UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA

Los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele. Un estudio con profesores en ejercicio

Autor: Afonso Martín, María Candelaria

Directores: Martín M. Socas Robayna
y Matías Camacho Machín

Departamento de Análisis Matemático

D. Martín M. Socas Robayna, Catedrático de Universidad de Didáctica de Didáctica de la Matemátca y D. Matías Camacho Machín, Profesor Titular de Universidad de Didáctica de la Matemática

CERTIFICAN

1) Que la presente Memoria titulada **"LOS NIVEL DE PENSAMIENTO DE VAN HIELE. UN ESTUDIO CON PROFESORES EN EJERCICIO",** ha sido realizada bajo la dirección de los que suscriben, por la licenciada Mª Candelaria Afonso Martín, en el Departamento de Análisis Matemático de la Universidad de La Laguna y constituye su Tesis para optar el grado de Doctora en Ciencias Matemáticas

2) Que esta Memoria cumple los requisitos exigidos por la legislación vigente, por lo que autorizamos su presentación en la Universidad de La Laguna

Y para que conste a los efectos oportunos, firman la presente en La Laguna, a 30 de abril de 2003

A Rubén y a Jacob

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a las personas que de forma directa o indirecta me han ayudado a la realización de esta Tesis, con sus conocimientos sobre el tema o con su apoyo moral.

Especialmente deseo expresar mi gratitud a los directores de esta Memoria, los doctores D. Martín Socas y D. Matías Camacho por sus orientaciones, sugerencias, continuas enseñanzas, disponibilidad y paciencia, además de sus expertas labores de dirección durante el desarrollo de esta Tesis.

A todos los profesores de Primaria y Secundaria, así como a sus Centros respectivos, que participaron desinteresadamente en este trabajo, pues me dieron todas las facilidades para que pudiera llevarse a cabo esta Investigación.

Gratitud a las doctoras D.ª Josefa Hernández y D.ª Mercedes Palarea por su ánimo y acertadas opiniones sobre todo en los momentos difíciles.

Gratitud a la doctora D.ª Inodelvia Ramos por su asesoramiento y por su apoyo en todo momento.

Gratitud al profesor D. Adelto González por su apoyo constante y disponibilidad en todo momento.

Al profesor D. Ramón Depool por sus palabras de estímulo y comprensión en todo momento.

Al profesor D Santiago Luis García por sus constantes palabras de ánimo y por creer en mí.

A la profesora D.ª Ana Real por sus palabras de ánimo y su paciencia para escucharme en todo momento.

A todos los compañeros del Departamento de Análisis Matemático.

Por otras razones, a mi familia, que siempre me ha animado a estudiar, se ha interesado y me ha apoyado en todo momento para la realización de esta Memoria.

ÍNDICE

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA

INTRODUCCIÓN

A los profesores, a partir de la implantación en nuestro país de la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE), se les sitúa como agentes de los cambios que se pretenden conseguir. Se trata de una reforma educativa que requiere un profesorado capaz de abordar cambios curriculares innovadores, enfrentándose a nuevas tareas, entre otras las que suponen un currículo abierto que obliga a valorar y elegir entre diversas alternativas didácticas, la más adecuada a su realidad; tareas más complejas que las contempladas en un currículo cerrado, basado en decisiones teóricas, hechas por los diseñadores del currículo en relación a lo que deben aprender los estudiantes, en qué orden y con qué fin. No se trata sólo de que el profesor debe seleccionar, secuenciar y adecuar los objetivos y contenidos correspondientes a cada etapa, ciclo o nivel, sino que debe seleccionar y organizar las actividades y los recursos necesarios, establecer itinerarios didácticos, estructurar secuencias de aprendizaje, facilitar la interacción en el aula, en términos de intercambio de opiniones, colaboración y ayuda al estudiante, etc. Todo ello pone de manifiesto los cambios que se han producido en relación con el profesor de Matemáticas y es, por ello, de suma importancia, analizar cómo su conocimiento incide sobre las distintas tareas que configuran su práctica, ésta es parte de la primera problemática general en la que se sitúa esta investigación.

La formación del profesorado de Matemáticas constituye un área de interés en la investigación en Educación Matemática. Diseñar y analizar planes de formación de profesores de Matemáticas que, además de tratar los conocimientos disciplinares, se ocupen de los conocimientos didácticos matemáticos y las prácticas docentes, como conocimientos interrelacionados para entender los procesos de enseñanza y aprendizaje que adquieren plenamente significado en dichas prácticas docentes, favorece que los futuros profesores adquieran competencias para el desempeño de sus funciones en el marco de las reformas educativas. Esta es la segunda problemática general que abordamos en esta investigación, el diseño y la evaluación del diseño, y, el desarrollo y los resultados de un Programa de Formación de profesores de Matemáticas.

Es importante destacar que en esta investigación la evaluación tiene un doble propósito: en primer lugar, extraer información en relación con el programa en sí mismo, visto como una estructura articulada de manera sistémica en lo relativo a sus dimensiones curriculares, y, por otra, conocer en qué condiciones llegan los profesores participantes en el Programa y qué aporta el Programa a los profesores en activo en lo concerniente al propósito de sus contenidos; en este último sentido se intersectan los dos propósitos generales de esta investigación.

Es por ello por lo que en esta investigación nos planteamos tres objetivos generales:

1. Diseñar, implementar y evaluar un Programa de Formación de profesores de Matemáticas en activo, que utiliza las competencias didácticas que derivan de las modelizaciones de Van Hiele.
2. Analizar las competencias didácticas de los profesores en activo, antes y después de cursar el Programa de Formación.
3. Analizar la predisposición de los profesores en activo hacia el uso de las modelizaciones de Van Hiele, después de cursar un Programa de Formación.

La información contenida en el presente trabajo se estructura en siete capítulos que resumimos a continuación:

En el **Capítulo I** se expone la motivación y ubicación del problema de investigación, se revisa la literatura científica y se describe el marco teórico conceptual del estudio en el que especialmente se enfatiza en las modelizaciones de Van Hiele, en el conocimiento profesional del profesor de Matemáticas, en el perfil del profesor de Matemáticas y en la evaluación de programas de formación para terminar con la formulación del problema, los objetivos generales y específicos del estudio.

El **Capítulo II** presenta tres estudios básicos para el trabajo posterior. En primer lugar, se analiza el papel de la Geometría en el currículo de Matemáticas. En segundo lugar, se analizan varios currículos de Geometría desde la perspectiva de los Van Hiele. Finalmente, se presentan de manera resumida los estudios preliminares con cuatro profesores en activo que constituyen el punto de partida para la elaboración de los diseños definitivos, que serán utilizados en el Curso Guía como parte del Programa de Formación. Finalmente, se presentan y describen con detalle los elementos teóricos que conforman los diferentes diseños de instrucción y sus unidades de aprendizaje.

El **Capítulo III** presenta el enfoque metodológico utilizado en la investigación. Específicamente nos referimos a una metodología descriptiva y cualitativa, que utiliza técnicas e instrumentos de recogida de información, para el estudio de las competencias didácticas de los profesores y para la evaluación de un programa de formación.

Se describen en este Capítulo el diseño general y las fases de la investigación, el Curso Guía por "inmersión", la evaluación de Programas de Formación y las técnicas e instrumentos de recogida de información, para terminar presentando el sistema de categorías de análisis que se van a utilizar en toda la investigación.

Los **Capítulos IV, V y VI** están dedicados a la presentación, análisis y discusión de los resultados relativos a las competencias didácticas de los profesores, así como a la evaluación del Programa de Formación.

En el **Capítulo IV**, en primer lugar, se exponen y discuten los resultados relacionados con las competencias didácticas de los profesores que participan en la experiencia didáctica y su relación con el perfil idóneo para desarrollar con éxito un currículo de Geometría, desde la perspectiva de Van Hiele.

En el **Capítulo V** se presenta el análisis y discusión de la información correspondiente a seis de los once profesores participantes en la experiencia didáctica, en relación con sus competencias didácticas después de haber participado en el Programa de Formación.

El **Capítulo VI** está destinado a la evaluación del diseño del Programa de Formación así como a su desarrollo y resultados. El análisis se efectúa a partir de las actuaciones y producciones de los participantes así como de las opiniones emitidas por los mismos. Finalmente, se analiza una entrevista aplicada a los participantes en el Programa de Formación en el curso siguiente al desarrollo de la experiencia didáctica.

Finalmente en el **Capítulo VII** se presentan las aportaciones más relevantes y se indican perspectivas de investigación que derivan del trabajo así como algunas limitaciones del estudio.

Las conclusiones se organizan en torno a los tres objetos de la investigación: Los instrumentos metodológicos, las competencias didácticas y la evaluación del Programa de Formación en sus diferentes aspectos.

Consideramos que los resultados de la presente investigación pueden servir, de una parte, de referencia para la toma de decisiones relacionados con Programas de Formación Permanente de Profesores de Matemáticas, así como utilizar sus herramientas de análisis y metodología en estudios evaluativos de programas similares. Y de otra, para el diagnóstico y análisis de las competencias didácticas de un profesor de Matemáticas y su adecuación al perfil idóneo de profesor que demanda una determinada reforma educativa, situación que se describe y analiza en esta investigación, a partir de un planteamiento pragmático que deriva del enfoque Lógico Semiótico.

Señalar, por último, que finalizamos la presentación de esta Memoria con las referencias bibliográficas utilizadas en la misma.

Completan la Memoria dos volúmenes de Anexos, donde se recogen los diseños de instrucción del Curso Guía (Anexo I) y las entrevistas iniciales y finales, los tests de razonamiento geométrico, las transcripciones de las puestas en común durante y al final del Curso Guía y las transcripciones de las sesiones de clase (Anexo II).

Queremos terminar esta introducción señalando que algunos de los resultados de esta Memoria han sido publicados o están pendientes de publicación. Concretamente:

1. **Some difficulties in the development of the Geometry curriculum according to Van Hiele**. En *Proceedings of the PME-19,* 1, p. 191. Brazil (1995).

En este trabajo nos centramos en algunas de las dificultades que afectan al macrosistema educativo y, más especialmente, en aspectos relacionados con el profesorado. Analizamos los resultados de una encuesta suministrada a un grupo de profesores de enseñanza secundaria, que desarrollan desde hace más de diez años su labor profesional con alumnos de edades comprendidas entre 10 y 14 años, con el objetivo fundamental de determinar su predisposición a utilizar las propuestas didácticas sugeridas en la Teoría de los Van Hiele.

2. **Sobre las investigaciones en Geometría que relacionan los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele y los estadios cognitivos según Piaget. Implicaciones didácticas.** *Actas del Simposium Internacional sobre la "Matemática Actual".* XXV años de Matemáticas en la Universidad de La Laguna, pp. 119-133. Secretariado de Publicaciones de la Universidad de La Laguna (1996).

En este artículo analizamos diferentes investigaciones realizadas sobre los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele y sobre aspectos generales de la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget. Se referencian relaciones entre ambas teorías y problemas abiertos que pueden ser objeto de nuevas investigaciones. En la segunda y última parte presentamos el marco teórico de la investigación que venimos realizando, desde las perspectivas de van Hiele y Piaget los profesores del área de Didáctica de la Matemática, dentro del grupo de investigación en Geometría, así como algunas implicaciones didácticas que tienen investigaciones de esta naturaleza.

3. **The implementation of a microcurriculum: angles, measurements and rotations from the point of view of Van Hiele. Epistemological problems.** En *Proceedings of the PME-21*, 1, p. 216. Finland.

En este trabajo se analizan dificultades y potencialidades que se dan en la implementación de un currículo de Geometría basado en la teoría de los Van Hiele, en Educación Primaria y Secundaria. Se analizan los cambios de la epistemología del profesor, que surgen a partir de un trabajo de inmersión realizado en el desarrollo de una secuencia didáctica sobre ángulos, medidas y rotaciones, siguiendo los planteamientos de la Teoría de Van Hiele.

4. **Interactions dans les classes de Mathématiques et épistemologie du professorat**. En P. Abrantes, J. Porfirio y M. Baia, The interactions in the mathematics classroom. *Proceedings of CIEAEM-49,* pp. 195-202. Setúbal. Portugal. (1997).

En este trabajo se analizan las actuaciones y toma de decisiones de varios profesores y sus alumnos, en el desarrollo de una secuencia de aprendizaje sobre ángulos, estudiando en general sus comportamientos - en términos de interacciones entre ellos y sus alumnos, entre ellos y el contenido a desarrollar y entre los alumnos mismos-, lo que pone de manifiesto el clima relacional de la clase. Se recoge información sobre las actuaciones de los alumnos y los profesores en el desarrollo de las sesiones de clase, sobre la opinión de los profesores sobre sus alumnos, sobre el contenido y sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje objeto de la implementación, utilizando una metodología cualitativa, que combina instrumentos como: tests, entrevistas estructuradas con protocolos cerrados, videograbaciones de las sesiones de clase con la presencia de un observador externo y el análisis de los guiones de las unidades de aprendizaje empleadas por los profesores, lo que nos ha servido de utilidad a la hora de analizar los tres elementos básicos que influyen en las interacciones que se dan en una clase de Matemáticas: las características individuales de los alumnos, el contenido específico a tratar y la epistemología del profesorado, apareciendo esta última como la componente determinante para establecer el clima relacional de la clase.

5. **La Teoria dei Van Hiele come referente teorico per l'insegnamento della Geometria. Il Ruolo del professore**. *La Matematica e la sua Didactica*. 2, 153-174. (1999a).

A partir de una breve exposición de las características esenciales de la Teoría de Razonamiento Geométrico de los Van Hiele y de un resumen de las investigaciones más relevantes que se han desarrollado sobre esta Teoría, se presentan las líneas generales de una investigación, así como diferentes ejemplos prácticos utilizados en la misma. En esta investigación intervienen once profesores en activo, que implementan en el aula un microcurrículo de Geometría con alumnos de 9-13 años, organizado desde la perspectiva de dicha Teoría, en los tópicos de ángulos, medida de ángulos y rotaciones. Los profesores participantes, previamente a su intervención en el aula, desarrollan por inmersión las unidades de aprendizaje preparadas para llevar al aula, en un curso de formación-discusión de 16 sesiones. Todo esto nos permite avanzar algunas conclusiones acerca del perfil del profesor más idóneo, para implementar un currículo basado en esta Teoría.

6. **Desarrollo de un curriculum de Geometría basado en la Teoría de los Van Hiele. Problemática del profesorado.** *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol. 12, tomo 1, pp. 159-163. Grupo Editorial Iberoamérica, México (1999b).

En este trabajo presentamos un estudio sobre once profesores en activo. Analizamos sus experiencias y comportamientos sobre la enseñanza aprendizaje de la Geometría, y estudiamos la adecuación o no del estilo de estos profesores, al tipo de profesor que se supone "preparado" para desarrollar, con éxito, una propuesta curricular de Geometría basada en el modelo de Van Hiele, mediante la combinación de diferentes instrumentos, como tests para determinar el nivel de razonamiento geométrico de los profesores, entrevistas estructuradas, guiones de unidades de aprendizaje y videograbaciones de sesiones de clase.

7. **Teacher profile in the Geometry Curriculum based on the Van Hiele Theory.** En *Proceedings of the PME-23*, 2, pp. 1-8. Haifa. Israel (1999c).

En este trabajo presentamos un estudio sobre seis profesores en activo. Analizamos sus experiencias y comportamientos sobre la enseñanza aprendizaje de la Geometría y estudiamos la adecuación o no de los perfiles de estos profesores al perfil del profesor que nuestra Reforma Educativa (MEC, 1989) supone "preparado" para desarrollar, con éxito, una propuesta curricular innovadora en Matemáticas, centrándonos en una interpretación del currículo de Geometría basado en el modelo de razonamiento de Van Hiele, mediante la combinación de diferentes instrumentos como tests - para determinar el nivel de razonamiento geométrico de los profesores-, entrevistas estructuradas, guiones de unidades de aprendizaje y videograbaciones de sesiones de clase. Concluimos que para afrontar con ciertas garantías estas innovaciones curriculares, es necesario implementar, con anterioridad, programas globales de actuación en la formación del profesorado, que no sean, específicamente, una parte local del currículo a desarrollar ni un recetario sobre cómo ejecutar un plan elaborado para los Van Hiele, sino una interpretación, justificación y orientación desde la práctica misma.

8. **La enseñanza de la unidad de aprendizaje "Ángulos" desde la Teoría de los Van Hiele. El papel del profesor.** En *Formación del profesorado e investigación en Educación Matemática*, pp. 57-78. Universidad de La Laguna (1999d).

En este artículo se describe un ejemplo de ingeniería didáctica sobre el tópico ángulos, elaborada con el objetivo de realizar una investigación sobre once profesores en activo, los cuales implementaron en el aula un microcurrículo de Geometría con alumnos de 9-13 años, basado en la Teoría sobre el razonamiento geométrico de los Van Hiele. Los profesores participantes, previamente a su intervención en el aula, desarrollaron por inmersión las unidades de aprendizaje Ángulos, Medida de Ángulos y Giros (aquí nos referiremos a la primera de ellas), en un Curso Guía de formación. La experiencia desarrollada nos permite extraer algunas conclusiones acerca del perfil del profesor más idóneo, para llevar a la práctica un currículo de Geometría basado en esta Teoría.

9. **La epistemología del profesorado en la implementación de un currículo de Geometría desde la perspectiva de Van Hiele**. *El Guiniguada. Revista del Centro Superior de Formación del Profesorado*, 8/9, pp. 393-406. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (1999e).

Partiendo de que una propuesta curricular en términos de Van Hiele requiere un profesorado con determinadas aptitudes y actitudes (perfil del profesor) que pueden implicar cambios significativos en su epistemología, presentamos aquí un estudio empírico y descriptivo sobre once profesores en activo, impartiendo docencia en los últimos niveles de Educación Primaria, con el propósito de analizar la adecuación de los perfiles de estos profesores y el perfil del profesor que consideramos preparado para desarrollar, con éxito, una propuesta curricular de Geometría en términos de Van Hiele.

Los resultados obtenidos nos permiten concluir que, para afrontar con ciertas garantías de éxito estas innovaciones curriculares, es necesario implementar con anterioridad programas globales de actuación orientados desde la práctica (inmersión).

10. **Dos ejemplos de unidades de aprendizaje desarrolladas bajo la perspectiva de los Van Hiele: Medida de ángulos y giros**. En *Formación del profesorado e investigación en Educación Matemática II*. pp. 11-50. “CAMPUS”. La Laguna (2000).

En este trabajo presentamos, a modo de ejemplo, una síntesis de dos secuencias didácticas: Medida de Ángulos y Giros, organizadas a partir de la Teoría de los Van Hiele, que se llevaron al aula en el último ciclo de Educación Primaria y en el primer ciclo de la Educación Secundaria.

Estas secuencias didácticas forman parte de dos de las tres unidades de aprendizaje diseñadas para una investigación más amplia (Afonso, Camacho y Socas, 1995, 1997), en la que se analizan las dificultades y potencialidades que se dan en la implementación de un microcurrículo de Geometría por once profesores en activo, organizados según en el modelo de Van Hiele.

11. **Estudio de diferentes currículos de Geometría**. En *Formación del profesorado e investigación en Educación Matemática III,* pp. 9-26. “CAMPUS”. La Laguna (2001).

En este artículo analizamos la adecuación o no de diferentes propuestas curriculares de Geometría, a la Teoría de los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele. Mostraremos cómo estas propuestas de razonamiento geométrico pueden llevarse a la práctica instruccional diaria en la Educación Primaria y Secundaria, para lo que incluiremos ejemplos de actividades que lo justifican. También estudiaremos cómo el currículo de Geometría, desarrollado en textos que adoptaron las ideas propuestas por el MEC en la L.G.E. de 1970, no se adapta a tal Teoría.

12. **Evaluación de un Programa de Formación en Geometría según el modelo de Van Hiele con profesores en activo**. En *Formación del profesorado e investigación en Educación Matemática V*. “CAMPUS”. La Laguna (2003, pendiente de publicar).

En este trabajo se presenta y evalúa un Programa de Formación de Profesores en activo, en relación con las propuestas de Van Hiele para Geometría. El Programa de Formación se articula en torno a la idea central de un Curso Guía que se desarrolla por “inmersión”. La evaluación del Programa se considera en tres momentos diferentes: diseño, desarrollo y resultados del mismo. El propósito principal de la investigación que presentamos es doble: de un lado, se trata de observar las mejoras que se producen en el proceso de planificación de la enseñanza de la Geometría, desde la perspectiva de Van Hiele, y de otro, determinar las condiciones en que se produce esta mejora.

CAPÍTULO I: PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN Y MARCO TEÓRICO

1.1 El ámbito o contenido de estudio de la investigación

El importante papel que desempeña el profesorado en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en general y de la Geometría en particular, está fuera de toda duda, tanto desde la óptica de la docencia como desde la investigación en Didáctica de las Matemáticas. Se valora como esencial en todas las reformas educativas, al menos en teoría, el destacado papel de los sujetos que llevarán a cabo en el aula los planteamientos propuestos (véase MEC, 1989, NCTM, 1989). En esta investigación, nos centramos en la formación de profesores en activo, analizando las potencialidades y dificultades que surgen al llevar al aula un conjunto de unidades de aprendizaje, elaboradas por los investigadores siguiendo los planteamientos teóricos de una teoría de aprendizaje concreta (la Teoría de Van Hiele de razonamiento geométrico). Para ello, se desarrolla un Programa de Formación mediante el cual se presenta a los profesores, tanto la Teoría como la adaptación curricular preparada por el equipo investigador, y se analiza la implementación en el aula por parte de tales profesores, con el propósito de evaluar, a partir de una serie de instrumentos que serán descritos con posterioridad, tanto las competencias didácticas de los profesores como el diseño y la implementación del Programa de Formación.

Esta investigación se desarrolla en el campo de la Geometría, su enseñanza y aprendizaje. Como es sabido, la Geometría representa históricamente un núcleo fundamental en la actividad matemática que, en los últimos años y, después de algunos problemas que surgieron en sucesivas reformas curriculares (Camacho y Morales, 1994), ha vuelto a constituirse como elemento básico del currículo de Matemáticas tanto en

Primaria (6-12 años) como en Secundaria Obligatoria (12-16). Actualmente la investigación sobre los problemas que surgen tanto de la enseñanza como del aprendizaje de la Geometría por parte de los alumnos, constituye uno de los campos de investigación más importante de la Educación Matemática, y creemos que una gran parte de estos problemas aparecen como consecuencia de las concepciones, creencias y de la propia formación que tienen los profesores, que llevan a cabo su enseñanza.

Consideramos que la investigación basada en un tópico concreto, en nuestro caso la Geometría, debe tener en cuenta el aprendizaje como el resultado de las relaciones entre el contenido, el alumno y el profesor, por lo que estudiaremos en esta Tesis Doctoral -utilizando un enfoque o metodología cualitativa- a un grupo de profesores, antes y después de participar en un Programa de Formación que utiliza un Curso Guía por inmersión, analizando el uso que hacen de las unidades de aprendizaje de los diseños de instrucción: Ángulos, Medida de Ángulos y Giros, cuando lo analizan como un material curricular adecuado para sus alumnos y cuando los desarrollan con sus alumnos en el aula.

1.2 Investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría

En las tres últimas décadas se han desarrollado varias teorías en un intento de describir y explicar cualitativamente los diferentes niveles de desarrollo cognitivo. Entre las diferentes teorías sobre el nivel del desarrollo cognitivo una de las más elaboradas es la Teoría de Piaget (Halford y Wilson, 1980).

De sus trabajos experimentales con niños, Piaget pone de manifiesto que en el razonamiento de los niños hay unas estructuras lógicas y coherentes que son diferentes a las de los adultos. Propuso que las estructuras internas que organizan la inteligencia y las formas en que la inteligencia se manifiesta, difieren con la edad.

Basándose en los patrones que había observado en sus trabajos experimentales con niños, Piaget clasificó los niveles de pensamiento infantil en cuatro períodos principales que agrupó por edades: el sensoriomotor, hasta los dos años de edad; el preoperacional, desde los dos años hasta los siete; el operacional concreto, desde los siete a los once; y el operacional formal, desde los once a los quince, que se considera un nivel para adultos. Otros autores han señalado que hay una variación de la madurez intelectual conforme el individuo va incrementando su edad.

Estos niveles de pensamiento son cualitativamente distintos. El niño progresa de un nivel al siguiente, y las estructuras cognitivas del nivel precedente son reorganizadas y extendidas, a través de la capacidad de adaptación del niño, para formar las estructuras que caracterizan el próximo nivel.

De acuerdo con Piaget un individuo que se encuentra en el nivel operacional formal presenta unas estructuras cognitivas más complejas que le permite, entre otras cosas, hacer uso de razonamientos hipotético-deductivos o ser capaz de generar y considerar todas las combinaciones posibles de un conjunto de variables dadas, lo que supone un gran avance sobre las capacidades del individuo que se encuentra en un nivel operacional concreto.

El aprendizaje de las Matemáticas supone la presencia de procesos de tipo lógico y éstos deben basarse en las estructuras cognitivas de los estudiantes. Estas estructuras cambian conforme el niño va madurando psicológica y neurológicamente y a la vez que el niño adquiere las experiencias necesarias en el mundo físico (Copeland, 1984).

Los modelos matemáticos fueron los instrumentos usados por Piaget para describir el esquema de desarrollo en el niño. Las estructuras lógico-matemáticas se usaron como modelos de estructuras cognitivas. Piaget, cuando analizó el nivel final de desarrollo o el nivel formal-operacional, utilizó un sistema de 16 operaciones binarias para describir la estructura básica de razonamiento. De esta manera se forma un enrejado con las 16 operaciones binarias. Cuatro transformaciones pueden llevarse a cabo para cada una de las 16 operaciones binarias. Las transformaciones son llamadas: identidad, negación, reciprocidad y correlatividad (INRC). Las transformaciones forman un grupo matemático y representan el razonamiento disponible para el razonador formal-operacional, como podemos ver en Inhelder y Piaget (1958). También vemos en Piaget (1972) que la disponibilidad de razonamiento hipotético, análisis combinatorio y razonamiento proposicional, permite al alumno disociar variables y tratar con proposiciones, y, que la habilidad del individuo de relacionar términos en una forma combinatoria, está unida a una nueva habilidad para razonar acerca de lo posible y no sólo de lo real.

Otra de las teorías importantes sobre el razonamiento geométrico es la Teoría de Van Hiele. El modelo de razonamiento y aprendizaje de la Geometría propuesto por los investigadores y profesores de Matemáticas holandeses, Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof, surge como una posible solución a la gran cantidad de dificultades que encontraban sus alumnos a la hora de aprender Geometría. Ellos consideraron que el pensamiento matemático sigue un modelo concreto que consta de dos partes, una descriptiva, en la que identifica una secuencia de tipos de razonamiento llamado los "niveles de razonamiento", a través de los cuales progresa el razonamiento matemático de los individuos, desde que inician su aprendizaje hasta que llegan a su máximo grado de desarrollo intelectual en ese campo, y, la otra, instructiva, que sugiere a los profesores directrices sobre cómo pueden ayudar a sus alumnos para que alcancen con más facilidad un nivel superior de razonamiento, que reciben el nombre de "fases de aprendizaje". En sus tesis doctorales, Pierre M. Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof (Van Hiele, 1957; Van Hiele-Geldof, 1957) presentaron el modelo de razonamiento geométrico y aprendizaje de la Geometría y un ejemplo concreto de aplicación de ese modelo en unos cursos de Geometría, respectivamente. El trabajo de Dina Van Hiele-Geldof se centró en experiencias didácticas con el propósito de elevar el nivel de razonamiento del estudiante, mientras que Pierre Van Hiele formuló la estructura de los niveles de razonamiento y las líneas teóricas generales de su modelo (véase Fuys y otros, 1984). De acuerdo con los Van Hiele, el alumno ayudado por unas experiencias instruccionales apropiadas, diseñadas de acorde con las fases de aprendizaje definidas por el modelo, va alcanzando ordenadamente cinco niveles de razonamiento geométrico. Pese a que las primeras publicaciones de los Van Hiele sobre su modelo de pensamiento geométrico datan de mediados de la década de los 50, no es hasta los años 70 (Wirszup, 1976) cuando comienza su difusión en el mundo occidental, aunque ya en la antigua Unión Soviética fuese tomado como base para el diseño del nuevo currículo de Matemáticas, implantado en la década de los 60 (Pyskalo, 1968). El interés ha sido tal, que representa en la actualidad el modelo teórico de referencia más frecuente en las investigaciones y diseños curriculares relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría (NCTM, 1991 a, b, c). Entre los años 1979 y 1982 se desarrollaron en USA tres proyectos de investigación: el proyecto de Brooklyn (Fuys, Geddes, Tischler, 1988), el proyecto de Chicago (Usiskin, 1982); y el proyecto de Oregón (Burger y Shaughnessy, 1986 y 1990); ellos han sido los impulsores de la investigación sobre el modelo y han marcado las pautas de numerosas investigaciones posteriores. En España la teoría de los Van Hiele comenzó a ser conocida a mediados de los 80, contándose en la actualidad con un núcleo de trabajo importante en la Universidad de Valencia (véase Gutiérrez y otros, 1991; Jaime, 1993).

Las investigaciones realizadas durante los últimos años pueden ser agrupadas de la siguiente forma:

1.- Investigaciones dirigidas a confirmar si los niveles de Van Hiele describen exactamente el pensamiento geométrico de los alumnos. Se han realizado tanto pruebas escritas como entrevistas clínicas (véase Mayberry, 1983a; Usiskin, 1982; Burger y Shaughnessy, 1986).

2.- Investigaciones sobre la continuidad o discretitud del modelo. El modelo inicial de Van Hiele considera la discretitud de los niveles, no obstante, en algunas investigaciones (Burger y Shaughnessy, 1986; Fuys y otros, 1988) se evidenció la existencia de alumnos que razonan en dos niveles consecutivos, lo que llevó a algunos investigadores a considerar períodos de transición en los niveles (Gutiérrez y otros, 1991; Clements, 1992; Jaime, 1993). En el trabajo de Gutiérrez y otros, se introduce el concepto de "grado de adquisición" de los niveles, lo que supone una aportación importante a la hipótesis de continuidad del modelo.

3.- Investigaciones sobre la globalidad de los niveles en todos los conceptos geométricos. Diferentes investigaciones han revelado que alumnos pueden encontrarse en distintos niveles de razonamiento según el concepto geométrico objeto del estudio, lo que se denomina localidad (Mayberry, 1983a y b; Denis, 1987; Jaime, 1993), aunque este hecho no es compartido por algunos investigadores.

Lo que sí parece ser de común acuerdo es que, el haber alcanzado un nivel de razonamiento para un concepto determinado, facilita en gran medida la adquisición de los niveles para otros conceptos (Fuys y otros, 1988), manteniendo la hipótesis de que existe un nivel "potencial" que facilita el aprendizaje de los restantes conceptos.

4.- Investigaciones sobre la jerarquía y secuencialidad de los niveles. La mayoría de las investigaciones han permitido confirmar la secuencialidad (o recursividad) de los niveles, aunque parece necesario elaborar instrumentos de evaluación más perfeccionados. Mayberry, (1983b) mediante el análisis con escalas acumulativas del tipo Guttman, mostró que las tareas realizadas en los distintos niveles por profesores en formación constituían una jerarquía. Denis (1987) lo hizo para alumnos de secundaria, al igual que Gutiérrez y Jaime (1987) lo hicieron para profesores de EGB en formación.

5.- Investigaciones dedicadas a determinar en qué niveles se ha venido realizando habitualmente la enseñanza-aprendizaje de la Geometría así como la presentación de la misma en los diferentes libros de texto. Burger y Shaughnessy (1986) y Fuys y otros (1988) comprobaron que la enseñanza de la Geometría recibida por sus alumnos solamente les ha permitido alcanzar el nivel 3 de pensamiento geométrico. Una de las justificaciones aparece en el análisis de los libros de texto, donde se puede observar la cantidad de saltos de niveles que surgen para el tratamiento de los distintos conceptos de Geometría.

6.- Investigaciones sobre la existencia única de los 5 niveles. Para Clements y Battista (1992) distintas investigaciones realizadas sobre los niveles de pensamiento geométrico ponen en evidencia la existencia de un nivel de pensamiento geométrico anterior (nivel 0 de pre-reconocimiento) al primer nivel. También el propio Pierre Van Hiele considera en sus últimos trabajos (Van Hiele, 1986) que en lugar de los cinco niveles sólo se deben considerar tres niveles de razonamiento y caracteriza nuevamente su modelo en esos términos. Considera de esta forma un nivel que él llama: "visual" (nivel 1, correspondiente al mismo, en el modelo original), un segundo nivel que denomina "descriptivo" (equivalente al nivel 2 original) y finalmente el nivel "teórico" (nivel 3, y correspondiente al 3, 4 y 5 original). Anne Teppo (1991) considerando esta propuesta de modificación de niveles de Van Hiele sugiere reexaminar la teoría de los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele y compara desde este planteamiento, el Currículo de Geometría recomendado para las Matemáticas escolares por los "estándares" sobre el Currículo y la Evaluación propuestos por el

Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de USA (NCTM, 1991 a,b,c).

7.- Otras investigaciones. Incluiremos aquí, diversas investigaciones que tienen que ver con las extensiones de la Teoría de Van Hiele tanto a otros aspectos de la Geometría, como de la Matemática, así como a la combinación con otras Teorías sobre la comprensión de los conceptos matemáticos. De este modo, Guillén (1997) presenta un estudio en el que utiliza los niveles de Van Hiele en la Geometría tridimensional, observando los procesos de aprendizaje de alumnos de 12 años y futuros profesores de Primaria. Establece una serie de descriptores que le permiten caracterizar los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele para la Geometría tridimensional, elaborando en su trabajo dos tests de evaluación de los niveles de Van Hiele para la Geometría de los sólidos, para, a continuación, diseñar y desarrollar una unidad de enseñanza para los tres primeros niveles organizada según las fases de aprendizaje, al objeto de que los estudiantes evolucionen en su nivel de razonamiento. Analiza también en su trabajo cómo los estudiantes construyen ciertos objetos mentales de conceptos geométricos relacionados con los sólidos y cómo van ampliándose durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Otro estudio lo constituye el de Huerta (1997), quien en su Tesis Doctoral, afirma que los niveles de Van Hiele pueden ser analizados desde la perspectiva de los mapas conceptuales y de la taxonomía SOLO, la cual incluye cinco niveles de respuestas en complejidad creciente que pueden usarse para clasificar resultados de aprendizaje. En su trabajo concluye que no se puede hacer una asociación unívoca entre los niveles de Van Hiele y dicha Taxonomía, dado que a un mismo nivel de Van Hiele pueden corresponder distintos niveles SOLO. Concluye también, que los mapas conceptuales resultan ser una herramienta útil para alumnos que han adquirido los dos primeros niveles de razonamiento, aunque la estructuración por parte de alumnos del contenido geométrico puede ser diferente, desarrollando razonamientos parecidos y señala que desde el punto de vista didáctico:

...parece insuficiente describir el aprendizaje de un estudiante con la única información que se deriva de la asignación de un nivel de razonamiento. Esta información la basamos en el hecho que estudiantes a los que se les han asignado perfiles de razonamientos descritos por el mismo vector, al ser analizados desde la taxonomía SOLO y los Mapas Conceptuales, han demostrado comportamientos distintos (Huerta 1997, p. 320).

El tercer estudio que citamos se corresponde al trabajo de la Tesis Doctoral de Llorens (1994). En dicho trabajo, el autor establece descriptores para cada uno de los tres primeros niveles de razonamiento para el concepto de recta tangente a una curva en un punto (aproximación local), incluyendo entre esos descriptores la necesidad de la integración de la idea del *concept-image* y *concept-definition* (Tall y Viner, 1981). Establece una técnica para determinar la existencia de estos niveles y señala que tales técnicas se muestran eficaces en cuanto a que facilitan el progreso hacia los niveles superiores descritos en el modelo de Van Hiele.

La teoría sobre los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele y los aspectos generados de la Teoría de desarrollo cognitivo de Piaget, no son teorías contrapuestas y permiten establecer semejanzas y diferencias entre ellas. Por ejemplo, para ambas Teorías el papel del alumno es esencial en la construcción de su propio conocimiento, Van Hiele indica que el buen estudiante no aprende hechos, nombres o reglas, sino conjuntos de relaciones que permiten enlazar conceptos y procesos que son poco a poco organizados. Así que los alumnos son los que abstraen los conceptos matemáticos de sus propias actividades, es decir, el profesor no realiza con los alumnos que no han alcanzado cierto nivel, una ayuda directa. Ambas teorías consideran que los buenos profesores no son sólo aquellos que explican bien sino aquellos que escuchan las argumentaciones y razonamientos de sus alumnos para dirigir su aprendizaje. También coinciden en algunos de los mecanismos del desarrollo, por ejemplo Piaget destaca el papel que juega el desequilibrio y la resolución de conflictos cognitivos y Van Hiele sugiere a los profesores que reconozcan las dificultades de sus alumnos y que no eviten las "crisis de pensamiento", indicando que son estas crisis las que facilitan la transición hacia un nivel superior.

No obstante, existen importantes diferencias. Así, Van Hiele critica la creencia de Piaget de la Lógica como base del pensamiento, indicando que la Lógica puede también desarrollarse en los niveles más tempranos de pensamiento, niveles que Piaget considera inapropiados, dado que él ya descubrió estadíos de naturaleza diferente. Van Hiele entiende por estadíos de Piaget, períodos de transición (por ejemplo, del preoperacional al operacional concreto). En este sentido Van Hiele afirma que el proceso de enseñanza aprendizaje es independiente de la edad y señala que los estadíos y períodos descritos por Piaget no están conectados esencialmente con una edad particular, sino que son característicos de muchos procesos de aprendizaje independientes de la edad en la que tienen lugar.

Algunos autores han desarrollado investigaciones que relacionan las capacidades cognitivas de los alumnos con la realización de una actividad matemática concreta. Adi (1978) investigó la relación entre las competencias usadas al resolver una ecuación y las capacidades cognitivas específicas de futuros profesores en formación inicial. Encontró relación entre las dos variables estudiadas en aspectos tales como procesos reversibles e inversiones. Recomendó la necesidad de hacer nuevas investigaciones en educación matemática que estudiaran la interacción entre las capacidades cognitivas específicas de los alumnos y sus competencias en la ejecución de tareas Matemáticas específicas.

McDonald (1982) estudió el papel del nivel del desarrollo cognitivo en el desarrollo de la estructura cognitiva de contenido geométrico en adolescentes. Al analizar el concepto de estructura McDonald señaló que cada nivel de desarrollo cognitivo está caracterizado por un tipo diferente de estructura cognitiva. Estas estructuras determinan lo que un individuo puede o no hacer en cualquier nivel de desarrollo. Explicó que las estructuras se desarrollan sucesivamente unas detrás de otras e incorporando las estructuras de los niveles anteriores. Las estructuras piagetianas o esquemas son capacidades generalizables que no implican necesariamente la presencia de un contenido o la aplicabilidad a un campo específico. Representan un marco conceptual a través del cual se adquiere o se construye todo el conocimiento. La construcción cognitiva se basa en la interacción simultánea de la asimilación y la acomodación.

Aunque existen pocos trabajos de investigación en los que se estudien las semejanzas, diferencias o síntesis de ambas teorías, parece haber indicios de que están conectadas. Denis (1987) en su trabajo con 156 alumnos de la "High School" portorriqueños que habían recibido un curso de Geometría euclidiana, con edades comprendidas entre los 15 y los 19 años, de los que seleccionó 40 para las entrevistas clínicas en las que 20 fueron clasificados en el nivel operacional concreto y los otros veinte en el nivel operacional formal. Encontró que solamente el 36% de los alumnos habían alcanzado el estadio operacional formal, que para los 40 alumnos entrevistados los niveles de Van Hiele forman una jerarquía tanto para los que están en el nivel operacional concreto como para los que están en el nivel operacional formal, que el nivel de Van Hiele más alto alcanzado por los alumnos del nivel operacional formal fue significativamente mayor que el nivel de Van Hiele más alto, alcanzado por los alumnos del nivel operacional concreto.

Entre las conclusiones más significativas cabe destacar:

- Cuando un sujeto está en un nivel operacional formal de desarrollo piagetiano, hay una mayor posibilidad de que sea capaz de alcanzar los niveles más altos de razonamiento geométrico de Van Hiele que un sujeto que está en el nivel concreto operacional de desarrollo.

- Los resultados indican claramente que los niveles piagetianos de desarrollo se manifiestan como un posible predictor de la potencialidad de los sujetos para alcanzar los niveles de razonamiento geométrico descritos por Van Hiele.

Nuestro trabajo, de carácter descriptivo y experimental, está centrado en las modelizaciones geométricas y didácticas que derivan de Van Hiele y en el papel del profesorado que implementa un microcurrículo de Geometría desde esta perspectiva.

Se pone de manifiesto aspectos en la literatura científica sobre esta cuestión que indican que las relaciones entre ambas teorías (Piaget y Van Hiele) generan problemas abiertos que pueden ser objeto de nuevas investigaciones.

Aunque los aspectos de cognición y curriculares de nuestro trabajo de investigación está presidido por la Teoría de Van Hiele, pensamos como Clements y Battista (1992) que la Teoría de Piaget tiene aspectos importantes que pueden y deben ser considerados y en este sentido, los autores citados señalan que

"Los esquemas de Piaget, la red de relaciones de Van Hiele, y el conjunto de relaciones más explícitas de la ciencia cognitiva, poseen ciertamente aspectos comunes en sus visiones sobre la estructura del conocimiento, y es posible que una síntesis de estos pudiera dar lugar a un modelo más rico y verídico. En el mejor de los casos, tal modelo tendría su explicación desde la perspectiva de la ciencia cognitiva y los aspectos evolutivos de las perspectivas Piagetiana y de Van Hiele".

1.3 Investigaciones sobre formación de profesorado

La investigación sobre el pensamiento y toma de decisiones de los profesores ha sido tomada en consideración de manera creciente desde hace varios años (véanse Shulman y Elstein, 1975; Shavelson y Stern, 1981; Halkes y Olson, 1984; Calderhead, 1984 y 1988; Clark y Peterson, 1986). Se asume desde un primer momento que los profesores son agentes activos en la construcción de su propia práctica y que adquieren y utilizan un cuerpo de conocimientos o destrezas en sus actividades docentes (epistemología del profesor). El interés de las investigaciones que relacionan el pensamiento de los profesores y su toma de decisiones está justificado en base a que ellas permitirán crear un fundamento sólido para la formación de los profesores y para llevar a cabo innovaciones educativas. Estos trabajos tienen su origen en las investigaciones sobre la toma de decisiones humanas y sobre la toma de decisiones en resolución de problemas (Shulman y Elstein, 1975).

Clark y Peterson (1986) señalan tres categorías principales en los procesos de pensamiento de los docentes: la planificación del docente, sus pensamientos y decisiones interactivos y sus teorías y creencias, considerando que esta última categoría constituye el telón de fondo del contexto en el que se desarrollan los esquemas del profesor.

McClelland (1968) analiza cómo la implantación de una innovación puede exigir diferentes grados de reestructuración que van desde la más simple, como la sustitución de un libro de texto, hasta las más complejas que tienen que ver con los valores, como pedir a un profesor que valore más una clase activa que otra pasiva.

Romberg y Price (1983) han analizado la innovación con relación a las repercusiones sobre la vida escolar y han caracterizado a las mismas en un abanico que va desde las "innovaciones mejoradas", que no cuestionan las tradiciones asociadas a la cultura escolar, hasta "las innovaciones radicales" que cuestionan las tradiciones culturales escolares.

Howson, Keitel y Kilpatrick (1982), señalan que *"... (en Matemáticas) currículo debe significar metas, contenidos, métodos y medios de valoración; no debe hablarse de un currículo nacional ya que depende de los profesores individuales, de sus métodos y comprensión y de su interpretación de las metas, guías, textos, etc. El papel del profesor individual debe ser reconocido"* (p. 2).

También distinguen tres tipos generales en el diseño y desarrollo del currículo: los grandes proyectos organizados por instituciones oficiales, los proyectos locales o regionales organizados por movimientos de renovación pedagógica y los proyectos individuales de una determinada escuela o pequeño grupo de profesores (pp. 8 y 9).

Vamos a situar nuestro trabajo en este último tipo. Utilizaremos la denominación de "microcurrículo", ya que el diseño y desarrollo del currículo considerado no abarca la totalidad del currículo de Matemáticas de una determinada etapa, sino aspectos parciales del mismo.

Es éste un nivel concreto del currículo, considerado como un plan operativo constituido por las cuatro componentes antes mencionados (objetivos, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación) y que permite diseñar planes de trabajo con los alumnos.

Sin embargo, un nivel más general de reflexión nos llevará a considerar al profesor, a los alumnos, a las Matemáticas y a la institución escolar como componentes del sistema curricular (Rico, 1990; Romberg, 1992); esto ayuda a entender la noción de currículo como algo más que un ambiente de tareas o un conjunto de problemas.

Observamos, pues, que los procesos de cambios curriculares afectan a multitud de elementos relacionados con distintas esferas del conocimiento y de la experiencia y que van desde el diseño del cambio del contenido curricular hasta la evaluación del mismo, pasando por su implantación.

Dentro de esta multiplicidad de elementos nos encontramos, de manera destacada, dos: los alumnos y los profesores, habiéndose puesto bastante énfasis en los primeros y dejando a los profesores en un plano menor. Es cierto que una mejor comprensión de los conocimientos, creencias y comportamientos de los estudiantes en un aprendizaje matemático es una condición necesaria para mejorar el aprendizaje pero no es, obviamente, suficiente. Por tanto, para implantar un cambio curricular es necesario conocer y entender los conocimientos, creencias y comportamientos de los profesores. Cualquier cambio curricular propuesto, debe ser entendido, aceptado como necesario y considerado como factible, por los profesores que lo implantarán. Los profesores constituyen, pues, un elemento determinante en los cambios curriculares.

Es evidente que los cambios curriculares en Matemáticas que se desarrollan en la actualidad a nuestro alrededor, en diferentes países, no deben pasar inadvertidos. Y el profesorado que se requiere, al igual que el nuestro, debe estar preparado para afrontar, con expectativas de éxito, estos movimientos renovadores que se llevan a cabo.

Tales movimientos se rigen por unos parámetros similares que podemos resumir en fomentar la actividad matemática para facilitar un aprendizaje significativo, donde el "hacer" Matemáticas juega un papel esencial. Así, documentos, tales como The Cockcroft Report (Commitee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools, 1982), (ICMI, 1986), The Curriculum and Evaluation Standards for the School Mathematics (NCTM, 1989) y Everybody Counts (National Research Council, 1989), destacan este aspecto como básico y que debe ser el punto de referencia para la enseñanza de las Matemáticas.

Como señala Romberg (1991) con relación a los Estándares de 1989, también nuestra actual reforma en Matemáticas puede considerarse como un cambio radical, que afecta al campo de los valores y que desde el punto de vista profesional implica un cambio en la epistemología del profesor. Al igual que ocurre con los Estándares que para responder a estos desafíos apela al desarrollo profesional y no a directrices administrativas, ocurre con nuestra reforma educativa que no incluye prescripciones para lograr este cambio y lo deja en mano de las organizaciones profesionales (sociedades, etc.) y sus miembros.

Damerow y Westburu (1985) indican que puede haber una necesidad de cambiar los contenidos y las condiciones del currículo de Matemáticas para que todos los alumnos puedan estudiar más Matemáticas y algo distintas, pero se elude completamente cómo hacerlo. Esto no ocurre sólo en nuestra propuesta curricular sino también en otras propuestas, como la de los citados estándares, y es que, por su propia naturaleza, una propuesta curricular deseada se establece en torno a los dos criterios siguientes: Objetos matemáticos deseados y cuestiones que sabemos sobre el aprendizaje de los alumnos. Así nos encontramos que la propuesta curricular de Matemáticas que oferta el DCB es un currículo deseado y éste refleja de una parte, la potencia matemática requerida y la concreta en los objetos matemáticos presentados, y de otra, lo que sabemos de los alumnos haciendo conjeturas acerca de lo que les interesaría, siendo esto en definitiva la utilidad potencial de una propuesta curricular. Pero es el profesorado el que hace un desarrollo de este currículo deseado, y es éste el currículo real implementado, que depende obviamente de la elección del profesor, es decir, su epistemología de profesor le lleva a tomar decisiones y a concretar el currículo desarrollado. Y se dará, en última instancia, dependiendo de los conocimientos previos y de los intereses de los alumnos, el currículo adquirido.

No es de extrañar que estemos en una situación de pesimismo, recogida de una manera muy gráfica en las palabras de Greenberg (1987) como reacción al planteamiento de D'Ambrosio (1987) y formulado en la siguiente pregunta: *"¿No estamos hablando de los mismos profesores, de los mismos alumnos, de las mismas escuelas y de la misma sociedad que actualmente están fracasando en Matemáticas?* (Referenciado en Romberg, 1991). Supone, y con razón, que son las mismas personas y las mismas instituciones las que han de implantar la reforma educativa en Matemáticas y que aparentemente sólo se puede esperar un fracaso que conduce a nuevos fracasos.

¿Se puede enseñar a los profesores la reforma curricular?, se pregunta Romberg (1991), *y esto es esencial,* concluye, *porque parece evidente que el cambio sólo tendrá lugar si los profesores lo hacen posible*.

Como sugiere Rachlin (1989) es necesario desarrollar modelos de investigación que muestren la dinámica total de los cambios curriculares. Existen obviamente teorías curriculares que han sido desarrolladas en los últimos años, pero en general tienen un carácter estático y descriptivo y, aunque, presentan adecuadamente el estado de la cuestión, no se ocupan del cambio en sí mismo (Lawton, 1973).

Para intentar describir y analizar estas tareas de enseñanza dirigidas a cambiar la epistemología del profesor, algunos investigadores intentan analizar el comportamiento de los profesores al incorporar a las aulas, por distintos medios, estos supuestos innovadores sobre el conocimiento y el aprendizaje de las Matemáticas.

Fennema, Carpenter y Peterson (1986, 1989) han trabajado con profesores del primer curso con la intención de cambiar sus opiniones implícitas sobre el aprendizaje, lo hacen compartiendo con los profesores sus investigaciones sobre la resolución de problemas de sumas y restas por parte de los niños.

Cobb, Yackel y Wood (1988) han trabajado con profesores de segundo curso para modificar su enseñanza de una manera congruente con una teoría constructivista del aprendizaje.

Wiske (1990) ha estudiado las experiencias de un grupo de profesores de Geometría que utilizaron The Geometric Supposers, paquete de software que permite explorar a los alumnos las propiedades de ciertas figuras geométricas, formular conjeturas y hacer que el ordenador las compruebe o refute. Encontró que para utilizar las nuevas tecnologías, los profesores necesitaban más materiales tradicionales que conectaran la innovación con sus currículos y tecnologías habituales, como por ejemplo un repertorio de planes de clase organizados en unidades curriculares que establecieran relaciones entre los ejercicios de indagación basados en la experiencia del Supposer y la estructura lógica deductiva de la Geometría, basada en el texto que formaba el núcleo de su currículo habitual, o como materiales y ejercicios de valoración que permitieran utilizar a los alumnos diversas herramientas, incluido el Supposer, para demostrar su dominio del currículo global en Geometría.

En esta dirección se han situado, en los últimos años, diferentes investigaciones que tienden a analizar las creencias de los profesores en contextos específicos y, de modo más concreto, en un entorno informático.

Hoyles (1992) empleando caricaturas identifica la posición de cinco profesores en formación permanente, cuando emplean el ordenador. Hoyles afirma que el formador no debe intentar que las creencias de los estudiantes cambien hacia unas creencias correctas, sino que debe buscar un modo de aclarar las creencias, de reflejar las creencias en la práctica y en la misma innovación, ya que todas las creencias son "situadas", es decir, referidas a contextos específicos.

En esta misma dirección, Moreira y Noss (1995) tratan las actitudes de los profesores ante las Matemáticas y la enseñanza de las Matemáticas, y la manera en que 10 profesores portugueses de enseñanza primaria afrontan las actividades de un curso basado en LOGO.

Entre otras investigaciones referidas a la formación inicial cabe destacar el trabajo en comunidad de los futuros profesores como motor del cambio sobre las creencias y concepciones.

Wilcox y otros (1991) parten de dos tipos de supuestos: el aprendizaje en comunidad de los futuros profesores permite cambiar las creencias de los estudiantes para profesor de enseñanza elemental de Matemáticas, y la transmisión hablada no es suficiente para el cambio, sino que la clave está en la construcción de significados por los propios estudiantes, favoreciendo la duda. Los autores consideran que cuando los estudiantes toman conciencia de la validez del trabajo en grupo van ganando confianza en su propia autoridad, con lo que, de manera indirecta, influyen en sus creencias sobre las Matemáticas. Sin embargo, entienden que no está suficientemente demostrado que el trabajo en grupos pequeños durante los cursos de formación favorezca el que luego los profesores en sus clases, promuevan el que sus alumnos trabajen en grupos.

Swinson y Shield (1994) consideran el trabajo en grupo como reactivo para cambiar las creencias sobre las Matemáticas de los estudiantes para profesor, durante un curso de formación. Los sujetos investigados son estudiantes para profesor de Matemáticas de Secundaria, aunque su formación no es fundamentalmente matemática, sino que las Matemáticas constituyen su segunda disciplina.

Bright y Vacc (1994) estudiaron el efecto de aplicar el programa de formación de Carpenter y otros (1989), llamado "Investigación guiada cognitivamente" (CGI) sobre las concepciones y creencias de los estudiantes. Este programa fue diseñado para formación permanente, y parte de que es fundamental el conocimiento del niño para que el profesor pueda tomar decisiones. Concluyen Bright y Vacc que es posible cambiar las concepciones y creencias durante un curso de dos años, aunque no se puede asegurar si estos cambios son superficiales o profundos. Tienen evidencias de que los estudiantes para profesor llegan a considerar el programa basado en la instrucción guiada cognitivamente (CGI) como un marco constructivista para su enseñanza.

Otras investigaciones que apuntan en la misma dirección se han ido desarrollando durante estos últimos años. Estos trabajos se han dirigido a determinar la influencia que ejercen en los estilos de enseñanza las concepciones y creencias que tanto de la Matemática como de su enseñanza aprendizaje poseen los profesores, tanto de Primaria como de Secundaria. Thompson (1992) presenta una revisión de la literatura existente dentro de este campo de la investigación en Educación Matemática.

En España cabe destacar diferentes líneas de investigación llevadas a cabo sobre concepciones y creencias de los profesores de Matemáticas en diversas universidades andaluzas (Sevilla, Granada, Cádiz, Huelva), en la Universidad de Extremadura y en la Universidad de La Laguna.

Llinares y Sánchez, en la Universidad de Sevilla, han realizado diversas investigaciones para analizar las creencias de estudiantes para profesor de enseñanza Primaria sobre las Matemáticas y sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Llinares (1989) estudia las creencias de dos estudiantes para profesor sobre la naturaleza de las Matemáticas y su enseñanza, sobre la preparación de las clases, la clase de Matemáticas y la formación recibida por los estudiantes.

En este mismo trabajo se presenta una revisión de las investigaciones sobre creencia de los profesores, distinguiendo dos grandes campos de interés: la descripción de las creencias de los profesores en relación a las Matemáticas y a la enseñanza y aprendizaje de las mismas, y a la repercusión de las creencias en la formación de profesores.

Sánchez y Llinares (1990) detectan las concepciones de los estudiantes para profesor de Primaria sobre las Matemáticas y su enseñanza, durante la fase de prácticas de enseñanza, empleando rejillas de Kelly.

Las investigaciones posteriores, Escudero, García, Llinares y Sánchez (1993) y Llinares, Sánchez, García y Escudero (1995) mediante el empleo de un cuestionario elaborado por los investigadores, estudian las creencias de 159 estudiantes de 2º curso de Magisterio, sobre la naturaleza de las Matemáticas escolares, la enseñanza de las Matemáticas, el aprendizaje de las mismas y el papel del profesor en el aula. Encuentran que las creencias no están fuertemente estructuradas, que guardan poca relación las creencias sobre las Matemáticas y las creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje y que no existe un posicionamiento claro de los estudiantes.

Flores (1995), en la Universidad de Granada, presenta un interesante trabajo en el que hace una revisión de la literatura sobre las concepciones y creencias de los profesores de Matemáticas, en el marco del estudio que intenta detectar en un grupo de estudiantes para profesores de Matemáticas, las concepciones y creencias que sobre las Matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje tienen, y las variaciones que se dan al enfrentarse a las prácticas de enseñanza.

Rico y otros (1995), en la Universidad de Granada, han llevado a cabo una investigación tendente a describir los conocimientos y creencias de los profesores de Matemáticas sobre evaluación.

Azcárate (1995), en la Universidad de Cádiz, investiga con alumnos del 3º Curso de Primaria, en la búsqueda de estrategias de desarrollo profesional que faciliten un cambio significativo en el profesor y le permitan afrontar la renovación escolar, considerando el conocimiento estocástico como tópico de trabajo.

Carrillo y Contreras (1994), en la Universidad de Huelva, desarrollan una investigación que intenta detectar las creencias y concepciones sobre las Matemáticas y su enseñanza, de profesores de Matemáticas de enseñanza Secundaria en activo. Mediante las respuestas de una muestra amplia de profesores obtienen categorías para relacionar las concepciones que sobre el conocimiento matemático poseen los profesores (instrumentalista, platónica y de resolución de problemas, en el sentido de Ernest, 1991) y las tendencias didácticas (tradicional, tecnológica, espontaneísta e investigativa en el sentido de Porlán, 1992). En este sentido, Contreras (1998) establece también una serie de descriptores básicos, que determinan las diferentes tendencias didácticas para los profesores.

Blanco (1991), en la Universidad de Extremadura, compara las estrategias de enseñanza y de resolución de problemas de dos estudiantes para profesores y de dos profesores de Primaria en ejercicio, y describe estas diferencias en términos de concepciones sobre la enseñanza de las Matemáticas.

En este sentido, Contreras establece para la tendencia tradicional los siguientes descriptores:

- Exposición magistral
- Material curricular: Libro de texto
- Programación prescrita, externa al profesor, rígida
- Diagnóstico inicial: Contenidos supuestamente recibidos
- Orientación de la asignatura: Adquisición de conceptos con finalidad informativa
- Aprendizaje: Memorístico y el alumno es el único responsable
- Dinamizador del aprendizaje: La estructura de la asignatura mediante la programación
- Evaluación: Examen que mide la capacidad de retener información a corto plazo.

Para la tendencia tecnológica:

- Simulación del proceso de construcción de los contenidos apoyado en estrategias expositivas
- Programación cerrada
- Diagnóstico inicial: Detección de errores conceptuales o procedimentales
- Orientación de la asignatura: informativa y práctica
- Aprendizaje: memorístico, basta con que el alumno entienda

- Dinamizador del aprendizaje: La lógica de construcción de la misma matemática. El profesor cuestiona el proceso de aprendizaje para su modificación
- Evaluación: Examen.

Para la tendencia espontaneísta:

- Actividades manipulativas de modelos para generar un conocimiento no organizado
- Programación sin organización inicial y basada en los intereses de los alumnos
- Diagnóstico inicial: Campos de intereses de los alumnos
- Orientación de la asignatura: Interés en los procedimientos y en fomentar actitudes positivas hacia el trabajo escolar, carácter formativo de la asignatura
- La motivación del alumno se logra con actividades que plantea el profesor y aquél participa intensamente en éstas
- Aprendizaje espontáneo cuando el alumno está inmerso en situaciones que propician el descubrimiento
- La evaluación es un sensor permanente del aprendizaje que lo reconduce en cada momento. Evaluación cualitativa.

Para la tendencia investigativa:

- Resolución de problemas e investigación planificada
- El maestro tiene una propuesta organizativa del programa no vinculada a un recorrido concreto
- Diagnóstico inicial: Sobre todos los aspectos del conocimiento que pueden interferir en el proceso de enseñanza-aprendizaje
- Orientación de la asignatura: Interés en la adquisición de conceptos, el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas con el fin de dotar a los alumnos de un aprendizaje autónomo
- Aprendizaje: A través de investigaciones planificadas por el profesor y el alumno aprende cuando otorga significado a lo que aprende
- Dinamizador del aprendizaje: el equilibrio entre los intereses de las Matemáticas
- La evaluación se concibe como un sensor permanente del aprendizaje que lo reconduce en cada momento
- El examen tiene doble finalidad de aprendizaje y de control del proceso de creación del conocimiento del alumno,

en un sentido similar al que nosotros proponemos para analizar las tendencias de los profesores en activo que participan en esta investigación (véase Capítulo III, apartado 3.10).

Camacho, Hernández y Socas (1993, 1994), en la Universidad de La Laguna, trabajan con alumnos del último curso de la Licenciatura en Matemáticas y con licenciados en Ciencias, que aspiran a ser profesores de Matemáticas en la Enseñanza Secundaria, para determinar sus concepciones y actitudes sobre las Matemáticas y sobre la enseñanza aprendizaje, así como su papel en la sociedad.

Se comparan los diferentes grupos, se relacionan sus creencias y actitudes con las formas de actuar frente a la resolución de problemas y con el perfil del profesor de Matemáticas, sugerido por la reforma educativa. Algunos datos obtenidos pueden resumirse en: Los licenciados en Ciencias y los estudiantes del último curso de Licenciatura en Matemáticas mantienen un estado de opinión equivalente con relación a las diferentes categorías objetos de estudio, lo que sugiere la implantación de programas de actuación similares para la formación del profesorado de Secundaria en Matemáticas desde la perspectiva profesional, sin embargo se alejan del perfil del profesor propugnado por la reforma educativa, presentándose en general un aparente dilema entre sus concepciones de la Matemática y sus concepciones de la enseñanza de las Matemáticas.

Una muestra de la gran relevancia que ha tenido este campo de investigación en nuestro país, la constituye la presencia de diferentes trabajos de investigación y de distintas publicaciones que se han realizado en los últimos diez años (Carrillo, 1996; Giménez, Llinares y Sánchez, 1996; García, 1997; Carrillo y Climent, 1999; Contreras y Blanco, 2002; Barrantes, 2002). En este sentido, la Sociedad Española de Investigación y Educación Matemática reúne a un amplio número de investigadores en el grupo de investigación denominado "Conocimiento y desarrollo profesional en Matemáticas" cuyo campo de interés se centra en el pensamiento del profesor.

Una gran parte de estas publicaciones están relacionadas con la formación inicial de profesores que no resulta ser el tema concreto de nuestra investigación.

En relación con algunas de las investigaciones citadas, Llinares (1998b) hace una revisión de los trabajos de investigación llevados a cabo en nuestro país sobre el aprendizaje de la tarea de profesor de Matemáticas relacionada con la práctica del profesor, estableciendo dos agendas de investigación centradas en ambos aspectos. Barrantes (2002), resume en la siguiente tabla tales agendas:

La investigación sobre el profesor de Matemáticas
Agenda 1: Aprendizaje del profesor: Variables, contenidos y procesos. Aprendizaje y generación de nuevo conocimiento necesario para enseñar. 1. Conocimiento de Matemáticas y de contenido pedagógico específico de las Matemáticas. 2. Proceso de socialización: relación entre creencias, conocimiento y acción durante las prácticas de enseñanza 3. Evolución y cambio de creencias y conocimiento como efecto de una intervención diseñada específicamente
Agenda 2: Práctica profesional del profesor de Matemáticas. 1. Creencias y concepciones sobre Matemáticas y sobre su enseñanza-aprendizaje. 2. Formas de conocer el contenido matemático como objeto de enseñanza-aprendizaje 3. Organización y gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Tabla 1.1: Esquema de las líneas de investigación de Llinares (1998b)

La investigación que se describe en esta Memoria tiene que ver especialmente con la segunda agenda propuesta, porque el estudio se hace con profesores tomando como punto de partida el análisis de diferentes aspectos de su práctica profesional, pero, a su vez, también se consideran cuestiones relativas a la agenda 1, en tanto que tiene la perspectiva de generar aprendizaje y nuevos conocimientos necesarios para enseñar la Geometría desde las modelizaciones de Van Hiele.

El desarrollo de este campo de investigación no es exclusivo de nuestro país, sino que a nivel internacional ha habido un desarrollo análogo. Por ejemplo, uno de los grupos temáticos de la European Society for Research in Mathematics Education, se ha centrado en las investigaciones relacionadas con la práctica profesional y la formación de profesores, bajo el nombre de "From study of teaching practices to issues in teacher education", agrupando en torno al mismo un gran grupo de investigadores en un foro de discusión internacional representado en los diferentes congresos realizados (véase para más detalles Krainer, Goffre y Berger, 1999).

De manera más concreta para nuestro propósito, podríamos delimitar el amplio espectro de investigaciones que se ocupan del pensamiento del profesor diferenciándolo en dos grandes clases. Una clase estaría relacionada con la formación de profesores (inicial o permanente) y dentro de ella, con sus creencias y conocimientos; una presentación del estado de la cuestión en esta dirección la encontramos en Pajares (1992). Otra gran clase estaría determinada por las investigaciones sobre creencias y concepciones de los profesores (inicial o permanente) sobre las Matemáticas y su enseñanza y aprendizaje; una revisión de la literatura básica la encontramos en Thompson (1992), que organiza las investigaciones sobre creencias de los profesores en cuatro líneas de investigación, a saber: las concepciones de los profesores sobre el conocimiento matemático; las concepciones de los profesores sobre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas; la relación entre las concepciones sobre las Matemáticas y la práctica instruccional y los cambios en las concepciones y creencias de los profesores de Matemáticas.

La investigación que presentamos se sitúa en el paradigma de investigación que se ocupa del pensamiento del profesor. Esta corriente investigadora trata, como hemos señalado anteriormente, de describir las representaciones cognitivas que los profesores hacen de sus tareas, la forma en que estas representaciones repercuten en la actuación del alumnado y buscan las relaciones que existen entre estas representaciones y las actuaciones del profesor y los alumnos (Marcelo, 1987). Es en este último sentido en el que nos situamos: pensamiento de los profesores y toma de decisiones.

Se trata de observar la toma de decisiones en un grupo de profesores en activo (11) en un tópico concreto, la Geometría en un marco constructivista de las Matemáticas de carácter innovador, al poner en juego sus creencias y conocimientos de carácter epistemológico sobre el saber matemático y de carácter didáctico, tanto sobre los aspectos de enseñanza como de aprendizaje.

Los términos creencias y conocimientos tienen el inconveniente de ser interpretados de formas diferentes. Era pues necesario utilizar un modelo que relacionara las variables que inciden en la toma de decisiones de los profesores al desarrollar un tópico de carácter innovador en un marco constructivista de las Matemáticas. Esto nos obligó a una reflexión metodológica que nos permitiera desarrollar instrumentos para tomar datos sobre la enseñanza y aprendizaje de la Geometría, los conocimientos y creencias de los profesores y su toma de decisiones a la hora de implementar un microcurrículo de Geometría para estudiantes de Primaria. Esta reflexión metodológica nos llevó a un modelo de investigación y desarrollo del currículo basado en el modelo de Fennema, Carpenter y Peterson (1989) y Rachlin (1989) y en el modelo de Shavelson y Stern (1981) sobre las variables que inciden en la teoría de decisiones de los profesores.

1.4 Marco teórico conceptual para el estudio

En este apartado se describirán las diferentes componentes teóricas que dirigen nuestro estudio. Por una parte las Teorías de razonamiento geométrico de Van Hiele y por otra, la investigación de profesores en activo, a partir de un modelo de investigación convergente propuesto por Socas y otros (1995).

1.4.1 El modelo de Van Hiele

Describiremos brevemente algunos aspectos teóricos sobre el modelo de Van Hiele.

Los Van Hiele consideraron, como ya hemos comentado con anterioridad, que el pensamiento matemático sigue un modelo concreto que consta de dos partes, una descriptiva en la que identifica una secuencia de tipos de razonamiento llamados los "niveles de razonamiento", y, otra, instructiva que sugiere a los profesores directrices sobre cómo pueden ayudar a sus alumnos para que alcancen con más facilidad un nivel superior de razonamiento, que reciben el nombre de "fases de aprendizaje". De esta forma, los niveles de razonamiento son:

Nivel 1: Reconocimiento (Visualización). Los alumnos perciben las figuras geométricas globalmente por su forma y no por sus propiedades.

Nivel 2: Análisis. Los alumnos son conscientes de que las figuras geométricas están formadas por partes y de que están dotadas de propiedades Matemáticas.

Nivel 3: Clasificación (Abstracción). Los alumnos comienzan a desarrollar su capacidad de razonamiento matemático. Son capaces de realizar razonamientos deductivos. Entienden el significado de una definición.

Nivel 4: Deducción formal (Deducción). Los alumnos pueden realizar razonamientos lógicos formales; las demostraciones de varios pasos ya tienen sentido para ellos y aceptan su necesidad como único medio para verificar la veracidad de una afirmación.

Nivel 5: Rigor. Los alumnos son capaces de trabajar en distintos sistemas axiomáticos prescindiendo de cualquier soporte concreto para desarrollar su actividad matemática. Este último nivel es el que menos investigaciones ha promovido.

Tal y como se ha indicado, los Van Hiele recomiendan a los profesores de Geometría que organicen esta enseñanza siguiendo unas determinadas pautas que reciben el nombre de "fases de aprendizaje". El alumno tiene que pasar por todas las fases para alcanzar un nivel de razonamiento superior. Estas fases son:

Fase 1: Información. El profesor indica a sus alumnos sobre el campo de estudio que van a trabajar, como por ejemplo conceptos que van a manejar, problemas, materiales...

Fase 2: Orientación dirigida. Los alumnos comienzan a explorar el campo de estudio, resolviendo problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor.

Fase 3: Explicitación. Los alumnos intercambian sus experiencias, comentan lo que han observado, explican cómo han resuelto las actividades, etc, todo ello dentro de un contexto de diálogo en el grupo.

Fase 4: Orientación libre. Los alumnos deberán ahora aplicar y combinar los conocimientos que han adquirido en las fases anteriores para resolver actividades más complicadas. En esta fase los alumnos conocen el campo de estudio, pero todavía deben perfeccionar el conocimiento del mismo, tanto de contenidos como de habilidades de razonamiento.

Fase 5: Integración. Los nuevos conceptos y habilidades que los alumnos han aprendido en las fases anteriores están asimilados, pero aún deben adquirir una visión general de los contenidos y métodos, relacionando los nuevos conocimientos con otros campos que hayan estudiado anteriormente. Fuys, Geddes y Tischler (1988) resumieron las características principales de los niveles de Van Hiele de razonamiento geométrico resultando:

- los niveles son secuenciales;
- cada nivel tiene su propio lenguaje, una serie de símbolos y una red de relaciones;
- lo que es implícito en un nivel llega a ser explícito en el siguiente nivel;
- el progreso de un nivel al siguiente es más dependiente de la instrucción que de la edad o maduración biológica.

Se puede ver unas buenas descripciones del modelo en Crowley (1987); Jaime y Gutiérrez, (1990).

El modelo de Van Hiele aporta una descripción del proceso de aprendizaje, postulando la existencia de unos niveles de pensamiento, característicos del modelo. El interés creciente que ha despertado la aplicación del modelo de Van Hiele se debe a que atiende al papel fundamental de las Matemáticas: el razonamiento. Un objetivo importante en cualquier ámbito de la enseñanza de las Matemáticas, es que los alumnos adquieran un nivel de razonamiento adecuado, además de determinar cómo actúan los alumnos y comparar y analizar cómo éstos se instruyen para pasar de un nivel a otro. El modelo no sólo describe esos niveles sino que, de la misma descripción, se derivan consecuencias de aplicación práctica para facilitar que los alumnos progresen más eficazmente hacia los niveles superiores.

Teppo (1991) reexamina el Modelo a la luz de los estándares curriculares (NCTM, 1991) atendiendo a una modificación propuesta por el propio Van Hiele para ilustrar las maneras en que su Teoría puede ser trasladada a la práctica de la clase. En este sentido P. Van Hiele caracteriza su modelo en términos de tres niveles de pensamiento más que de cinco, que denominó: “Visual” (Nivel 1), “Descriptivo” (Nivel 2), y “Teórico”

(Nivel 3), tal y como se describe en la figura siguiente (Tabla 1.2).

En nuestra investigación, consideramos el modelo primitivo de los Van Hiele, dado que creemos que la división en cinco niveles explicita mucho mejor y resulta ser coherente con lo que realmente ocurre con el razonamiento geométrico de los estudiantes. Optamos además por las hipótesis de continuidad del modelo en el sentido que las describen Jaime y Gutiérrez en sus distintas investigaciones.

Teórico **(Nivel 3)**	Usa razonamiento deductivo para demostrar relaciones geométricas
Período 2 de aprendizaje	**Fases de aprendizaje** Integración Orientación libre Explicitación Orientación dirigida Información
Descriptivo **(Nivel 2)**	Reconoce objetos por sus propiedades geométricas
Período 1 de aprendizaje	**Fases de aprendizaje** Integración Orientación libre Explicitación Orientación dirigida Información
Visual **(Nivel 1)**	Reconoce los objetos geométricos globalmente

Tabla 1.2: El modelo de Van Hiele de instrucción (Teppo, 1991)

1.4.2 Formación de profesores en activo

Como hemos indicado en el apartado 1.3, vamos a tomar en consideración, para estudiar aspectos del desarrollo del currículo con estudiantes y profesores, una adaptación particular del modelo de Fennema, Carpenter y Peterson (1989), tomado en sus consideraciones iniciales, para la elaboración del currículo y referenciado en sus primeros trabajos sobre números (véase Tabla 1.3).

Este modelo ayuda a clarificar la noción de currículo y la importancia del papel del profesor en la toma de decisiones para implantarlo. Una comprensión del papel de los conocimientos y comportamientos de los estudiantes en el aprendizaje matemático es necesaria, pero la verdadera "piedra angular" está en conocer y comprender los conocimientos y las creencias de los profesores y las decisiones que tomen cuando presenten el nuevo currículo a los estudiantes.

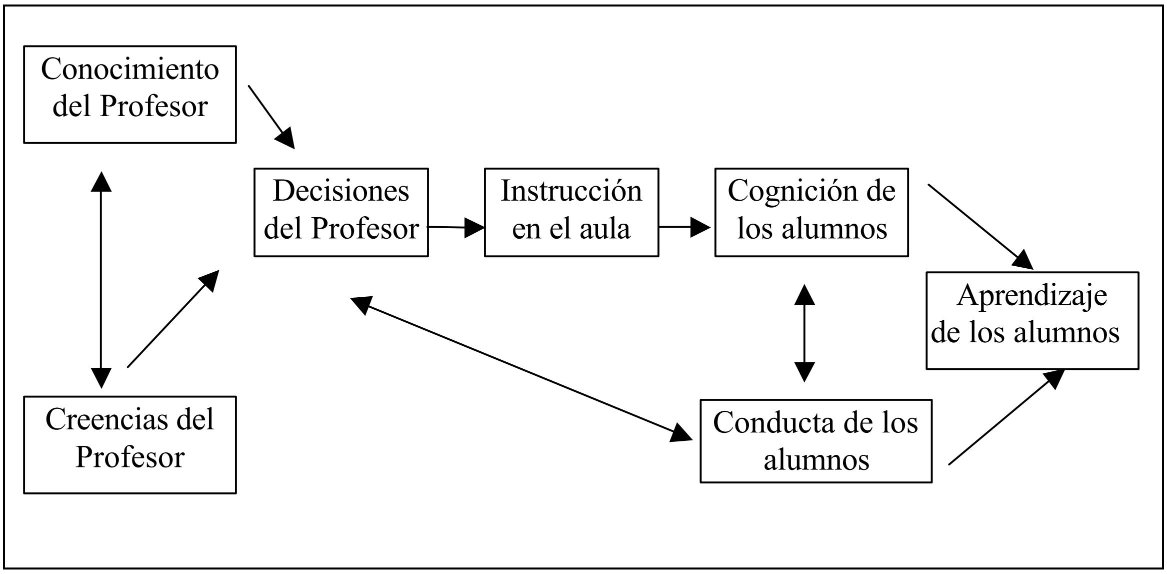


Tabla 1.3: Modelo de Fennema, Carpenter y Peterson para la elaboración del currículo

El modelo de investigación y desarrollo del currículo permite que los conocimientos y creencias de los investigadores y de los profesores participantes en la experiencia en relación a los contenidos y objetivos del currículo, empiecen a acercarse, a ser en cierto sentido coincidentes.

En la tabla siguiente (Tabla 1.4) se recoge el modelo de Fennema, Carpenter y Peterson, adaptado para la instrucción por inmersión de los profesores participantes en la investigación.

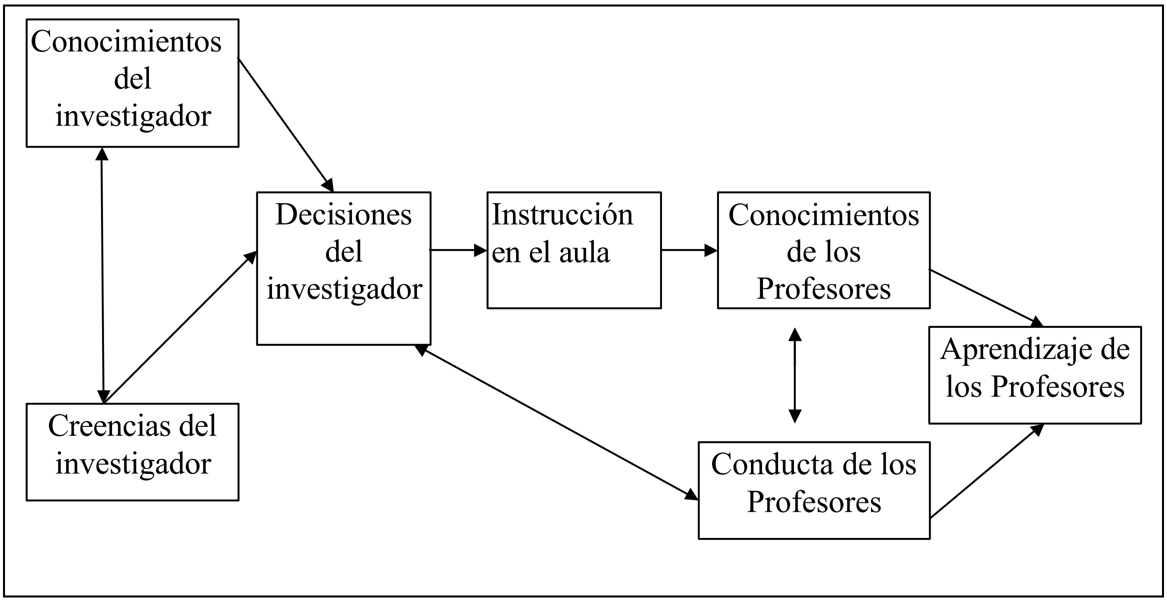


Tabla 1.4: Modelo adaptado de Fennema, Carpenter y Peterson para la instrucción por inmersión de profesores

En relación a esto Siemon (1987) señala: *"junto con la investigación que nos ayuda a entender la diversidad en el pensamiento de los estudiantes, también necesitamos entender los diversos rangos de conocimientos previos, experiencias, creencias, actitudes y formas de procesar la información de los profesores que llevarán a cabo el proceso de cambio, si el cambio curricular se efectúa"*.

Rachlin (1989) pone de manifiesto que, el modelo inicial de Fennema, Carpenter y Peterson para la elaboración del currículo, no indica el papel de los alumnos y de los profesores en los procesos de cambio, y sugiere la necesidad de buscar modelos de evaluación que proporcionen bases más dinámicas para ello y que modifique la instrucción tanto del alumno como del profesor. Presenta un modelo genérico y dinámico de investigación para el desarrollo curricular que incluye tres triadas: los elaboradores del currículo, los profesores y los estudiantes. Cada triada está organizada en torno a las creencias, conocimientos y comportamientos individuales. Señala que la investigación en los procesos de cambio curricular comienzan con un conocimiento "a priori" de los conocimientos y creencias de cada uno de los participantes en el currículo, y es, a través de los comportamientos de éstos, como obtenemos una medida de lo que se está aprendiendo. Los investigadores del currículo deben ser conscientes de la variedad de fuerzas no controladas que afectan al medio, al mismo tiempo que centran su atención en las interacciones entre las tres triadas: instrucción en el aula, la interacción directa con estudiantes y adiestramiento de los profesores. Propone que, en lugar de hacer estudios aislados dentro de las triadas de los profesores y estudiantes, es necesario investigar la dinámica total de los cambios curriculares, y advierte que describir el movimiento en el modelo es tan difícil como describir el movimiento del tráfico de una ciudad.

En nuestro caso entendemos que la preparación de profesores (conocimientos, creencias, etc.) es en sí una forma de desarrollo curricular.

La investigación en los procesos de cambio curricular comienza con un conocimiento "a priori" de los conocimientos y creencias de cada uno de los componentes del sistema curricular y es mediante los comportamientos de éstos como obtenemos una medida de lo que está sucediendo. Es necesario, como señala Rachlin, un paradigma de evaluación que proporcione bases más dinámicas y completas para la elaboración del currículo y modifique la instrucción en las dimensiones tanto del alumno como del profesor.

En nuestro caso particular, las triadas de Rachlin las empleamos en el sentido que recoge la figura siguiente (Tabla 1.5)

Utilizaremos en nuestro trabajo las triadas de Rachlin y el modelo de Fennema, Carpenter y Peterson, en el cual se establecerán nuevas relaciones y añadiremos un nuevo elemento que denominaremos "Investigador", que sustituirá al llamado Diseñador de currículos en la propuesta de Rachlin. Se entiende por investigador al profesor universitario que desarrolla funciones de investigador, docente, diseñador de microcurrículos y evaluador de microsistemas educativos. Otros investigadores prefieren utilizar la denominación de didacta como es el caso de Gutiérrez (1991, p. 151).

En este sentido el modelo de investigación para el desarrollo curricular usado es el reflejado en la figura siguiente (Socas, Afonso, Hernández y Palarea, 1994, p. 52). Se consideran cuatro triadas básicas que tienen que ver con los conocimientos, las creencias y los comportamientos tanto de los Didactas, como de los profesores y de los alumnos, para los que existe un camino de ida y vuelta que relaciona sus conocimientos y creencias y que influye directamente en los comportamientos observables (Tabla 1.6).

A partir de estas triadas se tratará de organizar un Programa de Formación de Profesores que contenga como una de sus componentes un Curso Guía desarrollado por “inmersión” y basado en la Teoría de Van Hiele, que nos permitirá analizar la actuación y toma de decisiones del profesorado cuando se conectan las triadas correspondientes. En definitiva, entre las diferentes interacciones que se dan entre las triadas analizaremos dos tipos: curso y guía del cambio curricular propuesto y adiestramiento de profesores en servicio y por inmersión y la actuación de los profesores con los estudiantes. Para un análisis más general y completo del modelo global, véase Socas, Afonso, Hernández y Palarea (1994).

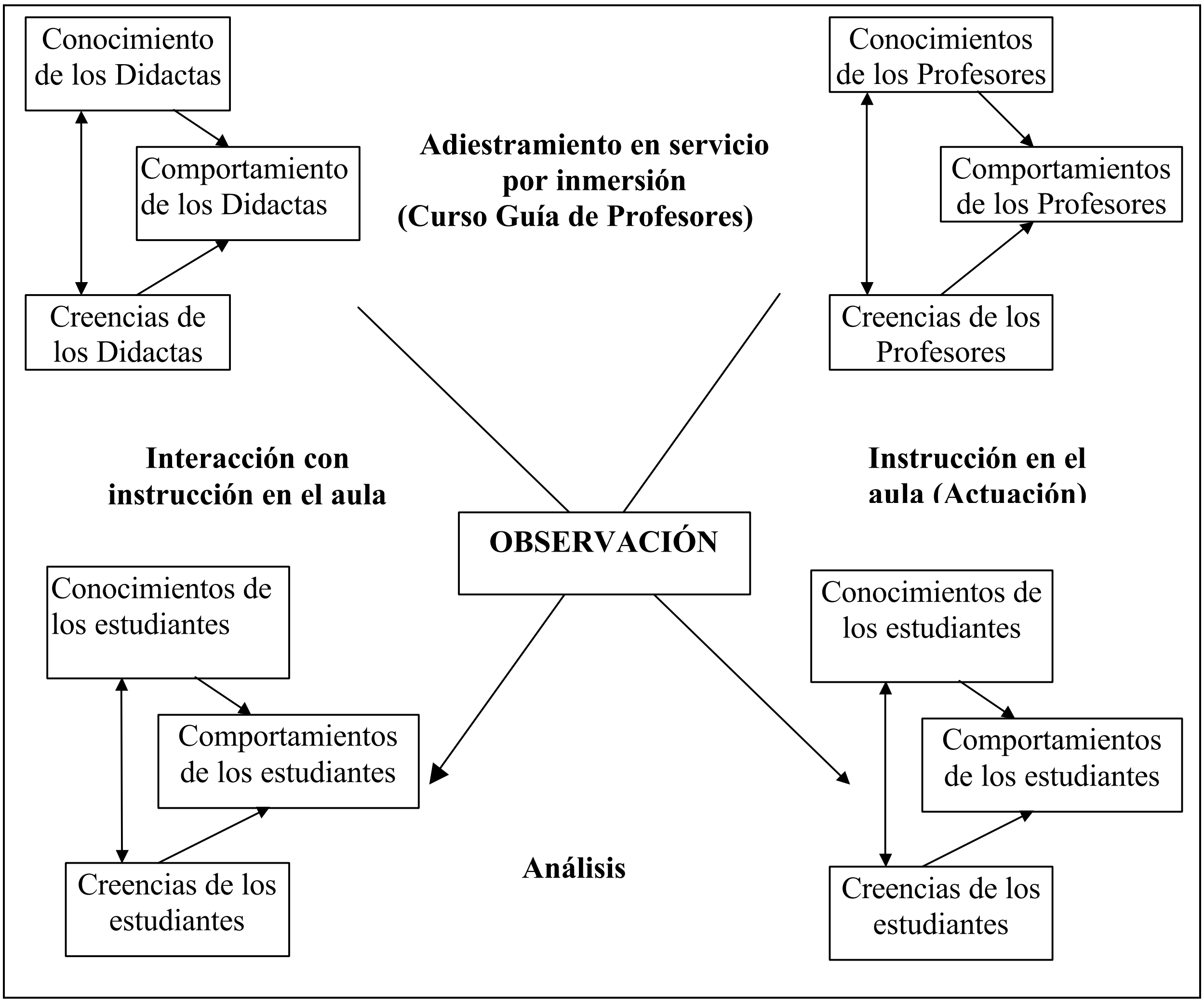


Tabla 1.6: Modelo de investigación convergente (Socas, Afonso, Hernández y Palarea, 1994)

Finalmente se incorpora una adaptación del modelo de Shavelson y Stern (1981) para analizar las variables que inciden en la toma de decisiones de los profesores y que se recoge en el siguiente cuadro (Tabla 1.7).

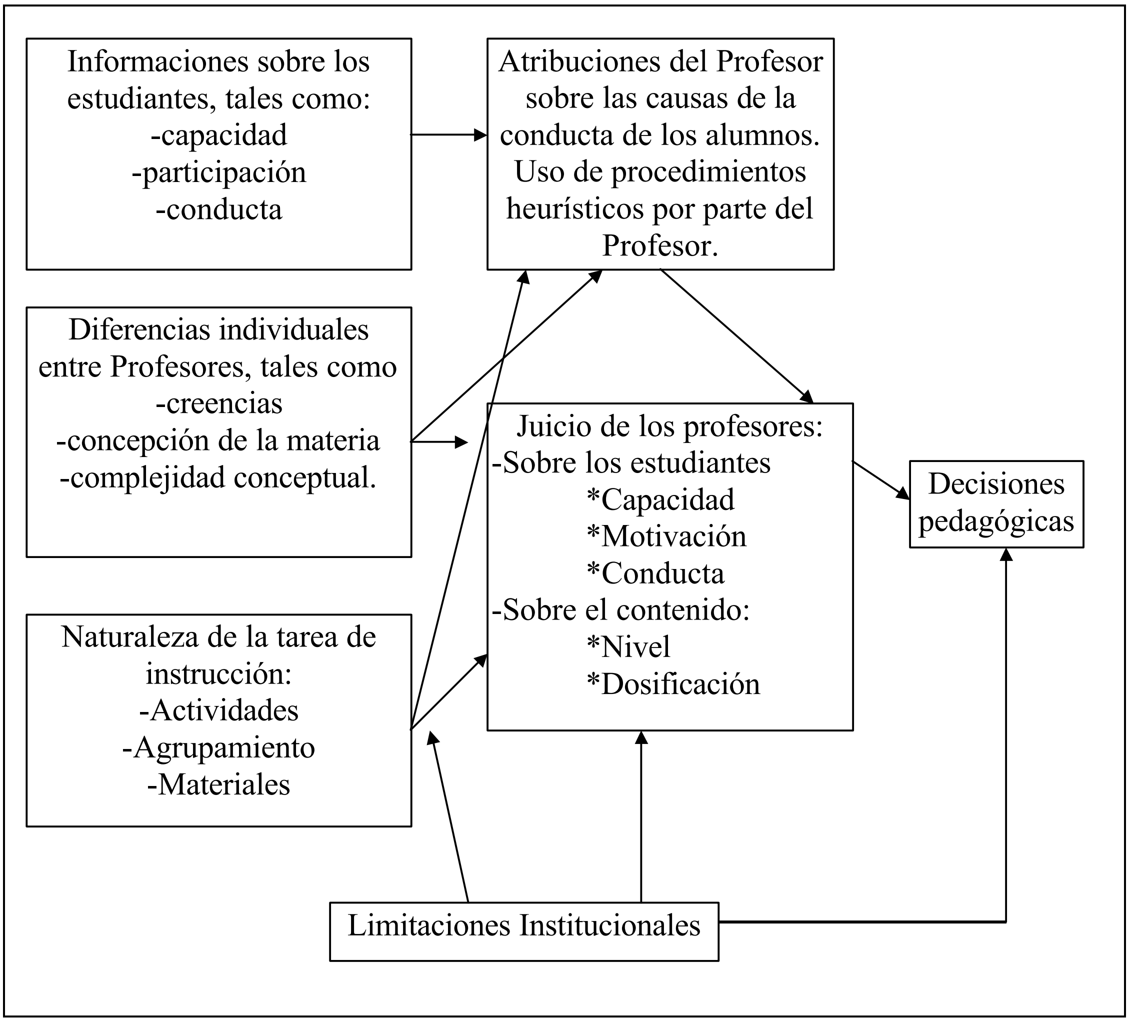


Tabla 1.7: Modelo de Shavelson y Stern (1981) sobre las variables que inciden en la toma de decisiones de los profesores.

