de los años 70, tales como el programa de Instrucción Prescrita Individualmente [*Individually Prescribed Instruction (IPI)*], y el más reciente programa de Individualización Asistida por Equipo [*Team-Assisted Individualization (TAI)*], tienen como patrón una visión instrumentalista de la enseñanza de las Matemáticas. Desde una perspectiva instrumentalista, el papel del profesor consiste en demostrar, explicar y definir el material, presentándolo con estilo expositivo. Por consiguiente, el papel de los estudiantes es "escuchar, participar en interacciones didácticas (por ejemplo, responder a preguntas del profesor) y hacer

ejercicios o problemas empleando procedimientos que han sido modelados por el profesor o por textos (kuhs & Ball, p. 23).

De todos los modelos propuestos de la enseñanza de las Matemáticas, ninguno ha recibido tantas críticas como el modelo instrumentalista. Los críticos de este modelo no consideran que la capacidad de un estudiante para obtener respuestas correctas, realizar algoritmos y establecer definiciones sean evidencias de que "sepan" Matemáticas. A menudo estos críticos basan sus objeciones en informes de estudios (Erlwanger, 1975; Leinhardt, 1985; Schoenfeld, 1985) que documentan que los estudiantes con buen rendimiento en tareas matemáticas rutinarias tienen a menudo concepciones pobres y malentendidos significativos de las ideas matemáticas contenidas en esas tareas. A menudo se citan resultados de evaluaciones nacionales (Lindquist, 1989) e internacionales (Mckniht et al., 1987) para probar lo inapropiado de interpretar la destreza de cálculo como evidencia de conocimiento de las Matemáticas. Sin embargo, algunos críticos censuran el instrumentalismo por la teoría "esclava" ("*bond*") del aprendizaje implícita en él, y también en base a que tal docencia no ayuda a los estudiantes a entender la estructura de las Matemáticas (Steffe & Blake, 1983). Otra crítica que se ha proclamado, desde el enfoque de resolución de problemas de las Matemáticas, es que el instrumentalismo no implica activamente a los estudiantes en los procesos de exploración e investigación de ideas; por lo tanto, no sólo niega a los estudiantes la oportunidad de hacer Matemáticas "reales" sino que también representa las Matemáticas de una forma errónea a los estudiantes.

El cuarto y último de los enfoques distintivos de cómo deben enseñarse las Matemáticas identificados por Kuhs y Ball (1986) es el enfoque de la enseñanza *centrado en el aula*. En este enfoque es de importancia central la idea de que la actividad del aula debe estar bien estructurada y organizada eficientemente según conductas efectivas del profesor identificadas en estudios proceso-producto de la efectividad de la enseñanza. Kuhs y Ball observaron que a diferencia de los otros modelos de enseñanza de las

Matemáticas, este modelo, en su forma más pura, no trata cuestiones sobre el contenido de la instrucción. Más bien supone que el contenido lo establece el currículum escolar. Además, este modelo no se basa necesariamente en alguna teoría del aprendizaje particular: "El supuesto es que los estudiantes aprenden mejor cuando las lecciones en el aula están claramente estructuradas y siguen principios de docencia efectiva (por ejemplo, mantener expectativas altas, asegurar un entorno centrado en la tarea)" (Kuh & Ball, 1986, p. 27).

El modelo de enseñanza centrado en el aula considera que el profesor juega un papel activo en la dirección de todas las actividades del aula, presentando claramente el material de la lección a toda la clase o a subgrupos de ella, y facilitando oportunidades para que los estudiantes practiquen individualmente. Desde esta perspectiva, los profesores efectivos son aquellos que "explican, asignan tareas, controlan el trabajo de los alumnos ofreciéndoles retroalimentación y controlan el entorno del aula de forma efectiva, evitando, o eliminando, las interrupciones que pudieran interferir el flujo de la actividad planteada" (Kuh, y Ball, 1986, p. 26). Por consiguiente, el papel de los estudiantes consiste en escuchar atentamente al profesor y cooperar siguiendo direcciones, respondiendo preguntas y llevando a cabo las tareas asignadas por el profesor.

Los cuatro modelos de enseñanza de las Matemáticas identificados por Kuh y Ball (1986) son útiles para describir importantes diferencias entre los enfoques actuales de la enseñanza de las Matemáticas. Como en el caso de las concepciones de las Matemáticas, lo más probable es que la concepción de las Matemáticas de un profesor dado incluya varios aspectos de varios modelos y no se ajuste perfectamente a la descripción de un solo modelo. No obstante, como se ha dicho antes, la concepción de la enseñanza de las Matemáticas de un profesor puede caracterizarse en base a las creencias más psicológicamente centrales o lógicamente primarias que tenga el profesor (Green, 1971). Los modelos de enseñanza de los



profesores pueden mostrar inconsistencias debido a que son agrupaciones eclécticas de creencias, valores, proposiciones y principios (Thompson, 1984). Cuando se observan inconsistencias se puede inferir que las creencias inconsistentes han sido adquiridas de un modo aislado unas de otras. Cuando un profesor es consciente de tales inconsistencias y desea resolverlas relaciona unas creencias con otras para tratar de integrarlas en un sistema aparentemente coherente.

El hecho de que los modelos de aprendizaje descritos en esta sección no puedan emplearse para categorizar claramente a los profesores según sus creencias podría llevarnos a preguntarnos por qué los investigadores se molestan con ellos. La razón es que es importante que los investigadores interesados en el estudio de las creencias de los profesores hagan explícito, tanto a sí mismo como a los demás, las perspectivas desde las que enfocan su trabajo. Esto es particularmente importante debido a la naturaleza interpretativa de la mayoría de los estudios de esta línea de investigación. Sin información sobre la perspectiva desde la que se lleva a cabo el análisis, el lector puede tener dificultades para entender la significación de algunos resultados y descartar esta línea de investigación como algo simplemente interesante, pero inconsecuente. Es más, los modelos de enseñanza de las Matemáticas identificados por Kuhs y Ball (1986) pueden considerarse como constituyentes de una base de conocimientos consensual respecto a los modelos de enseñanza. De hecho, se corresponden bastante estrechamente con los modelos de enseñanza de las Matemáticas que propuso Ernest (1988) después de estudiar la literatura empírica y teórica sobre la educación matemática.

#### ***2.4.2. Relación entre creencias sobre la enseñanza y la práctica docente.***

En su mayoría, los estudios de la relación entre las creencias de los profesores sobre la enseñanza y la práctica docente han examinado la congruencia entre las creencias profesadas por los

profesores y su práctica observada. Los resultados no han sido tan consistentes, ni entre los diferentes estudios ni entre diferentes profesores, como los resultados obtenidos en el estudio de la relación entre las concepciones de la naturaleza de las Matemáticas y la práctica docente. Algunos investigadores han informado un alto grado de acuerdo (Grant, 1984; Shirk, 1973) entre las opiniones sobre la enseñanza de las Matemáticas profesadas por los profesores y su práctica docente, mientras que otros han informado de grandes contrastes (por ejemplo, Cooney, 1985; Shaw, 1989; Thompson, 1982).

Shirk, por ejemplo, examinó los marcos conceptuales de cuatro profesores de primaria en formación inicial y su relación con la conducta de los profesores cuando enseñaban Matemáticas a pequeños grupos de estudiantes de los primeros cursos de la enseñanza superior. Este autor describió los marcos conceptuales de los profesores en dos partes: las concepciones sobre la enseñanza de las Matemáticas de los profesores y sus concepciones de sus propios papeles como profesores. Shirk observó que aunque las concepciones de los profesores tenían elementos en común, la combinación exclusiva de los elementos en cada caso explicaba sus diferentes conductas docentes. También notó que las concepciones de los profesores parecían activarse en situaciones docentes, haciendo que los profesores se comportaran de formas consistentes con sus concepciones. De igual manera, Grant (1984) informó haber encontrado congruencia entre las creencias profesadas y la práctica docente de tres profesores de Matemáticas superiores.

Sin embargo, otros estudios han encontrado discrepancias entre las creencias sobre la enseñanza de las Matemáticas profesadas por los profesores y su práctica (Brown, 1985; Cooney, 1985). Dentro del marco de un mismo estudio, algunos profesores informaban profesar creencias sobre la enseñanza de las Matemáticas que eran muy consistentes con sus prácticas docentes, mientras que otros profesores del mismo estudio mostraban una gran disparidad (Thompson, 1984).

Las inconsistencias informadas en estos estudios indican que las concepciones de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas de los profesores y sus prácticas docentes no mantienen una relación causa-efecto simple. En vez de ello, los estudios sugieren una relación compleja, con muchas fuentes de influencia activas; una de esas fuentes es el contexto social en que se llevan a cabo la enseñanza de las Matemáticas, con todas las limitaciones que impone y las oportunidades que ofrece. Este contexto conlleva valores, creencias y expectativas de los estudiantes, los padres, otros profesores, y administradores; el currículum adoptado; las prácticas de evaluación; y los valores y las inclinaciones filosóficas del sistema educativo global.

Para explicar la influencia del contexto social sobre la práctica docente, Cooney (1985) describió las tensiones y conflictos que experimentó Fred entre sus fuertes opiniones sobre la enseñanza de las Matemáticas, en las que destacaba la resolución de problemas (problemas no estándar, recreativos que tenían más un fin motivacional que un objetivo matemático), y sus percepciones de la realidad de su situación de enseñanza, la cual, tal como él la describió imponía serios obstáculos a la puesta en práctica de sus puntos de vista, hasta el extremo de que tuvo que transigir en cuanto a su creencia de la resolución de problemas para aceptar las presiones para que cubriera la materia y mantuviera el control de la clase.

En una investigación llevada a cabo por Taylor (1990) sobre la influencia de las creencias del profesor sobre las prácticas de enseñanza constructivista se puede observar cómo un profesor de Matemáticas encuentra fuertes limitaciones externas procedentes de la naturaleza del currículum y de las características de los alumnos para implementar completamente su ideal de pedagogía constructivista.

Al hablar del efecto del contexto social sobre las decisiones y acciones docentes de los profesores, Ernest (1988) afirmó que "el efecto de la socialización es tan potente que, a pesar de tener diferentes creencias sobre las Matemáticas y su enseñanza, a

menudo se observa que los profesores de la misma escuela adoptan prácticas docentes similares" (p. 4).

Parece que cuando los profesores interactúan con su entorno, algunos de los profesores no experimentan conflicto entre sus creencias y su práctica, y otros aprenden a vivir con conflictos no resueltos, como es el caso de Fred. Sin embargo, otros profesores parecen reorganizar sus creencias en respuesta a las presiones encontradas en la enseñanza.

Las inconsistencias entre las creencias profesadas y la práctica observada también pueden ser debidas a los instrumentos que se han utilizado en la investigación, es decir en la forma en que se han medido las creencias de los profesores. Basarse en respuestas verbales a preguntas planteadas a un nivel abstracto de pensamiento como única fuente de datos es algo problemático. El hecho de que algunas de las creencias profesadas por los profesores son más una manifestación de un compromiso verbal con ideas abstractas sobre la enseñanza que una teoría operativa de la docencia, puede explicar algunas inconsistencias encontradas en la literatura (Shaw, 1989). Desde un punto de vista metodológico, no será apropiado considerar que la expresión verbal por sí sola sea evidencia de creencia. Scheffler (1965) advirtió esto cuando observó que "parece particularmente importante evitar confundir las disposiciones verbales con las creencias. Con este fin es crucial que reconozcamos no sólo las ramificaciones conductuales de las creencias, sino también la influencia de la motivación y del clima social sobre la expresión verbal" (p. 90).

Algunas de las inconsistencias también pueden ser debidas a las políticas estatales que pueden influir en las prácticas de los profesores sin afectar necesariamente sus opiniones. Del mismo modo, ciertas discrepancias observadas entre las creencias profesadas por los profesores y su práctica docente también pueden ser manifestaciones de ideales docentes que se tienen, pero que no pueden ser puestos en práctica debido a que los profesores no tienen las habilidades y el conocimiento necesarios para llevarlos a cabo.

Podríamos, pues, preguntarnos por qué ocurren las discrepancias entre las creencias y acciones de los profesores. Según Underhill (1986), hay diversas explicaciones plausibles. Primera, las creencias pueden representar ideales que son discrepantes con nuestra conducta. Segunda, las creencias pueden representar lo que deseamos pero no podemos conseguir porque no poseemos los conocimientos de las habilidades requeridas para la operacionalización. Y, tercera, nuestras creencias pueden estar dispuestas jerárquicamente, de tal forma que cuando las creencias entran en conflicto o cuando su operacionalización requiere un considerable trabajo y esfuerzo, nos decantamos por las que constituyen el mejor compromiso entre la importancia en nuestras jerarquías de creencias personales y la facilidad de operacionalización.

La discusión anterior debe dejar claro que la relación entre las concepciones de la enseñanza de los profesores y su práctica no es una relación simple. A pesar de todo, un supuesto que parece estar detrás de la mayoría de las investigaciones es que la relación es de causalidad lineal, donde primero están las creencias y después sigue la práctica. Sin embargo, la literatura sugiere que la relación es más compleja; en ella se produce un toma y daca entre creencias y experiencia, por lo que es de naturaleza dialéctica. En este aspecto, Cobb, Wood y Yackel (1990) observaron que "en nuestra opinión, las discusiones sobre la dirección de la supuesta causalidad están equivocadas; hay que reconceptualizar la propia naturaleza de la relación. Nuestro actual trabajo con profesores se basa en el supuesto alternativo de que las creencias y la práctica se relacionan dialécticamente "(p. 145).

En la literatura puede encontrarse respaldo para la idea de que las creencias influyen sobre la práctica del aula; las creencias de los profesores parecen actuar como filtros a través de los cuales aquéllos interpretan y asignan significados a sus experiencias al interactuar con los niños y con la materia. Pero, al mismo tiempo, muchas de las creencias y opiniones de los profesores parecen originarse y ser conformadas por las experiencias tenidas en el aula. Interactuando con su entorno, con todas sus demandas y

problemas, los profesores parecen evaluar y reorganizar sus creencias mediante actos reflexivos, algunos más que otros.

En base a sus datos, Thompson (1984) observó que la medida en que las concepciones de los profesores son consistentes con su práctica depende en gran medida de la tendencia de los profesores a reflexionar sobre sus acciones -a pensar sobre sus acciones en relación con sus creencias, con sus alumnos, con la materia, y con el contenido docente específico-. Es, por tanto, reflexionando sobre sus opiniones y acciones cómo los profesores se hacen conscientes de sus supuestos, creencias y opiniones tácitas, y de la forma en que se relacionan con su práctica. Mediante la reflexión, los profesores desarrollan lógicas coherentes para sus opiniones, supuestos y acciones, y se descubren alternativas viables. Ernest (1988) también reconoció el papel central que juega la reflexión sobre la enseñanza cuando observó que, reflexionando sobre el efecto de sus acciones sobre los estudiantes, los profesores desarrollan una sensibilidad para el contexto que les permite seleccionar y llevar a cabo una docencia situacionalmente apropiada, de acuerdo con sus propias opiniones y modelos.

### **2.4.3. Cambio de las concepciones de los profesores.**

Una creciente consciencia del papel que juegan las creencias de los profesores en la enseñanza, ha llevado a los investigadores a tratar una serie de cuestiones relacionadas: ¿Cómo se forman estas concepciones?, ¿Cómo evolucionan?. Particularmente, ¿cómo pueden modificarse?. La última cuestión ha guiado una serie de investigaciones centradas en la forma en que pueden cambiarse y enriquecerse las concepciones de las Matemáticas y de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas de los profesores.

Collier (1972) empleó escalas tipo Likert para medir creencias sobre las Matemáticas y la enseñanza de las Matemáticas de estudiantes de magisterio a lo largo de una dimensión formal-informal. El extremo formal de la dimensión se caracterizaba por ítems que describían las Matemáticas como rígidas y exactas, libres de ambigüedades y

contradicciones, y consistentes en reglas y fórmulas para resolver problemas. La visión formal de la enseñanza de las Matemáticas se definió en términos de ítems que destacaban la demostración por parte del profesor, la memorización de hechos y procedimientos, y aproximaciones aisladas a la solución de problemas. En cambio, el polo informal de la dimensión se caracterizó por ítems que describían las Matemáticas como algo de naturaleza estética, creativa e investigadora, que permitía múltiples aproximaciones a la solución de los problemas. La visión informal de la docencia de las Matemáticas se caracterizó por un énfasis en el descubrimiento por parte de los estudiantes, en la experimentación y la inventiva, en el uso de métodos de ensayo y error, y en la estimulación del pensamiento original. Collier (1972) definió un cociente de ambivalencia y lo empleó, así como la dimensión formal-informal, para describir las creencias de futuros profesores en diferentes etapas del programa preparatorio. Después de analizar los datos obtenidos, concluyó que, teniendo en cuenta la naturaleza transversal de las muestras, los resultados indicaron una ligera progresión de las creencias de los profesores hacia una visión informal de las Matemáticas y de la docencia de las Matemáticas a medida que avanzaba el programa.

En su estudio de cuatro estudiantes de magisterio incluidos en un curso de métodos matemáticos, Shirk (1973), a diferencia de Collier, no encontró cambios discernibles en las concepciones de los profesores. Shirk observó algunos cambios en la conducta docente, pero indicó que esos cambios eran consistentes con las concepciones de los profesores.

Más recientemente, McDiarmid (1990), diseñó una experiencia de campo para estudiantes de magisterio que supusiera el poner en cuestión sus creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. La experiencia consistió en enfrentarlos deliberadamente con sus creencias mediante sucesivos encuentros con una profesora no tradicional de tercer curso de primaria, enseñando un determinado tópico matemático. Algunos de los estudiantes de magisterio intentaron mantener intactas sus creencias después de la experiencia de campo vivida, mientras que otros estudiantes se mostraron dispuestos a replantearse sus ideas y creencias, pero manifestaban no estar preparados para transferir lo que han aprendido en esta experiencia. Demuestra McDiarmid que los efectos del curso experimental o de la experiencia de campo son muy

escasos y concluye diciendo que el sistema de creencias de los estudiantes de magisterio sobre la enseñanza, el aprendizaje, los alumnos, las asignaturas y el contexto es como una poderosa tela de araña en la que el hecho de romper alguno de los hilos no hace que la totalidad del entramado se destruya o deshaga, sino que muy al contrario dicha red bien tejida permanece intacta y fuertemente estructurada, demostrando con ello su alta resistencia a la destrucción.

En su conjunto, los resultados de Collier (1972), Shirk (1973) y McDiarmid (1990) sugieren que las concepciones de los futuros profesores no son fácilmente alterables, y que no deben esperarse cambios notables durante periodos cortos de formación. Cabría preguntarse si sería posible obtener resultados más alentadores que los informados por Collier o Shirk, obtenidos en intervenciones de duración comparables, pero diseñados específicamente para inducir cambios en las concepciones de los profesores.

A este respecto habría que citar un estudio realizado por Meyerson (1978), que informó de los resultados de una de esas intervenciones en un curso de metodología de formación inicial para profesores de Matemáticas de secundaria. El curso estaba diseñado para producir cambios en la concepción que los participantes tenían del conocimiento con respecto a las Matemáticas y a la enseñanza de las Matemáticas. Meyerson informó de un cierto éxito en el cambio de la posición de los profesores, observando que el factor clave en la consecución del cambio era la duda. "Dudar de la relación de uno con la autoridad y reexaminar las propias creencias, fueron esenciales para el cambio" (p.137).

Un estudio más reciente que examinaba el efecto de cursos sobre las concepciones matemáticas de estudiantes de magisterio fue el realizado por Schram, Wilcox, Lanier y Lappan (1988). Schram et al. se propusieron examinar los cambios en los conocimientos de Matemáticas, del aprendizaje de las Matemáticas y de la enseñanza de las Matemáticas de estudiantes preuniversitarios de educación, a través de una secuencia de tres innovadores cursos de Matemáticas. Los cursos destacaban el desarrollo conceptual, el trabajo en grupo y actividades de resolución de problemas. Los cambios en la forma de pensar en las Matemáticas de los estudiantes se atribuyeron a su participación en uno de los cursos de la secuencia. Al final del curso de 10 sesiones se informaron cambios en las



concepciones de los participantes de la naturaleza de las Matemáticas, de la estructura de las clases de Matemáticas y de los procesos de aprendizaje de las Matemáticas.

Schram y Wilcox (1988) también realizaron estudios de casos de dos futuros profesores de primaria que asistían al primero de los tres cursos. Los estudios de casos se centraron específicamente en las opiniones de los estudiantes sobre cómo se aprenden las Matemáticas y qué significa saber Matemáticas. Las opiniones de los estudiantes se examinaron en base a un marco desarrollado por los investigadores, que consistía en tres niveles que reflejaban diferentes orientaciones de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. Aunque uno de los estudiantes cambió sus opiniones originales sobre el significado de saber Matemáticas, el otro pareció asimilar las nuevas experiencias e ideas conceptuales modificándolas para que se ajustaran a sus concepciones originales.

El fenómeno de la modificación por parte de los profesores de nuevas ideas para ajustarse a los esquemas existentes no se entiende bien. De todas formas, entender el por qué los profesores hacen esto en vez de reestructurar sus esquemas actuales es de máxima importancia para producir el cambio. Skemp (1978) propuso el siguiente como uno de los cuatro factores que contribuyen a la dificultad del cambio de las prácticas docentes de los profesores: "La gran dificultad psicológica que supone para los profesores acomodar (reestructurar) sus esquemas existentes mantenidos durante mucho tiempo, incluso para la minoría que sabían que tenían que hacerlo, querían hacerlo, y tenían tiempo para estudiar" (p. 13).

De todas formas, generalmente los estudios que han analizado el cambio en las creencias de los profesores no han ofrecido los análisis detallados necesarios para aclarar la cuestión de por qué es tan difícil para los profesores acomodar sus esquemas e internalizar nuevas ideas. Una mejor comprensión de las fuentes de esta dificultad es crítica para el diseño de buenos y potentes programas de formación y mejora de profesores, programas que vayan más allá de simplemente elevar el nivel de entusiasmo de los profesores participantes. Esos análisis detallados deberían tratar de explicar, al menos en parte, por qué es que de entre un grupo de profesores participantes en un programa para profesores en activo, sólo unos pocos salen llevando o intentando llevar a cabo las

nuevas ideas con alguna medida de éxito -algo de lo que pueden atestiguar con pesar todos aquellos que trabajan estrechamente con profesores-. Desafortunadamente, la literatura sobre el cambio en los profesores, aunque rica en consejos, no ofrece explicaciones de este fenómeno. Es más, esos consejos se basan en supuestos que pueden estar enfrentados con los objetivos de muchos programas de intervención.

Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang y Loef (1989) realizaron en la Universidad de Wisconsin una serie de estudios que informaron de un alto grado de éxito en el cambio de las creencias y las prácticas de profesores. Los estudios se diseñaron para investigar el efecto que tendría en la práctica docente de profesores de primaria la información relacionada con el pensamiento de los niños a la hora de resolver problemas con enunciados verbales que implicaban sumas y restas. Carpenter et al. observaron importantes cambios en las decisiones docentes de los profesores; según informan, los profesores también pasaron más tiempo de clase escuchando a sus alumnos cuando explicaban las estrategias de resolución de problemas, y menos tiempo haciendo que los estudiantes realizaran actividades rutinarias.

Taylor (1990) informa del cambio de creencias de un profesor sobre las prácticas de enseñanza, desarrollando una investigación colaborativa para poner en práctica una instrucción guiada cognitivamente en un instituto de enseñanza secundaria. Al principio del estudio la práctica establecida por el profesor en el aula reflejaba una epistemología positivista y su interés técnico por el currículum. Su papel era el de director en el aula porque: a) le permite ser un eficiente suministrador de contenidos; b) le facilita el establecimiento de un ambiente de aprendizaje centrado en el profesor, en el cual los alumnos atienden, sin interactuar durante un largo período de tiempo, a las presentaciones dirigidas por el profesor al conjunto y totalidad de los alumnos de la clase. La práctica de este profesor promovió el conocimiento matemático como si fuera una mercancía o producto externo el cual podía ser transmitido a unos estudiantes receptivos en el foro de una clase conjunta.

Durante el proceso de cambio conceptual, el profesor desarrolló las siguientes creencias: a) los alumnos construyen su propio conocimiento matemático, y lo hacen de tal modo y en tal medida que está en estrecha

dependencia con el conocimiento previo que posean; b) el profesor debe proporcionar oportunidades a los alumnos para que comprendan que el aprendizaje es algo que se centra en sí mismos y en el profesor, pudiendo adoptar así un papel interactivo; c) el profesor debe reconocer la naturaleza privada de la construcción del conocimiento por parte de los alumnos.

Después del cambio conceptual, el profesor continuó pensando que el aprendizaje de los alumnos debería estar fundamentado, sobre todo, en que todos ellos fueran capaces de cubrir los mismos contenidos.

Las fuertes limitaciones externas procedentes de la naturaleza del currículum le impedían proporcionar a sus alumnos una instrucción apropiada a ellos.

Si se está de acuerdo en que un importante objetivo de los estudios centrados en el cambio de las concepciones y la práctica de los profesores es aclarar qué pasa cognitivamente a los profesores cuando participan en estos programas, parecería necesario estudiar en profundidad a profesores individuales y hacer análisis detallados de sus procesos cognitivos. Una de esas investigaciones fue un estudio de casos de una profesora realizado por Cobb, Wood y Yackel de la Universidad de Purdue (1990). Los resultados obtenidos en su estudio llevaron a los investigadores a afirmar que "el momento crucial de nuestro desarrollo de una relación colaborativa con la profesora del proyecto fue cuando ella empezó a darse cuenta de que su práctica podía ser problemática" (p. 131-132). Cobb et al. destacaron la importancia del hecho de que los profesores vieran su actual práctica como problemática, constituyendo esto alguna especie de estado mental requerido necesario para establecer una colaboración beneficiosa entre profesores e investigadores o formadores de personal (staff developers). Cobb et al. emplearon el aula de la profesora como un entorno en el que la profesora aprendía actuando y reflexionando sobre sus acciones. El papel de los investigadores consistió en ayudar a la profesora a "desarrollar razones y motivaciones personales, basadas en la experiencia, para organizar su práctica en el aula" (Cobb et al., 1990, p. 144) y ayudar a la profesora a hacer esto en vez de mostrarle cómo enseñar de una manera determinada.

En los últimos años estamos asistiendo a la incorporación de diversos estudios empíricos encaminados a comprobar si los programas de formación dan lugar a cambios en las concepciones que los profesores sostienen acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. Estos estudios nos vienen a confirmar la importancia que actualmente tiene el estudio de las creencias de los profesores si se desea llevar a cabo la incorporación de estrategias más innovadoras a la enseñanza de las Matemáticas. Entre estos estudios podemos citar los realizados por Wood, Cobb y Yackel (1991), que llevaron a cabo un proyecto continuado de investigación sobre las Matemáticas de un año de duración, basado en las concepciones constructivistas del aprendizaje, en una clase de 2º grado. La profesora cambió sus creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje. Estos cambios se produjeron a medida que la profesora resolvía conflictos y dilemas que surgieron entre su práctica de enseñanza previa y el énfasis del proyecto sobre la construcción de significados matemáticos en niños de 8 años.

Remillard (1992), por su parte, informa del caso de un profesor de quinto grado que considera que la aplicación y el pensamiento crítico son las características más relevantes de los cambios que necesita la enseñanza de las Matemáticas. Según este profesor, las reformas necesarias consisten en cambios que él puede introducir en su currículo actual y en sus estrategias de enseñanza sin necesidad de cambiar sus prácticas pedagógicas ni sus creencias sobre las Matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje.

Mosenthal (1995) documenta en un artículo el cambio que se produjo en la forma de pensar de dos profesores de primaria con relación a la enseñanza de las Matemáticas después de participar un año y medio en un programa de formación en servicio activo. Los datos de las entrevistas realizadas antes y después de la participación de los sujetos en los programas indicaron que, con el tiempo, los profesores dieron más importancia a la investigación como componente de las asignaturas y como objetivo de la enseñanza. Este cambio se manifestó en los cambios que los sujetos mostraron en la organización de la enseñanza y en la interacción con los alumnos, pero también estuvieron implícitos en las explicaciones de los sujetos sobre su forma de enseñar y en las preguntas

que plantearon acerca de la interacción con los alumnos durante la enseñanza.

Para estudiar el cambio de creencia de los profesores, Wilson (1994) examina en un artículo la evolución del conocimiento y las creencias de una profesora de Matemáticas de secundaria en formación inicial mientras participaba en un curso de enseñanza de las Matemáticas que destacaba las conexiones y aplicaciones matemáticas y pedagógicas del concepto de funciones. La comprensión inicial de la profesora de las funciones como actividades de cálculo fue consistente con su visión más general de las Matemáticas como una colección de procedimientos concretos. Aunque su comprensión de las funciones aumentó considerablemente durante el estudio, su enfoque anticipado de la enseñanza, dominado por una estrechez de miras en relación a las Matemáticas se vio afectado significativamente por las actividades del curso.

McDevitt et al. (1993) examina los efectos de un programa modelo sobre las actitudes de los profesores hacia las ciencias y las Matemáticas y sus creencias sobre las características deseables de la enseñanza. Todos los sujetos querían llegar a ser profesores de primaria. Los alumnos que participaron en el proyecto acabaron convencidos de que la enseñanza debía animar a los niños y niñas a aprender ciencias y Matemáticas y a interesarse por ellas.

Los análisis en profundidad y las explicaciones detalladas del cómo los profesores internalizan nuevas ideas y desarrollan nuevas prácticas docentes nos pueden ayudar a comprender mejor los procesos cognitivos implicados en el cambio de las concepciones y las prácticas de los profesores. Desde un punto de vista práctico, esas explicaciones detalladas deberían ser particularmente valiosas en una época en la que las administraciones estatales y autonómicas están invirtiendo una considerable cantidad de fondos en programas de preparación y mejora del profesorado.

#### **2.4.4. Resumen y direcciones futuras.**

Los estudios de la relación entre las creencias y la práctica de los profesores nos llevan a cuestionar la validez de dos supuestos

subyacentes a una serie de estudios. Uno de ellos es que los sistemas de creencias son entidades estáticas que hay que descubrir. El segundo supuesto es que la relación entre creencias y práctica es una relación lineal-causal simple. Los análisis en profundidad de la naturaleza de la relación entre creencias y práctica sugieren que los sistemas de creencias son estructuras mentales dinámicas y permeables, susceptibles de cambio a la luz de la experiencia. La investigación también sugiere que la relación entre creencias y práctica es dialéctica, no una relación causa-efecto simple. Así, los futuros estudios, particularmente los relacionados con la inducción al cambio, deberían tratar de elucidar la dialéctica entre las creencias y la práctica de los profesores, en vez de tratar de determinar si los cambios de creencias provocan cambios en la práctica y cómo lo hacen.

En otra parte de este capítulo hemos señalado que algunos educadores han afirmado que debido a las estrechas conexiones conceptuales entre creencias y conocimiento, para los investigadores no es útil distinguir entre las creencias de los profesores y sus conocimientos. En vez de ello, tendrían que buscar si las creencias de los profesores -o lo que ellos pueden considerar conocimientos-, se relacionan con su experiencia, y cómo lo hacen. Debido a esta disputa, parece más útil que los investigadores centren sus estudios en las concepciones de los profesores -estructuras mentales que abarcan tanto las creencias como cualquier aspecto del conocimiento de los profesores relacionado con su experiencia, tales como significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales y similares- en vez de simplemente las creencias de los profesores.

Una cuestión que virtualmente no ha recibido ninguna atención por parte de los investigadores de las concepciones de los profesores es la medida con que las concepciones de los profesores y los estudiantes interactúan durante la docencia. La investigación documentada indica que las concepciones de los profesores se reflejan, en su mayoría, en sus prácticas docentes. Pero sabemos poco sobre cómo, a su vez, las prácticas docentes comunican esas concepciones u otras a los estudiantes, si lo hacen de alguna

manera. En tanto en cuanto se observa congruencia entre las creencias matemáticas de los estudiantes (Shoenfeld, 1983) y las de los profesores (Thompson, 1988), es natural inferir que se produce alguna comunicación. Es más, debido a que los profesores son los mediatizadores principales entre la materia de las Matemáticas y los estudiantes, también es natural inferir que las concepciones de los profesores son comunicadas de hecho a los estudiantes a través de la práctica en el aula. Sin embargo, esta cadena de inferencias está aún por validar empíricamente. Los análisis profundos de la naturaleza de esa interacción nos pueden aportar gran cantidad de información.

Algunos estudios empíricos informan de los resultados encontrados en la investigación sobre las creencias de los alumnos, como el realizado por Nolan y Nicholls (1993), que exploran las creencias de los profesores y de los alumnos acerca de la efectividad de diversas estrategias de enseñanza de los profesores para motivar el aprendizaje de las Matemáticas entre los alumnos. Encontraron diferencias entre las creencias de los alumnos de mayor edad y los de menor edad, ya que los primeros fueron más selectivos en las estrategias utilizadas por los profesores, rechazando el halago evaluador y las atribuciones que los profesores hacían del fracaso a la falta de esfuerzo y del éxito a la mayor capacidad. Las evaluaciones de los profesores difirieron de las de los alumnos en muchas estrategias, no observaron, sin embargo, diferencias entre los profesores.

Por su parte, Middleton (1995) examina la relación entre las creencias relacionadas con la motivación intrínseca en el aula de Matemáticas de profesores y alumnos. Quince alumnos y quince profesores distinguieron lo que ellos pensaban que hacía a las Matemáticas algo intrínsecamente motivador. Los resultados revelaron que los sistemas de creencias de ambos grupos eran similares y que tendían a destacar la interrelación existente entre los niveles de excitación y de control. A pesar de estas similitudes, la medida en que los profesores anticipan la motivación de sus alumnos parece depender más de su concepción personal de la motivación intrínseca que de sus creencias en relación con sus

alumnos. La mayoría de los profesores tenían poco conocimiento sobre las creencias motivacionales de sus alumnos. Sin embargo, los profesores que pueden predecir las creencias de los alumnos pueden estar mejor capacitados para adaptar su enseñanza de forma que haga atractiva las Matemáticas para los chicos.

Spangler (1992) concede una gran importancia al estudio de las creencias de los alumnos, porque, según él, la evaluación de dichas creencias puede ayudar a los profesores a planificar la instrucción y a estructurar convenientemente el ambiente el ambiente de clase, así como ayudar a los alumnos a desarrollar más creencias lúcidas acerca de las Matemáticas y el aprendizaje de las Matemáticas. Spangler, sin embargo, señala que no es fácil suministrar a los profesores información acerca de las creencias de sus alumnos, considerados individualmente, aunque las discusiones en clase, unidas a observaciones de las interacciones en ambientes matemáticos, pueden dar a los profesores información valiosa acerca de las creencias que influyen en el aprendizaje matemático de sus alumnos.

#### ***2.4.5. Contribuciones e implicaciones.***

No cabe duda de que las creencias y concepciones de los profesores de Matemáticas se ha ganado un lugar dentro de la investigación de la educación de las Matemáticas. Lo que aún no está claro es la contribución que esta nueva línea de investigación puede hacer a la educación de las Matemáticas.

Después de examinar la literatura, las contribuciones parecen ser aún muy tenues y van dirigidas a las siguientes áreas de la educación matemática: formación de profesores de Matemáticas; investigación sobre la formación de profesores; investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.

##### *A. Contribuciones a la formación de profesores de Matemáticas y a la investigación sobre la formación de profesores.*

La investigación de las concepciones de las Matemáticas y de su enseñanza puede servir de estímulo para que los formadores de



profesores de Matemáticas y formadores de personal reexaminen aspectos de su trabajo. Algunos formadores, por ejemplo, ya han empezado a formularse algunas preguntas, como: ¿Qué concepciones de las Matemáticas y de la enseñanza de las Matemáticas traen consigo los profesores de formación inicial y en activo a los programas de formación de profesores?, ¿Qué pueden ofrecer estos programas para respaldar o cuestionar esas concepciones?.

Parece evidente que es necesario desarrollar, en pos de una adecuada formación del profesorado de Matemáticas, estudios descriptivos de la enseñanza que presten atención a los estados mentales y procesos cognitivos de los profesores. La información recogida a través de estos estudios puede ser muy valiosa para ayudar a los profesores a reflexionar sobre sus propias creencias y prácticas. Precisamente, la Conferencia sobre la Enseñanza Efectiva de las Matemáticas de la Agenda de Investigación para el Proyecto de Educación Matemática (Cooney, Grouws & Jones, 1988) se ha propuesto usar esta información para ayudar a los profesores de todos los niveles a reflexionar sobre su enseñanza. Clark (1988), por su parte observó que la investigación sobre el pensamiento de los profesores no constituye la base para una revisión de la formación de profesores, sino que lo que trata es de racionalizar, justificar y entender las prácticas que se han estado empleando durante mucho tiempo en la formación de profesores.

La influencia que tienen las concepciones de los profesores sobre su práctica puede ayudarnos a dilucidar el debate sobre si los profesores deben ser formados o altamente entrenados, informándonos del peligro que puede representar la preparación de los profesores basada en el entrenamiento en habilidades y competencias específicas y bien definidas -una práctica muy extendida en la investigación proceso-producto de los 60 y 70-.

Muy pocos profesores tienen una perspectiva histórica y filosófica informada de las Matemáticas. Más bien parece que es la persistente influencia de sus experiencias matemáticas preuniversitarias las que conforman sus concepciones, de modo que la naturaleza de esta disciplina es transmitida por la propia

manera de cómo se lleva a cabo la docencia del contenido de las Matemáticas. De ahí que parezca necesario incluir en los currícula cursos de historia y filosofía de las Matemáticas para poderlas conceptualizar de otro modo, aunque estamos seguros de que el modo de cómo se aprendieron las Matemáticas va a decidir en gran medida la concepción que tengamos sobre esta disciplina. En los programas de formación de profesores en concreto, es muy importante la revisión de la influencia que podrían tener nuestras propias concepciones sobre la forma en que interpretan e internalizan nuestros estudiantes las experiencias que les ofrecemos.

*B. Contribuciones a la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.*

La investigación sobre la enseñanza ha experimentado un profundo cambio como consecuencia de los estudios realizados sobre las concepciones de los profesores. Este cambio se establece desde una concepción conductual de la enseñanza a una concepción que considera a los profesores seres racionales. En los años 60 y 70 el interés de las investigaciones sobre la enseñanza se basaba en determinar, en la medida de lo posible, las habilidades o competencias que debía tener el profesor para lograr un aprendizaje más efectivo en sus alumnos. Actualmente, y con la incorporación de estudios que tienen en cuenta sobre todo el pensamiento de los profesores, la enseñanza es analizada desde una perspectiva de los profesores, que pueden llegar a apreciar todo el efecto que tienen sus concepciones y valores personales en el aprendizaje de los alumnos, así como comprender las perspectivas que sus alumnos tienen sobre el aprendizaje matemático.

Con la adopción de nuevos métodos de investigación, la comunidad educativa matemática actual es capaz de conocer que era ingenuo, por ejemplo, tratar de medir el conocimiento de las Matemáticas de los profesores según el número de cursos de Matemáticas a nivel universitario y tratar de encontrar conexiones entre el conocimiento de las Matemáticas, medido de esta manera,

y la efectividad de la enseñanza, medida según el aumento de las notas de los alumnos. También era inapropiado intentar definir la efectividad de los profesores por las conductas asociadas con el aumento de las notas de los alumnos. Teniendo en cuenta la influencia que tienen las concepciones de los profesores en la enseñanza, la comunidad educativa ha llegado al reconocimiento de que no hay ninguna descripción de la enseñanza adecuada sin que incluya una consideración acerca de las creencias e intenciones de profesores y estudiantes (Fenstermacher, 1980).

Analizando en profundidad la relación entre las creencias y las prácticas de los profesores, nos lleva a considerar el aula de Matemáticas como una unidad organizada socialmente donde "se producen situaciones sociales a cada momento a través de la interacción de sujetos reflexivos" (Bauersfeld, 1980, p. 30). Podemos, por tanto, concluir diciendo que la investigación sobre las creencias de los profesores nos ha aclarado el hecho de que no se puede emplear ningún modelo simple de enseñanza y aprendizaje para explicar las acciones de los profesores y los estudiantes en el aula.

Otra contribución importante de esta nueva línea de investigación a la investigación sobre la enseñanza es el hecho de destacar la relevancia de la "reflexión" de los profesores como vehículo de crecimiento del conocimiento. El profesor es capaz de contemplarse a sí mismo y de revisar su trabajo como docente, pudiendo llegar a una actitud de investigación sobre su propia teoría y práctica para procurar mejorar su labor. Aunque la literatura sobre la reflexión de los profesores está creciendo rápidamente, sin embargo, la contribución de los educadores de Matemáticas a esa investigación se ha producido principalmente a través de estudios de las creencias de los profesores de Matemáticas.

Dentro del estudio de las creencias y concepciones de los profesores, una gran parcela la ocupa la investigación referida a la relación entre las concepciones de los profesores y las concepciones de los estudiantes. Aunque puede parecer plausible suponer que las concepciones de los profesores influyen en las

concepciones de los estudiantes, no se sabe con claridad nada sobre la medida en que los profesores comunican sus concepciones matemáticas a los estudiantes, ni sobre la forma en que esto ocurre. Tampoco se sabe cómo pueden afectar las visiones que los estudiantes tienen sobre la materia en las decisiones y acciones docentes de los profesores, así como sobre sus visiones de la materia. No cabe duda de que los resultados de esas investigaciones serían muy importantes para las implicaciones prácticas de la educación matemática.

### *C. Implicaciones prácticas.*

Los estudios citados en este capítulo indican que, como en el caso de los niños, las concepciones de los profesores suponen algo más que simplemente conocimientos de contenidos matemáticos y habilidades pedagógicas específicas. De hecho implican conocimientos y creencias sobre las Matemáticas, sobre las reglas activas mientras se enseña y aprende la materia, y más. Gran parte de esto no se enseña explícitamente en los cursos de formación inicial, ni en los programas de perfeccionamiento del profesorado, sino que debe aprenderse de la experiencia en el aula.

Los formadores de profesores deben investigar formas de ayudar a los profesores a reflexionar sobre sus propias prácticas; buscar modos de ayuda para que los profesores lleguen a ser conscientes de las reglas y creencias implicadas que operan en sus aulas, y ayudarles a examinar sus consecuencias. Los formadores de profesores deben considerar que su papel no consiste en presentarse ante los profesores como autoridades pedagógicas que poseen todas las respuestas; más bien deberían enseñar a los profesores a examinar sus creencias y prácticas para que sean capaces de considerar alternativas a sus actuales prácticas y desarrollar razones personales para justificar sus acciones. Los profesores deberían desarrollar motivaciones intrínsecas que guíen su práctica docente y que provengan de sus propias experiencias en el aula. Los formadores de profesores podrían ayudar a los profesores a considerar, por ejemplo, los puntos débiles de sus prácticas actuales con el fin de considerar otras alternativas. Sólo

de este modo es posible que pueda empezarse una verdadera colaboración entre profesores y formadores de profesores.

No debemos tomar a la ligera la tarea de ayudar a los profesores a cambiar sus prácticas y concepciones. Los intentos de aumentar los conocimientos de los profesores demostrando y presentando información sobre técnicas pedagógicas no han producido los resultados deseados. De hecho, la investigación revisada aquí, sugiere que las concepciones que los profesores tienen de las Matemáticas, de cómo deben enseñarse y de cómo aprenden los niños, están profundamente arraigadas. La investigación nos advierte de los peligros de subestimar la robustez de esas concepciones y prácticas. La tendencia de los profesores a interpretar nuevas ideas y técnicas mediante marcos mentales antiguos -incluso cuando las ideas no han sido adoptadas con entusiasmo- debería alertarnos del error que supone medir los frutos de los trabajos de los formadores de modo superficial. Debemos considerar el cambio como un proceso a largo plazo resultante de la comprobación de alternativas en el aula, de la reflexión sobre los méritos relativos de estas alternativas en relación con los objetivos del profesor, y del compromiso con una o más alternativas, todo ello por parte del profesor.

Es improbable que se produzcan cambios en las prácticas de los profesores debidos a la presentación, examen o discusión de los estudios de investigación por sí solos. El que tales intentos tengan un efecto depende de la medida con que los profesores acomoden sus concepciones a las nuevas ideas y, si lo hacen, de cómo se traducen esas ideas a acciones. Schon (1987) observó que:

"En el terreno de la práctica profesional, las ciencias aplicadas y la técnica basada en la investigación ocupan un espacio de importancia crítica aunque limitada, lindante en varios sitios con el arte. Hay un arte de enmarcado del problema, un arte de la puesta en práctica, y un arte de la improvisación -todos ellos necesarios para mediar el uso en la práctica de las ciencias aplicadas y la técnica-" (p. 13).

Finalmente, como investigadores interesados en la cognición de los profesores en tanto en cuanto se relaciona con la enseñanza

de las Matemáticas, podemos empezar a investigar cómo aprenden los profesores de sus experiencias en el aula mientras interactúan con los alumnos y con la materia, cómo podrían asimilar nueva información relacionada con las Matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, y cómo se internaliza esa información. Las explicaciones detalladas de esos procesos en forma de modelos explicativos pueden ser de lo más útil para los formadores de profesores.

### **3. LA INVESTIGACIÓN SOBRE LA PRÁCTICA DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.**

### **3.1. Nivel de complejidad de la investigación sobre los profesores de Matemáticas.**

Para entender plenamente la actual investigación tenemos que conocer previamente algo de la historia de la investigación de la enseñanza de las Matemáticas. La investigación de la enseñanza ha pasado por varios períodos de reforma. Rosenshine (1979) y Medley (1979) han revisado la investigación de la enseñanza en términos de varias fases o ciclos. El primero de ellos considera que hay tres ciclos:

1<sup>er</sup> ciclo: Centrado en la personalidad y características de los profesores.

2<sup>o</sup> ciclo: Centrado en la interacción profesor-estudiante.

3<sup>o</sup> ciclo: Centrado en la atención de los estudiantes y el contenido dominado por éstos.

Madley establece también tres ciclos:

1<sup>er</sup> ciclo: Identificación de los profesores efectivos, mediante los métodos que empleaban.

2<sup>o</sup> ciclo: Observación de las conductas de los profesores y el clima de clase.

3<sup>er</sup> ciclo: Mediante el dominio de los profesores de un repertorio de competencias.

Las revisiones de estos dos autores se hacen teniendo en cuenta el punto de vista cronológico o histórico. Sin embargo, en el presente capítulo nos interesa examinar la investigación de la enseñanza desde una perspectiva más compleja, presentando cuatro niveles de complejidad y sus modelos representativos, que reflejan los cambios y progresos en la investigación sobre la enseñanza.

#### **Nivel 1**

En este nivel se estudia la efectividad del profesor teniendo en cuenta aisladamente un componente particular de la enseñanza o una característica específica del profesor, prestando poca o ninguna atención a otros factores o calidad de la enseñanza. Esta investigación se centró en "los profesores" más que en la "enseñanza". Los primeros ejemplos de este tipo de investigación son los estudios, alrededor de los años 1950, que examinan las características de los profesores (por ejemplo, los años



de experiencia docente, el número de cursos de Matemáticas recibidos, etc.) y sus rasgos de personalidad (por ejemplo, el entusiasmo). Las características de los profesores no se medían, sino que los profesores efectivos se identificaban en base a opiniones de inspectores, directores y, ocasionalmente, de los alumnos. En base a esta información se extraían conclusiones sobre si una característica o rasgo particulares se asociaba con profesores efectivos. Estos estudios incluyen los realizados por Charters y Waples (1929) y Barr y Emans (1930), que identificaron rasgos tales como el buen juicio, la consideración, el entusiasmo, el magnetismo personal, la apariencia personal y la lealtad como características importantes de los profesores.

Ejemplos posteriores del Nivel 1 incluyen estudios que examinan sólo un componente del proceso de enseñanza-aprendizaje. Algunas veces estos estudios eran experimentos en los que sólo se cambiaba de alguna manera un aspecto del proceso de enseñanza. Dos grupos de estudios ofrecen ejemplos de esta investigación del Nivel 1. Los estudios tales como los de Skipp y Deer (1960), Shuster y Pigge (1965), Zahn (1966), Sindelar, Gartland y Wilson (1984) y Seifert y Becl (1984) examinaban la asignación del tiempo en las clases de Matemáticas. Estos estudios examinaban si el empleo de más o menos tiempo en las explicaciones o exposiciones del profesor, la práctica o trabajo en el pupitre llevaba a un mayor logro por parte de los estudiantes. Smith y Cotten (1980), y Hines, Cruickshank y Kennedy (1985) examinaron la cuestión de la claridad de los profesores, y contrastaron lecciones con varios grados de vaguedad y discontinuidades para determinar qué lecciones eran mejores para los estudiantes.

Este nivel 1, denominado también Paradigma Presagio-Producto, busca el criterio del profesor eficaz, en función de las características y capacidades que definen su personalidad: Concibe la eficacia docente (variable producto) en función de las características de personalidad (variables presagio) de los profesores (Getzels y Jackson, 1963). Representa, pues, el trabajo sobre la efectividad de los profesores, siendo un modelo bastante simplista.

## **Nivel 2**

Los estudios de este nivel son más complejos que los estudios del Nivel 1. Normalmente se incluyen observaciones múltiples de la clase en las que se recogen muchos detalles sobre la instrucción de las Matemáticas. Representa, pues una superación del modelo de investigación presagio-producto y puede denominarse paradigma Proceso-Producto. Se observan los procesos de la clase (definidos normalmente como qué es lo que está pasando en la clase) y se anota la frecuencia de conductas particulares de los profesores y los estudiantes. En este modelo son muy importantes los supuestos de que la conducta del profesor influye sobre la conducta del alumno y de que la conducta del alumno influye en la conducta del profesor. Una característica esencial de estos estudios es la documentación minuciosa de lo que *hacen* los profesores y los alumnos durante la instrucción de las Matemáticas. Esto incluye normalmente el desarrollo de esquemas de codificación bastante elaborados para registrar los eventos de la clase durante la observación. Para analizar la conducta del profesor y/o de los alumnos se construyen gran número de sistemas observacionales, compuestos por categorías cuyo objetivo es cuantificar la frecuencia con que se usan ciertas conductas. A menudo también se observan las interacciones profesor-alumno. Los ejemplos de conductas codificadas en algunos estudios incluyen tipos de preguntas que se hacen, extensión de las respuestas a las preguntas, número y tipo de ejemplos empleados, cantidad de tiempo instruccional dedicado a actividades de práctica, frecuencia de uso de materiales manipulativos, cantidad de tiempo asignado al desarrollo de nuevos conceptos y cantidad de tiempo empleado en actividades de repaso. A menudo no se ofrece una base teórica del uso de categorías de observación particulares: en vez de ello normalmente se da un argumento lógico. Entonces se correlacionan los resultados de los estudiantes (normalmente puntuaciones de pruebas de logro) con la frecuencia de las conductas observadas para determinar qué conductas se asocian con grandes ganancias de aprendizaje. Es decir, se asume el principio de "dirección de causalidad" de rendimiento académico (Doyle, 1977), lo que condujo a que se realizaran estudios, en primer lugar, correlacionales y, en segundo lugar, experimentales para conocer qué conductas de los profesores predecían o explicaban un

mejor rendimiento de los alumnos. En estas investigaciones, el análisis de regresión fue una técnica comúnmente usada.

Algunos estudios posteriores que se ajustan a este nivel se diseñaron con más cuidado y contribuyeron significativamente a la base de conocimientos de la enseñanza de las Matemáticas. Algunos ejemplos de estos estudios amplios son el Estudio de la Efectividad de los Profesores de Texas (Evertson, Anderson, Anderson & Brophy, 1980; Evertson, Emmer & Brophy, 1980) y el Programa de Matemáticas de Missouri (Good, Grouws & Ebmeier, 1983). Los estudios de Texas obtuvieron información útil sobre las diferencias entre la enseñanza de las Matemáticas y la enseñanza de otras disciplinas, así como información específica sobre técnicas para la dirección efectiva de las clases. El Programa de Matemáticas de Missouri siguió un ciclo descriptivo-correlacional-experimental y produjo un modelo de enseñanza de las Matemáticas a clases enteras, denominado Enseñanza Activa de las Matemáticas, que dio como resultado grandes ganancias de logro en los estudiantes.

### **Nivel 3**

La complejidad de la visión aumenta de nuevo cuando pasamos al nivel 3. Una importante distinción entre este nivel y el nivel previo es la inclusión de la categoría de las características de los alumnos y la ampliación de la categoría de los resultados de los alumnos para incluir actitudes además del logro. Las características de los alumnos, tales como el sexo, raza y nivel de confianza, pueden afectar la práctica de los profesores y las acciones de los alumnos.

El estudio de la Conducta de Aprendizaje Autónomo (Fennema & Peterson, 1986; Peterson & Fennema, 1985) realizado en clases de cuarto curso es un ejemplo de estudio del nivel 3. Se usaron algunas ideas del paradigma proceso-producto en el sentido de que fue un estudio observacional a gran escala que correlacionó los procesos de la clase con las ganancias en el logro de los estudiantes. Sin embargo, fue más allá de la investigación proceso-producto previa al considerar ganancias de alto y bajo nivel cognitivo y las ganancias diferenciales de mujeres y varones.

Otros estudios a este nivel empezaron a emplear una mezcla de metodologías junto con la consideración de varias características de los estudiantes. Hart (1989) empleó observaciones de clase así como notas de campo, y consideró el nivel de confianza y el sexo del estudiante en su investigación de clases de Matemáticas de séptimo curso. Esta autora observó que había diferencias sexuales en los patrones de interacción profesor-estudiante y que éstos parecían asociarse con patrones o estilos particulares de los profesores. Koehler (1986, 1990) combinó observaciones de interacciones profesor-estudiante con notas de campo para examinar la efectividad diferencial de ciertos procesos de clase sobre el logro de nivel cognitivo alto y bajo de varones y mujeres en clases de álgebra. Esta autora encontró evidencias que indicaban que las mujeres rendían más en las clases en las que recibían menos ayuda del profesor que en otras clases, alentándolas así directa o indirectamente a hacerse aprendices más independientes de Matemáticas. Stanic y Reyes (1986), para examinar la cuestión del logro diferencial de razas y sexos, realizaron un estudio de casos en profundidad de la enseñanza de séptimo curso que incluía grabaciones en audio, observaciones de clase y entrevistas con los estudiantes y los profesores. Concluyeron que un entendimiento pleno de las interacciones profesor-estudiante debe tener en cuenta las intenciones del profesor. Observaron que los resultados diferenciales pueden ser resultado del tratamiento diferencial de los profesores a los estudiantes, pero también de un tratamiento igual de los estudiantes, ya que no todos los estudiantes responden de la misma manera a un estilo particular de enseñanza.

#### **Nivel 4**

La enseñanza es muy compleja, y no sólo es más compleja de lo que se pensaba originalmente, sino que esta complejidad está en aumento. Los profesores tienen un mayor rango de niveles de capacidad a los que tienen que llegar, un rango más amplio de temas de Matemáticas que enseñar (Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas {*National Council of Teachers of Mathematics*} {NCTM}, 1989), y una mayor variedad de metodologías de enseñanza entre las que escoger (por ejemplo, manipulativos, grupos pequeños). Además, las técnicas de investigación y

las técnicas de análisis de datos han avanzado, permitiendo a los investigadores examinar cuestiones más complejas. El cambio más sustancial en la visión de la investigación de la enseñanza es el reconocimiento de la necesidad de emparejar la investigación de la enseñanza con la investigación del aprendizaje. Romberg y Carpenter (1986) defienden fervorosamente la necesidad de integrar las dos áreas. Fennema, Carpenter y Lamon (1988) y Grouws (1988) desarrollan este tema. Putnam, Lampert y Peterson (1990) discuten la forma en que ha progresado la investigación sobre el aprendizaje durante los últimos años, y presentan nuevas concepciones del aprendizaje desde las perspectivas de la psicología cognitiva, las Matemáticas y la clase.

Actualmente, las cuestiones de investigación en la enseñanza y el aprendizaje se están abordando desde diversas perspectivas. Las investigaciones del Nivel 4 se podrían definir como investigaciones que tienen un fuerte fundamento teórico y se basan en un modelo que incluye muchos factores.

En este modelo, los resultados del aprendizaje se basan en las propias acciones o conductas de los estudiantes. En la mayoría de los casos estas acciones se ven influidas considerablemente por lo que hace o dice el profesor dentro de la clase. Las acciones de los estudiantes también se ven influidas por las actitudes o creencias de los estudiantes sobre sí mismos como estudiantes de Matemáticas y por sus creencias sobre las Matemáticas como disciplina. La conducta del profesor se ve influida por el conocimiento de los estudiantes de: a) el contenido de Matemáticas que se está enseñando; b) la forma en que los estudiantes podrían aprender o entender ese contenido particular, y c) los métodos de enseñanza de ese contenido particular. La conducta del profesor también se ve influida por sus actitudes y creencias en relación a la enseñanza y las Matemáticas. Por ejemplo, los profesores que creen que los estudiantes aprenden mediante ejemplos explícitos y repetición o mediante la práctica prolongada, y que consideran que su papel es el de suministradores de información, se comportarán en el aula de forma diferente a los profesores que creen que los estudiantes aprenden mediante el descubrimiento o la investigación y que consideran que su papel es el de "co-exploradores" con los estudiantes. Estos últimos profesores podrían formular cuestiones más abiertas, plantear más

problemas y ceñirse menos al libro de texto. Como en los Niveles 2 y 3, hay una importante conexión de dos vías entre la conducta de los alumnos y la conducta del profesor.

El resto del capítulo se centra en la descripción de varios estudios referidos al Nivel 4, aunque sólo se analizan aquéllos que examinan el acto de enseñanza *per se* atendiendo al aprendizaje de los estudiantes.

### **3.2. Múltiples perspectivas de investigación del acto de la enseñanza.**

Hay muchas perspectivas desde las cuales se puede examinar el acto de la enseñanza. En esta sección analizaremos varias de ellas que han sido adoptadas por la investigación actual.

#### **3.2.1. Aproximación constructivista.**

La perspectiva constructivista ha hecho posible la conexión entre la investigación sobre el aprendizaje y la investigación sobre la enseñanza. Cobb et al. (1991) explican que "desde la perspectiva constructivista el aprendizaje matemático no es un proceso de internalización de un conocimiento cuidadosamente empaquetado, sino más bien algo relacionado con la reorganización de la actividad, donde la actividad se entiende de una forma amplia, incluyendo la actividad o el pensamiento conceptuales" (p. 5). Los supuestos constructivistas sobre la forma en que aprenden los estudiantes cambian los supuestos sobre las acciones o conductas deseables de los profesores. Al adoptar una concepción constructivista del aprendizaje, el objetivo de la enseñanza ya no consiste en desarrollar estrategias pedagógicas para ayudar a los estudiantes a recibir o adquirir conocimientos matemáticos, sino en estructurar, monitorizar y ajustar actividades que tienen que llevar a cabo los alumnos. Según esta situación, un investigador tiene que considerar las observaciones de la enseñanza de una forma bastante diferente. Por ejemplo, en vez de considerar que las acciones de los profesores influyen directamente sobre el aprendizaje de los alumnos, esta influencia se vería más indirecta. Cobb señala que "las acciones de los profesores influyen sobre los

problemas que los estudiantes tratan de resolver, y por consiguiente sobre el conocimiento que éstos construyen" (p.92).

Cobb y Steffe (1983) explican la concepción constructivista de la enseñanza señalando que "en la concepción constructivista, el profesor debe hacer continuamente intentos conscientes de 'ver' tanto sus acciones como las de los niños desde el punto de vista de los niños" (p. 85). Un profesor constructivista iniciaría actividades, y el niño reflexionaría sobre ellas y abstraería patrones o regularidades a partir de ellas. Es decir, el conocimiento matemático no puede imponerse desde el exterior sino que debe elaborarse desde dentro, a partir de situaciones propuestas por el profesor.

En una elaboración posterior, Cobb (1988) señala que la enseñanza puede percibirse como un continuo en el que los extremos serían la negociación y la imposición. Alguien que considera la enseñanza como la transmisión de conocimientos seguiría un modelo de enseñanza por imposición, mientras que los que consideran que el aprendizaje es la facilitación de la construcción del conocimiento, seguirían un modelo de enseñanza por negociación. Cobb et al. (1991) explican que:

El papel del profesor en la iniciación y guía de las negociaciones matemáticas es una actividad altamente compleja que incluye la aclaración de conflictos entre interpretaciones o soluciones alternativas, la ayuda a los estudiantes a desarrollar relaciones colaborativas productivas de pequeños grupos, la facilitación de diálogos matemáticos entre los estudiantes, la legitimización implícita de aspectos seleccionados de las contribuciones a la discusión, la redescipción de las explicaciones de los estudiantes en términos más sofisticados que no obstante sean comprensibles para los estudiantes y la guía del desarrollo de interpretaciones tomadas para ser compartidas cuando se establezcan sistemas representacionales particulares (p. 7).

El papel del profesor, tal como lo concibe Cobb et al., no se lleva totalmente a la práctica, como lo demuestran distintas investigaciones. Good, Grouws y Mason (1990), por ejemplo, en un estudio realizado sobre la enseñanza en pequeños grupos,

concluyen diciendo que se está haciendo por parte del profesorado un uso mecánico y de baja calidad del agrupamiento en las aulas, por lo que aseguran que el importante potencial de la enseñanza en pequeños grupos se puede estar desperdiciando. Según estos investigadores, quince minutos o menos de tiempo en pequeño grupo, puede ser suficiente para lograr un intercambio significativo.

En un estudio realizado por Taylor (1990) se pone de manifiesto algunas de las características de una enseñanza constructivista, que estaría basada en los siguientes aspectos: a) los alumnos construyen su propio conocimiento matemático a partir de los conocimientos previos que posean; b) los profesores deben proporcionar a los alumnos oportunidades para que comprendan el aprendizaje como algo centrado en sí mismos; c) el profesor debe adoptar un papel interactivo de cara a aprender teniendo en cuenta el conocimiento matemático de sus alumnos; d) la enseñanza debe ser contemplada como un proceso social de negociación y consenso.

Una de las técnicas de investigación empleadas para examinar la enseñanza desde una perspectiva constructivista consiste en estudiar en detalle un *episodio de aprendizaje* -normalmente con un estudiante individual-. En una de esas descripciones detalladas, Cobb (1988) señala que, ya que el aprendizaje es un proceso activo de resolución de problemas, "una de las responsabilidades sería implicar a los estudiantes en actividades que les planteen problemas matemáticos genuinos" (p. 95). A menudo estos episodios de aprendizaje son grabados en video y discutidos a continuación con el profesor. Los investigadores podrían hacer sugerencias sobre actividades iniciales a emplear para mejorar la concepción del niño de las Matemáticas que se están enseñando.

Susan S. Stodolsky (1991) utiliza los "*segmentos de actividad*" para estudiar la actividad docente que se desarrolla en las aulas de Matemáticas y de Ciencias Sociales, partiendo del supuesto que los maestros organizan de maneras muy diversas sus actividades docentes, según lo que enseñan, es decir, según los contenidos a enseñar.



Otra técnica de investigación es el "*experimento de enseñanza*". Cobb, Yackel & Wood (1988) emplearon una clase de segundo curso en un experimento de un año de duración. Los investigadores trabajaron estrechamente con un profesor experimentado pero tradicional para desarrollar actividades instruccionales que permitieran a los estudiantes construir su conocimiento de ideas y conceptos matemáticos importantes. Durante el año anterior al experimental se habían desarrollado algunas actividades, pero se construyeron y modificaron muchas más durante el año experimental, en parte como respuesta a diferencias en las nuevas concepciones matemáticas de los estudiantes. Los datos incluyeron cintas de video de todas las lecciones, así como entrevistas con los niños y entrevista con el profesor grabadas en video. El experimento fue considerado satisfactorio tanto por los investigadores como por el profesorado de la zona, de tal forma que, como consecuencia, un mayor número de profesores pudo llevar a cabo los procedimientos instruccionales en un tercer año del proyecto (Cobb et al. 1991).

Por su parte, Taylor (1990) diseñó una investigación en la que experimentó el cambio conceptual de un profesor de secundaria, que reflejaba en su aula una práctica positivista, para que desarrollara una pedagogía constructivista. Después del cambio conceptual, el profesor continuó experimentando perturbación cognitiva debido al conflicto entre su creencia constructivista sobre el aprendizaje de los alumnos y su interés técnico por el currículum, el cual le hacía defender la idea de que todos los estudiantes debían cubrir los mismos objetivos. La pedagogía constructivista fue moldeada por su epistemología positivista. Taylor considera que este profesor estaría ahora en un estado de tránsito entre el positivismo y el constructivismo. Como implicación señala que la implementación efectiva de reformas constructivistas sobre la enseñanza en el aula, requiere de nuevos consensos edificados en todos los niveles del sistema educativo.

La aproximación constructivista de la enseñanza sigue ocupando un importante papel en la investigación de la instrucción matemática, como se pone de relieve en la monografía

presentada por el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1991), titulado "Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics", y en la que se recogen cinco años de intercambios y experiencias entre personas interesadas en la improvisación de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas al comienzo del año 1985, con la planificación de una conferencia y finalizando con la producción de una colección de 13 documentos para su presentación en esta conferencia. Los capítulos incluidos son: 1. Visión constructivista en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas; 2. Constructivismo en la educación de las Matemáticas; 3. Una exposición del constructivismo; 4. Epistemología, constructivismo y descubrimiento en el aprendizaje de las Matemáticas; 5. El aprendizaje de los niños: una visión cognitiva; 6. La naturaleza de las Matemáticas: ¿Qué es lo que hacemos cuando nosotros hacemos Matemáticas?; 7. El aprendizaje del profesor: construcción de representaciones de los significados de los niños; 8. Descubrimiento, aprendizaje y constructivismo; 9. ¿Qué es lo que el constructivismo implica para la enseñanza?; 10. Las aulas como ambientes de aprendizaje para los profesores y los investigadores; 11. El desarrollo del profesor en Matemáticas en un marco constructivista; 12. El conocimiento de los profesores de Matemáticas; 13. Una conclusión: Sugerencias para la improvisación de la educación de las Matemáticas.

Más recientemente ha aparecido un nuevo artículo publicado por M.L. Schubauer-Leoni, A.N Perret-Clemont (1997), que lleva por título "Interacción social y aprendizaje de las Matemáticas: Conocimiento constructivista en la clase", lo que viene a confirmar que esta línea de investigación de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas sigue aún vigente y ocupando una importante parcela dentro de la investigación educativa.

### **3.2.2. Instrucción guiada cognitivamente.**

La filosofía subyacente de la Instrucción Guiada Cognitivamente (IGC) es que los profesores necesitan tomar

decisiones instruccionales en base a conocimientos de las ciencias cognitivas sobre la forma en que los estudiantes aprenden contenidos particulares. Según este punto de vista, Arthur J. Baroody (1988) parte del supuesto de que cada profesor tiene un conjunto de creencias acerca de cómo aprenden Matemáticas sus alumnos. Básicamente distingue dos teorías generales sobre el aprendizaje: la teoría de la absorción y la teoría cognitiva, que, consciente o inconscientemente, guían la toma de decisiones educativas y la instrucción de las Matemáticas. Durante décadas, la teoría de la absorción ha sido la principal fuerza directriz en la enseñanza de las Matemáticas, y, la investigación asociada a ella, presenta implicaciones importantes para los educadores. Por ejemplo, la teoría de la absorción recalca la importancia de analizar las tareas complejas de aprendizaje en función de sus componentes (análisis de tareas) para luego ir pasando sistemáticamente de lo básico a lo complejo (es decir, organizar la enseñanza de una forma jerárquica). Durante los últimos años, sin embargo, la teoría cognitiva ha aportado una explicación más profunda del aprendizaje significativo, incluyendo el que compete directamente a los educadores. Por ejemplo, la teoría cognitiva puede ayudar a explicar las complejidades de la memorización significativa de las combinaciones numéricas, el aprendizaje de conceptos numéricos o la adquisición de soltura con los problemas de enunciado verbal, es decir, ofrece un marco de referencia más sólido para la toma cotidiana de decisiones prácticas que se exige a los enseñantes de Matemáticas. Algunas de las implicaciones que, según Baroody, posibilitan la construcción activa del conocimiento son: a) Concentrarse en estimular el aprendizaje de relaciones; b) Concentrarse en ayudar a los niños a ver conexiones y a modificar puntos de vista; c) Planificar teniendo en cuenta que el aprendizaje significativo requiere mucho tiempo; d) Estimular y aprovechar la matemática inventada por los propios niños; e) Tener en cuenta la preparación individual; f) Explotar el interés natural de los niños en el juego. Baroody hace más hincapié en la teoría cognitiva, teniendo muy en cuenta la psicología del niño para el aprendizaje de las Matemáticas elementales y ofreciendo al educador una serie

de actividades específicas, casi siempre en forma de juegos que parten de la idea de que la comprensión supone conectar nuevos conocimientos con conocimientos ya existentes. Fennema, Carpenter y Peterson (1989) explican que los profesores tienen que ser conscientes del conocimiento que tienen sus alumnos en varias etapas, para así poder proporcionarles la instrucción apropiada. Esta filosofía ha sido el marco de un programa de investigación en el que "el centro de interés principal ha sido el estudio de los efectos de programas diseñados para enseñar a los profesores aspectos relacionados con el pensamiento de los alumnos y la forma de emplear esa información para diseñar y llevar a cabo la enseñanza (Carpenter & Fennema, 1988, p. 11). El modelo muestra que la instrucción en el aula se sustenta en "decisiones de los profesores basadas supuestamente en sus propios conocimientos y creencias, así como en su evaluación del conocimiento de los estudiantes, realizada mediante la observación de la conducta de los estudiantes" (Carpenter & Fennema, 1988, p. 9).

Fennema, Carpenter & Peterson (1989) explican que los principios esenciales de la IGC son:

1. La instrucción debe basarse en lo que sabe cada aprendiz.
2. La instrucción debe tener en cuenta la forma en que se desarrollan naturalmente las ideas matemáticas de los niños.
3. Los niños deben ser mentalmente activos cuando aprenden Matemáticas.

Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang y Loef (1989) realizaron un estudio para comprobar algunas de las hipótesis relacionadas con la IGC. Su estudio incluyó 40 profesores de primer curso, la mitad de los cuales fueron asignados aleatoriamente a un grupo de tratamiento. Estos profesores de tratamiento asistieron a un taller de verano de un mes sobre investigación del aprendizaje de los conceptos de suma y resta. Se observó a los 40 profesores y a sus estudiantes durante un mínimo de 16 días desde noviembre hasta abril. Se realizaron varias evaluaciones, incluyendo un pretest y un posttest del logro de los

estudiantes mediante varias medidas de la capacidad de resolución de problemas, medidas de la confianza y las creencias de los estudiantes y entrevistas con los estudiantes. Los resultados indican que los estudiantes de las clases experimentales rindieron más favorablemente en las medidas de resolución de problemas y también en el recuerdo de hechos numéricos.

El grupo de profesores experimentales emplearon más tiempo en problemas enunciados con palabras que los profesores de control, y los profesores de control emplearon más tiempo en problemas de hechos numéricos. Los profesores experimentales se centraron más a menudo en los procesos que empleaban los estudiantes para resolver los problemas, y los profesores de control se centraron más frecuentemente en la respuesta al problema. Además, los profesores experimentales permitieron a los estudiantes un abanico más amplio de estrategias para resolver los problemas. El siguiente fragmento ilustra una diferencia en la conducta de enseñanza exhibida por los dos grupos de profesores:

"Una actividad típica que se observó en las clases de IGC fue la de un profesor planteando un problema a un grupo de estudiantes. Después de dar un tiempo a los estudiantes para resolver el problema, el profesor pedía a un estudiante que describiera cómo resolvía el problema. El énfasis se ponía en el proceso de resolución del problema, en vez de en la respuesta. Después de que este estudiante explicara el proceso por el que había resuelto el problema, el profesor preguntaba si había alguien que lo hubiera hecho de otra manera, y daba la oportunidad a otro estudiante para que explicara su solución. El profesor continuaba pidiendo formas alternativas de solución hasta que no había ninguna que no se hubiera descrito... En contraste con los profesores IGC, los profesores de control hicieron menos a menudo lo siguiente: a) plantear problemas; b) escuchar las estrategias de los estudiantes; c) fomentar el uso de múltiples estrategias para resolver problemas. Los profesores de control emplearon más tiempo repasando material explicado previamente, tal como el ejercicio de los hechos numéricos, y emplearon más tiempo dando retroalimentación a las respuestas

de los estudiantes (Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang & Loef, 1989, p. 528).

### **3.2.3. Paradigma experto-novato.**

Otra aproximación al examen de las conductas de enseñanza es el paradigma experto-novato. Leinhardt (1989) explica que el centro de interés de esta aproximación es "considerar la enseñanza como uno de los procesos cognitivos más interesantes y complejos de los seres humanos, y analizar las tareas, recursos y limitaciones que tienen los profesores. Con esta perspectiva, uno permanece figuradamente detrás del hombro del profesor observando cómo maneja los múltiples objetivos de la finalización del programa de estudios, el procedimiento de información táctica, la toma de decisiones, la resolución de problemas y la planificación" (p. 52).

La filosofía que subyace a este tipo de investigación es similar a la del paradigma proceso-producto en la que se observa dos categorías de profesores, los profesores efectivos y los profesores menos efectivos; en el paradigma experto-novato también se observan dos categorías de profesores: los expertos y los novatos, con la intención de identificar las cualidades o conductas necesarias para la enseñanza satisfactoria. Como señala Leinhardt (1989) "el objetivo último de este paradigma es entender lo suficientemente a los expertos para desarrollar la instrucción de los novatos de tal forma que les haga rendir como los expertos y, finalmente, situar el rendimiento de todos los profesores en el rango de los expertos" (p. 53). El paradigma experto-novato difiere del paradigma proceso-producto en términos de lo que se observa y de la forma en que se mide la efectividad.

En un estudio que ejemplifica la tradición experto-novato, se observó, entrevistó y grabó en video, a cuatro profesores expertos y dos novatos. Sus lecciones se analizaron con gran detalle, y se encontraron diferencias entre los expertos y los novatos. La capacidad para construir y enseñar lecciones, el "artesonado" ("*crafting*") de las lecciones, es una dimensión sobre la que difirieron los expertos y los novatos. Leinhardt y Greeno (1986)

han considerado que las destrezas del profesor desarrolladas en el acto de enseñanza, se apoyan en dos sistemas fundamentales de conocimiento: el conocimiento de la estructura de la lección y el conocimiento de la materia que enseña. La estructura de la lección viene determinada por las relaciones sociales que se dan en el aula. Desde esta perspectiva, las acciones en las aulas están caracterizadas tanto por "reglas" que organizan la participación social, como por las demandas y objetivos provenientes del contenido que se enseña (Doyle, 1986).

El conocimiento que Leinhardt y Greeno (1986) han denominado "estructura o artesonado de la lección", es el que permite al profesor controlar el flujo de la instrucción, es decir, el conocimiento de las características de las distintas situaciones de enseñanza, que le permiten desarrollar de forma coherente su trabajo en el aula. En este sentido, se asume que los profesores expertos poseen una compleja estructura de conocimiento que está formada por: a) conocimiento de acciones organizadas, conectadas entre sí ("esquemas de acción"); b) esquemas de información, que les permiten conseguir y tomar nota de determinadas informaciones generadas por la actividad y que podrán ser usadas en la organización y realización de actividades siguientes, permitiendo una flexibilidad apropiada en el transcurso de la lección.

Como ejemplo de "esquema de actividad" podemos citar aquellas actividades que se realizan en el transcurso de la lección, como comprobar los deberes de los niños, introducción de un contenido nuevo, práctica guiada en la que uno o varios niños salen a la pizarra a repetir el algoritmo desarrollado por el profesor anteriormente, etc.

Los "esquemas de información" permiten al profesor obtener información durante el transcurso de la lección; por ejemplo, si un profesor desea conocer si sus alumnos dominan un determinado concepto para pasar a otro nuevo, puede preguntar al niño que considera más retrasado en el aula, y si contesta correctamente puede suponer que el "nivel" general de la clase permite pasar al nuevo contenido. También se puede obtener información de

forma indirecta, mediante la observación de la realización de alguna tarea.

Leinhardt (1989) explica que una lección tiene tres componentes: una agenda, un segmento de lección, y las explicaciones:

"Una agenda es un plan operacional único que emplea el profesor para enseñar una lección de Matemáticas. Incluye tanto los objetivos o metas de los segmentos de la lección como las acciones que se pueden emplear para conseguirlos" (p. 55).

Los segmentos de lección, también llamados estructuras de actividad, son "segmentos de eventos sociales en los que varios actores asumen papeles específicos para realizar tareas específicas" (p. 56). Otros investigadores (Good, Grouws & Ebmeier, 1983) también han identificado segmentos de lecciones y han investigado su secuenciación y efectos.

El tercer componente, de las lecciones investigado por Leinhardt es la explicación o "sistema de objetivos y acciones implicado en la transmisión real del contenido de la asignatura" (p. 56).

En el análisis de los datos, se observó que los expertos tenían agendas más ricas -sus planes contenían información más detallada, referencias explícitas a las acciones de los estudiantes y acciones instruccionales planificadas. En términos de los segmentos de las lecciones, se observó que los expertos empleaban menos tiempo en las transiciones, y distribuían su tiempo de forma más consistente entre otros componentes de las lecciones. Los novatos eran mucho más variables en cuanto a la cantidad de tiempo empleado en cada segmento de las lecciones -dando una impresión global de inestabilidad. La porción de explicación de las lecciones mostró que los expertos daban mejores explicaciones del material nuevo, ya que éstas contenían más características críticas y menos errores. A menudo los novatos no acababan sus explicaciones.

El paradigma experto-novato también ha sido explicado desde la teoría de los "razonamientos prácticos" del profesor de Matemáticas, que permite conocer y comprender los procesos de



razonamiento que fundamentan su conducta docente. Estos razonamientos prácticos realizados por el profesor, se desarrollan en relación a las creencias epistemológicas que el propio profesor mantiene sobre la enseñanza, el aprendizaje, la escuela, los niños como aprendices, sobre su papel como profesor y sobre la materia que enseña, en este caso las Matemáticas. Para llegar a comprender los razonamientos subyacentes a las decisiones de los profesores, se ha empezado a comparar a profesores expertos y noveles, en el desarrollo de tareas particulares (Leinhardt, 1989; Leinhardt y Putnam, 1986). La idea que guía estos estudios es identificar las "experiencias pedagógicas" de profesores expertos, que han ido acumulando con el ejercicio de su profesión ("conocimiento profesional"). De esta manera, se podría comprender el razonamiento práctico que fundamenta las decisiones y acciones de los profesores expertos.

En relación a los profesores de Matemáticas de enseñanza primaria, estos estudios han mostrado, entre otras cosas, que los expertos poseen un "conocimiento específico" de los tópicos que enseñan, sobre los estudiantes y sobre las características de la situación de enseñanza. El conocimiento del profesor experto sobre las nociones del currículum matemático está centrado en la enseñanza de esos tópicos, que le permiten utilizar múltiples representaciones de los conceptos o procedimientos que están enseñando, haciendo un uso preciso de los términos empleados, evitando, así, significados múltiples.

Otra de las características que presentan los expertos frente los noveles es que los expertos pueden llegar a "modificar el plan previo de la lección", al considerar los comentarios de los estudiantes, los cuales indican el nivel de comprensión que se está consiguiendo del tópico tratado. Además, se ha observado que los profesores expertos desarrollaban sus lecciones de Matemáticas alrededor de un número de actividades. De esta forma, el acto de enseñanza se traslada desde el control del profesor al trabajo independiente de los niños. Sin embargo, las clases de los noveles no procedían con la misma fluidez (Leinhardt G., 1986; Leinhardt y Greeno, 1986; Leinhardt y Smith, 1985). El que el profesor

llegue a considerar los comentarios de sus estudiantes indica que es consciente de lo que están aprendiendo sus alumnos y de cómo lo están aprendiendo.

En relación a las "características de la situación de enseñanza", los profesores expertos utilizan su conocimiento para "simplificar" estas situaciones (percepción e interpretación), lo que les permite reconocer determinados esquemas de actividad, disminuyendo, así, su procesamiento cognitivo. Esto no sucede en los noveles, para los que, cada parte de la enseñanza de la lección, resulta diferente de la anterior.

Además, el conocimiento que tiene el profesor de las situaciones de enseñanza, está en relación a los objetivos que tiene dicha situación; por ejemplo, la corrección de los deberes es una de las actividades típicas en las clases de Matemáticas en la enseñanza primaria. El profesor novel se limita a corregir los errores de los niños, sin más, mientras que los expertos utilizan esta actividad para comprobar el conocimiento de los niños y reorientar su enseñanza (Berliner, 1987).

Livingston y Borko (1990) también han considerado la cuestión de las diferencias en la enseñanza de expertos-novatos, y presentan dos marcos conceptuales para el examen de la enseñanza. Su primer marco considera la enseñanza como una *habilidad cognitiva compleja*. Las ideas de razonamiento pedagógico, conocimiento del contenido pedagógico y esquemas son aspectos centrales de este marco. Livingston y Borko explican que "un esquema es una estructura abstracta de conocimientos que resume información sobre muchos casos y sobre las relaciones entre ellos... El razonamiento pedagógico es el proceso por el cual los profesores transforman el conocimiento de la asignatura en formas comprensibles por sus estudiantes particulares...El conocimiento del contenido pedagógico es el conocimiento específico del área de enseñanza que integra contenido y pedagogía" (p. 373-374).

Estos autores han observado que los profesores expertos tienen esquemas más elaborados y más interconectados que los de

los novatos. Además, el razonamiento pedagógico está en una fase temprana de desarrollo en los profesores novatos.

El segundo marco conceptual trata la enseñanza como una *actuación improvisada*. El profesor tiene un plan o bosquejo inicial, pero no sigue un guión exacto. Más bien, se basa en un repertorio de rutinas y movimientos instruccionales en respuesta a las necesidades o acciones de los estudiantes. Al comparar estudiantes de magisterio con sus profesores cooperadores, más experimentados, los investigadores (Borko & Livingston, 1989; Livingston & Borko, 1990) observaron que el uso de los dos marcos conceptuales les permitió examinar las diferencias de desarrollo entre expertos y novatos. Los profesores novatos tenían conocimientos del contenido pedagógico limitados sobre el aprendizaje de los estudiantes. Sus esquemas eran adecuados para su propio entendimiento, pero estaban insuficientemente desarrollados, interconectados y poco accesibles como para permitirles ser profesores sensibles y flexibles. Estas limitaciones hicieron que los novatos fueran menos hábiles a la hora de la improvisación. Borko y Livingston (1989) señalan también que los expertos pasaron de alguna manera a ser novatos cuando enseñaban contenidos nuevos, lo cual destaca la importante influencia del conocimiento del contenido que se está enseñando. Se cree que no se puede adquirir razonamiento pedagógico o conocimiento del contenido pedagógico sin enseñar de hecho el contenido específico. Borko y Livingston señalan la necesidad de estudios longitudinales del desarrollo de la pericia en la enseñanza.

Por su parte, Carlos Marcelo García (1988) establece una serie de diferencias entre la enseñanza de los profesores expertos y noveles, atendiendo a dos momentos del acto de enseñanza: Enseñanza Preactiva y Enseñanza Interactiva. Esta diferenciación la realiza desde la perspectiva del pensamiento del profesor.

En cuanto a sus planificaciones (enseñanza preactiva) los profesores expertos y noveles, presentan ciertas diferencias, pues el ejercicio profesional influye sobre la forma en que los profesores planifican. Ello se produce como consecuencia de la experiencia docente que hace que el profesor vaya adquiriendo "conocimientos

prácticos" y que vaya generando "rutinas". Así, los profesores sin experiencia suelen planificar diariamente y siguiendo en muchos casos el modelo lineal de Tyler en el que la secuencia de elementos a tener en cuenta está preestablecida, comenzando por la identificación de objetivos, selección del contenido, estrategias y actividades de aprendizaje, medios y materiales, método y evaluación; son más inflexibles en la forma como llevan a la práctica su planificación, y tienen menos presente a los alumnos al realizarla.

Los profesores expertos y noveles también se diferencian, según Marcelo (1990) en la frecuencia, antecedentes y contenidos de sus decisiones interactivas. Los resultados de los trabajos de investigación realizados en torno al contraste entre los profesores con y sin experiencia docente muestran claramente diferencias entre ellos. Así, los profesores que no poseen suficiente experiencia tienen dificultades cuando enseñan a los alumnos porque desconocen cuáles son sus características reales, y la forma cómo motivarlos y dirigirlos. Ello puede provocar, como en muchos estudios se afirma, que los mayores problemas que se encuentran estos profesores sean los de gestión y disciplina de clase.

#### **3.2.4. *Perspectiva sociológica y epistemológica.***

Lampert (1988, 1989, 1990) ha combinado la investigación de la enseñanza con la investigación del aprendizaje a través de una concepción sociológica y epistemológica. Considerando la forma en que se establecen los nuevos conocimientos en la disciplina de las Matemáticas, y aplicando este proceso al proceso de enseñanza-aprendizaje de la clase, esta autora ofrece una nueva perspectiva del campo.

Lampert (1990) cree que las nuevas Matemáticas se obtienen mediante "un proceso de 'suposición consciente' sobre relaciones entre cantidades y formas, en el que la prueba sigue a un camino en 'zig-zag' que parte de conjeturas y pasa al examen de premisas mediante el uso de contraejemplos o 'refutaciones'" (p. 30). Esta autora señala también que

actualmente, la forma en que uno llega a saber Matemáticas dentro de la disciplina de las Matemáticas es bastante diferente a la forma en que uno llega a saber Matemáticas en la escuela, donde "*hacer Matemáticas* significa seguir las reglas expuestas por el profesor, *saber Matemáticas* significa recordar y aplicar la regla correcta cuando el profesor hace una pregunta; y la *verdad matemática está determinada* cuando la respuesta es ratificada por el profesor (p. 32). Idealmente, "los nuevos conocimientos se construyen como una aventura conjunta en la clase, más que como una comunicación del profesor a los estudiantes" (1989, p. 257).

La metodología de investigación que ha empleado Lampert es única. Ella ha asumido el papel de "profesora-estudiosa", y como tal ha estado enseñando Matemáticas a clases de cuarto y quinto curso a la vez que recogía datos sobre su propia enseñanza. Algunos de los datos han sido cintas de vídeo y audio de las clases, observaciones de clase, muestras del trabajo de los estudiantes en forma de cuadernos y tareas para casa, y notas de campo sobre la planificación y puesta en práctica de las lecciones. Lampert (1990) señala que sus métodos son una mezcla de investigación acción y ciencia social interpretativa. El método de análisis de los datos también es único, en el sentido de que es interpretado por psicólogos educativos, sociolingüistas y matemáticos. Lampert se refiere a este método como "exégesis textual" (1988b, p. 134) en el sentido de que la enseñanza es la gestión de objetivos múltiples y enfrentados y que cualquier acción educativa puede interpretarse de muchas formas. Esta autora señala que el propósito del análisis "no es determinar la verdad o falsedad de proposiciones generales sobre el aprendizaje o la enseñanza, sino avanzar nuestra comprensión del carácter de estas clases particulares de actividad humana" (1990, p. 37).

Lampert cree que el objetivo último de la enseñanza es "alentar las conjeturas y fomentar un entorno seguro en el cual los estudiantes expresen su pensamiento" (1988a, p. 16). Ella cree que el objetivo de su investigación es emplear el conocimiento disciplinar para "describir la interacción entre profesores y estudiantes en lecciones de Matemáticas escolares" (1988b, p. 136). Su premisa en relación con la enseñanza es que "ésta incluirá hacer que los estudiantes revelen y examinen los supuestos que están asumiendo sobre las estructuras matemáticas, y la presentación de material nuevo de forma que permita a los estudiantes

considerar la razonabilidad de sus propias afirmaciones y de las del profesor" (p. 136). Esta creencia sobre la naturaleza de la enseñanza nos lleva a dos tareas de los profesores: a) elegir y plantear problemas, incluyendo hacer preguntas y pedir aclaraciones para implicar a los estudiantes en el discurso matemático, y b) encontrar un lenguaje y unos símbolos que puedan emplear los estudiantes y los profesores para poder hablar sobre el mismo contenido matemático.

Las investigaciones de Lampert le han permitido llegar a conocer profundamente las características de los problemas que sería bueno plantear para la construcción de las lecciones. La primera característica es que el área del problema sea familiar para el estudiante. Esto permitirá a todos los estudiantes de la clase declarar y comprobar suposiciones matemáticas. Una segunda característica es que los problemas matemáticos tienen el "potencial de llevar a los estudiantes a un territorio matemático no familiar e importante, y en particular, de llevarlos a territorios relacionados con la agenda curricular" (p. 137).

Lampert cree que los estudiantes construyen su propio conocimiento y que los profesores son responsables de educar a los estudiantes en relación a las herramientas de su cultura. Ella intentó, mediante un discurso basado en el planteamiento de problemas, hacer que "el conocimiento de las Matemáticas en el aula fuera más parecido al conocimiento de las Matemáticas en la disciplina" (1990, p. 59). Lampert señala que, aunque tenía éxito al tratar de implicar a los estudiantes en "una auténtica actividad matemática, aún queda el problema de definir qué conocimientos han adquirido los estudiantes" (1990, p. 59).

### **3.2.5. *Perspectiva del contenido de las Matemáticas.***

Esta perspectiva de la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje tiene como objetivo principal generar "información sobre las relaciones entre la adquisición de procesos cognitivos clave en un área y los eventos instruccionales que ayudan o impiden dichas adquisiciones" (Hiebert & Wearne, 1988b, p. 180). Esta perspectiva estudia la forma en que se aprende un tema o porción de contenido del área de las Matemáticas y aplica directamente ese conocimiento a la enseñanza de ese contenido

específico. Por esta razón también se denomina Aproximación Instruccional Cognitiva, y se describe como "estudiar el aprendizaje para informar la enseñanza" (p. 179).

Hiebert y Wearne (1988a) describen con más detalle la metodología empleada en la investigación de la enseñanza y el aprendizaje desde esta perspectiva. Primeramente se selecciona un área de contenidos bien definida. En sus primeras investigaciones, estos autores emplearon el área de contenidos de la suma y la resta de fracciones decimales. A continuación se identifican los procesos cognitivos clave para el éxito del rendimiento en ese área. En términos de competencia con el sistema de fracción decimal, Wearne y Hieber (1988) han identificado cuatro procesos cognitivos clave: a) *conectar* los símbolos individuales con referentes, b) *desarrollar* procedimientos de manipulación de los símbolos, c) *elaborar y rutinizar* las reglas relacionadas con los símbolos, y d) emplear los símbolos y las reglas como referentes para un sistema de símbolos más *abstracto*" (p. 372). El tercer componente de la metodología consiste en encontrar una instrucción ya existente, o diseñar una instrucción especial, que fomente el uso de procesos cognitivos clave. En la investigación de Hieber y Wearne se desarrollaron nuevas estrategias instruccionales, tanto en términos de la evaluación directa del rendimiento en el área de contenidos y en términos de tareas de transferencia.

Wearne y Hiebert (1988) informan de un ejemplo de investigación que emplea esta metodología. Se le dio a una muestra de alumnos de cuarto, quinto y sexto curso una serie de nueve lecciones que incorporaban los dos primeros procesos cognitivos identificados en el proceso de adquisición del aprendizaje de la forma de calcular con decimales. Se observó que los estudiantes que podían emplear el "proceso semántico" -el proceso que implicaba los procesos cognitivos clave- rindieron más que los estudiantes que no podían emplearlo. También observaron que la instrucción previa (como en el caso de algunos alumnos de quinto curso y la mayoría de los de sexto) interfería la adquisición de estos conceptos cognitivos clave.

En una continuación de su línea de investigación, Hiebert, Wearne y Taber (1991) se centraron en la forma en que los estudiantes construían sus comprensiones. Se instruyó sobre fracciones decimales a una clase de cuarto curso de alumnos de bajo rendimiento. Esta instrucción estaba diseñada específicamente para fomentar la comprensión. La comprensión de los estudiantes se evaluó varias veces durante la unidad de 11 días, empleando exámenes escritos y entrevistas. Se observó que la comprensión llega gradualmente, con pequeños cambios aparentemente erráticos, más que como un flash o descubrimiento repentino de los estudiantes. La comprensión completa no puede caracterizarse como la conjunción de comprensiones parciales en una red siempre mayor. Los análisis de Hiebert, Wearne y Taber (1991) han demostrado que "el modelo apropiado para el desarrollo de la comprensión puede ser uno de cambio y flujo y reorganización, más que un crecimiento monotónico constante...La desconexión, conexión y reorganización parecen ser la regla, más que la adición gradual a una estructura estable" (p. 339).

Mack (1990) también ha examinado la enseñanza y el aprendizaje desde la perspectiva del conocimiento matemático. Como el grupo de Hiebert, esta autora ha examinado el desarrollo de la comprensión de las fracciones de los estudiantes. En particular, se ha centrado en la forma en que el conocimiento informal de los estudiantes sobre las fracciones influye sobre su comprensión de la instrucción sobre la suma y la resta de fracciones, en un intento de ver la forma en que los estudiantes construyen sobre este conocimiento para dar significado a los símbolos y procedimientos relacionados con las fracciones. La investigación de Mack incluyó a ocho estudiantes de sexto curso con una capacidad media, a los que se les dio instrucción individualizada que incorporaba entrevistas clínicas. Debido a que la instrucción se hizo a medida de las necesidades de cada estudiante, en base a su conocimiento informal, a sus concepciones erróneas y a sus respuestas y preguntas, esta línea de



investigación se relaciona estrechamente con los principios de la IGC.

Mack observó que los estudiantes tenían un rico almacén de conocimientos informales sobre las fracciones, que podían aprovechar para desarrollar la comprensión de símbolos y procedimientos matemáticos formales. Mack señala que aún no está muy claro si los estudiantes pueden ampliar este núcleo de conocimientos para desarrollar una concepción amplia de los números racionales. Finalmente, ella observa que "los resultados ofrecen más evidencias de la conveniencia de enseñar los conceptos antes que los procedimientos, y sugiere que los estudiantes pueden construir algoritmos significativos basándose en el conocimiento informal" (p. 30).

### **3.3. Resumen y comparación.**

En las páginas anteriores hemos presentado diferentes programas o paradigmas de investigación relacionados con la enseñanza y el aprendizaje. Lo que sigue a continuación es un intento de resumir y contrastar estos paradigmas.

1. En la *aproximación constructivista*, la conducta docente se estudia desde el punto de vista de la medida en que fomenta o facilita la construcción del conocimiento por parte del aprendiz. La enseñanza se considera sobre un continuo entre la negociación y la imposición, y el papel del profesor consiste en encontrar y ajustar actividades para los estudiantes. Las interacciones sociales se ven como una parte crítica de la construcción del conocimiento. Las metodologías de investigación incluyen el estudio detallado de un episodio de enseñanza y la realización de un experimento de enseñanza.

2. En la *instrucción guiada cognitivamente*, la idea principal es que los profesores toman decisiones sobre su enseñanza en base a su conocimiento y creencias sobre la forma en que aprenden los niños. Debido a que se cree que los estudiantes aprenden conectando el conocimiento nuevo con el existente, el papel del profesor consiste en proporcionar la instrucción apropiada a cada

estudiante. El escuchar a los estudiantes es algo crítico. La investigación implica informar a los profesores de las teorías de la forma en que aprenden los estudiantes y de la investigación relacionada con la forma en que se desarrollan las ideas matemáticas de los niños en temas particulares, y entonces monitorizar cómo este nuevo conocimiento podría cambiar la conducta en el aula del profesor.

3. El objetivo de la investigación sobre *el paradigma experto-novato* es algo más que simplemente identificar las conductas de los profesores expertos en su "artesonado" de las lecciones. Consiste en identificar el proceso de desarrollo por el que pasan los profesores cuando pasan de novatos a expertos. La enseñanza se considera como una habilidad cognitiva compleja y como una actuación improvisacional. La metodología de investigación implica observaciones prolongadas y análisis en profundidad de la puesta en práctica de las lecciones.

4. Según *la perspectiva sociológica o epistemológica* de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, se cree que los estudiantes sólo llegarán a saber Matemáticas si aprenden Matemáticas de la forma en que se desarrollan en la disciplina. En ese aspecto, se considera que la enseñanza consiste en ayudar a los estudiantes a construir el conocimiento en la disciplina, a través del planteamiento de problemas y de implicarlos en el discurso matemático, de tal forma que puedan examinar sus propios supuestos sobre las Matemáticas. La técnica de investigación empleada hasta ahora es única, e implica que el investigador se convierta en un "profesor-estudioso".

5. Finalmente, en *la perspectiva del contenido de las Matemáticas*, la enseñanza se considera un agente de cambio cognitivo para el aprendiz. El objetivo consiste en diseñar secuencias instruccionales y desarrollar técnicas instruccionales que faciliten este crecimiento y este cambio cognitivos. La metodología de investigación ha supuesto examinar los procesos cognitivos clave empleados para adquirir un concepto particular y entonces diseñar métodos instruccionales para ayudar a los estudiantes a desarrollar estos procesos.

Las perspectivas de la reciente investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas son variadas, y al compararlas se observan importantes diferencias entre los modelos. Primero, con el riesgo de simplificar demasiado, mencionaremos algunos puntos básicos de acuerdo:

a) Todas estas perspectivas aceptan la premisa de que los estudiantes no son absorbedores pasivos de información, sino que tienen un papel activo en la adquisición de conocimientos y estrategias.

b) Todas las perspectivas consideran que el profesor es básicamente alguien que toma decisiones informadas y reflexivas.

Más allá de estas similitudes, parecen haber importantes diferencias entre las perspectivas:

a) Lampert cree que en gran medida los estudiantes construyen el conocimiento de la misma manera en que se construye dentro de la disciplina de las Matemáticas.

b) Leinhardt hipotetiza que los estudiantes construyen el conocimiento a través de su interpretación de la lección.

c) Hiebert y Wearne creen que el conocimiento se construye mediante la adquisición de procesos cognitivos claves.

d) Mack cree que el conocimiento informal de los estudiantes es la base para la comprensión.

e) Cobb et al. (1991) y el IGC creen que los estudiantes construyen el conocimiento de forma idiosincrásica.

f) Putnam, Lampert y Peterson (1990) se basan en diferentes ideas de lo que significa saber Matemáticas y comprenderlas, algunas de las cuales son similares a las ideas adoptadas por las precedentes perspectivas de la investigación. Estos autores discuten la comprensión en términos de:

- la representación,
- las estructuras de conocimiento,
- las conexiones entre tipos de conocimientos,
- la construcción activa del conocimiento,
- la cognición situada.

Estas diferentes ideas de la adquisición o construcción de conocimientos llevan a diferentes concepciones de la enseñanza.

Hiebert y Wearne parecen ofrecer más detalle y estructura en su intento de identificar una secuencia de lecciones que los profesores puedan emplear para facilitar el aprendizaje de los estudiantes en áreas de contenido específicas. La IGC parece ser más abierta e idealista al sugerir que los profesores deben conocer de forma precisa la etapa de desarrollo cognitivo en un área de contenidos de cada estudiante, y modificar continuamente la instrucción para adaptarla a las necesidades individuales. Cobb et al (1991) creen que los profesores pueden trabajar a partir de lecciones desarrolladas teniendo en cuenta estrategias cognitivas, y pueden modificar esas lecciones como sea necesario. Lampert cree que los profesores tienen que centrarse en la selección y planteamiento de los problemas apropiados, y Leinhardt (1989) centra la atención menos en el contenido específico y más en la estructura de las lecciones. Bork y Livingston (1989) explican que los profesores improvisan a medida que enseñan, empleando un rico repertorio de movimientos instruccionales. Es obvio que hay mucho lugar para la variación en la interpretación de la enseñanza efectiva -a pesar de haber un acuerdo en las premisas básicas: la investigación de la enseñanza debe combinarse con la del aprendizaje, los estudiantes construyen su conocimiento, y los profesores son seres pensantes que toman decisiones.

### **3.4. Dimensiones cruciales: Calidad de la instrucción, significado y desarrollo.**

Aunque hay múltiples perspectivas desde las que se puede enfocar la investigación sobre la enseñanza y múltiples interpretaciones del acto de la enseñanza, un tema subyacente que tiene que tratarse más adecuadamente en todas las investigaciones sobre la enseñanza de las Matemáticas, independientemente de la perspectiva filosófica desde la que se enfoque el trabajo, es la idea de calidad de la instrucción. Aunque hay un acuerdo general en cuanto a que la calidad de la instrucción de las Matemáticas es importante, generalmente no se trata directamente en la mayoría de los estudios de investigación. Parece ser una variable a la que

los investigadores se han mostrado reticentes a enfrentarse directamente.

La calidad de la instrucción puede considerarse analítica u holísticamente. Por ejemplo, un análisis analítico podría basarse en las acciones docentes y uno holístico podría centrarse en los episodios de enseñanza o en un examen global de las lecciones de Matemáticas. Grouws (1988) señala que muchas acciones docentes -tales como hacer una pregunta, presentar un ejemplo, y dibujar un diagrama- tienen una dimensión de calidad asociada a ellas. Este autor señala que "es relativamente fácil identificar acciones que caerían en los extremos de un continuo de calidad: hacer diagramas que no pueden leerse, hacer preguntas ambiguas, emplear ejemplos que no se ajustan a las condiciones de una definición, etc." (p. 231). Sin embargo, la consideración de la calidad de la enseñanza no debe limitarse a la evaluación de conductas docentes específicas. Tiene que incluir el examen de "la forma en que los eventos de la clase encajan entre sí para formar una situación de aprendizaje significativo" (p. 232). La investigación futura basada en cualquiera de las cinco perspectivas de investigación discutidas previamente (a pesar de que sus filosofías subyacentes varíen) se beneficiaría de una mayor consideración de la calidad de la instrucción.

Hay muchas formas de avanzar al tratar las cuestiones de la calidad de la enseñanza y el aprendizaje significativo. Una aproximación consiste en estudiar la parte de una lección de Matemáticas denominada por algunas investigaciones como "desarrollo". La investigación sobre el desarrollo como una parte específica de una lección comenzó con algunos de los primeros estudios de la asignación del tiempo discutidos anteriormente (por ejemplo, Shipp & Deer, 1960; Shuster & Pigge, 1965). Estos estudios contrastaron experimentalmente la cantidad de tiempo asignado al desarrollo con la cantidad de tiempo dedicado a otras partes de una lección, tales como el trabajo en el pupitre o la práctica. La investigación sobre el tema del desarrollo ha avanzado considerablemente desde la realización de estos primeros estudios,

de igual forma que lo ha hecho la investigación sobre la enseñanza en general.

En los primeros estudios sobre el desarrollo se demostró claramente el valor del aumento del tiempo de desarrollo, pero no se dio ninguna consideración a la calidad del desarrollo. A menudo, en estos estudios el "desarrollo" se consideraba sinónimo de "clase magistral del profesor" ("*teacher lecture*"). Sin embargo, el desarrollo, tal y como se ha definido más recientemente, abarca mucho más que las clases magistrales de los profesores. Una definición más actual de desarrollo es la de Good, Grouws y Ebmeier (1983): "el proceso por el que un profesor facilita la adquisición significativa de una idea por parte de un aprendiz" (p. 206). Este proceso incluye *cualquier cosa* que el profesor pueda hacer para facilitar el aprendizaje, ya sea estructurar el trabajo en pequeño grupo, ofrecer actividades de descubrimiento guiado, conducir una discusión de clase, organizar investigaciones individuales, o dar una clase magistral.

Es importante observar que en las definiciones recientes del desarrollo, el énfasis se pone en la adquisición *significativa* de ideas. En su amplia investigación, Brownell (1935) trató la importancia del significado y la comprensión en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. Algunas de sus observaciones son tan pertinentes en la actualidad como lo eran hace más de 50 años. Como señala Pirie (1988), "Si nosotros, como educadores matemáticos, queremos diseñar estrategias de enseñanza efectivas, dar sentido a las acciones de los alumnos, proporcionar experiencias que permitan a los niños construir sus propios conceptos matemáticos, primero debemos tener un modelo viable de la comprensión sobre el que basarnos" (p. 2). A la vez que defiende una atención continuada al avance de nuestro entendimiento de la comprensión y al desarrollo de modelos de ésta, también sugiere que en la actualidad es probable que nunca entendamos plenamente la "comprensión". Investigaciones más recientes de la idea de significado y comprensión han producido conceptos importantes, tales como los de comprensión relacional e instrumental (Skemp, 1978), comprensión simbólica (Backhouse,

1978), y una jerarquía de cuatro niveles de la comprensión (Herscovics & Bergeron, 1983).

La importancia del significado y la comprensión también ha sido reconocida en los trabajos de Good, Grouws y Ebmeier (1983), que identificaron cinco componentes del desarrollo como parte de su estudio de profesores de Matemáticas efectivos: atender a los prerrequisitos, atender a las relaciones, atender a la representación, atender a las percepciones, y generalidad de conceptos. Estos autores destacan que "el desarrollo es un fenómeno muy complejo y los elementos particulares que constituyen el desarrollo satisfactorio pueden variar de un contexto docente al siguiente", y sugieren que "también es importante darse cuenta de que puede ser que el desarrollo efectivo no se componga de la misma combinación de conductas, incluso en entornos de clases similares" (p. 207).

Los componentes del desarrollo que identificaron no eran mutuamente excluyentes, y no abarcan necesariamente todas las dimensiones del desarrollo que se pueden identificar. Sin embargo, pueden ofrecer un punto de partida útil para un estudio de la calidad de la instrucción de las Matemáticas que tenga en cuenta al estudiante a la vez que también se centra en el papel del profesor en el proceso. Este último énfasis va más allá de muchos programas de investigación que a menudo finalizan con la conceptualización de algún aspecto de la comprensión de los estudiantes de Matemáticas.

### **3.5. Conclusiones y direcciones futuras.**

Brophy (1986) señala que "aunque en los últimos veinte años el progreso ha sido notable, la investigación de la enseñanza en el aula, incluyendo la investigación de la instrucción de las Matemáticas escolares, está aún en su infancia" (p. 328). Parece seguro decir que la investigación ha progresado considerablemente desde que Brophy hizo esta afirmación. La investigación se ha sofisticado en el sentido de que se consideran con mucho detalle todos los aspectos del acto de enseñanza, y se

presta más atención al contenido que se está enseñando. No obstante, algunas áreas necesitan más énfasis. Por ejemplo, en el área de los resultados de los estudiantes se debe prestar más atención a la mejor evaluación del nivel cognitivo del aprendizaje que está teniendo lugar, a los resultados no cognitivos, y también a los posibles resultados diferenciales de grupos particulares de estudiantes. Además, la mayor parte de la investigación se ha realizado, por varias razones, en los cursos de nivel elemental y medio. Es imperativo considerar el nivel secundario para ver si las teorías del aprendizaje y la enseñanza discutidas hasta ahora son viables en un contexto matemático más complejo, con estudiantes de mayor edad, y con profesores que (normalmente) tienen un trasfondo matemático más amplio. Brophy (1989) indica que también es necesario investigar el nivel postsecundario.

Los investigadores de la enseñanza de las Matemáticas se han hecho más adeptos al uso de muchas habilidades (metodologías de investigación), más dispuestos a considerar dos cosas a la vez (investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje), y algo más tolerantes a diferentes puntos de vista, y, aunque no siempre están de acuerdo, los investigadores están al menos más dispuestos a intentar comunicarse. Con las actuales demandas de reforma de las clases de Matemáticas y el potencial para aumentar nuestra comprensión de la enseñanza de las Matemáticas, demostrado por las diferentes aproximaciones descritas en este capítulo, es más probable que nunca que la investigación contribuya considerablemente a mejorar notablemente el aprendizaje de las Matemáticas por parte de los estudiantes.

La investigación que nosotros presentamos pretende, de algún modo, contribuir a la comprensión del acto de enseñanza de las Matemáticas, examinando diversas cuestiones que le confieren un alto grado de complejidad, por lo que podemos ubicarla en el Nivel 4 de complejidad de la investigación de la enseñanza, analizado en el presente capítulo. Las cuestiones que se abordan en nuestra investigación hacen referencia, en primer lugar, al estudio de las creencias del profesor en relación a la enseñanza de las Matemáticas, por considerar que es necesario describir la vida mental de



los profesores, tanto en lo que se refiere a sus creencias como a lo que dicen que hacen, para poder conocer sus procesos de pensamiento en cuanto a la enseñanza de las Matemáticas, pues, como dice Jackson (1968) "los procesos cognitivos tienen unas consecuencias directas en la enseñanza". Se ha tratado, por tanto, como primera cuestión a investigar, de identificar las creencias que subyacen al pensamiento de los profesores sobre el proceso de enseñanza de las Matemáticas.

La segunda cuestión que se aborda en la presente investigación es la descripción holística de la conducta docente de los profesores, con el fin de identificar diferentes prácticas de enseñanza y tratar de ponerlas en relación con los diferentes sistemas de creencias encontrados en la primera parte de la investigación. Para el estudio de esta segunda cuestión nos ha sido de utilidad la metodología de investigación empleada en el paradigma experto-novato, y que se basaba en el análisis detallado de las lecciones de profesores expertos y profesores novatos para identificar las conductas más elaboradas e interconectadas de los expertos que sirvieran para el desarrollo de la instrucción de los novatos. En nuestro segundo estudio, también llevamos a cabo observaciones detalladas de las lecciones de profesores, pero que, en este caso, pertenecían a distintas concepciones del proceso de enseñanza de las Matemáticas, con el fin de establecer posibles diferencias entre ellos en el plano de la práctica docente. De este modo, estaríamos en condiciones de poder encontrar coherencias o incoherencias entre lo que piensa un profesor y su práctica docente, así como hallar las diferencias que se producen en las prácticas docentes de varios profesores. El conocimiento de las distintas prácticas nos permitirán, asimismo, inferir qué tipo de aprendizaje están llevando a cabo los alumnos, pues, como señala Koehler y Grouws (1992) "los resultados del aprendizaje se basan en las propias acciones o conductas de los estudiantes y, en la mayoría de los casos, estas acciones se ven influidas considerablemente por lo que hace o dice el profesor dentro de la clase" (p. 6).

**4. TEORÍAS PSICOLÓGICAS Y  
ADQUISICIÓN DEL CONOCIMIENTO  
MATEMÁTICO.**

#### **4.1. Algunos problemas relacionados con la enseñanza de las Matemáticas.**

En los últimos treinta años, los cambios y reformas curriculares en la enseñanza de las Matemáticas se han sucedido vertiginosamente. Aunque hemos de decir que dichos cambios han venido siempre más determinados por las reflexiones epistemológicas de los propios matemáticos y filósofos y por las nuevas aportaciones o descubrimientos de la matemática misma, que por fundamentaciones psicopedagógicas sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje. La introducción de la Matemática Moderna en los programas escolares es una buena prueba de ello.

Hasta la década de los sesenta, la enseñanza de las Matemáticas estaba basada en un modelo algorítmico. Su objetivo era que el alumno memorizara una serie de "técnicas ad hoc" encaminadas a resolver problemas considerados básicos desde el punto de vista matemático. Es decir, se trabajaban una serie de "problemas-tipo" que servían a "manera de archivo" para resolver "situaciones problemáticas-tipo", que casi nunca se acercaban a situaciones reales y significativas y que, aparte de carecer de motivación intrínseca, mantenían una separación tajante con el mundo extraescolar del niño, no produciéndose una auténtica transferencia del aprendizaje al mundo espontáneo de éste. Existía, asimismo, una separación entre el estudio de las distintas operaciones aritméticas, que se realizaban de manera mecánica y sin conocer su significación real y, más tarde, dominado su mecanismo, se aplicaba a la resolución de problemas. Para los alumnos en los que la didáctica de las operaciones ha estado separada de la resolución de situaciones problemáticas, la resolución de problemas se transforma en "auténticos jeroglíficos" donde, mediante la técnica del ensayo y error, se llega, casualmente, a la resolución de los mismos. A este respecto, Mialaret, 1977, nos dice que "la resolución de un problema no debe revestir un aspecto misterioso, mágico; debe inscribirse en una toma de conciencia progresiva a las acciones ejecutadas y en

un esfuerzo continuo de expresiones que debe realizar el acuerdo entre el pensamiento y la acción".

Según este modelo algorítmico, se tenía la idea que aprender Matemáticas era aprender técnicas para realizar operaciones. El problema de la comprensión conceptual, o no se planteaba, o se daba por supuesto que ésta se lograba a través del ejercicio continuado y repetido de tales técnicas.

Pero en los años sesenta se produjeron en todo el mundo occidental grandes cambios curriculares, introduciéndose la Matemática Moderna, que fue un intento de reforma llevado a cabo en los Estados Unidos. En España empiezan a introducirse a partir de 1970 con la promulgación de la Ley General de Educación, cuya base y motor fue *El Libro Blanco (La educación en España. Bases para una política educativa)*. Los norteamericanos criticaron el sistema imperante hasta ese momento por su excesiva dependencia de la memorización rutinaria. Se consideraba que las Matemáticas tradicionales eran incomprensibles, pesadas e irrelevantes (Kline, 1978). Los reformadores creían que "enseñar la estructura de la asignatura" provocaría un aprendizaje significativo (por ejemplo Bruner, 1966). Más concretamente, la Matemática Moderna nació de la idea de que si se pudiera revelar a los niños la naturaleza lógica y precisa de las Matemáticas, las comprenderían y hasta llegarían a disfrutar de ellas, y no tendrían que depender de la memorización para aprenderlas.

La Matemática Moderna adoptaba como base la teoría de conjuntos y el razonamiento deductivo de la matemática teórica. Se pasaba así a un modelo de enseñanza formalista, que pretendía enseñar "estructuras matemáticas" vacías de contenido intuitivo. Durante una época los contenidos de la "teoría de conjuntos" y del "álgebra de Boole" llenaron los libros de texto.

La nueva matemática o matemática conjuntista creada y difundida a principios de siglo por el grupo Bourbaki, reinterpretaba las teorías matemáticas existentes desde un nuevo modelo más potente y globalizador: los diversos contenidos matemáticos podían ser formalizados a partir de una estructura

común; lo que importaba no era el contenido intuitivo, sino la forma, la estructura.

Dienes (1960, 1963, 1971, 1981, 1982, etc.) fue uno de los matemáticos que intentó trasladar a la práctica la concepción estructural. Para ello, diseñó materiales empíricos, como los bloques lógicos o los bloques multibase, que intentaban representar de una forma concreta las abstractas estructuras matemáticas.

Los famosos bloques lógicos, por ejemplo, constituyen un material estructurado que permite enseñar los conceptos de conjunto, subconjunto, intersección, inclusión, etc. Dienes pensaba que a partir de la manipulación de objetos concretos, que responden a una determinada estructura, el alumno construirá imágenes mentales múltiples (representación icónica) que le permitirán abstraer los aspectos más relevantes de los conceptos matemáticos y representarlos mediante símbolos (representación simbólica). Sin embargo, la introducción de la Matemática Moderna no fue nunca bien recibida ni comprendida por los enseñantes. La "reforma" se limitó a cambiar unos contenidos por otros o, la mayoría de las veces, a añadir los nuevos contenidos a los clásicos, con la consecuente sobrecarga de los programas. Las críticas de los enseñantes, matemáticos y psicólogos no se hicieron esperar (Kline, 1978; Thomas, 1970; Resnick, 1981) y, progresivamente, las Matemáticas modernas fueron desapareciendo de los currículos, acusadas, fundamentalmente, de excesivo formalismo y de falta de aplicación real.

Consecuentemente, como consecuencia a este excesivo formalismo, a principios de los ochenta surgió una tendencia que propugnaba enseñar una matemática más ligada a la realidad y a la solución de problemas reales y concretos.

La resolución de problemas ha sido el eje alrededor del cual ha girado la enseñanza de las Matemáticas en la presente década, y en este sentido se orientan las recomendaciones de diferentes documentos elaborados por las principales asociaciones mundiales para la enseñanza de las Matemáticas (National Council of

teachers of Mathematics, 1989: Everybody counts: A report to the nation on the future of Mathematics Education).

La creciente complejidad y tecnificación de la sociedad en que vivimos, la presencia de potentes ordenadores que realizan rápidamente complicados cálculos, la interrelación entre las diferentes ciencias, que exige un trabajo coordinado e interdisciplinar, etc. está llevando a matemáticos y enseñantes a una profunda reflexión sobre cuál es el tipo de Matemáticas que se deberían enseñar.

Sin duda, el concepto de "utilidad" de la matemática está cambiando. Las tendencias actuales apuntan a la idea de definir un currículum de Matemáticas accesibles para todos en los niveles de escolarización obligatoria (Callejo de la Vega, 1987); esto plantea dos problemas: el primero consiste en cómo hacer la Matemática asequible a todos los estudiantes, a la vez que se estimula a los que tienen una aptitud especial para esta disciplina. El segundo problema reside en establecer cuáles serían los criterios para el diseño de un currículum de Matemáticas adaptado a las necesidades de la sociedad y del hombre de hoy.

Desde esta perspectiva y según los acuerdos adoptados en el Simposium de Kuwait (1986), el movimiento de unas "Matemáticas para todos" ha hecho surgir grandes problemas en la educación matemática y así se puede comprobar cómo mientras la proporción de niños de un país que entran en la escuela secundaria aumenta rápidamente, el currículum de Matemáticas permanece esencialmente igual que aquél que se planteó para una élite académica hace años. Se debe enseñar a los alumnos distintos tipos de Matemáticas, o el mismo a distintos niveles según sea la "capacidad" o "grado de avance" de cada alumno (esto supone el diseño de un currículum diferencial).

Según el concepto "utilidad", por tanto, el objetivo de las Matemáticas ya no puede ser el de enseñar a "razonar", o el de enseñar un riguroso método deductivo encaminado a validar las propias teorías matemáticas, sino el de ser un instrumento de conocimiento y transformación de la realidad.

Otro nuevo concepto que ha sido introducido en la enseñanza de las Matemáticas es el de las "Etnomatemáticas". Tradicionalmente se han venido ignorando los conocimientos, ideas e intuiciones matemáticas con que los niños llegan a la escuela derivados de su experiencia preescolar en su propio medio. Cuando entran en la escuela los niños son tratados como una tabula rasa, a los que se enseña un programa matemático predeterminado y desde su absoluto principio. En cualquier grupo sociocultural hay una gran variedad de herramientas para clasificar, ordenar, cuantificar, medir, etc.; estas herramientas constituyen los componentes básicos del comportamiento matemático.

Las Matemáticas con las que los niños llegan a la escuela contendrán elementos de estas "etnomatemáticas" (Simposium de Kuwait, 1986). En la enseñanza del lenguaje, por el contrario, el maestro utiliza deliberadamente lo que los niños saben y sienten para desarrollar sus habilidades lingüísticas. En Matemáticas, sin embargo, se presupone que lo único que sabe el niño es lo que aprende en la escuela.

Como hemos podido comprobar, por lo que llevamos expuesto, de una enseñanza basada en un modelo algorítmico se pasó a una enseñanza basada en un modelo estructural y, de nuevo, ahora, se propone un modelo algorítmico (resolución de problemas), si bien, y esto es importante, acompañado de una perspectiva utilitaria, tecnológica e interdisciplinar y de la insistencia en la necesidad de comprensión de los conceptos matemáticos. Es decir, aparecen "modelos interactivos" que intentan explicar la relación entre los aspectos conceptuales y procedimentales (Resnick, 1983; Riley, Greeno y Heller, 1983). Esta nueva tendencia constituye una de las vías de estudio actuales más interesantes y se basa principalmente, sobre todo en los primeros niveles de la enseñanza, en que el contexto problemático debe ser la etapa inicial del proceso de aprendizaje porque es motivador, sincrético y constituye una propuesta de acción (Luceño Campos, 1986). En un primer período la problemática

debe estar basada en la vida real del alumno, para evitar el rechazo que presupone lo desconocido. La situación problemática aparece de una forma global, confusa, de una forma sincrética, sin ningún análisis o relación entre sus partes. Todo esto obliga al alumno a plantearse una serie de estrategias que conllevarán a un autoaprendizaje activo y significativo, desde un primer momento.

Según Maza Gómez, 1989, desde la perspectiva piagetiana, que subyace a este modelo, una operación intelectual es entendida como una acción internalizada y, por tanto, es necesario que ante una sencilla situación problemática que presente el profesor sobre la vida cotidiana infantil, los escolares actúen sobre los elementos y variables de tal situación; descubrimiento y reflexión deben presidir esta fase que sería inútil si se redujese a una mera manipulación estandarizada de materiales y situaciones.

#### **4.2. ¿Cómo se adquiere el conocimiento matemático?**

En el apartado anterior hemos dicho que las sucesivas reformas que se han producido en los últimos años en el currículum de Matemáticas han venido más determinadas por los cambios internos acaecidos en la misma disciplina que por principios psicopedagógicos sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje. Se ha incidido más en el "qué" se enseñaba que en el "cómo", y el espíritu formalista, que prioriza los aspectos axiomáticos y deductivos, el rigor y el lenguaje formalizado, han presidido, en general, la enseñanza de las Matemáticas, cobrando gran fuerza en los últimos años.

Pensamos que ello es debido a que aún no se ha definido con exactitud cuál es la naturaleza del pensamiento matemático y su relación con lo real: Desde la filosofía griega hasta las interpretaciones lógicas de Russel, pasando por el intuicionismo de Poincaré, se han sucedido explicaciones en las que la balanza se inclinaba sucesivamente bien hacia la primacía de la realidad física, bien hacia la total autonomía del pensamiento con respecto a lo real.



Aunque no quisiéramos entrar en una complicada polémica epistemológica, sí quisiéramos apuntar algunos aspectos de la misma por las repercusiones que han tenido en la enseñanza de las Matemáticas.

Los griegos tenían un pensamiento estático y realista, en el sentido de resaltar la primacía del objeto y la realidad, que está fuera de nosotros y es independiente de nuestro pensamiento. Para el pensamiento griego los objetos matemáticos son únicamente los números, las magnitudes y las figuras. Estos objetos nos son "dados", no es posible atribuirles cualidades imaginarias.

Sin embargo, progresivamente, en la medida que se avanza en la estructuración matemática, van introduciéndose teorías que se alejan más y más del objeto real y que, incluso, carecen de interpretación sensible; éste sería el caso, por ejemplo, de los números negativos o de los números imaginarios.

De forma paulatina, los matemáticos van tomando conciencia de que es posible razonar sobre objetos que no tengan una interpretación sensible. La idea de estructura, que se empieza a imponer a principios del siglo XIX, implica que lo importante no son los objetos, sino las relaciones que los ligan, y que pueden aplicarse a cualquier objeto.

Las nuevas teorías mostraron que los tradicionales conceptos matemáticos podían ser reinterpretados y formalizados bajo unas formas más generales, más potentes, vacías de contenido intuitivo y, por lo tanto, aplicables a cualquier ente, y que necesitaban un lenguaje común, altamente formalizado.

El error del formalismo fue confundir la naturaleza de las estructuras matemáticas con la naturaleza de pensamiento matemático que las engendra o descubre. Numerosos autores, (R. Thom, Fredenthal, Lakatos, Kolmogorov, etc) han criticado las tesis formalistas apoyándose sobre todo en el análisis de la evolución histórica que ha dado lugar a la aparición de las teorías y modelos matemáticos. Las Matemáticas, como dice Lakatos (1976) no se pueden reducir a una cadena siempre creciente de deducciones, sino que, por el contrario, se debe a un largo proceso

lleno de conjeturas, pruebas y refutaciones. Como dice Kolmogorov (1973), a pesar de la naturaleza abstracta y autónoma de las Matemáticas, éstas no brotan del pensamiento puro como imaginan los idealistas, sino que aparece ligada a las necesidades sociales y de índole real.

Igualmente R. Thom alude a la necesidad de dar sentido a los entes matemáticos. Para él, el verdadero problema que se plantea en la enseñanza de las Matemáticas, no es el del rigor, sino el de la construcción de "sentido", de la "justificación ontológica" de los objetos matemáticos.

Sin embargo, el problema crucial del origen de un pensamiento matemático autónomo sigue constituyendo un gran interrogante epistemológico y psicológico.

Algunas teorías psicológicas han intentado dar una respuesta a este complejo problema. La teoría de Piaget, dado además su carácter epistemológico, es una de las que ofrece, por el momento, una explicación más extensa y rigurosa, no exenta de críticas. Su concepción sobre el papel de la abstracción reflexionante constituye un intento de explicar cómo a partir de la acción sobre la realidad, se genera la construcción del pensamiento matemático más abstracto.

Piaget, a través del mecanismo de la abstracción reflexionante, trata de dar respuesta al complejo y antiguo problema de la construcción del pensamiento abstracto y su relación con lo real. Su visión sobre este problema se basa en los siguientes puntos:

1. El pensamiento matemático no proviene exclusivamente ni del objeto (empirismo), ni del sujeto (apriorismo), sino de una interacción entre ambos.

2. El origen de esta interrelación hay que buscarlo en las primeras acciones que el niño realiza sobre la realidad para conocerla. A través de estas acciones —reunir, disociar, ordenar, establecer correspondencias, etc.— que se aplican a los objetos, el niño conoce la realidad mediante un proceso progresivo de abstracción. Las relaciones matemáticas no "están" en realidad, sino que son introducidas por el sujeto a través de sus acciones (el número dos es el resultado de juntar dos objetos), de ahí que lo

que abstrae el niño para construir su pensamiento matemático no son las propiedades de los objetos, sino el resultado de la coordinación de sus acciones sobre éstos.

3. Piaget distingue, pues, dos grandes tipos de abstracción: una abstracción de carácter empírico y una abstracción reflexionante.

Mediante la primera, el sujeto obtiene información abstraída directamente a partir de los datos observables; los pone en relación y hace abstracción de sus diferencias y semejanzas.

La segunda, por el contrario, se refiere a la actividad cognitiva misma del sujeto. Por un lado, traspone a un plano superior lo que toma del nivel precedente (así, por ejemplo, para Piaget, la multiplicación se generaría a través de un proceso de abstracción reflexionante a partir de la suma, de tal manera que la operación " $x + x + x$ " se transforma en "n veces x" por abstracción reflexionante del número de veces que se repite "x"). Por otro lado, reconstruye lo extraído del primer nivel para elaborar conocimientos más generales.

Lógicamente, el pensamiento matemático es tributario de la abstracción reflexionante, que permite al sujeto operar sobre operaciones, o sea, sobre relaciones ya extraídas a partir de un tipo de abstracción, propia de los niveles preoperatorios o de la operatividad concreta, que Piaget denomina pseudo-empírica y que consiste en la abstracción de los resultados de acciones que se realizan sobre objetos materiales (por ejemplo, reunir piedrecitas). La diferencia con la abstracción empírica es que la abstracción se realiza sobre las propiedades introducidas por la actividad del sujeto, que no existían en el objeto previamente.

4. Este tipo de abstracción genera la construcción de operaciones mentales lógico-matemáticas, cada vez más diferenciadas de los objetos, que responden a una necesidad lógica y que se organizan en sistemas de conjunto de carácter deductivo, que Piaget describe en términos de estructuras definidas por la teoría de conjuntos. Estas estructuras, sobre todo en el nivel de las operaciones formales, se liberarían de las experiencia real. El pensamiento puede entonces elaborar construcciones axiomáticas

independientemente de la experiencia: el sujeto razona no ya sobre lo real, sino sobre lo posible, a través de un riguroso método hipotético-deductivo.

El mayor número de críticas realizadas a la teoría piagetiana, se refieren al concepto mismo de estructura cognitiva y a la relación entre estructura y contenido.

Trabasso y col. (1978) y Gelman (1969) han mostrado que la resolución de tareas estructuralmente idénticas incluso tareas estrictamente piagetianas como las de conservación de cantidades o inclusión, puede variar en un mismo sujeto en función de las características del contenido al que se apliquen, u otras variables, como la forma de formular la pregunta, o la introducción de ciertos términos lingüísticos.

El problema de los desfases horizontales, puesto de manifiesto por numerosos autores y reconocido por el mismo Piaget, es uno de los puntos débiles de su teoría que ha generado numerosos trabajos orientados a resaltar el papel que el contexto y los contenidos específicos de la tarea desempeña en la construcción del conocimiento (Gelman, 1969; Siegler y col., 1973, 1975; Moreno y Sastre, 1980; Vergnaud, 1983, etc.).

### **4.3. Las teorías psicológicas.**

La Psicología, en el presente siglo, empezó a interesarse por los procesos de aprendizaje y, de alguna forma, las diferentes tendencias en la enseñanza de las Matemáticas guardan relación y encuentran justificación en las diferentes teorías sobre el aprendizaje que han ido apareciendo en los últimos años. La Psicología ha sido una "lente" muy importante a través de la cual los profesores han analizado el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

Dentro de las teorías que tratan de ofrecer una respuesta al complejo problema de las formas de adquisición del conocimiento podemos diferenciar, grosso modo, dos grandes grupos: las teorías asociacionistas y las teorías cognitivas. Las primeras tratan de estudiar los cambios en la conducta manifiesta u observable de

los individuos, mientras que las segundas se interesan por el estudio de los procesos internos que tienen lugar en la mente del individuo y que explican la conducta. Mientras que las primeras se acogen a un modelo de "caja negra" que explica el vínculo entre el estímulo y la respuesta en términos de "conexión" o "asociación", las segundas tratan de esclarecer los procesos mentales a través de los cuales se constituyen las estructuras o los sistemas de relación que subyacen al conocimiento.

Ambos paradigmas, el asociacionista y el cognitivo, han coexistido durante largo tiempo y, de hecho, las teorías cognitivas americanas, en principio asociacionistas, fueron evolucionando en buena parte debido a la influencia de las teorías piagetianas que, a su vez, han incorporado en los últimos años aspectos importantes de aquéllas. La potencia explicativa de las teorías cognitivas es evidente y cada día hay más elementos que permiten superar el asociacionismo. No obstante, dentro de lo que hemos denominado teorías cognitivas existe una gran diversidad de tendencias sobre la forma en que se desarrollan los procesos de aprendizaje. Las primeras teorías cognitivas (Gestalt, Piaget, Bruner, etc.), que rompen con el asociacionismo, ponen de manifiesto la existencia de "estructuras globales" que rigen la comprensión. Para la Gestalt, por ejemplo, el conocimiento no puede venir, como defiende el asociacionismo, por acumulación memorística de contenidos, sino por el descubrimiento de la estructura que subyace a un problema y que es común a todos aquellos problemas que pertenezcan a la misma categoría. De igual forma, Piaget insistió en la existencia de estructuras lógicas como base de los diferentes conocimientos.

Sin embargo, posteriormente, se vio que el aprendizaje de las estructuras no puede realizarse al margen de los contenidos concretos y específicos.

Actualmente se está viendo la necesidad de elaborar modelos explicativos interactivos entre los aspectos conceptuales y procedimentales del pensamiento.

#### **4.3.1. Las teorías asociacionistas.**

Las teorías asociacionistas afirman que el conocimiento se imprime en la mente desde el exterior. Básicamente, el conocimiento se contempla como una colección de datos; estos datos se encuentran organizados en jerarquías que permiten, desde el punto de vista de la enseñanza, diseñar detalladamente los pasos para el aprendizaje de un concepto ya que, según estos teóricos, cualquier concepto puede ser siempre desmenuzado en otro más simple. Así, por ejemplo, Resnik y Fond (1990) y Wang y otros (1971) elaboraron una organización jerárquica correspondiente a un diseño introductorio a las primeras nociones matemáticas. Sin embargo, se ha podido comprobar que no se puede diseñar un orden determinado para todos los alumnos y que la jerarquía establecida no siempre describiría la secuencia óptima de instrucción, ya que había niños que adquirirían antes los niveles considerados más complejos y viceversa. Ausubel (1968), por su parte, critica el modelo de aprendizaje por jerarquía de datos porque, según él, lo que consigue el alumno es un aprendizaje mecánico, de carácter básicamente conductista.

En efecto, los modelos de aprendizaje conductista se caracterizan, en primer lugar, por describir, en términos de "conducta" aquello que un sujeto puede hacer, sin intentar buscar la explicación o el "por qué" de aquella conducta más allá de lo meramente observable. Además, el aprendizaje se explica por acumulación: los contenidos se "añaden" unos a otros, de forma que los más complejos se originan por la "suma" de los más simples. Dichos contenidos se fijan en la memoria gracias a la repetición y a la asociación, de lo que se deduce que es suficiente enseñar las asociaciones correctas para que el sujeto aprenda, quedando descartado el error.

Aunque la eficacia y el valor explicativo de las teorías asociacionistas ha sido ampliamente puesto en cuestión, sobre todo últimamente, por las teorías cognitivas, es necesario reconocer la aportación que los estudios sobre la organización jerárquica de los conocimientos han realizado en el terreno de la instrucción. Dichos estudios han prestado una atención específica

al contenido del aprendizaje (en este caso, las Matemáticas) realizando un análisis pormenorizado de dicho contenido en orden a las dificultades de su enseñanza.

#### **4.3.2. Las teorías cognitivas.**

Las teorías cognitivas se oponen a las tesis asociacionistas en dos aspectos fundamentales: la concepción acumulativa del conocimiento y la explicación del mecanismo de adquisición del mismo, a partir de la asociación entre estímulo y respuesta.

Los estudios sobre la percepción llevaron a Whertheimer a establecer que ésta no proviene de la acumulación de una serie de estímulos independientes. Existe un principio unificador que combina los elementos separados en una estructura global. Así, pues, entre el estímulo y la respuesta existe un proceso interno y éste consiste en la organización.

La aparición de las teorías psicológicas como la de la Gestalt o la de Piaget, que ponían de relieve la existencia de estructuras psicológicas de conocimiento, vinieron a reforzar la importancia de la "comprensión", apoyada en la construcción de dichas estructuras, por encima del adiestramiento algorítmico que caracterizaba la enseñanza tradicional. El conocimiento no proviene de la acumulación de contenidos, sino de la adquisición de estructuras o sistemas de relaciones organizadas subyacentes. Por tanto, el conocimiento significativo no proviene del exterior sino que debe elaborarse desde dentro.

Según la Escuela de la Gestalt, aprender por comprensión es, en realidad, un proceso de resolución de problemas: observar los indicios y combinarlos, reordenar las evidencias disponibles y, finalmente, observar el problema desde una perspectiva nueva.

La distinción hecha por Whertheimer entre los dos tipos de procesos de abajo hacia arriba y de arriba hacia abajo es, como señala Resnick (1981), una importante distinción para el aprendizaje de las Matemáticas, ya que si se prioriza el proceso ascendente (bottom up) entonces el énfasis de la enseñanza deberá dirigirse desde los cálculos más simples antes de ir hacia la

abstracción de los conceptos matemáticos; por el contrario, el proceso de arriba hacia abajo (top down) sugiere que el énfasis se ponga primero en la enseñanza de la estructura lógica matemática y solamente después se insista en los algoritmos y otros componentes de problemas específicos.

La Gestalt puso el acento en el proceso descendente priorizando la importancia de la comprensión de la estructura, ofreciendo así una alternativa al asociacionismo al poner de manifiesto la imposibilidad de que el conocimiento sea de carácter acumulativo y señalando la importancia de la comprensión global por encima de la repetición asociativa de elementos parecidos.

La teoría de Piaget es también una teoría estructural, en cuanto concibe que el conocimiento se organiza en estructuras lógicas, siendo, además, una teoría evolutiva que trata de explicar cómo se produce el paso de un conocimiento a otro mayor. Las estructuras cognitivas son, pues, el resultado de una construcción, que Piaget explica en términos de equilibración. Este proceso de equilibración fue descrito por Piaget en términos de un modelo de asimilación-acomodación. Mediante el proceso de asimilación, el individuo integra los datos nuevos del medio en el conjunto de esquemas cognitivos. La acomodación le llevará a modificar estos esquemas de los que dispone, para adaptarse a las situaciones nuevas. A la equilibración entre ambos procesos es a lo que Piaget denomina adaptación. A través del mecanismo de asimilación-acomodación el sujeto entra en contacto con el medio, siendo en realidad la fuente de todo progreso.

La teoría de Piaget es también una teoría antiasociacionista, tanto por la concepción estructural y no atomística de la organización de los conocimientos, como por la explicación constructivista de los mecanismos que conduce a la adquisición.

La teoría piagetiana y la de la Gestalt influenciaron la enseñanza estructural de las Matemáticas. De la conjunción entre las teorías de la matemática conjuntista y las teorías de Piaget y la de la Gestalt, que acabamos de mencionar, se derivó una enseñanza de las Matemáticas que, frente a las teorías sobre el aprendizaje asociacionista o conductista, ponía el acento en la



comprensión de las estructuras. Algunas de estas tendencias fueron "La enseñanza a través del uso de material estructurado de Dienes y Poya y el descubrimiento dirigido".

La enseñanza estructural de las Matemáticas, ligadas en general a la enseñanza de las Matemáticas modernas, ha tenido numerosos detractores, tanto desde el campo de la Matemática como de la Psicología. Desde la óptica matemática se critica el deductivismo y la excesiva formalización sintáctica; desde la psicología se ha criticado el hecho de que el conocimiento no se encuentra organizado en estructuras tan globales y abstractas que puedan abarcar a toda una serie de contextos diferentes.

R. Thom, 1973, expresa que Piaget tiene demasiada confianza en las virtudes del formalismo matemático y que otorga al razonamiento deductivo y abstracto un poder que difícilmente puede tener la mente de un niño.

Sin embargo, muchas de estas críticas han obviado, quizá, lo más interesante de la teoría piagetiana, el aspecto constructivo a partir de la acción, primero real y después mental del sujeto.

#### **4.3.3. *Las teorías sobre el funcionamiento cognitivo.***

Dadas las limitaciones de las teorías asociacionistas y de las teorías estructurales, surge como alternativa un modelo que tiene por objetivo el estudio de las relaciones entre representación mental y los procedimientos. Son los modelos interactivos que intentan explicar la relación entre aspectos conceptuales y procedimentales (Resnick, 1983; Riley, Green y Heller, 1983). Estos estudios han centrado el interés de numerosos trabajos en el campo de la psicología cognitiva. La evolución seguida en la Escuela de Ginebra es un buen ejemplo de ello.

Así, podemos observar cómo Moreno y Sastre (1977,1980) realizaron una serie de trabajos que tenían un doble objetivo: por un lado, utilizar elementos de la teoría de Piaget para elaborar una alternativa a los sistemas de enseñanza tradicional; por otro utilizar la metodología del aprendizaje operatorio para profundizar en los procesos funcionales.

"Piaget ha estudiado dice M. Moreno los aspectos más generales de la evolución genética que lleva al individuo a la construcción de las estructuras operatorias concretas, utilizando el método transversal, pero no ha estudiado detalladamente los modos, las estrategias mentales y las formas concretas de acceso a dichas estructuras, es decir, todo lo que constituye el aspecto de funcionamiento mental necesario para la adquisición de las operaciones concretas" (M. Moreno, 1987, p. 5).

Para estudiar estos procesos funcionales, ambas autoras eligieron, como hemos dicho, la metodología de aprendizaje operatorio. Así, pues, diseñaron una serie de situaciones experimentales orientadas al aprendizaje de algunos contenidos del currículum escolar de los primeros niveles de E.G.B., concretamente los referentes a clasificación y a las operaciones aritméticas de suma y resta.

Moreno y Sastre elaboraron una explicación del funcionamiento intelectual como un proceso de generalización que se efectúa a través de un mecanismo de reconstrucción en contextos operacionales cada vez más complejos. Sus investigaciones se dirigen al estudio del sujeto "en situación", para analizar el papel del medio y de los diferentes contenidos.

Numerosos trabajos realizados posteriormente por el equipo del I.M.I.P.A.E. han mostrado la importancia del contexto y de los procesos de reconstrucción no sólo en la construcción de nociones matemáticas (Gómez-Granel, 1981, 1984, 1985; Sastre, 1977, 1990) sino también lingüísticas, sociales, naturales, etc.

La noción de contexto operacional nos parece particularmente rica para explicar la función que las características del contexto sobre el que se aplica el conocimiento ejercen en la construcción del mismo, de forma que ningún conocimiento se construye al margen de sus contextos particulares de aplicación.

Ante la evidencia de que el conocimiento de las estructuras generales del pensamiento no es suficiente para predecir el comportamiento del sujeto ante diferentes contenidos particulares (desfases horizontales), la problemática se derivó cada vez más hacia la necesidad de estudiar la "inteligencia en funcionamiento".

Para elaborar este nuevo objetivo se eligió una nueva metodología, la de la resolución de problemas, inspirada en los modelos cibernéticos de la inteligencia artificial elaborados por la psicología cognitiva.

No obstante, hay que señalar que, mientras las corrientes cognitivas americanas habían utilizado la situación de resolución de problemas para estudiar la aplicación de conocimientos adquiridos a contenidos específicos, los estudios de la Escuela de Ginebra dejan muy claro que su objetivo es estudiar la construcción de conocimientos; para esta Escuela, ambos aspectos, la aplicación y la construcción de conocimientos, constituyen dos partes complementarias e inseparables de un mismo proceso funcional.

Los enfoques estructurales de la adquisición del conocimiento matemático se basaron en la idea de que una vez entendida la estructura formal, el alumno podría aprender rápidamente cualquier concepto relacionado con dicha estructura y aplicarlo a diferentes contenidos. Sin embargo, no parece que esta idea sea cierta. Más bien parece que el conocimiento adquirido en un contexto no es inmediatamente transferible a otro contexto, aunque éste implique la misma estructura formal. Así, por ejemplo, el concepto de relación multiplicativa o el de fracción construidos en un contexto aritmético debería ser reconstruido cuando se aplica a un contexto geométrico (Moreno, 1987).

Como podemos observar, a través del análisis de las diferentes teorías sobre la naturaleza y el origen del pensamiento matemático y su influencia en la enseñanza de las Matemáticas se ha producido una evolución interesante.

En un principio, parecía que el conocimiento era el resultado de la adquisición de contenidos aislados que se fijan y almacenan en la memoria por mecanismos de asociación y repetición.

Posteriormente, se puso de manifiesto la existencia de sistemas de comprensión organizados, formas comunes a diferentes contenidos. El interés se centrará, entonces, en estudiar cuáles son esas formas, y cómo se generan, dejando de lado los contenidos específicos.

A continuación, se puso en evidencia que el pensamiento no es equivalente únicamente a razonamiento lógico y que los contenidos no son meros campos de aplicación de dichos razonamientos.

Finalmente, y en la actualidad, parece claro que ambos aspectos, la forma y el contenido, lo conceptual y lo perceptual, lo figurativo y lo operativo, aparecen íntimamente relacionados e interdependientes en el proceso del conocimiento (Ver esquema aclaratorio en la página siguiente).

#### **4.4. Teoría y práctica sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas: Dos enfoques teóricos.**

De lo que llevamos expuesto en los primeros apartados del presente capítulo, se desprende que, desde el punto de vista psicológico, existen dos teorías generales sobre el aprendizaje: la teoría de la absorción o teoría conductista y la teoría cognitiva. Cada una de ellas refleja una creencia distinta acerca de la naturaleza del conocimiento, cómo se adquiere éste y qué significa saber. La teoría de la absorción afirma que el conocimiento se imprime en la mente desde el exterior. Básicamente, el conocimiento se contempla como una colección de datos. En realidad, el aprendizaje es un proceso consistente en interiorizar o copiar información. Una persona que sabe, es alguien con un buen acervo de información memorizada y fácil de recordar. La teoría cognitiva aduce que el conocimiento significativo no puede ser impuesto desde el exterior sino que debe elaborarse desde dentro. El conocimiento genuino comporta comprensión; es un aprendizaje distinto a aprender de memoria (Katona, 1967). Aprender por comprensión es, en realidad, un proceso de resolución de problemas: observar los indicios y combinarlos, reordenar las evidencias disponibles y, finalmente, observar el problema desde una perspectiva nueva.

#### **TABLA 2**

Varios son los autores que se refieren a estos dos grandes

Teorías asociacionistas	Teorías cognitivas	
	Teorías estructurales	Teorías sobre el funcionamiento cognitivo (enfoque principal)
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aprendizaje mecánico; de carácter conductista: Estímulo ———&gt; Respuesta.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aprendizaje cognitivo; importa sobre todo los procesos mentales internos que operan en la mente del niño: aprendizaje significativo.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- El conocimiento es el resultado de la adquisición de contenidos aislados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No importan los contenidos intuitivos; lo que interesa es la <u>estructura</u> que subyace a diferentes contenidos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El conocimiento no es sólo razonamiento lógico, también hay que tener en cuenta los contenidos, los aspectos procedimentales (modelos interactivos)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Los contenidos se fijan en la <u>memoria</u> por medio de la repetición y la asociación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lo más importante es la <u>comprensión</u>, mediante la construcción de las estructuras.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- También interesa la <u>comprensión</u> pero apoyándose en el funcionamiento mental.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Total separación entre las operaciones y la resolución de problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se parte del problema, de la estructura lógica: se puede guiar al alumno a comprender la estructura de un problema. Luego se insiste en los algoritmos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se parte del problema como contexto necesario para la construcción del conocimiento. El problema también se utiliza como forma de aplicación de los conocimientos adquiridos.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Los contenidos se presentan descontextualizados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Una vez entendida la estructura formal, se puede entender cualquier concepto relacionado con dicha estructura.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El conocimiento adquirido en un contexto no es inmediatamente transferible a otro contexto, aunque éste implique la misma estructura formal.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aprendizaje basado en la memorización.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aprendizaje basado en el deductivismo y en la excesiva formalización sintáctica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aprendizaje basado en los procedimientos de invención y descubrimiento.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Muy ligados a las Matemáticas tradicionales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Muy ligada a la Matemática moderna.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Nuevo enfoque interactivo.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Basadas en el dominio de procedimientos, como objetivo principal.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El estudio de los procedimientos no significa un rechazo al modelo estructural. El funcionamiento de todo sistema estructural implica el uso de procedimientos y, por otra parte, el uso de procedimientos implica conocimientos estructurales, bien sea que el sujeto los posea ya, o que los descubra a partir de la resolución de la tarea.</li> </ul>	

enfoques teóricos cuando estudian el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. Entre ellos destacamos, en primer lugar, a Luceño, Campos, 1986, que realiza un estudio psicodidáctico del número y de las operaciones aritméticas básicas, ofreciendo una clara diferenciación entre el enfoque mecánico y condicionante de la enseñanza de las Matemáticas y la línea constructivista, divergente y significativa de la práctica docente, que respeta, desde un principio, el carácter de las Matemáticas "como manipulación cuantitativa de la realidad" (Campos, C., 1986, pág. 13).

Carmen Gómez Granel, 1981, por su parte, dentro de las teorías que tratan de ofrecer una respuesta al complejo problema de la adquisición del conocimiento matemático, distingue, grosso modo, dos grandes grupos: las teorías asociacionistas y las teorías cognitivas, indicando que las primeras tratan de estudiar los cambios en la conducta manifiesta u observable de los individuos, mientras que las segundas se interesan por el estudio de los procesos internos que tienen lugar en la mente de los individuos y que explicarían las conductas.

Baroody (1988) considera que es necesario tener en cuenta cómo aprenden y piensan los niños, es decir, los factores cognoscitivos, para que se realice un adecuado aprendizaje. Para Baroody, por tanto, es realmente imprescindible que la planificación educativa tenga en cuenta la psicología del niño para poder juzgar la idoneidad de los métodos de enseñanza, así como los materiales y la secuencia de un currículo. Este planteamiento lleva a Baroody a distinguir, básicamente, dos teorías generales sobre el aprendizaje: la teoría de la absorción y la teoría cognitiva. La teoría de la absorción considera que el conocimiento se imprime en la mente desde el exterior, mientras que la teoría cognitiva establece que el conocimiento significativo debe elaborarse desde dentro, a través de la comprensión.

Se puede constatar también, en investigaciones empíricas recientes, la existencia de este doble enfoque teórico cuando se estudia, principalmente, el cambio de concepciones de los profesores desde posiciones tradicionales a concepciones

constructivistas, con el fin de mejorar la calidad de su enseñanza (Wood, Coob y Yackel, 1991; Putnam, Heaton, Prawat y Remillard, 1992; Mosenthal, 1995).

Desde esta doble posición, analizamos por separado cada una de estas teorías y los principios en que basan el aprendizaje matemático. Dichos principios o características han iluminado nuestro trabajo empírico como una base documental muy importante para la realización del mismo. A continuación presentamos las características de cada una de estas teorías, pudiéndose observar claramente las divergencias que se dan entre ellas.

#### **4.4.1. Teoría asociacionista o conductista.**

##### *4.4.1.1. Aprendizaje por asociación:*

Según la teoría asociacionista, el conocimiento matemático es, esencialmente, un conjunto de datos y técnicas. En el nivel más básico, aprender datos y técnicas implica establecer asociaciones. Por ejemplo, dominar una combinación básica de la adición requiere asociar un par numérico con una suma determinada (por ejemplo, 7 y 3 se asocian a 10). La producción automática y precisa de una combinación numérica básica es un hábito bien arraigado de asociar una respuesta determinada a un estímulo concreto. Por ejemplo, cuando un niño ve u oye el estímulo  $7 + 3$ , busca la suma asociada en la memoria a largo plazo y responde "10". En pocas palabras, la teoría de la absorción parte del supuesto de que el conocimiento matemático es una colección de datos y hábitos compuestos por elementos básicos denominados asociaciones.

##### *4.4.1.2. Aprendizaje pasivo y receptivo.*

Desde esta perspectiva, aprender comporta copiar datos y técnicas: un proceso esencialmente pasivo. Las asociaciones quedan impresionadas en la mente principalmente por repetición.

Es decir, que "la práctica conduce a la perfección" (Baroody, 1988). Por ejemplo, los niños consolidan el enlace entre  $7 + 3$  y 10 mediante ejercicios de repetición. Con una exposición suficiente el dato  $7 + 3 = 10$  se estampa con firmeza en la mente. La comprensión no se considera necesaria para la formación de asociaciones. La persona que aprende sólo necesita ser receptiva y estar dispuesta a practicar. Dicho de otra manera, aprender es, fundamentalmente, un proceso de memorización.

#### *4.4.1.3. Aprendizaje acumulativo.*

Según la teoría conductista, el crecimiento del conocimiento consiste en edificar un almacén de datos y técnicas. El conocimiento se amplía mediante la memorización de nuevas asociaciones. Por ejemplo, dominar las combinaciones básicas de la adición, implica acumular 100 asociaciones o datos. Además, los datos o hábitos básicos pueden ligarse entre sí para formar datos o hábitos más complejos. Tomemos, por ejemplo, el dominio de un algoritmo (un procedimiento paso a paso) para la adición de números de dos cifras sin llevar (por ejemplo  $46 + 23 = -$ ). Esta técnica consiste en unir seis hábitos sencillos para formar un hábito secuencial: a) empezar por la columna de la derecha, b) hallar la suma de los dos números de esta columna ( $6 + 3 = 9$ ), c) anotar la suma debajo de estos números, d) pasar a la columna de la izquierda, e) hallar la suma de sus dos números ( $4 + 2 = 6$ ), y f) anotar la suma debajo de estos números. En otras palabras, la ampliación del conocimiento es, básicamente, un aumento de la cantidad de asociaciones almacenadas.

#### *4.4.1.4. Aprendizaje eficaz y uniforme.*

La teoría de la absorción parte del supuesto de que los niños simplemente están desinformados y se les puede dar información con facilidad. Puesto que el aprendizaje por asociación es un claro proceso de copia, debería producirse con rapidez y fiabilidad. Además, y dado que todos tenemos aptitudes similares para la



memorización salvo los más inteligentes y los más torpes, el aprendizaje debería darse a un ritmo relativamente constante. En la medida en que los datos y las técnicas se presenten con claridad y se practiquen suficientemente, todos los niños, salvo los atípicos, deberán ir avanzando hacia la perfección de manera eficaz y uniforme. En realidad, la memorización del conocimiento en masa debería alcanzarse en un plazo breve.

#### *4.4.1.5. Control externo.*

La teoría de la absorción o teoría asociacionista parte del supuesto de que el aprendizaje debe controlarse desde el exterior. Para producir una asociación correcta o una copia verdadera, el maestro debe moldear la respuesta del alumno, mediante el empleo de premios y castigos. Es decir, que la motivación para el aprendizaje y el control del mismo son externos al niño.

#### *4.4.1.6. La instrucción formal parte básicamente desde cero.*

La teoría asociacionista considera que el conocimiento informal que tienen los niños sobre las Matemáticas cuando llegan a la escuela, no es útil para un aprendizaje eficaz; incluso, parten del supuesto de que los niños llegan a la escuela como pizarras en blanco sobre las que pueden escribirse directamente las Matemáticas escolares. Aparte, quizá, de algunas técnicas de contar aprendidas de memoria, se considera que los niños carecen de técnicas matemáticas. Además, esta teoría indica que la técnica para contar que tienen los niños cuando se incorporan a la escuela es esencialmente irrelevante o constituye un obstáculo para llegar al dominio de la matemática formal. Con la instrucción formal, la adquisición del conocimiento matemático real, vuelve a partir básicamente desde cero.

#### *4.4.1.7. El currículum elemental se basa en un conjunto de datos y técnicas básicas.*

Los teóricos conductistas consideran que el currículo es una colección de datos y procedimientos relacionados con la aritmética, la geometría y ciertas aplicaciones cotidianas, es decir: datos numéricos, procedimientos de cálculo y definiciones de carácter básico (por ejemplo, "+" significa "más" o "sumar a"; la adición es la unión de dos conjuntos); datos y técnicas pertenecientes a objetos bidimensionales o tridimensionales (por ejemplo, nombres de figuras geométricas y procedimientos para determinar perímetros y áreas); y datos y técnicas de carácter práctico (p. e., los nombres de las monedas y la manera de cambiarlas, cómo utilizar una regla o leer un reloj, etc.). En resumen, la teoría de la asociación trata la Matemática como un producto terminado que el niño debe absorber mediante la ayuda de la enseñanza (Romberg, 1984).

#### *4.4.1.8. La instrucción va dirigida a ayudar al niño a adquirir los datos y procedimientos incluidos en el currículum.*

Como la teoría conductista considera que el dominio de datos y técnicas de cálculo es el principal objetivo educativo de la educación matemática, la instrucción tiene como principal finalidad ayudar a los alumnos a alcanzar esas destrezas (Fey, 1979).

Según la teoría conductista, los métodos de instrucción son claros. Como los niños están simplemente desinformados, la instrucción directa es la manera más eficaz para presentarles datos y técnicas. Por tanto, la instrucción basada en la teoría de la absorción suele depender casi por completo de explicaciones verbales o libros de texto y de simbolismos escritos relativamente abstractos. Por ejemplo, los ejercicios que hacen los niños sirven para implantar el dato firmemente en la memoria; la información se imprime firmemente mediante ejercicios verbales de repetición, numerosos ejercicios escritos y deberes para hacer en clase y en casa.

Como se parte del supuesto de que los niños deben limitarse a ser receptivos, la enseñanza colectiva se considera adecuada. Y

como la capacidad de acumular información se considera básicamente uniforme (al menos en los niños típicos) la instrucción puede realizarse a un ritmo dado. Así, pues, salvo casos excepcionales, la enseñanza individualizada no es esencial.

*4.4.1.9. El papel del maestro se basa, fundamentalmente, en la transmisión de información.*

La teoría asociacionista propone un papel bien claro y definido para el maestro: transmitir información. El maestro debe orquestar todo lo que acontece en el aula presentaciones, demostraciones, asignaciones, premios y castigos . Mientras un tema sea presentado de manera clara y los niños estén atentos, la adquisición de datos y técnicas básicas deberá darse sin sobresaltos hasta que se alcance su dominio; la guía curricular de un buen maestro deberá ofrecer una base eficaz para planificar la instrucción diaria en todos los casos salvo los excepcionales.

*4.4.1.10. Los alumnos desarrollan una conducta mecánica.*

Como la teoría asociacionista tiene como principal finalidad que los alumnos adquieran un conjunto de datos y dominen una serie de procedimientos de cálculo, a través de la repetición de una serie de ejercicios, los niños van desarrollando una conducta mecánica que queda de manifiesto por la ineficacia en la resolución de problemas, sus incoherencias y sus respuestas sin sentido. Por ejemplo, John Holt (1984) observó a unos niños de quinto curso aplicando laboriosamente el algoritmo normal para calcular la suma  $256 + 328$  justo después de calcular y anotar la suma de  $256 + 327$ .

Con frecuencia, a los niños que desarrollan este tipo de conducta, no les molestan las ineficacias, incoherencias o errores porque, simplemente, carecen del conocimiento necesario para resolver un problema de una forma más eficaz o para controlar su trabajo con precisión (Baroody, 1983, Bisanz, LeFevre, Scott y Champion, 1984).

#### 4.4.1.11. *La evaluación se basa en el dominio de datos y técnicas.*

Según esta teoría, la evaluación se centra en la cantidad de cosas que ha aprendido el niño. La puntuación obtenida en una prueba proporciona un índice general del nivel de rendimiento de un niño. El diagnóstico se dirige a la obtención de información más específica sobre los datos y técnicas que no ha llegado a dominar el alumno.

En el fondo, la evaluación basada en la teoría asociacionista se centra en el rendimiento externo: lo que el niño produce. La evaluación determina el dominio que tiene un niño en función del número de respuestas correctas (exactitud). En ocasiones, este dominio también se mide en términos de exactitud y rapidez (eficacia).

Las deficiencias o errores cometidos por los niños se achacan a factores externos, como una práctica insuficiente; o a factores generales internos como negligencia (falta de interés o pereza), falta de atención, incapacidad o aptitud escasa para las Matemáticas. La manera de subsanar esa falta de dominio es presentar de nuevo el material de trabajo al niño para que éste practique más con él (Moyer y Moyer, 1985). En teoría, hace falta una gran cantidad de ejercicios para "sobrepasar"; es decir, como los niños con dificultades de aprendizaje absorben el conocimiento más lentamente o lo olvidan con más rapidez, deben practicar un dato o una técnica más de lo normal para que la lleguen a grabar firmemente en su memoria.

#### 4.4.1.12. *La enseñanza realizada según esta teoría cultiva creencias debilitadoras.*

Cuando la instrucción asigna una importancia fundamental a la memorización de datos y técnicas, es muy probable que los niños obtengan una información equivocada de las Matemáticas. Si los niños se ven empujados al empleo de símbolos matemáticos abstractos, pueden llegar a la conclusión de que la comprensión

no desempeña ningún papel en las Matemáticas (Hiebert, 1984). La instrucción basada en la teoría asociacionista enseña a los niños que "aprender Matemáticas consiste, principalmente, en memorizar" (Carpenter, Lindquist, Matthews y Silver, 1983) y "siempre se da una regla a seguir para solucionar problemas". Cobb (1983b) señala que las evidencias disponibles (por ejemplo, Baroody y col., 1983; Carpenter, Hiebert y Moser, 1983; Cobb, 1988; Lester, 1983) indican que las creencias debilitadoras empiezan a desarrollarse durante los primeros cursos.

El mensaje implícito, o incluso explícito, de la enseñanza basada en la teoría de la asociación es: "aprender y utilizar los datos y procedimientos correctos, y hacerlo con rapidez". Este mensaje puede fomentar creencias debilitadoras:

- La incapacidad para aprender datos o procedimientos con rapidez es señal de inferioridad en cuanto a inteligencia y carácter.
- La incapacidad para responder con rapidez o emplear un procedimiento con eficacia indica "lentitud".
- La incapacidad para responder correctamente indica una "deficiencia mental".
- Una incapacidad total para responder es señal de una estupidez absoluta.

Atribuir una importancia excesiva a la consecución de "la" respuesta correcta empleando "el" procedimiento adecuado, también puede crear falsos conceptos:

- Todos los problemas deben tener una respuesta correcta.
- Sólo hay una manera (correcta) de resolver un problema. Las respuestas inexactas (por ejemplo, las estimaciones) y los procedimientos inexactos (por ejemplo, resolver problemas por ensayo y error) son inadecuados.

Como la instrucción basada en la teoría conductista o asociacionista suele pasar por alto la matemática informal de los niños o a rechazarla conscientemente, los niños aprenden a avergonzarse de la matemática informal; pueden creer que las Matemáticas escolares sobrepasan su comprensión y que están gobernadas por sus propias e

inexplicables reglas. Algunas de las creencias que engendran los alumnos, si no se tiene en cuenta su matemática informal, son las siguientes:

- Comprender las Matemáticas es algo que sólo está al alcance de los genios.
- Las Matemáticas no tienen por qué tener sentido.

Las creencias irracionales pueden dar lugar a estrategias de protección por parte de los alumnos. Por ejemplo, ante la creencia de que "sólo los tontos cuentan para calcular" un alumno puede llegar a disimular su modo de contar (contando deprisa y en secreto) o ante la idea de que "los niños listos responden con rapidez" los alumnos pueden desarrollar estrategias de respuestas impulsivas o de disimulo (p.e. aún cuando no se conozca la respuesta, levanta la mano cuando pregunta el maestro).

Si esta conducta de protección, que momentáneamente disminuye la ansiedad del niño, se emplea durante mucho tiempo, el niño puede ser descubierto y llegar a sentirse más inútil todavía.

#### 4.4.1.13. *El mecanismo del cálculo se aplica a la resolución de problemas.*

Con frecuencia, y según la teoría asociacionista, la enseñanza de la resolución de problemas consiste en poco más que asignar problemas de enunciado verbal extraídos de libros de texto. Estos problemas suelen ser asignados *después* de haberse introducido una operación con el fin de a) dominar los datos numéricos básicos de la operación, b) practicar el algoritmo o algoritmos de cálculo relacionados con ella y c) reforzar aplicaciones específicas de las operaciones relacionadas con el mundo real (LeBlanc et al., 1980). Por tanto, el fin de los ejercicios relacionados con el mundo real es practicar técnicas básicas, *no* desarrollar la capacidad para resolver problemas.

Se observa, pues, una separación entre el estudio de las distintas operaciones aritméticas, que se realiza de manera mecánica y sin conocer su significado real, y, más tarde, dominado su mecanismo, se aplican a la resolución de problemas. La todavía

frecuente pregunta de algunos escolares, ¿Qué cuenta tengo que poner en este problema? , es reveladora de este tipo de enseñanza.

Para los alumnos en los que la enseñanza de las operaciones ha estado separada de la resolución de situaciones problemáticas, la resolución de problemas se transforma en "auténticos jeroglíficos" donde, mediante la técnica de ensayo, se llega, casualmente, a la resolución de los mismos. Las sesiones de Matemáticas, más que actividades para razonar, son actividades desagradables de "acertar o no acertar".

#### **4.4.2. Teoría Cognitiva.**

##### *4.4.2.1. Las relaciones, claves básicas del aprendizaje.*

La teoría cognitiva afirma que el conocimiento no es una simple acumulación de datos (Anderson, 1984). La esencia del conocimiento es la estructura: elementos de información conectados por relaciones, que forman un todo organizado y significativo. Por tanto, la esencia de la adquisición del conocimiento estriba en aprender relaciones.

La teoría cognitiva indica que, en general, la memoria no es fotográfica. Normalmente no hacemos una copia exacta del mundo exterior almacenando cualquier detalle o dato. En cambio, tendemos a almacenar relaciones que resumen la información relativa a muchos casos particulares. De esta manera, la memoria puede almacenar vastas cantidades de información de una manera eficaz y económica.

##### *4.4.2.2. Construcción activa del conocimiento.*

La teoría cognitiva propone que el aprendizaje genuino no se limita a ser una simple absorción y memorización de información impuesta desde el exterior. Comprender requiere pensar. La comprensión se construye activamente desde el interior mediante el establecimiento de relaciones entre informaciones nuevas y lo

que ya se conoce, o entre piezas de información conocidas pero aisladas previamente (lo que implica una construcción activa). En el primer caso se tratará de aprendizaje por asimilación y en el segundo caso, aprendizaje por integración.

La construcción activa del conocimiento se producirá cuando concurren las siguientes condiciones:

(a) Lo nuevo que se aprende modifica los esquemas de conocimiento. La nueva información crea en el alumno alguna contradicción que rompe el equilibrio y le obliga a cambiar su estructura cognoscitiva para poder incorporar en ella el nuevo conocimiento. Si esta nueva información está muy alejada de su capacidad, no conseguirá conectarla con sus esquemas previos y, por ello, no será capaz de modificarlos. En todo caso la almacenará provisionalmente y la olvidará con facilidad. Cuando se rompe el equilibrio se necesita un reequilibrio, lo cual dependerá del tipo de actuación didáctica.

(b) Lo nuevo que se aprende es funcional para el alumno. Un aprendizaje será funcional cuando el alumno sea capaz de aplicarlo en las adecuadas circunstancias y asigne a los nuevos conocimientos el uso que su propia experiencia le demanda, es decir, cuanto mejor asimile cognitivamente éstos, tanto mayor será el grado de funcionalidad que, en el futuro, va a permitirle aplicarlos en nuevas y diferentes situaciones.

#### *4.4.2.3. Cambios en las pautas de pensamiento.*

La teoría cognitiva señala que la adquisición del conocimiento comporta algo más que la simple acumulación de información. El aprendizaje genuino implica modificar las pautas de pensamiento. Dicho de otra manera más específica, establecer una conexión puede modificar la manera en que se organiza el pensamiento, modificándose, por tanto, la manera que tiene un niño de pensar sobre algo. En otras palabras, la comprensión puede aportar puntos de vista más frescos y poderosos, así como cambios cuantitativos en la cantidad de información almacenada.

#### *4.4.2.4. Límites del aprendizaje.*



La teoría cognitiva admite que, dado que los niños no se limitan simplemente a absorber información, su capacidad para aprender tiene límites. La imitación rápida, fiel y uniforme del conocimiento adulto no es realista. A causa del proceso de asimilación e integración, hace falta mucho tiempo para aprender la mayoría de las cosas que vale la pena saber (Duckworth, 1982). Los niños construyen su comprensión de las Matemáticas con lentitud, comprendiendo poco a poco. Por ejemplo, los niños aprenden paso a paso las relaciones matemáticas que les permiten dominar las combinaciones numéricas básicas.

Puesto que el conocimiento se construye activamente, las ideas y métodos de los niños para resolver problemas pueden no coincidir con lo prescrito por la enseñanza. Es muy usual que los niños se basen en sus propios métodos inventados para hacer aritmética básica ya que, en principio, tienen más significado para ellos. Basándose en lo que ya saben, los niños inventan espontáneamente estrategias para contar con los dedos y "estrategias de pensamiento" para averiguar combinaciones desconocidas (Steinberg, 1985).

Puesto que la asimilación y la integración implican el establecimiento de conexiones con los conocimientos ya existentes, el aprendizaje significativo depende, necesariamente, de lo que ya sabe un individuo dado. Es decir, que la comprensión y el aprendizaje significativo dependen de la preparación individual (Davis, 1990).

#### *4.4.2.5. Regulación interna.*

El aprendizaje puede ser una recompensa en sí mismo, según la teoría cognitiva, pues, los niños tienen una curiosidad natural por desentrañar el sentido del mundo. A medida que su conocimiento se va ampliando, los niños buscan espontáneamente retos cada vez más difíciles. Se suele dar mucha importancia a la breve duración de la atención de los niños pequeños. La verdad es que la mayoría de ellos abandonan en seguida las tareas que no

encuentran interesantes. Cuando trabajan en problemas que captan su interés, los niños dedican una cantidad considerable de tiempo para llegar a dominarlos. El hecho de que se muestren dispuestos a comprometerse con una tarea significativa e interesante se puede aprovechar para facilitar su camino hacia el dominio de las combinaciones básicas.

#### *4.4.2.6. La instrucción formal parte básicamente de la Matemática informal.*

La teoría cognitiva sostiene que los niños no llegan a la escuela como pizarras en blanco. La reciente investigación cognitiva demuestra que, antes de empezar la escolarización formal, la mayoría de los niños adquieren unos conocimientos considerables sobre contar, el número y la aritmética. Además, este conocimiento informal actúa como fundamento para la comprensión y el dominio de las Matemáticas impartidas en la escuela. En pocas palabras, las raíces de las aptitudes matemáticas llegan hasta la época preescolar y el éxito de la enseñanza escolar se funda en este conocimiento aprendido de manera informal.

La matemática informal de los niños es el paso intermedio crucial entre su conocimiento intuitivo, limitado e impreciso y basado en la percepción directa, y la matemática poderosa y precisa basada en símbolos abstractos que se imparte en la escuela. Puesto que el aprendizaje implica una construcción a partir de conocimientos anteriores, el conocimiento informal desempeña un papel crucial en el aprendizaje significativo de la matemática formal. Según Hierbert, 1984, los niños tienden a abordar la matemática formal en función de su matemática informal.

#### *4.4.2.7. El currículum elemental se basa en un sistema de ideas y métodos que permiten abordar problemas aritméticos.*

Desde el punto de vista de la teoría cognitiva la «piedra de toque del aprendizaje no es la mera facilidad mecánica para "hacer cálculos"» (Brownell, 1935). El principal objetivo de las Matemáticas escolares debe ser el cultivo de la comprensión y el

empleo inteligente de las relaciones y principios matemáticos. Las Matemáticas escolares son un "proceso" orientado a estimular una mayor sofisticación en la comprensión y el razonamiento matemático, así como en la resolución de problemas.

*4.4.2.8. La instrucción va dirigida a ayudar a los niños a incorporar conocimientos significativos.*

Los principios subyacentes a toda instrucción matemática que pretende incorporar conocimientos significativos en la mente de los niños, deberá cumplir los siguientes requisitos:

(a) Partir de lo que éstos ya saben y de su propia experiencia: los nuevos conocimientos deberán relacionarse con los ya sabidos por los alumnos. De ahí que, el entorno que rodea al alumno deberá constituir el punto de partida para el desarrollo de cualquier propuesta de estudio.

(b) Posibilitar que los alumnos desarrollen, por sí mismos, los aprendizajes significativos: Una de las metas prioritarias de la metodología activa es que los escolares se habitúen a aprender. Es decir, que no sólo sean capaces de aprender los conocimientos explicados en el aula, sino que puedan aprender constantemente, en cualquier momento.

(c) Inducir a los alumnos a que realicen una intensa actividad intelectual: La manipulación o la actividad externa que pone en marcha el educando en la cumplimentación de determinada tarea, es un aspecto importante, pero sólo eso. Si después de la manipulación no se efectúa una detallada reflexión sobre lo realizado, el aprendizaje del alumno será probablemente memorístico, mecánico, ajeno al desarrollo de las habilidades cognitivas implicadas en el mismo.

(d) Utilizar estrategias y recursos variados: la elección de las estrategias y recursos adecuados a cada situación dependerá de las características del contenido que se enseñe. El proceso de enseñanza debe caracterizarse por el empleo de una amplia gama de materiales para que los alumnos puedan cultivar las habilidades precisas para comunicarse a través de las diferentes modalidades

simbólicas de los medios (verbales, icónicas, auditivas, informáticas).

(e) Desarrollar estrategias de grupo e individualizadas. Este principio supone que cada alumno debe recibir, en la medida de lo posible, un trato personalizado. Del mismo modo el profesor debe impulsar también las relaciones entre iguales creando un clima de cooperación.

(f) Facilitar y comprobar la incorporación progresiva de los aprendizajes a la vida cotidiana: La enseñanza debe pretender que los aprendizajes adquiridos en la escuela se puedan utilizar en cualquier otra situación real en que se encuentran los escolares. Habrá que facilitarles, por consiguiente, el mayor número de conexiones entre lo que se les enseña y una gran variedad de contenidos.

(g) Favorecer la participación del alumno en la evaluación: Hemos incluido este apartado de la evaluación porque no puede dejarse al margen de la metodología a utilizar con los alumnos. Del mismo modo que hemos dicho que el alumno debe ser constructor de su conocimiento, en buena lógica habrá que asegurar también que el propio alumno deberá tomar parte en el proceso de reflexión y evaluación de su trabajo. Esto no sólo le gratificará sino que le hará tomar conciencia de su propio rendimiento.

#### *4.4.2.9. El papel del maestro: intermediario entre el niño y los conocimientos a adquirir.*

La teoría cognitiva sugiere que, en esencia, la enseñanza es un proceso de resolución de problemas que requiere gran flexibilidad y conocimiento. Desde este punto de vista, el profesor actúa como intermediario, es decir, como alguien que contribuye a amalgamar los factores externos con los internos. Por tanto, ser un profesor eficaz requiere conocer la materia, las técnicas de enseñanza y el niño.

Como cada situación y cada niño son diferentes, los profesores deben realizar continuamente "suposiciones fundadas" sobre el procedimiento a emplear. Además, deben comprobar o evaluar la

eficacia que han tenido sus decisiones. Es decir, que en el fondo, los profesores deben dedicarse a plantear y verificar hipótesis.

El profesor debe comportarse como un diseñador del proceso de enseñanza-aprendizaje, un artífice del medio escolar que propicie el aprendizaje del alumno (Luceño Campos, J.L., 1986).

*4.4.2.10. Los alumnos tienden a comportarse de manera inteligente.*

Cuando los niños participan voluntariamente en una tarea que tiene significado para ellos, buscan y emplean relaciones y controlan y ajustan sus acciones de una manera espontánea. Por ejemplo, ante una serie de problemas conmutados como  $9+7=$  - y  $7+9=$  - ó  $12+5=$  - y  $5+12=$  -, muchos niños de primer curso reconocen rápidamente que no es necesario calcular la suma del segundo problema de cada par conmutado (Baroody, Ginsburg y Waxman, 1983). Explotar relaciones como la conmutabilidad para ahorrar trabajo, es un ejemplo de resolución inteligente de problemas (Wertheimer, 1945). Cuando los niños participan activamente en una tarea matemática tienden a comportarse de manera inteligente, llegando, incluso, a comprobar su trabajo y corregir sus errores por sí mismos.

*4.4.2.11. La evaluación se dirige esencialmente a conocer el proceso por el cual llega el alumno a una respuesta dada.*

Desde la teoría cognitiva, la escuela debería centrarse en el aprendizaje significativo y en la capacidad de pensar, además de centrarse en el dominio de los datos básicos; por tanto, la evaluación es, necesariamente, una tarea compleja. Además de medir la adquisición de datos y técnicas, la evaluación debe orientarse a responder a preguntas como ¿qué conceptos o qué comprensión posee un niño?, ¿aborda el niño los problemas de una manera racional o no?. Para responder a estas preguntas, no basta con que la evaluación se centre en la conducta externa para determinar qué y cuánto ha llegado a dominar un niño. Con fines de diagnóstico sobre todo, es esencial medir el estado interior o el conocimiento subyacente de un niño. Por tanto, es importante

determinar cómo y por qué —el proceso mediante el cual— llega un niño a una respuesta (Bruner, 1966). ¿Qué conceptos correctos o erróneos ha aportado el niño a la tarea? ¿Qué estrategia ha empleado el niño para resolver el problema?

Según la teoría cognitiva, los errores no indican una simple deficiencia del conocimiento. Los errores pueden revelar qué conocimiento ha aportado el alumno a un problema y cómo ha tratado de abordarlo. Los errores abren una ventana a los procesos interiores del pensamiento del niño e indican cómo encajan estos procesos de pensamiento con una tarea de aprendizaje dada (Brown y Burton, 1978).

#### 4.4.2.12. *Fomento de creencias constructivas.*

La manera de enseñar Matemáticas dice mucho o más sobre las Matemáticas que aquello que se enseña. En este sentido, es necesario que se fomenten creencias racionales y constructivas acerca de las Matemáticas y su aprendizaje. Hay diferentes maneras de hacerlo como: evitando dar una importancia excesiva a la perfección, sobre todo a la necesidad de dar siempre la respuesta correcta; relacionando los materiales nuevos con experiencias familiares para los niños; fomentando en los niños una imagen positiva de la matemática informal; adoptando una actitud receptiva ante la matemática informal, etc.

#### 4.4.2.13. *La resolución de problemas debe ser el punto de partida del proceso psicodidáctico.*

La teoría cognitiva establece que la introducción de problemas de enunciado verbal no debe aplazarse hasta que se haya dominado las técnicas formales básicas, sino que debe integrarse en el currículo de las Matemáticas elementales desde el principio (Carpenter y Moser, 1984; Callejo de la Vega, 1990). En la mayoría de los casos, se pueden empezar a presentar problemas rutinarios de adición y sustracción a niños que acaben de empezar la enseñanza formal de las Matemáticas. Los problemas de enunciado verbal pueden ser un puente importante entre los conceptos y procedimientos informales de un niño y las Matemáticas simbólicas impartidas en la escuela.

La experiencia que el alumno trae a la escuela hay que aprovecharla en la formulación y resolución de problemas por los que pueda sentir interés (Luceño Campos, 1986). Debe ser el "punto de partida del proceso de enseñanza". Los primeros problemas serán aquéllos con los que el niño se encuentra en su familia, en la escuela, en relación con sus compañeros, en sus juegos, en sus diversiones y costumbres, etc.

En la resolución de problemas aritméticos, nos dice Mialaret, deben respetarse las etapas siguientes:

(a) Manipulativa: de entrada no se le debe plantear a los alumnos problemas escritos, Hay que presentar al niño los objetos, los materiales, en la situación real y concreta que se quiere resolver, para que opere en un contexto significativo. "La manipulación", "la concretización", es precisa para que el alumno perciba, a través de sus acciones concretas, cuáles son las operaciones aritméticas que debe utilizar. Es conveniente que el alumno traduzca de manera verbal, lo que ha realizado de manera manipulativa (la conducta de relato).

(b) Gráfica: Representar lo realizado, de manera manipulativa, en forma de dibujos o esquemas gráficos.

(c) Simbólica: Valiéndose de los símbolos numéricos y del texto escrito. La redacción de los problemas, continúa diciendo este autor, debe ser sencilla, clara, correcta y enunciar los hechos cronológicamente, como suceden.

### **III. INTRODUCCIÓN EMPÍRICA**



Tal como planteábamos en la Introducción General de este trabajo, el objetivo fundamental que perseguimos con la realización del mismo, es llegar a conocer las diferentes creencias que sostienen los profesores de Primaria sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, así como constatar si dichas creencias son coherentes o no con sus prácticas en el aula. A tal fin, hemos diseñado la presente investigación que sigue una metodología de tipo cuantitativa en un primer estudio y de corte eminentemente cualitativo en el segundo estudio.

El diseño general que enmarca nuestra investigación, como ya hemos indicado, comprende dos estudios que pasamos a describir a continuación:

**Estudio 1:** Dirigido a estudiar las concepciones o creencias que acerca de las Matemáticas y su enseñanza y aprendizaje tienen los profesores de Primaria.

El tema de las creencias de los profesores nos pareció interesante abordarlo en este estudio porque es indudable que los profesores que enseñan Matemáticas, a su paso por todo el sistema escolar y a través de la experiencia adquirida en sus años de servicio como docentes, han desarrollado una serie de concepciones (posturas, posiciones, enfoques, creencias...) en relación a la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas y sobre las Matemáticas mismas, que condicionan su toma de decisiones ante los problemas con que se enfrentan en el desarrollo de su labor docente. En la fundamentación teórica de la presente tesis creemos que ha quedado suficientemente explicada la definición de creencias o concepciones, a la cual nos remitimos.

Pensamos que gran parte de los contrastes que se pueden encontrar en los énfasis docentes de los profesores son debidos precisamente, entre otros múltiples factores, a las diferentes creencias que sostienen sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

La importancia de las concepciones acerca de las Matemáticas y su enseñanza y aprendizaje ha sido reconocida por Cooney (1983) y Thompson (1984). Esta última afirma que "existen fuertes razones para creer que en las Matemáticas las concepciones del

profesor y su enseñanza juegan un papel muy importante, afectando su importancia como mediador primario entre la materia y lo que aprenden los alumnos" (Thompson, 1984, p. 105).

Muchos son los investigadores que, como ya hemos señalado en nuestro marco teórico, se han interesado por indagar las diferentes creencias que subyacen al pensamiento de los profesores, relacionadas con las Matemáticas y su enseñanza y aprendizaje. Otros han ido más lejos y han tratado de averiguar si las creencias guardan relación con la práctica docente y qué efectos produce dicha relación en orden a la satisfacción profesional del profesor y a las tensiones que se pueden producir entre lo que piensa el profesor y lo que hace realmente en el aula, debido a situaciones externas que él no puede controlar. Otros investigadores han tratado de estudiar las creencias de los profesores como paso previo a la implementación de cursos de formación para profesores, con el fin de que, partiendo de sus creencias, intentar hacerles reflexionar para llevar a cabo modificaciones en su forma de presentar las Matemáticas a los alumnos.

Siguiendo esta línea de investigación, nos planteamos el presente estudio que parte de la formulación de varios interrogantes: ¿Existen diferentes creencias acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas?, ¿cómo se pueden detectar dichas creencias?, ¿es posible describir las creencias de modo que abarquen todo el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas?. Para contestar a estos y otros interrogantes que se nos pudieran ir presentando, diseñamos este estudio que consiste, fundamentalmente, en la elaboración de un cuestionario, a partir de diferentes entrevistas mantenidas con profesores de Primaria y del análisis de contenido de la literatura pertinente sobre el tema, para su posterior cumplimentación por parte de una muestra de profesores de Primaria. Los datos obtenidos nos permitirán describir las creencias que conforman el pensamiento de los profesores sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas Elementales y que subyacen a la propia acción y práctica docente de muchos profesores.

**Estudio 2:** Este estudio se diseñó con el objetivo de analizar la práctica de enseñanza de las Matemáticas en dos profesores de Primaria. Concretamente, nos interesaba encontrar respuesta a las siguientes

preguntas: ¿Cómo planifica el profesor su clase de Matemáticas?, ¿cómo se pueden estudiar las prácticas de enseñanza de las Matemáticas?, ¿qué prácticas de enseñanza se pueden aislar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas?, ¿cómo se pueden describir las prácticas de enseñanza?, ¿cómo evalúa el profesor los conocimientos matemáticos de sus alumnos?.

Una vez conocidas las respuestas a todas estas cuestiones, el siguiente paso sería establecer las relaciones posibles entre las creencias de los profesores y su práctica real en el aula, para determinar si existe o no coherencia entre lo que piensan, lo que dicen que hacen y lo que hacen realmente.

Finalmente, el análisis intrasujeto ya indicado, nos conducirá consecuentemente a un posterior análisis intersujeto que nos permitirá realizar un detallado estudio comparativo entre los dos casos considerados. Este análisis comparativo entre los dos profesores seleccionados nos situará en condiciones de poder constatar las semejanzas y diferencias en sus prácticas de enseñanza, tanto de las informadas como de las observadas.

Debido a la complejidad de los aspectos que debemos analizar en esta investigación, optamos por realizar un estudio de casos concretos, que nos permitiera obtener una información lo más exhaustiva posible de los interrogantes anteriormente propuestos, logrando así la descripción de dos casos individuales. Creímos conveniente, asimismo, que el estudio se llevara a cabo en dos casos con características diferenciadas previamente, para poder encontrar así una mayor variabilidad de relaciones. Por este motivo, seleccionamos a dos profesores (un profesor y una profesora) prototípicos de las dos teorías que sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas encontramos en el Estudio 1. Llevamos a cabo grabaciones en vídeo de sus clases de Matemáticas, durante un período de tiempo concreto en el que introducían por primera vez el concepto de multiplicación, para proceder luego al análisis minucioso y pormenorizado de sus prácticas de enseñanza. Previamente a la observación directa de las aulas, procedimos a realizar una entrevista a ambos profesores sobre diversos aspectos del proceso de enseñanza de las Matemáticas, con el fin de conocer lo que dicen que hacen, es decir, la práctica informada.

Hemos optado por esta técnica etnográfica, el estudio de casos, porque nos permite una revisión completa e intensiva de los acontecimientos que ocurren en el aula durante el período de tiempo que se dedica a la enseñanza de las Matemáticas. El estudio de casos, como indica Guba y Lincoln, 1983, proporciona una descripción densa, holística y viva, simplifica el rango de datos que uno pueda considerar, centra la atención e ilumina significados, y proporciona conocimiento explícito.

En síntesis, esta parte empírica comprende los siguientes pasos: 1. Detección y descripción de las creencias de los profesores acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas Elementales; 2. Análisis de las prácticas de enseñanza de dos profesores en concreto; 3. Información sobre las consistencias vs inconsistencias entre las creencias y las prácticas docentes de los dos profesores estudiados, así como si se dan contrastes entre ambos profesores, tanto en cuanto a sus concepciones como a sus prácticas de enseñanza; 4. Constatación de las semejanzas y diferencias en la práctica docente de los dos profesores seleccionados.

Hemos de tener en cuenta que el Estudio I fue realizado cuando aún no se había implantado la Ley Orgánica General del Sistema Educativo (LOGSE), mientras que el Estudio II se llevó a cabo una vez implantada dicha Ley para el 2º nivel de Primaria, que es el nivel de enseñanza que analizamos en esta investigación; es decir, que la parte empírica de la presente investigación abarca una época de cambio del sistema educativo español que, en principio, pensamos no va a repercutir en la finalidad de la misma, porque los nuevos enfoques que aporta a la enseñanza la LOGSE están en sus inicios y no se encuentran aún muy arraigados ni en el pensamiento ni en la práctica de los profesores.