Curso Guía del cambio curricular

El cambio curricular es del tipo que hemos denominado microcurrículo y en nuestro trabajo afecta a la Geometría, en particular a los conceptos de Ángulo, Medida de Ángulos y Giros. En nuestro caso, nos limitaremos al estudio de tres triadas en base al microcurrículo diseñado y atendiendo a las distintas interacciones que aparecen en el modelo de investigación (tabla 1.8).

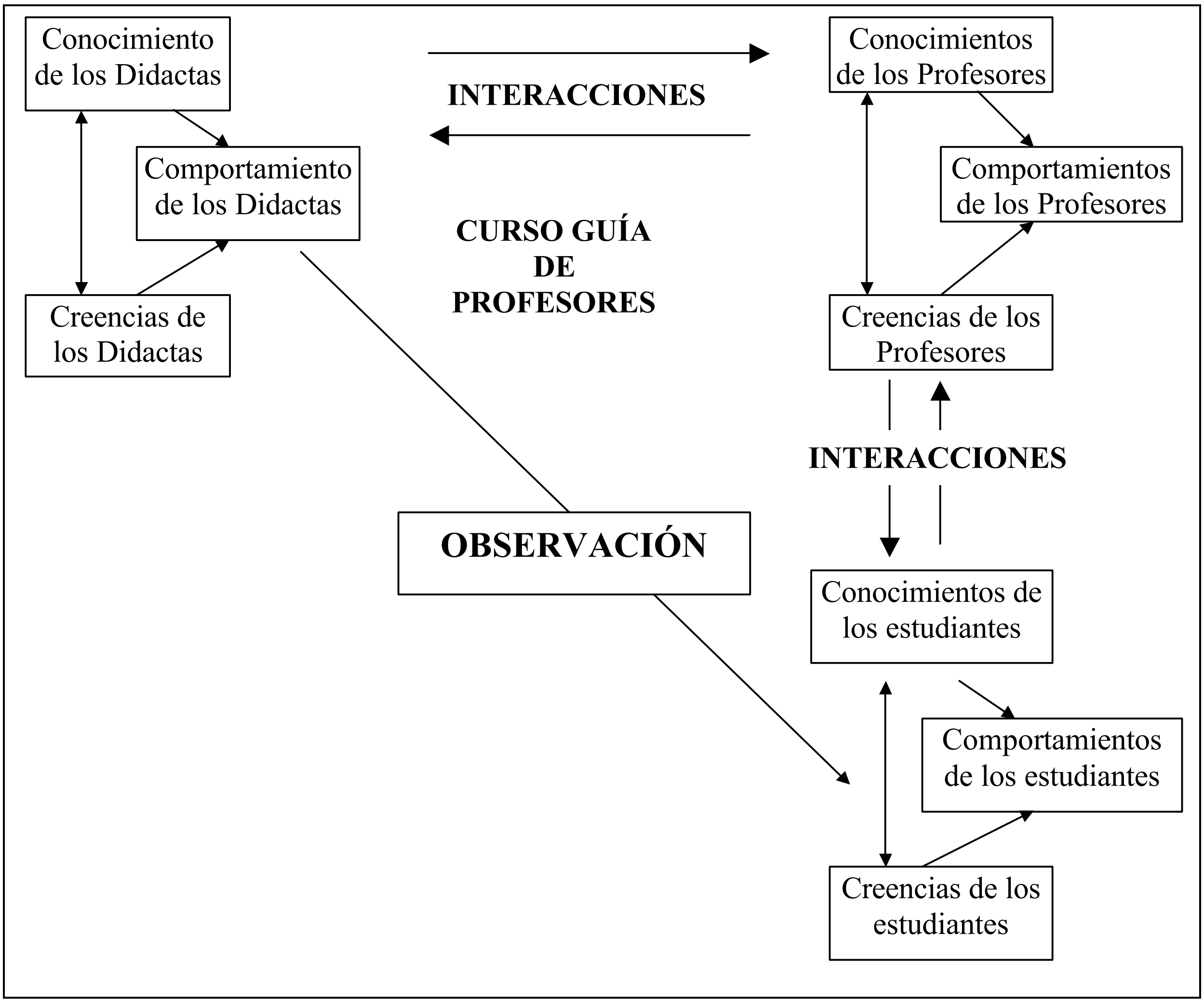


Tabla 1.8: Modelo adaptado de investigación convergente (Socas, Afonso, Hernández y Palarea, 1994)

La elaboración de un diseño innovador en Geometría debe comenzar con la formulación de unos objetivos claros que diferencien el nuevo currículo del que está en uso. También es necesario conocer el grado de consistencia del nuevo currículo con los conocimientos y creencias de los estudiantes y profesores.

El proceso detallado de su elaboración así como de los resultados obtenidos en su implementación serán analizados en los capítulos siguientes. Otro aspecto que se tendrá en cuenta para analizar la segunda triada de la figura anterior (Profesores), son las Competencias Didácticas de los profesores que participan en la investigación, en este sentido se tendrán en consideración las tendencias didácticas descritas en Contreras

(1998). Estas competencias didácticas nos servirán para establecer relaciones entre el profesorado implicado en nuestro trabajo y el perfil del profesor idóneo para desarrollar, con éxito, una propuesta de enseñanza-aprendizaje en términos de Van Hiele.

1.4.3 El Perfil del profesor

Las reformas de la enseñanza de las Matemáticas y las diferentes acciones emprendidas para la formación del profesorado ponen de manifiesto la necesidad de analizar la epistemología de los profesores.

Por ejemplo, una Reforma Educativa en los niveles no universitarios como la que se llevó a cabo a partir del curso 1989-90 (MEC, 1989) requiere un profesorado capaz de abordar estos cambios curriculares, enfrentándose a nuevas tareas, entre otras las que suponen un currículo abierto que obliga a valorar y elegir entre diversas alternativas pedagógicas la más adecuada a su realidad, tareas más complejas que las contempladas en un currículo cerrado, basado en decisiones teóricas hechas por los diseñadores del currículo en relación a lo que los estudiantes deben aprender, en qué orden y con qué fin. Todo ello implica cambios significativos que pueden resumirse en:

-Formación científica y didáctica adaptada a este nuevo cambio curricular.

-Capacitación para trabajar con alumnos que presenten un alto grado de heterogeneidad en destrezas básicas, intereses y necesidades.

-Cambio de actitudes en el profesorado para que desarrollen los aspectos formativos de la docencia, adopten planteamientos flexibles y profundicen en una visión más interdisciplinar de la cultura.

-Concepción del currículo como un instrumento de investigación que permita el desarrollo de métodos y estrategias de concreción y adaptación.

-Valoración y ejercitación del trabajo en equipo, así como el desarrollo de una sólida autonomía profesional (Camacho, Hernández y Socas, 1993).

En términos más concretos, esta propuesta curricular en Matemáticas plantea grandes desafíos a los programas de Matemáticas.

Desde el punto de vista de los alumnos tenemos que "todos" los alumnos estudiarán Matemáticas al menos hasta los dieciséis años, y "todos" los alumnos deberán aprender a "hacer" Matemáticas y comprobar que "las Matemáticas tienen sentido" y esto choca frontalmente con los planteamientos de los profesores de Matemáticas sobre los programas anteriores, es decir, lo que se propone es considerablemente distinto de la práctica habitual en Matemáticas. Mientras en el modelo actual prima el conocimiento sobre las Matemáticas, ahora se propone el "hacer" Matemáticas; obviamente la diferencia es notable, si tomamos el símil del fútbol vemos claramente que no es lo mismo saber sobre fútbol que hacer fútbol, claro está que es importante aprender algunos conceptos matemáticos (o aprender algunas reglas del fútbol como el "outside" o el "libre indirecto") y practicar algunos procedimientos para adquirir algunas destrezas (o practicar el manejo del balón con la pierna izquierda o el saque de esquina), pero también es importante que todos los alumnos tengan la oportunidad de resolver problemas (actuar, jugando partidos de fútbol) en su nivel de aptitud.

La actividad matemática implica la opción de transformar el programa de Matemáticas en un programa de actividades en forma de resolución de problemas a partir de los cuales se puedan desarrollar conocimientos y destrezas. En este planteamiento activo de las Matemáticas es evidente que una amplia colección de actividades interesantes no es suficiente, el conocimiento adquirido depende de los conocimientos previos de los alumnos y de sus expectativas, es decir, el conocimiento debe tener el soporte de los conocimientos anteriores y debe conducir a alguna parte.

Desde el punto de vista de los profesores, éstos han de adecuar su epistemología de profesor para negociar con sus alumnos un contrato didáctico (Brousseau, 1986) en el que ambos se comprometen a "hacer Matemáticas" y a "darle sentido a las Matemáticas", es decir, propiciando y aceptando respectivamente, un conjunto de situaciones problemas, que pueden y deben ser trabajados fundamentalmente en grupo, a semejanza de como lo harían los matemáticos en sus investigaciones.

Desde el punto de vista de los recursos, el entorno tecnológico aparece también como un cambio significativo. Se supone que es necesario realizar parte de este trabajo en grupo, en el sentido de un trabajo de laboratorio de Matemáticas, recogiendo datos, utilizando calculadoras y ordenadores, etc.

Estos planteamientos chocaban con las clases de Matemáticas anteriores claramente distribuidas en filas de pupitres donde los alumnos trabajaban callados e individualmente en una serie de ejercicios de papel y lápiz.

Observamos que esta propuesta curricular de Matemáticas se inclinaba por un currículo básico que considera la Matemática como una disciplina que evoluciona continuamente y donde la actividad matemática juega un papel esencial en la construcción del conocimiento matemático. Destacando, además, la resolución de problemas como foco fundamental para el desarrollo de los conceptos matemáticos, el desarrollo de una actitud positiva hacia la Matemática, la consideración de la Matemática como expresión y creatividad, así como, el facilitar una Matemática para todos reduciendo en lo posible los aspectos más abstractos.

Las preguntas eran obviamente dos: ¿es posible desarrollar e implementar un programa de Matemáticas que refleje tal visión?, es decir, ¿es posible desarrollar e implementar el programa de Matemáticas que propone nuestra reforma educativa?, y si así fuera, ¿es posible desarrollar e implantar programas de enseñanza que permitan cambios en la epistemología de los profesores para que esta implantación se lleve a cabo?

Como señalan Camacho, Hernández y Socas (1993), la investigación que realizan con profesores en formación pretende constatar si existe o no relación entre el estilo de profesor de Matemáticas que se forma en nuestras universidades y el que propone el Libro Blanco de la reforma educativa (MEC, 1989), para tratar de establecer, vía la resolución de problemas de Matemáticas, un programa de formación que contenga un Curso Guía por inmersión de profesores, que propicie cambios de actitudes y ayude a entender mejor la dinámica de los procesos implicados, que le permita analizar en el sentido más global el cambio curricular y arbitrar modelos de intervención que propicien este cambio, todo ello en un marco de formación general del Profesorado de Matemáticas. En este sentido los citados autores describen el perfil del profesor que se desprende de la propuesta curricular de Matemáticas de la Secundaria (MEC, 1989) que requiere, entre otras cosas, de un profesorado capaz de:

1.- Interpretar un currículo abierto que considere la Matemática como una disciplina que evoluciona continuamente

2.- Asumir que la actividad matemática juega un papel esencial en la construcción del conocimiento matemático.

3.- Considerar la resolución de problemas como foco fundamental para el desarrollo de los conceptos matemáticos.

4.- Desarrollar una actitud positiva hacia la Matemática.

5.- Presentar la Matemática como expresión y creatividad.

6.- Facilitar una Matemática para todos reduciendo en lo posible los aspectos más abstractos.

En esta misma línea de trabajo y como consecuencia de esta investigación, Afonso Camacho y Socas (1999) analizan, dentro del marco del perfil del profesor de Matemáticas en la Reforma Educativa de 1989, las competencias didácticas del profesor de Matemáticas que se supone “preparado” para desarrollar, con éxito, una propuesta curricular innovadora en Matemáticas, centrada en una interpretación del currículo de Geometría basado en las modelizaciones geométricas y didácticas de Van Hiele.

Concluyen los citados autores que las modelizaciones de Van Hiele requieren cambios significativos en la formación del profesorado con implicaciones directas sobre su trabajo en el aula, es decir, una propuesta curricular en Geometría en términos de Van Hiele, requiere un profesorado con determinadas aptitudes y actitudes (perfil del profesor) que implica cambios significativos en su epistemología y que se resumen en:

1. Formación científica en Geometría, al menos con un nivel de pensamiento geométrico superior al que pretende trabajar con sus alumnos.
2. Concepción del aprendizaje en términos de investigación dirigida.
3. Capacitación para trabajar con alumnos que presenten un alto grado de heterogeneidad en destrezas básicas, intereses y necesidades en Geometría.
4. Concepción del currículo de Geometría como un instrumento educativo que permite desarrollar los diferentes niveles de razonamiento geométrico.
5. Valoración y ejercitación del trabajo en equipo.
6. Capacidad para facilitar una matemática para todos reduciendo en lo posible los aspectos más abstractos.

1.4.4 Conocimientos del profesor de Matemáticas. Conocimiento profesional

La educación matemática despierta mucho interés en los países desarrollados, la sociedad espera que a todos los alumnos se les enseñe muchas Matemáticas (Bishop, 2000). Sin embargo, este deseo plantea nuevos problemas para el profesorado, ya que estas intenciones no han ido, en general, acompañadas de ayudas en forma de técnicas didácticas ni materiales curriculares para conseguir este objetivo.

Los cambios curriculares, con ser significativos en los aspectos de contenido, en lo que especialmente son relevantes, es en la forma de entender el proceso de enseñanza/aprendizaje de la Matemática, es decir, en la propuesta que hacen acerca del proceso de construcción de la misma. Estos cambios no son ajenos al profesor de Matemáticas, y éste debe asumirlos e incorporarlos como parte de su conocimiento profesional.

¿Podemos caracterizar los conocimientos del profesor de Matemáticas en el marco de las reformas actuales? Analizar desde la investigación esta pregunta es el propósito de este epígrafe.

En definitiva, pretendemos caracterizar los conocimientos que deben tener los profesores de Matemáticas que van a implementar unidades de aprendizaje de Geometría desde la perspectiva de los Van Hiele. Estos conocimientos van a derivar desde el modelo de análisis que hemos elegido: El enfoque Lógico Semiótico (Socas, 2001), que de manera particular se concreta en el contexto sociocultural e institucional; el conocimiento matemático curricular, el alumno como aprendiz, y el profesor como docente; y las tres relaciones básicas, que hemos denominado: 1) "Aprendizaje de la Matemática escolar como cambio conceptual", 2) "Adaptación del contenido matemático curricular en materia para enseñar", y 3) "Interacciones". que se agrupan en tres tipos de conocimientos interrelacionados: conocimiento matemático, conocimiento didáctico matemático y conocimiento de la práctica educativa, que configuran el conocimiento profesional del profesor de Matemáticas.

Caracterizar las componentes básicas de dicho conocimiento se ha presentado como un amplio tema de debate y de investigación en el campo de la Educación Matemática.

La formación de profesores de Matemáticas necesita una reflexión no sólo sobre los objetivos y los contenidos de sus programas, sino también sobre los procesos de formación (Simon, 1994). En este mismo sentido, García (2000), indica que caracterizar los instrumentos teóricos que ayudan a definir un currículo de Matemáticas en la formación inicial del profesorado implica ocuparse de dos dimensiones: el conocimiento profesional del profesor y el aprendizaje del profesor.

En relación a las posiciones que se mantienen, de manera general, acerca del conocimiento profesional del profesor de Matemáticas, Boero y otros (1996), señalan tres, como las más significativas.

Una primera posición es la de quienes afirman que "el profesor debe ser lo más competente posible en conocimientos matemáticos". Esta visión sustenta la idea de que "quien sabe Matemáticas, sabe enseñarlas".

Una segunda posición es la de quienes piensan que "el profesor debe desarrollar su competencia profesional como un artesano" (si es posible, como un artista), metáfora que sirve para evocar la idea de que un profesor es capaz de enfrentarse a los problemas profesionales de una manera flexible (artesano) o crear innovaciones substanciales (artista). De esta forma, un buen profesor de Matemáticas debe manejar las Matemáticas y debe estar informado sobre el arte de enseñarlas.

La tercera posición sostiene que "la competencia profesional del profesor debe adquirirse a través de diferentes dominios científicos (Matemáticas, Ciencias de la Educación y Didáctica de las Matemáticas)". La educación del profesor debe ampliar su conocimiento sobre Matemáticas, junto con otros temas que provienen de las ciencias de la educación (Psicología de la Educación, Sociología de la Educación) y la Educación Matemática (como un campo específico de competencia profesional y como campo de investigación).

Describiremos, brevemente, las diferentes perspectivas que sostienen la tercera posición como la más coherente y fundamentada de las tres.

Mialaret (1982) opina que, en general, la formación del profesor debe abarcar dos grandes aspectos: formación académica y formación pedagógica.

Shulman (1988) determinó tres categorías del conocimiento profesional del docente, las cuales han sido ampliamente aceptadas en la comunidad de educadores matemáticos: "Conocimiento de la materia específica" (entendimiento de los hechos, conceptos, principios y marcos teóricos de la disciplina así como el conocimiento sustantivo y el conocimiento sintáctico); "Conocimiento de contenido pedagógico" (dimensión del conocimiento de la materia en relación con su enseñanza; en nuestro caso, se refiere a cómo deben interpretarse las Matemáticas para el aprendizaje); y, "Conocimiento curricular" (conocimiento de los distintos materiales para la enseñanza de los distintos tópicos y conjunto de características que sirven como indicadores del funcionamiento de los distintos programas utilizados). En su trabajo destaca, por primera vez, la importancia de la materia específica a enseñar en la formación del profesorado.

Bromme y Brophy (1986), se ocupan del conocimiento teórico y del conocimiento profesional o práctico. El primero, se refiere a los conceptos y relaciones que se pueden establecer entre los mismos y a un sistema de operaciones entre ellos. El conocimiento teórico mas importante para los profesores de Matemáticas es aquél que incluye: Matemáticas como disciplina, como producto histórico, como parte de la cultura y como parte del currículo escolar, Pedagogía, Psicología y Sociología. El segundo, el conocimiento profesional, es el conocimiento sobre la actividad y la vida profesional de los profesores, es decir, el conocimiento de cómo un profesor enseña Matemáticas a un determinado grupo de alumnos o en un determinado tipo de centro, de cómo evaluar al alumnado, etc.

Peterson (1988) adopta y modifica la teoría de Shulman y considera que, para ser efectivo, el profesor de Matemáticas necesita conocer cómo piensan los estudiantes en un área de contenido específica, cómo facilitar el desarrollo de su pensamiento y cómo conseguir que avance en su nuevo proceso cognitivo. No ignora el conocimiento del contenido que hay que enseñar, pero considera que este conocimiento está contemplado en las otras categorías explícitamente mencionadas. Para ella, el conocimiento de las Matemáticas no es importante si se considera separado de la cognición de los niños y de la metacognición del profesor.

Bromme (1988, 1994), describe las características cualitativas de las grandes áreas del conocimiento profesional y realiza una descomposición analítica del concepto conocimiento profesional, vinculándolo a la actividad profesional y sugiere extender las categorías que se presentan a continuación: Conocimiento de las Matemáticas como disciplina, Conocimiento de las Matemáticas como materia escolar, Filosofía de las Matemáticas escolares, Conocimiento pedagógico en general y Conocimiento pedagógico específico de las Matemáticas.

Desde la perspectiva del trabajo que debe desarrollar un profesor de Matemáticas, es decir, al intentar contemplar el trabajo del profesor que intenta ayudar a un grupo de aprendices a dotar de significado a ideas y procedimientos matemáticos en un contexto de actividad matemática, Llinares (1994a) y Llinares y otros (2000), han identificado distintas componentes, de las que derivan dominios del conocimiento base, necesarios para enseñar Matemáticas y que deben ser tenidos en cuenta en los programas de formación: Conocimiento de Matemáticas, conocimiento de y sobre las Matemáticas, conocimiento de y sobre la actividad matemática, conocimiento sobre el currículo, conocimiento sobre el aprendizaje de las nociones Matemáticas y conocimiento del proceso instructivo.

Blanco (1995), en sus trabajos, ha identificado dos componentes respecto del conocimiento base de los profesores: la "estática" y la "dinámica".

La componente estática se refiere a los aspectos de interés independientemente de la persona que enseña y del contexto donde se desarrolla la actividad docente. Es decir, el conocimiento de contenido matemático, sobre enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas o sobre teorías psico-pedagógicas generales, entre otras. Se considera estática porque es impersonal y su contenido puede encontrarse en materiales escritos y audiovisuales, sin implicación personal directa, y puede desarrollarse en los Centros de Formación.

La componente dinámica es la parte del conocimiento que permite reconsiderar toda nuestra información-formación acerca de las Matemáticas y acerca de su enseñanza; todos nuestros conocimientos, creencias y actitudes sobre los puntos incluidos en la componente estática para generar y desarrollar conocimiento. Esta parte del conocimiento se genera a partir de las concepciones, creencias y actitudes de los alumnos.

El autor señala que la integración de las dos componentes genera el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático.

El análisis fenomenológico que deriva del enfoque Lógico Semiótico realizado, contempla en su mayor parte el tipo de conocimiento que los diferentes autores referenciados han ido mostrando como parte integrante del conocimiento profesional; en este marco, el conocimiento didáctico matemático queda caracterizado por el conocimiento matemático curricular y a la relaciones básicas 1) y 2) en el microsistema educativo. La relación 3) que hemos caracterizado como interacciones y que respondería a la práctica educativa, asume un protagonismo especial en la construcción del conocimiento profesional; pensamos que esta relación 3), que sitúa al profesor en el sistema didáctico fundamental, conecta la teoría y la práctica, y facilita el encuentro entre los distintos aspectos de la formación y del pensamiento profesional del profesor y, es en la relación 3), en el que este proceso, diseñado para la formación del profesorado de Matemáticas completa y da sentido a la tríada didáctica y es probablemente el espacio en el que se puede encontrar respuestas a los interrogantes que plantean algunos de los autores, acerca del conocimiento profesional y de la construcción de ese conocimiento.

En este sentido estamos considerando, desde el enfoque Lógico Semiótico como conocimiento didáctico matemático, al conocimiento matemático curricular y a las relaciones básicas en el microsistema educativo 1): “Aprendizaje de la Matemática escolar como cambio conceptual”, 2): “Adaptación del contenido matemático curricular en materia para enseñar”.

El conocimiento didáctico matemático deriva desde este enfoque de un modelo de competencia que tiene una estructura global holística, es decir, los fenómenos didácticos se explican desde esa totalidad y no desde una de sus partes. La construcción de un modelo de competencia de esta naturaleza desde abajo a arriba, es decir, caracterizando primero el contexto, luego la díada contexto-referente, y más tarde la tríada contexto-referente-significado.

El análisis anterior nos conduce a un grupo de cinco núcleos de conocimientos organizados en el modelo de competencia anterior:

“Conocimiento matemático”, en sentido general tal y como se desarrolla habitualmente.

“Conocimiento matemático curricular” que entre otros aspectos considera el epistemológico, fenomenológico y de aplicabilidad de los contenidos matemáticos curriculares.

“El Currículo de Matemáticas”, conocimientos relativos al currículo de Matemáticas en la Educación Secundaria, las fuentes y las componentes de la estructura curricular. Componentes del currículo según las dimensiones y niveles.

La relación triádica 1): “Aprendizaje de la matemática escolar como cambio conceptual”, o “cognición matemática”, se refiere, principalmente, a las características y las peculiaridades del pensamiento matemático y de las competencias cognitivas del alumnado de Secundaria, en los diferentes contenidos matemáticos. Este contenido tiene como elemento director al análisis didáctico, y de manera especial, al estudio de las dificultades, obstáculos y errores del alumnado en el aprendizaje de los contenidos.

La relación triádica 2): “Adaptación del contenido matemático curricular en materia para enseñar” o planificación y gestión de los procesos de enseñanza/aprendizaje”, tiene como elemento director a los organizadores del currículo. Se ocupa del estudio de situaciones de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, las secuencias de actividades y unidades didácticas; la selección, la organización y la secuenciación de los contenidos; los materiales curriculares y los recursos; la evaluación; las estrategias y los procedimientos metodológicos.

Estos cinco núcleos de conocimiento, no pueden entenderse como conocimientos separados, ya que desde el punto de vista de la enseñanza/aprendizaje tendrían un significado limitado, por el contrario, el estudio de los contenidos de un núcleo se relaciona, necesariamente, con los otros, y adquiere plenamente significado en las prácticas docentes.

Una vez situados en nuestro marco teórico, estudio del conocimiento profesional y del conocimiento didáctico matemático, nos volvemos a plantear la pregunta inicial desde la perspectiva de nuestra investigación:

¿Qué profesional de la educación matemática es deseable para desarrollar y evaluar con garantías una propuesta de enseñanza-aprendizaje de la Geometría desde la perspectiva de los Van Hiele?

De otra manera ¿Qué aspectos relevantes caracterizan a un profesor de Matemáticas que pueda desarrollar con éxito una propuesta de enseñanza aprendizaje de esta naturaleza?

Al objeto de responder a esta cuestión desde la perspectiva Lógica-Semiótica conviene recordar algunos aspectos relativos a este modelo de enseñanza y aprendizaje, que como hemos señalado en varias ocasiones, supone, de una parte, una modelización particular del proceso de enseñanza-aprendizaje y de otra, estar en posesión de unos determinados niveles de pensamiento geométrico.

Introducimos ahora la noción de competencia didáctica referida al conocimiento profesional anteriormente caracterizado.

Competencia Didáctica

Consideramos de manera general el término competencia como la disposición en una persona de conocimiento o habilidades para realizar apropiadamente una actividad (Short, 1985)

Entenderemos por competencia didáctica para desarrollar un programa de Geometría desde las perspectiva de Van Hiele, la capacidad para seleccionar con criterios fundados un conocimiento o habilidad particular en Geometría para aplicarla en la situación de enseñanza-aprendizaje según el modelo de Van Hiele.

Sin embargo, como señala Cooney (1994), la capacidad de selección requiere ciertos conceptos básicos para dar inicio a la reflexión y toma de decisiones en el proceso de enseñanza.

Desde la perspectiva de nuestra investigación, el conocimiento del profesor debe involucrar competencias didácticas que contribuyan a que el docente asuma otra alternativa de enseñanza de la Geometría tal como aceptar los niveles de pensamiento geométrico y las fases de aprendizaje de los Van Hiele. En este estudio las competencias didácticas están referidas al conocimiento y habilidades relacionadas con los niveles de pensamiento geométrico y con el modelo de aprendizaje de Van Hiele.

Marcelo (1992) plantea que las deficiencias didácticas del profesorado de Matemáticas, lo induce a recurrir en su campo profesional al ensayo y error como principal instrumento para aprender a enseñar. Una de las posibles maneras de contribuir a superar esta limitación sería el establecimiento de programas actualizados en la formación de profesores en activo, con la utilización de modelizaciones de situaciones de enseñanza-aprendizaje en ambientes de inmersión, que puedan inducir cambios en el desempeño de su actual actividad profesional, al incorporar nuevos dominios de enseñanza-aprendizaje de la Geometría, que pueden hacer más fecundo el proceso de aprendizaje de la misma.

El conocimiento profesional del profesor de Matemáticas significa considerar conocimientos que le aporten opciones para utilizar y valorar un mayor número de herramientas conceptuales que le permitan determinar y establecer secuencias de enseñanza-aprendizaje para presentar los conceptos y procedimientos matemáticos y le sugieran nuevas formas de evaluar e interactuar con los alumnos.

Llinares (1998a) identifica, como hemos señalado, en relación con la investigación sobre el conocimiento profesional del profesor de Matemáticas, dos agendas de investigación que denomina: aprendizaje del profesor y práctica profesional del profesor de Matemáticas. Señala también varias problemáticas de investigación que incorporan, entre otros, elementos cognitivos de los profesores relacionados con el conocimiento matemático, con el conocimiento pedagógico específico de las Matemáticas y con la resolución de problemas.

Una parte del conocimiento profesional de los profesores lo constituye, como hemos visto, su conocimiento didáctico matemático. En esta investigación nos hemos referido al conocimiento didáctico matemático como el conocimiento necesario para la planificación (diseño), puesta en práctica (desarrollo) y valoración (evaluación) de las actividades didácticas o más generalmente de las unidades de aprendizaje.

Los descriptores que determinan la competencia didáctica de un profesor serán analizados en el Capítulo III, epígrafe 3.10.

1.4.5 Evaluación de programas educativos

El sector educativo, al igual que el resto de los sectores sociales, está llamado a la incorporación permanente de cambios y mejoras, es decir, a la búsqueda de calidad. En nuestro ámbito esta búsqueda no debe estar centrada únicamente en la enseñanza y aprendizaje de un área de conocimiento sino que debe ir más allá y abarcar, en general la formación ofrecida en los centros educativos.

Un ejemplo de esas exigencias lo encontramos en los Estándares del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989, 1991a, b, c, , 1995, 2000) que se toman como referencia en el ámbito de la Educación Matemática. En nuestro país, la reciente Ley Orgánica de Calidad de la Educación (LOCE) pretende en esta dirección proponer mejoras al sistema educativo y a los elementos que lo conforman.

Estamos, pues, en un proceso de revisión y evaluación permanente que pretende una mejor formación en Matemáticas para los jóvenes y en consecuencia, una mejor formación para el profesorado.

Desde esta perspectiva, la evaluación de programas educativos de Matemáticas constituye una acción inmediata dirigida a orientar cambios en pro de la calidad de la enseñanza y aprendizaje de la misma.

Desde el punto de vista general, la mejora de la calidad de la educación puede orientarse desde dos puntos de vista. El primero supone la calidad relacionada con nuevos métodos y estrategias de aprendizaje que en algunos casos, conllevan inversiones en técnica y tecnología, bien sea a nivel de infraestructuras o bien de formación de recursos humanos para la aplicación de la misma. El segundo punto de vista vincula la calidad al uso adecuado y racional que se hace de los recursos (materiales y humanos) existentes en cada centro educativo.

Consideramos que la evaluación de programas educativos persigue entre sus objetivos la búsqueda de calidad de la educación. En nuestro caso la calidad de la educación matemática, está enfocada entre otros aspectos hacia la formación permanente del profesorado de Matemáticas en activo. En este sentido se trata de la evaluación de diseños instruccionales en Geometría con la intención de mejorar tanto el aprendizaje de los alumnos como el proceso de planificación de la enseñanza de la misma. Será este último aspecto, observar la mejora de la calidad del proceso de planificación de la enseñanza de la Geometría, así como determinar las condiciones en que se produce esta mejora, el propósito principal de nuestra investigación.

1.5 Delimitación del problema. Contexto, objetivos e hipótesis

La formación inicial y permanente de los profesores de Matemáticas especialmente de Educación Secundaria es objeto de estudio de manera creciente en diferentes ámbitos. Son diversas las cuestiones que se han investigado sobre el tema, pero la gran mayoría pone en evidencia la necesidad de contar con planes de formación que contemplen un adecuado equilibrio entre los contenidos teóricos y prácticos (Camacho, Socas y Hernández, 1998; Ponte, Matos y Abrantes, 1998; Ryan, 1998; Yanes, 1998).

Esta problemática de la carencia de una adecuada formación inicial y permanente de los profesores, en el ámbito didáctico matemático, se expresa en conclusiones del diagnóstico general del sistema educativo en el Informe del Instituto Nacional de Calidad y Evaluación, 1998. Al mismo tiempo el citado Informe manifiesta que el profesorado español ofrece una imagen de solidez y de gran interés y dedicación en sus tareas docentes.

Por otra parte, los estudios del Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (1998a, b, 2001) sobre el sistema educativo español, muestran que los profesores de Matemáticas son los que menos valoran y utilizan diferentes medios materiales en sus clases, son poco partidarios de emplear una metodología innovadora y participativa y valoran mucho más los materiales elaborados por ellos mismos.

De lo anterior, observamos que los profesores de Matemáticas en ejercicio tienen muy poca predisposición hacia la incorporación de estrategias de enseñanza innovadora y participativa, lo que de hecho supone una enorme dificultad para el desarrollo de un programa de Matemáticas en el marco de la LOGSE.

Lo planteado anteriormente nos motivó a estudiar las competencias didácticas de los profesores de Matemáticas en activo, cuando implementan un diseño innovador en Geometría que utiliza las modelizaciones de Van Hiele. Para ello recurrimos al diseño y aplicación de un Programa de Formación que desarrolla mediante un proceso de "inmersión" las modelizaciones geométricas y didácticas de los Van Hiele antes de su aplicación a los alumnos por los profesores participantes.

El Programa de Formación tiene como propósito conocer y ampliar la cognición geométrica y didáctica de los participantes desde la práctica misma, como un elemento necesario para la posterior implementación de determinadas unidades de aprendizaje con sus propios alumnos, es decir, para que actúen con coherencia en la toma de decisiones al implementar las diferentes actividades con sus alumnos. Asimismo, a efectos de analizar ventajas e inconvenientes del Programa de Formación relacionado con su validez y adecuación así como sus limitaciones y alcance, se evalúa en consecuencia lo concerniente al diseño, desarrollo y resultado de su aplicación.

En este marco, nuestra investigación tiene dos propósitos: observar la mejora o no de la calidad del proceso de planificación de la enseñanza de la Geometría desde la perspectiva de Van Hiele, así como determinar las condiciones en la que se produce la mejora. Igualmente nos planteamos extraer información de las competencias didácticas puestas en práctica por un grupo de profesores de Matemáticas en activo, antes y después de un Programa de Formación que utiliza las modelizaciones de Van Hiele.

En consecuencia la investigación se propone responder a diferentes interrogantes en dos ámbitos relacionados y diferenciados: competencias didácticas y evaluación de un Programa de Formación.

En relación con las competencias didácticas nos proponemos dar respuesta a diferentes cuestiones de carácter cognitivo, curricular y de la práctica docente, relativas al aprendizaje realizado por los profesores en activo que participan en el Programa de Formación.

¿Cuál es el nivel de competencias didácticas iniciales de los profesores participantes en el Programa de Formación?

¿Cuál es el nivel de competencias didácticas referidas a las modelizaciones de Van Hiele de los profesores participantes al Programa de Formación, una vez finalizado el mismo?

¿Cuál es el nivel de aplicación de las modelizaciones de Van Hiele en sus prácticas docentes en Matemáticas, una vez finalizado el Programa de Formación?

¿Qué tipo de dificultades encuentran los profesores participantes al Programa de Formación para implementar las modelizaciones que derivan de Van Hiele?

¿Qué aspectos relevantes de las competencias didácticas caracterizan a un profesor de Matemáticas para que pueda desarrollar, con éxito, una propuesta de enseñanza-aprendizaje desde la propuesta de los Van Hiele?

En relación con la evaluación del Programa de Formación, nuestra intención era aportar información para mejorar el diseño y el contenido del mismo así como para tomar decisiones sobres sus futuras aplicaciones.

En consecuencia nos propusimos dar respuestas a diferentes preguntas de investigación:

¿Qué predisposición manifiestan los profesores en ejercicio, después del Programa de Formación, ante las modelizaciones de Van Hiele en sus trabajos docentes en Geometría?

¿Cuál es el nivel de aplicación de los profesores en ejercicio de las modelizaciones de Van Hiele, desarrolladas en el Programa de Formación?

¿Cuál es la valoración del diseño del "Curso Guía" del Programa de Formación que hacen los profesores en activo, participantes en la experiencia didáctica?

A la vista de la delimitación del problema de investigación y de las cuestiones planteadas nos propusimos los siguientes objetivos generales:

- Diseñar, implementar y evaluar un Programa de Formación de profesores de Matemáticas, en activo, que utiliza las competencias didácticas que derivan de las modelizaciones de Van Hiele.
- Analizar las competencias didácticas de los profesores en activo, antes y después de cursar el Programa de Formación.
- Analizar la predisposición de los profesores en activo hacia el uso de las modelizaciones de Van Hiele, después de cursar un Programa de Formación.

En relación a los objetivos generales nos formulamos las siguiente hipótesis o conjeturas.

- La combinación de los test de Usiskin y Jaime es apropiada para mostrarnos el nivel de pensamiento geométrico de los profesores que participan en el Programa de Formación y los alumnos que trabajan las unidades de aprendizaje diseñadas.

- Las modelizaciones de Van Hiele serán asumidas por el profesorado en activo, desde Programas de Formación de calidad que incluyan la práctica (inmersión) como parte esencial del mismo.

- Las categorías de análisis que derivan del enfoque Lógico-Semiótico son adecuadas para analizar las competencias didácticas de los profesores en activo que participan en las experiencias didácticas.

Los objetivos generales se desglosan en los siguientes objetivos específicos:

- Diseñar las componentes básicas de un Programa de Formación de profesores en activo en Geometría que admite las modelizaciones de Van Hiele como apropiadas en el que se combinen conocimientos matemáticos y conocimientos didácticos matemáticos relativos al modelo.

- Elaborar instrumentos metodológicos que permitan analizar la formación de profesores en activo.

- Determinar las competencias didácticas de un profesor de Matemáticas que faciliten la implementación en el aula de unidades de aprendizaje de Geometría basadas en el modelo de Van Hiele.

- Identificar y caracterizar las competencias didácticas iniciales de los profesores participantes al Programa de Formación.

- Identificar y caracterizar las competencias didácticas finales de los profesores participantes en el Programa de Formación.

- Evaluar el diseño y desarrollo de un Programa de Formación de profesores en activo que utiliza el método de "inmersión" como una estrategia fundamental.

- Evaluar los resultados obtenidos con un programa específico de formación de profesores en activo.

1.6 Racionalidad del estudio y su justificación

Una vez presentado en los apartados anteriores, el contenido de la investigación, con su correspondiente marco teórico, aportamos nuevos argumentos para el análisis de la racionalidad del estudio y su justificación.

En este apartado mostramos brevemente aspectos de la racionalidad del estudio y su justificación desde el currículo y desde lo cognitivo.

A nivel curricular

Para justificar a nivel curricular nuestra investigación, analizamos las relaciones entre la Geometría, los profesores, y la Reforma Educativa.

La Geometría es una parte importante en la que creemos que se debe poner mucho énfasis, pues sabemos que su aprendizaje, en general, representa un período a estudiar para un buen número de profesores y alumnos, pero, al mismo tiempo, se puede considerar como una de las partes de la Matemática que influye considerablemente en el aspecto formativo de su propia actividad, favoreciendo la intuición y razonamiento espacial de los alumnos, el razonamiento intuitivo de los mismos y sus métodos. Entendemos que el razonamiento espacial consiste en el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales, las relaciones entre ellos y las transformaciones son construidos y manipulados. También incide de manera especial en la construcción del conocimiento matemático en su etapa final, generalización y formalización, teniendo en cuenta que la formalización, el rigor, la coherencia, la ausencia de ambigüedad y las otras características del conocimiento matemático, no son el punto de partida, sino más bien, el punto de llegada de un largo proceso de construcción.

Precisamente por ser la Geometría un contexto privilegiado de planteamientos de problemas y situaciones de investigación, los procedimientos y estrategias generales que se desarrollan en la etapa de

Secundaria Obligatoria tienen una importancia especial en el Bloque 3 (MEC, 1989).

Al interés tradicional por transmitir los conocimientos científicos se ha unido en los últimos años una preocupación creciente por los métodos de enseñanza/ aprendizaje. La razón de ello está, por una parte, en el escaso rendimiento escolar que obtiene esta disciplina, y, por otra, en la incidencia probada que los métodos ejercen en los procesos de enseñanza/aprendizaje, y esto en el tema que nos ocupa es esencial: La Geometría.

Las dificultades asociadas a la implementación de un currículo innovador son de naturaleza diversa. Unas son de tipo extracurricular que tienen que ver con aspectos económicos, sociales, sindicales, etc.; otras son de origen macrocurricular que afectan a la institución escolar, al profesorado y a los alumnos, y, otras son de procedencias microcurriculares que afectan a los contenidos y a su organización.

Nuestra investigación pretende aportar una Propuesta Curricular acerca de algunos tópicos de Geometría donde es posible analizar dificultades y potencialidades que se dan en su implementación en la Educación Primaria y Secundaria Obligatoria de un currículo de Geometría basado en la Teoría de los Van Hiele, así como los cambios en la epistemología del profesor, que surgen a partir de un trabajo de inmersión realizado en el desarrollo de una secuencia didáctica sobre Ángulos, Medida de Ángulos y Giros.

Las investigaciones sobre Geometría desde la perspectiva de Van Hiele han insistido más en una estructura y organización de los contenidos y en una mejor comprensión de los conocimientos y comportamiento de los estudiantes (Clements y Battista, 1992; Jaime, 1993), que en los problemas que surgen al implementar un currículo desde la perspectiva del profesor.

Se elaboró un diseño específico de intervención para el último curso del tercer ciclo de Educación Primaria y el primero de ESO, que pretende colaborar en la mejora del aprendizaje de la Geometría mediante la superación de dificultades y obstáculos para la consecución de los distintos niveles de razonamiento geométrico.

A nivel cognitivo

Es importante que el profesorado analice los contenidos de la Geometría en términos de niveles de razonamiento.

De ahí que en nuestro trabajo se hayan establecido unas categorías de análisis que nos indiquen los cambios habidos en ciertos aspectos epistemológicos, centrado fundamentalmente en el estado de opinión de los profesores. Asimismo se analizaron las intervenciones en el aula desarrollando la misma secuencia, con la intención de contrastar resultados.

Intentamos averiguar, además, las causas que provocan que alumnos tengan o hayan mostrado dificultades en el desarrollo del pensamiento geométrico, ¿Qué ocurre? ¿Por qué aparecen tantos errores sistemáticos en grupos de alumnos? ¿No podría ocurrir que el sujeto estuviera generalizando sus estrategias y no construyera otras nuevas y adecuadas para su enfrentamiento con la Geometría? ¿Qué se pretende? ¿Que el sujeto sepa enfrentarse a cualquier situación geométrica, o que se aprenda una serie de conceptos, fórmulas y las aplique en cualquier situación en que sea adecuado hacerlo? Lógicamente, la primera alternativa, que le permitirá además generar otras situaciones donde ese esquema pueda ser relacionado con otros.

¿No podría ser que se le esté prestando una excesiva atención al contenido matemático y no se le esté prestando atención alguna a los esquemas geométricos, que el alumno debe construir para poder asimilar esos contenidos? Si esto es así, ¿qué factores podrían influir en el rendimiento de un alumno de que se enfrenta por primera vez a un lenguaje como es el geométrico? ¿Solamente la intuición del sujeto? ¿La actitud que él tiene? o ¿Su capacidad intelectual?

Dos serían esencialmente las implicaciones didácticas derivadas de esta investigación, una relativa a las relaciones entre los niveles de desarrollo y de razonamiento geométrico y la otra relativa a la toma de decisiones necesarias para implantar un currículo de Geometría en términos de Van Hiele.

Si existiera relación entre niveles de desarrollo y razonamiento geométrico habría necesidad de modificar los objetivos instruccionales, los materiales y las actividades, es decir, habría que fomentar un cambio curricular que se adecuara a los niveles cognitivos de los estudiantes, de manera que éstos mejoraran a través de los niveles de razonamiento geométrico adecuados, mediante el diseño de instrucción elaborado por los Van Hiele.

La Geometría puede jugar un papel más determinante en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, si además de colaborar en el desarrollo de la intuición espacial y de su utilidad práctica, establece patrones de razonamientos en situaciones geométricas que puedan ser extrapoladas a situaciones no geométricas, es decir, si permite desarrollar una actividad mental que tienda a analizar situaciones, a generalizar relaciones, a cuestionar conjeturas, a expresarlas clara y exactamente, etc., con ideas no geométricas al igual que con ideas geométricas.

La aceptación de la Teoría de Van Hiele tiene importantes implicaciones didácticas que pueden ser trasladadas al aula en las prácticas instruccionales diarias. Si observamos, por ejemplo, el Diseño Curricular Base propuesto por el MEC (1991) y concretamente el área de Geometría, podemos ver la importancia que se le da al aprendizaje de forma ordenada, lo que está de acuerdo con el modelo de enseñanza secuencial presentado por Van Hiele, es decir, acepta el principio de que el desarrollo del alumno en Geometría progresa pasando por determinados niveles de forma jerárquica. De esta manera, primero el alumno reconoce las figuras en su conjunto, para luego analizar las propiedades de la misma, viendo más tarde las relaciones entre las figuras, para hacer finalmente deducciones simples, así el conocimiento geométrico de los alumnos pasa por la exploración, la descripción y finalmente, la demostración.

CAPÍTULO II: ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

2.1 La Geometría en el currículo de Matemáticas

El papel jugado por la Geometría en el currículo escolar de la enseñanza obligatoria ha sido probablemente uno de los aspectos más discutidos en las últimas décadas por la comunidad de educadores matemáticos. Existen posturas contradictorias en relación con esto, desde las que han preconizado una enseñanza de acuerdo al sistema formal de la misma, hasta las que han creído que ha sido precisamente esta postura la que ha llevado al fracaso de su aprendizaje. Para Freudenthal (1973, p. 403), *"la Geometría es aprehender el espacio....ese espacio en el que vive, respira y se mueve el niño. El espacio que el niño debe aprender a conocer, explorar, conquistar, para poder vivir, respirar y moverse mejor en él"* y señala también que mostrar la Geometría como un sistema deductivo es precisamente lo que conduce al fracaso ya que no tiene razón de ser "la reinvención" del que la aprende lo que provoca, por consiguiente, en los alumnos la sensación de que es esta una ciencia impuesta por el profesor. Sin embargo, en estos momentos existe un amplio consenso sobre cómo debe ser la Geometría en los niveles básicos, Gaulin, 1986, sugiere que: *"se debe intentar elaborar un currículo acorde con las posibilidades de los niños y de forma que desarrolle la intuición espacial y adquieran unos conceptos que, más tarde, les serán presentados de forma sistemática y formal",* consiguiendo con ello una base sólida que permita al alumno profundizar en los conceptos y procedimientos de la Geometría básica para el alumno.

Es sabido que la escuela tradicional relegó la Geometría a los aspectos métricos (aritmetización) y a una introducción a la Trigonometría, caracterizándose por una fuerte tendencia a la resolución automática de problemas. Los intentos de introducir alguna axiomática fracasaron al no ser comprendido el sentido de ésta por parte de los alumnos que, en el mejor de los casos, se limitaban a memorizar axiomas y propiedades. En el aspecto algebraico se puso el énfasis en la resolución de ecuaciones y sistemas, relegando a un segundo plano su interés geométrico.

Los cambios importantes de finales del siglo XIX y principios del XX que llevaron al formalismo matemático propiciaron, en muchos miembros de la comunidad matemática, la idea de que aquello que había clarificado los problemas de fundamentos debía introducirse en las Matemáticas escolares, con lo que se conseguiría el deseable acercamiento de la Matemática Universitaria a la Enseñanza no Universitaria.

Así, en el año 1959, se celebró el conocido Coloquio de Royaumont, convocado por la Organización Europea de Cooperación Económica (OECE) con el objeto de promover una reforma de los contenidos y de los métodos de enseñanza de las Matemáticas. Finalizado dicho coloquio, la OECE convocó a unos expertos que elaboraron el denominado *Programa Moderno de Matemáticas para la Enseñanza Secundaria*, manifiesto ideológico de los defensores del movimiento de la *Matemática Moderna*, guiados por el lema atribuido a J. Dieudonné de *Abajo Euclides*, que proponía la inclusión de la Teoría de Conjuntos y el Álgebra en la enseñanza elemental, en detrimento de la Geometría Axiomática (Euclídea) que hasta el momento representaba una gran parte de la Matemática Elemental.

Las estructuras algebraicas, las transformaciones isométricas y las relaciones de equivalencia, que constituían el lenguaje y los métodos de la Matemática actual ocuparon un lugar en la Matemática escolar (Papy, 1966). Debe señalarse que el propio Dieudonné se pronunció a favor de los cursos de Geometría Intuitiva *"con tal de que no se ponga el énfasis en juguetes artificiales como triángulos, sino en nociones básicas como la Geometría de las transformaciones"*, propugnada por F. Klein en su programa de Erlangen de 1872. Para los seguidores de la *Matemática Moderna*, el lenguaje matemático, las notaciones y el formalismo debían ser introducidos lo más pronto posible.

Para Nurzia (1986), Dieudonné, de una parte, no comparte la idea de una estrecha conexión entre las teorías Matemáticas y la realidad; y de otra, identifica la Geometría Euclidiana con el Álgebra Lineal.

Para Freudenthal (1973), el factor determinante para que se produjera el declinar de la Geometría en la enseñanza de las Matemáticas sería el haber descuidado los lazos de la Geometría con la realidad. Y añade:

"La estructura deductiva de la Geometría tradicional no ha constituido nunca un éxito didáctico convincente. La gente hoy piensa que la Geometría falló porque no era lo suficientemente deductiva; a mi parecer, falló porque no podía ser reinventada por el estudiante, sino sólo impuesta".

Freudenthal (1973) critica tanto la inclusión de la Geometría en el Álgebra Lineal como su presentación como un rígido esquema axiomático, dado que tales formas de enseñanza sólo pueden sofocar la Geometría, mientras que una didáctica satisfactoria permitiría:

"Enseñar a organizar un contenido, y lo que es organización; enseñar a conceptualizar, y lo que es un concepto; enseñar a deducir, y lo que es una deducción; enseñar a definir, y lo que es una definición; distinguir por qué algunas organizaciones, deducciones, definiciones, son mejores que otras".

En nuestro país, la Ley General de Educación de 1971 presentó unos programas de Matemáticas en los que se incluían los distintos aspectos propios de aquella Matemática Moderna que ya había sido eliminada en algunos países europeos, dado el fracaso que su implantación en los mismos había provocado.

En palabras de Miguel de Guzmán (1983), la Matemática Básica de dichos programas estaba constituida por "unos cuantos acertijos aislados cuya relación con la Matemática tal vez consista para los niños en que se pueden expresar con unas palabras mágicas que además tienen su traducción cabalística en símbolos misteriosos".

En cuanto a la Geometría, las rectas representan conjuntos de puntos, los triángulos son intersecciones de tres semiplanos, se habla de isomorfismos entre ángulos y arcos y se definen los segmentos como clases de equivalencia, etc. Ello motivó que A. Z. Krygowska manifestara en la XXVIII reunión de la Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas (CIEAEM) de 1976 que *"la desaparición de la Geometría de Euclides, en su forma clásica, ha eliminado de los programas la mayor parte de los problemas interesantes",* indicando que *"se echa en falta la Geometría que daba la oportunidad de hacer una verdadera investigación, desarrollar estrategias y métodos diferentes".*

De hecho, el papel fundamental que debe jugar la Geometría en la enseñanza de las Matemáticas ha sido evidenciado por un buen número de prestigiosos especialistas. Así, Thom (1978) considera que en el ámbito de la enseñanza de las Matemáticas, la Geometría representa una fase esencial que no puede ser suprimida sin riesgo de comprometer el aprendizaje de la materia completa. Esto deriva principalmente de dos consideraciones:

a) El continuo geométrico representa una noción primordial que no puede derivarse de otras nociones.

b) El lenguaje geométrico desempeña una función intermedia entre la del lenguaje ordinario y la del lenguaje matemático formalizado, en el ámbito de la elaboración conceptual (simulación) de los procesos del mundo externo.

En relación con la Geometría Euclidiana, el mismo autor, indica que ésta representa una fase insustituible en el desarrollo de la racionalidad humana, puesto que constituye un paso obligado en el proceso que, del lenguaje ordinario, conduce al formalismo matemático en el que *"cada objeto está reducido a un símbolo y el grupo de las equivalencias está reducido a la identidad del símbolo escrito con el símbolo mismo. Desde este punto de vista, el estadio del pensamiento geométrico puede ser un estadio imposible de omitir en el desarrollo de la actividad racional del hombre"*.

Más adelante, en nuestro país, las directrices del MEC dieron lugar a los Programas Renovados de la Educación General Básica, promulgados en 1982, que intentaban corregir tímidamente algunos de los errores que aparecían en los programas anteriores. Así, se reducían contenidos de la Teoría de Conjuntos y reaparecían contenidos geométricos, si bien no planteaban elementos realmente renovadores.

Aún con la implantación parcial de esta reforma, los contenidos de Geometría continuaron (y en muchos casos aún siguen) siendo postergados por los profesores de EGB, limitándose éstos en muchos casos a promover, de forma casi exclusiva, la memorización de fórmulas para el cálculo de áreas y volúmenes de algunas figuras, que los alumnos no tardan en olvidar. Ello contrasta con el estudio eminentemente analítico de elementos geométricos que los alumnos ni siquiera conocen desde un punto de vista intuitivo, que se realizó en el BUP.

Desde principios de la década de los 80, con la creación de Sociedades de Profesores, celebración de Congresos, Simposios, etc., sobre Didáctica de las Matemáticas, muchos profesores de Matemáticas de todos los niveles empiezan a tomar en consideración la necesidad de modificar no sólo los contenidos, sino también los métodos de enseñanza de las Matemáticas y por ende de la Geometría a la que destacados didactas no dudan en atribuir un valor altamente formativo.

Así, Krygowska (1980) indica que la Geometría introduce al alumno en un campo muy extenso de nuevas ideas, le libera la imaginación y la intuición y le abre nuevas perspectivas. La Topología y las Transformaciones revitalizan el papel de la Geometría en la educación.

La moderna enseñanza de las Matemáticas no debe eliminar la Geometría puesto que los nuevos puntos de vista la hacen más rica que antes. Aclara, al igual que en su momento lo hiciera Dieudonné, que el grito *Abajo Euclides*, pronunciado por éste en el citado Congreso de Royaumont, perseguía no la eliminación de la Geometría Euclídea, sino la forma anticuada de enseñarla (tradicional desde Euclides), que ya no tiene vigencia.

Como matemática, dicha autora da una respuesta negativa a la pregunta sobre si tiene sentido hoy día considerar una parte independiente de la Matemática que se llama Geometría; sin embargo, a la pregunta sobre si debemos enseñar Geometría responde categóricamente que sí.

Por su parte, Lluis (1982), del Instituto de Matemáticas de la UNA de México, considera la Geometría como la disciplina más adecuada para desarrollar la capacidad de razonamiento del alumno y despertar su interés por las Matemáticas en todos los niveles. Así, en el nivel más elemental, las simples figuras geométricas ya inspiran en él un agradable sentido de estética, de simetría, de regularidad y de belleza. En los siguientes niveles, cuando el alumno ya es capaz de realizar razonamientos lógicos, la Geometría le permite aclarar perfectamente el significado de una demostración matemática, al poder analizar paso a paso los razonamientos seguidos. Más adelante, los problemas que se plantean en Geometría proporcionan el mejor medio para que el alumno perfeccione sus facultades de investigador, es decir, que intuya resultados aún desconocidos para él y los demuestra con todo rigor.

Añade este autor que

"estas excepcionales cualidades de la Geometría se deben esencialmente a

la imagen que nos formamos de los conceptos geométricos, los cuales son una excelente guía, tanto de la forma de intuir una propiedad, como de la demostración de la misma".

Concluye con la conocida frase de Atiyah, pronunciada en el III ICME de 1976, celebrado en Karlsruhe:

"Que en todos los niveles se utilice el pensamiento geométrico tan ampliamente como sea posible".

Laura Nurzia (1986) de la Universidad de Roma, recoge las opiniones expresadas por Atiyah en el citado Congreso. Para éste, la Geometría está presente como nunca en la Matemática de este siglo, puesto que muchos de los actuales problemas matemáticos son de naturaleza esencialmente geométrica porque derivan del estudio de problemas de mayores dimensiones que tienen un origen en el estudio de la Física. La Geometría no representa sólo una rama de la Matemática, sino que es, por encima de todo, un modo de pensar, presente en todos los sectores de ésta. Insiste Atiyah en la importancia de devolver a la Geometría el papel que le corresponde en la enseñanza, puesto que "la intuición geométrica permanece como el canal más poderoso para la comprensión matemática ".

De las consideraciones expuestas, se deduce la gran importancia que la Geometría y, en especial, el pensamiento geométrico, debe jugar en los niveles de la Enseñanza Obligatoria. Durante las décadas de los 80 y los 90, se hizo un gran esfuerzo para que la Geometría retomara dentro del currículo de la enseñanza obligatoria un papel importante tal y como señalan (Camacho y Morales, 1994). De este modo, En los *Estándares curriculares y de evaluación para la Educación Matemática* (NCTM, 1991c), se establecen para los diferentes niveles de enseñanza dos estándares de los 13 definidos para los niveles P-4 (Estándares 9 y 10) relacionados con la Geometría y de la misma manera, para los niveles 5-8, los estándares 12 y 13 son de Geometría.

En dicho documento se señala que:

El estudio de la Geometría ayuda a que el estudiante represente y le dé sentido al mundo. Los modelos geométricos proporcionan un punto de vista a partir del cual pueden los estudiantes analizar y resolver problemas, y las interpretaciones geométricos pueden contribuir a que se entienda mejor una representación abstracta (simbólica) (p. 115)

Los planteamientos propuestos en la LOGSE intentaron recoger en gran parte las aportaciones y experiencias de otros países. De este modo, y tanto para Educación Primaria como para Educación Secundaria, dos de los cinco Bloques de contenido de su Diseño Curricular Base, están dedicados a Geometría.

En relación con la Geometría en la Educación Primaria existen diversas opiniones acerca de cuáles deben ser los objetivos de su enseñanza-aprendizaje; sin embargo, todos parecen estar de acuerdo en que ésta debe ser una parte relevante de las Matemáticas a tratar en este nivel.

A pesar de no existir acuerdo general sobre los objetivos de la Geometría en la Educación Primaria, se destacan dos esenciales, sobre los que consideramos que hay un mayor consenso. En primer lugar, la Geometría debe ayudar a familiarizar a los alumnos con el espacio, dándoles oportunidades para explorar el espacio ambiente tridimensional. El entorno del niño está lleno de formas geométricas, cuerpos y figuras. Sus movimientos, sus deformaciones, sus proyecciones, etc., permiten aplicar y abstraer progresivamente conceptos y propiedades geométricos fundamentales en tres y dos dimensiones conectadas a su medio ambiente. La casa, la escuela y los espacios en los que se mueve el niño ofrecen multitud de objetos con diferentes formas geométricas. Sus juegos están también relacionados con figuras y cuerpos geométricos que se realizan en el plano y en el espacio. Todo ello debe favorecer la comunicación sobre aspectos geométricos que permita aumentar en los alumnos su intuición en este campo.

En segundo lugar, debe preparar a los alumnos para un posterior aprendizaje más organizado de la Geometría en la Enseñanza Secundaria, aprovechando la Educación Primaria para aproximar a los alumnos a una serie de ideas geométricas fundamentales de manera informal.

Hans Freudenthal (1973) responde a la pregunta ¿qué es Geometría?, y refiriéndose a los núcleos de la enseñanza obligatoria dice:

"Lo importante es que las Matemáticas estén estrechamente ligadas a la realidad cuando se aprenden. Ningún otro método puede garantizar, en general, una influencia duradera de las Matemáticas en el estudiante. Los matemáticos no olvidamos nuestras Matemáticas porque son nuestra principal ocupación. Lo que no tiene relación con nuestro mundo vital se desvanece de la memoria. Para la mayoría, las Matemáticas no pueden ser una meta; los fragmentos de Matemáticas aprendidos de forma deslabazada se olvidan y así terminan por no tener influencia alguna".

En otro apartado comenta:

"La Geometría solo puede tener sentido si explota su relación con el espacio vivenciado. Si el educador elude este deber, desperdicia una ocasión irrecuperable. La Geometría es una de las mejores oportunidades que existen para aprender a matematizar la realidad. Es una ocasión única para hacer descubrimientos. Los descubrimientos realizados por uno mismo, con las propias manos y con los propios ojos, son más convincentes y sorprendentes. Hasta que de alguna forma se pueda prescindir de ellas, las figuras espaciales son una guía indispensable hacia la investigación y el descubrimiento".

Este pensamiento sobre la Geometría es aceptado de manera general y pone de manifiesto que la manipulación dinámica de objetos es lo que permite hacer descubrimientos propios geométricos, y partiendo de esos objetos físicos construir mentalmente los objetos matemáticos correspondientes.

Por ello la enseñanza de la Geometría debe partir de materiales concretos que rodean al alumno, es decir, de los cuerpos en el espacio.

Una buena reflexión sobre los contenidos geométricos y su forma de abordarlo es la que ofrece el diseño Curricular Base de Primaria (MEC, 1989; BOC, 1993) con relación al bloque: Formas Geométricas y situación en el espacio, cuyas ideas más relevantes comentamos a continuación.

Los contenidos geométricos contribuyen, especialmente, al desarrollo de capacidades de organización y orientación espacial, de gran importancia para el alumnado desde el comienzo de la escolaridad. Por esta razón, y para considerar las posibilidades de su tratamiento, parece indicado señalar la Geometría como uno de estos puntos concretos de las Orientaciones Didácticas.

El estudio de la Geometría se ha dejado casi siempre para el final de los programas de todos los niveles y no se le ha dado la importancia que merece, a pesar del interés que pueden despertar en los niños los temas geométricos, de la facilidad manipulativa a la que se prestan, del carácter lúdico que se les puede impregnar y de la interrelación de estos contenidos con otros matemáticos y de otras áreas. A menudo, los aprendizajes de Geometría se han basado, casi exclusivamente, en un estudio memorístico de áreas, volúmenes, definiciones geométricas, y en construcciones de tipo mecanicista y completamente descontextualizadas.

El entorno del niño está lleno de formas geométricas: en su casa, en la escuela y en otros espacios en los que se mueve hay multitud de objetos con formas geométricas (paredes, puertas, ventanas, mesas, libros, lápices, etc.); sus juegos están relacionados con figuras y cuerpos geométricos (balones, tres en raya, parchís, ajedrez, etc.), y se mueve en el plano y en el espacio describiendo líneas.

Este entorno próximo y familiar para el niño facilita el estudio de la

Geometría desde el comienzo de la escolaridad, por la motivación e interés que puede despertar y por ser fuente inagotable de objetos susceptibles de observación y manipulación.

Los contenidos geométricos deberán tratarse desde el comienzo de la etapa a partir de la curiosidad que el niño tiene por descubrir los objetos que le rodean y las relaciones que existen entre ellos. El maestro deberá buscar situaciones reales o imaginarias que sean familiares para el niño (recorrido más corto, instrucciones de desplazamiento, formas de objetos conocidos...). En el estudio de elementos del plano, polígonos y cuerpos geométricos, las actividades serán de reconocimiento en el espacio y manipulativas, como plegado, recorte y modelado, sin entrar en la formalización de los conocimientos o en fórmulas Matemáticas con alguna excepción al final de la etapa (por ejemplo, el área del rectángulo).

Los contenidos geométricos interrelacionan los diferentes contenidos matemáticos y están en estrecha relación con las demás áreas de la Educación Primaria, especialmente con el "Conocimiento del Medio" y con el área de Educación Artística. A través de actividades apropiadas el maestro podrá verificar el grado de adquisición de ciertos conocimientos, no solamente geométricos, sino también de medida, de números y operaciones, etc., así como de otras áreas del currículo.

2.2 Diferentes currículos de Geometría analizados desde la perspectiva de la Teoría de Van Hiele

Las investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de la Geometría han influido en la elaboración de los currículos de la enseñanza obligatoria en mayor o menor medida. En particular este es el caso de la Teoría de razonamiento geométrico propuesta por los Van Hiele, que aunque su primer esbozo surge en los años 50 (Van Hiele, 1957; Van Hiele-Geldof, 1957)) no es hasta los inicios de la década de los 80 cuando es utilizada a nivel mundial aunque en la Unión Soviética hubiese sido tomada como base para el diseño del currículum de Matemáticas de los años 60 (Wirszup, 1976). Desde los primeros años de la década de los 80 se desarrollaron tres proyectos de investigación que influyeron notablemente en los Estándares curriculares para la década de los 90 (véase Usiskin, 1982; Burguer y Shaughnessy, 1986; Fuys, Geddes y Tischler, 1998). La importancia de estas investigaciones queda reflejada en los Estándares (NCTM, 1991c):

Hay evidencia de que el desarrollo de las ideas geométricas crece en progresión a través de toda una jerarquía de niveles. Los estudiantes aprenden primero a reconocer formas enteras (Nivel 1) *y después a analizar las propiedades más características de una figura* (Nivel 2*). Más tarde llegan a ver las relaciones entre figuras y elaborar deducciones simples* (Nivel 3). *El proceso de enseñanza-aprendizaje ha de considerar dicha jerarquía ya que, aunque pueda darse un aprendizaje en varios niveles de forma simultánea, el aprendizaje de conceptos y estrategias más complejas requiere que las destrezas básicas estén firmemente asentadas* (pp. 48-49), indicándose además, en las consideraciones sobre el estándar 12 para los niveles 5-8, que:

Los estudiantes descubren relaciones y adquieren un sentido espacial al construir, dibujar, medir, visualizar, comparar, transformar y clasificar figuras geométricas. La discusión de ideas, formulación de conjeturas y comprobación de hipótesis son previas a la adquisición de enunciados precisos más formales. Durante este proceso, adquieren sentido las definiciones, se entienden las relaciones entre figuras y los alumnos se preparan a utilizar estas ideas para desarrollar argumentos informales (Nivel 3). *La exploración informal de la Geometría puede resultar apasionante y matemáticamente productiva para los estudiantes del ciclo medio. A este nivel, la Geometría debe centrase en la* *investigación y utilización de ideas y relaciones geométricas en lugar de en la memorización de definiciones y fórmulas* (p. 115).

Vemos con estas ideas, como se sugiere que la enseñanza y aprendizaje de la Geometría para los niveles P-8, debe tomar en consideración los tres primeros niveles de pensamiento geométricos de Van Hiele, de manera que a lo sumo el trabajo en el cuarto nivel debe ser desarrollado para los alumnos de 15-18 años (niveles 9-12), como se desprende de los siguientes párrafos:

...la Geometría sintética en la enseñanza secundaria no debe centrarse exclusivamente en el razonamiento y en la demostración deductiva. La misma importancia tienen el desarrollo continuado de las habilidades de percepción espacial de los estudiantes, la representación pictórica y la aplicación de ideas geométricas para describir y responder a cuestiones sobre fenómenos naturales, físicos y sociales (p. 166).

En los recientes "Principios y Estándares para la Matemática escolar" (NCTM, 2000), también la Geometría ocupa un lugar importante. Dos estándares curriculares para todos los niveles tienen relación con la Geometría, y la Teoría de los Van Hiele aparece implícita también en sus recomendaciones,

....La noción de construcción de la comprensión en Geometría a lo largo de los niveles escolares, desde un pensamiento informal hasta uno más formal, es consistente con la creencia de los teóricos e investigadores (Burguer y Shaughnessy, 1986; Van Hiele, 1986; Fuys, Geddes, y Tischler, 1998; Senk, 1989;) (p. 41),

quedando explicitado de la siguiente manera:

Las habilidades de razonamiento que los estudiantes desarrollan en los primeros grados les permitirán investigar problemas geométricos de mayor complejidad y estudiar así sus propiedades. A medida que van pasando del primer grado al segundo de Primaria, deben desarrollar de *forma clara y precisa la descripción de las propiedades de los objetos geométricos, clasificándolos por sus propiedades en categorías tales como rectángulos, triángulos, pirámides o prismas. Pueden desarrollar conocimientos acerca de cómo las formas geométricas se relacionan unas con otras y comienzan a relacionar argumentos geométricos referido a las propiedades de estas figuras.*

Los estudiantes de Geometría en los dos primeros grados de Primaria necesitan "pensar y hacer"; cuanto más clasifiquen, construyan, dibujen, modelen y midan, su capacidad de visualizar las relaciones geométricas se desarrollarán. Al mismo tiempo aprenden a razonar y hacer exámenes y logran justificar las conjeturas referidas a esas relaciones.

En los primeros cursos, los alumnos deberán clasificar y seleccionar objetos geométricos tales como triángulos o cilindros dándose cuenta de las características generales. En los cursos 1º y 2º deberían desarrollar figuras concretas para describirlas, razonando sobre las identificaciones y descripciones de las propiedades de las mismas y aprendiendo vocabulario específico asociado con esas figuras y cualidades.

Para consolidar sus ideas, los alumnos deberían dibujar y construir figuras, comparar y discutir sus características, clasificarlas y desarrollar y considerar definiciones sobre la base de las propiedades de las figuras, como por ejemplo que un rectángulo tiene cuatro lados y cuatro vértices.

En cuanto a los alumnos de los cursos medios comenzarían el estudio de la Geometría, con conocimientos básicos de puntos, líneas, planos y una variedad de figuras o formas bi o tridimensionales, experimentando visualmente y dibujando líneas, ángulos, triángulos y otros polígonos, e intuyendo sobre formas construidas con las que los alumnos han interaccionado tantos años (es decir, las figuras geométricas que están contenidas en los objetos con los que convivimos diariamente).

En la enseñanza media, las programaciones de Geometría basadas en *estas recomendaciones, nos recomiendan que los estudiantes investiguen las relaciones por medio del dibujo, visualización, medida, comparación, transformación y clasificación de objetos geométricos.*

La Geometría proporciona un rico contexto para el desarrollo del razonamiento matemático, incluyendo los razonamientos inductivos y deductivos, dando validez a conjeturas, y clasificando y definiendo objetos geométricos.

Teppo (1991), realiza un análisis detallado sobre las implicaciones de la Teoría de Van Hiele en los Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática, *basándose en el modelo de tres niveles reestructurado por Van Hiele (1986), esto es, considerando el Modelo en términos de tres niveles de pensamiento: "Visual" (Nivel 1), "Descriptivo" (Nivel 2) y "Teórico" (Nivel 3).*

Según Teppo (1991), en el modelo actual también estos niveles son alcanzados mediante el paso de diferentes períodos de aprendizaje, donde cada período se corresponde con las cinco fases primitivas. Durante cada período los estudiantes investigan objetos de estudio apropiados, desarrollan el lenguaje específico relacionado a estos objetos y trabajan en actividades de aprendizaje interactivo diseñadas para facilitarles el progreso al siguiente nivel de pensamiento. Tal y como señala P. Van Hiele, debe considerarse que *"La transición desde un nivel al siguiente no es un proceso natural; tiene lugar bajo la influencia de un programa de enseñanza - aprendizaje"* (Van Hiele, 1986, p. 50).

Ya hemos indicado en el Capítulo I que, en lo que se refiere a los aspectos instruccionales de la Teoría de Van Hiele, debe tenerse en cuenta que los estudiantes que se encuentran en un nivel de pensamiento determinado no pueden comprender la instrucción presentada para un nivel superior de pensamiento. Según Van Hiele (1986), *"ésta es la causa más importante de bajos resultados en la educación matemática"* (pág. 86). Los estudiantes deben pasar por un determinado período de aprendizaje, para ser capaces de desarrollar una comprensión apropiada de los conceptos matemáticos expresados en cada nivel. De esta manera los estudiantes desarrollarán en dicho periodo la habilidad para comprender y usar el pensamiento geométrico y la intuición.

Pasamos a continuación a sintetizar el análisis de los estándares curriculares que desarrollado por Teppo (1991). Nos resultó de gran utilidad para construir nuestro estudio sobre el currículo de nuestra Comunidad Autónoma. Los Estándares de Currículo y Evaluación enfatizan esta importancia del aprendizaje secuencial como fue expresado por los Van Hiele en el modelo instruccional (NCTM, 1989, p. 48). Por ejemplo en los grados 5-8: el Estándar 12, Geometría, para los grados 5-8 (p. 112) exige a los estudiantes: "*identificar, describir, comparar, y clasificar figuras geométricas; visualizar y representar figuras geométricas; explorar las transformaciones de las figuras geométricas; representar y resolver problemas usando modelos geométricos; comprender y aplicar las propiedades de la Geometría y sus relaciones".*

Las actividades de aprendizaje en los niveles 5-8 (que equivale en nuestro sistema educativo a los dos últimos cursos de la Educación Primaria y los dos primeros de la ESO) ayudan al desarrollo del pensamiento geométrico que comenzó en los grados K-4. Los estudiantes descubren aquí las relaciones geométricas, *"Las definiciones tienen sentido, las significativas relaciones entre las figuras son comprendidas, y los estudiantes están preparados para usar estas ideas para desarrollar la demostración informal de los argumentos"* (NCTM, 1989, p. 112), que son actividades propias del nivel 2 de pensamiento geométrico.

Según la Teoría de los Van Hiele, tal aprendizaje involucra actividades de ambos, el primer y segundo período de aprendizaje. Durante los cuatro cursos (hasta el cuarto grado), los estudiantes profundizan en sus conceptos de los objetos geométricos, investigan sus propiedades, y entonces proceden a investigar las relaciones entre éstas.

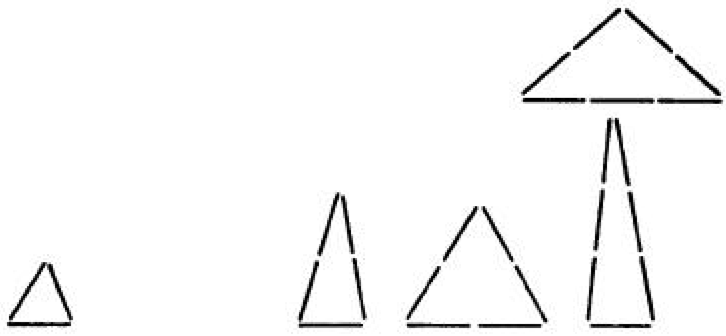
Tales actividades suministran una preparación esencial, para el estudio de Geometría en los niveles de la secundaria obligatoria y para el uso de procesos geométricos más formalizados.

Teppo (1991) utiliza en su estudio las siguientes actividades para ejemplificar la importancia de esta preparación previa, las cuales han sido extraídas de los Estándares Curriculares.

Ejemplo 1:

"*Tienes un montón de palillos de dientes del mismo tamaño; primero, toma tres palillos unidos por los extremos sobre el mismo plano ¿puedes formar un triángulo diferente? ¿qué clases de triángulos son posibles? Ahora toma 4 palillos y repite las preguntas. Después repite lo mismo con 5 palillos y así sucesivamente*" (NCTM, 1989, p. 113).

La siguiente tabla ayudará a organizar sistemáticamente los datos.



Nº de palillos de dientes	3	4	5	6	7
Es posible un triángulo	Sí	No	Sí	Sí	Sí
Nº de triángulos	1	0	1	1	2
Clase de triángulos	Equilátero		Isósceles	Equilátero	Isósceles

Ejemplo 2:

"*Une los puntos medios de las caras de varios cuadriláteros, ¿cómo es el área de la nueva figura con relación a la del cuadrilátero? ¿con qué cuadrilátero comenzarías para que la nueva figura fuera un rectángulo? ¿y un cuadrado?*" (NCTM, 1989, p. 114).

Actividades de esta naturaleza son necesarias cuando los alumnos alcancen el grado 9; sin una formación previa los alumnos no estarán en el nivel de pensamiento necesario para comprender los conceptos y las demostraciones formales de la Geometría propios de la etapa 9-12.

La Teoría de los Van Hiele de los niveles de pensamiento geométrico ha ayudado a focalizar la atención sobre la importancia de la formación geométrica en la Educación Primaria y Secundaria. El énfasis de esta teoría en la naturaleza secuencial del aprendizaje de la Geometría y la suposición de que un estudiante en el nivel n no puede comprender la instrucción presentada en el nivel n+1, pone de manifiesto que los estudiantes deberían comenzar las experiencias del aprendizaje por los niveles 1 y 2 y alcanzar este nivel 2 antes de que sean capaces de tener éxito cuando estudien los aspectos geométricos más complejos de los demás niveles educativos básicamente de nivel 3.

Basándonos en el trabajo realizado por Teppo con los Estándares Curriculares, en (Afonso, Camacho y Socas, 2002) se realizó un análisis desde la perspectiva de la Teoría de los niveles de pensamiento geométrico de los Van Hiele sobre el currículo de Geometría que proponen los programas oficiales vigentes en la actualidad, derivados de la LOGSE y de los programas anteriores procedentes de la LGE. Para este último caso, se estudia una editorial concreta intentando comparar dichos niveles con el enfoque que dicha editorial le da a los temas de Geometría.

En relación con la Geometría en los programas oficiales derivados de la Ley General de Educación de 1970, vamos a comentar un programa concreto (Programas Renovados de la EGB, R.D. 69/1981) propuesto por una de las editoriales (Barcanova) considerada como de las más innovadoras, en su momento, para los 8 niveles de la EGB (Barba y otros, 1982).

Hacemos, en lo que sigue, esta descripción del programa de Geometría manteniendo la estructura de cursos.

La propuesta de la Geometría en primer curso se hace en relación con los tópicos: "conocimiento y orientación en el espacio" y "elementos de la Geometría, topología y polígonos". El primero se refiere, sobre todo, a situaciones que implican problemas de lateralidad, y el segundo, intenta que el alumno adquiera la idea de polígono, lo que lleva consigo que ya haya aprendido a reconocer las líneas abiertas y cerradas.

En segundo curso, el alumno afianzará los contenidos de primero y se trabaja la noción de longitud y se inician las medidas de superficie. Se estudian las figuras planas desde lo general a lo particular.

En tercer curso, se parte de la manipulación, lo que hará posible la conexión con el mundo real.

En cuarto, al alumno, mediante la observación, manipulación, construcción e investigación, le deben quedar sentadas unas bases para en un futuro construir la parte complicada y abstracta de la materia, es decir, considerar que el alumno se encuentra en el nivel dos de Van Hiele.

En quinto, se estudia la medida en un bloque distinto del bloque de Geometría; es aquí cuando el alumno no sólo observa las figuras geométricas, sino que descubre las propiedades que estructuran los conceptos geométricos fundamentales. Se estudian los elementos geométricos principales de la Geometría del espacio en los prismas y en las pirámides, lo que nos indica que se supone que el alumno continúa trabajando en el nivel dos.

En sexto, el alumno utiliza la regla y la escuadra para dibujar, lo que le llevará al dominio del trazado de paralelas; reconoce la diferencia entre cómo es una figura en el espacio, cómo la ve y cómo la dibuja; se estudian los elementos básicos de las figuras, tales como aristas de un cubo y de un tetraedro, lo que indica que se está organizando la enseñanza para pasar al nivel tres, con alumnos de edades comprendidas entre los 11 y 12 años, en el sentido que se empiezan a realizar deducciones informales y las definiciones han sido establecidas como tales.

En séptimo, se comienza con la proporcionalidad geométrica y se presentan demostraciones informales del teorema de Thales y se trabaja con las escalas. Esto supone considerar que el alumno se encuentra en un tercer nivel de Van Hiele.

Ya en octavo curso de EGB, se entiende que el alumno está trabajando claramente en el tercer nivel de Van Hiele, pues se estudian las demostraciones de los Teoremas de Pitágoras, del cateto y de la altura con sus correspondientes fórmulas y aplicaciones.

Esta propuesta de organización de la Editorial, parece una apuesta tal vez elevada en contenidos, no adecuadamente graduada para pasar de un nivel a otro. Se pueden observar saltos en el paso de un curso a otro y además no existe una consideración global del aprendizaje de los conceptos geométricos en los términos que nos podrían describir las fases de aprendizaje consideradas en la Teoría de Van Hiele.

En segundo lugar, consideramos la Educación Primaria y tomamos como referencia la propuesta de la Comunidad Autónoma de Canarias en relación con el currículo de Geometría.

En el currículo de Educación Primaria (BOC: 548, DECRETO 46/1993, de 26 de marzo) se propone que la Geometría debe ser tratada de forma activa y dinámica, usando objetos de la vida diaria para que el niño desarrolle las capacidades espaciales. Continúan con estas actividades de aprendizaje en los últimos cursos de Educación Primaria, facilitando el desarrollo del pensamiento geométrico empezado en los primeros niveles de la misma.

En este sentido, en el Decreto anteriormente citado, señala que:

"Los aspectos estructurales de formalización y abstracción que, por su complejidad, escapan a las posibilidades de comprensión del alumnado de esta etapa, deberán plantearse de forma intuitiva y práctica en las actividades escolares y extraescolares, convirtiéndose en objeto de atención especial de la enseñanza y aprendizaje, iniciándose así el camino que va desde la reflexión sobre la propia actividad hasta los niveles más abstractos y formales, que quedan para una etapa posterior"

destacando así el carácter jerárquico y ordenado, característico de la Teoría de Van Hiele; en definitiva, se observa en este párrafo que en el DCB se destaca la importancia que se le da al aprendizaje de una forma secuenciada que sugieren los Van Hiele; el desarrollo de la Geometría progresa en el alumno atravesando determinados niveles de forma graduada, puesto que primero el alumno reconoce las figuras en su conjunto para luego analizar las propiedades de la misma, observa más tarde las relaciones entre las figuras y luego hace deducciones simples. En este sentido, el conocimiento geométrico de los alumnos pasa por la exploración, la descripción y finalmente la demostración.

Siguiendo con este análisis, en la propuesta del MEC, referida a los criterios de evaluación en el primer ciclo de Educación Primaria, observamos que se propone que el alumno para pasar al siguiente Ciclo debe:

"reconocer en el entorno objetos y espacios con formas rectangulares, triangulares, circulares, cúbicas y esféricas, y definir la situación de un objeto en el espacio y de un desplazamiento en relación a sí mismo, utilizando los conceptos de izquierda-derecha, delante-detrás, arriba-abajo y proximidad-lejanía"

es decir, se espera que los alumnos sean hábiles para dibujar, reconocer, clasificar figuras, mediante la manipulación y exploración del mundo que les rodea, con lo que desarrollan el sentido espacial; podemos considerar que en este criterio de evaluación se requiere como aspecto fundamental que el estudiante alcance en el primer ciclo el nivel 1 de pensamiento geométrico propuesto en la Teoría de Van Hiele.

En el segundo ciclo de Primaria el alumno, para pasar al Ciclo siguiente, en el ámbito de la Geometría, debe ser capaz de:

"*reconocer y distribuir formas y cuerpos geométricos del espacio en el que se mueve (polígonos, círculos, cubos, prismas, pirámides, cilindros y esferas)", y "realizar e interpretar una representación espacial (croquis de un itinerario, plano, maqueta) tomando como referencia elementos familiares y estableciendo relaciones entre ellos",* es decir, los alumnos deben resolver actividades basadas en las propiedades de las figuras, y describir las formas y los cuerpos utilizando los elementos básicos, como lado, ángulo, vértice,..., lo cual es importante para que en el futuro sea capaz de clasificar los problemas de Geometría según un modelo y de hacer demostraciones geométricas; ello nos pone de manifiesto que el alumno ha de acercarse hacia un nivel de razonamiento geométrico equivalente al segundo nivel de Van Hiele.

En el tercer ciclo de Primaria, los alumnos deben superar el criterio: "*clasificar formas y cuerpos geométricos dando razones del modo de clasificación*", y *"utilizar las nociones geométricas de simetría, paralelismo, perpendicularidad, perímetro y superficie para describir y comprender situaciones de la vida cotidiana",* es decir, los alumnos deben identificar figuras geométricas, describirlas, compararlas y clasificarlas; luego, deben ser capaces de visualizar y representar figuras geométricas, explorar las propiedades y transformaciones de las mismas, representar y resolver problemas usando modelos geométricos. Podemos decir que los alumnos están trabajando para consolidar el nivel dos antes mencionado, mediante las actividades que les proporciona un campo que les permite investigar las relaciones entre las propiedades de las figuras. Todas estas actividades les ayudarán en los estudios que más adelante, en la Enseñanza Secundaria Obligatoria, harán sobre los conceptos geométricos. También podemos observar en este último ciclo de la Enseñanza Primaria que se deben proponer a los alumnos actividades que les facilitarán en un futuro, hacer las demostraciones informales propias del nivel 3 y comprender conceptos de Geometría que involucran relaciones más complicadas. El DCB destaca la importancia de una instrucción geométrica gradual para la Educación Primaria, lo que lleva consigo una necesidad de secuenciar los conceptos de Geometría en la línea de lo propuesto por Van Hiele teniendo en cuenta que un alumno de un ciclo determinado no podrá comprender la instrucción del ciclo siguiente si no ha consolidado la comprensión de los elementos propios del ciclo anterior. En este sentido, un alumno del tercer ciclo de Primaria debe haber adquirido las destrezas y conceptos propios del ciclo para poder afrontar con éxito, las tareas que se le proporcionarán en un futuro, cuando se encuentre en la Educación Secundaria.

En segundo lugar, consideramos la Educación Secundaria Obligatoria, y nuevamente tomamos como referencia la propuesta de la Comunidad Autónoma de Canarias. En el currículo de Educación Secundaria Obligatoria (BOC. 109, DECRETO 310/1993, de 10 de diciembre), se dice que:

"es preciso, por tanto, que el currículo refleje el proceso constructivo del conocimiento matemático, tanto en su progreso histórico, como en su apropiación por el individuo. La formalización y estructuración del conocimiento como sistema deductivo no es el punto de partida, sino más bien un punto de llegada de un largo proceso de aproximación a la realidad, de construcción de instrumentos intelectuales

eficaces para interpretar, representar, analizar, explicar y predecir determinados aspectos de la realidad"
estas ideas, que aparecen implícitas en el documento, se acercan a una consideración del aprendizaje de la Geometría, teniendo en cuenta las fases de aprendizaje de Van Hiele.

En relación con el lenguaje indica que:

"El lenguaje específico de la Matemática con sus características propias, nos sirve de ejemplo para confirmar, de acuerdo con la naturaleza de la Geometría, que su aprendizaje implica la capacidad de utilizar el lenguaje apropiado en la elaboración y comunicación de conocimientos"
lo que coincide con una de las propuestas característica del modelo de Van Hiele en relación con la importancia que tiene considerar que cada nivel de pensamiento geométrico, tiene su propio lenguaje, términos, etc.

En relación con la propiedad básica del modelo que considera que el aprendizaje tiene un carácter secuencial y que se destaca en el modelo instruccional de los Van Hiele, el citado decreto indica:

"En el transcurso de la Educación Secundaria Obligatoria, los alumnos y alumnas prosiguen un proceso de construcción del conocimiento matemático que se ha iniciado en la Educación Primaria. Se introducen nuevas relaciones, conceptos y procedimientos, ampliando el campo de reflexión matemática; se utilizan nuevos algoritmos, de creciente complejidad; se exploran nuevas aplicaciones. Todo ello mientras se enriquecen y profundizan las nociones y procedimientos introducidos en la etapa anterior. El desarrollo de la competencia cognitiva general del alumnado, en estas edades, y, en concreto, la posibilidad de llevar a cabo razonamientos de tipo formal abre nuevas posibilidades para avanzar en el proceso de construcción del conocimiento matemático, asegurando mayores niveles de abstracción, simbolización y formalización".

Análogamente, en la propuesta del MEC referida a la Educación

Secundaria Obligatoria en Geometría y tomando como referencia los criterios de evaluación, observamos en relación con el primer ciclo (12-14 años), los alumnos deben:

"identificar las características geométricas de las formas planas y los cuerpos que permitan describirlos con la terminología adecuada y descomponerlos en las figuras elementales que los forman, estableciendo relaciones entre ellas", "interpretar representaciones planas sencillas de espacios y objetos, y obtener información sobre algunas de sus características, como distancias, direcciones, etc., a partir de dichas representaciones", "utilizar la relación de proporcionalidad numérica y geométrica para la obtención de cantidades y figuras proporcionales a otras", e "identificar y describir regularidades, pautas y relaciones conocidas en conjuntos de números y formas geométricas similares"

Destacando con ello que los conocimientos que deben alcanzar los alumnos de este nivel educativo deben ser propios de un nivel de razonamiento geométrico de transición entre los niveles 2 y 3.

En el segundo ciclo de la ESO (14-16 años), los alumnos deben: *"utilizar los conceptos de incidencia, ángulos, movimientos, semejanza y medida en el análisis y descripción de formas y configuraciones geométricas", "interpretar representaciones planas (esquemas, planos, mapas, etc.) de espacios y objetos y obtener información sobre sus características geométricas (medidas, posiciones, orientaciones, etc.) a partir de dichas representaciones, utilizando la escala cuando sea preciso", e "identificar relaciones de proporcionalidad numérica y geométrica en situaciones diversas y utilizarlas para el cálculo de términos proporcionales y razones de semejanza",*

con lo que se espera que el alumno sea capaz de representar situaciones con modelos de problemas geométricos y aplicar propiedades de las figuras, clasificarlas, aplicar relaciones de semejanza y congruencia y hasta comprender el significado de la demostración informal. La formación geométrica de la Educación Secundaria Obligatoria continúa, pero las deducciones que se realizan de las propiedades geométricas son aún informales, con el fin de aplicar los conocimientos en un futuro nivel superior. Ello sitúa de lleno a los alumnos en el trabajo con actividades de Geometría, propias de un nivel tres de Van Hiele, en el que la deducción informal de las propiedades básicas de los distintos conceptos geométricos juegan un papel preponderante.

Más tarde, y, en los niveles educativos post-obligatorios, los alumnos deben ser capaces de deducir propiedades de figuras, trabajar las transformaciones, las coordenadas, relacionar mediante transformaciones, congruencias y figuras similares, trabajar las traslaciones con vectores, y aplicarlo todo a la resolución de problemas, que resultarán ser actividades propias del siguiente nivel de razonamiento geométrico (Nivel 4).

De este análisis que acabamos de realizar, podemos concluir que en el DCB, tanto para la Educación Primaria como para la Educación Secundaria Obligatoria, se puede observar una estructuración del currículum acorde a las propuestas que se describen en la Teoría de razonamiento geométrico de Van Hiele, al menos en los aspectos que tienen que ver con una organización secuenciada de los conocimientos geométricos, por lo que resulta factible desarrollar la instrucción acorde con nuestros objetivos. Dado que los aspectos instructivos no son lo suficientemente explícitos en el DCB consideramos que nuestras premisas iniciales, que constatan la necesidad de estructurar la enseñanza en base a las fases de aprendizaje, resultan ser del todo válidas.

2.3 Estudio preliminar

Durante los años 1993-1995 se realizó parte del estudio previo sobre la evolución del currículo de Geometría desde la puesta en marcha de la

LGE, así como de los diferentes currículos derivados de la LOGSE (apartado 2.2) que nos permitió caracterizar globalmente el papel que ha desempeñado la Geometría y desempeña en la actualidad dentro del currículum de Matemáticas en la enseñanza obligatoria, así como determinar el tipo de organización del currículo que se ha venido llevando a cabo para la formación de los alumnos de edades comprendidas entre los 6 y 14 años. El estudio preliminar incidió directamente, por una parte, en la determinación de los temas concretos elegidos para los Diseños de Instrucción que formaron parte de nuestro Programa de Formación, y por otra, en el tratamiento metodológico en el que se basa el Diseño, centrado principalmente en la teoría de razonamiento geométrico de Van Hiele.