**ESTUDIO I: CREENCIAS DEL  
PROFESORADO DE PRIMARIA SOBRE LA  
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

**5. ESTUDIO 1: CREENCIAS DEL  
PROFESORADO DE PRIMARIA SOBRE LA  
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.**

### **5.1. Objetivo.**

Con la realización de este estudio pretendemos conocer las distintas creencias que subyacen al pensamiento de los profesores de Primaria sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

### **5.2. Método.**

#### **5.2.1. Muestra.**

El cuestionario elaborado expresamente para la presente investigación fue aplicado a un total de 62 profesores de Ciclo Inicial. De ellos, 5 eran varones y 57 mujeres. La media de edad fue de 39.6 años y el rango de 25 a 63 años. En cuanto a la experiencia docente oscilaba entre 2 años de experiencia hasta 39 años, encontrándose la media en 14.5 años. Referente a la experiencia en Ciclo Inicial se observa que la media obtenida es de 6.6 años, habiendo desde un profesor que carecía de experiencia en Ciclo Inicial hasta un profesor que contaba con 25 años de experiencia en dicho Ciclo. Si tenemos en cuenta la titulación se observa que hay 59 profesores de EGB y 3 Licenciados. En cuanto a la especialidad hay 44 profesores que no poseen la especialidad de Matemáticas y 18 que sí tienen dicha especialidad. Del total de profesores, 26 imparten clase al primer nivel de Ciclo Inicial y 31 al segundo nivel; el resto pertenece a escuelas unitarias (un profesor) o imparten clase al primero y segundo nivel conjuntamente (4 profesores).

Resulta llamativo el dato de que la gran mayoría de los profesores no había participado en Proyectos de Innovación Educativa (49 profesores). En cuanto a la asistencia a cursos de perfeccionamiento se comprueba que 19 profesores no han asistido a ningún curso de este tipo, mientras que 43 dicen sí haber asistido.

Los colegios a los que pertenecían los profesores encuestados responden a la siguiente descripción: Se obtuvo un total de 25

centros públicos diferentes; de ellos, 14 pertenecían a zonas rurales, 9 a zonas urbanas periféricas y 2 a zonas urbanas centrales.

### **5.2.2. Instrumentos.**

Se utilizó un cuestionario de 60 proposiciones y 11 preguntas sociodemográficas que fue elaborado expresamente para este estudio, de acuerdo a los siguientes pasos:

En primer lugar, llevamos a cabo un exhaustivo estudio sobre el tema del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en diferentes fuentes documentales, para explorar las distintas teorías existentes acerca de la enseñanza de las Matemáticas (Baroody, 1986; Cobb et al., 1981; Dionne, 1984; Gómez Granel, C., 1981; Kuhs y Ball, 1986; Lerman, 1983; Luceño Campos, 1988; Thompson, A., 1984).

Posteriormente, y como fruto de este estudio teórico, elaboramos una entrevista semiestructurada (Anexo 1), que pasamos a un grupo de profesores de Enseñanza Primaria de varios centros escolares de Santa Cruz de Tenerife. Como ejemplo de las preguntas que incluimos en la entrevista podemos entresacar las siguientes:

- "Supongamos que le vas explicar a tus alumnos una operación aritmética, por ejemplo la suma, ¿cómo iniciarías la explicación?".
- "En una clase de Matemáticas, ¿cuánto tiempo dedicas a la operatoria y cuánto a la resolución de problemas?".
- "¿Consideras la resolución de problemas como punto de partida para la enseñanza de las Matemáticas o como una aplicación del aprendizaje de las mismas?".
- "¿Consideras que tu formación pedagógica es suficiente o reclamas una formación más actualizada?".

Las preguntas de la entrevista permitían que los profesores expresaran abiertamente sus opiniones e ideas acerca de su enseñanza de las Matemáticas. Como resultado del análisis de esta entrevista, así como de la información extraída de las fuentes



documentales consultadas, entresacamos un total de 143 proposiciones.

A partir del análisis de contenido anterior, llevamos a cabo la selección de las proposiciones de acuerdo a las dos teorías tenidas en cuenta sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, tal como han sido formuladas por autores como Baroody, 1986; Gómez Granel, 1981; Luceño Campos, 1988. La selección la llevó a cabo un grupo de tres jueces o profesores expertos en el tema (profesores del Departamento de Psicología Educativa, de la Universidad de La Laguna). Cada juez, independientemente del resto, selecciona las frases que considera más idóneas según los siguientes criterios:

- a) Brevedad, procurando que la longitud de los enunciados sea lo más homogénea posible.
- b) Claridad del contenido en relación con la teoría de referencia.
- c) Formulación clara desde el punto de vista gramatical (no incluir negaciones, ni tiempos verbales poco frecuentes, etc.).

De este modo, seleccionamos 38 proposiciones para la teoría asociacionista o de la absorción y otras 38 para la teoría cognitiva o constructivista (Anexo 2).

Veamos algunos ejemplos de proposiciones seleccionadas para las dos teorías consideradas:

A. *Teoría Asociacionista*

- a) Me preocupa mantener siempre un ambiente disciplinado en mi clase de Matemáticas.
- b) A mi entender, las Matemáticas son un conjunto de datos y procedimientos de cálculo.
- c) Para un buen aprendizaje de las Matemáticas, es imprescindible que el alumno memorice procedimientos de cálculo.

B. *Teoría cognitiva*

- a) La enseñanza de las Matemáticas no la hago de forma homogénea para toda la clase; por el contrario, frecuentemente realizo una enseñanza individualizada.
- b) Continuamente aprovecho las experiencias familiares de mis alumnos para mis clases de Matemáticas.
- c) Creo que una buena enseñanza de las Matemáticas es aquélla que favorece la capacidad de razonamiento de los alumnos, aunque descuide la memorización.

El paso siguiente consistió en la clasificación de las 76 proposiciones obtenidas en cinco subapartados distintos: Habilidades como prerrequisitos y como metas; Planificación; Enseñanza Interactiva; Evaluación; Clima, Organización e Innovación.

Tres de estos subapartados se refieren a la epistemología de la práctica, que se concreta en prácticas específicas y puntuales. Estos subapartados los hemos denominado "fases" del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas y son los siguientes: Enseñanza Preactiva (Planificación); Enseñanza Interactiva y Enseñanza Postactiva (Evaluación). Esta distinción se realizó sobre la base de la literatura científica existente en este campo (Marcelo, 1987; Llinares Ciscar, 1990).

Los otros dos subapartados se añadieron a dicha clasificación por exigencias de las mismas proposiciones recogidas directamente del profesorado entrevistado y los denominamos "elementos" a tener en cuenta en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. Estos elementos son : "Habilidades como prerrequisitos y como metas" y "Clima, organización e innovación".

Consideramos "habilidades como prerrequisitos" aquéllas que el profesorado cree que son necesarias para que se produzca el aprendizaje matemático en los alumnos. Las "habilidades como meta" se refieren a las habilidades que el profesorado intenta conseguir con su enseñanza. En este subapartado se entresacaron aquellas proposiciones que hacían referencia a habilidades y objetivos de tipo cognitivo-lingüísticos, afectivo-

comportamentales, perceptivo-motrices, cognitivos, espacio-temporales.

Para el subapartado "Enseñanza Preactiva " (Planificación) se seleccionaron los ítems que respondían a: Fines y objetivos, tipos de programación (estructura, tiempo, valoración, modificación, sujetos), tipos de materiales (manufacturados, elaborados), actividades, coordinación, grado de elaboración (formal, informal).

En el subapartado de "Enseñanza Interactiva" (Acción) se atendió, para la selección de los ítems, a las siguientes consideraciones: Explicación (todos, parte, uno), instrucciones (elaboración, pertinencia, contingencia, cantidad, redundancia, secuencialización, claridad), cantidad y ritmo de contenidos, preguntas, retroinformación, supervisión de tareas, ambiente de aprendizaje, estilos interactivos, tipos de agrupamiento.

El subapartado de "Evaluación" se confeccionó con los ítems que hacían referencia a las siguientes consideraciones: cuándo (momento, periodicidad), cómo (cuantitativa, cualitativa), procedimientos, criterios, qué (conocimientos, objetivos, habilidades, proceso vs. producto), a quién (individuo, grupo), para qué (calificar, controlar, progreso).

Para la selección del subapartado "Clima, organización e innovación" se tuvo en cuenta: coordinación, innovación, trabajo en equipo, satisfacción personal, ambiente de trabajo en el aula.

Finalmente, del total de 76 proposiciones seleccionamos 12 para cada uno de los cinco subapartados, con lo cual quedó configurado el cuestionario final con 60 proposiciones, eliminándose 16 de ellas que, desde el punto de vista de validez lógica y aparente, eran redundantes y reiterativas. Dicho cuestionario recogía, además, otros datos de identificación de los profesores, como centro escolar, nivel en el que imparte clase, edad, sexo, titulación, especialidad, años de experiencia docente, años de experiencia en Ciclo Inicial, participación en proyectos de innovación educativa, participación en actividades de perfeccionamiento, integración en algún seminario de renovación pedagógica.

Las proposiciones deberían ser contestadas por los profesores según una escala de cero a cuatro, correspondiéndole a cada valor la siguiente significación:

0 Nada de acuerdo

1 .....	Algo de acuerdo
2 .....	Medianamente de acuerdo
3 .....	Bastante de acuerdo
4 .....	Totalmente de acuerdo

Un modelo de este cuestionario se adjunta al final del trabajo (Anexo 3).

### **5.2.3. Procedimiento.**

Una vez elaborado el cuestionario se administró a un total de 62 profesores de diferentes zonas, edades, años de experiencia, etc. La participación de los profesores fue voluntaria. Al momento de recogerlos nos llamó la atención el hecho de que la mayoría de los profesores se mostrasen satisfechos por haberlos cumplimentado, manifestando que las diferentes cuestiones planteadas les habían obligado a reflexionar, cosa que reconocían no hacer habitualmente, sobre todo por falta de tiempo y porque la dinámica del propio trabajo se los impedía.

Después de recogidos los cuestionarios se procedió a su corrección y posterior análisis de datos, obteniéndose los resultados que pasamos a comentar en el siguiente apartado.

## **5.3. Resultados.**

### **5.3.1. Análisis factorial atendiendo a los diferentes subapartados del cuestionario.**

Los datos del cuestionario fueron analizados a través de los siguientes pasos: (A) Eliminación de ítems, y (B) Exploración de la estructura de las creencias.

#### **(A) Eliminación de ítems.**

Este análisis nos permitió la depuración de los ítems, eliminando aquellos enunciados que tenían una distribución muy asimétrica, porque ello nos indicaba que la mayoría de los sujetos preferían sólo un extremo de la variable, es decir, que o bien estaban muy de acuerdo con el ítem, o bien que estaban muy en desacuerdo y, por lo tanto, son proposiciones que no poseen valor diagnóstico sobre el constructo.

Como referencia para la eliminación de ítems utilizamos la prueba de significación de asimetría, que tiene la siguiente fórmula:

$$Z = \frac{AS}{\sqrt{6N}}$$

De esta forma, eliminamos los ítems cuya puntuación típica  $Z$  era mayor en valor absoluto que 5. Esto es, para dicho valor  $Z=5$ , la magnitud de la asimetría que establecía la eliminación de los ítems fue de 1,55.

En este paso se eliminaron 17 ítems que representa un 21,6% del total.

Por tanto, para cada uno de los subapartados, los ítems seleccionados fueron los que a continuación se indican:

#### *HABILIDADES*

1. Conviene, ante todo, que el alumno adquiera el mecanismo del cálculo, que aprenda a calcular deprisa y bien.
3. Mi preocupación fundamental en Matemáticas, es que los niños sean capaces de resolver problemas aritméticos con enunciado verbal.
4. Considero que es imprescindible para el aprendizaje de las Matemáticas, que el alumno cuente con una buena capacidad lógica.
5. Pienso que los alumnos en Matemáticas deben memorizar.

10. Pienso que los escolares que muestran mayor curiosidad por las cosas que les rodean, tienen más facilidad para el aprendizaje matemático.
11. Considero que la enseñanza de las Matemáticas debería acostumbrar a los niños a sobrepasar la realidad concreta, para traducirla en conceptos y abstracciones.
12. Sin la existencia, por parte de los alumnos, de una buena agilidad mental, creo que no habría un buen aprendizaje matemático.

#### *ENSEÑANZA PREATIVA*

1. En mi programación de Matemáticas doy prioridad al dominio del cálculo.
3. En mi programación de Matemáticas considero como objetivo muy importante la resolución de problemas aritméticos.
5. Soy partidario de realizar una sola programación de Matemáticas para todo el curso escolar.
7. Normalmente, elaboro una única programación de Matemáticas para todo el curso escolar.
8. Es necesario diversificar el uso de fuentes de información e, incluso, prescindir del libro de texto.
9. En mi programación de Matemáticas, siempre incluyo objetivos, actividades y materiales de apoyo, tanto para los alumnos más aventajados como para los que tienen más dificultades.
10. Las actividades que, con más frecuencia incluyo en mi programación de Matemáticas, son las de realización de operaciones aritméticas.
12. En mi programación de Matemáticas recojo, esencialmente, las actividades de juego y de manipulación de objetos que considero necesarias para mis alumnos.

#### *ENSEÑANZA INTERACTIVA*

1. Creo que un método adecuado para la enseñanza de las Matemáticas es el que incluye, en primer lugar, la

- explicación y exposición del profesor, dirigida a todos los alumnos de la clase, y luego, los ejercicios de aplicación.
3. De ninguna manera permito a mis alumnos contar con los dedos.
  4. El alumno debe acceder al conocimiento matemático a través de su propia experimentación.
  5. Cuando inicio la explicación de una operación aritmética, por ejemplo la suma, dedico un prolongado período de tiempo a que los niños manipulen objetos.
  7. Pienso que en las clases de Matemáticas deben escenificarse los problemas aritméticos.
  8. Opino que una enseñanza de las Matemáticas basada en el desarrollo de la comprensión es un proceso complicado y, con frecuencia, largo.
  9. En la clase de Matemáticas, el trabajo en pequeños grupos crea desorden y es poco productivo.
  10. No me preocupa la indisciplina que pueda haber en mi clase de Matemáticas, cuando es producto de la naturaleza de ciertas actividades.
  11. Pienso que en Matemáticas es importante que se estimule la competitividad para que los alumnos se motiven y aprendan mejor.
  12. Es muy conveniente que, cuando los alumnos realizan problemas aritméticos, trabajen en grupos reducidos porque así aprenden a pensar en voz alta.

#### *EVALUACIÓN*

2. La evaluación de Matemáticas la sistematizo y planifico de acuerdo a los objetivos propuestos en mi programación.
3. Al evaluar el aprendizaje matemático de mis alumnos, me interesa sobre todo conocer el grado de exactitud que han conseguido en la realización de las operaciones aritméticas.
4. Prefiero realizar evaluaciones periódicas, mediante pruebas específicas de evaluación, para conocer el aprendizaje matemático de mis alumnos.

5. La evaluación de Matemáticas me indicará mejor lo que aprendieron mis alumnos, si la realizo sin avisarles previamente.
6. Cuando evalúo el rendimiento matemático de mis alumnos, presto la máxima atención a cómo resuelven los problemas aritméticos.
8. Generalmente, preparo un único modelo de evaluación para todos los alumnos de mi clase.
9. El sistema de evaluación que sigo en Matemáticas, lo he elaborado conjuntamente con mis compañeros de ciclo.
10. El número de aprobados y suspensos de la clase de Matemáticas es un indicador de la eficacia del profesor.
11. Casi siempre, las pruebas de evaluación tienen como finalidad lograr una selección, más que valorar la formación matemática de los niños.

#### *CLIMA, ORGANIZACIÓN E INNOVACIÓN*

1. Pienso que en la clase de Matemáticas, debe ser preocupación fundamental del profesor, conseguir un ambiente disciplinado, basado en el orden y en el silencio.
2. Considero que si enseñamos Matemáticas a los alumnos a un ritmo acomodado a sus circunstancias personales, conseguiremos de ellos una actitud positiva hacia esta materia.
3. Creo que las normas de clase deben ser pactadas con los alumnos.
5. Siento un enorme interés por enseñar Matemáticas y, por este motivo, estoy constantemente preocupado por introducir técnicas nuevas.
7. Personalmente opino que mi formación pedagógica es suficiente y que mi práctica educativa es la que me puede aportar nuevas ideas y procedimientos de enseñanza.
8. Para la organización de mi clase tengo muy en cuenta los acuerdos adoptados en las reuniones de Ciclo.
9. En general, los profesores tenemos niveles muy bajos de autoestima y satisfacción personal.



11. Pienso que para que la enseñanza de las Matemáticas se realice de forma efectiva, es necesario que exista una buena coordinación entre los profesores de los distintos ciclos.
12. Opino que los profesores nos resistimos a manifestar nuestras lagunas, ignorancias y fracasos pedagógicos.

**(B) Exploración de la estructura de las creencias.**

Los ítems que no fueron eliminados en el paso anterior se utilizaron, en este segundo paso, para someterlos a un análisis de componentes principales (ACP) (Programa Factor del SPSS).

El análisis de componentes principales es una técnica estadística que sirve para reducir un conjunto de variables (relacionadas) a un número menor de componentes (variables) independientes entre sí. Por otro lado, lo que usualmente se consigue es agrupar las variables originales en subconjuntos de variables que están relacionadas entre sí y no están correlacionadas con las variables de los otros conjuntos.

El ACP ofrece una serie de índices numéricos como resultado y de éstos los más importantes son los valores propios, las comunalidades y los pesos (coeficientes estructura). Los valores propios indican el porcentaje de varianza de las variables originales (proposiciones) que explica cada uno de los componentes. Tomamos sólo aquellos componentes cuyo valor propio era igual o superior a 1. Los pesos indican la correlación entre los componentes (creencias) y las variables (proposiciones). Tomamos sólo aquellos pesos mayores de 0.40. La comunalidad nos indica el porcentaje de varianza de la variable que es explicado por todos los componentes; de esta manera eliminamos las proposiciones de baja comunalidad porque no son explicadas por los componentes.

Al utilizar el ACP nos encontramos con un componente en el que casi todos los ítems tenían un peso positivo, y una serie de componentes con pesos positivos y negativos. Para evitar esto, rotamos la solución hallada en primera instancia mediante el criterio Varimax, que tiene como finalidad la simplicidad factorial.

Para un componente dado la rotación Varimax trata de obtener pesos lo más altos posible (cerca de 1 ó -1) o los más bajo posible (cerca de 0), de manera que las variables tengan o bien mucha rotación o bien muy poca relación con los componentes.

B.1. *Factores del subapartado "Habilidades".*

El análisis factorial de componentes principales PA1 arroja, dentro de este apartado, dos factores claramente diferenciados:

(a) El primer factor H(I) engloba cinco ítems (ver cuadro 1). Tres de ellos hacen referencia a las habilidades que, según los profesores, deben poseer los alumnos para que adquieran un buen aprendizaje matemático (ítems 10, 4 y 12). Los dos ítems restantes, el 11 y 3, se refieren a los objetivos o metas que debe perseguir la enseñanza de las Matemáticas.

En general, podemos decir que este factor pertenece a los que hemos denominado teoría constructivista, porque comprende aquellos ítems que presuponen que es necesario que el alumno cuente con determinadas habilidades y capacidades que le permitan un aprendizaje significativo, basado en la comprensión y el razonamiento (la curiosidad por las cosas que le rodean, buena capacidad lógica, agilidad mental, comprensión de problemas aritméticos). Precisamente, alcanzar el desarrollo de capacidades intelectuales abstractas y formales es la meta y objetivo que, en la enseñanza de las Matemáticas, los profesores que han contestado nuestro cuestionario han considerado como más importantes, puesto que, es la formalización matemática la que permite a los alumnos pensar de una manera abstracta y poderosa. Este factor lo podemos denominar "Habilidades Conceptuales".

(b) El segundo factor, H(II), comprende los ítems 5 y 1 (ver cuadro 2), que ponen de relieve la importancia de la memorización y del mecanismo del cálculo para el aprendizaje matemático. Claramente manifiesta este factor la tendencia, de cierto número de profesores, a pensar que las Matemáticas son fundamentalmente acumulación de datos y procedimientos de cálculo. Podemos perfectamente enclavarlo en la teoría asociacionista que pretende como fin prioritario una enseñanza basada en la pura memorización, a través de la repetición de gran número de ejercicios, es decir, la consecución de una conducta mecánica. Podemos llamar a este factor "Habilidades Procedimentales".

**CUADRO 1**

**Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales), saturación y comunalidad para el subapartado Habilidades**

**Factor (I)**

Ítems	Sat.	h <sup>2</sup>
10. Pienso que los escolares que muestran mayor curiosidad por las cosas que les rodean, tienen más facilidad para el aprendizaje matemático .....	.85	.75
11. Considero que la enseñanza de las Matemáticas debería acostumar a los niños a sobrepasar la realidad concreta, para traducirla en conceptos y abstracciones .....	.72	.55
4. Considero que es imprescindible para el aprendizaje de las Matemáticas, que el alumno cuente con una buena capacidad lógica.....	.65	.46
12. Sin la existencia, por parte de los alumnos, de una buena agilidad mental, creo que no habría un buen aprendizaje matemático .....	.64	.48
3. Mi preocupación fundamental en Matemáticas, es que los niños sean capaces de resolver problemas aritméticos con enunciado verbal.....	.49	.47
Valor propio .....	2.45	
Porcentaje de Varianza del Factor.....	35.1	
Porcentaje de Varianza Acumulada.....	35.1	

**CUADRO 2****Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales),  
saturación y comunalidad para el subapartado Habilidades****Factor (II)**

Ítems	Sat.	h <sup>2</sup>
5. Pienso que los alumnos en Matemáticas deben memorizar ....	.79	.63
1. Conviene, ante todo, que el alumno adquiera el mecanismo del cálculo, que aprenda a calcular deprisa y bien.....	.78	.61
Valor propio .....	1.54	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	22.1	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	57.1	

Hemos de hacer notar que los dos factores encontrados en esta fase de la enseñanza de las Matemáticas se diferencian también en el hecho de que el primero de ellos se refiere a prerrequisitos y metas, mientras que el segundo se identifica solamente con las metas a alcanzar.

**B.2. Factores del subapartado "Enseñanza Preactiva".**

El análisis de componentes principales (PA1) nos ha permitido aislar en este apartado tres factores:

(a) El primero de ellos EP(I), formado por los ítems 1, 10 y 5 (ver cuadro 3), hace referencia a los contenidos, actividades y clase de programación que, cierto número de profesores, consideran importante incluir en esta fase de la enseñanza. Considerando detenidamente cada uno de estos ítems, se observa que tienden hacia una forma de pensar claramente asociacionista, al hacer más hincapié en la realización de tareas (como las operaciones aritméticas) que permitan el dominio de datos y técnicas de cálculo. En cuanto a la temporalización de la programación podemos comprobar que, gran número de

profesores, son partidarios de una única programación para todo el curso escolar, pues no consideran importante ni las diferencias individuales de los alumnos ni las pormenorizaciones del

**CUADRO 3**

**Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales), saturación y comunalidad para el subpartado Enseñanza Preactiva**

**Factor (I)**

Ítems	Sat.	h <sup>2</sup>
1. En mi programación de Matemáticas doy prioridad al dominio del cálculo.....	.87	.78
10. Las actividades que, con más frecuencia incluyo en mi programación de Matemáticas, son las de realización de operaciones aritméticas.....	.85	.74
5. Soy partidario de realizar una sola programación de Matemáticas para todo el curso escolar.....	.46	.38
Valor propio .....	2.13	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	26.7	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	26.7	

currículum matemático.

A este factor lo podemos denominar "Planificación cerrada para un aprendizaje mecánico".

(b) El segundo factor EP(II) está constituido por tres ítems (9, 7 y 12) (ver cuadro 4), especificando que el ítem número 7 aparece en este factor con signo negativo. Estos ítems hacen referencia a un tipo de pensamiento del profesor que manifiesta claramente

**CUADRO 4****Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales),  
saturación y comunalidad para el subapartado Enseñanza Preactiva****Factor (II)**

<b>Ítems</b>	<b>Sat.</b>	<b>h<sup>2</sup></b>
9. En mi programación de Matemáticas, siempre incluyo objetivos, actividades y materiales de apoyo, tanto para los alumnos más aventajados como para los que tienen más dificultades .....	.76	.63
7. Normalmente, elaboro una única programación de Matemáticas para todos los alumnos de mi clase (en negativo) .....	-.71	.69
12. En mi programación de Matemáticas recojo, esencialmente, las actividades de juego y manipulación de objetos que considero necesarias para mis alumnos.....	.66	.56
Valor propio .....	1.84	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	23.0	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	49.7	

una preocupación por incluir en la programación aquel tipo de actividades matemáticas que conduzcan al alumno a un aprendizaje significativo. Esencialmente consideran que es el juego el vehículo natural de los niños para explorar y dominar su entorno y que es una vía muy interesante para que los niños aprendan de forma significativa gran parte de las Matemáticas Elementales.

En cuanto a la clase de programación manifiestan su preferencia por un tipo de planificación que tenga en cuenta las diferencias individuales de los alumnos, adaptando los objetivos, actividades y materiales a las características psicológicas de los mismos.

Podemos denominar a este factor "Planificación abierta para un aprendizaje significativo".

(c) El tercer factor EP(III) está integrado por dos ítems ( el 8 y el 3) (ver cuadro 5). El primero de ellos hace referencia a cómo piensan los profesores respecto a la transformación del saber matemático a contenido para enseñar. Se muestran más partidarios a efectuar esta transformación por sí mismos, mediante la utilización de diferentes fuentes de información, y no someterse únicamente a las directrices marcadas por un solo libro de texto. Se observa, por tanto, en este ítem la tendencia de los profesores a utilizar la información que sobre el contenido matemático aparece en los libros de texto y las guías de los profesores, para relacionarla con su posible experiencia anterior, generando de esta forma un contenido matemático derivado de su propia acción.

**CUADRO 5****Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales),  
saturación y comunalidad para el subapartado Enseñanza Preactiva****Factor (III)**

Ítems	Sat.	h <sup>2</sup>
8. Es necesario diversificar el uso de fuentes de información e, incluso, prescindir del libro de texto.....	.87	.77
3. En mi programación de Matemáticas considero como objetivo muy importante la resolución de problemas aritméticos .....	.65	.60
Valor propio .....	1.22	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	15.3	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	65.0	

El segundo ítem se refiere a la inclusión de la resolución de problemas como un objetivo muy importante en la programación matemática.

Este factor, y por el mensaje que nos transmiten los ítems que lo constituyen, lo podríamos también incluir en la teoría constructivista y denominarlo "Planificación significativa del contenido para enseñar".

### B.3. Factores del subapartado "Enseñanza Interactiva".

Esta fase del proceso de enseñanza aparece dividido en tres factores, según el análisis de componentes principales PA1 que se ha aplicado:

(a) El primer factor EI(I) lo constituyen cuatro ítems (el 10, 7, 9 y 8), (ver cuadro 6) teniendo en cuenta que el ítem 9 aparece en este factor con signo negativo. Este factor estaría más en relación



con la teoría constructivista y se refiere al trabajo grupal y al ambiente de aprendizaje.

**CUADRO 6**

**Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales), saturación y comunalidad para el subapartado Enseñanza Interactiva**

**Factor (I)**

Ítems	Sat.	h <sup>2</sup>
10. No me preocupa la indisciplina que pueda haber en mi clase de Matemáticas, cuando es producto de la naturaleza de ciertas actividades.....	.77	.74
7. Pienso que en las clases de Matemáticas deben escenificarse los problemas aritméticos.....	.76	.66
9. En la clase de Matemáticas, el trabajo en pequeños grupos crea desorden y es poco productivo.....	.54	.62
8. Opino que una enseñanza de las Matemáticas basada en el desarrollo de la comprensión es un proceso complicado y, con frecuencia, largo.....	.48	.70
Valor propio .....	3.28	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	29.9	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	29.9	

Concretamente los ítems 10, 7 y 9 se refieren al ambiente de aprendizaje, que vendría caracterizado por la creencia de los profesores de que es conveniente lograr en la clase de Matemáticas

un ambiente distendido y de participación en pequeños grupos para fomentar las relaciones entre los niños. También consideran importante los profesores la realización de determinadas actividades en un clima de juego y descubrimiento. La escenificación de los problemas aritméticos vendría a ser una estrategia muy útil para que los niños consiguiesen comprender los problemas aritméticos, pero también está muy relacionada con el ambiente de aprendizaje.

Por último, nos queda el ítem número 8 que viene a ser como la justificación de por qué es necesario valerse de determinadas estrategias de aprendizaje, si lo que se pretende conseguir es una respuesta comprensiva y significativa por parte de los alumnos. Y ello, porque este ítem hace mención a la consideración de los profesores sobre la lentitud y la complejidad del proceso de comprensión: los niños construyen su comprensión de la Matemática con lentitud, comprendiendo poco a poco. Este factor lo podemos llamar "Ambiente constructivista de aprendizaje".

(b) El segundo factor EI(II) es claramente constructivista y se refiere a las creencias que el profesor tiene sobre estrategias de enseñanza concretas, que pone en práctica cuando imparte una clase de Matemáticas (ver cuadro 7).

**CUADRO 7**

**Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales), saturación y comunalidad para el subapartado Enseñanza Interactiva**

**Factor (II)**

Ítems	Sat.	h <sup>2</sup>
5. Cuando inicio la explicación de una operación aritmética, por ejemplo la suma, dedico un prolongado período de tiempo a que los niños manipulen objetos .....	.73	.57
3. De ninguna manera permito a mis alumnos contar con los dedos..... .....	-.72	.61
4. El alumno debe acceder al conocimiento matemático a través de su propia experimentación.....	.68	.61
12. Es muy conveniente que, cuando los alumnos realizan problemas aritméticos, trabajen en grupos reducidos porque así aprenden a pensar en voz alta .....	.53	.59
Valor propio .....	1.87	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	17.0	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	46.9	

Los ítems 5 y 4 recalcan la importancia que da el profesor a la acción. La manipulación como paso previo a la explicación de cualquier concepto matemático, si se desea que el niño "reflexione"

o se represente ciertas acciones indicadas en un problema. De esta forma el niño opera en un contexto significativo.

El ítem 3 hace referencia a un cambio de mentalidad de los profesores sobre la utilización de los dedos como instrumento muy adecuado para el conteo y la resolución de operaciones aritméticas. Con esta creencia los profesores denotan el reconocimiento de una técnica para contar que ha sido utilizada por el hombre desde sus orígenes para ordenar matemáticamente su realidad. Sería una forma de aprovechar la matemática informal que ya poseen los niños cuando llegan a la escuela para continuar con el aprendizaje matemático. Por su inmediata disponibilidad, los dedos son utilizados como si fueran objetos, tanto para contar como para resolver operaciones concretas.

Por último, el ítem número 12 se refiere a la creencia sobre la utilización de una técnica concreta para la resolución de problemas: el pensar en voz alta. El alumno se acostumbra a pensar según las pautas de pensamiento empleadas por sus compañeros, por lo que hay un enriquecimiento mutuo. Esta creencia supone una novedad en cuanto al tipo de enseñanza tradicional, en la que era muy frecuente que el profesor impidiese por todos los medios que los niños trabajasen conjuntamente las Matemáticas. Se pensaba que el trabajo matemático debía realizarse por sí solo y con el propio esfuerzo.

Este factor EI(II) lo podemos denominar "Utilización de estrategias significativas de enseñanza".

(c) El factor número tres EI(III) está constituido por tres ítems (el 11, 1 y 9) (ver cuadro 8), que corresponde inequívocamente a un tipo de enseñanza más relacionada con la teoría asociacionista, pues, el énfasis está puesto en un tipo de enseñanza más dogmática y dirigida a la totalidad de los alumnos. El niño no es aquí el que descubre con su actividad las relaciones matemáticas, sino que es el profesor el que le presenta el conocimiento matemático ya elaborado.

**CUADRO 8**

**Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales), saturación y comunalidad para el subapartado Enseñanza Interactiva**

**Factor (III)**

Ítems	Sat.	h <sup>2</sup>
11. Pienso que en Matemáticas es importante que se estimule la competitividad para que los alumnos se motiven y aprendan mejor..... .....	.89	.83
1. Creo que un método adecuado para la enseñanza de las Matemáticas es el que incluye, en primer lugar, la explicación y exposición del profesor, dirigida a todos los alumnos de la clase, y luego, los ejercicios de aplicación.....	.77	.71
9. En la clase de Matemáticas, el trabajo en pequeños grupos crea desorden y es poco productivo.....	.48	.62
Valor propio .....	1.22	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	11.1	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	58.0	

El uso de la competitividad como estrategia de aprendizaje, es otro de los componentes de esta creencia, en el sentido de que se conseguirá un mejor y más rápido aprendizaje si los niños compiten entre ellos. Marcamos la diferencia con el factor anterior haciendo notar que se opone la competitividad a la colaboración. Es decir, para los profesores que comparten esta creencia, la

competitividad entre los alumnos es muy importante en la enseñanza de las Matemáticas y dicha competencia se establecería en función del número de aciertos y errores que cometen los alumnos en la realización de los diferentes ejercicios que se incluyen como aplicación de la explicación del profesor. De ahí, que se descarte claramente el trabajo en pequeños grupos, por considerar que crean desorden e indisciplina en el aula. Por el contrario, lo que es necesario conseguir es un ambiente sosegado y tranquilo para que el alumno no se equivoque y logre la máxima exactitud en la realización de las operaciones matemáticas. A este factor lo podemos llamar "Ambiente y estrategias asociacionistas de aprendizaje".

#### *B.4. Factores del subapartado "Evaluación".*

En este apartado del proceso de enseñanza, el análisis factorial realizado nos permitió aislar tres factores que pasamos a describir a continuación:

(a) El primer factor, EV(I), comprende dos ítems (el 2 y el 9) (ver cuadro 9). El ítem número 2 determina lo que es importante evaluar, que para el profesor de Matemáticas viene especificado en los objetivos propuestos en su programación; es decir, la evaluación responde a un plan previsto por el propio profesor, y no es un acto de enseñanza desligado de todo el proceso instructivo que él desarrolla. Por tanto, y al no ser pruebas estandarizadas, sino elaboradas por el propio profesor, tienden más a diagnosticar que a categorizar. El ítem número 9 se refiere a la necesidad que tiene el profesor de coordinarse con el resto de sus compañeros de Ciclo para establecer los sistemas de evaluación, como una labor conjunta que responda a las necesidades de un ciclo y de un centro escolar concreto. Sobre todo para determinar si los objetivos generales del ciclo se logran de forma adecuada.

**CUADRO 9**

**Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales), saturación y comunalidad para el subapartado Evaluación**

**Factor (I)**

Ítems	Sat.	h <sup>2</sup>
2. La evaluación de Matemáticas la sistematizo y planifico de acuerdo a los objetivos propuestos en mi programación.....	.79	.64
9. El sistema de evaluación que sigo en Matemáticas, lo he elaborado conjuntamente con mis compañeros del ciclo.....	.66	.44
Valor propio .....	1.69	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	18.8	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	18.8	

Este factor, según nuestro punto de vista, pertenece a la teoría constructivista y lo podríamos denominar "Evaluación planificada y coordinada".

(b) El segundo factor constituido por los ítems 3, 8 y 10 (este último en forma negativa), (ver cuadro 10), correspondería a la teoría asociacionista y lo podríamos llamar "Evaluación única del dominio algorítmico". Pasamos a continuación a explicar los ítems que lo forman:

**CUADRO 10****Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales),  
saturación y comunalidad para el subapartado Evaluación****Factor (II)**

Ítems	Sat.	h <sup>2</sup>
3. Al evaluar el aprendizaje matemático de mis alumnos, me interesa sobre todo conocer el grado de exactitud que han conseguido en la realización de las operaciones aritméticas...	.84	.75
8. Generalmente, preparo un único modelo de evaluación para todos los alumnos de mi clase .....	.53	.48
10. El número de aprobados y suspensos de la clase de Matemáticas es un indicador de la eficacia del profesor (en negativo).....	.41	.60
Valor propio .....	1.56	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	17.4	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	36.2	

El ítem número 3 se refiere a que la evaluación tiene como finalidad conocer el dominio matemático del cálculo que tienen los niños, en función del número de respuestas correctas, es decir, la evaluación se centra en determinar la cantidad de procedimientos y técnicas de cálculo que ha aprendido el niño, o lo que es lo mismo, en su rendimiento externo (lo que el alumno produce).

El ítem número 8 establece que un único modelo de evaluación para todos los alumnos de la clase es suficiente, sobre todo porque, en



definitiva, se trata de demostrar con la evaluación si un alumno está al mismo nivel o más atrasado que el resto de sus compañeros.

El ítem número 10 especifica que el número de aprobados o suspensos no es indicativo de la eficacia del profesor. Los profesores en este ítem perciben que el número de aprobados o suspensos no determina la calidad de su trabajo como profesores. Podríamos pensar que los profesores que comparten esta creencia efectúan un tipo de atribución externalista del fracaso matemático de sus alumnos.

(c) El tercer factor formado por los ítems 11, 10 y 6 (ver cuadro 11) responden a la creencia de ciertos profesores que se preocupan principalmente por los aspectos de formación intelectual que los alumnos han adquirido con el aprendizaje matemático y que es necesario indagar y conocer a través de la evaluación. En concreto, en el ítem número 11 los profesores manifiestan que, efectivamente, las pruebas tradicionales de evaluación, más que valorar la formación matemática de los niños, atienden a lograr una selección; los profesores encuestados creen, según este ítem, que la evaluación no se debe reducir a una mera selección, sino que, por el contrario, se debe ir más allá para intentar valorar los aspectos formativos adquiridos.

**CUADRO 11****Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales),  
saturación y comunalidad para el subapartado Evaluación****Factor (III)**

Ítems	Sat.	h <sup>2</sup>
11. Casi siempre, las pruebas de evaluación tienen como finalidad lograr una selección, más que valorar la formación matemática de los niños.....	.78	.70
10. El número de aprobados y suspensos de la clase de Matemáticas es un indicador de la eficacia del profesor.....	.61	.60
6. Cuando evalué el rendimiento matemático de mis alumnos, presto la máxima atención a cómo resuelven los problemas aritméticos.....	.61	.71
Valor propio .....	1.36	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	15.2	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	51.4	

El ítem número 6 muestra cómo los profesores atienden fundamentalmente al proceso de resolución de problemas, fijándose sobre todo, a la hora de evaluar, en la forma (proceso mental) que el niño ha seguido para llegar a un determinado resultado final.

El ítem número 10, expresado en este factor en forma positiva, manifiesta la creencia de determinado número de profesores que consideran que el fracaso matemático de sus escolares puede ser debido a

su eficacia o ineficacia como docente. Se observa aquí una atribución internalista de los resultados del aprendizaje escolar. Es decir, el profesor se plantea su propio papel como docente, haciendo una crítica de su actuación.

A este factor lo podemos llamar "Evaluación formativa" y podríamos perfectamente incluirlo en lo que hemos denominado teoría constructivista, por tener más en cuenta aspectos mentales procesuales.

*B.5. Factores del subapartado "Clima, organización e innovación".*

En esta fase de la enseñanza de las Matemáticas, el análisis factorial realizado nos presenta cuatro factores distintos:

(a) Un primer factor, que comprende los ítems 8 y 11 (ver cuadro 12), que recoge la creencia de algunos profesores de que es necesario una buena coordinación entre los diferentes niveles de enseñanza para que se produzca una educación matemática de calidad. De esta forma, se propugna no sólo toma de acuerdos entre profesores del mismo ciclo (ítem número 8), sino también de ciclos diferentes (ítem número 11), con el fin de que los alumnos no noten grandes diferencias, tanto de conocimientos como de métodos de enseñanza empleados, en el transcurso de su escolaridad.

**CUADRO 12****Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales),  
saturación y comunalidad para el subapartado Clima, Organización  
e Innovación****Factor (I)**

<b>Ítems</b>	<b>Sat.</b>	<b>h<sup>2</sup></b>
8. Para la organización de mi clase tengo muy en cuenta los acuerdos adoptados en las reuniones de Ciclo	.85	.72
11. Pienso que para que la enseñanza de las Matemáticas se realice de forma efectiva, es necesario que exista una buena coordinación entre los profesores de los distintos ciclos	.76	.63
Valor propio .....	1.96	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	21.8	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	21.8	

Este factor lo podemos denominar "Coordinación de la enseñanza de las Matemáticas" y se opone abiertamente a la concepción tradicional de que cada aula y cada profesor es un mundo aparte e individual dentro de la organización escolar. Es preciso el trabajo en equipo, tanto desde una línea de trabajo vertical como horizontal.

(b) El factor número dos lo constituyen los ítems 5 y 3 (ver cuadro 13). El primero de ellos refleja la creencia de determinado número de profesores a mantener una actitud positiva y abierta hacia su propio perfeccionamiento, derivada dicha actitud de su interés hacia la enseñanza de esta materia. La preocupación fundamental de este grupo de profesores es la introducción de técnicas nuevas, que le permitan llevar a cabo un tipo de enseñanza innovadora y adaptada a las

nuevas corrientes metodológicas. El ítem número 3 expresa condiciones de clima o atmósfera a mantener en el entorno del aula, que se caracteriza por el predominio de una clara participación de los alumnos

**CUADRO 13**

**Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales), saturación y comunalidad para el subapartado Clima, Organización e Innovación**

**Factor (II)**

Ítems	Sat.	h <sup>2</sup>
5. Siento un enorme interés por enseñar Matemáticas y, por este motivo, estoy constantemente preocupado por introducir técnicas nuevas.....	.87	.78
3. Creo que las normas de clase deben ser pactadas con los alumnos .....	.79	.72
Valor propio .....	1.61	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	17.9	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	39.7	

en la elaboración de las normas de clase.

Este factor lo podemos enlazar en la teoría constructivista y denominarlo "Innovación y ambiente participativo en las clases de Matemáticas".

(c) El factor número tres comprende los ítems 7 y 1 (ver cuadro

**CUADRO 14****Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales),  
saturación y comunalidad para el subapartado Clima, Organización  
e Innovación****Factor (III)**

Ítems	Sat.	h <sup>2</sup>
7. Personalmente opino que mi formación pedagógica es suficiente y que mi práctica educativa es la que me puede aportar nuevas ideas y procedimientos de enseñanza.....	.85	.77
1. Pienso que en la clase de Matemáticas, debe ser preocupación fundamental del profesor, conseguir un ambiente disciplinado, basado en el orden y el silencio.....	.73	.70
Valor propio .....	1.30	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	14.5	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	54.2	

(d) 14), que se opone abiertamente a los ítems que conforman el factor anterior. Efectivamente, el ítem 7 se refiere a la creencia de algunos profesores de que su formación pedagógica es suficiente, no viendo la necesidad de demandar desde el exterior posibles formas de perfeccionamiento. El profesor es autosuficiente; él solo, y a través de su propia experiencia, puede mejorar su actuación docente.

El ítem número 1 se refiere al ambiente de clase, que según este grupo de profesores debe estar basado en el orden y el silencio. Es decir, la disciplina es condición indispensable para llevar a cabo una adecuada

enseñanza de las Matemáticas, pues es en este ambiente donde el alumno logra la máxima concentración mental, tan necesaria para el aprendizaje matemático.

Este factor, desde nuestro punto de vista, estaría más en consonancia con la teoría asociacionista y lo podríamos llamar "Inmovilismo ante la enseñanza de las Matemáticas".

(d) Aparece un cuarto factor formado por los ítems 9, 12 y 2 (ver cuadro 15). Los ítems 9 y 12 hacen referencia a la creencia de los profesores de que existe una cierta autovaloración negativa de su profesión. Manifiestan niveles muy bajos de autoestima y satisfacción personal, al mismo tiempo que consideran que son reacios a manifestar sus lagunas, ignorancias y fracasos pedagógicos. Es decir, se produce entre los profesores un hermetismo o reserva de sus propias insuficiencias pedagógicas. Nosotros interpretamos estas declaraciones de los profesores como una forma de reconocer este hecho, como paso previo al deseo de cambiar y mejorar su práctica educativa, para no desembocar en estos criterios, un tanto negativos, de su profesión.

**CUADRO 15****Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales),  
saturación y comunalidad para el subapartado Clima, Organización  
e Innovación****Factor (IV)**

Ítems	Sat.	h <sup>2</sup>
9. En general, los profesores tenemos niveles muy bajos de autoestima y satisfacción personal .....	.82	.73
2. Considero que si enseñamos Matemáticas a los alumnos a un ritmo acomodado a sus circunstancias personales, conseguiremos de ello una actitud positiva hacia esta materia.....	.64	.70
12. Opino que los profesores nos resistimos a manifestar nuestras lagunas, ignorancias y fracasos pedagógicos.....	.41	.33
Valor propio .....	1.26	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	14.1	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	68.3	

El ítem número 2 alude a la inquietud de los docentes por desarrollar una enseñanza de las Matemáticas adaptada a las características de los alumnos, por considerar que de esta forma aparecería una actitud positiva de los niños hacia esta materia.

Hemos de indicar que este cuarto factor nos ha resultado muy difícil interpretarlo, porque parece que los ítems 9 y 12 no se corresponden muy bien con el ítem número 2. Mientras los dos primeros hacen referencia a valoración profesional, el número 2 refleja una cierta



estrategia de enseñanza y clima de clase. Lo hemos denominado "Valoración profesional".

### **5.3.2. Análisis factorial atendiendo a la globalidad del cuestionario.**

Después de realizado el análisis factorial de primer orden para cada uno de los subapartados en que hemos dividido el proceso de enseñanza de las Matemáticas, hemos obtenido un total de 15 factores. Con estos factores procedimos a realizar otro análisis de componentes principales, pero en este caso tomando esos 15 factores como si fueran nuevos ítems. Pretendíamos con este análisis aislar los factores que se refiriesen al proceso de enseñanza considerado globalmente, que nos permitiesen explicar las creencias de los profesores desde una óptica general del proceso de enseñanza. De este modo podríamos descubrir las creencias que abarcan a la totalidad del proceso de enseñanza de las Matemáticas.

Estos 15 ítems son los siguientes:

1. Habilidades conceptuales.
2. Habilidades procedimentales.
3. Planificación Cerrada para un aprendizaje mecánico.
4. Planificación Abierta para un aprendizaje significativo.
5. Planificación significativa del contenido para enseñar.
6. Ambiente constructivista de aprendizaje.
7. Utilización de estrategias significativas de enseñanza.
8. Ambiente y estrategias asociacionistas de aprendizaje.
9. Evaluación planificada y coordinada.
10. Evaluación única del dominio algorítmico.
11. Evaluación formativa.
12. Coordinación de la enseñanza de las Matemáticas.
13. Innovación y ambiente participativo en las clases de Matemáticas.
14. Inmovilismo ante la enseñanza de las Matemáticas.
15. Valoración profesional.

Como resultado de este nuevo análisis de componentes principales obtuvimos cuatro factores que pasamos a describir a continuación:

(A) Factor I, formado, a su vez, por los factores:

- EP(I): "Planificación cerrada para un aprendizaje mecánico".
- EI(III): "Ambiente y estrategias asociacionistas de aprendizaje".
- EV(II): "Evaluación única del dominio algorítmico".
- COI(III): "Inmovilismo ante la enseñanza de las Matemáticas".
- H(II): "Habilidades procedimentales".

Este factor general I (ver cuadro 16) refleja de forma nítida una concepción de corte asociacionista que abarca tanto las fases que se refieren a las prácticas específicas y puntuales (Preacción, Interacción y Postacción) como los elementos que también hemos considerado integrados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas (Habilidades como prerrequisitos y metas; Clima, organización e innovación). La aparición de esta concepción nos muestra claramente que existe entre el profesorado de Ciclo Inicial un sistema de creencias que se caracteriza por describir, en términos de "conducta" todo lo que el sujeto puede hacer, sin intentar buscar el por qué de dicha conducta más allá de lo meramente observable. Lo que interesa al profesor es la respuesta del sujeto en términos de asociación o conexión. Es decir, la enseñanza de las Matemáticas para un determinado grupo de profesores es contemplada como un cúmulo de contenidos jerarquizados que por medio de la acumulación se fijan memorísticamente en la mente del niño, que consigue así un aprendizaje de tipo mecánico y un adiestramiento algorítmico.

**CUADRO 16**

**Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales), saturación y comunalidad para el conjunto de los diferentes subpartados del proceso de enseñanza de las Matemáticas**

**Factor (I)**

<b>Factores</b>	<b>Sat.</b>	<b>h<sup>2</sup></b>
EP (1): "Planificación cerrada para un aprendizaje mecánico" .....	.83	.73
EI (3): "Ambiente y estrategias asociacionistas de aprendizaje" ..	.77	.72
EV (2): "Evaluación única del dominio algorítmico".....	.66	.65
COI (3): "Inmovilismo ante la enseñanza de las Matemáticas.....	.61	.63
H (2): "Habilidades procedimentales".....	.56	.73
Valor propio .....	3.27	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	21.9	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	21.9	

Esta concepción, de corte conductista y tradicional, aparece de forma coherente en todo el proceso de enseñanza, lo que nos da una idea clara de que, efectivamente, esta creencia no sólo es compartida por ciertos profesores sino que, además, es compartida en toda su extensión, o sea, abarcando todo el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

(B) Factor II, formado, a su vez, por los factores:

- EI(I): "Ambiente constructivista de aprendizaje".
- EP(II): "Planificación abierta para un aprendizaje significativo".
- COI(II): "Innovación y ambiente participativo en las clases de Matemáticas".
- H(II): "Habilidades procedimentales", que como aparece en forma negativa, podemos interpretar como "no conveniencia en enfatizar el desarrollo de habilidades procedimentales".

Este factor general II (ver cuadro 17) recoge cuatro subapartados del proceso de enseñanza y podemos considerarlo integrado en la teoría constructivista, aunque referido al alumno, es decir, se denota aquí una concepción constructivista que hace más hincapié en las necesidades de los alumnos. Y una de las principales necesidades que tratan de atender los profesores que comparten esta creencia es lograr un tipo de aprendizaje significativo por parte de los alumnos: lo que interesa es que el alumno "comprenda" los contenidos matemáticos a través de la acción y el aprovechamiento de los conocimientos previos. Las Matemáticas, pues, son entendidas por este grupo de profesores como construcción del conocimiento a partir de contenidos particulares de aplicación.

**CUADRO 17**

**Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales), saturación y comunalidad para el conjunto de los diferentes subpartados del proceso de enseñanza de las Matemáticas**

**Factor (II)**

<b>Factores</b>	<b>Sat.</b>	<b>h<sup>2</sup></b>
EI (1): "Ambiente constructivista de aprendizaje".....	.80	.68
EP (2): "Planificación abierta para un aprendizaje significativo"	.78	.73
COI (2): "Innovación y ambiente participativo en las clases de Matemáticas".....	.64	.70
H (2): "No conveniencia en enfatizar el desarrollo de habilidades procedimentales" (negativo).....	.51	.73
Valor propio .....	2.41	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	16.1	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	38.0	

(C) El factor general III, comprende, a su vez, los siguientes ítems:

- COI(IV): "Valoración profesional".
- EP(III): "Planificación significativa del contenido para enseñar".
- EV(III): "Evaluación formativa".
- EI(I): "Utilización de estrategias significativas de enseñanza".

Este factor (ver cuadro 18) recoge también cuatro factores que por su denominación y la interpretación que de ellos hemos realizado parece más integrado en la teoría constructivista, aunque referido a las características de la tarea, o sea, del contenido a enseñar y de los materiales a emplear. Se refiere, pues, a la necesidad de partir de lo que los alumnos ya saben, de su propia experiencia para relacionar los nuevos conocimientos a los ya adquiridos. Para este grupo de profesores, pues, es muy importante que los contenidos a enseñar partan del mismo entorno que rodea al alumno y de situaciones concretas que se produzcan en el medio que rodea al niño. Como consecuencia de ello, el contenido a enseñar establecerá qué materiales serán los más adecuados a cada situación de aprendizaje.

Ahondando algo más en el significado que nos puedan transmitir los factores generales II y III y tratando de diferenciarlos, podemos indicar que el factor II se refiere más a aspectos relacionados con el

**CUADRO 18**

**Matriz factorial rotada (rotación Varimax sobre componentes principales), saturación y comunalidad para el conjunto de los diferentes subapartados del proceso de enseñanza de las Matemáticas**

**Factor (III)**

<b>Factores</b>	<b>Sat.</b>	<b>h<sup>2</sup></b>
COI (4): "Valoración profesional".....	.79	.65
EP (3): "Planificación significativa del contenido para enseñar"	.75	.70
EV (3): "Evaluación formativa".....	.58	.59
EI (2): "Utilización de estrategias significativas de enseñanza" ..	.43	.46
Valor propio .....	1.89	
Porcentaje de Varianza del Factor .....	12.6	
Porcentaje de Varianza Acumulada .....	50.6	

aprendizaje significativo e intrínseco que comparta los siguientes requisitos: adquisición de contenidos a través de experiencias personales, descubrimiento y construcción de la propia identidad individual y cultural, y concesión de prioridad al objetivo de aprender a aprender.

Por su parte el factor general III nos parece que incide más en los aspectos relacionados con la enseñanza y nos habla de la necesidad de acomodar el currículum al sujeto, siendo en este caso el profesor el que gestiona y administra dicho currículum de acuerdo a las necesidades del centro y de los alumnos (currículum semiabierto). Una enseñanza que se adapta a las características de los alumnos tiene muy en cuenta sus conocimientos previos para conectarlos con el nuevo material de enseñanza y de esta manera producir nuevas ideas (proceso de cambio).

Estos dos últimos factores reflejan una concepción constructivista, aunque debemos indicar que la teoría constructivista no aparece tan nítida y clara como la teoría asociacionista, debido a que se encuentra más diluida entre dos factores y que éstos no recogen, cada uno por separado, todos los subapartados en que hemos dividido el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, pero considerados globalmente como constitutivos de la teoría constructivista, sí se encuentran los cinco subapartados considerados.

#### **5.4. Conclusiones del Estudio I.**

Atendiendo a los resultados obtenidos en este primer estudio, podemos concluir diciendo que nos ha sido posible detectar las creencias de los profesores de Ciclo Inicial sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, cumpliendo así el principal objetivo que nos planteamos a la realización de este primer estudio. Nos sumamos, pues, a la línea de investigación que sobre el pensamiento del profesor se está llevando a cabo actualmente, aunque somos conscientes de que nuestro trabajo es sólo una mera aproximación a la misma. Si hemos contribuido o no a la evolución del paradigma sobre el pensamiento del

profesor, es algo que tendrá que ser valorado por el corpus de investigadores.

En lo que se refiere a la estructura global de las creencias, se puede observar, por un lado, la existencia de una concepción de corte asociacionista formada por cinco factores. Según este resultado, podemos afirmar que existe en el profesorado analizado la creencia de que las Matemáticas Elementales son, fundamentalmente, algoritmos y que el principal objetivo que se tiene que conseguir con su enseñanza es lograr que el alumno memorice una serie de técnicas que le permitan realizar de manera mecánica (a través de la repetición de ejercicios) las operaciones aritméticas. Éstas son presentadas al alumno de forma descontextualizada y carente de sentido. Es decir, algunos profesores piensan que se debe dar una separación entre el estudio de las distintas operaciones y la resolución de problemas aritméticos, que son contemplados como los casos en que se debe aplicar el cálculo aritmético. Se percibe, pues, las Matemáticas como algo exterior al niño. La enseñanza de esta materia consiste en el proceso de comunicar "lo que ya está establecido" a la mente del niño. El alumno es así contemplado como un ser receptivo y poco capaz de elaboraciones propias.

El análisis global de las creencias también nos confirmó la existencia de otra concepción que hemos denominado "constructivista". Esta concepción, sin embargo, aparece formada por dos factores distintos, tal como hemos presentado en el apartado de resultados.

A grandes rasgos, podemos decir que esta concepción constructivista aparece estructurada en torno a dos de los elementos básicos del proceso educativo, o a dos de los procesos que conforman el acto instructivo. Por un lado, el **alumno** o **proceso de aprendizaje** (Factor II) y por otro, el **contenido** o **proceso de enseñanza** (Factor III). Los profesores que comparten esta concepción se caracterizan, en general, por considerar que las Matemáticas son un instrumento de conocimiento y transformación de la realidad, pues son contempladas desde una perspectiva utilitaria. El principal objetivo que se debe conseguir



con la enseñanza de las Matemáticas, según esta concepción, es lograr que el alumno sea capaz de comprender los conceptos matemáticos, dotándolos de significado, siendo necesario para ello que el alumno construya por sí mismo su conocimiento matemático a través de sus propias experiencias y partiendo de los conceptos ya adquiridos (formal o informalmente). La introducción de situaciones reales y significativas, es decir, el contexto problemático debe ser la etapa inicial del proceso de aprendizaje, porque motiva al alumno y se adapta a su pensamiento sincrético y capacidad de acción.

Los dos factores de naturaleza constructivista que hemos obtenido en nuestra investigación presentan relación con dos de las cuatro visiones teóricas formuladas por Kuhs y Ball (1986) sobre cómo deben ser enseñadas las Matemáticas. Nos estamos refiriendo a la "Centrada en el aprendiz" y a la "Centrada en el contenido con énfasis en la comprensión conceptual".

El haber hallado en un solo factor para la visión asociacionista sobre la enseñanza de las Matemáticas Elementales y dos factores para la visión constructivista, nos lleva a pensar que entre el profesorado, la primera concepción se encuentra más claramente establecida, siendo ésta la que tradicionalmente ha estado más presente en nuestras escuelas. En cambio, la visión constructivista más moderna y reciente no parece estar aún tan claramente estructurada y asumida, pues queda difuminada en ideas relativas al alumno o al contenido.

Nuestros resultados coinciden parcialmente con los encontrados por Dionne (1984); Spangler (1992), Thompson (1984) y Underhill (1988).

Dionne (1984) encuentra la concepción "Formalista" sobre las Matemáticas escolares en el profesorado de enseñanza elemental, la cual no se obtiene en nuestra investigación. Algunas razones de esa disparidad de resultados podrían ser: a) la escasa inclusión en nuestro cuestionario de esa concepción "Formalista"; b) las diferencias temporales entre el estudio de Dionne y el nuestro que han dado lugar a cambios curriculares en nuestro sistema educativo (por ejemplo, la desaparición de la teoría de conjuntos).

Nuestro estudio sí coincide con el de Thompson (1984), en las dos concepciones encontradas: Las Matemáticas como conjunto de reglas y conceptos y las Matemáticas como actividad y proceso de descubrimiento. Las diferencias que observamos con respecto a la investigación de Thompson se refieren a la metodología que esta autora utilizó (estudio de casos) y a la muestra seleccionada, pues trabajó con profesores de secundaria.

No pensábamos inicialmente que las dos concepciones encontradas en nuestra investigación se iban a perfilar de forma tan diferenciada, sino que, por el contrario, intuíamos que podría darse un solapamiento entre ambas, que representara un pensamiento de tipo ecléctico. No ha sido así, lo que parece indicar que el profesorado que ha participado en nuestro estudio, a nivel conceptual, tiene muy claras las diferencias entre una y otra concepción, compartiendo únicamente una de ellas.

El valor de este primer estudio ha sido poder demostrar empíricamente la existencia de dos tipos de creencias sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas Elementales, aspecto muy importante a tener en cuenta, sobre todo por la relación cíclica que parece existir entre las creencias y las estrategias de enseñanza utilizadas por los profesores en su práctica educativa. Quiere esto decir que, como paso previo a cualquier programa de formación del profesorado (tanto de formación inicial como de formación permanente) se hace necesario conocer las teorías que subyacen al pensamiento del profesor, tratando de fomentar creencias positivas y enriquecedoras que le hagan percibir la enseñanza de las Matemáticas desde una perspectiva constructivista y más centrada en las necesidades de los alumnos.

Una vez que hemos podido demostrar la existencia de dos tipos de creencias entre el profesorado estudiado, el siguiente paso consistirá en determinar la relación que se produce entre dichas creencias y la práctica real en el aula. A tal fin, hemos diseñado el Estudio II, que presentamos a continuación.

**ESTUDIO II: PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA  
DE LAS MATEMÁTICAS DE DOS  
PROFESORES DE PRIMARIA**

**6. ESTUDIO II: PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA  
DE LAS MATEMÁTICAS DE DOS  
PROFESORES DE PRIMARIA.**

### **6.1. Objetivo.**

Este segundo estudio se ha realizado con la finalidad de llegar a diferenciar las distintas prácticas de enseñanza que implementan en sus clases de Matemáticas dos profesores de Primaria. Se intenta conocer, en primer lugar, cómo dicen que actúan dos profesores en concreto en clase, es decir, lo que dicen que hacen, y, en segundo lugar, analizar lo que hacen realmente en sus aulas cuando enseñan Matemáticas. La información obtenida nos permitirá, en último término, establecer las relaciones de consistencia vs inconsistencia entre sus creencias y sus prácticas verbalizadas y observadas. Pretendemos también poder llegar a determinar si se dan diferencias y/o semejanzas entre los dos profesores, en cuanto a su práctica docente y en qué aspectos se producen dichas diferencias.

Para la consecución de este objetivo hemos diseñado el presente estudio con la elección, en primer lugar, de dos profesores de Primaria que fueran representativos, cada uno de ellos, de cada una de las creencias encontradas en el Estudio I. Después de realizar la caracterización de estos profesores, pasamos a recoger toda la información posible tanto de la Práctica Informada de los mismos, para conocer lo que dicen que hacen en sus aulas, como de las Prácticas Observadas, para obtener datos sobre la enseñanza real de sus clases de Matemáticas. Para la observación de la práctica de enseñanza de ambos profesores nos pareció interesante seleccionar el tema de "iniciación a la multiplicación" de entre los contenidos programados para el segundo trimestre, porque es un contenido que por primera vez iba a ser presentado a los alumnos y nos podía dar cuenta de diferencias importantes en los estilos de enseñanza de los dos profesores estudiados.

### **6.2. Fases del estudio de campo.**

Este estudio se divide en una primera fase, que se ha realizado con los datos obtenidos en el Estudio I, y cuyo objetivo ha sido

poder llevar a cabo la elección de dos profesores de Primaria para el estudio de casos.

En la segunda fase hemos presentado la caracterización de los dos profesores seleccionados, describiendo su trayectoria profesional y las características de sus aulas y de sus centros.

A continuación presentamos los instrumentos de los que nos hemos valido para recabar la máxima cantidad de información acerca de las prácticas informadas y de las prácticas de enseñanza que realmente implementan en sus clases de Matemáticas los dos profesores estudiados. Concretamente, nos referimos a la entrevista, la observación en el aula y los documentos escritos, explicando cómo procedimos en la aplicación de cada uno de ellos.

La cuarta fase de este Estudio II se refiere a la presentación de los resultados obtenidos, para detenernos, en último lugar, en dar a conocer las principales conclusiones a las que hemos llegado en este segundo estudio.

Finalmente, presentamos la discusión y las conclusiones generales que hemos formulado teniendo en cuenta los dos estudios empíricos realizados en la presente tesis.

### **6.2.1. Elección de los profesores estudiados.**

Como ya hemos indicado en distintos momentos de esta investigación, nos propusimos investigar la práctica de dos profesores en concreto para obtener la máxima información posible de su actuación en el aula. Para llevar a cabo la selección de los dos casos procedimos de la siguiente forma:

a) En primer lugar, con los datos obtenidos de los 62 profesores que formaron la muestra del estudio I, se realizó un Análisis de Cluster con el fin de determinar la existencia de algún tipo de agrupamiento de los mismos atendiendo a sus diferentes creencias sobre la enseñanza de las Matemáticas. El resultado de dicho Análisis de Cluster nos reveló la existencia de dos grupos bien diferenciados de profesores (gráfica de cluster, Cuadro 19).

b) En segundo lugar, sobre la base de los resultados del Análisis de Cluster procedimos a afectar un Análisis

Discriminante para verificar las diferencias entre los profesores de los grupos 1 y 2 obtenidos, en cuanto a sus creencias y concepciones respecto a la enseñanza de las Matemáticas. Como resultado de este análisis obtuvimos una función discriminante formada por los 3 factores obtenidos en el estudio I, pero tan solo el factor I (Enseñanza Asociacionista de las Matemáticas) contribuye significativamente a definir dicha función, tal como se refleja en la siguiente tabla relativa a la prueba Lambda de Wilks:

	<b>Lambda</b>	<b>F</b>	<b>Significación</b>
Mat F <sub>1</sub>	.31702	118.5	.0000
Mat F <sub>2</sub>	.96226	2.157	.1476
Mat F <sub>3</sub>	.96846	1.791	.1864

El porcentaje global de casos correctamente clasificados es de un 98.25%, siendo dicho porcentaje de clasificación para el grupo 1 de un 96.2% y para el grupo 2 de un 100%.

Los centroides de los dos grupos de profesores en la función discriminante son los siguientes:

	<b>FUNC 1</b>
Grupo 1	1.73462
Grupo 2	-1.45484

Los resultados nos demuestran que los profesores del grupo 1 se caracterizan por sostener una visión asociacionista de la enseñanza de las Matemáticas, mientras que el grupo 2 está constituido por profesores con creencias no asociacionistas o más cognitivas y constructivistas.

c) Finalmente, se administró el cuestionario sobre creencias tal como quedó perfilado en el estudio I a un grupo de cuatro profesores, de entre los cuales encontramos a dos que pertenecían, cada uno de ellos, a uno de los tipos de creencias aisladas, por lo que consideramos que no era

necesario ampliar la muestra a un mayor número de profesores. Seleccionamos, pues, dos casos atendiendo a la puntuación obtenida en la función discriminante, siendo el primer caso el de un profesor que puntuó .9615 en la función discriminante y el segundo caso es una profesora que obtuvo una puntuación de -3.1807. En definitiva, el profesor seleccionado representa el primer grupo y la profesora al segundo grupo.

El paso siguiente consistió en indagar hasta qué punto estos profesores estaban dispuestos a colaborar con nosotros en esta investigación, pues generalmente los profesores son un poco reacios a ser observados mientras trabajan en clase con los niños. Fue necesario explicarles con claridad el trabajo que teníamos proyectado realizar y de qué modo tendrían que colaborar con nosotros. Afortunadamente, conseguimos que dos de esos profesores se decidieran a ayudarnos y tenemos que decir que, en todo momento, mostraron su mayor disponibilidad, ofreciéndonos todo su apoyo tanto para las entrevistas desarrolladas, como para las observaciones que llevamos a cabo en sus aulas, y a la hora de facilitarnos toda la documentación que precisamos referente a programaciones, evaluaciones, trabajos de los alumnos, etc.

En el presente estudio, pues, participaron un profesor y una profesora de 2º Curso de Primaria de Santa Cruz de Tenerife. Pertenecen a centros públicos diferentes; dichos centros están ubicados en zonas urbanas semejantes (zonas periféricas). Nos referiremos a ellos como "profesor" y "profesora" con el fin de guardar su total anonimato. A continuación describimos cada uno de los dos casos, tanto desde el punto de vista de su trayectoria profesional como de las características de sus aulas, de sus centros y del entorno familiar que rodea a sus alumnos, en un intento de conocer lo más posible el contexto docente de ambos profesores (McGaliar, 1983).

### **6.2.2. Caracterización inicial de los dos profesores participantes.**

#### *6.2.2.1. Profesor.*

El profesor tiene una edad de 49 años; empezó su ejercicio como docente con 18 años, es decir, que lleva ejerciendo 31 años.



Ha trabajado tanto en la enseñanza pública como en la privada (en ésta trabajó durante 8 años). Prefiere la enseñanza pública porque en la privada estaba más condicionado y en la pública se encuentra más libre, más autónomo.

En el Ciclo Inicial lleva trabajando 9 años. Hace 5 años que llegó a Santa Cruz. Le agrada muchísimo dar clase de Plástica, pues como también es Licenciado en Bellas Artes, es una materia que le atrae mucho y, de hecho, ha impartido clase de Plástica en varios cursos. Actualmente se encuentra en situación de "suprimido" y está pendiente para ver qué plaza le va a salir para el curso que viene. Reconoce que esta situación le tiene bastante preocupado.

Recuerda que estudió Magisterio de forma libre y que empezó a trabajar en centros privados para poderse pagar sus estudios de Bellas Artes. Cuando tuvo la oportunidad se metió de interino en la pública y continuó con su licenciatura. En el año 1978 aprobó las oposiciones. Ha continuado con su formación asistiendo a cursos, seminarios, etc. Actualmente forma parte de un Grupo Estable de Matemáticas, ocupándose, en la Unidad Didáctica que está desarrollando el Grupo, de la Geometría, dado que se le da muy bien el dibujo.

Como ha pasado por muchos centros de enseñanza, reconoce que se dan grandes diferencias entre los niños del Barrio de la Salud, donde estuvo el curso pasado y el colegio donde se encuentra actualmente. Estas diferencias vienen dadas por el hecho fundamental de que los padres de los niños del actual centro, trabajan todos, siendo su nivel económico medio-alto, favorecido también por la circunstancia de que muchas madres trabajan. Estos niños son hijos únicos muchos de ellos, o sólo tienen un hermano o hermana. Los padres son muy jóvenes. El nivel cultural es bastante bueno y los padres se preocupan mucho por la marcha de sus hijos en el colegio.

El grupo de alumnos de este profesor está formado por 14 niños y 14 niñas. Se trata de niños que son inteligentes, en general, pero muy inquietos; 4 de ellos reciben clase de apoyo pedagógico. Reconoce que sus alumnos aprenden con facilidad y

que les gusta trabajar. Les agrada mucho el colegio y prueba de ello es que cuando terminan las clases ellos siguen jugando en los patios. Otro hecho que le ha llamado la atención es que los niños tienen entre ellos amistades muy profundas. Los niños reconocen que en este colegio también han estudiado sus padres y hasta sus abuelos, sus primos, etc., es decir, que el centro está muy vinculado a la vida de estas familias.

El aula donde imparte clases este profesor es un poco pequeña por lo que, según él, tiene que sentar a los niños en filas, sin poder formar equipos. Está muy iluminada y cuenta con dos grandes pizarras y un tablón de corcho para colocar los trabajos manuales, así como estanterías y armarios donde guardar el material. Se queja, sin embargo, el profesor de que dispone de escaso material y que lo tiene que elaborar conjuntamente con los alumnos. Nos llama la atención la cantidad de murales y dibujos pintados por los alumnos que adornan la clase, pues, como él es especialista en dibujo, ofrece frecuentemente actividades plásticas a los niños, sobre todo con motivo de cualquier celebración, como la Navidad, los Carnavales, el Día del Libro, etc. Para los dibujos, él ofrece un modelo para que los niños lo copien igual. Se halla muy satisfecho con los avances que han obtenido los niños en el dibujo.

#### *6.2.2.2. Profesora.*

La profesora que ha intervenido en el estudio de casos cuenta con una edad de 52 años. Lleva ejerciendo como maestra durante 32 años y concretamente en Ciclo Inicial 10 años. Durante gran parte de su ejercicio profesional ha impartido clase en escuelas rurales y unitarias; cuando ha reunido bastantes puntos, pudo concursar en el Concurso General de Traslados para llegar a un colegio de Santa Cruz. Como ella misma dice "supuso un choque muy grande cambiar de un ambiente rural a un ambiente urbano suburbial, como fue el primer colegio que me tocó de Santa Cruz. Continúa diciendo "pensé que era capaz de aplicar los mismos procedimientos educativos con los nuevos alumnos, pero pronto comprendí que la realidad me desbordaba y tuve que cambiar mi

forma de pensar y trabajar, adaptándolas a la nueva situación. No me encontraba preparada, porque nunca tuve necesidad de ello, para hacer frente a problemas de drogas, delincuencia, absentismo acusado, piojos, chinches, etc." Comenta la profesora que a veces se desesperaba y llegó hasta cuestionarse su capacidad profesional, pero ha tratado por todos los medios de ver el lado positivo de las cosas y partir de la base de que todos los niños son educables y susceptibles de mejorar y cambiar, porque si no piensa así su labor no tendría sentido y acabaría perturbándose mentalmente.

Actualmente se encuentra en la zona del Barrio de la Salud y, aunque reconoce que es un colegio con grandes problemas desde el punto de vista sociolaboral y cultural, sin embargo piensa que es mejor que el anterior.

Cuenta con un grupo de 24 alumnos (10 niñas y 14 niños). El nivel económico es, en general, bajo, estando muchos de los padres en situación de paro laboral; algunos viven en el barranco. Los padres se quejan de que no tienen dinero para comprarle el material escolar a sus hijos. No se preocupan mucho por la marcha de sus hijos en el centro; incluso hay algunos que, aunque los llaman para hablar con ellos, no aparecen por el colegio. El nivel cultural, en general, también es muy bajo. Reconoce la profesora que 8 de sus alumnos presentan problemas sociales muy fuertes, relacionados con la droga y el paro.

La profesora describe a sus alumnos como niños superactivos, por lo que continuamente debe cambiarles de actividad para atraer su atención.

El aprovechamiento escolar no es tan bueno como ella desearía, aunque reconoce que hay unos cuantos niños que son muy inteligentes y trabajadores.

En cuanto al aula, es bastante amplia, con grandes ventanales para la iluminación. Cuenta con dos grandes pizarras, bastantes armarios y estanterías donde guardar el material y muchos murales y dibujos coloreados que adornan la clase, la mayoría de ellos confeccionados por los propios alumnos. Los dibujos se hallan pegados a las paredes y cuelgan también de hilos, que la profesora ha colocado en varios sitios del aula. También hay flores

y algunos animales. El material que se utiliza en clase lo fabrican los niños y la profesora.

Los niños se hallan sentados en equipos; hay 6 equipos de 4 niños cada uno. Cada equipo tiene asignada una tarea que es rotativa cada quincena, como repartir cuadernos y regalos, repartir libros, cuidar las flores y los animales, cuidar de los juegos y de la biblioteca, hacer la limpieza del aula, y, por último, colaborar con la profesora en la tarea de la disciplina.

Reconoce esta profesora que en su centro no se dan las condiciones necesarias para coordinarse con otros compañeros y que sólo se reúne con su compañera de nivel para llevar a cabo trabajos conjuntos y para compartir ideas y propuestas.

En cuanto a la actualización de su formación, dice que es un tema que siempre le ha preocupado y que ha asistido a varios cursos de perfeccionamiento. Actualmente forma parte de un Grupo Estable que está trabajando sobre diseño de Unidades Didácticas.

### **6.3. Instrumentos de recogida de información.**

El procedimiento seguido para conocer lo más ampliamente posible las prácticas informadas y las prácticas reales del aula, fue la aplicación de una entrevista semiestructurada a los dos profesores seleccionados para este estudio, y la grabación en vídeo de su actuación en la clase de Matemáticas, de manera que los datos los obtuvimos a partir de las situaciones naturales donde ocurrían los hechos que pretendíamos analizar. Ambos procesos de recogida de información, la entrevista y la observación directa, son interdependientes y complementarios en el estudio de casos, como indican Marcelo (1987) y nos ha parecido necesario aplicarlos en la presente investigación con el fin de tener en cuenta, no sólo los datos verbales de lo que dicen que hacen los profesores en sus clases de Matemáticas, sino también los datos observados de su práctica docente o de su conducta en relación con la enseñanza de las Matemáticas.

Durante este estudio de campo, también nos fue posible recoger una serie de documentos y materiales escritos que nos facilitaron la comprensión de la labor docente de los dos profesores participantes.

### **6.3.1. La entrevista.**

La entrevista informante la consideramos como una parte integrante de la observación y se hace imprescindible en toda investigación interpretativa como la que aquí presentamos. La entrevista la enfocamos como una conversación con cada uno de los profesores participantes para que nos explicasen su manera de trabajar las Matemáticas y que nos argumentasen el por qué de su metodología de trabajo. Del relato de ambos profesores obtendríamos su perfil autoinformado como enseñantes de Matemáticas. Posteriormente, podremos poner dicho perfil en relación con su actuación en el aula.

Las entrevistas de ambos profesores fueron grabadas en magnetófono y se realizaron individualmente. Se confeccionó un guión para la realización de la entrevista, cuyo carácter fue más bien orientativo para el entrevistador. Es decir, no se trataba de aplicarlo de forma rígida y cerrada, sino que permitía introducir cuestiones que requerían una mayor precisión. Las entrevistas fueron transcritas íntegramente (ver Anexo 5).

Las cuestiones que incluimos en la entrevista fueron las siguientes:

1. Aspectos generales y habilidades: Desarrollo cotidiano del trabajo en clase; desarrollo de la clase de Matemáticas; habilidades que se necesitan para el aprendizaje matemático y capacidades que se pretenden desarrollar en los alumnos.

2. Planificación: Cómo se planifica el trabajo diario; periodicidad de la programación; utilidad de la programación; materiales que se utilizan para la programación; aspectos más importantes de la enseñanza recogidos en la programación; dificultades para desarrollar en el aula el trabajo programado; -- programación en equipo o individual.

3. Enseñanza Interactiva: Generalidades del método de enseñanza utilizado en las Matemáticas; motivación de los alumnos; sondeo de ideas previas; planteamiento de problemas aritméticos: cuándo y por qué; presentación de la información matemática; la observación en Matemáticas; la manipulación en Matemáticas; los productos finales que realizan los alumnos; los debates en la clase de Matemáticas; utilización de los dedos para contar; los ejercicios de "machaqueo": cuándo y por qué; tiempo dedicado a los problemas aritméticos y a las tareas de cálculo; modo de introducir un conocimiento nuevo; atención a las necesidades especiales; modalidad de corrección; trabajo individual y/o trabajo en equipo; utilización de la competitividad; papel del maestro; utilización de material diverso; la disciplina en la clase de Matemáticas; aprendizaje memorístico y/o comprensivo.

4. Evaluación: Cómo se evalúa; periodicidad de la evaluación; relación de la evaluación con la programación y con el trabajo realizado en clase; utilidad de la evaluación; a qué aspectos matemáticos se da más importancia en la evaluación.

5. Clima, organización e innovación: Coordinación con otros compañeros del centro; experiencias compartidas con otros compañeros; las normas de comportamiento en clase; satisfacción con el trabajo como profesor; participación en seminarios o grupos estables; asistencia a cursos de perfeccionamiento.

### **6.3.2. La observación.**

La decisión de analizar la práctica real que los dos profesores participantes desarrollan en la clase de Matemáticas nos llevó, en primer lugar, a tener en cuenta la programación escrita de ambos profesores –en el sentido de estrategia de planificación previa a la realización del proceso de enseñanza-aprendizaje– con el fin de seleccionar como contenido a analizar el tema de la "Introducción del concepto de Multiplicación", que se impartiría durante una quincena; concretamente, la primera quincena del segundo trimestre del curso 1994-1995. En segundo lugar, creímos

necesario recoger el conjunto de actividades que configuraban el tema, para poder establecer las diferentes prácticas de enseñanza que implementaban en sus clases los dos profesores. Por ello, hemos registrado en vídeo todas y cada una de las actividades de cada una de las diez sesiones de clase que comprendía la quincena seleccionada. La codificación de los datos la llevamos a cabo según el siguiente orden de observación: a) Identificación de los segmentos de actividad; b) Aspectos considerados en la descripción de los segmentos de actividad; c) Registro de los datos obtenidos para cada sesión de clase.

Fue preciso grabar en vídeo las diez sesiones de clase para, posteriormente, recoger información que nos diera cuenta de los siguientes aspectos:

- a) Los contenidos trabajados para el desarrollo del tema.
- b) Cantidad y tipo de prácticas de enseñanza realizadas por los profesores.
- c) Materiales utilizados en función de las prácticas de enseñanza llevadas a cabo.
- d) Duración temporal de cada sesión.

### **6.3.3. Documentos escritos.**

La información recogida a través de la observación y de la entrevista ha sido completada con el análisis de los documentos y materiales escritos que nos proporcionaron ambos profesores. Estos materiales fueron los siguientes para cada uno de los dos casos estudiados:

**Profesor:** Programación general de Matemáticas; programación del segundo trimestre; ejercicios escritos realizados por los alumnos; fichas de refuerzo; prueba de evaluación; libro de texto de Santillana.

**Profesora:** Programación general de Matemáticas; programación de los tres trimestres; programación de la quincena seleccionada; ejercicios escritos realizados por los alumnos; fichas de refuerzo; fichas de ampliación; fichas de refuerzo-ampliación;

murales diversos; prueba de control; prueba de evaluación; libro de texto de Santillana.

#### **6.4. Resultados.**

Los resultados de este Estudio II los presentamos organizados según el siguiente esquema: en primer lugar, el análisis de las Prácticas Informadas, tanto para el profesor como para la profesora, basándonos en la información recogida a través de la entrevista que sostuvimos con cada uno de ellos (ver Anexo 5). Como resultado, obtuvimos una serie de "creencias", tanto para el apartado de Enseñanza Preactiva como Interactiva y Postactiva, que, en definitiva, nos vienen a dar cuenta de cuál es la Práctica Informada o el Pensamiento Práctico de los dos casos estudiados, es decir, lo que ellos "dicen que hacen" cuando enseñan Matemáticas.

En segundo lugar, llevamos a cabo el análisis de las Prácticas Observadas, teniendo en cuenta la información recogida a través de las grabaciones en vídeo que realizamos de la práctica docente de ambos profesores, cuando explicaron el tema de "la multiplicación" a sus alumnos de 2º nivel de Primaria. Dicha información la codificamos utilizando los "segmentos de actividad" como unidad de análisis de las diez sesiones de clase correspondientes a la quincena estudiada, en la que se introducía, por primera vez, el tema de la multiplicación a estos alumnos. El análisis de los segmentos de actividad que constituían cada sesión de clase, nos permitió obtener una descripción amplia y detallada de cada una de las sesiones, que presentamos en el Anexo 6. La codificación de la información observada hizo posible presentar, en primer lugar, un análisis cualitativo de las Prácticas Observadas, tanto para el profesor como para la profesora, y, en segundo lugar, un análisis cuantitativo de dichas prácticas, basándonos para este análisis cuantitativo en la tipología de "prácticas de enseñanza" que aislamos inductivamente a partir del análisis cualitativo. Es decir, después de aislar y describir cada una de estas "prácticas de enseñanza" de las Matemáticas, llevamos a cabo una cuantificación



de estas prácticas para cada uno de los profesores. Posteriormente, hallamos la fiabilidad de nuestros resultados a través de la contrastación de la observación realizada por dos observadores que colaboraron con esta investigación (el primer observador es un estudiante de 5º curso de Pedagogía y el segundo observador es un profesor de Enseñanza Primaria); ambos observadores fueron previamente entrenados para realizar esta práctica de observación.

A continuación realizamos un análisis de los documentos escritos aportados por ambos profesores y que consistieron, fundamentalmente, en las programaciones elaboradas por ellos, así como las fichas de trabajo y de control y evaluación que confeccionaron para la enseñanza del tema de la multiplicación. Los datos aportados por el análisis de estos documentos vinieron a completar y ampliar la información recogida previamente a través de la entrevista y de la observación de la actividad del aula.

El paso siguiente consistió en poner en relación los resultados de la Práctica Informada y la Práctica Observada para cada uno de los profesores, para poder así determinar si existe o no coherencia entre lo que los profesores "dicen hacer" y lo que "hacen realmente" en sus clases de Matemáticas.

Por último, y en el apartado de conclusiones de este Estudio II, comparamos las Prácticas Informadas y las Prácticas Observadas de ambos profesores, estableciendo las semejanzas y diferencias que encontramos en sus estilos docentes.

#### **6.4.1. Análisis de las Prácticas Informadas.**

Una vez realizada la entrevista, procedimos a transcribirla íntegramente (ver Anexo 5). El material aportado por dichas entrevistas ha sido sistematizado e interpretado para cada uno de los profesores de acuerdo a tres grandes aspectos de la enseñanza: Creencias relativas al apartado de Planificación; Creencias relativas al apartado de Interacción y Creencias relativas al apartado de Evaluación. A continuación, incluimos un comentario general que recoge de manera unificada los tres apartados, en un intento de

presentar de forma global la interpretación que hemos hecho del acto de enseñanza que cada profesor ha informado en la entrevista.

#### *6.4.1.1. Identificación de las creencias aisladas para el profesor.*

Deseamos aclarar que en este apartado denominamos "creencias" al pensamiento práctico o práctica informada que hemos entresacado de las respuestas dadas por ambos profesores a la entrevista que sostuvimos con ellos.

##### 6.4.1.1.1. Apartado de Planificación.

#### **PRIMERA CREENCIA:**

La planificación es informal o implícita.

#### **Ejemplo:**

*La programación que tengo aquí es la del colegio. No llevo a rajatabla la programación del colegio. Yo sí recojo mucho de la experiencia.*

*Yo tengo el plan previo pero no lo llevo tal cual, altero el plan según las circunstancias que vayan surgiendo, incluso un juguete... No hacer rutinaria la clase.*

*Yo improviso mucho en clase, según lo que se me ocurra en el momento.*

*La programación "a priori" no me es útil porque improviso mucho.*

#### **SEGUNDA CREENCIA:**

La programación es global y centrada en los contenidos.

Se enlazan unos contenidos con otros y el requisito básico de la secuenciación de los contenidos es que los conocimientos vayan quedando bien asumidos por los alumnos.

Los contenidos que tienen mayor importancia son los actitudinales.

Se incide en los mismos contenidos si éstos han sido olvidados.

#### **Ejemplo:**

*La programación es global; el lenguaje y las Matemáticas están muy relacionados. Los contenidos son los mismos. En el primer trimestre me basé en "Mi casa" y todas las actividades giraron en torno a este tema.*

*Los problemas matemáticos giraron en torno a la casa.*

*Hay contenidos que he tenido dificultad y que los he simplificado.*

*No muchos contenidos pero bien dados.*

*Siempre enlazo con lo anterior; a veces los niños me dicen: "profesor, ya eso lo hemos dado" y a mí me gusta porque veo que se recuerdan de ello.*

*Es difícil separar los tres tipos de contenidos aunque los contenidos más importantes son los actitudinales; son los mejores que se ponen en práctica.*

*Me gusta repasar los contenidos porque los niños olvidan con facilidad.*

**TERCERA CREENCIA:**

La programación se lleva a cabo teniendo en cuenta las características de superactividad de los alumnos.

Se reconoce la necesidad de incluir gran número de actividades, en la programación.

**Ejemplo:**

*Mi clase es activa; hay que mantenerlos activos; tengo siempre algo preparado, porque estos niños son superactivos y esa es la forma de mantenerlos ocupados.*

*Con estos niños no me siento ni un momento.*

**CUARTA CREENCIA:**

La programación da prioridad a determinados objetivos.

**Ejemplo:**

*Hay objetivos que tienen prioridad. Otros son menos importantes. En caligrafía, para mí, un objetivo fundamental es el orden y la limpieza; también en Matemáticas.*

**QUINTA CREENCIA:**

Reconocimiento de que no es necesario usar materiales específicos para programar, pues sobre todo se basa en su propia experiencia.

**Ejemplo:**

*Ojeo poco los libros.*

Los libros no me atan.

Me apoyo mucho en el dibujo y en la pizarra. El dibujo es la cualidad que tengo más a mano.

**SEXTA CREENCIA:**

Concede la misma importancia al Lenguaje que a las Matemáticas. La distribución del horario semanal para ambas materias es la misma. El tiempo que dedica a cada una de ellas es teóricamente el mismo.

**Ejemplo:**

Para mí ambas materias son igualmente importantes.

Dedico cinco horas semanales a Matemáticas y cinco a lenguaje, aunque si algún día hay que ganar tiempo para dedicarlo a manualidades u otra actividad lo quito de las Matemáticas.

6.4.1.1.2. Apartado de Interacción.

6.4.1.1.3.

**PRIMERA CREENCIA:**

Reconocimiento de la poca estabilidad de las estrategias de enseñanza. No hay un método definido y sí muy personal.

**Ejemplo:**

*Yo no soy muy estable en hacer todos los días lo mismo, ni empezar de la misma forma, porque a los niños les gusta cambiar.*

*Yo no mantengo el mismo método... soy bastante cambiante.*

*En Matemáticas no hay un método definido. Es el método mío, o sea, despertarles a ellos la curiosidad. El método que llevo es mi método, o sea yo no me ato a los métodos clásicos...*

*En esta clase de niños pequeños ¿qué método vamos a trabajar con ellos? Ni un método rígido, ni un método sistemático... yo creo que se... yo soy así, ¿me entiendes?, según como surja en ese momento. Yo no me ato... que quede claro en la entrevista que yo no me ato a ningún método.*

**SEGUNDA CREENCIA:**

La explicación se realiza a través de una conversación con los alumnos. La interacción verbal permite la participación de los alumnos en el desarrollo de la clase.

**Ejemplo:**

*Lo primero que hago es una conversación; los chiquillos a veces no me dejan hablar, cosa que me enfada, porque quiero explicarles algo a través de una conversación; a través de la conversación ellos se dan cuenta a dónde quiero llegar. A mí lo que me gusta es conversar con ellos, no sólo en Matemáticas, sino de cualquier cosa y, sobre todo, si es dibujo.*

*Utilizo la conversación con la pregunta. Eso de que yo les pregunte les llama mucho la atención. La cosa es que el niño participe en la clase, que no sea de un profesor que está todo el día hablando, y diciéndoles cosas, sino que sean ellos los que digan. Yo siempre les digo "la clase es de ustedes".*

### **TERCERA CREENCIA:**

La resolución de problemas aritméticos:

- a) No es necesario hacer problemas todos los días.
- b) Se realizan mejor a través de la explicación del profesor.
- c) No es necesario que los niños copien el enunciado; es suficiente con que hagan la operación correspondiente.
- d) Los problemas aritméticos son interdisciplinarios; es decir, pueden plantearse en cualquier área del currículum.
- e) Los niños explican la solución de los problemas.
- f) Los problemas aritméticos son simples, es decir, que requieren una sola operación para ser resueltos.
- g) Los problemas aritméticos se refieren generalmente a situaciones comerciales (el supermercado).

### **Ejemplo:**

*Los problemas no sólo los trabajo en Matemáticas sino también en Lenguaje y, sobre todo, en Conocimiento del Medio. En Conocimiento del Medio se dio lo que era un supermercado y puse unos problemas sobre el supermercado, las compras que hace la madre, la operación que hacía la cajera, el que compra, el que vende, el que atiende, y resultó bastante atractivo, fijate, les gustó, lo que pasa es que todos hablan a la vez.*

*Todos los días no pongo problemas, en Matemáticas, todos los días no... porque ellos escribir el problema, lo hemos hecho un poco... No les gusta. Les cansa. Les gusta más cuando yo les explico el problema y me hacen la operación, pero algunas veces, claro, en la hojita resulta muy frío, porque en la hojita de trabajo solamente viene la operación... y no está la explicación del problema... Los padres, algunas veces, me vienen a*

*preguntar "bueno y esto aquí, este ejercicio, esta suma, esta resta" y yo les digo "eso es un problema que yo les expliqué". Los niños dicen a sus padres "el profesor dice los problemas" y yo les he dicho "tú le dices a tus padres que yo explico el problema, pero que no lo escribimos, que no es necesario algunas veces".*

*Yo siempre, cuando he puesto un problema o lo he explicado yo a ellos les pregunto "bien, ¿ustedes que creen?", "¿cómo lo hicieron?", "¿y porqué esto es así?"*

*Todavía no hemos trabajado las dos operaciones en un mismo problema porque no los encuentro maduros todavía.*

#### **CUARTA CREENCIA:**

La información que se transmite en la clase de Matemáticas se hace a través de la exposición oral y apoyándose en conocimientos adquiridos anteriormente.

##### **Ejemplo:**

*La información que doy a los alumnos, vuelvo a repetir, es una exposición oral, exponerlo, siempre volviendo atrás, porque no hay ninguna operación que se explique nueva y que no tenga relación con la anterior.*

*Siempre previo conocimiento, o sea, no de golpe.*

#### **QUINTA CREENCIA:**

Las propuestas de actividad observacional se reducen al material que los niños usan para su trabajo.

La actividad experimental es nula.

Las situaciones de juego se plantean algunas veces y el dibujo es el recurso más utilizado.

El conteo con los dedos es un recurso también utilizado.

No es partidario de usar la competitividad como recurso de enseñanza, aunque reconoce que algunas veces se vale de ella.

##### **Ejemplo:**

*El material que observamos en la clase de Matemáticas, independientemente del libro de texto, es el que tenemos a mano. O sea, yo cojo un grupo de lápices, y digo "mira, esto es material, vamos a contar". O sea el material que yo utilizo es el que ellos están cogiendo. Pongo en un pupitre todas las gomas, la decena. Le doy una goma a cada niño, la unidad. ¿Me entiendes? aprovecho el material que está en la clase.*

*Algunas veces recorro al dibujo en la pizarra, yo hago un dibujito cuando hay que explicar algo.*

*Experimentar en clase... no, lo que es experimentar... en la manipulación sí cogen el material que yo les doy. Yo saco los niños a la pizarra, les doy un material y hacemos una especie de juego algunas veces.*

*Para explicar las sumas llevando, sacaba un grupito a la pizarra y se movía el niño que tenía que llevar la unidad. Como un juego. Es una locura, no se puede hacer todos los días, pero sí... a ellos les gusta eso.*

*De material didáctico no tengo mucho que digamos. Audiovisual no lo he utilizado todavía será que estoy cansado de que los niños me hablen de la tele que no quiero ver muchas imágenes.*

*Dibujos sí hemos hecho, dibujos. Más que nada las hojitas de trabajo que les doy individualmente.*

*Yo no corrijo cuando un niño hace uso de los dedos para contar. Si un niño hace recurso de sus dedos, está haciendo recurso de un medio propio de él.*

*La competitividad es peligrosa pero algunas veces la he utilizado. Pero no lo hago con frecuencia porque creo que es peligroso.*

#### **SEXTA CREENCIA:**

Los debates que se entablan en la clase de Matemáticas se limitan a la corrección que unos niños hacen a otros.

Las intervenciones orales de los niños se hacen de forma individual y nunca como portavoces de un grupo.

El profesor interviene mucho más tiempo en el uso de la palabra, pues es la manera de conseguir un ambiente organizado de trabajo.

#### **Ejemplo:**

*Yo sí creo la situación para que un niño le corrija a otro, no sé si eso puede ser un debate.*

*Los niños intervienen de forma individual... Yo siempre les hago levantar la mano y entonces elijo a uno o dos niños, "mira tú tienes prioridad porque fuiste el primero" y entonces da la pregunta, da la respuesta o corrige, siempre doy prioridad a uno.*

*En el uso de la palabra intervengo yo como profesor mucho más tiempo. Tengo aquí niños bastante conflictivos, de mucho trabajo, muy*

*inquietos. Mi voz, tengo que decir, domina a la de los niños. Pero no como una imposición, sino como una necesidad de la clase para conseguir que el trabajo tenga una marcha, un ritmo y una organización.*

**SÉPTIMA CREENCIA:**

Los ejercicios de operatoria que se incluyen en el trabajo diario son pocos y variados, evitando el "machaqueo". La corrección se hace oralmente.

**Ejemplo:**

*Las operaciones suelo cambiarlas bastante durante la semana, aunque suele repetirse una o dos veces. Tengo que estar una semana machacando un poquito. No todos los días tan rutinario, sino vamos a saltarnos, hacia adelante, hacia atrás.*

*Las sumas que hacemos en la pizarra son dos o tres. Y... para la casa tienen un librito de actividades que ahí repasan y les sirve de repaso. Y si les dicto diez cantidades ya me parece mucho. En la hojita de Matemáticas solamente hay tres o cuatro actividades que hacemos directamente conmigo, no más, más es cansarlos.*

**OCTAVA CREENCIA:**

Se da mucha más importancia a la presentación de los trabajos que al número de operaciones a realizar, asignando más tiempo a las tareas de cálculo.

**Ejemplo:**

*Me gusta mucho la presentación de la hoja, el orden, miro más el orden, la presentación del ejercicio, que es muy bonito, que es limpio, que, vamos, llenar toda la hoja de operaciones. Es que yo procuro mucho el orden en el trabajo. Yo pienso que si se va a pisar... si hacen las dos sumas o las dos restas.*

*Últimamente he trabajado mucho el cálculo mental.*

**NOVENA CREENCIA:**

Existen diferencias entre los problemas aritméticos y las tareas de cálculo en cuanto al tiempo que se dedica a cada una de estas actividades.

**Ejemplo:**

*Mira, la actividad de cálculo, pues son... veinte o veinticinco minutos, que son tres o cuatro actividades que pongo. De problemas que*



*no los hacemos todos los días aprovecho los conocimientos del medio que nos surgen ahí los problemas.*

**DÉCIMA CREENCIA:**

La explicación de un nuevo contenido se inicia con la manipulación, por parte de los niños, de algunos materiales que tienen en sus mesas.

**Ejemplo:**

*La suma la inicié yo recuerdo dándoles material de la clase. "Vamos a reunir lápices, de doy tantos a ti, tantos a ti, tantos a ti", "vamos a reunir gomas", "vamos a reunir los libros de lectura". Y luego yo iba a la pizarra. Otras veces los utilizo a ellos mismos como elementos, sacándolos a la pizarra. A partir de ahí.*

**UNDÉCIMA CREENCIA:**

Se considera que es suficiente la repetición de una actividad para lograr la comprensión de un determinado contenido. Al mismo tiempo se reconoce la necesidad de luchar desesperadamente ante un tipo de aprendizaje meramente mecánico y rutinario.

**Ejemplo:**

*A ellos les cuesta comprender lo que es un contenido. Yo creo que mecanismos que yo utilizo aquí..quizás que uno o dos o tres días se repita la actividad, no igual pero muy parecida.*

*Yo estoy luchando desesperadamente para que el aprendizaje no sea mecánico. Esto de hacer contar los dedos, hacer rayitas o... algo rutinario verbalmente, dos más dos, no. Que el niño entienda el porqué uno y uno son dos, dándole un material de la clase. Pero no, yo huyo de la rutina, totalmente. De hecho improviso mucho, lo voy a repetir, yo todos los días hago un cambio en la clase.*

**DUODÉCIMA CREENCIA:**

La clase se organiza en gran grupo. Los alumnos trabajan de forma individual. Las dificultades de aprendizaje de algunos alumnos se atienden de forma diferenciada.

Los problemas de indisciplina o inquietud general de la clase, se tratan a través de ejercicios de relajación.

**Ejemplo:**

*En la clase no he trabajado mucho los grupos. Lo digo porque esta clase es muy... los niños son muy inquietos y... el grupo, yo te digo, no lo he utilizado.*

*Yo estoy detrás de los niños que tienen dificultades de enseñanza "mira que estás distraído", "mira que te estás quedando atrasado". Yo soy el que estoy dando los toques de atención a los niños. Los tengo cerca de la mesa agrupados, para que no se me disperse mucho la clase.*

*Cada niño realiza individualmente la "hojita de trabajo" que yo voy planteando en la pizarra. Otras veces trabajan en los libros de texto, pero también de forma individual.*

*Cuando tengo problemas de indisciplina hago un ejercicio de relajación digo "mira, vamos a suspender la clase ahora, no vamos a trabajar". Entonces ellos saben lo que vamos a hacer, se ponen de pie, y hacemos un ejercicio de relajación, un ejercicio físico. Y les gusta un montón.*

#### **DECIMOTERCERA CREENCIA:**

Los libros de textos no son útiles porque le dan todo hecho a los niños. Son más provechosas las "hojitas de trabajo" que los niños realizan siguiendo las explicaciones del profesor en la pizarra. Los materiales son un complemento, en cambio el profesor lo es todo en la clase.

##### **Ejemplo:**

*Yo rechazo totalmente los libros de texto, porque creo que le dan todo hecho a los niños. Me gusta más que los niños hagan su trabajo en una hojita que yo les doy todos los días. En ella van realizando el trabajo que yo voy planteando en la pizarra, cuidando el orden, la limpieza.*

*Los libros también los "rellenan" sobre todo de cara a los padres, que se han gastado un montón de dinero en libros, pues en este colegio compran mucho material a los alumnos. Aunque reconozco que a los niños también les gusta trabajar en los libros de texto.*

#### 6.4.1.1.3. Apartado de Evaluación.

##### **PRIMERA CREENCIA:**

Es necesario realizar una evaluación inicial, a principios de curso, para conocer el punto de partida del proceso de enseñanza.

##### **Ejemplo:**

*La prueba inicial que yo les hice, era casi una copia exacta de la prueba final del año pasado de primero, más mi propia aportación.*

*La prueba inicial es la primera evaluación.*

### **SEGUNDA CREENCIA:**

La evaluación debe ser continua y realizada a través de la observación del trabajo diario de los alumnos. Su finalidad es conocer el rendimiento de los niños.

#### **Ejemplo:**

*El trabajo diario de los niños es lo que a mí me da la pauta del trabajo y del rendimiento de los niños.*

*Yo siempre digo que el niño se está evaluando constantemente todos los días de clase.*

*La puntuación que aparece aquí en la evaluación (formal) no es la que le corresponde ponerle en el boletín. Yo se los he dicho que es su trabajo diario.*

*El hecho de que aparezca un error en la prueba formal no quiere decir que lo voy a anular. Yo sé que su trabajo diario me responde. O sea, que doy importancia más que nada la comprensión general.*

### **TERCERA CREENCIA:**

La evaluación formal, que también se realiza, incluye principalmente los contenidos recogidos en la programación del centro, y se hace para tener un informe externo dirigido al profesor y a los padres. Su función es para comprobar lo que se ha dado o lo que ha faltado por dar.

#### **Ejemplo:**

*La evaluación es una síntesis más o menos de lo que yo considero que debe ponerse en una evaluación cara al profesor e incluso cara a los padres, porque hay que presentársela a los padres. Pero no indica la evaluación del trabajo diario de la clase.*

*En la evaluación yo recojo unos puntos que estaban más o menos en la programación, que eran los que me interesaban, pero esa evaluación no lo es todo.*

*Me sirve la evaluación formal como comprobación de los resultados y me sirven para comprobar lo que he dado ¿me entiendes? O lo que me ha faltado por dar.*

*Son unos resultados para comprobar pero no lo dice todo, yo pienso que no lo dicen todo.*

**CUARTA CREENCIA:**

La evaluación es útil para reconducir el proceso de enseñanza.

**Ejemplo:**

*Yo los fallo que detecto, en general, en todos los niños... es un problema que yo me planteo que yo tengo que trabajar esa actividad que es donde han fallado, entonces mi obligación es, como lo he hecho en el segundo trimestre, pues volver a insistir otra vez en lo mismo.*

**QUINTA CREENCIA:**

La evaluación formal recoge actividades de numeración, de cálculo y de resolución de problemas, concediendo mayor importancia a los dos primeros apartados.

**Ejemplo:**

*La evaluación del primer trimestre recoge una serie de actividades como es completar una serie, un dictado de números, ordenar, escribir cómo se leen, completar, colocar mayor o menor... Esto ya es la numeración. La parte operatoria lo dedicamos a sumas y restas llevando. Y luego otra hojita con los problemas, dos problemitas nada más, sencillitos, sin llevar.*

**SEXTA CREENCIA:**

El aprendizaje de los problemas aritméticos se evalúa teniendo más en cuenta la comprensión y el planteamiento del problema que la exactitud conseguida en la realización de las operaciones aritméticas.

**Ejemplo:**

*Yo doy más importancia al planteamiento, si el niño lo plantea y sabe que es una suma, que tiene que reunir dos cantidades o tres, el pobre si se equivoca al realizar la suma yo le valoro que ha comprendido que el problema era una operación aritmética de sumar.*

*6.4.1.2. Análisis global de la práctica informada del profesor.*

Analizadas globalmente las respuestas del Profesor a las preguntas relativas al subapartado de Planificación, podemos destacar como un rasgo muy característico de él su preferencia por

la improvisación, rehuendo atarse a ningún plan previo. La única programación que le indica los contenidos que tiene que dar a sus alumnos es la que existe en el Centro (Programación Anual contenida en el Plan de Centro), en cuya elaboración no ha participado, por ser nuevo en el Colegio y encontrarse con esta programación ya confeccionada. Sin embargo, tampoco hemos podido observar que haga uso de otro tipo de programación (trimestral, quincenal o diaria) elaborada por él y adaptada a sus alumnos. Reconoce, asimismo, que la programación del centro no la sigue a rajatabla, más bien se guía de su propia experiencia y por lo que se le vaya ocurriendo en función de los acontecimientos e incidencias que vayan surgiendo en el aula. Da la impresión de que este profesor huye constantemente de la rutina y de ligaduras a planes pensados con anterioridad a su actuación docente. De tal forma su pensamiento está tan ligado a la acción, que las respuestas a este apartado las remite siempre a lo que hace en clase, es decir, a la fase interactiva, lo que nos lleva a pensar que este Profesor no prepara sus clases previamente, sino que se dedica a trabajar en clase guiado fundamentalmente por su propia experiencia y por sus deseos constantes de improvisación, recurriendo mucho al dibujo por ser la especialidad que más domina.

Una contradicción clara que observamos en este Profesor es que, por un lado, se autodefine como una persona improvisadora, creativa, espontánea y, por otro lado, se empeña constantemente en conseguir por parte de sus alumnos objetivos rígidos y estrictos en cuanto al orden, la limpieza, el comportamiento en clase, etc.

Por último, cabe destacar que ese Plan Implícito que parece tener esta profesor está organizado en función de los contenidos a enseñar, alterando el tiempo que en principio asigna a los mismos, según el grado de consecución que sus alumnos vayan consiguiendo. Reconoce que algunos contenidos necesitan ser practicados más reiteradamente para que los niños los lleguen a dominar.

En general, podemos decir que las respuestas que da el Profesor a las preguntas de la entrevista son rotundas y con un

alto grado de convencimiento. Nos ha dado la impresión de que no le ha sido necesario reflexionar mucho sobre sus respuestas, quizás porque sus creencias las tiene muy definidas. Por otro lado, hemos de dejar claro que las respuestas que ha dado el Profesor a esta Fase de la Enseñanza (Fase Preactiva) corresponden a un Plan Implícito que posee y no a una programación formal y explícita, que no ha realizado porque no cree necesaria para su acción docente.

Las concepciones que este profesor sostiene acerca de la fase Interactiva de la enseñanza de las Matemáticas, se basan fundamentalmente en reconocer que no sigue un método estable, sino que es más partidario de cambiar constantemente según las circunstancias del momento y lo que se le vaya ocurriendo sobre la marcha de la clase. Sin embargo, en otro momento de la entrevista reconoce que la forma básica de enseñar a sus alumnos es a través de la exposición oral. Si a esta afirmación unimos el hecho de que los niños realizan escasas actividades manipulativas, muy pocos juegos, que sólo hablan cuando se les pregunta y el niño que levanta primero la mano, que su voz es la que más se oye en la clase porque su palabra es fundamental, que las situaciones problemáticas se plantean, bien sea en Matemáticas o en otra materia, como una aplicación de los conocimientos adquiridos, podemos afirmar, sin miedo a equivocarnos, que el pensamiento de este profesor se encuadra perfectamente en un tipo de enseñanza tradicional que sigue un modelo de transmisión de información basado en la secuencia: Breve manipulación inicial-Exposición oral-Ejercitación-Mecanización/Comprensión.

Observamos, por tanto, en este profesor, su deseo por no ser etiquetado como tradicional, tal como queda de manifiesto al principio de la primera parte de la entrevista. Sin embargo, a medida que avanzamos en las preguntas de este apartado, constatamos que termina reconociendo su forma de enseñar, basada principalmente en la transmisión oral de los conocimientos matemáticos que los niños deben adquirir.

Otra característica del pensamiento que este profesor posee sobre su propia práctica y que nos ha llamado poderosamente la

atención, se refiere a su rechazo al uso de los libros de texto, por considerarlos como un producto demasiado elaborado y que exigen, por parte de los alumnos, un mínimo esfuerzo. En contraste, aboga por el empleo de lo que él denomina "las hojitas de trabajo", y que consisten en unas hojas cuadriculadas donde los niños realizan los ejercicios que él va planteando en la pizarra. El valor de estas hojitas estriba en que, con su realización por parte de los niños, consigue algo que para este profesor es fundamental: el orden, la limpieza y la buena presentación, con lo cual enfatiza, de modo preferente, los aspectos formales, estilísticos y estéticos del trabajo de sus alumnos.

Por lo que se refiere a la organización de su clase, este profesor cree que se ve en la obligación de seguir una enseñanza dirigida al gran grupo, a la clase completa, mientras los alumnos llevan a cabo el trabajo de forma estrictamente individual y supervisado por él, por varios razones: el gran número de alumnos (28), las características especiales de este grupo de niños (intranquilidad, nerviosismo, hiperactividad) y al reducido tamaño del aula. Es quizás por estas razones por las que reconoce de forma reiterada que el papel del profesor es fundamental en las clases de Matemáticas para lograr un ritmo y una organización. Llega a afirmar que el profesor para los niños lo es todo. Se observa, de esta manera, que la clase está muy centrada en su figura, siendo el verdadero protagonista de todo lo que acontece en el aula.

En el apartado de Evaluación el pensamiento de este profesor se nos ofrece como preocupado por las necesidades y características de sus alumnos, si tenemos en cuenta que de forma casi constante manifiesta sus recelos ante los resultados de las pruebas formales escritas que pasa trimestralmente a sus alumnos, siendo más partidario de evaluarlos atendiendo sobre todo al trabajo diario realizado por ellos. Las pruebas trimestrales, según él, no son del todo fiables porque no recogen todo el trabajo y el aprendizaje realizado por los niños y porque su rendimiento ante estas pruebas no es el mismo al que reflejan en su trabajo diario; es decir, reconoce que las pruebas les imponen a los niños de

algún modo, causándoles nerviosismo y, sobre todo, porque precisamente ese día de aplicación de la prueba los niños pueden no encontrarse en condiciones óptimas de rendimiento.

La observación del trabajo diario de sus alumnos es el procedimiento de evaluación más empleado por este profesor, reconociendo que es la forma más útil para enjuiciar y valorar el aprendizaje de los niños.

Las pruebas de evaluación, aunque admite que no lo son todo para evaluar a los niños, le son útiles para comprobar unos resultados y, sobre todo, para reconducir su proceso de enseñanza. Por tanto, más bien parece que son necesarias para revisar su propio trabajo y determinar qué contenidos están suficientemente adquiridos y cuáles hay que volver a impartir porque no quedaron bien aprendidos.

En la resolución de problemas aritméticos atiende de forma preferente al proceso seguido por los alumnos para su resolución, más que a la exactitud del resultado obtenido. Sin embargo, parece que es a las tareas algorítmicas a las que da más importancia si tenemos en cuenta que las pruebas de evaluación están construidas atendiendo preferentemente a los aspectos de numeración y operaciones aritméticas.

#### *6.4.1.3. Conclusiones de la práctica informada del profesor.*

##### 6.4.1.3.1. Apartado de Planificación.

1. La programación es implícita, pues no se recoge en ningún documento escrito.
2. Las creencias que mantiene corresponden a ese Plan Implícito que tiene organizado en su mente.
3. Reconoce que es partidario de alterar ese Plan Implícito en función de los acontecimientos que vayan surgiendo en el aula.
4. La Programación Implícita es fruto de su propia experiencia como docente.



#### 6.4.1.3.2. Apartado de Interacción.

1. Considera más importante el trabajo realizado de forma individual por parte de los alumnos, impidiendo la comunicación entre ellos.
2. Se esfuerza en lograr continuamente un ambiente en el aula que sea ordenado, controlado y pasivo, es decir, de poca movilidad por parte de los alumnos.
3. Reconoce que su enseñanza es directiva, marcando él en cada momento las pautas a seguir.
4. Reconoce que su enseñanza es preferentemente expositiva, dando pocas oportunidades a los alumnos a realizar un aprendizaje por descubrimiento.

#### 6.4.1.3.3. Apartado de Evaluación.

1. Es partidario de evaluar sobre todo los ejercicios de numeración y cálculo.
2. Dice que evalúa de modo continuado, a través de la observación del trabajo de los niños.
3. Reconoce la necesidad de una evaluación formal y trimestral.
4. Reconoce que la evaluación le sirve para darse cuenta sobre qué contenidos hay que insistir.

#### 6.4.1.4. Identificación de las creencias aisladas para la profesora.

##### 6.4.1.4.1. Apartado de Planificación.

#### **PRIMERA CREENCIA:**

La planificación es formal y explícita, renovándola cada curso escolar.

Reconoce tres tipos de planificación: la general, la trimestral y la quincenal.

#### **Ejemplo:**

*Yo pienso que la programación es fundamental, sobre todo para el profesor.*

*Pienso que la programación hay que renovarla cada año escolar porque a la del año anterior le faltarían montones de cosas y porque a mí me gusta cambiar constantemente y coger las ideas que pillo por ahí. Si tuviera la misma programación me cansaría y necesito empezar el curso con otro entusiasmo.*

*Tenemos una programación general para todo el curso, pero luego hacemos las quincenales. Tenemos la trimestral que es la que damos a los niños para que la estrujen, que la estrujamos, los niños y el maestro, porque es la que se llevan para casa y la ponen detrás de la puerta de su habitación, la cuelgan y la pegan igual que el horario. Entonces esa programación es importante para el alumno porque cada vez que da la quincena vamos ya pintando la siguiente. Pero luego está la quincenal con conceptos, procedimientos, actitudes, del tema que estamos dando en la quincena.*

*La programación es trimestral, y luego... trimestral que lleva a la anual, y luego la verdaderamente nuestra, la quincenal, del profesor, que es más profunda, con conceptos, procedimientos, actitudes, con las poesías que quieras añadir, las adivinanzas con el vocabulario, en Matemáticas también estrategias, con las cosas que le vas a poner al niño.*

#### **SEGUNDA CREENCIA:**

La programación es global partiendo de los conocimientos de los alumnos y de su experiencia para la formulación de los objetivos.

La programación se adapta a la realidad social y al nivel de los alumnos; es decir, se realiza pensando más en los niños que en los contenidos.

En la programación de Matemáticas es fundamental todo: la numeración, las operaciones, seriaciones, medidas geométricas, cálculo mental, resolución de problemas, etc.

Los contenidos se trabajan de forma espiral para profundizar y avanzar al mismo tiempo.

Son prioritarios los contenidos actitudinales y procedimentales.

#### **Ejemplo:**

*Programamos de forma globalizada, pensando que si esta semana estamos dando el otoño, estamos dando los frutos secos, pues en Matemáticas pueden trabajar los niños pues con las castañas, que las tenemos en esta época. En sentido globalizado con las demás áreas.*

*Tengo que partir de los conocimientos previos de cada alumno y mirar su experiencia, para luego formular los objetivos.*

*Mirar la realidad social de los alumnos, el sitio donde están, dónde viven, que todo eso influye a la hora de programar; la zona donde está situado el colegio y el nivel de los niños.*

*Yo creo que es fundamental pensar más en los niños que en los contenidos, aunque hay unos contenidos mínimos que no puedes dejar de tenerlos en cuenta.*

*Dentro de las Matemáticas, mira, la numeración es importantísima para poder seguir luego las operaciones. Igualmente en las medidas, en Geometría... y al cálculo mental, que es fundamental, y los problemas, porque ya los problemas es relacionar con lo anterior, con lo que da ahí.*

*Los contenidos los trabajamos progresivamente, si en Primero estuvimos trabajando en seriaciones hasta el 99, en Segundo es hasta el 999, o sea, van avanzando de forma espiral porque también tienes que profundizar.*

*Yo pienso que los contenidos procedimentales y actitudinales son prioritarios porque con ellos logramos personas con sentido más crítico, con un sentido de... no sé, más preparados para la vida, capaces de estratégicamente en un momento determinado solucionar problemas en su vida real, que son los que le van a llevar a ser un buen ciudadano tanto en su trabajo como en su relación.*

### **TERCERA CREENCIA:**

La programación incluye actividades de aprendizaje, de refuerzo y de ampliación.

Las distintas actividades se basan mucho en el juego y en la manipulación de materiales diversos.

También se hallan programadas las actividades que de modo rotativo realizan los distintos equipos de alumnos.

### **Ejemplo:**

*Cuando programamos le damos importancia, y ahora con la LOGSE, que las actividades de explicación normal, que son las de aprendizaje, y*

*ahí también hay que incluir las lúdicas, las que das con el juego. También las actividades de refuerzo y de ampliación.*

*Tienes que pensar en los niños que avanzan mucho y les haces actividades individuales para que ellos vayan al rincón, le plantas ahí las actividades para que investiguen y hagan.*

*Tienes que programar actividades para trabajar mucho con las cartas, el bingo para la numeración, las regletas, los tableros, las cintas métricas, los murales, los vasos de yogur, etc.*

*Tengo en la clase 6 equipos de 4 alumnos cada uno. Cada uno de los equipos tiene programada la actividad que debe realizar, de forma, rotativa durante una quincena.*

#### **CUARTA CREENCIA:**

Reconocimiento de que es importante utilizar diferentes fuentes de información para programar, además de la propia experiencia.

Reconoce la necesidad de coordinarse con algún compañero para confeccionar la programación.

##### **Ejemplo:**

*Yo pienso que es importante mirar las editoriales y coger un poco de un lado y de otro, y de la experiencia de uno.*

*Mira, yo soy copiona, copiona en el buen sentido de la palabra. No sé si es porque a mí me gusta cambiar constantemente y coger las ideas que pillo por ahí.*

*Los libros de consulta son muy buenos para realizar la programación.*

*Sobre todo dentro del nivel estamos muy coordinadas mi compañera y yo. Los otros compañeros que están en Primero, Ciclo Inicial, pues entonces tratamos por todos los medios de estar coordinados, aunque sea a nivel teórico, para programar.*

#### **QUINTA CREENCIA:**

Se reconoce la misma importancia al Lenguaje que a las Matemáticas. La distribución horaria semanal para ambas materias es la misma y el tiempo que se dedica a cada una es igual.

##### **Ejemplo:**

*Cinco horas a cada materia a la semana y luego... alternos, un día comienzo por Matemáticas, otro día por Lengua, de forma que las primeras horas de la mañana. Pienso que es la hora en que... las horas*

*primeras de la mañana, es cuando de verdad captas más la atención del niño y está más capacitado para asimilar.*

**SEXTA CREENCIA:**

Se reconoce la utilidad de la programación como una manera de evaluarse y de dirigir la enseñanza. La utilidad de la programación está en función de su grado de flexibilidad.

**Ejemplo:**

*La programación es un punto de referencia que me es útil a mí, la programación verdadera, la quincenal, y que es útil al niño, la trimestral.*

*La programación es la manera de uno evaluarse, de evaluarse como profesora.*

*Yo pienso que si no tuviera una programación previa, pues la clase se me iría un poco, es muy difícil, las ideas fundamentales, de la cantidad de cosas que quieres conseguir, o que puedes quitar y poner. No muy dirigido, muy dirigido...*

*Que admitas la flexibilidad, pero que tengas en cuenta... yo no sé... es como decir "que haya un abanico de posibilidades", pero que haya el abanico, pero si es que ni hay abanico, entonces... es una hecatombe.*

**SÉPTIMA CREENCIA:**

Reconoce que es muy difícil cumplir con todo lo que se ha programado. El hecho de no conseguirlo le produce verdadera angustia.

**Ejemplo:**

*Estamos mentalizados con los cuestionarios antiguos a darlos todos a rajatabla, aunque sabemos que según la Logse los profesores somos libres de poder dar aquellos temas que consideremos más necesarios para los niños. Mira, el Día del Maestro, estamos dando un montón de cosas, pero pienso que lo estoy quitando de las Matemáticas y entonces me apuro, tengo esta angustia. Soy yo la que se angustia.*

*El absentismo escolar también me impide dar todo lo programado, así como la poca responsabilidad y la permisibilidad de los padres. Entonces ahí ya está implicada la sociedad, entonces el programa muchas veces está bien pero falla en montón de cosas, no se puede conseguir.*

6.4.1.4.2. Apartado de Interacción.

**PRIMERA CREENCIA:**

Existe una metodología global, que se aplica en general a todas las materias, y una metodología específica, según el área que se enseña. En Matemáticas se usa un método manipulativo, global e interactivo.

**Ejemplo:**

*Hay aspectos generales en la metodología que no se pueden cambiar: la organización de la clase, que ellos trabajen en equipo, que metan los libros en los rincones, que... eso sí que no se puede variar; la capacidad de escuchar, el respeto...*

*Aunque hay un método global, aunque tienes un método, yo pienso que algo sí varía según la materia.*

*En Matemáticas, el método pienso que es mucho más manipulativo; en Lenguaje pretendes que la conversación sea mucho más... el objetivo es la conversación.*

*El método es globalizado pero también interactivo porque tienes que partir de las vivencias del niño... que él fue al mercado con su mamá, que en su casa... una cantidad de cosas que puedes explicarle en Matemáticas.*

**SEGUNDA CREENCIA:**

La motivación en la enseñanza de las Matemáticas se consigue a través de la manipulación y el juego.

**Ejemplo:**

*Capto la atención de mis alumnos con la manipulación, con los juegos, porque de forma lúdica trabajas con los niños, les haces trabajar con alegría, con murales, creándoles el interés por aprender.*

**TERCERA CREENCIA:**

Se piensa que es importante sondear las ideas previas como un medio de repasar los contenidos anteriores y de introducir los contenidos nuevos.

**Ejemplo:**

*Las ideas previas hay que sondearlas, hay que coger y repasar los conceptos básicos, porque de esos conceptos luego partes para darles conocimientos nuevos.*

*Tienes que partir del sondeo y repasar. Lo que llamamos la introducción, basándote en lo anterior, sobre todo en los conceptos básicos*

*que quieres que se te queden de lo anterior, para seguir dándoles nuevos conocimientos.*

**CUARTA CREENCIA:**

Los problemas aritméticos se incluyen siempre, en todos los temas. La resolución de problemas se realiza bien al final de algunas clases de Matemáticas o bien en clases dedicadas exclusivamente a esta actividad.

Los problemas aritméticos se trabajan utilizando distintos procedimientos: lectura repetida del enunciado, realización de dibujos, contestando a preguntas sobre el mismo, etc.

Los problemas aritméticos recogen los contenidos que se están dando en cada momento.

**Ejemplo:**

*Al final de la clase les pongo los problemas; si están dando la resta o la multiplicación, o lo que sea, entonces ya después el problema, es como... algo que viene a ser como el resumen.*

*Otras veces, aprovecho la primera hora de la clase para darles los problemas, porque quieres darles, aparte de afianzar la multiplicación, por ejemplo, razonamientos nuevos en problemas o estrategias que quieres que el niño las coja.*

*Yo siempre que estoy escribiendo el problema en el encerado, estoy como dictándolo, pero luego un niño de cada equipo lo lee.*

*Hago un montón de preguntas para llevar al niño a la solución del problema, porque hacemos el dibujo, sobre todo en el Ciclo Inicial. Podemos también a base de dibujos hacerles comprender el problema.*

*Que en el problema entre la numeración, si estás dando la numeración, o si estás dando la suma, pues entonces que ahí entre el problema de sumar, con las numeraciones que estamos dando respecto a los números.*

**QUINTA CREENCIA:**

La información matemática se transmite a través de situaciones de observación y de la explicación oral del profesor.

**Ejemplo:**

*La información que doy a mis alumnos la presento mediante la observación; yo será por la tradición que tenemos de los murales... y es lo que más utilizamos en clase; los murales... pero, luego, claro, mediante la*

*explicación también, mediante la explicación. Yo pienso que la explicación es fundamental.*

**SEXTA CREENCIA:**

Se reconoce la importancia de los libros de texto como un instrumento valioso para la enseñanza de las Matemáticas. También se utiliza otro tipo de material didáctico, múltiple y variado.

**Ejemplo:**

*También usamos dibujos, fichas, los temas del libro.*

*Pienso que no usar los libros de texto es un error, porque los libros tienen un colorido muy motivador y son atractivos.*

*Los libros son importantísimos con vistas también a que ellos sean futuros lectores, que aprendan a manipular los libros, que tengan sus libros de texto, aunque tengan libros de consulta de todo.*

*También usamos materiales de residuo: vasos de yogur, palillos, botones, elásticos, cartas, pegatinas, cajas de zapatos, cajas de cerillas, los recortables. También regletas, juegos didácticos comprados, tangrames, geoplanos...*

**SÉPTIMA CREENCIA:**

Se reconoce la importancia de la manipulación como una forma de partir de la realidad concreta para llegar a la comprensión de los conceptos matemáticos.

El conteo con los dedos de las manos es un recurso manipulativo permitido.

**Ejemplo:**

*Cuando tú les quieres dar un tema concreto, es a partir de un mural o de la manipulación, depende de lo quieras darles.*

*Mis alumnos sí realizan diferentes manipulaciones; en casi todos los temas, porque depende... si estamos tratando el decímetro, el centímetro... pues entonces nos basamos más en la realidad, que hay que medir las ventanas, la pizarra, la mesa. Depende del tema que des.*

*La manipulación es importantísima porque es la manera de que ellos estén ilusionados haciendo cosas; es la manera de que ellos se entusiasmen para luego lograr lo que queremos.*



*Sí, yo permito que mis alumnos cuenten con los dedos; es algo que, a lo largo de tantos años de dar clase, nunca lo he tenido en cuenta... Esos gestos los van perdiendo poco a poco.*

**OCTAVA CREENCIA:**

Se reconoce una gran variabilidad en los productos finales que realizan los alumnos: Manipulación de objetos, realización de dibujos, confección de murales, realización de ejercicios del libro de texto, ejecución de fichas, cálculo de operaciones aritméticas y resolución de problemas.

**Ejemplo:**

*Mira... dibujos, que dentro de ese dibujo le quede algo atractivo que quieras que se le grave el concepto.*

*Igualmente las operaciones; quizás los maestros pecamos mucho del "machaqueo" para que te cojan las cosas. Las operaciones y problemas también.*

*Las fichas y los murales, porque sobre todo ellos hacen murales en equipo. Las fichas son las que vienen en el libro y otras que les preparo aparte, para completar el tema.*

**NOVENA CREENCIA:**

Se entablan debates en la clase de Matemáticas, sobre todo en la "puesta en común". Las intervenciones orales de los niños se hacen de forma individual y como portavoces de un grupo.

La profesora interviene más en el uso de la palabra.

**Ejemplo:**

*Sí, se entablan debates en la clase de Matemáticas y, sobre todo, cuando llego a la "puesta en común".*

*No es que digamos "ahora vamos a establecer un debate". No, yo pienso que a lo largo de toda la clase va surgiendo todo: manipulación, trabajo en equipo, conversación, etc, Pero los debates, más que nada, en la "puesta en común".*

*Los niños intervienen de forma individual y en nombre del grupo, pero también en cualquier momento. Yo pienso que es necesario acostumbrarles a escuchar a sus amigos, aunque eso es difícil porque los niños son expresivos y quieren intervenir siempre.*

*Yo pienso que intervengo yo como profesora más en el uso de la palabra, porque, quieras o no, tienes que coger el hilo muchas veces.*

**DÉCIMA CREENCIA:**

Los ejercicios de operatoria y de cálculo mental se trabajan a base de "machaqueo".

**Ejemplo:**

*Las operaciones y el cálculo mental... a base de "machaqueo"; con el machaqueo logras un hábito y logras que cada vez se equivoquen menos.*

*La parte mecánica es a base de "machaqueo".*

*Hay niños que tienen una gran capacidad para las cosas, y otros que tienes que dárselas a base de "machaqueo"*

*Si esta semana estás dando la suma, también tienes que ponerle unas actividades de numeración, unas cuantitas, y un problema, y eso es lo que llamamos el "machaqueo".*

**UNDÉCIMA CREENCIA:**

La introducción de un nuevo contenido se inicia a partir de vivencias y de experiencias reales de los niños, tanto escolares como familiares.

**Ejemplo:**

*Mira, yo pienso que hay que partir de las vivencias, porque, aparte de lo que podamos manipular dentro de la clase, hay que trabajar a partir de algo real, que le haya sucedido a los niños, de lo que ellos hicieron en la hora del recreo, etc.*

*Luego, las vivencias de la casa, cuando tus padres te mandan a comprar en el estancito, o cuando vas a comprar en el quiosquito de la esquina.*

**DUODÉCIMA CREENCIA:**

Para lograr que los niños comprendan un contenido matemático es necesaria la observación, el juego, la manipulación... es decir, actividades divertidas.

Se atiende a que los niños comprendan los contenidos pero sin olvidar la necesidad de emplear la mecánica.

**Ejemplo:**

*Yo pienso... que vean, que observen, que jueguen, y cosas de la vida real. Y lo que siempre decimos de manera divertida.*

*Trato primero que comprendan y que razonen, aunque de ahí luego hay que emplear la mecánica, para la operatividad rápida. Pero hay que*

*tratar que comprendan las cosas y que las razonen para desarrollar su inteligencia.*

**DECIMOTERCERA CREENCIA:**

La clase se organiza en equipos y se trabaja dentro del grupo intercambiando responsabilidades.

Las dificultades de aprendizaje se atienden de forma diferenciada. También se busca el apoyo de los padres.

Se reconoce la utilización de la competitividad entre los alumnos y el uso de los alumnos más aventajados como modelos.

El miedo a la indisciplina no es obstáculo para trabajar de determinada manera.

**Ejemplo:**

*Tengo 24 alumnos, 6 equipos de 4 niños cada uno. Cada equipo tiene una función: repartir los libros y regalos; recoger los libros; cuidado de las flores y animales del aula; cuidado de los juegos y de la biblioteca; cuidado de la limpieza del aula y el cuidado del comportamiento.*

*Los niños trabajan de forma individual y en equipo. Las dos cosas.*

*Para ciertas actividades, tengo que coger la silla y la mesita de algunos niños y separarlos del equipo y ponerlos cerca de mí, para que trabajen solos y se responsabilicen ellos solos.*

*Llamamos a los padres de los niños suspendidos para hacerles ver en qué están fallando sus niños y que ellos nos tienen que ayudar.*

*Utilizo entradas del circo, cuentos, cositas baratitas para ver qué equipo o qué niño de algún equipo termina primero su trabajo.*

*Patricia, que es una niña muy rica y que termina siempre la primera, entonces yo intento que la cojan como modelo, que vean la parte positiva de ella.*

*La indisciplina no es obstáculo para que los niños realicen ciertas actividades.*

*El miedo a la indisciplina... no, pero que respeten, que tú no eres el...*

6.4.1.4.3. Apartado de Evaluación.

**PRIMERA CREENCIA:**

Se reconoce la existencia de una evaluación trimestral, basada en los contenidos mínimos y que se realiza a todos los alumnos en

general, y una evaluación continua que tiene en cuenta las diferencias individuales.

**Ejemplo:**

*Trimestralmente hacemos una evaluación igual para todos, porque nos basamos en lo que nos exige la Consejería, los contenidos mínimos.*

*La evaluación continua tiene que adaptarse a lo que estás dando y lo que es capaz cada niño.*

**SEGUNDA CREENCIA:**

La evaluación trimestral es escrita y la continua se realiza a través de la observación del trabajo diario y de forma escrita (controles) que también son útiles como actividad de aprendizaje.

**Ejemplo:**

*La evaluación trimestral es escrita, que hacemos en relación con lo que nos exige la Consejería.*

*La evaluación continua puede ser escrita o no; depende de lo que evalúes.*

*La evaluación continua es la que más utilizas para ver cómo va el niño, y en lo que falla y en lo que tienes que machacarle.*

*A veces les preparo unas fichitas que son como una evaluación porque les haces profundizar más en eso (controles), y también sirven de trabajo para que las razonen y las hagan.*

**TERCERA CREENCIA:**

La evaluación sirve como punto de partida, para reconducir la enseñanza y para comprobar las nociones dadas.

**Ejemplo:**

*La evaluación sirve como comprobación de lo que se ha dado pero, sobre todo, para tener un punto de partida para saber si tienes que cambiar o no la programación, qué hay que incluir ahora y en qué hay que seguir machacando.*

**CUARTA CREENCIA:**

La evaluación trimestral recoge tareas de numeración, cálculo y resolución de problemas. Al puntuar se asigna el 50% del valor al cálculo y numeración y el otro 50% a la resolución de problemas.

**Ejemplo:**

*Nosotros siempre intentamos poner... por ejemplo, está el cálculo, el resuelve, los problemas.*

*Si vas a decir diez preguntas y a cada pregunta pues tú le pones un uno; yo pienso que eso no es correcto, que tú ahí tienes que valorar el razonamiento del niño; en problemas tienes que darle dos puntos, mientras que al cálculo le darías 0,5 puntos, porque tienes cuatro cuentas, cuatro cuentitas pequeñas. Al sacar la media, el que no haya hecho al menos el problema más sencillito, no progresa adecuadamente.*

**QUINTA CREENCIA:**

El aprendizaje de los problemas aritméticos se evalúa teniendo en cuenta la comprensión y el planteamiento del problema que la exactitud conseguida en las operaciones aritméticas.

**Ejemplo:**

*Yo doy más importancia a la comprensión de los problemas; a las operaciones no porque, tú ves la secuencia del problema y si el niño tal vez se ha equivocado en la sumita... le puedes cambiar un poquito la nota, pero ahí lo que valoramos es el razonamiento.*

**SEXTA CREENCIA:**

Reconoce que le interesa conocer el proceso mental que siguió el alumno en la resolución de los problemas y, para ello, pide a los niños que dibujen el problema y emplea la actividad de inventar enunciados de problemas dado un dibujo.

**Ejemplo:**

*Para tener en cuenta la comprensión del problema, después de que lo hacen tú ves qué estrategias han seguido, porque si le decimos "y lo dibujas", o lo contrario, le ponemos el dibujo y entonces... haz la pregunta que quieras, invéntate el problema, ahí también ves qué estrategias usa y cómo razona.*

**SÉPTIMA CREENCIA:**

Piensa que el rendimiento matemático de los alumnos no depende únicamente del profesor, sino que también depende de las condiciones sociales y familiares de los niños, así como de sus propias capacidades.

**Ejemplo:**

*Yo creo que en parte depende del profesor pero, claro, depende también de las condiciones sociales del grupo de alumnos que tengas, dónde está situado el colegio y de los familiares del alumno, y... claro, de las capacidades que tenga el niño.*

**OCTAVA CREENCIA:**

Evita todo lo posible tener una visión negativa y pesimista de la clase y de los alumnos.

**Ejemplo:**

*Pienso que yo por mis años de trabajo y por la edad que tengo ahora, no quiero caer en el sentido negativo de la clase, y yo estoy luchando contra eso. Tengo que evaluarme yo, para estar positiva y procurar que esta clase me salga adelante, y que si Dios quiere que siempre lo vea así.*

**NOVENA CREENCIA:**

Procura atender, mediante un trabajo individualizado, las diferencias de los alumnos. También solicita la colaboración de los padres de ciertos niños.

**Ejemplo:**

*Sí, claro que atiendo las diferencias de aprendizaje realizando fichas de recuperación, para darle un apoyo al alumno. Eso es importantísimo porque hay niños que de verdad tienes que a base de "machaqueo" te cogen las cosas, aunque sea mecánicamente, porque les cuesta mucho el razonamiento, pero entonces hay que darles machaqueo.*

*Pienso que es importante llamar a los padres, enseñarles la evaluación, en lo que han fallado, en lo que no han fallado para que se preocupen de que los niños hacen en casa las fichitas que les mandamos.*

**6.4.1.5. Análisis global de la práctica informada de la profesora.**

En el subapartado de Planificación, esta profesora se manifiesta muy preocupada por planificar su trabajo y el de sus alumnos de la mejor manera posible. Para ello, realiza tres tipos de programación que le van indicando en cada momento la secuencia que debe seguir en el trabajo de clase; estas programaciones son las siguientes: a) La programación general del curso, que realiza para incluir en el Plan de Centros; b) La programación trimestral, que es muy útil también a sus alumnos para que ellos puedan seguir los diferentes contenidos que hay que ir tratando en clase. De esta manera implica a sus alumnos en el Plan de trabajo que hay que ir consiguiendo; c) La programación quincenal, que le es muy útil a ella porque recoge de forma detallada los objetivos, contenidos, actividades y materiales que debe incluir cada dos semanas. Como se

puede observar, reconoce la importancia y utilidad de la programación como un punto de referencia y como una forma de autoevaluar su propio trabajo.

Una característica que deseamos resaltar de esta profesora, en la fase preactiva de su enseñanza, es su deseo de renovar su programación cada curso escolar, adaptándola al nivel de sus alumnos e incorporando ideas nuevas que ella va recogiendo de un lado y de otro. Se preocupa fundamentalmente de la realidad social de sus alumnos, del sitio donde viven para luego programar de acuerdo al entorno social y las necesidades culturales y económicas de sus alumnos.

En cuanto a los contenidos que trata en su programación, los enlaza unos con otros de forma gradual y globalizada, aprovechando los centros de interés que le brindan, sobre todo, los contenidos del área de Conocimiento del Medio (el otoño, la casa, etc.).

Las actividades que incluye en su programación son ricas y variadas, ideando y aportando a la clase los materiales necesarios para la realización de las mismas.

La programación la realiza conjuntamente con su compañera de nivel, reconociendo que es una forma muy motivadora de realizar esta fase de la enseñanza, aunque reconoce que, en general en su centro, se da un alto grado de individualismo entre los compañeros.

Considera muy necesario conseguir que sus alumnos sean ciudadanos libres y críticos, preparados para la vida real y responsables. Parece evidente que, cuando esta profesora programa, piensa en unos objetivos últimos a conseguir mediante su enseñanza, en general, y a través de la enseñanza de las Matemáticas, en particular. Y todo ello porque es una persona preocupada por la problemática social del entorno de su centro y que ha observado las dificultades familiares que atraviesan sus alumnos y que desea que ellos sean capaces de superar algún día.

En general, se observa a lo largo de las preguntas de este apartado que la Profesora se piensa mucho las respuestas, realizando una auténtica tarea de reflexión para analizar su trabajo y tomar conciencia de su propia acción. Parece que sus creencias no se hallan muy categorizadas, sino que continuamente está abierta a distintas ideas y pensamientos.

Las concepciones que la profesora sostiene acerca de la fase Interactiva de la enseñanza de las Matemáticas vienen caracterizadas por su deseo de que los conceptos matemáticos sean comprendidos por los alumnos a través de la manipulación de material muy diverso y del planteamiento de situaciones de la vida real. Persigue, sobre todo, hacer un tipo de enseñanza "divertida" y atractiva para sus alumnos, mediante la observación de murales, dibujos, juegos con materiales diversos (cartas, bingo, vasos de yogur, tacos, palillos, botones, etc.). Aunque reconoce que la comprensión de los conceptos matemáticos es muy importante, también se le nota muy preocupada porque los alumnos adquieren agilidad matemática en la resolución de algorítmica, incidiendo siempre en los contenidos ya dados anteriormente, como una forma de activar de forma constante las destrezas adquiridas y lograr mayor eficacia y exactitud en la mecánica de la operatoria.

Define su método de enseñanza de las Matemáticas como manipulativo e interactivo, por la importancia que ofrece a la manipulación de objetos y por las numerosas situaciones de preguntas y respuestas que ofrece a sus alumnos, como un medio de encauzar la natural expresividad de los niños, así como de irles conduciendo en la adquisición de las nociones matemáticas. Si bien reconoce que los niños intervienen oralmente mucho en clase, piensa que su voz, como profesora, es la que domina, sobre todo cuando explica los contenidos y cuando desea tomar el hilo de lo que acontece en el aula.

Por las manifestaciones de esta profesora, a lo largo de la entrevista, podemos interpretar que no realiza una mera transmisión de información oral (exposición) sino que la explicación de los contenidos la va insertando con la propia actividad de juego y manipulación de los alumnos; en los minutos finales de la clase, en el momento de la "puesta en común", con todos los niños sentados en el suelo formando un corro, es cuando hace aflorar las ideas y conceptos fundamentales para su aprendizaje. Tratando de elaborar un esquema de su modelo de enseñanza, podemos presentar la siguiente secuencia: Observación/manipulación/juego/preguntas y respuestas-Ejercitación-Comprensión/Mecanización.

Es muy característica del pensamiento de esta profesora la importancia que concede a los libros de texto de los alumnos, por



considerar que están hechos por personas expertas y que son muy motivadores para los niños. Piensa que las fichas de trabajo que ella elabora conjuntamente con su compañera de ciclo, no pueden suplir el libro de texto; le sirven como complemento a las fichas del libro y como material de ampliación y refuerzo para ciertos alumnos.

En cuanto a la organización de la clase, esta profesora cree que la disposición de sus alumnos en pequeños grupos favorece el trabajo en equipo y el reparto rotativo de responsabilidades, lo que nos permite afirmar que los alumnos se hallan muy implicados en toda la actividad que se realiza en el aula y que asumen diferentes tareas dentro de sus respectivos equipos.

En el subapartado de Evaluación, la profesora se muestra partidaria de realizar distintas evaluaciones a sus alumnos. La evaluación inicial, por ejemplo, la considera muy necesaria para conocer el punto de partida de su proceso de enseñanza. Las evaluaciones trimestrales o formales reconoce que las realiza para tener un informe externo, dirigido a los profesores y a los padres de los alumnos. Dicha evaluación formal, sin embargo, no es el único instrumento que utiliza para conocer el rendimiento de sus alumnos; da mucha más importancia al trabajo que ellos realizan y que ella supervisa en clase. La importancia que concede a los controles y a las evaluaciones viene dada por su utilidad para reconducir su enseñanza, una vez vistos los logros y lagunas que presentan sus alumnos.

En las pruebas de evaluación recoge ejercicios de numeración, cálculo de operaciones y problemas sencillos. En la realización de los problemas da más importancia al proceso seguido en la ejecución que al resultado final del mismo.

#### *6.4.1.6. Conclusiones de la práctica informada de la profesora.*

##### 5.4.1.6.1. Apartado de Planificación.

1. La programación es explícita, formal y escrita.
2. Es partidaria de utilizar diversas programaciones: la anual, la trimestral y la quincenal y de abarcar la totalidad de los objetivos y contenidos propios de las Matemáticas.

3. La programación es global, puesto que relaciona los contenidos y objetivos matemáticos con los contenidos y objetivos de otras materias.
4. La programación se adapta a las características psicológicas y de nivel de conocimiento de los alumnos, así como a las condiciones familiares y sociales de los mismos.
5. En la programación se recogen los materiales que previsiblemente se van a utilizar.
6. La programación la realiza teniendo en cuenta diversas fuentes: su propia experiencia, la experiencia de otros compañeros y diferentes libros de consulta.
7. La programación es útil como guión y como elemento de autoevaluación.
8. Considera la programación como un instrumento flexible y que puede ir adaptando según el grado de consecución de la misma.

#### 5.4.1.6.2. Apartado de Interacción.

1. Considera que su método de enseñanza de las Matemáticas consiste, no sólo en la exposición oral, sino también en el uso de la observación, la manipulación, el juego, el trabajo en equipo, etc.
2. Es partidaria de utilizar diversidad de materiales que prepara con antelación.
3. Considera importante que sus alumnos realicen gran variedad de tareas que sean divertidas, interesantes y atractivas para ellos.
4. Piensa que es muy importante conectar los contenidos matemáticos con la propia experiencia de los alumnos.
5. Considera igualmente importante lograr la comprensión de las ideas matemáticas que la automatización de las destrezas adquiridas.
6. No le preocupa excesivamente el posible desorden y ambiente bullicioso que se produzca en el aula como resultado de las actividades que en ella se realizan.

#### 5.4.1.6.3. Apartado de Evaluación.

1. Es partidaria de realizar evaluaciones.
2. Evalúa variedad de aspectos relativos al aprendizaje matemático de sus alumnos, tanto referidos a los automatismos conseguidos como al nivel de comprensión de los mismos.
3. Evalúa de forma continua y trimestral.
4. La evaluación le sirve para reconducir la enseñanza, como punto de partida y para comprobar el nivel de dominio conseguido. También la ve como una oportunidad más de aprendizaje.
6. La evaluación también le es útil para autoevaluarse e introducir cambios en su metodología de trabajo.

#### **6.4.2. *Análisis de las Prácticas Observadas.***

##### *6.4.2.1. Codificación de los datos observados.*

La codificación de los datos obtenidos a través de la observación la hemos realizado llevando a cabo, en primer lugar, la identificación de los segmentos de actividad como unidad de análisis y, a continuación, describiendo dichos segmentos de acuerdo a ciertas propiedades de los mismos. De esta manera conseguimos registrar la información observada para cada sesión de clase.

##### *6.4.2.1.1. Identificación de los segmentos.*

Para llevar a cabo el análisis de la Práctica Observada, cada sesión de la lección seleccionada, registrada en su totalidad en vídeo, la hemos dividido en "segmentos de actividad". Una sesión estaría así compuesta por varios "segmentos de actividad", un concepto acuñado por la psicología social (Gump, 1967; Barker, 1968; Ross, 1984) y utilizado por otros autores, como Stodolsky (1983) en su análisis de la actividad en el aula y por Gómez Granell y Moreno Angulo (1989) en el Proyecto Alcides de experimentación y evaluación de materiales curriculares.

El segmento de actividad se puede definir como la parte de una lección que tiene un foco o tema y comienza en un punto y termina en otro. El segmento de actividad viene definido por la actividad o conjunto de actividades que tienen un determinado sentido y objetivo en sí mismas, así como por las estrategias de enseñanza, las personas que participan en él, los materiales y la organización de los alumnos, etc.

El segmento de actividad ocupa un cierto período de tiempo durante la sesión y tiene lugar en un escenario físico determinado. Tanto el tiempo que ocupa como el lugar donde se desarrolla son dos propiedades muy importantes de los segmentos de actividad. Los segmentos pueden presentarse por separado, ocupando cada uno una extensión de tiempo determinada, o pueden coincidir con otro u otros en un mismo período de tiempo, lo que nos viene a dar cuenta de la linealidad o solapamiento con que transcurre la actividad de clase.

Los segmentos de actividad, como unidad de análisis, nos han parecido muy útiles para la codificación de los datos obtenidos porque nos permiten examinar las regularidades y variaciones que se producen en la enseñanza de las Matemáticas a través de partes significativas y fácilmente identificables de las sesiones de clase. A través de los segmentos de actividad podemos describir la actividad del aula como un todo, sin tener que parcelarla en fragmentos demasiado pequeños que pueden dar lugar a una pérdida importante de la información recogida.

Los registros en vídeo de la actividad desarrollada en cada sesión de la quincena dedicada a la enseñanza de la "multiplicación", fueron visionadas íntegramente por dos observadores, que identificamos los segmentos de actividad de cada sesión. Sabíamos que debíamos codificar un nuevo segmento cuando ocurría un cambio de participantes, un cambio en las estrategias de enseñanza, cuando variaba la ubicación física o había una discontinuidad temporal, cuando se producía una variación en los tópicos instruccionales o en los materiales. Distinguimos las transiciones de los segmentos del siguiente modo: uno de los observadores revisaba los registros que el otro segmentaba y

viceversa. De entrada hubo un alto grado de acuerdo entre ambos observadores. Las dificultades se presentaron sobre todo en las sesiones donde ocurrían muchas actividades simultáneas. Los dos codificadores discutían estos casos y discutieron juntos la segmentación final de cada uno.

#### 6.4.2.1.2. Aspectos considerados en la descripción de los segmentos de actividad.

Una vez segmentada la actividad de cada sesión de clase, la siguiente tarea consistió en describir los segmentos de acuerdo a las propiedades de los mismos y teniendo en cuenta otros aspectos que, según recoge el Proyecto Alcides del Imipae (1989), son inherentes a la propia actividad del segmento. Para ello, y como paso previo, utilizamos una lección grabada en vídeo sobre la explicación de "el reloj" para determinar las características que deberían configurar los segmentos de actividad. Procedimos en este caso de forma inductiva-deductiva, conjugando la información obtenida a través de la consulta bibliográfica con la obtenida a partir del estudio del contexto natural de una clase, en este caso, la explicación del reloj. También en esta tarea procedimos mediante la discusión y revisión del trabajo realizado por dos observadores. Como resultado de esta investigación, obtuvimos la siguiente relación de aspectos constitutivos de los segmentos:

- a) Comienzo o arranque del segmento: A través de este aspecto tratamos de identificar el momento en que se realiza el comienzo de cada segmento, que viene indicado por una orden o instrucción del profesor, por una variación en el uso de materiales, etc.
- b) Objetivos del segmento: Se trata de ver con este aspecto qué objetivos se pretenden conseguir con la actividad que se desarrolla durante el segmento y que dan sentido y orientación a la misma.
- c) Contenidos: Se refiere a los tópicos instruccionales que se enseñan en cada segmento y que pueden presentarse por

primera vez a los alumnos o como repaso a contenidos ya dados anteriormente.

d) Estrategias de enseñanza: Las estrategias de enseñanza o prácticas de enseñanza se refiere a las actividades de instrucción que realiza el profesor, mientras transcurre el segmento de actividad, con el fin de ofrecer a sus alumnos una serie de conceptos y destrezas matemáticas.

e) Actividades de los alumnos: En cada segmento aislamos las actividades que realizan los alumnos para el aprendizaje de los conceptos matemáticos que imparte el profesor.

f) Organización de los alumnos: Tuvimos en cuenta también la forma en que se agrupan los alumnos mientras realizan el trabajo matemático en cada segmento: si trabajan individualmente, en pequeños grupos, en gran grupo, etc.

g) Materiales: En cada segmento recogimos la diversidad de materiales que se emplean para la realización del trabajo matemático como indicador de la actividad manipulativa que realizan los alumnos.

h) Final del segmento: Tuvimos muy en cuenta dónde acaba un segmento con el fin de poder determinar el comienzo del siguiente.

i) Duración del segmento: Registramos exactamente cuánto tiempo ocupa cada segmento como una variable importante a tener en cuenta a la hora de describir los segmentos.

j) Tiempo acumulado: En cada segmento, registramos también el tiempo que se va acumulando como resultado de la suma del tiempo parcial de cada segmento, para saber el período de tiempo que se dedica a la sesión completa de clase.

#### 6.4.2.1.3. Registro de información para cada sesión de clase.

Con el fin de recoger todos los aspectos que describían cada segmento de actividad, elaboramos una ficha (ver anexo 6) en la que registramos, de manera detallada, todos los datos que entresacamos de la visualización minuciosa y pormenorizada de los vídeos grabados sobre la lección de la multiplicación. En el registro de los datos participaron dos

observadores y cada uno de ellos realizaba la revisión del registro que el otro llevaba a cabo; en caso de que no hubiese coincidencias, se discutían las diferencias encontradas hasta lograr el mayor acuerdo posible.

Una vez concluido el análisis de los segmentos de actividad que constituían cada sesión de clase, obtuvimos una descripción amplia y detallada de cada una de las sesiones que presentamos en el anexo 7.

#### *6.4.2.2. Análisis cualitativo de las prácticas observadas.*

El registro minucioso y detallado de la Práctica Observada, a través de la división de las sesiones de clase en segmentos de actividad (Anexo 7), hizo posible, en primer lugar, realizar un análisis cualitativo de dicha información. Dicho análisis consistió en la presentación de cada una de las diez sesiones que componían la quincena estudiada, así como los segmentos de actividad que comprendió cada sesión, describiendo, lo más exactamente posible, las diferentes actividades que realizan el profesor y los alumnos en el transcurso de cada segmento, así como su duración, la organización de los alumnos y los materiales utilizados. Del mismo modo procedimos en el caso de la profesora.

#### *A. Análisis cualitativo de la práctica observada del profesor.*

##### *Primera sesión*

La primera sesión de la quincena que estamos analizando comprende cuatro segmentos de actividad, diferenciados en cuanto al contenido tratado en cada uno de ellos, con una duración total de treinta y dos minutos y treinta y seis segundos. No apreciamos que existan diferencias entre ellos debido a la diversidad de actividades realizadas durante su desarrollo ni a la riqueza del material utilizado.

Durante el desarrollo del primer segmento, que tiene una duración de cuatro minutos y seis segundos, el profesor intenta que los niños comprendan que una suma se puede convertir en multiplicación. Sin embargo, no establece ni hace hincapié en que las sumas tienen que ser de sumando iguales, aunque sin embargo escribe sumas de sumandos iguales en la pizarra. Es decir, que no parte de la diferenciación entre sumas de sumandos iguales y sumas de sumandos distintos como paso previo para explicar que la multiplicación es una operación que sustituye a una suma de sumandos iguales. Se limita a escribir varias sumas de sumandos iguales en la pizarra y decirles a los niños que se pueden

poner en forma de multiplicación y que el signo se llama "por" y se escribe en forma de aspa.

Para explicar este nuevo concepto se vale de dos niños que saca a la pizarra para que sostengan cada uno una cartulina, en un momento de la explicación, y dos cartulinas, en otro momento. Los demás niños observan a sus compañeros de la pizarra y las cartulinas que sostienen. Al mismo tiempo escuchan la explicación del profesor, permaneciendo sentados en sus sitios (las mesas de los niños están colocada en filas y en columnas de dos en dos); miran todos a la pizarra.

El segundo segmento, con una duración de seis minutos y diez segundos, introduce el concepto de multiplicar  $2 \times 0$ , y para ello el profesor le quita las cartulinas a los niños que están en la pizarra y los deja sin ninguna; los restantes niños siguen observando lo que hace el profesor y contestando a sus preguntas.

El tercer segmento, que dura siete minutos y cinco segundos, tiene como objetivo enseñar a los niños a colocar la multiplicación en forma vertical. Para ello coloca una multiplicación en forma horizontal en la pizarra,  $2 \times 2 = 4$ , y les explica a los niños cómo hay que colocarla en forma vertical: un 2 debajo de otro 2, el signo "por" y una rayita con el resultado 4 debajo. Los niños observan lo que hace el profesor y escuchan la explicación.

El cuarto segmento, que dura dieciocho minutos y treinta segundos, es utilizado para practicar lo que el profesor ha explicado. Este escribe en la pizarra una suma (en ningún momento especifica que es de sumandos iguales) para que los niños la escriban en forma de multiplicación y un problema. Mientras los niños resuelven esta actividad en sus hojas de trabajo, el profesor se pasea entre las mesas cuidando de que cada niño haga individualmente su trabajo. Al final pide a algún niño que diga el resultado. Al comprobar que el problema lo han hecho mal, pues han multiplicado  $6 \times 2$ , lo explica de nuevo diciendo que es el 2 el que se repite 6 veces y no el 6 el que se repite 2 veces. A lo largo de toda la sesión observamos una gran pasividad por parte de los niños, permaneciendo muy quietos y en silencio escuchando lo que dice el profesor. En el cuarto segmento es cuando trabajan individualmente para realizar unos ejercicios que tienen como finalidad aplicar las explicaciones que han escuchado.



### *Segunda sesión*

La segunda sesión de la quincena que estamos analizando, consta de seis segmentos de actividad y tiene una duración total de cuarenta y siete minutos y cuarenta y nueve segundos. Los cinco primeros segmentos se realizan utilizando como material las "hojitas de trabajo de los alumnos" y la pizarra. Estas hojitas de trabajo son unas hojas de cuadrícula pequeña y apaisadas que el profesor reparte al comienzo de la clase. En dicha hoja los niños colocan en primer lugar la fecha del día, que el profesor escribe en la pizarra, y a continuación van escribiendo los enunciados de los diferentes ejercicios y el contenido de los mismos. Cuidan mucho la presentación de la hoja, contando los cuadritos para la separación de los ejercicios para que queden bien centrados. El profesor recuerda con frecuencia este requisito pues, para él, es muy importante que los niños cuiden los aspectos formales de su trabajo.

Estos cinco segmentos se diferencian entre sí por el contenido que se trata en cada uno de ellos, pues la estrategia de enseñanza utilizada por el profesor y el modo en que los niños trabajan, es muy similar de un segmento a otro. Podemos así observar que los contenidos son: 1. La numeración a partir del millar; 2. La tabla del 2; 3. La tabla del 3; 4. La numeración superior al millar, con el número anterior y posterior; 5. La operación de la resta de llevar.

Llama la atención el desarrollo del segmento número dos, cuando el profesor trata de enseñar la tabla del 2 a partir del multiplicador 6 y en el que infringe en un grave error. Para explicar la multiplicación de  $2 \times 6$  saca a 2 niños a la pizarra y les da 6 cartulinas a cada niño. Representa la situación en forma de suma en la pizarra y escribe  $6 + 6$ , pero a la hora de ponerla en forma de multiplicación cae en la cuenta de que no es el 2 el que se repite 6 veces, sino el 6 el que se repite 2 veces. Ante esta confusión, opta por borrar la pizarra y escribe  $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$  y hace sentar a los dos niños que sacó a la pizarra. Para explicar correctamente  $2 \times 7$  se vale ahora de 7 niños de la primera fila de la clase y les da 2 cartulinas a cada niño.

Como conclusión a la puesta en práctica de estos cinco segmentos hemos de decir, en primer lugar, que existe por parte del profesor la convicción de que hay que tratar cotidianamente los contenidos dados

anteriormente para que los niños no se olviden de ellos y porque cree que cuantas más veces se repita un contenido más sólidamente se adquiere. Otra conclusión que extraemos del desarrollo de estos cinco segmentos es que el profesor no ha preparado previamente el modo en que tiene que presentar un nuevo contenido a sus alumnos; nos estamos refiriendo concretamente a la tabla del 2, pues incurre en errores muy graves que, muy lejos de lograr un aprendizaje comprensivo y significativo por parte de los alumnos, lo que hace es confundirlos, en un primer momento, y proporcionarles un aprendizaje mecánico y carente de sentido, una vez subsanado el error de presentación de la nueva información.

El sexto segmento, que es el de mayor duración, se limita a corregir la tarea que los niños han hecho en sus libros de casa. Estos libros son los libros de texto que los padres han comprado a principios de curso, pero que el profesor no usa para trabajar en clase, porque según su opinión les dan todo hecho al niño. La corrección de las diferentes actividades se hacen de forma oral: un niño lee el enunciado de la actividad, otro niño dice qué operación realizó y cuál fue el resultado que obtuvo. Los demás niños van escuchando al mismo tiempo que se van corrigiendo. Pensamos que en esta sesión el ritmo de trabajo lo sigue marcando el profesor y que la actividad e intervenciones orales de los niños es muy limitada.

#### *Tercera sesión*

La tercera sesión de esta quincena está constituida por seis segmentos de actividad y tiene una duración total de cincuenta y cinco minutos, cincuenta y cuatro segundos.

El primer segmento, con una duración de cinco minutos y cuatro segundos, tiene como finalidad que los alumnos realicen el cálculo mental, porque es una actividad que según palabras del profesor "agrada mucho a los niños". Para ello, el profesor indica una estrategia de cálculo (sumar 4 y luego sumar 6), que los niños tienen que seguir a partir de un número dado. El profesor va preguntando a los niños de uno en uno, indicándoles que tienen que estar muy atentos al último número que se ha dicho para poder continuar; si algún niño no contesta correctamente se pasa a otro. Parece que el profesor deseaba que los alumnos se dieran

cuenta por sí solos del "truco" de contar más 4 y más 6, pues al final de esta actividad dice "sólo unos pocos niños se dieron cuenta del truco".

El segmento número dos, con una duración de doce minutos y diecinueve segundos, se refiere a que los niños aprendan a multiplicar por la tabla del 2 y del 3, utilizando números de varias cifras. Inicia este segmento planteando en la pizarra varias sumas de sumandos iguales para que los niños las transformen en multiplicación. A partir de ahí, les indica que "ahora vamos a hacer la multiplicación pero olvidándonos de las sumas, aunque de vez en cuando las vamos a repasar cuando tengamos dudas". Invita a los niños a que miren a la pizarra y atiendan a su explicación. Dicha explicación consiste en decir a los niños que hay que colocar la multiplicación en forma vertical, porque de forma horizontal "no podemos hacerla" y enseñarles el mecanismo, paso por paso, que hay que seguir para multiplicar un número de varias cifras por 2 y luego por 3.

Durante el desarrollo del tercer segmento, que dura dieciocho minutos y diecinueve segundos, se sigue trabajando la multiplicación y avanzando en la dificultad de los contenidos de este tema, pues el profesor pasa a explicar cómo se multiplica por 2 en posición vertical pero "llevando". Para ello, dice a los niños que recuerden que también en la suma se llevaba y que igual pasa con la multiplicación. A continuación les plantea varias multiplicaciones y les enseña el mecanismo que hay que seguir para realizar este tipo de multiplicaciones.

En el segmento número cuatro, con una duración de cinco minutos y veintiún segundos, el profesor cambia de contenido y pasa de la multiplicación a la numeración, haciendo que los alumnos escriban la serie numérica desde 1250 hasta 1260, contando de 1 en 1.

Durante el segmento número cinco, que tiene una duración de diez minutos, la actividad que se desarrolla consiste en escribir unas cantidades que el profesor escribe con números en la pizarra, para que los niños luego las escriban con letra.

El segmento número seis, con una duración de veintidós minutos y catorce segundos, siendo por tanto el más largo, se utiliza para corregir las páginas del libro de texto de Matemáticas que los niños han hecho en sus casas. De una forma totalmente oral, sosteniendo el profesor el libro en sus manos, va preguntando a algún alumno en concreto cómo hizo la

operación planteada en el libro, o sea, que pide al niño que realice en voz alta la operación, para ver si el resultado es correcto o no. Los demás niños escuchan y van corrigiendo cada uno su libro. Se ha podido observar que algunas veces los niños se distraen y que el profesor les llama la atención para que estén atentos y puedan seguir la corrección.

Se ha podido comprobar que el objetivo central de esta sesión de trabajo es continuar con el tema de la multiplicación, aunque el profesor también introduce algunos segmentos referidos a contenidos ya tratados anteriormente con el fin de seguir incidiendo sobre los mismos. En cuanto a la multiplicación, se observa que el profesor pasa rápidamente de unos contenidos a otros, siempre con dificultad creciente, pero lo hace sin trabajar cada uno de ellos de forma más manipulativa y experiencial; los contenidos se aprenden a través de la repetición y de la explicación del profesor en la pizarra. El final de la sesión, y ya en el último segmento, está dedicado a la corrección de los ejercicios marcados para casa como tarea en el libro de texto de Matemáticas; este último tramo de la sesión se hace un poco pesado para los niños manifestando evidentes signos de cansancio y aburrimiento.

#### *Cuarta sesión*

La cuarta sesión de la quincena que estamos analizando consta de seis segmentos de actividad, con una duración total de sesenta minutos y cinco segundos.

El primer segmento está dedicado a enseñar a los alumnos a multiplicar un número de varias cifras por el número dos. Como ya el día anterior el profesor explicó en la pizarra el procedimiento algorítmico que hay que seguir para la resolución de este tipo de operaciones, en el día de hoy hace salir a la pizarra a algunos niños para que en voz alta vayan efectuando varias de estas operaciones. El profesor les va ayudando mediante preguntas, recordándoles lo que tienen que hacer. Mientras tanto, los demás compañeros realizan las operaciones de la pizarra individualmente en sus respectivas hojas de trabajo.

En el segundo segmento el profesor hace que los alumnos realicen un ejercicio de seriación individualmente en sus hojas de trabajo. Para corregir esta actividad, un niño lee en voz alta los números que ha escrito y los demás niños se van autocorrigiendo.

El tercer segmento está dedicado a trabajar la numeración a partir del millar. La actividad que el profesor propone a los alumnos es la siguiente: dados varios números superiores al millar, los niños deben escribir el número inmediatamente superior a cada uno de ellos. Hace salir a varios niños a la pizarra para que realicen cada una de las propuestas y los demás niños se corrigen observando la pizarra.

El cuarto segmento está dirigido al repaso de la operación de la resta "llevando" y para ello hace salir a varios niños a la pizarra, de uno en uno, para que realicen en voz alta las operaciones que él ha puesto en la pizarra. El trabajo de cada niño es totalmente dirigido por el profesor que, paso a paso, va indicando el proceso que hay que seguir para la realización de las mismas.

El quinto segmento se desarrolla practicando el conteo de forma mental. El profesor indica a los niños que, partiendo de un número que él señala, deben ir sumando, primero 3 y luego 4. Va preguntando a cada niño individualmente y si alguno no sabe contestar, pasa al siguiente, lo que obliga a los niños a estar muy atentos al número que dijo su anterior compañero.

El segmento número seis lo dedica el profesor a corregir varias páginas del libro de Matemáticas, que los niños han realizado en sus casas como tarea. Mientras el profesor sostiene el libro en sus manos, va preguntando individualmente a algunos niños para que digan cómo hicieron los ejercicios y qué resultado han obtenido; los demás niños escuchan y se van autocorrigiendo.

Como conclusión general a esta sesión podemos decir que, si bien comprende un número elevado de segmentos, seis, la diferenciación entre ellos viene dada por los diferentes contenidos que se trabajan en cada uno de ellos y no por la diversidad de materiales o de actividades que se proponen para trabajar un contenido en concreto. Se trabajan varios contenidos pero siguiendo un formato de instrucción similar, es decir, exposición por parte del profesor, realización individual de los ejercicios en la pizarra por parte de algunos niños, con los que el profesor interactúa verbalmente para recordarles el procedimiento correcto de ejecución de los mismos, y elaboración o copiado por parte del resto de los alumnos de los ejercicios planteados en la pizarra. La actividad de los niños es fundamentalmente de tipo mecánica, uniforme

y lineal para todos los segmentos, no añadiéndoles ningún elemento motivador que cambie la dinámica de la clase, lo que hace que al final de la sesión los niños denoten evidentes signos de cansancio y aburrimiento.

#### *Quinta sesión*

La sesión número cinco de la quincena dedicada al tema de la Multiplicación comprende seis segmentos de actividad, con una duración total de sesenta y seis minutos y doce segundos.

El primer segmento tiene un carácter introductorio y motivador llevando a cabo una actividad de cálculo mental, consistente en ir descontando de 4 en 4 a partir del número 100. Se observa que a los niños les agrada este tipo de actividad y que, en general, se concentran y atienden al desarrollo de la misma.

El segmento número dos está dedicado al repaso de la operación de la suma. Como ya es característico en la instrucción de este profesor, cuando propone este tipo de actividad, escribe en la pizarra dos sumas para que los niños las coloquen en forma vertical en sus hojas de trabajo y las resuelvan. Para corregirlas, manda a dos niños a la pizarra a realizarlas y él va observando si el proceso seguido es el adecuado y si el resultado obtenido es exacto. Asimismo, recuerda al resto de los niños que tienen que mirar a la pizarra para autocorregirse.

El segmento número tres lo dedica el profesor a escribir dos restas en la pizarra para que los alumnos las coloquen y efectúen en sus hojas de trabajo. El proceso de corrección se hace desde la pizarra llevado a cabo por dos alumnos y supervisado por el profesor. Los demás se autocorrijen.

El segmento número cuatro se refiere a la operación de la multiplicación por 2. Del mismo modo que en los dos segmentos anteriores, el profesor escribe dos multiplicaciones en la pizarra para que los alumnos las copien en sus hojas de trabajo y las efectúen. Dos niños salen a la pizarra a realizarlas y el profesor supervisa el procedimiento seguido y el resultado obtenido. Manda a todos los niños a corregirse observando la pizarra.

El quinto segmento tiene como objetivo realizar un problema aritmético relacionado con la multiplicación. El profesor dibuja en

la pizarra 4 gomas de borrar y escribe el precio de cada una, 3 pesetas. Pide a los alumnos que hallen los que valen las 4 gomas. Explícitamente les manda que efectúen el problema en forma de suma y en forma de multiplicación. Luego pide a una alumna que vaya a la pizarra a resolver el problema; como la niña lo resuelve escribiendo  $3+3+3+3=12$ ;  $4 \times 3=12$ , el profesor le pregunta que cuál es el número que se repite. La niña le contesta que el 3 y el profesor dice "entonces hay que escribir  $3 \times 4=12$ , pero no explica por qué es así y no como la niña lo ha colocado. Es decir, a nuestro modo de ver, el problema no queda "comprendido" por la alumna, pues no llega a captar el verdadero significado de la operación que se realiza en el problema. El profesor procede de una manera totalmente mecánica al transformar la suma en multiplicación. Se vale únicamente de símbolos: de los símbolos de la suma pasa inmediatamente a los símbolos de la multiplicación, sin existir previamente actividad manipulativa o de observación que haga comprender a los alumnos por qué se hace la operación de este modo y no de otro.

El segmento número seis está dedicado a la corrección de las páginas 36, 37 y 38 del libro de Matemáticas, que los alumnos han hecho en sus casas como tarea. La corrección se hace de un modo totalmente verbal: el profesor se dirige a uno de los alumnos para que lea el enunciado del ejercicio y explique cómo lo resolvió, así como el resultado que obtuvo. Si el niño dice un resultado incorrecto, entonces el profesor se dirige a otro alumno para que explique el ejercicio. Los demás niños escuchan y se van autocorrigiendo.

En general, se observa una gran pasividad por parte de los alumnos, sobre todo en este último segmento que, además, es el más largo. Los niños se cansan y piden al profesor ir al baño o levantarse a afilar sus lápices en la papelera, para poder distraerse de algún modo. Debemos tener en cuenta que en la clase de Matemáticas, los niños permanecen todos sentados y casi en silencio van realizando los diversos ejercicios.

*Sexta sesión*

La sexta sesión de la quincena que estamos analizando, está formada por seis segmentos de actividad, con una duración total de sesenta y ocho minutos y cincuenta y cinco segundos.

El primer segmento, dedicado a hacer un poco de cálculo mental, tiene una finalidad motivadora, como se desprende de las palabras del profesor cuando dice "vamos a hacer un poco de cálculo mental, para entrar un poco en calor".

El segundo segmento tiene como finalidad enseñar a los niños a transformar sumas de sumandos iguales en multiplicaciones. Para ello, escribe en la pizarra varias sumas de sumandos iguales y va sacando a algunos niños a la pizarra para que las conviertan en multiplicaciones. Se establece entre cada uno de estos niños y el profesor un diálogo mediante el cual el profesor va dirigiendo la acción del niño a través del procedimiento que hay que seguir para la realización de la tarea planteada.

El segmento número tres está dedicado a la enseñanza de la multiplicación por 3, pero "llevando". Les explica el mecanismo que hay que seguir para colocar la multiplicación en forma vertical, para multiplicar el 3 por cada una de las cifras del número dado y cómo hay que ir sumando la que se lleva. Para realizar la explicación, saca a una niña a la pizarra, para que vaya efectuando la multiplicación de  $34 \times 3$ , siguiendo sus instrucciones. Los demás niños observan y escuchan la explicación. Después de la exposición por su parte, plantea varias operaciones del mismo tipo para que los niños las realicen.

En el cuarto segmento el profesor plantea un problema en la pizarra, mediante dibujos y se lo explica a los niños, mientras va haciendo los dibujos. Les dice que resuelvan el problema en forma de suma de sumandos iguales. A continuación deja que los niños piensen el problema durante unos minutos y luego saca a uno de ellos a la pizarra para que lo realice, mientras sus compañeros observan lo que él hace.

El quinto segmento tiene como finalidad que los alumnos practiquen el conteo, mediante la escritura de una serie de números, contando de dos en dos. Cada niño realiza esta actividad en su hoja de trabajo, y el primero que termina dice en voz alta los



números que ha escrito, para que el profesor los escriba en la pizarra.

El sexto segmento está dedicado a la "operatoria". El profesor plantea varias operaciones de sumar y restar en la pizarra de forma mezclada, para que ellos se fijen en el signo. Cada niño las copia en su hoja de trabajo, las coloca de forma vertical y las efectúa. Para la corrección de las mismas, el profesor va sacando a distintos niños a la pizarra y establece con ellos un diálogo que tiene como finalidad seguir el procedimiento de cálculo que lleva a la obtención del resultado concreto.

Como conclusión general de esta sesión podemos decir que la clase de Matemáticas transcurre con la misma rutina de actividades que las restantes sesiones de la quincena. El profesor plantea cada actividad en la pizarra, los niños la copian en sus hojas de trabajo, la realizan, sale uno de los niños a la pizarra a resolverla para que los demás observen y se autocorrijan. El diálogo se establece entre el profesor y el niño que está en la pizarra; los demás alumnos trabajan en silencio y se limitan a escuchar y observar.

La actividad que realizan los niños a base de repetición mecánica de procedimientos, se efectúa con bastante exactitud, en general. No ocurre lo mismo con la realización de los problemas pues, concretamente, en el cuarto segmento, una vez que uno de los niños ha realizado la operación de suma de sumandos iguales y de multiplicación, escribe que son 12 sobres los que hay, cuando el resultado que obtiene son tarjetas, no sobres. El profesor se limita a rectificarle, diciéndole que no son sobres sino tarjetas, pero observamos que no saca al alumno de la equivocación; parece que lo que le interesa es el resultado de multiplicar  $3 \times 4$  y no que el alumno comprenda por qué son tarjetas y no sobres.

#### *Séptima sesión*

La sesión número siete de esta quincena está formada por cinco segmentos de actividad, con una duración total de sesenta y dos minutos y quince segundos.

El primer segmento tiene como objetivo seguir practicando la multiplicación por 3, de ahí que la práctica de enseñanza utilizada

por el profesor sea la de ir marcando de forma ordenada y reiterativa los diferentes pasos que hay que dar para obtener el resultado exacto de las tres multiplicaciones por 3 que ha escrito en la pizarra. El profesor pretende que con este tipo de ejercicios los alumnos adquieran el mecanismo algorítmico de la multiplicación y así conseguir exactitud en la resolución de este tipo de operaciones.

El segmento número dos está dirigido a la transformación de sumas en multiplicaciones. De una forma casi automática, ante el estímulo de sumas en las que aparece repetido el mismo sumando, los alumnos las pasan a multiplicaciones, escribiendo primero el número que se repite y luego el número que indica las veces que se repite; entre ambos números colocan el signo "por", como una transformación del signo "más". En ningún momento el profesor dice a sus alumnos que estas sumas tienen que tener el sumando igual, es decir, que se tiene que repetir el mismo sumando. Pensamos que es porque ya da por hecho que los alumnos lo han deducido así, a base de ejercitar muchas veces esta actividad.

El tercer segmento está dedicado a practicar la escritura de números superiores al millar. Pretende con este segmento seguir avanzando en la serie de los números de un modo puramente abstracto y simbólico.

El cuarto segmento lo dedica el profesor a la operatoria, poniendo dos sumas y dos restas en la pizarra para que los alumnos las coloquen y las efectúen. Para corregirlas saca a varios niños a la pizarra para que cada uno realice una de las operaciones. Los niños en voz alta las efectúan, siguiendo el procedimiento mecánico que ya tienen adquirido y el profesor va siguiendo paso a paso el proceso para ver si es correcto. Al final pide al niño que lea el resultado obtenido y hace que los demás niños se fijen en él para que se corrijan.

El quinto segmento está dedicado a corregir las páginas 40 y 41 del libro de Matemáticas, y que los niños han hecho en sus casas como tarea. Como en días anteriores, el profesor sostiene el libro entre sus manos y colocándose en frente de los alumnos va

dirigiéndose a cada uno de ellos, para que lean el enunciado del ejercicio y expliquen a sus compañeros cómo lo han resuelto.

Cuando se trata de corregir los problemas que vienen en el libro, referentes a la multiplicación, observamos que tanto el profesor como los alumnos incurren en graves errores, al no saber distinguir cuál es el número que se repite ni el número que indica las veces que se repite. Este hecho nos viene a confirmar lo que desde el principio de la quincena se viene dando y es que la instrucción desarrollada por el profesor en lo que a la resolución de problemas de multiplicación se refiere, se basa fundamentalmente en la aplicación mecánica de la operación de la multiplicación, no preocupándose porque los niños comprendan lo que indica cada término de la multiplicación. Es decir, lo que le interesa al profesor es el resultado correcto y como da el mismo resultado multiplicando  $8 \times 2$  que  $2 \times 8$ , pues no se molesta o no sabe explicar en qué se diferencian ambas formas de colocación de esos dos números. Este hecho viene a confirmar el tipo de instrucción mecanicista que desarrolla este profesor.

#### *Octava sesión*

La sesión número ocho consta de siete segmentos de actividad, con una duración total de sesenta y un minutos y diecisiete segundos.

El primero de ellos tiene como objetivo que los alumnos practiquen la multiplicación por 3. La actividad se desarrolla del siguiente modo: el profesor escribe en la pizarra tres multiplicaciones por 3 ( $342 \times 3$ ;  $245 \times 3$ ;  $304 \times 3$ ). Deja un poco de tiempo para que los niños las copien en sus hojas de trabajo y las efectúen. Luego va sacando a la pizarra a tres niños diferentes para que cada uno coloque de forma vertical una multiplicación y la realice. Cuando el niño termina, el profesor le pregunta "¿resultado?". Si el niño le da el resultado correcto lo manda a sentar y saca a otro niño. Los demás van observando lo que hace su compañero en la pizarra para irse autocorrigiendo.

Durante el desarrollo del segundo segmento, el profesor explica cómo se deduce la multiplicación de  $3 \times 8$  y de  $3 \times 9$ . Para

ello escribe en la pizarra una suma en la que se repite ocho veces el número 3 como sumando, y el resultado 24. Manda a una niña a la pizarra para que escriba esa suma en forma de multiplicación: debajo de la suma, copia el número 3, el signo "más (+)" lo transforma en "por (x)" y a continuación escribe el número de veces que se repite el 3 como sumando. De esta forma explica cómo a partir de la suma de sumandos iguales se obtiene la multiplicación, aunque la obtención de la misma se realiza manejando únicamente símbolos, sin utilizar ningún material tangible, ni siquiera dibujos.

El segmento número tres se realiza para practicar el conteo de forma sumativa (a partir de 1300, van sumando 4, hasta escribir 12 números). Cuando el profesor considera que ya está hecha esta actividad, le dice a un alumno que ha terminado el primero, que le vaya diciendo los números para él escribirlos en la pizarra.

En el segmento número cuatro, se sigue trabajando la numeración para ordenar varias cantidades de mayor a menor. El profesor escribe varias cantidades desordenadas en la pizarra para que los niños las coloquen de manera ordenada en sus hojas de trabajo. Un niño sale a la pizarra y escribe las cantidades, mientras que los demás se autocorrijen.

El segmento número cinco está dedicado a la resolución de un problema, en el que se tiene que aplicar la multiplicación por 3. El profesor escribe el enunciado del problema en la pizarra, ilustrándolo con dibujos. Saca a una niña a la pizarra para que lo resuelva. Como la niña lo hace en forma de suma de sumandos iguales ( $3+3+3+3+3=15$ ), el profesor le indica que él ha dicho que también lo tienen que hacer en forma de multiplicación. La niña escribe entonces  $3 \times 5$ , aunque los términos de la multiplicación no se corresponden con el problema planteado, pues el profesor ha dibujado 3 sobres y en cada sobre 5 sellos. Según este planteamiento, el número que se repite es el 5, y el número de veces es el 3, con lo que la multiplicación debería ser  $5 \times 3$ . No obstante, el profesor da por buena la respuesta de la niña y no le aclara convenientemente cuál es el número que se repite y cuántas veces se repite, lo que nos lleva a reafirmar la convicción

de que al profesor lo que le interesa es el resultado que se obtiene y no el proceso seguido para llegar al mismo.

#### *Novena sesión*

La sesión novena de la quincena que estamos analizando, está formada por cinco segmentos de actividad y tiene una duración total de cincuenta minutos y cuarenta y cuatro segundos.

El segmento número uno está dedicado a repasar la multiplicación por 2 y se desarrolla de la siguiente forma: El profesor escribe en la pizarra varias multiplicaciones por 2 para que los niños las copien en sus hojas de trabajo, las coloquen en forma vertical y las efectúen. La corrección la realiza el profesor mandando a varios niños a la pizarra para que cada uno haga una de las operaciones y los demás alumnos comprueben sus resultados. El profesor observa el trabajo del niño que está en la pizarra y le ayuda en el proceso de realización, remarcando los pasos que hay que dar, de forma ordenada, para llegar a la solución correcta.

El segundo segmento tiene por objetivo trabajar la numeración superior al millar, y, para ello, el profesor escribe varios números en la pizarra para que los niños los copien en sus hojas de trabajo y escriban con letra cómo se leen. De nuevo la corrección se hace desde la pizarra.

El segmento número tres tiene como finalidad resolver un problema aritmético relacionado con la tabla del 2. El profesor plantea el problema mediante dibujos (5 botellas de agua con 2 litros cada una) y pide a los niños que lo resuelvan en sus hojas de trabajo, pero recordándoles, a modo de machaqueo, que lo tienen que resolver en forma de suma y en forma de multiplicación. Para corregirlo pregunta a uno de los niños la operación que realizó. Como este niño se equivoca, porque dice que es el 5 el que se repite 2 veces, se dirige a otra niña y mantiene con ella un diálogo, diciéndole que no se olvide de que están trabajando la tabla del 2 y, por tanto, que le diga qué número se repite y cuántas veces se repite. La niña le contesta de forma adecuada. Sin embargo, para otro de los alumnos no ha quedado claro lo que ha hecho su

compañera en la pizarra y le dice al profesor que si no se puede poner también  $5 \times 2$ ; el profesor le contesta que lo correcto es poner  $2 \times 5$ , pero no le da más explicaciones.

El segmento número cuatro lo dedica el profesor a practicar el conteo de modo sumativo: A partir de 1400 hace que los niños escriban diez cantidades, sumando de 6 en 6. El profesor pregunta luego a algunos niños los números que han escrito y él mismo los escribe en la pizarra para su corrección.

El segmento número cinco tienen como finalidad practicar las operaciones de suma y resta. El profesor escribe en la pizarra dos sumas y dos restas y dice a los niños que, mientras ellos trabajan en sus hojas, él va llamando a algunos niños a la pizarra para que hagan las operaciones. Revisa el trabajo de los niños en la pizarra, y los demás observan la pizarra para autocorregirse.

Como conclusión general de esta sesión número nueve, podemos decir que la enseñanza impartida por el profesor se desarrolla de manera uniforme a lo largo de toda la sesión y de un modo muy similar al resto de las sesiones. Esta uniformidad viene dada por la escasa variación que introduce en cuanto a materiales y actividades a desarrollar por los niños. Los cambios que se aprecian vienen marcados por los diferentes contenidos que se tratan.

#### *Décima sesión*

La sesión número diez de la quincena dedicada al tema de la multiplicación, y que estamos analizando, comprende cinco segmentos de actividad, con una duración de sesenta y cuatro minutos y tres segundos.

El segmento número uno está dedicado a la práctica de la multiplicación por 2 y por 3. El profesor escribe en la pizarra dos multiplicaciones por 2 y otras dos por 3, en forma horizontal, para que los niños las copien en sus hojas de trabajo y las realicen. Para corregirlas, saca a varios niños a la pizarra para que cada uno haga una de las operaciones. El profesor observa el trabajo que se realiza en la pizarra, pidiéndole a estos niños que le digan en voz

alta el resultado. Los demás niños trabajan en sus hojas y se autocorrigien observando la pizarra.

Durante el desarrollo del segmento número dos, se continúa la serie de los números: el profesor hace que los niños escriban los números desde el 1400 al 1470, contando de 5 en 5. Para comprobar este trabajo, el profesor pregunta a algunos niños por los números que han escrito y él mismo los escribe en la pizarra para que todos se corrijan.

El tercer segmento tienen como finalidad repasar el modo en que una suma se transforma en multiplicación. Aunque no menciona que esa suma tiene los sumandos iguales, escribe varias de esas sumas para que los niños hallen sus resultados y luego las escriban en forma de multiplicación. Mediante preguntas muy concretas y ordenadas va marcando el procedimiento mecánico que hay que seguir para realizar esta actividad.

El cuarto segmento está dedicado a la práctica de las operaciones de suma y resta. Como de costumbre, el profesor escribe varias operaciones de este tipo en la pizarra, manda a algunos niños para que las realicen, mientras los demás las van efectuando en sus hojas de trabajo y se van autocorrigiendo.

El segmento número cinco está dedicado a realizar un pequeño control sobre varios contenidos dados en días anteriores. El profesor reparte unas fichas que él mismo ha preparado para que los alumnos las realicen, recordándoles que las tienen que hacer ellos solitos, pues ahora no se va a hacer nada desde la pizarra. Llama la atención de los niños para que se fijen que los problemas los tienen que resolver de dos formas, en forma de suma y en forma de multiplicación.

Podemos observar que en la sesión número diez el profesor desarrolla un tipo de instrucción muy semejante a las sesiones anteriores, enfatizando los procedimientos algorítmicos y la práctica repetitiva de ejercicios, que se extiende incluso a la resolución de problemas aritméticos, cuando indica de modo reiterativo a los alumnos que los problemas los tienen que realizar utilizando dos tipos de operaciones, es decir, suma y

multiplicación. No observamos que dé pie a los alumnos a pensar la solución de los problemas.

B. Conclusiones de la práctica observada del profesor.

1. El profesor se dirige constantemente al gran grupo, de forma expositiva, transmitiendo oralmente información y contenidos.

2. El profesor explica los contenidos ayudándose siempre de la pizarra.

3. Los niños se limitan a escuchar la explicación del profesor, permaneciendo quietos en sus respectivos asientos. Rara vez participan activamente en la explicación de los contenidos.

4. En cuanto a los contenidos abordados, el profesor no sigue una ordenación lógica en la presentación de los mismos, observándose discontinuidades, dedicando escaso tiempo a la adquisición de cada uno de ellos. Sin embargo, incluye contenidos que corresponden a niveles educativos posteriores.

5. La mayor parte del tiempo el profesor la reserva a que los niños realicen actividades eminentemente algorítmicas propuestas por él. Estas actividades las realizan los alumnos de forma estrictamente individual.

6. El profesor se preocupa especialmente por la presentación cuidadosa y ordenada de las hojas de trabajo de los alumnos.

7. El profesor dedica mucho tiempo a repasar contenidos tratados en quincenas anteriores, a pesar de que en la quincena analizada está introduciendo por primera vez el concepto de multiplicación.

8. El profesor, en algunas ocasiones, explica el contenido matemático de forma errónea, evidenciando una falta de preparación previa de la lección de matemáticas, y poniendo de manifiesto su tendencia a improvisar.

9. La corrección de los ejercicios propuestos desde la pizarra por el profesor, se realiza pidiendo a un alumno que salga a la pizarra a efectuarlos. Los demás niños se



autocorrigen sin ayuda directa del profesor. En algunas ocasiones el profesor realiza una cadena de preguntas al alumno de la pizarra para guiarle en la ejecución del ejercicio.

10. Gran parte del tiempo la dedica el profesor a corregir la tarea señalada para casa. La corrección suele realizarla de forma oral, pidiendo a un alumno que, desde su asiento, informe oralmente del resultado obtenido en un determinado ejercicio. Esta actividad suele verse acompañada de manifestaciones de cansancio y aburrimiento por parte de los alumnos.

11. La tarea de casa se basa en la realización de los ejercicios del libro de texto. El libro de texto, por tanto, no se usa para trabajar en clase.