De esta manera, a principio del curso 1993-94 se constituyó un Seminario Permanente formado por cinco profesores y el equipo investigador, con el objetivo principal de elaborar una propuesta de enseñanza de la Geometría de los dos últimos cursos de Primaria y los dos primeros de la ESO, basándonos en la interpretación del aprendizaje en términos de los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele, donde la instrucción fuese desarrollada tomando el modelo instructivo que se corresponde con las fases de aprendizaje. El trabajo se desarrolló en tres etapas: En una primera fase se revisaron los documentos oficiales del MEC (1991), en los que se recogen los objetivos generales, los contenidos (conceptos, procedimientos y actitudes) y los criterios de evaluación de las Matemáticas en la Educación Primaria y la Educación Secundaria Obligatoria, así como algunos documentos internos sobre el ciclo medio de la propuesta realizada por el MEC en la década de los 80 (3º, 4º y 5º de EGB) y para la segunda etapa del mismo plan (6º, 7º y 8º de EGB). En dichos documentos se concretaban algunos objetivos y actividades sobre conceptos de Geometría a lo largo del tercer ciclo de primaria y el primer ciclo de la ESO (1º y 2º); los cuales nos sirvieron como punto de partida para el trabajo de grupo.

Se trataba de redactar un conjunto de actividades en las que aparecieran reflejadas las consideraciones generales sobre la enseñanza de la Geometría propuestas por los documentos oficiales: Observación de la realidad, experimentación (manipulación y construcción) y la formalización del concepto en sí (construcciones mentales).

Nuestro propósito era trabajar con los objetivos y contenidos de dichos documentos que hacían referencia a Geometría, con la finalidad de diseñar materiales curriculares adaptados a los planteamientos de la Teoría de Van Hiele, para ser después experimentados en las aulas de los profesores participantes. De este análisis inicial se pudo observar que:

- El bloque primero no tiene conexión directa con los aspectos geométricos, ya que se trata de números y operaciones.

- El bloque segundo, está dedicado a la medida y consecuentemente se relaciona con la Geometría.

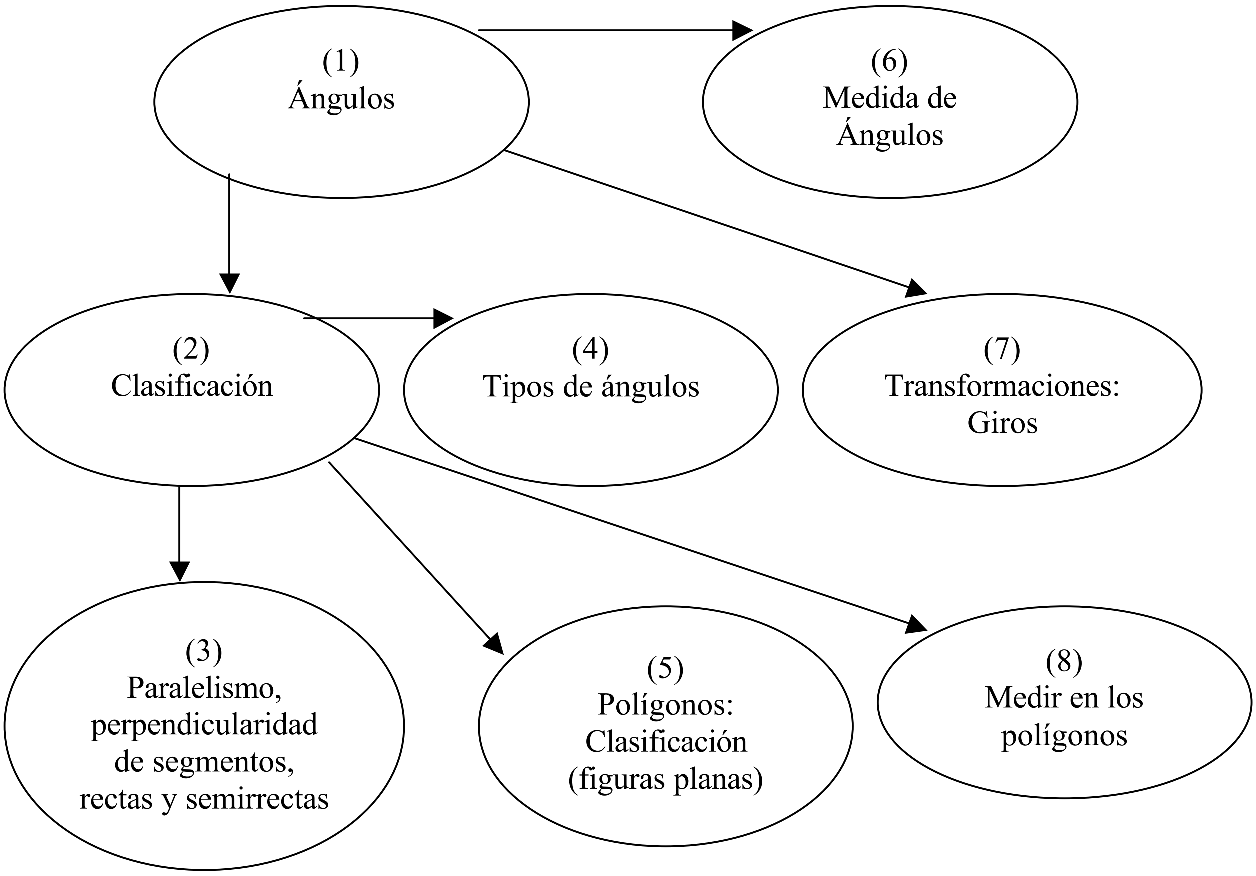
- El bloque tercero es el único bloque íntegramente dedicado a Geometría: formas geométricas y situación en el espacio, que contiene los conceptos de puntos y sistemas de referencias (la situación de un objeto en el espacio, distancias, desplazamientos, ángulos y giros como elementos de referencia y sistemas de coordenadas cartesianas), los elementos geométricos (relaciones entre elementos geométricos: paralelismo y perpendicularidad), formas planas (las figuras y sus elementos, relaciones entre figuras, regularidades y simetría), formas espaciales (los cuerpos geométricos y sus elementos, relaciones entre cuerpos geométricos, regularidades y simetrías), la representación elemental del espacio (planos, mapas, maquetas; escalas, doble, mitad, triple, tercio, etc, escalas gráficas), los instrumentos de dibujo (regla, compás, escuadra, cartabón, círculo graduado).

- En cuanto a los conceptos del DCB en la Educación Secundaria

Obligatoria se tiene: el bloque dos de medida, estimación y cálculos de magnitudes incluye, en su apartado cuatro, la medida de ángulos (medida de ángulos planos y diedros, sistema sexagesimal de medida de ángulo); en el apartado siete: razones trigonométricas (principales relaciones entre las razones trigonométricas), en el apartado ocho: instrumentos de medida (instrumentos de medida más frecuentes, instrumentos de medida tradicionales en la zona, precisión de los instrumentos de medida).

- En el bloque tres: Representación y organización en el espacio, los conceptos de los apartados incluye en el apartado uno, los elementos geométricos en el plano y en el espacio (elementos básicos para la descripción y organización del espacio: puntos, rectas y planos; relaciones básicas para la descripción y organización del espacio: paralelismo, perpendicularidad e incidencia); en el apartado tres, figuras y cuerpos (clasificación de figuras y cuerpos atendiendo diversos criterios, elementos característicos de polígonos y cónicas; elementos característicos de poliedros y cuerpos redondos; relaciones de inscripción, descomposición e intersección entre figuras y cuerpos; regularidades y simetrías en figuras, cuerpos y configuraciones geométricas; utilidad e importancia de algunas figuras y cuerpos para propósitos concretos: teselar, rodar, minimizar áreas o perímetros); en el apartado cuatro, figuras semejantes: la representación a escala (representaciones manejables de la realidad: planos, mapas y maquetas, características de dos formas iguales: igualdad de ángulos y proporcionalidad de longitudes, el teorema de Thales, relación entre el área y el volumen de figuras semejantes); en el apartado cinco, transformaciones isométricas (traslaciones, giros y simetrías, propiedades que se conservan con las transformaciones, composición de transformaciones en casos sencillos). En síntesis, el siguiente esquema recoge los diferentes temas de Geometría que son objeto de estudio en los cursos analizados:

ESQUEMA GENERAL



La segunda fase consistió en la elaboración de las actividades, lo que resultó ser un trabajo demasiado extenso y laborioso. Se trataba de establecer los conocimientos previos para cada actividad, es decir, si el alumno conoce o no un determinado concepto o si no lo posee adecuadamente; en segundo lugar los objetivos de dicha actividad y, por último, se diseñaba la actividad teniendo en cuenta que el alumno tenía que ir descubriendo diferentes aspectos de la misma, siguiendo las indicaciones de la teoría de Van Hiele.

Con este marco se trataba de diseñar los distintos materiales curriculares que lograran que el alumno alcanzara un aprendizaje significativo de los conceptos geométricos, obtenido por descubrimiento.

Del trabajo que se desarrolló durante estas dos primeras fases, se concluyó que abarcar todos los aspectos relacionados con el currículo de

Geometría para los niveles señalados, resultaría un trabajo demasiado amplio y que sería muy costoso desarrollar. Por ello, se tomó la decisión de elaborar un diseño de instrucción basado en Teoría de Van Hiele, centrado únicamente en tres unidades de aprendizaje: Ángulos, Medida de Ángulos y Giros.

Se tomará como punto de partida el espacio y el estudio sistemático y organizado se realizaría en el plano; es decir, la referencia es el espacio, pero el estudio específico es el plano, tomando como referencia los siguientes aspectos que describen cinco visiones de ángulos:

(1) Ángulos en sistemas de referencia. Por ejemplo: ángulo de giro, abrir una puerta, pasar las hojas de un libro,...
(2) Ángulos en las formas planas. Por ejemplo: podría ser: ángulos en el triángulo, en el rectángulo,...
(3) Ángulos en los instrumentos de dibujo. Por ejemplo: ángulos en el compás, en el semicírculo,...
(4) Ángulos como un criterio clasificador. Por ejemplo: clasificación de los polígonos, de los triángulos,...
(5) Ángulos como aspecto dinámico. Por ejemplo: giro como transformación geométrica, aunque en realidad, en parte, esto está incluido en el punto (1).

Se incluyen también los conceptos de grado y sistema sexagesimal, para medir los ángulos en las figuras planas.

La tercera fase de este estudio preliminar, se dedicó a analizar los diferentes materiales curriculares en general y diseñar las unidades de aprendizaje correspondientes utilizando materiales curriculares concretos.

En cuanto a la organización global, quedó estructurada de la siguiente forma: Primaria: introducir la idea de ángulos y utilizarla para establecer distintas clasificaciones. Se trata de familiarizar al alumno con la idea de ángulo, a través de aspectos concretos de los ángulos como regiones angulares (utilizando el plegado de papel, el geoplano, la pizarra); región plana barrida por una semirrecta; ángulo como giro; ángulo como región limitada por dos semirrectas y un vértice; ángulo de visión.

Educación Secundaria Obligatoria (Primer Ciclo, 12-14 años): medida de ángulos, medidas indirectas, en particular la medida de ángulos en un polígono; el concepto de ángulo a partir de los giros como transformaciones geométricas. Las actividades que se elaboraron fueron inicialmente once, que describimos a continuación:

1. Itinerarios reales.
2. Movimientos de las agujas del reloj.
3. Movimientos del limpiaparabrisas de un coche.
4. El abanico.
5. Ángulos que se pueden formar en nuestro cuerpo.
6. Ángulos de visión.
7. Sombras. Proyecciones.
8. Ángulos que se encuentran en el cuerpo de figuras planas.
9. Ángulos de giro: mover las hojas de un libro, girar la "rueda" de la radio para subir o bajar el volumen, abrir o cerrar una puerta, girar a la izquierda o a la derecha el volante del coche, el limpiaparabrisas...
10. Ángulos en el papel, en el geoplano, en la pizarra.
11. Itinerarios gráficos (tipo manipulativo).

En general se trataba de analizar los siguientes aspectos como elementos básicos del Diseño de Instrucción:

- Ángulos de forma dinámica y estática en general.
- Transformaciones isométricas: giros.
- La medida del ángulo.
- Clasificación:

. Polígonos: Cóncavos, Convexos.

. Rectas.

. Triángulos, paralelogramos.

Durante el desarrollo de los Seminarios, los profesores participaban activamente, poniendo en juego su experiencia docente, teniendo en cuenta que muchas actividades consideradas no se podían llevar a la práctica por ser muy largas, complicadas o no factibles, se rediseñaron y revisaron muchos aspectos.

Las actividades de generalización de los conceptos resultaron ser muy complicadas. En resumen, en esta etapa se trabajaron y diseñaron algunas actividades referidas a Ángulos, Medida de Ángulos y Giros.

El proceso de trabajo de las sesiones era el siguiente: En primer lugar se realizaba un trabajo individual de cada participante. Luego se llevaban a una puesta en común, que se realizaba en el Seminario, planteándose las dudas y reelaborando las actividades conjuntamente, intercambiando ideas y rectificándolas convenientemente.

Se realizaba una segunda puesta en común, donde se leían las actividades, se corregían, se completaban, se añadían otras, algunas que creíamos fundamentales y se seleccionaban.

Una vez seleccionadas las actividades por grupos, según el esquema general expuesto anteriormente, se secuenciaron por orden de dificultad, es decir, de nuevo se exponían las actividades desde una "mayor proximidad" al alumno hasta " menor proximidad" al mismo.

El siguiente paso fue elaborar un guión de cada tópico: Ángulos, Medida de Ángulos y Giros, que fueron los tópicos definitivos para nuestra investigación; es en este momento en el que adaptamos las actividades a un modelo concreto, que fue estudiado, elaborado y que exponemos a continuación.

Queremos resaltar que al tratar de estructurar una secuencia para la enseñanza de ángulos, medida o giros, se presentaron diferentes dificultades que surgen al tratar de elaborar esa unidad de aprendizaje, por lo que aparece la necesidad de enmarcar las unidades dentro de un marco teórico que permita estructurarlas y que sirvan de orientación para facilitar el trabajo, Marco Teórico, de elaboración de la unidad. Se llegó a la conclusión que las fases de aprendizaje de la Teoría de Van Hiele se podía constituir como el marco adecuado para el Diseño de Instrucción y se elaboraron diferentes formatos para la organización de las actividades.

Se trataba, en definitiva, de diseñar un formato homogéneo para todas las actividades del diseño de instrucción de tal manera que fuese, por una parte, válido para las distintas fases de aprendizaje en los diferentes niveles de razonamiento geométrico, y, por otra, que recogiera los planteamientos metodológicos que se observan cuando se organiza la enseñanza desde una perspectiva curricular.

Se discutieron las siguientes cinco estructuraciones:

TIPO 1	Objetivo Actividad
TIPO 2	Actividad Concepto que se pretendía conseguir con ella
TIPO 3	Título de actividad Objetivo Agrupamiento Materiales Discusión Dudas Observaciones
TIPO 4	Conocimientos previos Objetivo Actividad
TIPO 5	Nombre de la actividad Objetivo Materiales Enunciado de la actividad Dudas Observaciones

El modelo de actividad elegido fue el Tipo 5, esto es, las actividades responden al siguiente esquema:

ACTIVIDAD .....:
Objetivo: Materiales: Enunciado: Dudas: Observaciones:

Los cinco aspectos que se recogen son, tal como se puede observar:

- Nombre, donde se hace explícito el contenido temático a tratar en la actividad.
- Objetivo, que fija las capacidades que se tratarán de alcanzar con el desarrollo de la actividad.
- Materiales, que definen los diferentes modelos y representaciones que servirán como mediadores del contenido.
- Enunciado de la actividad, establecido generalmente en su forma verbal y con un soporte icónico o gráfico. Se incluye un amplio espacio para facilitar el trabajo de indagación y búsqueda de las solución para la actividad.
- Dudas y observaciones con la finalidad de hacer explícitas las dificultades en relación con el conocimiento geométrico tratado (dudas) y en relación con la propia estructura formal de la actividad (observación).

El equipo de investigación y los profesores participantes se distribuyen los contenidos en seis grupos de trabajo: Grupo 1: (1) Ángulos y (2) Clasificación; Grupo 2: (3) Paralelismo y perpendicularidad de segmentos, rectas y semirrectas; Grupo 3: (4) Tipos de ángulos; Grupo 4 (5) Polígonos: Clasificación (figuras planas); Grupo 5: (6) Medidas (de ángulos): a) Medidas, operaciones con ángulos y b) Suma de ángulos; Grupo 6: (7) Transformaciones: (Giros).

Una vez establecido el esquema de los contenidos a tratar en Geometría, cada persona participante en el Seminario se responsabilizó de una o varias partes.

La observación empírica del trabajo realizado por los profesores en este estudio preliminar y las dificultades prácticas que surgieron durante la preparación de los Diseños de Instrucción, basados en la Teoría de Van Hiele que nos proponíamos elaborar, nos llevó a modificar en parte la metodología de la investigación inicialmente planteada con la intención de optimizar el marco teórico y metodológico en el que nos basamos.

Pese a lo interesante de las discusiones (la riqueza de las aportaciones individuales y de grupo en las puestas en común que se realizaban), los avances en la construcción de los diseños resultaban ser muy limitados, lo que ocasionaba un desgaste personal demasiado costoso. El equipo investigador consideró, entonces, manteniendo el objetivo principal de la investigación, desarrollar un Programa de Formación de Profesores en activo desde la perspectiva del razonamiento geométrico de Van Hiele, reestructurar la metodología de investigación previamente diseñada. La metodología seguida se desarrollará en detalle en el capítulo III, incluyendo todos los aspectos que resultaron incompletos de este análisis previo.

En resumen, las consideraciones que se acaban de exponer llevaron al equipo investigador a tomar las siguientes decisiones:

- Desarrollar instrumentos de investigación que permitan analizar y caracterizar al grupo de profesores que participarán en el Programa de Formación de Profesores, con el objeto de determinar sus competencias didácticas y adecuación al perfil del profesor apto para desarrollar con sus alumnos una secuencia de enseñanza-aprendizaje basada en la Teoría de Van Hiele.

- Elaborar, por parte del equipo de investigación, las unidades de aprendizaje de los temas Ángulos, Medida de Ángulos y Giros, tomando en consideración el trabajo realizado durante el estudio preliminar. Estas unidades de aprendizaje constituirán uno de los elementos básicos del Programa de Formación.

- Incorporar un grupo más amplio de profesores dispuestos a vincularse a la investigación, con el objetivo de encontrar una diversidad más amplia en intereses y competencias didácticas.

De esta manera, se decidió que el equipo investigador preparase los diseños de instrucción para las tres unidades de aprendizaje propuestas, atendiendo tanto a los elementos descriptivos como a los instructivos de la Teoría de razonamiento de Van Hiele, es decir, considerando para cada unidad de aprendizaje, los niveles 2 y 3 de pensamiento geométrico, así como el diseño de actividades en los términos y formato ya decidido, adecuadas a las distintas fases de aprendizaje.

2.4 Preparación de los diseños de instrucción

En el estudio preliminar que se desarrolló durante los cursos 1993-1995. Se determinó que, como una conclusión general de la fase exploratoria de nuestro trabajo de investigación, la elaboración de los diseños de instrucción sería llevada a cabo por el equipo investigador con la intención de organizar el Programa de Formación de Profesores en activo desde una perspectiva más global. Las decisiones tomadas en el estudio mencionado constituyeron una base importante para el desarrollo posterior de toda la investigación.

En este sentido, la adecuación de las consideraciones realizadas sobre el currículo de Geometría actual para la Educación Primaria y para la ESO (Primer Ciclo) -que resultaron ser adecuados para elaborar una propuesta curricular basada en la Teoría de Van Hiele-, los diferentes materiales curriculares utilizados, la elección y estructuración de los tópicos Ángulos, Medida de Ángulos y Giros, así como la estructura de las actividades en cinco apartados, en términos que respondieran a una organización de tipo curricular (ACTIVIDAD – OBJETIVO – ENUNCIADO - DUDAS Y OBSERVACIONES), configuraron ser el punto de partida para la preparación de los diseños de instrucción.

Los diseños de instrucción preparados por el equipo investigador: Ángulos, Medida de Ángulos y Giros constituyen el microcurrículo utilizado como desarrollo de la misma. Se presenta a continuación su diseño especificando especialmente los objetivos y el proceso de su construcción.

Como es sabido, la enseñanza y aprendizaje de la Geometría siguiendo el modelo de Van Hiele necesita una instrucción basada en cinco fases de aprendizaje (véase el Cap. I). El equipo investigador diseñó una propuesta concreta que consta de dos unidades de aprendizaje para cada uno de los temas a tratar: Ángulos, Medida de Ángulos y Giros, de manera que cada unidad de aprendizaje se sitúa en un nivel de pensamiento geométrico de Van Hiele. Al mismo tiempo, pretendemos que todos los profesores tengan una homogeneidad en el desarrollo de la misma, por lo que es imprescindible realizar un diseño completo de instrucción para cada unidad de aprendizaje tratada.

Los diseños pretenden introducir a los profesores en el modelo de Van Hiele para la enseñanza-aprendizaje de la Geometría, tanto desde un punto de vista teórico como práctico.

Las secuencias de enseñanza preparadas están organizadas atendiendo a los niveles de pensamiento geométrico y desglosadas en las distintas fases de aprendizaje que se corresponden en cada uno de los niveles.

Los diseños están dirigidos a la formación de profesores en activo, y están organizados para que sean trabajados con alumnos del Tercer Ciclo de Primaria y Primer Ciclo de Secundaria. Consideramos que los alumnos habían alcanzado el nivel 1 de pensamiento geométrico, por lo que los diseños presentan las actividades propias de los niveles 2 y 3. Para determinar el nivel de pensamiento geométrico de los estudiantes se utilizaron los test de Usiskin y Jaime (1993) que se describirán más adelante (capítulo III).

Conviene señalar en lo que sigue que codificaremos los cinco niveles de Van Hiele desde el nivel 1 (razonamiento) al nivel 5 (rigor) pese a que en otros trabajos aparecen numerados desde 0 hasta 4.

En relación con las fases de aprendizaje, éstas se organizan atendiendo a los siguientes aspectos: Descripción de la fase en el nivel correspondiente, objetivos didácticos y descriptores (que recoge, tanto los objetivos didácticos que se han de alcanzar mediante las actividades como los aspectos de evaluación de la fase), los recursos o materiales (se presentará un resumen de los recursos y la descripción en su caso de alguno de estos materiales), y las actividades se presentarán organizadas en torno a: objetivos, materiales, enunciado y propuesta de desarrollo de la actividad, para terminar con la discusión de la actividad en torno a dos aspectos: dudas y observaciones.

2.5 Los diseños de instrucción para Ángulos, Medida de Ángulos y Giros

A efectos de hacer una descripción general de los diseños de instrucción utilizados (en el Anexo I se recogen las unidades completas), vamos a organizar los siguientes tres apartados (2.5.1, 2.5.2 y 2.5.3), correspondientes a cada tópico, Ángulos, Medida de Ángulos y Giros, respectivamente, de forma análoga. En primer lugar se hace una descripción general del diseño, indicando los conocimientos previos, el número de actividades para cada unidad de aprendizaje y cómo será su organización general. Posteriormente, se incluyen dos nuevos apartados para cada uno de éstos (2.5.1.1 y 2.5.1.2, para Ángulos; 2.5.2.1 y 2.5.2.2, para Medida de Ángulos, y 2.5.3.1 y 2.5.3.2 para Giros), en los que se establecerán los objetivos y proceso de construcción para el nivel y tópico correspondiente, así como las fases de aprendizaje para cada unidad elaborada, incluyendo los objetivos y descriptores de cada una de ellas.

2.5.1 El diseño de instrucción Ángulos

En este apartado describimos el diseño de instrucción Ángulos, y nos referiremos a las unidades de aprendizaje Ángulos 2 y Ángulos 3.

Se presenta a continuación una síntesis de la secuencia didáctica preparada por el equipo investigador y que los profesores llevaron al aula, tratando las unidades de aprendizaje ángulos en los niveles 2 y 3, con la finalidad de pasar a los alumnos del nivel 1 al nivel 2 y de éste al nivel 3 en la unidad de aprendizaje definida.

Se elaboraron 33 actividades para la unidad de aprendizaje ángulos en el Nivel 2 organizadas en torno a las fases de aprendizaje de la siguiente forma: 7 actividades para la fase 1, 12 actividades para la fase 2, 5 actividades para la fase 4 y 9 actividades para la fase 5.

Con relación al grupo de actividades correspondientes al Nivel 3 se elaboraron 39 actividades distribuidas de la siguiente manera: 7 actividades para la fase 1, 14 actividades para la fase 2, 6 actividades para la fase 4 y 12 actividades para la fase 5.

El nivel 2 hace referencia al reconocimiento por parte de los alumnos de lo que es un ángulo y de sus elementos, construcción de ángulos, comparación de ángulos con respecto a la relación entre sus partes y clasificación de ángulos con respecto al ángulo recto.

El nivel 3 hace referencia a las capacidades de los alumnos para definir, usar propiedades y hacer deducciones informales.

Se supone, por tanto, que los alumnos han alcanzado el nivel 1 de razonamiento geométrico en este tópico, es decir, los alumnos poseen una visión global, no matemática, de lo que son ángulos en general, y de los conceptos de rectas, semirrectas y segmentos en particular. Además, poseen unos conocimientos previos adecuados para esta secuencia de aprendizaje.

Para iniciar esta secuencia de aprendizaje, los alumnos deben ser capaces de:

- Identificar rectas, semirrectas y segmentos.
- Conocer los conceptos de paralelismo entre rectas, semirrectas y segmentos.
- Perpendicularidad entre rectas, semirrectas y segmentos.
- Trazar la mediatriz de un segmento.

2.5.1.1 Unidad de aprendizaje Ángulos 2. Objetivos y construcción

Nivel 2: Análisis.

Los alumnos son conscientes de que las figuras geométricas están formadas por partes y de que están dotadas de propiedades Matemáticas.

Los alumnos alcanzarán este nivel cuando sean capaces de reconocer las partes de los ángulos, analizarlas y observar que los ángulos están dotados de propiedades Matemáticas, descubriendo las relaciones que puedan existir entre sus partes, como pueden ser propiedades para distinguir si un ángulo es de una clase o de otra; por ejemplo de forma manipulativa, utilizando el doblado de papel, las cuerdas, el propio cuerpo..., para medir.

Los objetivos generales que proponemos son:

- Reconocer las cuatro regiones angulares que se determinan al cortarse dos rectas.
- Construir y dibujar, mediante el plegado de papel y el geoplano, regiones angulares.
- Lograr el concepto intuitivo de ángulo.
- Señalar los elementos que determinan un ángulo: vértice y lados, probar las relaciones de congruencia de ángulos, dándoles un ángulo patrón.
- Comparar dos ángulos de acuerdo con las relaciones entre sus partes.
- Clasificar los ángulos respecto al ángulo recto: agudos y obtusos, haciendo constar que los clasifica teniendo en cuenta si se cumplen o no determinadas propiedades.
- Construir ángulos mediante plegados, figuras articuladas y en el geoplano.
- Dibujar ángulos (sencillos) utilizando la regla.
- Describir una clase de ángulos en términos de sus propiedades.
- Decir cómo son los ángulos si se les dan las propiedades.

FASES DE APRENDIZAJE PARA LA UNIDAD DE APRENDIZAJE ÁNGULOS 2:

Fase 1 del nivel 2. Información.

Descripción:

El profesor indica a sus alumnos sobre el campo de estudio que va a trabajar, como por ejemplo conceptos que van a manejar, problemas, materiales, es decir, el profesor informa a sus alumnos que se repasarán conceptos relacionados con rectas, semirrectas y segmentos, para luego introducir los conceptos de ángulo, región angular, elementos de un ángulo y comparación de ángulos.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Poner en contacto al alumno con los objetos geométricos que va a estudiar, con los problemas que debe resolver y con los recursos que va a trabajar.
- Recabar información sobre los conocimientos previos que tienen los alumnos sobre región angular, cuadrante, ángulos, elementos de un ángulo, comparación de ángulos, bisectriz de un ángulo, así como del vocabulario que utilizan en este tópico.
- Proporcionar a los alumnos actividades complementarias sobre los conocimientos previos que necesitan para abordar los objetos geométricos que van a estudiar, tales como: rectas, semirrectas, segmentos; paralelismo entre rectas, semirrectas y segmentos; perpendicularidad entre rectas, semirrectas y segmentos; y mediatriz de un segmento.

Los recursos para resolver las actividades fueron: Barras de meccano (varillas de cartón encuadernadas), geoplano, regla, compás, escuadra, cartabón, abanicos, folios, relojes dibujados, tijeras, diferentes tramas (cuadradas, isométricas,…), hexaedro o cubo.

Fase 2 del nivel 2. Orientación dirigida.

Descripción:

Los alumnos comienzan a explorar el campo de estudio, resolviendo problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Construir ángulos a partir de técnicas de plegado, en el geoplano, con la regla y el compás y con las varillas móviles.
- Determinar las regiones angulares.

- Determinar los elementos de un ángulo.
- Determinar ángulos consecutivos.
- Dibujar ángulos.

Los recursos para resolver las actividades fueron: regla, compás, escuadra, cartabón, geoplano, varillas móviles y papel para el plegado.

Fase 3 del nivel 2. Explicitación.

Descripción:

Los alumnos intercambian sus experiencias. Comentan lo que han observado con relación al contenido y con relación a los recursos y métodos utilizados. Explican qué actividades parecen más fáciles y cuáles más difíciles y cómo las han resuelto.

Todos estos comentarios dentro de un contexto de diálogo en el grupo.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Hacer que los alumnos se enriquezcan unos a otros a través del diálogo entre ellos, comentando las actividades y explicándoselas entre sí.
- Observar por parte del profesor los errores de los alumnos para así poder corregirlos.

Fase 4 del nivel 2. Orientación libre.

Descripción:

Los alumnos aplican y combinan los conocimientos adquiridos para resolver actividades más complicadas. Los alumnos se enfrentan ahora a actividades nuevas de comparación y de clasificación, es decir, actividades en las que necesitan utilizar el concepto de ángulo.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Comparar ángulos.
- Clasificar ángulos rectos, agudos y obtusos.

- Clasificar ángulos completos y ángulos llanos.
- Construir ángulos.
- Localizar ángulos en polígonos.

Los recursos para resolver las actividades fueron: lápices de colores, abanicos, relojes y tijeras.

Fase 5 del nivel 2. Integración.

Descripción:

En esta fase, el alumno relaciona los conocimientos asimilados con otros nuevos y con objetos geométricos diferentes, como por ejemplo los ángulos en los itinerarios y en los teselados.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Relacionar los conocimientos que ha adquirido el alumno con otros conocimientos geométricos nuevos.
- Relacionar los conocimientos que ha adquirido el alumno con otros objetos geométricos diferentes, como por ejemplo teselados e itinerarios.

Los recursos para resolver las actividades fueron: barras de meccano (varillas de cartón y encuadernadores), geoplano, regla, compás, escuadra, cartabón, papel para el plegado, abanicos, relojes dibujados, tijeras, diferentes tramas (cuadradas, isométricas,…) y folios.

2.5.1.2 Unidad de aprendizaje Ángulos 3. Objetivos y construcción

Nivel 3: Clasificación (abstracción).

Los alumnos comienzan a desarrollar su capacidad de razonamiento matemático, y son capaces de realizar razonamientos deductivos con procedimientos informales mediante propiedades o reglas descubiertas con anterioridad, además de entender el significado de una definición. En este sentido, los alumnos son capaces de formular y usar las definiciones referidas a ángulos, mediatriz de un segmento y bisectriz de un ángulo, además de clasificar ángulos, ordenar propiedades referidas a ángulos y descubrir nuevas propiedades de los mismos por deducción, pudiendo además en este sentido dar razonamientos deductivos informales.

Los objetivos generales que nos proponemos son:

- Identificar distintos conjuntos de propiedades que caracterizan a los ángulos en general y a determinados ángulos en particular.
- Formular y usar las definiciones de ángulos, mediatriz de un segmento y bisectriz de un ángulo.
- Dar argumentos informales utilizando el dibujo o las construcciones sobre el geoplano, sobre ángulos, sobre comparaciones entre ángulos o sobre clasificaciones de ángulos, con la finalidad de justificar conclusiones usando relaciones lógicas, siempre de una información dada.
- Reconocer e identificar rectas paralelas y perpendiculares, es decir, recordar dichos conceptos para poder observar que en los ángulos rectos los lados son perpendiculares.
- Reconocer ángulos complementarios, ángulos suplementarios, ángulos opuestos por el vértice y ángulos adyacentes, haciendo constar que se clasifican teniendo en cuenta si se cumplen o no, determinadas propiedades.
- Dibujar ángulos para lo cual el alumno tiene que describir ángulos, ángulos en una figura y en un polígono, teniendo en cuenta sus propiedades.
- Describir una clase de ángulos en términos de sus propiedades.
- Clasificar ángulos: cóncavos y convexos.
- Ordenar propiedades (por ejemplo el alumno necesita conocer lo que es un ángulo consecutivo para saber lo que es un ángulo adyacente).

- Descubrir nuevas propiedades por deducción dando argumentos deductivos informales, es decir, deduciendo a partir de la clasificación de ángulos rectos, agudos y obtusos, propiedades referidas a ángulos cóncavos y convexos.

FASES DE APRENDIZAJE PARA LA UNIDAD DE APRENDIZAJE ÁNGULOS 3:

Fase 1 del nivel 3. Información.

Descripción:

En esta fase se tratará de

- Poner en contacto al alumno con los objetos geométricos que va a estudiar, con los problemas que debe resolver y con los recursos que va a trabajar.
- Recabar información sobre los conocimientos previos que tienen los alumnos sobre relaciones de congruencia entre ángulos, ángulo patrón y clasificaciones entre ángulos, así como del vocabulario que utilizan en este tópico.
- Proporcionar a los alumnos actividades sobre los conocimientos previos que necesitan para abordar los objetos geométricos que van a estudiar, tales como: ángulos, partes de un ángulo, cuadrante, región angular y comparaciones entre ángulos.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Reconocer y caracterizar la región angular.
- Reconocer y caracterizar el concepto de ángulo.
- Comparar ángulos.
- Reconocer y caracterizar rectas perpendiculares.
- Reconocer y caracterizar la mediatriz de un segmento.
- Utilizar el vocabulario apropiado relacionado con ángulo, ángulo patrón, partes de un ángulo, cuadrante, región angular y

perpendicularidad entre rectas.

Los recursos para resolver las actividades fueron: geoplano, papel punteado, escuadra, regla, compás y lápices de colores.

Fase 2 del nivel 3. Orientación dirigida.

Descripción:

Los alumnos comienzan a explorar el campo de estudio, resolviendo problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor. En este sentido, los alumnos son capaces de caracterizar si dos ángulos son iguales mediante la superposición de ellos, utilizando el compás, determinando si tienen un lado común y otro paralelo o determinando si los dos lados son paralelos. Además, los alumnos con actividades concretas propuestas por el profesor, son capaces de caracterizar, determinar y construir ángulos complementarios, ángulos suplementarios, ángulos adyacentes y ángulos opuestos por el vértice.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Caracterizar, construir y determinar ángulos iguales.
- Determinar ángulos complementarios y ángulos suplementarios.
- Determinar ángulos opuestos por el vértice.
- Determinar ángulos adyacentes.
- Dividir un ángulo en dos ángulos iguales: bisectriz.
- Determinar ángulos cóncavos y ángulos convexos.
- Determinar ángulos nulos y ángulos completos.

Los recursos para resolver las actividades fueron: regla, folios, compás, transportador, escuadra, cartabón, tijeras, lápices de colores, geoplano y papel punteado.

Fase 3 del nivel 3. Explicitación.

Descripción:

Los alumnos intercambian sus experiencias. Comentan lo que han observado con relación al contenido y con relación a los recursos y métodos utilizados. Explican qué actividades parecen más fáciles y cuáles más difíciles y cómo las han resuelto.

Todos estos comentarios dentro de un contexto de diálogo en el grupo.

Los objetivos didácticos y los descriptores son:

- Hacer que los alumnos se enriquezcan unos a otros a través del diálogo entre ellos, comentando las actividades y explicándoselas entre sí.
- Observar por parte del profesor los errores de los alumnos para así poder corregirlos.

Fase 4 del nivel 3. Orientación libre.

Descripción:

En esta fase, los alumnos aplican y combinan los conocimientos adquiridos para resolver actividades más complicadas, como podría ser por ejemplo, actividades donde el alumno determine y caracterice los diferentes tipos de ángulos: complementarios, suplementarios, adyacentes, opuestos por el vértice, nulos, llanos, completos, en distintas configuraciones geométricas como los mosaicos y otras.

En este sentido, el profesor debe observar si los alumnos tienen los conocimientos bien adquiridos para poder enfrentarse a nuevas actividades.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Determinar y caracterizar ángulos complementarios.
- Determinar y caracterizar ángulos suplementarios.
- Determinar y caracterizar ángulos adyacentes.
- Determinar y caracterizar ángulos opuestos por el vértice.
- Determinar y caracterizar ángulos nulos.
- Determinar y caracterizar ángulos llanos.
- Determinar y caracterizar ángulos completos.

Los recursos para resolver las actividades fueron: regla y transportador.

Fase 5 del nivel 3. Integración.

Descripción:

En esta fase, el alumno relaciona los conocimientos asimilados con otros nuevos y con objetos geométricos diferentes, como puede ser determinar y caracterizar los ángulos obtenidos al trazar dos rectas paralelas y una recta secante a ellas: internos, externos, alternos-internos, alternos-externos, correspondientes, conjugados internos y conjugados externos.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Determinar y caracterizar ángulos internos y ángulos externos.
- Determinar y caracterizar ángulos alternos-internos y ángulos alternos-externos.
- Determinar y caracterizar ángulos correspondientes.
- Determinar y caracterizar ángulos conjugados internos.
- Determinar y caracterizar ángulos conjugados externos.

Los recursos para resolver las actividades fueron: regla, lápices de colores y geoplano.

En el siguiente esquema se explicitan los descriptores, así como las actividades diseñadas para cada una de las fases (Tabla 2.1).

ÁNGULOS

NIVEL 2

NOCIÓN DE ÁNGULO (TIPO MANIPULATIVO) (Act. 1-4)
RECTAS PARALELAS Y RECTAS PERPENDICULARES (Act. 5-7)

PARTES DE UN ÁNGULO (Act. 8)
CONSTRUIR ÁNGULOS A PARTIR DE LA TÉCNICA DEL PLEGADO (Act. 9)
REPASO DE ÁNGULOS (Act. 10)
DIBUJO Y CONSTRUCCIÓN DE ÁNGULOS: PLEGADO, VARILLAS, GEOPLANO (Act. 11-14)
CONSTRUIR ÁNGULOS CONSECUTIVOS CON EL GEOPLANO Y REGLA (Act. 15 y 16)
CLASIFICAR INTUITIVAMENTE ÁNGULOS RECTOS (Act. 17)
COMPARACIÓN DE ÁNGULOS. ÁNGULOS RECTOS, AGUDOS Y OBTUSOS (Act. 18 y 19)

DESCRIPCIÓN
OBJETIVOS
GENERALES.

INTERCAMBIO DE EXPERIENCIAS

CLASIFICAR INTUITIVAMENTE: ÁNGULOS RECTOS (Act. 20)
COMPARACIÓN DE ÁNGULOS, ÁNGULOS RECTOS, AGUDOS Y OBTUSOS (Act. 21-24)

ÁNGULOS RECTOS, AGUDOS Y OBTUSOS (Act. 25)
ÁNGULOS COMPLETOS Y ÁNGULOS LLANOS (Act. 26)
ÁNGULOS RECTOS, AGUDOS Y OBTUSOS (Act 27-31)
ITINERARIOS (Act. 32)
ESCRIBIR SENTIDOS PARA CAMINOS DADOS (Act. 33)

NIVEL 2

Fases

Fase 1: Información
-Objetivos Didácticos
-Descriptores
-Recursos

Fase 2: Orientación dirigida
- Objetivos Didácticos -
- Descriptores
- Recursos

Fase 3: Explicitación.
- Objetivos Didácticos
-Descriptores

Fase 4: Orientación libre
- Objetivos Didácticos
- Descriptores.
- Recursos

Fase 5: Integración.
- Objetivos Didácticos
- Descriptores
- Recursos

NIVEL 3

REPASO DE ÁNGULOS (Act. 1-2)
TRAZAR UNA RECTA PERPENDICULAR A UNA RECTA DADA POR UN PUNTO EXTERIOR A ELLA (Act. 3)
TRAZAR LA MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO (Act. 4-5)
COMPARACIÓN Y CLASIFICACIÓN DE ÁNGULOS (Act. 6 y 7)

ÁNGULOS IGUALES (Act. 8-11)
BISECTRIZ DE UN ÁNGULO (Act. 12-15)
ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS, SUPLEMENTARIOS, ADYACENTES, OPUESTOS POR EL VÉRTICE (Act. 16-19)
ÁNGULOS CÓNCAVOS Y ÁNGULOS CONVEXOS (Act. 20)
ÁNGULOS NULOS Y ÁNGULOS COMPLETOS (Act. 21)

INTERCAMBIO DE EXPERIENCIAS

-DESCRIPCIÓN
- OBJETIVOS
GENERALES.

DETERMINAR ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS Y SUPLEMENTARIOS, ADYACENTES Y OPUESTOS POR EL VÉRTICE (Act. 22, 23 y 25)
DETERMINAR ÁNGULOS NULOS, ÁNGULOS LLANOS Y ÁNGULOS COMPLETO (Act 24)
DETERMINAR ÁNGULOS ADYACENTES Y OPUESTOS POR EL VÉRTICE (Act 26)
DETERMINAR ÁNGULOS NULOS, ÁNGULOS LLANOS Y ÁNGULOS COMPLETOS (Act. 27)

ÁNGULOS INTERNOS, IGUALDAD DE ÁNGULOS INTERNOS (Act. 28 y 29)
ACTIVIDAD 30: ÁNGULOS EXTERNOS, IGUALDAD DE ÁNGULOS EXTERNOS (Act. 30 y 31)
IGUALDAD DE ÁNGULOS INTERNOS Y EXTERNOS (Act. 32)
ÁNGULOS ALTERNOS-INTERNOS,: ÁNGULOS ALTERNOS-EXTERNOS, CORRESPONDIENTES, CONJUGADOS INTERNOS, ÁNGULOS CONJUGADOS EXTERNOS (Act. 32-37)
ÁNGULOS OBTENIDOS AL TENER DOS RECTAS PARALELAS Y TRAZAR UNA RECTA SECANTEA ELLAS (Act. 38)
DETERMINAR ÁNGULOS IGUALES (Act. 39)

NIVEL 3

Tabla 2.1

2.5.2 El diseño de instrucción Medida de Ángulos

Al igual que en el apartado anterior, pasamos ahora a presentar nuestro segundo diseño de instrucción.

El diseño está preparado para alumnos de 11-13 años que han alcanzado el Nivel 1 de pensamiento geométrico. Se trataron las unidades de aprendizaje de medida de ángulos en los niveles 2 y 3, es decir, para pasar a los alumnos del nivel 1 al nivel 2 y de éste al nivel 3, en el tópico definido.

Este diseño de instrucción consta de dos unidades de aprendizaje, las cuales se organizan de manera continua, una sobre "Medida de Ángulos y operaciones sobre Medidas de Ángulos", que se situará en el nivel 2, al que llamábamos anteriormente Medida de Ángulos 2 y otra, sobre "la suma de los ángulos de un polígono", que se trabajará en el nivel 3 y que la denominábamos Medida de Ángulos 3, es decir, las dos secuencias de aprendizaje dan lugar a la unidad de aprendizaje: "Medida de Ángulos", organizada en torno a los niveles 2 y 3, donde el nivel dos hace referencia a las medidas directas y el nivel tres, a las medidas indirectas.

Se elaboraron 54 actividades para el Nivel 2 organizadas en torno a las fases de aprendizaje de la siguiente forma: 9 actividades para la fase 1, 21 actividades para la fase 2, 15 actividades para la fase 4 y 9 actividades para la fase 5.

En relación con el grupo de actividades correspondientes al Nivel 3 se elaboraron 27 actividades distribuidas de la siguiente manera: 7 actividades para la Fase 1, 6 actividades para la fase 2, 8 actividades para la fase 4 y 6 actividades para la fase 5.

Se supone, por tanto, que los alumnos han alcanzado el nivel 1 de razonamiento geométrico en este tópico. Es decir, los alumnos poseen ya una visión global, no matemática, de lo que es la medida, en general, y de los ángulos en particular. Además poseen unos conocimientos previos adecuados para cada unidad de aprendizaje. Para la primera unidad de aprendizaje, los alumnos deben conocer lo que es un ángulo y los diversos tipos de ángulos, y para la segunda unidad de aprendizaje, además de los anteriores conocimientos, deben conocer, lo que es un polígono, el concepto de diagonal de un polígono y las diferentes clasificaciones de los polígonos.

En definitiva, para iniciar el trabajo en este diseño de instrucción, los alumnos deben ser capaces de:

- Describir ángulos verbalmente por su apariencia global.
- Identificar ángulos en figuras y en configuraciones geométricas.
- Poner nombres o etiquetar los ángulos de una figura o de una configuración geométrica, con colores o con letras.
- Relacionar, comparar o clasificar ángulos en una figura o configuración geométrica, en términos de mayor (mayor ancho que el otro) o menor (menor ancho que el otro), que uno dado.
- Construir, dibujar o copiar ángulos de una figura o configuración geométrica dada utilizando diferentes materiales o recursos.

2.5.2.1 Unidad de aprendizaje Medida de Ángulos 2. Objetivos y construcción

Nivel 2: Análisis.

Los alumnos alcanzarán este nivel cuando sean capaces de identificar, analizar, comparar y clasificar ángulos en términos de sus componentes, descubrir relaciones y propiedades para las diferentes clases de ángulos, además de utilizar el grado y los submúltiplos del grado como unidades de medida para medir ángulos en figuras y configuraciones geométricas, y para operar con ellos.

Los objetivos generales que nos proponemos son:

- Analizar los ángulos en una figura o en configuraciones geométricas, en términos de sus componentes.

- Comparar dos ángulos de acuerdo con las relaciones entre sus partes y ordenar ángulos.
- Clasificar ángulos de diferentes formas, en particular según su abertura.
- Resolver problemas de medidas de ángulos cualesquiera, incluso por estimación.
- Construir ángulos conocidos de medidas cualesquiera.
- Utilizar el grado como unidad de medida y operar con él.
- Utilizar los submúltiplos del grado como unidad de medida y operar con ellos.
- Descubrir propiedades de medidas indirectas, de forma empírica, como por ejemplo, después de colocar los ángulos en un triángulo, recortarlos y unirlos, y observar que los tres ángulos del triángulo suman 180º, ya que los dos lados del ángulo suma, forman una línea recta.
- Identificar propiedades que se usan para determinar lo que miden los ángulos de un triángulo, cuadrado o rectángulo.
- Determinar y medir ángulos en configuraciones geométricas dadas, como por ejemplo un teselado.

Con respecto a las fases de aprendizaje se describirán, de forma análoga que para el diseño de instrucción Ángulos. No obstante y a efectos de simplificar la descripción de estas unidades de aprendizaje relacionadas con las medidas de los ángulos y operaciones sobre medidas de ángulos, se utilizarán diferentes materiales que no se mencionarán explícitamente en cada una de las fases de aprendizaje, para no se redundantes.

A modo de resumen, los materiales que utilizaremos son: compás, goniómetros, transportadores o semicírculos graduados, papel vegetal, monedas, geoplanos, elásticos, lápices de colores, tijeras, figuras geométricas, relojes, abanicos, colecciones de ángulos, reglas, barras de meccano, cartulinas, ábacos planos, escuadras y cartabones. De esta manera evitamos repetir estos materiales didácticos en cada una de las fases.

FASES DE APRENDIZAJE PARA LA UNIDAD DE APRENDIZAJE MEDIDA DE ÁNGULOS 2:

Fase 1 del nivel 2. Información.

Descripción:

En esta fase, se tratará de:

- Poner al alumno en contacto con los objetos geométricos que va a estudiar, con los problemas que debe resolver y con los recursos que va a trabajar en esta secuencia de aprendizaje sobre medidas de ángulos y operaciones sobre medidas de ángulos.

- Recabar información sobre los conocimientos previos que poseen los alumnos sobre ángulos, medidas de ángulos y operaciones con medidas de ángulos, así como del vocabulario que utiliza en este tópico.

- Proporcionar a los alumnos actividades complementarias sobre los conocimientos previos que necesitan para abordar los objetos geométricos que va a estudiar, tales como ángulos, tipos de ángulos, medidas de un ángulo y operaciones con las medidas de un ángulo.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Dibujar ángulos y señalar sus elementos.
- Determinar ángulos en figuras y en configuraciones geométricas.
- Comparar y clasificar ángulos (rectos, agudos y obtusos).
- Determinar ángulos rectos, agudos, obtusos, llanos y completos.
- Determinar y calcular medidas de ángulos complementarios y suplementarios.

Fase 2 del nivel 2. Orientación dirigida.

Descripción:

En esta fase, los alumnos comienzan a explorar el estudio sobre la comparación de ángulos y la ordenación de ángulos y el uso del ángulo recto y el grado como unidades estándares con los que realizarán operaciones de sumas y restas y medidas de ángulos.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Saber comparar ángulos de forma no numérica, tomando un ángulo como patrón.
- Saber ordenar ángulos.
- Utilizar el ángulo recto y el grado como unidades estándares para medir ángulos.
- Realizar operaciones de sumar y restar medidas de ángulos.

Fase 3 del nivel 2. Explicitación.

Descripción:

En esta fase, los alumnos intercambiarán sus experiencias. Comentarán lo que han observado en relación con el contenido y con relación a los recursos y métodos utilizados. Explicarán qué actividades parecen más fáciles y cuáles más difíciles y cómo las han resuelto.

Todos estos comentarios dentro de un contexto de diálogo en el grupo.

Fase 4 del nivel 2. Orientación libre.

Descripción:

Los alumnos, en esta fase, explican y combinan los conocimientos adquiridos para resolver actividades más complejas. Los alumnos conocen el campo de estudio y las ideas centrales: ángulo, comparación de ángulos, medidas de ángulos. Se profundizará en esta fase ampliando las unidades de medidas, así como las medidas de ángulos cualesquiera. Se desarrollará el sentido de la estimación y se harán cálculos con las medidas de ángulos.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Medir ángulos cualesquiera con un transportador.
- Construir ángulos de una medida dada.
- Estimar y medir ángulos.
- Utilizar el grado para medir y expresar ángulos.
- Utilizar los submúltiplos del grado para expresar ángulos.
- Hacer sumas y restas con las medidas de ángulos.
- Multiplicar o dividir la medida de un ángulo por un número dado.

Fase 5 del nivel 2. Integración.

Descripción:

En esta fase, los alumnos deberán relacionar los conocimientos asimilados en las fases anteriores con otros nuevos y con objetos geométricos diferentes. Para ello se propone medir ángulos en diferentes figuras geométricas (triángulos y cuadriláteros) y teselados, para descubrir propiedades de las figuras relacionadas con las medidas de sus ángulos interiores o exteriores, así como utilizar la noción de ángulos y medida de ángulos en un contexto nuevo como es el ángulo de dirección.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Medir ángulos para descubrir propiedades de las figuras geométricas (teselados).
- Reconocer propiedades de las figuras geométricas a través de la realización de medidas.
- Descubrir, a través de la realización de medidas, que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180º.
- Iniciar a los alumnos en procesos inductivos e identificar propiedades a partir de la realización de medidas.
- Descubrir a través de la realización de medidas que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360º.
- Descubrir a través de medidas que la suma de los ángulos externos

de un triángulo y de un cuadrilátero es 360º.

- Utilizar el conocimiento sobre ángulos y medidas de ángulos en otros contextos (ángulo de dirección).

2.5.2.2 Unidad de aprendizaje Medida de Ángulos 3. Objetivos y construcción

Descripción:

Nivel 3: Clasificación (Abstracción).

Los alumnos alcanzarán este nivel cuando sean capaces de establecer relaciones y formular la medida de los ángulos interiores y exteriores de un triángulo y de un polígono convexo, dando argumentos informales, propiedades o reglas descubiertas previamente.

Los objetivos generales que nos propusimos fueron:

- Identificar propiedades que puedan aplicarse para calcular la suma de los ángulos interiores y exteriores de un triángulo.
- Identificar propiedades que puedan aplicarse para calcular la suma de los ángulos interiores y exteriores de un polígono convexo.
- Dar argumentos informales, mediante el uso del dibujo o de otra representación, para justificar la suma de los ángulos interiores y exteriores de un triángulo y de un polígono convexo.
- Dar argumentos deductivos propios para justificar la suma de los ángulos interiores y exteriores de un triángulo y de un polígono convexo.
- Dar diferentes explicaciones para justificar la suma de los ángulos interiores y exteriores de un triángulo y de un polígono convexo.
- Determinar y formular la suma de los ángulos interiores y exteriores de un triángulo y de un polígono convexo.
- Identificar y usar estrategias para resolver problemas referidos a la

medida de ángulos y a la suma de los ángulos interiores y exteriores de un triángulo y de un polígono convexo.

Al igual que en la Unidad de aprendizaje Medida de Ángulos 2 mencionamos aquí los recursos para resolver las actividades, que en este caso fueron: reglas, goniómetros o transportadores, geoplanos, elásticos de colores, cartulinas, tijeras, pegamentos, lápices de colores, dispositivos móviles, tableros y barras de mecano, plantillas de polígonos, papeles punteados cuadrados e isométricos.

FASES DE APRENDIZAJE PARA LA UNIDAD DE APRENDIZAJE MEDIDA DE ÁNGULOS 3.

Fase 1 del nivel 3. Información.

Descripción:

En esta fase se tratará de:

- Poner en contacto al alumno con los objetos geométricos que va a estudiar, con los problemas que debe resolver y con los recursos que va a trabajar.
- Recabar información sobre los conocimientos previos que tienen los alumnos sobre la medida de ángulos interiores y exteriores de un triángulo y de un polígono convexo, así como del vocabulario que utilizan en este tópico.
- Proporcionar a los alumnos actividades complementarias sobre los conocimientos previos que necesitan para abordar los objetos geométricos que van a estudiar, tales como: concepto de ángulo, ángulos complementarios y suplementarios, clasificación de polígonos y diagonales de un polígono.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Reconocer y clasificar figuras y polígonos cóncavos y convexos.
- Reconocer y clasificar polígonos regulares e irregulares.

- Caracterizar y obtener las diagonales de un polígono convexo.
- Medir ángulos internos y externos con el goniómetro y establecer ciertas propiedades en un triángulo y en un cuadrilátero convexo.
- Utilizar el vocabulario apropiado relacionado con los polígonos convexos y sus elementos: lados, vértices, ángulos interiores y exteriores y diagonales.

Fase 2 del nivel 3. Orientación dirigida.

Descripción:

En esta fase, los alumnos comienzan a explorar el estudio de los modelos directos e indirectos de los ángulos de un polígono convexo. Se tomará el triángulo como motivo central y se abordará la medida de los ángulos internos de un triángulo mediante diferentes procedimientos que van desde colorear y recortar yuxtaponiendo los ángulos y midiéndolos, hasta el uso de dispositivos móviles que muestran la medida de los ángulos internos de un triángulo mediante un proceso continuo, pasando por técnicas de plegado de papel, para pasar a estudiar, a partir de la descomposición en triángulos, la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero. Finalmente, se establece una relación entre la suma de los ángulos internos y externos de un triángulo cualquiera.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Determinar y formular la suma de los ángulos internos de un triángulo.
- Determinar y formular la suma de los ángulos internos y externos de un triángulo.
- Determinar y formular la suma de los ángulos externos de un triángulo.
- Determinar y formular la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero.

Fase 3 del nivel 3. Explicitación.

Descripción:

Los alumnos intercambian sus experiencias. Comentan lo que han observado con relación al contenido y con relación a los recursos y métodos utilizados. Explican qué actividades parecen más fáciles y cuáles más difíciles y cómo las han resuelto.

Todos estos comentarios dentro de un contexto de diálogo en el grupo.

Fase 4 del nivel 3. Orientación libre.

Descripción:

Los alumnos aplican y combinan los conocimientos adquiridos para resolver actividades más complicadas. Los alumnos ya conocen el campo de estudio y la idea central de tomar el triángulo como elemento de medida y descomponer el polígono en triángulos para determinar la medida total de los ángulos internos del polígono.

Se combinará en esta fase el método seguido en la fase 1, con otros métodos como el de descomponer en triángulos a partir de un punto interior de la figura, así como, el de determinar la medida de los ángulos exteriores de un polígono convexo y su relación con la medida de los ángulos interiores.

Se plantean, finalmente, en esta fase dos actividades más, una de aplicación dirigida a determinar el ángulo interior de un polígono convexo (conocidos los restantes ángulos), y la otra, a determinar y formular la suma de los ángulos interiores de un polígono convexo.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Determinar y formular la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero y de un pentágono convexo mediante la descomposición del polígono en triángulos, tomando un punto interior como vértice origen de la descomposición.
- Determinar y formular la suma de los ángulos internos de un

polígono convexo mediante la descomposición del polígono en triángulos, tomando un vértice del polígono como vértice origen de la descomposición.

- Determinar y formular la suma de los ángulos externos de un polígono convexo.
- Determinar y formular la suma de los ángulos internos y externos de un polígono convexo.
- Determinar el ángulo interno de un polígono convexo conocidos los restantes ángulos internos.

Fase 5 del nivel 3. Integración.

Descripción:

En esta fase, el alumno deberá relacionar los conocimientos asimilados en las dos fases anteriores con otros nuevos y con objetos geométricos diferentes. Para ello se propone, por una parte: determinar y establecer relaciones entre los lados, las diagonales, número de vértices, número de triángulos y los ángulos interiores de un polígono regular (el pentágono), para después generalizarlo a cualquier polígono regular, (excluyendo en este caso la suma de la medida de los ángulos exteriores), y por otra: trabajar todos estos aspectos en una nueva configuración geométrica: "los teselados".

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Determinar el número de diagonales de un polígono regular.
- Determinar y establecer relaciones entre los lados, las diagonales, el número de vértices, el número de triángulos y los ángulos interiores de un polígono regular.
- Utilizar el conocimiento sobre la medida de los ángulos interiores de un polígono regular para construir teselados regulares.

Una síntesis del trabajo desarrollado para llevar al aula, queda descrita mediante el siguiente esquema (Tabla 2.2).

MEDIDA DE ÁNGULOS

NIVEL 2

DIBUJAR ÁNGULOS Y SEÑALAR SUS ELEMENTOS (Act. 1-2)
CARACTERIZAR ÁNGULOS (Act. 3)
COMPARAR ÁNGULOS (Act. 4)
ÁNGULOS RECTOS, LLANOS Y COMPLETOS (Act. 5-7)
ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS Y SUPLEMENTARIOS (Act. 8-9)

Fase 1: Información
- Objetivos Didácticos.
- Descriptores.
- Recursos

NIVEL 3

CONCAVIDAD Y CONVEXIDAD (Act. 1)
POLÍGONOS REGULARES E IRREGULARES (Act. 2)
DIAGONALES DE UN POLÍGONO (Act.3)
MEDIDA DE LA SEUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO Y DE UN CUADRILÁTERO (Act. 4 y 5)
MEDIDA DE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS EXTERNOS DE UN TRIÁNGULO Y DE UN CUADRILÁTERO (Act. 6 y 7)

CRITERIOS DE IGUALDAD DE TRIÁNGULOS (Act.10)
COMPARACIÓN NO NUMÉRICA DE ÁNGULOS (Act. 11-13)
ORDENACIÓN DE ÁNGULOS (Act. 14-15)
IDENTIFICAR ÁNGULOS MAYORES, MENORES O IGUALES A UN ÁNGULO DE REFERENCIA (Act. 16)
EL ÁNGULO RECTO COMO UNIDAD DE MEDIDA (Act. 17-18)
ÁNGULOS MENORES QUE EL ÁNGULO RECTO COMO UNIDAD DE MEDIDA (Act. 19)
EL GONIÓMETRO Y MEDIDAS CON ÉL (Act. 20-21)
EL GRADO COMO UNIDAD DE MEDIDA ESTÁNDAR (Act. 23-26)
MEDIDAS DE ÁNGULOS (Act. 27)
SUMA Y RESTA DE MEDIDAS DE ÁNGULOS (Act. 28-30)

Fase 2: Orientación dirigida
- Objetivos Didácticos
- Descriptores
- Recursos

SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO (Act. 8-11)
SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS Y EXTERNOS DE UN TRIÁNGULO (Act. 12)
SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN CUADRILÁTERO (Act. 13)

INTERCAMBIO DE EXPERIENCIAS

Fase 3: Explicitación.
Objetivos Didácticos
Descriptores

INTERCAMBIO DE EXPERIENCIAS

- DESCRIPCIÓN
- OBJETIVOS GENERALES.

- DESCRIPCIÓN
- OBJETIVOS GENERALES.

MEDIR Y CONSTRUIR ÁNGULOS (Act. 31-35)
ESTIMAR Y MEDIR ÁNGULOS (Act. 36-37)
LOS SUBMÚLTIPLOS DEL GRADO (Act. 38-39)
SUMA Y RESTA DE MEDIDAS DE ÁNGULOS (Act. 40-43)
MULTIPLICAR Y DIVIDIR MEDIDAS DE ÁNGULOS (Act. 44-45)

Fase 4: Orientación libre
- Objetivos Didácticos
- Descriptores
- Recursos

SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN POLÍGONO CONVEXO (Act. 14-16)
CALCULAR EL ÁNGULO INTERIOR DE UN POLÍGONO CONVEXO, CONOCIDOS LOS RESTANTES ÁNGULOS (Act 17)
SUMA DE LOS ÁNGULOS EXTERNOS DE UN PENTÁGONO Y DE UN HEXÁGONO (Act 18)
SUMA DE LOS ÁNGULOS EXTERNOS DE UN POLÍGONO CONVEXO (Act. 19)
SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS Y EXTERNOS DE UN POLÍGONO CONVEXO (Act. 20-21)

MEDIDA DE LOS ÁNGULOS EN TESELADOS (Act. 46)
MEDIDA DE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO Y DE UN CUADRILÁTERO (Act. 47-48)
MEDIDA DE LOS ÁNGULOS EXTERNOS DE UN TRIÁNGULO Y DE UN CUADRILÁTERO (Act. 49-50)
ÁNGULOS DE DIRECCIN (Act. 51-54)

Fase 5: Integración.
- Objetivos Didácticos.
- Descriptores.
- Recursos

TRAZAR DIAGONALES DE UN POLÍGONO REGULAR CONVEXO (Act. 22)
COMPLETAR UNA TABLA (Act. 23)
DETERMINAR Y ESTABLECER RELACIONES ENTRE LOS LADOS, DIAGONALES, NÚMERO DE TRIÁNGULOS Y ANGULOS INTERIORES DE UN PENTÁGONO Y DE UN POLÍGONO REGULAR (Act. 24-25)
TESELADOS CON POLÍGONOS IGUALES O DISTINTOS (Act. 26-27)

NIVEL 2

NIVEL 3

Tabla 2.2

2.5.3 El diseño de instrucción Giros

En este apartado describimos el diseño de instrucción Giros, refiriéndonos aquí a las unidades de aprendizaje Giros 2 y Giros 3.

También se preparó el diseño de instrucción para trabajarlo con alumnos de 11-13 años que habían alcanzado el Nivel 1 y la experiencia se llevó al aula los niveles de pensamiento geométrico 2 y 3, es decir, para pasar los alumnos del nivel 1 al nivel 2 y de éste al nivel 3 en el tópico definido.

Este diseño de aprendizaje consta de dos unidades de aprendizaje, las cuales se organizan de manera continua, una tratará de Generalidades sobre Giros y Propiedades de los giros, que se situará en el nivel 2, a la que denominamos Giros 2 y otra, sobre Producto o Composición de Giros, que se trabajará en el nivel 3 y que se denomina Giros 3, es decir, las dos unidades de aprendizaje dan lugar al diseño de instrucción Giros organizado, en definitiva en torno a los niveles 2 y 3, donde el nivel dos hace referencia a los giros y sus propiedades y el nivel tres a la composición de giros.

Se elaboraron 35 actividades para el Nivel 2 organizadas en torno a las fases de aprendizaje de la siguiente forma: 10 actividades para la fase 1, 10 actividades para la fase 2, 6 actividades para la fase 4 y 9 actividades para la fase 5.

Con relación al grupo de actividades correspondientes al Nivel 3 se elaboraron 38 actividades distribuidas de la siguiente manera: 10 actividades para la fase 1, 10 actividades para la fase 2, 6 actividades para la fase 4 y 12 actividades para la fase 5.

Se supone, por tanto, que los alumnos han alcanzado el nivel 1 de razonamiento geométrico en este tópico, es decir, los alumnos poseen ya una visión global, no matemática, de lo que es un giro y su obtención directa utilizando materiales, en general, y de la medida de ángulos en particular.

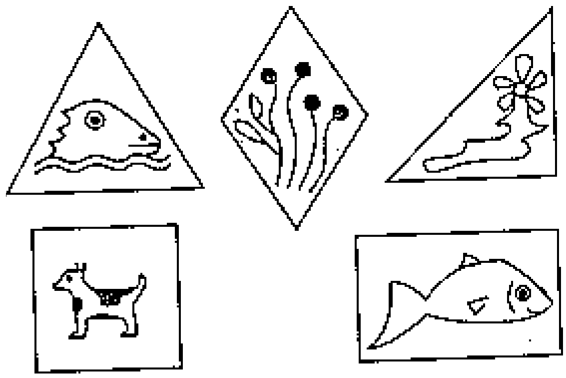
En definitiva, para iniciar el trabajo en este tópico, los alumnos deben ser capaces de conocer previamente el concepto medida de ángulos, ángulos orientados, los giros desde una perspectiva intuitiva y la obtención directa de los giros utilizando materiales, además de saber lo que es mediatriz de un segmento, suma de ángulos y traslación.

A lo largo de la secuencia didáctica que se presenta sobre giros, se utilizarán los materiales experimentados por Jaime (1993) en su Tesis Doctoral. Gran parte del conjunto de actividades que se desarrollaron han sido también adaptadas y modificadas de dicho trabajo.

Los materiales diseñados y que utilizaremos en lo que sigue son:

1. JUEGO DE FIGURAS DE CARTULINA:

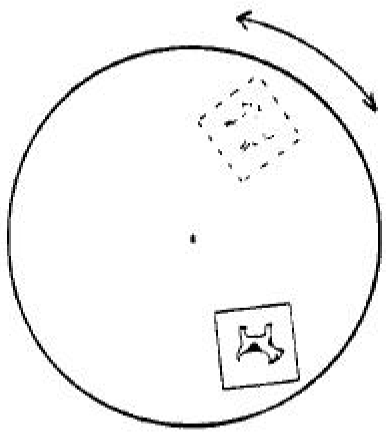
Un grupo de polígonos con dibujos de figuras asimétricas en su interior que permiten observar la orientación que poseen dichas figuras. Se tratará de suministrar al alumno un número suficiente de figuras en cartulina. Los modelos utilizados son los representados en las figuras siguientes (dibujo 1).



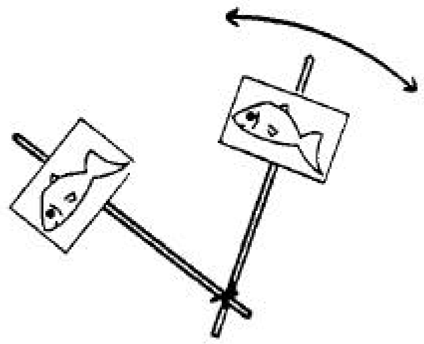
Dibujo 1

2. DISCOS TRANSPARENTES:

Los discos transparentes son círculos de hojas de acetato con su centro marcado. Para girar una figura, se coloca el disco con su centro sobre el de giro, se calca o pega una figura como la que hay que girar, se pincha por el centro del disco con algún objeto punzante y se le dan vueltas (ver dibujo 2). Para obtener una copia sobre el papel, se pinchan los vértices o puntos extremos de la pieza o dibujo, se retira el disco y se ajusta la imagen a las marcas.



Dibujo 2



Dibujo 3

3. TIRAS DE CARTULINA:

Los palillos son palitos o tiras de cartulina. En este caso debe haber piezas recortadas como la que es objeto del giro. Para girar una figura, se sitúa el palillo de manera que pase por el centro de giro y por la figura. Se pega sobre el palillo una pieza igual a la que hay que girar, en su mismo lugar y con la misma inclinación; se sujeta o pincha el palillo por el centro del giro y se le dan vueltas (ver dibujo 3). Para obtener una copia sobre el papel, se pinchan los vértices o puntos extremos de la pieza, se quita el palillo y se ajusta la imagen a las marcas.

En las actividades se utilizarán estos materiales para efectuar giros de figuras, para permitir a los estudiantes observar el desplazamiento de 1as figuras y para comprobar la exactitud de las respuestas obtenidas.

Conviene tener además un cartón grueso del tamaño DIN A4 para colocar los folios sobre el mismo, a la hora de utilizar un punzón o alfiler para determinar los centros de giro.

2.5.3.1 Unidad de aprendizaje Giros 2. Objetivos y construcción

Nivel 2. Análisis

Consideraremos que los alumnos han alcanzado este nivel si son capaces de definir, interpretar y utilizar los elementos y propiedades que caracterizan y determinan los giros en el plano.

Los objetivos generales que nos proponemos son:

- Utilizar los elementos que caracterizan los giros, centro y ángulo de giro, para desarrollar la transformación de distintas figuras geométricas.
- Comprender la definición de giro en términos de isometrías.
- Descubrir y establecer a partir de la experimentación las propiedades características de los giros
- Utilizar la propiedad de equivalencia de los giros de ángulos de amplitudes (â y 360º- â)
- Interpretar la simetría central como giro de amplitud un ángulo llano.
- Reconocer y utilizar los giros de ángulos de amplitud mayor de 360º.
- Utilizar la notación matemática para los giros y los elementos que intervienen en ellos.

Con respecto a las fases de aprendizaje, se describirán al igual que en las unidades de aprendizaje anteriores, Ángulos y Medida de Ángulos.

FASES DE APRENDIZAJE PARA LA UNIDAD DE APRENDIZAJE GIROS 2:

Fase 1 del nivel 2. Información.

Descripción:

En esta fase se tratará por una parte, de obtener la información sobre los conocimientos que poseen los alumnos de ángulos, medida de ángulos, ángulos positivos y negativos, y por otra, proporcionar a los alumnos actividades de repaso sobre los aspectos intuitivos que deben conocer sobre los giros.

También se presentan actividades de familiarización con el vocabulario matemático que utilizarán, orientando además hacia donde irá dirigido el estudio posterior.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Comprender la necesidad de establecer una orientación en el plano.
- Reconocer y utilizar medidas de ángulos negativos.
- Utilizar materiales manipulativos para la obtención de los giros y los elementos que los caracterizan.
- Reconocer la característica que poseen los giros de ser isometrías (el tamaño y la forma de las figuras se conservan).
- Realizar giros de manera directa sirviéndose de los materiales didácticos propuestos (discos, palillos, ruedas).
- Identificar el desplazamiento circular de las figuras giradas.
- Utilizar las características visuales de los giros: Desplazamiento circular, cambio de posición, equidistancia al centro, no inversión de la figura.
- Utilizar el vocabulario apropiado relacionado con los giros: Giro, centro, distancia, recorrido circular, inclinación, imagen, ...

Fase 2 del nivel 2. Orientación dirigida.

Descripción:

En esta fase, los alumnos desarrollarán actividades más complejas al objeto de adquirir las destrezas necesarias para aplicar giros a distintas figuras geométricas con los materiales construidos al efecto y con los convencionales (regla y compás), utilizando la notación matemática para los mismos.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Descubrir y utilizar la equidistancia de cada punto y su imagen al centro de giro como característica de los giros.
- Descubrir y utilizar como característica de los giros la invarianza del ángulo de giro para todos los puntos de una figura.
- Descubrir y utilizar como característica de los giros el centro y el ángulo de giro.
- Saber determinar el ángulo de un giro.
- Comprender y utilizar la notación estándar de giro, G (centro, ángulo), el vocabulario básico asociado y los sentidos de giro.
- Aprender a aplicar un giro determinado a un punto por procedimientos exactos.
- Obtener la imagen de una figura por un giro dado, usando varios procedimientos apropiados para diferentes situaciones.
- Reconocer y utilizar las propiedades particulares de las situaciones según que el centro de giro esté sobre la figura a girar o fuera de ella.

Fase 3 del nivel 2. Explicitación.

Descripción:

Los alumnos intercambian sus experiencias. Comentan lo que han observado con relación al contenido y con relación a los recursos y métodos utilizados. Explican qué actividades parecen más fáciles y cuáles más difíciles y cómo las han resuelto.

Todos estos comentarios dentro de un contexto de diálogo en el grupo.

Fase 4 del nivel 2. Orientación libre.

Descripción:

Los alumnos, en esta fase, explican y combinan los conocimientos adquiridos sobre el concepto de giro y los elementos básicos de los giros, al objeto de resolver actividades más complejas.

Los alumnos conocen las ideas básicas que subyacen en la transformación de figuras planas mediante giros: equidistancia entre el centro de giro y puntos homólogos, invarianza del ángulo de giro, notación matemática para los giros, sentido del ángulo de giro.

Se profundizará en esta fase sobre estos aspectos, se les introducirá en el concepto de equivalencia de giros.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Descubrir en una figura geométrica plana, el mínimo número de puntos necesarios para determinar la figura transformada mediante un giro.
- Descubrir y utilizar la equivalencia de giros.
- Utilizar el vocabulario y la notación formales asociados a los giros.
- Descubrir y utilizar la propiedad de conservación de la inclinación de una figura al girarla con centros distintos pero igual ángulo.

Fase 5 del nivel 2. Integración.

Descripción:

En esta fase los alumnos deberán relacionar los conocimientos asimilados en las fases anteriores con otros nuevos. Para ello se propone estudiar las simetrías centrales como casos particulares de giros, así como utilizar otros materiales usuales en la enseñanza de la Geometría, para finalmente, trabajar los giros dentro de configuraciones especiales tales como los mosaicos semirregulares.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Interpretar la simetría central respecto a un punto, como giro.
- Determinar las figuras transformadas mediante simetrías centrales, sin necesidad de utilizar el transportador de ángulos.
- Realizar giros dentro de una malla cuadriculada, analizando las

posibilidades de ésta para simplificar la construcción de algunos giros particulares.

- Reconocer y utilizar el concepto de invarianza ante transformaciones de figuras planas regulares.
- Interpretar los mosaicos semirregulares como configuraciones que permanecen invariantes después de aplicar ciertos giros con centros y ángulos determinados.

2.5.3.2 Unidad de aprendizaje Giros 3. Objetivos y construcción

Descripción:

Nivel 3: Clasificación (Deducción informal).

Se considera que los alumnos han alcanzado este nivel cuando son capaces de desarrollar composiciones de giros de igual y distinto centro, siguiendo los razonamientos deductivos que dan lugar a las propiedades que surgen.

Además, los alumnos deben ser capaces de formular y relacionar de forma lógica, suministrando argumentos informales las propiedades que permiten la obtención de centros de giro conociendo figuras homólogas; las justificaciones de la conmutatividad y no conmutatividad de giros según tengan o no el mismo centro; las propiedades de composición y descomposición de giros de igual y distinto centro.

Los objetivos generales que nos propusimos fueron:

- Descubrir y justificar que siempre existe una isometría (giro o traslación) relacionando dos figuras congruentes y con la misma orientación.
- Realizar composiciones y descomposiciones de giros de igual y distinto centro, generalizando el resultado de la composición de varios de tales giros utilizando estos resultados en otros problemas.
- Analizar la propiedad conmutativa de los giros de igual y distinto

centro. Realizar composiciones y descomposiciones de traslaciones. Demostrar el resultado de la composición de giros y descomposición en giros de un giro o una traslación. Comprender y saber utilizar la infinidad de soluciones.

- Demostrar informalmente mediante razonamiento deductivo propiedades de los giros descubiertas en este nivel o los anteriores.
- Comprender el planteamiento y desarrollo de algunas demostraciones informales.
- Resolver situaciones problemáticas que permitan obtener el centro y el ángulo de un giro.
- Obtener el centro de un giro conociendo figuras homólogas.

FASES DE APRENDIZAJE PARA LA UNIDAD DE APRENDIZAJE GIROS 3:

Fase 1 del Nivel 3. Información.

Descripción:

En esta fase, se tratará por una parte, de obtener la información sobre los conocimientos que poseen los alumnos de las operaciones con ángulos orientados, de las traslaciones y la interpretación de la mediatriz de un segmento como lugar geométrico; y por otra, proporcionarles las actividades que les permitan estar en disposición de conocer los aspectos señalados con la profundidad suficiente para poder resolver las situaciones sobre giros que se desarrollarán en las siguientes fases.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Utilizar la regla y el compás para construir la mediatriz de un segmento.
- Interpretar la mediatriz de un segmento como el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los extremos de un segmento.
- Realizar tanto gráficamente como numéricamente sumas de ángulos,

sea cual sea la orientación que posean.

- Desarrollar traslaciones de manera directa, justificando que son isometrías.
- Utilizar distintos materiales que permiten desarrollar traslaciones.
- Reconocer la inclinación de las figuras como propiedad invariante de las traslaciones.

Fase 2 del Nivel 3. Orientación libre.

Descripción:

Las actividades que se desarrollarán en esta fase son más complejas que las de la fase anterior. Se tratará de que el alumno sea capaz de seguir los razonamientos deductivos que permiten interpretar el centro de giro como intersección de mediatrices, así como adquirir las destrezas necesarias para obtener dicho centro. También se tratará en esta fase de que sea capaz de componer giros del mismo centro tanto numérica como gráficamente, reconociendo los rosetones como una aplicación particular de la composición de giros de igual centro.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Descubrir y utilizar la propiedad de la mediatriz de un par de puntos como el lugar geométrico de los centros de giro que transforman un punto en el otro.
- Obtener el centro de giro conociendo figuras homólogas.
- Componer giros del mismo centro e interpretar la facilidad del método numérico sobre el gráfico.
- Descubrir y justificar la propiedad conmutativa de la composición de los giros de igual centro.
- Descubrir y justificar la propiedad de que dadas dos figuras en el plano directamente iguales, se puede obtener una a partir de la otra mediante un giro o una traslación.

- Comprender y utilizar el vocabulario y la notación formales asociados a la composición de giros y traslaciones.

Fase 3 del nivel 3. Explicitación.

Descripción:

En esta fase, los alumnos intercambian sus experiencias y analizan conjuntamente las propiedades y conceptos sobre los contenidos desarrollados.

Establecen sus opiniones sobre la mayor o menor dificultad de las actividades realizadas, indicando cuáles les han resultado más fáciles y cuáles más difíciles explicando cómo las han resuelto.

Los comentarios se desarrollan dentro de un contexto de diálogo e intercambio.

Fase 4 del Nivel 3. Orientación dirigida.

Descripción:

Los alumnos, con la resolución de las actividades correspondientes a esta fase, combinan e interpretan los conocimientos adquiridos en las fases anteriores. Desarrollarán composiciones y descomposiciones de giros de distinto centro y/o traslaciones, atendiendo a la caracterización de las mismas.

Establecerán y justificarán de una manera informal las propiedades esenciales de la composición de giros de distinto centro y generalizan otras sobre la descomposición de movimientos.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Componer giros de distinto centro y generalizar el resultado en función del valor de la suma de los ángulos que se componen.
- Demostrar informalmente el resultado de la composición de dos giros de distinto centro basando el argumento en la relación de las inclinaciones relativas de las diferentes figuras.
- Descomponer una traslación o un giro en producto de dos giros de

distintos centros.

- Comprender el desarrollo de algunas demostraciones, dirigidas por el profesor, y proporcionar la justificación de algunas implicaciones que formen parte de las mismas.
- Utilizar las propiedades conocidas de los giros para simplificar movimientos en una composición de giros o de giros y traslaciones.
- Descubrir, aprender y utilizar técnicas para pasar de una figura a otra mediante una composición de giros o de giros y traslaciones.

Fase 5 del nivel 3. Integración.

Descripción:

En esta fase, los alumnos deberán relacionar los conocimientos adquiridos en las fases anteriores entre sí, incluyendo estos conocimientos dentro de contextos más generales. En este caso, se establecerán propiedades generales sobre la descomposición de giros en producto de giros y traslaciones, atendiendo a la infinitud de estas descomposiciones.

Se utilizarán las propiedades de los giros para estudiar configuraciones especiales de mosaicos como por ejemplo, mosaicos tipo Escher.

Los objetivos didácticos y los descriptores fueron:

- Descubrir propiedades genéricas sobre la descomposición de giros como producto de dos giros de distinto centro.
- Comprender, justificar y utilizar la infinidad de soluciones que permiten descomponer una traslación como producto de dos giros de distinto centro.
- Comprender, justificar y utilizar la infinidad de soluciones que permiten descomponer un giro como producto de dos giros de distinto centro.
- Construir y analizar desde la perspectiva de la composición de movimientos (giros y traslaciones) configuraciones de mosaicos tipo

Escher.

- Utilizar los motivos iniciales y los giros para caracterizar mosaicos tipo Escher.
- Comprender y desarrollar argumentos informales de justificación de propiedades en el estudio de la composición y descomposición de giros y traslaciones.

El siguiente esquema sintetiza las actividades desarrolladas (Tabla 2.3).

GIROS

NIVEL 2

MEDIR Y CONSTRUIR ÁNGULOS CUALESQUIERA (Act. 1)
ÁNGULOS ORIENTADOS (Act. 2)
MEDIDA Y ESTIMACIÓN DE ÁNGULOS ORIENTADOS (Act. 3-4)
GIROS (Act. 5-7)
IDENTIFICACIÓN VISUAL DE LOS GIROS (Act. 8-9)
MOVIMIENTO CIRCULAR (Act. 10)

EQUIDISTANCIA DEL CENTRO DE GIRO (Act. 11)
INVARIANZA DEL ÁNGULO DE GIRO (Act. 12-13)
INTRODUCCIÓN A LA NOMENCLATURA ESTÁNDAR PARA LOS GIROS (Act. 14)
DETERMINACIÓN DE PUNTOS Y ÁNGULOS TRANSFORMADOS (Act. 15)
GIROS DE FIGURAS PLANAS, CON CENTRO EXTERIOR (Act. 16)
GIROS DE FIGURAS PLANAS, CON CENTRO EXTERIOR, CON CENTRO INTERIOR Y MEDIDA DEL ÁNGULO DE GIRO CONOCIDA (Act. 17-18)
OBTENCIÓN DE GIROS DE UNA FIGURA CON CENTRO EN UN VÉRTICE Y ÁNGULO DE GIRO CONOCIDO (Act. 19)
DETERMINACIÓN INTUITIVA DE GIROS (Act. 20)

INTERCAMBIO DE EXPERIENCIAS

DETERMINACIÓN PUNTUAL DEL GIRO DE UNA FIGURA PLANA (Act. 21)
INTRODUCCIÓN Y COMPROBACIÓN DE LA EQUIVALENCIA DE GIROS (Act. 22-23)
GIROS EQUIVALENTES (Act. 24)
INCLINACIÓN DE FIGURAS TRANSFORMADAS MEDIANTE GIROS (Act. 25-26)

GIROS DE 180º (Act. 29)
OBTENCIÓN GRÁFICA DE GIROS DE 180º (Act. 28)
CONCEPTO DE SIMETRÍA CENTRAL (Act 29)
OBTENCIÓN DEL CENTRO DE SIMETRÍA (Act. 30)
USO DE LA CUADRÍCULA PARA GIRAR FIGURAS GEOMÉTRICAS (Act. 31)
GIROS DE POLÍGONOS NO CONVENCIONALES (Act. 32)
GIROS EN EL GEOPLANO, COMO ISOMETRÍAS DE FIGURAS PLANAS, EN MOSAICOS SEMIRREGULARES (Act. 33-35)

NIVEL 2

DESCRIPCIÓN

OBJETIVOS GENERALES.

Fase 1: Información
- Objetivos Didácticos.
- Descriptores.
- Recursos

Fase 2: Orientación dirigida
- Objetivos Didácticos
- Descriptores.
- Recursos

Fase 3: Explicitación.
Objetivos Didácticos.
Descriptores.

Fase 4: Orientación libre
- Objetivos Didácticos
- Descriptores.
- Recursos

Fase 5: Integración.
- Objetivos Didácticos.
Descriptores.
- Recursos

Tabla 2.3

NIVEL 3

SUMA DE ÁNGULOS (Act. 1-2)
TRASLACIÓN (Act. 3-5)
TRASLACIONES DE VECTORES EQUIVALENTES (Act.6)
CONSTRUCCIÓN DE LA MEDIATRIZ COMO PLEGADO DE PAPEL Y COMO LUGAR GEOMÉTRICO (Act. 7 y 8)
RELACIÓN ENTRE GIROS Y TRASLACIONES (Act. 9)
UTILIZACIÓN DE LA PROPIEDAD DE LA "INCLINACIÓN" (Act. 10)

OBTENCIÓN DEL CENTRO DE GIRO (Act.11-13)
COMPOSICIÓN DE DOS, TRES O MÁS GIROS DE IGUAL CENTRO (Act. 14-15)
CONMUTATIVIDAD DE LA OPERACIÓN DE COMPOSICIÓN DE GIROS DEL MISMO CENTRO (Act. 16)
ROSETONES OBTENIDOS COMPONIENDO GIROS DE IGUAL CENTRO (Act. 17)
ROSETONES (Act. 19)
FIGURAS DIRECTAMENTE IGUALES. DESCOMPOSICIÓN. (Act. 20)

INTERCAMBIO DE EXPERIENCIAS

PRODUCTO DE GIROS DE DISTINTO CENTRO (Act. 21)
COMPOSICIÓN DE GIROS DE DISTINTO CENTRO (Act. 22)
TRASLACIONES COMO PRODUCTO DE GIROS DE DISTINTO CENTRO (Act. 23)
LA PROPIEDAD CONMUTATIVA PARA EL PRODUCTO DE GIROS DE DISTINTO CENTRO (Act. 24)
GENERALIZACIÓN DE LOS RESULTADOS ANTERIORES (Act. 25)
APLICACIÓN DE LAS PROPIEDADES DE LA COMPOSICIÓN DE GIROS (Act. 26)

DESCOMPOSICIÓN DE GIROS EN PRODUCTO DE DOS GIROS DEL MISMO CENTRO (Act. 27)
DESCOMPOSICIÓN DE GIROS COMO PRODUCTO DE GIROS DE DISTINTO CENTRO (Act. 28-29)
INFINITAS DESCOMPOSICIONES DE UN GIRO COMO PRODUCTO DE OTROS DOS (Act. 30-31)
TRASLACIÓN COMO PRODUCTO DE GIROS (Act. 32)
INFINITAS DESCOMPOSICIONES DE UNA TRASLACIÓN EN PRODUCTO DE GIROS (Act. 33)
COMPOSICIONES DE GIROS Y TRASLACIONES (Act. 34 y 35)
GIROS Y TRASLACIONES EN EL CONTEXTO DE LOS MOSAICOS TIPO ESCHER (Act. 36-38)

NIVEL 3

- DESCRIPCIÓN
- OBJETIVOS GENERALES.

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA

3.1 Introducción

En este Capítulo se desarrolla el enfoque metodológico y los instrumentos utilizados en el presente trabajo. Se describe el diseño general y las fases de la investigación así como los diseños de instrucción desde sus perspectivas de enseñanza e investigación, respectivamente.

Finalmente se describen las técnicas e instrumentos utilizados para la recogida de información y los procedimientos seguidos en el análisis de los datos.

3.2 Diseño general y fases de la investigación

En este apartado describiremos el diseño general de la investigación y las fases en que se han desarrollado sus distintas etapas.

La investigación no se enmarca en un paradigma único, sino que se sitúa entre dos perspectivas:

- La interpretativa, con la que se pretende conseguir una mayor comprensión de las situaciones y relaciones establecidas, a la vez que permite dar respuesta a los interrogantes de cómo los sujetos perciben, interpretan, modifican y construyen los objetos matemáticos considerados;
- La analítica, con el fin de reducir el fenómeno que se estudia a dimensiones objetivables, susceptibles de medición y control experimental.

En cuanto a su finalidad, podemos hablar de una investigación aplicada, ya que tratamos de resolver un problema práctico, como es el estudio de la influencia de la formación, basada en una perspectiva de la Teoría de Van Hiele para profesores, en el desarrollo de su práctica profesional.

Esta investigación se ha desarrollado en cuatro etapas en el período comprendido entre los años 1993 y 2000. El esquema 3.1cuadro 1 recoge el esquema de la investigación, especificando las distintas fases, así como las tareas realizadas. A continuación se describen las distintas fases que comprenden el proceso completo de la misma.

La primera fase, FASE EXPLORATORIA, se desarrolla desde el curso 1993 al 1995. Durante este período se mantuvieron reuniones periódicas entre el equipo de investigación y 4 profesores en activo, que formaban parte del Seminario Permanente de Didáctica de la Geometría con el objetivo de analizar la realidad escolar sobre la enseñanza de la Geometría. Desde la perspectiva de realizar una innovación del currículo de la misma para alumnos de 10 a 14 años, comenzamos por una revisión de diferentes materiales curriculares, en especial de los Estándares Curriculares y de los Diseños Curriculares Base, así como de diferentes libros de texto y Unidades didácticas diseñadas.

La pregunta que nos guió en la primera parte de esta fase fue ¿existe algún modelo teórico que pueda responder a las necesidades curriculares para la Geometría?

Se consideraron dos posibilidades: adaptar la interpretación que desde la teoría del desarrollo proponía Piaget o utilizar las modelizaciones de los Van Hiele, finalmente optamos por esta última. Se analizaron diferentes materiales curriculares desde este punto de vista, todo ello nos permitió la elaboración de un primer material curricular para la Geometría para el tema: Ángulos, Medida de Ángulos y Giros.

La segunda fase, FASE DE PREPARACIÓN Y DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN, se desarrolló desde el curso 1995 al 1997, y podemos distinguir en ella dos etapas: una primera, durante la cual se organizó la investigación y la segunda en la que se puso en marcha lo diseñado.

El primer paso de esta fase fue la delimitación del problema de investigación y el establecimiento de los objetivos de la misma. A continuación, se determinó cuál sería la metodología a seguir y los instrumentos que utilizaríamos, así como la temporalización de todo el proceso.

Dado que se pretendía que los profesores utilizaran con sus alumnos un material curricular diseñado por el equipo investigador, previa implementación y revisión con ellos mismos, en este primer período se preparó el material que constituyó lo que hemos denominado CURSO GUÍA. El Curso se dividió en torno a los tres tópicos que decidimos abordar y que habíamos trabajado en la primera fase: ángulos (CGA), medida de ángulos (CGM) y rotaciones o giros (CGR).

También en esta fase y paralelamente a la preparación del Curso Guía, se prepara un Protocolo Cerrado (PC), cuyo objetivo fue, en líneas generales, conocer el estado de opinión de estos profesores con respecto a la Geometría y sobre la enseñanza-aprendizaje de la Geometría.