12. La diferenciación entre los distintos segmentos de actividad, dentro de una misma sesión de clase, viene dada por los diferentes contenidos que se tratan en cada uno de ellos, y no por la diversidad de materiales o de actividades que se proponen para trabajar un contenido dado. Es decir, los formatos de instrucción son similares de un segmento a otro, lo que da lugar a una enseñanza monótona y muy lineal.

13. El cálculo mental lo introduce el profesor generalmente al principio de algunas sesiones como actividad motivadora.

14. Los problemas de enunciado verbal sobre la multiplicación no son comprendidos por los alumnos, como lo demuestra el hecho de incurrir en repetidas confusiones sobre el orden de colocación de los factores.

15. Los problemas de enunciado verbal sobre la multiplicación se presentan al final de la explicación del profesor como aplicación de los conocimientos dados y no al principio como situación inicial de aprendizaje.

16. En general, al abordar la resolución de problemas con enunciado verbal, se observa que el profesor pone mucho más énfasis en el resultado final que se obtiene que en el proceso seguido para la realización de los mismos.

### C. Análisis cualitativo de la práctica observada de la profesora.

Una vez concluido el análisis detallado de las diez sesiones de clase de la profesora, pasamos a presentar una descripción general de la práctica observada de la profesora para la quincena analizada:

#### *Primera sesión*

La primera sesión está constituida por cuatro segmentos de actividad bien diferenciados y que guardan entre sí una ordenación lógica en lo que se refiere a la presentación del contenido a enseñar, así como una intencionalidad clara en la realización de cada uno de ellos.

Partiendo de las nociones conocidas por los niños, la profesora plantea una serie de situaciones problemáticas, que los alumnos van resolviendo con su ayuda, y que les permite ir descubriendo por sí mismos el concepto nuevo que introduce esta lección: la multiplicación.

Los dos primeros segmentos (cuya duración en total es de 9 minutos) permiten introducir a los alumnos en el tema de la multiplicación, partiendo del concepto de suma de sumandos iguales. La profesora se esfuerza, en estos primeros momentos, por dejar claro que hay dos clases de sumas, la suma de sumandos iguales y la suma de sumandos distintos, como para que los niños comprendan bien que, en definitiva, la multiplicación representa un caso especial de la suma. Luego hace más hincapié en la suma de sumandos iguales, valiéndose de diferentes actividades y distintos materiales: Observación de los dibujos del libro de texto, observación del mural del lorito, observación y manipulación de las palomas de la pizarra, pegándolas y despegándola, escribiendo los números que representan los conjuntos de palomas, etc.

En el tercer segmento, la profesora da a conocer el concepto de multiplicación basándose en una definición en la que combina elementos lingüísticos y elementos matemáticos, como una forma de simplificar la suma de sumandos iguales: "2 veces 3 palomas son 6 palomas", "3 veces 4 pilas son 12 pilas". De tal forma es

comprendida esta estrategia de la profesora por los niños que ellos solos, y sin que ella aún haya pronunciado la palabra multiplicar, descubren ese término, nombrándolo, e incluso formulando la operación con elementos estrictamente matemáticos. Ello ocurre cuando uno de los niños dice "eso es multiplicar", "2 por 3 son 6".

Este tercer segmento ocupa en espacio temporal de 4 minutos.

En el cuarto segmento, cuya duración es de 10 minutos, la profesora explica a los niños que la suma de sumandos iguales se puede representar en forma de multiplicación. Para ello, en primer lugar, hace que los niños manipulen vasos de yogur (que los niños han traído de sus casas precisamente para el estudio de esta lección) y lápices de colores, de forma que cada equipo plantea una situación problemática diferente al introducir distinto número de lápices en los vasos. A continuación, el portavoz de cada equipo explica al resto de sus compañeros la actividad realizada por su grupo, y luego pasa a escribirla en la pizarra. La profesora aprovecha las distintas sumas de sumandos iguales que los diferentes equipos han escrito en la pizarra para dar el concepto de multiplicación. La operación de multiplicar aparece ahora con términos estrictamente matemáticos. Los alumnos en la pizarra escriben su suma anterior en forma de multiplicación. Nos llama la atención el hecho de que los niños acogen con entusiasmo la incorporación de este nuevo conocimiento, como lo demuestra el hecho de que salen espontáneamente a la pizarra, rodeando materialmente a la profesora, para escribir las multiplicaciones.

Como se puede observar, el proceso de enseñanza empleado por la profesora se desarrolla según una secuencia lógica que, estamos seguros, obedece a un plan de trabajo que ella tiene interiorizado y que le permite conjugar su propia actividad con la actividad de los niños, produciéndose una interacción rica y variada, tanto en el plano conductual como del discurso que mantienen la profesora y sus alumnos. En ningún momento la profesora se impacienta, ni se desespera; todo lo contrario, espera tranquilamente que las ideas vayan aflorando a la mente de los niños.

Se puede resumir el trabajo de la profesora diciendo que las estrategias de enseñanza que emplea son del tipo de **indagación**. Las exposiciones son cortas e intercaladas con la propia actividad manipulativa de los alumnos.

Refiriéndonos a la participación de los alumnos, hemos comprobado, por el análisis de los distintos segmentos, que la actividad de los niños es muy alta, convirtiéndose en los verdaderos protagonistas del acto educativo desarrollado; la profesora se reserva el papel de conductora o guía de la actividad de los niños. Aunque los niños están en permanente actividad, la clase no se desarrolla de forma caótica, sino todo lo contrario, existe un orden y una atención constante por parte de los niños hacia el trabajo que realizan. Cuando algún niño se distrae, la profesora se dirige particularmente a él y le indica de forma indirecta que preste atención.

La organización de los alumnos es en pequeños grupos, dentro de los cuales se constata que hay un portavoz, que es el encargado de exponer el trabajo realizado, así como de revisar la actividad que hacen sus compañeros de equipo.

En cuanto a los materiales, aunque la profesora se apoya fundamentalmente en el libro de texto (según ella misma nos indica en la entrevista que sostuvimos "difícilmente se puede suplir el libro de texto por otro material elaborado por los profesores, porque los libros están hechos por los verdaderos "técnicos" de la educación), recurre a otros materiales que le sirven de apoyo y complemento para toda la actividad que se desarrolla en el aula. Algunos de estos materiales fueron construidos por los propios niños, como las palomas de la paz, que las hicieron con motivo de la celebración del "Día de la Paz"; otros los trajeron expresamente de sus casas, y los restantes estaban formados por diversos útiles de la clase (lápices, los propios equipos, etc.).

*Segunda sesión*

La segunda sesión, que tiene una duración total de 36' y 45", comprende dos segmentos y es eminentemente práctica y motivadora.

El primer segmento presenta las "palomas de la paz", confeccionadas por los propios niños para la celebración del "Día de la Paz", como el material más adecuado para trabajar la suma de sumandos iguales, pegando y despegando los niños las palomas en la pizarra. Una vez obtenida las sumas de sumandos iguales, las escriben en forma de multiplicación. En este segmento se establece una interacción muy rica entre los alumnos y la profesora que se esfuerza, principalmente, en que los niños lleguen a la "comprensión" de la noción de multiplicación como suma de sumandos iguales. Se vale también la profesora de otros materiales, como un mural con edificios y los dibujos que trae la página 60 del libro de texto de los alumnos.

El segundo segmento se caracteriza por la actividad manipulativa que desarrollan los niños y por ser un trabajo que se realiza en equipo. Los niños manipulan vasos de yogur, cerillas, lápices de colores, etc. Los miembros de cada equipo, en primer lugar, se han tenido que poner de acuerdo sobre qué número de objetos van a poner en sus vasos, de forma que sea el mismo número; uno de los alumnos de cada equipo cuida que la actividad se haga correctamente; otro sale a la pizarra a representar la actividad que su equipo ha realizado de forma numérica. Persigue la profesora, sobre todo, que los niños comprendan y razonen que la multiplicación es una suma de sumandos iguales.

Debido precisamente a la gran actividad que desarrollan los niños en estos dos segmentos se produce una situación de gran movilidad y de bullicio en la clase, pero nos llama la atención el hecho de que la profesora la acepta sin ningún problema y que, dentro de este "desorden", los niños, además de divertirse y pasarlo bien, están asimilando conceptualmente los nuevos conocimientos.

### *Tercera sesión*

La tercera sesión comprende dos segmentos con una duración total de 65 minutos y 39 segundos. Estos dos segmentos se hallan superpuestos de forma que, una vez iniciado el primero y sin terminar su desarrollo, comienza a ponerse en práctica el segundo.

El primer segmento tiene una duración de 35 minutos y 25 segundos y se centra en el planteamiento de una situación problemática sacada de la vida real, por parte de la profesora. Se inicia esta situación mostrando la profesora unos artículos que ella compró en el supermercado (tres paquetes iguales de café y dos paquetes distintos de galletas). Mediante preguntas va dirigiendo la atención de los niños para que observen las cosas que la señorita ha comprado. Les hace comprender que sólo interesan los artículos que son iguales y que tienen el mismo precio, para poder trabajar las sumas de sumandos iguales. Uno de los equipos de alumnos manipulan esos artículos y los muestran a sus compañeros, que se limitan a observar y escuchar muy interesados la situación que se está planteando. A continuación, la profesora solicita a una niña del equipo que está participando más activamente, que salga a la pizarra y escriba con números la suma de sumandos iguales, que la niña escribe en forma horizontal (indicada). Luego solicita a otro niño que la efectúe y ponga el resultado (para ello el niño la coloca en forma de columna).

La realización de este primer segmento tiene una finalidad claramente motivadora, centrándose sobre todo en que los niños "comprendan" la noción de multiplicación como suma de sumandos iguales.

Mientras este niño está en la pizarra realizando la suma, comienza a desarrollarse el segundo segmento: La profesora indica a los demás niños que abran sus libros de Matemáticas por la página 61, para hacer las fichas del libro, porque "no podemos dejar de seguir trabajando las fichas del libro". Durante 30 minutos y 14 segundos los alumnos, ayudados por la profesora, trabajan en los ejercicios del libro. La estrategia que sigue la profesora para dirigir el trabajo de los niños es similar para todas las actividades planteadas en la ficha del libro, repitiendo de forma reiterativa y pronunciada aquellas ideas que ella desea que los

niños aprendan bien: "la suma de sumandos iguales se puede convertir en una multiplicación", "n veces x es igual a z", "n por x es igual a z", "la multiplicación también se puede poner en forma de columna".

La profesora se dirige de forma especial a los alumnos que se distraen o tienen más dificultad para resolver los ejercicios y, al mismo tiempo, va preguntando a algunos niños los resultados de los mismos para que todos vayan comprobando si los han resuelto correctamente. Hemos podido observar que en los últimos minutos de este segmento la atención de los alumnos va decayendo, mostrando signos claros de cansancio (abren la boca, se desperezan) o se ponen a jugar unos con otros. La maestra no parece darse cuenta de esta situación y continúa desarrollando el segmento tal como lo concibió desde el principio.

En algunos momentos de este segundo segmento, la profesora enlaza la actividad desarrollada en el primer segmento en la pizarra (problema de los paquetes de café) y continúa resolviéndola de acuerdo a las nuevas nociones que han aparecido en este segmento (la multiplicación en forma de columna).

Hemos interpretado que con la realización de este segundo segmento la profesora ha intentado sobre todo "machacar" las nociones presentadas en clases anteriores, para que los alumnos logren una mayor agilidad en la resolución de estas cuestiones, valiéndose para ello del libro de texto.

En la tercera sesión de la clase de Matemáticas la profesora ha intentado atender a dos aspectos muy importantes de la enseñanza de las Matemáticas; nos estamos refiriendo a la "comprensión" y a la "ejercitación", aunque pensamos que, dada la forma de trabajar de los alumnos y la manera en que la profesora interactúa con ellos, la ejercitación implica a su vez la comprensión de las ideas fundamentales.

#### *Cuarta sesión*

La cuarta sesión de trabajo comprende un solo segmento con una duración de 21 minutos y tiene como finalidad seguir

incidiendo sobre el concepto de multiplicación como suma de sumandos iguales, a través de la práctica de ejercicios presentados en forma de ficha, que ha elaborado la profesora, siguiendo el mismo formato que la página 61 del libro, trabajada el día anterior. De ahí que esta sesión sea muy semejante a la sesión tercera, con la única diferencia que en esta sesión se han utilizado las fichas. La estrategia de trabajo de los ejercicios es muy similar a la del día anterior y se basa fundamentalmente en que la profesora se dirige a uno de los niños y le pregunta cuántas veces se repite el número como sumando. El niño contesta a la profesora y escribe en su ficha el resultado de esta suma. De nuevo la profesora vuelve a preguntarle que tantas veces ese número es igual que...y el niño contesta que "el sumando multiplicado por las veces que se repite". De esta manera se va dirigiendo a distintos niños para realizar todos los ejercicios de la ficha, al mismo tiempo ella se va paseando entre los equipos para observar el trabajo que hacen los niños.

#### *Quinta sesión*

La quinta sesión está formada por tres segmentos bien diferenciados con una duración total de 56 minutos y 30 segundos.

El primer segmento se inicia con una serie de indicaciones, por parte de la profesora, que se refieren al planteamiento general del quinto día de trabajo. Este día lo dedica a "repasar" la multiplicación, la suma de sumandos distintos y la resta de llevar. A continuación la profesora intenta que los alumnos realicen una abstracción conceptual de las nociones que se han ido tratando a lo largo de los primeros cuatro días de la semana sobre la multiplicación. Para ello, en primer lugar, ella misma da la definición de multiplicación diciendo: "cuando nosotros tenemos que sumar varias veces el mismo número puedo convertir esa suma en una multiplicación". Luego hace que todos los niños repitan con ella esa definición. Posteriormente solicita a algunos niños que ellos solos digan la definición. Se observa que los niños



la repiten pero utilizando otras palabras, lo que nos indica que han comprendido la idea que encierra dicha definición.

El segundo segmento se caracteriza por ser eminentemente manipulativo; a través de la manipulación de objetos, cada equipo de alumnos plantea una situación problemática reuniendo grupos iguales de objetos. Los miembros del equipo previamente se han tenido que poner de acuerdo sobre el número de objetos que reunirían. Luego, por indicación de la profesora, trasladan esa situación a su cuaderno, en forma de operación aritmética: primero en forma de suma de sumandos iguales y luego en forma de multiplicación. Se observa que el protagonismo en este segmento lo tienen los niños que hablan y se mueven ordenadamente realizando esta actividad.

Dado que unos equipos han terminado antes que otros, la profesora propone la siguiente actividad (ya sugerida al comienzo de la clase) y que constituye el tercer segmento.

El tercer segmento se superpone al segundo durante diez minutos ya que, mientras unos equipos van terminando de efectuar las operaciones de la actividad anterior, la profesora plantea que ahora todos los niños van a copiar en sus cuadernos una suma de sumandos distintos y una resta de llevar para que las coloquen y las efectúen. Ella copia dichas operaciones en la pizarra y pide a uno de los alumnos (elige al niño que tiene más dificultades) para que lea en voz alta las cantidades que ha escrito y los signos que hay entre dichas cantidades.

Debido a que el segundo segmento ha requerido una actividad de tipo manipulativa y de diálogo y que, al mismo tiempo, se ha superpuesto un tercer segmento, los niños han provocado un pequeño alboroto en este punto, que la profesora intenta solucionar indicándoles a todos los niños que se pongan de pie y que inflen un globito porque "es necesario relajarse ya que algunos niños están cansados". Se vuelven luego a sentar y continúan resolviendo los ejercicios de la pizarra.

Esta sesión nos ha parecido muy rica y variada ya que ha incluido tres segmentos distintos y los dos últimos han sido superpuestos. En el primero la profesora ha intentado apresar, a

nivel conceptual, todos los conocimientos adquiridos en días anteriores, trasladando a un plano simbólico y lingüístico las actividades manipulativas y algorítmicas que han venido efectuando los niños hasta ese día. En el segundo segmento se "revisa" a nivel manipulativo la multiplicación como suma de sumandos iguales y en el tercer segmento se "revisa" la suma de sumandos distintos y la resta de llevar. Es decir, que a medida que se va avanzando en los contenidos también se va repasando los anteriores, con el fin de actualizar los conocimientos y que no se olviden.

#### *Sexta sesión*

La sexta sesión comprende dos segmentos, con una duración total de veintidós minutos y quince segundos. En cada uno de los segmentos se llevan a cabo actividades muy diferentes: el primero de ellos trata de introducir un nuevo concepto (la propiedad conmutativa de la multiplicación) y el segundo se basa en el aprendizaje memorístico de la tabla del dos.

El primer segmento, dado que tiene un carácter meramente introductorio y que el concepto que trata de enseñar es algo complejo, se ha basado en la realización de ciertas actividades del libro de texto y en una posterior explicación por parte de la profesora en la pizarra. Es decir, aprovechando la ejecución de determinadas tareas por parte de los niños en sus libros de Matemáticas, la profesora enlaza esta actividad con la posterior explicación que ella realiza en la pizarra, valiéndose para ello de los dibujos que ha representado en la pizarra.

En varias ocasiones, en el desarrollo de este segmento, la profesora ha tenido que llamar la atención de los niños que se distraían con mucha facilidad, quizás debido a que este nuevo conocimiento les exigía un alto nivel de comprensión, que todos no podían realizar.

El segundo segmento fue muy bien acogido por los niños que muy alegremente recitaban la tabla del dos y que, la mayoría de ellos, ya se sabía.

### *Séptima sesión*

La sesión número siete tiene una duración total de cincuenta y cuatro minutos veinticinco segundos y comprende cuatro segmentos de actividad claramente diferenciados.

En el primer segmento, que tiene una duración de quince minutos y doce segundos, la profesora intenta introducir el concepto de propiedad conmutativa de la multiplicación, valiéndose para ello de la manipulación, por parte de los niños, de garbanzos. La profesora ha distribuido 12 garbanzos a cada equipo. Hace que los niños se fijen sobre todo en dos de los equipos, uno de los cuales está formado por 4 alumnos y el otro por 3, haciéndoles observar que, al repartir los 12 garbanzos, a uno de los equipos han correspondido 3 garbanzos a cada niño y al otro equipo 4 garbanzos a cada niño. Uno de los alumnos de esos equipos en concreto, sale a la pizarra y escribe en forma de multiplicación lo que han hecho con los 12 garbanzos en su equipo. A continuación sale a la pizarra otro de los alumnos del segundo equipo y representa también en forma de multiplicación la actividad que ha hecho su equipo con los 12 garbanzos. Todos los alumnos pueden observar que se obtiene el mismo resultado al multiplicar  $4 \times 3$  que  $3 \times 4$ .

En el segundo segmento, con una duración de veinte minutos y doce segundos, la profesora realiza el repaso de la numeración, pues, aunque en esta quincena se está dando el tema de la multiplicación, no descuida otros contenidos ante el temor de que los niños se olviden y para seguir afianzándoles en sus mentes conceptos ya adquiridos anteriormente. La actividad de este segmento consiste en que los niños escriban en sus cuadernos con letra las diferentes cantidades que con números ha escrito la profesora en la pizarra. Antes de que los niños las escriban, la profesora hace que algunos niños las lean en voz alta. Mientras los niños van realizando esta actividad en sus cuadernos, ella va pasando por las mesas observando cómo trabajan y corrigiéndoles al mismo tiempo.

El tercer segmento tiene una duración de cuarenta y cuatro minutos y veinticuatro segundos y la actividad que se desarrolla en

él tiene como finalidad enseñar a los alumnos a resolver problemas de multiplicación. Se vale para ello de unos dibujos con platos y manzanas, que también los niños hacen en sus respectivos cuadernos; también copian la pregunta del problema en sus cuadernos y la profesora la recalca varias veces para que los niños se fijen en cómo tienen que resolver el problema. Mediante una serie de preguntas va dirigiendo la atención de los niños para que encuentren la solución del problema.

El cuarto segmento, que tiene una duración de diez minutos, tiene como finalidad que los alumnos aprendan el concepto de "doble". La profesora les dice a los niños que van a trabajar en una ficha que ella ha preparado para esta actividad. En primer lugar repasa con ellos la tabla del 2 que se halla escrita en la pizarra. A continuación hace que los niños continúen con los ejercicios planteados en la ficha y vayan respondiendo a las preguntas que ella les va formulando: "¿10 es el doble de...?", "¿6 es el doble de...?", etc. Unas veces la profesora pregunta a algún niño en particular y otras veces les hace las preguntas dirigiéndose a toda la clase.

Como se puede observar, esta séptima sesión se caracteriza por ser muy rica y variada, tanto en los contenidos tratados (propiedad conmutativa, la numeración, los problemas de multiplicar, el concepto de doble), como por las estrategias de enseñanza utilizadas para impartir los mismos, como son: la manipulación, que introduce al comienzo de la sesión como una actividad motivadora, las preguntas y respuestas como un feed-back constante entre la profesora y los alumnos, la realización de dibujos, fichas, distintas observaciones, etc.

#### *Octava sesión*

La octava sesión, que tiene una duración de sesenta y cuatro minutos y cuarenta y cinco segundos, comprende tres segmentos.

El primero de ellos está dedicado a realizar los ejercicios de las páginas 67 y 68 del libro de texto Matemáticas y que versan sobre la transformación de suma de sumandos iguales en

multiplicaciones. Los niños van trabajando en el libro mientras la profesora, conjuntamente con ellos, va realizándoles preguntas e indicándoles lo que tienen que hacer en cada uno de los ejercicios para que se fijen bien. A veces pregunta de forma individual a algún niño y otras veces se dirige a toda la clase. Siempre espera que se resuelva una actividad para pasar a la siguiente. Para comprobar lo que los niños hacen se pasea entre las mesas de los equipos y va atendiendo a algún niño en particular si ve que no ha comprendido el ejercicio.

El segundo segmento tiene como finalidad que los niños comprendan y se aprendan de memoria la tabla del 3. La profesora utiliza la tabla del 2 para recordarles a los niños que se obtenía sumando de 2 en 2 y les indica que la tabla del 3 se forma sumando de 3 en 3. Va haciendo una serie de preguntas para que los mismos niños construyan la tabla del 3. Luego les indica que tienen que repetirla "como el lorito", haciendo mención al mural del lorito que hay en la clase y que se aprende las tablas de memoria.

El tercer segmento tiene como objetivo enseñar a los alumnos a resolver problemas de multiplicar, utilizando una ficha de trabajo que la profesora ha preparado. Mediante la observación de los dibujos de la ficha y las preguntas de la profesora, los niños van resolviendo los problemas planteados. La profesora les recuerda siempre que además de resolverlos en forma de suma de sumandos iguales también hay que resolverlos en forma de multiplicación.

Se presenta esta sesión muy variada, sobre todo en cuanto a los materiales de trabajo utilizados (libro de texto, cuadernillo de casa, ficha preparada por la profesora). En todo momento se observa una rica interacción entre la profesora y los alumnos que se manifiesta en el intercambio constante de preguntas y respuestas y en la atención diferenciada que la profesora otorga a determinados niños que tienen más dificultades.

*Novena sesión*

La novena sesión de la quincena que estamos analizando, comprende tres segmentos de actividad y tiene una duración de cincuenta y siete minutos y treinta y dos segundos.

Los dos primeros segmentos están dedicados a la enseñanza de las tablas del 3 y del 4 y en el tercero se trabaja la resta de llevar.

El primer segmento tiene como finalidad que los niños comprendan la tabla del 3 y del 4; para ello la profesora recuerda a los niños que estas tablas se forman de igual forma que la tabla del 2; es decir, si en la tabla del 2 sumamos de 2 en 2, en la tabla del 3 sumamos de 3 en 3, y en la tabla del 4 sumamos de 4 en 4. De este modo, plantea varias situaciones problemáticas en las que aparecen sumas de sumandos iguales (unas con el sumando 3 y otras con el sumando 4) y que luego transforman en multiplicación.

El segundo segmento está dirigido a enseñar a los niños de forma memorística las tablas de 3 y del 4. Se vale del dibujo del "lorito" para repetir varias veces estas tablas; unas veces las dice en voz alta algún niño en concreto y otras veces las "cantan" todos juntos.

El tercer segmento está dedicado a repasar la resta de llevar, mediante la realización, por parte de los niños, de una ficha que la profesora ha preparado. Esta ficha comprende dos actividades de cálculo, descontando una cantidad fija de un número dado, y un problema de resta de llevar.

En esta sesión, en general, observamos un trabajo interactivo entre la profesora y los alumnos; las diferentes actividades se hacen conjuntamente, de forma que la profesora plantea las actividades y hace preguntas a los alumnos y éstos, a su vez, contestan a la profesora, unas veces de forma individual y otras de forma colectiva, y van realizando, al mismo tiempo, sus actividades. Es una clase, por tanto, dinámica en la que los niños, con bastante libertad, se levantan y miran lo que hacen sus compañeros, o para enseñarle a la profesora sus trabajos.

#### *Décima sesión*

La décima sesión está dividida en dos segmentos. El primero de ellos tiene una finalidad eminentemente preparatoria y está dirigido a que los alumnos preparen el material que van a necesitar para realizar un pequeño control sobre el tema de la multiplicación. Mientras los niños preparan su material, la profesora aprovecha para ir separando sus mesas y colocarlos de forma individual para que cada uno haga sus ejercicios por separado, sin mirar lo que hacen sus compañeros. Este segmento es muy corto y, a medida que transcurre el mismo, la profesora va consiguiendo que los niños se callen y se tranquilicen para trabajar con el máximo silencio y concentración.

El segundo segmento tiene una duración de treinta y dos minutos y durante el mismo la profesora va planteando en la pizarra las distintas actividades de que consta el "control" de manera sucesiva. Espera que la mayoría de los alumnos terminen cada una de las actividades, para plantear la siguiente. Si algunos niños terminan antes, les invita a que vayan revisando lo que han hecho, mientras esperan que sus compañeros les alcancen.

Los niños permanecen sentados y trabajando en silencio, aunque algunos se levantan libremente para hablar con la profesora y preguntarle algunas dudas, así como para que les corrija lo que han hecho.

La profesora se detiene más con aquellos niños que son más lentos y que cometen más errores, haciéndoles reflexionar sobre lo que han hecho para que se corrijan.

En general, aunque se trata de un control, es decir, de una comprobación de los conocimientos adquiridos por los niños, hemos podido observar que toda la actividad desarrollada en esta sesión ha tenido un carácter de aprendizaje y afianzamiento de las nociones adquiridas en sesiones anteriores. Nos parece que la profesora estaba interesada en "evaluar" los conocimientos de los niños como un medio para seguir afianzando las ideas matemáticas enseñadas en días pasados y poder, así, reconducir su enseñanza sobre este tema.

**D. Conclusiones de la práctica observada de la profesora.**

1. La profesora introduce el concepto de multiplicación apoyándose en los conocimientos previos e informales de los alumnos.

2. La profesora parte tanto de situaciones problemáticas creadas en el aula como de experiencias de la vida real de los alumnos para explicar el concepto de multiplicación.

3. En general, se observa que los alumnos desempeñan un papel activo en la dinámica de trabajo de la clase: observando, manipulando, contestando a preguntas de la profesora, trabajando en equipo, etc.

4. La profesora presenta los contenidos matemáticos de forma gradual y siguiendo una secuencia ordenada y pormenorizada de los mismos, facilitando así la comprensión de los tópicos matemáticos por parte de los niños. La velocidad de progresión viene marcada por el ritmo de aprendizaje de los alumnos.

5. Los contenidos matemáticos son conectados, por parte de la profesora, con contenidos de otras áreas, en su intento de globalizar la enseñanza.

6. La profesora permite que los alumnos descubran los conocimientos a través de las actividades que les sugiere y la interacción verbal que establece con ellos.

7. La profesora hace escaso hincapié en la propuesta de ejercicios de cálculo desde la pizarra, por el contrario, propone muchas y diversas actividades desde el libro de texto o desde las fichas elaboradas por ella misma, consistentes en dibujar, pintar, completar, contar, observar o calcular.

8. En general, la profesora utiliza variedad de materiales, según el tipo de actividades que vayan a realizar los alumnos: libros de texto, fichas de trabajo, murales, la pizarra, vasos de yogur, lápices de colores, cartas, tarjetas, etc.

9. Se observa que los alumnos manifiestan interés y entusiasmo por el trabajo de clase, debido a que las actividades que se desarrollan en el aula les permiten sentirse protagonistas.



Por su parte, la profesora se limita a guiar y conducir la actividad que los alumnos van desarrollando.

10. La explicación o exposición de la profesora se caracteriza por una gran movilidad de los alumnos, denotando ello un ambiente altamente participativo y activo. La profesora acepta de buen grado el aparente desorden que se origina como consecuencia de este ambiente de trabajo.

12. La profesora utiliza frecuentemente la organización de los alumnos en pequeños grupos como procedimiento de trabajo y enseñanza.

13. La profesora supervisa constantemente el trabajo que van desarrollando sus alumnos, deteniéndose más en aquéllos que presentan mayores dificultades. La corrección de las actividades la realiza normalmente de forma individual.

14. En general, en la práctica de la profesora se observa que la diferenciación de los segmentos de actividad para cada sesión de clase se produce en función de variedad de elementos, como son los contenidos, las actividades, los materiales y la organización de los alumnos.

15. En algunas sesiones de clase de la profesora se produce el solapamiento de segmentos de actividad, esto tiene lugar cuando, sin terminar un segmento por parte de algunos alumnos, se inicia otro nuevo por parte del resto de los alumnos.

16. La profesora propone los problemas de multiplicación con enunciado verbal al final de la quincena, en las cuatro últimas sesiones, como aplicación de las nociones adquiridas durante las seis primeras sesiones. La resolución de los mismos se realiza mediante el sistema de encadenamiento de preguntas y respuestas.

#### *6.4.2.2. Análisis cuantitativo de las prácticas observadas.*

Una vez analizadas en detalle las sesiones de clase correspondientes a la quincena estudiada, a través de los diferentes rasgos de los segmentos de actividad, hemos podido comprobar que se da una notoria diferencia entre el estilo de enseñanza del profesor y la profesora, haciéndose evidente en la

práctica del profesor una uniformidad en los contenidos de las distintas sesiones, en las estrategias de enseñanza, en los materiales utilizados y organización de los alumnos. Hallamos mayor diversidad en los contenidos, formas de abordarlos, materiales utilizados y organización de los alumnos en la práctica de la profesora.

Con el fin de establecer, de una manera lo más exacta posible, las similitudes y diferencias entre la acción docente del profesor y de la profesora, creímos conveniente realizar un análisis cuantitativo de los datos que recabamos a partir de la descripción detallada de los rasgos de los segmentos de actividad. Este análisis cuantitativo no cumple los presupuestos de los procedimientos estadísticos estándar, pero son adecuados para los fines descriptivos que persigue este segundo estudio.

La información recogida a través de la observación de la actuación docente en el aula, nos permitió identificar y definir una serie de Prácticas de Enseñanza de las Matemáticas que representan la caracterización más general de los segmentos de actividad, en base a los siguientes indicadores: estrategias de enseñanza implementadas por el/la profesor/a, actividades realizadas por los alumnos, materiales utilizados y organización de los alumnos.

Basándonos en las Prácticas de Enseñanza dominantes por los dos profesores, podemos establecer las variantes propias del profesor y de la profesora, lo que nos llevará a confirmar si existe o no diferencias entre el estilo docente de ambos profesores, diferencias que ya vislumbrábamos desde el análisis cualitativo.

Para llevar a cabo este análisis cuantitativo, y una vez analizadas y definidas los 23 tipos de Prácticas de Enseñanza, procedimos a un recuento de frecuencia de dichos tipos de Prácticas por segmento de actividad y para cada una de las sesiones. Además, también tuvimos en cuenta para cada segmento de actividad el número de contenidos abordados, así como los materiales empleados y la duración de cada segmento. En los cuadros donde se recoge esta información cuantitativa, para el apartado de contenidos y materiales recurrimos a la utilización del

asterisco para señalar que ese contenido o material se repite en diferentes segmentos de actividad. Se incluye también en los cuadros información sobre el total de prácticas de enseñanza empleadas en cada sesión, así como la duración total de la sesión.

A. Tipología de prácticas de enseñanza.

1. *Dar información*: Esta práctica se basa en dar información a los niños a través de la explicación o definición de un concepto, desde cualquier lugar de la clase.

Ejemplos:

- Explica la profesora que 2 veces 3 palomas son 6 palomas.
- Explica la profesora que 2 veces 3 es igual a 2 por 3.
- La profesora da la definición de que "la multiplicación es una suma de sumandos iguales".

2. *Exposición desde la pizarra*: Esta práctica se refiere a la información que se da desde la pizarra a todos los alumnos, para explicar conceptos matemáticos o procedimientos algorítmicos.

Ejemplos:

- El profesor invita a los niños a que miren a la pizarra para que vean cómo se multiplica un número de varias cifras por 2.
- El profesor indica a los alumnos que el primer paso es colocar la multiplicación y coloca el número 34 arriba y debajo el 3 y el signo "x".

3. *Formulación de preguntas durante las actividades*: Esta práctica se basa en las preguntas que formula la profesora para obtener información sobre cómo se va desarrollando el trabajo de los niños.

Ejemplos:

- La profesora pregunta a un alumno sobre los dibujos del libro, que cuántos cartones hay y que cuántos huevos hay en cada cartón.

- La profesora dice: "Mira, Félix, tienes 3 gallos y cada gallo tiene 2 patas, ¿tú puedes mirar cuántas patas hay en total?".
- El profesor pregunta "¿Cuántas cartulinas tiene Cristina y cuántas Idaira?".

4. *Dar instrucciones:* Esta práctica consiste en que se dan instrucciones a nivel oral para que los niños las lleven a cabo, como paso previo a la presentación del contenido. También se refiere al anuncio que hace el profesor sobre el contenido que se va a trabajar.

Ejemplos:

- La profesora da indicaciones para que los niños abran el libro por la página 60.
- El profesor indica a los alumnos que cuenten los puntitos en sus hojas de trabajo.

5. *Propuesta de ejercicios de numeración:* Práctica basada en dar instrucciones a los niños para que realicen ejercicios relacionados con la numeración: seriaciones, anterior-posterior, escritura verbal o matemática de los números, etc.

Ejemplos:

- El profesor indica a los alumnos que van a escribir la serie de los números desde 1240 a 1250.

6. *Solicita información:* Esta práctica consiste en pedir a los alumnos información sobre lo que han hecho, es decir, sobre el producto del trabajo realizado.

Ejemplos:

- La profesora pide a uno de los miembros de cada equipo que exponga lo que ha hecho su equipo.
- La profesora se dirige a uno de los niños para que le dé la definición.
- El profesor se dirige a uno de los niños para que le diga en qué número se quedaron ayer.

7. *Observación*: Esta práctica se basa en poner a los niños en situación de que observe la realidad de forma directa o a través de diferentes representaciones.

Ejemplos:

- El profesor reparte cartulinas a los niños y les dice que las observen.
- La profesora va dirigiendo la observación de los niños hacia los cartones de huevos dibujados en el libro.

8. *Supervisión del trabajo*: Esta práctica consiste en la observación que hace el profesor del trabajo que realizan los alumnos en sus respectivos sitios.

Ejemplos:

- La profesora va pasando por los diferentes equipos cuidando de que todos los niños realicen la actividad.
- Mientras los niños trabajan en sus hojas de trabajo, el profesor controla que cada uno haga sus ejercicios individualmente.

9. *Corrección individualizada*: Esta práctica consiste en la revisión del trabajo de algunos niños en concreto y en la explicación correcta de sus errores, si los tuvieran.

Ejemplos:

- La profesora revisa el trabajo de los niños que tienen más dificultades.
- La profesora revisa los ejercicios ya terminados de algunos niños que se han levantado para enseñárselos.

10. *Control del comportamiento*: Esta práctica se basa en las indicaciones que se dan para que los niños guarden un cierto orden.

Ejemplos:

- La profesora controla el comportamiento dirigiéndose de forma individual a algunos niños.

11. *Experimentación o manipulación*: Esta práctica se refiere a aquellas actividades que se proponen para la manipulación de diferentes objetos.

Ejemplos:

- La profesora hace manipular a algunos niños las palomas que están pegadas a la pizarra.
- La profesora indica a los alumnos que hagan agrupamientos con los objetos que tienen sobre sus mesas.

12. *Planteamiento de un problema aritmético*: Esta práctica se basa en la propuesta que se hace del enunciado de un problema aritmético que se resuelve mediante la manipulación de símbolos.

Ejemplos:

- El profesor escribe en la pizarra un problema: Compré 6 botes de refrescos a 2 pesetas cada uno ¿cuál es el importe de la compra?.
- La profesora indica a los niños que a continuación van a resolver dos problemas que hay en la ficha de trabajo.

13. *Creación de situaciones problemáticas*: Esta práctica se refiere a la "creación" o reproducción de situaciones de la vida real en la que intervengan conceptos matemáticos.

Ejemplos:

- La profesora relaciona los dibujos del libro con situaciones de la vida real: Pilas del supermercado que la madre compra para la radio.
- La profesora plantea una situación problemática de la vida real con paquetes de café y galletas que ella ha traído a la clase.

14. *Propuesta de ejercicios de cálculo desde la pizarra*: Esta práctica consiste en el planteamiento que se hace desde la pizarra de operaciones aritméticas para su colocación y ejecución.

Ejemplos:

- El profesor escribe en la pizarra  $2+2+2+2+2=$  para que los alumnos la transformen en multiplicación.

- El profesor escribe en la pizarra dos sumas en forma horizontal, para que los alumnos las coloquen y hallen su resultado.

15. *Dar apoyo*: Se refiere esta práctica a las intervenciones que se hacen reforzando positivamente la tarea que han hecho los niños.

Ejemplos:

- Una vez que la niña pone el resultado, la profesora le dice: "muy bien, muy bien".
- La profesora refuerza positivamente a los equipos que han hecho correctamente la actividad con frases como "muy bien, muy bien".

16. *Ejercicios de relajación*: Esta práctica hace referencia a la introducción, en un momento dado, de ejercicios que tienen como finalidad lograr que los niños descansen después de un esfuerzo realizado.

Ejemplos:

- La profesora indica a los alumnos que a continuación se pongan todos de pie y que inflen un globito porque "es necesario relajarse ya que algunos niños están cansados". Se vuelven luego a sentar y continúan resolviendo los ejercicios de la pizarra.

17. *Repetición oral de un contenido*: Se basa esta práctica en hacer "cantar" un contenido dado para su aprendizaje memorístico.

Ejemplos:

- La profesora invita a todos los niños a "cantar" la tabla del 3 y del 4 mirando el dibujo del lorito.
- La profesora invita a todos los niños a repetir con ella la definición de multiplicación.

18. *Realización conjunta del procedimiento de cálculo*: Esta práctica se basa en la interacción verbal que se establece entre el profesor y

el niño durante el procedimiento que se sigue en el cálculo de las operaciones aritméticas.

Ejemplos:

- La profesora ayuda a la niña que está en la pizarra a hacer la resta:
  - . Profesora: "de 7 a ..."
  - . Niña: "...15"
  - . Profesora: "de 7 a 15 ..."
  - . Niña: "...8"
  - . Profesora: "luego te llevas..."
  - . Niña: "...1"
  - . Profesora: "... 4 y 1..."
  - . Niña: "...5; de 5 a 8 van 3"
  - . Profesora: "¿resultado?"
  - . Niña: "38".

19. *Explicación errónea*: Se refiere esta práctica a la presentación errónea, por parte del profesor, del contenido que se enseña.

Ejemplo:

- El profesor dice "creo que me he confundido, ¿verdad?". Borra la pizarra e intenta explicarlo de otro modo.

20. *Corrección grupal*: Se basa esta práctica en la corrección que se realiza de las actividades propuestas en clase, de forma conjunta; es decir, el profesor pide a un alumno que diga cómo ha resuelto un ejercicio y el resultado que ha obtenido, para que todos los demás niños se vayan corrigiendo. Otras veces es el propio profesor el que da el resultado del ejercicio.

Ejemplo:

- El profesor saca a algunos niños a la pizarra a efectuar el ejercicio en voz alta para que sus compañeros se vayan corrigiendo.

21. *Corrección de la tarea*: Esta práctica consiste en la corrección conjunta que se realiza de los ejercicios marcados como tarea para casa. Se corrigen de forma totalmente oral, y si hay alguna duda, se hace el ejercicio en la pizarra.



Ejemplo:

- El profesor indica a los niños que van a corregir la página 61 del libro de matemáticas que han hecho en sus casas. Pide a un niño que lea el enunciado del primer ejercicio y que diga cómo lo resolvió y cuál es el resultado. Mientras tanto, los demás niños escuchan a su compañero para irse autocorrigiendo.

22. *Utilización de conocimientos previos:* Esta práctica se refiere al uso que hace la profesora de los conocimientos que ya poseen los alumnos para introducir nuevos conceptos.

Ejemplo:

- La profesora hace que los niños observen el dibujo del lorito con la tabla del dos, "que ya ellos se saben como un cantar".
- La profesora repasa las sumas de sumandos iguales para dar la explicación de la multiplicación.

23. *Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación:* Se basa esta práctica en la solicitud que hace la profesora a algunos niños para que representen numéricamente en la pizarra o en sus cuadernos la actividad manipulativa que han realizado o que representen el resultado de la observación del material icónico.

Ejemplo:

- De cada equipo, sale a la pizarra un niño para escribir con números la actividad realizada con los vasos de yogur y los lápices, tanto en forma de suma como de multiplicación.
- Un niño de cada equipo sale a la pizarra a representar numéricamente la cantidad de objetos que ha agrupado su equipo.

B. Análisis cuantitativo de las prácticas observadas del profesor.

El registro cuantitativo de las prácticas de enseñanza del profesor nos permite destacar una serie de datos que pasamos a presentar:

En primer lugar, de las 10 sesiones de trabajo, hay 5 sesiones que comprenden 6 segmentos de actividad (cuadros 21, 22, 23, 24 y 25); hay 3 sesiones con 5 segmentos (cuadros 26, 28 y 29); 1 con 7 segmentos (cuadro 27) y 1 con 4 (cuadro 20). Este dato nos indica que el profesor fragmenta mucho las sesiones de clase debido a la gran cantidad de contenidos que aborda en cada sesión.

Tratando de establecer una estructura prototípica en la organización de los segmentos de actividad a lo largo de las quincenas, observamos que en las 4 primeras sesiones (cuadros 20, 21, 22 y 23) los segmentos que conforman la primera mitad de cada una de esas sesiones, están específicamente dirigidas a la exposición por parte del profesor de los nuevos contenidos, cubriendo la exposición de 12 contenidos diferentes. Además, la duración de dichos segmentos es inferior a 10 minutos y los materiales utilizados suman un total de 10 materiales distintos.

Los segmentos finales de las 4 primeras sesiones están reservados a la propuesta de actividades y tareas, como son ejercicios de cálculo, planteamiento de problemas aritméticos, ejercicios numeración, etc., que son realizados individualmente por los alumnos, y, por último, la corrección grupal de dichas actividades.

Llama la atención el dato de que la duración del último segmento de estas 4 primeras sesiones es de las más altas, en torno a 20 minutos, y que está dedicado a la corrección de la tarea mandada el día anterior para casa.

Las sesiones restantes (cuadros 24, 25, 26, 27, 28 y 29) se caracterizan porque los segmentos en su totalidad giran en torno a la propuesta de ejercicio de cálculo; ejercicios de numeración y planteamiento de problemas aritméticos. En algunos de estos segmentos aparece la corrección grupal, que sigue teniendo una alta duración (en torno a 20 minutos para cada segmento).

Esta estructura regular para las últimas 6 sesiones viene a poner de manifiesto que el profesor las desarrolla con la finalidad de facilitar a sus alumnos una gran cantidad de práctica algorítmica, dirigida a que los alumnos adquieran los

automatismos relativos a las operaciones enseñadas hasta el momento (suma, resta, multiplicación). El material empleado es muy escaso, reduciéndose a las "hojas de trabajo", la pizarra y el libro de texto. En cuanto a los contenidos, se observa que se repasan contenidos tratados en quincenas anteriores y, además, los contenidos nuevos de la multiplicación introducidos por el profesor en las 4 primeras sesiones de la quincena.

Respecto a la duración de las sesiones, hay ocho que tienen una duración en torno a los 60 minutos (3ª, 4ª, 5ª, 6ª, 7ª, 8ª, 9ª y 10ª); una con una duración de 45 minutos (2ª) y otra con un tiempo de 30 minutos (1ª).

De forma general, y analizados los tipos de prácticas predominantes en la quincena estudiada, observamos que el profesor implementa en sus clases, con más énfasis, la propuesta de ejercicios de cálculo, dar instrucciones, y la corrección grupal, bien sea de los ejercicios propuestos en la clase, o bien sea de la tarea mandada para casa.

**CUADRO 20****Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 1ª sesión, correspondientes al profesor**

		Segmentos de actividad				Sub-totales	Totales
		1	2	3	4		
<b>P R Á C T I C A S  D E E N S E Ñ A N Z A</b>	Dar información	1	1	1		<b>3</b>	<b>24</b>
	Exposición desde la pizarra	4	1	3		<b>8</b>	
	Ejercicios con preguntas y respuestas	3	1			<b>4</b>	
	Dar instrucciones						
	Propuesta de ejercicios de numeración						
	Solicitar información	1				<b>1</b>	
	Observación		1			<b>1</b>	
	Supervisión del trabajo				1	<b>1</b>	
	Corrección individual						
	Control del comportamiento						
	Experimentación y/o manipulación	2				<b>2</b>	
	Planteamiento de un problema aritmético			1	1	<b>2</b>	
	Creación de situaciones problemáticas						
	Propuesta de ejercicios de cálculo				1	<b>1</b>	
	Dar apoyo						
	Propuesta de ejercicios de relajación						
	Repetición oral de un contenido						
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo						
	Explicación errónea						
	Corrección grupal				1	<b>1</b>	
Corrección de la tarea							
Utilización de conocimientos previos							
Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación							
<b>Contenidos</b>		2	1	1	2		<b>7</b>
<b>Materiales</b>		3	1*	1*	1*+1		<b>3</b>
<b>Duración</b>		4'46"	2'15"	7'5"	18'30"		<b>32'36"</b>

**CUADRO 21**

**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 2ª sesión, correspondientes al profesor**

		Segmentos de actividad						Sub-totales	Totales
		1	2	3	4	5	6		
<b>P R Á C T I C A S D E E N S E Ñ A Z A</b>	Dar información								<b>63</b>
	Exposición desde la pizarra		11						<b>11</b>
	Ejercicios con preguntas y respuestas		1						<b>1</b>
	Dar instrucciones	2	1	2	2	1	1		<b>9</b>
	Propuesta de ejercicios de numeración	1							<b>1</b>
	Solicitar información	1	2	5	1				<b>9</b>
	Observación		2						<b>2</b>
	Supervisión del trabajo	1				1			<b>2</b>
	Corrección individual								
	Control del comportamiento								
	Experimentación y/o manipulación								
	Planteamiento de un problema aritmético								
	Creación de situaciones problemáticas								
	Propuesta de ejercicios de cálculo		1	4		1			<b>6</b>
	Dar apoyo								
	Propuesta de ejercicios de relajación								
	Repetición oral de un contenido		1						<b>1</b>
Realización conjunta de los ejercicios de cálculo					1			<b>1</b>	
Explicación errónea		1						<b>1</b>	
Corrección grupal	1		4	1	1			<b>7</b>	
Corrección de la tarea						12		<b>12</b>	
Utilización de conocimientos previos									
Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación									
<b>Contenidos</b>	1	1	1	1	1	2		<b>7</b>	
<b>Materiales</b>	3	1* <sub>1</sub> <sup>+</sup>	2*	2*	2*	1* <sub>1</sub> <sup>+</sup>		<b>5</b>	
<b>Duración</b>	2'50"	9'19"	4'55"	3'45"	5'	22"		<b>47'49"</b>	

**CUADRO 22**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 3ª**  
**sesión, correspondientes al profesor**

		Segmentos de actividad						Sub-totales	Totales
		1	2	3	4	5	6		
<b>P R Á C T I C A S  D E  E N S E Ñ A  N Z A</b>	Dar información								<b>44</b>
	Exposición desde la pizarra		3	1					<b>4</b>
	Ejercicios con preguntas y respuestas	1	1	1					<b>3</b>
	Dar instrucciones	2	4	1		1	1		<b>9</b>
	Propuesta de ejercicios de numeración	1			1	1			<b>3</b>
	Solicitar información								
	Observación								
	Supervisión del trabajo				1				<b>1</b>
	Corrección individual								
	Control del comportamiento			1					<b>1</b>
	Experimentación y/o manipulación								
	Planteamiento de un problema aritmético								
	Creación de situaciones problemáticas								
	Propuesta de ejercicios de cálculo		2	2					<b>4</b>
	Dar apoyo		1						<b>1</b>
	Propuesta de ejercicios de relajación								
	Repetición oral de un contenido						1		<b>1</b>
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo		2	2					<b>4</b>
	Explicación errónea								
Corrección grupal		2		1	1			<b>4</b>	
Corrección de la tarea						9		<b>9</b>	
Utilización de conocimientos previos									
Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación									
<b>Contenidos</b>	1	1	1	1	1	1*		<b>5</b>	
<b>Materiales</b>	1	2	2*	2*	2*	1		<b>4</b>	
<b>Duración</b>	5'4"	7'15"	6'	5'21"	10'	22' 14"		<b>55'54"</b>	

**CUADRO 23**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 4ª sesión, correspondientes al profesor**

		Segmentos de actividad						Sub-totales	Totales
		1	2	3	4	5	6		
<b>P R Á C T I C S D E E N S E Ñ A Z A</b>	Dar información								<b>68</b>
	Exposición desde la pizarra	1						<b>1</b>	
	Ejercicios con preguntas y respuestas			3		1	3	<b>7</b>	
	Dar instrucciones	7	2	1	2	1	1	<b>14</b>	
	Propuesta de ejercicios de numeración		1	3		1		<b>5</b>	
	Solicitar información	4	2	3				<b>9</b>	
	Observación								
	Supervisión del trabajo		1					<b>1</b>	
	Corrección individual								
	Control del comportamiento								
	Experimentación y/o manipulación								
	Planteamiento de un problema aritmético								
	Creación de situaciones problemáticas								
	Propuesta de ejercicios de cálculo	4			3			<b>7</b>	
	Dar apoyo								
	Propuesta de ejercicios de relajación								
	Repetición oral de un contenido								
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo				3			<b>3</b>	
	Explicación errónea								
	Corrección grupal	4	2	3	3			<b>12</b>	
Corrección de la tarea						9	<b>9</b>		
Utilización de conocimientos previos									
Representación numérica de una actividad manipulativa o una observación									
<b>Contenidos</b>	1	1	1	1	1	6		<b>11</b>	
<b>Materiales</b>	2	2*	2*	2*	-	1		<b>3</b>	
<b>Duración</b>	14'8"	6'	7'20"	8'20"	4'20"	19' 55"		<b>60'5"</b>	

**CUADRO 24**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 5ª sesión, correspondientes al profesor**

		Segmentos de actividad						Sub-totales	Totales
		1	2	3	4	5	6		
<b>PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA</b>	Dar información								<b>33</b>
	Exposición desde la pizarra								
	Ejercicios con preguntas y respuestas	1						<b>1</b>	
	Dar instrucciones	1	1	1		1		<b>4</b>	
	Propuesta de ejercicios de numeración								
	Solicitar información					1		<b>1</b>	
	Observación								
	Supervisión del trabajo								
	Corrección individual								
	Control del comportamiento								
	Experimentación y/o manipulación								
	Planteamiento de un problema aritmético					1		<b>1</b>	
	Creación de situaciones problemáticas								
	Propuesta de ejercicios de cálculo	1	2	2	2			<b>7</b>	
	Dar apoyo								
	Propuesta de ejercicios de relajación								
	Repetición oral de un contenido								
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo								
	Explicación errónea								
	Corrección grupal		2	2	2	1		<b>7</b>	
Corrección de la tarea						12	<b>12</b>		
Utilización de conocimientos previos									
Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación									
<b>Contenidos</b>	1	1	1	1	1	1		<b>6</b>	
<b>Materiales</b>	-	2	2*	2*	2*	1		<b>3</b>	
<b>Duración</b>	10'	7'14"	8'16"	6'12"	9'	25'-30"		<b>66'12"</b>	



**CUADRO 25**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 6ª sesión, correspondientes al profesor**

		Segmentos de actividad						Sub-totales	Totales
		1	2	3	4	5	6		
<b>PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA</b>	Dar información								<b>32</b>
	Exposición desde la pizarra			1				<b>1</b>	
	Ejercicios con preguntas y respuestas	1						<b>1</b>	
	Dar instrucciones	2	2		2	1		<b>7</b>	
	Propuesta de ejercicios de numeración					1		<b>1</b>	
	Solicitar información					1		<b>1</b>	
	Observación				1			<b>1</b>	
	Supervisión del trabajo								
	Corrección individual								
	Control del comportamiento								
	Experimentación y/o manipulación								
	Planteamiento de un problema aritmético				1			<b>1</b>	
	Creación de situaciones problemáticas								
	Propuesta de ejercicios de cálculo	1	1	3			4	<b>9</b>	
	Dar apoyo								
	Propuesta de ejercicios de relajación								
	Repetición oral de un contenido								
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo		1	3			4	<b>8</b>	
	Explicación errónea								
	Corrección grupal				1	1		<b>2</b>	
Corrección de la tarea									
Utilización de conocimientos previos									
Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación									
<b>Contenidos</b>	1	1	1	1	1	2		<b>7</b>	
<b>Materiales</b>	-	2	2*	2*	2*	2*		<b>2</b>	
<b>Duración</b>	5'	25'	12'	6'	5'20"	15'30"		<b>68'55"</b>	

**CUADRO 26**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 7ª**  
**sesión, correspondientes al profesor**

		Segmentos de actividad					Sub- totales	Totales
		1	2	3	4	5		
<b>P R Á C T I C A S D E E N S E Ñ A Z A</b>	Dar información							<b>34</b>
	Exposición desde la pizarra							
	Ejercicios con preguntas y respuestas							
	Dar instrucciones	1	1			1	<b>3</b>	
	Propuesta de ejercicios de numeración			1			<b>1</b>	
	Solicitar información							
	Observación							
	Supervisión del trabajo							
	Corrección individual							
	Control del comportamiento							
	Experimentación y/o manipulación							
	Planteamiento de un problema aritmético							
	Creación de situaciones problemáticas							
	Propuesta de ejercicios de cálculo	3	2		4		<b>9</b>	
	Dar apoyo			1			<b>1</b>	
	Propuesta de ejercicios de relajación							
	Repetición oral de un contenido							
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo	3			4		<b>7</b>	
	Explicación errónea							
	Corrección grupal	3	2	1	4		<b>10</b>	
Corrección de la tarea					3	<b>3</b>		
Utilización de conocimientos previos								
Representación numérica de una actividad manipulativa o una observación								
<b>Contenidos</b>	1	1	1	2	2		<b>7</b>	
<b>Materiales</b>	2	2*	2*	2*	1		<b>3</b>	
<b>Duración</b>	9'12"	5'	4'20"	15' 25"	28' 18"		<b>62'15"</b>	

**CUADRO 27**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 8ª**  
**sesión, correspondientes al profesor**

		Segmentos de actividad							Sub- totales	Totales
		1	2	3	4	5	6	7		
<b>PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA</b>	Dar información									<b>43</b>
	Exposición desde la pizarra		2							<b>2</b>
	Ejercicios con preguntas y respuestas				1					<b>1</b>
	Dar instrucciones	4		1		1		1		<b>6</b>
	Propuesta de ejercicios de numeración			1	1					<b>2</b>
	Solicitar información			1						<b>1</b>
	Observación									
	Supervisión del trabajo									
	Corrección individual									
	Control del comportamiento	1								<b>1</b>
	Experimentación y/o manipulación									
	Planteamiento de un problema aritmético					1				<b>1</b>
	Creación de situaciones problemáticas									
	Propuesta de ejercicios de cálculo	3	2					4		<b>9</b>
	Dar apoyo									
	Propuesta de ejercicios de relajación									
	Repetición oral de un contenido									
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo		2							<b>2</b>
	Explicación errónea					1				<b>1</b>
	Corrección grupal	3		1	1	1	4			<b>9</b>
Corrección de la tarea							8		<b>8</b>	
Utilización de conocimientos previos										
Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación										
<b>Contenidos</b>	1	1	1	1	1	2	1		<b>8</b>	
<b>Materiales</b>	2	2*	2*	2*	2*	2*	1		<b>3</b>	
<b>Duración</b>	8'15"	5'	6'20"	7'	8'12"	9'30"	17'		<b>61'17"</b>	

**CUADRO 28**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 9ª sesión, correspondientes al profesor**

		Segmentos de actividad					Sub-totales	Totales
		1	2	3	4	5		
<b>PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA</b>	Dar información							<b>33</b>
	Exposición desde la pizarra							
	Ejercicios con preguntas y respuestas			1	1		<b>2</b>	
	Dar instrucciones	1		1			<b>2</b>	
	Propuesta de ejercicios de numeración		3		1		<b>4</b>	
	Solicitar información							
	Observación							
	Supervisión del trabajo							
	Corrección individual							
	Control del comportamiento	1					<b>1</b>	
	Experimentación y/o manipulación							
	Planteamiento de un problema aritmético			1			<b>1</b>	
	Creación de situaciones problemáticas							
	Propuesta de ejercicios de cálculo	3				4	<b>7</b>	
	Dar apoyo							
	Propuesta de ejercicios de relajación							
	Repeticón oral de un contenido							
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo					4	<b>4</b>	
	Explicación errónea							
	Corrección grupal	3	3	1	1	4	<b>12</b>	
Corrección de la tarea								
Utilización de conocimientos previos								
Representación numérica de una actividad manipulativa o una observación								
<b>Contenidos</b>	1	1	1	1	2		<b>6</b>	
<b>Materiales</b>	2	2*	2*	2*	2*		<b>2</b>	
<b>Duración</b>	16' 20"	4'	12'4"	5'6"	13' 14"		<b>50'44"</b>	

**CUADRO 29**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 10ª sesión, correspondientes al profesor**

		Segmentos de actividad					Sub-totales	Totales
		1	2	3	4	5		
<b>PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA</b>	Dar información							<b>39</b>
	Exposición desde la pizarra							
	Ejercicios con preguntas y respuestas		1		1		<b>2</b>	
	Dar instrucciones	2			1	2	<b>5</b>	
	Propuesta de ejercicios de numeración		1			1	<b>2</b>	
	Solicitar información							
	Observación							
	Supervisión del trabajo							
	Corrección individual							
	Control del comportamiento							
	Experimentación y/o manipulación							
	Planteamiento de un problema aritmético					1	<b>1</b>	
	Creación de situaciones problemáticas							
	Propuesta de ejercicios de cálculo	4		4	4	3	<b>14</b>	
	Dar apoyo							
	Propuesta de ejercicios de relajación							
	Repetición oral de un contenido							
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo			3			<b>3</b>	
	Explicación errónea							
	Corrección grupal	4	1	3	4		<b>12</b>	
Corrección de la tarea								
Utilización de conocimientos previos								
Representación numérica de una actividad manipulativa o una observación								
<b>Contenidos</b>	2	1	1	2	5		<b>11</b>	
<b>Materiales</b>	3	2*	2*	2*	1		<b>4</b>	
<b>Duración</b>	12' 25"	6'12"	17' 13"	8'13"	20'		<b>64'3"</b>	

### C. Análisis cuantitativo de las prácticas observadas de la profesora

El registro cuantitativo de las prácticas de enseñanza de la profesora nos permite destacar las siguientes características de su actividad docente, como las más relevantes:

En primer lugar, de las 10 sesiones de clase analizadas, hay 2 sesiones con 4 segmentos de actividad (cuadros 30 y 36); 3 sesiones con 3 segmentos (cuadros 34, 37 y 38); 4 con 2 segmentos (cuadros 31, 23, 35 y 39) y 1 sesión con 1 solo segmento (cuadro 33). Este dato nos viene a indicar que la profesora fragmenta poco cada sesión de clase debido a que las diferentes actividades que se realizan en cada segmento ocupan mucho tiempo, lo que le permite trabajar más profundamente los distintos contenidos.

Tratando de establecer una estructura prototípica en la organización de los segmentos de actividad, observamos que en las primeras sesiones las prácticas más frecuentes son las referidas a la experimentación y/o manipulación, seguidas de la observación y de creación de situaciones problemáticas. La observación también aparece con mucha frecuencia en las últimas sesiones. Hay otras prácticas que la profesora mantiene de forma más o menos constante a lo largo de todas las sesiones, por ejemplo, ejercicios con preguntas y respuestas, que es precisamente la práctica que más abunda, la supervisión del trabajo de los alumnos, solicitar información, repetición oral de un contenido y dar información.

Por otro lado, hay otro tipo de prácticas que aparecen más en las sesiones finales, como son: dar instrucciones, propuesta de ejercicios de numeración y planteamiento de un problema aritmético.

Otras prácticas aparecen de modo alternativo, es decir, en algunas sesiones sí aparecen, en otras no, para después volver a aparecer como son: corrección individual, control del comportamiento, propuesta de ejercicios de cálculo, dar apoyo y corrección grupal.

Del análisis de las prácticas de la profesora también deducimos que se da una relación lógica entre los diferentes tipos de prácticas utilizados, es decir, que la puesta en práctica de una determinada actividad conlleva la puesta en práctica de otra actividad complementaria de la anterior; por ejemplo, en aquellas sesiones en las que aparece la experimentación y/o manipulación o la observación, también se proponen prácticas de representación numérica de tales actividades de observación o experimentación. Este dato nos viene a confirmar que la enseñanza de la profesora, generalmente, siempre pasa de una fase predominantemente manipulativa a otra simbólica y representacional.

Se puede también observar que la profesora utiliza muchos y diversos materiales que le sirven de instrumentos para las actividades manipulativas y de observación que realizan los alumnos.

La estructura general del estilo de enseñanza de la profesora, pues, se puede esquematizar del siguiente modo: partiendo de prácticas de experimentación y/o manipulación, observación y creación de situaciones problemáticas, que ocupan un espacio de tiempo considerable, pasa luego a un tipo de práctica consistente en la guía y supervisión del trabajo de los alumnos, que conlleva, a su vez, a un tipo de prácticas de preguntas y respuestas. Por último, implementa la práctica de planteamiento de problemas de enunciado verbal.

**CUADRO 30**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la**  
**1ª sesión, correspondientes a la profesora**

	Segmentos de actividad				Sub totales	Tot ales	
	1	2	3	4			
<b>PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA</b>	Dar información		3	2		<b>5</b>	<b>54</b>
	Exposición desde la pizarra				1	<b>1</b>	
	Ejercicios con preguntas y respuestas	1	3	1	6	<b>11</b>	
	Dar instrucciones	1			2	<b>3</b>	
	Propuesta de ejercicios de numeración						
	Solicitar información				6	<b>6</b>	
	Observación	1	2	2		<b>5</b>	
	Supervisión del trabajo				6	<b>6</b>	
	Corrección individual						
	Control del comportamiento	1				<b>1</b>	
	Experimentación y/o manipulación		1		6	<b>7</b>	
	Planteamiento de un problema aritmético						
	Creación de situaciones problemáticas						
	Propuesta de ejercicios de cálculo						
	Dar apoyo						
	Propuesta de ejercicios de relajación						
	Repetición oral de un contenido						
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo						
	Explicación errónea						
	Corrección grupal						
	Corrección de la tarea						
	Utilización de conocimientos previos		1	1		<b>2</b>	
	Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación		1		6	<b>7</b>	
<b>Contenidos</b>	1	+ 1 <sup>1*</sup>	1	1		<b>4</b>	
<b>Materiales</b>	1	3	3*	+ 2 <sup>1*</sup>		<b>6</b>	
<b>Duración</b>	4'	9'	4'	, 10		<b>23'</b>	



**CUADRO 31**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la**  
**2ª sesión, correspondientes a la profesora**

	Segmentos de actividad		Sub- totales	Totales
	1	2		
	3		<b>3</b>	<b>61</b>
Dar información				
Exposición desde la pizarra				
Ejercicios con preguntas y respuestas	3	6	<b>9</b>	
Dar instrucciones	1		<b>1</b>	
Propuesta de ejercicios de numeración				
Solicitar información		6	<b>6</b>	
Observación	3	6	<b>9</b>	
Supervisión del trabajo	6		<b>6</b>	
Corrección individual				
Control del comportamiento		1	<b>1</b>	
Experimentación y/o manipulación	2	6	<b>8</b>	
Planteamiento de un problema aritmético				
Creación de situaciones problemáticas	2		<b>2</b>	
Propuesta de ejercicios de cálculo	3		<b>3</b>	
Dar apoyo				
Propuesta de ejercicios de relajación				
Repetición oral de un contenido	2		<b>2</b>	
Realización conjunta de los ejercicios de cálculo				
Explicación errónea				
Corrección grupal	3		<b>3</b>	
Corrección de la tarea				
Utilización de conocimientos previos				
Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación	2	6	<b>8</b>	
<b>Contenidos</b>	5	1*		<b>5</b>
<b>Materiales</b>	4	3+ 1*		<b>7</b>
<b>Duración</b>	29'	7' 45"		<b>36 45"</b>

PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA

**CUADRO 32**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 3ª sesión, correspondientes a la profesora**

	Segmentos de actividad		Sub-totales	Totales	
	1	2			
<b>P R Á C T I C A S D E E N S E Ñ A N Z A</b>	Dar información	2	4	<b>6</b>	<b>54</b>
	Exposición desde la pizarra		1	<b>1</b>	
	Ejercicios con preguntas y respuestas	6	8	<b>14</b>	
	Dar instrucciones	2	1	<b>3</b>	
	Propuesta de ejercicios de numeración				
	Solicitar información				
	Observación	5	2	<b>7</b>	
	Supervisión del trabajo		4	<b>4</b>	
	Corrección individual				
	Control del comportamiento				
	Experimentación y/o manipulación	4		<b>4</b>	
	Planteamiento de un problema aritmético				
	Creación de situaciones problemáticas	1		<b>1</b>	
	Propuesta de ejercicios de cálculo		4	<b>4</b>	
	Dar apoyo	1		<b>1</b>	
	Propuesta de ejercicios de relajación				
	Repetición oral de un contenido	1		<b>1</b>	
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo				
	Explicación errónea				
	Corrección grupal		1	<b>1</b>	
	Corrección de la tarea				
	Utilización de conocimientos previos				
	Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación	7		<b>7</b>	
<b>Contenidos</b>	3	2*+1		<b>4</b>	
<b>Materiales</b>	5	2*+2		<b>7</b>	
<b>Duración</b>	30' 14"	35'25"		<b>65' 39"</b>	

**CUADRO 33**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 4ª sesión, correspondientes a la profesora**

	Segmentos de actividad	Sub-totales	Totales
	1		
<b>PRÁCTICAS OBSERVADAS EN LA PIZARRA</b>	Dar información	10	<b>10</b>
	Exposición desde la pizarra		
	Ejercicios con preguntas y respuestas	10	<b>10</b>
	Dar instrucciones	2	<b>2</b>
	Propuesta de ejercicios de numeración		
	Solicitar información	1	<b>1</b>
	Observación		
	Supervisión del trabajo	10	<b>10</b>
	Corrección individual	3	<b>3</b>
	Control del comportamiento		
	Experimentación y/o manipulación		
	Planteamiento de un problema aritmético		
	Creación de situaciones problemáticas		
	Propuesta de ejercicios de cálculo		
	Dar apoyo		
	Propuesta de ejercicios de relajación		
	Repetición oral de un contenido		
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo		
	Explicación errónea		
	Corrección grupal		
	Corrección de la tarea		
Utilización de conocimientos previos			
Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación			
<b>Contenidos</b>	3		<b>3</b>
<b>Materiales</b>	1		<b>1</b>
<b>Duración</b>	21'		<b>21'</b>

**CUADRO 34**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 5ª**  
**sesión, correspondientes a la profesora**

	Segmentos de actividad			Sub-totales	Totales
	1	2	3		
Dar información	1	1	1	3	64
Exposición desde la pizarra					
Ejercicios con preguntas y respuestas		7		7	
Dar instrucciones	2	2		4	
Propuesta de ejercicios de numeración					
Solicitar información	3		4	7	
Observación					
Supervisión del trabajo		12	6	18	
Corrección individual		3		3	
Control del comportamiento					
Experimentación y/o manipulación		6		6	
Planteamiento de un problema aritmético					
Creación de situaciones problemáticas					
Propuesta de ejercicios de cálculo			2	2	
Dar apoyo	1	2		3	
Propuesta de ejercicios de relajación			1	1	
Repetición oral de un contenido	2			2	
Realización conjunta de los ejercicios de cálculo					
Explicación errónea					
Corrección grupal			2	2	
Corrección de la tarea					
Utilización de conocimientos previos					
Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación		6		6	
<b>Contenidos</b>	3	1*	2		5
<b>Materiales</b>	3	8+ 1*			11
<b>Duración</b>	10'	16' 30"	45'		56' 30"

**CUADRO 35**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 6ª**  
**sesión, correspondientes a la profesora**

	Segmentos de actividad		Sub- totales	Totales
	1	2		
	5		<b>5</b>	<b>32</b>
Dar información	5		<b>5</b>	<b>32</b>
Exposición desde la pizarra	2		<b>2</b>	
Ejercicios con preguntas y respuestas	6		<b>6</b>	
Dar instrucciones	1	2	<b>3</b>	
Propuesta de ejercicios de numeración				
Solicitar información	2		<b>2</b>	
Observación	2		<b>2</b>	
Supervisión del trabajo	1		<b>1</b>	
Corrección individual				
Control del comportamiento				
Experimentación y/o manipulación				
Planteamiento de un problema aritmético				
Creación de situaciones problemáticas				
Propuesta de ejercicios de cálculo				
Dar apoyo				
Propuesta de ejercicios de relajación				
Repetición oral de un contenido	1	4	<b>5</b>	
Realización conjunta de los ejercicios de cálculo				
Explicación errónea				
Corrección grupal				
Corrección de la tarea				
Utilización de conocimientos previos				
Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación	6		<b>6</b>	
<b>Contenidos</b>	1	1		<b>2</b>
<b>Materiales</b>	2	1		<b>3</b>
<b>Duración</b>	12' 15"	10'		<b>22' 15"</b>

**CUADRO 36**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la**  
**7ª sesión, correspondientes a la profesora**

	Segmentos de actividad				Sub-totales	Totales	
	1	2	3	4			
<b>PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA</b>	Dar información	5				<b>5</b>	<b>73</b>
	Exposición desde la pizarra						
	Ejercicios con preguntas y respuestas			2	7	<b>9</b>	
	Dar instrucciones	2	1	3	2	<b>8</b>	
	Propuesta de ejercicios de numeración	3	3			<b>6</b>	
	Solicitar información	1	3	3		<b>7</b>	
	Observación	3		1	1	<b>5</b>	
	Supervisión del trabajo	6	6			<b>12</b>	
	Corrección individual						
	Control del comportamiento						
	Experimentación y/o manipulación	1				<b>1</b>	
	Planteamiento de un problema aritmético			1		<b>1</b>	
	Creación de situaciones problemáticas						
	Propuesta de ejercicios de cálculo						
	Dar apoyo				2	<b>2</b>	
	Propuesta de ejercicios de relajación						
	Repetición oral de un contenido				2	<b>2</b>	
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo						
	Explicación errónea						
	Corrección grupal						
	Corrección de la tarea						
	Utilización de conocimientos previos						
	Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación	15				<b>15</b>	
<b>Contenidos</b>	1	1	1	2		<b>5</b>	
<b>Materiales</b>	3	2*	2*+1			<b>4</b>	
<b>Duración</b>	15'12"	5'	24'12"	10'		<b>54'24"</b>	

**CUADRO 37**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 8ª sesión, correspondientes a la profesora**

		Segmentos de actividad			Sub-totales	Totales
		1	2	3		
<b>ACTIVIDADES DE ENSEÑANZA</b>	Dar información	2	4	8	<b>14</b>	<b>74</b>
	Exposición desde la pizarra					
	Ejercicios con preguntas y respuestas	5	4	10	<b>19</b>	
	Dar instrucciones	4		5	<b>9</b>	
	Propuesta de ejercicios de numeración					
	Solicitar información	4		3	<b>7</b>	
	Observación	1		6	<b>7</b>	
	Supervisión del trabajo			6	<b>6</b>	
	Corrección individual			1	<b>1</b>	
	Control del comportamiento	1			<b>1</b>	
	Experimentación y/o manipulación					
	Planteamiento de un problema aritmético			5	<b>5</b>	
	Creación de situaciones problemáticas					
	Propuesta de ejercicios de cálculo	3			<b>3</b>	
	Dar apoyo					
	Propuesta de ejercicios de relajación					
	Repetición oral de un contenido	1	1		<b>2</b>	
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo					
	Explicación errónea					
	Corrección grupal					
Corrección de la tarea						
Utilización de conocimientos previos						
Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación						
<b>Contenidos</b>	1	1	1		<b>3</b>	
<b>Materiales</b>	2	1	1		<b>4</b>	
<b>Duración</b>	26'33"	15'	23'12"		<b>50'</b>	

**CUADRO 38**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 9ª**  
**sesión, correspondientes a la profesora**

	Segmentos de actividad			Sub-totales	Totales	
	1	2	3			
<b>ACTIVIDADES DE ENSEÑANZA</b>	Dar información	7		2	<b>9</b>	<b>40</b>
	Exposición desde la pizarra					
	Ejercicios con preguntas y respuestas	4		4	<b>8</b>	
	Dar instrucciones	2		1	<b>3</b>	
	Propuesta de ejercicios de numeración					
	Solicitar información			4	<b>4</b>	
	Observación	4	2		<b>6</b>	
	Supervisión del trabajo					
	Corrección individual			1	<b>1</b>	
	Control del comportamiento					
	Experimentación y/o manipulación					
	Planteamiento de un problema aritmético			1	<b>1</b>	
	Creación de situaciones problemáticas					
	Propuesta de ejercicios de cálculo			1	<b>1</b>	
	Dar apoyo					
	Propuesta de ejercicios de relajación					
	Repetición oral de un contenido		3		<b>3</b>	
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo			1	<b>1</b>	
	Explicación errónea					
	Corrección grupal					
	Corrección de la tarea					
	Utilización de conocimientos previos					
	Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación	3			<b>3</b>	
<b>Contenidos</b>	2	2*	1		<b>3</b>	
<b>Materiales</b>	1	1	3		<b>5</b>	
<b>Duración</b>	26'12"	35'12"	22'20"		<b>57'32"</b>	



**CUADRO 39**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas en la 10ª**  
**sesión, correspondientes a la profesora**

	Segmentos de actividad		Sub- totales	Totales	
	1	2			
ANEXOS A ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA EN PRIMARIA	Dar información				
	Exposición desde la pizarra				
	Ejercicios con preguntas y respuestas				
	Dar instrucciones	1	3	4	
	Propuesta de ejercicios de numeración		1	1	
	Solicitar información				
	Observación				
	Supervisión del trabajo		1	1	
	Corrección individual		6	6	
	Control del comportamiento	1		1	
	Experimentación y/o manipulación				
	Planteamiento de un problema aritmético		1	1	
	Creación de situaciones problemáticas				
	Propuesta de ejercicios de cálculo		1	1	
	Dar apoyo				
	Propuesta de ejercicios de relajación				
	Repetición oral de un contenido				
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo				
	Explicación errónea				
	Corrección grupal				
	Corrección de la tarea				
	Utilización de conocimientos previos				
	Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación				
<b>Contenidos</b>			<b>3</b>	<b>3</b>	
<b>Materiales</b>			<b>1</b>	<b>1</b>	
<b>Duración</b>			<b>6'</b>	<b>6'</b>	

## D. Fiabilidad de la observación.

Los datos obtenidos de la observación realizada a los dos profesores estudiados en sus aulas de clase y durante el desarrollo del tema de la multiplicación nos pareció necesario someterlos a un análisis de fiabilidad, entendida ésta como la similaridad o concordancia en el registro de dos observadores que perciben una conducta o evento, o varios, y con la clara convicción de que es un concepto distinto de exactitud o precisión y de estabilidad, aunque tanto la precisión como la estabilidad, en este caso estén formando parte de la compleja medida que es la fiabilidad.

Desde que Anguera (1983), al describir los métodos para el registro de datos en marcos naturales, dieron considerable énfasis al establecimiento de intervalos de tiempo como unidad básica, se planteó la existencia de un índice de fiabilidad que se apoyara precisamente en el concepto de intervalo de acuerdo y que tiene como expresión:

$$\text{Índice de porcentaje de acuerdo} = \frac{\text{Número de acuerdos}}{\text{N}^{\circ} \text{ de acuerdos} + \text{N}^{\circ} \text{ de desacuerdos}} \times 100$$

Según esta expresión, el intervalo de acuerdo se considera como el intervalo en que ambos observadores coinciden en registrar o en no registrar la misma frecuencia de respuestas.

En nuestro estudio intervinieron dos observadores, a los que denominaremos Observador 1 y Observador 2, para registrar el número de ocurrencias de las diferentes prácticas de enseñanza para cada uno de los dos casos estudiados. El Observador 1 es un estudiante de 5º curso de Pedagogía y el Observador 2 es una profesora de Enseñanza Primaria en activo.

Fue necesario, previamente, llevar a cabo una labor de adiestramiento de ambos observadores, explicándoles, en primer lugar, qué entendíamos por cada una de las prácticas de enseñanza aisladas, con sus ejemplos correspondientes, y realizando posteriormente, y de forma conjunta, la observación de

varias de las sesiones de clase. Hemos de decir que fue necesario entrenar por más tiempo al Observador 1, pues tuvo más dificultades a la hora de registrar correctamente algunas de las prácticas.

Cuando consideramos que los observadores estaban suficientemente preparados, les encargamos que cada uno de ellos, aisladamente, realizara la observación y el registro cuantitativo del número de prácticas de enseñanza par tres sesiones de clase, que seleccionamos aleatoriamente, concretamente la sesión 1ª, 5ª y 9ª.

El paso siguiente consistió en contabilizar el número de acuerdos y de desacuerdos de cada uno de los observadores para las tres sesiones observadas, respecto a los datos obtenidos por los investigadores. A continuación hallamos el Índice de Porcentaje, según la fórmula indicada anteriormente, obteniendo los siguientes resultados:

	<b>1ª sesión</b>	<b>2ª sesión</b>	<b>3ª sesión</b>
<b>Investigadores. Observador 1</b>	78.26	86.95	78.26
<b>Investigadores. Observador 2</b>	82.06	91.30	86.95

Los índices obtenidos nos parecieron lo suficientemente significativos como para entender que el registro por nosotros realizado reunía los requisitos de fiabilidad necesarios como para continuar con el análisis cuantitativo de los datos obtenidos. Concretametne, nos referimos a la comparación entre el número de prácticas de enseñanza implementandas por ambos profesores en la quincena estudiada.

#### D. Análisis comparativo de las Prácticas de Enseñanza del Profesor y la Profesora.

En este apartado vamos a tratar de establecer comparativamente el tipo de enseñanza que caracteriza a los dos casos estudiados. Para ello, en primer lugar, recogemos la frecuencia total de cada una de las prácticas de enseñanza para las diez sesiones de la quincena estudiada; en el cuadro 40 recogemos

las prácticas del profesor y en el cuadro 41, las prácticas de la profesora. Posteriormente, en el cuadro 42 presentamos la totalidad de prácticas para los dos casos, de forma paralela, con el fin de poder observar las diferencias y semejanzas que se producen entre el profesor y la profesora.

En primer lugar se observa que en el caso del profesor predominan los siguientes tipos de prácticas: exposición desde la pizarra, dar instrucciones, propuesta de ejercicios de numeración, propuesta de ejercicios de cálculo, realización conjunta de los ejercicios de cálculo, la corrección grupal y la corrección de la tarea.

En contraste, observamos que en la profesora predominan las siguientes prácticas: dar información, realización de ejercicios con preguntas y respuestas, solicitar información, realización de tareas de observación, supervisión del trabajo que van desarrollando los alumnos en el aula, la corrección individualizada, la experimentación y/o manipulación, la observación, repetición oral de un contenido y la representación numérica de una actividad manipulativa o de observación.

Continuando con este análisis cuantitativo, podemos constatar que existen ciertos tipos de prácticas que no aparecen en algunos de los dos casos estudiados. Por ejemplo, en el caso del profesor no se presenta para nada la corrección individual, la creación de situaciones problemáticas, la propuesta de ejercicios de relajación, la representación numérica de una actividad manipulativa, ni la utilización de conocimientos previos. En el caso de la profesora, las únicas prácticas no utilizadas son la explicación errónea y la corrección de la tarea. De esta observación deducimos que se da una mayor variabilidad de prácticas de enseñanza en la profesora, en contraste con el profesor.

Por último, la información contenida en el cuadro comparativo, nos permite también identificar ciertos tipos de prácticas de enseñanza que aparecen con una frecuencia semejante en ambos profesores. Estos tipos de prácticas son control del comportamiento y planteamiento de un problema aritmético.

La comparación de las prácticas de enseñanza observadas, en términos de frecuencia, nos lleva a afirmar que, efectivamente, se confirma la existencia de marcadas diferencias entre ambos estilos de enseñanza, dado que, en el caso del profesor, es más de tipo expositivo, explicando desde la pizarra, de escasa interacción con los alumnos, de recurrir a los ejercicios de cálculo como una vía para que los alumnos automaticen ciertas destrezas para el dominio de la operatoria, así como de invertir gran cantidad de tiempo en la corrección grupal de los ejercicios que él propone en clase o que manda a casa como tarea, utilizando siempre el mismo y escaso material de trabajo.

En el caso de la profesora, su enseñanza se basa, fundamentalmente, en lograr la motivación inicial y la comprensión de los alumnos con la introducción de ejercicios de manipulación y/o experimentación, de observación y de creación de situaciones problemáticas, lo que conlleva, a su vez, un flujo continuo de interacción verbal, para guiar, supervisar y corregir el trabajo que van desarrollando los alumnos, bien de forma individual o en grupo, así como para ir introduciendo los conceptos nuevos desde cualquier lugar de la clase y utilizando muy diverso material.



**CUADRO 41**  
**Tipo y cantidad de prácticas de enseñanza observadas durante**  
**toda la quincena, correspondientes a la profesora**

PROFESORA		SESIONES										TOTAL
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<b>P R A C T I C A S  D E  E N S E Ñ A N Z A</b>	Dar información	5	3	6	10	3	5	5	14	9	0	60
	Exposición desde la pizarra	1	0	1	0	0	2	0	0	0	0	4
	Ejercicios con preguntas y respuestas	11	9	14	10	7	6	9	19	8	0	93
	Dar instrucciones	3	1	3	2	4	3	8	9	3	4	40
	Propuesta de ejercicios de numeración	0	0	0	0	0	0	6	0	0	1	7
	Solicitar información	6	6	0	1	7	2	7	7	4	0	40
	Observación	5	9	7	0	0	2	5	7	6	0	41
	Supervisión del trabajo	6	6	4	10	18	1	12	6	0	1	64
	Corrección individual	0	0	0	3	3	0	0	1	1	6	14
	Control del comportamiento	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	4
	Experimentación y/o manipulación	7	8	4	0	6	0	1	0	0	0	26
	Planteamiento de un problema aritmético	0	0	0	0	0	0	1	5	1	1	8
	Creación de situaciones problemáticas	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	3
	Propuesta de ejercicios de cálculo	0	3	4	0	2	0	0	3	1	1	14
	Dar apoyo	0	0	1	0	3	0	2	0	0	0	6
	Propuesta de ejercicios de relajación	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
	Repeticion oral de un contenido	0	2	1	0	2	5	2	2	3	0	17
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
	Explicación errónea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Corrección grupal	0	3	1	0	2	0	0	0	0	0	6
Corrección de la tarea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Utilización de conocimientos previos	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
Representación numérica de una actividad manipulativa o de observación	7	8	7	0	6	6	15	0	3	0	52	

**CUADRO 42**  
**Comparación entre las prácticas de enseñanza observadas del profesor y la profesora**

		<b>Profesor</b>	<b>Profesora</b>
<b>P R A C T I C A S  D E  E N S E Ñ A N Z A</b>	Dar información	3	60
	Exposición desde la pizarra	27	4
	Ejercicios con preguntas y respuestas	22	93
	Dar instrucciones	59	40
	Propuesta de ejercicios de numeración	19	7
	Solicitar información	22	40
	Observación	4	41
	Supervisión del trabajo	5	64
	Corrección individual	0	14
	Control del comportamiento	4	4
	Experimentación y/o manipulación	2	26
	Planteamiento de un problema aritmético	7	8
	Creación de situaciones problemáticas	0	3
	Propuesta de ejercicios de cálculo	73	14
	Dar apoyo	2	6
	Propuesta de ejercicios de relajación	0	1
	Repetición oral de un contenido	2	17
	Realización conjunta de los ejercicios de cálculo	32	1
	Explicación errónea	2	0
	Corrección grupal	76	6
Corrección de la tarea	53	0	
Utilización de conocimientos previos	0	2	
Representación numérica de una actividad manipulativa	0	52	



### **6.4.3. Análisis de los documentos escritos.**

Para llegar a conocer de una forma más profunda la práctica de enseñanza de los dos casos estudiados, nos pareció muy indicado tener en cuenta los diferentes documentos escritos que ambos profesores nos facilitaron, para realizar un análisis de los mismos. Dicho análisis nos proporciona una valiosa información que, de algún modo, viene a ser útil para lograr la triangulación de los datos que ya hemos recabado a partir de la entrevista y de la observación en el aula.

Los documentos escritos los hemos clasificado en tres apartados: (a) programaciones; (b) fichas de trabajo; (c) fichas de "control" o "valuación"

#### *6.4.3.1. Análisis de las Programaciones del Profesor y la Profesora.*

El profesor nos facilitó la programación general, elaborada en cursos anteriores por otros profesores, y que se halla incluida en el Plan de Centro, para el 2º Nivel. Dicha programación recoge establece que en la novena quincena se introducirá el tema de la multiplicación como suma de sumandos iguales, así como la identificación de problemas de la vida cotidiana que se resuelvan calculando una multiplicación, y las tablas de multiplicar del 2, 4, 8, 5 y 10, a partir de sumas de sumandos iguales. Nos entregó también la programación de la quincena que se estudia en esta investigación, en la que incluía los conceptos de la multiplicación como suma de sumandos iguales, la resolución de problemas de la vida cotidiana que se resuelven calculando una multiplicación y las tablas del 2 y del 3.

Por su parte, la profesora puso a nuestra disposición la programación general contenida en el Plan de Centro, así como la trimestral y quincenal. En la programación trimestral se recoge la introducción del tema de la multiplicación en la sexta quincena. Según la profesora, cada uno de los alumnos también tiene en su casa esta programación para saber qué tema tienen que tratar en cada quincena y, de este modo, que los alumnos puedan seguir la

marcha de la clase, implicándolos en el plan a seguir. La programación de la sexta quincena es mucho más exhaustiva y sólo es consultada por la profesora. En ella se recogen los objetivos, los conceptos, los procedimientos, las actitudes, las actividades y la diversidad. En cuanto a los conceptos, son los siguientes: la multiplicación como suma de sumandos iguales, el signo "por", el orden de los factores, escritura del algoritmo de la multiplicación con números de una cifra, la tabla del 2 como suma de sumandos iguales, problemas de multiplicar, correspondencia entre lenguaje verbal, representación gráfica y notación numérica.

*6.4.3.2. Análisis de las fichas de trabajo utilizadas por el profesor y la profesora.*

Los alumnos de la clase del profesor tienen como libro de texto de Matemáticas del segundo nivel, el correspondiente a la Editorial Santillana. Sin embargo, en la clase hacen escaso uso de él, pues el profesor sólo lo utiliza para marcar la tarea de casa, que luego corrigen todos juntos en la clase de forma eminentemente oral. El material que usan los niños son unas hojas cuadrículadas, que el profesor denomina "hojas de trabajo", en las que cada día ponen la fecha y los ejercicios que, uno a uno, el profesor va planteando en la pizarra. Dichos ejercicios se refieren a:

- conversión de sumas de sumandos iguales en multiplicación.
- problemas aritméticos de enunciado verbal, referidos a la multiplicación.
- ordenar números de menor a mayor o viceversa.
- colocación y realización de sumas.
- completar series de números.
- colocación y realización de restas.
- colocación y realización de multiplicaciones por la tabla del 2.
- escribir cómo se leen varias cantidades.
- colocación y realización de multiplicaciones por la tabla del 3.

Para la escritura de los diferentes ejercicios, los niños cuentan los puntos de la hoja para que su colocación sea correcta y ordenada. El profesor constantemente recalca a los niños la necesidad de confeccionar estas hojas de trabajo de la forma más pulcra y cuidadosa posible. Cada niño escribe también su nombre y, al final de la clase, se las entregan al profesor, que las trae al día siguiente supervisadas y que entrega a los alumnos.

La profesora utiliza como material de trabajo el libro de la Editorial Vicens Vives del segundo nivel de Primaria, en el que figura la multiplicación como el tema número ocho. En dicho tema aparecen diferentes ejercicios, en los que se combinan dibujos y operaciones, referidos a las siguientes actividades:

- hallar el resultado de sumas de sumandos iguales.
- transformación de sumas de sumandos iguales en multiplicación.
- transformación de una multiplicación en suma de sumandos iguales.
- completar datos en sumas de sumandos iguales y en multiplicaciones.
- colorear dibujos en los que se representa una multiplicación.
- observar dibujos y completar los que faltan, representando sumas de sumandos iguales y multiplicaciones.
- observar dibujos y escribir la operación correspondiente.
- contar a partir de un número, sumando siempre la misma cantidad.
- contar los dibujos y escribir el total, mediante la utilización de la operación de la multiplicación.
- dibujar objetos representando una operación dada.
- escribir la tabla del 2, 3 y 5, ayudándose de dibujos, que luego se colorean.
- contestar a preguntas dadas sobre la multiplicación.
- resolución de problemas de multiplicación con enunciado verbal.

Además del libro de texto, la profesora en esta quincena utiliza otras fichas de trabajo, que ella ha confeccionado con ejercicios

similares a los propuestos en el libro de texto, para reforzar las nociones dadas, así como para ampliar conocimientos.

*6.4.3.3. Análisis de las fichas de "control" o evaluación propuestas por el profesor y la profesora.*

El profesor realiza un pequeño "control" a sus alumnos al final de la quincena. Dicho control consiste en la realización, por parte de los niños, de los siguientes ejercicios:

- dadas cinco sumas de sumandos iguales, hallar su resultado y colocarlas en forma de multiplicación.
- resolver problemas de enunciado verbal, referidos a la multiplicación.
- escribir el resultado de la tabla del 2 y del 3.
- resolver cuatro multiplicaciones en las que el multiplicando es un número de tres cifras y el multiplicador es el número 2.

La profesora hace un pequeño "control" cada viernes de la quincena, es decir, dos controles. El primero de ellos consta de los siguientes ejercicios:

- hallar el resultado de una suma de sumandos iguales y transformarla en una multiplicación, colocándola tanto de forma horizontal como vertical.
- colocar y hallar el resultado de una suma y una resta.
- a partir de una cantidad dada, ir restando una cantidad fija para completar una serie decreciente.

El segundo "control" está formado por los siguientes ejercicios:

- hallar el resultado de una suma de sumandos iguales y colocarla en forma de multiplicación, tanto horizontal como verticalmente.
- escribir el nombre de los elementos de una multiplicación.
- escribir el número anterior y el posterior a varios números dados.
- resolver un problema de enunciado verbal.

La descripción de los documentos escritos utilizados por ambos profesores, nos lleva a indicar que se dan diferencias importantes entre ellos, pues se puede comprobar cómo en el caso de la profesora existe una programación explícita, elaborada con diferentes grados de concreción; en el caso del profesor, la programación que utiliza es la que se encuentra en el centro, elaborada por otros profesores en cursos anteriores.

En cuanto al material utilizado directamente en la clase, observamos que el profesor no es partidario del uso del libro de texto, que sustituye por las "hojas de trabajo", en las que se sigue un formato similar, consistente en el planteamiento de diversos ejercicios de operatoria para su ejecución por parte de los alumnos. Dichos ejercicios se refieren al tema de la multiplicación, la suma y la resta. El libro de texto lo utiliza el profesor para "marcar" la tarea de casa, que los alumnos traen hecha al día siguiente y que se corrige colectivamente en clase.

La profesora sí es partidaria de utilizar el libro de texto, en el que se plantean ejercicios muy variados; también hace uso de "fichas", que elabora ella misma, para que los alumnos refuercen o amplíen las nociones dadas.

Se diferencian también, ambos profesores, en las fichas de control o evaluación propuestas a los alumnos, pues, mientras el profesor sólo realiza una sola ficha de control para explicar al final de la quincena, la profesora realiza una ficha de control al finalizar cada semana. También se observan diferencias en el tipo de actividades propuestas en dichas fichas, que, en el caso del profesor, van dirigidas, fundamentalmente, a la comprobación de mecanismos de cálculo y en el caso de la profesora a la comprensión de diferentes conceptos referidos a la multiplicación.

#### **6.4.4. *Relación entre la Práctica Informada y la Práctica Observada del Profesor.***

En este apartado intentamos poner en relación lo manifestado por el profesor en la entrevista y lo que hemos observado que hace realmente en el aula, apoyándonos también en el análisis que

hemos efectuado de los documentos escritos. De este modo, deseamos llegar a conocer si hay coherencia entre lo que dice que hace y lo que realmente hace.

#### 6.4.4.1. *Apartado de Planificación.*

En este apartado de Planificación hemos podido observar que se da una cierta congruencia entre lo que dice que hace el profesor y lo que hace realmente en el aula, pues, tal como se deriva de las respuestas dadas en la entrevista, reconoce que no es partidario de ceñirse a una programación escrita explícita sino que, más bien, sigue un plan implícito que tiene organizado en su mente, como fruto de su propia experiencia, y que altera en cualquier momento según los acontecimientos que vayan surgiendo en el aula. Para comprobar la congruencia o incongruencia de este pensamiento práctico del profesor con su práctica real, recurrimos, en primer lugar, a los documentos escritos que nos proporcionó y pudimos observar que la programación que nos entregó era la programación general del 2º Nivel contenida, desde cursos anteriores, en el Plan de Centros, y en cuya elaboración él no participó personalmente. Entre los documentos escritos también figuraba una programación quincenal, correspondiente a la 9ª quincena del curso, en la que se introducía el concepto de multiplicación. Reconoce, sin embargo, el profesor que esta programación quincenal la elaboró para entregárnosla a nosotros, pero que no es su costumbre confeccionar las programaciones quincenales. Esta programación quincenal es muy escueta y sólo recoge un único objetivo general, los conceptos y los procedimientos a conseguir. Nos llamó la atención el hecho de que no recogiera el tipo de actividades que pensaba proponer a sus alumnos, lo que viene a demostrar la tendencia de este profesor a improvisar sobre el momento y a seguir, al mismo tiempo, un plan rutinario y monótono que tiene internalizado en su mente.

Analizada su práctica real en el aula, podemos afirmar, sin temor a equivocarnos que, efectivamente, su actuación docente

sigue un plan previo en cuanto a los contenidos o tópicos que va explicar, en el modo en que lo va a hacer y en el tipo de actividades que va a poner a sus alumnos. Este plan previo se caracteriza, en la práctica, por la uniformidad y la monotonía pues, diariamente, repite el mismo plan para la totalidad de los alumnos. La improvisación a que hacíamos referencia en el párrafo anterior, se constata, en la práctica real, cuando el profesor propone determinados ejercicios o actividades de manera equivocada, haciendo que su explicación sea errónea; ello le lleva a subsanar la equivocación sobre la marcha reconduciendo su enseñanza con otras actividades. Este hecho viene a demostrar la insuficiente preparación previa de las clases de Matemáticas por parte del profesor.

Resumiendo, podemos decir que en este apartado de Planificación de la Enseñanza, el profesor sigue un plan rígido de trabajo, insuficientemente preparado, que se halla implícito en su mente y que rara vez altera, porque, en definitiva, lo que desea conseguir, y de hecho en la práctica lo consigue, es un ambiente organizado y uniforme de aprendizaje.

Por tanto, en este apartado existe coherencia entre lo manifestado en la entrevista y lo que practica en el aula en lo que se refiere a no realizar programaciones explícitas. No encontramos coherencia cuando dice que es partidario de crear sobre la marcha y de cambiar la actividad según los acontecimientos. Ya que siempre sigue en el mismo plan.

#### *6.4.4.2. Apartado de Interacción.*

Teniendo en cuenta las conclusiones a las que hemos llegado para la Práctica Informada y la Práctica Observada, en el caso del profesor, podemos manifestar que en este apartado se da una alta congruencia entre lo expuesto en la entrevista y lo observado en su práctica real. Destacamos como aspectos más coincidentes los siguientes: La explicación de los contenidos es de tipo expositiva, dirigiéndose siempre al gran grupo desde la pizarra; el trabajo de los alumnos se realiza individualmente en el pupitre y siempre de

manera uniforme, impidiendo la comunicación entre ellos; se preocupa especialmente por lograr un ambiente disciplinado y ordenado en su clase, que consigue impidiendo que los alumnos se muevan libremente en el aula; se esfuerza en conseguir que sus alumnos presenten de manera ordenada y cuidadosa sus trabajos, marcando él, en todo momento, las pautas a seguir para alcanzar ese objetivo; los materiales utilizados son muy escasos, limitándose siempre a las "hojas de trabajo"; los libros de texto son empleados para "marcar" la tarea de casa, que es luego corregida en el aula de forma eminentemente oral y durante un largo período de tiempo, lo que hace que los niños permanezcan muy pasivos y manifestando evidentes signos de cansancio y aburrimiento, porque no se dan los refuerzos que los niños precisan y la retroalimentación es muy escasa.

En síntesis, podemos afirmar que, en el caso del profesor, se da una gran coincidencia entre su pensamiento práctico, caracterizado por conseguir un ambiente organizado y disciplinado de aprendizaje, y su práctica real en la clase de Matemáticas, que gira en torno a él, mientras que los alumnos se limitan a realizar trabajos individuales en el pupitre.

#### 6.4.4.3. *Apartado de Evaluación.*

En las respuestas dadas por el profesor en la entrevista se pone de manifiesto su interés por conocer el nivel de conocimientos conseguidos por los niños a través de la observación del trabajo diario que realizan, no concediendo mucha importancia a las evaluaciones formales, que más bien realiza por exigencias administrativas y de cara a los padres. En su práctica real hemos podido observar que otorga un gran valor a las correcciones en escenarios que incluyen a todos los alumnos: el profesor corrige los ejercicios sacando a algún niño a la pizarra para que efectúe las operaciones, mientras que los demás niños se autocorrijen mirando por la pizarra. En algunas ocasiones realiza una cadena de preguntas al alumno de la pizarra para guiarle en la ejecución de los ejercicios. Al final de la clase, el profesor recoge



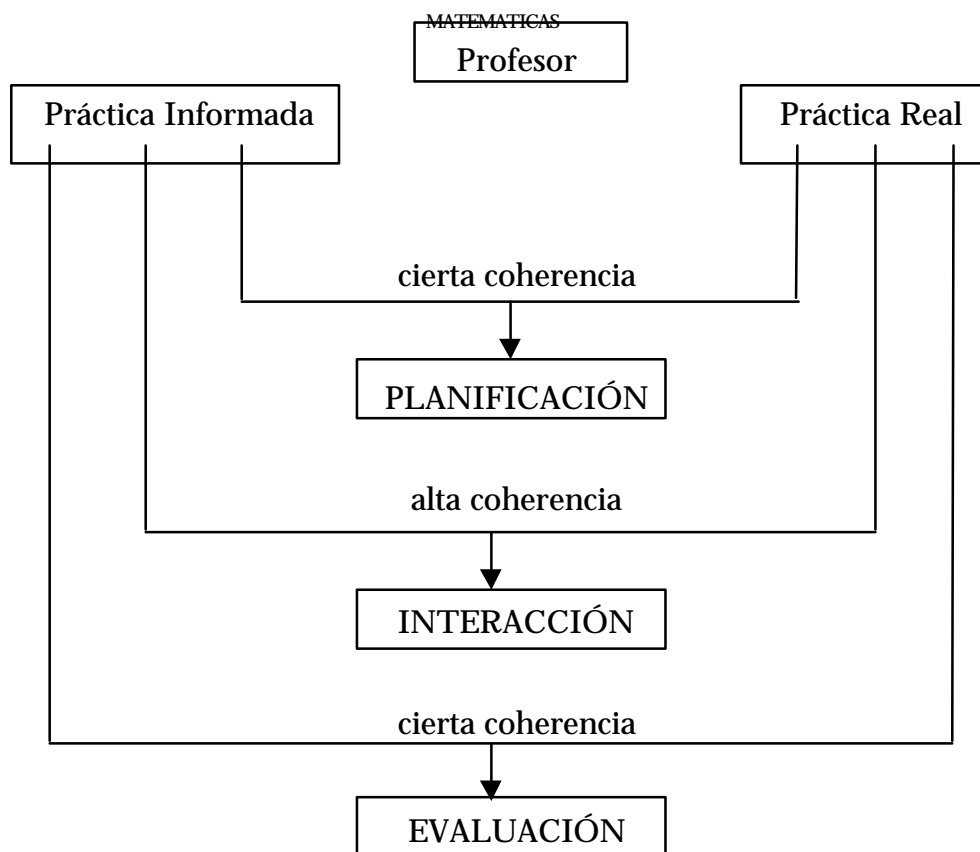
las "hojas de trabajo" a todos los niños y las trae corregidas al día siguiente para entregarlas a cada niño, sin que haya ningún comentario acerca de lo que ha corregido. Deducimos de esta práctica que, en realidad, la corrección va dirigida al niño que está en la pizarra, que es el que recibe la retroalimentación del profesor; el trabajo de los demás niños no es observado ni corregido directamente por el profesor.

Finalizada la quincena, el profesor propuso a sus alumnos un "control" sobre las nociones dadas acerca del tema de la multiplicación, para comprobar el nivel de adquisición conseguido por los alumnos.

Nosotros nos preguntamos si realmente con estas técnicas de evaluación y de corrección es capaz el profesor de darse cuenta del nivel de conocimientos adquiridos por cada uno de los niños y de las dificultades de aprendizaje que puedan presentar algunos de ellos, dado que la corrección se realiza en público y no de forma individual.

Encontramos en este apartado de Evaluación una cierta incongruencia entre lo que dice el profesor y lo que hace realmente en el aula, pues, si bien manifiesta que es partidario de conocer el nivel de aprendizaje de los alumnos a través de la observación directa de sus trabajos, en la realidad lo que hemos encontrado es que otorga un gran valor a las correcciones en escenarios que incluyen a todos los alumnos y que las actividades de corrección son demasiado mecánicas y rutinarias para ofrecerle una información adecuada del progreso de sus alumnos. La baja participación de los alumnos en los segmentos dedicados a la corrección da lugar a claros signos de aburrimiento, especialmente cuando se corrige la tarea de casa, que se hace de forma muy lenta y monótona.

Tratando de esquematizar de algún modo esta relación, presentamos el siguiente gráfico en el que tratamos de sintetizar los resultados encontrados en este punto:



Deducimos, del análisis de esta relación, que no hay mucha consistencia entre la práctica informada y la práctica real del profesor en los apartados de Planificación y de Evaluación. En el apartado de Interacción comprobamos que se produce una alta coherencia, porque, precisamente, es el apartado que está más vinculado al quehacer diario del profesor y el que le exige menos esfuerzo reflexivo.

#### **6.4.5. Relación entre la Práctica Informada y la Práctica Observada de la Profesora.**

Con el fin de conocer si hay coherencia entre las opiniones expresadas por la profesora en la entrevista y sus actuaciones docentes en el aula, hemos relacionado su práctica informada con

su práctica real, apoyándonos también en el análisis de los documentos escritos.

#### 6.4.5.1. *Apartado de Planificación.*

En la entrevista sostenida con la profesora, y a lo largo de varias conversaciones informales que sostuvimos con ella, se pone de manifiesto la importancia que concede a la programación de Matemáticas. De forma explícita recoge el plan de trabajo a seguir, que presenta diferentes grados de concreción, según se trate de la programación general, trimestral o quincenal. Mostró también su tendencia a programar de forma conjunta con su compañera de Nivel, así como de utilizar diferentes fuentes de información para la elaboración de la programación. Reconoce que no es partidaria de utilizar la programación elaborada en cursos anteriores porque le gusta cambiar, adaptarse a los niños e introducir ideas novedosas, que va recogiendo de diferentes fuentes. Considera la programación como un instrumento útil para su enseñanza y también flexible, susceptible de modificar según las circunstancias.

Para comprobar si este pensamiento práctico de la profesora concuerda o no con su práctica real observada, procedimos, en primer lugar, a estudiar los documentos escritos que nos facilitó, pudiendo observar que, entre ellos, había una programación general de Matemáticas que formaba parte del Plan de Centro, una programación trimestral y otra quincenal. La programación quincenal incluía el concepto de multiplicación en la sexta quincena del curso; esta programación también la facilitaba a los niños para que la llevaran a sus casas e hicieran un seguimiento de los temas que se van tratando en clase. La programación quincenal era mucho más detallada y la que la profesora manejaba de forma más frecuente. En ella incluye los objetivos concretos, los conceptos, los procedimientos, las actividades y la atención a la diversidad.

Teniendo en cuenta las observaciones que realizamos de su práctica real, podemos afirmar que, efectivamente, la programación quincenal es la que sirve de guía a la profesora, que

hace un seguimiento de la misma en cuanto a los aspectos que recoge. Hemos de decir, sin embargo, que toda su práctica observada no se recoge en dicha programación; es decir, su práctica real excede lógicamente los límites de ese plan explícito y tangible, lo que nos hace pensar que la profesora cuenta también con un plan implícito diario, mucho más amplio y exhaustivo que guía de forma más o menos pormenorizada su acción docente, y que incluye de forma detallada las actividades a realizar, los materiales necesarios, la organización de los alumnos, etc.

Resumiendo, podemos decir que encontramos una gran coherencia entre lo que dice la profesora y su práctica real, pues dicha práctica obedece a un plan previo, suficientemente preparado, ya sea explícita e implícitamente, que se va desarrollando a lo largo de la sesión de clase y que va adaptando fácilmente a las necesidades que se van presentando en el aula.

#### 6.4.5.2. *Apartado de Interacción.*

Teniendo en cuenta las respuestas dadas por la profesora en la entrevista y analizada su práctica docente en el aula, podemos afirmar que en este apartado de interacción se da una alta congruencia entre lo que dice que hace la profesora y lo que hace realmente en el aula. Destacamos como rasgos más coincidentes los siguientes: Efectivamente, su método de enseñanza, como ella manifestó, no consiste únicamente en la exposición oral de los contenidos, pues, además, hace uso de la observación, de la manipulación, del juego, el trabajo en equipo, etc. Los materiales que utiliza en el aula son variados y pensados y preparados con antelación a la realización de las diferentes actividades. Los alumnos desempeñan un papel activo y participativo en su clase, realizando tareas que les motivan y les divierten: observando, manipulando, dibujando, pintando, jugando, etc. Los nuevos contenidos que introduce, referentes al tema de la multiplicación, trata por todos los medios de conectarlos con las experiencias de los alumnos, creando situaciones problemáticas de la vida real, en las que participan los niños. Las diferentes actividades que

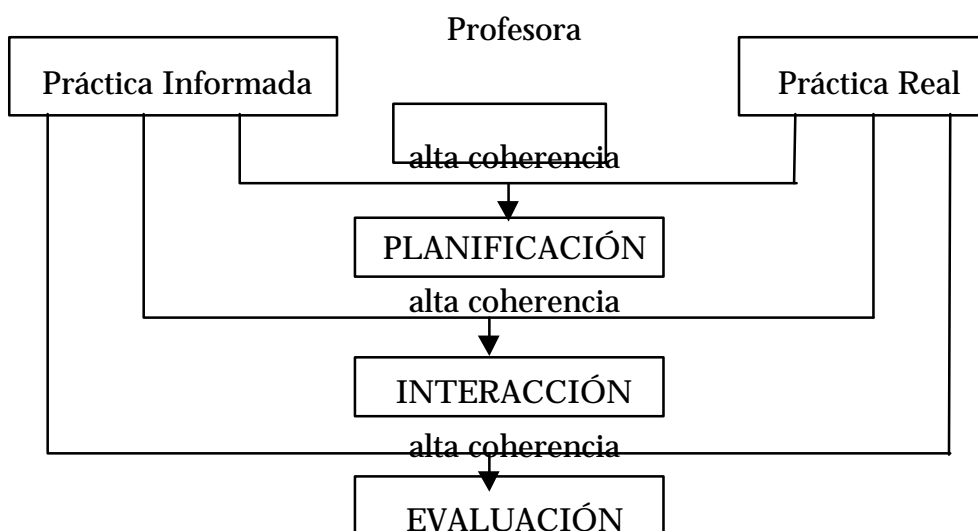
propone tienen como principal finalidad lograr la comprensión de los niños de los diferentes conceptos, aunque también se comprueba que le interesa que automaticen ciertas destrezas, como la memorización de alguna definición y de las tablas del 2, 3 y 5. El libro de texto lo utiliza como material básico de trabajo, que complementa con fichas elaboradas por ella misma (tal como manifestó en la entrevista: "el libro de texto lo considero muy importante porque está confeccionado por los verdaderos técnicos de la educación"). No parece importarle, efectivamente, el aparente desorden que se produce en el aula como consecuencia del trabajo activo que se desarrolla en ella, tal como se manifiesta en su práctica real al no impedir que los niños se muevan, comenten entre sí lo que ven y lo que realizan. Se produce también en su práctica una alta interacción verbal entre los niños y la profesora, como consecuencia de las constantes preguntas que ella formula a los niños para guiarles en la realización de las distintas actividades.

#### *6.4.5.3. Apartado de Evaluación.*

La observación de la práctica real en el aula de la profesora, nos permite afirmar que concede una gran importancia a la corrección individual y a la supervisión constante del trabajo de los niños, como lo demuestra el hecho de que continuamente va paseando entre sus mesas y deteniéndose para observar lo que hacen. Rara vez realiza la corrección de forma colectiva, sino que atiende a la especificidad de cada niño para explicarle y aclararle las dificultades que vayan encontrando en su trabajo. Tal como manifestó en la entrevista, hemos podido comprobar en la observación de la práctica, que los controles que pone cada viernes a sus alumnos, le sirven más bien para conocer cómo han aprendido determinadas nociones y poder así reconducir su enseñanza para la siguiente semana. Estos controles, sin embargo, no los considera como una prueba o evaluación, sino que más bien los plantea como un mecanismo más de aprendizaje, que se demuestra por el hecho de que ayuda a los niños que le preguntan cuando encuentran alguna dificultad.

En el apartado de Evaluación hemos encontrado, pues, una alta coherencia entre lo que dice que hace la profesora y lo que hace realmente.

A continuación presentamos de forma esquemática los resultados de este punto:



En general, pues, comprobamos que es de una alta consistencia entre la práctica informada y la práctica real de la profesora que nos viene a confirmar, sobre todo, el alto grado de reflexión que confiere a su labor docente.

## **6.5. Conclusiones del Estudio II.**

En este apartado queremos mostrar las conclusiones que se desprenden de los resultados del Estudio II. Recordemos que este estudio se realizó con la finalidad de conocer la práctica de enseñanza de dos profesores de Primaria y poder determinar si se producen diferencias entre sus estilos de enseñanza. Después de presentar las conclusiones de la Práctica Informada y de la Práctica Observada para cada uno de los dos profesores en apartados anteriores, mostramos, a continuación, las conclusiones que se derivan de la comparación entre ambos casos.

### **6.5.1. Conclusiones referidas a las Prácticas Informadas.**

**Apartado de Planificación:** Observamos en este apartado grandes diferencias entre lo manifestado por el profesor y la profesora en la entrevista, pues el profesor dice que no es partidario de programar, sino que se guía de la experiencia y de lo que vaya surgiendo en el momento. La profesora, sin embargo, manifiesta que es partidaria de programar y que lo hace de tres maneras distintas, de forma anual, trimestral y quincenal, ayudándose de materiales diversos y en coordinación con su compañera de ciclo; considera, además, la programación como algo flexible y abierto, sirviéndole de guía para su trabajo.

**Apartado de Interacción:** También en este apartado se dan bastantes diferencias entre lo manifestado por el profesor y lo manifestado por la profesora. El profesor se muestra más partidario de una enseñanza de tipo expositiva y directiva, dando mucha importancia a la consecución de un ambiente ordenado y disciplinado de trabajo, que permite a los alumnos realizar sus actividades individualmente y con la máxima concentración.

La profesora, por su parte, manifiesta que su enseñanza es variada, incluyendo la experimentación, la manipulación, la observación, el trabajo en equipo, etc., que le permita lograr un aprendizaje comprensivo por parte de los niños, para lo cual incluye muchas y diversas tareas, así como gran variedad de materiales. También se muestra partidaria de conectar los nuevos conocimientos con las experiencias reales de los niños. Manifiesta, asimismo, que la dinámica de trabajo en su aula da lugar a un ambiente bullicioso, activo y de mucha movilidad, que ella considera necesario para lograr el tipo de aprendizaje que desea para sus alumnos.

**Apartado de Evaluación:** Observamos en este apartado que ambos profesores coinciden al afirmar que son partidarios de realizar la evaluación de los conocimientos adquiridos por sus alumnos, de forma continua, además de ver la necesidad de realizar la evaluación de tipo formal (la evaluación trimestral),

aunque en este punto el profesor manifestó abiertamente que realizaba este tipo de evaluación por requerimientos administrativos y de cara a los padres. En otros aspectos, sin embargo, se constatan ciertas diferencias: el profesor manifiesta que la evaluación es necesaria para conocer en qué contenidos hay que seguir insistiendo para su total dominio, siendo también más partidario de evaluar las tareas de numeración y cálculo, sobre todo. La profesora, sin embargo, piensa que la evaluación le sirve para reconducir su enseñanza y modificar su metodología y considera, además, que es necesario evaluar no sólo los automatismos sino también el nivel de comprensión alcanzado.

### **6.5.2. Conclusiones referidas a la Práctica Observada.**

Para la elaboración de estas conclusiones hemos tenido en cuenta los resultados obtenidos tanto en el análisis cualitativo como cuantitativo de las prácticas observadas, así como los documentos escritos, y poder, de este modo, establecer las diferencias más destacadas para ambos profesores. Las conclusiones obtenidas son las siguientes:

1. Mientras el profesor recurre con mucha frecuencia a la exposición desde la pizarra, dirigiéndose siempre al gran grupo, para transmitir información, la profesora hace escaso uso de esta práctica de enseñanza; por el contrario, la información que da a sus alumnos la intercala en la propia actividad de observación, manipulación o realización de ejercicios que ellos llevan a cabo.
2. El tipo de enseñanza puesto en práctica por el profesor exige a los alumnos una actitud altamente pasiva y receptiva, permaneciendo quietos y sentados en sus respectivos asientos. Por el contrario, el tipo de enseñanza de la profesora propicia que sus alumnos desempeñen un papel muy activo en el aula: observando, manipulando, contestando a sus preguntas, desplazándose en el aula o trabajando en equipo.
3. El profesor, en su práctica real, aborda gran cantidad de contenidos, incluso no estrictamente relacionados con el tema de la multiplicación, dedicándole poco tiempo a cada uno de ellos. La profesora incluye menor cantidad de contenidos, referidos en su gran mayoría a la



multiplicación, que presenta de forma pormenorizada, dedicándole gran cantidad de tiempo a cada uno de ellos.

4. El profesor presenta los contenidos ya elaborados a sus alumnos. La profesora se preocupa fundamentalmente porque los alumnos descubran por sí mismos los conocimientos a través de las diferentes actividades que les propone.

5. El profesor dedica parte del tiempo de cada sesión de clase al repaso de contenidos dados con anterioridad; en cambio la profesora se centra especialmente en el tema de la multiplicación, programado para esta quincena, dedicando menor cantidad de tiempo al repaso de contenidos de quincenas anteriores.

6. Un rasgo muy a destacar en la práctica del profesor es su enorme preocupación e insistencia en que los niños elaboren sus "hojas de trabajo", a partir de los ejercicios que él plantea en la pizarra, con el máximo orden, limpieza y esmero. En el caso de la profesora no se observa esta preocupación por los aspectos formales o externos del trabajo de los alumnos.

7. El profesor propone a sus alumnos actividades eminentemente algorítmicas, que ellos realizan de forma estrictamente individual. La profesora propone a los niños actividades de observación, manipulación, creación de situaciones problemáticas sacadas de la vida real, realización de ejercicios del libro de texto y de las fichas de trabajo que ella elabora, que los alumnos realizan tanto en pequeños grupos como de forma individual.

8. El profesor propone, desde la primera sesión de clase, la resolución de problemas aritméticos con enunciado verbal relacionados con la multiplicación. La profesora, en cambio, propone esta actividad en las últimas sesiones de la quincena; las primeras sesiones las dedica a la creación de situaciones problemáticas sacadas de la vida real, que se resuelven colectivamente mediante diferentes actividades.

9. El material utilizado en la clase del profesor se reduce a la pizarra y las "hojas de trabajo"; el libro de texto es usado para marcar la tarea de casa, ya que en la clase no se trabaja con él. En la clase de la profesora se utiliza una gran variedad de materiales: pizarra, libros de texto, fichas elaboradas por ella, cartas, lápices diversos, murales, tarjetas, recipientes diversos (vasos de yogur, botes), objetos variados adquiridos en el supermercado.

10. Es característico del profesor organizar a los alumnos en forma de gran grupo, trabajando cada uno de ellos individualmente. La profesora utiliza variabilidad de agrupamientos de sus alumnos; esto es, propicia el trabajo en gran grupo, en pequeños grupos, el trabajo individual.

11. En la clase del profesor hemos podido constatar la escasa comunicación que se establece entre los mismos niños (que el profesor impide constantemente) y entre el profesor y los alumnos. En cambio la profesora crea un ambiente de trabajo en el aula caracterizado por el flujo constante de interacción verbal, tanto entre ella y los niños como de los alumnos entre sí.

12. Un contraste claro observado entre los dos casos estudiados es la excesiva preocupación del profesor por mantener un ambiente altamente ordenado y disciplinado de trabajo, mientras que la profesora acepta como ambiente positivo y necesario, para la consecución de un aprendizaje comprensivo, la existencia de una situación dinámica, activa y participativa de los alumnos.

13. En ningún momento se produce, por parte de la profesora, una explicación errónea de los contenidos que presenta a sus alumnos, mientras que en el caso del profesor sí se observan varias equivocaciones que trata de subsanar sobre la marcha.

14. En cuanto a la corrección del trabajo realizado por los alumnos, se observa que el profesor corrige siguiendo una modalidad exclusiva de gran grupo. Por el contrario, la profesora, además de supervisar el desarrollo del trabajo de los niños, corrige de forma individual.

15. Otra diferencia importante que debemos destacar es que, dentro de cada sesión de clase, la diferenciación de los segmentos de actividad, viene dada, en el caso del profesor, por los distintos contenidos que se van trabajando. En el caso de la profesora esta diferenciación se produce por los distintos contenidos, por las diferentes actividades, por un cambio en los materiales que se utilizan, por la distinta forma de organizar a los alumnos, etc. En el caso de la profesora, incluso, se llega a producir en algunas ocasiones, el solapamiento de distintos segmentos.

De las comparaciones establecidas anteriormente, podemos afirmar que se constatan grandes diferencias entre el estilo de enseñanza del profesor y de la profesora. La práctica de enseñanza del profesor se acerca mucho al modelo

tradicional de enseñanza de las Matemáticas identificado por Baroody (1988) como teoría de la absorción y por Kush y Ball (1986) como modelo de enseñanza de las Matemáticas "centrado en el contenido con énfasis en la ejecución". La práctica de enseñanza de la profesora se aproxima más al modelo constructivista, identificado por Baroody (1988) como teoría cognitiva y por Kush y Ball (1986) como modelo de enseñanza de las Matemáticas "centrado en el contenido con énfasis en la comprensión conceptual".

## **DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES GENERALES**

Los principales objetivos de la presente investigación pretendían explorar las creencias acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas Elementales, analizar la práctica del profesorado de Primaria cuando lleva a cabo su enseñanza de las Matemáticas en el aula y establecer las relaciones que se dan entre las creencias y las prácticas docentes.

El interés por este estudio ha surgido porque pensamos que, si bien las explicaciones sobre el estado de la enseñanza de las Matemáticas en la escuela son muchas y diversas, hay muy pocas que aparezcan informadas por la investigación. Nuestra preocupación por la enseñanza nos ha llevado a plantear la siguiente investigación que parte, fundamentalmente, de la consideración de que los profesores implementan en sus aulas distintos estilos de enseñanza y que dichos estilos no se reducen únicamente a la conducta externa y observable del profesor sino que, además, vienen determinados y configurados por unas creencias que el profesor ha ido elaborando a partir de su historia personal; es decir, como dice Pilar Lacasa "tras este nuevo planteamiento se esconde la idea procedente de la ciencia cognitiva, de la conducta del profesor está regida por un conjunto de representaciones, que pueden ser designadas más específicamente con los más diversos términos, por ejemplo, "perspectivas", "imágenes", "creencias", etc. Estas representaciones, por otra parte, mantienen relaciones con el mundo de la práctica, de la que, en último extremo proceden, y a la cual, explícita o implícitamente, están controlando" (Lacasa, P., 1994, pág. 195). Por su parte, Clark y Peterson, 1986, ponían de manifiesto esta relación cuando afirmaban que la forma en que los profesores interpretan e implementan los currículum escolares está influenciada por sus creencias.

Se encuadra, pues, el presente estudio en la línea de investigación que se inició en los años ochenta sobre las creencias de los profesores acerca de la enseñanza de las Matemáticas pues, tal como señala Nespor, 1987, es necesario conocer las creencias

con las que los profesores definen su trabajo para entender su enseñanza.

La naturaleza de las creencias de los profesores sobre las Matemáticas y sobre su enseñanza y aprendizaje, así como la influencia de dichas creencias sobre la práctica docente de los profesores, son temas de estudio relativamente nuevos y, aún hoy, bastante desconocidos, siendo más escasos los estudios sobre creencias de los profesores de primaria que de los de secundaria.

El interés por el estudio de las creencias de los profesores ha venido dado, también, por el reconocimiento de que la introducción de cambios en la dinámica de las clases de Matemáticas depende de que los profesores individuales cambien sus aproximaciones a la enseñanza y que estas aproximaciones, a su vez, se ven influidas por las concepciones de los profesores.

Parece que, según las últimas investigaciones empíricas aparecidas, los estudios se dirigen más ampliamente al análisis de las creencias de los alumnos que al estudio de las creencias de los profesores. Por otra parte, en estos últimos estudios empíricos también se trata el tema de las creencias desde otras áreas curriculares. La mayoría de este tipo de investigaciones, desde el punto de vista metodológico, son de naturaleza interpretativa, empleando métodos cualitativos de investigación que permiten describir el pensamiento de los profesores, más que buscar explicaciones acerca de cómo tienen lugar sus procesos de pensamiento.

Esta investigación parte, en primer lugar, del concepto de creencia acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas y que viene configurada por lo que el profesor considera como objetivos deseables, su papel como profesor, el papel de los alumnos, las actividades de clase apropiadas, los énfasis docentes deseables, los procedimientos matemáticos legítimos, así como los resultados aceptables de su docencia. Consideramos además la práctica del profesor durante el acto de enseñanza como influida por sus creencias, según una relación dialéctica, así como el hecho de considerar de forma integrada las creencias y la práctica docente.

Debido precisamente a que se ha prestado atención a los procesos mediacionales relativos al pensamiento y la toma de decisiones del profesor, la presente investigación se aproxima al nivel de complejidad número cuatro descrito en el capítulo III de la parte teórica de la misma, siendo además de gran utilidad las cinco perspectivas de investigación que Koehler y Grouws (1992) señalan en este nivel de complejidad, porque de todas ellas hemos podido entresacar una serie de elementos y aspectos de la práctica docente que nos ha facilitado la comprensión e interpretación de la actividad docente de los dos profesores estudiados. Un aspecto relevante que hemos tenido en cuenta de estas perspectivas es la consideración del papel activo de los alumnos en la adquisición del conocimiento matemático, puesto que pensamos que el tipo de actividades realizadas por ellos permite aproximarnos al tipo de aprendizaje que llevan a cabo, es decir, los resultados del aprendizaje se pueden deducir de las propias acciones o conductas que los alumnos realizan en el aula. Otro supuesto básico considerado es que el profesor es fundamentalmente alguien que piensa, reflexiona y toma decisiones antes, durante y después del acto de enseñanza; contemplamos, pues, al profesor como un sujeto que está constantemente procesando información. Destacamos, además, otro aspecto importante de estas perspectivas de investigación: el hecho de considerar la enseñanza como un proceso estrechamente ligado al proceso de aprendizaje, es decir, partimos de la base de que los distintos estilos de enseñanza vienen configurados, a su vez, por las diferentes teorías que los profesores sostienen acerca de cómo aprenden los alumnos. Como indica Baroody "aunque no lo veamos conscientemente como una teoría, cada uno de los profesores sostiene un conjunto de creencias acerca de cómo se aprenden las Matemáticas. Estas creencias influyen en todos los aspectos de la enseñanza, guiando la toma de decisiones e influyendo en la eficacia de los profesores (Baroody, 1988).

Se ocupa, en segundo lugar, la presente investigación en comprender e interpretar la práctica docente de dos profesores en concreto, intentando analizar los datos obtenidos de la observación

de sus clases como una forma de avanzar en la comprensión del carácter de las mismas, estudiándolas como una actividad humana particular y específica. Tal como señala Lampert, 1988, 1989, 1990. el análisis de los datos no tiene como finalidad determinar la verdad o falsedad de principios generales sino, por el contrario, llegar a la comprensión de escenarios particulares.

Partiendo de estos supuestos, y para la consecución de los objetivos propuestos, hemos llevado a cabo dos estudios diferentes. El primero de ellos ha sido realizado para aislar, mediante el método de análisis factorial, las creencias que sostienen los profesores de primaria sobre la enseñanza de las Matemáticas. Como instrumento se ha utilizado un cuestionario, elaborado expresamente para esta investigación, que se administró a una muestra de 62 profesores, obteniéndose, como resultado más destacado, la aparición de dos tipos de creencias. Una creencia de tipo asociacionista y otra de corte constructivista o cognitivo. Asimismo, destacamos el hecho de que la creencia asociacionista ha aparecido de forma más clara y definida porque responde a un modelo de enseñanza tradicional que ha sido llevado a cabo en las aulas durante largo tiempo y que ha permitido esta mayor configuración. En contraposición ha aparecido la creencia de corte constructivista que está definida de forma más confusa porque responde a un modelo de enseñanza más actual e innovador que no se encuentra tan arraigado en las creencias y prácticas del profesorado.

El segundo estudio ha sido realizado con el propósito de estudiar si dos casos de profesores, representativos de los respectivos tipos de creencias aisladas en el estudio uno, mostraban dos tipos de prácticas también diferentes. Para ello se utilizó una metodología de tipo eminentemente cualitativa, basada en el empleo de entrevistas en profundidad, observaciones de las aulas y análisis de documentos escritos. Como resultado más destacado de este segundo estudio señalamos que hemos podido constatar la existencia de dos estilos diferentes de enseñanza, dándose una alta congruencia entre la creencia sostenida y la



práctica real en el aula. También hemos podido observar que cuanto mayor es el grado de reflexión del profesor, la relación entre la teoría y la práctica es más estrecha.

Refiriéndonos al caso concreto del profesor, que se ha adscrito a la teoría asociacionista, hemos podido constatar que su práctica real en el aula se caracteriza por la inexistencia de un plan previo de trabajo, por el uso del método expositivo, por el predominio de actividades dirigidas a la consecución del dominio algorítmico y automatismos, por el papel pasivo y receptivo de los alumnos, por el ambiente disciplinado y ordenado de aprendizaje y por la escasa interacción verbal.

El caso concreto de la profesora, que se ha adscrito a la teoría constructivista, hemos podido observar cómo su práctica responde en gran medida a este tipo de creencia, como se pone de manifiesto al implementar en su aula actividades de observación, manipulación y creación de situaciones problemáticas como actividades motivadoras y de descubrimiento. Se caracteriza también su práctica por el papel activo y participativo de los alumnos, por la atención a las dificultades que presentan algunos alumnos, por el aprovechamiento que hace de los conocimientos previos, así como por la gran interacción verbal que se establece constantemente en la clase. No podemos decir, sin embargo, que la práctica de la profesora responda a un modelo puro de enseñanza constructivista, ya que también hemos podido constatar que también lleva a cabo algunas prácticas pertenecientes al modelo tradicional. Más bien nos inclinamos a afirmar que la profesora se encuentra en una situación de cambio y transición hacia un modelo de enseñanza constructivista y que, pese a las dificultades que encuentra en su entorno, procedentes tanto de los propios alumnos como de las condiciones familiares y del propio contexto del centro de enseñanza, intenta por todos los medios implementar en su aula este tipo de enseñanza, más innovadora y actual. Creemos que este cambio se está operando en la profesora no sólo por la influencia de la formación adquirida en los distintos cursos de renovación pedagógica a los que ha asistido, sino también por su actitud personal de búsqueda de estrategias de

enseñanza más enriquecedoras para sus alumnos, denotando en todo momento un alto grado de implicación, de reflexión y deseos de cambiar que, desde luego, no encontramos en el caso del profesor.

Los resultados de nuestro estudio, en el que hemos encontrado una alta consistencia entre las creencias y las prácticas de enseñanza de los dos profesores estudiados, coinciden con los hallados por investigadores como Shirlk (1973) y Grant (1984), que informaron haber encontrado consistencia entre las creencias profesadas por algunos profesores estudiados y sus prácticas docentes. Otros investigadores, sin embargo, han hallado discrepancias entre las creencias sobre la enseñanza de las Matemáticas y su práctica, tal es el caso de Brown (1985), Cooney (1985) y Shaw (1989). Thompson (1984), por ejemplo, encontró en un mismo estudio, que algunos profesores mostraban consistencia entre sus concepciones sobre la enseñanza de las Matemáticas y sus prácticas docentes, mientras que otros profesores mostraban disparidad.

Coincidimos también con Thompson (1984) y Ernest (1988) sobre la importancia que conceden a la reflexión como una forma de hacer consistentes las creencias de un profesor con su práctica docente, pues es reflexionando sobre sus opiniones y acciones cómo los profesores hacen consistentes sus creencias con su práctica real. En nuestra investigación, y con toda claridad, se ha puesto de manifiesto el alto grado de reflexión llevado a cabo por la profesora y nos llama la atención que sea precisamente ella, como representante de la teoría cognitiva, la que tiende a reflexionar constantemente sobre sus acciones.

De los hallazgos encontrados en la presente investigación, se derivan las siguientes conclusiones que se refieren a los profesores que participaron en nuestros dos estudios, no pretendiendo, en ningún momento, generalizar nuestros resultados.

### **Conclusiones del Estudio I.**

1. Se han podido identificar dos tipos de creencias sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas Elementales: Un tipo de creencia que denominamos asociacionista o de la absorción y otro tipo de creencia que llamamos cognitiva o constructivista.

2. La creencia de corte asociacionista viene conformada por un único factor, compuesto de cuatro subfactores: Planificación cerrada para un aprendizaje mecánico; Ambiente y estrategias asociacionistas de aprendizaje; Evaluación única del dominio algorítmico; Inmovilismo ante la enseñanza de las Matemáticas; Habilidades procedimentales.

A grandes rasgos, se puede describir esta creencia como la convicción que tienen ciertos profesores de que las Matemáticas son, fundamentalmente, algoritmos y que el principal objetivo de esta materia es conseguir que los alumnos dominen una serie de destrezas que le permitan realizar de manera mecánica (a través de la repetición de ejercicios) las operaciones aritméticas. Las operaciones aritméticas, según esta concepción, son presentadas al alumno de forma descontextualizada y carentes de significado. Los problemas aritméticos son contemplados como los casos en que se debe aplicar el cálculo operatorio. Se percibe, pues, la enseñanza de las Matemáticas como mera transmisión de conocimientos, como un proceso de comunicar "lo ya establecido" a la mente de los niños. El alumno, según esta creencia, es conceptuado como un ser pasivo y totalmente receptivo, incapaz de elaboraciones propias.

3. La creencia de corte constructivista viene conformada por dos factores. El primero de ellos está formado por las siguientes dimensiones: Ambiente constructivista de aprendizaje; Planificación abierta para un aprendizaje significativo; Innovación y ambiente participativo en las clases de Matemáticas; No conveniencia en enfatizar el desarrollo de habilidades procedimentales. El segundo factor aparece formado por los siguientes subfactores: Valoración profesional; Planificación significativa del contenido para enseñar;

Evaluación formativa; Utilización de estrategias significativas de enseñanza.

Se puede describir esta creencia como la consideración que tienen ciertos profesores de que las Matemáticas deben perseguir, como principal objetivo, que los alumnos lleguen a comprender los conceptos matemáticos, dotándolos de significado, a través de la construcción que ellos mismos realicen de los conocimientos, mediante sus propias experiencias y partiendo de los conceptos ya adquiridos. Según esta concepción, la introducción de situaciones reales y significativas, es decir, el contexto problemático, debe ser la etapa inicial del proceso de aprendizaje, porque motiva al alumno y se adapta a su pensamiento sincrético y capacidad de acción.

4. La creencia de corte asociacionista aparece mejor configurada que la creencia constructivista, pues viene conformada por un solo factor que abarca todos los apartados en que hemos considerado estructurado el acto de enseñanza. La teoría constructivista, sin embargo, no aparece tan nítida ni clara, apareciendo difuminada entre dos factores, uno de ellos referido a la enseñanza (2º factor), y el otro al aprendizaje (1º factor), pero que, considerada globalmente, abarca todos los apartados del acto de enseñanza.

5. Pensamos que la creencia asociacionista se presenta mejor configurada porque, en el pensamiento de los profesores, se encuentra instalada de manera más sólida y precisa, debido a que obedece a una filosofía de las Matemáticas que ha imperado tradicionalmente en los distintos modelos de enseñanza. La creencia constructivista, sin embargo, no está tan presente en el pensamiento de los profesores porque representa un modelo de enseñanza mucho más novedoso y que no ha sido aplicado de forma tan general.

6. Un hecho que nos ha llamado la atención es que no se ha producido un solapamiento entre ambas creencias, lo que viene a indicarnos que los profesores comparten únicamente una de ellas. Este hecho nos viene a indicar la oposición de

estas dos creencias, hasta el punto de que ninguno de sus presupuestos son compartidos conjuntamente por ambas, es decir, el alto grado de estructuración y consistencia de cada una de ellas, así como la no aparición de un pensamiento de tipo ecléctico.

7. El conocimiento de las creencias de los profesores sobre la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, puede ser muy útil a la hora de llevar a cabo programas de formación de profesores de Matemáticas, pues, una vez determinadas las creencias que traen consigo los profesores a un curso de formación, pueden ofrecerse programas que respalden o cuestionen dichas creencias, y poder así ayudar a los profesores a reflexionar sobre sus propias creencias y prácticas.

### **Conclusiones del Estudio II.**

8. El hecho de haber estudiado de forma integrada la práctica informada y la práctica observada de los dos profesores seleccionados para este estudio, nos ha permitido tener en cuenta, no sólo los datos verbales, sino también los datos observacionales, para lograr la interpretación global del desarrollo de la acción docente de ambos profesores.

9. Nos ha parecido muy útil, para conocer qué tipo de enseñanza implementa cada profesor en su clase, la introducción del tema de la multiplicación porque, por primera vez, los alumnos iban a recibir la explicación de un nuevo contenido, que podía ser presentado de muy distintas maneras, y que nos podía dar cuenta del contraste en los énfasis docentes de ambos profesores.

10. El modelo de análisis de la práctica docente, basado en los segmentos de actividad, nos ha parecido muy conveniente, dentro de los aspectos metodológicos, ya que nos ha permitido analizar la actividad del aula como un todo, obteniendo una amplia, a la vez que detallada, información de todo lo acontecido en las aulas de ambos profesores mientras enseñaban el tema de la multiplicación.

El análisis detallado de la Práctica Informada y de la Práctica Observada del profesor, nos ha permitido destacar las siguientes conclusiones:

11. El profesor no planifica de forma explícita su clase de Matemáticas, dando lugar este hecho a improvisaciones y explicaciones erróneas durante el acto de enseñanza. Sigue un plan implícito caracterizado por la uniformidad y la monotonía.

12. La práctica del profesor en el aula se caracteriza por el uso del método expositivo, dirigiendo siempre la explicación al gran grupo, por el escaso uso de materiales, por el predominio de actividades dirigidas a la consecución de dominio algorítmico y automatismos, por el papel pasivo y receptivo de los alumnos, por el ambiente disciplinado y ordenado de aprendizaje, por la escasa interacción verbal que se establece entre los mismos niños y entre los niños y el profesor, así como por la excesiva preocupación por la presentación pulcra y cuidadosa de los trabajos que realizan los alumnos.

13. La estructura general del estilo de enseñanza del profesor es la siguiente: Después de una exposición oral desde la pizarra, dirigida a todos los alumnos, el profesor plantea en la pizarra, uno a uno, los ejercicios que los alumnos deben realizar, dando las instrucciones necesarias para su correcta colocación y ejecución; durante un espacio de tiempo, que él considera oportuno, deja trabajar a los niños individualmente en sus asientos, sin permitir la comunicación entre ellos, transcurrido el cual, manda a uno de los niños a la pizarra para que efectúe el ejercicio, que él supervisa y que los demás niños se autocorrijen.

14. La corrección la realiza el profesor en público, no individualmente, con escasa supervisión del trabajo que los niños desarrollan y sin atender a las dificultades de aprendizaje que algunos niños presentan.

15. La práctica de enseñanza utilizada por el profesor se acerca más al modelo asociacionista de enseñanza, en el que

predomina la exposición por parte del profesor, el aprendizaje mecánico y memorístico, el papel pasivo de los alumnos y la poca atención a la diversidad.

16. Podemos decir que en el caso del profesor hay una escasa coincidencia entre lo que dice hacer y lo que hace realmente, siendo en el apartado de Planificación y de Evaluación en los que se manifiesta el grado más bajo de congruencia; en el apartado de Interacción se denota una mayor congruencia, dado que es el apartado del pensamiento práctico que está más directamente relacionado con su práctica docente. En general, se manifiesta que no hay una total consistencia entre su pensamiento práctico y su acción, debido a que no se produce una adecuada reflexión cuando informa sobre su práctica y que intenta dar una apariencia más innovadora.

17. Podemos afirmar que la práctica de enseñanza del profesor se corresponde con los presupuestos de la teoría asociacionista, habiendo, pues, una alta congruencia entre su creencia y su práctica; se produce una cierta inconsistencia, en la relación entre su creencia y su práctica, cuando verbaliza su pensamiento práctico, lo que nos hace pensar que el profesor manifiesta en la entrevista algunas opiniones que luego no aparecen en su práctica, denotando un cierto grado de deseabilidad en lo que dice que hace, así como muy poca reflexión sobre lo que verdaderamente hace.

El análisis detallado de la Práctica Informada y de la Práctica Observada de la profesora, nos ha llevado a las siguientes conclusiones:

18. La programación de la profesora es explícita, elaborando tres tipos de programaciones (anual, trimestral y quincenal), lo que confiere un alto grado de concreción y detalle a la planificación de su trabajo.

19. En cuanto a la práctica de la profesora en el aula, son destacables los siguientes rasgos: En su enseñanza se combinan

la observación, la manipulación, el juego, la creación de situaciones problemáticas y el trabajo en equipo, con explicaciones y exposiciones cortas e intercaladas en la realización de dichas actividades; el material usado es muy diverso, acorde con las actividades a realizar y preparado con antelación, haciendo también uso del libro de texto; las actividades propuestas son muy variadas y están dirigidas fundamentalmente a que los alumnos comprendan los nuevos conceptos matemáticos; el ambiente que se obtiene, como fruto de este trabajo activo y participativo, es dinámico y de gran interacción verbal.

20. La estructura general del estilo de enseñanza de la profesora es la siguiente: Partiendo de una serie de prácticas de experimentación, observación, manipulación y creación de situaciones problemáticas, la profesora pasa a proponer una gran variedad de actividades, planteadas en el libro de texto o en las fichas que ella ha elaborado y que los alumnos realizan bajo su supervisión y guía constante.

21. La profesora supervisa el trabajo de sus alumnos a través de la observación constante de las actividades que ellos realizan, atendiendo de forma muy especial a las dificultades que presentan algunos niños. La evaluación, para ella, tiene un carácter instrumental y le sirve para reconducir su enseñanza.

22. En general, la práctica de enseñanza utilizada por la profesora se aproxima al tipo de enseñanza constructivista, puesto que da prioridad a la comprensión de los conceptos matemáticos, al aprendizaje a partir de las experiencias con situaciones reales y al papel activo y participativo de los alumnos. Podemos decir, pues, que su enseñanza se aproxima bastante al modelo constructivista, aunque también lleva a cabo ciertas prácticas pertenecientes al modelo asociacionista, como dar instrucciones, proponer ejemplos de numeración, proponer ejemplos de cálculo...

23. En el caso de la profesora, hemos encontrado, sin lugar a dudas, una alta congruencia entre lo que dice acerca de su práctica y lo que hace realmente en el aula, lo que viene a



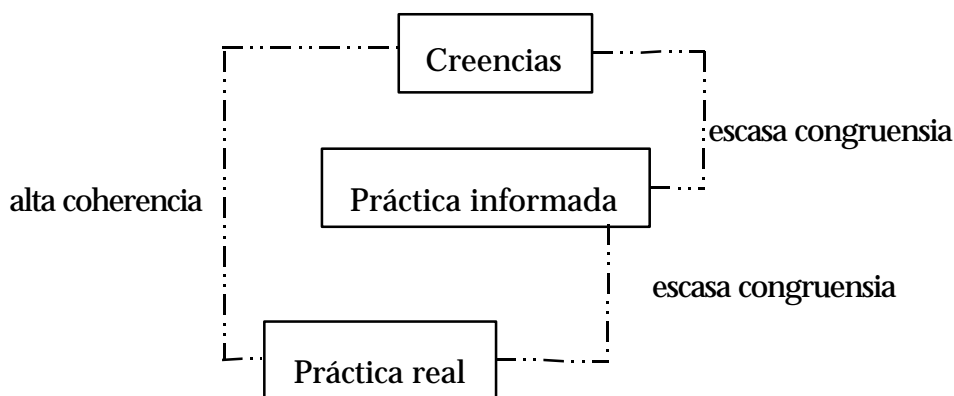
manifestar el alto grado de consistencia entre su pensamiento práctico y su acción. Precisamente, debido a esta alta congruencia, encontramos en la profesora un alto nivel de reflexión a la hora de informarnos sobre su práctica.

24. Podemos decir que la práctica de la profesora en el aula se aproxima bastante a los presupuestos de la teoría constructivista, habiendo, pues, una alta congruencia entre su creencia y su práctica real.

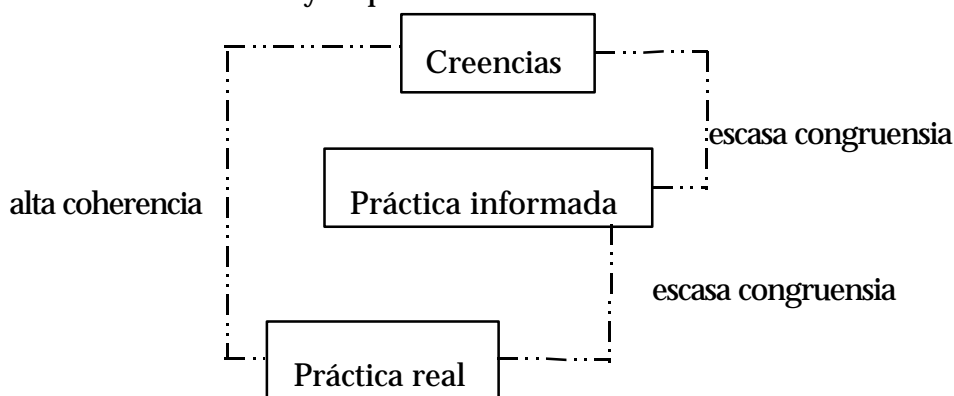
25. Pensamos que los cursos de formación y perfeccionamiento a los que ha asistido la profesora, relacionados con la enseñanza de las Matemáticas, así como su inquietud personal por innovar y conocer nuevas formas de enseñanza, han sido muy importantes para reflexionar sobre su propia práctica y tratar de implementar en su aula métodos más novedosos y actuales de enseñanza.

De las conclusiones a que hemos llegado en cada uno de los dos casos, podemos deducir lo siguiente:

- a) Cuando el profesorado mantiene una creencia de corte asociacionista, tiende a producirse una alta "coherencia" entre su creencia y su práctica real, así como una escasa "coincidencia!" entre su práctica informada y su práctica real. Además, el grado de "congruencia" es escaso entre su práctica informada y su creencia.



- b) Cuando el profesorado mantiene una creencia de corte cognitivo, se tiende a producir una alta "coincidencia" entre su creencia y su práctica real, una alta "coherencia" entre su práctica real y su práctica informada, así como una alta "congruencia" entre su creencia y su práctica informada.



Atribuimos la alta coherencia encontrada entre los tres niveles analizados (creencias, práctica informada y práctica real) a la labor de reflexión y de autoexamen que conlleva la teoría cognitiva que permite a los profesores ser capaces de contemplarse a sí mismos y de revisar su trabajo como docentes.

Por el contrario, consideramos que la teoría asociacionista no ofrece, de forma tan clara, este esfuerzo de reflexión y que por ello se obtiene cierta disparidad entre el segundo nivel respecto a cada uno de los restantes.

Podemos concluir diciendo que el estudio de las creencias es importante para la investigación sobre la enseñanza de las Matemáticas, por la relevancia que tiene la "reflexión" de los profesores como vehículo de crecimiento y cambio y que dicha "reflexión" parece activarse más claramente a través de los datos verbales, obtenidos a través de la verbalización de la práctica docente.

La puesta en relación del análisis de la Práctica del profesor y de la profesora, nos ha permitido llegar al siguiente contraste:

26. Se producen importantes diferencias entre los dos casos estudiados, tanto en el plano de lo que dicen hacer como en el plano de lo que hacen realmente, siendo el pensamiento práctico de la profesora mucho más consistente con su práctica real, y su estilo docente mucho más enfocado a la comprensión de los conocimientos matemáticos, mediante la utilización de diversidad de materiales, actividades y prácticas de enseñanza. El pensamiento práctico del profesor se muestra altamente consistente con su práctica real en el apartado de Interacción, mientras que en el apartado de Planificación y de Evaluación se detectan importantes inconsistencias; su estilo de enseñanza enfatiza la automatización de destrezas, mediante el aprendizaje memorístico y rutinario.

27. Como conclusión general podemos decir que, en los dos casos estudiados, existe relación entre el pensamiento y la práctica docente, y que el contraste en los énfasis docentes de ambos profesores puede explicarse, entre otras razones, en base a los distintos enfoques sobre la enseñanza de las Matemáticas prevalecientes en cada uno de ellos.

Sintetizando: de las conclusiones desarrolladas anteriormente, podemos recopilar las siguientes:

1. Básicamente existen dos teorías generales acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas: La teoría asociacionista y la teoría cognitiva o constructivista.

2. La teoría asociacionista aparece mejor configurada que la teoría constructivista porque, en el pensamiento de los profesores, se encuentra instalada de forma más sólida y precisa.

3. Se da una alta congruencia entre las creencias o teorías sostenidas y la práctica real en el aula, denotándose en el plano de la práctica constructivista un cierto grado de eclecticismo que también encontramos en el plano de la creencia constructivista.

4. Cuanto mayor es el grado de reflexión de los profesores, más coherencia se produce entre su creencia y su práctica ya que, reflexionando sobre sus opiniones y acciones, los profesores se hacen más conscientes de sus supuestos y de la forma en que éstos se relacionan con su práctica.

5. La práctica de enseñanza correspondiente al modelo tradicional aparece de forma más pura y definida que la práctica de enseñanza correspondiente al modelo constructivista, debido a que el primer modelo ha sido la principal fuerza motriz en la enseñanza de las Matemáticas durante décadas. El modelo de enseñanza constructivista responde a una concepción más actualizada e ingeniosa de las Matemáticas que en los últimos años ha tratado de imponerse como resultado de las nuevas aportaciones de la psicología cognitiva.

6. Las creencias que un determinado profesor sostiene sobre la enseñanza de las Matemáticas quedan mejor configuradas cuando llegamos a conocer cómo actúa en su aula, ya que la teoría y la práctica, en el caso de los profesores, se encuentra estrechamente interrelacionada e integrada, de tal modo que, cuando el profesor enseña, se activan sus creencias y, cuando el profesor piensa, lo hace sobre sus acciones a través de su pensamiento práctico.

7. La relación creencia práctica no es de tipo lineal y aunque las creencias sean verdaderos filtros a través de los cuales los profesores interpretan y dan sentido a sus acciones, pensamos que también las experiencias diarias del profesor con su entorno configuran sus creencias, dándose, por tanto, una relación dialéctica entre las creencias sostenidas y las prácticas llevadas a cabo en el aula.

## **BIBLIOGRAFÍA**

ABELSON, R. (1979): Differences between belief systems and knowledge systems. *Cognitive Science*, 3, 355-366.

ABELSON, R.P. y CARROLL, J.D. (1965): Computer simulation of individual belief systems. *American Behavioral Scientist*, 8(9), 24-30.

*Actas de las II Jornadas Internacionales de Psicología y Educación* (1989): Psicología y educación. Realizaciones y tendencias actuales en la investigación y en la práctica. Aprendizaje Visor, Madrid.

*Actas del 4º Congreso Internacional sobre educación matemática* (1980). Ed. Zweng. Universidad de Iowa.

ANDERSON, R.C. (1984): Some reflections on the acquisition of knowledge. *Educational Researcher*, 13(90), 5-10.

ANGUERA, M.T. (1983): *Manual de prácticas de Observación*. Trillas, México.

GETZELS, J.W. y JACKSON, P. (1963): The teachers' personality and characteristics. En N.L. GAGE (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (first edition). Chicago, Rand McNally and Co.

AUSUBEL, D.P. (1968): *Educational Psychology. A cognitive view*. Holt, Rinehart & Winston, New York.

BACKHOUSE, J.K. (1978): Understanding school mathematics -a comment. *Mathematical Teaching*, 82, 39-41.

BALL, D.L. (1986, September): *Unlearning to teach mathematics*. Paper presented at the meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, East Lansing, MI.

- BALL, D.L. (1988): Unlearning to teach mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 8(1), 40-48.
- BARKER, R.G. (1968): *Ecological psychology: Concepts and methods for studying the environment of human behavior*. Stanford University Press, Stanford, CA.
- BAROODY, A.J. (1988): *El pensamiento matemático de los niños*. Aprendizaje Visor-MEC, Madrid.
- BAROODY, A.J., GINSBURT, H.P. y WAXMAN, B. (1983): Children's use of mathematical structure. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 156-168.
- BARR, A.S. y EMANS, L. (1930): What qualities are prerequisites to success in teaching? *Nation's Schools*, 6, 60-64.
- BAUERSFELD, H. (1980): Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 23-41.
- BERLINER, D.C. (1986): De predecir la eficacia docente a comprender a los profesores eficaces: Cambios de dirección en la investigación de la enseñanza. En L.M. VILLAR ANGULO (Ed.), *Pensamiento de los profesores y toma de decisiones*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- BERLINER, D.C. (1987): Ways of thinking about student and classrooms by more and less experienced teachers. En J. CALDERHEAD (Ed.), *Exploring Teachers' Thinking*, Cassell Education, London.
- BERRY, J. y SAHLBERG, P. (1996): Investigating pupils' ideas of learning. *Learning and Instruction*, 6(1), 19-36.

- BISANTZ, J., LEFEVRE, J., SCOTT, C., y CHAMPION, M.A. (1984): *Developmental changes in the use of heuristics in simple arithmetic problems*. Ponencia presentada en el congreso anual de la American Educational Research Association, Nueva Orleans.
- BORKO, H. y LIVINGSTON, C. (1989): Cognition and improvisation: Differences in mathematics instruction by expert and novice teachers. *American Educational Research Journal*, 26(4), 473-498.
- BROPHY, J. (1986): Teaching and learning mathematics: Where research should be going. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(5), 323-346.
- BROPHY, J. (1989): Toward a theory of learning. En J. BROPHY (Ed.), *Advances in research on teaching* (pp. 345-355). JAI Press, Greenwich, CT.
- BROWN, C.A. (1985): *A study of the socialization to teaching of a beginning mathematics teacher*. Unpublished doctoral dissertation, University of Georgia, Athens.
- BROWN, J.S. y BURTON, R.R. (1978): Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive Science*, 2, 155-192.
- BROWNELL, W. (1935): Psychological considerations in the learning and teaching of arithmetic. En *The teaching of arithmetic, NCTM Tenth Yearbook*. (pp. 1-31). Bureau of Publications, Teachers College, Columbia University, New York.
- BROWNELL, W.A. (1935): Psychological considerations in the learning and teaching of arithmetic. En W.D. REEVE (Ed.), *The teaching of arithmetic. The tenth yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp 1-31). Teachers College Press, New York.



- BROWNELL, W.A. y CHAZAL, C. (1935): The effects of premature drill in third-grade arithmetic. *Journal of Educational Research*, 29, 17-28.
- BRUNER, J.S. (1964): Some theorems on instruction illustrated with reference to mathematics. *The Sixtythird Yearbook of the National Society for the Study of Education* (Part 1), 63, 305-335.
- BRUNER, J.S. (1966): *Toward a theory of instruction*. Belknap Press of Harvard University Press, Cambridge.
- BUSH, W. (1983): Preservice secondary mathematics teachers' knowledge about teaching mathematics and decision-making during teacher training. (Doctoral Dissertation, University of Georgia, 1982). *Dissertation Abstracts International*, 43, 2264A.
- BUSSIS, A.M., CHITTENDEN, F. y AMAREL, M. (1976): *Beyond surface curriculum*. Westview Press, Boulder, CO.
- CALLEJO DE LA VEGA, M.L. (1987): *La enseñanza de las matemáticas*. Narcea, Vizcaya.
- CARPENTER, T.P., FENNEMA, E., PETERSON, P.L., CHIANG, C.P. y LOEF, M. (1989): Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational Research Journal*, 26(4), 499-532.
- CARPENTER, T.P., FENNEMA, E., PETERSON, P.L. y CAREY, D.A. (1988): Teachers' pedagogical content knowledge in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 385-401.
- CARPENTER T.P., FENNEMA, E., PETERSON, P.L., CHIANG, C. y LOEF, M. (1989): Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational Research Journal*, 26(4), 499-531.

- CARPENTER, T.P., HIEBERT, J. y MOSER, J.M. (1983): The effects of instruction on children's solutions of addition and subtraction word problems. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 55-72.
- CARPENTER, T.P., LINDQUIST, M.M., MATTHEWS, W. y SILVER, E.A. (1983): Results of the Third NAEP Mathematics Assessment: Secondary school. *Mathematics Teacher*, 76, 652-660.
- CARPENTER, T.P. y MOSER, J.M. (1984): The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal of Research in Mathematics Education*, 15, 179-202.
- CARPENTER, T.P. y FGENNAMA, E. (1988): Research and cognitively guided instruction. En E. FENNEMA, T.P. CARPENTER y S.J. LAMON (Eds.), *Integrating research on teaching and learning mathematics* (pp. 2-19). University of Wisconsin, Wisconsin Center for Education Research, Madison, WI.
- CLARK, C. (1988): Asking the right questions about teacher preparations: Contributions of research on teacher thinking. *Educational Researcher*, 17(2), 5-12.
- CLARK, C.M. y PETERSON, P.L. (1986): Teachers' thought processes. En M.C. WITTRICK (Ed.), *Handbook of research on teaching* (3rd ed., pp. 255-296). Macmillan, New York.
- COBB, P. (1983b): Two children's anticipations, beliefs, and motivations. *Educational Studies in Mathematics*, 16, 111-126.
- COBB, P. (1988): The tension between theories of learning and instruction in mathematics education. *Educational Psychologist*, 23(2), 87-103.

- COBB, P. y STEFFE, L.P. (1983): The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 83-94.
- COBB, P y STEFFE, L.P. (1983): The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(2), 83-94.
- COBB, P., WOOD, T. y YACKEL, E. (1990): Classrooms as learning environments for teachers and researcher. En R. DAVIS, C. MAHER y N. NODDINGS, (Eds.), *Constructivist views on the teaching and learning, of mathematics. Journal for Research in Mathematics Education Monograph* (pp. 125-146). National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.
- COBB, P., WOOD, T. y YACKEL, E. (1992): A constructivist approach to second grade mathematics. En E. VON GLASERSFELD (Ed.), *Constructivism in mathematics education*. Reidel, Dordrecht, Holland.
- COBB, P., WOOD, T., YACKEL, E., NICHOLLS, J., WHEATLEY, G., TRIGATTI, B. y PERLWITZ, M. (1991): Assessment of a problem-centered second-grade mathematics project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(1), 3-29.
- COBB, P., YACKEL, E. y WOOD, T. (1988): Curriculum and teacher development: Psychological and anthropological perspectives. En E. FENNEMA, T. P. CARPENTER y S. J. LAMON (Eds.), *Integrating research on teaching and learning mathematics* (pp. 92-131). University of Wisconsin, Wisconsin Center for Education Research, Madison, WI.
- COLLIER, C.P. (1972): Prospective elementary teachers' intensity and ambivalence of beliefs about mathematics and mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 3, 155-163.

- COMMITTEE OF INQUIRY INTO THE TEACHING OF MATHEMATICS IN SCHOOLS. (1983): *Mathematics Counts* (The Cockcroft Report). Her Majesty's Stationery Office, London.
- CONFREY, J. (1985, April): *A constructivist view of mathematics instruction. Part I: A theoretical perspective*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago,
- COONEY, T.J. (1983): Espoused beliefs and beliefs in practice: The cases of Fred and Janice. En J.C. BERGERON y N. HERSCOVICS (Eds.): *Proceedings of the fifth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Université de Montreal, Montreal, pp. 163-169.
- COONEY, T.J. (1985): A beginning teacher's view of problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 324-336.
- COONEY, T.J. (1985): A beginning teacher's view of problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 324-336.
- COONEY, T.J., GROUWS, D.A. y JONES, D. (1988): An agenda for research on teaching mathematics. En D.A. GROUWS, T.J. COONEY y D. JONES (Eds.), *Perspectives on research on effective mathematics teaching* (pp. 253-261). National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.
- COPEL, L. (1979): *The Perry development scheme and the teaching of mathematics*. Paper presented at the annual meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Warwick, England.

- CHARTERS, W.W y WAPLES, D. (1929): *The commonwealth teacher-training study*. University of Chicago Press, Chicago.
- DAVIDOFF, L.L. (1984): *Introducción a la Psicología*. Ultragráfica, México.
- DAVIS, P.J. y HERSH, R. (1981): *The mathematical experience*. Houghton Mifflin, Boston.
- DAVIS, R.B. et al. (1990): Constructivist views on the teaching and learning of mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, monograph no. 4.
- DE CORTE, E. y VERSCHAFFEL, L. (1985): Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 4, 3-21.
- DE JONG, O., ACAMPO, J. y VERDONK, A. (1995): Problems in teaching the topic of redox reactions: Actions and conceptions of chemistry teachers. *Journal of Research in Science Teaching*, 32(10), 1097-1110.
- DIENES, Z.P. (1960): *Building up mathematics*. Hutchinson Educational Ltd., New York (trad. cast.: *Construcción de las matemáticas*, Barcelona, Vicens Vives, 1970).
- DIENES, Z.P. (1963): *An experimental study of mathematics learning*. Hutchinson & Co., Ltd, New York.
- DIENES, Z.P. (1981): *Mathematics in the primary school*. Macmillan, London, 1966 (trad. cast.: *La matemática moderna en la escuela primaria*, Teide, Barcelona, 1981).
- DIENES, Z.P. (1982): *Fractions: An operational approach*. Herder & Herder, New York (trad. cast.: *Fracciones*, Teide, Barcelona, 1982).

- DIENES, Z.P. y GOLDING, E.W. (1971): *Approach to modern mathematics*. Herder & Herder, New York.
- DILLEY, C.A., RUCKER, W.E. y JACKSON, A.E. *Heath elementary mathematics*. D.C. Heath & Co., Lexington, Mass.
- DIONNE, J. (1984): The perception of mathematics among elementary school teachers. En J. MOSER (Ed.), *Proceedings of the sixth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, University of Wisconsin, Madison, pp. 223-228.
- DIONNE, J. (1984): The perception of mathematics among elementary school teachers. En J. MOSER (Ed.), *Proceedings of the sixth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. University of Wisconsin, Madison, pp. 223-228.
- DOUGHERTY, B.J. (1990): Influences of teacher cognitive/conceptual levels on problem-solving instruction. En G. BOOKER et al. (Eds.), *Proceedings of the Fourteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 119-126). International Group for the Psychology of Mathematics Education, Oaxtepec, Mexico.
- DOYLE, W. (1977): Paradigmas for research on teacher effectiveness. En L. SHULMAN (Ed.), *Review of Research on Teaching*, Vol. 5. Peacock, Itasca, Ill, pp. 163-198.
- DOYLE, W. (1986): Classroom organization and management. En M.C. WITTRICK (Ed.), *Handbook of research on teaching*. McMillan, New York.
- DUCKWORTH, E. (1982): A case study about some depths and perplexities of elementary arithmetic. En J. BAMBERGER y E.

DUCKWORTH (Eds.), *An analysis of data from an experiment in teacher development* (Beca No. G81-0042, pp. 44-170). National Institute of Education, Washington, D.C.

DUFFY G. (1977, December): *A study of teacher conceptions of reading*. Paper presented at the National Reading Conference, New Orleans.

ELBAZ, F. (1981): The teacher's "practical knowledge": Report of a case study. *Curriculum Inquiry*, 11, 43-71.

ELLIOT, J. (1978): What is action-research in schools. *Journal of Curriculum Studies*, 10(4), 355-357.

ERLWANGER, S. (1975): Benny's conceptions of rules and answers in IPI mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 1(2), 7-25.

ERNEST, P. (1988, July): *The impact of beliefs on the teaching of mathematics*. Paper prepared for ICME VI, Budapest, Hungary, p. 4.

EVERTSON, C.M., ANDERSON, C.W., ANDERSON, L.M. y BROPHY, J.E. (1980): Relationships between classroom behaviors and student outcomes in junior high mathematics and English classes. *American Educational Research Journal*, 17(1), 43-60.

EVERTSON, C.M., EMMER, E.T. y BROPHY, J.E. (1980): Predictors of effective teaching in junior high mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 11(3), 167-178.

FEIMAN-NEMSER, S. y FLODEN, R.E. (1986): The cultures of teaching. En M.C. WITTRICK (Ed.), *Handbook of research on teaching* (3rd ed., pp. 505-526). Macmillan, New York.

- FENNEMA, E. y PETERSON, P.L. (1986): Teacher-student interactions and sex-related differences in learning mathematics. *Teaching and TeacherEducation*, 2(1), 19-42.
- FENNEMA, E., CARPENTER, T.P. y LAMON, S.J. (Eds.). (1988): *Integrating research on teaching and learning mathematics*. University of Wisconsin, Wisconsin Center for Education Research, Madison, WI.
- FENNEMA, E., CARPENTER, T.P y PETERSON, P.L. (1989): Learning mathematics with understanding: Cognitively guided instruction. En J. BROPHY (Ed.), *Advances in research on teaching* (pp. 195-221). JAI Press, Greenwich, CT.
- FENNEMA, E. y HART, L.E. (1994): Gender and the JRME. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 648-659.
- FENSTERMACHER, G.D. (1980): On learning to teach effectively from research on teacher effectiveness. En C. DENHA y A. LIEBERMAN (Eds.), *Time to learn* (pp. 127-138). National Institute of Education, Washington, DC.
- FEY, J.T. (1979): Mathematics teaching today: Perspectives from three national surveys. *Arithmetic Teacher*, 27(2), 10-14.
- FEYERABEND, P.K. (1975): *Against method*. Humanities Press, Atlantic Highlands.
- FRANK, M.L. (1988): Problem solving and mathematical beliefs. *Arithmetic Teacher*, 37, 32-24.
- FRANSELLA, F y BANNISTER, J. (1977): *A manual for repertory grid technique*. Academic Press, London.
- FREDENTHAL, H. (1983): *Mathematics as an educational task*. D. Reidel, Dordrecht.



- GAROFALO, J. (1989a): Beliefs and their influence on mathematical performance. *Mathematics Teacher*, 82, 502-505.
- GELMAN, R. (1969): Conservation acquisition: A problem of learning to attend to relevant attributes. *Journal of Experimental Child Psychology*, 7, 167-187.
- GÓMEZ GRANELL, C. (1981): Procesos cognoscitivos en el aprendizaje de la multiplicación. *Infancia y Aprendizaje*, 15, 109.
- GÓMEZ GRANELL, C. (1984): Procesos cognitivos en el aprendizaje de la multiplicación. *Infancia y Aprendizaje*, 15, 109-119.
- GÓMEZ GRANELL, C. (1985): *La representación gráfica de la multiplicación aritmética: una experiencia de aprendizaje*. En prensa.
- GÓMEZ GRANELL, C. y MORENO, P. (1988): *El aprendizaje de los algoritmos de la adición y la sustracción en el sistema de numeración posicional*. Laia, Barcelona.
- GÓMEZ GRANELL, C. (1989): La adquisición del lenguaje matemático: Un difícil equilibrio entre el rigor y el significado. *Comunicación, Language y Educación*, 3-4, 5-15.
- GÓMEZ GRANELL, C. y MORENO ANGULO, P. (1989): *Proyecto Alcides: Experimentación y evaluación de los materiales curriculares de apoyo como agentes intermediarios entre el Diseño Curricular Base y la práctica docente*. IMIPAE. Dirección de Servicios Pedagógicos. Área de Educación. Ayuntamiento de Barcelona.
- GOOD, T.L., GROUWS, D.A. y EBMEIER, H. (1983): *Active mathematics teaching*. Longman, New York.

- GOOD T.L., GROUWS, D.A. y MASON, D.A. (1990): Teachers' beliefs about small-group instruction in elementary school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(1), 2-15.
- GRANT, C.E. (1984): A study of the relationship between secondary mathematics teachers' beliefs about the teaching-learning process and their observed classroom behaviors. (Doctoral dissertation, University of North Dakota, 1984). *Dissertation Abstracts International*, 46, DA8507627.
- GREEN, T.F. (1971): *The activities of teaching*. McGraw-Hill, New York.
- GROSSMAN, P., WILSON, S. y SHULMAN, L. (1989): Teachers of substance: Subject matter knowledge for teaching. En M.C. REYNOLDS (Ed.), *Knowledge base for the beginning teacher* (pp. 23-34). Pergamon Press, Oxford.
- GROUWS, D.A. (1988): Improving research in mathematics classroom instruction. En E. FENNEMA, T.P. CARPENTER y S.J. LAMON (Eds.), *Integrating research on teaching and learning mathematics* (pp. 220-237). University of Wisconsin, Wisconsin Center for Education Research, Madison, WI.
- GUBA, E.G y LINCOLN, Y.S. (1981): *Effective evaluation: Improving the usefulness of evaluation results through responsive and naturalistic approaches*. Josey-Bass, San Francisco, CA.
- GUMP, P.V. (1967): *The classroom behavior setting: Its nature and relation to student behavior*. Informe final ante la U.S. Office of Education del proyecto número 2.453. University of Kansas Press, Lawrence.
- HALMOS, P.R. (1975): The teaching of problem solving. *American Mathematical Monthly*, 82(5), 446-470.

- HAMILTON, D. y otros (1977): *Beyond the numbers game: A reader in educational evaluation*. McCutcheon Publ., London.
- HAMLIN, D.W. (1970): *The theory of knowledge*. Macmillan Press, London.
- HART, L.E. (1989): Classroom processes, sex of student, and confidence in learning mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(3), 242-260.
- HARVEY, O., PRATHER, M., WHITE, B. y HOFFMEISTER, J. (1968): Teachers' beliefs, classroom atmosphere, and student behavior. *American Educational Research Journal*, 5, 151-166.
- HELMS, J.M. (1989): *Preservice secondary mathematics teachers' beliefs about mathematics and the teaching of mathematics: Two case studies*. Unpublished doctoral dissertation, University of Georgia, Athens.
- HERSCOVICS, N. y BERGERON, J.C. (1983, February): Models of understanding. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 75-83.
- HERSH, R. (1979): Some proposals for revising the philosophy of mathematics. *Advances in Mathematics*, 31(1), 31-50.
- HERSH, R. (1986): Some proposals for revising the philosophy of mathematics. En T. TYMOCZKO (Ed.), *New directions in the philosophy of mathematics* (pp. 9-28). Birkhauser, Boston.
- HIEBERT, J. (1984): Children mathematics learning: The struggle to link form and understanding. *Elementary School Journal*, 84, 497-513.
- HIEBERT, J. y WEARNE, D. (1988a): Instruction and cognitive change in mathematics. *Educational Psychology*, 23(2), 105-117.

- HIEBERT, J. y WEARNE, D. (1988b): Methodologies for studying learning to inform teaching. En: E. FENNEMA, T.P. CARPENTER y S.J. LAMON (Eds.), *Integrating research on teaching and learning mathematics* (pp. 168-193). Madison, WI: University of Wisconsin, Wisconsin Center for Education Research.
- HIEBERT, J., WEARNE, D. y TABER, S. (1991): Fourth graders' gradual construction of decimal fractions during instruction using different physical representations. *Elementary School Journal*, 91(4), 321-341.
- HINES, C.V., CRUICKSHANK, D.R. y KENNEDY, J.J. (1985): Teacher clarity and its relationship to student achievement and satisfaction. *American Educational Research Journal*, 22(1), 87-99.
- HINTIKKA, J. (1962): *Knowledge and belief*. Cornell University Press, Ithaca, NY.
- HOLT, J. (1964): *How children fail*. Delta, New York.
- IGNATOVICH, F.R., CUSICK, P.A y RAYM, J.E. (1979): *Value/beliefs patterns of teachers and those administrators engaged in attempts to influence teaching* (Research Series No. 33). East Lansing: Institute for Research on Teaching, Michigan State University.
- INTERNATIONAL COMMISSION ON MATHEMATICAL INSTRUCTION (1986): *Las Matemáticas en Primaria y Secundaria en la década de los 90*. Mestral Libros.
- JACKSON, P.W. (1968): *Life in classrooms*. Holt, Rinehart and Winston, New York.
- JONES, B.F. (1988): Strategic teaching: Some concepts for instructional design. *Illinois School Research and Development*, 24(3), 87-93.

- JONES, D., HENDERSON, E. y COONEY, T. (1986): Mathematics teachers beliefs about mathematics and about teaching mathematics. En G. LAPPA y R. EVEN (Eds.), *Proceedings of the eighth annual meeting of the North American chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 274-279). Michigan State University, East Lansing, MI.
- KATONA, J. (1940/1967): *Organizing and memorizing: Studies in the psychology of learning and teaching*. Hafner, New York.
- KERLINGER, F.N. (1967): Social attitudes and their criterial referents: A structural theory. *Psychological Review*, 74, 110-122.
- KESLER, R. Jr. (1985): *Teachers' instructional behavior related to their conceptions of teaching and mathematics and their level of dogmatism: Four case studies*. Unpublished doctoral dissertation, University of Georgia, Athens.
- KLINE, M. (1974): *Why Johnny can't add*. Vintage, New York.
- KLINE, M. (1978): *El fracaso de la matemática moderna*. Siglo XXI, Madrid.
- KOEHLER, M.S. (1986): Effective mathematics teaching and sex-related differences in algebra one classes. (Doctoral dissertation, University of Wisconsin, 1985). *Dissertation Abstracts International*, 46, 2953A
- KOEHLER, M.S. (1990): Classrooms, teachers, and gender differences in mathematics. En: E. FENNEM y G. LEDER (Eds.), *Mathematics and gender* (pp. 128-148). Teachers College Press, New York.

- KOEHLER M.S. y GROUWS, D.A. (1992): Mathematics teaching practices and their effects. En D.A. GROUWS (Ed.), *Handbook of research on matemathic teaching and learning*. McMillan Publishing Company, New York, pp. 115-126.
- KOLGOMOROV, A. y otros (1973): *Las matemáticas: su contenido, métodos y significado*. Alianza Editorial, Madrid.
- KUHN, T. (1962): *The structure of scientific revolutions*. University of Chicago Press, Chicago.
- KUHS, T. (1980): *Teachers' conceptions of mathematics*. Unpublished doctoral dissertation, Michigan State Universiqy, East Lansing, pp. 1-27.
- KUHS, T.M. y BALL, D.L. (1986): *Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills, and dispositions*. Michigan State University; Center on Teacher Education, East Lansing.
- LACASA, P. (1994): *Aprender en la escuela, aprender en la calle*. Visor, Madrid.
- LAKATOS, I. (1976): *Proofs and refutations*. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
- LAKATOS, I. (1978): *Mathematics science and epistemology: Philosophical papers* (Vol. 2). Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- LAKATOS, I. (1986): A renaissance of empiricism in the recent philosophy of mathematics? En T. TYMOCZKO (Ed.), *New directions in the philosophy of mathematics* (pp. 29-48). Birkhauser, Boston.

- LAMPERT, M. (1988): *Thinking about students' thinking about geometry: The effects of new teaching tools*. Technical Report 88-1. Educational Technology Center, Cambridge, MA.
- LAMPERT, M. (1988a): *Cognition in mathematical practice: A response to Jean Lave*. Paper presented at the American Educational Research Association Annual Meeting, New Orleans, LA.
- LAMPERT, M. (1988b): Connecting mathematical teaching and learning. En E. FENNEMA, T.P. CARPENTER y S.J. LAMON (Eds.), *Integrating research on teaching and learning mathematics* (pp. 132-167). University of Wisconsin, Wisconsin Center for Education Research, Madison, WI.
- LAMPERT, M. (1989): Choosing and using mathematical tools in classroom discourse. En J. BROPHY (Ed.), *Advances in research on teaching* (pp. 223-264). JAI Press, Greenwich, CT.
- LAMPERT, M. (1990): When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27(1), 29-63.
- LEBLANC, J.F., PROUDFIT, L. y PUTT, I.J. (1980): Teaching problem solving in the elementary school. En S. KRULIK y R.E. REYS (Eds.), *Problem solving in school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.
- LEINHARDT, G. (1985): *Getting to know: Tracing students' mathematical knowledge from intuition to competence*. University of Pittsburgh, Learning Research and Development Center, Pittsburgh.
- LEINHARDT, G. (1986): Math lessons: A contrast of novice and expert competence. En J. LOWYCK (Ed.), *Teacher thinking and professional action*. Leuven, Universidad de Lovaina.

- LEINHARDT, G. (1989): Math lessons: A contrast of novice and expert competence. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 52-75.
- LEINHARDT, G. y GREENO, J. (1986): The cognitive skill of teaching. *Journal of Educational Psychology*, 78(2), 75-95.
- LEINHARDT, G. y PUTNAM, R. (1986): Profile of expertise in elementary school mathematics teaching. *Arithmetic Teacher*, 34(4), 28-29.
- LEINHARDT, G. y SMITH, D.A. (1985): Expertise in mathematics instruction: Subject matter knowledge. *Journal of Educational Psychology*, 77(3), 247-271.
- LERMAN, S. (1983): Problem solving or knowledge centered: The influence of philosophy on mathematics teaching. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(1), 59-66.
- LERMAN, S. (1987): Investigations: Where to now. En P. ERNEST (Ed.), *Teaching and learning mathematics, Part 1 (Perspectives 33)* (pp. 47-56). University of Exeter School of Education, Exeter.
- LESTER, F.K (1983): Trends and issues in mathematical problem solving research. En R. LESH y M. LANDAU (Eds.) *Acquisition of mathematics concepts and processes*. Academic Press, New York.
- LINDQUIST, M.M. (Ed.) (1989): *Results from the fourth mathematics assessment*. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.
- LIVINGSTON, C. y BORKO, H. (1990): High school mathematics review lessons: Expert-novice distinctions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(5), 372-387.



- LUCEÑO CAMPOS, J.L. (1986): *El número y las operaciones aritméticas básicas: su psicodidáctica*. Marfil, Alcoy.
- LLINARES CISCAR, S. y SÁNCHEZ GARCÍA, M.V. (1987): *El pensamiento de los profesores y la educación matemática: Relación teoría-práctica*. Comunicación presentada en la Primera Reunión Nacional de Profesores de Didáctica de las Matemáticas de Escuela de Magisterio. Valencia.
- MACK, N. (1990): Learning fractions with understanding: Building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(1), 16-32.
- MARCELO GARCÍA, C. (1987): *El pensamiento del profesor*. Ed. CEAC, Barcelona.
- MARCELO GARCÍA, C. (Ed.) (1988): *Avances en el estudio del pensamiento de los profesores*. Publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- MARKS, R. (1987): Those who appreciate: The mathematician as secondary teacher A case study of Joe, a beginning mathematics teacher. *Knowledge growth in a profession series*. Stanford University School of Education, Stanford, CA.
- MARKS, R. (1990): Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*, 1(3), 3-11.
- MAZA-GÓMEZ, C. (1989): *Sumar y restar. El proceso de enseñanza-aprendizaje de la suma y de la resta*. Visor, Madrid.
- MCDEVITT, T.M. y cols. (1993): Evaluation of the preparation of teachers in science and mathematics: Assessment of preservice teachers' attitudes and beliefs. *Science Education*, 77(6), 593-610.
- MCDEWITT, T.H., HEIKKINEN, H.W., ALCORN, J.K., AMBROSIO, A. ET AL. (1993): Evaluation of the preparation of teachers in science and

mathematics. Assessment of preservice teachers' attitudes and beliefs. *Science Education*, 77(6), 593-610.

MCDIARMID, G.W. (1990): Challenging prospective teachers' beliefs during early field experience: A quixotic undertaking?. *Journal of Teacher Education*, 41(3), 12-20.

MCGALLIARD, W.A., Jr. (1983): Selected factors in the conceptual systems of geometry teachers: Four case studies (Doctoral dissertation, University of Georgia, 1982). *Dissertation Abstracts International*, 44, 1364A.

MCKNIGHT, C.C., CROSSWHITE, F.J., DOSSEY, J.A., KIFER, E., SWAFFORD, J.O., TRAVERS, K.J. y COONEY; T.J. (1987): *The underachieving curriculum: Assessing U.S. school mathematics from an international perspective*. Stipes Publishing Company, Champaign, IL.

MEC (1969): *La Educación en España. Bases para una política educativa*. MEC, Madrid.

MEDLEY, D.M. (1979): The effectiveness of teachers. En P.L. PETERSO y H.J. WALBERG (Eds.), *Research on teaching: Concepts, findings, and implications* (pp. 11-27). McCutchan Publishing Corporation, Berkeley, CA.

MELLIN-OLSEN, S. (1981): Instrumentalism as an educational concept. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 351-367.

MEYERSON, L.N. (1978): Conception of knowledge in mathematics: Interaction with and applications to a teaching methods course. (Doctoral dissertation, State University of New York, Buffalo, 1977). *Dissertation Abstracts International*, 38, 733A.

MIALARET, G. (1977): *Las matemáticas. Cómo se aprenden. Cómo se enseñan*. Aprendizaje Visor, Madrid.

- MIDDLETON, J.A. (1995): A study of intrinsic motivation in the mathematics classroom: A personal constructs approach. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(3), 254-279.
- MIDGLEY, C. (1988): The transition to junior high school: Teacher beliefs, classroom practices, and student self- and task-related beliefs in mathematics. *Dissertation Abstracts International*, 48(11-A), 2835.
- MORENO, M. (1987): *La pedagogía operatoria*. Laia, Barcelona.
- MORENO, M. y SASTRE, G. (1980): *Aprendizaje y desarrollo intelectual*. Gedisa, Barcelona.
- MOSENTHAL, J.H. (1995): Change in two teachers' conceptions of math or writing instruction after in-service training. *Elementary School Journal*, 95(3), 263-277.
- MOYER, M.B. y MOYER, J.C. (1985): Ensuring that practice makes perfect: Implications for children with learning difficulties. *Arithmetic Teacher*, 33(1), 40-42.
- MUNBY, H. (1982): The place of teachers' beliefs in research on teacher thinking and decision making, and an alternative methodology. *Instructional Science*, 11, 201-225.
- NATIONAL COUNCIL OF SUPERVISORS OF MATHEMATICS (1977): *Position paper on basic mathematical skills*. National Institute of Education, Washington, D.C. Ver también (1977): *Arithmetic teacher*, 25, 19-22.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (1989): *Curriculum and evaluations standards for school mathematics*. Author, Reston, VA.
- NEEDHAM, R. (1972): *Beliefs, language, and experience*. Basil Blackwell, Oxford.

- NESPOR, J. (1987): The role of beliefs in the practice of teaching. *Journal of Curriculum Studies*, 19, 317-328.
- NOLEN, S.B. y NICHOLLS, J.G. (1993): Elementary school pupils' beliefs about practices for motivating pupils in mathematics. *British Journal of Educational Psychology*, 63(3), 414-430.
- OLSON, J.K. (1981): Teacher influence in the classroom. *Instructional Science*, 10, 259-275.
- OWENS, J.E. (1987): *A study of four preservice secondary mathematics teachers' constructs of mathematics and mathematics teaching*. Unpublished doctoral dissertation, University of Georgia, Athens.
- PETERSON, P.L. y FENNEMA, E. (1985): Effective teaching, student engagement in classroom activities, and sex-related differences in learning mathematics. *American Educational Research Journal*, 22(3), 309-335.
- PETERSON, P.L., FENNEMA, E. y CARPENTER, T.P. (1987). *Teachers' pedagogical content beliefs in mathematics*. Paper presented at the AERA Conference, Washington, DC.
- PHILIPP, R.A., FLORES, A., SOWDER, J.T. y SCHAPPELLE, B.P. (1994): Conceptions and practices of extraordinary mathematics teachers. *Journal of Mathematical Behavior*, 13(2), 155-180.
- PIAGET, J. (1964): Development and learning. En R.E. RIPPLE y V.N. ROCKCASTLE (Eds.), *Piaget rediscovered* (pp. 7-20). Cornell University, Ithaca, NY.
- PIAGET, J. (1965): *The child's conceptions of number*. Norton, New York.
- PIAGET, J. (1977): The role of action in the development of thinking. En W. F. OVERTON y J.M. GALLAGHER (Eds.), *Knowledge and development* (Vol. 1, pp. 17-42). Plenum, New York.

- PIAGET, J. (1979): *Epistemología de la matemática*. Paidós, Buenos Aires.
- PIAGET, J. (1982): *El desarrollo de las cantidades en el niño*. Nova Terra, Barcelona.
- PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1975): *Génesis del número en el niño*. Guadalupe, Buenos Aires.
- PIRIE, S.E.B. (1988): Understanding: Instrumental, relational, intuitive, constructed, formalised...? How can we know? *For the Learning of Mathematics*, 8(3), 2-6.
- POINCARÉ, H. (1963): *La ciencia y la hipótesis*. Espasa-Calpe, Madrid. (Trad. de Besio y Baufi de Poincaré 1902).
- POLYA, G. (1963): On learning, teaching, and learning teaching. *American Mathematical Monthly*, 70, 605-619.
- POPPER, K. (1972): *Objective knowledge - an evolutionary approach*. Oxford University Press, Oxford.
- POPPER, K. y LORENZ, K. (1992): *El porvenir está abierto*. Metatemas. Libros para Pensar la Ciencia. Edición de Franz Kreuzer.
- PRAWAT, R.S. (1992): Are changes in views about mathematics teaching sufficient? The case of a fifth-grade teacher. *Elementary School Journal*, 93(2), 195-211.
- PRAWAT, R.S. (1992): Are changes in views about mathematics teaching sufficient? The case of a fifth-grade teacher. *Elementary School Journal*, 93(2), 195-211.
- PRAWAT, R., REMILLARD, J., PUTNAM, R.T. y HEATONK (1992): Teaching mathematics for understanding: Case studies of four fifth-grade teachers. *Elementary School Journal*, 93(2), 145-152.

- PUTNAM, H. (1986): What is mathematical truth? En T. TYMOCZKO (Ed.), *New directions in the philosophy of mathematics* (pp. 49-65). Birkhauser, Boston.
- PUTNAM, R.T. (1992): Teaching the "hows" of mathematics for everyday life: A case study of a fifth-grade teacher. *Elementary School Journal*, 93(2), 163-177.
- PUTNAM, R.T. (1992): Teaching the "hows" of mathematics for everyday life: A case study of a fifth-grade teacher. *Elementary School Journal*, 93(2), 163-177.
- PUTNAM, R.T., HEATON, R.M., PRAWAT, R.S. y REMILLARD, J. (1992): Teaching mathematics for understanding: Discussing case studies of four fifth-grade teachers. *Elementary School Journal*, 93(2), 213-228.
- PUTNAM, R.T., LAMPERT, M. y PETERSON, P.L. (1990): Alternative perspectives on knowing mathematics in elementary schools. En C.B. CAZDEN (Ed.), *Review of research in education* (pp. 57-150). American Educational Research Association, Washington, DC.
- RECTOR, J. y FERRINI-MUNDY, J. (1986): *Formal mathematics study and teachers beliefs and conceptions: Interactions and influences*. En G. LAPPAN y R. EVEN (Eds.), *Proceedings of the eighth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Michigan State University, East Lansing, pp. 256-261.
- REMILLARD, J. (1992): Teaching mathematics for understanding: A fifth-grade teacher's interpretation of policy. *Elementary School Journal*, 93(2), 179-193.
- RESNICK, L.B. (1983): A developmental theory of number understanding. En H.P. GINSBURG (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 109-1519). Academic Press, New York.