Y, finalmente, ya que decidimos seguir el modelo de Van Hiele como marco conceptual que guiara el microcurrículo que iban a desarrollar tanto los profesores como sus alumnos, realizamos una adaptación de los Tests de Usiskin (TU) y de Jaime (TJ) con el objetivo de analizar el nivel de razonamiento geométrico en el que estaban los profesores que realizarían la experiencia.

En definitiva, durante la primera parte de esta fase se prepararon los instrumentos que permitirían hacer un análisis del trabajo habitual de los profesores en el aula, de sus estados de opinión acerca de la Geometría y de la enseñanza-aprendizaje de la misma, y de sus propios conocimientos en esta disciplina.

En la segunda parte de esta fase debemos considerar dos acciones diferentes. La primera, consistió en analizar sus clases de Matemáticas, para ello se les propuso la elaboración de un guión del desarrollo de sus clases, preferiblemente de Geometría y en la videograbación de dos sesiones de clase de una hora, relativas al guión presentado. La segunda acción consistió en la implementación del microcurrículo preparado para Ángulos, Medida de Ángulos y Giros esto es, se desarrolló el Curso Guía con los profesores participantes mediante la técnica de "inmersión", esto es los profesores desarrollaron las mismas secuencias de aprendizaje, que luego ellos iban a proponer a sus alumnos, para conocer con más profundidad el diseño y experimentar las posibles dificultades con las que se encontrarían posteriormente los alumnos.

En la segunda parte de esta fase se utilizaron diferentes instrumentos de recogida de información: las producciones de los profesores que se registraron en el material curricular que utilizaron en el Curso Guía, el diario de la investigadora, las audiograbaciones de todas las sesiones desarrolladas y las puestas en común realizadas en diferentes momentos del desarrollo del Curso Guía.

La fase tercera, FASE DE IMPLEMENTACIÓN EN EL AULA, se corresponde con el curso académico 1997-1998. Esta tercera fase se va a centrar en la implementación en el aula del microcurrículo elaborado y desarrollado por los profesores. En ella se trata de analizar la actuación en el aula de los profesores cuando ponían en marcha la enseñanza de los temas Ángulos, Medida de Ángulos y Giros, respectivamente, en sus aulas. No todos los profesores utilizaron todas las unidades de aprendizaje, sino que cada profesor desarrolló un tópico concreto con sus dos unidades de aprendizaje, con el objetivo de seleccionar más tarde, para el estudio completo, dos profesores por tópico. Se trataba en definitiva de analizar cómo los profesores implementaban el diseño realizado y estudiar las tomas de decisiones de interacciones de los estudiantes con la Geometría, y entre los profesores y sus alumnos, cuando realizan los contenidos preparados de esta forma.

Los instrumentos de recogida de la información utilizados en esta etapa de la investigación fueron: los guiones elaborados por los profesores para utilizarlos en la clase, videograbaciones de dos sesiones para cada profesor desarrollando la unidad de aprendizaje elegida, las producciones de los alumnos cuando resolvieron las actividades diseñadas por el equipo investigador y seleccionadas por los profesores, el diario de la clase que cumplimentaron los profesores, las audiograbaciones de las entrevistas finales y el cuestionario de valoración de la experiencia que se les administró en la reunión final.

Terminamos esta investigación en la fase cuarta, FASE DE CIERRE DE LA INVESTIGACIÓN, durante los años 1998 a 2002, durante los cuales hemos elaborado esta Memoria, redactado las conclusiones finales y explicitado los problemas abiertos que han surgido a lo largo de esta investigación y que serán objeto de estudio en el futuro.

- Reuniones periódicas con un grupo de profesores. (Seminario de Investigación de Didáctica de la Geometría)
- Innovación del currículo de Geometría (alumnos de 10-14 años)).
- Revisión de los estándares curriculares y DCB de geometría.
- Elaboración de materiales curriculares para la Geometría. Tema: Ángulos, medida de ángulos y giros.

PROBLEMA: ¿EXISTE ALGÚN MODELO TEÓRICO QUE PUEDA RESPONDER A LAS NECESIDADES CURRICULARES PARA LA GEOMETRÍA

CURSOS 1993-1995
FASE EXPLORATORIA

- Delimitación del problema de investigación.
- Preparación de la metodología de investigación.
- Temporalización.

- **Preparación del Curso Guía siguiendo el Modelo de VH.**

- **Preparación del Protocolo Cerrado sobre los estados de opinión (PC)**
  Sobre la Geometría
  Sobre la E-A de la Geometría.
- **Adaptación del Test de Usiskin (TU)**
- **Adaptación del Test de Jaime (TJ)**

Diseño de Instrucción para el Curso Guía:
-Ángulos (CGA)
-Medida de Ángulos(CGM)
-Giros (CGG)

PUESTA EN MARCHA DE LA INVESTIGACIÓN.:
1.- Análisis del trabajo habitual de los profesores en el aula.
2.- Análisis de los estados de opinión
3.- Análisis de la formación de los profesores en Geometría.
4.- Impl. Microcurrículo (Curso Guía) con los profesores (INMERSIÓN)
5.- Control de la producción
6.- Nivel conocimientos (O.ext)
7.- Estados de opinión (O. ext)

INSTRUMENTOS
1.- Guiones de clase
Transcripciones de las videograbaciones.
2.- Protocolo cerrado
3.- Test de Jaime y Test de Usiskin
4.- Producciones de los profesores
5.- Diario de la investigadora
6.- Transcripción de las audiograbaciones
7.- Puesta en común

CURSOS 1995-1997
FASE DE PREPARACIÓN Y COMIENZO.

IMPLEMENTACIÓN DEL MICROCURRÍCULO CON LOS ALUMNOS.
5.- Análisis de la actuación en el aula de los profesores.
6.- Análisis de las interacciones de los estudiantes:
Con la Geometría
Profesor-alumno
7.- Análisis de la adaptación del diseño realizada por los profesores.
8.- Análisis del desarrollo del currículo preparado.
9.- Valoración del currículo

INSTRUMENTOS
5.- Guión de la clase
Transcripciones de dos videograbaciones.
6.- Transcripción de las videograciones
Producciones de los alumnos
Diario de la investigadora
7.- Diario de la clase.
8.- Entrevista final
9.- Cuestionario de valoración de la experiencia. Reunión final (audiograbaciones)

CURSO 1997-98
FASE DE IMPLEMENTACIÓN EN EL AULA

- ELABORACIÓN DE LA MEMORIA.
- CONCLUSIONES.
- PROBLEMAS

CURSO 1998-2002
FASE DE CIERRE DE LA INVESTIGACIÓN

Esquema 3.1: Desarrollo de la investigación

3.3 Los diseños como elementos de instrucción y como elementos de investigación. Objetivos y metodologías

Esta investigación utiliza los diseños de instrucción que se acaban de describir con dos finalidades fundamentales: como elementos de instrucción y como elementos de investigación.

Como elementos de instrucción, en el sentido que se conciben como materiales curriculares diseñados con todas las componentes necesarias para ser desarrolladas en el aula por estudiantes de primaria y secundaria, basados en una teoría de aprendizaje concreta y siguiendo las fases de aprendizaje que caracterizan el modelo de pensamiento geométrico de Van Hiele.

Desde la perspectiva de la investigación, el conocimiento del profesor debe involucrar competencias didácticas que permitan asumir y desarrollar otra alternativa de enseñanza de la Geometría. En este sentido las competencias didácticas están relacionadas con el conocimiento geométrico y con el modelo de aprendizaje. Optamos entonces por un modelo de instrucción que permita la actualización geométrica y didáctica.

La utilización de modelizaciones de situaciones de enseñanza en ámbitos de inmersión, dirigidas a inducir cambios en el desempeño de su actividad profesional, debe estar relacionada con los aspectos más sobresalientes de su actividad, por ello los diseños de instrucción se estructuran en torno a los elementos curriculares: objetivos, contenidos, metodología y evaluación, teniendo en cuenta la estructura conceptual de los contenidos geométricos (niveles de pensamiento geométrico) y el uso de diferentes materiales y recursos.

Los diseños de instrucción Ángulos, Medida de Ángulos y Giros, actúan también como elementos de investigación, dado que se constituyen en sí mismos como uno de los elementos básicos que se analizará durante el desarrollo del Curso Guía para los profesores en activo que participaron en la experiencia.

Las producciones de los profesores a la hora de utilizar los diseños, los comentarios audiograbados, las discusiones y puestas en común realizadas, así como el uso que hacen los profesores después del Curso Guía en el desarrollo de sus clases, permiten establecer categorías de comportamiento que nos ayudan a analizar a los profesionales que trabajan en nuestro entorno educativo. Asimismo, estos diseños nos ayudan a complementar información para alcanzar los objetivos de investigación que nos habíamos propuesto.

El empleo de los tres diseños instruccionales realizados, pone de manifiesto una metodología activa, que conjuga la indagación individual, la discusión en grupos pequeños y la puesta en común en gran grupo del trabajo realizado.

3.4 Curso Guía por "inmersión" para profesores en activo

Las deficiencias didácticas del profesorado de Matemáticas induce a recurrir, como señala Marcelo (1992) al ensayo y error como principal instrumento para aprender a enseñar, por ello, el cambio que nos hemos propuesto con el desarrollo de la investigación que hemos llevado a cabo supone para el profesorado, tanto un cambio curricular como un cambio metodológico. Consecuentemente, se parte de una preparación de los profesores que van a llevar a cabo la experiencia, pero no únicamente de una preparación teórica (la Teoría de Pensamiento Geométrico de Van Hiele), sino que es necesario que exista una creencia firme de que lo que se va a desarrollar en el aula favorezca el aprendizaje de los alumnos.

La preparación de los profesores en activo que colaboraron en nuestra investigación se hizo mediante lo que se ha denominado Curso Guía (Anexo I), utilizando un método de trabajo que se denomina "inmersión" ya comentado en el Capítulo I, apartado 1.4.2.

En síntesis, el Curso Guía se desarrolló utilizando el mismo material curricular (diseños de instrucción) que luego los profesores en activo propondrán a los alumnos en sus clases.

Recordemos de manera general que el Curso Guía pretende:

- Motivar a los profesores en activo a la integración Didáctica de las fases de aprendizaje del Modelo de Van Hiele a las actividades didácticas para la enseñanza de la Geometría.
- Actuar en el ámbito de la formación permanente del profesorado de Matemáticas de la Educación Primaria y Secundaria Obligatoria, aportándoles los conocimientos y las estrategias didácticas asociadas al modelo de Van Hiele para la enseñanza de la Geometría.
- Proporcionar la reflexión del profesorado en activo acerca de las potencialidades del modelo didáctico de Van Hiele en la enseñanza-aprendizaje de la Geometría.

El Curso Guía se desarrolla bajo la siguiente Hipótesis:

"El programa diseñado mediante el Curso Guía desarrolla competencias didácticas en Geometría para la implementación de las fases de aprendizaje del Modelo de Van Hiele en el profesor de matemáticas en activo".

El Curso Guía permite conocer los conocimientos y opiniones del profesorado acerca de la enseñanza de la Geometría y cómo creen que aprenden sus alumnos manifestando las dificultades que pueden encontrar cuando tengan que implementar tales diseños.

El Curso Guía supone situar a los profesores en activo en una propuesta de enseñanza y aprendizaje de la Geometría que genera reflexión acerca del razonamiento y fortalecimiento, en sus futuros alumnos, de habilidades geométricas que habitualmente son abordadas con los medios formales de enseñanza tales como libros de texto, actividades seleccionadas, y en general, mediante estrategias diferentes.

En consecuencia, el Curso Guía no es un recetario sobre cómo ejecutar un plan de formación para los alumnos de Primaria y Secundaria Obligatoria en los temas Ángulos, Medida de Ángulos y Giros, ni tiene como objetivo la reproducción de un microcurrículo diseñado por un equipo de investigación, sino que pretende ser un vehículo de interpretación, justificación, clarificación y orientación, desde la práctica misma ("inmersión") de las transformaciones que surgen en un proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría. Es importante señalar además, que esta interpretación, justificación, clarificación y orientación que se hace del currículo, no se apoya únicamente en la práctica docente, sino que incorpora:

- Los resultados seleccionados de la investigación realizada hasta la fecha en torno a la Teoría de Van Hiele.
- Las opiniones y experiencias de docentes involucrados en una primera fase del proyecto de investigación donde se enmarca esta Memoria de Doctorado y que participaron en el Seminario Permanente de Didáctica de la Geometría durante el período comprendido entre el año 1993 y 1995.
- Las opiniones y experiencias de los docentes involucrados en esta fase de la investigación.

La selección del profesorado que participó en el Curso Guía se hizo a partir de una invitación a los profesores que participaban en los dos Seminarios permanentes institucionalizados en el Área de Conocimiento Didáctica de la Matemática en la Universidad de La Laguna:

- Seminario Permanente de Didáctica de las Matemáticas
- Seminario Permanente de Didáctica de la Geometría, constituidos por profesores de Educación Primaria y primer ciclo de Educación Secundaria Obligatoria.

Once profesores decidieron participar en el curso que se ofreció, aceptando libremente colaborar en la investigación, y, contando, además con una actitud positiva y una creencia firme que lo que se va a desarrollar en el aula creemos podrá influir positiva y profundamente en sus alumnos.

3.4.1 Programa y temporalización del Curso

El Curso Guía para los profesores constó de tres fases que describiremos a continuación:

Fase 1: Preparación y organización:

Se dedicaron 6 horas a esta primera fase, distribuidas en dos sesiones de 3 horas cada una y que se cubrieron los días 16 y 22 de abril de 1997.

En esta fase:

- Se presentaron los objetivos del Curso Guía, centrados en el estudio de las potencialidades y dificultades que genera la implementación de un microcurrículo de Geometría (Ángulos, Medida de Ángulos y Giros), desde la perspectiva de los Van Hiele, en el último ciclo de Primaria y en el primer ciclo de Secundaria.
- Se administró el primer instrumento para determinar el nivel de pensamiento geométrico en el que se encontraban los profesores participantes en la investigación (Test de Usiskin).
- Se cumplimentaron unas fichas con diferentes datos del profesorado participante.
- Se administró el Test de Jaime, como instrumento alternativo para la determinación del nivel de pensamiento geométrico.
- Los profesores respondieron a la entrevista inicial semiestructurada confeccionada por el equipo investigador (Protocolo Cerrado) que se describirá en el apartado 3.7.1.
- Se organizó la programación definitiva del Curso Guía.
- Se recabaron opiniones y sugerencias para el desarrollo del Curso Guía y la investigación, que se desarrollaría posteriormente.

Fase 2. Desarrollo del Curso Guía por "inmersión"

Esta fase es la que realmente constituyó el Curso Guía y se desarrolló durante 30 horas distribuidas en 10 sesiones de 3 horas desarrolladas entre los días 15 y 28 de septiembre de 1997. En tales sesiones, los profesores participantes en la investigación realizaron las actividades propuestas en los diseños de instrucción siguiendo la estructura que habíamos acordado en la primera fase:

3 sesiones para el diseño de instrucción Ángulos,

3 sesiones para el diseño de instrucción Medida de Ángulos,

4 sesiones para el diseño de instrucción Giros.

De acuerdo con la metodología planificada, los profesores participantes en el Curso Guía resolvían las actividades propuestas en los diseños de instrucción, siguiendo las fases de aprendizaje. En las fases denominadas de explicitación se hacía una primera puesta en común en la que se discutían aspectos tanto teóricos como prácticos, relacionados con las actividades de cada una de las unidades de aprendizaje. Cada diseño de instrucción finalizaba con una segunda puesta en común que permitía una valoración global del mismo.

Fase 3. Valoración de la experiencia.

En esta última fase de 6 horas (dos sesiones), realizada en Junio de 1998, los profesores participantes en la investigación entregaron sus Diarios de Clase y cumplimentaron el cuestionario de Valoración de la Experiencia.

Dedicamos una de estas sesiones a realizar una puesta en común en la que tratábamos de analizar sus estados de opinión en relación con la metodología de trabajo que finalmente utilizaron para llevar al aula el diseño de instrucción elegido. Se trataba principalmente de hacer explícitas las modificaciones y el por qué de la toma de decisiones realizadas por los profesores.

3.4.2. Metodología del Curso Guía

La primera fase, tal y como se ha indicado, consistió en una exposición por parte del equipo de investigación en la que se expusieron al profesorado participante los elementos básicos que contendrían los Diseño de Instrucción, así como sus objetivos, fundamentos, fases, metodología y temporalización.

Si se tiene en cuenta que el eje fundamental de nuestro estudio son los profesores, la observación tiene en el momento del desarrollo del Curso Guía un papel muy importante y, consecuentemente requirió convivir el máximo tiempo posible con los profesores, observando en todo momento sus actividades, experiencias y sus dudas concretas relacionadas, tanto con la nueva metodología como conceptuales. También fue necesario comentar y recoger las observaciones hechas por los profesores sobre el futuro desarrollo de las sesiones correspondientes a la segunda fase.

La metodología de trabajo utilizada por los profesores durante la segunda fase del Curso Guía, que hemos denominado "inmersión" pretende, después de breves explicaciones sobre los contenidos básicos, que el profesorado trabaje los diseños de instrucción de forma similar a como lo harían posteriormente sus alumnos. Esta forma de trabajo da al profesorado seguridad sobre el método propuesto, al tiempo que le hace prever las posibles dificultades que pueden encontrar sus alumnos. Por tanto, las distintas sesiones tienen unos aspectos teóricos, que comprenden explicaciones específicas y la implementación del propio diseño, seguido de una reflexión y crítica sobre el mismo.

El trabajo que se realizó en las diez sesiones correspondientes a esta fase fue en todos los casos, similar. Los profesores disponían individualmente de sus diseños de instrucción, e iban resolviendo las distintas tareas propuestas con la ayuda de los distintos materiales que necesitaban y que previamente sabían que lo necesitarían para el desarrollo de las distintas actividades. De esta manera, en las sesiones 3, 4 y 5 (9 h) la mayoría de los profesores cubrió el diseño de instrucción Ángulos, en las sesiones 6, 7 y 8 (9h) el diseño de instrucción Medida de Ángulos y en las sesiones 9, 10 11 y 12 (12 h) el diseño de instrucción Giros. En todos los casos, las actividades que los profesores no pudieron resolver en el aula por falta de tiempo, las realizaban en su casa para discutirlas en la siguiente sesión. Para todos los diseños de instrucción, el proceso seguido fue el previsto en relación con las fases de aprendizaje. La fase de explicitación, tal como era de esperar, resultó ser la más rica.

La metodología utilizada en la tercera y última fase, se dividió en tres partes fundamentales: Entrega de materiales, discusión y valoración del trabajo realizado mediante una puesta en común y cumplimentación de un cuestionario de valoración al que nos referimos con más detalle en el apartado 3.7.2.

3.4.3 Implementación del Curso Guía: Descripción y valoración

A modo de resumen debemos señalar que las 14 sesiones del Curso Guía se desarrollaron de la siguiente manera:

FASE 1 **Abril 1997**	1ª Sesión	Introducción Presentación del curso: Fases de la investigación Administración del Test de Usiskin (conocimiento del profesor)
	2ª Sesión	- Administración del Test de Jaime - Administración del Protocolo Cerrado - Programación del desarrollo del Curso Guía - Puesta en común
FASE 2 **Septiembre de 1997**	3ª Sesión	Ángulos
	4ª Sesión	Ángulos
	5ª Sesión	Ángulos
	6ª Sesión	Medida de Ángulos
	7ª Sesión	Medida de Ángulos
	8ª Sesión	Medida de Ángulos
	9ª Sesión	Giros
	10ª Sesión	Giros
	11ª Sesión	Giros
	12ª Sesión	Giros

FASE 3 junio de 1998	13ª Sesión	Valoración final (protocolo)
	14ª Sesión	Puesta en común

Tabla 3.1

Como hemos indicado, lo que constituye el desarrollo del Curso Guía en el Programa de Formación se diseñó para implementarse en 30 horas de trabajo presencial (Fase 2) y un tiempo estimado de otras 30 horas de trabajo no presencial para completar las actividades pendientes.

En el diseño del programa se asume la noción de currículo como una acción con la que se intenta comunicar los fundamentos esenciales para llevar a cabo el acto educativo que conlleva una formación (Stenhouse, 1991, Rico, 1997). Bajo esta orientación se articulan los componentes del programa: niveles de pensamiento geométrico, recursos y materiales, actividades didácticas y fases de aprendizaje. El programa tiene como finalidad dotar al profesorado en activo de herramientas conceptuales y didácticas para implementar con éxito un programa de Geometría desde la perspectiva de los Van Hiele.

El programa pretende que los profesores en activo sistematicen y apliquen la propuesta de modelización de situaciones en enseñanza-aprendizaje de la Geometría propuestas.

Los contenidos del programa: Ángulos, Medida de Ángulos y Giros, se estructuran a partir de los organizadores del currículo y se distribuyen para su desarrollo en 10 sesiones de 3 horas cada una. El programa se implementa siguiendo las fases de aprendizaje propuestas por los Van Hiele. Cada sesión se comienza con la introducción de los aspectos preliminares y el desarrollo de las actividades generales propuestas. El desarrollo del Programa se hace en un ambiente de taller, en el que los profesores en activo reflexionan, profundizan y cimientan los conocimientos geométricos y didácticos.

3.5 Evaluación de un Programa de Formación de Profesores en activo

Pérez Juste (2000) señala que un programa educativo es *"... un plan de acción, por tanto una actuación planificada, organizada y sistemática, al servicio de metas educativas valiosas"* (p. 268).

En este trabajo los diseños de instrucción "Ángulos", Medida de ángulos" y "Giros" son considerados como un plan matemático elaborado intencionadamente y diseñados por el equipo investigador para el logro de metas educativas. Todo ello con el propósito de abordar la problemática de la enseñanza de la Geometría según el modelo de Van Hiele.

Pérez Juste (1995, 2000) señala que en el diseño de un programa, así como en su evaluación se deben considerar las siguientes cuestiones:

a) metas y objetivos
b) articulación de las metas y objetivos a los destinatarios en su contexto de referencia
c) especificación detallada de los destinatarios, aportes, actividades, estrategias, procesos, funciones y responsabilidades del personal, tiempos, manifestaciones esperables, niveles de logro considerados a priori como satisfactorios
d) mecanismos de detección de las posibles disfunciones y carencias así como sus causas.

Las dimensiones de la evaluación propuesta son en este caso:

- Finalidad de la evaluación, que está referida a describir, analizar e interpretar el diseño, desarrollo y resultado de cada unidad de aprendizaje.

- El contenido de la evaluación incluye la entrada, el proceso de implementación y el producto.

i. Entrada (Tests, protocolo cerrado, clases antes del Curso Guía)
ii. El proceso de implementación (Curso Guía, puestas en común)
iii. El producto (clases después del Curso Guía, entrevistas finales)

- Las unidades de evaluación son los participantes, los profesores en activo. Estos sujetos son vistos a través de sus opiniones y producciones, porque éstas dan cuenta acerca de la percepción y utilización conjunta de los componentes del programa (nivel de pensamiento geométrico y fases de aprendizaje), en el diseño de actividades del programa.

- El evaluador tiene el papel de cooperante en comunicación continua y fluida con los demás agentes del programa, descubre y genera discusiones acerca de las implicaciones del Programa durante el desarrollo.

3.5.1 Evaluación de los diseños de instrucción

Para evaluar los diseños de instrucción, entendidos como parte esencial del Programa de Formación, se toma en consideración como señala Pérez Juste (1995, 2000) la calidad del diseño de instrucción y la viabilidad del mismo.

En relación con la calidad del diseño, vamos a considerar el contenido del Programa y su calidad técnica.

La evaluación del contenido del Programa se realiza atendiendo a los indicadores siguientes:

1. Actualidad de sus contenidos (Geometría, niveles de pensamiento geométrico y modelizaciones didácticas).
2. Relevancia didáctica.
3. Adecuación de los contenidos al contexto y a las demandas educativas del profesorado en activo objeto de esta investigación.

La evaluación de la calidad técnica se llevará a cabo teniendo en cuenta los indicadores siguientes:

1. Adecuación entre los objetivos, actividades, medios y mecanismos de evaluación en el programa
2. Congruencia entre los objetivos del programa y las necesidades formativas de estos profesores

La viabilidad del diseño fija su atención en los siguientes indicadores:

1. Respuesta del Programa a la demanda de estos profesores en activo.
2. Adecuación de la temporalización para su desarrollo.
3. Aprobación del programa por el equipo de investigación y por el profesorado en activo.
4. Existencia de medios necesarios para su implementación.

La evaluación del diseño se efectúa recurriendo a las discusiones con el equipo de investigación y a las discusiones con los profesores participantes en la investigación.

La evaluación de las unidades de aprendizaje relativas al diseño de instrucción se realizó en dos momentos. En una primera versión por el equipo de investigación, antes de implementarlas en el Curso Guía. La segunda versión, en la que participan los profesores y el equipo investigador, corresponde a la revisión del diseño después de la implementación mediante el Curso Guía y antes de llevarlo al aula los profesores participantes en la investigación.

3.5.2 Evaluación del desarrollo de los diseños de instrucción

En la evaluación del desarrollo de los diseños de instrucción consideraremos dos dimensiones de análisis: una cognitiva y otra operativa.

La primera relacionada con los niveles de aprovechamiento de los contenidos, es decir, el efecto del Curso Guía sobre el conocimiento didáctico de los profesores en activo que participaron en el mismo.

La segunda, la dimensión operativa está referida a la puesta en práctica de la misma con sus alumnos en el ámbito escolar, en este caso consideraremos dos categorías que hemos denominado adaptaciones curriculares e interacciones, respectivamente.

Los indicadores para la dimensión cognitiva son:

- Realización de las actividades diseñadas.

- Resolución sistemática y adecuada de los procedimientos geométricos propuestos.

- Propuestas de cambios coherentes de actividades propuestas.

- Aceptación de la modelización didáctica como un desarrollo coherente de la Geometría.

En relación con la dimensión operativa, para la categoría denominada adaptación curricular, consideramos los siguientes descriptores:

- Cumplimiento de la temporalización.

- Respeto a la planificación (actividades y recursos).

- Rigidez o flexibilidad en la aplicación del diseño y cambios en relación con las necesidades institucionales.

En relación con las interacciones, éstas están condicionadas a las respectivas sesiones de clase videograbadas después del curso guía y se adecuan a las categorías de implementación didáctica de acuerdo con el modelo de Van Hiele descritas en el apartado 3.8.2.

3.6 Técnicas e instrumentos de recogida de información

Con el propósito de analizar el trabajo de cada uno de los profesores en activo en relación con los objetivos de la investigación realizamos un seguimiento que fundamentalmente involucra los siguientes aspectos: Situación general de los profesores, caracterización general de la actuación de los profesores y análisis de las tareas realizadas por los participantes.

Como se ha indicado optamos en este trabajo por aproximaciones metodológicas convergentes. Recordemos que la triangulación metodológica y de investigadores es altamente recomendada en Educación (Cohen y Manion, 1990). En esta investigación con el propósito de describir, analizar y explicar el funcionamiento y los propósitos del Programa de Formación e identificar aspectos significativos respecto a la actuación de los profesores y al análisis de las tareas realizadas, se opta por un estudio descriptivo (estudio de casos) que incorpora técnicas analíticas y cualitativas de investigación. En definitiva y en coherencia con el método, acudimos a técnicas convergentes de recogida de información como las observaciones participantes y no participantes, es decir, para la recogida de información se contó con diferentes instrumentos: protocolo cerrado, Tests de Usiskin y de Jaime, diario de la investigadora (observadora no participante), notas de los participantes e investigadores, producciones de los profesores durante el Curso Guía, guiones de las sesiones de clase antes y después del Curso Guía, diario de clase elaborado por los profesores durante la experiencia con alumnos después del Curso Guía y cuestionario de valoración de la experiencia.

Por otra parte se optó por el registro de información con cámara de video y cassette para la filmación y grabación de las diferentes sesiones (sesiones de clase antes y después del Curso Guía y entrevista final de la experiencia). Estas informaciones y las recogidas mediante el guión de observación, permiten complementar las observaciones y profundizar en el análisis de algunos aspectos considerados relevantes para la investigación.

Pasamos a detallar cada una de las técnicas e instrumentos de recogida de la información.

3.7 Entrevistas a los profesores

Comenzamos en primer lugar comentando los protocolos de las tres entrevistas realizadas a los profesores participantes. La primera tiene lugar en la Fase 1, se ha denominado entrevista inicial y consistió en la administración del protocolo cerrado (Abril de 1997), la segunda tiene lugar en la tercera fase (Diciembre de 1998) y que se ha denominado Entrevista Final (I) y la tercera entrevista tiene lugar al finalizar el primer trimestre del curso siguiente a la experiencia (Junio de 1998), que se ha denominado, Entrevista Final (II).

El objetivo de estas entrevistas es obtener información acerca del profesorado que participó en la experiencia, ya que según el modelo de Fennema y otros (1986) existe una interrelación entre los conocimientos y creencias de los profesores y su toma de decisiones en los aspectos que tienen que ver con la instrucción de los alumnos.

3.7.1 Entrevista inicial. Descripción y protocolo

Descripción:

La información se extrae de una entrevista estructurada con protocolo cerrado, que contiene preguntas de respuesta estructurada y preguntas de respuesta abierta

La estructuración definitiva de este protocolo es una adaptación, como ya hemos indicado en el Capítulo I, del modelo adaptado de Shavelson y Stern (1981), sobre las variables que inciden en la toma de decisiones de los profesores. La elaboración del protocolo tiene lugar, como ya hemos indicado, durante la fase de la investigación desarrollada en el período 1995-97.

Protocolo:

Se estructura este protocolo cerrado en torno a cinco categorías principales: Diferencias individuales, Limitaciones Institucionales, Naturaleza de la Tarea, Juicio de los profesores sobre los estudiantes y sobre el contenido y Decisiones Didácticas, que recogen conocimientos y creencias que inciden en la toma de decisiones de los profesores. Se descartan las informaciones sobre los estudiantes y las atribuciones del profesor sobre las causa de la conducta de los alumnos por considerarlos irrelevantes para el estudio que se realiza.

Este modelo de entrevista se adapta también del utilizado por

Hernández (1997), en el que se añaden nuevos ítems en las diferentes categorías y unas nuevas subcategorías que tratan de recoger datos sobre las modificaciones epistemológicas que los profesores que participan en la experiencia han introducido en su trabajo con la Geometría.

Categorías y descriptores

La entrevista constó de 62 ítems distribuidos en las categorías ya señaladas de la siguiente manera:

Categoría D I (Diferencias Individuales).

Esta categoría contempla ciertas diferencias individuales entre los profesores tales como: años de docencia, coordinación o no con otros profesores de Matemáticas, su grado de satisfacción con las Matemáticas en general y la Geometría en particular, y el grado de importancia que tienen para sus alumnos las Matemáticas y la Geometría. Sus descriptores aparecen en los ítems 2,10,11,12,14,15.

Categoría L I (Limitaciones Institucionales).

Esta segunda categoría recoge las cuestiones propias de la institución en la que se desarrolla su trabajo: nivel o tipo de centro, ubicación del centro de trabajo, número de unidades y nivel sociocultural de los estudiantes. Los ítems que se corresponden son 1, 3, 4, 5 y 6.

Categoría N T (Naturaleza de la Tarea, recursos)

Esta categoría se refiere a los distintos recursos utilizados por los profesores en la instrucción sobre Geometría: tipo de textos utilizados, textos específicos de Geometría, fichas de trabajo preparadas específicamente, materiales gráficos, materiales manipulativos, etc. Los descriptores se recogen en los ítems 8, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41 y 42.

Categoría J P (Juicio de los Profesores).

Esta categoría ha sido dividida en dos subcategorías, principalmente porque facilita el análisis y discusión de la misma.

Subcategoría J P A (Juicio sobre los alumnos).

Incluye esta subcategoría el juicio de los profesores sobre sus alumnos en relación con lo que ellos piensan, tanto de las Matemáticas como de la Geometría, su grado de satisfacción y su grado de dificultad. Los descriptores aparecen recogidos en los ítems 13, 16, 30, 31, 32 y 33.

Subcategoría J P C (Juicio sobre el contenido).

Se recoge en esta subcategoría sus juicios sobre el contenido objeto de enseñanza aprendizaje, es decir la Geometría: Importancia de la Geometría en relación con las otras partes de la matemática escolar, necesidad de uso de cuestiones abiertas para enseñar Geometría, necesidad del trabajo informal para aprender los conceptos geométricos, importancia de la deducción para el aprendizaje de los conceptos geométricos, etc.

Los descriptores correspondientes se incluyen en los ítems 17, 18, 19a, 19b, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28 y 29

Categoría DD (Decisiones Didácticas).

Esta quinta y última categoría analizan las prácticas docentes de los profesores en Geometría y relaciona sus estilos en clase de Geometría con los cuatro enfoques diferentes de los contenidos y la enseñanza que generan otros tantos modelos de escuela (Schiro, 1978). Adoptamos la terminología utilizada por Porlán (1997): tradicional, tecnológica, espontaneísta e investigativa, ya descrita en el apartado 1.3 del capítulo I en el que se aporta una descripción más detallada de estas tendencias en el profesor. En este estudio, para identificar los estilos de profesor, se unificarán las tendencias espontaneísta con la investigativa al no disponer en los descriptores utilizados elementos suficientes para diferenciarlos. Los descriptores utilizados son: 43, 45, 48, 49, 55, 56, 61 y 62 que indican la Tendencia Tradicional, los 50, 51, 53, 54 y 57 la Tendencia Espontaneísta-Investigativa y los 44, 46 y 47 que indican la Tendencia Tecnológica.

Esta entrevista semiestructurada fue cumplimentada por los once profesores que participaron en el Programa de Formación, tal y como ya se indicó en la segunda sesión de la Fase 1. El Protocolo Cerrado suministrado no revistió dificultad alguna y los profesores se esmeraron en los tipos de respuestas abiertas que se habían planteado.

3.7.2 Entrevista final (I). Descripción y protocolo

Descripción:

Esta Entrevista Final (I) está referida al Programa de Formación en su totalidad y se divide en dos partes bien diferenciadas; primeramente los profesores cumplimentarán un cuestionario individual de una serie de preguntas, que pretende recabar información sobre el diseño: Calidad (1, 2, 3 y 6) y Viabilidad (4 y 5); sobre el desarrollo del diseño a nivel cognitivo (10, 11, 12, 13 y 16) y a nivel operativo (7, 8, 9, 14 y 15), y en segundo lugar, se desarrolla un coloquio sobre el diseño del Curso Guía y el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría que han llevado a cabo durante todo el Programa de Formación.

Protocolo:

Las preguntas están destinadas a recabar información sobre el diseño y desarrollo del mismo. En el apartado 3.10 se presentan las dimensiones que queremos evaluar del diseño: calidad y viabilidad, y de la implementación del mismo, así como de los aspectos a evaluar y sus indicadores.

Las preguntas del cuestionario son las siguientes:

1.- ¿Qué te ha parecido el diseño de la unidad de aprendizaje desarrollada?

2.- Sobre el desarrollo de la experiencia, ¿qué opinan del proceso de enseñanza-aprendizaje de las fases?

3.- Valora la experiencia globalmente y comenta de manera explícita si una propuesta curricular de este estilo es factible para desarrollar el currículo de Geometría.

4.- ¿Cómo valoras el curso realizado con el desarrollo práctico de la experiencia?

5.- ¿Cómo inciden, a tu juicio, las siguientes actividades del profesor:

Explicar, Motivar, Organizar, Orientar, Sistematizar.

6.- ¿Cómo valoras las actividades que se proponen en la unidad de aprendizaje?

7.- Genera el modelo interacciones entre los alumnos y el profesor y entre los alumnos mismos?

8.- ¿Qué preguntas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?

9.- ¿Qué respuestas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?

10.- ¿Cómo fue tu participación en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración?

11.- ¿Tuviste que plantear actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas? ¿Cuáles? ¿Por qué?

12.- ¿Cómo caracterizarías las preguntas que hizo el alumno?

13.- ¿Cómo responden los alumnos a las preguntas formuladas en el diseño?

14.- ¿Qué dificultades observas en los alumnos al realizar las tareas?

15.-¿Cuál fue la participación de los alumnos en las fases de puesta en común?

16.- ¿Crees que esta propuesta de enseñanza-aprendizaje motiva a los alumnos? ¿En qué medida?

3.7.3. Entrevista final (II). Descripción y protocolo

Descripción:

La Entrevista Final (II) tiene lugar, como hemos mencionado, en el primer trimestre del curso siguiente a la experiencia didáctica (diciembre de 1998).

Se trata de completar la información de cada profesor en aspectos concretos como: aplicación del diseño, decisiones didácticas proyectadas, criterios de selección de los alumnos y valoración personal e implicaciones didácticas.

Al igual que en la Entrevista Final (I), ésta nos facilita información que nos permite emitir juicios de valor sobre la calidad y viabilidad del mismo.

Protocolo:

Las preguntas del cuestionario preparado para la entrevista son las siguientes:

Aplicación del Diseño:

1.- ¿Qué niveles de Van Hiele se trabajaron?

2.- ¿Qué actividades del nivel 2 se trabajaron? ¿Por qué?

3.- ¿Qué actividades del nivel 3 se trabajaron? ¿Por qué?

4.- ¿Añadieron actividades nuevas?

5.- ¿En qué nivel?

6.- ¿En qué fase?

7.- ¿Cuáles?

8.- ¿Por qué?

9.- ¿Cuál fue la temporalización en el nivel 2?

10.- ¿Cuál fue la temporalización en el nivel 3?

Decisiones didácticas proyectadas

11.- ¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado? ¿Por qué?

12.- ¿Y con algunas actividades que hay en él?

13.- ¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?

14.- En caso afirmativo ¿Cuáles?

15.- En caso negativo ¿Cuáles?

Criterios de selección de los alumnos

16.- ¿Cuáles han sido los criterios de selección de los alumnos (Aparte de ser un alumno bueno, un alumno malo y otro regular)

Valoración e implicaciones didácticas

17.- Opinión sobre el trabajo que llevaron al aula.

18.- ¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad ¿Por qué?

3.8 Videograbaciones de sesiones de clase

Desde el punto de vista de la Investigación en Educación, la observación es el procedimiento más idóneo para explorar los comportamientos de los alumnos y cómo no, los comportamientos del profesor; en este sentido, para identificar qué es lo que realmente se enseña, cómo se enseña, qué materiales se utilizan para enseñar, cómo se organizan y desarrollan las distintas tareas y actividades que configuran una clase.

En nuestro caso, la observación pretende conocer realmente cómo es, qué sucede en los profesores que vamos a observar, con la finalidad de que ese conocimiento obtenido pueda servir para que el observador utilice los datos obtenidos para: Incrementar el conocimiento didáctico o para ayudar al profesor a que tome conciencia y reflexione sobre sus conductas, acciones, y así cambiarlas o mejorarlas, si fuera necesario.

Observación no participante

La observación es considerada como una perspectiva alternativa de tipo interpretativa y subjetiva en la investigación educativa (Cohen y Manion, 1990).

Guión de observación

Las observaciones contaron con un guión de observación semiestructurado con una escala de tres valores (mucho, poco o nada), este guión enfatizó en los aspectos de interés a observar, durante el desarrollo del programa, en función de los objetivos del mismo.

Las observaciones se centraron fundamentalmente en recabar información acerca de:

1.- Manejo y uso del conocimiento geométrico de las actividades propuestas, desde la perspectiva de las dificultades y errores.

2.- Interacción de los participantes con los recursos didácticos propuestos para el desarrollo de las actividades.

3.- Conciencia de la aplicación de cada una de las fases de aprendizaje propuestas por los Van Hiele.

4.- Inquietudes generadas en cada fase de aprendizaje.

5.- Preguntas formuladas en las diferentes situaciones planteadas.

6.- Propuestas para el tratamiento de las cuestiones geométricas: preguntas, recomendaciones, tipos de recursos didácticos, actividades y niveles curriculares de actuación en Geometría.

Nosotros utilizaremos en las videograbaciones de sesiones de clase un tipo de observación, llamada “no participante”, en la que el papel del observador es recoger información manteniéndose lo más ajeno posible a la clase. El observador llevará un guión de recogida de datos. El registro adopta la forma de relatos de lo que sucede. Se intenta recoger todos los datos posibles del contexto y de la situación observada, obteniendo una información de carácter cualitativo.

El propósito de la observación influye en lo que se observa, cómo se observa, quién es observado, cuándo tiene lugar la observación, dónde tiene lugar, cómo se registran las observaciones, qué observaciones se registran, cómo se analizan los datos y qué uso se les da a los mismos (Wittrock, 1989).

3.8.1 Descripción de las videograbaciones

Como hemos indicado se realizaron dos tipos de videograbaciones:

(a) Videograbaciones de dos sesiones de una hora de clase impartidas por los profesores y las observaciones obtenidas por la presencia en el aula de un observador externo, antes de desarrollarse el Curso Guía del Programa de Formación.

(b) Videograbaciones de dos sesiones de una hora de clase cada una impartida por los profesores, después de haber desarrollado el Curso Guía, cuando los profesores estaban implementando las unidades de aprendizaje elegidas.

Es decir, antes de comenzar el Curso Guía, la actuación de los profesores fue videograbada, cada uno en su aula donde estaban impartiendo la unidad didáctica que tenían programada para ese momento. Después del Curso Guía, los profesores llevaron al aula el diseño de instrucción que habían elegido entre las tres que estudiamos: Ángulos, Medida de Ángulos o Giros, y nuevamente fueron videograbados en dos sesiones de clase. En ambos casos, los profesores decidieron libremente las sesiones a videograbar.

3.8.2 Protocolos de las videograbaciones

Se utilizan dos protocolos diferentes en relación con cada una de las videograbaciones realizadas. En el primer caso, para las dos primeras videograbaciones (antes del Curso Guía), el análisis de la clase por el observador externo y el análisis de las transcripciones de las videograbaciones, se realiza utilizando el guión de observación adaptado del de Walker (1984). En este trabajo consideramos las categorías de cognición geométrica, adaptación curricular, interacciones y cognición didáctica con los siguientes descriptores:

- Cognición geométrica
  - Qué enseña: conceptos, procedimientos o actitudes
  - Vocabulario matemático adecuado
- Interacciones
  - Agrupamientos de los alumnos
  - Participación en las tareas
  - Preguntas de los alumnos
  - Respuesta del profesorado a las preguntas de los alumnos
  - Distribución para el trabajo en el aula
- Adaptación curricular
  - Recursos
    - Libros de texto
    - Materiales escritos
    - Materiales gráficos
    - Materiales manipulativos
    - Otros recursos
- Cognición didáctica
  - Cómo organiza la tarea
  - Cuál es el papel del profesor en el desarrollo de la tarea

En el caso de las videograbaciones realizadas durante la implementación de las unidades de aprendizaje con sus alumnos, se utilizaron las mismas categorías de análisis: cognición geométrica, adaptación curricular, cognición didáctica e interacciones. En este caso fue necesario adaptarlas a las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele y se consideraron en relación a los dos sujetos: profesor y alumno (Figura 14).

CATEGORÍAS DE IMPLEMENTACIÓN DIDÁCTICA DE ACUERDO CON EL MODELO DIDÁCTICO DE VAN HIELE

Sujetos / **Tarea del Proceso de Enseñanza-aprendizaje**	PROFESOR	ALUMNO
Información (Presentación/Evaluación)	Explica Propone actividades Interacciones	Preguntas del Alumno Respuestas del Alumno Preparación de tareas Interacciones
Orientación Dirigida (Observación/Exploración)	Propone actividades Preguntas del Profesor Respuestas del Profesor Interacciones	Respuesta de los Alumnos Realización de Tareas Interacciones
Explicitación (Socialización/Intercambio)	Interacciones: Dirige la puesta en común Síntesis-Reflexión	Respuesta de los Alumnos Exposición de Resultados Interacciones
Orientación Libre (Explicación/Aplicación)	Propone actividades Preguntas del Profesor Respuestas del Profesor Interacciones	Respuesta de los Alumnos Realización de Tareas Interacciones
Integración (Abstracción/Generalización)	Propone actividades Preguntas del Profesor Síntesis-Reflexión Respuestas del Profesor Interacciones	Respuesta de los Alumnos Realización de Tareas Interacciones

Tabla 3.2

En nuestro trabajo nos centramos especialmente en la cognición geométrica y didáctica, y la adaptación curricular en relación con el profesor, sólo en el caso de los alumnos consideramos las interacciones. Los otros aspectos del alumno, aunque de gran interés, no es información relevante para el estudio del profesor que desarrollamos en este trabajo.

3.9 Otros instrumentos de recogida de información

Analizamos en este apartado otros instrumentos diferentes utilizados para recoger la información. En concreto, se analizan: tests, producciones del profesorado durante el Curso Guía, guiones de las sesiones de clase, diarios elaborados por los profesores y por la investigadora y las producciones de los alumnos.

3.9.1 Los Tests

Existen diferentes instrumentos de diagnóstico para evaluar los niveles de razonamiento geométrico (Mayberry, 1981; Usiskin, 1982, Crowley, 1989; Jaime, 1993; Gutiérrez y Jaime, 1995), utilizados con más o menos éxito en distintas investigaciones. Hemos elegido en nuestra investigación dos de estos instrumentos: el test de Z. Usiskin (TU) y el test de A. Jaime (TJ).

El test de respuestas múltiples propuesto por Usiskin (1992), consta de 25 ítems véase el Anexo II, p. 63) de tal manera que los 5 primeros ítems se asignan al nivel 1, del 6 al 10, al nivel 2, y así sucesivamente, hasta los ítems 21-25 asignados al nivel 5 de pensamiento geométrico. Se considera alcanzado un cierto nivel, si se obtienen 3 ítems respondidos correctamente para los tres primeros niveles y 4 ítems con respuesta correcta para los niveles 4 y 5. Como señala Jaime (1993) este test presenta un gran número de dificultades a la hora de interpretar las respuestas dadas a cada uno de los ítems, debido principalmente a que no podemos conocer las razones por las cuales un estudiante selecciona una de las opciones que se presentan, dado que dichas razones pueden corresponder a justificaciones propias de niveles de razonamiento diferentes.

El test de Jaime (1993) puede ser considerado como un instrumento de evaluación de los niveles de pensamiento de Van Hiele, que se encuentra enmarcado entre una entrevista clínica y un test de respuestas cerradas. A partir de su administración a los estudiantes, se trata de evaluar un nuevo concepto, acorde con la hipótesis de continuidad del modelo (Gutiérrez y Jaime, 1995), que ellos denominan "grado de adquisición del nivel de razonamiento" y que proporciona una mayor información sobre la forma de razonamiento del estudiante. El grado de adquisición permite evaluar con mayor precisión el aprendizaje del estudiante que se encuentra en un nivel de pensamiento determinado y permite asignarle varios niveles en lugar de un único nivel de pensamiento geométrico.

El test consta originalmente de 8 ítems de respuestas abiertas-cerradas, donde cada uno de ellos contiene varias cuestiones. En la versión que hemos utilizado para nuestra investigación (Anexo II, p. 57) se utilizan separadamente las 17 cuestiones del test. Las respuestas a los distintos ítems, a diferencia que para el test de Usiskin, no se consideran propias de un único nivel de razonamiento sino que son respuestas que, según su corrección matemática, se asignan a varios niveles. En el siguiente cuadro se explicitan los niveles que evalúa cada ítem:

Nivel / Ítem	1	2	3	4
1,2	●	●		
3, 4, 5, 6, 7, 8	●	●	●	
9, 10	●	●		
11, 12, 13, 16		●	●	●
14, 15		●	●	
17			●	●

Evaluación de los niveles (adaptado de Gutiérrez y Jaime, 1995)

Pasamos a continuación a sintetizar el método de análisis que se utiliza para el Test de Jaime (véase Jaime, 1993).

Cada respuesta a un ítem se evalúa desde una doble perspectiva:

a) Se determina el Nivel de Razonamiento al que corresponde la respuesta.
b) Se determina un tipo de respuesta en función de la calidad matemática de la misma y de la claridad con que aparece reflejado el nivel de razonamiento correspondiente. Estos Tipos de respuesta son los siguientes:

Tipo 1: Ítems sin respuesta o con respuestas no codificables. Respuestas que indican que el estudiante no está en un determinado nivel de razonamiento, pero no proporcionan información alguna acerca de los niveles inferiores.

Tipo 2: Respuestas incorrectas e incompletas en las que se pueden reconocer indicios de un cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy breves y pobres que, además, contienen errores matemáticos o que no contestan directamente a la pregunta planteada.

Tipo 3: Respuestas correctas pero incompletas en las que se pueden reconocer indicios de un cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy pobres, aunque no contienen errores matemáticos.

Tipo 4: Respuestas que reflejan claramente características de dos niveles de razonamiento diferentes. Ésta es la situación más típica de los alumnos en transición entre niveles, pues entremezclan dos niveles de razonamiento consecutivos en sus respuestas a un ítem (generalmente en función de la dificultad de las preguntas). Las respuestas pueden ser correctas o incorrectas, pero deben ser bastante completas.

Tipo 5: Respuestas bastante completas pero incorrectas que reflejan claramente un nivel de razonamiento determinado. La incorrección de las respuestas puede deberse a errores matemáticos o a que siguen líneas que no llevan a la solución del problema planteado.

Tipo 6: Respuestas bastante completas y correctas que reflejan claramente un nivel de razonamiento determinado. Se trata de respuestas claras y correctas pero que no están completas porque no llegan a resolver el problema por completo, porque hay “saltos” en el razonamiento deductivo seguido, porque tienen pequeños errores, etc.

Tipo 7: Respuestas matemáticamente correctas y completas que reflejan claramente un nivel de razonamiento.

Una vez codificadas todas las respuestas al test, el proceso de evaluación de su nivel de razonamiento se completa observando en conjunto las respuestas a los diferentes ítems que pueden ser contestados en un determinado nivel y ponderando (entre 0 y 100) cada respuesta en función de su Tipo, según los valores de la tabla siguiente:

Tipo	1	2	3	4	5	6	7
Ponderación	0	20	25	50	75	80	100

Ponderaciones de los diferentes tipos de respuesta

Finalmente, la medida aritmética de los pesos de los diferentes ítems asociados a cada nivel de Van Hiele, nos proporciona el Grado de Adquisición de ese nivel. Se trata de unos valores comprendidos entre 0 y 100 que nos permiten tener una idea clara del momento en que se encuentra el estudiante en el proceso de adquisición de ese nivel de Van Hiele de razonamiento. Se tendrán entonces los siguientes grados de adquisición:

85% - 100%	Completa (C)
60% - 85%	Alta (A)
40% - 60%	Intermedia (I)
15% - 40%	Baja adquisición (B)
0% - 15%	Nula adquisición (N)

A los profesores participantes en nuestra investigación se les administraron los dos tests escritos en las dos primeras sesiones de la Fase 1 del Curso Guía, es decir, antes de desarrollar por inmersión las 6 unidades de aprendizaje de que constaban los diseños instruccionales.

Hemos optado por elegir ambos tests y cruzar sus respuestas para determinar el nivel de pensamiento geométrico por dos razones principales:

a) Determinar, admitiendo la hipótesis de continuidad de la Teoría de los Van Hiele, el grado de adquisición que poseen los profesores.

b) Comparar la información que nos suministran dos instrumentos de diagnóstico que parten de hipótesis contrarias y contrastadas.

3.9.2 Producciones del profesorado durante el Curso Guía

Los profesores completan los diferentes cuadernillos, seis en total, uno para cada unidad de aprendizaje. En estos materiales se explicita el desarrollo de la actividad por parte de cada profesor participante, sus dudas y sus observaciones constituyen una información relevante que nos informa de su implicación en el Curso Guía, así como de aspectos relativos a su cognición geométrica.

3.9.3 Guiones de las sesiones de clase

Como se ha indicado con anterioridad, a los once profesores participantes se les pidió que diseñaran el guión de las dos sesiones de clase a videograbar, antes y después del Curso Guía. Estos guiones de clase los consideramos como un instrumento que nos informa tanto de la cognición geométrica como didáctica del profesor, en el marco del tipo de adaptación curricular que adopte.

3.9.4 Los diarios de clase elaborados por los profesores

El mundo del pensamiento de los profesores a través de los autoinformes, es decir, informaciones ofrecidas por los propios profesores, como pueden ser entrevistas y diarios fundamentalmente, es muy amplio y complejo.

Analizaremos de forma específica el trabajo cualitativo con instrumentos tan concretos como son los documentos personales: los diarios de los profesores.

Zabalza (1986) opina que es este un tema de gran importancia a la hora de realizar investigaciones sobre el pensamiento de los profesores.

La cuestión fundamental radica en dos consideraciones:

- El estudio del pensamiento del profesor no ha de verse contaminado por una perspectiva "evaluatoria" puesto que en tal caso, parece obvio, que el contexto pragmático de la evaluación se distorsiona y se complica gravemente su validez.

- El estudio del pensamiento del profesor no ha de tener por primer objetivo el "conocimiento de la realidad" que se cuenta, sino el conocimiento del propio pensamiento como realidad y del sujeto que lo relata.

Es decir, parece obvio que para conocer lo que los profesores hacen realmente en el aula, el uso de los diarios de clase puede resultar disfuncional (metodológicamente eso implicaría completar la perspectiva del profesor con informaciones más objetivas obtenidas a través de la observación, de informes de los alumnos...

Como consecuencia de lo que hemos estudiado de los diarios, hemos pensado que como estamos estudiando el pensamiento del profesor, fijaremos los puntos a dar al profesorado no muy densos, pues ello llevaría a que los profesores hicieran lo que nosotros les digamos y no podemos estudiar lo que ellos piensan. Si, por otra parte, no les damos unas pautas, podrían caer en el aburrimiento de contar todo lo que realmente hicieron pudiendo caer, incluso, en no hacerlo día a día y tratar de acordarse al final de la semana con lo cual no sería real. En este sentido queremos resaltar que en el diario se refleja lo que el maestro considera más importante, sus experiencias, y si no nombraran para nada por ejemplo los niveles de Van Hiele es que ellos no le han dado importancia. Ellos recogen las incidencias del día, lo más destacable, a no ser que se les pida paso a paso, por ello, sólo debemos pedir en el diario lo que nosotros queremos ver, desde nuestra perspectiva.

Las pautas del diario se les presentaron a los profesores teniendo en cuenta que el diario de clase está considerado como un instrumento para analizar a los alumnos, a la materia, a las interacciones profesor-alumno alumno-alumno, materia-alumno, es decir, en general al "ambiente en el aula".

El diario se trabajará individualmente y se estructura en torno a las sesiones de clase y se organizará mediante las siguientes componentes:

a.- Registros de acontecimientos (en términos de descripciones).

b.- Valoraciones.

Con respecto al apartado "a", se debe procurar coger los datos en el momento que se produzcan, utilizando palabras claves, frases significativas, para después fuera del aula, describir la situación o utilizar la grabadora para recoger lo ocurrido en la clase.

Con respecto al apartado "b", redactar las valoraciones de lo acontecido en apartado "a".

Se recogerán también las opiniones sobre los tests pasados a los alumnos.

1.- Manifestaciones del trabajo en clase.

2.- Observación directa del trabajo en clase.

3.- Cuaderno del alumno.

4.- Observaciones detectadas del trabajo en grupo.

5.- Pruebas escritas y tests pasados a los alumnos.

6.- Observaciones sobre el funcionamiento del diseño.

3.9.5 Diario de la investigadora

El Diario de la investigadora es considerado igualmente como un instrumento para recoger las diferentes incidencias que se dan en el desarrollo de la investigación, y se estructura en los dos mismos apartados que el diario de los profesores:

a.- Registros de acontecimientos

b.- Valoraciones

Son los mismos en todas y cada una de las diferentes fases de la investigación.

3.9.6 Producción de los alumnos

Se les propuso a cada profesor que nos aportaran dos materiales concretos de las producciones de los alumnos: las respuestas a los tests de Usiskin y Jaime y los cuadernillos de las unidades de aprendizaje que trabajaron los alumnos. En este último caso se le pidió a cada profesor que seleccionaran tres alumnos, uno que ellos consideraran con buenos resultados en la experiencia, otro con resultados regulares y otro con resultados malos.

Las producciones de estos tres alumnos nos permite en cada caso analizar el uso que el profesor ha hecho del diseño, así como valorar la implementación del mismo. Como hemos señalado reiteradamente no profundizamos en el comportamiento de los alumnos en ninguna de las categorías de análisis y es una información relevante que no hemos utilizado de manera global en esta investigación.

3.10 Sistemas de categorías de análisis

En esta investigación el propósito principal es triple, de un lado se trata de observar las competencias didácticas con que llegan los profesores a la experiencia didáctica, de otra, observar las mejoras que se producen en el proceso de planificación de la enseñanza de la Geometría desde la perspectiva de los Van Hiele, y finalmente, otra con el propósito de determinar las condiciones en que se producen estas mejoras.

Con el propósito de evaluar las mejoras del diseño de instrucción entendido como parte fundamental del programa de formación de profesores en activo, se evaluarán dos aspectos del mismo: el diseño y el desarrollo del programa de formación.

Categorías de análisis para evaluar el diseño del programa

En relación con el diseño del programa, como hemos indicado, las dimensiones que consideramos son la calidad del diseño y la viabilidad del mismo. En relación con la calidad del diseño, vamos a considerar el contenido y su calidad técnica.

Las dimensiones, los aspectos a evaluar y los indicadores de la evaluación del diseño quedan reflejados en la siguiente tabla:

DIMENSIONES	ASPECTOS A EVALUAR	INDICADORES
Calidad del Diseño	Contenidos (CDC)	- Actualidad de los contenidos de Geometría - Relevancia o pertinencia didáctica - Adecuación de los contenidos al contexto y a las demandas educativas del profesorado en activo objeto de esta investigación
	Calidad Técnica (CT)	-Adecuación entre los objetivos, actividades, medios y mecanismos de evaluación en el programa - Adecuación entre los objetivos y las necesidades formativas de estos profesores - Información adecuada entre los diferentes componentes del programa
Viabilidad del Diseño (V)	Adecuación entre metas, medios y recursos	- Respuesta del programa a la demanda de estos profesores en activo - Temporalización adecuada - Aprobación del programa por el equipo de investigación y por el profesorado en activo

DIMENSIONES	ASPECTOS A EVALUAR	INDICADORES
		- Existencia de medios necesarios para su implementación

Tabla 3.3

En relación con la implementación del programa, como hemos señalado en el apartado 3.4.2, la evaluación del desarrollo del programa que consideramos dos dimensiones: la cognitiva y la operativa.

Las dos dimensiones, los aspectos a evaluar y los indicadores de la evaluación del desarrollo de los diseños de instrucción quedan recogidos en el siguiente cuadro (Tabla 3.4).

DIMENSIONES	ASPECTOS A EVALUAR	INDICADORES
Cognitiva (Niveles de aprovechamiento de los contenidos geométricos y del conocimiento didáctico)	Cognición Geométrica (CG)	- Realización de las actividades diseñadas - Empleo de los recursos - Resolución sistemática y adecuada de los procedimientos geométricos propuestos - Propuestas de cambios de actividades
	Cognición Didáctica (CD)	- Aceptación de la modelización didáctica como estrategia de enseñanza de la Geometría - Aceptación del modelo de pensamiento geométrico de Van Hiele
Operativa (Puesta en práctica del diseño de instrucción)	Adaptación Curricular (AC)	- Cumplimiento de la temporalización - Respeto a la planificación (actividades y recursos) - Rigidez o flexibilidad en la adaptación del diseño - Cambios en relación con las necesidades institucionales.
	Interacciones (Referidas a cada una de las fases del modelo de aprendizaje de Van Hiele)	-Agrupamientos de los alumnos - Participación en las tareas - Preguntas de los alumnos - Respuestas del profesorado a los alumnos - Distribución del trabajo en el aula

Tabla 3.4

En relación con el objetivo de determinar las competencias didácticas en las que llegan los profesores y las condiciones en las que se producen estas mejoras, el estudio está referido especialmente al profesorado en activo participante en esta investigación y el sistema de categorías de análisis responde a los cinco ámbitos de estudio que hemos denominado: contexto, cognición geométrica, adaptación curricular, cognición didáctica e interacciones, que nos permitirán determinar la situación institucional en la que actúa el profesor, así como sus competencias didácticas en relación con el modelo de aprendizaje y enseñanza de Van Hiele.

Recordemos que las cinco categorías anteriores se refieren a:

Contexto

Se consideran todos aquellos datos iniciales que ayudan a situar al profesorado en activo en relación con la institución escolar, así como los juicios de valor que se atribuyen a los demás elementos del microsistema educativo: alumnos, Matemáticas y Geometría.

Cognición Geométrica

La cognición geométrica se refiere en primer lugar al nivel de razonamiento de los profesores en términos de los niveles de Van Hiele. Se utilizará para ello, tal como hemos indicado en el Capítulo III los test de Jaime (1993) y Usiskin (1992). La idea de utilizar ambos test, es doble: de una parte, el grado de adquisición de los niveles que poseen los profesores y de otra, contrastar la información que nos suministra el test de Jaime, con los resultados obtenidos con el test de Usiskin, que como es sabido, presenta un gran número de dificultades a la hora de evaluar el nivel de razonamiento en el que se encuentra el individuo, dado que no permite interpretar la respuesta dada a cada ítem (test de respuestas múltiples).

Analizaremos en segundo lugar sus estados de opinión en torno a la importancia y concepciones de la Geometría relacionándola con los aspectos que la caracterizan. La entrevista inicial nos facilitará la información necesaria y utilizaremos para ello las respuestas suministradas por los profesores en la categoría JPC (Juicio de los Profesores sobre el contenido geométrico), en la que se pide a los profesores sus creencias en cuanto al papel de la Geometría dentro de las Matemáticas y cómo debe ser desarrollada en el aula.

De este modo, se estudiará para todos los profesores: el papel que tiene para ellos la deducción, el trabajo informal, el planteamiento y resolución de cuestiones abiertas, el desarrollo de la intuición espacial para la Geometría, así como la importancia en relación a la propia Geometría y otras materias.

Adaptación Curricular

En esta categoría, analizaremos, basándonos principalmente en las videograbaciones, los recursos que utilizan los profesores y el desarrollo que hacen de la unidad de aprendizaje elegida, atendiendo a lo que enseña (conceptos, procedimientos, actitudes), su papel en el desarrollo de las tareas y la forma de organizarlas.

También, en el tipo de adaptación que hacen del currículo se tendría en cuenta sus respuestas en la entrevista inicial (Protocolo cerrado) respecto a la naturaleza de la tarea (N.T.)

Otro de los aspectos que consideraremos se refiere al diseño de las actividades de enseñanza aprendizaje que el profesor establece para sus alumnos. Al proceder por nuestra parte al análisis del diseño de sus clases, tuvimos en cuenta los componentes curriculares aportados: objetivos, contenidos, metodología y evaluación. La naturaleza de los objetivos que fórmulan los profesores nos ha dado una medida de la orientación que proponen a su programa de enseñanza. Los contenidos nos han mostrado los aspectos conceptuales y de procedimiento que enfatiza en la propuesta. La metodología nos ha permitido ver las actividades de enseñanza y de aprendizaje que ha diseñado, ya sean individuales o grupales. La evaluación, como componente curricular, nos ha mostrado –cuando los profesores la han explicitado de manera formal- el sentido de diagnóstico, formativo o sumativo, que ha tenido la misma en el programa planteado. Todo ello nos ha permitido ver la toma de decisiones que realizó el profesorado en el diseño de sus clases.

La estructuración del guión nos permite considerar el tipo de organización previa de los profesores: organización conceptual o curricular. Entendemos por organización conceptual la que el contenido está considerado como un elemento fundamentalmente instructivo y está organizado desde el punto de vista de la lógica interna del mismo. Se considera organización curricular la que el contenido está considerado como un elemento fundamentalmente educativo y está organizado desde una perspectiva curricular. Es decir, el contenido es considerado desde una organización epistemológica y fenomenológica, como un instrumento educativo para alcanzar determinadas capacidades, que requiere además una organización pedagógica y didáctica (metodología) y una organización del proceso evaluador para medir las capacidades adquiridas.

Cognición Didáctica

Se trata, con esta categoría, de determinar, por una parte las decisiones didácticas que toman los profesores a la hora de desarrollar su trabajo de enseñante, que nos permitirán definir la "tendencia didáctica" de los profesores en los términos descritos en el Capítulo I (1.3). Por otra parte se considerará el juicio de los profesores sobre el grado de aceptación que consideran que tienen sus alumnos acerca de la Geometría, indagando en las razones que esgrimen para ello, así como el guión de la clase utilizado y el desarrollo de las clases videograbadas.

En cuanto a las tendencias didácticas de los profesores que vamos a determinar, se valorará a los profesores únicamente en relación con tres tipos de profesores: Tradicional, tecnológico e investigativo, puesto que como ya indicamos en su momento, se identificarán las tendencias espontaneísta e investigativa por no tener suficientes elementos para separarlas.

La tendencia tradicional quedará descrita por una explicación de los contenidos basada fundamentalmente con el uso del libro de texto, utilizando materiales concretos, dibujos y gráficas. Además, los ejemplos que utiliza son sus propios ejemplos explicando sus soluciones concretas.

La tendencia tecnológica, vendrá determinada por el uso de una programación cerrada, el uso de materiales y ejemplos basados principalmente en los libros de texto.

Finalmente, la tendencia investigativa se caracterizará identificándola con espontaneísta, tomando en consideración la importancia del papel que ellos consideran que tienen los alumnos con su propio aprendizaje; anima a sus alumnos a buscar sus propias soluciones, hacen investigaciones con los objetos que les rodean, permite y utilizan las soluciones que proponen sus alumnos para alcanzar la solución correcta.

La tendencia didáctica que asignaremos a cada uno de los profesores, vendrá determinada de dos formas diferentes que contrastaremos en las conclusiones.

De una parte, mediante la entrevista inicial, establecemos, basándonos en la categoría DD (Decisiones Didácticas), la tendencia didáctica que según su propia opinión tienen los profesores. Los descriptores correspondientes a las cuestiones 43, 45, 48, 49, 55, 56, 61, 62 de la entrevista inicial (Protocolo Cerrado), permiten caracterizar a un profesor de tendencia tradicional, los ítems 44, 46 y 47, de la tendencia tecnológica y los ítems 50, 51, 53, 54, 57, 59, 60, de la tendencia investigativa. En un rango de valoración de 1 a 3 (casi nunca, a veces, casi siempre), a partir de la media aritmética de cada tendencia, se obtendrá un "valor de tendencia" para cada profesor y tendencia. Se asignará el mayor valor como el de tendencia didáctica más favorable.

Los descriptores para cada tendencia se recogen en la tabla.

TENDENCIA TRADICIONAL	43. Propongo ejemplos en la pizarra, explicando con cuidado y claridad las características y propiedades del concepto o figura utilizada. Luego, propongo problemas similares a los alumnos, trabajando individualmente las dificultades que surgen. 45. Explico con claridad las características y propiedades del concepto o figura a estudiar, hago diversos ejemplos y propongo problemas similares a los alumnos, luego trabajo con aquellos estudiantes que tienen dificultades. 48. Introduzco el tema con ejemplos concretos presentados con dibujos o gráficos y después de señalar las características o propiedades continuo con ejemplos y ejercicios adecuados. 49. introduzco el tema con ejemplos concretos presentados con dibujos o gráficos y después de señalar las características o propiedades continúo con ejemplos y ejercicios adecuados. 55. Cuando respondo a cuestiones geométricas en mis clases uso mis propios ejemplos en lugar de los del alumno. 56. Cuando respondo a cuestiones geométricas en mis clases uso mis propios ejemplos en lugar de los del libro. 61. En mis clases doy a los alumnos las propiedades que tienen que utilizar así como diferentes ejemplos del mismo tipo cada vez que trabajamos un nuevo concepto geométrico. 62. En mis clases cuando los alumnos utilizan o descubren propiedades incorrectas les ayudo dándole la solución correcta.
TENDENCIA TECNOLÓGICA	44. Pido a los alumnos que lean los problemas resueltos que me parecen más adecuados, para que encuentren las características y propiedades más relevantes de los conceptos o figuras estudiadas para resolver. Si las propiedades que creen haber descubierto son incorrecta, les explico cómo se hace y les propongo problemas del mismo tipo. 46. Los alumnos trabajan sobre ejercicios o problemas geométricos del texto en pequeños grupos, mientras ayudo a los que tienen dificultades. 47. Propongo a los alumnos ejercicios o problemas geométricos adecuados del texto y ayudo a los que tienen dificultades.
TENDENCIA INVESTIGATIVA	50. Los alumnos trabajan en pequeños grupos en los que investigan problemas geométricos con materiales concretos. Luego hablamos de lo descubierto y escriben el resumen de lo encontrado. 51. Los alumnos trabajan en pequeños grupos en los que investigan problemas geométricos con dibujos o gráficos. Luego hablamos de lo descubierto y escriben el resumen de lo encontrado. 53. En mis clases los alumnos utilizan objetos reales en el aprendizaje de los conceptos geométricos. 54. En mis clases los alumnos investigan sobre problemas geométricos utilizando objetos reales. 57. Animo a mis alumnos a encontrar sus propias soluciones a los problemas geométricos planteados. 59. En mis clases hago escribir a los alumnos resúmenes de sus descubrimientos cuando trabajan en grupo en cuestiones geométricas: 60.En mis clases animo a los alumnos a utilizar sus propios métodos teniendo en cuenta que a veces sus métodos no funcionan.

Tabla 3.5

Interacciones

Desde la Educación en general se ha abordado el estudio de la organización social del aula desde perspectivas diferentes.

Mehan (1979) identificó una organización secuencial y jerárquica que se da en el desarrollo de diferentes lecciones en el aula. Encontró que la comunicación entre profesores y estudiantes está organizada en secuencias de interacciones con funciones distintas. Distingue secuencias directivas, destinadas a implicar a los alumnos en los procedimientos y en la instrucción, secuencias informativas, que tienen como finalidad presentar información entre los participantes y secuencias extractivas cuya finalidad es comprometer a los estudiantes en el intercambio de conocimientos tratados. En todas ellas distingue tres pasos: iniciación por el profesor (I), réplica por los estudiantes(R) y evaluación por el profesor (E) (I-R-E). Los resultados de este trabajo ponen de manifiesto que el acto de evaluación (E) por parte del profesor juega un papel determinante en el proceso de enseñanza- aprendizaje.

Centrándonos en el profesor y en el campo de la Educación Matemática, el estudio de las secuencias de interacción y la naturaleza del discurso matemático que emerge entre el profesor de Matemáticas y el estudiante ha sido objeto de estudio, especialmente, en estos últimos diez años (Voigt, 1985 y 1995; Bauersfeld, 1988; Wood, 1994 y 1995; Yackel y Cobb, 1996).

Nuestro trabajo no pretende analizar la contribución que cada participante hace al proceso de generación del conocimiento matemático, nuestro interés se centra exclusivamente en la existencia o no de interacción y en el contenido de las intervenciones del profesor y de los alumnos en los intercambios de información geométrica desde la perspectiva del modelo de Van Hiele.

Es obvio que la perspectiva cognitiva (geométrica y didáctica) del profesor juega un papel fundamental en las interacciones que se generan en la clase de Geometría.

En nuestro trabajo nos encontramos con el modelo I-R-E entendido como pregunta o propuesta del profesor, respuesta o actuación del alumno y evaluación por el profesor, además de las interacciones de los alumnos entre sí.

Nos fijaremos especialmente en los comportamientos de los profesores y de los alumnos en términos de :

- Interacciones entre el profesor y sus alumnos,
- Interacciones de los alumnos entre sí.

El análisis de las sesiones de clase videograbadas, nos permite analizar las actuaciones de los profesores en el desarrollo de la misma, la reflexión de sus actuaciones en las aulas con sus alumnos, las discusiones sobre el contenido y sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje objeto de la implementación, además de recabar información sobre sus comportamientos y toma de decisiones en un contexto de clase, lo que constituye un instrumento útil a la hora de analizar las interacciones en la clase de Matemáticas.

El análisis de la clase por el observador externo y el análisis de las transcripciones de las videograbaciones se realiza utilizando el guión de observación adaptado del de Walker (1984); este guión está redactado en orden a cinco categorías de análisis: contexto físico, alumnos, recursos, desarrollo de la unidad de aprendizaje e información sobre el centro, que se subdividen a su vez en diferentes subcategorías, en las que el observador ha de centrar la atención y dar respuesta a través del relato de la clase; por tanto no debe entenderse como un elemento totalmente estructurado.

En nuestro trabajo, al analizar dos sesiones de clase, nos limitamos a las categorías: alumnos y profesores.

Estas categorías de análisis permiten distinguir dos sujetos: profesores y alumnos que tienen finalidades distintas en relación con la cognición geométrica y didáctica, con la adaptación curricular y con las interacciones, y nosotros nos queremos fijar especialmente en el profesorado y analizaremos al alumno de manera particular en las interacciones.

Competencias didácticas y perfil del profesor

De un lado, el sistema de análisis que deriva desde el enfoque Lógico Semiótico nos lleva a caracterizar las competencias didácticas de un profesor en términos de: contexto, cognición geométrica, adaptación curricular, cognición didáctica e interacciones.

De otro, una propuesta de Geometría en términos de Van Hiele requiere de un profesorado con un determinado perfil (Capítulo I, apartado 1.4.3).

Es necesario en consecuencia establecer relaciones entre las competencias didácticas y el perfil del profesor idóneo para el desarrollo de una propuesta de esta naturaleza. En nuestro caso esta relación queda establecida en los términos que se reflejan en el siguiente cuadro:

COMPETENCIAS DIDÁCTICAS	PERFIL DEL PROFESOR
Cognición geométrica	1. Formación científica (Nivel de razonamiento geométrico)
	Concepciones sobre la geometría (deductiva, manipulativa, trabajo informal)
Cognición didáctica	3. Respeto a la heterogeneidad
	2. Concepción del aprendizaje en términos de investigación dirigida
Adaptación curricular	4. Organización de la Geometría desde una perspectiva curricular
Interacciones	5. Valoración y ejercitación del trabajo en grupo
Contexto	Importancia de las Matemáticas, adecuación institucional

CAPÍTULO IV: EL ESTUDIO GLOBAL

4.1. Introducción

En este capítulo se presenta el estudio detallado del trabajo de los once profesores que participaron en la investigación, con el objetivo fundamental de determinar, por una parte, lo que hemos denominado Competencias Didácticas iniciales, y por otra, la adecuación de cada uno de los profesores al Perfil de Profesor capaz de afrontar con éxito una reforma curricular en Geometría basada en los planteamientos que propone la Teoría de razonamiento geométrico de Van Hiele, que ha sido establecido en el capítulo I (apartado 1.4.3).

Se presentan y discuten en este capítulo los datos que aportaron los once profesores durante el período comprendido entre el 16 de abril y el 26 de mayo de 1997 correspondiente a una fase previa a la implementación del Curso Guía desarrollado en el mes de septiembre del mismo año.

Algunos de los resultados que se expondrán a continuación han sido publicados (véase Afonso, Camacho, Socas (1997a, 1997b, 1999a y 1999b) y presentados en distintos congresos internacionales, incorporando aquí algunos aspectos nuevos que nos han permitido unificar y globalizar los análisis realizados con anterioridad.

Entendemos, tal como se indicó en el apartado 1.4.4, por competencia didáctica para desarrollar un programa de Geometría desde la perspectiva de los Van Hiele, a "la capacidad para seleccionar con criterios fundados en un conocimiento o habilidad particular en Geometría para aplicarla en la situación de enseñanza aprendizaje según el modelo de Van Hiele". Tales competencias serán analizadas en torno a cinco categorías de análisis descritas en el capítulo anterior (apartado 3. 10), esto es: Contexto, cognición geométrica, adaptación curricular, cognición didáctica e interacciones.

Se trata de caracterizar la epistemología de cada uno de los profesores, basándonos en:

- el estudio de sus estados de opinión, tanto sobre la Geometría como parte del currículo de Matemáticas para la Enseñanza Obligatoria, como sobre su enseñanza y aprendizaje,
- el análisis de su actuación profesional como profesores de Matemáticas, tal y como habitualmente la desempeñan,
- la determinación del nivel de razonamiento geométrico en que se encuentran los profesores.

Los diferentes instrumentos utilizados para este estudio global, aparecen descritos en el Capítulo III, apartados 3.7.1, 3.8, 3.9.1, 3.8.2, son:

- La entrevista Inicial (semiestructurada) que hemos denominado Protocolo cerrado (Anexo II, pp. 1-3).
- Los Test sobre el razonamiento geométrico de Van Hiele, de A. Jaime y Z. Usiskin (Anexo II, pp. 57 y 63, respectivamente).
- Los guiones de la clase utilizados por los profesores antes del Curso Guía.
- Las videograbaciones de las dos sesiones de clase desarrolladas antes del Curso Guía (Anexo II, p. 95).

La presentación del capítulo se hará profesor por profesor y atendiendo a los aspectos: contexto, cognición geométrica, adaptación curricular, cognición didáctica, interacciones; y, finalmente, se incluirá un apartado de conclusiones, en el que se hará una síntesis de las competencias didácticas que hemos establecido a partir de los diferentes instrumentos de análisis utilizados, así como la relación con el perfil del profesor idóneo para desarrollar una propuesta curricular con sus alumnos, basada en la Teoría de Van Hiele.

El establecimiento de las competencias didácticas de los profesores, nos permitirá describir el comportamiento de los profesores cuando desempeñan su labor habitual de enseñantes y para ello, tomaremos como elemento básico el estudio de la relación entre sus estados de opinión (en términos de concepciones sobre la Geometría, la enseñanza de la Geometría y el aprendizaje de la Geometría) y su actuación normal, cuando realizan su labor profesional.

4.2 El profesor P1

4.2.1 Competencias didácticas

Contexto

El profesor P1 desarrolla su labor docente en un colegio público de unas 22 unidades en una zona suburbana, en la que el nivel sociocultural de los padres es medio-bajo. En este centro lleva impartiendo clases más de 10 años. Desarrolló su docencia, durante el presente estudio, en 1º de ESO.

El profesor P1 destina las Matemáticas entre 3 y 4 horas semanales (teórico-prácticas), dedicando a la Geometría 6 semanas de un total de 30.

A este docente, que, curiosamente, no se suele coordinar con los otros profesores del área de Matemáticas, le gusta mucho la Geometría, y piensa que es una parte de las Matemáticas muy importante para sus alumnos porque la visualización, la intuición espacial y la representación son aspectos formativos básicos para cualquier intento de comprensión del mundo real desde una óptica matemática; en palabras de P1, las Matemáticas son una disciplina muy importante en el contexto curricular porque *son una materia formativa que desarrolla el pensamiento del niño y habitúa unas técnicas de trabajo esenciales para la comprensión del medio.*

En síntesis, se puede interpretar el contexto de desarrollo de la actividad del profesor P1 en los siguientes términos.

CONTEXTO	**Centro**	**Público**
	Situación	**Suburbano**
	Nº de unidades	**17-24**
	Nº de alumnos	**24**
	Niveles	**1º ESO**

	D. I.: Diferencias Individuales: **a) Años de experiencia docente** **b) Coordinación con otros profesores** **c) Importancia de la Geometría** **d) ¿Por qué?**	**.** **+ de 10 años** **No** **Muy importante** **.Formativa. .Comprensión del mundo real**

Cognición geométrica

En relación con el análisis de la entrevista inicial, y teniendo en cuenta sus estados de opinión en cuanto al contenido geométrico, cabe señalar que el profesor P1 no opina cuando se le pregunta si la Geometría debe ser la parte más importante de las matemáticas en la ESO, y se manifiesta en desacuerdo en cuanto a que el nivel alcanzado por los alumnos en Geometría pueda ser un indicador de la comprensión de las Matemáticas. Del mismo modo considera que las actividades de Geometría no deben tener ni mayor ni menor importancia que los cálculos aritméticos. Reconoce positivamente la conveniencia de que las actividades de Geometría deban abarcar una gran variedad de contenidos, así como la pertinencia de que estas actividades tengan que estar basadas en mucho trabajo informal.

El profesor P1 se decanta totalmente a favor de que las actividades de Geometría, deben estar basadas en cuestiones abiertas, que permitan al alumno investigar y fomentar no sólo el desarrollo de la intuición espacial sino el desarrollo tridimensional; según él, también han de estar relacionadas con otras áreas y fundamentadas en mucho trabajo deductivo –siendo el dibujo el elemento básico en las actividades geométricas- y, finalmente, este profesor cree que estas actividades de Geometría tendrían que estar centradas en el uso de modelos manipulativos. En lo que respecta que las actividades de Geometría deban estar basadas en una terminología y símbolos precisos, P1 no expresa su opinión.

El profesor P1 es quien mejores resultados obtiene en la resolución del test de razonamiento geométrico de Usiskin y se puede considerar que se encuentra en el último nivel de pensamiento geométrico, dado que obtiene 4, 3, 5, 3 y 4 respuestas correctas en los niveles 1, 2, 3, 4 y 5 respectivamente. Estos resultados no se contradicen con los alcanzados en el test de A. Jaime pese, a que únicamente podamos evaluar su nivel de razonamiento hasta el nivel 4. De esta manera, se tiene que el profesor P1 tiene un grado de adquisición completo para los tres primeros niveles (100%, 90,6 %, 96,6 %) y un grado alto de adquisición para el nivel 4 (81,3 %). En definitiva, podemos afirmar que este profesor se encuentra en un nivel de pensamiento geométrico 4 desde la perspectiva de los van Hiele.

En el siguiente cuadro se resume la categoría a que nos estamos refiriendo, con sus correspondientes descriptores:

<table>
<tr><td rowspan="7">COGNICIÓN GEOMÉTRICA</td><td></td><td></td><td>T. Usiskin</td><td>T. Jaime</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Nivel de Razonamiento</td><td>Nivel 1</td><td>4/5</td><td>C. 100</td></tr>
<tr><td>Nivel 2</td><td>3/5</td><td>C. 90’6</td></tr>
<tr><td>Nivel 3</td><td>5/5</td><td>C. 96’6</td></tr>
<tr><td>Nivel 4</td><td>3/5</td><td>A. 81’3</td></tr>
<tr><td>Nivel 5</td><td>4/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>J. P. C.: Juicio de los profesores sobre el contenido Geométrico
<u>1.- Desarrollo</u>
a) Mucho trabajo informal
b) Fomentando el desarrollo espacial
c) Con mucho trabajo deductivo
d) Muchas actividades y cuestiones abiertas
e) Muchas actividades manipulativas
<u>2.- Papel dentro de la Matemática</u>
f) La parte más importante de la matemática
g) Indica el nivel de comprensión matemática.</td><td colspan="3">. Sí
. Sí
. Sí
. Sí
. Sí
. Sin opinión
. No</td></tr>
</table>

Adaptación curricular

Como ya hemos señalado, la adaptación curricular se refiere principalmente al análisis del diseño de las actividades de enseñanza-aprendizaje que este profesor establece para sus alumnos del primer curso de ESO, así como el estudio de su actuación de las clases videograbadas. Los instrumentos para obtener la información en este apartado han sido los guiones de las dos sesiones de clase y las transcripciones de ambas sesiones desarrolladas antes del Curso Guía, junto con el cuestionario que este profesor completó, referido a la Naturaleza de la Tarea (entrevista inicial, categoría NT).

En relación con la categoría NT, el profesor P1 señala que ocasionalmente utiliza libros de texto, el propio de los alumnos y otros libros de texto tanto locales como de editoriales nacionales. Conviene destacar que entre los recursos didácticos que utiliza frecuentemente se encuentran los materiales manipulativos y gráficos de elaboración personal.

Manifiesta que ocasionalmente utiliza también materiales gráficos comercializados.

Este profesor trata en las dos sesiones videograbadas el tema de Ángulos y las videograbaciones se realizaron los días 7/05/97 y 9/05/97 en sus clases de primer curso de ESO.

En el guión propuesto previamente, este profesor formuló de manera explícita los conocimientos previos, las técnicas utilizadas, los instrumentos, así como las referencias metodológicas y el proceso. Adjuntamos el guión:

Conocimientos previos:
*Ángulo formado por dos rectas.
*Ángulo como giro de una recta.
*La hoja de papel como modelo del plano.
Técnicas utilizadas:
*Construir rectas al plegar la hoja de papel.
*Marcar los pliegues con un lápiz, para indicar la representación gráfica de la recta construida.
*Dibujar rectas con instrumentos: regla.
*Recortar la hoja de papel siguiendo el trazado de las rectas.

Instrumentos:
* La regla. Escuadra y cartabón. El compás. El semicírculo graduado.
Materiales:
*Folios de papel. Cartulina.
*Instrumentos de dibujo.
*Tijeras.
*Cuaderno de trabajo
El entorno:
*Buscar ejemplos de ángulos en la clase, en casa, en la calle.
*Diferenciar entre aquellos que se presentan de forma estática (la esquina de una mesa, de un edificio, un puntal sobre una pared, etc) y los que están determinados de forma dinámica (el picaporte al abrir una puerta, un grifo al girar, un brazo humano que se levanta, etc).

METODOLOGÍA
Realizar primero el plegado de la hoja.
Explicación de la técnica: juntar dos partes de la hoja, "pellizcar" un punto del pliegue, reseguir con la uña. La RECTA como resultado: destacar las características del pliegue (pertenencia al plano, no hay nada añadido). Otro resultado: los SEMIPLANOS.
Seguir con el dedo la recta, destacar algunas características. Situar la regla siguiendo la recta. La REGLA es el instrumento para trazar líneas rectas. Dibujar sobre la RECTA obtenida en el pliegue otra recta con la regla. Diferenciarlas: una es la RECTA, la otra es un dibujo, una REPRESENTACIÓN de la recta. Dibujar sobre el cuaderno otras rectas. Recortar con las tijeras la hoja de papel, siguiendo la línea del pliegue. Hacer observar las características de las piezas obtenidas en el corte: la RECTA como borde entre los SEMIPLANOS.
Enseñar a simbolizar, uso de las letras, convencionalismos matemáticos.
Buscar ejemplos en el entorno. Justificar. Expresar oralmente las características.
Definir lo construido. A su manera, con su vocabulario, pero buscando la corrección.
Comparar las distintas definiciones aportadas. Contrastarlas con las dadas por los textos.
Síntesis dirigida por el profesor. Escribir y usar la definición final.

PROCESO

emiplano. La regla.
Rectas secantes. Regiones.
Semirrecta. Ángulo.
Elementos de los ángulos. Vértices y lados.
Medida. Amplitud.
Relación entre amplitud y lados.
Rectas perpendiculares.
Construcción del ángulo recto con instrumentos de dibujo.
Ángulo recto. Escuadra y cartabón.
El recto como unidad de medida.
Construcción de un ángulo recto en cartulina. La unidad de medida.

Ángulos agudos y obtusos. **El semicírculo graduado como instrumento de medida.** Ángulo llano. Relación con el recto. Relación con la recta. Ángulos convexos y cóncavos. Subjetividad de la relación cóncavo-convexo. Clasificación de ángulos. Para cada paso del proceso se seguirá el esquema presentado en la metodología. Construcción – representación – ejemplificación – simbolización – reflexión - interpretación de la realidad.

Con respecto a la adaptación curricular, P1 organiza sus clases de la siguiente manera:

- inicialmente, esboza una presentación de los conceptos que se van a abordar durante la explicación;
- acto seguido, hace un repaso de los conocimientos que los niños han trabajado en años anteriores relacionados con los ángulos;
- a continuación, realiza con los alumnos una serie de actividades, manipulando materiales tales como folios, reglas, transportadores, etc, mediante las cuales pueden construir ángulos de diversos tipos y llegar a compararlos entre sí, y, a la vez, extraer las características fundamentales de los mismos;
- seguidamente, les invita a buscar ángulos en su entorno y en objetos conocidos por ellos, como tarea de reflexión;
- mediante estas actividades, P1 intenta que sus alumnos deduzcan que el ángulo es lo que está entre dos secantes, en cualquier contexto de la vida diaria (al cambiar de dirección, cuando vamos en coche, cuando al hacer gimnasia movemos un brazo, cuando el minutero del reloj pasa de las tres de la tarde a las tres y cuarto, al doblar un papel dos veces,...); se trata de visualizar y proyectar, a través de estas formas estáticas y dinámicas el concepto de "ángulo";
- también incide, en sus explicaciones, en dejar claro los conceptos de "abertura de un ángulo" y "lados del ángulo ", valiéndose también en estos casos de ejemplos de la vida cotidiana, como la línea que se

esboza al caminar por un sendero y el espacio que se forma al cambiar de dirección con la nueva línea que configuraría el otro lado.

El profesor P1 considera importante que sus alumnos reflexionen individualmente sobre lo estudiado en la clase. De este modo, al final de la 1ª sesión propone, como trabajo para casa (Véase Anexo II, 1ª Sesión, 136, p. 103).

136 P. [....] definir a su manera, o sea no quiero que lo copien de un libro, sino que lo definan como hoy se ha hecho aquí, a su manera, los siguientes aspectos:1º Ángulo. 2º Ángulo recto. 3º Clases de Ángulos. 4º Ángulos formados por dos rectas secantes. Esto ahora quiere decir, que Uds. en casa se sientan, vuelven a pensar en lo que hicimos, no me pierdan los ángulos que hemos obtenido. , . [....]

En la segunda sesión, después de pedirle a los alumnos que muestren cómo han resuelto las tareas que propuso en la sesión anterior trata de fijar los conocimientos que fueron tratados en ella, y en algunas intervenciones largas por su parte, comienza a introducir la nomenclatura matemática para los ángulos. En todos los casos hace trabajar a sus alumnos con orientaciones precisas sobre el trabajo manipulativo que se iba realizando durante las clases.

Podemos sintetizar que a lo largo de las dos sesiones, el profesor desarrolló con sus alumnos un trabajo investigativo y jugando un papel de orientador del aprendizaje de los alumnos.

El guión de la clase presentado, tal y como puede observarse, muestra una organización curricular del contenido geométrico, dado que aparece organizado principalmente desde una perspectiva fenomenológica y con una metodología explícita y dirigida hacia los aspectos de evaluación de los contenidos.

ADAPTACIÓN CURRICULAR	**<u>Videograbaciones:</u> Recursos** **a) Textos** **b) Materiales: gráficos, manipulativos, escritos** **otros recursos**	**. No** **. Sí, Sí, No** **-**

	Videograbaciones: Desarrollo de la unidad de aprendizaje **a) Qué enseña** **b) Organización de la tarea** **c) Papel en el desarrollo de la tarea**	 **. Conceptos, Procedimientos** **. Investigativo** **. Orientador**
	GUIÓN DE LA CLASE	**O. curricular**
	N. T.: Naturaleza de la Tarea. **Usan** **a) Libros de texto** **b) Materiales gráficos** **c) Materiales manipulativos**	 **. Sí** **. Sí** **. Sí**

Cognición didáctica

Con respecto a la cognición didáctica, se observa, atendiendo a las videograbaciones de las dos sesiones de clase, que este profesor está muy motivado por conseguir que sus alumnos entiendan lo que es la Geometría. (Véase Anexo II, profesor P1, 1ª sesión, secuencia, 66, p. 99).