- RESNICK, L.B. y FORD, W.W. (1981): *The psychology of mathematics for instruction*. L.E.A., Hillsdale, New Jersey.
- RESNICK, L.B. y FORD, W.W. (1990): *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Paidós-MEC, Barcelona.
- RILEY, M.S., GREENO, J.G. y HELLER, J.I. (1983): Development of children's problem-solving ability in arithmetic. En H.P. GINSBURG (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-200). Academic Pres, New York.
- ROKEACH, M. (1960): *The open and closed mind*. Basic Books, New York.
- ROMBERG, T.A. (1984): *School mathematics: Options for the 1990s. Chairman's Report of a Conference* (U.S. Department of Education, Office of Educational Research and Improvement, National Council of Teachers of Mathematics, Wisconsin Center for Educational Research). Madison, WI (8-5 diciembre, 1983).
- ROMBERG, T.A. y CARPENTER, T.P. (1986): Research on teaching and learning mathematics: Two disciplines of scientific inquiry. En M. WITTRICK (Ed.), *Handbook of research on teaching* (3rd ed., pp. 850-873). Macmillan, New York.
- ROMBERG, T.A. y CARPENTER, T.P. (1986): Research on teaching and learning mathematics: Two disciplines of scientific inquiry. En M.C. WITTRICK (Ed.), *Handbook of research on teaching* (3rd ed., pp. 850-873). Macmillan, New York.
- ROSENSHINE, B.V. (1979): Content, time and direct instruction. En P.L. PETERSON y H.J. WALBERG (Eds.), *Research on teaching: Concepts, findings, and implications* (pp. 28-56). McCutchan Publishing Corporation, Berkeley, CA.

- ROSS, R.P. (1984): Classroom segments: The structuring of school time. En *Time and school learning*. L.W. Anderson, comp., Croom Helm.
- RUSSELL, B. (1917): *Introduction to mathematical philosophy*. George, Allen and Unwin, London.
- RUSSELL, B. (1948): *Human knowledge: Its scope and limits*. Simon and Schuster, New York.
- SÁNCHEZ GARCÍA, M.V. y LLINARES CISCAR, S. (1990): El conocimiento acerca de las Matemáticas y las prácticas de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 8(2), 97-102.
- SÁNCHEZ GARCÍA, M.V. y LLINARES CISCAR, S. (19??): *Teoría y práctica en educación matemática*. Alfar, Madrid.
- SÁNCHEZ GARCÍA, M.V. y LLINARES CISCAR, S. (1988): Un estudio de las creencias del futuro maestro en relación a las Matemáticas. Influencia de las prácticas. En C. MARCELO (Ed.), *Avances en el estudio del pensamiento de los profesores*. Publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- SASTRE, G. (1982): *Aprendizaje de los signos aritméticos y su generalización*. Actes de les Primeres Jornades sobre la representació escrita en el nen. IME-ICE, Barcelona.
- SASTRE, G. (1990): La enseñanza de las matemáticas y el aprendizaje de la alienación.... *Revista de Psicología*, 15.
- SASTRE, G. y MORENO, M. (1977): Representación graphique de la quantité. *Bulletin de Psychologie*, 1977, 3-9.
- SCHEFFLER, I. (1965): *Conditions of knowledge: An introduction to epistemology and education*. Scott, Foresman, and Company, Glenview, IL, pp. 89-90.



- SCHOENFELD, A.H. (1983): Beyond the purely cognitive: Belief systems, social cognitions, and metacognitions as driving forces in intellectual performance. *Cognitive Science*, 7, 329-363.
- SCHOENFELD, A.H. (1985): *Mathematical problem solving*. Academic Press, Inc., San Diego, CA.
- SCHOENFELD, A.H. (1987): What's all the fuss about metacognition? En: A.H. SCHOENFELD (Ed.), *Cognitive science and mathematics education*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ.
- SCHON, D.A. (1987): *Educating the reflective practitioner*. Jossey-Bass, San Francisco.
- SCHRAM, P. y WILCOX, S.K. (1988, November): Changing preservice teachers' conceptions of mathematics learning. En M.J. BEHR, C.B. LACAMPAGNE y M.M. WHEELER (Eds.), *PME-NA: Proceedings of the tenth annual meeting* (pp. 349-355). Northern University, Dekalb, IL.
- SCHUBAUER-LEONI, M.L. y PERRET-CLERMONT, A.N. (1997): Social interactions and mathematics learning. Part IV: Constructing knowledge in the classroom. En: T. NUNES y P. BRYANT (Eds.), *Learning and teaching mathematics. An international perspective*. Psychology Press.
- SEIFERT, E.H. y BECK, J.J. (1984): Relationships between task time and learning gains in secondary schools. *Journal of Educational Research*, 78(1), 5-10.
- SHAVELSON, R.J. (1988): Contributions of educational research to policy and practice: Constructing, challenging, changing cognition. *Educational Researcher*, 17(7), 4-11.
- SHAVELSON, R.J. y STERN, P. (1981): Research on teachers' pedagogical thoughts, judgments, decisions, and behavior. *Review of Educational Research*, 51, 455-498.

- SHAW, K. (1989): *Contrasts of teacher ideal and actual beliefs about mathematics understanding: Three case studies*. Unpublished doctoral dissertation, University of Georgia, Athens.
- SHIRK, G.B. (1973): *An examination of conceptual frameworks of beginning mathematics teachers*. Unpublished doctoral dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- SHROYER, J.C. (1978, March): *Critical moments in the teaching of mathematics*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Toronto.
- SHULMAN, L.S. y ELSTEIN, A.S. (1975): Studies of problem solving judgment and decision making. En F.N. KERLINGER (Ed.), *Review of research in education* (Vol. 3, pp. 3-42). F.E. Peacock, Itasca, IL.
- SHUSTER, A. y PIGGE, F. (1965): Retention efficiency of meaningful teaching. *The Arithmetic Teacher*, 12, 24-31.
- SHIPP, D.E. y DEER, G.H. (1960): The use of class time in arithmetic. *The Arithmetic Teacher*, 7(3), 117-121.
- SIEGLER, R.S., LIEBERT, D.D. y LIEBERT, R.M. (1973): Inhelder and Piaget's pendulum problem: Teaching preadolescents to act as scientists. *Developmental Psychology*, 9, 97-101.
- SIEGLER, R.S. y LIEBERT, R.M. (1975): Acquisition of formal scientific reasoning by 10- and 13-year-olds: Designing a factorial experiment. *Development Psychology*, 11, 401-402.
- SINDELAR, P.T., GARTLAND, D. y WILSON, R.J. (1984): The effects of lesson format on the acquisition of mathematical concepts of fourth graders. *Journal of Educational Research*, 78(1), 40-44.
- SKEMP, R.R. (1978): Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, 26(3), 9-15.

SMITH, L.R. y COTTEN, M.L. (1980): Effects of lesson vagueness and discontinuity on student achievement and attitudes. *Journal of Educational Psychology*, 72(5), 670-675.

SPANGLER, D.A. (1992): Assessing students' beliefs about mathematics. *Arithmetic Teacher*, ?, 148-152.

STAKE, R.E. (1978): The case-study method in social inquiry. *Educational Research*, 7, 5-8.

STANIC, G.M.A. y REYES, L.H. (1986, April): *Gender and race differences in mathematics: A case study of a seventh-grade classroom*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

STEEN, L. (1988): The science of patterns. *Science*, 240, 611-616.

STEFFE, L.P. y BLAKE, R.N. (1983): Seeking meaning in mathematics instruction: A response to Gagne. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 210-213.

STEINBERG, R.M. (1985): Instruction on derived fact strategies in addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 337-355.

STEINBERG, R., HAYMORE, J. y MARKS, R. (1985): *Teachers' knowledge and structuring content in mathematics*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco.

STODOLSKY, S.S. (1983): *Classroom activity structures in the fifth grade*. Final report, National Institute of Education contract no. 400-77-0094. University of Chicago, Chicago. ERIC no. ED242 412.

- STODOLSKY, S.S. (1988): *La importancia del contenido en la enseñanza. Actividades en las clases de Matemáticas y Ciencias Sociales*. Paidós, MEC.
- STODOLSKY, S.S. (1991): *La importancia del contenido en la enseñanza*. Ediciones Paidós, Barcelona.
- STONEWATER, J.K. y OPREA, J.M. (1988): An analysis of in-service teachers' mathematical beliefs: A cognitive development perspective. En M.J. BEHR, C.B. LACAMPAGNE y M.M. WHEELER (Eds.), *PME-NA: Proceedings of the tenth annual meeting* (pp. 356-363). Northern University, Dekalb, IL.
- TAYLOR, P.C. (1990): *The influence of teacher beliefs on constructivist teaching practices*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Boston, MA, 16-20 April, p. 48.
- TAYLOR, P.C.S. (1990): *The influence of teacher beliefs on constructivist teaching practices*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. Boston, M.A., April 17-20, 1990.
- THOM, R. (1973): Modern mathematics: Does it exist?. En A.G. HOWSON (Ed.), *Developments in mathematical education: Proceedings of the Second International Congress on Mathematics Education* (pp. 194-209). Cambridge University Press, Cambridge.
- THOMAS, D.R. y otros (1971): *Teaching: A course in applied psychology*. Science Research Associates, Chicago.
- THOMPSON, A.G. (1982): *Teachers' conceptions of mathematics: Three case studies*. Unpublished doctoral dissertation, University of Georgia, Athens.
- THOMPSON, A.G. (1984): The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 105-127.

- THOMPSON, A.G. (1985): Teachers' conceptions of mathematics and the teaching of problem solving. En E.A. SILVER (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ.
- THOMPSON, A.G. (1992): Creencias y concepciones del profesorado sobre la enseñanza de las Matemáticas. En J.A. GROUWS (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. MacMillan, Nueva York.
- THOMPSON, A.G. (1992): Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. En D.A. GROUWS (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. MacMillan, New York, pp. 127-146.
- TIROSH, D. y GRAEBER, A.O. (1989): Preservice elementary teachers' explicit beliefs about multiplication and division. *Educational Studies in Mathematics*, 20(1), 79-96.
- TIROSH, D. y GRAEBER, A.O. (1990): Inconsistencies in preservice elementary teachers' beliefs about multiplication and division. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 12(3-4), 65-74.
- TRABASSO, T., ISEN, A.M., DOLECKI, P., MCLANAHAN, A.G., RILEY, C.A. y TUCKER, T. (1978): How do children solve class-inclusion problems?. En R. SIEGLER (Comp.). *Children's thinking: What develops?* Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, N.J.
- TYMOCZKO, T. (1986a): Making room for mathematicians in the philosophy of mathematics. *The Mathematical Intelligencer*, 8, 44-50.
- UNDERHILL, R.G. (1986): *Mathematics teachers education: A constructive perspective*. Paper presented to the discussion group on the Psychology of Training Practicing Teachers of Mathematics at the tenth international conference for the Psychology of Mathematics Education, London.

- UNDERHILL, R.G. (1988): Focus on research into practice in diagnostic and prescriptive mathematics: Mathematics teachers' beliefs: Review and reflections. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 10(3), 43-58.
- VERGNAUD G. y DURAND, C. (1983): Estructuras aditivas y complejidad psicogenética. En C. COLL, *Psicología genética y aprendizajes escolares*. Siglo XXI, Madrid.
- WANG, M., RESNICK, L. y BOOZER, R. (1971): The sequence of development of some early mathematics behavior. *Child Development*, 42, 1767-1778.
- WERTHEIMER, M. (1945): *Productive thinking*. Harper & Row, New York.
- WHITMAN, N.C. y LAI, M.K. (1990): Similarities and differences in teachers' beliefs about effective teaching of mathematics: Japan and Hawaii. *Educational Studies in Mathematics*, 21(1), 71-81.
- WILSON, M.R. (1994): One preservice secondary teacher's understanding of function: The impact of a course integrating mathematical content and pedagogy. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(4), 346-370.
- WITTMAN, E.C. (1989): The mathematical training of teachers from the point of view of education. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 10(4), 291-308.
- WOLGAST, E.H. (1977): *Paradoxes of knowledge*. Cornell University Press, Ithaca, NY.
- WOOD, T., COBB, P. y YACKEL, E. (1991): Change in teaching mathematics: A case study. *American Educational Research Journal*, 28(3), 587-616.
- ZAHN, K.G. (1966): Use of class time in eighth-grade arithmetic. *The Arithmetic Teacher*, 13(2), 113-120.

## **ANEXOS**

## **ANEXO 1**



## **Análisis detallado de cada una de las sesiones de enseñanza del profesor.**

### *Sesión N° 1*

#### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando el profesor dice "vamos a hablar de la multiplicación" y pide a dos niños que salgan a la pizarra.

Objetivo: Enseñar a los niños la multiplicación en forma matemática y disposición horizontal.

Contenido:

1. La multiplicación en formato matemático.
2. Elementos de la multiplicación: El signo, una cruz en forma de aspa.
3. La tabla del 2.

Estrategias de enseñanza:

- Pregunta cuántos niños hay en la pizarra. Después de oír la respuesta de los niños escribe el número 2.
- Reparte un material "muy sencillo, cartulinas" a los dos niños que están en la pizarra. Entrega una cartulina a cada uno de estos niños.
- Pregunta "¿cuántas cartulinas tiene Cristina y cuántas Idaira?".
- Escribe en la pizarra "1 que tiene Cristina más 1 que tiene Idaira, igual 2 cartulinas".
- Les dice a los niños que "ahora vamos a escribirla en forma de multiplicación". Explica que para ponerla en forma de multiplicación preguntamos: ¿cuántas niñas hay?, contestamos: hay dos niñas y escribimos el número 2, por..., y escribe el signo "x"; luego preguntamos ¿cuántas cartulinas tiene cada niña?, contestamos: cada niña tiene una cartulina, y escribimos el número 1. Entonces dice " $2 \times 1 = 2$ ".
- A continuación entrega una cartulina más a cada una de las niñas que están en la pizarra.
- Pregunta "¿cuántas cartulinas tiene la primera niña?, ¿cuántas cartulinas tiene la segunda niña?". Como los niños le

han contestado acertadamente el profesor escribe en la pizarra:  
 $2 + 2 = 4$ .

- Les dice a los niños que "ahora vamos a escribir en forma de multiplicación,  $2 \times 2 = 4$ ".

Actividades de los alumnos:

- Dos de las alumnas salen a la pizarra a sostener en sus manos las cartulinas que les da el profesor.

- Los demás alumnos de la clase se limitan a observar lo que hace el profesor y a contestar a sus preguntas.

Materiales: Pizarra y cartulinas.

Organización de los alumnos: Gran grupo.

Final del segmento: Se acaba este segmento cuando el profesor recoge las cartulinas que sostienen las niñas.

Duración: 4'46".

### **Segmento N° 2**

Principio o arranque del segmento: Este segmento se inicia cuando el profesor dice a los niños que "ahora vamos a hacer algo más sencillito".

Objetivo: Enseñar el resultado de multiplicar  $2 \times 0$ .

Contenido: La noción de multiplicar por cero.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor hace salir a otros dos niños a la pizarra.  
- Pregunta a todos los niños que cuántos niños hay en la pizarra.

- Les hace observar que los dos niños no sostienen en sus manos ninguna cartulina.

- Les dice que entonces  $0 + 0 = 0$ . Y que poniendo esta suma en forma de multiplicación "tendríamos 2 niños por 0 cartulinas que tiene cada uno, es igual a 0", "es decir  $2 \times 0 = 0$ ".

Actividades de los alumnos:

- Dos de los alumnos salen a la pizarra y permanecen de pie ante ella para que sus compañeros observen que no tienen ninguna cartulina en sus manos.

- Los niños escuchan la explicación del profesor y observan lo que él va escribiendo en la pizarra.

Materiales: La pizarra.

Organización de los alumnos: Gran grupo.

Final del segmento: Termina este segmento cuando el profesor manda a sentarse a los dos niños que estaban de pie junto a la pizarra.

Duración: 2' 15".

Tiempo acumulado: 7' 1".

### **Segmento N° 3**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor dice " $2 + 2 = 4$ ".

Objetivo: Enseñar a los niños a colocar la multiplicación en forma vertical.

Contenidos: La multiplicación en forma vertical.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor escribe en la pizarra la multiplicación  $2 \times 2 = 4$  en forma vertical, es decir, un 2 debajo de otro 2; luego una línea horizontal y el signo por, en forma de aspa. Debajo de la línea horizontal escribe el número 4.

- Escribe otra multiplicación en forma horizontal,  $2 \times 3 = 6$ , y pregunta a los niños que para ponerla en forma vertical, qué número se escribe arriba y cuál debajo, dónde se pondría el signo "por" y dónde el resultado.

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos observan lo que hace el profesor en la pizarra, al mismo tiempo que van escuchando sus explicaciones.

- Responden a las preguntas del profesor cuando éste se las formula.

Materiales: Pizarra.

Organización de los alumnos: Gran grupo.

Final del segmento: Finaliza este segmento cuando el profesor indica a los alumnos que "vamos a hacer unos ejercicios de la pizarra".

Duración: 7' 5".

Tiempo acumulado: 14' 6".

### **Segmento N° 4**

**Principio o arranque del segmento:** Comienza este segmento cuando el profesor indica a los niños que van a hacer unos ejercicios de la pizarra.

**Objetivo del segmento:** Aplicar los conocimientos adquiridos anteriormente practicando la conversión de sumas en multiplicaciones en forma horizontal y resolviendo un problema.

**Contenidos:**

La multiplicación en forma horizontal con el número 2 como multiplicando.

Resolución de un problema de multiplicación por 2.

**Estrategias de enseñanza:**

- El profesor escribe en la pizarra  $2 + 2 + 2 + 2$  para que los hagan los niños la transformen en multiplicación. Escribe también un problema: Compré 6 botes de refresco a 2 ptas cada uno ¿cuál es el importe de la compra?.

- Pide a un niño que lea el enunciado del ejercicio y el enunciado del problema.

- Mientras los niños trabajan en sus hojas de trabajo, el profesor controla que cada uno haga sus ejercicios individualmente, pasando por entre las mesas.

- Pregunta a los niños los resultados obtenidos.

- Retoma los errores de los niños para explicar de nuevo la multiplicación.

**Actividades de los alumnos:**

- Los niños copian en sus hojas de trabajo las actividades que el profesor escribe en la pizarra.

- Uno de los niños lee el enunciado de las actividades.

- Cada niño resuelve individualmente las actividades propuestas.

- Algunos niños dicen en voz alta el resultado de los ejercicios, por indicación del profesor.

- Todos escuchan la explicación dada por el profesor cuando corrige los ejercicios en la pizarra.

**Materiales:** Pizarra, hojas de trabajo.

**Organización de los alumnos:** Gran grupo y trabajo individual.

Final del segmento: Se termina este segmento cuando el profesor dice que "mañana continuaremos con la tabla del 2 a partir del 5".

Duración: 18' 30".

Tiempo acumulado: 32' 36".

## **Sesión N° 2**

### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando el profesor pide a un niño que diga la fecha del día y él la escribe en la pizarra. Solicita a todos los niños que escriban la fecha en sus hojitas de trabajo, recomendándoles que escriban "despacito y clarito". Manda a otros niños a repartir lápices de colores.

Objetivo: Practicar la numeración.

Contenidos: La numeración a partir del millar.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor se dirige a todos los niños de la clase diciendo: "Comenzamos la serie". Pide a uno de los niños que diga en qué número acabaron el día anterior para continuar a partir de ahí. Después de oír la respuesta del niño, el profesor dice: "Bien, pues hoy vamos a escribir desde 1240 a 1250, escribiendo de 1 en 1".

- Recuerda a los niños que deben separar las cantidades de la serie mediante un guión. También les recuerda que la primera y última cantidad la deben subrayar con lápiz de color.

- Mientras los niños trabajan individualmente, el profesor se pasea entre las mesas.

- Pide a una de las alumnas que diga en voz alta las cantidades, para corregir el ejercicio. El profesor las va escribiendo en la pizarra.

- Dice a los niños que recuerden la última cantidad que han escrito hoy para mañana seguir a partir de ella.

Actividades de los alumnos:

- En sus hojas de trabajo, los alumnos completan la serie. Cada niño trabaja individualmente.

- Una de las alumnas que el profesor ha indicado, dice en voz alta las cantidades de la serie. Los demás niños siguen escribiendo en sus hojas, al mismo tiempo que van comprobando por la pizarra si su trabajo está bien hecho.

Materiales: Pizarra, hojitas de trabajo, lápices de colores.

Organización de los alumnos: Los niños trabajan de forma individual.

Final del segmento: Se acaba este segmento cuando el profesor dice "vamos a continuar con la multiplicación del 2".

Duración: 2' 50"

### **Segmento N° 2**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor dice: "recuerden que vamos a terminar con la multiplicación del 2". Pide a los niños que no han terminado el ejercicio de numeración que acaben rápidamente porque "necesito la pizarra".

Objetivo: Enseñar la tabla del 2 a partir del multiplicador 6.

Contenido: La tabla del 2.

Estrategias de enseñanza:

- Pide a dos alumnos que salgan a la pizarra. Mientras los alumnos salen, él escribe en la pizarra la tabla del 2 hasta el 5, pidiéndoles a los niños que recuerden lo que habían dado el día anterior.

- Recuerda a los alumnos que el día anterior había dado cartulinas a los niños que estaban en la pizarra y les dice que "hoy les vamos a dar 6 cartulinas a cada uno de los dos niños".

- Reparte 6 cartulinas a cada niño e indica a todos los niños que lo primero que hay que hacer es la suma.

- Solicita a una niña que le diga la suma que hay que poner en la pizarra. El la escribe en la pizarra:  $6 + 6 = 12$ .

- A continuación convierte esta suma en multiplicación y pregunta a los niños: "¿cuántas veces hemos repetido el 6?", y escribe  $2 \times \dots$ , dejando incompleta esta operación.

- El profesor continúa diciendo "creo que aquí me he confundido, ¿verdad?". Borra la pizarra, e intenta explicarlo de

otro modo, escribiendo directamente en la pizarra la suma de 6 veces el 2 ( $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$ ) y escribe el resultado 12; luego pone esta suma en forma de multiplicación:  $2 \times 6 = 12$ .

- El profesor se da cuenta de que la suma que ha escrito en la pizarra,  $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$ , no se corresponde con la acción de repartir 6 cartulinas a cada uno de los dos niños que ha sacado a la pizarra. Se queda un momento pensando y cuando pasa a explicar  $2 \times 7$ , recoge las cartulinas que los dos niños sostienen en sus manos y les pide que se sienten.

- A continuación, reparte 2 cartulinas a 7 niños de la primera fila de la clase y dice a todos los niños "fíjense ahora qué fácil es explicar la multiplicación y no nos vamos a equivocar ni ustedes ni yo".

- Pregunta: "a cuántos niños les he entregado yo cartulinas?, ¿cuántas cartulinas he entregado a cada niño?". Pide a cada uno de los siete niños que sostienen las cartulinas que digan las cartulinas que tienen y él va escribiendo ese número en la pizarra en forma de suma.

- Solicita a los alumnos que entre todos vayan resolviendo la suma planteada en la pizarra, mientras él va diciendo "dos más dos, más dos, más dos..."). Al final escribe 14.

- Recuerda a los niños que el signo de suma lo transformamos en multiplicación y dice "¿cuántos niños?, siete". Y escribe  $2 \times 7 = 14$ .

- Escribe en la pizarra, en la tabla del 2,  $2 \times 8$  y explica que hay que ir añadiendo 2, es decir,  $14 + 2 = 16$ ; por tanto  $2 \times 8 = 16$ .

- Continúa con  $2 \times 9 = 18$ . Pide a los alumnos que vayan pronunciando la tabla del 2 con el formato  $2 \times 1 = 2...$  etc.

Actividades de los alumnos:

- Dos de los alumnos salen a la pizarra por indicación del profesor y sostienen 6 cartulinas en sus manos. Los demás compañeros observan.

- Siete alumnos de la primera fila sostienen en sus manos 2 cartulinas, por indicación del profesor.

- Todos los alumnos escuchan la explicación que el profesor va dando.
- Responden a algunas preguntas que el profesor les formula.
- Al final todos juntos recitan la tabla del 2.

Materiales: Pizarra, cartulinas.

Organización de los alumnos: Los alumnos permanecen sentados en sus mesas y siguen la explicación en gran grupo.

Final del segmento: Termina este segmento cuando el profesor dice "bien, ahora van a hacer una actividad ustedes solitos". Y recoge las cartulinas que tenían los siete niños.

Duración: 9'19"

Tiempo acumulado: 12' 9".

### **Segmento N° 3**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor indica a los alumnos que van a trabajar en las hojitas de trabajo.

Objetivo: Que los alumnos practiquen la conversión de suma de sumandos iguales en multiplicación.

Contenido: La suma del sumando igual a 3 y su conversión en multiplicación.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor escribe en la pizarra el enunciado de un ejercicio: "Escribe las siguientes sumas en forma de multiplicación".
- Escribe en la pizarra sumas de sumandos iguales donde aparece el 3:  $3+3=$ ;  $3+3+3=$ ;  $3+3+3+3=$ ;  $3+3+3+3+3=$ .
- Indica a los alumnos que no les ha quitado de la pizarra la tabla del 2 "para que vean qué fácil es hacer estas operaciones".
- Insiste en recordar a los alumnos la necesidad de tener en cuenta los cuadritos de la hoja para escribir correctamente el ejercicio.



- Pide a un niño que diga cuánto es  $3+3$ . Después de oír la respuesta del niño, él escribe en la pizarra 6. Luego escribe  $2 \times 3 = 6$ .

- Repite la misma acción con las siguientes sumas: Primero poniendo el resultado de las sumas y luego escribiéndolas en forma de multiplicación.

Actividades de los alumnos

- Los alumnos copian en sus hojitas de trabajo el enunciado del ejercicio, cuidando de contar bien los cuadritos de la hoja.

- Cada uno de los niños realiza individualmente el ejercicio.

- Algunos de los alumnos contestan a las preguntas del profesor.

Material: Pizarra, hojas de trabajo de los alumnos.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Finaliza este segmento cuando el profesor pide a los niños que vayan acabando todos este ejercicio para hacer el siguiente.

Duración: 4' 55".

Tiempo acumulado: 17' 4".

#### **Segmento N° 4**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor indica a los alumnos que van a hacer una actividad de numeración.

Objetivo: Practicar la numeración.

Contenido: La numeración superior al millar.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor escribe en la pizarra algunos números y pide a los alumnos que escriban el número que va antes y después de esos números.

- Recuerda a los niños que al escribir los números, cuenten los cuadritos de la hoja de trabajo para que queden bien colocados.

- Solicita a algunos niños que lean los números escritos por él.

- Pide a un niño que salga a la pizarra a resolver el ejercicio. Al mismo tiempo va preguntando a otros niños si su compañero lo está haciendo correctamente.

Actividades de los alumnos:

- Los niños copian en sus hojas de trabajo los números escritos por el profesor en la pizarra.

- De forma individual, cada niño resuelve en su hoja de trabajo la actividad planteada por el profesor en la pizarra, escribiendo el número que va antes y después de los números escritos en la pizarra.

- Algunos niños leen en voz alta los números escritos por el profesor en la pizarra.

- Uno de los alumnos, por indicación del profesor, sale a la pizarra a resolver el ejercicio. Otros niños, que el profesor nombra, van diciendo si el compañero hace bien el ejercicio.

Material: Pizarra y hoja de trabajo de los alumnos.

Organización de los alumnos: Trabajo individual. Corrección del ejercicio de forma conjunta.

Final del segmento: Se acaba este segmento cuando el profesor dice que "a continuación vamos a hacer la última actividad de hoy".

Duración: 3' 45".

Tiempo acumulado: 20' 49".

### **Segmento N° 5**

Principio o arranque del segmento: Empieza este segmento cuando el profesor dice a los alumnos que "ahora vamos a resolver tres restas sencillitas".

Objetivo: Repasar la operación de la resta de llevar.

Contenido:

- La operación de la resta con las cantidades del orden de las centenas.

- La dificultad de llevar.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor escribe en la pizarra el enunciado y el contenido del ejercicio.
- Saca a algunos niños a la pizarra a efectuar el ejercicio en voz alta.
- Ayuda al alumno de la pizarra a seguir el mecanismo de la resta.
- Se pasea entre las mesas de los niños para observar que todos están trabajando.

Actividades de los alumnos:

- Todos los alumnos copian en sus hojas de trabajo el ejercicio de la pizarra.
- Algunos alumnos, por indicación del profesor, realizan el ejercicio en la pizarra, en voz alta.
- Los restantes niños, realizan en sus hojas el ejercicio, al mismo tiempo que van comprobando los resultados por la pizarra.

Materiales: Pizarra y hojas de trabajo de los alumnos.

Organización de los alumnos: Trabajo individual y corrección en grupo.

Final del segmento: Finaliza este segmento cuando el profesor dice que vayan terminando este ejercicio y que no se olviden de poner el nombre a las hojitas para él recogerlas.

Duración: 5'.

Tiempo acumulado: 25' 49".

### **Segmento N° 6**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando el profesor dice a los niños que "saquen ahora el libro de actividades de la casa; el libro de prácticas del 2º trimestre".

Objetivo: Corregir los ejercicios de tarea marcados para casa, sobre resolución de problemas.

Contenido:

- Resolución de cuatro problemas de suma (combinación) y de cuatro problemas de resta (comparación), utilizando cantidades del orden de la centena.

- Ejercicios de suma de cálculo mental (5 ejercicios): Dadas tres cantidades a sumar, y tres resultados distintos, seleccionar el resultado correcto.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor llama la atención de los niños para conseguir silencio, al mismo tiempo que señala la página del libro que se tienen que corregir. El sostiene el libro en sus manos y lo muestra a los niños.

- Señala la modalidad de corrección de los ejercicios: Se corregirá de forma oral y si hay alguna duda se haría en la pizarra.

- Se dirige a un alumno para que lea el primer problema. El profesor escribe en la pizarra la operación correspondiente al problema y que ya viene resuelto en el libro.

- Solicita a otro de los alumnos que resuelva, desde su sitio, la operación de suma del problema por él escrita en la pizarra.

- Para la corrección del segundo problema del libro, pide a otro alumno que lea el enunciado del mismo y escribe las cantidades del problema en la pizarra de forma vertical; se dirige a los alumnos preguntándoles qué operación hay que realizar, una suma o una resta. Confirma la respuesta acertada que dan los niños, razonando por qué hay que restar una cantidad de la otra.

- Manda leer el tercer problema a una de las niñas que está distraída "para que de este modo preste atención". Mediante preguntas específicas pide a la niña que le responda cuánto cuestan los dos objetos indicados en el problema, mientras él escribe en la pizarra las cantidades. A continuación pregunta qué operación hay que emplear y de forma inmediata, sin esperar la respuesta de los alumnos, él mismo coloca el signo de suma. El profesor corrige en la pizarra la cantidad de uno de los objetos, que un alumno ha descubierto que estaba mal. Ayudado por la alumna resuelve en la pizarra la operación de este problema. Por último hace la pregunta del problema en voz alta y pide a uno de los alumnos que diga el resultado del

problema. El confirma lo dicho por el niño, remarcando el resultado.

- Para la corrección del cuarto problema sigue la misma estrategia.

- El profesor hace que los alumnos pasen a la siguiente página del libro. Mediante un sistema de preguntas y respuestas y observando el libro de actividades, va resolviendo conjuntamente con los niños los problemas planteados para que los vayan corrigiendo. La estrategia de corrección es similar a la descrita para la anterior página del libro:

- a) Que un niño lea el enunciado.

- b) Hace preguntas para identificar los datos del problema.

- c) Escribe las cantidades de los datos en la pizarra.

- d) Pregunta qué operación hay que hacer "suma o resta".

- e) A veces escribe directamente el signo de la operación y otras veces espera a que algún niño se lo indique.

- f) Mientras algún alumno, que él ha señalado, resuelve oralmente la operación, el profesor va escribiendo en la pizarra los resultados parciales.

- g) Pregunta cuál es el resultado final de la operación realizada y, por último, él responde a la pregunta del problema con el resultado obtenido.

- El profesor comenta que algunos niños tienen errores en sus actividades y que hagan el favor de corregirse mirando por la pizarra.

- Pasa a la tercera página del libro de actividades de casa, y continúa corrigiendo de forma oral: Pide a un niño que lea el enunciado de la actividad y que explique cómo la hizo y qué resultado obtuvo. Si el niño por él designado se equivoca pasa a otro.

Actividades de los alumnos:

- Mientras los alumnos sacan sus libros, se produce un pequeño alboroto entre ellos.

- Los alumnos escuchan las indicaciones del profesor.

- Uno de los alumnos lee el enunciado del primer problema.
- Otro de los alumnos resuelve oralmente la operación de suma del problema.
- De forma espontánea, uno de los alumnos detecta un error en el resultado del primer problema que viene resuelto en el libro.
- Leen el enunciado del segundo problema.
- Responden qué operación hay que utilizar para resolver el segundo problema.
- Una de las alumnas lee el enunciado del tercer problema y va contestando a las preguntas que le formula el profesor.
- Una de las alumnas detecta un error en la cantidad que se le ha asignado a uno de los objetos del tercer problema.
- Los alumnos que han leído el enunciado resuelven oralmente la suma del problema.
- Los alumnos corrigen la segunda y tercera página del libro de actividades de casa, siguiendo la misma estrategia que la utilizada en la corrección de la primera página.

Materiales: Libro de actividades de casa; pizarra.

Organización de los alumnos: Trabajo de corrección en gran grupo, comprobando individualmente cada alumno los resultados de su tarea.

Final del segmento: Finaliza este segmento cuando el profesor marca tres páginas más para traer de casa al día siguiente.

Duración: 22'.

Tiempo acumulado: 47' 49".

### **Sesión N° 3**

#### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando el profesor dice "vamos a empezar la clase". Pide a un niño que reparta las "hojitas de trabajo" y los lápices de colores. Indica a los niños que la primera actividad del día es cálculo mental.

**Objetivo:** Que los niños practiquen el cálculo mental sumando primero 4 y luego 6 a partir de un número dado.

**Contenido:** La operación de la suma realizada mentalmente.

**Estrategias de enseñanza:**

- El profesor indica a los niños que hoy vamos a partir de 100 y llegar a 200 sumando 4 y 6 sucesivamente.
- Explica a los niños que va a ir preguntando de niño en niño, de modo saltado.
- Advierte a los niños que es necesario estar muy atentos, porque si un niño no se lo sabe pasa a otro.
- Nombra a un niño, Daniel, y le dice "cuánto es 100 más 4". Pasa a una niña y le dice "... más 6".
- Recuerda a los niños que para esta actividad no deben contar con los dedos.
- Al final les dice "creo que el truco de contar más 4 y más 6 es muy fácil. Veo que muy pocos se dieron cuenta del truco".

**Actividades de los alumnos:**

- Los niños atienden a la explicación del profesor sobre cómo se va a desarrollar la primera actividad.
- Cada niño va contestando cuando el profesor le pregunta. Deben estar atentos al número que dijo el último niño que contestó porque él ha de continuar a partir de ese número.
- Algunos niños cuentan con los dedos.
- Algunos niños no saben contestar correctamente y pasa a contestar otro niño que el profesor indica.

**Materiales:** Algunos niños se valen de los dedos.

**Organización de los alumnos:** Se organizan en gran grupo aunque las respuestas son totalmente individuales.

**Final del segmento:** Termina este segmento cuando el profesor dice "comenzamos el trabajo; silencio que comenzamos".

**Duración:** 5' 4".

## **Segmento N° 2**

**Principio o arranque del segmento:** El profesor pregunta a una niña el día de la semana y el día del mes para escribir la fecha en la pizarra.

**Objetivo:** Que los alumnos aprendan a colocar y a realizar multiplicaciones de un número de varias cifras multiplicado por 2 y por 3.

**Contenido:** Realización de multiplicaciones por 2 y por 3, con números de varias cifras.

**Estrategias de enseñanza:**

- El profesor indica a los niños que después de la fecha, van a hacer los ejercicios que él va poniendo en la pizarra. Les recuerda también que trabajen despacito y "metiendo los números en los cuadritos".

- Indica a los niños que la primera actividad es sobre la multiplicación: "Yo pongo las sumas indicadas en la pizarra y ustedes las convierten en multiplicación. A ver si ya lo hacemos sin ninguna duda. Sencillo, muy sencillo".

- Advierte a los alumnos que sumen bien porque al sumar se produce el mismo resultado.

- Se dirige a una alumna y le dice: "Carolina, comienza". Como la niña le contesta que  $3+3+3+3=12$ , el profesor le pregunta "¿cuántas veces se repite el 3?". Como la niña le responde que 4 veces, entonces el profesor dice: " $4 \times 3 = 12$ ".

- Se dirige luego a otra niña y le dice: "Idaira, la operación de la suma". Como la niña le contesta que  $4+4+4=12$ , el profesor le dice "vamos a convertir esa suma en multiplicación:  $4 \times 3 = 12$ ".

- Indica a los niños que "ahora vamos a hacer la multiplicación, pero olvidándonos de la suma, aunque de vez en cuando lo vamos a repasar, cuando tengamos dudas".

- Invita a los alumnos a que miren a la pizarra para que vean cómo se multiplica un número de varias cifras por 2. Les dice que "no se asusten que es muy fácil".

- Les hace observar que la multiplicación está colocada horizontalmente y que "así no la podemos hacer". Pregunta a los niños ¿qué cantidad es la más grande?".



- Indica de nuevo a los niños que "ustedes no hacen nada, sólo miren a la pizarra, pues es una explicación, no es una actividad".

- Continúa diciendo que "colocamos la cantidad mayor y debajo a la derecha el 2 y luego el signo de multiplicar y una línea para poner debajo el resultado". "Y ya tenemos una multiplicación como las que ustedes han visto por ahí". "Ahora la vamos a hacer".

- Nombra a una niña y le dice "Idaira,  $2 \times 3$ "; como la niña le contesta correctamente, él escribe el 6 en el sitio correspondiente. Vuelve a preguntar " $2 \times 4$ "; ante la respuesta de la niña, él dice "muy bien, y ahora lo más fácil,  $2 \times 2$ ". Como la niña contesta correctamente, el profesor pregunta "¿cuál es el resultado obtenido en esta multiplicación?".

- El profesor escribe el resultado, y dice a los niños que ese resultado también lo tienen que poner después del signo igual en la multiplicación indicada.

- Se dirige a otro niño, Alberto, y le dice que le va a poner una más sencillita  $12 \times 3$ . Ayuda al niño a realizarla diciendo: "¿qué cantidad ponemos primero?, ¿qué cantidad ponemos debajo?, ¿qué nos queda por colocar? (refiriéndose al signo y a la línea divisoria para escribir debajo el resultado).

- Una vez que ha ayudado al niño a colocar la multiplicación, le pregunta:  $3 \times 2 = \dots$   $3 \times 1 = \dots$  Como el niño ha contestado correctamente, él dice "es igual a 36".

Actividades de los alumnos:

- Todos los niños escriben la fecha en sus hojas de trabajo.

- En sus hojas de trabajo copian las sumas que el profesor escribe en la pizarra y las convierten luego en multiplicaciones.

- Algunos alumnos contestan a las preguntas del profesor cuando éste les pregunta. Los demás niños escuchan y atienden.

- Todos los niños atienden cuando el profesor explica la forma de multiplicar un número de varias cifras por 2 ó por 3.

- Algunos alumnos, de nuevo y por indicación del profesor, intervienen contestando a las preguntas que les hace el profesor.

- Los alumnos en sus hojas de trabajo copian el resultado de las multiplicaciones, tanto en las que están colocadas en forma vertical como horizontal.

Materiales: Pizarra y hojas de trabajo de los alumnos.

Organización de los alumnos: Los alumnos se organizan en gran grupo, aunque el trabajo que hacen en sus hojas es individual.

Final del segmento: Finaliza este segmento cuando el profesor anuncia a los niños que van a pasar a la tercera actividad.

Duración: 7' 15".

Tiempo acumulado: 12' 19".

### **Segmento N° 3**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor dice a los alumnos que va a incluir en la tercera actividad la operación de la multiplicación, pues hasta ahora sólo se venían haciendo operaciones de sumar y restar.

Objetivo: Que los niños aprendan a multiplicar por 2, en posición vertical y teniendo que "llevar".

Contenido: La multiplicación por la tabla del 2.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor pide a un niño que lea el enunciado de la tercera actividad y luego le pregunta: "¿Te he puesto sumas? ¿te he puesto restas?" El mismo se responde y dice "no, porque lo que he puesto han sido multiplicaciones".

- Llama la atención a algunos niños porque están hablando.

- Pregunta luego, "bien, ¿cuántas multiplicaciones sencillitas tenemos?". Como los niños le responden que 3, él continúa diciendo "...con la tabla del...". Como los niños le contestan que con la tabla del 2, él dice "con la tabla del 2 porque es la que vamos a dar este trimestre".

- Se dirige luego a una niña y le dice "Leticia, ¿cantidad?". Como la niña le contesta 15, él continúa "multiplicado por...". Ante la respuesta correcta de la niña, le indica que la efectúe.

- Para efectuar la multiplicación de 15 por 2 procede de la siguiente manera: Pregunta a la niña que cuánto es  $2 \times 5$  y la niña le contesta que 10; entonces él le pregunta que cuando se sumaba ¿de 10 se llevaba...?. La niña le contesta que 1. Sigue la niña diciendo que  $2 \times 1$  es 2, y a continuación interviene el profesor y dice "2 más una que llevaba son 3; entonces el resultado es 30".

- A continuación nombra a otros niños para que haga la siguiente multiplicación,  $134 \times 2$ .

- Como los niños efectúan las multiplicaciones correctamente, el profesor sólo interviene para decir que "se lleva una" y que pongan la "cantidad obtenida".

Actividades de los alumnos:

- Los niños copian en sus hojas de trabajo el enunciado de la tercera actividad.

- Los niños que el profesor nombra, dicen en voz alta el resultado parcial de las multiplicaciones que están en la pizarra y, después de efectuadas, el resultado final.

- Siguen la explicación del profesor para no olvidarse de la que "llevan".

- Todos los niños, al mismo tiempo, van efectuando las multiplicaciones en sus hojas y mirando por la pizarra.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Se organizan en gran grupo, aunque cada uno trabaja individualmente en su hoja de trabajo.

Final del segmento: Se acaba este segmento cuando el profesor dice "al menos se ve que hay un grupito que ya lo han entendido, pero como lo vamos a seguir repitiendo mucho, pues al final lo entenderán".

Duración: 6'.

Tiempo acumulado: 18' 19".

#### **Segmento N° 4**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando el profesor dice "pasamos a la siguiente actividad".

Objetivo: Lograr mayor precisión en los ejercicios de numeración.

Contenido: La numeración desde 1250 a 1260.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor pide a un niño que diga el número en que se quedaron ayer para continuar la serie a partir de ese número (1250) hasta el 1260, contando de 1 en 1.

- Después de transcurrido un tiempo, durante el cual el profesor se pasea entre las mesas, pide a una niña que vaya diciendo los números. El profesor escribe en la pizarra dichos números "para que todos los niños se vayan corrigiendo".

Actividades de los alumnos:

- Uno de los niños indica el número en que se quedaron el día anterior en la seriación.

- Todos los niños trabajan individualmente esta actividad en sus hojas de trabajo.

- Una de las alumnas dice en voz alta las cantidades que ella escribió en su hoja de trabajo, para que el profesor las escriba en la pizarra.

- Todos los niños corrigen lo que han hecho mirando las cantidades que el profesor escribió en la pizarra.

Material: Hojas de trabajo de los alumnos y pizarra.

Organización de los alumnos: El trabajo es individual. Para la corrección se pide la colaboración de algún niño en particular.

Final del segmento: Finaliza este segmento cuando el profesor explica a los niños que hoy no van a hacer sumas ni restas, puesto que ya hicieron las operaciones de multiplicación.

Duración: 5' 21".

Tiempo acumulado: 23' 40".

#### **Segmento N° 5**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor propone una nueva actividad a los niños: "vamos a escribir unas cantidades".

**Objetivo:** Afianzar la práctica de la escritura de números.

**Contenido:** La numeración a partir del millar.

**Estrategias de enseñanza:**

- El profesor escribe tres cantidades en la pizarra para que los niños las escriban con letra.
- Recuerda a los niños que al escribir las cantidades tengan cuidado con las faltas de ortografía.
- Se dirige a una de las alumnas para que le diga qué cantidad es la primera. El la escribe en la pizarra.
- Continúa del mismo modo con la corrección de las otras dos cantidades.

**Materiales:** Hojas de trabajo de los alumnos y pizarra.

**Organización de los alumnos:** Se organizan en gran grupo, aunque el trabajo es individual.

**Final del segmento:** Se termina este segmento cuando el profesor indica a los niños que esta es la última actividad que hacen en la hoja de trabajo, que pongan en la misma su nombre y apellidos para que se la entreguen a él.

**Duración:** 10'.

**Tiempo acumulado:** 33' 40".

### **Segmento N° 6**

**Principio o arranque del segmento:** Comienza este segmento cuando el profesor indica a sus alumnos que saquen el libro de texto y lo abran por las páginas 25, 26 y 27.

**Objetivo:** Corregir las actividades que aparecen en las páginas 25, 26 y 27 del libro de texto y que los niños han hecho como tarea en sus casas.

**Contenido:** Las operaciones de suma, resta, multiplicación y problemas relacionados con estas operaciones.

**Estrategias de enseñanza:**

- El profesor indica a los niños la forma en que van a corregir los ejercicios del libro: Se hará de forma oral y contestará el niño que se le pregunte; los demás deberán estar atentos a los resultados para irse corrigiendo.

- El profesor pide a un niño que lea el título del primer ejercicio (dos sumas). Después de que el niño lee el título, el profesor le dice "fíjate bien, vas a hacer la primera suma,  $47 + 82 + 26$ ), yo te voy diciendo los números y tú me vas dando el resultado".

- Dice el profesor " $7 + 2$ ". Contesta el niño "9".  
 - Dice el profesor " $9 + 6$ ". Contesta el niño "15".  
 - Dice el profesor "llevas..." Contesta el niño "1".  
 - Dice el profesor " $4 + 8$ ". Contesta el niño "12".  
 - Dice el profesor " $12 + 2$ ". Contesta el niño "14".  
 - Dice el profesor " $12 + 1$  que llevabas...". Contesta el niño "15"

- Dice el profesor "resultado". Contesta el niño "155".  
 - El profesor pone a continuación esta suma en la pizarra para que todos los niños la observen.

- Nombra luego a una niña para hacer otra suma siguiendo la misma estrategia de corrección que con la suma anterior.

- De vez en cuando dice el profesor "lo de contar con los deditos no lo quiero ya".

- Se dirige después a otro niño para corregir la primera resta ( $423 - 184$ ).

- Dice el profesor "4 para llegar a 13". Contesta el niño "9".

- Dice el profesor "llevamos...". Contesta el niño "1".  
 - Dice el profesor " $8 + 1$ ". Contesta el niño "9".  
 - Dice el profesor "9 para llegar a 12". Contesta el niño "3".

- Dice el profesor "llevamos...". Contesta el niño "1".  
 - Dice el profesor " $1 + 1$ ". Contesta el niño "2".  
 - Dice el profesor "2 para llegar a 4". Contesta el niño "2".

- Dice el profesor "resultado...". Contesta el niño "239".  
 - Dice el profesor "muy bien, miren qué fácil".  
 - Corrige la siguiente resta dirigiéndose a otra niña y siguiendo la misma técnica de corrección.

- Nombra a otra alumna para que lea el primer problema y que diga la operación que ha hecho para resolverlo. Como la niña le indica que ha hecho una suma, corrige dicha suma del mismo modo que lo hizo en la primera actividad.

- Se refiere a otro alumno para que lea el segundo problema y le diga la operación que hizo para resolverlo. Corrige la operación, una resta, siguiendo el mismo modelo de corrección que empleó anteriormente.

- Continúa corrigiendo las siguientes actividades que se refieren a realizar sumas de sumandos iguales indicadas y ponerlas en forma de multiplicación. Para ello nombra a diferentes niños. Después de un niño ha leído la suma de sumandos iguales,  $6+6+6=$  y dice el resultado 18, el profesor pregunta ¿cuántas veces se repite el 6? Después de que el niño le contesta que 3 veces el profesor dice "el 3 lo multiplicamos por 6 y es igual a 18".

- Sigue corrigiendo las demás sumas de sumandos iguales:  $8+8+8=24$ , que el profesor expresa como " $3 \times 8=24$ ";  $4+4=8$ , que el profesor expresa como " $2 \times 4=8$ ";  $5+5+5=15$ , que el profesor dice que es " $3 \times 5=15$ ".

- A continuación llama la atención de los niños para que se fijen en la tabla del 2 que aparece en el libro y la repasa varias veces con ellos y les dice que "ya mañana preguntaré la tabla del 2 aunque no es obligatorio todavía aprendérsela".

Actividades de los alumnos:

- Los niños sacan su libro de texto y lo abren por las páginas que hicieron en casa de tarea.

- Los niños que profesor va nombrando, corrigen las distintas operaciones, mirando por su libro y contestando a los resultados parciales que el profesor le va preguntando.

- Mientras uno de los niños realiza de forma oral el ejercicio, conjuntamente con el profesor, los demás niños se limitan a irse corrigiendo ellos mismos, por los resultados que van escuchando.

- Todos los niños recitan en voz alta la tabla del 2.

Materiales: El libro de texto de Matemáticas.

Organización de los alumnos: Se organizan en gran grupo. Cada niño se corrige individualmente.

Final del segmento: Se acaba este segmento cuando el profesor marca como tarea de casa las páginas 27,28,29 y 30 del libro de texto.

Duración: 22' 14".

Tiempo acumulado: 55' 54".

### **Sesión N° 4**

#### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor indica a sus alumnos que guarden silencio, que hoy tienen la hora justa porque luego hay gimnasia y que, por lo tanto, "hay que aprovechar".

Objetivo: Trabajar las multiplicaciones con la tabla del 2.

Contenido: Multiplicar números de varias cifras con la tabla del 2.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor indica a los alumnos que pongan la fecha en las "hojitas de trabajo". Les recuerda que cuenten los puntitos como todos los días, que hagan la letra clarita y que no se olviden de subrayar con color los resultados de las operaciones.
- Plantea en la pizarra la primera actividad "hoy comenzamos con la multiplicación; a ver si se recuerdan de la explicación de ayer y saben colocar la multiplicación con la tabla del 2".
- Hace que todos los niños miren a la pizarra. Llama a uno de los niños, Alberto, para que haga la primera multiplicación en la pizarra,  $243 \times 2$  y "así hacer la clase más activa".
- Indica al niño que está en la pizarra que haga la multiplicación en voz alta, porque "estamos haciendo como un repaso general".
- Después de que el niño ha terminado la multiplicación, el profesor dice "muy bien, resultado...". Como



el niño le dice el resultado el profesor indica "muy bien, ponlo arriba (en la multiplicación colocada horizontalmente) y subráyalo con color".

- Llama a continuación a una niña, Carolina, y le propone que haga la multiplicación de  $242 \times 2$ , también en la pizarra y en voz alta. El profesor sigue la misma estrategia de enseñanza que empleó con el alumno anterior.

- Saca luego a la pizarra a Idaira y le dice que haga la multiplicación de  $534 \times 2$ . La niña la realiza igual que sus anteriores compañeros.

- El profesor indica que "voy a poner otra más porque parece que esto resulta". Llama a Eduardo para que la haga, siguiendo el mismo procedimiento que sus compañeros.

- El profesor dice que "bueno, hoy hemos hecho 4 multiplicaciones todavía sin llevar; éso lo haremos la próxima semana"

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos preparan su hoja de trabajo como todos los días, poniendo la fecha y contando los cuadritos. También preparan sus lápices de colores para subrayar con color los resultados.

- Algunos alumnos, que el profesor va designando, salen a la pizarra a hacer en voz alta las multiplicaciones que el profesor ha planteado en la pizarra.

- Los demás niños observan a sus compañeros y van haciendo lo mismo en sus respectivas hojas de trabajo.

Materiales: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: El trabajo es individual.

Final del segmento: Se termina este segmento cuando el profesor anuncia que "pasamos a la segunda actividad".

Duración: 14' 8".

## **Segmento N° 2**

Principio o arranque del segmento: Este segmento se inicia cuando el profesor indica que la segunda actividad es la de seriación.

**Objetivo:** Lograr mayor precisión en los ejercicios de seriación.

**Contenido:** La serie de números desde 1260 a 1270.

**Estrategias de enseñanza:**

- El profesor se dirige a un alumno para preguntarle en qué número se habían quedado el día anterior para seguir a partir de ahí.

- Como el niño le dice que se quedaron en el número 1260, el profesor dice que hoy van a llegar hasta 1270, contando de 1 en 1.

- El profesor dice que el primero que termine se lo comunique. Mientras tanto, él se pasea entre las mesas de los niños observando que todos trabajan.

- Se dirige a Daniel y le dice "bueno, Daniel, la serie; quiero absoluto silencio".

- Mientras el niño le dice verbalmente los números al profesor, éste los va escribiendo en la pizarra.

- El profesor indica a todos los niños que subrayen con color el último número "para memorizar, y saber mañana en qué número nos quedamos". También les dice que subrayen con color el primer número de la serie.

**Actividades de los alumnos:**

- Uno de los alumnos, por indicación del profesor, dice en qué número de la serie se quedaron ayer para continuar hoy.

- Después de oír las recomendaciones de su profesor, todos los niños escriben la serie en sus hojas de trabajo.

- El niño que el profesor indicó anteriormente, va diciendo los números en voz alta.

- Todos subrayan con color el primer y último número de la serie que hicieron hoy.

**Materiales:** Hojas de trabajo de los alumnos y pizarra.

**Organización de los alumnos:** Trabajo individual. La corrección en grupo.

Final del segmento: Finaliza este segmento cuando el profesor dice que "ya tenemos la serie, ahora pasamos a la tercera actividad".

Duración: 6'.

Tiempo acumulado: 20' 18".

### **Segmento N° 3**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor indica a los niños que van a hacer la tercera actividad.

Objetivo: Trabajar la numeración a partir del 1000.

Contenido: La numeración a partir del millar.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor indica a los niños que él va a colocar unas cantidades en la pizarra, dejando un espacio después de cada una de ellas, para que ellos coloquen el número siguiente.
- El profesor les dice que el ejercicio "se hace como siempre, muy sencillo".
- Se dirige a una alumna, Leticia, para que salga a la pizarra. El profesor le dice "la primera cantidad, léela". Como la niña le contesta que 1110, el profesor le pregunta "¿qué cantidad viene después?". La niña le dice que 1111, y el profesor le dice "muy bien, súbrayala".
- Indica a todos los demás niños que vayan trabajando esta actividad cada uno en su hoja de trabajo.
- Saca a otra alumna a la pizarra y le dice que lea la siguiente cantidad; como la niña le dice que es 1230, le pide que le diga la siguiente y que la escriba y la subraye.
- Indica a otro alumno que lea la siguiente cantidad (1199) y que le diga el número que sigue.

Actividades de los alumnos:

- Todos los alumnos escriben en sus hojas de trabajo la actividad que el profesor ha planteado en la pizarra y la van resolviendo cada uno individualmente.

- Los niños que el profesor nombra, salen a la pizarra y van contestando a las preguntas del profesor y escribiendo los números correspondientes.

Materiales: Hojas de trabajo y pizarra.

Organización de los alumnos: Trabajo individual. Corrección conjunta.

Final del segmento: Se acaba este segmento cuando el profesor indica a los niños que "ahora vamos a las restas".

Duración: 7' 20".

Tiempo acumulado: 27' 38".

#### **Segmento N° 4**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor dice "vamos a las restas, tenemos las restas y vamos a participar".

Objetivo: Repasar la operación de la resta.

Contenido: La operación de la resta.

Estrategias de enseñanza:

- Antes de comenzar, el profesor llama la atención de los niños para que preparen su material para empezar a trabajar.

- Indica a uno de los alumnos que salga a la pizarra para realizar la primera operación: "Jorge, a la pizarra, primera operación. Procura hacer los números de forma que todos los niños los vean".

- El profesor ayuda al niño que está en la pizarra a realizar la operación de la resta "llevando" (742-329), siguiendo de forma mecánica estos pasos:

- . Alumno: "de 9 para llegar a 12, 3".
- . Profesor: "bien, llevas...".
- . Alumno: "llevo 1".
- . Profesor: "que la colocamos...".
- . Alumno: "encima del 2". "2 y 1 igual 3, para llegar a 4, 1".
- . Profesor: "bien, seguimos".

- . Niño: "3 para llegar a 7, 4".
- . Profesor: "4, resultado...".
- . Niño: "resultado igual a 413".
- . Profesor: "413, lo colocamos a continuación del igual, como hago yo, siempre igual, subrayen el resultado con color".

- El profesor manda luego a una niña a hacer otra resta, 821-759, y sigue el mismo procedimiento para su realización que en la anterior.

- Saca a otra niña para hacer la tercera resta, 293-124 y sigue la misma estrategia de enseñanza que anteriormente.

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos preparan su material y copian en sus hojas de trabajo las tres restas que el profesor ha puesto en la pizarra.

- Tres de los alumnos, que el profesor ha nombrado, salen consecutivamente a la pizarra a efectuar las restas ayudados por el profesor.

- Todos los niños siguen la realización del ejercicio que se está haciendo desde la pizarra, al mismo tiempo que trabajan en sus hojas.

Materiales: Hojas de trabajo de los alumnos y pizarra.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Se termina este segmento cuando el profesor dice "damos por terminadas las actividades de la pizarra; pongan en sus hojas el nombre y apellidos y vamos a hacer un poquito de cálculo mental"

Duración: 8' 12".

Tiempo acumulado: 35' 50".

### **Segmento N° 5**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor dice que a continuación "vamos a hacer un poquito de cálculo mental".

Objetivo: Practicar el conteo de forma mental.

Contenido: La operación de contar.

**Estrategias de enseñanza:**

- El profesor indica a los alumnos la estrategia que van a seguir para hacer el cálculo mental: "vamos a sumar 3 y sumar 4. A unos niños les corresponde sumar 3 y a otros sumar 4. Empezamos en el 200 para llegar a 300".
- El profesor dice "200 más 4...". Después de oír la respuesta correcta de uno de los niños, vuelve a decir "204 más 3...". Como el niño al que él preguntó se equivoca, se dirige a otro alumno.
- El profesor, cuando ya van contando hasta 254, decide dejarlo para mañana, porque "se ve que están cansados".

**Actividades de los alumnos:**

- Los niños escuchan las indicaciones de su profesor.
- Mentalmente van sumando y contesta el niño al cual se dirige el profesor para preguntarle.
- Algunos niños contestan mal.
- En general, se observa que los niños no prestan demasiada atención a esta actividad.

**Material:** No se usa ninguno.

**Organización de los alumnos:** Se hace el trabajo individualmente.

**Final del segmento:** Se acaba este segmento cuando el profesor indica a los niños que saquen el libro de Matemáticas para corregir las páginas que han hecho en casa.

**Duración:** 4' 20".

**Tiempo acumulado:** 40' 10".

**Segmento N° 6**

**Principio o arranque del segmento:** Se inicia este segmento cuando el profesor dice a los niños que "pasamos a corregir la página 28 del libro de Matemáticas que han hecho en casa".

**Objetivo:** Corregir los ejercicios que se han marcado como tarea para casa.

**Contenido:**

- . Las tablas del 2, 5, 4 y 8.

. Conversión de sumas de sumandos iguales en multiplicación.

. Resolución de problemas de multiplicación.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor se dirige a Eva y le pregunta ¿de qué tabla se está hablando aquí?.

- Como la niña le contesta que la del 5, el profesor va preguntando ¿ $5 \times 2$ ,  $5 \times 4$ ,  $5 \times 5$ ,  $5 \times 6$ ,  $5 \times 7$ ,  $5 \times 9$ ? y va recibiendo la respuesta de la niña.

- El profesor se dirige ahora a otra niña y le dice "Cristina, seguimos, la otra tabla es la del..." Como la niña le dice que la del 4, el profesor le pregunta ¿ $4 \times 3$ ,  $4 \times 6$ ,  $4 \times 5$ ,  $4 \times 4$ ,  $4 \times 7$ ,  $4 \times 8$ ?, y va recibiendo las respuestas de la niña.

- El profesor llama la atención de los niños para que se fijen que "la tabla estaba salteada".

- El profesor dice "debajo tenemos la tabla del 8. Amanda, contesta". Preguntando ¿ $8 \times 3$ ,  $8 \times 5$ ,  $8 \times 6$ ,  $8 \times 2$ ,  $8 \times 4$ ,  $8 \times 9$ ? y recibe la respuesta de la niña.

- El profesor indica que se da por terminada la página 28 y que van a pasar a la 29.

- El profesor se desespera porque muchos niños le piden permiso para ir al baño y otros se levantan a afilar sus lápices a la papelería; por eso él pregunta ¿podemos continuar?.

- Continúa con la misma estrategia con la tabla del 5.

- Para realizar unos ejercicios de conversión de sumas en multiplicación, se dirige a un alumno en particular y dice " $4 \times 2$ " y espera la respuesta del alumno. Luego dice " $6 \times 3$ " y vuelve a esperar la respuesta del alumno. Así sucesivamente para todos estos ejercicios, que son cinco.

- Les dice a los niños que ahora van a corregir la página 30. Manda a una niña a leer el enunciado del problema y espera que la misma niña le dé la solución, primero en forma de suma de sumandos iguales y luego en forma de multiplicación.

- Procede de la misma forma para los otros tres problemas del libro.

**Actividades de los alumnos:**

- Los niños que el profesor indica contesta a las preguntas que él les formula, relacionadas con los resultados de los ejercicios del libro.

- Todos los niños van comprobando por sus libros si han hecho en casa correctamente los ejercicios. Los corrigen si se han equivocado.

- Muchos niños denotan signos de cansancio y de aburrimiento. Algunos de ellos piden permiso para salir al baño y otros se levantan a afilar sus lápices.

Materiales: Libros de texto.

Organización de los alumnos: Cada niño se corrige individualmente.

Final del segmento: Se termina este segmento cuando el profesor dice a los niños que "para mañana las páginas 31, 32 y 33 del libro, para que las hagan en sus casas".

Duración: 19' 55".

Duración total: 60' 5".

**Sesión Nº 5**

**Segmento Nº 1**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando el profesor indica a sus alumnos que "hoy vamos a empezar haciendo un poquito de cálculo mental".

Objetivo: Conseguir agilidad mental con el cálculo mental.

Contenido: La operación de la sustracción.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor indica a los alumnos que a partir del número 100 van a ir quitando de 4 en 4.

- Se dirige a un niño y le dice "100 menos 4...".

- Como el niño le contesta que 96, se dirige a otro alumno y le dice "...menos 4...".

- Continúa de la misma forma dirigiéndose a otros niños y, si alguno se equivoca, pasa al siguiente.

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos escuchan las indicaciones del profesor.



- Uno de los niños comienza la actividad descontando 4 a 100.
- Otro niño que el profesor indica continúa con el siguiente número.
- Otros niños que el profesor nombra toman el último número que ha dicho su compañero y siguen descontando 4.
- Algunos niños se equivocan y no pueden rectificar, pues el profesor pasa a otro de sus compañeros.

Materiales: Algunos niños se valen de los dedos.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Finalización del segmento: Se termina este segmento cuando el profesor dice que van a pasar a trabajar en las hojas de trabajo.

Duración: 10'.

### **Segmento N° 2**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor indica a sus alumnos que preparen las hojas de trabajo, colocando los puntitos y escribiendo la fecha.

Objetivo: Que los alumnos repasen la operación de la suma.

Contenido: La operación de la suma.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor escribe en la pizarra dos sumas en forma horizontal.
- Pide a los alumnos que las copien en sus hojas de trabajo tal como él las escribió en la pizarra, que luego las coloquen de forma vertical y hallen su resultado.
- Solicita a uno de los niños que vaya a la pizarra a realizar la primera suma. Espera un poco de tiempo hasta que el niño la termina y luego le pregunta "¿resultado?".
- Como el niño le da el resultado correcto, pide a otro niño que salga a la pizarra y realice la segunda suma. Procede con este alumno de la misma forma que con el primero.
- Al final dice a todos los niños que se fijen en la pizarra para que se corrijan.

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos escuchan las indicaciones del profesor.

- Todos los niños copian en sus hojas de trabajo, que previamente han preparado con los puntitos, las dos sumas que el profesor ha escrito en la pizarra.

- Dos de los niños que el profesor ha nombrado salen a la pizarra a realizar las dos sumas. Los demás niños las realizan en sus hojas individualmente y al final se corrigen mirando a la pizarra.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Los niños trabajan individualmente.

Finalización del segmento: De acaba este este segmento cuando el profesor indica a los alumnos que pongan el segundo ejercicio (2º).

Duración: 7' 14".

Tiempo acumulado: 17' 14".

### **Segmento N° 3**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor dice a sus alumnos que la segunda actividad consiste en hacer dos restas.

Objetivo: Lograr que los alumnos practiquen la operación de la resta.

Contenido: La operación de la sustracción.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor escribe en la pizarra dos operaciones de resta en forma horizontal.

- Pide a los niños que las copien en sus hojas de trabajo y las coloquen y realicen.

- Hace salir a un niño a la pizarra para que efectúe la primera operación y, cuando termina, le pregunta por el resultado.

- A continuación hace salir a otro de los alumnos para que realice la segunda resta.

- Al final el profesor indica a todos los niños que se fijen en los resultados de la pizarra para que comprueben lo que ellos han hecho.

**Actividades de los alumnos:**

- Los niños copian en sus hojas de trabajo las dos restas.
- Todos los niños proceden a efectuarlas individualmente.
- Dos niños que el profesor indica salen a la pizarra para hacer las restas.
- Los demás niños observan la pizarra y se autocorrigien.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Duración: 8' 16".

Tiempo acumulado: 25' 30".

**Segmento N° 4**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor dice a sus alumnos que van a hacer la tercera actividad.

Objetivo: Que los alumnos continúen trabajando en la tabla del 2.

Contenido: La operación de multiplicación por 2.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor escribe en la pizarra dos multiplicaciones por la tabla del 2 y pide a sus alumnos que las coloquen y efectúen.
- Después de unos minutos, hace salir a una de las niñas a la pizarra para que realice la primera operación. Después de que comprueba el resultado le dice a la niña que "está muy bien".
- A continuación hace salir a uno de los niños para que realice la segunda multiplicación. Observa el resultado y como el niño se ha equivocado le rectifica recordándole la tabla.
- Pide a todos los demás niños que comprueben los resultados por la pizarra.

Actividades de los alumnos:

- Los niños escriben en sus hojas de trabajo las dos multiplicaciones que el profesor ha escrito en la pizarra; luego cada uno las realiza individualmente.

- Dos de los niños salen a la pizarra por indicación del profesor a efectuar las dos multiplicaciones.
- Todos los niños se corrigen mirando a la pizarra.

Materiales: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Finalización del segmento: Se termina este segmento cuando el profesor dice a los niños que pongan cuarta actividad (4º).

Duración: 6' 12".

Tiempo acumulado: 31' 42".

### **Segmento N° 5**

Principio o arranque del segmento: Este segmento comienza cuando el profesor dice a sus alumnos que en la cuarta actividad escriban "problema".

Objetivo: Resolver un problema aritmético relacionado con la multiplicación.

Contenido: Aplicación de la multiplicación por 3.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor dibuja en la pizarra 4 gomas de borrar y escribe el precio de cada una (3 pesetas).
- Pide a los niños que resuelvan este problema en forma de suma y en forma de multiplicación.
- Pasados unos minutos, dice a una de las niñas que vaya a la pizarra a resolver el problema.
- Como la niña ha puesto en la multiplicación  $4 \times 3$ , el profesor le pregunta "¿cuál es el número que se repite?". Como la niña le dice que el 3, el profesor le dice "entonces hay que escribir  $3 \times 4 = 12$ ".

Pide a los demás niños que se fijen en la pizarra para que se corrijan.

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos resuelven en sus hojas directamente el problema planteado en la pizarra, sin copiar los dibujos.
- Una de las niñas sale a la pizarra a resolver el problema. Como se equivoca en la multiplicación, atiende a las preguntas del profesor para resolverlo correctamente.

- Los demás niños observan lo que hace su compañera y se corrigen.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Finalización del segmento: Termina este segmento cuando el profesor dice a los niños que pongan el nombre a las hojas de trabajo para él recogerlas y que a continuación van a trabajar en los libros de Matemáticas.

Duración: 9'.

Tiempo acumulado: 40' 42".

### **Segmento N° 6**

Comienzo o arranque del segmento: Este segmento se inicia cuando el profesor propone a los alumnos que ahora van a corregir las páginas 36,37 y 38 del libro de Matemáticas, que los niños ya han hecho en sus casas como tarea.

Objetivo: Corregir las actividades propuestas en el libro de Matemáticas.

Contenido: La multiplicación.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor dice a los alumnos que van a corregir oralmente los ejercicios de estas páginas del libro.

- Mientras él sostiene el libro en las manos, va diciendo a cada niño que lea el enunciado de una actividad para que diga cómo se resuelve, así como el resultado.

- Si algún niño se equivoca, le rectifica.

- Pide a todos los niños que estén atentos y se vayan autocorrigiendo.

Actividades de los alumnos:

- Los niños sacan sus libros de Matemáticas y los abren por las páginas 36, 37 y 38.

- Van escuchando las indicaciones del profesor.

- Los niños que el profesor nombra leen el enunciado de los ejercicios del libro y dicen cómo los han resuelto, así como el resultado que han obtenido. Cada niño realiza un ejercicio.

- Los demás niños escuchan y van observando sus libros para comprobar si han hecho correctamente las actividades propuestas.

Materiales: Libros de texto.

Organización de los alumnos: Cada niño se va corrigiendo los ejercicios individualmente.

Final del segmento: El segmento termina cuando el profesor dice a los niños que hagan en casa las páginas 39, 40 y 41 del libro como tarea.

Duración: 25' 30".

Tiempo acumulado: 66' 12".

### **Sesión N° 6**

#### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor manda a dos niños a repartir las hojas de trabajo y a otros dos niños a repartir los lápices de colores. Les recuerda que deben poner los puntitos en las hojitas antes de empezar a trabajar. Indica a una niña que le vaya diciendo la fecha del día de hoy para él ponerla en la pizarra.

Objetivo: Practicar el cálculo mental.

Contenido: Sumar mentalmente de cuatro en cuatro a partir de un número dado.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor indica a los niños que "vamos a hacer un poquito de cálculo mental, para entrar un poco en calor".

- A continuación da la regla que hay que seguir: "a partir del 200, vamos a sumar 4".

- Indica a los niños que no cuenten con los dedos de la mano, sino hacerlo ya directamente.

- Se dirige a los niños de forma individual para preguntarle el resultado de cada una de las sumas. Si algún niño no contesta correctamente, pasa al siguiente.

Actividades de los alumnos:

- Los niños, en silencio, colocan los puntitos en sus hojas de trabajo y escriben la fecha.

- Escuchan las indicaciones del profesor para hacer el cálculo mental.
- Los niños que el profesor indica, dan la respuesta al profesor.
- Los niños que no saben la respuesta o no están atentos a la respuesta que ha dado su anterior compañero, no tienen oportunidad de pensar de nuevo la suma correcta, pues el profesor pasa a preguntar a otro niño.
- Algunos niños se valen de los dedos para efectuar las sumas.

Materiales: Pizarra, hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Se termina este segmento cuando el profesor dice "nos quedamos en el 300; no se olviden para continuar mañana".

Duración: 5'.

## **Segmento N° 2**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando el profesor dice "comenzamos con el primer ejercicio. Para no olvidarnos vamos a convertir unas sumas en multiplicación".

Objetivo: Repaso de la tabla del 3 partir de sumas de sumandos iguales.

Contenido: La tabla del 3.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor escribe varias sumas cuyos sumandos es el número 3.
- Les pide a los alumnos que las resuelvan en sus hojas de trabajo y les recuerda que trabajen de forma limpia y ordenada, subrayando con lápiz de color los resultados.
- Manda a un niño a la pizarra a resolver las sumas.
- Al mismo niño que está en la pizarra le indica que ahora tiene que transformar esas sumas en multiplicación.
- El profesor interactúa verbalmente con el alumno de la siguiente forma:

. Profesor: "estamos en la tabla del 3".

## MATEMATICAS

- . Alumno: "escribo el número 3".
- . Profesor: "3, y el signo más se convierte en signo..."
- . Alumno: "por".
- . Profesor: "muy bien, 3 x..."
- . Alumno: "4".
- . Profesor: "muy bien, 3 x 4= 12".

- El profesor dice a sus alumnos que "no hace falta saberse la tabla de memoria; tener en la mente la de la suma, por eso hacemos cálculo mental. Yo no quiero que se la aprendan de memoria, pero si hay algún niño que le gusta aprenderla de memoria, pues muy bien".

Materiales: Hojas de trabajo y pizarra.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Finaliza este segmento cuando el profesor indica a sus alumnos que vamos a explicar la multiplicación "llevando".

Duración: 25'.

Tiempo acumulado: 30'.

### Segmento N° 3

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor dice a sus alumnos "vamos a explicar la multiplicación "llevando" una, como hicimos con la suma y con la resta. Vamos a colocar una multiplicación, 2ª actividad: "multiplicar", y la vamos haciendo al mismo tiempo que la explicamos".

Objetivo: Que los niños adquieran el mecanismo de la multiplicación llevando una.

Contenido: La multiplicación con la dificultad de llevar una.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor indica a sus alumnos que como estamos trabajando la tabla del 3, vamos a trabajar con la tabla del 3 pero "llevando". "Miren, muy sencillita, 34 x 3".

- Indica a los alumnos que el primer paso es colocar la multiplicación, y coloca el número 34 arriba y el 3 debajo del 4;



se dirige a los niños diciendo "ya tenemos la multiplicación preparada".

- Le dice a una niña que vaya a la pizarra a hacerla.
- Establece el siguiente diálogo con la niña:
  - . Profesor: "3 x 4...".
  - . Niña: "12".
  - . Profesor: "mira, de 12, ¿cuántas llevas?".
  - . Niña: "me llevo 1".
  - . Profesor: "bien, ahora la colocamos encima del...".
  - . Niña: "3".
  - . Profesor: "bien, y ahora sigue multiplicando".
  - . Niña: "3 x 3 = 9, más 1, 10".
  - . Profesor: "muy bien".
- A continuación, el profesor pone otras multiplicaciones en la pizarra para que "ustedes solitos las resuelvan".
- El profesor saca a la pizarra a dos niños para que cada uno de ellos realice una de las multiplicaciones que él ha puesto en la pizarra. Sigue la misma estrategia de enseñanza que empleó con la niña para ayudarles a resolver las multiplicaciones.

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos observan lo que hace el profesor en la pizarra y escuchan sus explicaciones.
- Una de las alumnas sale a la pizarra y efectúa la multiplicación que el profesor ha puesto en la pizarra, contestando al mismo tiempo a las preguntas que éste le va formulando sobre el procedimiento que debe seguir para realizar la multiplicación.
- Los demás niños observan el trabajo que su compañera hace en la pizarra y, al mismo tiempo, también lo van haciendo en sus respectivas hojas de trabajo.
- Otros dos niños salen también a la pizarra, primero uno y luego otro, para hacer las dos nuevas multiplicaciones de "llevar" que el profesor ha puesto en la pizarra. Lo mismo que

su anterior compañera, también van respondiendo a las preguntas del profesor.

- Los demás niños trabajan en sus hojas y observan la pizarra.

Materiales: Hojas de trabajo y pizarra.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Se termina este segmento cuando el profesor pregunta a los niños si les ha parecido difícil y los niños le contestan que no, que es igual a la suma de llevar.

Duración: 12'.

Tiempo acumulado: 42'.

#### **Segmento N° 4**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando el profesor indica a sus alumnos que "vamos a pasar a la tercera actividad, que es un problema".

Objetivo: Aplicar la operación de la multiplicación a situaciones problemáticas.

Contenido: Problemas de multiplicar.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor indica a los niños que el problema que van a resolver, lo tienen que hacer en forma de suma y en forma de multiplicación.

- Les dice a los niños que él se los explica para que ellos retengan las cantidades para hacer el problema. Les dice "voy a hacer los dibujos en la pizarra. Voy a poner 4 sobres y dentro de cada sobre 3 tarjetas. Y quiero que me digan ¿cuántas tarjetas hay en total?".

- Indica a los niños que piensen el problema y manda a uno de ellos a la pizarra para que lo haga.

- El profesor observa la suma de sumandos iguales que el niño ha escrito en la pizarra, y le dice "bueno, cuántas tiene el primer sobre, más...cuántas tiene el segundo, más...cuántas tiene el tercero, más...cuántas tiene el cuarto".

- Ante la respuesta correcta del niño, el profesor dice "bien, pues ahora lo vamos a escribir en forma de multiplicación".

- Obsevando la multiplicación que el niño ha escrito dice "resultado: 12...". Como el niño le contesta que 12 sobres, el profesor le rectifica diciendo "no, son tarjetas".

Actividades de los alumnos:

- Los niños observan los dibujos que el profesor hace en la pizarra y escuchan sus explicaciones.

- Durante unos minutos piensan en cómo resolver el problema, aunque es uno de los niños el que sale a la pizarra y lo resuelve, mientras los demás niños lo hacen en sus hojas de trabajo.

Materiales: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Finaliza este segmento cuando el profesor dice que ya está el problema.

Duración: 6'.

Tiempo acumulado: 48'.

### **Segmento N° 5**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando el profesor indica a los alumnos que "vamos a hacer otra actividad".

Objetivo: Aprender a escribir la serie de números, contando de 2 en 2.

Contenido: La serie de números desde el 1200 al 1300.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor pregunta a los niños si se recuerdan en qué número terminaron ayer la serie de los números.

- A continuación, les indica que hoy tienen que contar de 2 en 2, desde el 1200, número en el que se quedaron el día anterior, hasta el 1300.

- Les dice que sigan haciendo ellos solos esta actividad y que, el que termine primero, saldrá a la pizarra a coregírla.

- Se dirige luego a uno de los niños para que se los diga en voz alta.

- Mientras el niño va diciendo los números en voz alta, el profesor los va escribiendo en la pizarra.

Actividades de los alumnos:

- Varios niños responden al profesor diciendo que el día anterior se habían quedado en el número 1200.

- Escuchan las indicaciones del profesor, sobre cómo tienen que ir contando y hasta dónde tienen que llegar.

- Cada niño individualmente escribe los números en su hoja de trabajo.

- Uno de los alumnos, que el profesor ha indicado, va diciendo en voz alta los números.

- Los demás niños se van corrigiendo esta actividad, escuchando a su compañero y viendo los números que el profesor escribe en la pizarra.

Materiales: Hojas de trabajo y pizarra.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Este segmento termina cuando el profesor indica que van a hacer otra actividad.

Duración: 5' 20".

Tiempo acumulado: 53' 20".

### **Segmento N° 6**

Principio o arranque del segmento: Este segmento comienza cuando el profesor indica que "para terminar hoy, vamos a poner la palabra "operatoria".

Objetivo: Que los alumnos practiquen y repasen las operaciones de suma y resta.

Contenido: Las operaciones de suma y resta, con la dificultad de llevar.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor indica a los niños que hoy "vamos a poner las sumas y las restas mezcladas; así que fíjense en el signo, para no equivocarse".

- Coloca varias operaciones de sumas y restas mezcladas.

- Llama a un niño a la pizarra para que coloque y efectúe la primera operación en voz alta.

- Cada vez que el niño va dando un resultado parcial de la operación que está resolviendo, el profesor le dice "muy bien". Al final pregunta al niño "¿era difícil la suma?".

- A continuación, manda a una niña para que realice la siguiente operación, una resta.

- Entre el profesor y la niña se establece el siguiente diálogo:

- . Niña: "7 para llegar a 9, 2".

- . Profesor: "bien, 2".

- . Niña: "9 para llegar a 12, 3".

- . Profesor: "bien, llevas...".

- . Niña: "...1; 4 y 1 son 5, para llegar a 6, 1".

- . Profesor: "muy bien, ¿resultado".

- . Niña: "132".

- Luego manda a otros dos niños a hacer las dos operaciones siguientes, manteniendo el mismo diálogo con ellos para ayudarles a realizarlas.

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos copian en sus hojas de trabajo las operaciones que el profesor escribe en la pizarra, mientras escuchan sus indicaciones.

- Uno de los niños sale a la pizarra a hacer la primera operación.

- Luego sale una niña, que realiza la otra operación, al mismo tiempo que va contestando a las preguntas del profesor.

- Otros dos niños salen también a la pizarra y realizan las dos últimas operaciones, contestando también a las preguntas del profesor.

- Los demás niños trabajan individualmente en sus hojas de trabajo, y se van corrigiendo por la pizarra.

Materiales: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Se acaba este segmento cuando el profesor indica a los niños que hasta hoy en la actividad de "operatoria" sólo ha puesto sumas y restas, pero que a partir de hoy también va a poner multiplicaciones y que, por lo tanto, se tienen que fijar en el signo para no equivocarse.

Duración: 15' 30".

Tiempo acumulado: 68' 55".

## **Sesión N° 7**

### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Este segmento comienza cuando el profesor dice a los alumnos que preparen sus hojas de trabajo, contando los puntitos y poniendo la fecha.

Objetivo: Practicar la multiplicación por 3.

Contenido: La multiplicación por 3.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor escribe en la pizarra tres multiplicaciones por 3 y pide a los alumnos que las copien para realizarlas en sus hojas de trabajo:  $34 \times 3 =$  ;  $245 \times 3 =$  ;  $542 \times 3 =$  .

- Cuando ha transcurrido unos minutos, el profesor pide a una de las alumnas que salga a la pizarra a colocar la primera multiplicación en forma vertical y a hallar su resultado.

Entabla con la niña el siguiente diálogo:

- . Profesor: "3 x 4 es igual a...".
- . Alumna: "...12, y llevo 1".
- . Profesor: "muy bien, 3 x 3 es igual a...".
- . Alumna: "9, más 1, igual 10".
- . Profesor: "muy bien; resultado: 102".

- A continuación manda a otros dos niños a resolver la segunda y tercera multiplicación. Procede con ellos de la misma forma que antes lo hizo con la alumna.

- Solicita a los demás niños que estén atentos a la pizarra y que se fijen en los resultados para que se corrijan.

Actividades de los alumnos:

- Todos los niños copian en sus hojas de trabajo las tres multiplicaciones que el profesor ha escrito en la pizarra. Luego las colocan en forma vertical y empiezan a resolverlas.

- Una de las alumnas sale a la pizarra a colocar y realizar la primera operación. Ayudada por el profesor, sigue el procedimiento adecuado para su realización.

- Dos alumnos más también salen a la pizarra a resolver las otras dos multiplicaciones. También son ayudados por el profesor.

- Todos los demás niños observan la pizarra y se van autocorrigiendo.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: El trabajo es individual.

Final del segmento: Termina este segmento cuando el profesor dice que a continuación van a hacer la segunda actividad.

Duración: 9' 12".

### **Segmento N° 2**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento al profesor proponer a los alumnos que van a transformar varias sumas en multiplicaciones.

Objetivo: Lograr que los alumnos sean capaces de transformar varias sumas en multiplicaciones.

Contenido: La multiplicación como transformación de la suma.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor coloca en la pizarra dos sumas con el sumando 3 para que los alumnos las conviertan en multiplicación:  $3+3+3+3+3+3=$  ;  $3+3+3+3+3+3=$ . Les pide también que pongan el resultado de la suma y de la multiplicación.

- Saca a la pizarra a dos alumnos para que cada uno de ellos realice uno de los ejercicios propuestos.

- Pide a todos los niños que se fijen cómo se ha hecho esta actividad en la pizarra para que se corrijan.

Actividades de los alumnos:

- Los niños colocan en sus hojas de trabajo las dos sumas y las convierten en multiplicación:  $3 \times 6= 18$ ;  $3 \times 7= 21$ .

- Dos de los alumnos salen a la pizarra a resolver esta actividad mientras sus compañeros los observan y se van autocorrigiendo.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: El trabajo lo realiza cada alumno individualmente.



Final del segmento: Se termina este segmento cuando el profesor dice a los alumnos que van a pasar a la siguiente actividad.

Duración: 5'.

Tiempo acumulado: 14' 12".

### **Segmento N° 3**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando el profesor dice a sus alumnos que ahora van a continuar con la serie de los números.

Objetivo: Practicar la escritura de los números superiores al millar.

Contenido: La numeración desde el 1300 al 1345.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor explica a sus alumnos la actividad que van a realizar, indicándoles que van a escribir los números desde el 1300 al 1345, pero contando de 5 en 5.
- Cuando han pasado unos minutos, pide a una de las niñas que vaya a la pizarra a escribir los números. Cuando la niña termina de escribirlos él le dice que "muy bien".
- Pide al resto de los alumnos que se fijen en la pizarra para corregirse.

Actividades de los alumnos:

- Todos los alumnos escriben en sus hojas de trabajo el enunciado de esta actividad: "Terminar la serie".
- A continuación, cada uno escribe la serie que el profesor ha propuesto en su hoja de trabajo.
- Una de las niñas sale a la pizarra a resolver esta actividad.
- Todos los demás niños prestan atención a la pizarra y se van autocorrigiendo.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: El trabajo es individual.

Final del segmento: Se acaba este segmento cuando el profesor anuncia a los alumnos que van a hacer la cuarta actividad.

Duración: 4' 20".

Tiempo acumulado: 18' 32".

#### **Segmento N° 4**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando el profesor escribe en la pizarra la palabra "Operatoria" y pide a los alumnos que la copien en sus hojas de trabajo.

Objetivo: Continuar con la práctica de la suma y la resta.

Contenido: Las operaciones de suma y resta.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor escribe en la pizarra dos operaciones de suma y otras dos de resta y pide a los alumnos que las copien en sus hojas de trabajo, las coloquen en forma vertical y hallen sus resultados:  $34 + 27 + 48 =$  ;  $742 - 529 =$  ;  $420 + 604 =$  ;  $963 - 249 =$ . Recuerda a los alumnos que se fijen en los signos para no equivocarse.

- El profesor va sacando a la pizarra a varios alumnos para que cada uno realice una de las operaciones. El les va ayudando a resolverlas, siguiendo ordenadamente los pasos del procedimiento de cálculo de cada una de ellas.

- Pide a todos los niños que se autocorrijan observando la pizarra.

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos escriben en sus hojas de trabajo las cuatro operaciones que el profesor ha puesto en la pizarra y comienzan a efectuarlas individualmente.

- Cuatro de los alumnos, por indicación del profesor, salen a la pizarra a realizar cada uno una de las operaciones.

- Los demás niños se corrigen observando la pizarra.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: El trabajo se realiza de forma individual.

Final del segmento: Se termina este segmento cuando el profesor dice a los alumnos que a continuación van a corregir las actividades del libro de Matemáticas.

Duración: 15' 25".

Tiempo acumulado: 33' 57".

### Segmento N° 5

**Principio o arranque del segmento:** Comienza este segmento cuando el profesor dice a sus alumnos que saquen el libro de Matemáticas y lo abran por las páginas 40 y 41.

**Objetivo:** Corregir las actividades del libro de Matemáticas correspondientes a las páginas 40 y 41 y que los niños han realizado en sus casas como tarea.

**Contenido:** Conversión de sumas en multiplicaciones y problemas de multiplicación.

**Estrategias de enseñanza:**

- Mientras sostiene el libro de Matemáticas en sus manos, el profesor lee en voz alta cada actividad del libro y va preguntando a cada alumno cómo la ha resuelto. Los demás niños escuchan a su compañero y van mirando sus respectivos libros a ver si la han resuelto del mismo modo.

- En el caso del primer problema, entre el profesor y el alumno se establece el siguiente diálogo:

. Profesor: " Hay 4 sobres y cada sobre contiene 3 postales, ¿cuántas postales tengo?".

. Profesor: "A ver, la operación que hay que hacer...¿cuántas postales tengo dentro de cada sobre?, ¿cuántas veces tengo que sumar el 3?".

. Alumno: "12".

. Profesor: "...porque multiplicamos..."

. Alumno: "3 x 4".

. Profesor: "No, volvemos a hacerlo al revés ¿te das cuenta?, ¿cuántos sobres hay?".

. Alumno: "4 x 3= 12".

. Profesor: "Bien".

- Para el siguiente problema se entabla el siguiente diálogo:

. Profesor: "compré 2 bolsas con 8 globos cada una, ¿cuántos globos compré?".

. Profesor: "Primero tenemos que hacer una suma, ¿cuántos globos tiene la primera bolsa?".

. Alumna: "8 globos".

. Profesor: "Bien, y cuántos globos tiene la segunda bolsa?".

. Alumna: "8".

. Profesor: "Primero tenemos que hacer una suma".

. Alumna: " $8 + 8 = 16$ ".

. Profesor: "¿cuántas bolsas hay?, 2; ¿cuántos globos hay en cada bolsa?, 8. Estamos en la tabla del 2. Entonces  $2 \times 8 = 16$ ".

- Para el tercer problema se establece el siguiente diálogo:

. Profesor: "Tengo 8 macetas con 3 flores cada una".

. Profesor: "¿Cuántas veces se repite el 3?".

. Alumna: "8; resultado 24".

. Profesor: "Tú has multiplicado...".

. Alumna: " $8 \times 3 = 24$ ".

. Profesor: "Muy bien, mañana seguimos".

Material: Libros de texto de Matemáticas.

Organización de los alumnos: Cada alumno se va corrigiendo individualmente.

Final del segmento: Termina este segmento cuando el profesor indica que por hoy se ha terminado la clase de Matemáticas y que para el próximo día traigan hechas de casa las páginas 42 y 43 del libro de Matemáticas.

Duración: 28' 18".

Tiempo acumulado: 62' 15".

## **Sesión N° 8**

### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor dice a sus alumnos: "comenzamos la clase; vamos a trabajar en las hojitas de trabajo, preparan el lápiz y la goma. Coloquen los puntitos de 3 en 3".

Objetivo: Que los niños practiquen las operaciones de la multiplicación por la tabla del 3.

Contenido: La multiplicación por 3.

Estrategias de enseñanza:

- En primer lugar, el profesor pregunta a una niña la fecha del día para él escribirla en la pizarra.
- Durante algunos minutos pone en orden a los niños.
- Escribe luego en la pizarra tres multiplicaciones por la tabla del 3.
- Saca a un niño para que coloque y realice la primera multiplicación.
- Recuerda a todos los niños que tienen que meter los números en los cuadritos. Les indica también que no se queden atrasados porque hay que borrar la pizarra para poder pasar a la otra actividad.
- Una vez que el niño ha terminado la primera multiplicación,  $342 \times 3$ , le pregunta "¿cantidad obtenida?".
- Manda a otro niño a la pizarra para que coloque y realice la segunda multiplicación:  $245 \times 3$ . Cuando el niño la ha terminado, le pregunta "¿resultado?".
- Luego saca a una niña para que haga la última multiplicación:  $304 \times 3$ . Luego le pregunta "¿resultado?".

Actividades de los alumnos:

- Los niños cuentan los cuadritos de su hoja de trabajo y ponen la fecha.
- Escriben en sus hojas las tres multiplicaciones que el profesor ha puesto en la pizarra.
- Los niños que el profesor designa salen a la pizarra, de uno en uno, para colocar y efectuar las multiplicaciones.

Subrayan con color el resultado y contestan al profesor cuando éste les pregunta por la cantidad obtenida.

- Los demás niños trabajan individualmente en sus hojas de trabajo y se van corrigiendo por la pizarra.

Materiales: Hojas de trabajo y pizarra.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Este segmento termina cuando el profesor anuncia que hoy vamos a terminar la tabla del 3.

Duración: 8' 15".

### Segmento N° 2

Principio o arranque del segmento: Este segmento comienza cuando el profesor indica a los niños que "hoy vamos a terminar la tabla del 3; hoy vamos a multiplicar el 3 por 8 y por 9".

Objetivo: Aprender a deducir la multiplicación de 3 por 8 y de 3 por 9.

Contenido: La multiplicación de 3 x 8 y de 3 x 9.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor indica que para terminar de aprender la tabla del 3, hoy vamos a multiplicar el 3 por 8 y por 9.

- Escribe en la pizarra la siguiente suma  $3+3+3+3+3+3+3+3=24$ , "para deducir la multiplicación a partir de la suma".

- Manda a una niña que convierta esa suma en multiplicación. Establece con la niña el siguiente diálogo:

. Alumna: " $3+3= 9+3= 12+3= 15+3= 18+3= 21+3= 24$ ".

. Profesor: "muy bien, ¿resultado?".

. Alumna: "24".

. Profesor: "bien, vamos a convertir esa suma en multiplicación. Colocamos debajo de la suma el 3, el signo más se convierte en "por". Y ahora vamos a contar las veces que se repite el 3".

. Alumna: "8 veces".

. Profesor: "bien, entonces  $3 \times \dots$ ".

. Alumna: " $..8= 24$ ".

- El profesor procede de la misma forma para explicar la tabla del 3 por 9.

- Indica a sus alumnos que "si quiere algún niño, ya para mañana pueden aprenderse de memoria la tabla del 3, que no es obligatorio, pues lo importante es saber deducirla".

Actividades de los alumnos:

- Todos los alumnos escuchan las explicaciones del profesor, y escriben en sus hojas de trabajo la suma de sumandos iguales que él ha escrito en la pizarra.