66 P. [....] Pues ahora lo podemos ver, recuerden que esto es lo que llamamos la Geometría, lo que es la Matemática , es saber decir aquí cosas, pero que luego están en la realidad [....]

Este docente considera que la Geometría es para sus alumnos una parte muy importante de las Matemáticas dado que, en sus propias palabras: *La visualización, la intuición espacial y la representación, son aspectos formativos básicos para cualquier intento de comprensión del mundo real desde la óptica matemática,* y además piensa que la Geometría es una parte que agrada a sus alumnos de forma especial, ya que según él *lo que intuyen y pueden construir con materiales les parece más liviano, les da la impresión de que trabajan menos, porque no necesitan leer tanto ni escribir demasiado en sus trabajo.*

Para este profesor, entre los conceptos de Geometría que más agradan a sus alumnos figura el de la simetría, y entre los que menos, señala el de los cálculos de área y volumen. Por otra parte el concepto de proporcionalidad es uno de los que más dificultades le ocasiona, mientras que la descripción de las figuras planas es uno de los que resulta más fáciles.

Sin embargo, la experiencia de este profesor, le permite constatar que las Matemáticas son para sus alumnos una materia del currículo poco grata en general, pues se trata de una disciplina que requiere pensamiento constante y esfuerzo de comprensión, algo no habitual para ellos.

Atendiendo a las respuestas dadas en la entrevista inicial, el profesor P1 aparece caracterizado como un profesor de tendencia investigativa (2,4 en un rango de 1 a 3). Señala que casi siempre en sus clases los alumnos investigan sobre problemas geométricos utilizando objetos reales, y los anima a encontrar sus propias soluciones a los problemas geométricos planteados y a utilizar sus propios métodos teniendo en cuenta que a veces sus métodos no funcionan. También a veces los alumnos trabajan en pequeños grupos en los que investigan problemas geométricos con dibujos o gráficos para a continuación hablar de lo descubierto y escribir el resumen de lo encontrado.

No muestra una tendencia tradicional muy acusada (1,9), dado que casi nunca introduce el tema con ejemplos concretos presentados con dibujos o gráficos para señalar las características o propiedades ni da a los alumnos las propiedades que tienen que utilizar ni diferentes ejemplos del mismo tipo cada vez que se trabaja un nuevo concepto geométrico.

Tampoco presenta una tendencia tecnológica acentuada (1,75), ya que casi nunca pide a los alumnos que lean los problemas resueltos que le parecen más adecuados, para que encuentren las características y propiedades más relevantes de los conceptos o figuras estudiadas para resolver, y, casi nunca, cuando las propiedades que creen haber descubierto son incorrectas, les explica directamente su solución y les propone problemas del mismo tipo, aunque a veces los alumnos trabajan sobre ejercicios o problemas geométricos del texto en pequeños grupos, mientras ayudo a los que tienen dificultades.

Cuando se le pregunta a P1 sobre las características de su trabajo actual, nos responde que c*ambian los alumnos, cambian los medios disponibles, cambian las circunstancias de horarios y espacios. Cada curso es un poco diferente al anterior.*

En el desarrollo de sus clases, se observa como el profesor P1 es consecuente con sus estados de opinión descritos en la entrevista inicial. Se muestra como un profesor acorde con una tendencia investigativa, mediante la que trata que sus alumnos vayan descubriendo por sí mismos las características que determinan el concepto de ángulo, resultando ser principalmente un orientador de los conocimientos.

Desde el punto de vista de la organización que hace del currículo, ya hemos señalado el carácter curricular de la misma. El siguiente cuadro sintetiza los aspectos que acabamos de señalar:

<table>
<tr><td rowspan="5">COGNICIÓN DIDÁCTICA</td><td colspan="2">D. D.: Decisiones didácticas sobre la docencia
a) Estilo Investigativo
b) Estilo tradicional
c) Estilo tecnológico
d) Trabajo en grupo</td><td>. Sí
. No.
. No
. A veces</td></tr>
<tr><td colspan="2">J. P. A.: Juicio de los profesores sobre los alumnos
a) La Geometría agrada a los alumnos
b) ¿Por qué?</td><td>. Sí
. Intuición y construcción</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Adaptación curricular</td><td>Desarrollo (videograbaciones)</td><td>.Conceptos, Procedimientos
.Investigativo
.Orientador</td></tr>
<tr><td>Guión</td><td>O. curricular</td></tr>
<tr><td>Naturaleza de la Tarea</td><td>Textos, materiales, gráficas</td></tr>
</table>

Interacciones

Con respecto a la interacción, debemos indicar que existe una doble interacción profesor-alumno, circunstancia reflejada en la existencia de diálogo entre ambos y la atención y el interés mostrados por los alumnos, hasta tal punto que sus respuestas, interesantes y coherentes, evidencian su interés por la materia explicada. Destacamos además el carácter fenomenológico de su intervención en el aula. Utiliza en todo momento un vocabulario adaptado a los alumnos y cercano a la realidad que los rodea, aunque trata en todo momento de conseguir, en la medida de lo posible, la precisión matemática requerida por el nivel educativo de los alumnos.

Logra una motivación amplia en sus alumnos lo que consecuentemente provoca una participación casi global de los alumnos en las tareas que va proponiendo.

Los alumnos aparecen distribuidos individualmente y en todo momento tratan de responder al gran grupo, mediante ejemplos concretos y adaptados a la vida real, utilizando además gráficos y materiales manipulativos concretos.

El siguiente extracto de la primera videograbación muestra que el profesor P1 trata de explicar y poner en situación los conocimientos correspondientes al tema objeto de estudio y la metodología de trabajo (Véase Anexo II, profesor P1, 1ª Sesión, secuencia 1-3, p. 97).

1. P: [....] hoy vamos a empezar el tema desde el principio y lo que vamos a hacer hoy en la primera mitad de la clase va a ser recordar, a ver de que se acuerdan ustedes de lo que ya han estudiado en los años anteriores sobre ángulos. Yo les voy a ayudar a recordar y luego sobre ese recordatorio vamos a empezar a buscar ángulos, a aprender algo más sobre ángulos y el viernes cuando vuelvan a venir entonces haremos un trabajo ya normal, preparado, sobre actividades sobre ángulos con materiales los que necesitemos y ya será una clase un poco más normal. [....]

2. A: Profesor, ¿vamos a usar el porta-ángulos?

3. P: Vamos a usar todo lo que haga falta porque es un tema que vamos a trabajar durante varios días, o sea, que no vamos a hacer este tema sólo para acabarlo hoy; el tema es un tema de Matemáticas que lo vamos a trabajar. Vamos a trabajar este año una parte y la otra parte la trabajaremos en el próximo curso. Quién sabe, vamos a recordar, a ver si alguien se acuerda, sabe explicarme, decirme con palabras la idea que tiene de lo que es un ángulo, a su manera, el que recuerde, la que recuerde algo. ¿Quién se acuerda de la idea de ángulo? Un ejemplo, algo donde se use, por ejemplo una frase donde se use la palabra ángulo, sería fácil de recordar.

y se muestra la interacción entre el profesor y los alumnos conectando con el entorno que los rodea, en los siguientes párrafos de la transcripción (Véase Anexo II, profesor P1,1ª Sesión, secuencia 8-17, p. 98).

8. A: Las esquinas de la pizarra tienen ángulos rectos.

9. P: Las esquinas de la pizarra son ángulos rectos... Bueno, vamos a ver situaciones: Ustedes están caminando por la calle y quieren cambiar de dirección ¿Qué hacen? ¿Qué movimiento

describen?

10. A: Un ángulo.

11. P: Un ángulo por ejemplo. Pues eso sería una situación en la cual estamos usando un ángulo: vamos caminando en una dirección, cambiamos a otra dirección, estamos describiendo un ángulo, ¿situaciones como ésa?

12. A: Vas en un coche y das una curva...

13. P: Si das una curva no das un ángulo, o das una curva o das un ángulo, ¿hay una diferencia entre lo que ha dicho él? Entre curva y ángulo ¿si? A ver.

14. A: Sí porque el ángulo, para que haya ángulo tiene que haber líneas rectas.

15. P: ¿Están todos de acuerdo? Cuando yo hice el ejemplo. De ir por la calle hice así voy a cambiar de dirección hice esto, pero no hice como el coche que hace una curva, ¿está clara la diferencia? En un caso hay ángulo y en el otro no.

Más situaciones, no todas de la calle, en la casa, en el colegio...

16. A: Las esquinas de los edificios...

17. P: Las esquinas de los edificios, se parece bastante a lo que habían dicho ya también por algún lado...

y además, podemos observar el sentido investigativo y orientador de la tarea en las siguientes intervenciones (Véase Anexo II, profesor P1, 1ª sesión, secuencia 32-48, pp. 98-99)

32. A: O el de la pierna.

33. P: O el de la pierna y la rodilla, eso es un movimiento que también es un ángulo, precisamente la profesora de Educación Física a veces les dice póngalos en ángulo, los brazos formados en cruz, o en ángulos, o elevados, o bajos, en movimiento. ¿Más cosas? Objetos, el cuerpo humano ya lo hemos visto ¿objetos? Alguien antes había dicho que había ángulos en las figuras, vamos a ver. Ángulos en las figuras. A ver busca ahí un ángulo, señalado para que todo el mundo lo vea. Un ángulo serían esas dos líneas que está señalando, dos líneas ¿no? En un punto, tal y como hemos dicho aquí, ahí hay un ángulo. ¿Aquí? eso también es una figura geométrica, ahí no hay ángulos. Aquí dice que no hay ángulos ¿por qué lo dirá? Porque aquí todas las líneas que hay son curvas. Bueno, parece que nos vamos acercando. Vamos entonces ahora a usar la hoja de papel. Se acuerdan que cuando empezamos a estudiar Geometría habíamos dicho de la hoja de papel que se parecía o que podíamos pensar que esto era como un, un plano. Entonces todo lo que podemos estudiar de la Geometría lo podríamos estudiar aquí, por ejemplo, cojan ustedes la hoja y háganle un doblez...

34. A: ¿Por la mitad?

35. P: ...con las uñas. Por donde quieran. Un doblez. Y vuelvan otra vez a enderezarlo. La hoja tiene que estar perfectamente, sin arrugas, por eso se las di nuevas y en ellos, en el plano ¿qué se ha marcado ahora? ¿qué es lo que hay dibujado?

36. A: Una línea.

37. P: Una línea recta ¿podríamos ya tener un ángulo con un línea recta?

38. A: Sí.

39. P: ¿Sí?

40. A: No, con una no.

41. P: ¿Qué necesitaríamos?

42. A: Otra.

43. P: Otra. Pues cojan ahora y atraviesen esa con otro pliegue igual por otro lado. Háganlo bien para que se vea claramente que hay dos líneas rectas, ¿cómo diríamos que están esas dos líneas? Se...

44. A: Secantes. Se cruzan.

45. P: Parecido, pero cruzar no es lo mismo en Matemáticas, aunque en la vida normal se dice cruzarse a eso, en Matemáticas y en Geometría eso se le dice de otra manera.

46. A: ¿Secantes?

47. P: ¿Secantes o que se cortan? ¿eh? Veo que se van acordando de muchas cosas. Cruzarse, eh. Almudena, cruzarse es otro sentido distinto el que hay en el espacio, por ejemplo, aquella línea que está allí y ésta que está aquí no se tocan en ningún momento, esas son las que se cruzan, pero ya lo explicaremos otro día. Vamos ahora a recordar que esto en el plano se llama que se cortan, o como decía Carolina...

48. A: Secante.

Tratando con el material manipulativo, de explicitar claramente el contenido matemático a tratar a través de la deducción (Véase Anexo II, profesor P1, 1ª sesión, secuencia 54-64, pp. 99).

54. P: Vuelvo a repetirlo, el ángulo no es sólo esto, el ángulo es todo esto lo que ustedes señalan cuando ustedes dicen aquí hay un ángulo señalan aquí y aquí, lo que están señalando no es el ángulo sino el borde, el borde del ángulo. El ángulo es... ¿cómo lo diríamos aquí? ¿qué sería el ángulo aquí? alguien que sea capaz de explicarme ¿qué es sobre el plano? ¿en qué consiste un ángulo? ¿cómo puedo yo explicarle a alguien lo que es un plano? Bueno ahora dime que es un ángulo entonces como conclusión de todo lo dicho.

55. A: La superficie de papel que está entre las dos líneas.

56. P: De papel sino... modelo de papel, lo podría haber hecho, entonces vuelve a recular, superficies del plano, la parte del plano...

57. A: Que se encuentra entre dos líneas.

58. P: ¿Dos líneas cualesquiera?

59. A: Que se cruzan... no.

60. P: ¿Dos líneas?

61. A: Secantes.

62. P: Sí, pero... se cortan, o sea, que tendríamos ¿cuántos ángulos se han formado aquí en el plano?

63. A: Cuatro.

64. P: Cuatro, ¿los ven claramente?

Tal y como el profesor P1 señaló en su introducción de la unidad de aprendizaje, comienza a hacer un trabajo más profundo sobre los ángulos y sus intervenciones son más largas, aunque las dirige hacia el gran grupo tratando de que los alumnos construyan su propio conocimiento y haciendo intervenir a un amplio grupo de alumnos; se puede observar en los alumnos una motivación alta cuando atienden a las explicaciones del profesor: (Véase Anexo II, profesor P1, 2ª sesión, secuencia 37-54, pp. 105-106).

37. P: A ver, no, los dedos no sirven para eso sino la palabra. ¿Te acuerdas lo que hacíamos? ¿Cómo sabíamos que un ángulo era agudo, cómo buscábamos? Miriam...

38. A: No sé explicarlo.

39. P: No sabes explicarlo, claro porque hablas poco. Javier...

40. A: Los que miden menos de 90º.

41. P: No hables de 90º. Dime cómo se llama el ángulo que mide 90º.

42. A: Recto.

43. P: Pues entonces digan que mide menos que...

44. A: Un ángulo recto.

45. P: El que mide menos que el recto ¿Lo sabrías explicar Miriam? Hay que acostumbrarse a hablar y a expresar el pensamiento. Y el otro, el obtuso, venga.

46. A: El que mide más que el recto.

47. P: El que mide más que el recto, eso es lo que aprendimos el otro día, y por último ¿había alguna pregunta más?

48. A: Ángulos formados por dos rectas secantes.

49. P: Ángulos formados por dos rectas secantes... a ver, Almudena...

50. A: Los ángulos formados por dos rectas secantes son los que tienen dos líneas que se cortan.

51. P: Bueno, lo que has dicho es repetir un poco la pregunta: dos rectas secantes, son dos rectas que se cortan. Pero lo que yo preguntaba era qué pasaba con esas dos rectas desde el punto de vista de los ángulos. A ver, Daniel...

52. A: Ángulos formados por dos rectas secantes son: las dos rectas secantes al tocarse forman otro ángulo.

53. P: Por ahí va mejor, por el final, no lo ha expresado muy bien al repetir un poco al principio las mismas ideas, lo que importaba era expresar lo que pasaba con esas dos rectas secantes. A ver Dalila...

54. A: Son cuatro ángulos en algunos casos iguales.

Refiriéndose a la representación matemática de ángulos, elabora la definición de ángulo estableciendo todas las características esenciales, (Véase Anexo II, profesor P1, 2ª sesión, secuencia 63-65, pp. 107-108).

63. P: [....] Escríbanlo. "Un ángulo es la región del plano comprendida entre dos semirrectas y ahora paren de escribir. ¿Dos cualesquiera? ¿Valen dos semirrectas cualesquiera? ¿O tienen que tener algo especial esas dos semirrectas? Que tengan un punto común, un origen común, en lugar de punto pongan origen. Ahí tienen una buena definición de ángulo. Hemos dicho lo esencial, pero ya estamos dando nombres. A ese punto en una semirrecta se llama origen; el punto que marca dónde va una semirrecta y dónde va la otra se llama origen; ésas que no son rectas sino que son semirrectas, pues ya conocemos su nombre y todo lo que abarca entre ellos lo llamamos región del plano. Es muy parecido a lo que utilizan en Geografía, las regiones. ¿Qué son regiones? Trozos comprendidos entre fronteras, fronteras artificiales, fronteras que se representan con líneas curvas y nosotros estamos hablando de regiones angulares, estamos hablando de semirrectas. Se podía haber dicho de otra manera, pensemos ahora en la barrera o pensemos en el compás o pensemos en la saeta del reloj. Yo podría haber elegido el punto común, coger la recta, no hagan ustedes nada. Dibujo una semirrecta y miren ahora lo que hago. Voy desplazando hasta que en otra posición vuelvo a colocarla. ¿Entienden? Pero el movimiento de la saeta, el ángulo que sale lo mismo, pero lo que ha sido diferente es que aquí he puesto una semirrecta y luego he puesto otra. Es decir, algo fijo mientras que aquí he movido la regla de una manera muy curiosa, barriendo la región hasta llegar a donde termina; es como si aquí fueran dos semirrectas distintas, mientras que aquí es la misma que se ha movido, que es lo que pasa con ejemplos como los que he dicho antes o con otros que nadie me ha traído como ejemplo. ¿Qué hacen ustedes cuando van a abrir la puerta? Primero tienen que coger el picaporte y ... "barrer" como he hecho yo; cuando van a abrir la llave del agua en el lavabo o en la cocina, ¿qué hacen también? También tiran, también hacen que la parte metálica de la llave tire y describa un ángulo, la puerta está en una posición. Cuando la van a abrir la empujan y hacen que la hoja también "barra el piso" ¿no? Hay un barrido del piso, que es un ángulo determinado, pues esa es otra manera de ver un ángulo. Vamos a escribirlo: también un ángulo es la región del plano que barre una semirrecta entre dos posiciones. Primero está puesta aquí y luego está puesta allá, y entre una y otra provoca ese barrido de manera que se destaca claramente. De esa manera, a partir de ahora van a ver ustedes más ángulos de los que habitualmente se ven. La gente normalmente sólo ve los ángulos que están claramente dibujados cuando se ven las dos semirrectas, por ejemplo, el ángulo que se ve en el borde de las cosas. Pero casi nunca ve los ángulos que se describen en el aire, porque no ve sino una semirrecta y lo ve parado, pero cuando se mueve entonces ese movimiento es el ángulo. Cada vez que ustedes levantan un bolígrafo dejándolo apoyado en una ruta están describiendo un ángulo; cada vez que ustedes en gimnasia tienen el brazo en una posición y lo elevan o lo bajan están describiendo un ángulo. ¿Se dan cuenta de cómo ahora a partir de ser capaz de ver eso, esas dos situaciones de ángulo, ahora entienden mucho más lo que puede ser ángulo en distintas formas, en distintas posiciones? Así que aunque al dibujarlo son iguales, su dibujo, su representación es la misma. Sin embargo, la manera de ser construida es diferente. Estén atentos a eso porque esto sería un ángulo que está parado, un ángulo estático que siempre está igual, mientras que aquí es un ángulo que ahora está así, pero que puede cambiar, puede aumentar o puede disminuir porque es un ángulo vivo, que está en movimiento y eso es importante entenderlo; ser capaz de verlo, de descubrirlo cuando hago una observación. Y ahora a bautizarlo. Siempre que vemos cosas hay que bautizarlas, seguro que esto ya lo saben, pero hay que recordarlo. Punto y aparte. Todo ángulo tiene tres elementos: el vértice, lados y efectivamente, no, no escriban, no lo vamos a llamar región; es la región, pero como esas regiones se pueden formar muchas, es una región angular y lo vamos a llamar por su medida, la medida... el otro día creo que lo nombramos...

64. A: El arco.

65. P: El arco es un trozo de circunferencia, lo llamamos...

y posteriormente precisa la forma de presentación simbólica (Véase anexo II, profesor P1, 2ª sesión, secuencia 66, p. 108).

66. P: Amplitud, porque recuerden que lo que importaba era eso. En realidad, la amplitud siempre la vamos a dar como medida, ahí es donde decimos lo de los 90º, 30º, 120º. Cuando nosotros damos esa medida lo que estamos hablando es de la amplitud y todavía eso, aunque ustedes ya lo conocen no lo hemos vuelto a recordar. Lo recordaremos a continuación. Cuando queremos escribir, fíjense que ya no hablo de dibujar. Cuando queremos escribir cosas sobre ángulos debemos usar algún símbolo para distinguirlo, claro, porque no voy a estar siempre diciendo con el dedo como es fácil hacer antes cuando hablamos alguno de decir esto, hace el dibujo en el aire o está señalando siempre sí sí esto, no no. Vamos a dar una manera simbólica de hablar, voy a hablar de éste ángulo, pues le tengo que dar un nombre. La manera más sencilla es nombrar un punto cualquiera de la semirrecta y el punto que hemos llamado vértice, entonces le damos una letra mayúscula, siempre en ese orden, empiezo por uno, otro, otro o aquí, aquí, aquí, da igual, luego ya veremos que hay un sentido, pero de momento... y nombrarlo siempre en orden poniendo siempre en medio el del vértice. Es decir, decimos el ángulo ABC, pero para que se entienda que es ángulo se dibuja un angulito encima, así y porque con tres letras también podría nombrar un triángulo y entonces si es un triángulo dibujo un triangulito encima y así sé lo que estoy hablando, ángulo ABC. Otra manera sería señalar la amplitud y poner una letra, pero ahora minúscula. Por ejemplo: la letra "m", y entonces digo ángulo $\hat{m}$ y lo nombro con una sola, cuando hay uno sólo o dos o tres prefiero nombrarlo así, pero cuando hay muchos en distintas posiciones prefiero nombrarlo así porque es más fácil. ¿Entendido? Incluso a veces con un número en lugar de con una letra, lo llamaría por ejemplo ángulo 1 para enumerarlo. Cuando tengo varios los prefiero enumerar para entenderlo así, son formas de hacer.

De todo lo anterior, se puede observar interacciones importantes entre el profesor y la Geometría, así como entre el profesor y el alumno.

Dado que las respuestas que hace el profesor son, en general, al gran grupo, vemos como el trabajo que realiza P1 adolece de una interacción entre el alumno y el profesor, aunque, en líneas generales, podemos decir que los alumnos participan activamente en la tarea. En resumen, de las observaciones se tiene:

INTERACCIONES	**VIDEOGRABACIONES: Alumnos** **a) Agrupamientos** **b) Motivación** **c) Participación en la tarea**	**Individual** **Alta** **Alta**
	Profesores **a) Vocabulario adecuado** **b)Respuesta del profesorado** **c)Distribución de los alumnos.**	**. Sí** **. Grupo** **Mediante ejemplos, utilizando gráficos, utilizando material** **. Individual**

4.2.2 Conclusiones

El profesor P1 puede ser descrito en términos de las diferentes competencias didácticas determinadas por las categorías establecidas en los siguientes términos:

La cognición geométrica caracteriza al profesor P1, como ya se indicó anteriormente, como un profesor con una formación científica alta (nivel 4 de Van Hiele) y con una concepción de la Geometría experimental basada en cuestiones abiertas, para facilitar a sus alumnos el investigar las propiedades de las figuras geométricas a través de un trabajo manipulativo previo, tomando en consideración la importancia de la deducción de los conceptos geométricos, lo que le adecua al perfil del profesor que hemos determinado con el capítulo I.

A partir de esto, consideramos que el profesor P1 resulta ser un profesor idóneo para desarrollar un currículo desde la perspectiva de los Van Hiele, siempre que se fomente en él el trabajo en grupo y el respeto a la heterogeneidad de la clase.

Se puede extraer de los datos anteriores, que la adaptación curricular la realiza desde el punto de vista fenomenológico, más que conceptual, es decir, este profesor utiliza una organización curricular de la Geometría acorde con el perfil descrito.

La categoría que hemos definido como cognición didáctica nos permite afirmar que su actuación en el aula es acorde con la tendencia que nos muestra en la entrevista inicial. Este profesor desarrolla su trabajo de una manera investigativa, consiguiendo que sus alumnos utilicen materiales para que construyan ellos mismos su concepto de ángulo, la clasificación y las relaciones. Trata de que los alumnos retomen sus conocimientos anteriores y reconstruyan sus conocimientos. Se observa cómo el profesor P1 se convierte en un orientador más que en un transmisor de conocimientos, aspectos que son esenciales para acercarse a nuestro perfil.

En cuanto a las interacciones entre profesor y alumno durante el desarrollo de la práctica docente, logra una participación alta de los estudiantes y de él mismo, aunque las respuestas son excesivamente individualizadas lo que hace que no se muestre como un promotor del trabajo en grupo.

4.3 El profesor P2

4.3.1 Competencias didácticas

Contexto

El profesor P2 desarrolla su labor docente en un colegio público con unas 20 unidades en una zona urbana, en el que el nivel sociocultural de los padres es medio. Lleva impartiendo clases en este colegio mas de 10 años. Realizó la docencia para este estudio en 1º de la ESO y es el único curso donde impartió docencia en el curso 1996-97. Según manifiesta en la entrevista inicial, dedica tres horas semanales a la enseñanza de las Matemáticas y no indica el número de horas que dedica de Geometría a sus alumnos durante el curso.

Parece ser que no se coordina con los otros profesores del área de Matemáticas, y sí manifiesta que las matemáticas le gustan mucho. Considera además que la Geometría es una parte de las matemáticas muy importante porque puede programarse como un centro de interés, constatando que las Matemáticas son una materia del currículo importante porque *pueden servirles en la vida cotidiana y para otras asignaturas.*

En resumen, el contexto donde el profesor P1 desarrolla su labor profesional queda delimitado en el siguiente cuadro

CONTEXTO	**Centro**	**Público**
	Situación	**Urbana**
	Nº de unidades	**17-24**
	Nº de alumnos	**25**
	Niveles	**1º ESO**

	D. I.: Diferencias Individuales: **a) Años de experiencia docente** **b) Coordinación con otros profesores** **c) Importancia de la Geometría** **d) ¿Por qué?**	 **. + de 10 años** **. No** **. Muy importante** **. Puede utilizarse como centro de interés**

Cognición geométrica

El profesor P2 está de acuerdo con que la Geometría debe ser la parte más importante de las matemáticas para la enseñanza obligatoria, manifestando que el nivel alcanzado por sus alumnos en Geometría es un indicador de la comprensión de las matemáticas. Parece que está de acuerdo con que las actividades de Geometría deberían tener mayor o igual importancia que los cálculos aritméticos y abarcar una gran variedad de contenidos, pero no está seguro de su respuesta.

Este profesor opina que las actividades de Geometría deben estar basadas en mucho trabajo informal, en el uso de modelos manipulativos y cuestiones abiertas que permitan al alumno investigar; también afirma que las actividades que se trabajen deben fomentar el desarrollo de la intuición espacial, permitir el desarrollo tridimensional, y estar relacionadas con otras áreas. En este sentido, el dibujo debe ser el elemento básico en las actividades geométricas. Sin embargo, no tiene una opinión clara cuando se le pregunta si las actividades geométricas deben estar basadas en mucho trabajo deductivo y en una terminología y símbolos precisos, aunque parece estar de acuerdo con tal afirmación.

Con respecto al test de Usiskin, se puede afirmar que este profesor se encuentra en un nivel 2 de razonamiento geométrico (tres respuestas correctas para los dos primeros niveles, 1 para el segundo y 0 para los otros dos niveles). Con respecto al test de Jaime, P2 presenta un grado de adquisición completo (100 %) para el nivel 1 de razonamiento, para el segundo nivel, presenta un grado de adquisición alto con un porcentaje del

78 %, obteniendo en el tercer nivel un grado de adquisición intermedia (46,7 %). El grado de adquisición para el nivel 4 es nulo. Podemos afirmar que no existe contradicción con los resultados que obtiene en ambos test y admitiremos que este profesor se encuentra entre los niveles dos y tres de razonamiento geométrico.

El cuadro siguiente recoge la síntesis de los datos correspondientes a esta categoría de análisis.

<table>
<tr><td rowspan="8">COGNICIÓN GEOMÉTRICA</td><td></td><td></td><td>T. Usiskin</td><td>T. Jaime</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Nivel de Razonamiento</td><td>Nivel 1</td><td>3/5</td><td>C. 100</td></tr>
<tr><td>Nivel 2</td><td>3/5</td><td>A. 78</td></tr>
<tr><td>Nivel 3</td><td>1/5</td><td>I. 46’7</td></tr>
<tr><td>Nivel 4</td><td>0/5</td><td>N.</td></tr>
<tr><td>Nivel 5</td><td>0/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>J. P. C.: Juicio de los profesores sobre el contenido Geométrico
<u>1.- Desarrollo</u>
a) Mucho trabajo informal
b) Fomentando el desarrollo espacial
c) Con mucho trabajo deductivo
d) Muchas actividades y cuestiones abiertas
e) Muchas actividades manipulativas
<u>2.- Papel dentro de la Matemática</u>
f) La parte más importante de la matemática
g) Indica el nivel de comprensión matemática.</td><td colspan="3">

. Sí
. Sí
. Sí
. Sí
. Sí

. Sí
. Sí</td></tr>
</table>

Adaptación curricular

En cuanto al análisis del diseño de las actividades de enseñanza-aprendizaje que este profesor establece para sus alumnos del primer curso de la ESO, esto es, a la adaptación curricular que realiza, y a partir de los instrumentos que hemos diseñado para obtener la información sobre la adaptación curricular (los guiones de las dos sesiones de clase, las transcripciones de estas dos sesiones y la categoría NT de la entrevista inicial), se infiere que el profesor P2 utiliza ocasionalmente libros de texto, tanto el oficial (Ed. Santillana) así como otros textos. También ocasionalmente utiliza materiales gráficos y manipulativos comercializado. Señala además que frecuentemente prepara materiales gráficos y manipulativos para el uso de sus alumnos en la clase.

Sin embargo, manifiesta en la entrevista inicial que no utiliza textos ni fichas de trabajo elaborados específicamente dentro de esta Comunidad Autónoma.

En el guión previo formuló de manera explícita los contenidos en términos de conceptos, procedimientos y actitudes. Estas componentes curriculares, no aparecen del todo completas, esto es, con sus objetivos, contenidos, metodología y evaluación. Sin embargo, se puede observar en los guiones de la clase que presenta, la naturaleza curricular de su programa de enseñanza, en el sentido de que tiene en cuenta una organización del currículo en el que las actividades que propone, aparecen orientadas desde una perspectiva epistemológica del concepto de ángulo y medida de ángulos.

La toma de decisiones del profesor P2 tiene como consecuencia para la organización de los contenidos que se propone desarrollar, la utilización de una actividad para cada sesión, lo que responderá perfectamente a su plan de actuación en el aula.

Trabajará en la primera sesión los conceptos de ángulo, medida de ángulos y clasificación de ángulos comparándolos con el ángulo recto, y haciendo uso de diversos materiales para la construcción de ángulos. Para la segunda sesión, estudia ángulos consecutivos, complementarios, suplementarios y adyacentes, así como los distintos ángulos que se obtienen al cortar dos rectas paralelas por una secante. Utilizará además distintos materiales para apoyar la precisión de las construcciones.

Las sesiones de clase videograbadas se realizaron los días 14/05/97 y 21/05/97.

El profesor P2, manifestó que prepara el guión de la clase con bastante antelación con el fin de planificar sus actividades con claridad y sacar un máximo provecho de las mismas. Se adjunta el guión de las dos sesiones:

Primera sesión:

C. P. GENERALÍSIMO FRANCO ACTIVIDAD CLASE (14-V-97)

CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
Ángulos *elementos *Medida de ángulos tipos de ángulos: *Recto, agudo y obtuso, llano, completo y cóncavo	Construcción de ángulos utilizando la regla, el compás y el transportador Uso del transportador para medir ángulos. Comparación de ángulos por superposición Utilización de símbolos y del vocabulario geométrico para describir ángulos Búsqueda de propiedades y relaciones entre diferentes clases de ángulos	Valoración de la precisión y utilidad del lenguaje geométrico Sensibilidad y gusto por la presentación cuidadosa y ordenada de trabajos geométricos

C. P. GENERALÍSIMO FRANCO ACTIVIDAD CLASE (14-V-97) Nº-----

NOMBRE:---NIVEL:1º--------FECHA:-----------

Angulo es la parte del plano limitada por dos semirrectas que tienen el mismo origen.

1.-Dibuja un ángulo y completa las frases siguientes :

a) El origen común de las dos semirrectas se llaman:..

b) Las semirrectas se llaman...

c) La amplitud de un ángulo es su..................y se expresa en..

2.-Dibuja un ángulo recto,un ángulo agudo y un ángulo obtuso

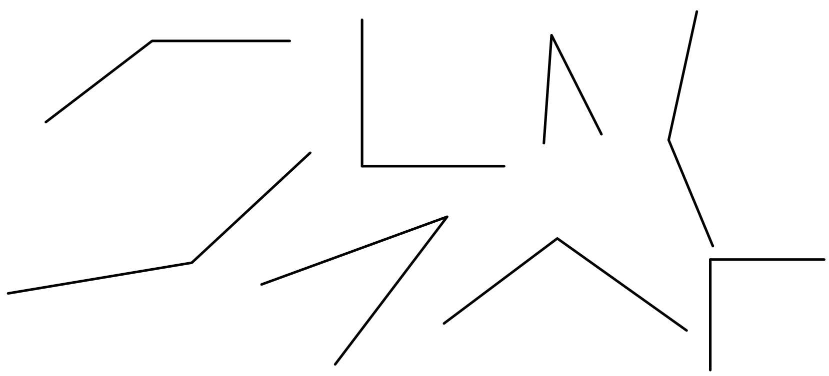
3.-Explica que entiendes por:

a) ángulo recto

b) ángulo agudo

c) ángulo obtuso

4.-Señala cuáles de los siguientes ángulos son agudos, rectos u obtusos



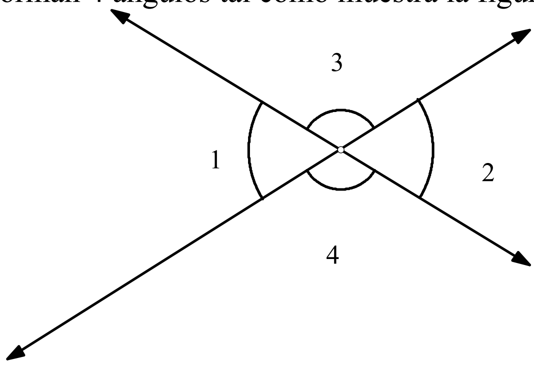
5.- Utilizando papel transparente calcas los ángulos de la actividad anterior que se indican seguidamente y a continuación los superpones :escribe las relaciones entre ellos usando los signos:=,<,>.
a) Dibuja los ángulos señalados con las letras (a),(c),(h). Nómbralos e indica como son
b) Dibuja los ángulos señalados con las letras (d),(e). Nómbralos e indica como son.
c) Dibuja los ángulos señalados con las letras (g),(b). Nómbralos e indica como son .
d) Dibuja los ángulos señalados con las letras(f),(b). Nómbralos e indica como son.
e) Dibuja los ángulos señalados con las letras (h),(e).Nómbralos e indica como son.
f)Dibuja los ángulos señalados con las letras (b),(f). Nómbralos e indica como son.
6.-Utiliza el transportador para dibujar un ángulo recto ,un ángulo agudo de 45º y un ángulo obtuso de 120º
7.-Dibuja un ángulo llano y descríbelo ¿A cuantos ángulos rectos equivale?¿Cuántos grados mide un ángulo llano?
8.-Dibuja un ángulo completo ¿A cuantos ángulos rectos equivale?¿Cuántos grados mide?
9.-Dibuja un ángulo cóncavo. Los ángulos que miden mas de 180º y menos de 360º se llaman.....................

Segunda sesión:

CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
Tipos de ángulos: *Consecutivos, complementarios, suplementarios y adyacentes *Ángulos formados por dos rectas paralelas cortadas por una secante: opuestos por el vértice, alternos (internos, externos),correspondientes, suplementarios	Construcción de ángulos utilizando la regla, el compás y el transportador. Uso del transportador para medir ángulos. Utilización de los símbolos y del vocabulario geométrico para describir ángulos. Búsqueda de propiedades y relaciones entre diferentes clases de ángulos. Utilización de la regla, escuadra o cartabón para trazar paralelas cortadas por una secante y comprobar las relaciones y propiedades de los ángulos que se han formado	Valoración de la precisión y utilidad del lenguaje geométrico. Sensibilidad y gusto por la presentación cuidadosa y ordenada de trabajos geométricos. Interés por investigar sobre formas , configuraciones y relaciones geométricas.

Nº..ACTIVIDAD CLASE (21-V-97)
NOMBRE..NIVEL:1º...........FECHA:.....
Ángulos consecutivos son los que tienen el mismo origen y un lado común.
1. Dibuja dos ángulos consecutivos que formen un ángulo recto.
2. Dibuja dos ángulos consecutivos que formen un ángulo agudo.
Los ángulos consecutivos que forman un ángulo recto se llaman ....
3. Dibuja dos ángulos consecutivos que formen un ángulo llano.
Los ángulos consecutivos que forman un ángulo llano se dice que son................
4. Representa el complementario de cada uno de los ángulos siguientes:
5. Representa el suplementario de cada uno de los ángulos siguientes:

6. Mide los siguientes ángulos con el transportador y calcula cuanto miden su ángulo complementario y suplementario
7. Dos rectas secantes forman 4 ángulos tal como muestra la figura siguiente:



a) En los ángulos $\hat{1}$ y $\hat{2}$ los lados de uno son prolongación de los del otro. ¿Sabes cómo se llaman?
b) Observas otro par de ángulos que cumpla la misma condición........¿Cuáles?..........
c)¿Cómo son estos dos pares de ángulos?
d)Expresa la relación que hay entre ellos usando el signo correspondiente.
8. Observa la figura de la actividad anterior. Indica parejas de ángulos que sean suplementarios
9. En la figura siguiente están dibujadas dos rectas paralelas cortadas por una secante.
a)Indica los ángulos que son iguales utilizando el signo correspondiente y píntalos.
b)¿cuáles de estos ángulos son suplementarios.¿Por qué?
c)¿observas ángulos complementario? Razona tu respuesta.

Con respecto al desarrollo de las sesiones de clase, se observó que organiza la clase en grupos de trabajo pidiendo a los alumnos que resuelvan las actividades. Todos los alumnos trabajan la misma actividad y el grupo completo también. El proceso de la primera sesión es el siguiente:

En un principio, entrega la actividad a los alumnos y a continuación les pide que comiencen a trabajar la actividad.

Cuando algún alumno no entiende algo, pregunta primeramente al grupo y a continuación lo hace al profesor.

A continuación hace una puesta en común del primer apartado de la actividad (descripción del concepto de ángulo y sus elementos).

Después de comentar en que consistirán los siguientes apartados, los alumnos siguen realizando la actividad propuesta pidiéndole en algunos casos que utilicen como material un papel transparente.

La segunda sesión, comienza haciendo un repaso de la actividad resuelta en la sesión anterior y los alumnos nuevamente trabajan en grupo con la misma metodología que en la primera sesión videograbada.

Es en esta sesión en la que realiza una explicación más amplia de cómo construir ángulos de una medida conocida utilizando el compás, y el papel transparente.

A veces invita a algún alumno a que explique al resto de los compañeros el método que ha seguido para realizar alguna de las actividades que han sido planteadas.

Podemos afirmar que a lo largo de las dos sesiones, el profesor hace con sus alumnos un trabajo investigativo y organizado, adoptando un papel de orientador de los grupos de trabajo así como del gran grupo.

El guión de la clase presentado, tal como se puede ver, muestra una organización del contenido más curricular que conceptual y una metodología implícita de trabajo en el aula, en forma de grupos de trabajo.

En el siguiente cuadro se resumen las observaciones que acabamos de realizar.

ADAPTACIÓN CURRICULAR	**Videograbaciones: Recursos** **a) Textos** **b) Materiales: gráficos, manipulativos, escritos** **otros recursos**	 **No** **Sí, Sí, Sí** **-**
	Videograbaciones: Desarrollo de la unidad de aprendizaje **a) Qué enseña** **b) Organización de la tarea** **c) Papel en el desarrollo de la tarea**	 **.Conceptos, Procedimientos** **.Investigativo** **.Orientador**
	GUIÓN DE LA CLASE	**O. curricular**
	N. T.: Naturaleza de la Tarea. Usan **a) Libros de texto** **b) Materiales gráficos** **c)Materiales manipulativos**	 **. Sí** **. Sí** **. Sí**

Cognición didáctica

Este profesor piensa que la Geometría es para sus alumnos una parte de las Matemáticas que a ellos les agrada porque suele gustarles las construcciones, pero no señala los conceptos que más desagradan a sus alumnos y tampoco los que les ocasionan más y menos dificultades.

Nos llama la atención cuando al preguntarle sobre si las Matemáticas para sus alumnos son una materia del currículo que les agrada, muestra desagrado indiferencia, no se define sino que contesta que puede variar en el transcurso del curso *al principio no les gustan y al final se interesan más*.

Si se tienen en cuenta las categorías de análisis que establecen la tendencia didáctica del profesor P2, podemos afirmar que no se muestra como un profesor con una tendencia didáctica clara. Los resultados nos indican que es un profesor con una alta tendencia tradicional (2,6) dado que frecuentemente propone ejemplos en la pizarra, explicando con cuidado y claridad las características y propiedades del concepto o figura utilizada y luego, proponen problemas similares a los alumnos, trabajando individualmente las dificultades que surgen. Indica que casi siempre explica con claridad las características y propiedades del concepto o figura a estudiar, hace diversos ejemplos y propone a los alumnos problemas similares y luego trabaja con aquellos estudiantes que tienen dificultades también introduce, casi siempre, los temas con ejemplos concretos presentados con dibujos o gráficos y después de señalar las características o propiedades, continúa con ejemplos y ejercicios. También señala que casi siempre cuando los alumnos utilizan o descubren propiedades incorrectas les ayuda, dándoles la solución correcta.

También, según su opinión es un profesor con una alta tendencia investigativa (2,4) puesto que casi siempre hace escribir a los alumnos resúmenes de sus descubrimientos cuando trabajan en grupo en cuestiones geométricas y anima a los alumnos a utilizar sus propios métodos teniendo en cuenta que a veces sus métodos no funcionan.

Finalmente, según la encuesta inicial puede ser un profesor con tendencia tecnológica (2,7). Afirma que casi siempre pide a los alumnos que lean los problemas resueltos que le parecen más adecuados, para que encuentren las características y propiedades más relevantes de los conceptos o figuras estudiadas para resolver. Si las propiedades que creen haber descubierto son incorrectas, les explica cómo se hace y les propone problemas del mismo tipo y también casi siempre propone a los alumnos ejercicios o problemas geométricos adecuados del texto y ayuda a los que tienen dificultades.

Sin embargo, del análisis que hemos hecho de la adaptación curricular, concluimos que la tendencia didáctica que mayormente presenta en su actuación con los alumnos es la tendencia investigativa. Esta situación no contradice su estado de opinión sobre como actúa, sino que refuerza la idea inicial que teníamos en cuanto a que no mostraba una tendencia didáctica lo suficientemente diferenciada como ocurre con otros profesores. El siguiente cuadro resume la cognición didáctica determinada por el profesor:

<table>
<tr><td rowspan="5">COGNICIÓN DIDÁCTICA</td><td colspan="2">D. D.: Decisiones didácticas sobre la docencia
a) Estilo investigativo
b) Estilo tradicional
c) Estilo tecnológico
d) Trabajo en grupo</td><td>. No
. Sí.
. Sí
. A veces</td></tr>
<tr><td colspan="2">J. P. A.: Juicio de los profesores sobre los alumnos
a) La Geometría agrada a los alumnos
b) ¿Por qué?</td><td>. Sí
. Construcción</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Adaptación curricular</td><td>Desarrollo (videograbaciones)</td><td rowspan="3">. Conceptos, procedimientos
. Investigativo
. Orientador
. O. curricular

Textos, gráficos, materiales</td></tr>
<tr><td>Guión</td></tr>
<tr><td>Desarrollo de la Tarea</td></tr>
</table>

Interacciones

La estructura de la distribución de los alumnos en la clase incide directamente en la interacción que se produce entre el alumno y el profesor. El profesor no se comunica lo suficientemente con sus alumnos, dado que hace una atención individualizada que provoca la distracción del resto del grupo. No se prodiga mucho en las intervenciones globales, por lo que no consigue una alta participación en la tarea. Sus alumnos no se muestran suficientemente motivados.

Cuando interviene para la totalidad de la clase aumenta esta motivación, pero no explicita demasiado sus explicaciones. Los alumnos se muestran desconcertados en ocasiones.

El siguiente extracto de la primera videograbación muestra claramente las interacciones (Véase Anexo II, profesor P2, 1ª sesión, secuencia 19-30, pp. 127-128).

19. P: [....] Fíjense bien que lo que van a hacer ahí que,... a quien, comparar, estamos comparando ángulos. Por eso, habíamos propuesto como material el calcarlos y después superponerlos, ponerlos encima uno de otro para ver si son iguales o distintos y después seguimos contestando... Vamos a ver, parece que hay algunas dificultad en esa actividad, en la número cinco y en el apartado “A”.

Alguien que la tenga hecha me quiere un poco explicar, vamos a ver...

20. A: $\hat{A} = \hat{C}$ y $\hat{H} > \hat{C}$

21. P: ¿Quieres $\hat{A}$ encima de $\hat{C}$ y son iguales.

23. P: Coinciden los lados ¿no?

24. A: Sí, y luego medí el $\hat{C}$ lo puse encima del $\hat{A}$ y es mayor el $\hat{C}$.

25. A: Yo medí y el $\hat{C}$ es mayor que el $\hat{A}$.

26. P: Vamos a ver. Alberto decía que el ángulo $\hat{A}$ y el $\hat{C}$ eran iguales y que el $\hat{A}$ y el $\hat{C}$ eran distintos que el □. Nayra, haciendo el mismo procedimiento, dice que el $\hat{C}$ es un poquito mayor que el $\hat{A}$. Bien ¿qué es lo que está ocurriendo aquí? Con esos dibujos que no fueron hechos en el momento, midiendo exactamente y entonces según la precisión con que se mida el ángulo va a dar a unos casi les da igual y a otros parece que hay una pequeña diferencia. Esa pequeña diferencia, en principio no es muy importante; entonces vamos a acordar que el ángulo $\hat{A}$ y el $\hat{C}$ sean iguales. Pero, ¿qué pasa el $\hat{A}$ y el $\hat{C}$ y después el $\hat{H}$?

Vamos a ver el apartado de la actividad cinco.

27. A: El $\hat{C} = \hat{A}$ y el $\hat{H}$ ... (no la deja terminar y en la pizarra no se ve lo que escribe).

28. P: ¿Quieres explicar esa relación en la pizarra?

29. P: A ver, ¿nos faltaría algo en lo que tiene Sonia escrito en la pizarra o tenemos que rectificar alguna cosa?

30. A: $\hat{A} = \hat{C}$ y $\hat{H} > \hat{A}\ \hat{C}$

En el siguiente párrafo se observan también las interacciones:

(Véase anexo II, profesor P2, 2ª sesión, secuencia 21-45, p. 130).

21. P: Bien, y en este caso particular en que los ángulos que son consecutivos además miden los dos 90º reciben un nombre que es...

22. A: No contestan.

23. P: Y cuando estos dos ángulos son consecutivos y además los dos miden 90º ¿cómo se llaman?

24. A: Complementarios.

25. P: Complementarios ¿de acuerdo? Bien, vamos a ver ahora dos ángulos consecutivos que midan más de 90º.

26. A: Lo barro.

27. P: No, no.

28. P: ¿Ahí tienes un ángulo?

29. A: Sí.

30. P: ¿Cuántos ángulos tienes ahí?

31. A: Dos.

32. P: ¿Quieres numerarlos? Esos dos ángulos el AÔB y el OÂC y el O$\hat{B}$C ¿serían consecutivos? ¿cuándo dos ángulos son consecutivos?

33. A: Cuando tienen un lado y un vértice común.

34. P: Cuando tienen un lado y un vértice común. Bien, vamos ahora a dibujar dos ángulos consecutivos, pero que los dos midan 180º.

35. A: ¿Los dos midan 180º?

36. A: Los dos. Bien en este caso este dibujo que está haciendo Raquel podría presentarnos dos ángulos consecutivos ¿sí o no?

37. A: Sí.

38. P: Bien, ¿qué particularidad tienen esos dos ángulos consecutivos? ¿cuánto suman esos dos ángulos consecutivos?

39. A: ¿180º?

40. P: 180º entonces los ángulos consecutivos que en este caso suman 180º ¿reciben algún nombre especial?

41. A: ¿Suplementario?

42. P: Suplementario. Cuando veíamos el concepto de ángulo consecutivo decíamos que tenían un vértice común y un lado común. Los ángulos consecutivos pueden tener distintas maneras y usamos distintas amplitudes; en este caso cuando los dos consecutivos miden 90º decíamos que eran...

43. A: Complementarios.

44. P: Complementarios. Y en el caso particular de que midan 180º ¿son?...

45. A: Suplementarios. (El profesor les manda a hacer un ejercicio sobre los ángulos suplementarios) [....]

Con respecto a la interacción podemos decir que está basada en una simple transmisión de conocimientos por parte del profesor, los alumnos no se muestran “receptivos” a pesar de que el profesor parece preocupado porque la información llegue de manera óptima y clara a los alumnos. No se aprecia la posible interacción profesor-alumno muy clara en el aula

Al profesor P2 le interesa explicar todos los conceptos relacionados con ángulos, tipos de ángulos, ángulos formados por dos paralelas cortadas con una secante, medida de ángulos; para ello utiliza materiales como el transportador, el compás la regla, la escuadra, etc, con ello pretende desarrollar una serie de actitudes en los alumnos como valorar la precisión y la utilidad del lenguaje geométrico y, desarrollar la sensibilidad y el gusto por la presentación cuidadosa y ordenada en los trabajos geométricos.

	VIDEOGRABACIONES: **Alumnos** **a) Agrupamientos** **b) Motivación** **c) Participación en la tarea**	 **. Grupo** **. Baja** **. Baja**
INTERACCIONES	**Profesores** **a) Vocabulario adecuado** **b) Respuesta del profesorado** **c) Distribución de los alumnos.**	 **. Sí** **. Grupo** **Mediante ejemplos, utilizando gráficos, utilizando materiales, utilizando materiales escritos** **. Grupo**

4.3.2 Conclusiones

De los apartados anteriores, podemos concluir que el profesor P2 tiene inicialmente una concepción de la Geometría válida para aceptar una propuesta curricular basada en los Van Hiele, mientras que su formación científica no parece lo suficientemente adecuada para este fin. Su cognición geométrica se aleja en este caso, del perfil del profesor idóneo para desarrollar en el aula un diseño de instrucción basado en el modelo de pensamiento geométrico de Van Hiele.

Su cognición didáctica parece adecuada, dado que pese a que al analizar la entrevista inicial no se muestra como un profesor de una tendencia didáctica clara (aunque sí con altos niveles de orientación), la adaptación curricular que realiza en sus sesiones de clase, muestra que P2 es un profesor investigativo y orientador a la hora de desarrollar su trabajo profesional.

Su iniciativa para desarrollar el trabajo en grupo, también le acerca al perfil adecuado de profesor para trabajar con nuestra propuesta, aunque como ya indicamos en algunas ocasiones no consigue una interacción con sus alumnos lo suficientemente fluida.

4.4 El profesor P3

4.4.1 Competencias didácticas

Contexto

El profesor P3 ha desarrollado su labor docente durante más de 10 años en el mismo colegio público. Este centro consta de unas 20 unidades y se halla ubicado en una zona suburbana, en la que el nivel sociocultural de los padres es medio-bajo. A lo largo de estos años este docente imparte sus clases en 1º y 2º cursos de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO). El profesor P3 destina a la clase de Matemáticas 3 horas semanales y 3 horas de tutorías. 8 semanas las dedica a Geometría del total de 30 semanas del curso.

Destacamos en él su gusto por las Matemáticas, valorándolas positivamente en tanto las considera como una materia importante del currículo que constituye (en sus propias palabras) *un instrumento que ayuda a desarrollar las capacidades de los alumnos.*

Sin embargo, desarrolla su labor docente sin coordinarse con los otros profesores de su misma área.

En lo que se refiere a la Geometría, este profesor transmite a sus alumnos el valor de dicha rama dentro de las Matemáticas, puesto que según él *con su aprendizaje llegan a desarrollar la capacidad de razonamiento.*

En síntesis, se interpretará el contexto en el que desarrolla su actividad el profesor P3 de la siguiente forma:

CONTEXTO	**Centro**	**Público**
	Situación	**Suburbano**
	Nº de unidades	**17-24**
	Nº de alumnos	**22**
	Niveles	**1º ESO**
	D. I.: Diferencias Individuales: **a) Años de experiencia docente** **b) Coordinación con otros profesores** **c) Importancia de la Geometría** **d) ¿Por qué?**	**. + de 10 años** **. No** **. Importante** **. Desarrolla la capacidad de razonamiento**

Cognición geométrica

Este docente no reconoce de manera explícita si la Geometría es o no la parte más importante de las Matemáticas en la ESO. Sin embargo, admite que el nivel alcanzado por los alumnos en Geometría es un indicador de la comprensión en las Matemáticas. Para él, las actividades de Geometría deben tener la misma importancia, y no más, que los cálculos aritméticos. En lo referente a las actividades de Geometría, éstas han de abarcar una gran cantidad de contenidos, pero no deben estar basadas en mucho trabajo informal ni deductivo. En su opinión, estas actividades han de estar basadas en cuestiones abiertas que permitan al alumno investigar, tienen que fomentar el desarrollo de la intuición espacial, deben partir del desarrollo tridimensional, han de estar relacionadas con otras áreas, deben estar basadas en el uso de modelos manipulativos.

No está de acuerdo con el hecho de que las actividades de Geometría deban estar basadas en una terminología y símbolos precisos ni en que el dibujo tenga que ser el elemento básico en las actividades geométricas. Tampoco considera que las actividades de Geometría deban estar basadas en mucho trabajo deductivo.

Con respecto al test de Usiskin, el profesor P3 obtiene en el primer nivel tres preguntas acertadas de cinco, en el segundo nivel, dos preguntas acertadas de cinco, en el tercer nivel, una pregunta acertada de cinco, en los cuarto y quinto niveles, ninguna pregunta acertada de cinco. Según estos resultados, se puede afirmar que el profesor se encuentra en el primer nivel de razonamiento, lo que resulta un poco sorprendente.

Con respecto al test de Jaime, el profesor P3 presenta en el primer nivel un grado de adquisición completo (100 %), pero desafortunadamente no responde al resto de las preguntas correspondientes a los niveles 2, 3 y 4. Debemos considerar que el profesor P3 se encuentra en un nivel de pensamiento geométrico muy bajo (nivel 1), pero dado que no tenemos información suficiente, no podemos considerar fiable esta información. El resumen sobre la cognición geométrica se muestra en el cuadro siguiente:

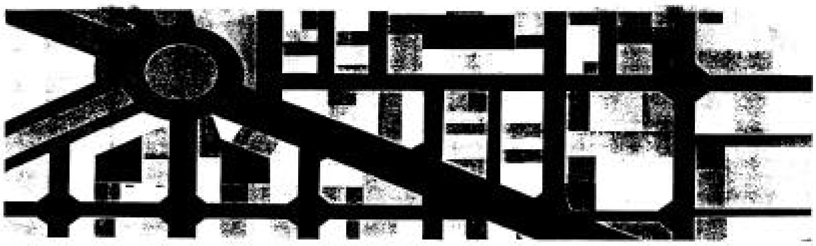
<table>
<tr><td rowspan="7">COGNICIÓN GEOMÉTRICA</td><td></td><td></td><td>T. Usiskin</td><td>T. Jaime</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Nivel de Razonamiento</td><td>Nivel 1</td><td>3/5</td><td>C. 100</td></tr>
<tr><td>Nivel 2</td><td>2/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Nivel 3</td><td>1/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Nivel 4</td><td>0/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Nivel 5</td><td>0/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>J. P. C.: Juicio de los profesores sobre el contenido Geométrico
<u>1.- Desarrollo</u>
a) Mucho trabajo informal
b) Fomentando el desarrollo espacial
c) Con mucho trabajo deductivo
d) Muchas actividades y cuestiones abiertas
e) Muchas actividades manipulativas
<u>2.- Papel dentro de la Matemática</u>
f) La parte más importante de la Matemática
g) Indica el nivel de comprensión matemática</td><td colspan="3">. No
. Sí
. No
. Sí
. Sí
. Sin opinión
. Sí</td></tr>
</table>

Adaptación curricular

En relación con la categoría Naturaleza de la Tarea de la entrevista inicial, el profesor P3 indica que utiliza frecuentemente fichas de trabajo personal, materiales manipulativos comercializados, y materiales gráficos y manipulativos personales. Usa principalmente los libros de texto de las editoriales Anaya, Santillana, SM y, ocasionalmente, utiliza fichas de trabajo locales.

El profesor P3 trata en las dos sesiones de clase el tema ángulos y las videograbaciones se realizaron los días 15 y 16 de mayo de 1997 respectivamente. No presenta un guión concreto de su clase sino que utiliza materiales extraídos del libro de texto, fichas de trabajo. Las siguientes tres páginas fueron las empleadas en las sesiones videograbadas que analizamos posteriormente. Emplea para el desarrollo de su sesión diversos materiales manipulativos: geoplano, papel punteado, cartulinas y tiras de cartulinas.

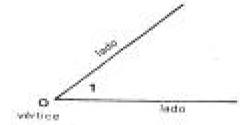
Ángulos



Ángulo como región del plano

Este plano podría corresponder a una zona de la ciudad sede de los Juegos Olímpicos. En el mismo, pueden observarse algunas de sus calles, que se cruzan entre sí formando distintos ángulos. Vamos a estudiar los nombres de estos ángulos, así como las relaciones existentes entre los mismos.

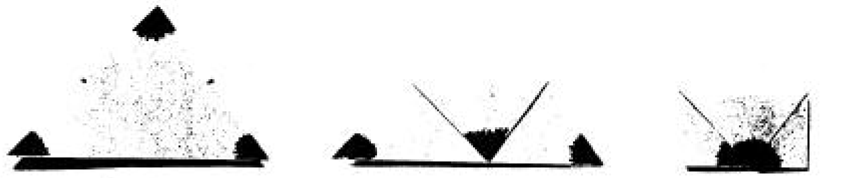
Ángulo es la superficie plana limitada por dos semirrectas con origen común. Cada una de las semirrectas forma un **lado** del ángulo y el punto co-



ÁNGULOS

Plegando papel puedes conseguir ángulos de distintas medidas y hasta comprobar propiedades importantes.

¿Recuerdas que los tres ángulos de un triángulo suman 180°? Vamos a comprobarlo:

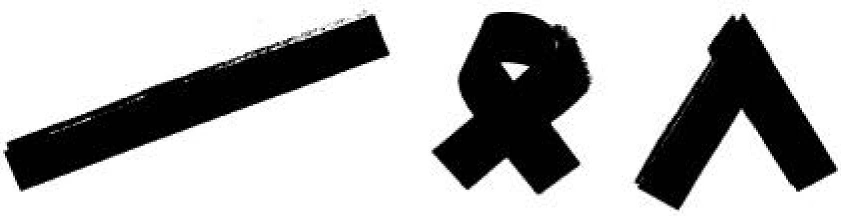


Recorta un triángulo cualquiera y colorea cada vértice de un color por ambas caras. Señala los puntos medios de dos de los lados.

Pliega por la línea que los une.

Pliega los otros dos vértices. Al coincidir los tres ángulos se aprecia que suman 180°.

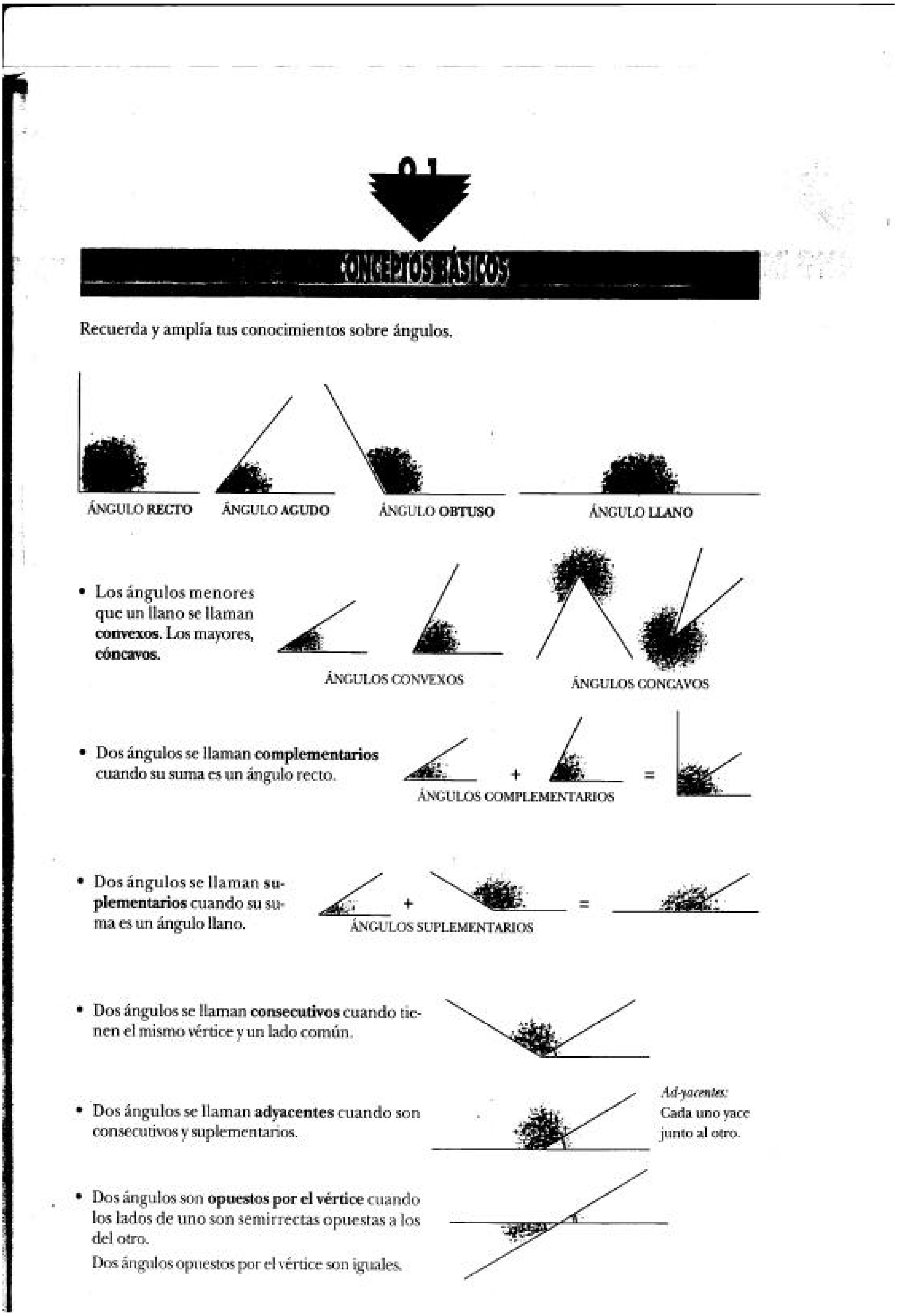
Es fácil obtener, mediante plegado, un ángulo recto y, por tanto, uno de 45°. Observa cómo se consigue uno de 60°:



A partir del ángulo de 60° podrás conseguir, plegando convenientemente, 30°, 120°, 150°.

Observa cómo se consigue un ángulo de 108° construyendo un pentágono regular:

Si mides los ángulos del pentágono regular con un transportador, comprobarás que son de 108°. A lo largo de este tema se probará que es así.



CONCEPTOS BÁSICOS

Recuerda y amplía tus conocimientos sobre ángulos.

ÁNGULO **RECTO** ÁNGULO **AGUDO** ÁNGULO **OBTUSO** ÁNGULO **LLANO**

- Los ángulos menores que un llano se llaman **convexos**. Los mayores, **cóncavos.**

ÁNGULOS CONVEXOS ÁNGULOS CONCAVOS

- Dos ángulos se llaman **complementarios** cuando su suma es un ángulo recto.

ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS

- Dos ángulos se llaman **suplementarios** cuando su suma es un ángulo llano.

ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS

- Dos ángulos se llaman **consecutivos** cuando tienen el mismo vértice y un lado común.

- Dos ángulos se llaman **adyacentes** cuando son consecutivos y suplementarios.

Ad-yacentes: Cada uno yace junto al otro.

- Dos ángulos son **opuestos por el vértice** cuando los lados de uno son semirrectas opuestas a los del otro.
Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.

El profesor organiza a los alumnos de forma individual y les presenta las actividades que va a desarrollar en el aula: ángulos cóncavos, convexos, consecutivos, alternos externos, opuestos por el vértice, ángulos de lados paralelos y perpendiculares. A continuación dedica un tiempo a reflexionar con los alumnos sobre dichas actividades y a resolver las posibles dudas. Propone a los alumnos utilizar materiales e instrumentos para que trabajen los ángulos, tales como: el geoplano, papel punteado y lápices de colores.

El profesor P3 se caracteriza, analizando la puesta en aula de las tareas que propone, por ser como un profesor investigativo y orientador de las actividades.

Podemos considerar que la organización que hace del curriculum es una organización conceptual, dado que trata de desarrollar el contenido como un elemento fundamentalmente instructivo aunque utilice una metodología activa con sus alumnos.

ADAPTACIÓN CURRICULAR	**Videograbaciones: Recursos** **a)Textos** **b)Materiales: gráficos, manipulativos, escritos** **otros recursos**	 **No** **Sí, Sí, No** **-**
	Videograbaciones: Desarrollo de la unidad de aprendizaje **a) Qué enseña **** **b)Organización de la tarea** **c)Papel en el desarrollo de la tarea**	 **.Conceptos, Procedimientos** **. Investigativo** **. Orientador**
	GUIÓN DE LA CLASE	**O. conceptual**
	N. T.: Naturaleza de la Tarea. Usan **a) Libros de texto** **b) Materiales gráficos** **c)Materiales manipulativos**	 **. Sí** **. Sí** **. Sí**

Cognición didáctica

P3 reconoce que la Geometría, como una parte importante de las Matemáticas que agrada en gran manera a sus alumnos, especialmente si se practica una Geometría dinámica.

Entre los conceptos de Geometría que más agradan a sus alumnos se encuentran los ángulos, los polígonos y las áreas, y entre los que menos los de simetría y las medidas.

Entre los conceptos de Geometría que más dificultades ocasionan a sus alumnos destacan la simetría, las medidas y el espacio.

Dado que P3 no contesta a la pregunta referida a cuales son los conceptos de Geometría que menos dificultades ocasionan a sus alumnos y basándonos en el resto de las afirmaciones, podemos inducir que en general considera que a sus alumnos les agrada enormemente la Geometría . En concreto las Matemáticas para sus alumnos son una materia del currículo que generalmente les complace cuando la trabajan de forma significativa , motivándolos y se encuentran muy satisfechos cuando llegan a descubrir algo.

Teniendo en cuenta las respuestas que nos suministró el profesor P3 en la entrevista inicial, podemos considerar que es un profesor con marcada tendencia investigativa (2,4), responde a la entrevista inicial que:

Casi siempre sus alumnos trabajan en pequeños grupos en los que investigan problemas geométricos con dibujos, gráficos y materiales concretos, y luego el discente habla con ellos sobre lo que han descubierto, pidiéndoles que hagan un resumen de lo encontrado. A veces los alumnos utilizan objetos reales en el aprendizaje de conceptos geométricos e investigan sobre problemas geométricos con esos objetos. Al responder a las preguntas de Geometría que hacen los alumnos en sus clases, en ocasiones usa sus propios ejemplos en lugar de los del alumno. Casi siempre utiliza sus propios ejemplos primando siempre por encima de los del libro o manual. P3 casi siempre anima a sus alumnos a encontrar las propias soluciones a los problemas geométricos; asimismo propone a sus alumnos el trabajo en parejas o en pequeños grupos para resolver problemas; este profesor en algunas ocasiones hace escribir a los alumnos resúmenes de sus descubrimientos cuando trabajan en grupo en cuestiones de Geometría y les anima a utilizar sus propios métodos, teniendo en cuenta que a veces sus métodos no funcionan. Casi nunca da a los alumnos las propiedades que tienen que utilizar así como tampoco suele dar diferentes ejemplos del mismo tipo siempre que tenga que trabajar un nuevo concepto. De la misma manera, cuando los alumnos utilizan o descubren propiedades incorrectas, tampoco les suele ayudar dándoles la solución correcta, sino que trata de que ellos mismos descubran la falsedad de sus razonamientos.

No resulta ser un profesor de tendencia tradicional ya que en general casi nunca propone ejemplos en la pizarra, explicando al grupo las características y propiedades del concepto o figura utilizada, y no propone problemas similares a sus alumnos, al contrario prefiere trabajar las dificultades que surgen de manera individual. Tampoco podemos considerarlo como de tendencia tecnológica en el sentido que rara vez dice a los alumnos que lean los ejemplos del libro de texto que les parecen más adecuados para que encuentren las características más relevantes de los conceptos o figuras estudiadas; si las propiedades que los alumnos creen haber descubierto son incorrectas casi nunca las explica y les propone ejemplos del mismo tipo, sino que intenta que ellos lo hagan por sí mismos.

Se puede observar cómo en el desarrollo de su actividad profesional, el profesor P3 mantiene una tendencia acorde con las ideas y modos de actuación que presenta a priori en la entrevista inicial. El carácter conceptual de la organización del currículo, resulta ser un problema importante de cara a considerarlo como un profesor preparado para trabajar un currículo desde la perspectiva de los Van Hiele.

<table>
<tr><td rowspan="5">COGNICIÓN DIDÁCTICA</td><td colspan="2">D. D.: Decisiones didácticas sobre la docencia
a) Estilo Investigativo
b) Estilo tradicional
c) Estilo tecnológico
d) Trabajo en grupo</td><td>. Sí
. No.
. No
. Casi siempre</td></tr>
<tr><td colspan="2">J. P. A.: Juicio de los profesores sobre los alumnos
a) La Geometría agrada a los alumnos
b) ¿Por qué?</td><td>. Sí
. Siempre que se haga dinámica</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Adaptación curricular</td><td>Desarrollo (videograbaciones)</td><td rowspan="3">.Conceptos, Procedimientos
. Investigativo
. Orientador
. O. conceptual
Textos, gráficos, materiales</td></tr>
<tr><td>Guión</td></tr>
<tr><td>Naturaleza de la Tarea</td></tr>
</table>

Interacciones

El profesor se muestra preocupado porque exista una relación entre él y sus alumnos, por lo que resulta ser un profesor abierto a cualquier duda o reflexión que éstos le planteen. Se puede afirmar que los alumnos no están altamente motivados y la participación en la tarea resulta ser más bien baja.

En las sesiones de clase se tratan las clasificaciones y relaciones entre los ángulos obtenidos al cortar dos rectas paralelas con suna secante.

En el siguiente extracto se muestra esa preocupación del profesor porque los alumnos comprendan, haciendo un énfasis especial en la interpretación de los conceptos relacionándolos con el significado habitual de las palabras que los definen.

(Véase Anexo II, profesor P3, 1ª sesión, secuencia 5-24, pp. 137-138).

5. P: Entonces tienen que hacer eso. Pasamos a la otra, ahora aquí vamos a trabajar lo ángulos de lados paralelos, ángulo de lados paralelos, ¿eh? Bien. Lo vas construyendo ahí. Pones ahora, ángulos de lados paralelos, pero tienen que salir los lados paralelos porque yo veo por ahí algunos que están trazando los lados y no son paralelos. A ver, este lado es paralelo con éste, ¿no? Y éste es paralelo con éste; tenemos dos ángulos de lados paralelos ¿vale? Venga. ¿Qué están haciendo ahora? ¿Ángulos de lados... perpendiculares? Bien, para hacer esto dejan un espacio, trazan dos paralelas y la secante porque después tenemos que hacer una estudio con los ángulos. Fíjense bien que casi todos los ángulos van a salir aquí.

6. A: Profe, ¿aquí no tenemos que poner el nombre?

7. P: No, ahí tienes que poner ángulos de lados paralelos ¿eh?

8. A: ¿Ángulos de lados paralelos?

9. P: De lados paralelos. El nombre lo pueden poner al final ¿Ustedes lo entienden?

10. A: Sí.

11. P: Primero hay que ver, vamos a ver opuestos por el vértice son: el $\hat{1}$ y el $\hat{3}$, el $\hat{2}$ y el $\hat{4}$, el $\hat{5}$ el $\hat{7}$ ... el $\hat{1}$ y el $\hat{3}$, ¿no están opuestos por el vértice? ¿Es igual que el anterior? Vamos a ver ahora, el otro, el $\hat{2}$ y el $\hat{4}$, ¿son también opuestos por el vértice? ¿no son iguales que éstos dos? Bien.

El $\hat{1}$ y el $\hat{7}$ son alternos externos y entonces tenemos que saber por qué. El $\hat{1}$ y el $\hat{7}$, son alternos externos por ser ángulos agudos y ángulos paralelos, ¿son iguales?. Pues mira a ver si eso son ángulos de lados paralelos. Este lado, ¿no es paralelo con éste? ¿Eh? Y éste con éste también, porque coinciden los lados, ¿no? O tienen que ser iguales o tienen que ser suplementarios. Bueno, pues eso es lo que tenemos que ver mañana.

12. A: Profe, ¿esto cómo se llamaba? Esto de aquí.

13. P: ¡Eh! Yo no estoy viendo esos lados muy paralelos...

14. A: Esto es paralelo todo...

15. P: ¿Éstos son lados paralelos? ¿ Y este lado es paralelo con éste? ¿Y éste...?

16. A: Claro, porque mira...

17. P: ¿Dónde está?

18. A: Mira la regla...

19. P: Cuál, cuál... ese cuál es, yo ahí no veo lados paralelos. El amarillo... esto no está paralelo y éste se corta. ¿Cuál están ustedes haciendo?

20. A: Éste.

21. P: Pero esto no es así, fíjense bien.

22. A: Porque Carlos lo movió.

23. P: Venga, venga fíjense bien... No, no, no da igual... si están haciendo ángulos de lados paralelos tienen que estar paralelos. Fíjense bien. Primero piensen, después operen. Vamos a ver, ¿y qué lados son paralelos ahí?

24. A: Éste y éste.

En la segunda sesión se puede encontrar una muestra del mismo hecho: (Véase Anexo II, profesor P3, 2ª sesión, secuencia 94-160, pp. 141-144).

94. P: Pues para que sean consecutivos, tienen que tener un lado común. ¿No es eso? Ahora, si tienen un lado común y valen... y forman un ángulo recto, ¿cómo serán?

95. A: Complementarios.

96. P: Complementarios. ¿Y si tienen un ángulo común y forman un ángulo llano...?

97. A: Suplementarios.

98. P: Suplementarios. Entonces suplementarios son, fíjense bien, ángulos consecutivos, ¿eh? Y suplementarios, eso se llaman ¿cómo?

99. A: Adyacentes.

100. P: Adyacentes. Y después teníamos los ángulos...

101. A: Opuestos.

102. P: ¿Opuestos?

103. A: Por el vértice.

104. P: Opuestos por el vértice, que eran los ángulos que estaban formados por...

105. A: Dos vértices iguales.

106. P: Dos vértices iguales no.

107. A: Secante... ¿no?

108. P: Es decir, que las dos semirrectas son opuestas. Con esto lo podemos ver... lo vemos aquí ¿eh? Esto es un ángulo y éste es igual es opuesto por el vértice y yo continúo esta letra para allá y ésta para aquí, ¿no?

109. A: Forman los dos lados una semirrectas.

110. P: Son semirrectas. Bien, entonces ya hemos visto lo que son ángulos...

111. A: Complementarios.

112. P: A ver, hemos visto ¿cuáles?

113. A: Recto, agudo, obtuso, complementarios, suplementarios, consecutivos, llanos, adyacentes, opuestos por el vértice, convexos, cóncavos.

114. P: Bien, entonces ahora vamos a ver qué sucede, todos esos ángulos vamos a estudiarlos. Si yo tengo dos rectas paralelas y las cortamos por una secante, se nos forman ¿cuántos ángulos se nos forman aquí?

115. A: Ocho.

116. P: Vamos a ver, tendríamos el $\hat{1}$, el $\hat{2}$...

117. A: No, no, al revés profe...

118. P: No es lo mismo los números están de una forma y yo los voy a poner de otra para no llamarlos por los números, $\hat{5}$, $\hat{6}$, $\hat{7}$ y $\hat{8}$. Aquí tenemos, vamos a observar ahí, el ángulo $\hat{1}$ y el $\hat{4}$ y el $\hat{2}$ y el $\hat{3}$, eso ya lo hemos estudiado.

Con sus intervenciones consigue que los alumnos redirijan su aprendizaje

119. A: Son opuestos por el vértice.

120. P: Son opuestos por el vértice. Entonces tendríamos que el $\hat{1}$ es igual al $\hat{4}$ y...

121. A: Y que el $\hat{2}$ es igual al $\hat{3}$.

122. P: $\hat{2}$ igual al $\hat{3}$.

123. A: El $\hat{5}$ igual al $\hat{8}$.

124. P: ¿Abajo también?

125. A: Sí.

126. P: ¿Vale? El $\hat{5}$ igual al $\hat{8}$ y el...

127. A: Y el $\hat{7}$ igual al $\hat{6}$.

128. P: El $\hat{7}$ igual al $\hat{6}$. Esto eran...

129. A: Ángulos opuestos por el vértice.

130. P: Opuestos por el vértice. Bien. Ahí hay más ángulos también ¿no? Otro ángulo, el $\hat{2}$ y el $\hat{6}$...

131. A: Correspondiente.

132. P: ¿Se llaman correspondiente? Y el $\hat{4}$ y el $\hat{8}$...

133. A: Correspondiente.

134. P: Y el $\hat{1}$ y el $\hat{5}$...

135. A: Correspondiente.

136. P: Y el $\hat{3}$ y el $\hat{7}$...

137. A: Correspondiente.

138. P: También correspondiente. Y después teníamos por ejemplo ¿el $\hat{1}$ y el $\hat{8}$? ¿no se parecen mucho?

139. A: Alternos externos.

140. P: ¿Y por qué será... Vamos a ver, ¿Y por qué serán el $\hat{1}$ y el $\hat{8}$ iguales?

141. A: Porque son fuera... Porque están fuera...

142. P: No, no, vamos a ver, son alternos porque están fuera...

143. A: No.

144. P: Alternos porque están uno por un lado y otro por el otro.

145. A: Sí.

146. P: Y externos porque están fuera. Pero vamos a ver, ¿y por qué este ángulo será igual a éste?

147. A: Porque los dos son obtusos ¿no?

148. P: Son ángulos obtusos pero están formados, por los lados ¿cómo son esos lados?

149. A: Paralelos.

150. P: Paralelos, por lados paralelos; ¿entendido? Después de esto tenemos ahora, por ejemplo, el 3 y el 6. ¿Cómo se llamaban éstos?

151. A: Alternos internos.

152. P: Alternos internos y el $\hat{3}$ ¿será igual al $\hat{6}$?

153. A: Sí.

154. P: ¿Y cómo lo podemos demostrar eso?

155. A: Porque están separados por la recta...

156. P: Observen, el $\hat{2}$ y el $\hat{6}$ son iguales, y el $\hat{3}$ y el $\hat{2}$, ¿cómo son?

157. A: Opuestos por el vértice.

158. P: Pues si el $\hat{3}$ es igual al $\hat{2}$ y el $\hat{2}$ es igual al $\hat{6}$...

159. A: El $\hat{3}$ y el $\hat{6}$ son iguales.

160. P: El $\hat{3}$ y el $\hat{6}$ son iguales ¿eh? Pues ya seguiremos en la próxima sesión. [....]

En síntesis, en relación con las interacciones tendremos:

INTERACCIONES	**VIDEOGRABACIONES:** **Alumnos** **a) Agrupamientos** **b) Motivación** **c) Participación en la tarea**	 **. Grupo** **. Media** **. Baja**
	Profesores **a) Vocabulario adecuado** **b) Respuesta del profesorado *** **c) Distribución de los alumnos.**	 **. Sí** **. Grupo** **Mediante ejemplos, utilizando gráficos, utilizando materiales** **. Grupo**

4.4.2 Conclusiones

En relación con las competencias didácticas generales del profesor P3, podemos concluir, que este profesor presenta dentro de la cognición geométrica, una formación científica demasiado baja, en relación con el nivel de Van Hiele en el que aparentemente se encuentra, sin embargo su concepción dinámica de la Geometría, la forma de actuar con los alumnos en el desarrollo de las sesiones videograbadas y las interacciones que trata de conseguir lo hacen un profesor idóneo para observar en nuestra investigación.

El punto de vista conceptual de la organización del currículo contrasta con su cognición didáctica, dado que en sus actuaciones resulta ser un profesor investigativo y orientador de la tarea. Se observan interacciones entre el profesor y alumno durante el desarrollo de las dos sesiones de clase y mantiene una aceptación y atención a la heterogeneidad en el grupo bastante importante. Consideramos que este profesor se podría acercar al perfil del profesor idóneo para afrontar con éxito un programa de formación desde la perspectiva de los Van Hiele, siempre que alcanzara una formación científica más alta, lo que resultaría algo muy difícil de conseguir con un Programa de Formación como el que nos proponíamos desarrollar.

4.5 El profesor P4

4.5.1 Competencias didácticas

Contexto

La profesora P4 desarrolla su labor docente en un colegio público de unas 20 unidades en una zona suburbana, en la que el nivel sociocultural de los padres es bajo. En este centro lleva impartiendo clases más de 10 años.

Desarrolló su docencia, durante el presente estudio, en 6º de E. G. B. Destina a la clase de Matemáticas unas 6 horas semanales (teórico-prácticas), dedicando a la Geometría 10 semanas de un total de 30.

Esta docente se coordina con los otros profesores del área de matemáticas, y manifiesta que las Matemáticas le gustan mucho y piensa que constituyen una parte muy importante del currículo para sus alumnos porque *"enseñan a razonar a los chicos, a resolver situaciones problemáticas de la vida diaria, definir conceptos mediante las actividades, etc."*.

Piensa también que la Geometría es una parte de las Matemáticas importante para sus alumnos, dado que con su estudio los alumnos

"descubren poco a poco el espacio, los enseña a orientarse, a manipular diferentes instrumentos de medida, a ver que muchos problemas matemáticos se resuelven fácilmente a través de ellas, etc."

En síntesis, se puede interpretar el contexto de desarrollo de la actividad de la profesora P4 en los siguientes términos.

<table>
<tr><td rowspan="6">CONTEXTO</td><td>Centro</td><td>Público</td></tr>
<tr><td>Situación</td><td>Suburbano</td></tr>
<tr><td>Nº de uni dades</td><td>17-24</td></tr>
<tr><td>Nº de alumnos</td><td>23</td></tr>
<tr><td>Niveles</td><td>6º Primaria</td></tr>
<tr><td>D. I.: Diferencias Individuales:
a) Años de experiencia docente
b) Coordinación con otros profesores
c) Importancia de la Geometría
d) ¿Por qué?</td><td>. + de 10 años

. Sí
.Importante
. Manipulación
.Ayuda a resolver problemas</td></tr>
</table>

Cognición geométrica

Si se analizan las respuestas de la profesora P4 a la entrevista inicial, se puede afirmar que para P4, la Geometría debe ser la parte más importante del currículo de la enseñanza obligatoria, aunque se contradice con la afirmación que hace luego, diciendo que las actividades de Geometría no deben tener mayor importancia que los cálculos aritméticos sino igual en importancia. Por otro lado, indica que el nivel alcanzado por los alumnos puede constituirse como un indicador de su comprensión matemática y que las actividades de Geometría deberían ser estructuradas de forma que abarquen una variedad de contenidos, aunque no se define sobre la importancia del trabajo informal en Geometría.

Sugiere que las actividades de Geometría deben basarse en cuestiones abiertas que permitan al estudiante investigar y que deben fomentar el desarrollo espacial.

No opina sobre la importancia que tiene, para la enseñanza de la Geometría, partir del espacio tridimensional y tampoco opina cuando se le pregunta sobre el papel de la deducción en la enseñanza de los conceptos geométricos.

Considera que la Geometría no debe estar basada en un terminología y uso de símbolos precisos; pero sí cree que el dibujo debe ser un elemento básico para la enseñanza, aunque no el uso de los modelos manipulables.

En relación con su formación geométrica, podemos decir, analizando sus respuestas al test de Usiskin, que esta profesora se encuentra en un nivel 2 de pensamiento geométrico (4 respuestas correctas para los niveles 1 y 2); sin embargo, no podemos determinar el grado de adquisición que se manifiesta en el test de Jaime, dado que no responde a la mayoría de las preguntas.

En resumen se tiene, en relación con la profesora P4, lo siguiente:

			T. Usiskin	**T. Jaime**
COGNICIÓN GEOMÉTRICA	**Nivel de Razonamiento**	**Nivel 1**	**4/5**	**C. 100**
		Nivel 2	**4/5**	**-**
		Nivel 3	**1/5**	**-**
		Nivel 4	**1/5**	**-**
		Nivel 5	**0/5**	**-**
	J. P. C.: Juicio de los profesores sobre el contenido Geométrico			
	<u>1.- Desarrollo</u>			
	a) Mucho trabajo informal	**. Sin opinión**		
	b) Fomentando el desarrollo espacial	**. Sí**		
	c) Con mucho trabajo deductivo	**. Sin opinión**		
	d) Muchas actividades y cuestiones abiertas	**. Sí**		
	e) Muchas actividades manipulativas	**. Sí**		
	<u>2.- Papel dentro de la Matemática</u>			
	f)La parte más importante de la matemática	**. Sí**		
	g)Indica el nivel de comprensión matemática.	**. Sí**		

Adaptación curricular

Si se tienen en cuenta la respuesta dada por la profesora P4 a las preguntas de la entrevista inicial, se observa que la profesora utiliza con mayor frecuencia libros de texto de editoriales diferentes al que usan sus alumnos y no emplea textos ni fichas producidas en la Comunidad Autónoma. Indica que utiliza, a menudo, tanto fichas individualizadas elaborada por ella misma como materiales gráficos y manipulativos también de confección propia.

Las dos sesiones videograbadas corresponden al tema de ángulos y se desarrollaron ambas el día 15/05/1997.

El guión de la clase que presentó esta profesora, fue de dos actividades organizadas desde un punto de vista metodológico más cercano hacia una organización curricular del contenido que hacia una organización conceptual. Las actividades se organizan basadas en el uso de materiales concretos y se corresponden con el siguiente esquema:

Materiales
Actividad
Resolución numérica
Comprobación con materiales gráficos y manipulativos.
Explica lo que has hecho.

En el primer caso, se trata de dividir un ángulo en 5 partes iguales (1ª sesión), y, en el segundo caso, obtención de la bisectriz de un ángulo, mediante plegado del papel y utilizando materiales de dibujo.

La profesora P4 organiza sus clases tomando en todo momento como elemento básico de trabajo las fichas que entrega a sus alumnos.

El proceso de la primera sesión es la siguiente:

- Inicialmente, con la ayuda de los alumnos recuerda el apartado numérico de la actividad: dividir un ángulo de 75º en 5 partes iguales.
- A continuación plantea la situación geométrica que se origina para resolverla gráficamente.
- En tercer lugar, haciendo intervenir a una amplia representación de la clase, va llevando a los alumnos, mediante un diálogo del gran grupo, a extender el procedimiento numérico de división de un segmento en 5 partes iguales, al procedimiento geométrico. Para ello describe la división de un arco cualquiera centrado en el vértice del ángulo dado, en las 5 partes buscadas, tomando como elemento básico la cuerda que subtiende el arco construido.
- Finalmente, entre varios alumnos hace una síntesis y puesta en común del proceso seguido e indica a sus alumnos (al gran grupo) que lo plasmen por escrito.

En la segunda sesión, el desarrollo es análogo, pero ahora con el concepto de bisectriz (segunda ficha propuesta): Hace una extensión del concepto de mediatriz de un segmento al concepto de bisectriz, en los términos anteriores.

La sesión termina de la misma manera: los alumnos deben escribir en la ficha sus descubrimientos.

Como síntesis, y de la observación de las sesiones videograbadas, se concluye que el trabajo desarrollado con los alumnos de 6º de primaria resulta ser un trabajo investigativo y la profesora, a lo largo de sus intervenciones, se muestra en todo momento como orientadora de sus alumnos para que, paso a paso, ellos vayan construyendo tanto los conceptos como los procedimientos que se pretenden.

ADAPTACIÓN CURRICULAR	**Recursos:** **a)Textos** **b)Materiales: gráficos, manipulativos, escritos** **otros recursos**	 **No** **Sí, Sí, No** **-**
	Desarrollo de la unidad de aprendizaje **a) Qué enseña** **b) Organización de la tarea** **c) Papel en el desarrollo de la tarea**	 **Conceptos, procedimientos, actitudes** **.Investigativo** **.Orientador**
	GUIÓN DE LA CLASE	**O. curricular**
	N. T.: Naturaleza de la Tarea. Usan **a) Libros de texto** **b) Materiales gráficos** **c) Materiales manipulativos**	 **. Sí** **. No** **. No**

Cognición didáctica

En relación con los aspectos que describen la cognición didáctica que se recogen en la entrevista inicial, se observa que la profesora P4 considera que, en líneas generales, que a sus alumnos les agradan las Matemáticas dado que “las actividades son amenas, utilizan los instrumentos de medida, ven que a través de ellos pueden resolver muchas cosas que se plantean en la vida cotidiana y cree además que, en especial, la Geometría les agrada porque se trabaja manipulativamente y se pueden sacar conclusiones partiendo del trabajo realizado en grupo. Indica que hasta ese momento ellos no la habían trabajado manipulativamente y ese factor ayuda a su grado de aceptación. La profesora P4 piensa también que los conceptos de Geometría que más gustan a sus alumnos son los ángulos, triángulos y figuras geométricas en el plano y entre los conceptos que más desagradan se encuentran los segmentos, semirrectas y “tipos de rectas”.

Teniendo en cuenta las respuestas suministradas por P4 a la entrevista inicial, podemos caracterizarla desde su propio estado de opinión como una profesora con alta tendencia investigativa (2,57), dado que habitualmente los alumnos trabajan en pequeños grupos en los que investigan problemas geométricos con materiales concretos o gráficos, para a continuación discutir lo descubierto y escribir el resumen de lo encontrado. Frecuentemente anima a sus alumnos a encontrar sus propias soluciones a los problemas geométricos planteados.

Manifiesta que casi nunca sigue el proceso de:

- explicar las características y propiedades del concepto o figura a estudiar,
- hacer diversos ejemplos
- proponer problemas similares a los alumnos para que ellos los resuelvan

lo que la define como una profesora con una baja tendencia tradicional (1), al igual que con una baja tendencia tecnológica puesto que pocas veces procede pidiendo a los alumnos que lean los problemas resueltos que le parecen más adecuados, para que encuentren las características y propiedades más relevantes de los conceptos o figuras estudiadas para resolver . Si las propiedades que creen haber descubierto son incorrectas, les explica cómo se hace y les propone problemas del mismo tipo

Se puede observar, por tanto, como sus estados de opinión son coherentes con su forma de actuar en las sesiones de clase videograbadas, dado que realiza una labor más investigativa que tecnológica y tradicional.

<table>
<tr><td rowspan="3">COGNICIÓN DIDÁCTICA</td><td colspan="2">D. D.: Decisiones didácticas sobre la docencia
a) Estilo Investigativo
b) Estilo tradicional
c) Estilo tecnológico
d) Trabajo en grupo</td><td>. Sí
. No.
. No
. Casi siempre</td></tr>
<tr><td colspan="2">J. P. A.: Juicio de los profesores sobre los alumnos
a) La Geometría agrada a los alumnos
b) ¿Por qué?</td><td>.Sí
Trabajo manipulativo.</td></tr>
<tr><td>Adaptación curricular</td><td>Desarrollo (videograbaciones)</td><td>. Conceptos, procedimientos, actitudes
. Investigador
. Orientador</td></tr>
</table>

		Guión	**. O. curricular**
		Naturaleza de la Tarea	**. Textos, gráficos**

Interacciones

Durante las sesiones de clase videograbadas, se pudo observar que la profesora P4 logra una importante interacción con sus alumnos, haciendo participar en el diálogo que se desarrolla a un amplio número de ellos. Consigue una participación alta de prácticamente toda la clase en la tarea propuesta, haciendo que los alumnos traten de expresar con sus propias palabras los diferentes descubrimientos que van haciendo. Podemos observar en el siguiente extracto de la trascripción de la 1ª sesión de clase, como va trabajando con sus alumnos (Véase Anexo II, profesora P4, 1ª sesión, secuencia 195-201, p. 155).

195. P: Ante el segmento, vamos a ver que sale... ¿no? No, no, no ponla por debajo porque así no se traza.

196. A: ¿Cómo? ¿Así?

197. P: O. K., hombre, claro, que tú veas por dónde vas a pasar las líneas esas. Ajá, cuidado ¡epa! ¡Te has pasado! Oiga, ¿cuál es el segmento que hemos dividido en cinco partes? Entonces tiene que pasar por ahí, no por las rayitas que hemos utilizado...¿no? Ten cuidado, porque éste ya está dividido; el que teníamos que dividir es ése, entonces por ahí es por donde tiene que pasar. Vale, vale. Bien, y vamos a comprobar ahora, ¿no? Si realmente cada uno, salieron cinco ¿no?, Si realmente cada uno, en el primero que trazaste cometiste una pequeña equivocación, ¿no? Y entonces, tal vez no midan lo que deban medir. Vamos a ver, entonces vamos a comparar. ¿Cuánto tiene que medir cada uno de estos ángulos?

198. A: 15º

199. P: Vamos a comprobarlo con el transportador ... Bien, que coincida con los ceros; O.K. perfecto, muy bien. El único es aquélla que no ... Bueno, pero es cuestión al trabajador en la pizarra. Muy bien, bien, entonces salió ¿no? O sea, que lo del segmento ha servido para también dividir el ángulo en partes iguales, ¿no? Entonces, lo que vamos a hacer ahora, después lo vamos a construir, es como la otra actividad que decía: explica por escrito cómo has hecho esa división. Entonces vamos a intentar...¿Quién quiere pasar a la pizarra?

200. A: Yo.

201. A. Yo.

Hace que sus alumnos participen en la pizarra haciendo que ellos mismo escriban sus descubrimientos: (Véase Anexo II, profesora P4, 1ª sesión, secuencia 202-211, p. 155).

202. P: Venga, una de las dos y vamos a escribir... Venga y... E intentéis colaborar todos, venga, a ver, primero, venga vamos a poner primero, pasos ¿no? Procura no escribir muy grande, porque hay un par de pasos y entonces no va a caber en la pizarra... ¿Más arriba no puedes?

203. A: Sí.

204. P: Bien, primero, O.K., venga. Vamos a ver Juan ¿Qué se hace primero...?

205. A: Hemos hecho un segmento...

206. P: No, pero ya no vamos a repetir cómo se construye el ángulo. Dibujamos ¿qué?
207. A: Dibujamos un ángulo de 75º
208. P: Venga, dibujamos un ángulo ... Al principio con mayúscula... Vayan pensando ahora en el segundo punto... Dibujamos ... un ángulo de 75º. Bien, segundo, a ver, Carlos...
209. A: Con el compás con cualquier abertura...
210. P: Pero, el compás ¿dónde lo tengo que apoyar?
211. A: En el vértice "0".

En la segunda sesión, guiados por la hoja de actividades suministrada por la profesora, también se puede observar la situación (Véase anexo II, profesora P4, 2ª sesión, secuencia 156-171, p.163).

156. P: [....] Bien, ahora chicos la otra actividad dice: vamos a ver, trazamos el ángulo de 90º, después a continuación pasamos los lados del ángulo y con un doblez que era la bisectriz, vimos que cada ángulo a ambos lados de la bisectriz medía 45º. Venga, entonces ahora dice: de todo lo que hemos hecho aquí en este dibujo dice: qué observan, no me digan nada, piensen antes de levantar la mano, piensen, coméntenlo con el grupo. Venga, venga, comenten, comenten con el grupo, muy rápido...

Ya, a ver, a ver, ¿ya terminaron? A ver, espera, espera porque falta un grupo que está comentando...

157. A: Ya seño...
158. P: ¿ Llegaron a alguna conclusión?
159. A: Que antes de formar la bisectriz ponemos un ángulo de 90º.
160. P: No, eso lo sabíamos. ¿Qué conclusión? ¿Qué vemos? De todo lo que hemos hecho. Vayan pensando otra vez...
161. A: Que los dos ángulos midan 45º y si los sumamos nos da los 90º.
162. P: ¡Qué bien! A ver...
163. A: Que el ángulo se dividió en dos partes...
164. P: Vamos a ver, hay que ser claros, porque tú me dijiste que el ángulo se dividió en dos partes...
165. A: Iguales.
166. P: ¡Ah! Bien, dos partes iguales.
167. A: Que el ángulo está dividido en dos partes y esas dos partes miden... Están divididos en dos partes iguales y cada uno de loa ángulos mide 45º.
168. P: Bien, a ver este grupo.
169. A: Que de un ángulo de 90º vamos a hacer dos ángulos de 45º.
170. P: Ajá, Bien.
171. A: Que los ángulos de 45º son agudos.

Trata también de que los alumnos expresen correctamente y de más de una forma los conceptos aprendidos: (Véase Anexo II, profesora P4, 2ª sesión, secuencia 172-185, p. 163).

172. P: Los ángulos de 45º, miden otra cosa, son dos ángulos agudos, ¿no? Bien, vamos a escribir lo que han observado cada uno. Una de las cosas que no ha dicho la gente es que los dos ángulos son agudos. ¿Por qué son agudos?
173. A: Porque miden menos de 90º.
174. P: Porque miden menos de 90º, venga. A ver Sara que dijiste tú...
175. A: Que los dos ángulos miden 45º, si lo sumamos miden 90º.
176. P: Borra esa expresión y pon: cada uno de los ángulos mide 45º y si lo sumamos miden 90º. A ver que otra cosa...
177. A: El ángulo está dividido en dos partes iguales.
178. P: Venga, que cada uno de los ángulos se ha dividido en dos ángulos iguales. ¿Cada uno de los ángulos está dividido?
179. A: No.
180. P: ¿Qué dijiste tú?
181. A: El ángulo está dividido en dos partes iguales.
182. P: Venga díctaselo...

183. A: El ángulo está dividido...
184. P: Ha quedado dividido...
185. A: Divídelo en dos partes iguales.
186. P: Bien, entonces vamos a escribir todo lo que hemos observado. [...]

Se pide a los alumnos también que individualmente escriban sus descubrimientos: (Véase Anexo II, profesora P4, 2ª sesión, secuencia 189-192, p. 163).

189. A: Que el ángulo está dividido en dos partes iguales y cada uno de los ángulos mide 45º.
190. P: Y ¿no está mezclado lo que tú me has dicho con esto y esto?
191. A: Sí, ahora si lo veo.
192. P: Venga, ahora vamos a copiar las conclusiones para poder sacar la definición de bisectriz. Bien, entonces, una vez que copien eso, el próximo día con esas conclusiones tenemos que ser capaces de sacar definición de bisectriz del ángulo.

En definitiva se observa, en relación con las interacciones lo siguiente:

INTERACCIONES	**VIDEOGRABACIONES: Alumnos** **a) Agrupamientos** **b) Motivación** **c) Participación en la tarea**	 **.Grupo** **.Alta** **.Alta**
	Profesores **a) Vocabulario adecuado** **b) Respuesta del profesorado *** **c) Distribución de los alumnos.**	 **.Sí** **.Grupo** **Mediante ejemplos, utilizando gráficos, utilizando materiales** **.Individual**

4.5.2 Conclusiones

Las diferentes categorías que hemos ido analizando con relación a la profesora P4, nos permiten establecer las siguientes conclusiones.

P4 puede considerarse como una profesora con una formación científica no suficientemente adecuada, dado que el nivel de razonamiento geométrico en que se encuentra (nivel 2) no la capacita, a priori, para adecuarse a nuestra propuesta de enseñanza-aprendizaje. Esta afirmación queda sujeta a las limitaciones del análisis de su formación científica, únicamente valorada mediante el test de Usiskin.

Al igual que otros profesores, la profesora P4 señala las dificultades que tiene la resolución de un test tan largo y teórico como el propuesto.

La concepción de la Geometría que posee a priori la profesora P4 no coincide totalmente con el perfil adecuado, dado que no considera la importancia que tiene la deducción y el trabajo informal como parte importante de los contenidos geométricos para trabajar con sus alumnos.

Si se tiene en cuenta la categoría cognición didáctica, podemos concluir que la profesora responde adecuadamente al perfil establecido, dado que los instrumentos utilizados garantizan la coherencia entre su estado de opinión y la actuación en el aula que muestran las videograbaciones.

La adaptación realizada del currículo, también resulta ser una adaptación que tiene una tendencia curricular, propia para desarrollar con éxito una propuesta basada en la perspectiva de Van Hiele.

Finalmente, tal como la profesora señala en la entrevista inicial y como muestra en su actuación en el aula, P4 muestra una predisposición para respetar la heterogeneidad de la clase y la valoración y ejercitación del trabajo de grupo.

4.6 El profesor P5

4.6.1 Competencias didácticas

Contexto

El profesor P5 ha desarrollado su labor docente durante más de 10 años en un colegio público, de unas 18 unidades situado en una zona urbana, en la que el nivel sociocultural de los padres es medio-bajo.

P5 ha impartido sus clases en 1º de la ESO y tratándose de un maestro que no se coordina con los otros profesores del área de Matemáticas, al que le gusta la Geometría, pero sin llegar a entusiasmarle demasiado.

El profesor P5 destina a la clase de Matemáticas 3 horas por semana, dedicando a la Geometría 4 semanas del total de 30 semanas del curso.

Por otro parte, considera que la Geometría es para sus alumnos una parte muy importante de las matemáticas, ya que les da ideas muy particulares de la organización espacial; en sus propias palabras, califica las matemáticas como una materia importante del currículo que *contribuye a la estructuración de un pensamiento más racional.*

En síntesis, se tiene el siguiente cuadro:

CONTEXTO	**Centro**	**úblico**
	Situación	**Urbana**
	Nº de unidades	**17-24**
	Nº de alumnos	**23**
	Niveles	**1º ESO**
	D. I.: Diferencias Individuales: **a) Años de experiencia docente** **b) Coordinación con otros profesores** **c) Importancia de la Geometría** **d) ¿Por qué?**	 **. + de 10 años?** **. No** **. Importante** **. Suministra ideas específicas del espacio**

Cognición geométrica

El profesor P5 está de acuerdo en que la Geometría deba ser la parte más importante de las matemáticas en la ESO No opina cuando se le pregunta, si el nivel alcanzado por los alumnos en Geometría es un indicador de la comprensión de las matemáticas, ni si las actividades de Geometría deberían tener más importancia que los cálculos aritméticos, pero reconoce positivamente que las actividades de Geometría deberían tener la misma importancia que los cálculos aritméticos. No aprueba que las actividades de Geometría tengan que abarcar una gran variedad de contenidos y no opina en lo concerniente a si las actividades de Geometría tendrían que estar basadas o no en mucho trabajo informal.

De manera pormenorizada, sintetizamos sus valoraciones respecto a las actividades de Geometría, éstas han de:

- estar basadas en cuestiones abiertas que permitan al alumno investigar;
- fomentar el desarrollo de la intuición espacial;
- permitir el desarrollo tridimensional;
- estar relacionadas con otras áreas;
- estar basadas en el uso de modelos manipulativos;
- estar basadas en mucho trabajo deductivo.

En lo que se refiere a la propuesta de que el dibujo deba ser el elemento básico de las actividades de Geometría, se manifiesta en desacuerdo, y no opina respecto a la idea de que las actividades de Geometría deban estar basadas o no en una terminología y símbolos precisos.

De la interpretación del test de Usiskin, podemos deducir que este profesor se encuentra el el nivel 3 de razonamiento geométrico, dado que responde correctamente a 4, 3 y 3 ítems de los niveles 1, 2 y 3 respectivamente. Para los ítems correspondientes al nivel 4 responde correctamente a 2 preguntas y para el nivel 5 a 3 de ellos. El test de Jaime confirma los resultados, dado que obtiene un grado de adquisición completa para los 3 primeros niveles (100 %, 91,88 % y 95,83 %, respectivamente) y un grado alto de adquisición para el cuarto nivel.

Consideramos que este profesor se encuentra en el nivel 4 de razonamiento geométrico.

COGNICIÓN GEOMÉTRICA			**T. Usiskin**	**T. Jaime**
	Nivel de Razonamiento	**Nivel 1**	**4/5**	**C. 100**
		Nivel 2	**3/5**	**C. 91’88**
		Nivel 3	**3/5**	**C. 95’83**
		Nivel 4	**2/5**	**A 75**
		Nivel 5	**3/5**	**-**

	J. P. C.: Juicio de los profesores sobre el contenido Geométrico **<u>1.- Desarrollo</u>** **a) Mucho trabajo informal** **b) Fomentando el desarrollo espacial** **c) Con mucho trabajo deductivo** **d) Muchas actividades y cuestiones abiertas** **e) Muchas actividades manipulativas** **<u>2.- Papel dentro de la Matemática</u>** **f) La parte más importante de la Matemática** **g) Indica el nivel de comprensión matemática**	 **. Sin opinión** **. Sí** **. Sí** **. Sí** **. Sí** **. Sí** **. Sin opinión**

Adaptación curricular

Con respecto a la organización de sus clases, P5 establece la siguiente pauta:

- Inicia su actividad con un repaso exhaustivo de los conocimientos previos que ya tienen los alumnos relacionados con el tema que va a tratar -los ángulos en este caso-, transmitiéndoles información, formulándoles una serie continuada de preguntas a las que han de responder y ayudándoles a razonar sobre las posibles respuestas.
- Dedica una parte de su clase a que sus alumnos realicen ejercicios sobre los conocimientos que se están trabajando por medio de diferentes materiales.

El profesor entrega el guión antes del Curso Guía (13-05-97), aunque podemos observar que lo prepara el día 9 del mismo mes.

El guión presentado, se organiza en torno a conceptos y procedimientos y de una manera pormenorizada detalla concepto a concepto lo que va a presentar a sus alumno en una clase fundamentalmente expositiva.

Únicamente propone como materiales para utilizar, el compás y el transportador de ángulos y durante su actuación en clase reproduce la tendencia tradicional que manifiesta en la entrevista inicial.

Las sesiones videograbadas se realizaron los días 13/05/97 y 20/05/97 y los temas tratados, debido a la separación entre las dos videograbaciones, fueron diferentes. En la primera se realizó un repaso de ángulos y la segunda sesión se dedicó a la medida del tiempo y de ángulos

El guión presentado pormenoriza los conceptos y procedimientos de una manera sistemática.

Se adjunta a continuación el guión utilizado por el profesor

REPASO DE ÁNGULOS

Conceptos

	ESO -A	ESO -B	ESO- C
Recta,semirrecta y segmento	13-5	13-5	14-5
Rectas paralelas y rectas secantes	13-5	13-5	14-5
Región angular y ángulo	13-5	13-5	14-5
Elementos de un ángulo: lados, vértices y abertura o ángulo	13-5	13-5	14-5
Clases de ángulos: -Recto, agudo, obtuso	13-5	13-5	14-5
-Llano y completo	13-5	13-5	14-5
Parejas de ángulos: - Complementarios	13-5	13-5	14-5
- Suplementarios	13-5	13-5	14-5
- Contiguos	13-5	13-5	14-5
- Adyacentes	13-5	13-5	14-5
- Opuestos por el vértice	13-3	13-5	14-5
- Ángulos de lados perpendiculares: - Siendo ambos agudos	13-5	14-5	15-5
- Siendo uno agudo y el otro no	13-5	15-5	14-5
Ángulos determinados por una secante a dos paralelas: - Correspondientes	13-5	15-5	15-5
- Alternos externos y alternos internos	13-5	15-5	15-5
Suma y resta de ángulos	13-5	15-5	15-5
Propiedad conmutativa y asociativa de la suma de ángulos		15-5	15-5
Bisectriz de un ángulo		15-5	15-5

Procedimientos

Uso del compás para: - Comparar y transportar ángulos	13-5	13-5	14-5
- Sumar y restar ángulos	13-5	13-5	14-5
Iniciación en demostraciones sencillas: - Suma de ángulos de un cuadrilátero	13-5	15-5	14-5
- Suplementariedad o igualdad de lados perpendiculares	13-5	15-5	14-5

MEDIDA DE ÁNGULOS Y TIEMPO. SISTEMA SEXAGESIMAL
Conceptos
Medidas de tiempo y unidades

La hora el minuto y el segundo (Notación simbólica: h, m ,s)	20-5		
Expresión compleja / incompleja del tiempo	20-5		
Reglas para operar en el sistema sexagesimal	20-5		

Medida de ángulos y unidades

La trescientasesentaava parte del ángulo completo: grado	20-5		
La medida del ángulo llano y del ángulo recto	20-5		
Los divisores del grado: el minuto y el segundo de grado	20-5		
Notación simbólica de grado, minuto y segundo: º, ‘m “	20-5		
Complemento y suplemento de un ángulo	20-5		

Procedimientos

Paso de complejo a incomplejo			
Paso de incomplejo a complejo	20-5		
Suma de ángulos expresados en forma compleja	20-5		
Multiplicación de un ángulo por un número natural	20-5		
Resta de ángulos expresados en forma compleja	20-5		
División de un ángulo por un número natural			
Uso del transportador			

Actividades Repasar conceptos de ángulos rectos, llanos, completo, complementarios, suplementarios, ángulos determinados por una secante a dos paralelas. Actividades de refuerzo

El guión presentado en clase indica claramente una organización fundamentalmente conceptual del contenido, como un elemento principalmente instructivo y organizado desde la lógica interna de la Geometría. De la observación de las videograbaciones, se puede concluir que el profesor P5 es un profesor que desarrolla un papel de transmisor del conocimiento, conclusión que puede extraerse también del guión presentado. Lo consideramos también como un profesor que realiza su tarea de una forma rutinaria.

ADAPTACIÓN CURRICULAR	**Recursos:** **a) Textos** **b) Materiales: gráficos, manipulativos, escritos** **otros recursos**	 **No** **Sí, No, No** **-**
	Desarrollo de la unidad de aprendizaje **a) Qué enseña** **b)Organización de la tarea** **c)Papel en el desarrollo de la tarea**	 **. Conceptos, procedimientos, actitudes** **. Rutinario** **. Transmisor**
	GUIÓN DE LA CLASE	**O. conceptual**
	N.T.: Naturaleza de la Tarea. Usan **a) Libros de texto** **b) Materiales gráficos** **c)Materiales manipulativos**	 **. Sí** **. Sí** **. Sí**

Cognición didáctica

Este docente considera que para sus alumnos la Geometría es una parte de las Matemáticas que les resulta indiferente, circunstancia que depende de la manera en que se aborde su didáctica. Al observar la reacción de sus alumnos, P5 señala que, entre los conceptos de Geometría que más agradan a sus alumnos figuran el cálculo empírico de superficies de polígonos, las operaciones gráficas con ángulos, la construcción de triángulos, las operaciones con segmentos; y de los que menos agrado les suscitan, destaca conceptos básicos, tales como la recta, la semirrecta, el segmento, el ángulo, etc., así como todo lo que sea abstracto o sin plasmación real. Por otra parte, entre los conceptos de Geometría que más dificultades ocasionan a sus alumnos figuran la abstracción y generalización de conceptos y fórmulas a partir de ejemplos; y entre los que menos dificultades les generan están los relacionados con todo lo concreto e intuitivo. Este profesor observó que las Matemáticas son para sus alumnos una materia del currículo que generalmente les desagrada porque tienen falta de base y falta de capacidad de razonamiento, situación que los lleva al fracaso.

El docente P5 presenta una marcada tendencia tradicional (2,9) caracterizándose por proponer siempre ejemplos en la pizarra, explicando con cuidado y claridad las características y propiedades del concepto o figura utilizados, además de plantear problemas similares a sus alumnos y trabajar las dificultades que surgen individualmente. En raras ocasiones, su perfil se aproxima a los de tendencia tecnológica (1,7) (sus alumnos leen y buscan características en ejemplos). A lo largo de sus explicaciones pide a sus alumnos que lean los ejemplos que les parecen más adecuados del libro de texto para que encuentren las características más relevantes de los conceptos o figuras estudiadas; si las propiedades que creen haber descubierto son incorrectas las explica y les propone ejemplos del mismo tipo. De manera habitual, P5 explica con claridad las características y propiedades de los conceptos o figuras objetos de estudio; propone ejemplos diversos y problemas similares a los alumnos, y posteriormente trabaja con aquellos estudiantes que tienen dificultades.

A veces los alumnos trabajan sobre ejercicios o problemas geométricos del texto en pequeños grupos, proponiéndoles ejercicios o problemas geométricos adecuados al texto, mientras que ayuda a los que tienen dificultades. A la hora de explicar un tema nuevo, P5 lo introduce, a veces, con ejemplos concretos y, cuando es posible, con materiales también concretos y tras señalar las características o propiedades, continúa con ejemplos y ejercicios adecuados. Casi siempre introduce el tema con ejemplos concretos presentados con dibujos. Sus alumnos trabajan, a veces, en pequeños grupos en los que investigan problemas geométricos con dibujos o gráficos y luego este profesor habla de ellos, sobre lo que han descubierto, y les pide que hagan un resumen de lo encontrado. En ocasiones, los alumnos utilizan objetos reales en el aprendizaje de conceptos geométricos e investigan sobre problemas geométricos con ellos. Al responder a cuestiones geométricas, casi siempre usa sus propios ejemplos en lugar de los del alumno y se sirve de sus propios ejemplos en vez de los del libro para responder a éstas; suele animar a sus alumnos a encontrar sus propias soluciones a los problemas planteados. En lo referente a la estructura del grupo-clase, casi nunca los alumnos trabajan por parejas o en pequeños grupos para resolver problemas geométricos, como tampoco es muy frecuente que haga escribir a los alumnos resúmenes de sus descubrimientos cuando trabajan en grupo en cuestiones geométricas. A veces, anima a sus alumnos a utilizar sus propios métodos teniendo en cuenta que a veces sus métodos no funcionan. Casi siempre, en sus clases da a los alumnos las propiedades que tienen que utilizar así como diferentes ejemplos del mismo tipo cada vez que se trabaja un nuevo concepto y cuando los alumnos utilizan o descubren propiedades incorrectas les ayuda, dándoles la solución correcta.

COGNICIÓN DIDÁCTICA	**D. D.: Decisiones didácticas sobre la docencia** **a) Estilo Investigativo** **b) Estilo tradicional** **c) Estilo tecnológico** **d) Trabajo en grupo**	 **. No** **. Sí.** **. No** **. Casi siempre**

	J. P. A.: Juicio de los profesores sobre los alumnos **a) La Geometría agrada a los alumnos** **b) ¿Por qué?**		**. Indiferente** **. Depende de como se enseñe**
	Adaptación curricular	**Desarrollo (videograbaciones)**	**.Conceptos, procedimientos, actitudes** **. Rutinario** **.Transmisor** **. O. conceptual** **. Textos, gráficos y materiales**
		Guión	
		Naturaleza de la Tarea	

Interacciones

Con respecto a la interacción en la clase, señalamos que ésta se orienta simplemente a la transmisión de conocimientos mediante la estrategia pregunta-respuesta.

Al profesor P5 le interesa explicar todos los conocimientos previos de ángulos para comenzar a explicar, en las siguientes sesiones, conocimientos nuevos relacionados con ángulos.

Observamos que a lo largo de la actividad docente de P5, la interacción está basada fundamentalmente en la atención continua por parte de los alumnos hacia las explicaciones del profesor, pese a ello, logra una motivación alta y una participación de los alumnos que podemos considerar media.

Parte de estas características se evidencian en algunos de los fragmentos correspondientes a la transcripción de una parte de la sesión de clase del 20 de mayo de 1997, que reproducimos a continuación: (Véase Anexo II, profesor P5, 2ª sesión, secuencia 1-42, pp. 184-185).

1. P: Bueno, vamos a continuar entonces con los ángulos. Ya habíamos visto las diferentes clases de ángulos. Habíamos trabajado con el compás y habíamos sumado ángulos. Demostrada la propiedad conmutativa, la propiedad asociativa, fallamos ¿no? Entonces, pues lo que haremos es que, luego pues a última hora sacaremos a unos cuantos para hacer la propiedad asociativa a ver si no fallamos. De todas formas como ya lo hemos hecho otras veces en las libretas y nos ha ido bien, pues ensayamos en la pizarra. Bien y ahora vamos a empezar con la medida de ángulos. Primero vamos a recordar que hay unas unidades que se parecen mucho a las de los ángulos. ¿Cuáles eran Noemí?
2. A: No sé.
3. P: Por ejemplo ésta. Esto ¿qué es una medida, de qué? 3h 15m 25s
4. A: De tiempo.

5. P: De tiempo. Y ¿si hubiéramos puesto así? 3º15’25’’

6. A: De grado.

7. P: De grado, ¿no? Esto es horas, minutos y segundos y aquí grados, minutos de grados y segundos. ¿Qué es el grado? Se acuerdan que ...este ángulo dijimos que era un ángulo ...Bien, esto ¿qué clase de ángulo era?

8. A: Completo.

9. P: Completo, si el ángulo completo lo partimos a la mitad cada uno ¿qué era?

10. A: Llano.

11. P: Un ángulo ...

12. A: Llano.

13. P: Llano. Entonces un ángulo completo está formado, ¿por cuántos ángulos llanos?

14. A: Dos.

15. P: Por dos ángulos llanos. Si a su vez volvemos a dividir el ángulo llano a la mitad, ¿los ángulos que se formarán serían este...este otro... este otro y ese otro? cada uno sería ... ¿Un ángulo?

16. A: Recto.

17. P: Un ángulo Recto. Si nosotros seguimos dividiendo esto una vez, otra vez y otra vez... hasta que tengamos 360 partes iguales, ¿no? hasta que tengamos 360 partes iguales, cada una de esas partes será... un grado. Luego tendría que seguir dividiendo esto, esto, esto y esto. Ahora lo tengo dividido en ocho partes, ¿verdad? Pero tendría que dividirlo, ¿en cuántas partes?

18. A: En 360.

19. P: En 360 partes iguales y cada parte de esas dijimos ¿que era?...

20. A: Un grado.

21. P: Y lo escribimos así primero, ¿no? Pero decíamos que todavía había unidades más pequeñas que el grado. ¿Cuáles eran esas unidades que eran más pequeñas que el grado?

22. A: El minuto.

23. P: El minuto. ¿Qué teníamos qué hacer con un grado para obtener un minuto?

24. A: Dividirlo.

25. P: Dividirlo, ¿en cuántas partes cada grado?

26. A: En 60

27. P: En 60 partes. Luego un grado tiene ¿cuántos minutos?

28. A: 60

29. P: Un grado tiene 60 minutos 1º→60.

Cómo van de 60 en 60 decimos que esto son unidades sexagesimales, porque van de 60 en 60. Igual que cuando iban de 10 en 10 decíamos que eran unidades decimales, ¿no? De base 10 porque van de 10 en 10. En este caso son unidades sexagesimales porque van de 60 en 60. ¿Cuándo nos llevábamos uno cuando estábamos sumando en base 10? Desde que llegábamos a 10, y en base 60, ¿cuándo nos llevábamos uno? Cuando llegábamos a 60. Por ejemplo, si yo pongo 72’’ eso cómo ...¿de qué otra manera podría ponerlo yo? diciendo que ...

30. A: 1’ y 12’’

31. P: 1’ y 12’’. Decíamos que esta forma de escribir la abertura de un ángulo era una forma ¿compleja o incompleja? ¿Cuál era? ¿Compleja o incompleja? ¿Qué es?

32. A: Compleja.

33. P: ¿Compleja?

34. A: Incompleja.

35. P: ¿Qué significaba complejo? ¿Qué era una cosa compleja?

36. A: Difícil.

37. P: Difícil, ¿verdad? Cosa compleja, difícil, complicado ¿Qué es lo que es complicado? ¿Esto 72’’ o esto 1’12’’?

38. A: Lo de abajo.

39. P: Lo de abajo. Luego esto ¿qué es? 1’12’’ un número...

40. A: Complejo.

41. P: Complejo, una expresión compleja. Y esta expresión 72’’ en cambio ¿es una expresión?

42. A: Incompleja.

En sus explicaciones se destacan claramente los aspectos algorítmicos de los problemas que se resuelven (Véase Anexo II, profesor P5, 2ª sesión, secuencia 43-60, pp. 185).

43. P: Incompleja. Lo mismo, recuerden, ocurría con las horas, los minutos y los segundos ¿Se

acuerdan de eso? ¿no? Decíamos que ... el truco aquél que teníamos un cuadrado...Y que una persona iba caminando y que por aquí tardaba 1m y 15 s mientras que por aquí tardaba 75s y por aquí tardaba 75s y por aquí tardaba 75s y sin embargo va siempre a la misma velocidad y como es un cuadrado todos los lados son iguales. Y preguntábamos, ¿por qué por aquí tarda 75s, aquí 75s, aquí 75s y en cambio aquí 1' y 15''?

44. A: Porque es lo mismo.

45. P: ¿Verdad? Porque era lo mismo. Bien, y ahora vamos a ver cómo se pasaba de una unidad a otra. ¿Qué dijimos qué era un grado? ¿Cuántos minutos tenía?

46. A: 60

47. P: 60. ¿Y dos grados?

48. A: 120.

49. P: ¿Y tres grados?

50. A: 180

51. P: ¿Qué tendríamos qué hacer entonces para pasar de grados a minutos?

52. A: Dividir...

53. P: ¿Dividir? ¿Para pasar de grados a minutos? a ver 1º ¿Cuánto?

54. A: 60.

55. P: Y 2º

56. A: 120.

57. P: 120 y 3º, ¿cuánto daría?

58. A: 180.

59. P: 180. Y ¿qué operación tendría yo que hacer aquí para que me diera 120?

60. A: Multiplicar.

En síntesis, tendremos en relación con las interacciones el siguiente esquema:

<table>
<tr><td rowspan="2">INTERACCIONES</td><td>VIDEOGRABACIONES:
Alumnos
a) Agrupamientos
b) Motivación
c) Participación en la tarea</td><td>. Individual
. Alta
. Media</td></tr>
<tr><td>Profesores
a) Vocabulario adecuado
b) Respuesta del profesorado *

c) Distribución de los alumnos.</td><td>. Sí
. Grupo-individual
Mediante ejemplos, utilizando gráficos
. Individual</td></tr>
</table>

4.6.2 Conclusiones

Se puede describir al profesor P5, si tenemos en cuenta las competencias didácticas que hemos señalado anteriormente, como un profesor con una cognición geométrica muy adecuada al perfil del profesor idóneo para desarrollar una propuesta de enseñanza de la Geometría basada en el modelo de Van Hiele. Su formación científica (nivel 4) le predispone para la enseñanza en esos términos así como los descriptores correspondientes a las creencias sobre la Geometría.

En relación con su adaptación curricular, hemos visto que la adaptación conceptual que hace del currículo no está de acuerdo con el perfil deseado, al igual que su cognición didáctica. Este profesor resulta ser un profesor de tendencia tradicional y lo muestra así en su actuación profesional en el aula con sus alumnos. Es un profesor exclusivamente transmisor de los conocimientos “el profesor explica y el alumno atiende y aprende”, lo que le aleja del perfil que nosotros hemos considerado. La propuesta de enseñanza que se extrae de la observación de sus clases habituales resulta ser una propuesta rutinaria. No realiza trabajo en grupo y no existen importantes interacciones entre él y sus alumnos. Las sesiones de clase que fueron observadas respondieron a una práctica individual y se observaron escasas interacciones profesor-alumno, alumno- profesor, aunque sí existió una amplia entre el profesor y la Geometría.

4.7 El profesor P6

4.7.1 competencias didácticas

Contexto

Este docente ha impartido sus clases en 1º de la ESO y en 8º de EGB, desarrollando dicha labor durante más de 10 años en un colegio público de unas 22 unidades, situado en una zona urbana, donde el nivel sociocultural de los padres era medio. La distribución de la docencia de este maestro se ha realizado de esta manera: 3 horas semanales en 1º de la ESO y en 8º de EGB, dedicando, 8 semanas al trabajo de la Geometría, de un total de 30 semanas de curso.

Se trata de un profesor que se coordina habitualmente con los otros profesores del área de Matemáticas, que considera la Geometría como una parte de las Matemáticas imprescindible para sus alumnos por las aplicaciones prácticas que éstos pueden llevar a cabo en cualquier trabajo o estudio que realicen, en suma, un docente que considera las Matemáticas como una materia del currículo importante para sus alumnos dada su capacidad de proyección en otras asignaturas -cuya interrelación es evidente-, siendo también innegable el consiguiente valor práctico o útil en la vida cotidiana. En resumen, el contexto de su desarrollo profesional aparece en el siguiente cuadro:

CONTEXTO	**Centro**	**Público**
	Situación	**Rural**
	Nº de unidades	**17-24**
	Nº de alumnos	**25**
	Niveles	**1º ESO**
	D. I.: Diferencias Individuales: **a) Años de experiencia docente** **b) Coordinación con otros profesores** **c) Importancia de la Geometría** **d) ¿Por qué?**	 **. + de 10 años** **. Sí** **. Importante** **. Aplicaciones prácticas**

Cognición geométrica

En lo que respecta a la valoración de la Geometría como parte más importante de las Matemáticas en la Enseñanza Secundaria Obligatoria, P6 se manifiesta en desacuerdo; también discrepa con la idea de que el nivel alcanzado por los alumnos en Geometría sea un indicador de la comprensión de las Matemáticas o que las actividades de Geometría deban tener más importancia que los cálculos aritméticos, no obstante, sí reconoce y defiende que las actividades de Geometría deban tener la misma importancia que los cálculos aritméticos.

Para este profesor las actividades de Geometría han de abarcar una gran variedad de contenidos, debiendo estar fundamentadas en mucho trabajo informal, por ello, considera que han de estar basadas en el uso de modelos manipulativos y en cuestiones abiertas que permitan al alumno investigar, fomentar el desarrollo de la intuición espacial y estar relacionadas con otras áreas; sin embargo, considera que el dibujo no debe ser el elemento básico en las actividades geométricas.

Este maestro manifiesta su desacuerdo en que las actividades de Geometría deban partir del espacio tridimensional o estar basadas en una terminología y símbolos precisos, aunque sí aprueba que dichas actividades se basen en mucho trabajo deductivo.

A continuación presentamos los resultados de la aplicación de los dos tests, de Usiskin y de Jaime, administrados para determinar su nivel de razonamiento geométrico.

Con respecto al test de Usiskin, sus resultados fueron los siguientes: tiene cuatro respuestas correctas para el primer nivel, tres respuestas correctas en el nivel 2, para el tercer, cuarto y quinto nivel, solamente dos correctas. Tenemos por tanto que este profesor se sitúa según este instrumento en el nivel 2 de pensamiento geométrico. Con respecto al test de Jaime, la situación es un poco diferente, dado que se puede decir que en los niveles 1 y 2 tiene un grado de adquisición completo (100% y 88%) y para el nivel 3 un grado alto de adquisición (75,8) y bajo para el 4º nivel (36,5), contrastando con los resultados del Test de Usiskin. Es por eso, que admitiremos que el profesor se encuentra entre los niveles 2 y 3 de pensamiento geométrico.

COGNICIÓN GEOMÉTRICA			**T. Usiskin**	**T. Jaime**
	Nivel de Razonamiento	**Nivel 1**	**4/5**	**C. 100**
		Nivel 2	**3/5**	**C. 88**
		Nivel 3	**2/5**	**A. 75’8**
		Nivel 4	**2/5**	**B. 36’5**
		Nivel 5	**2/5**	**-**

	J. P. C.: Juicio de los profesores sobre el contenido Geométrico **<u>1.- Desarrollo</u>** **a) Mucho trabajo informal** **b) Fomentando el desarrollo espacial** **c) Con mucho trabajo deductivo** **d) Muchas actividades y cuestiones abiertas** **e) Muchas actividades manipulativas** **<u>2.- Papel dentro de la Matemática</u>** **f) La parte más importante de la Matemática** **g) Indica el nivel de comprensión matemática**	**. Sí** **. Sí** **. Sí** **. Sí** **. Sí** **. No** **. No**

Adaptación curricular

En relación con la Naturaleza de la Tarea, se tiene que el profesor utiliza frecuentemente libros de texto de editoriales comerciales, tales como EDEBÉ, SM y Santillana que según afirma en la entrevista inicial los utiliza frecuentemente, aunque indica que no utiliza el libro de texto que tienen sus alumnos. Señala además que utiliza frecuentemente fichas personales adaptadas de otras personas, fichas personales y materiales manipulativos elaborados por el mismo. Ocasionalmente hace uso de materiales gráficos y manipulativos comercializados.

El profesor presenta como guión de la clase, dos hojas del libro de texto SM de 1º de la ESO, donde se tratan los conceptos de paralelismo de rectas y planos y el concepto de ángulos.

De este modo, el profesor P6 no explicita ni los conceptos, procedimientos ni actitudes a trabajar en el aula.

Las videograbaciones se realizaron los días 13 y 20 de mayo de 1997 y con respecto a la organización des sus clases, este profesor actúa de la siguiente manera:

a) imparte la clase al grupo entero, pero también se dirige de manera individual a los alumnos;
b) relaciona los conocimientos impartidos con el entorno que rodea al niño al igual que le muestra la utilidad de éstos para la vida diaria a través de las actividades que les manda a realizar;
c) muestra los ángulos no solo en las actividades sino en el aula, en la naturaleza, etc.;
d) al final de cada clase el profesor pide a los alumnos que realicen una serie de actividades que le permiten observar si éstos han asimilado los conocimientos explicados.

Se puede considerar, por lo que presenta como guión de la clase y por el desarrollo que hace de las sesiones de clase, que el profesor realiza una organización conceptual del contenido, desarrollando con sus alumnos una serie de tareas rutinarias, aunque alejadas del guión presentado. De alguna manera deja su clase a la improvisación. Prácticamente se comporta como un profesor rutinario.

<table>
<tr><td rowspan="4">ADAPTACIÓN CURRICULAR</td><td>Recursos:
a) Textos
b) Materiales: gráficos, manipulativos, escritos
otros recursos</td><td>. No
. Sí, Sí, No
-</td></tr>
<tr><td>Desarrollo de la unidad de aprendizaje
a) Qué enseña
b) Organización de la tarea
c) Papel en el desarrollo de la tarea</td><td>.Conceptos, procedimientos
. Rutinario
.Transmisor</td></tr>
<tr><td>GUIÓN DE LA CLASE</td><td>O. conceptual</td></tr>
<tr><td>N. T.: Naturaleza de la Tarea. Usan
a) Libros de texto
b) Materiales gráficos
c) Materiales manipulativos</td><td>. Sí
. Sí
. Sí</td></tr>
</table>

Cognición didáctica

Describimos en lo que sigue la cognición didáctica del profesor P6, en los términos de la entrevista inicial y el desarrollo que podemos considerar que habitualmente hace en sus clases.

El profesor P6 considera que las Matemáticas constituyen una asignatura del currículo que a sus alumnos les resulta indiferente, sobre todo por el pasotismo de una gran mayoría, aunque señala también que a un reducido número de sus alumnos les agrada enormemente.

Para él, la Geometría es una parte de las Matemáticas que le gusta bastante y considera que es una de las partes que resulta de mayor aceptación para sus estudiantes dado que pueden, según P6, jugar en la calle. Opina además, que los conceptos de Geometría que menos dificultades ocasionan son los que tienen relación con sólidos y polígonos, es decir, ángulos, prismas y pirámides que también les agrada trabajar con conceptos relacionados con el número π.

Basándose en su propia experiencia, el profesor P6 indica que los conceptos que tienen que ver con los distintos teoremas elementales (Thales, Pitágoras,...) son los que menos agradan y tienen mayores dificultados con los temas que se relacionan con las transformaciones geométricas (giros) y la esfera y sus componentes.

Teniendo en cuenta la categoría Decisiones Didácticas, se concluye que P6 no expresa tener una tendencia didáctica claramente definida.

Se describe así mismo como un profesor de Tendencia tradicional (2,625) y también con una importante Tendencia investigativa (2,28). En este sentido y en relación con la primera tendencia, el profesor P6 manifiesta que propone a sus alumnos ejemplos en la pizarra, explicando con cuidado y claridad las características y propiedades del concepto o figura utilizada. Luego, y después de proponer otros problemas similares, trabaja individualmente las dificultades que surgen. En ese mismo sentido señala también que introduce el tema con ejemplos concretos presentados con dibujos o gráficos y después de señalar las características o propiedades continúa haciendo más ejemplos y ejercicios relacionados y que cuando responde a cuestiones geométricas en sus clases frecuentemente utiliza sus propios ejemplos en lugar de los del libro, dándole además las propiedades que tienen que utilizar así como diferentes ejemplos del mismo tipo cada vez que se trabaja un nuevo concepto.

Muestra una tendencia investigativa en tanto en cuanto que señala en la entrevista inicial que habitualmente en sus clases hace escribir a los alumnos resúmenes de sus descubrimientos cuando trabajan en grupo actividades geométricas y anima a sus alumnos a utilizar sus propios métodos teniendo en cuenta que a veces sus métodos no funcionan .

Del análisis de las videograbaciones y del guión de la clase que como ya se dijo anteriormente resultó estar organizado conceptualmente (la adaptación curricular), se puede concluir que las respuestas dadas a la entrevista inicial no son del todo coherentes con sus acciones videograbadas, dado que de nuestra observación de las dos sesiones de clase, nos ha permitido considerar que P6 resulta ser un profesor rutinario en su actuación profesional, así como un profesor que se muestra como transmisor exclusivo del conocimiento, esto es un profesor con tendencia tradicional.

El cuadro siguiente resume estas ideas:

COGNICIÓN DIDÁCTICA	**D. D.: Decisiones didácticas sobre la docencia** **a) Estilo Investigativo** **b) Estilo tradicional** **c) Estilo tecnológico** **d) Trabajo en grupo**	 **. Sí** **. Sí.** **. No** **. Casi siempre**

<table>
<tr><td rowspan="4"></td><td colspan="2">J. P. A.: Juicio de los profesores sobre los alumnos
a) La Geometría agrada a los alumnos
b) ¿Por qué?</td><td>. Sí
. Juegan con ella en la calle</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Adaptación curricular</td><td>Desarrollo (videograciones)</td><td rowspan="3">. Conceptos, procedimientos
. Rutinario
. Transmisor
. O. conceptual

Texto, gráficos, materiales</td></tr>
<tr><td>Guión</td></tr>
<tr><td>Naturaleza de la Tarea</td></tr>
</table>

Interacciones

Con respecto a las interacciones que surgen en el aula, el profesor P6 se relaciona no sólo con el grupo entero sino también individualmente con cada alumno, realizando los comentarios oportunos y utilizando para ello (trato-relación profesor-alumno) un lenguaje coloquial, por lo que deducimos su voluntad de fomentar la familiaridad en el aula, circunstancia que puede ser detectada en los ejemplos de la siguiente transcripción:

El profesor P6 en la primera sesión de clase referidas en el entorno, en la vida diaria y en la naturaleza (Véase Anexo II, profesor P6, 1ª sesión, secuencia 9-46, pp. 201-202).

9. P: Y... ¿ustedes creen que sus padres utilizan éstos ángulos para algo?
10. A: No, sí.
11. P: ¿No?
12. A: Sí, para algo de la casa.
13. P: Para algo de la casa, venga.
14. A: En la carpintería.
15. P: En la carpintería.
16. A: Para los muebles, maestro.
17. P: Para los muebles, los tapajuntas. Bueno, y ¿alguno de ustedes ha estado alguna vez... Se acabó... En una galería?
18. A: Sí, yo.
19. P: ¿Y el agua de la galería la trae por un motor?
20. A: No.
21. P: ¿Cómo sale?
22. A: Por una tarjea.
23. P: Por una tarjea pero ¿cómo? Sola.
24. A: No.
25. A: Por carril.
26. P: ¿El agua sale por el carril?
27. A: No.
28. A: Por el canal, maestro.
29. P: Por el canal, pero ¿sale sola o por motor?
30. A: Sale sola.
31. P: Entonces ahí habrá un ángulo ¿o no? ¿Entonces ustedes qué creen, que la galería, cuando

se hace una galería se hace con un desnivel a favor o en contra de la puerta?

32. A: A favor de la puerta.

33. P: ¿Para qué?

34. A: Para que salga el agua.

35. P: Y si no le hiciera la puerta ¿qué pasaría?

36. A: Que se cae.

37. P: Bueno, pues eso que están diciendo es un ángulo, es un ángulo... Hombre no es muy grande, realmente tiene tres grados más o menos de desnivel, ¿para qué? Porque si es muy grande el agua baja a mucha velocidad. Los canales, ¿hay algún motor que mueva el agua en los canales?

38. A: No.

39. P: Y entonces...

40. A: Tiene un desnivel.

41. P: Porque tiene un desnivel. ¿Y ustedes han visto alguna vez las películas de las pirámides?

42. A: Sí.

43. P: Las pirámides son todas rectas ¿no? O sea, son el tubo perfecto.

44. A: No, son ángulos.

45. P: ¡Ah! Son ángulos. Y ¿si fuesen tubos sería tan bonitas como son ahora formando ángulos?

46. A: No.

También podemos observar esta familiaridad y esa improvisación a la que deja el desarrollo de la clase con el siguiente extracto de la entrevista (Véase Anexo II, profesor P6, 1ª sesión, secuencia 47-87, pp. 202-203).

47. P: Y ustedes han visto alguna vez los barcos que unos tienen delante la proa ancha y otros, ¿cómo la ponen?

48. A: Finita.

49. P: Finita, y si la ponen finita ¿qué es lo que aumenta o disminuye?

50. A: La velocidad del barco ¿no?

51. P: Y ¿para qué la ponen más fina?

52. A: Por el viento, para cortar el viento.

53. P: Para cortar el viento o el agua.

54. A: O el agua.

55. P: Y ustedes han visto alguna vez en sus casas cuando sus padres ponen la antena de la televisión, primero ponen los cables...

56. A: Sí.

57. P: ¡Ah! Se lo ponen en el mismo pie ¿verdad?

58. A: No.

59. P: ¿Qué es lo que hacen?

60. A: Allá arriba.

61. P: Pero lo separa del pie o lo unen al pie.

62. A: Lo unen. Lo separa. Lo unen al pie.

63. P: Lo unen, o sea, si ésta es la antena y ésta es la horizontal aquí le pone el clavo y ahí lo pone.

64. A: No, va separado.

65. P: Y a medida que lo separa ¿qué es lo que va aumentando?

66. A: Un ángulo.

67. P: Y ese ángulo ¿qué es lo que hace a la antena?

68. A: Sujetarlo.

69. P: Lo sujeta, ¿más o menos?

70. A: Más.

71. P: Y por último, yo no sé si ustedes han visto en películas o en algo, hay unos autores ahí que los llaman aviones espías. ¿No han visto unos aviones negros, feos que da miedo...?

72. A: ¿Son triangulares?

73. P: ¡Ah! ¡Ah! Sí, Don Pedro, ¿quiere usted salir en la película? Siéntese por ahí.

74. A: Ja, ja.

75. P: ¿Por qué creen ustedes entonces que hacen todos esos ángulos y los ven que están todos llenos de ángulos por un lado, por otro, para allá y para acá...?

76. A: Porque van por el desierto.

77. P: Bueno, eso podría ser quizás una de las causas, pero no es para eso. Los aviones ¿con qué

los detectan?

78. A: Por radares.

79. P: ¿Y cómo funciona el radar?

80. A: Dando vueltas.

81. P: No, esa es la pantalla.

82. A: El radar tiene unas distancias y al llegar al objetivo la dicen.

83. P: Pero, ¿y cómo funciona el radar?

84. A: Con ondas.

85. P: ¡Ah! ¿y las ondas qué hacen?

86. A: Las lanzan y si chocan vienen otra vez, apuntas la distancia o que hay...

87. P: Es que ahí están los ángulos. Esos aviones se hacen con ángulos en distintas posiciones para que cuando llegue el sonido sea lanzado el radar, no choque sino que se desvíe otra vez hacia atrás y entonces no poder detectarlo, no poder localizarlo. Por eso, vemos que el hombre se vale de los ángulos para montones de cosas en la vida. Sabían, todavía incluso, cuando se talla un diamante, cuanto más ángulos tiene más atracciones tiene, más valor tiene. Pues bueno, vamos a ver entonces, ya hemos visto más o menos para qué sirven y vamos a ver cómo son. Y ¿qué era un ángulo? El ángulo es la abertura que forman las dos rectas al cortarse. Hay veces que algunos creen que el ángulo es mayor a medida de que lo mido más separado del punto donde se unen que era el vértice, y no. Lo único que hemos hecho es prolongar los lados de la abertura; la distancia sigue siendo la misma. ¿Son las rectas las mismas o las rectas han cambiado de dirección? ¿Aquí tiene la misma que aquí o cambia de dirección?

Se observa en la transcripción anterior la característica ya mencionada, pero en todos los casos se observa esa tendencia tradicional que ya se indicó en el apartado anterior. La búsqueda de ejemplos propios e interesantes que rodean de una forma u otra a los alumnos, ayudan en cierta manera el que se den interacciones importantes alumno-profesor, pero se constituye también en una forma tradicional y rutinaria, en el sentido de que se aportan pocas cosas innovadoras para el desarrollo del aprendizaje individual del alumno a través de la construcción de su propio conocimiento.

El cuadro siguiente sintetiza algunas de nuestras observaciones.

<table>
<tr><td rowspan="2">INTERACCIONES</td><td>VIDEOGRABACIONES:
Alumnos
a) Agrupamientos
b) Motivación
c) Participación en la tarea</td><td>

. Individual
. Alta
. Media</td></tr>
<tr><td>Profesores
a) Vocabulario adecuado
b)Respuesta del profesorado

c)Distribución de los alumnos.</td><td>
. Sí
. Grupo-Individual
Mediante ejemplos, utilizando gráficos, utilizando materiales
. Individual</td></tr>
</table>

4.7.2 Conclusiones

Si se toma en cuenta el análisis realizado para el profesor P6, se tiene que su concepción de la Geometría y la formación científica que posee (niveles 2-3 de pensamiento geométrico) le alejan un poco del perfil de profesor adecuado para trabajar con nuestra propuesta de enseñanza, aun que resulte tener una concepción de la Geometría acorde con el profesor idóneo.

Su papel como profesor, determinado por lo que hemos denominado cognición didáctica, no está acorde totalmente con sus ideas iniciales como profesor que se aproxima a las tendencias tradicional e investigativa, dado que su manera de actuar se acerca más a la tendencia tradicional, lo que pensamos que también se aleja del perfil propuesto. A través de las interacciones, se ha visto cómo el profesor desarrolla su trabajo con una importante interacción y motivación de los alumno, lo que podría ser adecuado para el desarrollo de nuestro trabajo siempre que fomentara activamente el trabajo en grupo. Ahora bien, la organización conceptual que hace de los contenidos objeto de enseñanza es otro factor que le hace diferir del perfil idóneo de profesor para trabajar con una propuesta basada en la teoría de van Hiele. Finalmente, consideramos que su papel como profesor trasmisor y rutinario lo aleja una vez más del perfil adecuado.

4.8 El profesor P7

4.8.1 Competencias didácticas

Contexto

La profesora P7 desarrolla su labor docente en un colegio público de unas 22 unidades en una zona urbana-rural, en la que el nivel sociocultural de los padres es medio-bajo. En este centro lleva impartiendo clases más de 10 años. Desarrolló su docencia, durante el presente estudio, en 3º de Primaria

(Tutorías) y en 6º de primaria. Nuestro análisis se hará en relación con su trabajo en este último curso.

Destina 4 horas a la semana para sus clases de Matemáticas en 6º de primaria y manifiesta que habitualmente se coordina con otros profesores del área. Le gustan bastante las Matemáticas y considera que son una materia muy importante dentro del currículo de primaria, *porque le veo utilidad.*Su agrado por la Geometría es normal y piensa que es para sus alumnos una parte importante del currículo, basándose en los aspectos de utilidad que pueden resultar de su aprendizaje.

En síntesis, se puede interpretar el contexto de desarrollo de la actividad de la profesora P7 en los siguientes términos.

CONTEXTO	**Centro**	**Público**
	Situación	**Urbana-rural**
	Nº de unidades	**17-24**
	Nº de alumnos	**25**
	Niveles	**6º Primaria**
	D. I.: Diferencias Individuales: **a) Años de experiencia docente** **b) Coordinación con otros profesores** **c) Importancia de la Geometría** **d) ¿Por qué?**	 **. + de 10 años** **. Sí** **. Importante** **. Utilidad**

Cognición geométrica

Para la profesora P7, la Geometría no debe ser la parte más importante de la Matemática en la enseñanza obligatoria y tampoco debería tener más importancia que los cálculos aritméticos. Para ella, son iguales de importantes ambas partes de la Matemática escolar.

También opina que la Geometría no debe abarcar una gran variedad de contenidos ni que éstos deban basarse en el desarrollo de mucho trabajo informal.

Piensa que las actividades geométricas que realice con sus alumnos deben estar basadas en cuestiones abiertas que permitan investigar a sus estudiantes y que deben ser elaboradas con el objeto de desarrollar su intuición espacial. Para ella, una parte esencial en la enseñanza de los conceptos geométricos consiste en realizar trabajos con modelos manipulativos y dibujos.

No manifiesta opinión cuando se le plantea la necesidad de la deducción y el uso de una terminología y símbolos precisos en las actividades geométricas que realicen los alumnos.

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos por la profesora P7 al cumplimentar los test de razonamiento geométrico, se puede concluir que está en el nivel 2 de razonamiento geométrico dado que en relación al nivel 1, acierta 4 de 5 preguntas y en cuanto al nivel 2 tiene tres respuestas correctas. La situación varía con respecto al test de Jaime, ya que solamente se puede observar un grado alto de adquisición para el nivel 1 (un 75%) y para el nivel 2 y 3 presenta un grado de adquisición bajo (33% y 17% respectivamente).

Se muestra aquí una ligera contradicción para el establecimiento de su nivel de razonamiento geométrico, pero consideraremos que se encuentra en el nivel 2.

Estos comentarios los resumimos en el cuadro siguiente

<table>
<tr><td rowspan="6">COGNICIÓN GEOMÉTRICA</td><td></td><td></td><td>T. Usiskin</td><td>T. Jaime</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Nivel de Razonamiento</td><td>Nivel 1</td><td>4/5</td><td>A. 75</td></tr>
<tr><td>Nivel 2</td><td>3/5</td><td>B. 33</td></tr>
<tr><td>Nivel 3</td><td>2/5</td><td>B. 17</td></tr>
<tr><td>Nivel 4</td><td>2/5</td><td>N.</td></tr>
<tr><td>Nivel 5</td><td>2/5</td><td>-</td></tr>
</table>

	J. P. C.: Juicio de los profesores sobre el contenido Geométrico	
	1.- Desarrollo	
	a) Mucho trabajo informal	**. No**
	b) Fomentando el desarrollo espacial	**. Sin opinión**
	c) Con mucho trabajo deductivo	**. Sí**
	d) Muchas actividades y cuestiones abiertas	**. Sí**
	e) Muchas actividades manipulativas	**. Sí**
	2.- Papel dentro de la Matemática	
	f) La parte más importante de la Matemática	**. No**
	g) Indica el nivel de comprensión matemática	**. Sin opinión**

Adaptación curricular

A partir de la entrevista inicial se puede observar que, si se tienen en cuenta las respuestas de la profesora P7 a la categoría NT, frecuentemente utiliza el libro de texto de los alumnos, así como otros textos (EDEBÉ, SM y Santillana), fichas, tanto elaboradas por ella como comercializadas y materiales manipulativos elaborados personalmente.

Sin embargo, sólo de vez en cuando hace uso de materiales gráficos comercializados o elaborados por ella y materiales manipulativos comercializados.

El guión de la clase presentado por la profesora, está entresacado directamente del Proyecto Curricular del Centro, y aunque no se corresponde con la materia impartida en las sesiones videograbadas, se puede observar una organización del mismo basado principalmente en los aspectos instructivos de las Matemáticas. Por todo ello optamos por catalogarlo como un guión de naturaleza conceptual en los términos en que se indican en el apartado 3.10 de la Memoria.

Las sesiones que se videograbaron estaban dedicadas al estudio de los ángulos, se desarrollaron los días 8/05/1997 y 22/5/1997 y los alumnos participantes eran, tal como se indicó anteriormente, de 6º curso de Educación Primaria.

El desarrollo de las dos sesiones fue similar. La profesora P7 se dirige a los alumnos haciendo la explicación al gran grupo pidiendo, de vez en cuando, que contesten sus preguntas.

La secuencia de enseñanza se inicia con un triángulo construido en cartulina y a partir de sus ángulos la profesora va explicando poco a poco, la clasificación de los ángulos comparándolos con el ángulo recto introduciendo algunos aspectos, que tienen que ver con la medida de dichos ángulos. Define ángulos rectos, complementarios y llanos para, finalmente, marcarle algunas actividades del libro de texto para su próxima sesión de clase.

La segunda sesión la dedica a definir y construir la bisectriz de un ángulo, pero en este caso sus alumnos utilizan herramientas de dibujo. La metodología es la misma. La profesora interviene largamente haciendo las explicaciones pertinentes. Mientras tanto los alumnos trabajan dirigidos por la profesora, para finalmente proponerle algunos ejercicios para la siguiente clase.

De las observaciones realizadas se concluye que nos encontramos con una profesora netamente rutinaria y tradicional, en el desarrollo de sus clases. Por su forma de actuación en el aula, la consideramos como una profesora cuyo objetivo fundamental consiste en transmititr conocimientos de Geometría.

ADAPTACIÓN CURRICULAR	**Recursos:** **a) Textos** **b) Materiales: gráficos, manipulativos, escritos** **otros recursos**	**. No** **. Sí, Sí, Sí** **-**

	Desarrollo de la unidad de aprendizaje **a) Qué enseña** **b) Organización de la tarea** **c) Papel en el desarrollo de la tarea**	 **. Conceptos, procedimientos** **. Rutinario** **. Transmisor**
	GUIÓN DE LA CLASE	**O. conceptual**
	N. T.: Naturaleza de la Tarea. Usan **a) Libros de texto** **b) Materiales gráficos** **c) Materiales manipulativos**	 **. Sí** **. Sí** **. Sí**

Cognición didáctica

Al igual en los apartados precedentes, tomamos en consideración la respuestas de la profesora P7 a la entrevista inicial para establecer algunas de las componentes de su cognición didáctica. P7 piensa que para sus alumnos, las Matemáticas son una materia del currículo que les resulta indiferente e indica que la Geometría es una parte de las Matemáticas que no les despierta una atracción especial. Sin embargo, opina que para sus alumnos es una parte que les resulta agradable dando como justificación que *los encontré motivados cuando tocamos el tema de la circunferencia*.

La profesora P7 se muestra en desacuerdo con las afirmaciones de que la Geometría debe ser la parte más importante del currículo y que debe dársele más importancia que a los cálculos aritméticos.

Piensa también que las actividades de Geometría no deben abarcar gran variedad de contenidos ni deben estar basadas en mucho trabajo informal, aunque cree que deben fundamentarse en cuestiones abiertas que faciliten la investigación y fomenten el desarrollo espacial.

En relación con sus estados de opinión de conceptos específicos que agraden o desagraden a sus alumnos y que le provoquen dificultades concretas esta profesora piensa que no existe nada especial sino que más bien, no ha tenido nada específico que destacar, ya que a casi todos les resultan fáciles y sencillas, diciendo que *casi todos los conceptos han sido a base de dibujos y por tanto no recuerdo en particular que les desagrade.*

La profesora P7, teniendo en cuenta las respuestas suministradas a la entrevista inicial, no se caracteriza por una tendencia claramente definida. Se muestra un índice alto (2,5) de adecuación a la tendencia tradicional, dado que manifiesta que propone frecuentemente ejemplos en la pizarra, explicando con cuidado y claridad las características y propiedades del concepto o figura utilizada. Luego, los alumnos, trabajando individualmente, resuelven problemas similares. Otra de las formas de actuación frecuentemente manifestada por P7 consiste en explicar con claridad las características y propiedades del concepto o figura a estudiar para, a continuación, hacer diversos ejemplos y proponer problemas similares a los alumnos. Después trabajará con aquellos estudiantes que tienen dificultades.

El índice hacia la tendencia tecnológica es 2,3 y señala que frecuentemente pide a los alumnos que lean los problemas resueltos que le parecen más adecuados, para que encuentren las características y propiedades más relevantes de los conceptos o figuras estudiadas para resolver. Si las propiedades que creen haber descubierto son incorrectas, les explica cómo se hace y les propone problemas del mismo tipo y también, hace que los alumnos trabajen sobre ejercicios o problemas geométricos del texto en pequeños grupos, mientras ayuda a los que tienen dificultades, lo que confirma su estado de opinión. El coeficiente que mostraría su proximidad hacia una tendencia investigativa es muy bajo (1,5), si tenemos en cuenta, de una parte las videograbaciones y de otra, el guión presentado, se puede afirmar que la profesora P7, responde a las características propias de una tendencia tradicional. Esto confirma que P7 con sus alumnos resulta ser una profesora rutinaria en las tareas que desarrolla y trasmisora exclusivamente del conocimiento, sin prestar demasiada atención a que sus alumnos construyan por sí solos los conceptos geométricos.

<table>
<tr><td rowspan="5">COGNICIÓN DIDÁCTICA</td><td colspan="2">D. D.: Decisiones didácticas sobre la docencia
a) Estilo Investigativo
b) Estilo tradicional
c) Estilo tecnológico
d) Trabajo en grupo</td><td>. No
. Sí.
. Sí
. Casi siempre</td></tr>
<tr><td colspan="2">J. P. A.: Juicio de los profesores sobre los alumnos
a) La Geometría agrada a los alumnos
b) ¿Por qué?</td><td>. Sí
. Algunas veces</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Adaptación curricular</td><td>Desarrollo (videograciones)</td><td rowspan="3">. Conceptos, procedimientos
. Rutinario
. Transmisor
. O. conceptual

Texto, gráficos, materiales</td></tr>
<tr><td>Guión</td></tr>
<tr><td>Naturaleza de la Tarea</td></tr>
</table>

Interacciones

Como ya hemos señalado, en la discusión sobre la adaptación curricular de la profesora P7, el desarrollo de las sesiones videograbadas nos presenta una actuación en el aula basada esencialmente en la exposición de la profesora de la mayoría de los contenidos a tratar. Ambas sesiones se dirigen al gran grupo y las interacciones son escasas, salvo con algunos de los alumnos que van repitiendo las actividades que ella va resolviendo detalladamente.

Aunque se puede considerar una motivación alta de algunos de los alumnos, Estos participan poco de la resolución de las tareas, debido principalmente a las largas intervenciones de la profesora P7. En consecuencia se observa una interacción profesor- alumno bastante baja.

Los siguientes extractos de las transcripciones, nos permiten verificar estas afirmaciones:

(Véase Anexo II, profesora P7, 1ª sesión, secuencia 33-38, p. 235).

33. P: Más, porque está más abierto, ¿verdad? Más de 90º. Bien, pues ya tenemos otros dos ángulos que sacamos a partir del que mide 90º. Este que mide menos de 90º se llama AGUDO, vamos a ponerlo con mayúscula también, y éste que mide más de 90º se llama OBTUSO. Y esos son los tres tipos de ángulos que tienen ustedes en el libro en la primera página. Véanlo, sería el que forma el cohete que es

perpendicular 90º; el avión que tenemos al lado, fíjense en el dibujo que tenemos al lado, el del avión. Vemos que ahí se forman dos ángulos, uno en el lado derecho que es grande, ¿cómo será? ¿Cuánto medirá? ¿Será agudo o obtuso?

34. A: Obtuso.

35. P: Y el pequeñito que se forma debajo del avión...

36. A: Agudo.

37. P: Será el ángulo agudo. Bien, pues ahora sabiendo ya esto que hemos explicado vamos a dibujar en el cuaderno, un ángulo recto ¿eh? Un ángulo agudo y un ángulo obtuso y le ponemos más o menos las medidas a ojo de buen cubero, ¿eh? ¿Tienen todos las fichas?

38. A: Sí.

Observamos como la profesora es consistente con su papel de transmisora de conocimientos (Véase Anexo II, profesora P7, 1ª sesión, secuencia 39-45, p. 235).

39. P: Bien, y le ponemos por supuesto los nombres: recto, agudo y obtuso. Bien, le van a poner el nombre al vértice, donde está el vértice del ángulo y los lados del ángulo. Y le vamos a poner un nombre, le vamos a dar una notación a esos ángulos. Bien, éste de aquí se está prestando a confusión porque ustedes me lo están dibujando tal cual está aquí estoy viendo, y aquí hay dos ángulos rectos: éste que mide 90º y éste que mide 90º. Entonces yo no quiero dos, quiero que me dibujen un ángulo recto. Estoy viendo que tienen uno por este lado y otro por éste, son dos ángulos rectos. Entonces uno ¿cómo sería? Simplemente trazamos la perpendicular, no prolongamos el suelo sino hacia la parte derecha o hacia la parte izquierda, donde ustedes quieran dibujarlo y ése es el que mide 90º. Si es menos de 90º, si el ángulo es agudo, es menos de 90, pero yo le puedo poner menos de 90º... ¿Qué números son menos de 90? 89, 88, todos esos hasta 0, puedo ponerlo que ese ya tiene otro nombre... Le ponemos una medida. Luego, el obtuso si mide más de 90º, ¿qué medidas le podemos poner? 91, 92, 93, lo que queramos ¿no? Mayor de 90º le ponemos un nombre, le damos una notación. Bien, ¿ya lo dibujaron?

40. A: Le ponemos el vértice y eso...

41. P: Sí. ¿Cuál es el vértice Jacob?

42. A: ¿El vértice?

43. P: Sí.

44. A: La, la esquina.

45. P: Lo que hace esquina. Bien, pues ahora vamos a ver la actividad número 1 de esta página. Aunque dice que utilicemos cartulina y papel de calcar, vamos a pasar porque no me dio tiempo de buscar el material. Lo que sí vamos a usar, si quieren es el folio y no quiero que me hagan esa actividad tal cual está ahí, sino, vamos a ver, me van a decir qué ángulos son rectos, qué ángulos son agudos y qué ángulos son obtusos, de los que están en esa actividad. Mírenlo bien, miren bien la actividad número 1 [....]

Y en la segunda sesión (Véase Anexo II, profesora P7, 2ª sesión, secuencia 38-42, pp. 239-240, se pueden observar las mismas características:

38. P: Bien, pues vemos que esa línea que hemos trazado en el centro del ángulo es lo que se llama la bisectriz del ángulo. Vean la pizarra, lo voy a hacer más o menos a ojo; esa sería la bisectriz del ángulo. Señores, y si yo prolongo eso, esa raya, también la llamaré eje de simetría. ¿Qué significa eje de simetría? Significa que al dividir yo ese ángulo en dos partes iguales, son exactamente iguales el lado derecho y el lado izquierdo. Ese será el eje de simetría. Si yo cojo esta mesa y la divido justo, justo a la mitad, significa que tengo que trazar una línea que puede ser imaginaria o la trazo con un lápiz. Entonces esa línea me sirve como eje de simetría, significa que el lado derecho y el lado izquierdo son exactamente iguales. Ustedes también habrán oído hablar del eje de la tierra ¿verdad? El eje de la tierra, que es un eje imaginario, donde se supone que la tierra está girando. Bien, pues ese eje también se supone que es el eje de simetría de la tierra, que si dividimos la tierra ¿eh? Será el lado derecho igual a lado...

39. A: Izquierdo.

40. P: Izquierdo, ¿eh? Bien, se llamaría eje de simetría, pero que en el ángulo se llama la bisectriz del ángulo y la bisectriz siempre, siempre, siempre divide a los ángulos en dos partes iguales, con la misma medida, exactamente. Vean en el libro de ustedes tienen en el recuadrito. Tienen en el recuadro pequeño la definición de bisectriz de un ángulo, léanlo todos en voz baja que ahora lo lee uno en

voz alta. Lean la definición que tienen de bisectriz, léanlo con los ojos primero, en el recuadrito verde del libro lo tienen. A ver Laura, tú misma léelo en voz alta la definición de la bisectriz...

41. A: La bisectriz de un ángulo es la recta que lo divide en dos ángulos iguales.

42. P: Bien, lo hemos visto ¿verdad? Que es la recta que divide al ángulo en otros dos ángulos exactamente iguales ¿eh? Bien, la actividad número 1 del libro ya la tenemos hecha. Fíjense qué es lo que hemos hecho con el folio: que hemos dibujado un ángulo, lo hemos plegado por la mitad y hemos trazado el eje de simetría o la bisectriz de es ángulo ¿eh? Eso es lo que hemos hecho. Vamos a ver la actividad número 2 del libro. Todos la leen primero esa actividad número 2. Bien, esta actividad dice: dibuja en tu cuaderno la figura uno. Vean que en la figura uno hay una semirrecta AB y luego tenemos trazada con línea roja otra semirrecta, que en este caso le dicen que es la bisectriz del ángulo que van a dibujar ¿eh? Nos falta dibujar el otro lado del ángulo. ¿Ya la leyeron?

Las interacciones profesora-alumno-Geometría, son bastante escasas. En síntesis, tendremos:

<table>
<tr><td rowspan="2">INTERACCIONES</td><td>VIDEOGRABACIONES:
Alumnos
a) Agrupamientos
b) Motivación
c) Participación en la tarea</td><td>. Individual
. Alta
. Media</td></tr>
<tr><td>Profesores
a) Vocabulario adecuado
b) Respuesta del profesorado *

c) Distribución de los alumnos.</td><td>. Sí
. Grupo-Individual
Mediante ejemplos, utilizando gráficos, utilizando materiales, utilizando materiales escritos
. Individual</td></tr>
</table>

4.8.2 Conclusiones

En relación a la cognición geométrica de la profesora P7, tal y como hemos visto anteriormente, no se puede considerar cercana a la formación científica necesaria para adecuarse al perfil idóneo, al igual que posee una concepción de la Geometría donde el papel de la deducción y el desarrollo del trabajo informal no los considera suficientemente importantes.

Los demás aspectos requeridos para un perfil idóneo, tampoco pensamos que los alcance suficientemente. Se observa a partir de su cognición didáctica que no es una profesora que se caracteriza por mostrar una especial atención a la heterogeneidad de la clase. Resulta ser una profesora, tal como hemos visto, con una marcada tendencia curricular. La organización del currículo desde la perspectiva conceptual y su falta de predisposición al trabajo en grupo, muestran que la profesora P7 no se adecua al perfil didáctico necesario, dado que, como se ha visto a lo largo de toda la discusión, manifiesta diferencias significativas con las características que hemos establecido como idónea para desarrollar una propuesta didáctica basada en la Teoría de Van Hiele.

4.9 El profesor P8

4.9.1 Competencias Didácticas

Contexto

El profesor que hemos denominado P8, realiza su labor profesional en un centro público relativamente pequeño, de unas 12 unidades, en una zona rural en la que el nivel sociocultural de los padres es medio-bajo, en general solamente son estudios primarios. Hace más de 10 años que imparte docencia en el centro y desarrolla su docencia durante esta experiencia previa en el nivel más bajo de todos los profesores participantes, en 4º de primaria.

Destina a las Matemáticas entre 4 y 5 horas semanales y señala en la entrevista inicial que de las 30 semanas de curso escolar, dedica alrededor de 4 semanas a la enseñanza de la Geometría.

Se coordina normalmente con los otro profesores del centro y le agradan mucho las Matemáticas considerándola como una materia muy importante del currículo dado que *constituye un instrumento que, tratado de forma significativa, facultan el desenvolvimiento de las personas.*

Al profesor P8 la Geometría le agrada bastante y piensa que es una parte de las Matemáticas importante para sus alumnos, aunque no especifica los motivos de dicha importancia.

CONTEXTO	**Centro**	**Público**
	Situación	**Rural**
	Nº de unidades	**9-16**

	Nº de alumnos	**15**
	Niveles	**4º Primaria**
	D. I.: Diferencias Individuales: **a) Años de experiencia docente** **b) Coordinación con otros profesores** **c) Importancia de la Geometría** **d) ¿Por qué?**	 **. + de 10 años** **. Sí** **. Importante** **. Sin opinión**

Cognición geométrica

El profesor P8 manifiesta en la entrevista inicial que las actividades de Geometría deben fundamentarse en mucho trabajo informal, basadas en cuestiones abiertas que permitan al alumno investigar y fomenten la intuición espacial. También opina que las actividades deben suponer una manipulación habitual de modelos manipulativos y que deben estar relacionadas con el espacio tridimensional. No muestra una opinión concreta cuando se le sugiere que la deducción juega un papel importante en las actividades que trabajen los alumnos, ni sobre la necesidad de usar símbolos precisos. Tampoco da su opinión sobre si la Geometría constituye un indicador de la comprensión matemática de sus alumnos.

Este profesor no esta de acuerdo con que la Geometría tiene más importancia que los cálculos aritméticos y consecuentemente con que la Geometría debe ser considerada como la parte más importante de la enseñanza obligatoria. Atendiendo a los resultados obtenidos en los test de razonamiento geométrico se puede considerar que el profesor P8, se encuentra en un nivel 2 de pensamiento geométrico, pese a que en el test de Usinkin aparezca como un profesor que se encuentra en el nivel 1 (5 respuestas correctas en el nivel 1, pero solamente 2 correctas en el nivel 2), el test de Jaime lo describe como un profesor con grado de adquisición completo para el nivel 1 (100%), y grado alto de adquisición para el nivel 2 (70%) y un grado de adquisición intermedio en el tercer -nivel (38,8%).

Hemos optado por considerar que el profesor P8 se encuentra en el nivel 2 de razonamiento geométrico.

En síntesis, los resultados comentados se resumen en el siguiente cuadro.

<table>
<tr><td rowspan="7">COGNICIÓN GEOMÉTRICA</td><td></td><td></td><td>T. Usiskin</td><td>T. Jaime</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Nivel de Razonamiento</td><td>Nivel 1</td><td>5/5</td><td>C. 100</td></tr>
<tr><td>Nivel 2</td><td>2/5</td><td>A. 70</td></tr>
<tr><td>Nivel 3</td><td>2/5</td><td>I. 38’8</td></tr>
<tr><td>Nivel 4</td><td>1/5</td><td>N.</td></tr>
<tr><td>Nivel 5</td><td>2/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>J. P. C.: Juicio de los profesores sobre el contenido Geométrico
<u>1.- Desarrollo</u>
a) Mucho trabajo informal
b) Fomentando el desarrollo espacial
c) Con mucho trabajo deductivo
d) Muchas actividades y cuestiones abiertas
e) Muchas actividades manipulativas
<u>2.- Papel dentro de la Matemática</u>
f) La parte más importante de la Matemática
g) Indica el nivel de comprensión matemática</td><td colspan="3">. Sí
. Sí
. Sin opinión
. Sí
. Sí
. No
. Sin opinión</td></tr>
</table>

Adaptación curricular

En relación con descriptores que caracterizan la Naturaleza de la Tarea, los cuales constituyen una de las componentes de la categoría que hemos denominado adaptación curricular, se tiene que el profesor P8 utiliza de vez en cuando textos de producción local, fichas individualizadas, tanto elaboradas por él como realizadas en la comunidad y materiales gráficos manipulativos comercializados. Señala además que no utiliza libros de texto e indica que frecuentemente utiliza materiales gráficos y manipulativos elaborados por él mismo.

El guión de la clase que presenta no se corresponde con el tema que se trató en las sesiones videograbadas, pero presenta en él una organización curricular de la materia, incluyendo objetivos, contenidos, metodología, etc., como instrumento educativo que trata de alcanzar una serie de capacidades, en definitiva, se guión aparece organizado desde un punto de vista didáctico.

Las dos sesiones videograbadas se realizaron el día 22/05/1997 y en ellas se presentaron los conceptos de segmento, semirrecta, ángulo y medida de ángulos, para, en la segunda sesión, clasificar los ángulos en relación con el ángulo recto (agudos y obtusos).

Pese a que en la entrevista inicial, el profesor P8 indicara que raramente usa los libros de texto, el elemento básico elegido por él en las sesiones que se videograbaron fueron extraídas de un libro de texto.

El proceso metodológico seguido en ambas sesiones fue un proceso totalmente análogo, aunque un elemento importante a tomar en cuenta es el nivel académico de los alumnos: 4º curso de Primaria. Entendemos que este hecho dio lugar a una dinámica de clase quizás diferente de la que se podría conseguir en niveles superiores.

Los estudiantes aparecían distribuidos en grupos de cuatro alumnos, que a su vez se distribuían por parejas. De esta forma, y por parejas iban resolviendo las actividades propuestas por el profesor. Cuando una pareja tenía dudas, trataba de resolverlas con el grupo al que pertenecía y cuando todo el grupo no encontraba la solución era cuando la pregunta pasaba a ser analizada por el profesor y por toda la clase.

Otro elemento que conviene destacar es el uso que este profesor hace del retroproyector de transparencias, que aparece en sus clases habituales como un elemento más, tal como lo es la pizarra, la tiza y algunos materiales (regla, transportador de ángulos,...). Los alumnos lo utilizan frecuentemente como si se tratase de la pizarra.

Las sesiones de clase videograbadas se desarrollaron como sigue:

- Inicialmente, pide a los estudiantes que por grupo trate de resolver la primera actividad que presenta, en la que se hace un distinción entre segmento, semirrecta y recta.
- A continuación, se hace una puesta en común, en la que interviene una gran parte de los alumnos, discutiendo los ejemplos que aparecen en la actividad, basados en elementos reales. El profesor hace intervenir activamente a los alumnos, respondiendo a todas y cada una de las cuestiones planteadas.
- Posteriormente, cuando se analizan los ángulos en que dos rectas dividen el plano, introduce el transportador de ángulos, descubriendo los alumnos, poco a poco, cómo utilizar dicho material, ayudados por el profesor. Los estudiantes usan el retroproyector para mostrar sus descubrimientos.

En la segunda sesión, la dinámica es totalmente análoga, intervienen bastantes alumnos, y se plantea el problema de mediciones de ángulos mayores de 180º, que había quedado como un problema abierto en la sesión anterior.

Concluimos que, a partir de la discusión anterior de la observación realizada, el profesor P8 resulta ser un profesor que logra una alta motivación en sus alumnos, que muestra una metodología investigativa en su labor profesional y se constituye en un orientador del aprendizaje de sus alumnos.

En síntesis, podemos describir la categoría adaptación curricular en los siguientes términos:

ADAPTACIÓN CURRICULAR	**Recursos:** **a) Textos** **b) Materiales: gráficos, manipulativos, escritos** **otros recursos**	 **. No** **. Sí, Sí, No** **. Retroproyector**

	Desarrollo de la unidad de aprendizaje **a) Qué enseña** **b) Organización de la tarea** **c) Papel en el desarrollo de la tarea**	 **. Conceptos, Procedimientos** **. Investigativo** **. Orientador**
	GUIÓN DE LA CLASE	**O. curricular**
	N. T.: Naturaleza de la Tarea. Usan **a) Libros de texto** **b) Materiales gráficos** **c) Materiales manipulativos**	 **. No** **. Sí** **. Sí**

Cognición didáctica

Tal y como hemos ido señalando a lo largo de este capítulo, los primeros aspectos que consideraremos al analizar la cognición didáctica, se refieren a la opinión que tienen los profesores sobre el grado de aceptación de la Geometría por parte de los alumnos. En el caso concreto del profesor P8 existe una pequeña contradicción en sus afirmaciones. Por un lado, considera que a los alumnos les agrada las Matemáticas porque ven su utilidad y se trabajan de manera significativa; sin embargo, por otra parte, piensa que a sus alumnos la Geometría les resulta indiferente. El profesor P8 no señala en la entrevista inicial los conceptos de la Geometría que más agradan o desagradan a los alumnos ni los que le resultan más fáciles o difíciles.

En la determinación de su opinión sobre la tendencia didáctica más próxima a su situación en el aula, este profesor manifiesta una tendencia investigativa (2,14) aunque también señala una marcada tendencia tecnológica (2). El coeficiente que describe una tendencia tradicional es en su caso muy bajo (1,6).

De esta forma, afirma (en el primer caso) que muy a menudo los alumnos trabajan en pequeños grupos en los que investigan problemas geométricos con dibujos o gráficos, y, después de una puesta en común sobre lo descubierto, escriben el resumen de lo encontrado. También manifiesta que en sus clases los alumnos utilizan objetos reales en el aprendizaje de los conceptos geométricos y anima a sus alumnos a encontrar sus propias soluciones a los problemas geométricos planteados.

En muchas ocasiones hace trabajar a sus alumnos sobre ejercicios o problemas geométricos del texto en pequeños grupos, mientras él va ayudando a los que tienen dificultades.

Podemos afirmar, a partir de lo anterior, que su concepción sobre la tendencia a la que más se aproxima coincide con lo que hace, dado que es un profesor marcadamente investigativo. Sus rasgos como profesor de tendencia tecnológica no se ponen de manifiesto en su actuación con los alumnos. Resulta ser un profesor orientador del aprendizaje de sus alumnos.

<table>
<tr><td rowspan="4">COGNICIÓN DIDÁCTICA</td><td colspan="2">D. D.: Decisiones didácticas sobre la docencia
a) Estilo Investigativo
b) Estilo tradicional
c) Estilo tecnológico
d) Trabajo en grupo</td><td>

. Sí
. No.
. Sí
. Casi siempre</td></tr>
<tr><td colspan="2">J. P. A.: Juicio de los profesores sobre los alumnos
a) La Geometría agrada a los alumnos
b) ¿Por qué?</td><td>

. Indiferente

. No le ven utilidad</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Adaptación curricular</td><td>Desarrollo (videograciones)

Guión</td><td>. Conceptos, procedimientos
. Investigador
. Orientador
. O. curricular</td></tr>
<tr><td>Naturaleza de la Tarea</td><td>Materiales gráficos y manipulativos</td></tr>
</table>

Interacciones

En relación con las interacciones observadas en las sesiones videograbadas, diremos que existe una interacción muy alta entre los alumnos y el profesor con una importante motivación por parte de los alumnos y una participación en el trabajo de la clase muy alta. Los alumnos se sienten partícipes del desarrollo de las sesiones y tratan de colaborar activamente en las tareas que realizan, tanto cuando trabajan en sus grupos como cuando lo hacen en el gran grupo, lo que promueve frecuentemente el profesor P8.

La siguiente transcripción de la 1ª sesión permite observar esta interacción. (Véase Anexo II, profesor P8, 1ª sesión, secuencia 50-69, p. 256).

El profesor P8 se refiere al dibujo de las actividades que entregó donde se observa un niño sujetando una cuerda:

50. A: Después dice: la cuerda, la cuerda, puede ser un segmento o una recta y yo digo que es un... Un segmento porque tiene los dos extremos.
51. A: Adán...
52. P: Bien, el que no esté de acuerdo tiene que ir allí e intervenir.
53. A: Adán, yo no estoy de acuerdo contigo porque aquí la cuerda está estirada, así que sería recta.
54. A: No, pero mira el cable éste de aquí..
55. A: No, pero no se metan todos ahí, hablen por turno...
56. P: Si eso es verdad, si quieren pedir la palabra, porque si no...
57. A: Adán yo no estoy de acuerdo contigo porque es la recta, si es un segmento sería esto y esto es una recta.
58. A: Yo no estoy de acuerdo contigo porque tú te pasaste a ésta, tú estabas haciendo ésta y tú te pasaste a ésta.
59. P: Mira, yo estoy viendo aquí este segmento y este segmento también es recto. ¿Alguien más quiere participar? Vamos, Ana...
60. A: Yo no estoy de acuerdo con Adán, porque antes yo lo comenté con Tony y el cable del teléfono es un segmento.
61. P: ¿Quién es un segmento Ana?
62. A: El cable del teléfono.
63. P: El cable del teléfono es un segmento, ¿por qué? Explícalo.
64. A: Porque el cable del teléfono no es igual que la cuerda que tiene el chico Adán, éste es más recto que éste.
65. P: Vamos a ver, ¿cómo que es más recto? Rectos son los dos.
66. A: Mira yo lo voy a explicar porque aquí la cuerda puede ser más grande pero el chico la tiene atada aquí y esto sigue.
67. P: Entonces...
68. A: Y va cogiendo curvas y caminos y pendientes y entonces por eso se llama segmento y la cuerda es recta.
69. A: Tony, pero si es segmento tendrá dos extremos.

En el siguiente fragmento de la 2ª sesión, se establecen interacciones que tratan de hacer partícipes a los alumnos de los distintos descubrimientos. El retroproyector es el elemento básico utilizado (Véase Anexo II, profesor P8, 2ª sesión, secuencia 63-94, p. 263).

63. P: A ver, Jeniffer Pacheco quiere intervenir...
64. A: Yo digo que esto está mal hecho...
65. A: La raya...
66. Porque mira, vamos a ver, aquí tendrían los dos que estar, el puntillo está en este
67. A: No, pero mira...
68. A: Pero deberías hacer esto...

69. P: Escucha, mira la pantalla, por favor, súbela. Vamos a ver, eso es.
70. A: Mira, debería estar el punto en los dos pero para que esté en los dos debería hacer esto...
71. A: Éste encima de éste...
72. A: Uno encima de otro.
73. P: ¿Por aquí no tienen nada que decir? Cristina.
74. A: Yo es que no estoy de acuerdo con lo que dicen mis compañeros.
75. P: Con nada de nada.
76. A: Primero, que no se puede hacer.
77. P: Escuchen, vamos a escuchar a Erik. Oye, me gustaría que se animaran, Cristi, Yolanda. Yolanda venga...
78. A: Yo no estoy de acuerdo con lo que han dicho ustedes. Si hay un montón de estrategias, montándolo encima, poniéndolo así, pero si de aquí al 200º sería aquí...
79. A: Yo no estoy de acuerdo con que se podría hacer...
80. P: A ver, escuchamos a Yolanda...
81. A: Ahora vienen todos a ponerse aquí.
82. A: Yo les quería decir a ustedes que aquí no se puede hacer, porque si no, si lo pones por arriba no se ve dónde es.
83. P: Miren a ver, perdonen que me meta yo, a ver qué piensan de lo que voy a hacer. Es que me gustó, a mí me gustó lo que dijo Jeniffer Pacheco. Miren, voy a marcarlo aquí para no equivocarme, verde, verde, verde y verde, ¿cuántos dijimos, cuántos grados tenía una circunferencia toda completa?
84. A: 180º.
85. P: ¿180º?
86. A: No.
87. P: ¿Cuánto?
88. A: 260º
89. P: ¿260º?
90. A: ¿Un círculo?
91. P: Sí, todo esto completo.
92. A: ¡Ah! 260º.
93. P: ¿260º?
94. A: 360º.

El cuadro que se presenta a continuación sintetiza los elementos básicos observados en las videograbaciones.

INTERACCIONES	**VIDEOGRABACIONES:** **Alumnos** **a) Agrupamientos** **b) Motivación** **c) Participación en la tarea**	 **. Grupo** **. Alta** **. Alta**
	Profesores **a) Vocabulario adecuado** **b) Respuesta del profesorado *** **c) Distribución de los alumnos.**	 **. Sí** **. Grupo-Individual mediante ejemplos, utilizando gráficos, utilizando materiales** **. Grupo**

4.9.2 Conclusiones

Como hemos ya señalado, el profesor P8 muestra una formación científica no adecuada para desarrollar un trabajo desde las perspectiva de los Van Hiele. Ahora bien, la concepción de la Geometría en los términos que manifiesta P8 desarrollando mucho trabajo informal en el aula, haciendo intervenir continuamente a los alumnos para construir sus conocimientos, su cognición didáctica en términos de profesor investigados y orientador, así como la adaptación curricular y las interacciones que surgen en el desarrollo de su experiencia en el aula, nos permiten considerar al profesor P8, como un profesor que, como docente, respondería a las expectativas deseadas para llevar al aula una propuesta de enseñanza basada en la Teoría de Van Hiele.

4.10 El profesor P9

4.10.1 Competencias didácticas

Contexto

La profesora P9 es la más joven del grupo que participó en la investigación y lleva 8 años desempeñando su labor profesional en un centro privado de una zona urbana de más de 30 unidades.

El nivel sociocultural de los padres de los alumnos de su centro de trabajo puede considerarse como medio (Bachillerato) y durante la experiencia que describimos en este capítulo, impartió la docencia en el segundo nivel del tercer ciclo de Primaria, esto es 5º de Educación Primaria.

Manifiesta en la entrevista inicial que se coordina con los otros profesores del área de Matemáticas e indica que personalmente le gusta mucho las Matemáticas, la que considera que es para los alumnos una materia muy importante del currículo dado que ayuda a los estudiantes a *defenderse en la vida diaria*. Afirma, además, que personalmente la Geometría es una parte del currículo que le agrada mucho, aunque no explicita el por qué de esta valoración.

Se puede sintetizar la categoría mediante el siguiente cuadro.