- Una de las alumnas sale a la pizarra y, mediante un diálogo con su profesor, convierte la suma de sumandos iguales en multiplicación.

- Los demás niños escuchan y observan lo que hace su compañera en la pizarra para ellos hacer lo mismo en sus hojas de trabajo.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Se termina este segmento cuando el profesor dice que van a pasar a la siguiente actividad.

Duración: 5'.

Tiempo acumulado: 13' 15".

### **Segmento N° 3**

Principio o arranque del segmento: Este segmento se inicia cuando el profesor propone a los alumnos realizar la actividad de conteo.

Objetivo: Practicar el conteo, sumando de 4 en 4 a partir de una cantidad dada.

Contenido: La operación de contar de modo sumativo.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor pregunta a los niños si se acuerdan de la cantidad en que se quedaron el día anterior cuando contaron.

- Les propone que hoy, a partir de esa cantidad, 1300, van a contar de 4 en 4. Solamente escribir doce números.

- El profesor les dice que el primero que termine, se los vaya diciendo, para él escribirlos en la pizarra y todos se puedan corregir.

- Les recuerda que hoy se quedaron en el 1348, que lo subrayen y que no se olviden para mañana.

Actividades de los alumnos:

- Los niños contestan al profesor diciéndole la cantidad en la que se quedaron ayer.

- Cada niño escribe en su hoja de trabajo la actividad propuesta por el profesor.

- Uno de los alumnos le va diciendo al profesor los números que ha escrito en su hoja de trabajo, para que los escriba en la pizarra.

- Todos los niños se corrigen este ejercicio observando la pizarra.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Duración: 6' 20".

Tiempo acumulado 19' 35".

#### **Segmento N° 4**

Principio o arranque del segmento: Este segmento se inicia cuando el profesor dice a los alumnos que "vamos a hacer la actividad de ordenar de mayor a menor".

Objetivo del segmento: Ordenar varias cantidades dadas de mayor a menor.

Contenido: La ordenación de cantidades superiores al millar.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor escribe diez cantidades en la pizarra y les dice a los alumnos que las vayan mirando, para que las vayan colocando ordenadamente empezando por la mayor.

- Indica a los alumnos que el primero que termina las va a hacer en la pizarra.

- Le pregunta al niño que saca a la pizarra, "¿cuál es la mayor?".



- Ante la respuesta acertada del niño, le vuelve a preguntar "¿a continuación?"

- El resto de la actividad se sigue realizando de la misma forma, mientras los demás niños se van corrigiendo ellos mismos, observando la pizarra.

Actividades de los alumnos:

- Los niños escuchan las indicaciones de su profesor.
- Luego escriben en sus hojas de trabajo las cantidades de la pizarra, pero ordenadas de mayor a menor.

- Uno de los alumnos sale a la pizarra para hacer la actividad.

- Los demás niños se autocorrigien observando lo que hace su compañero en la pizarra.

Materiales: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Se acaba este segmento cuando el profesor dice "bueno, ahora pasamos a otra actividad; un problema sencillito".

Duración: 7'.

Tiempo acumulado: 26' 35".

### **Segmento N° 5**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando el profesor anuncia a los niños que van a hacer la siguiente actividad, que es un problema.

Objetivo: Que los alumnos aprendan a resolver problemas de multiplicación.

Contenido: Aplicación de la multiplicación a situaciones problemáticas.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor escribe en la pizarra el enunciado de un problema, ilustrándolo con dibujos.

- Dice a los niños que él no lo va a leer, sino que ellos son los que se tienen que fijar para hacerlo.

- Sacar a una niña a la pizarra para que resuelva el problema.

- Como la niña resuelve el problema mediante la operación de la suma, el profesor le dice "tú has hecho una operación que es la suma, pero yo he dicho que también lo tienen que hacer en forma de multiplicación".

- Una vez realizado, el profesor pregunta a la niña "¿cuántos sobres hay dibujados?", como la niña le contesta que 3, él vuelve a preguntarle "¿y cuántos sellos hay en cada sobre?", como la niña le contesta que 5, él vuelve a preguntar "¿qué tabla se trabaja?". La niña le contesta que la del 3.

- El profesor da por correcta la respuesta de la alumna y no se da cuenta que en este problema está trabajando la tabla del 5 y no la del 3.

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos escriben en sus hojas de trabajo el problema de la pizarra.

- Cada uno individualmente lo resuelve.

- Una de las alumnas sale a la pizarra a hacer el problema; lo resuelve primero en forma de suma,  $3+3+3+3+3=15$ , y luego lo pone en forma de multiplicación, cuando el profesor se lo indica, de la siguiente forma:  $3 \times 5 = 15$ .

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Este segmento finaliza cuando el profesor indica a los alumnos que van a hacer la última actividad en las hojas de trabajo.

Duración: 8' 12".

Tiempo acumulado: 34' 47".

### **Segmento N° 6**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor indica a los alumnos que van a hacer la siguiente actividad de "operatoria".

Objetivo: Practicar el mecanismo de las operaciones de suma y resta.

Contenido: Las operaciones de sumar y restar.

**Estrategias de enseñanza:**

- El profesor coloca de forma indicada cuatro operaciones en la pizarra, dos sumas y dos restas y pide a los alumnos que las copien en sus hojas de trabajo.
- Recuerda a los alumnos que las tienen que colocar correctamente y luego hallar el resultado.
- Saca a cuatro niños a la pizarra, uno a continuación del otro, para que cada uno realice una operación.
- Corrige en voz alta lo que han hecho los niños en la pizarra.
- Indica a todos los niños que se fijen en los resultados de las operaciones realizadas en la pizarra para que se corrija cada uno.

**Actividades de los alumnos:**

- Cada niño copia en su hoja de trabajo las operaciones que el profesor ha escrito en la pizarra y proceden a realizarlas.
- Los niños que el profesor indica salen a la pizarra a realizar las operaciones y van contestando a las preguntas del profesor, sobre cuál es el resultado obtenido.
- Los demás niños, mientras tanto, se van autocorrigiendo.

**Materiales:** Pizarra y hojas de trabajo.

**Organización de los alumnos:** Trabajo individual.

**Final del segmento:** Se acaba este segmento cuando el profesor dice que van a pasar a corregir los ejercicios del libro de Matemáticas.

**Duración:** 9' 30".

**Tiempo acumulado:** 44' 17".

**Segmento N° 7**

**Principio o arranque del segmento:** Comienza este segmento cuando el profesor manda a los niños a que saquen sus libros de Matemáticas.

**Objetivo:** Corregir las páginas 38 y 39 del libro de Matemáticas.

Contenido: Transformación de sumas de sumandos iguales en multiplicaciones.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor indica a los alumnos que van a corregir las páginas 39 y 40 del libro de Matemáticas, que ellos han hecho en casa como tarea.
- Mientras él sostiene el libro en la mano, se dirige a uno de los alumnos para que lea el primer ejercicio del libro y explique verbalmente cómo lo ha hecho.
- Oída la respuesta del niño, pasa a otro compañero para que haga lo mismo con el siguiente ejercicio y así sucesivamente hasta terminar de corregir todas las actividades de estas páginas.
- Cuando terminan de corregir estas páginas marca las dos siguientes para que las hagan en casa para el día siguiente.

Actividades de los alumnos:

- Todos los niños sacan sus libros de Matemáticas y los abren por las páginas 39 y 40.
- Los niños que el profesor indica leen los ejercicios que él les manda y dicen en voz alta cómo los han resuelto y qué resultado han obtenido.
- Los demás niños, mientras tanto, escuchan los resultados y se van autocorrigiendo.
- Todos marcan las dos siguientes páginas para hacerlas en casa para el día siguiente.

Materiales: Libros de texto de Matemáticas.

Organización de los alumnos: Cada alumno se corrige individualmente su trabajo.

Final del segmento: Se acaba este segmento cuando el profesor dice que por hoy se ha terminado la clase de Matemáticas, y manda a una niña a recoger las hojitas de trabajo.

Duración: 17'.

Tiempo acumulado: 61' 17".

## **Sesión N° 9**

### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando el profesor dice a sus alumnos "vamos a empezar la clase, silencio; a ver, saquen las hojitas de Matemáticas". Mientras tanto, va borrando la pizarra y sigue mandando a callar.

Objetivo: Repasar la multiplicación por 2.

Contenido: La multiplicación del 2.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor escribe la fecha del día en la pizarra.
- Dice a los niños que hoy, como novedad, van a poner "primero" con un 1 un cerito al lado (1º), para la primera actividad.
- Escribe tres multiplicaciones por 2, de forma indicada y dice a los niños que las copien en sus hojas de trabajo y las realicen.
- Saca a tres niños a la pizarra para que cada uno haga una multiplicación en voz alta, para que los demás los oigan.

Actividades de los alumnos:

- Los niños escriben la fecha en sus hojas de trabajo.
- Copian la "1º" actividad, que son tres multiplicaciones por 2, en sus hojas de trabajo.
- A continuación cada niño individualmente las va resolviendo.
- Tres niños que el profesor indica, salen a la pizarra a hacer las multiplicaciones en voz alta. Los demás niños escuchan y se van autocorrigiendo.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Se acaba este segmento cuando el profesor indica a los niños que van a pasar a la siguiente actividad.

Duración: 16' 20".

### **Segmento N° 2**

**Principio o arranque del segmento:** Se inicia este segmento cuando el profesor dice a sus alumnos que van a trabajar en la segunda actividad.

**Objetivo:** Continuar trabajando la escritura de números superiores al millar.

**Contenido:** La numeración superior al millar.

**Estrategias de enseñanza:**

- El profesor indica a los niños que como han venido trabajando el millar, él va a escribir varias cantidades para que ellos escriban cómo se leen.

- El profesor escribe con números las siguientes cantidades: 1209, 1307, 1105.

- Luego saca a la pizarra a tres niños para que cada uno de ellos escriba con letras cómo se leen esas cantidades.

- Recuerda a todos los niños que se vayan corrigiendo por la pizarra.

**Actividades de los alumnos:**

- Cada niño escribe en su hoja de trabajo las cantidades que el profesor ha escrito con números en la pizarra.

- Resuelven este ejercicio escribiendo con letra cómo se lee cada una de las tres cantidades.

- Tres niños salen a la pizarra, por indicación del profesor, para escribir las cantidades. Los demás niños observan lo que ellos hacen para autocorregirse.

**Material:** Pizarra y hojas de trabajo.

**Organización de los alumnos:** Trabajo individual.

**Final del segmento:** Se termina este segmento cuando el profesor anuncia que "vamos a pasar a la tercera actividad".

**Duración:** 4'.

**Tiempo acumulado:** 20' 20".

### **Segmento N° 3**

**Principio o arranque del segmento:** Comienza este segmento cuando el profesor indica a los alumnos que van a pasar a la tercera actividad.

Objetivo: Aplicar la operación de la multiplicación por 2 a situaciones problemáticas.

Contenido: La multiplicación por 2.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor indica a sus alumnos que escriban "Problema" en la tercera actividad. Les dice que él hace los dibujos del problema en la pizarra y que ellos lo tienen que resolver, pero que únicamente hagan las operaciones.

- El profesor dibuja 5 botellas y en cada botella 2 litros de agua. Luego pregunta a los niños "¿qué cantidad de agua hay en las botellas?".

- Les recuerda que tienen que hacer las operaciones utilizando la suma y la multiplicación.

- A continuación dice el profesor que él va a resolver el problema, pero que los alumnos se lo tienen que ir diciendo.

- Se dirige a un niño y le pregunta "¿qué tengo que colocar primero, Agustín?". Como el niño le contesta que 2 veces 5, él le vuelve a preguntar "¿tú estás seguro que 2 veces 5?".

- Entonces se dirige a Leticia y sostiene con ella el siguiente diálogo:

- . Profesor: "¿cuántas botellas hay?".

- . Leticia: "5".

- . Profesor: "estamos con la tabla del 2, ¿cuántas veces repetimos el 2?".

- . Leticia: "5 veces,  $2+2+2+2+2=10$ ;  $2 \times 5=10$ ".

- Como otro de los alumnos pregunta al profesor que si no se puede poner  $5 \times 2=10$ , el profesor le dice que no, que lo correcto es poner 2 litros por 5 botellas, porque hay 5 botellas.

- Indica a los niños que al final del problema tienen que poner "hay 10 litros de agua".

Actividades de los alumnos:

- Mientras observan los dibujos que el profesor hace en la pizarra, los niños realizan las operaciones de suma y de multiplicación del problema planteado en la pizarra.

- Uno de los niños contesta a las preguntas del profesor, para que éste copie la operación en la pizarra; como se equivoca, entonces pasa a contestar una de sus compañeras a las preguntas del profesor.

- Entre la niña y el profesor se establece un diálogo que da como resultado las operaciones correctas.

- Para otro de los alumnos no ha quedado claro por qué se puede poner  $2 \times 5 = 10$  y no  $5 \times 2 = 10$ . Escucha la explicación del profesor resolviéndole esta duda.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Se acaba el segmento cuando el profesor dice a los niños que "esto es lo que tienen que contestar, tal como viene en los libros de Matemáticas, aunque tienen la costumbre de hacerlo al contrario", refiriéndose al final del problema.

Duración: 12' 4".

Tiempo acumulado: 32' 24".

#### **Segmento N° 4**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando el profesor dice "bien, pasamos a la actividad n° 4".

Objetivo: Practicar el conteo de modo sumativo.

Contenido: La operación de contar sumando una cantidad determinada.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor dice a los niños que ahora van a contar a partir de 1400, sumando de 6 en 6, hasta escribir 10 cantidades.

- Va preguntando, niño por niño, una cantidad y él las va escribiendo en la pizarra.

- Pide a todos los niños que se fijen en la pizarra para corregirse.

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos escriben en sus hojas de trabajo 10 números, contando desde 1400 y contando de 6 en 6.



- Los niños que el profesor indica, contestan a sus preguntas. Los demás observan y se van autocorrigiendo.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Termina este segmento cuando el profesor dice que para finalizar, "operatoria".

Duración: 5' 6".

Tiempo acumulado: 37' 30".

### **Segmento N° 5**

Principio o arranque del segmento: El profesor inicia este segmento diciendo a los alumnos que "para finalizar, operatoria".

Objetivo: Practicar las operaciones de suma y resta.

Contenido: Las operaciones de suma y resta.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor escribe en la pizarra dos sumas y dos restas; al mismo tiempo va indicando a los niños que se fijen en el signo.

- Una vez que ha escrito las cuatro operaciones en la pizarra, les dice a los niños que, al mismo tiempo que ellos las van haciendo en sus hojas de trabajo, él va a llamar a algunos niños a la pizarra para que las vayan efectuando.

- Nombra en primer lugar a Daniel para que salga a la pizarra y entabla con él el siguiente diálogo:

- . Profesor: "Daniel, cuál es la primera operación".

- . Alumno: "Una resta".

- . Profesor: "Muy bien, colócala y realizala".

- Después de que el niño la ha realizado el profesor le pregunta: "¿Resultado?".

- Después de oír el resultado correcto, el profesor saca a otro niño a la pizarra a hacer la siguiente operación.

- Procede de la misma forma para las otras dos operaciones.

- Mientras los niños van realizando las operaciones, el profesor sigue el proceso de realización con las siguientes

expresiones: "Llevas..." (para recordar la que se lleva); "¿Resultado?" (para que los niños digan en voz alta el resultado obtenido).

- Al final recuerda a los niños que tienen que poner el nombre a la hojita para él corregirlas después.

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos escriben en sus respectivas hojas de trabajo las cuatro operaciones que el profesor ha escrito en la pizarra.

- Algunos niños que el profesor nombra salen a la pizarra a hacer las operaciones; mientras las realizan van contestando a las preguntas del profesor.

- Los demás niños trabajan en sus hojas de trabajo y van observando y escuchando lo que hacen sus compañeros en la pizarra para ellos irse corrigiendo.

- Al final, escriben su nombre en sus hojas de trabajo para entregárselas al profesor.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Se acaba este segmento cuando el profesor recoge las hojas de trabajo y dice a los niños que mañana seguirán.

Duración: 13' 14".

Tiempo acumulado: 50' 44".

## **Sesión N° 10**

### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Este segmento se inicia cuando el profesor indica a los alumnos que saquen sus hojas de trabajo y cuenten los puntitos para poner la fecha.

Objetivo: Practicar las operaciones de multiplicar por 2 y por 3.

Contenido: La multiplicación por 2 y la multiplicación por 3.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor dice a los niños que hoy también van a poner el número de la actividad, igual que aprendieron a hacerlo ayer, pero hoy lo van a hacer con color (1º, 2º, etc.).

- El profesor escribe en la pizarra la primera (1º) actividad, que consiste en dos multiplicaciones por 2 y otras dos multiplicaciones por 3.

- Indica a los niños que las copien en sus hojas de trabajo y que las van a hacer de forma simultánea, es decir, que mientras cada uno de ellos trabaja en su hoja, otros niños que él nombre saldrán a la pizarra para ir las haciendo en voz alta.

- Dice a los niños que salen a la pizarra que primero tienen que poner las operaciones en forma vertical para poderlas efectuar y luego escribir el resultado al lado del signo igual en la operación indicada.

- Cuando cada niño que sale a la pizarra termina la operación que le ha correspondido hacer, el profesor le pregunta "¿Resultado?". Luego dice que subrayen ese resultado con lápiz de color.

Actividades de los alumnos:

- Los niños cuentan los puntitos en sus hojas de trabajo y escriben la fecha que el profesor ha escrito en la pizarra.

- A continuación copian las cuatro operaciones de la pizarra y proceden a efectuarlas cada uno individualmente.

- Los niños que el profesor nombra salen a la pizarra a resolver las operaciones.

- Cuando terminan de resolver la operación que le ha correspondido, cada niño que ha salido a la pizarra dice en voz alta el resultado para que lo oigan todos los niños.

- Todos los demás niños, mientras van trabajando, observan y escuchan lo que hacen sus compañeros de la pizarra.

- Al final todos subrayan los resultados con color.

Material: Pizarra, hojas de trabajo y lápices de colores.

Organización de los alumnos: Trabajan individualmente.

Final del segmento: Este segmento termina cuando el profesor anuncia a los niños que van a pasar a la segunda actividad.

Duración: 12' 25".

### **Segmento N° 2**

**Principio o arranque del segmento:** Este segmento se inicia cuando el profesor dice a los alumnos que a continuación van a hacer la segunda actividad.

**Objetivo:** Continuar elaborando la serie de los números.

**Contenido:** La escritura de números desde 1400 a 1470, sumando una cantidad fija.

**Estrategias de enseñanza:**

- El profesor pregunta a los niños que si se acuerdan en qué cantidad se quedaron ayer. Como los niños no se acuerdan y para terminar con la discusión planteada entre ellos sobre cuál era ese número, el profesor decide que comiencen en el número 1400.

- Les propone como actividad, escribir los números desde 1400 a 1470, contando de 5 en 5.

- Para corregir el ejercicio pregunta a algunos niños los números que han escrito y él mismo los va escribiendo en la pizarra.

**Actividades de los alumnos:**

- Los niños discuten entre sí sobre cuál es el número en que se quedaron el día anterior cuando escribieron la serie.

- Cada niño en su hoja de trabajo escribe los números que el profesor ha indicado.

- Algunos niños dicen en voz alta al profesor los números para que los escriba en la pizarra.

- Todos los niños observan la pizarra y se van autocorrigiendo.

**Material:** Pizarra y hojas de trabajo.

**Organización de los alumnos:** Trabajo individual.

**Final del segmento:** Se termina este segmento cuando el profesor indica a los niños que van a pasar a la siguiente actividad.

Duración: 6' 12".

Tiempo acumulado: 18' 37".

### Segmento N° 3

Principio o arranque del segmento: El profesor inicia este segmento señalando que ahora van a hacer el tercer ejercicio.

Objetivo: Practicar la conversión de sumas en multiplicaciones.

Contenido: La multiplicación como suma de sumandos iguales.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor indica a los niños que el ejercicio que van a hacer ahora es convertir varias sumas en multiplicaciones.
- Escribe diferentes sumas en la pizarra.
- Manda a algunos niños que salgan a la pizarra y escriban esas sumas en forma de multiplicación.
- Sigue la actividad que estos niños hacen en la pizarra y establece con ellos diálogos como el siguiente:
  - . Profesor: "¿cuánto da la suma?"
  - . Alumna: "da 24".
  - . Profesor: "bien, la suma da 24; ¿qué colocamos debajo?"
  - . Alumna: "el 6".
  - . Profesor: "¿cuántas veces se repite el 6?"
  - . Alumna: " el 6 se repite 4 veces".
  - . Profesor: "bien,  $6 \times 4 = 24$ ".

Actividades de los alumnos:

- Cada niño copia en su hoja de trabajo las sumas que el profesor ha escrito en la pizarra.
- Algunos niños salen a la pizarra a realizar este ejercicio. Mientras lo hacen, van contestando a las preguntas del profesor.
- Los demás niños escuchan y observan mientras van trabajando y corrigiéndose.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Se termina este segmento cuando el profesor recuerda a los alumnos que a continuación van a hacer la siguiente actividad.

Duración: 17' 13".

Tiempo acumulado: 31' 50".

#### **Segmento N° 4**

Principio o arranque del segmento: Este segmento se inicia cuando el profesor dice a los alumnos que la siguiente actividad es la de "operatoria".

Objetivo: Practicar las operaciones de suma y resta.

Contenido: Las operaciones de suma y resta.

Estrategias de enseñanza:

- El profesor escribe en la pizarra cuatro operaciones, dos de suma y otras dos resta, para que los niños las copien en sus hojas de trabajo como cuarta actividad.

- Recuerda a los niños que se fijen en los signos para no equivocarse. También les indica que copien el enunciado del ejercicio con azul y el resultado con rojo.

- Manda a algunos niños a la pizarra para que cada uno de ellos realice una de las operaciones. El sigue el trabajo de los niños de la pizarra, recordándoles la que "llevan", y preguntándoles por el "¿resultado?".

Actividades de los alumnos:

- Los niños copian en sus hojas de trabajo las cuatro operaciones de la pizarra y las van realizando cada uno individualmente.

- Cuatro niños salen a la pizarra, por indicación del profesor, y colocan y resuelven las operaciones. Mientras lo hacen van contestando a las preguntas del profesor.

- Todos los demás niños escuchan y se van autocorrigiendo.

Material: Pizarra y hojas de trabajo.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Se termina este segmento cuando el profesor indica a los niños que pongan el nombre a las hojitas para él recogerlas.

Duración: 44' 3".

#### **Segmento N° 5**

**Principio o arranque del segmento:** Comienza este segmento cuando el profesor indica a los niños que ahora les va a repartir unas hojitas fotocopiadas para que las hagan ellos solitos.

**Objetivo:** Realizar varios ejercicios de repaso, a modo de control.

**Contenido:** La numeración, las operaciones de suma y resta, conversión de sumas en multiplicaciones y problema de multiplicación.

**Estrategias de enseñanza:**

- El profesor reparte a los niños unas hojas fotocopiadas y les indica que las tienen que hacer cada uno solo, que no se van a hacer esos ejercicios en la pizarra, porque es un ejercicio de control.

- Dice a los niños que las dudas se las pregunten a él. Respecto a los problemas, les indica que los tienen que hacer primero en forma de suma y luego en forma de multiplicación: "Tienen que hacer dos operaciones, primero la suma y debajo la multiplicación; igual que siempre lo hemos hecho en la pizarra".

**Actividades de los alumnos:**

- Cada niño trabaja individualmente en las actividades de las fotocopias, cuidando de que sus compañeros no se copien de lo que hacen.

- A medida que van terminando se las van entregando al profesor.

**Material:** Fichas en fotocopias a modo de control.

**Organización de los alumnos:** Trabajo individual.

**Final del segmento:** Se acaba este segmento cuando los niños hacen entrega de las fotocopias al profesor.

**Duración:** 20'.

**Tiempo acumulado:** 64' 3".

### **Análisis detallado de cada una de las sesiones de enseñanza de la profesora.**

*Sesión N° 1*

**Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Mientras dos niños reparten los libros de texto, la profesora dice: "Hoy tenemos un tema nuevo; hoy tenemos el tema 8".

Objetivo: Que los niños se percaten de la existencia de sumas de sumandos iguales.

Contenido: La suma de sumandos iguales.

Estrategias de enseñanza:

- La profesora va dirigiendo la observación de los niños.
- La profesora formula preguntas relacionadas con el material que los niños observan.
- Controla el comportamiento dirigiéndose de forma individual a algunos niños.

Actividades de los alumnos:

- Observación de los dibujos del libro (cartones de huevos).
- Respuesta a las preguntas formuladas por la profesora.

Materiales: El libro de texto.

Organización de los alumnos: Pequeños grupos, pero el trabajo es individual.

Final del segmento: El segmento finaliza cuando la profesora dice: "Vamos a observar en el encerado porque hay un lorito con la tabla del dos".

Duración del segmento: 4'.

Tiempo acumulado: 4'.

**Segmento N° 2**

Principio o arranque del segmento: Este segmento se inicia cuando la profesora llama la atención de los niños para observen el dibujo del lorito con la tabla del dos.

Objetivo: Diferenciar las sumas de sumandos iguales de la suma de sumandos distintos.

Contenido:

- Suma de sumandos iguales.
- Suma de sumandos distintos.



Estrategias de enseñanza:

- Explicación del dibujo del lorito.
- Valiéndose del distinto color de las palomas, llama la atención de los niños sobre la suma de sumandos distintos y sumandos iguales. Para ello, pega y despega las palomas en el encerado y pide a los niños que digan el número que debe poner debajo de cada dibujo. Luego ella escribe los números.
- Se vale también de los agrupamientos de los alumnos para dar la noción de suma de sumandos iguales, solicitando a los niños que digan el número de alumnos que forma cada equipo.
- Formula preguntas a los alumnos para que expliquen lo que va ocurriendo en el encerado.

Actividades de los alumnos:

- Observación del dibujo del lorito.
- Observación de los dibujos de las palomas.
- Respuesta a las preguntas de la profesora.
- Algunos niños salen a la pizarra a colocar palomas para igualar los sumandos.
- Borran los números de los sumandos distintos para escribir los números de los sumandos iguales (en el encerado).

Materiales:

- El dibujo del lorito en un mural, con la tabla del dos.
- Palomas de la paz dibujadas, pintadas y recortadas por los mismos niños, unas de color amarillo y otras de color blanco.
- El encerado.

Organización de los alumnos: Pequeños grupos de tres o cuatro alumnos. Trabajo individual.

Final del segmento: El segmento finaliza cuando la profesora escribe el resultado de una de las sumas de sumandos iguales: 3 palomas amarillas + 3 palomas blancas = 6 palomas.

Duración del segmento: 5'.

Tiempo acumulado: 9'.

Observaciones:

- Según nos comenta la profesora utiliza el dibujo del lorito con la tabla del dos porque los niños ya conocen esa tabla como si se tratara de un cantar, por eso ella se ha valido de la figura de un lorito.

- Llama la atención de los alumnos de que hay que "comprender" la tabla para no aprenderla como si fueran "loritos". Interpretamos que ella quiere decir que no se debe aprender la multiplicación de forma únicamente memorística.

- Podemos interpretar que la profesora intenta utilizar los conocimientos "previos" que tienen los alumnos, la tabla de multiplicar del dos como un cantar (conocimiento informal), para comenzar a introducir la noción de multiplicación (conocimiento formal).

### **Segmento N° 3**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento dirigiéndose a cada uno de los alumnos para que mire su libro y se fije en una caja de lápices en él dibujada. Los restantes niños hacen lo mismo.

Objetivo: Dar a conocer a los alumnos el formato verbal de la multiplicación:  $x$  veces  $y$  son  $z$ .

Contenido: La multiplicación en forma verbal.

Estrategias de enseñanza:

La profesora hace preguntas de forma individual y permite la respuesta de cualquier niño de la clase.

Relaciona los dibujos del libro con situaciones de la vida real: Pilas del supermercado que la madre compra para su radio.

La profesora explica a los niños que 3 veces 4 pilas son 12 pilas.

Retomando los dibujos de las palomas explica a los niños que 2 veces 3 palomas son 6 palomas.

Actividades de los alumnos:

- Responder a las preguntas formuladas por la profesora, tanto de forma individual como colectiva.

- Observar los dibujos del libro de texto.

- Observar el encerado los números que escribe la profesora.

Materiales: El libro de texto, la pizarra, los dibujos de las palomas.

Organización de los alumnos: Pequeños grupos; trabajo individual.

Final del segmento: Este segmento finaliza cuando la profesora les dice a los niños que si se acordaron de traer los vasos de yogur.

Duración: 4'.

Tiempo acumulado: 13'.

Observaciones:

La profesora personaliza al dirigirse a un niño en particular.

Utiliza la multiplicación expresada en forma verbal porque es algo próximo al niño, es decir, parte de situaciones reales con las que los niños se encuentran normalmente: "2 veces 3 palomas son 6 palomas". En esta expresión combina elementos numéricos con elementos lingüísticos como un paso previo a la multiplicación formulada en términos puramente matemáticos.

Permite las intervenciones espontáneas de los niños.

Admite que los niños la rectifiquen: La profesora dice que el dibujo del libro son lápices y uno de los niños le dice que no, que son pilas.

Es muy importante observar cómo surgen ideas por parte de los niños: Cuando la profesora dice 2 veces 3 palomas son 6 palomas, uno de los alumnos comenta "eso es multiplicar", "2 por 3 son 6".

#### **Segmento N° 4**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando la profesora les indica a los niños que saquen los vasitos de yogur que han traído de sus casas.

Objetivo: Representar una suma de sumandos iguales en forma de multiplicación, con formato matemático:  $x \cdot y = z$ .

Contenido: La multiplicación en formato matemático.

Estrategias de enseñanza:

## MATEMATICAS

- Indica a los alumnos la actividad que deben hacer: Poner en cada vaso de yogur un número determinado de lápices, de forma que todos los miembros de cada equipo pongan el mismo número.

- Dirige esa actividad manipulativa pasando por los distintos equipos y preguntándoles qué cantidad de lápices ha decidido poner cada equipo en cada vaso.

- Pide a uno de los miembros de cada equipo que exponga lo que ha hecho.

- Aprovecha la exposición de los niños para ella dar el salto y escribir en la pizarra la operación de la multiplicación.

Actividades de los alumnos:

- Manipular vasos de yogur poniendo en cada vaso (tres vasos por cada niño) un número determinado de lápices.

- El jefe de cada equipo comprueba que sus compañeros han puesto todos el mismo número de lápices en cada vaso. Cada equipo pone distinto número de lápices (2,3,4,5).

- Uno de los niños expone al resto de la clase la actividad realizada.

- Uno de los miembros de cada equipo escribe en la pizarra la operación realizada con los vasos de yogur.

- De cada equipo sale a la pizarra uno o varios niños a escribir con número la actividad realizada con los vasos, tanto en forma de suma como de multiplicación.

Materiales: Vasos de yogur, lápices de colores, pizarra.

Organización de los alumnos: Pequeños grupos trabajando en equipo.

Final del segmento: Finaliza el segmento cuando la profesora indica que ya se terminó la clase de Matemáticas y recuerda al equipo de los libros que los recojan y los coloquen en su sitio.

Duración: 10'.

Tiempo acumulado: 23'.

Observaciones:

Llama la atención el hecho de que cuando la profesora escribe la suma de sumandos iguales en la pizarra en forma de

multiplicación, algunos niños salen espontáneamente a la pizarra a escribir por su cuenta lo mismo que ha hecho la profesora.

Otro de los hechos que se constata en la práctica de esta profesora es que no se impacienta, no se precipita; espera que poco a poco vayan surgiendo las ideas en los niños.

## **Sesión N° 2**

### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: La profesora inicia este segmento preguntando a los niños "de qué vamos a seguir hablando hoy" y señalando que de la multiplicación.

Objetivo:

- Diferenciar la suma de sumandos iguales de la suma de sumandos distintos.
- Comprender el concepto del signo "por", como número de veces que se repiten los sumandos iguales.
- Comprender que la multiplicación es una suma de sumandos iguales.

Contenido:

- La suma de sumandos iguales.
- La suma de sumandos distintos.
- El concepto de "veces".
- El signo "por" como sinónimo de "veces".
- La tabla del 2.

Estrategias de enseñanza:

- La profesora da indicaciones de que busquen la página 60 del libro de Matemáticas.
- Recuerda a los alumnos que sobre la mesa, el día anterior, se dejaron los vasos de yogur y ayuda a algunos niños que no asistieron el día anterior a preparar su material.
- Pregunta a un alumno, sobre los dibujos del libro, que cuántos cartones de huevos hay y cuántos huevos hay en cada cartón.
- Plantea oralmente una situación problemática de suma de sumandos iguales.

- Vuelve a plantear otra situación problemática de suma de sumandos distintos.
- Hace que los niños observen 3 palomas de papel amarillas y 3 palomas blancas colocadas en el encerado.
- Explica la profesora que 2 veces 3 palomas son 6 palomas.
- Hace manipular a algunos niños las palomas que hay en el encerado para crear situaciones de sumas de sumandos iguales y distintos.
- Explica que 2 veces 3 es igual que 2 por 3, llamándoles la atención del signo de multiplicar que "es un signo nuevo".
- La profesora quita palomas de cada grupo y pide al niño que está en la pizarra que represente en forma de suma y de multiplicación la cantidad de palomas que hay.
- Hace repetir a todos los niños las operaciones que ha escrito su compañero en la pizarra: "2 veces 2 es igual a 2 por 2 y que es igual a 4".
- Da la definición de que "la multiplicación es una suma de sumandos iguales".
- Como han estado trabajando en Conocimiento del Medio "el pueblo y las casas", aprovecha el mural que hay en la clase para que un niño diga cuántos pueblos hay dibujados en él.
- Hace salir a otro niño de otro equipo y le sigue formulando preguntas sobre cuántos edificios hay dibujados en el mural. Repite junto con el niño que 2 veces 3 edificios son 6 edificios; 3 edificios más 3 edificios son 6 edificios; 2 por 3 es igual a 6.
- Indica a los niños que van a seguir trabajando en el libro (página 60) y que lean la pregunta de la actividad del libro y vayan dando la respuesta. Al mismo tiempo va pasando por los diferentes equipos cuidando de que todos los niños realicen la actividad.

- Solicita que de cada equipo salga un niño a la pizarra para escribir la suma de sumandos iguales correspondiente a los dibujos que vienen representados en el libro.

Actividades de los alumnos:

- Un alumno reparte los libros de Matemáticas.
- Los niños observan los dibujos del libro (cartones de huevos).
- Uno de los niños resuelve la situación problemática planteada por la profesora; los demás niños escuchan y observan.
- Los niños observan los dibujos de las palomas colocadas en la pizarra.
- Algunos niños manipulan las palomas de la pizarra. Los demás observan desde sus sitios y otros están distraídos.
- Dos niños en la pizarra resuelven el ejercicio de manipulación de las palomas.
- Uno de los niños está situado delante del mural y contesta a las preguntas de la profesora.
- Todos los niños observan los dibujos del libro y responden a las preguntas que va formulando la profesora.

Materiales: Libro de texto, palomas de cartulina, mural, vasos de yogur.

Organización de los alumnos: Se organizan en agrupamientos de 3 ó 4 alumnos.

Final del segmento: Finaliza cuando la profesora dice "ya hemos terminado la ficha de la página 60. Mañana continuaremos con la siguiente".

Duración: 29'.

Observaciones:

Algunos niños aparentemente se desconectan de la actividad que la profesora realiza en la pizarra con otros niños.

Los niños se mueven, se levantan libremente. La profesora no se muestra preocupada por mantenerlos quietos y en silencio. No se le nota impaciente ni molesta por la movilidad que se observa en el aula.

**Segmento N° 2**

Principio o arranque del segmento: La profesora inicia el segmento recordando a los niños que los equipos saquen los agrupamientos de diferentes objetos que ya tienen hechos.

Objetivo: Comprender la suma de sumandos iguales a partir de la manipulación de distintos objetos.

Contenido: La suma de sumandos iguales.

Estrategias de enseñanza:

- La profesora pregunta a los niños de un equipo cuántas cerillas hay en cada agrupamiento que ha hecho su equipo.

- Pide a otro niño del mismo equipo que vaya a la pizarra a escribir en forma de suma de sumandos iguales la cantidad de cerillas que tiene su equipo.

- Pide a los diferentes equipos que vayan diciendo qué objetos y cuántos han agrupado y que vayan a la pizarra a escribir la cantidad de objetos en forma de suma de sumandos iguales. Solicita a los niños que van a la pizarra que expliquen en voz alta lo que están haciendo.

- Llama la atención de algunos niños para que se sienten y atiendan la explicación que da su compañero desde la pizarra.

Actividades de los alumnos:

- Los niños sostienen en sus manos los agrupamientos de cerillas que tienen hechos y los observan y cuentan.

- Un niño de cada equipo sale a la pizarra a representar numéricamente la cantidad de objetos que ha agrupado su equipo.

- Algunos niños se distraen y se mueven por la clase. Cuando la profesora les llama la atención van a sus sitios y atienden.

Materiales: Cerillas, cartas, elásticos, pizarra.

Organización de los alumnos: Trabajo en equipo.

Final del segmento: Termina este segmento cuando la profesora dice "hemos terminado, vamos ahora a la Educación



Física. El equipo de los libros que los vayan recogiendo y colocando en su sitio".

Duración: 7' 45".

Tiempo acumulado: 36' 45".

### **Sesión N° 3**

#### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Este segmento arranca con las siguientes actividades:

- . La profesora pide al equipo de libros que reparta los libros de Matemáticas a todos los niños de la clase.
- . La profesora pide a uno de los niños que salga a la pizarra para poner la fecha.
- . La profesora dice "Hoy seguimos trabajando en la multiplicación".

Objetivo del segmento:

- . Afianzar el concepto de multiplicación como suma de sumando iguales.
- . Lograr que los alumnos conviertan sumas de sumandos iguales en multiplicación.
- . Aprender a colocar la multiplicación en forma de columna para su resolución.

Contenidos:

- . La multiplicación como suma de sumandos iguales.
- . Colocación de la multiplicación en forma de columna.
- . Transformación de sumas de sumandos iguales en multiplicación.

Estrategias de enseñanza:

La profesora recuerda a sus alumnos que "estamos trabajando la multiplicación".

Plantea a sus alumnos una situación problemática de la vida real que ella desarrolla según la siguiente secuencia:

. Les comenta, en primer lugar, que ella ha comprado en el supermercado unos paquetes de galletas y unos paquetes de café (para hacer el café en la hora del recreo para todos los profesores). A continuación coloca los paquetes sobre la mesa de uno de los equipos y pregunta a uno de los alumnos cuántos paquetes hay sobre la mesa y cuántas veces se repite el paquete de café. Muestra a los niños la factura del supermercado y se la da a uno de los niños para que la lea.

. Indica a un niño del equipo que coja uno de los paquetes de galletas y que lo enseñe a sus compañeros. Le pregunta al niño que sostiene la factura el precio de ese paquete de galletas.

. Hace que otro alumno coja el otro paquete de galletas y diga su precio, observando la factura.

. Pregunta a otro niño que diga el precio del paquete de café, que está indicado en el mismo paquete.

. Pregunta ¿qué nos interesa de las cosas que la profesora compró?. Les indica que las cosas repetidas porque nos interesa la suma de sumandos iguales.

. Pregunta ¿las galletas nos interesan ahora? Les indica que no porque los paquetes de galletas tienen precios diferentes.

. Manda a uno de los niños a la pizarra con uno de los paquetes de café para que escriba su precio, es decir, 148. Repite lo mismo con otros dos niños. Les indica que escriban el signo más (+) entre las tres cantidades.

. Manda a una niña a la pizarra para que coloque la suma en forma de columna y a otro niño para que "halle el resultado de esta suma de sumandos iguales y vean el valor de verdad". Otra niña sale a la pizarra a ayudar al niño a revisar la suma.

. Pide a los niños que observen la suma que ha hecho el compañero en la pizarra y les pregunta ¿cuántas pesetas ha pagado la señorita por los tres paquetes de café?

. Pide a una de las niñas que ahora escriba ese resultado en la suma que se halla de forma indicada en la pizarra.

. Pregunta ¿cuántas pesetas ha pagado la señorita por los paquetes de café? Hace esta pregunta a diferentes niños.

. Le dice a una niña que ponga en forma de multiplicación en columna la suma de sumandos iguales de los paquetes de café. Pregunta a los niños ¿cómo se leería? Repite con ellos "3 por 148". Una vez que la niña pone el resultado, la profesora le dice "muy bien, muy bien".

Actividades de los alumnos:

Los niños del equipo de libros reparten los libros de Matemáticas a sus compañeros.

Los niños buscan en su libro el tema de la multiplicación, que ya estuvieron trabajando el día anterior.

Escuchan las indicaciones de la profesora, mientras observan los paquetes de café y de galletas.

Los niños del equipo donde la profesora ha colocado los paquetes, los observan y manipulan.

Un niño contesta que hay tres paquetes de café sobre la mesa.

Los niños contestan que el paquete de café se repite tres veces.

Los niños observan la factura que les muestra la profesora. Uno de ellos, luego, la sostiene en sus manos.

Observan el paquete de galletas que les muestra un compañero.

Uno de los niños dice que el precio del paquete de café es de 148 pesetas.

Los niños contestan a la profesora que les interesan las cosas que están repetidas.

Tres niños diferentes escriben en la pizarra el precio del paquete de café que cada uno sostiene en sus manos; uno de ellos escribe el signo más (+) entre las tres cantidades.

Una de las niñas sale a la pizarra y escribe la suma indicada en forma de columna.

Sale otro niño a la pizarra para resolver la suma, contando con los dedos. Otros niños próximos a él tratan de ayudarlo a resolver la suma. Luego la revisa en voz alta, ayudado por una compañera.

Una de las niñas escribe el resultado en la suma indicada.

Otra de las alumnas escribe la multiplicación en forma de columna y escribe el resultado de la misma.

Todos los niños contestan que esa multiplicación se lee "3 por 148".

Materiales:

- . Libros de texto.
- . Paquetes de café y de galletas.
- . Factura del supermercado.
- . Pizarra

Organización de los alumnos: Los alumnos se hallan colocados en pequeños grupos. Algunos de ellos trabajan individualmente en la pizarra y son ayudados por otros de sus compañeros.

Final del segmento: Este segmento termina cuando la profesora le dice a la niña que ha resuelto correctamente la multiplicación en forma de columna que la hecho "muy bien, muy bien".

Duración: 30' 14", teniendo en cuenta que durante 10' este primer segmento se superpuso al segundo.

## **Segmento N° 2**

Principio o arranque del segmento: Este segmento se inicia cuando la profesora llama la atención de los niños para que, mientras se resuelve en la pizarra la situación problemática de los paquetes de café, abran el libro por la página 61 para hacer las actividades en esa página propuestas.

Objetivo del segmento:

- . Afianzar el concepto de multiplicación como suma de sumandos iguales.
- . Habilidad para convertir las sumas de sumandos iguales en forma de multiplicación.

. Aprender a colocar la multiplicación en forma de columna para su resolución, distinguiendo el "número que se repite" del "número de veces".

Contenidos:

. La multiplicación como suma de sumandos iguales.

. La multiplicación en forma de columna.

Estrategias de enseñanza:

- Mediante preguntas dirige la actividad de los niños para que resuelvan los ejercicios planteados en la página 61 del libro, según la siguiente secuencia:

a) Hace leer en voz alta a un niño el enunciado del ejercicio.

b) Pregunta a otro niño: "Cada paquete de pilas, ¿cuántas pilas tiene? ¿y cuántos paquetes hay? Entonces  $4 + 4 + 4$  es igual a 4 por 3", que es igual a 12.

c) Saca a otro niño a la pizarra para que resuelva el ejercicio del libro.

d) Corrige la actividad que el niño ha hecho en la pizarra diciendo "3 por 4 es igual a 3 veces 4, que son 12".

- Continúa con esta estrategia para la realización de todos los ejercicios del libro.

- Hace uso del mural y del dibujo del lorito para repasar que 2 por 2 son cuatro, enlazando así una nueva actividad del libro con lo dado el día anterior.

- Llama la atención de los niños para decirles que en el libro "Hay una cosa nueva y es que la multiplicación también se puede poner en forma de columna, igual que la suma". Explica esta nueva noción, indicando que arriba se pone el número que se repite y debajo el número de partes y luego "la rayita" y el signo "por".

- En varios momentos, retoma la situación problemática de los paquetes de café, que aún se encuentra escrita en la pizarra, y manda a algunos niños que terminen de realizarla, aplicando la nueva noción de multiplicación en forma de columna.

- Continuamente se pasea por todos los equipos observando el trabajo que hacen los niños y atendiendo de forma preferente a los alumnos que tienen más dificultades.

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos buscan en sus libros la página 61 del libro de Matemáticas.

- Uno de los alumnos lee el enunciado de la actividad del libro. Sucesivamente van leyendo otros niños, según les va mandando la profesora.

- De forma individual, los niños que la profesora va nombrando, contestan a las preguntas que ella les formula relacionadas con la actividad del libro.

- Otros niños salen a la pizarra a efectuar la operación correspondiente a la actividad del libro que se está realizando.

- Observan el mural y el dibujo del lorito, atendiendo a la explicación de la profesora.

- Continúan trabajando todas las actividades del libro de la misma forma. Algunos niños se distraen y son animados por la profesora para continuar.

- Algunos niños terminan de realizar en la pizarra el problema de los paquetes de café, colocando la multiplicación en forma de columna y poniendo el resultado de la misma.

Materiales:

- . Libros de texto de Matemáticas.
- . Pizarra.
- . Mural.
- . Dibujo del lorito.

Organización de los alumnos: Se hallan agrupados en equipos; cada alumno trabaja individualmente en su libro.

Duración del segmento: 35' 25".

Tiempo acumulado: 65' 39".

Duración de la superposición: 10'.

### **Sesión N° 4**

#### **Segmento N° 1**

**Principio o arranque del segmento:** Se inicia este segmento cuando la profesora dice: "Hoy vamos a trabajar con las fichas; repartan las fichas que tenemos preparadas para hoy. No se olviden de poner en las fichas el nombre y los apellidos. Terminen de repartir". "Hoy vamos a trabajar la multiplicación, pero ¿en el libro o en las fichas?".

**Objetivo del segmento:**

- . Seguir afianzando el concepto de multiplicación como suma de sumandos iguales.
- . Practicar la transformación de sumas de sumandos iguales en multiplicación.
- . Aprender la tabla del dos, a partir de sumas de sumandos iguales.

**Contenidos:**

- . La suma de sumandos iguales.
- . La multiplicación como suma de sumandos iguales.
- . La tabla del dos.

**Estrategias de enseñanza:**

- La profesora sigue recordando a los alumnos que pongan en sus fichas el nombre y los apellidos.
- La profesora les indica a sus alumnos que no se apuren al hacer los ejercicios.
- La profesora se dirige a cada uno de los equipos para que uno de sus miembros, que ella nombra, lea el ejercicio planteado en la ficha.
- Mediante preguntas va dirigiendo la actividad del niño que leyó el enunciado del ejercicio. Las preguntas las formula según el siguiente esquema:
  - . "A ver, Félix, qué tienes dibujado.
  - . Mira, Félix, tienes 3 gallos, y cada gallo tiene 2 patas.
  - . Un gallo tiene 2 patas, el otro 2 patas y el otro 2 patas.
  - . ¿Tú puedes mirar cuántas patas hay en total?
  - . ¿Los sumandos son iguales o son distintos?

## MATEMATICAS

. ¿Son iguales los sumandos?  
 . ¿Es una suma de sumandos iguales?  
 . ¿La podemos poner en forma de multiplicación?

. Primero el número que se repite: 2 por...¿cuántas veces se repite? Entonces 2 por 3.

. Muy bien,  $2 \times 3 = 6$

- Esta secuencia de preguntas las va haciendo para cada uno de los ejercicios de la ficha (diez ejercicios en total referidos a la tabla del dos), haciendo participar a todos los equipos y a uno de los niños de cada equipo. Mientras tanto va pasando por todos los equipos supervisando el trabajo que los niños están haciendo. Revisa también los ejercicios ya terminados de algunos niños que se han levantado para enseñárselos.

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos encargados de los libros, reparten hoy las fichas.

- Todos los niños escriben en su ficha su nombre y apellidos.

- El niño que cita la profesora, va contestando a las preguntas que ella le formula, en voz alta para que todos sus compañeros le oigan.

- Todos los niños realizan los ejercicios de su ficha, al mismo tiempo que van escuchando el diálogo mantenido entre su profesora y uno de sus compañeros para la resolución de cada ejercicio en concreto.

- Algunos niños se levantan para enseñarle a la profesora los ejercicios ya terminados.

- Algunos niños borran y rectifican sus ejercicios cuando la profesora pasa por sus sitios corrigiéndoselos.

Materiales:

- Fichas de trabajo preparadas por la profesora.

Organización de los alumnos: Los niños se hallan organizados en pequeños grupos, aunque cada niño hace su trabajo individualmente.



Duración: 21'.

### **Sesión N° 5**

#### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Este segmento se inicia cuando la profesora indica a los niños que "vamos a empezar la clase; como hay algunos niños que están enfermos, vamos a repasar un poquito hoy. El equipo de libros que reparta los cuadernos. Vamos a repasar también la resta de llevar. Vamos a poner la fecha de hoy. Miren las puntas de los lápices".

Objetivo del segmento:

- . Repasar la multiplicación.
- . Repasar la resta de llevar.
- . Repasar la suma de sumandos distintos.

Contenidos:

- . La multiplicación como suma de sumandos iguales.
- . La resta de llevar.
- . La suma de sumandos distintos.

Estrategias de enseñanza:

- La profesora dice en voz alta la definición de multiplicación: "Cuando nosotros tenemos que sumar varias veces el mismo número puedo convertir esa suma en una multiplicación".
  - Invita a los niños que repitan todos juntos con ella esa definición.
  - Solicita a una niña en particular que digan de nuevo ella sola la definición de multiplicación.
  - Pregunta si hay algún otro niño que desee repetir la definición de multiplicación.
  - Invita a todos, "por última vez", que repitan la definición.
  - Se dirige a otro niño para que diga la definición; cuando el niño la dicho ella le dice "muy bien, muy bien".
- Actividades de los niños:

- Los niños del equipo de libros reparten los cuadernos de matemáticas.
- Algunos niños afilan sus lápices.
- Todos los niños escriben la fecha.
- Todos van escuchando las indicaciones de la profesora.
- Todos juntos repiten la definición de multiplicación.
- Una de las alumnas dice la definición de multiplicación.
- Varios niños se ofrecen a repetir de nuevo la definición.
- Otro de los alumnos dice también él solo la definición de multiplicación.

Materiales: Cuadernos de Matemáticas; la pizarra; los lápices.

Organización de los alumnos: Se hallan sentados en pequeños grupos aunque realizan parte del trabajo de forma individual. En determinadas ocasiones contestan en forma de gran grupo a las preguntas de la profesora.

Duración: 10'.

### **Segmento N° 2**

Principio o arranque del segmento: Empieza este segmento cuando la profesora indica al equipo de limpieza que reparta el material (botones, tacos, palillos, etc.).

Objetivo del segmento:

- . Repasar la multiplicación como suma de sumandos iguales mediante la manipulación de distintos materiales.

Contenidos:

- . La multiplicación como suma de sumandos iguales.

Estrategias de enseñanza:

- La profesora indica que cada equipo haga agrupamientos con los objetos que tienen sobre sus mesas, pero "teniendo en cuenta que todos los miembros del equipo agrupen el mismo número de elementos".

- Pregunta luego a los niños que por qué tienen que hacer los agrupamientos iguales.
- Indica a los niños que se tienen que poner de acuerdo los miembros de cada equipo para agrupar el mismo número de elementos.
- Pregunta al equipo número 1 ¿qué objetos tienen?.
- Hace la misma pregunta al resto de los equipos al mismo tiempo que va pasando por la clase y acercándose a cada equipo para observar lo que están haciendo los niños.
- Indica a los equipos que ya vayan terminando los agrupamientos que los escriban en el cuaderno en forma de suma de sumandos iguales y que después los transformen en multiplicación.
- Observa a los diferentes equipos para ver si están haciendo correctamente esta actividad.
- Ante la pregunta de un niño de si pone la multiplicación en forma de columna, la profesora le contesta que la pueden poner de las dos formas, en forma de línea y en forma de columna.
- Refuerza positivamente a los equipos que han hecho correctamente la actividad con frases como "muy bien, muy bien".
- Les recuerda a todos los niños en general que "primero el número que se repite y después las veces que se repite".
- Corrige a algunos niños que se han equivocado al resolver la actividad del cuaderno.
- Indica al equipo del material que recojan las cosas que han manipulado y las coloquen en su sitio.

#### Actividades de los alumnos:

- Los niños de cada equipo hacen agrupamientos con los objetos que les han repartido sus compañeros, pero poniéndose primero de acuerdo para agrupar el mismo número de elementos. Se entabla entre los miembros de cada equipo una pequeña charla.

- Cada niño escribe en su cuaderno los agrupamientos que han realizado en forma de suma de sumandos iguales. Luego la colocan en forma de multiplicación.

- Algunos niños explican a la profesora la actividad que está haciendo su equipo.

- Uno de los alumnos pregunta a la profesora si colocan la multiplicación en forma de columna.

- Algunos niños se equivocan al hacer la actividad en el cuaderno. Borraron lo que han hecho y, ayudados por la profesora, la rectifican.

- El equipo de material recoge las cosas que han utilizado para los agrupamientos y las colocan en su sitio.

Materiales:

. Diversos objetos: botones, palillos, tacos, granos, cromos, etc.

. El cuaderno de Matemáticas.

Organización de los alumnos: Los niños trabajan esta actividad en pequeños grupos.

Duración: 16' 30".

Tiempo acumulado: 26' 30".

### **Segmento N° 3**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando la profesora propone a los alumnos que van a hacer otra actividad, mientras algunos equipos van terminando la actividad anterior.

Objetivos del segmento:

. Repasar la resta de llevar.

. Repasar la suma de sumandos distintos.

Contenidos:

. La resta de llevar.

. La suma de sumandos distintos.

Estrategias de enseñanza:

- La profesora escribe en la pizarra la resta de llevar y la suma de sumandos iguales para que las resuelvan los niños.

- Indica a los niños que deben copiar estas operaciones en sus cuadernos.
  - Hace que un niño lea las cantidades de las operaciones con sus signos correspondientes.
  - Pasa por los diferentes equipos corrigiendo lo que los niños hacen.
  - Introduce un ejercicio de relajación porque "algunos niños están muy cansados": les hace inflar un globito.
  - Les recuerda en voz alta: "recuerden que hay que poner las unidades debajo de las unidades, las decenas debajo de las decenas y las centenas debajo de las centenas".
  - Invita a que el niño que desee salga a la pizarra a colocar la resta. Mientras tanto ella sigue pasando por los equipos supervisando el trabajo de los niños.
  - Indica al niño que está en la pizarra que diga lo que está haciendo en voz alta, para que se enteren sus compañeros: "dilo en voz alta, siempre subiendo los escalones, 9 para llegar a 17, de 17 ¿te llevas?".
  - Continúa ayudando al niño de la pizarra a realizar la resta; al mismo tiempo los demás niños atienden al trabajo que se está desarrollando en la pizarra.
- Actividades de los alumnos:  
Material: Pizarra, cuaderno.  
Organización de los alumnos:  
Duración: 45'.  
Tiempo acumulado: 56' 30".

## **Sesión N° 6**

### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Este segmento comienza cuando la profesora pregunta a los niños ¿por qué actividad del libro íbamos?, para continuar trabajando en las fichas del libro de Matemáticas.

Objetivo del segmento: Que los alumnos comprendan que el orden los factores no cambia el producto.

Contenidos:

. La propiedad conmutativa de la multiplicación.

Estrategias de enseñanza:

- La profesora solicita una niña que haga los dibujos de los sellos en el libro para obtener agrupamientos de cuatro sellos.

- Le dice a la niña que tres veces cuatro sellos es igual a...

- Le indica a la misma niña que ponga esos agrupamientos en forma de multiplicación.

- Observa lo que la niña ha hecho y le dice que está muy bien.

- Se dirige a todos los niños y les pregunta ¿quién va a leer lo que hicieron con los triángulos?

- Ante la respuesta de los niños, la profesora les dice que el dos se repite tres veces, que entonces 2 por 3 es igual a 6.

- Se dirige ahora a una niña en particular y le dice "Silvia, te toca". "Dilo alto, y ponlo en forma de multiplicación". Ratifica lo que la niña ha realizado diciendo que muy bien, 2 por 6 es igual a 12.

- Nombra a otro niño para que diga en voz alta el siguiente ejercicio y le recuerda que si hay 6 grupitos y cada grupito tiene dos elementos, cómo se pondría en forma de multiplicación. Ratifica lo que el niño ha contestado diciendo que muy bien, 6 por 2 es igual a 12.

- Llama la atención de los niños para que se fijen que el orden en que se multiplican dos números no cambia el resultado.

- Reclama la atención de los niños para que miren ahora a la pizarra.

- Les pregunta a los niños qué tenemos en la pizarra. Luego ella hace que los niños se fijen en que hay cuatro grupitos y que cada grupito tiene tres bolitas. Les hace leer a los niños las veces que se repite y qué número es el que se repite.

- Se dirige a toda la clase para que los niños digan cómo se puede leer esos agrupamientos.

- Les hace observar otros agrupamientos que están dibujados en la pizarra; en este caso son tres agrupamientos y cada grupito tiene cuatro bolitas. Pide a los niños que digan qué número se repite y cuántas veces se repite.

- La profesora les indica que "hemos cambiado el orden los factores" "entonces 4 veces tres es igual a 3 veces cuatro".

- Les indica que ahora lo van a poner en forma de multiplicación. Para ello pregunta a los niños ¿qué se repite? ¿cuántas veces se repite?. Escribe en la pizarra  $3+3+3+3$ . Luego escribe: 4 veces 3 es igual a 3 por 4, que es igual a 12. Vuelve a preguntar lo mismo para la otra multiplicación escribiendo: 3 veces 4 es igual a 4 por 3, que es igual a 12.

Actividades de los alumnos:

- Todos los alumnos hacen en sus libros de Matemáticas los dibujos de las actividades del libro. Al mismo tiempo van escribiendo en forma de multiplicación los agrupamientos que han pintado.

- Algunos niños van contestando individualmente en voz alta las preguntas que les formula la profesora.

- Se fijan luego en la pizarra para observar los agrupamientos que la profesora ha dibujado. Van contestando las preguntas de la profesora y observando lo que ella escribe en la pizarra.

Materiales: Libro de los alumnos. Pizarra.

Organización de los alumnos: Los niños se hallan agrupados en equipos pero trabajan de forma individual.

Final del segmento: Este segmento finaliza cuando la profesora indica a los niños que cierren el libro de Matemáticas y que el equipo de libros los guarde en su sitio.

Duración: 12' 15".

## **Segmento N° 2**

**Principio o arranque del segmento:** Se inicia este segmento cuando la profesora dice a los niños que los que tienen la ficha del lorito que la saquen y los que no la tienen que lean con su amigo.

**Objetivo:** Aprender de memoria la tabla del dos.

**Contenido:** La tabla del dos.

**Estrategias de enseñanza:**

- La profesora indica a los alumnos que vamos a leer en voz alta la tabla del dos. Para ello les sugiere que escuchen a la señorita.
- La profesora recita en voz alta la tabla del dos.
- Pide a todos los niños que reciten juntos la tabla del dos.
- Pide luego a uno de los alumnos que él solo lea la tabla de dos.
- A continuación les indica que la van a leer todos juntos de nuevo.
- Les dice a los niños que esa ficha la van a llevar a sus casas para que la lean varias veces.
- Pide a los niños que no tienen la tabla del dos completa en la ficha del lorito, que la completen para llevarla a sus casas.

**Actividades de los alumnos:**

- Los niños escuchan a la profesora. Recitan luego junto con ella la tabla del dos.
- Un niño recita la tabla para que los demás niños lo oigan.
- Todos los niños recitan de nuevo la tabla del dos.
- Guardan esta ficha para llevarla a sus casas.
- Los niños que no la tienen completa, la terminen para llevarla a sus casas.

**Materiales:** Ficha del lorito.

**Organización de los alumnos:** Los niños realizan este segmento en forma de gran grupo.

**Final del segmento:** Finaliza este segmento cuando los niños guardan en sus maletas la ficha del lorito.

**Duración:** 10'.



Tiempo acumulado: 22' 15".

### **Sesión N° 7**

#### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Este segmento comienza cuando la profesora indica a los niños que "hoy vamos a trabajar en los cuadernos; vamos a repartirlos". A continuación les recuerda la fecha del día de hoy para ponerla en el cuaderno.

Objetivo del segmento: Comprender la propiedad conmutativa de la multiplicación.

Contenido: La propiedad conmutativa de la multiplicación.

Estrategias de enseñanza:

- La profesora hace que los niños observen el material que tienen sobre sus mesas: 12 garbanzos.
- Le indica a uno de los niños de cada equipo que se encargue de repartir los 12 garbanzos con sus compañeros.
- Pregunta a uno de los equipos que cuántos garbanzos han tocado a cada niño. Ante la respuesta del niño, les indica que con los garbanzos que le ha tocado a cada uno, hagan agrupamientos de 3 garbanzos.
- Pregunta a otro equipo que cuántos garbanzos en total repartieron y que cuántos garbanzos han tocado a cada niño.
- Se dirige a todos los equipos observando cómo los niños han repartido los garbanzos y cuántos han tocado a cada niño.
- Les indica a todos los niños de la clase que los agrupamientos que cada equipo ha realizado con los garbanzos que los representen en sus cuadernos en forma de suma de sumandos iguales.
- Pregunta luego, dirigiéndose a todos los niños de la clase ¿todos los equipos tienen la misma cantidad?. Recalca la respuesta de los niños dirigiéndose a cada equipo y diciendo: "tu equipo, 12; tu equipo, 12; tu equipo, 12;...".
- Les indica a continuación que ahora pongan en forma de multiplicación la suma de sumandos iguales que han escrito

en sus cuadernos. Les recuerda que "primero el número que se repite".

- Llama la atención de los niños para ver "qué pasa con el equipo de Rebeca; cuántos niños hay; cuántos garbanzos han tocado a cada niño". Aclara la respuesta de los niños de este equipo diciendo: "4 para Adrián, 4 para Rebeca, 4 para Ramsés".

- Le indica a Rebeca que vaya a la pizarra a escribir en forma de suma de sumandos iguales los agrupamientos que ha hecho su equipo. Luego, que los escriba en forma de multiplicación.

- Llama la atención de los niños para que observen todos lo que ha hecho la niña en la pizarra.

- Le indica a una niña de otro equipo que explique a toda la clase lo que han hecho con los garbanzos en su equipo. Aclara la intervención de la alumna, diciendo que en este equipo hay cuatro niños y que han tocado 3 garbanzos a cada niño. Les recuerda que en el equipo de Rebeca tocaron a 4 garbanzos porque sólo había 3 niños. Le indica a la niña que vaya a la pizarra a escribir en forma de multiplicación los agrupamientos de su equipo. Les pregunta "¿cambia el resultado si cambiamos los números de la multiplicación?". Lee las multiplicaciones escritas en la pizarra: 3 por 4 es igual a 12; 4 por 3 es igual a 12. Les hace observar a los niños que las dos tienen el mismo resultado, es decir, 12.

Actividades de los alumnos:

- Algunos niños reparten los cuadernos de Matemáticas a sus compañeros.

- Todos los niños escriben la fecha en el cuaderno.

- Observan el material que le ha correspondido a su equipo: 12 garbanzos.

- Uno de los alumnos reparte los 12 garbanzos entre los miembros de su equipo.

- Cada equipo va respondiendo a las preguntas de la profesora sobre cuántos garbanzos hay en total en el equipo y cuántos han correspondido a cada niño.

- Todos los niños escriben en sus cuadernos los agrupamientos que han hecho los diferentes equipos, en forma de suma de sumandos iguales y en forma de multiplicación.

- Se detienen todos a observar el equipo de Rebeca y el equipo de otra niña, que tienen diferente número de niños y que les ha correspondido distinto número de garbanzos.

- Las niñas de los equipos mencionados por la profesora, salen a la pizarra a escribir en forma de multiplicación los agrupamientos de sus respectivos equipos.

- Todos los niños observan lo que hacen sus compañeras en la pizarra.

- Escuchan la explicación de la profesora y comprueban que el orden de los números de la multiplicación no cambia el resultado.

Materiales: Cuaderno, pizarra y garbanzos.

Organización de los alumnos: El trabajo se realiza en equipo.

Final del segmento: El segmento finaliza cuando la profesora dice "hoy hemos aprendido que el orden de los números de la multiplicación no cambia el resultado".

Duración: 15' 12".

## **Segmento N° 2**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando la profesora dice a sus alumnos que van a escribir con letra unas cantidades.

Objetivo: Repasar la numeración.

Contenido: La numeración hasta la centena.

Estrategias de enseñanza:

- La profesora recuerda a los niños que cuenten los cuadritos del cuaderno antes de escribir los números. Mientras tanto, ella escribe una cantidad en la pizarra (342).

- Solicita a uno de los niños que lea la cantidad escrita en la pizarra.

- Pide a todos los niños que escriban en sus cuadernos con letra la cantidad escrita en la pizarra.

- Escribe otras dos cantidades y solicita a otros dos alumnos de la clase que las lean. Les indica a todos los niños que las escriban con letra en sus cuadernos.

- Pasa por las mesas de los niños observando lo que éstos hacen. Les recuerda que doscientos se escribe con "s" y "c". Indica a algunos niños que afilen bien los lápices. Insta a los alumnos más lentos a que terminen ya esta actividad.

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos cuentan los cuadritos de su cuaderno antes de escribir los cantidades escritas en la pizarra.

- Algunos niños leen en voz alta las cantidades escritas en la pizarra.

- Todos los niños escriben con letra las cantidades de la pizarra.

- Algunos niños rectifican la palabra doscientos porque no le han puesto la "s".

Final del segmento: Este segmento termina cuando la profesora les dice que van a hacer otra actividad.

Materiales: Cuaderno. Pizarra.

Duración: 5'.

Tiempo acumulado: 20' 12".

### **Segmento N° 3**

Principio o arranque del segmento: Este segmento comienza cuando la profesora dice a sus alumnos: "bueno, otra actividad que vamos a hacer es un problema sencillito".

Objetivo del segmento: Que los alumnos aprendan a resolver problemas de multiplicar.

Contenidos: Aplicación práctica de la operación de multiplicar.

Estrategias de enseñanza:

- La profesora indica a sus alumnos que "vamos a dibujar un plato y en ese plato vamos a poner frutas, por ejemplo, 3 manzanas; otro plato con 3 manzanas... Podemos dibujar 4 platos y en cada plato la misma cantidad de manzanas, es decir, 3 manzanas"

- Al mismo tiempo que les plantea oralmente la actividad, ella va dibujando los platos con las manzanas en la pizarra. Luego les dice: "... y nos preguntan ¿cuántas manzanas hay en total?".

- Les pide a los niños que copien la pregunta del problema en el cuaderno.

- Va respondiendo a las preguntas de los alumnos cuando le dicen si hay que poner la operación en forma de suma o en forma de multiplicación. Les dice que de las dos formas. Deja libertad cuando le preguntan que si la multiplicación la colocan en columna o indicada.

- Se dirige a uno de los niños y le dice "cuéntales a tus amigos cómo has hecho esta actividad".

- Pide a otro alumno que explique lo que ve en la pizarra.

- Manda a otro niño para que repita lo mismo.

- Le pregunta a otro niño, observando su cuaderno ¿qué te pregunta? ¿cuántas manzanas hay en total? ¿qué hiciste?;... fuiste sumando... lo que tú pensaste, hazlo en tu cuaderno".

- Recuerda a los niños que también tienen que poner el problema en forma de multiplicación.

- Les indica que al final tienen que poner la R "que quiere decir resultado, a la izquierda en el cuaderno".

- Les pide a los niños que pinten con lápices de colores los dibujos del problema, "para que quede bonito".

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos escuchan las indicaciones de la profesora y observan los dibujos que ella hace en la pizarra.

- Van dibujando en sus cuadernos 4 platos y en cada plato 3 manzanas.

- Escriben en sus cuadernos la pregunta del problema y que la profesora les indica.

- Realizan las operaciones del problema; primero una suma de sumandos iguales; luego la multiplicación.

- Algunos niños preguntan si la multiplicación la ponen en forma de columna o indicada.

- Uno de los alumnos explica a sus compañeros cómo ha hecho esta actividad.
- Otro niño explica en voz alta lo que ve en la pizarra.
- Otro de los niños vuelve a explicar lo que hay dibujado en la pizarra.
- Todos escriben el resultado del problema. Algunos borran sus cuadernos porque no han dispuesto el orden de colocación de las operaciones y el resultado (R) como la señorita les ha indicado.
- Al final todos pintan los dibujos del problema en sus cuadernos.

Materiales: Pizarra, cuadernos, lápices de colores.

Organización de los alumnos: Aunque se hallan sentados en equipos, los niños trabajan esta actividad de forma individual.

Final del segmento: Termina este segmento cuando la profesora indica que vayan terminando el problema, pues tienen que hacer ahora una ficha.

Duración: 24' 12".

Tiempo acumulado: 44' 24".

#### **Segmento N° 4**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando la profesora indica a sus alumnos que vayan pasando todos por la mesa de la señorita y cojan una ficha que ella ha elaborado.

Objetivo del segmento: Que los niños aprendan el concepto de doble.

Contenido: El doble de varios números.

Estrategias de enseñanza:

- Les indica a los niños que, aquellos que ya han terminado la actividad del problema en el cuaderno, que hagan ahora la ficha.
- Pide a una niña de un equipo que compruebe si todos los niños de su equipo han acabado el problema.
- Solicita a los niños que pongan el nombre y apellidos a la ficha.

- Les indica que miren a la pizarra para repasar la tabla del 2.
- Pide a todos los niños que lean con ella los ejercicios de la ficha.
- Se dirige luego a uno de los alumnos y le pregunta ¿10 es el doble de...?, ¿6 es el doble de...?. Hace esta pregunta a otros niños utilizando otros números. Refuerza la respuesta de los niños, diciendo: "muy bien".
- De nuevo hace leer a todos los niños la ficha.
- Va preguntando a diferentes niños: "el doble de 2... el doble de 5... etc; y el doble de 25... y el doble de 50".
- Al final les indica que esta ficha la guarden y la lleven a sus casas para que la repasen.

Actividades de los alumnos:

- Los niños se levantan y cogen una ficha que hay sobre la mesa de la señorita.
- Algunos niños terminan el problema de la actividad anterior.
- Una niña comprueba si sus compañeros de equipo han terminado el problema.
- Todos los niños observan la pizarra y van repasando la tabla del 2.
- Algunos niños van contestando las preguntas de la profesora cuando les pregunta por el doble de algunos números.
- Todos leen, junto con la profesora, la ficha.
- De nuevo van respondiendo individualmente, cuando la profesora les pregunta, cuál es el doble de ciertos números.
- Todos los niños guardan esta ficha para llevarla a sus casas.

Materiales: Ficha, pizarra y mural con la tabla del 2.

Organización de los alumnos: El trabajo es individual.

Final del segmento: Termina este segmento cuando la profesora dice que recojan todo, pues ya "hemos terminado".

Duración: 10'.

Tiempo acumulado: 54' 24".

## **Sesión N° 8**

### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Este segmento comienza cuando la profesora indica la fecha del día poniéndola en la pizarra y pidiendo al equipo de libros que reparta los libros de Matemáticas.

Objetivo del segmento: Que los niños comprendan que la multiplicación es una suma de sumandos iguales.

Contenido: La multiplicación como suma de sumandos iguales.

Estrategias de enseñanza:

- La profesora pide a los niños que abran el libro por las páginas 67 y 68 para "seguir trabajando la tabla del dos".
- Pide a uno de los niños que lea la primera actividad de la página 67.
- Llama la atención a otro de los niños porque no está "escuchando a su amigo".
- La profesora explica a todos los niños lo que hay que hacer en la primera actividad: "quiere decir que en el rectángulo que hay ahí tienes que dibujar lo que te dice".
- Continúa explicando y pregunta a los niños: Vamos a ver, ¿tienes cuántos fruteros? ¿y en cada frutero cuántas manzanas hay?
- Ante la respuesta de los niños, la profesora indica que contesten al lado de la pregunta: manzanas, 2; cestos, 3.
- Les dice a los niños que ahora lo pongan en forma de multiplicación.
- Se dirige ahora a otra alumna para que lea la siguiente actividad. Procede ayudando a los alumnos a resolver esta actividad de modo semejante a como lo hizo en la primera actividad, siguiendo paso a paso con los niños la resolución de la misma.
- Continúa con la misma estrategia de enseñanza para las seis actividades contenidas en la página 67.



- Pasa luego a la página 68 del libro indicándoles que "ahí tienen la tabla del 2; vamos a repetir toda la tabla del 2".

- Se dirige a otro alumno para indicarle que lea "la última actividad que tienen que resolver hoy". Ayuda a los alumnos a resolverla utilizando la misma estrategia de enseñanza que en las actividades anteriores, es decir, preguntando cuántas patas tiene cada jirafa, cuántas patas tienen entre las dos jirafas, cuántos ojos, cuántas colas y recordándoles que tienen que poner el resultado en forma de multiplicación y en forma de suma y que al lado del resultado tienen que poner lo que es, o sea, patas, ojos o colas. Indica a los niños que pinten los dibujos "para que el trabajo quede bonito".

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos abren el libro por las páginas 67 y 68.
- Uno de los alumnos lee en voz alta la primera actividad de la página 67.

- Todos los demás niños escuchan a su compañero mientras siguen la lectura por sus respectivos libros. Algún niño se distrae.

- Luego escuchan las preguntas que la profesora formula al compañero que leyó esta actividad, así como las respuestas que da éste.

- Siguen las indicaciones de su profesora escribiendo la suma y multiplicación correspondiente a este ejercicio y pintando los dibujos.

- Continúan trabajando las siguientes actividades de la misma forma que la primera hasta completar la página 67 del libro.

- Pasan luego a la página 68 diciendo en voz alta la tabla del 2 para repasar.

- Realizan la actividad de las jirafas de esta página siguiendo el mismo procedimiento que el utilizado en las actividades de la página 67.

Materiales: Libro de texto, lápices de colores.

Organización de los alumnos: El trabajo es individual.

Final del segmento: Termina este segmento cuando la profesora pide a los niños que vayan acabando los ejercicios del libro y que saquen el cuadernillo de Matemáticas que llevan para casa.

Duración del segmento: 26' 33".

### **Segmento N° 2**

Principio o arranque del segmento: Comienza este segmento cuando la profesora pide a los niños que abran el cuadernillo de casa de Matemáticas por la página 29.

Objetivo: Comprensión y aprendizaje memorístico de la tabla del 3.

Contenido: La tabla del 3.

Estrategias de enseñanza:

- La profesora recuerda a los niños que la tabla del 2 va de 2 en 2 y que la tabla del 3 va de 3 en 3.

- Les dice a los niños que  $3 + 3$  es igual a 6 y que también  $3 \times 2$  es igual a 6.

- Les dice  $3 \times 2$  es igual a 6; les pregunta ¿y si a 6 le sumamos 3 a qué es igual? Entonces  $3 \times 3$  es igual a 9. Sigue preguntando ¿y si a 9 le sumamos 3 a qué es igual? Entonces  $3 \times 4$  es igual a 12. Continúa de este modo hasta completar la tabla del 3.

- Pasa luego a indicarles a los niños que "el lorito dice ahora la tabla del 3", y pide a todos los niños que reciten la tabla del 3.

Actividades de los alumnos:

- Los alumnos siguen las explicaciones de la profesora escuchando lo que ella les dice y respondiendo a las preguntas que ella les formula.

- Todos los niños recitan en voz alta la tabla del 3, como el lorito.

Material: Cuadernillo de casa de Matemáticas.

Organización de los alumnos: Trabajo individual.

Final del segmento: Finaliza el segmento cuando la profesora pide a los niños que guarden su cuadernillo de casa y al equipo de

libros que recojan los libros de Matemáticas y los coloquen en su sitio.

Duración del segmento: 15'.

Tiempo acumulado: 41' 33".

### **Segmento N° 3**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando la profesora indica a sus alumnos que "tenemos una ficha que también trae la multiplicación. Dos problemitas, solamente vamos a hacer dos problemitas. Vayan poniendo el nombre y los apellidos". La profesora al mismo tiempo que va diciendo la tarea que hay que hacer, reparte las fichas. Mientras ella reparte la ficha, los niños terminan de pintar los ejercicios anteriores.

Objetivo del segmento: Desarrollar en los niños la capacidad de resolución de problemas de multiplicación.

Contenido: Problemas de multiplicación.

Estrategias de enseñanza:

- Indica la profesora que se fijen en la ficha para que vean que hay dibujados unos cubitos y dentro... pregunta ¿qué ven?.

- Después de oír la respuesta de los niños, dice que  $3+3+3+3$  ¿cuántos cubos hay?. Les indica a los niños que la suma de sumandos iguales de los cubitos y las pelotas la tenemos que transformar ahora en una multiplicación. Para ello pregunta, ¿qué número se repite?. Ante la respuesta acertada de los niños, dice "entonces tenemos  $3 \times 4 =$  , ¿cuántas pelotas hay en total?. Luego de oír la respuesta de los niños, dice "muy bien, 12 pelotas".

- Mientras los niños van terminando de realizar el problema, la profesora les recuerda que "hagan los números bien hechitos, por favor".

- Se dirige luego a un alumno en particular, y le dice que observe la siguiente actividad, pues "te toca a ti". Cuando el niño ha terminado de leer el problema, ella le dice "en forma de suma de sumandos iguales, ¿cuál es el número que se repite? ¿cuántas veces se repite?. Ratifica la respuesta del

alumno diciendo "muy bien, el cuatro se repite cinco veces, porque ¿cuántas cajas hay en total?, cinco cajas". Indica al niño que esa suma la tiene que poner ahora en forma de multiplicación. Luego le dice "4 por..." . Ante la respuesta del niño, ella dice "4 x 5 porque cada caja tiene 5 yogures. Hay 20 yogures en total".

- Se dirige a otro alumno y le pregunta ¿cuántos chicles hay en total?, "mira a ver cuántas cajitas de chicles hay en total; primero lo pones en forma de suma de sumandos iguales y después en forma de multiplicación". Luego le dice al niño que "5 x...". Ante la respuesta del alumno, ella afirma "5 x 5 es igual a 25 chicles".

- "Silvia, te toca, explica a tus amigos qué sucede ahí con las bolas". Mientras la niña observa la actividad de las bolas, la profesora recuerda a todos los niños que vayan pintando los dibujos. Se dirige de nuevo a Silvia y le dice "¿qué te pregunta?...venga 5 + 5 ... Ante la respuesta correcta de la niña, le dice "muy bien, ponlo ahora en forma de multiplicación. Le vuelve a preguntar ¿cuántas bolas tienes?".

- Mientras todos los niños van haciendo esta actividad, ella ayuda a otro de los alumnos a contar de cinco en cinco, ayudándole con los dedos.

- Indica a otro niño, Isidro, que diga a sus amigos "lo que ves en el dibujo de la papelería". Ante la respuesta del niño ella le dice "el niño se lleva 2 cajas de cuadernos, cada caja tiene 5 cuadernos, en total ¿cuántos cuadernos se llevaría?".

- Se dirige ahora a otra niña, Tamara, y le pregunta en relación al dibujo de la papelería ¿cuántas cajas de lápices lleva la niña?. Después de oír la respuesta de la niña le vuelve a preguntar ¿y cuántos lápices lleva cada caja?. Muy bien, en forma de multiplicación es 4 x 8, que es igual a 32 lápices.

- Sigue la misma estrategia para enseñar a los niños a resolver las demás preguntas del problema de la papelería: cuántas gomas y cuántos bolígrafos lleva la niña.

- Deja a los niños que vayan trabajando ellos solos durante unos minutos; mientras tanto ella va por los sitios de los niños corrigiendo lo que hacen.

Actividades de los alumnos:

- Todos los niños observan la primera actividad de la ficha.

- Responden, bien de forma colectiva, o de forma individual cuando la profesora así lo solicita, las preguntas que va formulando la profesora.

- Todos los niños van realizando en sus respectivas fichas las distintas actividades y pintando los dibujos.

- Algunos niños, que tienen más dificultad para realizar los ejercicios, cuentan con los dedos, ayudados por la profesora.

Material: Ficha de Matemáticas, preparada por la profesora.

Organización de los alumnos: El trabajo se hace de forma individual.

Final del segmento: Termina este segmento indicando la profesora a los alumnos que terminen la ficha, y que a continuación "vamos a hacer un ejercicio de relajación, porque están cansados". Finalizado éste, les indica que guarden ya los libros de Matemáticas.

Duración: 23' 12".

Tiempo acumulado: 64' 45".

## **Sesión N° 9**

### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando la profesora le indica a un niño que diga la fecha y que reparta las fichas que ella ha preparado. Les dice a los niños que "hoy vamos a trabajar la tabla del 3 y del 4 en forma de sumandos iguales".

Les recuerda que pongan el nombre y apellidos a la ficha y que afilen bien sus lápices.

Objetivo del segmento: Que los niños comprendan la tabla del 3 y del 4 como suma de sumandos iguales.

Contenido: La tabla del 3 y del 4.

Estrategias de enseñanza:

- Invita a los niños a observar la ficha para ver de qué se trata.

- Explica que, igual que la tabla del 2, la tabla del 3 se forma sumando de 3 en 3. Les pone un ejemplo:  $3 + 3$ , ¿a qué sería igual? a  $3 \times \dots$

- Ante la respuesta de una niña, la profesora dice: Muy bien, a  $3 \times 2$ .

- Continúa diciendo: ¿y  $3 + 3 + 3$ , a qué sería igual? a  $3 \times 3$ .

- Hace observar a los niños que en la ficha después viene la tabla del 4. Se refiere a un niño en concreto y le dice que lea la primera actividad. Luego ella dice: "tenemos 3 platos y en cada plato ¿cuántas manzanas hay?".

- Ante la respuesta del niño, la profesora dice: "Muy bien,  $4 + 4 + 4$ , es decir una suma de sumandos iguales que también se puede poner en forma de multiplicación,  $4 \times 3$ ". Invita a todos los niños a que vayan pintando las manzanas.

- Llama la atención de los niños para que se fijen en los dibujos de la siguiente actividad. Luego les dice "muy bien, ahí hay un camión que lleva 4 coches de un color y otros 4 de otro color, entonces tenemos  $4 + 4$ ; si lo ponemos en forma de multiplicación es igual a  $4 \times \dots$ ".

- Ante la respuesta acertada de los niños, ella les dice " $4 \times 2$  es igual a 8, ¿ven que estamos trabajando la tabla del 4?".

- Continúa con la siguiente actividad, referida a ramos de flores, cinco ramos de flores y cada ramo con 4 flores. Procede de modo semejante a como lo hizo anteriormente, poniéndola primero en forma de suma de sumandos iguales y luego en forma de multiplicación.

Actividades de los alumnos:

- Antes de comenzar las actividades de la ficha, los alumnos ponen la fecha y su nombre y apellidos.

- Los niños observan la ficha que la profesora les ha repartido.

- Van contestando las preguntas de la profesora y completando las actividades de la ficha, poniendo primero en forma de suma de sumandos iguales y luego en forma de multiplicación las operaciones de cada actividad.

- Algunos niños leen en voz alta las actividades.
- Pintan los dibujos que están representados en las diferentes actividades de la ficha.

Materiales: Ficha de trabajo elaborada por la profesora.

Organización de los alumnos: El trabajo en las fichas es individual; las respuestas a las preguntas de la profesora a veces son individuales y a veces grupales.

Final del segmento: Termina este segmento cuando la profesora les dice que vayan terminando la ficha y que no se olviden de pintar los dibujos.

Duración del segmento: 26' 12".

### **Segmento N° 2**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando una niña, por indicación de la profesora, enseña a sus compañeros el mural con la tabla del 3.

Objetivo del segmento: Con este segmento la profesora pretende enseñar a los niños las tablas del 3 y del 4 de forma memorística.

Contenidos: Las tablas del 3 y del 4.

Estrategias de enseñanza:

- La profesora ayuda a la niña que está mostrando el mural, a repasar la tabla del 3, recordándole que hay que ir sumando de 3 en 3.

- Llama a otro niño para que vaya junto al mural para que vaya diciendo la tabla del 4; le indica que la diga primero en forma de suma, sumando siempre 4, y luego en forma de multiplicación.

- Invita a todos los niños que repasen todos juntos las tablas del 3 y del 4, en voz alta, "mirando por el lorito".

Actividades de los alumnos:

- Una de las alumnos muestra el mural con la tabla del 3 y la repite en voz alta.
- Uno de los niños muestra el mural y dice en voz alta la tabla del 4.
- Todos los alumnos juntos "cantan" las tablas del 3 y del 4 mirando el dibujo del lorito.

Material: Mural con las tablas del 3 y del 4, representadas primero en forma de sumas de sumandos iguales y luego en forma de multiplicación. El dibujo del lorito.

Organización de los alumnos: Se organizan los alumnos en gran grupo.

Final del segmento: Se termina este segmento cuando la profesora indica a los alumnos que van a hacer una ficha de repaso de la resta.

Duración: 9'.

Tiempo acumulado: 35' 12".

### **Segmento N° 3**

Principio o arranque del segmento: Se inicia este segmento cuando la profesora indica a los niños que "vamos a hacer una ficha de repaso de la resta".

Objetivo del segmento: Se pretende que los alumnos afiancen el conocimiento de la resta llevando.

Contenidos: La operación de la resta llevando.

Estrategias de enseñanza:

- Recuerda en primer lugar a los niños que tienen que preparar su material: afilar sus lápices, poner el nombre y apellidos a la ficha, poner la fecha.
- Se dirige a uno de los alumnos para que empiece: "Angel, empieza, fijate que estamos repasando la resta llevando". Le indica que lea en voz alta la primera actividad.
- Les explica a todos los niños que tienen que ir restando, desde 48, de 2 en 2 y coloreando la respuesta correcta. Dice: "a 48 le quitamos 2...". Después de oír la respuesta de los niños vuelve a decir: "a 46 le quitamos 2...". "a 46 le quitamos 2...", "a 44 le quitamos 2...", ..., "a 40 le quitamos



2..., 44"; pregunta ¿está bien?; ante la respuesta negativa de los niños dice "entonces no la tenemos que colorear". Vuelve a preguntar "¿y el 45, lo coloreamos?".

- Se acerca por las mesas de los niños corrigiendo las fichas que algunos le enseñan.

- De nuevo vuelve a insistir que "recuerden que quitamos 2 y que pintamos los correctos".

- Les indica a los niños que ahora van a hacer la segunda actividad. Después de que un niño la ha leído, les dice que recuerden esta actividad: "Primero hacen la resta, al lado tienen la respuesta y pintan la respuesta correcta".

- Llama la atención de los niños para que se fijen que "al final tenemos un problema". Ella lo lee en voz alta: "Tenía 85 ptas. y me he comprado este bollo, ¿cuánto dinero me sobra?".

- Se dirige a uno de los alumnos para que explique el problema.

- La profesora le pregunta al niño que ha leído el problema: "¿cuánto vale el bollo?, mira que tiene el precio en la etiqueta".

- Se dirige a otra alumna para que lea de nuevo el problema. La profesora le pregunta a la niña: "¿Cuánto dinero te sobra?". Invita a la niña a que salga a la pizarra a hacerlo.

- Pregunta de nuevo a la niña: "¿Tú qué harías?". Ante la respuesta acertada de la niña, la profesora le dice: "Muy bien, tienes que utilizar la resta"; dilo alto para que todos te oigan".

- La profesora ayuda a la niña a hacer la resta: "De 7 a ...". Ante la intervención correcta de la niña, la profesora dice: "de 7 a 15...". Y espera la respuesta de la niña. "Luego te llevas...". Ante la respuesta correcta de la niña, ella dice: "Te llevas 1".

- Continúa ayudando a la niña a hacer la resta hasta que finaliza, y luego pregunta: ¿Cuánto dinero me sobra?". "Muy bien 38 pesetas".

Actividades de los alumnos:

- Después de que un compañero ha repartido la ficha, todos los niños escriben su nombre y apellidos y la fecha.

- Los niños realizan la primera actividad, restando de 2 en 2 y coloreando la respuesta correcta.
- Algún niño en particular contesta a las preguntas de la profesora cuando se dirige a él. Otras veces contestan todos juntos.
- Algunos niños se levantan y enseñan a la profesora lo que han hecho para ver si está correcto.
- Proceden del mismo modo para hacer la segunda actividad.
- Escuchan a la profesora cuando lee en voz alta el problema.
- Un niño explica el problema y contesta en voz alta la pregunta que sobre el problema le formula la profesora.
- Una niña también lee de nuevo el problema y también contesta a las preguntas de la profesora. La misma alumna escribe la operación del problema en la pizarra y la va efectuando ayudada por la profesora. Luego lee en voz alta el resultado de la misma.

Materiales: Ficha de trabajo preparada por la profesora; pizarra y lápices de colores.

Organización de los alumnos: El trabajo de los alumnos es individual, aunque todos siguen conjuntamente el proceso del trabajo.

Final del segmento: Se termina este segmento recogiendo las ficha y colocándolas en la mesa de la profesora.

Duración: 22' 20".

Tiempo acumulado: 57' 32".

### **Sesión N° 10**

#### **Segmento N° 1**

Principio o arranque del segmento: Se inicia el segmento cuando la profesora dice "vamos a repasar un poquito lo que hemos dado de la multiplicación; lo vamos a hacer en una hojita del cuaderno".

Objetivo: Preparar el material necesario para realizar un pequeño "control" sobre el tema de la multiplicación.

**Estrategias de enseñanza:**

- La profesora indica al equipo encargado del material, que repartan unas hojas de cuaderno a todos los niños para hacer el control.
- Indica a todos los alumnos que en esa hoja deben poner la fecha del día y su nombre y apellidos.
- Recuerda a los niños que deben tener sus lápices afilados y sus gomas preparadas.
- Poco a poco, pone silencio porque "ya empezó la clase" y va separando las mesas de los niños para colocarlos individualmente.

**Actividades de los alumnos:**

- Algunos niños reparten las hojas del cuaderno.
- Algunos niños se levantan a afilar sus lápices en la papelería.
- Todos van comprobando si tienen el material dispuesto.
- A continuación escriben la fecha y su nombre y apellidos.

**Materiales:** Hojas de cuaderno; lápices, gomas y pizarra.

**Organización de los alumnos:** La profesora coloca a los niños individualmente.

**Final del segmento:** Se termina este segmento cuando la profesora indica a los alumnos que miren a la pizarra y se fijen porque van a comenzar la primera actividad.

**Duración:** 6'.

**Segmento N° 2**

**Principio o arranque del segmento:** Se inicia este segmento cuando la profesora dice "bueno, tenemos la primera actividad que nos dice: Calcula y completa: Una suma de sumandos iguales".

**Objetivo:**

- Evaluar, a través de un pequeño control, los conocimientos de los alumnos acerca de la multiplicación.
- Evaluar también nociones de numeración: los números antes y después de otro dado.

- Evaluar la resolución de problemas de multiplicación.

#### Contenidos:

- La conversión de sumas de sumandos iguales en multiplicación.
- La numeración: números antes y después.
- Los problemas de multiplicación.

#### Estrategias de enseñanza:

- La profesora escribe en la pizarra la primera actividad, una suma de sumandos iguales, para que los niños la escriban en forma de multiplicación y hallen su resultado.
- Indica también a los niños que luego la tienen que escribir también en forma vertical.
- Luego escribe la segunda actividad: varios números a los cuales los niños deben poner el que le precede y el que le sigue.
- Señala a los niños que es necesario que tengan en cuenta los puntitos de la hoja de cuaderno para separar una actividad de otra.
- Al mismo tiempo que los niños van trabajando, la profesora observa el trabajo de cada niño, en sus mesas, y va contestando a las dudas que los niños le plantean.
- Como tercera actividad, la profesora escribe en la pizarra un problema de multiplicación. Indica a los niños que lo lean despacito y lo piensen para que luego lo resuelvan.
- La profesora espera que todos los niños hayan terminado cada una de las actividades para pasar a la siguiente. Como algunos niños terminan antes que otros, les manda a que revisen bien lo que han hecho, mientras sus compañeros van acabando.
- Anima a los más lentos a que se den prisa para terminar.

#### Actividades de los alumnos:

- Los niños escriben en sus hojas las actividades que la profesora plantea en la pizarra y las van resolviendo individualmente.

- Algunos niños se levantan y preguntan a la profesora algunas dudas.

- Algunos niños se dirigen a la profesora para que les vaya corrigiendo lo que han hecho.

Materiales: Hojas de trabajo; la pizarra.

Organización de los alumnos: Los niños trabajan individualmente.

Final del segmento: Se termina este segmento cuando la profesora indica a los alumnos que ya tienen que entregar sus hojitas, pues ya se ha terminado el control.

Duración: 32'.

Tiempo acumulado: 38'.