CONTEXTO	**Centro**	**Privado**
	Situación	**Suburbano**
	Nº de unidades	**>24**
	Nº de alumnos	**33**
	Niveles	**5º Primaria**
	D. I.: Diferencias Individuales: **a) Años de experiencia docente** **b) Coordinación con otros profesores** **c) Importancia de la Geometría** **d) ¿Por qué?**	 **entre 7 y 10 años** **. Sí** **. Muy Importante** **. Sin opinión**

Cognición geométrica

Si se analizan los estudios de opinión de la profesora P9, en relación con el contenido geométrico, se puede decir que para ella, la Geometría no debe ser la parte más importante del currículo de Matemáticas de la Educación Obligatoria y acorde con esto, señala que las actividades de Geometría deben tener la misma importancia que los cálculos aritméticos. No piensa que las actividades de Geometría deban estar basadas en mucho trabajo informal ni deductivo, con una simbología y terminología precisa, ni que el dibujo deba ser el elemento básico que las conforme, sino el uso del los modelos manipulativos. En esta línea sugiere que las actividades, para que desempeñen el papel que desde su punto de vista representan dentro del currículo, deben estar basados en cuestiones abiertas que permitan al alumno investigar, fomentar la intuición espacial y partir del espacio tridimensional.

De los resultados obtenidos en el test de razonamiento geométrico de Usiskin, se puede afirmar que la profesora P9 se encuentra en un nivel 2 de razonamiento geométrico (3 respuestas correctas de las correspondientes tanto para el nivel 1 como para el 2). El test de Jaime cumplimentado por esta profesora no nos permite asociarle los grados de adquisición de los distintos niveles, debido a que apenas fue respondido. La profesora P9 no responde al test de Jaime, tal y como manifiesta ella, por su extensión y reiteración de algunos apartados. En relación con esto, señala que por ejemplo en las preguntas 13, 14 y 15, se manifiesta una insistencia excesiva en presentar unas demostraciones basadas todas en las mismas ideas.

En resumen se tiene, en relación con la cognición geométrica de la profesora P9:

<table>
<tr><td rowspan="7">COGNICIÓN GEOMÉTRICA</td><td></td><td></td><td>T. Usiskin</td><td>T. Jaime</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Nivel de Razonamiento</td><td>Nivel 1</td><td>3/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Nivel 2</td><td>3/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Nivel 3</td><td>1/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Nivel 4</td><td>1/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Nivel 5</td><td>2/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>J.P.C.: Juicio de los profesores sobre el contenido Geométrico
<u>1.- Desarrollo</u>
a) Mucho trabajo informal
b) Fomentando el desarrollo espacial
c) Con mucho trabajo deductivo
d) Muchas actividades y cuestiones abiertas
e) Muchas actividades manipulativas
<u>2.- Papel dentro de la Matemática</u>
f) La parte más importante de la Matemática
g) Indica el nivel de comprensión matemática</td><td colspan="3">. No
. Sí
. No
. Sí
. Sí
. No
. No</td></tr>
</table>

Adaptación curricular

La profesora P9, teniendo en cuenta el descriptor que hemos denominado Naturaleza de la Tarea, manifiesta que utiliza a menudo libros de texto diferente al oficial, así como fichas y materiales manipulativos elaborados por ella misma. Además, de vez en cuando, hace uso de materiales gráficos y manipulativos comercializados y textos y fichas individualizadas elaboradas localmente.

Al igual que el profesor P8, presenta un guión de la clase que no coincide con lo que desarrolla en las sesiones vídeograbadas, pero se puede observar que la organización que se hace en él del contenido se basa principalmente en una organización centrada principalmente en los conceptos. Es por ello que consideramos que su guión responde a una organización desde la perspectiva conceptual.

Las sesiones videograbadas, no se corresponden con un tópico específico de la Geometría sino con la introducción de los números decimales. Se desarrollaron durante los días 12/05/1997 y 14/05/1997 y el curso en el que impartió la docencia era un grupo de 5º curso de primaria.

La profesora P9 organizó las dos sesiones de clase de manera diferente.

En la primera sesión utilizó como material unas tiras de cartulina y comenzó recordando una actividad realizada anteriormente y que estuvo dedicada al estudio de las fracciones. La actividad comienza realizándose individualmente y pide a los alumnos que dividan la tirita en 10 partes iguales.

Poco a poco va haciendo intervenir a los alumnos, algunos salen a la pizarra, se establece una discusión en la clase para concluir con la división del material, en décimas.

En una segunda fase de la sesión, utiliza ejemplos basados en la vida real, con el objetivo de analizar distintas aplicaciones de los números decimales, tales como el termómetro, tratando de relacionar su discurso con otras materias del currículo, en particular con Ciencias Sociales.

En la segunda sesión distribuye la clase en grupos y reparte un material elaborado en cartulina para que los propios alumnos dividan en diez unidades más pequeñas las unidades entregadas inicialmente.

A lo largo de esta sesión solicita con una ficha de actividades elaborada por ella, analizar la desigualdad de números decimales por comparación de los materiales construidos. Los alumnos intervienen mucho dentro de cada grupo y también lo hacen en la resolución en el gran grupo de las actividades propuestas.

Se deduce de las observaciones anteriormente hechas que la profesora P9 puede ser catalogada como una profesora investigadora, que realiza un papel de orientadora en el aprendizaje de sus alumnos, en contraposición con el guión de la clase que presenta.

Además, se puede concluir que existe una alta concordancia entre lo que responde a la entrevista inicial y su actuación en la clase.

ADAPTACIÓN CURRICULAR	**Recursos:** **a) Textos** **b) Materiales: gráficos, manipulativos, escritos** **otros recursos**	 **No** **Sí, No, Sí** **-**
	Desarrollo de la unidad de aprendizaje **a) Qué enseña** **b) Organización de la tarea** **c) Papel en el desarrollo de la tarea**	 **. Conceptos, procedimientos** **. Investigativa** **. Orientador**
	GUIÓN DE LA CLASE	**O. conceptual**
	N. T.: Naturaleza de la Tarea. Usan **a) Libros de texto** **b) Materiales gráficos** **c) Materiales manipulativos**	 **. Sí** **. Sí** **. Sí**

Cognición didáctica

De las respuestas de la profesora P9 a la entrevista inicial, se puede inducir que para ella a sus alumnos les agradan las Matemáticas dado que observa que les gusta trabajar en la clase los nota contentos cuando lo hacen. Además piensa que también la Geometría les resulta un campo de interés. Para P4, los conceptos de Geometría que más les agradan a sus alumnos son los relativos a áreas de figuras planas y los que menos, los cálculos numéricos relacionados con las medidas de ángulos. Otros aspectos relacionados con la medida, en este caso las unidades de longitud resultan ser de difícil comprensión para sus alumnos.

La profesora P9, si atentemos a las respuestas dadas a la entrevista inicial, muestra una clara tendencia investigativa (2,21) dado que señala que habitualmente sus alumnos investigan sobre problemas geométricos utilizando objetos reales y los anima a encontrar sus propias soluciones a los problemas geométricos planteados, haciendo escribir a los alumnos resúmenes de sus descubrimientos cuando trabajan en grupo en cuestiones geométricas.

P9 muestra una baja tendencia tecnológica (1,5) y tradicional (1,7) ya que, en relación con la tendencia tecnológica, muy pocas veces propone a los alumnos ejercicios o problemas geométricos adecuados del texto y ayuda, a los que tienen dificultades y, en relación con la tendencia tradicional, casi nunca introduce el tema con ejemplos concretos presentados con dibujos o gráficos para después continuar con ejemplos y ejercicios adecuados. Y también muy pocas veces responde a las cuestiones geométricas buscando sus propios ejemplos en lugar de los de los alumnos.

Teniendo en cuenta su desarrollo profesional en el aula, podemos afirmar que su actuación es coherente con sus estados de opinión, pese a que en el guión presentado se muestra una organización conceptual del currículo.

COGNICIÓN DIDÁCTICA	**D. D.: Decisiones didácticas sobre la docencia** **a) Estilo Investigativo** **b) Estilo tradicional** **c) Estilo tecnológico** **d) Trabajo en grupo**	 **. Sí** **. No.** **. No** **. Casi siempre**
	J. P. A.: Juicio de los profesores sobre los alumnos **a) La Geometría agrada a los alumnos** **b) ¿Por qué?**	 **. Sí** **. Sin opinión**

	Adaptación curricular	**Desarrollo (videograciones)**	**. Conceptos, Procedimientos** **. Investigador** **. Orientador** **. O. conceptual** **Texto, gráficos, materiales**
		Guión	
		Naturaleza de la Tarea	

Interacciones

La profesora P9 realiza un trabajo en equipo, y logra una motivación importante de sus alumnos, lo que les hace participar activamente en la resolución de las tareas que propone y consecuentemente logra importantes interacciones con sus alumnos.

El vocabulario que utiliza resulta adecuado y trata de relacionar en su clase algunos aspectos de otras áreas. El uso de materiales manipulativos consigue que los alumnos interaccionen entre sí.

En las transcripciones hechas de las sesiones de clase podemos observar algunos de estos aspectos, entre otros, la dinámica de trabajo en el pequeño y gran grupo: (Véase Anexo II, profesora P9, 1ª sesión, secuencia 73-91, pp. 286-287).

73. P: A ver, a ver, que venga a la pizarra el grupo de Alba... A ver, ¿hasta qué numero podemos poner esa recta para representar esos números que están ahí.
74. A: Hasta 3.
75. P: ¿Hasta 3 nada más?
76. A: Hasta el 4.
77. P: ¿Por qué?
78. A: Porque esto son 3,2.
79. P: Hadaza ¿por qué? ¿Cuál es el número mayor que tienes ahí?
80. A: Son tres partes enteras y dos décimas.
81. P: Venga, dividan ahí eso. Venga entre todos, venga Rubén. Un pelín menos porque si no les queda muy grande, les queda mal dividido. Rueda un pelín el uno... ¡No! he dicho un pelín Hadaza... Estamos haciéndolo sin medirlo, sin regla... Tienen la regla ahí por si lo quieren medir... Vale, bien, y ahora a su vez, ¿qué tendrán qué hacer? Cada unidad, ¿qué tendrán qué hacer con cada unidad?
82. A: Dividirla en cinco partes.
83. P: ¿Eh? ¿Cinco?
84. A: No, en diez.
85. P: Cada uno encárguese de una. Venga, Rubén, tú la siguiente... Rubén, esa... Venga, el resto lo vamos haciendo en la libreta, venga. A ver, ¿qué nos podemos encontrar nosotros en la vida diaria igual que eso que están haciendo ellos? ¿Qué tenemos encima de la mesa?, ¿eh? ¿Con qué nos encontramos nosotros que está así dividido igual que eso?
86. A: ¿Un termómetro?
87. P: Un termómetro, por ejemplo. ¿Qué más?
88. A: Un biberón.
89. P: Un biberón.
90. A: La regla.
91. P: La regla... Venga, representen esos números ahí... Pónganse de acuerdo. Venga Rubén,

sin miedo, venga ¿ya?

En la 2ª sesión, la profesora P9 (Véase Anexo II, profesora P9, 2ª sesión, secuencia 63-71, pp. 91-292), los alumnos trabajan con los materiales y la profesora dirige su trabajo.

63. P: Vale, ahora lo vamos a hacer cada uno en su sitio con su pareja. Hadaza y Alba ya lo tienen hecho. ¿Qué van a hacer? Lo van a escribir en la libreta, lo mismo que han hecho ahí lo vamos a escribir en la libreta. Venga, rápido.
64. A: Profe ¿se pega?
65. P: Todavía no lo pegamos. Como sólo tenemos dos palitos primero lo hacen una pareja y después la otra. Venga, ahora vamos a hacerlo con el de enfrente. Vamos a inventar otro número cada uno y hacemos lo mismo con el de enfrente. Venga. Oye, oye, oye. Miren, así no pueden trabajar... A ver, silencio... ¿Ya lo hicieron con el de enfrente?
66. A: Sí.
67. P: A ver, con el de enfrente tenemos que inventar otro número, otro número...
68. A: Ya está Seño...
69. P: Ya, después de hacerlo con el de enfrente pegamos las unidades.
70. A: Seño, con el primer número...
71. P: Sí, y con el segundo, venga... Miren, bajen, a ver, a ver, bajen el volumen, por favor. Ahora los que ya lo tengan pegado vamos a colocar esos números, los cuatro números que tenemos apuntados en la libreta, que hemos hecho con nuestros compañeros, los vamos a dibujar en la libreta sobre la recta numérica. La recta numérica saben que la tenemos que dividir en unidades y a su vez las unidades en décimas, venga. Con dibujar la recta numérica del 0 al 4 es suficiente, ¿sí o no?

Podemos sintetizar todos estos aspectos mediante el cuadro siguiente:

INTERACCIONES	**VIDEOGRABACIONES:** **Alumnos** **a) Agrupamientos** **b) Motivación** **c) Participación en la tarea**	 **. Grupo** **. Alta** **. Baja**
	Profesores **a) Vocabulario adecuado** **b). Respuesta del profesorado** **c) Distribución de los alumnos.**	 **. Sí** **. Individual** **mediante ejemplos, utilizando gráficos, utilizando materiales escritos** **Individual**

4.10.2 Conclusiones

Analizaremos ahora los distintos resultados obtenidos a partir de las diferentes categorías al objeto de relacionarlas con el perfil de profesor idóneo para desarrollar nuestra propuesta de enseñanza.

En este caso se tiene que, en relación a la cognición geométrica y en particular con la formación científica, esta profesora no responde al perfil deseado en cuanto a su formación científica y lo hacemos con las reservas señaladas anteriormente. Su concepción de la Geometría de poco trabajo informal y deductivo tampoco la hace acercarse al perfil propuesto.

La presentación de un guión de la clase, organizado conceptualmente, contrasta con su cognición didáctica analizada a partir de las videgograbaciones, dado que se muestra como orientadora del aprendizaje en lugar de transmisora de conocimientos, y se observan, dentro de su cognición didáctica, elementos suficientes para considerarla como una profesora con una concepción del aprendizaje en términos de investigación dirigida.

De las interacciones desarrolladas en el aula, se puede concluir la competencia y alta valoración que esa profesora da al trabajo de grupo.

4.11 El profesor P10

4.11.1 Competencias didácticas

Contexto

La profesora P10, realiza su labor profesional en un centro privado de una 30 unidades y situado en una zona urbana, en la que los padres poseen un nivel sociocultural medio.

Esta profesora impartió, durante el curso que realizamos este estudio inicial, en el 6º curso de Primaria y señala que de las cuatro horas semanales que dedica a las Matemáticas en su clase (120 horas al año), 32 son específicamente de Geometría.

La profesora P10, se coordina con el resto de los profesores del área y afirma que le gustan bastante las matemáticas. Considera también que las matemáticas resultan ser una materia muy importante dentro del currículo para la Educación Primaria para sus alumnos dado les ayuda a ser lógicos en sus razonamientos y les acerca de algún modo a los problemas de la vida.

La Geometría le agrada bastante puesto que como ella bien señala *el entorno esta rodeado de figuras geométricas que hay que conocer para poder resolver situaciones sencillas que se nos van a plantear.*

En resumen tenemos:

<table>
<tr><td rowspan="6">CONTEXTO</td><td>Centro</td><td>Privado</td></tr>
<tr><td>Situación</td><td>Suburbano</td></tr>
<tr><td>Nº de unidades</td><td>>24</td></tr>
<tr><td>Nº de alumnos</td><td>32</td></tr>
<tr><td>Niveles</td><td>6º Primaria</td></tr>
<tr><td>D. I.: Diferencias Individuales:
a) Años de experiencia docente
b) Coordinación con otros profesores
c) Importancia de la Geometría
d) ¿Por qué?</td><td>
.+ de 10 años
. Sí
. Muy Importante
. Permite resolver situaciones del entorno</td></tr>
</table>

Cognición geométrica

El análisis de la entrevista inicial cumplimentada por la profesora P10, nos permite extraer con relación a su cognición geométrica, que para ella la Geometría no debe ser la parte más importante del currículo de Matemáticas de la Educación Obligatoria ni tampoco las actividades de Geometría deben tener más importancia que los cálculos aritméticos. Sin embargo, sí está de acuerdo con que el nivel alcanzado por los alumnos en Geometría indica su comprensión de las Matemáticas.

P10 no está de acuerdo con la importancia que debe tener una simbología y terminología precisas en las actividades geométricas y en la necesidad de abarcar una gran cantidad de contenidos.

Pero opina con un grado alto de conformidad que las actividades geométricas deben:

- Estar basadas en mucho trabajo informal y el estudio de cuestiones abiertas.
- Partir del espacio tridimensional y fomentar el desarrollo de la intuición espacial.
- Considerar el dibujo y el uso de modelos manipulativos como elementos básicos.

La profesora P9 se encuentra en el nivel 2 de razonamiento geométrico, si tenemos en cuenta el test de Usiskin (4 respuestas correctas en los niveles 1 y 2). No podemos tomar, nuevamente, como referencia el test de Jaime puesto que apenas fue respondido por esta profesora P10.

Finalmente y como resumen de lo anterior, se tiene la síntesis siguiente.

<table>
<tr><td rowspan="7">COGNICIÓN GEOMÉTRICA</td><td></td><td></td><td>T. Usiskin</td><td>T. Jaime</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Nivel de Razonamiento</td><td>Nivel 1</td><td>4/5</td><td>C. 100</td></tr>
<tr><td>Nivel 2</td><td>4/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Nivel 3</td><td>2/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Nivel 4</td><td>1/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Nivel 5</td><td>1/5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>J.P.C.: Juicio de los profesores sobre el contenido Geométrico
<u>1.- Desarrollo</u>
a) Mucho trabajo informal
b) Fomentando el desarrollo espacial
c) Con mucho trabajo deductivo
d) Muchas actividades y cuestiones abiertas
e) Muchas actividades manipulativas
<u>2.- Papel dentro de la Matemática</u>
f) La parte más importante de la Matemática
g) Indica el nivel de comprensión matemática</td><td colspan="3">. Sí
. Sí
. Sí
. Sí
. Sí
. No
. Sí</td></tr>
</table>

Adaptación curricular

El primer aspecto que analizamos, al igual que en los casos anteriores, es el correspondiente a la entrevista inicial. La profesora P10 manifiesta que en ocasiones usa tanto el libro de texto que tienen sus estudiantes como otro libros de texto de apoyo en la elaboración de actividades para que utilicen sus alumnos, de los cuales algunos son textos producidos localmente.

Señala que utilizan frecuentemente en sus clases materiales manipulativos, tanto comercializados como de su propia elaboración. No obstante, muy pocas veces utiliza fichas no elaboradas por ella y materiales gráficos que se encuentran en el mercado.

La profesora P10 presenta, al igual que otros profesores, un guión de la clase que no se corresponde con lo tratado en las sesiones videograbadas, y que forma parte del proyecto curricular del centro al que pertenece. Se observa en él una organización conceptual de los contenidos, basándose principalmente en los aspectos instructivos de las Matemáticas.

Las sesiones videograbadas que analizamos se realizaron los días 12/05/1997 y 19/05/1997 y el tema genérico es el de ángulos y longitud de la circunferencia.

La primera sesión se desarrolla tomando como elemento básico de trabajo las fotocopias de un libro de texto que entrega la profesora. Se trata en esta sesión de hacer un repaso de lo visto anteriormente.

El proceso seguido está centrado en preguntas de la profesora y respuestas de los alumnos y comienza la sesión solicitando la definición de ángulo, para, poco a poco, ir resolviendo las distintas tareas en la pizarra, algunas resueltas por la profesora y otras por los alumnos. Principalmente es la profesora P10 quien termina de responder a todas las preguntas.

En la segunda sesión, se realiza primeramente una actividad en la que se pretende encontrar el valor constante de p rellenando una tabla conocida la longitud de la circunferencia y su diámetro. Piden a los alumnos que utilicen la calculadora para hacer las divisiones, y va rellenando en la pizarra la tabla.

En el resto de la clase, se resuelven individualmente las demás actividades propuestas dedicadas al cálculo de longitudes de circunferencias, conocidos sus diámetros.

La profesora P10 interviene bastante y va resolviendo las actividades con ayuda de los alumnos.

De nuestras observaciones en las sesiones de clase podemos concluir que esta profesora P10 realiza un trabajo tradicional y rutinario con sus alumnos y se muestra como una profesora que transmite el conocimiento y no insiste para que sus alumnos construyan por sí mismos el conocimiento matemático.

En síntesis, se tendrá:

ADAPTACIÓN CURRICULAR	**Recursos:** **a) Textos** **b) Materiales: gráficos, manipulativos, escritos** **otros recursos**	 **. No** **. Sí, No, Sí** **-**
	Desarrollo de la unidad de aprendizaje **a) Qué enseña** **b) Organización de la tarea** **c) Papel en el desarrollo de la tarea**	 **. Conceptos, procedimientos** **. Rutinario** **. Transmisor**
	GUIÓN DE LA CLASE	**O. conceptual**
	N. T.: Naturaleza de la Tarea. Usan **a) Libros de texto** **b) Materiales gráficos** **c) Materiales manipulativos**	 **. Sí** **. No** **. Sí**

Cognición didáctica

La profesora P10 considera que las Matemáticas agradan a sus alumnos, puesto que *aprenden un poco jugando*, en particular piensa que también la Geometría es una parte en la que los alumnos se sienten cómodos debido a que, es mucho más manipulativo que el resto de los bloques.

Los conceptos de Geometría que la profesora P10 considera que agradan más a sus alumnos son todos los relacionados con circunferencia, círculo y cuerpos geométricos y los que les resultan más difíciles son las posiciones con respecto a las circunferencia, tanto de rectas como de otras circunferencias.

Analizando las respuestas de P10 a la entrevista inicial, no se puede decir que muestre una tendencia didáctica definida puesto que según la valoración realizada, muestra un coeficiente comprendido entre dos y tres para cada tendencia.

De esta manera podemos considerarla una profesora con una tendencia tradicional (2) dado que indica que, frecuentemente, da a sus alumnos las propiedades que tienen que utilizar así como diferentes ejemplos del mismo tipo cada vez que trabaja un nuevo concepto geométrico y cuando ellos descubren propiedades incorrectas, les ayuda, dándole la solución correcta. Muestra también una tendencia investigativa (2,14) pues según ella, anima a sus alumnos a encontrar sus propias soluciones a los problemas geométricos planteados y hace escribir a los alumnos resúmenes de sus descubrimientos cuando trabajan en grupo en cuestiones geométricas.

La tendencia tecnológica (2,3) la manifiesta cuando afirma que habitualmente pide a los alumnos que lean los problemas resueltos que le parecen más adecuados, para que encuentren las características y propiedades más relevantes de los conceptos o figuras estudiadas para resolver. Si las propiedades que creen haber descubierto son incorrectas, les explica cómo corregirlas y les propone problemas del mismo tipo.

Vemos como sus estados de opinión no sirven para determinar exactamente su tendencia didáctica y, si tenemos en cuenta la adaptación curricular discutida en el apartado anterior, sí nos permite caracterizar a esta profesora con una tendencia didáctica principalmente tradicional.

<table>
<tr><td rowspan="5">COGNICIÓN DIDÁCTICA</td><td colspan="2">D. D.: Decisiones didácticas sobre la docencia
a) Estilo Investigativo
b) Estilo tradicional
c) Estilo tecnológico
d) Trabajo en grupo</td><td>

. Sí
. No.
. No
. A veces</td></tr>
<tr><td colspan="2">J. P. A.: Juicio de los profesores sobre los alumnos
a) La Geometría agrada a los alumnos
b) ¿Por qué?</td><td>

. Sí
. Es manipulativa</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Adaptación curricular</td><td>Desarrollo (vídeograciones)</td><td rowspan="3">. Conceptos, Procedimientos
. Rutinario
. Transmisor
. O. conceptual

Texto, gráficos, materiales</td></tr>
<tr><td>Guión</td></tr>
<tr><td>Naturaleza de la Tarea</td></tr>
</table>

Interacciones

En relación con las interacciones que se desarrollan en la clase, se puede concluir que las intervenciones de P10 son demasiado largas y descriptivas, sin facilitar a los alumnos que participen de la tarea excepto con monosílabos y respuestas directas. Las síntesis son realizadas por P10, lo que nos indica un nivel bajo de interacción alumno-profesor.

El vocabulario utilizado es adecuado, pero se observa una implicación baja de los alumnos en el trabajo del aula.

Las siguientes transcripciones de la segunda sesión pueden servir como muestra.

(Véase Anexo II, profesora P10, 2ª sesión, secuencia 70-73, pp. 309-310).

70. P: Atiendan todos un momentito después hacen la otra ustedes. ¿Qué nos dio, esto es, si multipliqué por el diámetro que me ha dado? El número bastante aproximado ¿vale? O sea, que cuando hacemos la longitud de la circunferencia las medidas, ¿ven que nunca son exactas, exactas, exactas, exactas? Pero todas estas aproximaciones que nosotros estamos haciendo son bastante válidas ¿vale? Yo puedo dar por bien un niño que me ponga este resultado 44.9 o que me ponga 45. Lo puedo dar por bien, o que me ponga un poquito menos 44.8 o 45.1, lo puedo dar por bien, ¿entendido? Porque es muy difícil medir una línea curva, muy difícil. Bueno, entonces ¿qué puedo yo sacar de ahí? Si ellos cuando me multiplican por el diámetro me da esto, yo de ahí puedo sacar una conclusión: que la longitud de una

circunferencia es el resultado de multiplicar π por el diámetro. ¿Qué han estado ellos haciendo? Multiplicando esto por esto y me daba esto (3.14 x 14.3 = 44.9 o 45). Entonces si yo necesito hallar la longitud de una circunferencia me basta multiplicar π por el diámetro, según lo que acaban ellos de hacer y da ese resultado, multiplicaban π por el diámetro y les daba la longitud. ¿O no les daba?

71. A: Sí.

72. P: Entonces la longitud de la circunferencia basta con multiplicar π por el diámetro. Imagínense. Lucas, que no está atendiendo. Imagínense un problema de estos, me dice: calcula, yo puedo calcular la longitud de esta circunferencia, de un anillo... Pero si a mí me dicen mide el tronco del Baobab, ¿dónde voy a medir si aquí no hay? O si me mandan a medir un estanque, ¿dónde voy? Tengo que salir al campo a medirlo. A mí me ponen este problema, por ejemplo, uno que tienen ustedes ahí, que dice: calcula la longitud de una circunferencia de 50 metros de diámetro, y ¿yo puedo hacer ahora aquí una circunferencia de 50 metros de diámetro y medirla? No puedo. Entonces yo tengo que tener una estrategia para poder calcular el resultado, ¿vale? Entonces, imagínense, me dicen: halla la longitud de una circunferencia que tiene de diámetro 2 metros.

73. A: 2 x 3.14

(Véase anexo II, profesora P10, 2ª sesión, secuencia 116-130, p. 311)

116. P: Fíjate tú cómo las haces, el decimal es 5, 5 y 5 = 110 y 1 y 1 = 2. Una moda nueva ahora. Bueno, yo hoy les voy a marcar todo lo que está relacionado ahí de actividades con lo que acabo de explicar que es del 1 al 6 página 133, ejercicios 1 al 6. Pero, miren cuando yo digo, se los voy a explicar un poquito porque es una cosa nueva para ustedes y no lo van a entender del todo. El primero ya está explicado con lo que hemos hecho en la pizarra; el segundo dice una rueda de bicicleta tiene 30 centímetros de radio. Miren, aquí yo no les voy a poner esos números porque sé que hay aquí unos cuantos que se nos copian. Una rueda tiene 20 centímetros de radio. ¿Qué distancia recorre la bicicleta en dar una vuelta completa? Cuando la bicicleta da una vuelta completa, ¿qué es una vuelta completa?

117. A: Una vuelta completa

$L = \pi \times D$; $L = 3.14 \times 40 = 125.6$ cm

118. P: ¿Y qué es?

119. A: Una longitud.

120. P: Una longitud de la circunferencia, una circunferencia completa, una longitud, entonces dice: ¿Qué distancia recorre la bicicleta al dar una vuelta completa? ¿Cómo hallaría yo una vuelta completa?

121. A: Con eso.

122. P: Con eso $L = \pi \times D$ $L = 3.14 \times 40 = 125.6$; Pues ya está, ¿verdad? Hacemos la operación... Y luego dice el apartado B, léanlo todos conmigo, el B.

123. A: ¿Cuántas vueltas tiene que dar la rueda para recorrer 10 kilómetros? Utiliza la calculadora.

124. P: Pueden utilizar la calculadora. Como no la tienen, pues usamos el lápiz y la hoja. Miren esto, cuando haga el resultado vamos a suponer que me da esto bien, ¿en qué medida me da esto?

125. A: En centímetros.

126. P: En centímetros, ¿yo puedo hacer alguna operación en kilómetros y centímetros a la vez?

127. A: No.

128. P: ¿Qué tengo qué hacer?

129. A: Pasarlo.

130. P: ¿Qué hago para pasar de kilómetros? Acuérdense de la escalera: kilómetros, hectómetros, decámetros, metros, decímetros, centímetros, milímetros.

Como se puede observar estas transcripciones manifiestan las apreciaciones hechas anteriormente que en síntesis las podemos exponer en el cuadro siguiente:

INTERACCIONES	**VIDEOGRABACIONES:** **Alumnos** **a) Agrupamientos** **b) Motivación** **c) Participación en la tarea**	 **Grupo** **Alta** **Baja**

	Profesores **a) Vocabulario adecuado** **b) Respuesta del profesorado** **c) Distribución de los alumnos**	 **. Sí** **. Individual mediante ejemplos, utilizando gráficos, utilizando materiales escritos** **. Individual**

4.11.2 Conclusiones

Si tenemos en cuenta los resultados del test de Usiskin, vemos como P10 posee una formación científica que no se adecua para desarrollar una propuesta basada en los Van Hiele, aunque su concepción de una Geometría con muchas actividades y cuestiones abiertas manipulativas y deductivas, la hagan en ese aspecto más cercana al perfil idóneo.

No obstante, del análisis desarrollado, la tendencia tradicional que muestra y la organización conceptual del contenido, tanto del guión de la clase que presenta, como de su desarrollo de las sesiones videograbadas hacen que la profesora P10 posea una cognición didáctica que difiere de la deseada por nuestro perfil de profesor.

Además, se observa que no respeta la heterogeneidad de la clase y no desarrolla ni valora suficientemente el trabajo en grupo, lo que hace a la profesora P10 una profesora bastante alejada del perfil idóneo para desarrollar nuestra propuesta de enseñanza.

4.12 El profesor P11

4.12.1 Competencias Didácticas

Contexto

La profesora P11 desarrolla su labor docente en un colegio público con unas 22 unidades en una zona rural, en el que el nivel sociocultural de los padres es bajo. Lleva impartiendo clases en este colegio mas de 10 años.

Imparte sus clases en un primer curso de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) y en un 8º de E G B. Es una profesora que se coordina con los otros profesores del área de Matemáticas. La profesora P11 destina a la clase de Matemáticas 4 horas entre teoría y práctica semanales de clase. 8 semanas las dedica a Geometría del total de 30 semanas del curso.

Esta profesora tiene un interés especial por las Matemáticas y destaca la importancia de las mismas para sus alumnos por su alto valor en desarrollar hábitos de razonamiento. Es, en definitiva, un área del currículo, la Matemática importante en esta etapa educativa.

En relación con la Geometría tiene una actitud análoga, le agrada mucho y la considera para sus alumnos como una parte de las Matemáticas muy importante porque pueden aplicarla en la vida cotidiana.

En el siguiente cuadro se recoge una síntesis de los aspectos relacionados con el contexto en el que la profesora P11 desarrolla su actividad.

CONTEXTO	**Centro**	**Público**
	Situación	**Rural**
	Nº de uni dades	**17-24**
	Nº de alumnos	**20**
	Niveles	**1º ESO**
	D. I.: Diferencias Individuales: **a) Años de experiencia docente** **b) Coordinación con otros profesores** **c) Importancia de la Geometría** **d) ¿Por qué?**	 **. + de 10 años** **. Sí** **. Muy Importante** **. Aplicaciones a la vida**

Cognición geométrica

En el sentido que hemos considerado para describir los aspectos que hemos denominado cognición geométrica, encontramos que la profesora P11 no considera a la Geometría como la parte más importante de las Matemáticas en la Enseñanza Obligatoria, sin embargo está de acuerdo cuando se le pregunta, si el nivel alcanzado por los alumnos en ella es un indicador de la comprensión de las Matemáticas. Muestra su desacuerdo a darle mayor importancia a las actividades de Geometría que a los cálculos aritméticos y en su opinión las actividades de Geometría deberían tener la misma importancia que los cálculos aritméticos.

No tiene una opinión definida cuando se le pregunta si las actividades de Geometría deben abarcar una gran variedad de contenidos, sin embargo sí se muestra disconforme cuando se le pregunta si las actividades de Geometría deben estar basadas en mucho trabajo informal.

El perfil de sus concepciones de la Geometría queda delimitada por su posición acerca de los aspectos más relevantes de las actividades de Geometría en la clase de Matemáticas. En síntesis éstas deben:

- Estar basadas en cuestiones abiertas que permitan al alumno investigar.
- Fomentar el desarrollo de la intuición espacial.
- Estar relacionadas con otras áreas.
- Estar basadas en mucho trabajo deductivo.
- Estar basadas en el dibujo como el elemento básico en las actividades geométricas.
- Estar basadas en el uso de modelos manipulativos.
- Estar basadas en una terminología y símbolos precisos.

Sin embargo, no está de acuerdo con que las actividades de Geometría deben partir del desarrollo tridimensional.

Esta profesora presenta una concepción de la Geometría especialmente deductiva: deducción, terminología precisa, apoyo en el dibujo. No obstante en algunos momentos resalta aspectos como: cuestiones abiertas para investigar, que entran en contradicción con el posicionamiento anterior, desechando claramente el trabajo informal y el espacio tridimensional como punto de partida en el trabajo de Geometría.

En relación con el test de Usiskin, la profesora P11 obtiene en el primer nivel tres preguntas acertadas de cinco, en el segundo nivel cuatro preguntas acertadas de cinco, en el tercer nivel dos preguntas acertadas de cinco, en el cuarto nivel una pregunta acertada de cinco y en el quinto nivel también una pregunta acertada de cinco. Según estos resultados, el citado test describe una profesora que se encuentra en el nivel 2 de razonamiento geométrico.

Respecto al test de Jaime, la profesora P11 presenta en el primer nivel un grado de adquisición alto con un porcentaje del 75%. En el segundo presenta un grado de adquisición alto (78%). En el tercer nivel presenta un nivel de razonamiento intermedio dado por una adquisición intermedia con un porcentaje de 47,5%. En el cuarto nivel presenta un grado de adquisición nulo.

Encontramos en definitiva en P11 una profesora que presenta un nivel de razonamiento geométrico que podemos situar entre los niveles 2 y 3, con un grado de adquisición medio del nivel 3.

El cuadro que se presenta a continuación describe de manera resumida los resultados a los que nos hemos referido para establecer la cognición geométrica de la profesora P11.

COGNICIÓN GEOMÉTRICA			**T. Usiskin**	**T. Jaime**
	Nivel de Razonamiento	**Nivel 1**	**3/5**	**A. 75**
		Nivel 2	**4/5**	**A. 78**
		Nivel 3	**2/5**	**I. 47'5**
		Nivel 4	**1/5**	**N**
		Nivel 5	**1/5**	**-**

	J. P. C.: Juicio de los profesores sobre el contenido Geométrico	
	<u>1.- Desarrollo</u>	
	a) Mucho trabajo informal	**. No**
	b) Fomentando el desarrollo espacial	**. Sí**
	c) Con mucho trabajo deductivo	**. Sí**
	d) Muchas actividades y cuestiones abiertas	**. Sí**
	e) Muchas actividades manipulativas	**. Sí**
	<u>2.- Papel dentro de la Matemática</u>	**. No**
	f) La parte más importante de la Matemática	**. Sí**
	g) Indica el nivel de comprensión matemática	

Adaptación curricular

Como hemos indicado, los principales instrumentos que nos permiten analizar la adaptación que la profesora P11 hace del currículo son los guiones de la clase, las videograbaciones, así como las respuestas a la entrevista inicial sobre la Naturaleza de la Tarea.

Sus respuestas con relación a la Naturaleza de la Tarea ponen de manifiesto que la profesora P11 utiliza los libros de texto como soporte para el desarrollo del currículo, en el caso de 8º de EGB la editorial elegida es Santillana y para el primer curso de la ESO el texto elegido es de Anaya.

Indica que con frecuencia utiliza el libro de texto de los estudiantes, y a veces extrae actividades de otros textos publicados, también recurre a materiales manipulativos comercializados y a textos producidos localmente en el propio seminario del Centro, en ocasiones aporta a clase material gráfico elaborado personalmente y material manipulativo también elaborado personalmente, igualmente en ocasiones manifiesta el uso de fichas individualizadas producidas localmente y fichas individualizadas elaboradas personalmente. Raramente usa materiales gráficos comercializados.

La profesora P11 trata la división exacta y entera en la primera sesión (26/05/97) y las áreas de rectángulos y triángulos en la segunda sesión (26/05/97).

La profesora P11 asume el diseño que se presenta en el texto de Anaya (Colera, Gaztelu, De Guzmán y García, 1996) del primer curso de Matemáticas de la ESO. En dicho texto, se organiza la información del objeto matemático a tratar mediante el apoyo de una situación concreta, para luego proponer diferentes ejercicios tipo, que resuelven para aclarar dudas, y, a continuación, una colección de ejercicios para consolidar las cuestiones tratadas; esto lo podemos comprobar en el ejemplo que adjuntamos del texto en el que se explican las medidas del área y perímetro de rectángulos.

En cuanto al desarrollo de la 1ª Sesión, a la profesora le interesa explicitar primero el algoritmo clásico de la división para identificar sus elementos: dividendo (D), divisor (d), cociente (c) y resto (r), y posteriormente las propiedades fundamentales de la misma

Considerando a un alumno individualmente, y, a partir de un ejemplo, la profesora escenifica primero la división exacta para luego, con otro alumno, escenificar los elementos del algoritmo de la división, para pasar a considerar la propiedad fundamental de la división. A continuación lleva a cabo el mismo procedimiento con el resto de las propiedades:

Primera propiedad	D = c . d
Segunda propiedad	Si el dividendo y el divisor lo multiplicamos por un mismo número el cociente no varía.
Tercera propiedad	D = d . c + r
Cuarta propiedad	Si dividimos el dividendo y el divisor por un mismo número el cociente no varía

A la vez que repasa las propiedades pide la los niños que nombren los elementos de cada una de ellas.

Al final hace un repaso general de las propiedades y de los elementos de la división, haciéndolo con ejemplos ya dados .

Durante el desarrollo de esta primera sesión, va dirigiendo a los niños con preguntas para que razonen a la vez que hacen los ejercicios.

Finalmente, pide al grupo que compruebe todas las propiedades.

El desarrollo de la segunda sesión es similar. Nuevamente, a partir de un alumno, hace un recordatorio de lo que es un rectángulo y lo que es un triángulo para, a continuación, y, de una forma socrática, establecer la fórmula del área del rectángulo y el triángulo. Utiliza algunos ejemplos, (en todos los casos, objetos tridimensionales) sin pedirle, explícitamente, a los alumnos que distingan los aspectos bidimensionales de las superficies en el espacio.

Se puede afirmar, dentro de las limitaciones propias del estudio que han sido señaladas en varias ocasiones, que esta profesora actúa de una forma individualizada, desarrollando tareas bastante rutinarias y poco innovadoras, lo que contrasta fuertemente con los planteamientos que se sugieren de sus respuestas en la entrevista inicial.

En el cuadro siguiente se resumen los términos de nuestra discusión

ADAPTACIÓN CURRICULAR	**Recursos:** **a) Textos** **b) Materiales: gráficos, manipulativos, escritos** **otros recursos**	**. No** **. Sí, Sí, No** **-**
	Desarrollo de la unidad de aprendizaje **a) Qué enseña** **b) Organización de la tarea** **c) Papel en el desarrollo de la tarea**	 **. Conceptos, Procedimientos** **. Rutinario** **. Transmisor**
	GUIÓN DE LA CLASE	**O. conceptual**
	N. T.: Naturaleza de la Tarea. Usan **a) Libros de texto** **b) Materiales gráficos** **c) Materiales manipulativos**	 **. Sí** **. No** **. Sí**

Cognición didáctica

A partir de los distintos descriptores que hemos definido para establecer la cognición didáctica, se observa que la profesora P11 considera que la Geometría para sus alumnos es una parte de las Matemáticas que a ellos les agrada e indica que uno de los conceptos de Geometría que más les gusta es el de área y no señala conceptos que desagraden especialmente a sus alumnos.

Para ella deducir las formulas de las áreas de los cuerpos geométricos es una de las situaciones de Geometría que mas dificultades ocasiona a sus alumnos. Los conceptos de Geometría que menos dificultades ocasionan a sus alumnos están relacionados con la descripción de los distintos elementos de las figuras geométricas.

En concreto la profesora piensa que las Matemáticas para sus alumnos es una materia del currículo que generalmente les agrada pero no especifica razones que avalen esta afirmación.

Las respuestas dadas a los ítems de la entrevista inicial, muestran a la profesora P11, como la más cercana a la tendencia investigativa (2,86). Indica que casi siempre, sus alumnos trabajan en pequeños grupos en los que investigan problemas geométricos con materiales concretos para, a continuación, poner en común lo descubierto y escribir el resumen de lo encontrado. Además señala que frecuentemente los alumnos utilizan objetos reales en el aprendizaje de los conceptos geométricos y anima a sus alumnos a encontrar sus propias soluciones a los problemas geométricos planteados. Casi siempre hace escribir a los alumnos resúmenes de sus descubrimientos cuando trabajan en grupo en cuestiones geométricas.

Se define como una profesora alejada de la tendencia tradicional (1,5), dado que indica que casi nunca responde a cuestiones geométricas en sus clases usando sus propios ejemplos en lugar de los del alumno o los del libro; da a los alumnos las propiedades que tienen que utilizar así como diferentes ejemplos del mismo tipo cada vez que se trabaja un nuevo concepto geométrico, ayuda a los alumnos cuando descubren propiedades incorrectas y les ayuda dándoles la solución correcta.

Asimismo, tampoco se considera con tendencia tecnológica (1,7), en el sentido de que casi nunca pide a los alumnos que lean los problemas resueltos que le parecen más adecuados, para que encuentren las características y propiedades más relevantes de los conceptos o figuras estudiadas para resolver. Si las propiedades que creen haber descubierto son incorrecta, les explica cómo se hace y les propongo problemas del mismo tipo. Indica también que casi nunca sus alumnos trabajan sobre ejercicios o problemas geométricos del texto en pequeños grupos, mientras ayuda a los que tienen dificultades.

Si se comparan los resultados obtenidos al analizar los dos primeros aspectos (D. D. y J. P. A) con la adaptación curricular que realiza la profesora P11 para las sesiones de clase videograbadas, podemos concluir que no existe concordancia entre el estilo investigativo que manifiesta en la entrevista inicial con la tendencia tradicional que muestra en su práctica docente, dado que ésta la realiza basándose practicamente en un desarrollo rutinario de la tarea y una organización conceptual del contenido.

<table>
<tr><td rowspan="5">COGNICIÓN DIDÁCTICA</td><td colspan="2">D. D.: Decisiones didácticas sobre la docencia
a) Estilo Investigativo
b) Estilo tradicional
c) Estilo tecnológico
d) Trabajo en grupo</td><td>. Sí
. No.
. no
. Casi nunca</td></tr>
<tr><td colspan="2">J. P. A.: Juicio de los profesores sobre los alumnos
a) La Geometría agrada a los alumnos
b) ¿Por qué?</td><td>. Sí
. Sin opinión</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Adaptación curricular</td><td>Desarrollo (videograbaciones)</td><td rowspan="2">.Conceptos, Procedimientos
. Rutinario
. Trasmisor
. O. conceptual</td></tr>
<tr><td>Guión</td></tr>
<tr><td>Naturaleza de la Tarea</td><td>. Textos, materiales, gráficos</td></tr>
</table>

Interacciones

Analizando principalmente las videograbaciones, observamos como la profesora P11 hace una organización individual de la clase, consiguiendo una motivación de los alumnos que puede considerarse media. Presenta una metodología de trabajo que podemos catalogarla de dinámica, pero centrada en la individualidad del alumno, estableciéndose una colaboración implícita entre la profesora y sus alumnos.

El vocabulario que utiliza es un vocabulario adaptado a los alumnos. A la hora de desarrollar la clase no utiliza libros, aunque en la segunda sesión sí que lo hace. En ambas sesiones no utiliza materiales escritos, materiales manipulativos ni materiales audiovisuales.

Enseña principalmente conocimientos y procedimientos, organizando la tarea de una forma rutinaria, lo que obliga a los alumnos a mostrar una gran dependencia del profesor para conseguir el aprendizaje.

Podemos observar cómo la profesora desarrolla la estrategia de conducir al alumno a la respuesta deseada mediante el esquema didáctico de pregunta – respuesta. Su idea central es poner de manifiesto el algoritmo y sus propiedades, incluso cuando el alumno da una respuesta de cálculo mental, la profesora conduce de nuevo al algoritmo. Por ejemplo:

(Véase Anexo II, profesora P11, 1ª sesión, secuencia 27-37, p. 319).

27. P: [....] Bibiana, propiedad fundamental de esta división.
28. A: Dividendo es igual al divisor por el cociente.
29. P: Dividendo = divisor x cociente. Debajo de cada uno vete poniéndole su valor; ¿quién es el dividendo?
30. A: 125.
31. P: Después...
32. A: = 25 x 5, ¿es cierto que 25 x 5 era 125? Mira a ver, ¿ 5 x 5?
33. A: 25.
34. P: ¿5 x 2?
35. A: 10.
36. P: ¿Y 2?
37. A: 12.

Su orientación no cambia cuando trata las áreas de las figuras planas y los perímetros. Ahora bien, en esta segunda sesión, quizás debido a que hablaba de Geometría, utiliza como material principalmente gráficas (dibujos), aunque trata de dirigir la discusión evocando la observación de materiales del entorno del alumno, por ejemplo:

(Véase Anexo II, profesora P11, 2ª sesión, secuencia 35-62, pp. 324-325).

35. P: Todo lo de dentro. Bien, siéntate Laura. A ver, Marco Antonio. Para calcular, por ejemplo, el área de una hoja de éstas, porque esto es un rectángulo ¿no?
36. A: Son cuadritos.
37. P: ¿Esto es un rectángulo?
38. A: Sí.
39. P: Para tú calcular el área ¿tienes qué contar todos los cuadritos?
40. A: ¡Qué va!
41. P: ¿Qué tendrías qué hacer? Deja ver.
42. A: Dividir.
43. P: ¿Dividirlo?
44. A: Multiplicarlo.
45. P: A ver.
46. A: Calcular el alto y el ancho.
47. P: ¿Qué cuentas? ¿Los cuadritos? ¿Qué cuadritos?
48. A: No, los cuadritos no.
49. P: ¿Aquí? Aquí, y después los de aquí ¿también los tienes que contar?
50. A: Que va, que va, que va.
51. P: ¿Por qué?
52. A: Porque son lo mismo.
53. P: ¿Y después?
54. A: El alto, de arriba abajo.
55. P: ¿De éste? ¿Y qué haces luego? Cuando sepas los cuadritos que hay de aquí a aquí y los cuadritos que hay de aquí a aquí, ¿qué haces con eso?
56. A: El lado por el ancho.
57. P: Muy bien, el lado por el ancho. O sea, que si yo aquí hiciera con la regla todos los cuadros perfectamente iguales, ¿no? Supongamos que sean iguales porque están fatales pero bueno. ¿Cuántos tiene de largo?

58. A: Cinco.
59. P: Cinco, ¿y de ancho?
60. A: Tres.
61. P: ¿Cuánto es 5 x 3?
62. A: 15.

En alguna ocasión lo hace de una manera poco afortunada desde el punto de vista matemático. Esto es: se refiere a objetos tridimensionales para analizar situaciones bidimensionales (Véase Anexo II, profesora P11, 2ª sesión, secuencia 77-106, pp. 325-326).

77. P: Dime tú ahora Jonathan, ¿cuándo utilizas tú esta fórmula en la vida real? ¿Cuándo?
78. A: Cuando.... con los huevos de un cartón.
79. P: Los huevos de un cartón; ¿qué haces con los huevos de un cartón? ¿Cuánto suele traer un cartón de huevos?
80. A: 30 huevos.
81. P: 30, pero déjenlo a él.
82. A: No importa.
83. P: ¿Cuánto tiene de largo?
84. A: 6.
85. P: ¿Y de ancho?
86. A: 6.
87. P: ¿6 x 6?
88. A: 5,5,5 huevos.
89. P: Pero déjenlo a él...
90. A: 5.
91. P: 5. Y ¿cuánto es 6 x 5?
92. A: 30.
93. P: 30... Dime tú otro Alberto, ya que quieres hablar... ¿Cuándo más lo utilizas?
94. A: Una caja de leche.
95. P: Una caja de leche. ¿Cuánto suele traer el pack de leche de largo?
96. A: 6.
97. P: 6; ¿Y de ancho?
98. A: 3,2.
99. P: 2 , ¿no? 6 x 2...
100. A: 12.
101. P: Y el pack; ¿esos que vienen en plástico?
102. A: 2, a veces son 3, en la leche Asturiana vienen 3.
103. P: 3 ¿Y de largo?
104. A: 4.
105. P: Entonces 4 x 3 = 12. Trae 12 paquetes ¿no? Entonces para averiguar el área de cualquier rectángulo, ¿qué se hace?
106. A: Se multiplica la base por la altura.

El siguiente cuadro resume las consideraciones generales que acabamos de hacer:

INTERACCIONES	**VIDEOGRABACIONES:** **Alumnos** **a) Agrupamientos** **b) Motivación** **c) Participación en la tarea**	 **. Individual** **. Alta** **. Media**

	Profesores **a) Vocabulario adecuado** **b) Respuesta del profesorado *** **c) Distribución de los alumnos.**	 **. Sí** **. Individual mediante ejemplos, utilizando gráficos, utilizando materiales** **. Individual**

4.12.2 Conclusiones

En términos de competencias didácticas, se puede concluir que la profesora P11 posee una cognición geométrica en la cual su concepción de la Geometría es especialmente deductiva, desechando en ocasiones el trabajo informal. Su nivel de razonamiento geométrico no queda perfectamente determinado, pero podemos establecerlo entre los niveles 2 y 3 de Van Hiele.

La adaptación realizada del currículo es fundamentalmente conceptual, dado que los contenidos que desarrolla en la dos sesiones, la división entera y el área de rectángulos, aparecen fundamentalmente organizados desde el punto de vista de los conceptos matemáticos al igual que lo hace el libro de texto utilizado como guión, aunque realmente la profesora no lo desarrollase exactamente como en él.

En relación con su cognición didáctica, podemos señalar que la profesora P11 muestra en su actuación una tendencia didáctica diferente que las que declara en sus intenciones iniciales, es decir, mientras que durante su actividad de enseñanza se manifiesta como una profesora de tendencia tradicional, sus estados de opinión iniciales la caracterizan como una profesora de tendencia investigativa en lugar de tecnológica y tradicional.

De las interacciones con sus alumnos puede deducirse que respeta la heterogeneidad de sus alumnos en términos de una participación bastante alta por su parte, consiguiendo que sus alumnos se involucren medianamente en su aprendizaje. Homogeniza sus respuestas en el trabajo de enseñanza-aprendizaje con sus alumnos, sin hacer un tratamiento individualizado en la resolución de la tarea que desarrolla en las sesiones de clase observadas.

No se observa tampoco una organización investigativa de las actividades que propone y resuelve, con sus alumnos durante el desarrollo de las clases.

4.13 Análisis global y conclusiones

En este apartado, a modo de resumen, haremos un estudio global de las distintas categorías de análisis que hemos utilizado a lo largo de los diferentes apartados que han sido descritos para cada uno de los profesores participantes en nuestro Programa de Formación, tratando con ello de caracterizar en términos de competencias didácticas, a los profesores P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10 y P11, para poder establecer de este modo la adecuación de cada uno de los profesores -en los términos señalados en el capítulo I-, al perfil idóneo de profesor preparado para desarrollar, con éxito, una propuesta de enseñanza-aprendizaje basada en la Teoría de Van Hiele.

En relación con la cognición geométrica, como era de prever, existen dificultades reales a la hora de cumplimentar por parte de los profesores participantes un test como el de Jaime (1993). Resultó ser una tarea larga, bastante compleja y costosa de resolver. No ocurrió así con el test de Usiskin (1982) pese al gran abanico de limitaciones que tiene la interpretación cognitiva que poseen esta clase de instrumentos. En nuestro caso, varios profesores no intentaron resolver las tareas correspondientes al nivel 4 de pensamiento geométrico en el test de Jaime, e incluso cuatro de los once profesores (P3, P4, P9 y P10) no respondieron a las tareas correspondientes a los niveles 2 y 3.

Otra consideración que debemos hacer es que si se toma como única referencia el test de Usiskin, se observa que el profesor P3 se encuentra en el nivel 1 de pensamiento geométrico, lo que no podemos considerarlo como un dato fiable. En relación con los restantes profesores, se puede observar que únicamente dos de ellos (P1 y P5) se encuentran en el nivel 4 de pensamiento geométrico y ambos tests lo confirman. Los profesores P2, P6 y P11 se encuentran entre los niveles dos y tres y los restantes (P4, P7, P8, P9 y P10) se encuentran en un nivel dos de pensamiento geométrico.

Como conclusiones de los profesores en relación con los tests (Véase Anexo II, pp. 57 y 63) de razonamiento geométrico se hicieron una serie de sugerencias:

- Nunca separar las respuestas de las preguntas del test en distintas páginas, como por ejemplo las preguntas 9, 12 y 17, o incluso como en la pregunta 20, donde la mitad de la pregunta está en una hoja y la otra mitad está en otra hoja.

- No existen respuestas lógicas en algunas preguntas.

- Refiriéndose a las preguntas números 18 y 19, parece que se está dando una teoría de lo que es una Geometría.

- En la pregunta 24 dice vamos a definir la palabra rectángulo, y sin embargo en las respuestas aparece solamente rectángulo.

- Las respuestas de lógica y las de distintas Geometrías no las aplicarían a los alumnos.

- En algunas preguntas del Test (14, 18, 19) el apartado E) indica "ninguna de las respuestas A)–D) es correcta", sería mejor poner "ninguna de las respuestas desde la A) hasta la D) es correcta".

- La pregunta número 9 es confusa.

- Al Test de Usiskin habría que quitarle preguntas si se quiere aplicar en Primaria, e incluso en Secundaria, pues el nivel de los alumnos, en

general, es bajo; ello es debido, creemos, a que los alumnos no tienen comprensión lectora.

Las sugerencias y observaciones hechas en la segunda reunión y las críticas al Test de Jaime fueron:

- En las primeras hojas se reiteran las preguntas.

- Cuando un alumno no responde puede ser por tres razones: O bien no sabe contestar, o bien no le da importancia, o bien se cansa de escribir; luego en este test uno no sabe exactamente qué es lo que le ha llevado al alumno a responder de una determinada forma.

- Parece que las preguntas están puestas en el siguiente orden: Primero se les pide que demuestren algo llanamente, en segundo lugar se les dan unas pautas y por último se les pide que lo demuestren.

- En las preguntas números 1 y 2 no caben dentro las letras que se piden, por lo que habría que hacer las figuras más grandes.

- En la figura número 7 de la pregunta número 1 hay que medir los lados, pues a simple vista no se sabe la solución.

- La figura de la pregunta número 10 se cambiaría por otra; no saben si se quiere conseguir algo especial con ella.

- La pregunta número 11 debería ser una sola pregunta, pues hay varias preguntas que son más o menos las mismas.

- La demostración de que la suma de los ángulos de un triángulo vale 180º no creemos que la hagan ni los alumnos del 3º ciclo de Primaria, ni los alumnos del primer ciclo de Secundaria.

En términos del primer descriptor del perfil del profesor idóneo para desarrollar en el aula una propuesta de enseñanza basada en la Teoría de Van Hiele, vemos que únicamente los profesores P1 y P5, podrían ser considerados como adecuados para desarrollar un currículo desde tal perspectiva.

No obstante, en relación con el segundo descriptor para la cognición geométrica, la mayoría de los profesores (P1, P2, P3, P6, P8, P10 y P11) poseen una concepción de la Geometría como una materia en la que resulta fundamental destacar el papel de la deducción, y, que debe estar basada en mucho trabajo informal y manipulativo.

Con respecto a la categoría cognición didáctica, se puede decir que el profesorado mantiene en general cierta rigidez y excesivo control de la dinámica de la clase, adoptando, no obstante, posturas muy flexibles en la comunicación del contenido que desarrolla con sus alumnos, vocabulario adecuado y respuestas que resultan acertadas y correctas a las dudas y preguntas planteadas por sus alumnos.

Se observa que la mayoría del grupo de profesores participantes, desarrolla su docencia con una clara tendencia a la homogenización de las respuestas más que al tratamiento individualizado (P9, P10 y P11), con una amplia tendencia a responder en grupo (P1, P2, P3 y P4) y en algunas ocasiones a mantener un equilibrio de las respuestas individualizadas y en grupo (P5, P6, P7 y P8).

Por otra parte, y atendiendo a las respuestas suministradas por los profesores en la entrevista inicial se observó que los profesores manifiestan que en el desarrollo de su docencia se mueven entre los diferentes estilos de enseñanza, en el caso de los profesores P1, P3, P4, P8, P9 y P11 predomina el estilo investigativo frente al tradicional y tecnológico.

Los profesores P2 y P10 no muestran una tendencia didáctica clara, sino que se mueven entre las tres tendencias, aunque en ambos casos se observa una tendencia altamente investigativa. El profesor P5 manifiesta una tendencia didáctica altamente tradicional. Finalmente, el profesor P6 se mueve entre las tendencias tradicional e investigativa y el P7 entre las tendencias tradicional y tecnológica.

El análisis de las dos sesiones de clase videograbadas mediante las transcripciones correspondientes, nos permite observar que de los 11 profesores, solamente 7 confirman sus tendencias didácticas predominantes manifestadas en la entrevista. De este modo, los profesores P1, P2, P3, P4, P8 y P9 desarrollan sus clases mostrando claramente la tendencia investigativa señalada en la entrevista inicial, al igual que el profesor P5 que se manifiesta en sus clases como un profesor de tendencia tradicional, tal y como señala en la entrevista inicial. Sin embargo, los profesores, P6, P7, P10 y P11, que en la entrevista inicial muestran una tendencia investigativa, pueden ser catalogados durante las sesiones de clase desarrolladas, como profesores de tendencia tecnológica o tradicional, según el caso.

En definitiva, se observa una organización de las tareas de tipo investigativo para los profesores P1, P2, P3, P4, P8 y P9, jugando el papel de orientadores en el desarrollo de las mismas. Los restantes profesores desarrollan tareas de carácter rutinario, jugando el papel de transmisores del conocimiento.

En relación con la categoría de análisis adaptación curricular, existen pocos profesores que hacen la organización de las tareas desde una perspectiva curricular (P1, P2, P4 y P8), siendo la organización propuesta por los restantes profesores de tipo conceptual. Curiosamente existen algunas aparentes contradicciones en la profesora P9. La profesora P9 hace un desarrollo de sus clases desde una perspectiva investigativa y se muestra como orientadora de sus alumnos, pese a que manifiesta una organización curricular en su guión de clase, lo que podría estar ocasionado por el planteamiento prescriptivo del centro; el profesor P2, partiendo de una organización curricular de las tareas, desarrolla una docencia de carácter rutinario, creemos que debido principalmente a una escasa definición de una tendencia didáctica clara (se mueve entre las tendencias tradicional, tecnológica e investigativa).

Del análisis de las sesiones videograbadas y en relación con la categoría interacciones, se observa como los agrupamientos para la realización de las tareas confirman una predisposición y valoración clara de trabajo en grupo para los profesores P3, P4, P8 y P9. Los restantes profesores no han mostrado que el trabajo efectivamente fue un trabajo de grupo (P1, P2, P5, P6, P7, P10, P11), lo que no ratifica el estado de opinión expresado por algunos profesores en la entrevista inicial (P5, P6 y P7 manifiestan que casi siempre realizan el trabajo en grupo).

En relación al contexto, se puede observar que prácticamente todos los profesores participantes desarrollan su actividad en un contexto institucional adecuado.

En la Tabla 4.1 se recogen los resultados que acabamos de comentar. Las dos primeras columnas establecen las relaciones entre las categorías de análisis descritas con los diferentes descriptores de lo que ha sido considerado como perfil del profesor idóneo (capítulo III, apartado 3.10). Las siguientes columnas, una por profesor, se presentan en términos de adecuación al descriptor (SÍ) o falta de adecuación (NO).

Conviene hacer ahora algunas precisiones:

- Los profesores en los que aparece asterisco (*) son aquellos para los que hemos considerado la evaluación de su nivel de razonamiento solamente utilizando el test de Usiskin.

- En la fila correspondiente al descriptor 2 del Perfil, se ha escrito: Tendencia manifestada en la entrevista inicial-Tendencia observada en las videograbaciones

COMPETENCIAS DIDÁCTICAS	PERFIL DEL PROFESOR	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
Cognición geométrica	1. Formación científica (Nivel de razonamiento geométrico)	SÍ 4	NO (2-3)	NO 1(*)	NO 2(*)	SÍ 4	NO (2-3)	NO 2	NO 2	NO 2(*)	NO 2(*)	NO 2-3
	Concepciones sobre la Geometría (deductiva, manipulativa, trabajo informal)	SÍ	SÍ	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	SÍ
Cognición Didáctica	3. Respeto a la heterogeneidad	NO	NO	NO	NO	SÍ NO	SÍ NO	SÍ -NO	SÍ- SÍ	SÍ	SÍ	SÍ
	2. Concepción del aprendizaje en términos de investigación dirigida	SÍ-SI	SÍ- SÍ	SÍ- SÍ	SÍ-SI	NO-NO	SÍ -NO	SI-NO	SÍ-SI	SÍ SÍ	SÍ -NO	SÍ-NO
Adaptación curricular	4. Organización de la Geometría desde una perspectiva curricular	SÍ	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	NO	SÍ	NO	NO	NO
Interacciones	5. Valoración y ejercitación del trabajo en grupo	NO	NO	SÍ	SÍ	NO	NO	NO	SÍ	SÍ	NO	NO
Contexto	Importancia de las Matemáticas, adecuación institucional	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SI	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ

Tabla 4.1

- Para los profesores P5, P6, P7 y P8, el descriptor 3, quiere decir que manifiesta unas veces atención a la heterogeneidad y otras veces, no.

Del análisis realizado y basándonos en las categorías establecidas podemos señalar que del grupo de profesores participantes, los profesores P1 y P8 podrían considerarse como profesores tales que sus competencias didácticas se presentan adecuadas para desarrollar un currículo desde la perspectiva de Van Hiele. En líneas generales se tiene que para el profesor P1, su fuerte cognición geométrica y su cognición del aprendizaje en términos de investigación dirigida, así como su carácter de orientador del aprendizaje, son los elementos básicos de su adecuación al perfil. Habría que fomentar en él el trabajo en grupo y el respeto a la heterogeneidad de la clase.

El profesor P8 muestra unas competencias didácticas bastante acordes con el perfil deseado, pero fundamentalmente basadas en su fuerte cognición didáctica y en las interacciones desarrolladas con sus alumnos. Ahora bien, las características institucionales, determinadas por el nivel educativo donde desarrolló su actividad (4º de Primaria) creemos que es un factor determinante para poder caracterizar algunas de sus competencias didácticas. Un nivel académico de los alumnos más bajo puede influir en las interacciones y en algunos aspectos dela cognición didáctica. Por otra parte, su cognición geométrica es dos niveles menos que los establecidos por nuestro perfil.

Los profesores P5 y P7 son los profesores que más se alejan del perfil establecido, sin embargo existe una diferencia fundamental entre ambos. Mientras que el profesor P5 se caracteriza por poseer una cognición geométrica en términos de formación científica perfectamente adecuada (nivel de pensamiento geométrico), la profesora P7 presenta una cognición geométrica baja, así como una cognición didáctica también alejada del perfil, al igual que ocurre con las demás categorías de análisis.

De alguna forma se puede conjeturar que no necesariamente un profesor con una buena formación matemática debe ser considerado previamente como profesor válido para desarrollar la propuesta didáctica objeto de nuestro Programa de Formación.

Los profesores P6, P10 y P11 tampoco se adecuan al perfil deseado, su cognición geométrica los describe con una formación científica situada por debajo de las expectativas, siempre que su labor profesional se desarrolle en el primer curso de la ESO. No existen diferencias significativas entre los tres profesores. Los profesores P6, P10 y P11 no tienen una predisposición mayoritaria a responder al gran grupo, sino que tratan de establecer un cierto equilibrio entre las respuestas al grupo e individualmente. Sería necesario para conseguir la adecuación de estos profesores al perfil descrito, fomentar su valoración y ejercitación del trabajo en grupo, además de conseguir que no fuesen profesores rutinarios y exclusivamente transmisores del conocimiento.

Los restantes profesores (P2, P3, P4 y P9) muestran unas competencias didácticas que tampoco se adecuan al perfil idóneo, pero quizás están más cercanos a dicho perfil que la de los profesores (P5, P6, P7, P10, P11) dado que su cognición didáctica, con una concepción investigativa de la enseñanza y el aprendizaje (que describe a los cuatro profesores con una alta tendencia orientadora del conocimiento geométrico), se podría pensar que ayudaría a compensar su deficiencia en relación con la cognición geométrica, hecho éste que puede resultar esencial en la investigación posterior.

La observación de los resultados nos lleva a concluir, que la epistemología, que ha sido establecida en términos de competencias didácticas, se muestra como un elemento que puede ofrecer grandes dificultades a la hora de implementar un currículo de Geometría, elaborado partiendo de los elementos que describe la Teoría de Van Hiele, debido principalmente a los diferentes desequilibrios, tal como acabamos de describir, que se dan en relación con las cinco categorías que describen al profesor idóneo para desarrollar esta propuesta de enseñanza.

Como consecuencia de esto, para afrontar con ciertas garantías una innovación curricular de este tipo es necesario desarrollar un Programa de Formación que contemple una integración, justificación y orientación desde la práctica misma, para que pueda tener alguna referencia en la epistemología del profesorado.

CAPÍTULO V: ESTUDIO DE ÁNGULOS, MEDIDA DE ÁNGULOS Y GIROS

5.1 Introducción

En este Capítulo se muestran seis estudios relativos a las tres unidades de aprendizaje: dos de ellos Ángulos, que corresponden a los profesores codificados como P5 y P6; dos de Medidas de Ángulos, que corresponden a los profesores P3 y P11; y dos de Giros que corresponden a los profesores P1 y P2.

Presentamos y discutimos los datos aportados por los profesores P1, P2, P3, P5, P6 y P11, respectivamente, desde el 15 de septiembre de 1997 hasta el 17 de diciembre de 1998, que corresponde concretamente con el inicio del Curso Guía hasta la entrevista final II en la que se cierra la recogida de información en este trabajo. Los datos extraídos con anterioridad a esta fecha han sido comentados y analizados en los capítulos anteriores, segundo y cuarto de esta Memoria.

Al igual que en el capítulo IV, el estudio se realizará organizado en relación con las cinco situaciones esenciales del profesor que hemos caracterizado como: Contexto, Cognición geométrica, Adaptación Curricular, Cognición didáctica e Interacciones, de cuyo análisis y discusión derivan los conocimientos necesarios para caracterizar la epistemología de los profesores P1, P2, P3, P5, P6 y P11 y el papel que juega su epistemología en la toma de decisiones para implantar un currículo innovador en Geometría en términos de Van Hiele, como hemos descrito en el Capítulo II.

A efectos de presentación se realizará de manera análoga al Capítulo IV, reflejando las cinco situaciones esenciales anteriores y terminamos con un apartado relativo a conclusiones.

Las razones para la elección de estos seis profesores son varias, de una parte se trata de no extender en exceso este informe de investigación, y, de otra, elegir seis profesores de los once que participan, representativos, en ciertos aspectos. En este último sentido son elegidos dos por cada una de las unidades de aprendizaje, que en el caso de Giros son los profesores P1 y P2, sin opción a discriminar; en el caso de Medida de Ángulos teníamos la opción de elegir entre P3, P9 y P11. Aunque el criterio inicial fue mantener todas las aplicaciones de los diseños en 1º y 2º de ESO, tenemos que hacer la excepción con P3, descartamos P9 por presentar un nivel de razonamiento intermedio entre P3 y P11, al considerar el equipo de investigación como representativo, tomar en consideración dos profesores con niveles de pensamiento geométrico alto y bajo, respectivamente, en esta situación. Dos de ellos, P3 y P9, pensaban desarrollar las unidades de aprendizaje en 5º de Primaria y P11 en 2º de ESO. Teníamos que decidir entre P3 y P9. Las competencias didácticas iniciales de P3 nos llevaron a considerarlo más adecuado.

En el caso de la unidad de aprendizaje Ángulos se toma en consideración los profesores P4, P5, P6, P7, P8 y P10; se descartan P4, P7, P8 y P10, porque decidieron trabajar las unidades de aprendizaje en Primaria.

Los seis profesores considerados muestran competencias didácticas diversas, tal y como se muestra en el análisis que se realiza en el capítulo IV. Por ejemplo, en relación con los niveles de pensamiento de Van Hiele, el profesor P1 tiene un nivel 4 y los profesores P1 y P3 tienen un nivel 2 y 1, respectivamente; sin embargo, los tres profesores tienen una concepción de la Geometría y una concepción didáctica cercana al perfil del profesor idóneo. P5 se manifiesta con un alto nivel de pensamiento geométrico (4), sin embargo, en la práctica es un profesor de tendencia tradicional que se apoya en un currículo organizado conceptualmente. P6 muestra un nivel de pensamiento geométrico (entre 2 y 3) junto con una tendencia tradicional que se aleja del perfil idóneo. Por último, P11 mantiene un nivel de pensamiento geométrico entre 2 y 3 y una organización didáctica que está en manifiesta contradicción entre lo que dice y lo que hace.

En resumen las razones seguidas para la elección de los seis profesores son de contenido: Ángulos, Medida de ángulos y Giros, de etapa educativa, primer ciclo de ESO, con la excepción de P3, niveles de pensamiento geométrico por parte de los profesores participantes y de competencias didácticas.

El estudio tomará en consideración como punto de partida, el diagnóstico inicial que se describe en el capítulo anterior, y los datos que aportan diferentes instrumentos como: diario elaborado por la investigadora y por el profesorado participante, producciones durante el Curso Guía, puestas en común durante y después del Curso Guía, entrevistas finales I y II y grabaciones en vídeo de las sesiones de clase después del Curso Guía.

5.2. Estudio sobre ángulos. Profesores P5 y P6

5.2.1. Profesor P5

En el presente apartado, presentamos y discutimos los datos relativos al profesor P5, obtenidos a través de los correspondientes instrumentos de medida y, como ya hemos indicado, durante el período comprendido desde el 15 de septiembre de 1997 hasta el 17 de diciembre de 1998.

Como hemos indicado igualmente el estudio de este profesor participante y de todos los demás en la experiencia didáctica se realiza atendiendo a las cinco situaciones esenciales que enmarcan sus conocimientos y prácticas docentes: contexto, cognición geométrica, adaptación curricular, cognición didáctica e interacciones, de cuyo análisis y discusión derivan los conocimientos necesarios para caracterizar la epistemología de este docente, así como el papel que juega su epistemología en la toma de decisiones para implantar un currículo innovador en Geometría en términos de Van Hiele. Se finalizará el estudio de cada profesor con una síntesis de los aspectos más relevantes que se explicitarán en un apartado que denominamos conclusiones.

Contexto

El profesor P5 tiene una experiencia docente de más de 10 años en colegios públicos y en 1º de ESO. Le gusta la Geometría, pero sin llegar a entusiasmarle demasiado y considera las Matemáticas como una materia importante del currículo.

Decide trabajar con sus alumnos en 1º de ESO con las unidades de aprendizaje Ángulos en los niveles 2 y 3.

Cognición Geométrica

El profesor P5 tiene una concepción del trabajo en Geometría que se puede concretar en:

- estar basado en cuestiones abiertas que permitan al alumno investigar;
- fomentar el desarrollo de la intuición espacial;
- permitir el desarrollo tridimensional;
- estar relacionado con otras áreas;
- estar basado en el uso de modelos manipulativos;
- estar basado en mucho trabajo deductivo.

El profesor P5 muestra un nivel de pensamiento geométrico muy alto (4º nivel) del análisis de los tests de Usiskin y Jaime.

Se trata de un profesor que asiste y participa activamente en las diferentes sesiones diseñadas en el Curso Guía y completa, en su mayor parte, las diferentes actividades propuestos en los cuadernillos diseñados para este curso.

Elige, como hemos indicado, el diseño“Ángulos”. A esta unidad de aprendizaje nos vamos a referir en este apartado en relación con sus producciones. Como hemos descrito en el capítulo II, esta unidad consta de dos secuencias de aprendizaje, situadas en los niveles 2 y 3, respectivamente. En relación con el nivel 2, este profesor completó las 33 actividades así como las 39 referidas al nivel 3.

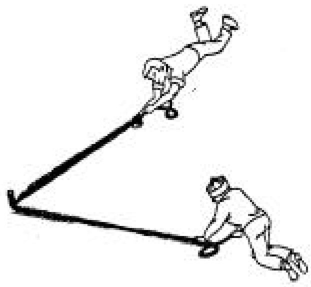
El profesor P5, que como hemos señalado tiene nivel alto en la cognición geométrica, pregunta y se cuestiona, con bastante frecuencia, diferentes aspectos relacionados con el contenido geométrico, explícito en las diferentes actividades del diseño. Incluye diferentes sugerencias en las observaciones de distintas actividades, como podemos observar desde la primera actividad del diseño de ángulos nivel 2. Por ejemplo, en este sentido se pregunta si siempre se tienen que formar dos ángulos cuando los niños traban la cuerda con el pivote.

ACTIVIDAD 1: NOCIÓN DE ÁNGULO (TIPO MANIPULATIVO)

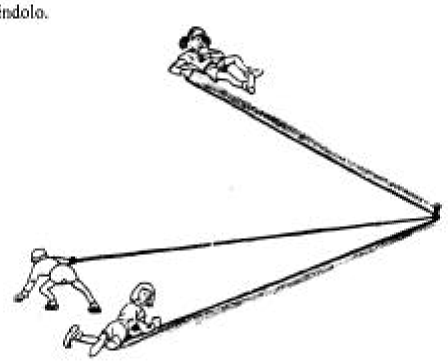
Objetivo: Repasar la noción intuitiva de ángulo utilizando cuerdas.

Materiales: Tres cuerdas y un pivote que puede ser la pata de una mesa.

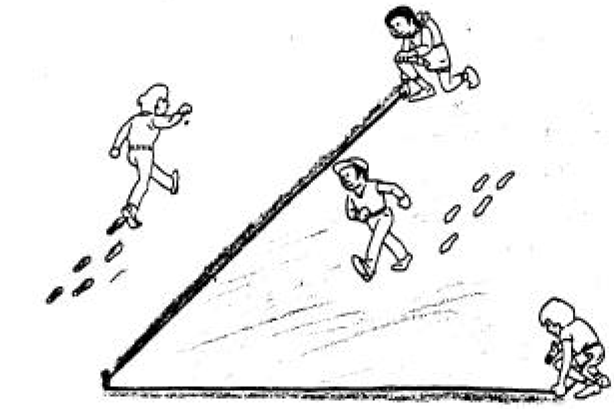
Cogemos dos cuerdas que parten del mismo punto, se construye un ángulo en el suelo de la clase o en el patio y hacemos ver a los alumnos cuál es la región interior del ángulo espolvoreando arena, yeso,...



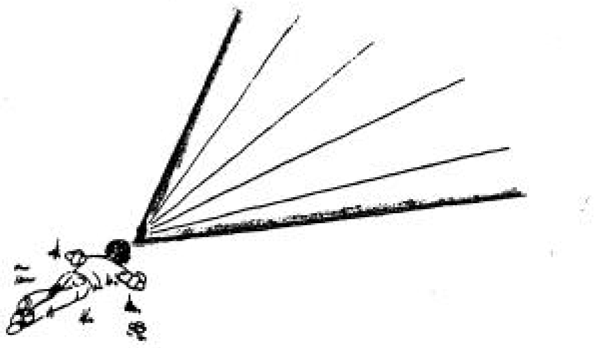
Además, si cogemos una tercera cuerda, podemos recorrer el ángulo, barriéndolo.



Nos colocamos dentro o fuera del ángulo, (dejando si es posible la huella del zapato) y caminamos por dentro y por fuera del ángulo.



Miramos el ángulo desde el vértice (tumbándonos en el suelo), e imaginamos que nuestro ojo, situado allí, en el punto de encuentro de las dos cuerdas, es como un foco del cual salen rayos de luz que recubren o barren el ángulo. Esto se puede facilitar si, al mismo tiempo, un segundo niño va barriendo el ángulo con una cuerda.



Colorea los lados y los vértices de los ángulos que aparecen ~~en los~~ vértices de las diferentes figuras.

Dudas: ¿No se forman, siempre, dos ángulos?

Observaciones:

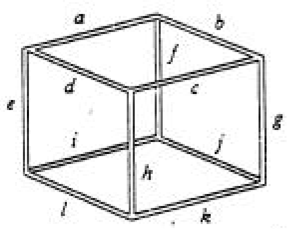
También el profesor P5 en el desarrollo del Curso Guía se cuestiona los conocimientos de los alumnos para resolver las actividades propuestas. Por ejemplo en la actividad 7 de esta misma unidad de aprendizaje se pregunta ¿poseen los alumnos suficientes nociones sobre percepción espacial para reconocer su representación en el plano?

ACTIVIDAD 7: RECTAS PARALELAS Y RECTAS PERPENDICULARES

Objetivo: Repasar los conceptos de paralelismo y de perpendicularidad.

Materiales: Regla.

De la siguiente figura:



Contestar de forma razonada las siguientes preguntas:

¿Qué aristas son paralelas a "a"? ¿Por qué?......c, k, l.......
..........la distancias punta a punta son iguales..

¿Qué aristas son paralelas a "b"? ¿Por qué?......d, h, j.........
...."..............

¿Qué aristas son paralelas a "f"? ¿Por qué?.....e, h, g........
...."..........

¿Qué aristas son perpendiculares a "a"? ¿Por qué?.......e, d,.....
.........f, b...

¿Qué aristas son perpendiculares a "b"? ¿Por qué?.....e, f, c, g

¿Qué aristas son perpendiculares a "f"? ¿Por qué?.............a, b........
.........k, j..

Dudas:..
....

Observaciones:...¿Poseen los alumnos suficientes nociones sobre percepción espacial para reconocer su representación en el plano?

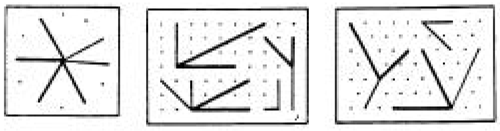
En este mismo sentido en la actividad 15 del mismo diseño ángulos nivel 2, el profesor observa que hay dos ángulos sueltos y deben estar unidos, pues se está hablando de ángulos consecutivos, es decir esos ángulos sobran y cree que puede llevar a confusiones a los alumnos.

ACTIVIDAD 15: CONSTRUIR ÁNGULOS CONSECUTIVOS CON EL GEOPLANO

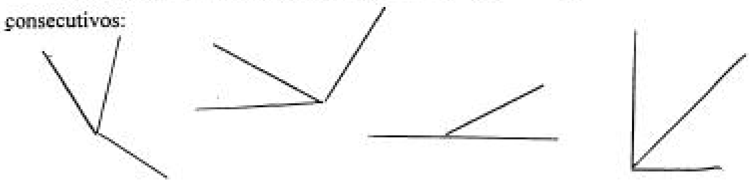
Objetivo: Introducir el ángulo consecutivo.

Materiales: Geoplano.

Vamos a construir ángulos consecutivos en el geoplano, como se observa en el siguiente dibujo:



Sigue este razonamiento y construye cuatro parejas de ángulos consecutivos:



¿Qué tienen de común dos ángulos consecutivos?..

Dudas:...¿Qué significan los ángulos sueltos que hay en los geoplanos 2 y 3?......

Observaciones:...

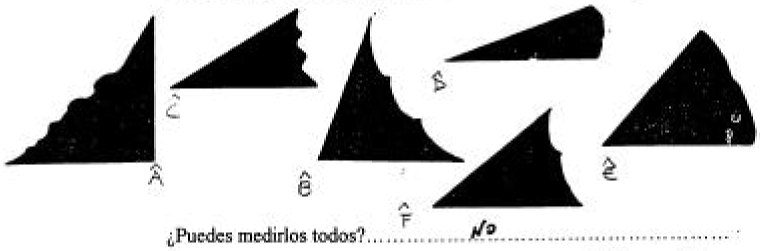
En el mismo sentido que la anterior, se cuestiona ahora en la actividad número 19 del diseño de instrucción Medida de Ángulos nivel 2, aspectos que tienen que ver con el contenido matemático y afirma medir es comparar, pero, ¿comparar es medir?

ACTIVIDAD 19: ÁNGULOS MENORES QUE EL RECTO COMO UNIDAD DE MEDIDA

Objetivo: Construir y utilizar unidades menores que un ángulo recto como unidades de medida estándares.

Materiales: Lápices de colores y papel vegetal.

Mide los ángulos de la figura tomando como unidad el ángulo recto:

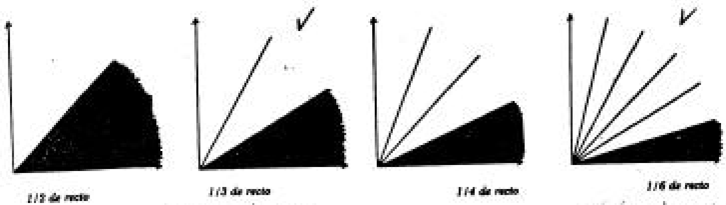


¿Puedes medirlos todos?............ No ....

Si quieres medirlos todos, ¿qué solución se te ocurre?.... doblar aún ....

.... más el $\frac{1}{4}$ de círculo ....

Te sugiero una: A través de la técnica del plegado, vamos a construir ángulos más pequeños que el recto: ½ de recto,1/4 de recto, 1/3 d recto y 1/6 de recto, como se indica en las figuras:



¿Cómo hacerlo con plegado?

¿Cómo hacerlo con plegado?

¿Puedes medirlos ahora en estas nuevas unidades?......................

¿?

....

....

Medir sí es comparar, pero...

Dudas:.... ¿Comparar es medir? ....

....

Observaciones:..

....

....

Este profesor pone de manifiesto en el desarrollo del Curso Guía su alta cognición geométrica que le lleva a cuestionarse los contenidos de algunas de las actividades, igualmente le lleva a pensar en las dificultades cognitivas de sus alumnos para trabajar determinados aspectos de los Ángulos. Esta situación la traslada a la implementación del diseño con sus alumnos. Por ejemplo, el profesor P5 tiene necesidad de explicar todos los conocimientos previos de ángulos para comenzar a desarrollar, en las siguientes sesiones, conocimientos nuevos relacionados con ángulos.

El profesor P5 tiene, igualmente, necesidad de plantear actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas, en particular en algunos aspectos concretos como por ejemplo en ángulos consecutivos. Entra en detalles como, por ejemplo, al no tener color la actividad señala: no permite descubrir el método para construir ángulos consecutivos mediante plegado y sombreado.

Para P5 las preguntas que hacen los alumnos son en, en su mayoría derivadas de la no comprensión de los enunciados de las actividades y estos mismos responden a las preguntas formuladas en el diseño, algunas veces, sin meditarlas adecuadamente y otras, muy pocas, con bastante originalidad.

Adaptación curricular

En relación con la adaptación curricular el profesor P5 considera que una organización de contenidos en términos de conceptos, procedimientos y actitudes facilita información suficiente para organizar la clase y propone una temporalización exhaustiva de manera que identifica la actividad con la sesión en la que se debe desarrollar.

El profesor no puede cambiar su forma de pensar y entiende de nuevo que hay que impartir los contenidos organizados desde una perspectiva lógica y en términos de conceptos y procedimientos, pero como en este caso no tenía posibilidad de seguir ningún libro de texto sino las unidades de aprendizaje del Diseño y utilizó las actividades que trabajó en el Curso Guía y las organizó en los siguientes términos:

ÁNGULOS Y CLASES DE ÁNGULOS

Conceptos

	ESO –A
Recta y semirrecta	V
Las rectas en el plano: paralelas y secantes	V
Rectas oblicuas y perpendiculares	V
Diferencia entre verticalidad y perpendicularidad	V
Elementos de un ángulo	V
Ángulo cóncavo y ángulo convexo	V
Ángulo completo, llano, recto y nulo	V
Ángulos agudos y obtusos	V
Ángulos complementarios y complemento de un ángulo	V
Ángulos suplementarios y suplemento de un ángulo	V
Ángulos consecutivos , adyacentes y opuestos por el vértice	13-3
Suma y resta gráfica de ángulos	V
Ángulos de lados paralelos y de lados perpendiculares	V
Ángulos determinados por una secante a paralelas	V

Procedimientos

Trazado de rectas paralelas y perpendiculares	V
Comparación de ángulos por superposición	V
Trazado de perpendiculares a una recta por un punto	V
Reconocimiento de diferentes tipos de ángulos	V
Uso de la regla, escuadra y compás en operaciones con ángulos	V
Uso del transportador	V

Estos conceptos y procedimientos los identificó en las fichas correspondientes del diseño.

Observamos cómo después del Curso Guía el profesor muestra su gran preocupación por organizar e impartir las clases, a partir de una organización de los contenidos explícitos en las unidades didácticas, en forma de conceptos y procedimientos.

Cognición didáctica

La organización de sus clases se rige por las mismas pautas que ya venía utilizando con anterioridad, salvo ligeras modificaciones que podemos concretar en:

- Inicia su actividad con un repaso exhaustivo de los conocimientos previos que ya tienen los alumnos relacionados con el tema que va a tratar, transmitiéndoles información, formulándoles una serie continuada de preguntas que han de responder y ayudándoles a razonar sobre las posibles respuestas.

- Dedica una parte de su clase a que sus alumnos realicen ejercicios sobre los conocimientos que se están trabajando por medio de diferentes materiales.

Observamos que para este profesor no supone un cambio significativo la organización de los contenidos en las modelizaciones de Van Hiele y transmite los conocimientos de la misma forma que antes del Curso Guía, pero, en esta ocasión, se incorporan nuevos recursos que antes no utilizaban los alumnos, tales como el geoplano, aunque también cuando surgen dudas por parte de los mismos, utiliza la estrategia pregunta-respuesta con el fin de que razonen sobre el problema en cuestión. Se observa también a través de las videograbaciones un intento para que los alumnos se expliquen las posibles dudas unos a otros.

Cuando analizamos su participación en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración, ésta fue de coordinación y moderador de la búsqueda de interpretaciones por parte de los alumnos más próximas al sentido común, como de descartar situaciones absurdas planteadas por los alumnos. Y confiesa aburrido por las fases del modelo, *la verdad sea dicha, no tengo muy claro, la discriminación entre estas fases*.

Sin embargo el profesor P5 cree que está desarrollando en su integridad el modelo de Van Hiele y opina que esta propuesta de enseñanza-aprendizaje motiva bastante a los alumnos. A la mayoría de los alumnos, dice, la propuesta le pareció divertida, entretenida, fácil y se lamenta de que no se disponga del tiempo necesario para que todo el proceso se hubiera llevado a cabo con todo detalle.

Interacciones

Observamos que la actividad docente de P5 muestra una interacción, basada fundamentalmente en la atención continua por parte de los alumnos hacia las explicaciones del profesor y está centrada en la estrategia pregunta-respuesta.

La interacción en su clase está al servicio de la propuesta metodológica que sigue centrada especialmente en la transmisión de conocimientos y en consecuencia la estrategia de intervención está basada en pregunta-respuesta.

En lo que concierne a la interacción después del Curso Guía, observamos que sigue en la misma línea inicial orientada especialmente a la transmisión de conocimientos, no obstante, este docente se ha adaptado a los cuadernillos que le ofrecimos en el Curso, con lo cual trata de no ser un mero agente transmisor, sino que el alumno tenga una participación activa, descubriendo por sí mismo las propiedades mediante la realización de actividades.

El modelo para él genera interacciones entre los alumnos y el profesor y entre los alumnos mismos, sobre todo en los momentos de explicitación en los que surgen diferentes perspectivas sobre una misma cuestión, lo que lleva a la discusión y confrontación de ideas. Es también necesario responder a algunas preguntas no previstas que surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje, ya que en algunos casos no hay interpretaciones muy ortodoxas sobre algunas de las cuestiones.

La intervención de los alumnos en las fases de puesta en común fue según él de mucha participación.

Tomemos un episodio del profesor P5 como muestra general de su comportamiento en la implementación del diseño de ángulos:

El profesor P5 realiza un repaso ángulos, comenzando en la actividad 1 (fase de información) con un recurso didáctico concreto que es el geoplano y en la actividad 2 (fase de información) con el papel punteado y lápices de colores, ambas del diseño de instrucción ángulos nivel 3.

El uso de estos recursos puede facilitar las indagaciones y las interacciones entre los alumnos y entre éstos y el profesor. Se establece un aparente diálogo entre el profesor y los alumnos en el que varios de ellos, participan como se puede observar en la transcripción que presentamos (véase Anexo II, profesor P5, 2ª· sesión, secuencia 3-62, pp. 193-194).

3. P: [....] Bueno, vamos a empezar.
El profesor a un alumno: ¿Coge tu geoplano?
4. A: No lo traje.
5. P: Y que construyas cuatro pares de rectas.
6. A: No lo tengo aquí.
7. P: Bien, después sigue.

Bueno, pues entonces, a ver atiendan un momento, vamos a recordar cosas... Primero, decíamos que una línea, en el que todos los puntos están en la misma dirección y que nunca termina, ni por un lado ni por el otro, eso dijimos que era ¿una...?

8. A: Recta.

9. P: Recta, bien, ¿y si yo trazo un punto en esa recta? Desde aquí hacia la derecha, hacia arriba y hacia la derecha...

10. A: Segmento
11. P: ¿Será una...?
12. A: Semirrecta.

13. P: Semirrecta. Y de aquí hacia abajo... Otra semirrecta ¿verdad? Se acuerdan de esto, bien. Luego hablábamos de que eran rectas paralelas y qué eran rectas secantes, ¿verdad?

14. A: Sí.

15. P: Bueno, esta recta, el borde de la pizarra, el borde de arriba y el borde de abajo de la pizarra, ¿cómo son?

16. A: Paralelas.

17. P: Paralelas. Ahora, el borde este de la pizarra con este borde, con este otro borde lateral de la pizarra ¿cómo son?

18. A: Secantes.
19. P: Secantes, se cortan ¿verdad? ¿dónde se cortan?
20. A: En el vértice.

21. P: Aquí, en el vértice, ahí, en ese punto, bien. Luego, se acuerdan que decíamos que perpendicular no es lo mismo que vertical, ¿no? ¿Qué es vertical? Si yo dejo caer la tiza, ¿cómo caerá la tiza?

22. A: Vertical.
23. P: Verticalmente ¿verdad?
24. A: Sí.

25. P: Pero perpendicular, por ejemplo, vamos a ver aquí en la escuadra perpendicular, este borde y este borde ¿son perpendiculares?

26. A: No.
27. P: ¿No son perpendiculares?
28. A: ¡Ah sí!
29. P: ¿Eh? este borde y este borde ¿son o no perpendiculares?
30. A: Sí.
31. P: Bien, éste ¿es vertical?
32. A: Sí.
33. P: ¿Éste es horizontal?
34. A: Sí.
35. P: Bien, ahora ¿éste es vertical?
36. A: No.
37. P: No, ¿éste es horizontal?

38. A: No.
39. P: No, ¿siguen siendo perpendiculares?
40. A: Sí.
41. P: Sí, pues una cosa es perpendicular ¿verdad? Cuando se habla de perpendicularidad se habla de que hay siempre dos...rectas, que se cortan y que forman, ¿qué ángulo? ¿qué ángulo formaban?
42. A: Recto.
43. P: Recto, bien. En cambio, vertical lo que quiere decir es que es una línea de arriba...
44. A: Abajo.
45. P: Abajo, igual que horizontal, es una línea...
46. A: De lado a lado.
47. P: De izquierda a derecha ¿no? Bueno, más cosas. Nieves ¿tú te acuerdas de lo que era una región angular?
48. A: No contesta, se ríe.
49. P: No te acuerdas. ¿Quién se acuerda de lo que era una región angular? A ver Samira...
50. A: El ángulo...el vértice.
51. P: ¿Tú tienes tu trabajo ahí?
52. A: ¿Eh?
53. A: Es una región angular (se lo dice un alumno a Samira)
54. A: Por ejemplo, si yo tengo una figura pues y trazamos unas líneas pues en las líneas lo que separa...
55. P: Si lo dibujamos, ¿no será fácil? Para explicarlo...
56. A: Sí.
57. P: A ver, por ejemplo, Madelaine...Dibuja tú ahí una región angular... aprieta fuerte porque si no, no se ve.
Señálame una región angular.
58. A: (señala una).
59. P: Esa, otra región angular.
60. A: (Señala otra región angular)
61. P: Otra.
62. A: (Señala otra).

Se trata de una secuencia que refleja el modo de comportamiento del profesor P5, que en lugar de dejar a sus alumnos según el proceso del modelo de aprendizaje, les lleva al terreno que le induce su cognición didáctica.

Conclusiones

El profesor P5 se caracteriza por ser un profesor con una alta formación geométrica (nivel 4) que se manifiesta desde esta perspectiva con unas competencias idóneas para desarrollar la propuesta de Geometría basada en el Modelo de Van Hiele. Sin embargo el análisis de la práctica a través de los guiones y de las videograbaciones de clase nos muestra un profesor que se aleja del citado perfil, lo que corrobora en sus manifestaciones en relación con la cognición didáctica. Se trata, en la práctica, de un profesor de marcada tendencia tradicional que centra el desarrollo de sus clases en transmitir el conocimiento geométrico.

Después de la implementación del Programa de Formación nos encontramos con un profesor que dice haber perdido un poco la perspectiva del trabajo y que encuentra múltiples dificultades a la propuesta desarrollada. El diseño le parece muy trabajado en las actividades, aunque encuentra una necesidad de mayor delimitación en las situaciones de aprendizaje. Yo, concretamente, señala, he perdido la perspectiva por el tiempo transcurrido en el desarrollo del proyecto, aunque se trata de una programación ideal creo que no es idónea.

Se trata de un profesor con un fuerte arraigo en la metodología que desarrolla, que entiende que el cómo no está lo suficientemente explícito en el modelo de Van Hiele y en consecuencia, va a depender del profesor que lo explique, y esto se pone de manifiesto en su actuación frente a la implementación del diseño; para él las situaciones de enseñanza-aprendizaje descritas en el diseño requieren de una mayor concreción.

Valora la experiencia globalmente como factible para el desarrollo de la Geometría siempre que se realice con un menor número de actividades y se estructure de forma diferente para los distintos cursos o niveles.

Para el profesor P5 se trata de un Curso Guía que presenta "una experiencia distinta" a las que él conoce y ha trabajado.

Nos encontramos que P5 es un profesor adecuado para desarrollar el modelo de Van Hiele en relación únicamente con el nivel de pensamiento geométrico. Sin embargo, su concepción de la Geometría, su cognición didáctica, la manera de entender el currículo, las formas de interaccionar en clase le alejan del perfil idóneo para desarrollar un experiencia de este tipo.

Seis meses después este profesor no se encuentra trabajando ningún aspecto relacionado con las modelizaciones de Van Hiele como era de esperar aunque las razones que argumenta son de naturaleza institucional, se encuentra desarrollando un programa de garantía social.

5.2.2. Profesor P6

Al igual que en el apartado anterior presentamos y discutimos todos los datos referidos al profesor P6 que también desarrolló las unidades de aprendizaje: Ángulos en los niveles 2 y 3.

Contexto

El profesor P6 tiene una amplia experiencia docente en la segunda etapa de EGB y en el primer ciclo de la actual ESO

Se trata de un profesor que le gusta el trabajo en equipo y se coordina con otros profesores del área de Matemáticas. Tiene una alta valoración de la Geometría a la que considera como una parte de las Matemáticas imprescindible para sus alumnos por las aplicaciones prácticas que éstos pueden llevar a cabo en cualquier trabajo o estudio que realicen.

Cognición Geométrica

El profesor P6 tiene una concepción del trabajo en Geometría en términos de Van Hiele. Las actividades de Geometría han de abarcar una gran variedad de contenidos, debiendo estar fundamentadas en mucho trabajo informal, han de estar basadas en el uso de modelos manipulativos y en cuestiones abiertas que permitan al alumno investigar, fomentar el desarrollo de la intuición espacial y estar relacionadas con otras áreas.

Los resultados de la aplicación de los dos tests, de Usiskin y de Jaime, administrados para determinar su nivel de razonamiento geométrico nos describe a un profesor que se encuentra entre los niveles 2 y 3 de pensamiento geométrico.

Al igual que la mayoría del profesorado participante en la experiencia didáctica, P6 asiste y participa activamente en las diferentes sesiones diseñadas en el Curso Guía y completa, en su mayor parte, los diferentes cuadernillos diseñados para este curso.

Elige P6 la unidad de aprendizaje "Ángulos", para trabajar con sus alumnos en 1º de ESO.

Comentaremos a continuación algunas cuestiones relacionadas con esta unidad durante la implementación del Curso Guía.

El profesor P6 completa sin dificultad aparente las actividades relativas a los diseños de Ángulos y Medida de Ángulos, no ocurriendo eso en el diseño de Giros que supone para este profesor cierto nivel de dificultad en el que deja de realizar algunas actividades.

Tanto en el diseño de Medida de Ángulos como en el de Ángulos no solamente realiza las actividades sino que está pensando en las mismas en términos de dificultades para sus alumnos, de esta manera aporta sugerencias para mejorar las actividades, por ejemplo en la actividad 30 del diseño de instrucción Ángulos nivel 2 propone completar con una frase que indique: "quien es el que tiene que girar, el minutero, el horario,..."

ACTIVIDAD 30: ÁNGULOS RECTOS

Objetivo: Observar los ángulos rectos en otros contextos geométricos.

Materiales: Folios.

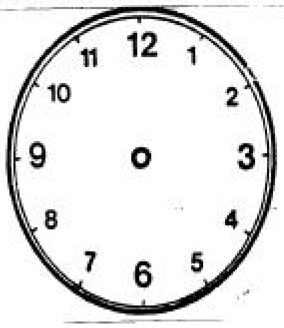
Escribe el número de ángulos rectos que hay que girar para:

1.- Ir de las 03 a las 09 horas..............................

2.- Ir de las 02 a las 08 horas..............................

3.- Ir de las 08 a las 11 horas..............................

4.- Ir de las 10 a las 07 horas..............................



Dudas:...

....

Observaciones:.....Quien es el que tiene que gi-
rar. El minutero, el horario.............

....

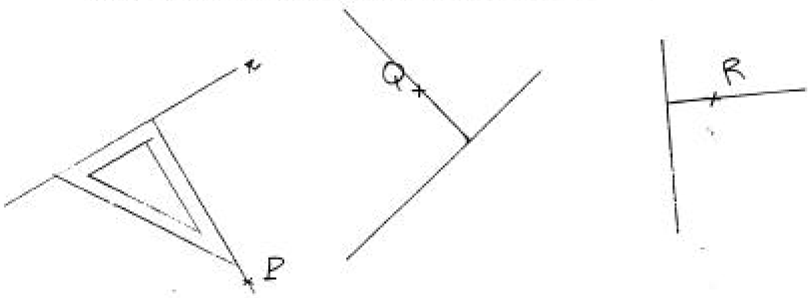
O en otro ejemplo, en la actividad número 3 del diseño de instrucción ángulos nivel 3, se le presenta la duda de que si el alumno entenderá o no si los ángulos en la escuadra miden un recto y medio recto.

ACTIVIDAD 3: TRAZAR UNA RECTA PERPENDICULAR A UNA RECTA DADA POR UN PUNTO EXTERIOR A ELLA

Objetivo: Trazar perpendiculares a una recta dada mediante el uso de la escuadra.

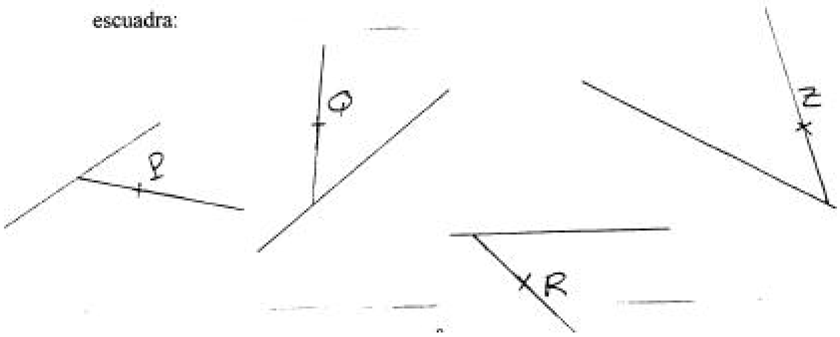
Materiales: Escuadra. y cartabón

Dadas las siguientes rectas, trazar la perpendicular desde el punto exterior a ellas, utilizando la escuadra como se muestra en la figura:



¿Cuánto miden los ángulos que se forman?....2....rectos......
¿180°?..

Dadas las siguientes rectas, trazar un semirrecta desde un punto exterior a ellas que determinen un ángulo de 45 grados, utilizando la escuadra:



Dudas: se dará cuenta un niño que án-gulos no rectos de la escuadra miden 90° o medio recto.
Observaciones:..

Observamos que el profesor P6 resuelve sin aparente dificultad los diseños de Ángulos y Medida de Ángulos, y piensa en ellos en relación con la cognición geométrica que espera de sus alumnos, cuestionando en este sentido algunas actividades de las unidades de aprendizaje.

De las transcripciones de las dos sesiones de clase después del Curso Guía, observamos en relación con la Cognición Geométrica que el profesor P6 respeta la manera de organizar el conocimiento geométrico en el diseño, pero necesita intervenir explicando algunos conceptos relacionados con los ángulos, tomando en consideración la realización, por parte de los alumnos, de una serie de actividades en las que se utilizan materiales variados e incluso el propio cuerpo, es decir, incorpora materiales y sugiere actividades que no están en el diseño elegido para hacer aclaraciones oportunas a sus alumnos, especialmente en la fase de información.

En general, P6 no tiene que proponer actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas en las restantes fases, salvo en los casos de aclaración que ya hemos comentado.

P6 considera que las preguntas que hizo el alumno fueron en primer momento confusas, pero luego ya eran razonadas en su mayoría y que esto se debía a la estructura de las modelizaciones de Van Hiele.

Se sigue manifestando en este mismo sentido, señalando que los alumnos responden a las preguntas formuladas en el diseño Medida de Ángulos y que los alumnos avanzaban de forma más razonada que con los métodos normales, propios del modelo, aunque al principio les planteaban confusión.

Adaptación Curricular

En relación con la adaptación curricular es necesario señalar que a pesar de aceptar la modelización didáctica de Van Hiele, necesita en algunos momentos adaptar las actividades que le hemos propuesto en las unidades de aprendizaje y trata de incorporar al modelo aspectos de su epistemología particular que se traduce en la práctica en:

- Relacionar los ángulos con elementos del entorno, los alumnos realizan actividades en las cuales deben formar, sobre su propio cuerpo o sobre otros soportes materiales, varios tipos de ángulos e identificarlos. Actividades que considera complementarias a las tratadas en la unidad de aprendizaje.

- El profesor fomenta que los alumnos participen, dejándoles expresar sus conclusiones y dudas sobre los conocimientos explicados y discutir posteriormente entre ellos. Potencia igualmente que las actividades realizadas en el aula se lleven a cabo tanto de forma individual como grupal.
- P6 interroga continuamente a los alumnos, a fin de que razonen sobre los nuevos conocimientos presentados y los adquiridos anteriormente.

Como observamos no se trata de alejarse de las modelizaciones de Van Hiele, sino de profundizar en cuestiones ya presentes en el modelo o añadir aspectos nuevos que considera complementarios.

El profesor P6 justifica algunas de sus intervenciones, por ejemplo en las fases de orientación libre y de integración; especialmente en las sumas y restas para ángulos complementarios y suplementarios, y en ángulos cóncavos y convexos, le fue necesario intervenir para complementar y reforzar los conceptos.

Cognición Didáctica

Hemos de señalar que este profesor no utiliza guiones de las sesiones de clase después del curso Guía, sino que acepta la modelización didáctica que deriva de Van Hiele como totalmente adecuada para el desarrollo de la unidad de aprendizaje.

La participación de P6 en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración es de orientación como prescribe el modelo de Van Hiele.

P6 cree que esta propuesta de enseñanza-aprendizaje que deriva del modelo de Van Hiele motiva a los alumnos para el conocimiento geométrico y *les hace más participativos.*

El profesor P6 se relaciona no sólo con el grupo clase sino también individualmente con cada alumno, realizando los comentarios oportunos y utilizando para ello un lenguaje coloquial, lo que pone de manifiesto su voluntad de fomentar la familiaridad en el aula.

La interacción se da en un ambiente de profesor- alumno y es cordial. Se observó antes del Curso Guía y se mantiene después; existe una buena relación que permite que los niños expresen sus dudas en todo momento, con total libertad.

En P6 el modelo genera interacciones entre los alumnos y el profesor, y entre los alumnos mismos, ya que fomenta el diálogo entre los diferentes participantes dado el sistema participativo del método.

A P6 le surgen en el desarrollo de la unidad de aprendizaje preguntas no previstas como la de los ángulos triedros, al referirse a la clase de ángulos que era el de la esquina de la clase.

Para P6 la participación de los alumnos en las fases de puesta en común fue total, incluso los autodenominados "burros", al ser algo nuevo, participaron con gran intensidad.

El profesor P6 hace hincapié en la importancia de la visualización, ya que ésta permite un acercamiento a la abstracción que supone para los alumnos el concepto de ángulo.

Tomamos en esta ocasión, la actividad 1 del diseño de instrucción ángulos nivel 2 de la fase de información, que tiene básicamente un carácter manipulativo que facilita la interacción entre el profesor y los alumnos y entre los propios alumnos, es de la que se ha seleccionado la transcripción. Incluye cuatro partes en las que progresivamente se intenta que el alumno experimente con su propio cuerpo la realidad de un ángulo (véase Anexo II, profesor P6, 1ª sesión, secuencia 71-130, pp. 211-212).

Interacciones

El profesor P6 se relaciona no sólo con el grupo clase sino también individualmente con cada alumno, realizando los comentarios oportunos y utilizando para ello un lenguaje coloquial, lo que pone de manifiesto su voluntad de fomentar la familiaridad en el aula.

La interacción se da en un ambiente de profesor- alumno son cordial. Se observó antes del Curso Guía y se mantiene ahora que existe una buena relación que permite que los niños expresen sus dudas en todo momento con total libertad.

En P6 el modelo genera interacciones entre los alumnos y el profesor, y entre los alumnos mismos, ya que fomenta el diálogo entre los diferentes participantes dado el sistema participativo del método.

A P6 le sugieren en el desarrollo de la unidad de aprendizaje preguntas no previstas como la de los ángulos triedros al referirse a la clase de ángulos que era el de la esquina de la clase.

Para P6 la participación de los alumnos en las fases de puesta en común fue total, incluso los autodenominados "burros", al ser algo nuevo, participaron con gran intensidad.

El profesor P6 hace hincapié en la importancia de la visualización, ya que ésta permite un acercamiento a la abstracción que supone para los alumnos el concepto de ángulo.

Tomamos en esta ocasión, la actividad 1 del diseño de instrucción ángulos nivel 2 de la fase de información, que tiene básicamente un carácter manipulativo que facilita la interacción entre el profesor y los alumnos y entre los propios alumnos, es de la que se ha seleccionado la transcripción. Incluye cuatro partes en las que progresivamente se intenta que el alumno experimente con su propio cuerpo la realidad de un ángulo (véase anexo II, profesor P6, 1ª sesión, secuencia 71-130, pp. 217-218).

71. P: [.....] ¿Qué es para ustedes el ángulo visual? O, ¿qué creen ustedes que sería un ángulo visual?

72. A: No contestan.

73. P: ¿Lo que yo tengo aquí detrás estará dentro de mi ángulo visual?

74. A: No contestan.

75. P: ¿Ustedes lo ven lo que tengo aquí detrás? ¿Lo ven ustedes?

76. A: Sí.

77. P: O sea, bueno, ustedes sí, ¿pero ustedes ven detrás de la espalda?

78. A: No.

79. P: ¿Y qué hacen ustedes para esa nueva definición de ángulo visual?

80. A: Un ángulo que puedas ver.

81. P: Que puedas ver. ¿Y qué es lo que tú puedes ver? ¿No será el ángulo que tú formes con la vista?, ¿eh? Si tu estás aquí, ustedes pongan las manos ahí, a ver si ustedes ven las manos de ustedes hacia los lados. Abran las manos, si ustedes miran hacia delante, ¿ustedes ven ahí las manos?

82. A: No.

83. P: ¿Están esas manos dentro de su ángulo visual?

84. A: No.

85. P: A ver, Santiago, mira para delante , a ver... ¿Yo qué estoy haciendo ahora aquí?

86. A: No sé.

87. P: ¿No sabes? ¿Está dentro de tu ángulo visual?

88. A: No.

89. P: Y entonces para los efectos tú no tendrías como si fueses dos líneas, ¿eh? Y todo lo que quede dentro de esas dos líneas ¿está dentro de tu ángulo visual? ¿Sí o no?

90. A: Sí.

91. P: Entonces ¿qué será el ángulo visual? Será el ángulo que formemos expresamente con vista, ¿y con quién?

92. A: No contestan.

93. P: ¿Hasta dónde llegaría nuestro ángulo visual?

94. A: No contestan.

95. P: A ver, Judith. ¿Tú crees que tu ángulo visual será el mismo con las gafas que sin las gafas?

96. A: No.

97. P: ¿O alcanzará lo mismo?

98. A: No.

99. P: ¿Cuándo alcanzaría más?

100. A: No.

101. P: ¿Cuándo alcanzaría más?

102. A: Con las gafas.

103. P: ¿Y si en lugar de tener las gafas tuvieras...¡qué se yo! Un catalejo, ¿tendrías más o menos ángulo visual?

104. A: Más.

105. P: Más, ¿en qué sentido? ¿En profundidad o en la abertura?

106. A: En profundidad.

107. P: ¿Por qué?

108. A: Porque...

109. P: Porque alcanzaría más lejos. ¿Sí o no?

110. A: Sí.

111. P: ¿Entonces qué será para ustedes el ángulo visual? El ángulo visual será todo el espacio que yo veo o alcanzo a ver ¿sí o no?

112. A: Sí.

113. P: Pero yo pregunto, habíamos hablado también que los ángulos están siempre en un mismo plano, ¿o no? Cuando yo miro ¿veo todo un plano?

114. A: No.

115. P: No, entonces dentro del ángulo visual yo tendré que planificar, o sea, una parte plana que cogería en mi ángulo visual. Ese ángulo visual, repito, será toda parte que esté limitada. Piensen que los lados de mi ángulo visual, el origen, ¿cuál sería del ángulo visual? ¿Qué sería para ti el origen, Carmen Nieves?

116. A: Los ojos.

117. P: Los ojos es una parte ¿o no? El origen ¿cuál es el origen, cuál es el vértice del ángulo? O

el vértice del ángulo visual ¿cuál sería? Son los ojos, ¿sí o no? Porque es de donde parte, de donde, donde el ángulo se unen los dos lados que sería el vértice. Bueno, ahora aquí se dan cuenta dice, lea a ver qué dice, en la página once.

118. A: Colorea los lados y los vértices del ángulo que aparecen...

119. P: De los ángulos...

120. A: Que aparecen en las diferentes figuras.

121. P: Bueno, bueno, vamos a colorear de un color los vértices y de otro color los lados y luego dice... colorea...

122. A: El interior de uno de los ángulos en las tres primeras figuras extendiendo el color.

123. P: Sí.

124. A: Colorea con otro color la cuarta figura quitando las rectas que barren el ángulo.

125. P: Bueno, supongo que las tres figuras que están enumeradas saben a qué figuras se refieren, ¿no? Cuántas figuras hay aquí?

126. A: Cuatro.

127. P: La cuarta figura es la del ángulo que está barriendo ahí sobre el ángulo visual que está barriendo con lo que formaría un haz de rectas, ¿o no? ¿Eh? O sea, ese haz de rectas estaría formado por lo que decíamos antes, si yo tengo este ángulo... Atiendan un momento, esto es un ángulo, ¿sí o no?

128. A: Sí.

129. P: Y éste es uno de los lados para los efectos. Yo con éste lado voy barriendo, estoy en distintas posiciones, ¿o no está en distintas posiciones la resta? Pero a lo largo de este recorrido, la regla ¿qué iría haciendo?

130. A: Ángulos.

Constituye un buen ejemplo de interacción entre el profesor y los alumnos y entre éstos y la tarea propuesta en las unidades de aprendizaje.

Conclusiones

P6 es un profesor en el que tanto su concepción de la Geometría como su nivel de pensamiento geométrico (nivel 2-3) no parecen lo más idóneo para desarrollar una propuesta de enseñanza del estilo de Van Hiele. Aparece inicialmente como un profesor de tendencia tradicional e investigativa que centra su trabajo en la transmisión de conocimientos matemáticos en el aula; ahora bien este ambiente pone de manifiesto que desarrolla su trabajo con una gran preocupación por la interacción y motivación en los alumnos.

Después de la implementación del Programa de Formación, el profesor P6 valora el diseño como excesivamente largo y un poco pesado, que interfirió con algunos conocimientos ya trabajados por los alumnos. Identifica las fases del modelo como adecuadas porque presenta el conocimiento geométrico de manera progresiva. La experiencia en su conjunto le parece positiva pero insiste en que sería mas productiva si se trabajase desde la Educación Primaria. Igualmente el Curso Guía es considerado para él como un instrumento útil para el desarrollo de las unidades de trabajo en clase de Geometría.

El profesor P6 decide trabajar con el diseño Ángulos en el nivel 2 con alumnos de 1º de ESO lo que en un principio le causa problemas, según él, en relación con los conocimientos geométricos que estos alumnos ya habían tratado.

Se trata en consecuencia de un profesor crítico con algunos aspectos del diseño, pero al que, seis meses después, encontramos que tiene programado trabajar con el diseño de Ángulos en el nivel 3, es decir, acepta el diseño como material curricular adecuado a sus necesidades del que mantiene una valoración positiva por tratarse de un método intuitivo en el que el alumno descubre por deducción.

Sin embargo no encontramos indicios de trabajar con los otros diseños, especialmente el de Medida de Ángulos nivel 3 que inicialmente parecería más apropiado para sus alumnos y que probablemente le generaría menos dificultades desde el punto de vista conceptual.

5.3. Estudio sobre medida de ángulos. Profesores P3 y P11

5.3.1. Profesor P3

Contexto

El profesor P3 ha trabajado durante más de 10 años impartiendo Matemáticas en el mismo colegio público.

Es un profesor que tiene experiencia tanto en Primaria como en el Primer ciclo de ESO. Destacamos en él su gusto por las Matemáticas y por la Geometría, valorándolas positivamente en tanto que son materias importantes del currículo y considerándolas como *"instrumentos que ayudan a desarrollar las capacidades de los alumnos"*.

A la hora de tomar la decisión acerca de las unidades de aprendizaje que trabajará con sus alumnos elige: Medida de Ángulos para alumnos de 5º de Primaria.

Cognición Geométrica

El profesor P3 considera que la Geometría en esta etapa educativa no debe estar basada en una terminología y símbolos precisos ni que el dibujo deba ser el elemento básico de la representación geométrica.

Igualmente considera que las actividades de Geometría no deben estar basadas en mucho trabajo deductivo.

De la información que tenemos del profesor P3 en relación con los tests de Usiskin y Jaime se encuentra en nivel de razonamiento muy bajo (nivel 1) pero hemos de señalar, como se ha indicado en el capítulo IV que los datos son incompletos en cuanto a que encontramos algunas preguntas de los tests sin respuestas y no estamos en condiciones de saber si no las contestó por desconocimiento o por otras razones.

En cuanto a las producciones de P3 durante la implementación del Curso Guía podemos decir que asiste y participa en todas las sesiones del mismo y completa los diferentes cuadernillos diseñados para este curso sin aparente dificultad, excepto en el de los Giros nivel 3 que deja sin resolver bastantes actividades.

A pesar del bajo nivel de pensamiento geométrico que se supone que tiene el profesor P3 los contenidos tratados acerca de la medida de ángulos y operaciones sobre la Medida de Ángulos en el nivel 2, están cognitivamente controlados por el profesor, igualmente parece seguir y controlar las fases de aprendizaje.

Además de resolver las actividades de las diferentes unidades de aprendizaje, el profesor P3 razona las mismas en términos de dificultades que pueden presentar en sus alumnos. De esta manera manifiesta, por ejemplo, que sus alumnos pueden tener problemas al tratar de entender en la actividad número tres del diseño de instrucción Medida de Ángulos, nivel 3, que pretende que el alumno entienda que si tenemos un polígono de n lados, éste tiene n-3 diagonales posibles trazadas desde cada vértice y puede ser complicado y difícil para el alumno obtener de esta manera las diagonales de un polígono (el profesor sigue pensando en sus alumnos de 1º de ESO), y señala que aunque el alumno lo consiga comprender para casos concretos como n = 5, por ejemplo, lo que él entiende que es muy difícil para el alumno es el paso a la generalización.

De la misma manera, sus alumnos, afirma pueden tener dificultades por la falta de base o conocimientos previos necesarios en las actividades como podrían tenerlos, por ejemplo, a la hora de demostrar que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180º, siguiendo el método en el que se trazan las tres alturas y se une el punto de intersección de cada altura al lado opuesto con el vértice, eso sí, el conflicto, afirma el profesor P3, lo tendrían los alumnos sobre todo si el triángulo es acutángulo.

Las actividades que presentan mayor nivel de dificultad para este profesor, como ya hemos indicado, son las de giros tanto en el nivel 2 como en el nivel 3, dejando en este último nivel muchas de ellas sin resolver.

Este profesor tiene un interés especial por la medida y las operaciones con ángulos y señala, como era de esperar, que tiene la necesidad de plantear ejemplos relacionados con las actividades del diseño para que sus alumnos reflexionaran sobre las mismas y se estaban desarrollando porque tenían dudas.

De todos modos opina que las preguntas que hacían los alumnos a pesar de estar trabajando en 5º de Primaria estaban hechas con una actitud positiva, pero se encontró que había alumnos que no preguntaban y él tenía que provocar las preguntas que no respondían siempre de la manera adecuada.

Adaptación curricular

El profesor P3 no necesita hacer una adaptación curricular a la propuesta de Van Hiele para Medida de Ángulos. Acepta como coherente y apropiada la sugerida en el diseño. En su trabajo anterior al Curso Guía el profesor se apoya para el desarrollo de sus clases en el libro de texto que completa con actividades seleccionadas o realizadas por él.

Cognición didáctica

El profesor P3 continúa después del Curso Guía organizando su clase de la misma manera, sitúa a los alumnos de forma individual y les presenta las actividades que van a desarrollar y, a continuación, dedica un tiempo a la reflexión con sus alumnos sobre las mismas, dejando que ellos las realicen, "obligándolos" a que le planteen dudas; luego propone a los alumnos que se fijen y utilicen los materiales e instrumentos que se proponen para trabajar las actividades, como por ejemplo: el geoplano, el papel punteado y los lápices de colores.

Su participación en la fase de explicitación e integración fue lo menor posible, dejando que sus alumnos debatiesen y se pusiesen de acuerdo.

Para este profesor la propuesta de enseñanza-aprendizaje motiva a los alumnos en gran medida, puesto que trabajan con materiales y eso les da aliciente.

Se trata de un profesor que tiene una alta valoración en el trabajo en Matemáticas utilizando diferentes materiales didácticos.

Interacciones

Este profesor se muestra preocupado porque exista una relación entre él y sus alumnos y está abierto a cualquier duda o reflexión que éstos le puedan plantear, sin embargo, el tipo de interacción que genera es directo entre profesor y alumno, por ejemplo, el profesor P3 intercambia opiniones con una alumna acerca de la actividad número 20 (fase de orientación dirigida) del diseño de instrucción de Medida de Ángulos, nivel 2, referida al goniómetro, en la que se detecta que el profesor se aproxima al alumno para hacerle sugerencias (véase Anexo II, profesor P3, 1ª· sesión, secuencia 14, p. 144).

...

14. P: Sí, pero no hace falta medirlo con el transportador. Ahí no dice que hay que usar el transportador. No hay que utilizar el transportador, sino fijarte. Observa lo que acabas de hacer aquí, sin embargo eso, mira a ver, ¿eh? Observa bien, ¿eh? No sabes observar sino hacer las cosas rápidas. Ponte a pensar un poquito.

...

Igualmente, las reflexiones del profesor P3 acerca de la actividad 23 (también de la fase de orientación dirigida del mismo diseño de instrucción) nos muestran el tipo de interacción que habitualmente desarrolla del profesor con sus alumnos en el aula (véase Anexo II, profesor P3, 1ª· sesión, secuencia 38-40).

38. P: (El profesor a un alumno) Calcular lo que vale 1/2 de un recto, 1/4 de un recto, 1/3 de un recto y 1/6 de un recto. ¿Tú sabes lo que es 1/2? ¿Qué quiere decir 1/2?

39. A: 1/2 recto...

40. P: 1/2 de un recto, 1/3 de un recto, 1/4 de un recto, 1/6 de un recto. Pues entonces eso es poner arreglado a los grados.

...

El modelo genera interacciones entre los alumnos y entre los alumnos y el profesor. Señala que los alumnos discutían las actividades, cada uno daba su punto de vista y si no estaban de acuerdo llamaban al profesor, y él les daba algún ejemplo relacionado con las preguntas para que lo razonaran.

La participación de los alumnos fue, según él, muy interesante puesto que ellos discutían las preguntas y defendían sus opiniones.

Conclusiones

El profesor P3, en ciertos aspectos de la cognición geométrica y de la cognición didáctica, se muestra como un profesor idóneo para afrontar con éxito un programa de formación desde la perspectiva de Van Hiele, sin embargo presenta un nivel muy bajo de pensamiento geométrico (nivel 1) lo que aparentemente le condiciona técnicamente para trabajar en Geometría desde esta perspectiva.

En el Programa de Formación es un profesor que valora como bueno el diseño pero encuentra que sus alumnos (5º nivel) han tenido problemas en cuanto a los conceptos tratados y al vocabulario empleado, dándose la situación de encontrar diferentes alumnos que no hacían las actividades porque no las comprendían. Identifica adecuadamente las fases de aprendizaje del modelo y a pesar de que las actividades no han sido adecuadas para sus alumnos como era de esperar, la experiencia le parece globalmente positiva y le parece factible desarrollar un currículo de Geometría con esta propuesta metodológica, eso sí, proponiendo unas actividades más adecuadas para el nivel de desarrollo de los alumnos.

En relación con el Curso Guía manifiesta que lo considera muy bueno pero, que esta reiteración de actividades le hizo perder en algunos momentos la motivación, aunque señala que en el desarrollo del mismo le surgieron diferentes ideas para incorporarlas a sus clases de Geometría.

El profesor P3 decide trabajar con el diseño Medida de Ángulos en el 5º nivel de Primaria que inicialmente no parece muy acertado dado el nivel de los alumnos.

Seis meses después el profesor P3 se encuentra implicado en las unidades de aprendizaje de Medida de Ángulos, en esta ocasión no desarrolla la unidad de aprendizaje completamente sino que hace una selección de las actividades más significativas del diseño según él y selecciona también aquellas actividades que habían generado más dificultad a los alumnos en el curso anterior para volverlas a repasar.

Se trata de un profesor que no toma el diseño de Medida de Ángulos en su totalidad sino que incorpora diferentes actividades como un material curricular adecuado a sus necesidades. Este profesor tampoco se plantea usar el diseño de Ángulos en el nivel 2, por ejemplo, como un diseño más acorde con el 5º nivel de Primaria en el que trabaja, sino que se centra especialmente en la medida de ángulos.

5.3.2. Profesor P11

Contexto

Como se ha descrito en el Capítulo IV, la profesora P11 tiene una amplia experiencia docente y ha trabajado con alumnos del Primer Ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria, y encuentra un gran interés por las Matemáticas y por la Geometría en particular, aunque esta última no la considera como la parte más importante de las Matemáticas.

Toma la decisión de implementar las unidades de aprendizaje de Medida de Ángulos con alumnos de 2º de ESO.

Cognición Geométrica

Como se ha analizado en el Capítulo IV esta profesora presenta una concepción de la Geometría especialmente deductiva: deducción, terminología precisa, apoyo en el dibujo..., sin embargo en ciertos momentos valora el trabajo de sus alumnos en Geometría a través de cuestiones abiertas para investigar.

Del análisis del Test de Usiskin (TU) y Jaime (TJ) podemos indicar que la profesora se sitúa en un nivel de razonamiento geométrico que podemos fijar entre los niveles 2 y 3.

Sus producciones durante la implementación del Curso Guía son adecuadas. La profesora P11 asiste y participa en todas las sesiones del Curso Guía y completa los diferentes cuadernillos diseñados para este curso. Nos fijamos especialmente en su producción en las unidades de aprendizaje: “Medida de Ángulos” que son las que decide desarrollar con sus alumnos de 2º de ESO.

Como se ha descrito en el capítulo II esta unidad de aprendizaje consta de dos secuencias de aprendizaje: “Medida de Ángulos” y “la Suma de los ángulos de un polígono” que se sitúan en los niveles 2 y 3, respectivamente.

En relación con el nivel 2 se elaboraron 54 actividades que la profesora P11 desarrolla sin aparente dificultad a excepción de las actividades 51-54 relativas a ángulos de dirección, del nivel 5 de integración, que no parece darle importancia por no ser un contenido relevante para el trabajo posterior con sus alumnos.

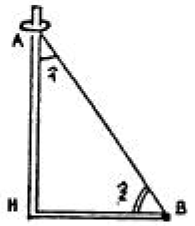
Podemos considerar que los contenidos tratados acerca de la Medida de Ángulos y operaciones sobre la medida de ángulos en el nivel 2 están cognitivamente controlados por la profesora P11, igualmente parece seguir y controlar las fases de aprendizaje.

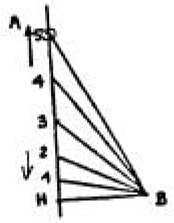
En relación con el nivel 3 se elaboraron 27 actividades que la profesora P11 desarrolla igualmente sin dificultad a excepción de las actividades 10 y 11 de la fase orientación dirigida, en la que presenta dificultades al analizar los casos límite, en el estudio de la suma de ángulos internos de un triángulo rectángulo en los dos dispositivos móviles que se utilizan.

ACTIVIDAD 10: SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Objetivo: Determinar y formular la suma de los ángulos internos de un triángulo rectángulo.

Materiales: Dispositivo móvil: Dos barras de meccano, goma elástica y una argolla. mejor hacerlo en geoplano





Observa detenidamente cómo al desplazar la argolla del dispositivo móvil, estirando el elástico o aflojándolo, se van formando diversos triángulos.

¿Cómo son los triángulos que se van formando?......................... ....rectángulo..

¿Cuántos triángulos rectángulos se podrán formar?....varios.... ....

¿Qué vas observando en los ángulos?.....que un ángulo disminuye y otro aumenta.......................................

Podríamos llegar a casos límites cuando aflojáramos totalmente la argolla.

¿Qué puedes decir en ese caso de los ángulos?........................ ....

¿Cuánto crees que podrá llegar a medir la suma de los tres ángulos?..

Otro caso límite es cuando tiramos hacia arriba de la argolla. ?

¿Cuánto crees que podrán llegar a medir los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$?

LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO ES DE.........180°..

Dudas:.......[illegible]?.. ....

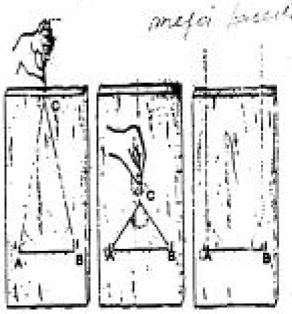
Observaciones:..

ACTIVIDAD 11: SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO

Objetivo: Determinar y formular la suma de los ángulo internos de un triángulo.

Materiales: Dispositivo móvil, tablero, goma elástica y dos clavos.

mejor hacerlo en geoplano



Observa detenidamente cómo al tirar de la anilla del dispositivo móvil, estirando el elástico o aflojándolo, se van formando diversos triángulos.

¿Cómo son los triángulos que se van formando?.....acutángulo
....

¿Cuántos triángulos equiláteros se podrán formar?....Uno..........
....

¿Qué vas observando en los ángulos?...[illegible]
....[illegible]

Podríamos llegar a casos límites, cuando aflojáramos totalmente la argolla.

¿Qué puedes decir en ese caso de los ángulos?...........................
....

¿Cuánto crees que podrá llegar a medir la suma de los tres ángulos?.....0 ??..

Otro caso límite es cuando tiramos hacia arriba de la argolla.

¿Cuánto crees que podrán llegar a medir los ángulos Â y B̂?.....90°......
....

LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO ES DE...180°..

Dudas:...
....

Observaciones:...
....

La profesora P11 presenta un nivel de razonamiento geométrico que situamos entre 2 y 3, sin embargo, no muestra dificultades para el desarrollo de las unidades de aprendizaje de Medida de Ángulos y, en ocasiones, toma decisiones en el desarrollo de las unidades de aprendizaje y propone distintas actividades para que a sus alumnos les queden más claros aspectos relacionados con la comparación de ángulos, apoyándose para ello en materiales diversos y haciéndoles trabajar con diferentes unidades de medida de ángulos que les pueden en un futuro servir para la vida diaria.

La profesora P11 se ve también en la necesidad de plantear actividades para la síntesis-reflexión final, en las actividades de ángulos complementarios y suplementarios, porque los alumnos no tenían claro los conceptos y les surgieron dudas. En general, la profesora P11 caracteriza las preguntas que hizo el alumnado como preguntas relacionadas con contenidos y no con el tipo de actividad.

Igualmente considera que los alumnos responden a las preguntas formuladas en el diseño con una actitud bastante positiva, porque, en el contexto en el que se aplicó la experiencia, sus alumnos se inclinan por todas aquellas actividades que impliquen pegar, recortar, etc.

Adaptación curricular

La profesora P11 no elabora guiones nuevos para las sesiones de clases que fueron impartidas después del Curso Guía ya que intenta desarrollar las sesiones siguiendo el guión establecido para el modelo de Van Hiele.

En relación con el modelo de Van Hiele, la profesora P11 intenta adaptarse a las fases de aprendizaje. La profesora revisa las actividades del Curso Guía que previamente han realizado los alumnos. Pretende con esto observar si los niños han entendido o no, las actividades propuestas en los cuadernillos. En la fase de explicitación insiste en que los alumnos expliquen al resto de los compañeros el procedimiento que cada uno ha seguido para realizarlas.

Cognición Didáctica

A pesar de las dificultades iniciales en relación con la cognición didáctica, la profesora P11 acepta las propuestas diseñadas en el Curso Guía y desarrolla, con aparente éxito, las unidades de aprendizaje de Medida de Ángulos elegidas.

Manifiesta que su participación en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración, fue de moderadora en el debate sobre las actividades y que fueron los alumnos los que contestaron las dudas que otros planteaban y considera la profesora P11 que esta propuesta de enseñanza-aprendizaje, basada en el modelo de Van Hiele, motiva bastante a los alumnos, especialmente por su componente manipulativa, ya que ellos se inclinan por las actividades de pegar, recortar, etc. y les facilita la comprensión de conceptos.

Interacciones

Se observa que las interacciones que se dan en el desarrollo de las sesiones de clase son las adecuadas para el modelo de Van Hiele y la profesora tiene como propósito fomentar que los alumnos participen.

Los alumnos se han convertido en los "maestros" de sus compañeros a los que enseñan sus métodos y estrategias y la profesora se limita a resolver dudas y a participar como una más.

La profesora P11 manifiesta que las interacciones entre los alumnos y el profesor y entre los alumnos mismos son adecuadas en el Modelo de Van Hiele.

Manifiesta finalmente que hay una mayoritaria participación de los alumnos en las fases de puesta en común.

El diseño le parece adecuado y señala que no tiene que contestar a preguntas no previstas en el desarrollo de la unidad de aprendizaje.

Igualmente no recuerda respuestas no previstas en el desarrollo de la unidad aprendizaje.

La profesora P11 mantiene la atención de todos sus alumnos durante el desarrollo de toda la sesión de clase. Seleccionamos un ejemplo del desarrollo de la fase de orientación dirigida de Medida de Ángulos nivel 2 (véase Anexo II, profesor P11, 1ª sesión, secuencia 5-49, pp. 329-330).

5. P: Eduardo, la actividad 10, ¿qué hiciste? ¿Qué dudas tuviste? Y todo, coméntalo todo de la actividad 10. Lee la pregunta si quieres.
6. A: Yo puse que los dos tienen el mismo ángulo aunque miden lo mismo.
7. P: Y ¿cómo lo comprobaste que los dos medían lo mismo?
8. A: Con papel vegetal lo puse un ángulo del “A” y lo puse encima con el mismo vértice del “B” y me salió que era igual.
9. P: ¿Qué le hiciste coincidir, me dijiste?
10. A: El vértice “B”.
11. P: El vértice. Bien. ¿De qué otra forma lo puedes comprobar?
12. A: Con un compás.
13. P: ¿Y cómo? ¿Cómo funciona eso del compás?
14. A: Haciendo una recta...
15. P: Sí.
16. A: Y pasándole un compás...
17. P: Tú ponías aquí... ponías un lado, un lado y después con el compás ¿qué hacías?
18. A: Trazar...
19. P: ¿Qué hacías? ¿Trazar el arco?
20. A: Sí.
21. P: Hasta eso, que el compás éste está mal también. Trazamos el arco aquí, y el arco aquí. ¿Y después?
22. A: Y después pasamos una recta por... por...
23. P: La medida, ¿de quién?
24. A: Del... del arco.
25. P: La abertura ¿no?
26. A: La abertura.
27. P: ¿Y ponías aquí la misma?
28. A: Sí.
29. P: ¿Salían iguales los dos ángulos?
30. A: Sí.
31. P: Salen iguales. Bien. Máximo, la actividad 11. ¿Qué había qué hacer en la actividad 11?
32. A: Yo no la hice, no la entendía.
33. P: Y ¿Por qué no la preguntaste Máximo?
34. A: Yo la hice Dª Rosa.
35. A: Porque no me di cuenta.
36. P: Jorge la actividad 11.
37. A: Yo respondí la pregunta...
38. P: Pero, ¿cuál era la pregunta?
39. A: ¿Cuáles son iguales?
40. P: ¿Y cuáles eran iguales?
41. A: El $\hat{1}$ y el $\hat{3}$ y... y el $\hat{2}$ y el $\hat{3}$.
42. P: ¿El $\hat{2}$ y el $\hat{3}$?
43. A: El $\hat{4}$, perdón.
44. P: Y el $\hat{2}$ y el $\hat{4}$, ¿y cómo comprobaste que eran iguales?
45. A: Con papel vegetal.
46. P: ¿De qué otra forma lo puedes hacer?
47. A: En el compás.

48. P: Bien; ¿Tuviste alguna duda en esa pregunta?
49. A: No.

Se trata de un ejemplo de interacción entre la profesora y los alumnos y cómo ésta intenta que los alumnos interactúen entre sí.

Conclusiones

El punto de partida de la profesora P11 la sitúa en un nivel de pensamiento geométrico entre 2 y 3, con una concepción de la Geometría especialmente deductiva que organiza sus propuestas curriculares desde una óptica conceptual, que nos muestra una profesora de tendencia tradicional; no obstante, en sus manifestaciones se caracteriza a sí misma como una profesora de tendencia investigativa.

Una vez implementado el Programa de Formación nos encontramos con una profesora que valora el diseño como bueno y adecuado para el nivel en el que lo ha llevado a cabo (2º ESO) y cree que siguiendo este proceso de enseñanza-aprendizaje a los alumnos se le desarrolla más la capacidad de razonamiento, sin embargo lo identifica como un proceso lento que puede provocar ansiedad en el profesorado al creer que no se termina la programación del curso.

Señala que la propuesta curricular diseñada es factible siempre que se le ofrezca al maestro ya diseñada y no tenga que utilizar más horas para elaborarla.

En este marco encontramos que el contexto en el que desarrolla las unidades de aprendizaje, Medidas de Ángulos, es el apropiado, que la cognición geométrica y didáctica están en consecuencia con las modelizaciones de Van Hiele, así como la aceptación del modelo de desarrollo curricular y las interacciones que genera en sus clases.

Seis meses después esta profesora no se encuentra trabajando en ningún aspecto del diseño aunque manifiesta su intención de trabajar algunas actividades de Medida de Ángulos en el segundo nivel, ya que ha tenido que cambiar de etapa educativa y ahora se encuentra en el tercer ciclo de Primaria (5º nivel). Por otra parte no hace ninguna mención a los otros diseños: Ángulos y Giros, que también desarrolló con éxito en el Curso Guía.

5.4 Estudio sobre giros. Profesores P1 y P2

5.4.1. Profesor P1

Contexto

El profesor P1 tiene una amplia experiencia docente y desarrolla su trabajo en un colegio público de ESO y decide trabajar con sus alumnos en las unidades de aprendizaje Giros en los niveles 2 y 3. Es un profesor que le gusta la Geometría, y piensa que es una parte de las Matemáticas muy importante para sus alumnos porque la visualización, la intuición espacial y la representación son aspectos formativos básicos.

Cognición Geométrica

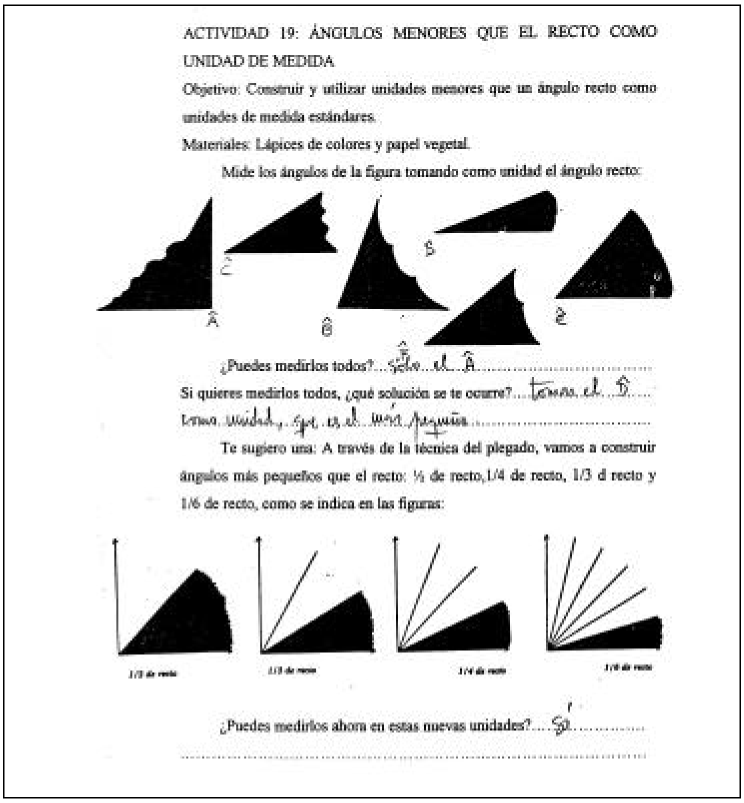
El profesor P1 manifiesta una concepción de la enseñanza –aprendizaje de la Geometría desarrollada a partir de actividades de Geometría, basadas en cuestiones abiertas, que permitan al alumno investigar y fomentar, no sólo el desarrollo de la intuición espacial, sino el desarrollo tridimensional, además del uso de modelos manipulativos al que debe seguir mucho trabajo deductivo, siendo el dibujo el elemento básico en las actividades geométricas.
El resumen de los resultados obtenidos por este profesor en los test de Usiskin y de Jaime nos muestra que el profesor participante en esta experiencia obtiene los mejores resultados en el test de Usiskin (5º nivel) y en el test de Jaime (4º nivel). Es un profesor que situamos en el nivel de pensamiento geométrico 4 desde la perspectiva de Van Hiele.

Hemos de señalar que las producciones del profesor P1 durante la implementación del curso guía son las esperadas.

Asiste y participa en todas las sesiones diseñadas en el Curso Guía, completando y analizando la mayoría de las actividades diseñadas en los diferentes cuadernillos del curso.

Dado que su elección de unidad de aprendizaje se centra en los “giros”, analizaremos algunos aspectos de su producción en dicha unidad. Como hemos descrito en el Capítulo II, esta unidad consta de dos secuencias de aprendizaje situadas en los niveles 2 y 3. Este profesor completó y analizó 35 actividades en relación con el nivel 2, y 38, referidas al nivel 3.

A título de ejemplo el profesor P1 además de contestar a las preguntas planteadas en el cuadernillo está considerando las mismas en términos de sus alumnos y eso le hace plantearse diferentes dudas en algunas de las actividades, como por ejemplo en la actividad número 19 del diseño de instrucción medida de ángulos nivel 2 en la que se cuestiona si *“El plegado en tres partes iguales, ¿se puede hacer exactamente con una técnica sencilla?*


ACTIVIDAD 19: ÁNGULOS MENORES QUE EL RECTO COMO UNIDAD DE MEDIDA

Objetivo: Construir y utilizar unidades menores que un ángulo recto como unidades de medida estándares.

Materiales: Lápices de colores y papel vegetal.

Mide los ángulos de la figura tomando como unidad el ángulo recto:

¿Puedes medirlos todos?... Sólo el Â

Si quieres medirlos todos, ¿qué solución se te ocurre?... tomar el Ŝ como unidad, que es el más pequeño

Te sugiero una: A través de la técnica del plegado, vamos a construir ángulos más pequeños que el recto: ½ de recto, 1/4 de recto, 1/3 d recto y 1/6 de recto, como se indica en las figuras:

¿Puedes medirlos ahora en estas nuevas unidades?... Sí

Dudas: El plegado en tres partes iguales, ¿se puede hacer exactamente con una técnica sencilla?

Observaciones:

O en la actividad número 38 del mismo diseño de instrucción Medida de Ángulos, nivel 2, en la que se pregunta si los alumnos tendrán un dominio adecuado con las fracciones en este nivel para poder desarrollar la actividad.

ACTIVIDAD 38: LOS SUBMÚLTIPLOS DEL GRADO

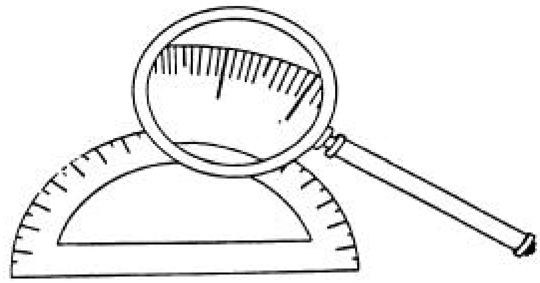
Objetivo: Utilizar los submúltiplos del grado para expresar ángulos.

Materiales: Goniómetro.

El ángulo que resulta de dividir el grado en sesenta ángulos iguales se llama minuto.

El ángulo que resulta de dividir el minuto en sesenta partes iguales se llama segundo.

Para construir un minuto tendría que dividir cada uno de estos ángulos (grados) en sesenta partes y eso es muy difícil de hacer.



En adelante:

El ángulo: "Un minuto" se le representa: 1'.

El ángulo: "Dos minutos" se le representa: 2'.

(a) Rellena los espacios en blanco:

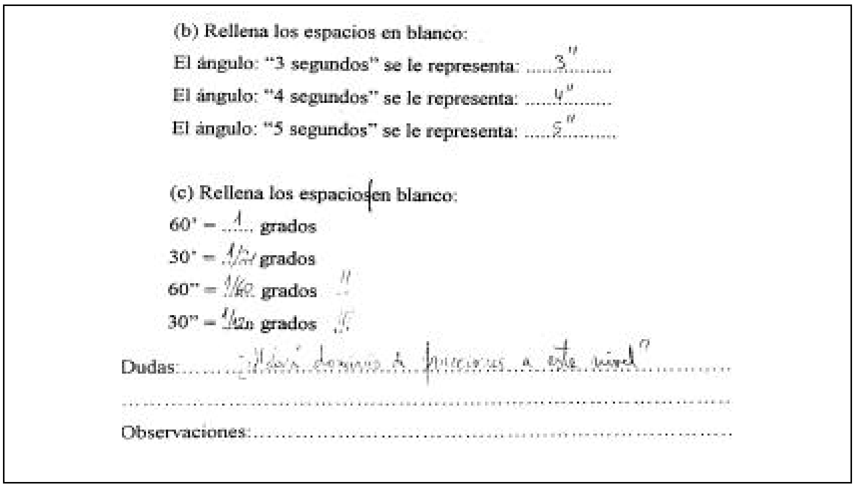
El ángulo: "3 minutos" se le representa: 3'

El ángulo: "4 minutos" se le representa: 4'

El ángulo: "5 minutos" se le representa: 5'

El ángulo: "Un segundo" se le representa: 1".

El ángulo: "Dos segundos" se le representa: 2".



(b) Rellena los espacios en blanco:

El ángulo: "3 segundos" se le representa: ......3''.........

El ángulo: "4 segundos" se le representa: ......4''.........

El ángulo: "5 segundos" se le representa: ......5''.........

(c) Rellena los espacios en blanco:

60' = ...1... grados

30' = .1/2.. grados

60'' = 1/60 grados

30'' = 1/120 grados

Dudas:........¿Habrá examen de fracciones a este nivel?............

....

Observaciones:...

En lo referente a la cognición geométrica, por una parte, hemos observado que los conocimientos geométricos se manifiestan claros en este profesor y, por otra, que tiene interés en explicar de manera sencilla a sus alumnos los conceptos básicos relacionados con el sentido, la representación y la estimación de ángulos.

El profesor P1 no tiene necesidad de plantear actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas, sino más bien aclarar y repetir los aspectos principales ya tratados en las unidades de aprendizajes de ángulos.

Las preguntas que hacen los alumnos son para el profesor P1, por lo general, poco brillantes y sí, prácticas. Trataban de resolver los alumnos el punto que les bloqueaba en cada actividad.

Los alumnos a las preguntas formuladas en el diseño responden en un primer momento de forma muy vaga y cómoda. No hay profundidad en el pensamiento. Pero a medida que avanzaban, especialmente los de tipo alto y medio-alto, aparecían ideas muy interesantes y originales, pero siempre económicas con el mínimo posible de expresión y en lenguaje natural.

Adaptación curricular

El profesor P1 acepta desarrollar las sesiones, siguiendo lo establecido en el modelo de Van Hiele, sin embargo, necesita organizarse y concretar ciertas cosas del modelo para llevar a cabo la experiencia. Veamos las diferentes pautas o directrices que pone en marcha para el desarrollo de las sesiones de clase, extraído de su diario de clase.

GUIÓN DE TRABAJO

Por lo general, se utilizó como guión de la clase el esquema propuesto en los documentos de la experiencia. Una vez constituidos los equipos, cada jefe de mesa pedía a todos los componentes del equipo que colocasen sobre la mesa el documento y los materiales de trabajo. Se hacía una lectura en voz alta, un equipo cada vez, del TÍTULO de la actividad y del OBJETIVO a conseguir. Debía quedar claro, antes de comenzar la actividad, qué se iba a recordar o aprender en ella. El título de la actividad permitía buscar las palabras clave o el vocabulario correcto. A continuación, se buscaba el material solicitado por la ficha de trabajo.

Si llevaba alguna preparación (recortar) se ejecutaba antes del comienzo propiamente dicho. Seguidamente cada alumno leía las instrucciones de la actividad y, cuando el jefe del equipo lo consideraba oportuno, comenzaba la discusión para determinar lo que había que hacer. Suponía expresar de manera sencilla el contenido de la información. En la mayoría de los casos suponía poner en común el procedimiento, en otros requería recordar un conocimiento anterior y, en algunos, se solicitaba una ayuda del profesor. Una vez acordado el procedimiento se requería ver si la actividad era idéntica para todos o cada miembro del equipo debía realizar la misma tarea con diferentes figuras. Esta parte de la tarea era la más larga. La ejecución de la tarea culminaba el trabajo. En muchas ocasiones los jefes de equipo tenían que encargarse de verificar constantemente que todos los miembros del equipo realizaban la tarea correctamente, animando, asesorando y corrigiendo a sus compañeros.

Una vez finalizada la tarea se procedía a comprobar, en equipo, los resultados obtenidos. Se trataba de encajar en lo ya conocido y verificar el nuevo aprendizaje. Finalmente, cada alumno daba su respuesta a la pregunta o su versión a la demanda de la actividad. Una vez finalizada se recogían, no siempre, las observaciones o dudas despertadas por la actividad.

Cada dos o tres actividades se realizaba una pequeña puesta en común. La finalidad era homogeneizar el ritmo de trabajo y la efectividad de los aprendizajes. El profesor, por lo general, incluía alguna explicación ampliando algún aspecto básico o aclarando los aspectos más oscuros de lo aprendido. En algunos casos se veían distintas formas de realizar los procedimientos de trabajo o distintas formas de expresión de los resultados, aportados por los distintos equipos.

En cuanto a la sesión de trabajo correspondiente a la Fase 3 (sesión grabada en vídeo y en casette), la acción principal consistió en revisar todas las actividades realizadas hasta ese momento y afianzar los aprendizajes obtenidos. Tomando las actividades una a una, el profesor la presentaba y cada jefe de equipo, actuando como portavoz del mismo, daba su versión del proceso, del resultado y del objetivo alcanzado. Se analizaba luego la dificultad que había presentado la actividad y se leían las dudas y observaciones que cada equipo había encontrado. En esta parte podía intervenir libremente cualquier alumno de la clase y podía responder cualquier otro, no necesariamente el profesor.

Se pasaban así todas las actividades, haciendo hincapié en aquellos aspectos más interesantes y en la relación de unos conocimientos con otros. La sesión finalizaba así, señalando los objetivos y materiales a utilizar en las primeras actividades de la fase siguiente.

En el mismo diario se recogen anotaciones puntuales sobre los alumnos y sobre los equipos de trabajo. Mantenemos la numeración de la lista de los alumnos y excluimos los nombres de los mismos. En este caso se trata de un grupo de 28 alumnos de Primer ciclo de ESO.

OBSERVACIONES SOBRE LOS ALUMNOS

a) Las alumnas n.º1 y n.º5 no participan en la experiencia. Se trata de alumnas de Pedagogía Terapéutica que se encuentran a un nivel de Primer año de Primaria y están atendidas por una profesora de esa especialidad. Aunque están integradas y, a veces se encuentran presentes en la clase, no es lo común y se dedican a sus tareas especiales.

b) Las alumnas n.º 9, n.º 13 y n.º28, son alumnas que se encuentran en el límite o muy cerca de él, por circunstancias intelectuales o sociales. Han desarrollado la experiencia basando su trabajo en el trabajo en equipo y la ayuda de sus compañeros en él.

c) Los alumnos n.º 3, n.º 15, y n. º23, son alumnos que faltan mucho a clase teniendo un alto nivel de absentismo. Aunque se ha insistido con sus familias y ante los organismos competentes no se ha encontrado solución a este problema. Por esa razón, estos alumnos no han terminado su trabajo en la experiencia; en algún caso apenas si lo han iniciado.

d) El resto de los alumnos están dentro de unos márgenes adecuados en cuanto a competencia intelectual, asistencia y capacidad de trabajo. Con ellos se ha alcanzado un rendimiento correcto.

OBSERVACIONES SOBRE LOS EQUIPOS DE TRABAJO

Primero se calculó el número adecuado de equipos y su composición. Se determinó que fuesen siete, cinco de cuatro miembros y otros dos de tres miembros. Luego se atendió a la manera de seleccionar los componentes de cada uno de ellos. Se nombró primero a los jefes de cada equipo y éstos, por turnos, fueron eligiendo uno a uno al resto de los miembros. De esa manera se equilibraban y no aparecían criterios de amistad o de calidad. Quedaron así:

Equipo n.º1: (17), (8) y (9).

Equipo n.º2: (26), (4) y (21).

<u>Equipo n.º3</u>: (20), (2), (6)y (3).

<u>Equipo n.º4</u>: (24), (18), (11) y (28).

<u>Equipo n.º5</u>: (22), (12), (14) y (13).

<u>Equipo n.º6</u>: (7), (25), (23) y (27).

<u>Equipo n.º 7</u>: (19), (10), (16) y (15).

Esto hace un total de 26 alumnos, la totalidad de los que realizan la experiencia. El alumno que figura en primer lugar en cada equipo es el jefe del mismo. Termina indicando el profesor P1 que gran parte del mérito es atribuible a los jefes de equipo, porque se tomaron muy en serio su papel y sirvieron de monitores de sus compañeros.

Veamos en la práctica como el profesor P1 estructura las actividades con los alumnos:

1) primeramente, da una explicación de cómo se va a desarrollar la clase;

2) a continuación, distribuye a sus alumnos en grupos de trabajo, a fin de que realicen actividades de las propuestas en el Curso Guía;

3) seguidamente, los alumnos leen las actividades y van presentando al profesor las dudas por grupos, al tiempo que éste va pasando por cada uno de ellos y se las resuelve; si una duda se repite la comenta al grupo-clase, de manera general;

4) al finalizar la actividad, se realiza la puesta en común, en palabras de este profesor: *"la ponen en común, cruzan las dudas que han tenido y alguna observación, sobre todo donde ha estado lo más engorroso, lo que más le(s) ha costado entender e inmediatamente, el que termine, a la actividad siguiente"*; esta fase recibe el nombre de "fase de explicitación".

En el desarrollo de las diferentes actividades y, ante ciertas dificultades que presentan los alumnos, como por ejemplo el sentido de los ángulos, el profesor introduce en la programación referencias a objetos cotidianos (reloj, su propio cuerpo, etc.), para aclarar a los alumnos conceptos como el sentido de los ángulos y otros.

Cognición Didáctica

Se trata de un profesor con una cognición didáctica apropiada para desarrollar con éxito una propuesta curricular como la de Van Hiele. El profesor P1 es un profesor muy implicado en la tarea de conseguir que sus alumnos entiendan lo que es la Geometría, a partir de las diferentes situaciones que reproducen otras que luego extrapolan a la Matemática.

La participación del profesor P1 en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración fue la de organizar la discusión, buscar las respuestas a través del interrogatorio, estimular y provocar la participación de la mayor cantidad posible de alumnos. También era importante dirigir la síntesis final para corregir y organizar sus descubrimientos.

Para el profesor P1 esta propuesta de enseñanza-aprendizaje, basada en el modelo de Van Hiele, motiva bastante a los alumnos que encuentran que pueden resolver las situaciones, confiando más en sí mismos. Todos pueden trabajar, cada uno a su manera. El trabajo en equipo les estimula y les propone metas alcanzables.

Interacciones

La interacción que manifiesta este profesor con los alumnos, antes y después del Curso Guía, se mantiene y hemos de señalar que esta interacción se detecta en la existencia de diálogos entre ambos y en la atención y el interés mostrados por los alumnos, hasta tal punto que sus respuestas, interesantes y coherentes, evidencian su interés por la materia explicada.

El trabajo en equipo era uno de los objetivos a alcanzar en este año. Se había trabajado poco y de forma esporádica, más en unas áreas y menos o nada, en otras. Sin embargo, se pusieron con mucho ardor en ese estilo de trabajo y les gustó. Creo que se consiguió un buen nivel de trabajo y un rendimiento inesperado. Con otro estilo, los alumnos menos dotados se hubiesen perdido de entrada. A mi entender, éste fue uno de los objetivos mejor alcanzados. La clase empezaba siempre con el movimiento de los muebles para disponer la clase. Se hacía con rapidez y silencio. El trabajo se desarrollaba en un nivel adecuado de conversación sin que se estorbasen unos a otros. Y el final volvía a dejar la clase preparada para el siguiente profesor. Las puestas en común de tipo general se desarrollaron siempre con extraordinaria tranquilidad, en un clima de respeto y atención. No obstante todo esto, algunos alumnos expresaron su idea de preferencia del trabajo individual. Normalmente esto lo expresaban las alumnas más capaces, que se sentían frenadas por atender a sus compañeras de equipo.

Los cambios que necesitan las actividades ya han sido mencionados, fundamentalmente en la redacción, en el vocabulario adecuado, en el diseño de los gráficos y en la guía de conclusiones. El bloqueo apareció casi siempre ante estas dificultades mencionadas. Por lo general, el profesor tuvo que intervenir de forma general más veces de las que hubiese deseado. Casi siempre ante problemas de identificación. No sabían qué decía la actividad, no sabían lo que había de hacerse o lo que había de buscarse.

La clase se comunicaba muy bien. Cada equipo era un espacio de trabajo autónomo y autosuficiente. Salvo en los bloqueos. En esos momentos era importante que todos llevasen un nivel similar de avance. Y casi siempre fue así, lo que permitió resolver las explicaciones de forma general sin problemas; esto también permitía la intervención de los que iban más avanzados. Un segundo nivel de comunicación eran las consultas de equipo, pedidas al paseo de observación del profesor por la clase. Se desarrolló más bien como solución de discusiones por interpretaciones no coincidentes. El tercer nivel, las consultas individualizadas, se realizó preferentemente en las fases finales, cuando los alumnos se independizaron más del trabajo en equipo y las diferencias de ritmo eran más acusadas.

Con respecto a la interacción, sigue existiendo una relación abierta profesor – alumno, orientada con la finalidad de que los alumnos trabajen en grupo con total libertad, existiendo en todo momento una participación por ambas partes, en la que hay mucho diálogo, comprensión y apoyo entre los mismos. Esto da lugar a un gran entendimiento de la materia por parte de los alumnos y a nivel personal.

El profesor P1 indica que las interacciones entre los alumnos y el profesor y entre los alumnos mismos son muchísimas en el modelo, especialmente entre los alumnos de un mismo equipo. Las del profesor y los alumnos se pueden aumentar o disminuir si se desea: hay momentos en la finalización de cada actividad donde se puede provocar la interacción.

El profesor tiene que responder a diferentes preguntas que surgen en el desarrollo de la unidad de aprendizaje, sobre todo las referidas a conceptos no debidamente tratados y que aparecen como elementos de las actividades propuestas; de manera particular, las referidas a sentido del giro, polígonos y construcciones geométricas con regla y compás.

Igualmente surgen en el desarrollo de la unidad aprendizaje diferentes respuestas, por ejemplo, sobre “sentido de giro” que abrió caminos en sucesivas actividades, o sobre “ángulos en los vértices de los polígonos” en las que también aparecieron aspectos no previamente trabajados. Fue muy motivante el hablar sobre "Escher” y el ver y analizar un vídeo sobre su obra y algunas reproducciones de las mismas.

El profesor P1 encuentra que la participación de los alumnos en las fases de puesta en común se centró, principalmente, en los jefes de grupo. Para que el resto interviniese alguna vez, era menester que el profesor insistiese.

A efectos de mostrar la actuación del profesorado en algunos aspectos concretos de sus competencias didácticas nos vamos a referir, a título de ejemplo, a las actividades del diseño de instrucción Giros (nivel 2), Actividades 2, 3, 7 y 8 (fase información).

Como hemos indicado el profesor P1 desarrolla inicialmente la clase, siguiendo lo determinado en la fase de información del modelo de Van Hiele. Indica que los alumnos comiencen a trabajar por equipos y él se dirige a cada uno de los equipos en particular.

En las aclaraciones del profesor a toda clase recurre a ejemplos, siempre relacionados con la vida real.

En relación con los equipos de trabajo, el profesor fomenta la participación de los alumnos. Por ejemplo, se dirige al grupo de trabajo que desarrolla la actividad 2 y le pregunta ¿Qué es lo que hay que hacer en esta actividad? Si el alumno no entiende, le señala la parte del texto donde se explica la actividad y se inicia el diálogo. Por ejemplo (véase Anexo II, profesor P1, 1ª· sesión, secuencia 28-44, p. 111).

28. P: Esto es una explicación previa para que entiendas lo que hay que hacer.
29. A: ¡Ah!.
30. P: ¿Qué hay qué hacer?
31. A: Que los positivos que empiezan por O B̂ A...
32. P: ¿Lo dice ahí?
33. A: Lo dice el libro.
34. P: Claro, porque no lo han leído atentamente. Fíjate lo que dice. El ángulo nunca se nombra como tú dices poniendo el vértice delante o detrás. Siempre el vértice va en medio, la única duda es qué lado es el primero, éste o éste.
35. A: No, éste, tiene que poner éste.
36. P: Sí, por eso, pero es que es distinto ahora mismo AÔB que BÔA, ésa es la diferencia.
37. A: No, porque...
38. P: Y ¿cómo lo sabes cuál es una y cuál es otra?
39. A: Porque el negativo tiene la flecha para arriba y el positivo para abajo.
40. P: Exactamente, y la flecha te dice también por dónde empiezas a nombrar.
41. A: ¡Ah!
42. P: ¿No te has dado cuenta de ese detalle? ¿por qué éste se llama AÔB?
43. A: Porque es negativo.
44. P: Claro, como éste está para arriba, empiezas a nombrar donde sale la flecha y terminas nombrando donde llega. Bueno, lo que importa es que eso es lo que tienen que tener claro todos para poder hacer el ejercicio, que es rellenar la tabla. Hay una serie de ángulos, están numerados, el uno, el dos, el tres... y de cada ángulo tienen que decir ustedes dos cosas: primero, qué sentido tiene, porque claro, si no saben el sentido no saben decir nada más. Y luego, la representación a cargo de las letras porque eso es importante; esa es la primera cosa que tenemos que conocer de un ángulo, qué sentido tiene. [....]

De vez en cuando el profesor P1 en la 1ª sesión se dirige a toda la clase y hace comentarios generales, por ejemplo en relación con la actividad 3 dice (véase Anexo II, profesor P1, 1ª· sesión, secuencia 44-48, pp. 111-112):

44. P: [...] les voy a hacer una aclaración a todos. Atiendan todos un momento, porque a lo mejor el problema está en el sentido de las palabras. Recuerden que ahí se lo dicen con claridad, les ponen como referencia el reloj. Siempre, en Matemáticas, y en la vida real por supuesto, cuando hay algo que se mueve en círculo, sólo tiene dos posibilidades de movimiento: o se mueve así o se mueve al revés, y entonces, como todo el mundo tiene un reloj y si no lo tiene en la muñeca lo tiene a la vista y lo tiene interiorizado, es fácil decir de los dos sentidos cuál nos interesa y basta con referirlo al reloj. ¿Cómo se mueven las agujas del reloj? Siempre hacia allá, siempre. Cuando se dice que una cosa se mueve siguiendo el sentido de las agujas del reloj quiere decir que su movimiento es así; si se dice que es contrario a las agujas del reloj es que es así. Piensen en cualquier cosa que se mueva girando. Por ejemplo las llaves de un grifo; ustedes van a abrir el agua, háblenme del reloj, ¿en qué sentido hay que girar el grifo para abrirlo y que salga el agua siempre?

45. A: Las agujas del reloj...

46. P: En el sentido...

47. A: De las agujas del reloj... al contrario.

48. P: Claro, hay que interiorizar bien aquí el reloj. Para abrir el grifo siempre lo abro hacia la izquierda; para cerrarlo hacia la derecha. Luego lo abro en el sentido contrario a las agujas del reloj y lo cierro en el sentido correcto de las agujas del reloj. Pues en Matemáticas el sentido siempre se marca así, entonces miren la información para ver cuál es el positivo...

En otras ocasiones P1 se dirige al grupo entero para trata de explicarles, en este caso para mostrarles una estrategia, en este caso es en la actividad 7: giros con centro en la figura que es una actividad del nivel 2, (véase Anexo II, profesor P1, 2ª· sesión, secuencia 55-58, p. 116).

55. P: Bien, hay estrategias. Recuerden: la palabra es estrategia. Estrategia para aprender a estimar. Ahí cada uno utiliza pequeños trucos, según lo que vaya a medir. Ya tienen entonces aclarado lo que puede ser la estimación en esta actividad. La siguiente, la actividad número cinco, aquí empezaba ya el verdadero trabajo, el intenso, el fuerte, que era el de coger, recortar del juego de figuras y construir las cosas que ahí se mencionaban. Ahora espero que haya muchas cosas que decir y por parte de más gente sobre todas estas actividades. Vamos a ir viéndolas, una a una. Recuerden que cada una presenta una variante sobre la anterior, pero vaya comentando en general. La número cinco trataba, daba una figura cualquiera, elegida, pinchar un vértice y hacer un giro en tres posiciones distintas. A ver, comentarios sobre esa actividad, todo lo que deban decir sobre esa actividad díganle ahora, venga.

56. A: Que cada vez que hago un giro la figura cambia.

57. P: Cambia la posición, bueno, un detalle. Más cosas, tienen que salir cosas muy ricas y ahora de momento son las más sencillas, venga.

58. A: Que al hacer los puntos, por ejemplo, poniendo el centro no te da los mismos ángulos.

También el profesor P1 se dirige al grupo tratando de transmitir al alumnado algún concepto, como en este ejemplo el de puntos homólogos (véase Anexo II, profesor P1, 2ª· sesión, secuencia 86-89, p. 117).

86. P: No, homólogo.

87. A: Eso homólogo.

88. P: Puntos homólogos, ese es el vocabulario básico de los giros, centros de giros, puntos homólogos, ángulo de giro y la principal propiedad es la del ángulo de giro, que es siempre el mismo ángulo para cualquier punto. Un punto y su homólogo siempre tendrán el mismo ángulo de giro, porque eso es lo que define el ángulo. La actividad siguiente, que es la número seis, había que hacer lo mismo pero en lugar de marcar el punto, el centro de giro en un vértice había que marcarlo dentro de la figura. ¿Entendieron ya la segunda actividad habiendo ya hecho la primera? ¿La entendieron mejor?

89. A: Sí.

Se trata de un profesor que interpreta correctamente las modelizaciones de Van Hiele y desempeña adecuadamente las funciones del profesor.

Conclusiones

P1 es un profesor con un nivel de pensamiento geométrico alto (nivel 4), y con una visión de la Geometría de carácter experimental que fomenta en los alumnos el trabajo investigativo. Su idea de la organización del currículo está centrada en los aspectos fenomenológicos y además no está en contradicción entre lo que piensa y hace en sus clases.

Una vez implementado el Programa de Formación, nos encontramos con un profesor que valora el diseño como bueno en lo que supone de innovación, trabajo meticuloso y de coherencia con el proceso de aprendizaje real de los alumnos. Pero, por otra parte, le parece excesivo, en algunos casos reiterativo en las actividades propuestas, y, muy largo en el tiempo.

Acerca del desarrollo de la experiencia considera el proceso correcto y de organización adecuada, no obstante, insiste en la necesidad de mejorar algunos aspectos del diseño.

Valora la experiencia como positiva: *Mi valoración es positiva. Con los alumnos de tipo medio y medio-alto, los resultados son excelentes. Los alumnos de tipo bajo se implican, pero les cuesta avanzar. Los alumnos de tipo alto se aburren. Si se consigue reducir el diseño un poco y se consigue situar secuencialmente cada nivel, podría ser factible. El inconveniente mayor es el tiempo de dedicación.*

Especialmente incide en que el curso realizado y el desarrollo de la experiencia son muy buenos, puesto que le ha permitido analizar el diseño de cada una de las actividades, ver personalmente las dificultades de realización de cada una de ellas, lo que ayudará después en la acción con los alumnos.

Nos encontramos con un profesor que presenta el perfil ideal para desarrollar el modelo de Van Hiele en todos sus aspectos: cognición geométrica y didáctica, adaptación curricular e interacciones. El contexto que ha elegido para la implementación de las actividades de aprendizaje giros es adecuado (2º de ESO).

Seis meses después el profesor P1 se encuentra trabajando con aspectos relacionados con el diseño de Giros en el nivel 2. No se trata de un desarrollo completo sino de una adaptación del diseño, en el sentido que había manifestado con anterioridad, haciendo una selección significativa de las actividades e incorporando aspectos de sus materiales curriculares a la estrategia de enseñanza que deriva del modelo de Van Hiele.

5.4.2. Profesor P2

Contexto

El profesor P2 tiene también más de 10 años en diferentes colegios públicos.

Ha impartido clases en Educación Secundaria Obligatoria (ESO). Es un profesor que manifiesta un gran interés por las Matemáticas en general y por la Geométrica en particular. Esta última para sus alumnos es una parte de las Matemáticas muy importante porque puede programarse como un centro de interés. Decide trabajar en la unidades de aprendizaje en los niveles 2 y 3.

Cognición Geométrica

Este profesor prefiere que la enseñanza de la Geometría debe estar basada en mucho trabajo informal, en el uso de modelos manipulativos y en cuestiones abiertas que permitan al alumno investigar; también opina que debe fomentar el desarrollo de la intuición espacial y estar relacionadas con otras áreas; en este sentido, el dibujo debe ser el elemento básico en las actividades geométricas. Sin embargo, tiene dudas si las actividades deben estar basadas en mucho trabajo deductivo y en una terminología y símbolos precisos.

Los resultados referidos a ambos test de Usiskin y de Jaime, sitúan a este profesor en un nivel 2 de razonamiento geométrico.

En relación con las producciones podemos decir que el profesor P2 asiste a todas las sesiones del Curso Guía, trabajando los tres diseños de instrucción en los dos niveles de razonamiento 2 y 3. Muestra sugerencias en el diseño de instrucción ángulos nivel 2, por ejemplo, en la actividad número 7 referida a rectas paralelas y perpendiculares, en la que observamos los segmentos en el espacio; el profesor piensa que puede confundir a sus alumnos pues no están acostumbrados a diferenciar entre objetos en la realidad (3 dimensiones) y su representación (2 dimensiones).

En este mismo sentido en la actividad 3 del diseño de instrucción Ángulos nivel 3, referida como sabemos a trazar la perpendicular a una recta desde un punto exterior a ella, el profesor P2 piensa que a sus alumnos se les puede crear una duda o una dificultad con respecto a las medidas angulares cuando se les pregunta ¿cuánto miden los ángulos que se forman?, ya que los alumnos pueden pensar que se forman ángulos rectos o también que miden noventa grados.

Aunque completa todas las actividades de los diseños, como hemos indicado sin aparente dificultad, observamos que le faltan algunas actividades de Medida de Ángulos nivel 3.

A este profesor le interesa sobre todo la estimación de ángulos y los elementos básicos del Giro.

P2 no utiliza actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas. Considera que el diseño es autosuficiente en esta cuestión. Para este profesor las preguntas que hace el alumno son relativas a la comprensión de los objetos geométricos tratados.

Encuentra que las respuestas de los alumnos a las preguntas formuladas en el diseño tienen bastante originalidad.

Igualmente las dificultades observadas en los alumnos al realizar las tareas son también de comprensión de los objetos geométricos tratados.

Adaptación curricular

Este profesor no presenta guiones de las sesiones de clases después del Curso Guía, acepta lo propuesto en el modelo de Van Hiele. Observamos en las videograbaciones cómo los alumnos realizan una serie de actividades no sólo de forma individual sino también grupal relacionadas con la estimación de ángulos y sobre el concepto de giro y elementos básicos de los giros en los que podemos observar que los conceptos son muy teóricos para el nivel que nos ocupa, aunque el profesor en todo momento va resolviendo las posibles dudas que van surgiendo y, a veces, invita a algunos alumnos que muestren al resto de los compañeros qué estrategia han utilizado para resolver las actividades propuestas.

Cognición Didáctica

Después del Curso Guía su cognición se manifiesta como adecuada para la implementación de las unidades de aprendizaje y siguiendo las fases del modelo. Este profesor manifiesta su interés por explicar en algunos momentos cuestiones de Geometría, por ejemplo, los conceptos relacionados con ángulos, tipos de ángulos, ángulos formados por dos paralelas cortadas con una secante, medida de ángulos mediante el uso de materiales como el transportador, el compás, la regla, la escuadra, etc, con ello pretende desarrollar una serie de actitudes en los alumnos como que valoren la precisión y la utilidad del lenguaje geométrico, al igual que éstos desarrollen la sensibilidad y el gusto por la presentación cuidadosa y ordenada en los trabajos geométricos. No trata de ninguna manera de desvirtuar las perspectivas de Van Hiele sino más bien de considerar algunos aspectos.

La participación de P2 y las puestas en común fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración fueron de organización y sobre todo para coordinar la participación de los alumnos con la finalidad de potenciar esta parte del modelo, que considera como muy significativa.

Para P2 el principal problema es el tiempo que aparece como un factor determinante a la hora de implementar un tratamiento curricular de esta naturaleza.

Interacciones

Las observaciones iniciales de este profesor son que presenta su punto más débil en relación con el modelo de Van Hiele, en las interacciones.

La interacción de este profesor en sus clases podemos decir que está más orientada hacia una simple transmisión de conocimientos y el trabajo investigativo con sus alumnos. En las primeras sesiones videograbadas éstos no se muestran "receptivos" a pesar de que el profesor parece preocupado porque la información llegue de manera óptima y clara a los alumnos. No se aprecia en consecuencia una interacción profesor-alumno muy clara en el aula.

Para P2 el modelo de Van Hiele fomenta las interacciones entre los alumnos y el profesor y entre los alumnos mismos, sobre todo en la fase de explicitación, en la que surgen intercambios de opiniones en los diferentes equipos de trabajo y en el grupo entero.

P2 no tiene dificultades en el desarrollo de la unidad de aprendizaje. Los alumnos no realizan preguntas comprometidas ni dan respuestas que se presten a ambigüedades. La participación de los alumnos en las fases de puesta en común es muy significativa.

Veamos nuevamente a título de ejemplo el comportamiento del profesor P2, éste se dirige a la clase para introducir a los alumnos en la actividad 4 de Giros nivel 2, correspondiente a la fase de información (véase Anexo II, profesor P2, 1ª· sesión, secuencia 1-3, p. 131).

1. P: Primero, analizar la actividad que vamos a hacer; después, qué materiales vamos a utilizar y en esa actividad que tienen ustedes ahí, fíjense bien, que se trata de estimar medidas. Primero, hagan ustedes la estimación y después hagan la comprobación, ¿estamos de acuerdo? Léanse despacio esa parte informativa a ver si hay alguna duda. ¿Alguna pregunta?
2. A: ¿Una actividad nueva?
3. P: Actividad número cuatro.

Se trata de introducir a sus alumnos en las actividades de la fase de información. Análogamente cuando trata de transmitir ideas geométricas como la actividad 21 en la fase de orientación libre del mismo diseño de instrucción, en la que explica a sus alumnos que P´ y Q´ son los puntos homólogos de P y Q (véase Anexo II, profesor P2, 2ª· sesión, secuencia 35, pp. 132-133):

35. P: ¿Algo más? Bueno miren, esta actividad que vamos a hacer hoy es diferente de las que hemos ido haciendo hasta ahora, pero un poco nos venían marcando, nos venían diciendo lo que debíamos hacer y un poco cómo lo debíamos hacer. Ahora ustedes tienen que empezar a explicar y combinar las ideas y conceptos que han ido adquiriendo sobre el concepto de giro y sobre los elementos básicos de los giros y fundamentalmente estas ideas las tienen que centrar en lo referente a la equidistancia de ángulos. Fíjense bien que en esta actividad que van a realizar tienen que tener muy en cuenta eso, equidistancia entre los centros de giro y los puntos homologados valiéndose de los ángulos, y después sobre todo la anotación matemática que tienen que ir dando a cada uno, en cada una de las actividades que vamos a realizar. Estas son las ideas básicas ¿eh? entonces vamos a empezar a hacer esta actividad que les he dado. Fíjense bien que, como en las anteriores, léanse primero lo que vamos a hacer, los materiales que vamos a utilizar y aquí un poco si no tienen espacio lo ponen en una hojita, la figura ésa. Ya no vamos a recortar sino que lo vamos a hacer utilizando el compás. Una de las ideas que tienen que tener clara es que nosotros vamos a sacar la conclusión del mismo número de puntos, que no es necesario tener en cuenta para hacer cualquier tipo de giro en la figura y eso es lo que vamos a ir comprobando ahora en esta actividad. ¿De acuerdo? Si hay alguna duda me la preguntan.

Se trata de un profesor que combina diferentes recursos y estrategias para el desarrollo de la propuesta.

Conclusiones

P2 es un profesor con un nivel de pensamiento geométrico bajo (nivel 2), sin embargo, tiene una concepción de la Geometría acorde con las necesidades del modelo de Van Hiele. De manera análoga podemos calificar su cognición didáctica, se trata de un profesor investigativo y orientado a la hora de desarrollar su tarea como profesor de Matemáticas. Que frecuenta tanto el trabajo individual como en grupo, con sus alumnos.

Aplicado el programa de formación tenemos a un profesor que valora el diseño como interesante tanto para el profesorado como para el alumnado; en relación con el proceso de enseñanza-aprendizaje, le parece adecuado pero que implica tener que estar bastante pendiente para el desarrollo de las diferentes fases.

Su valoración es la de una experiencia distinta y altamente positiva pero deberían simplificarse algunas actividades apara acortar su desarrollo en el tiempo.

Nos encontramos con un profesor que presenta unas competencias ideales para desarrollar un modelo de Van Hiele en sus diferentes aspectos: Cognición didáctica, desarrollo curricular e interacciones, excepto en la cognición geométrica. Sin embargo, el contexto que ha elegido para la implementación de las unidades de aprendizaje, Giros nivel 2 y 3 en 2º ESO, no pareciera en principio el más adecuado.

Seis meses después el profesor P2 se encuentra implementando de nuevo con sus alumnos el diseño de Ángulos en el nivel 2 y en el que vuelve a encontrar dificultades en la actividad de giros con centro en el exterior de la figura.

Ahora se encuentra trabajando en ESO en un Instituto de Enseñanza Secundaria y le parece muy adecuado trabajar, con el diseño de Giros pero sin el agobio de tiempo que le ocasionó en el curso anterior. Nos encontramos con un profesor que acepta el diseño de Giros como un material curricular adecuado a sus necesidades, ya que observa que los alumnos razonan y piensan con este estilo de trabajo.

Sin embargo, al igual que el resto de los profesores, no se plantea integrar en su materiales curriculares los otros dos diseños: Ángulos y Medida de Ángulos, que podrían ser apropiados para su trabajo actual.

CAPITULO VI: EVALUACIÓN DEL PROGRAMA DE FORMACIÓN

6.1 Introducción

En este capítulo se presenta el estudio global sobre la evaluación del Programa de Formación de Profesores en activo. En la evaluación del programa participan la investigadora responsable, el equipo de investigación y los profesores en activo en tanto que son usuarios del mismo.

Para llevar a cabo la evaluación del programa se considerarán los tres momentos del mismo: diseño, desarrollo y resultados. Los diferentes instrumentos y técnicas de recogida de la información se concretan en: diario de la investigadora, diario de clase elaborado por los profesores participantes, producciones de los participantes durante el Curso Guía, puestas en común durante y después del Curso Guía, las entrevistas finales I y II y grabaciones en vídeo después del Curso Guía. Procedemos a presentar una breve descripción de los diferentes instrumentos utilizados, todos ellos analizados en el Capítulo III.

Las distintas experiencias y los resultados del trabajo en desarrollo se recogen día a día en lo que llamamos diario de la investigadora, especificado en el Capítulo III de esta Memoria.

El diario recoge notaciones de los cambios hechos por los profesores, la toma de decisiones, los cambios en las actividades, cambios en los recursos utilizados, la metodología utilizada, las improvisaciones utilizadas, los posibles cambios en la programación...

Se les facilitó a los profesores participantes un esquema de un diario de clase con el fin de que recogieran cualquier incidencia en relación con el desarrollo del programa, como se recoge en el Capítulo III, apartado 3.8.4.

Las producciones de los profesores durante el Curso Guía son los resultados de las actividades resueltas por los profesores en los cuadernillos que se les pasaron durante el mismo, las cuales estaban relacionadas con Ángulos, Medida de Ángulos y Giros. Estos fueron los tres mismos cuadernillos que utilizaron los alumnos. En ellos vamos observando si las actividades están resueltas con claridad, ¿qué conocimientos geométricos muestran en ángulos, medidas y giros? si hacen anotaciones específicas relevantes y si sus conocimientos geométricos son realmente conocimientos didácticos. En definitiva, la producción de los profesores se analiza en términos de cómo presentan y generan las actividades, en realidad la producción geométrica es analizada como el resultado de un examen de preguntas abiertas a tres grandes cuestiones: Ángulos, Medida de Ángulos y Giros.

La puesta en común final se realizó después del Curso Guía: "El modelo geométrico de Van Hiele: Ángulos, Medida de Ángulos y Giros", el 22 de junio de 1998, la cual está dividida, como ya hemos señalado, en dos partes bien diferenciadas; primeramente le pasamos a los profesores un cuestionario semiestructurado individual al que ellos contestaron, preguntas que permitirán valorar el diseño y desarrollo del mismo, y en segundo lugar, se realizó un coloquio con la finalidad de obtener más información sobre el diseño del curso y el proceso de enseñanza- aprendizaje que han llevado a cabo durante el tiempo de la experiencia con sus alumnos. La puesta en común pretendía completar la información que habíamos recogido por escrito, es decir, profundizar en los puntos que estaban incluidos en el cuestionario pasado al principio.

El contenido de la entrevista final II está comentado en el apartado 3.7.3 del Capítulo III.

Los profesores participantes, cuando habían terminado sus cuadernillos realizaron con el equipo investigador una puesta en común para analizar el trabajo realizado en el desarrollo del diseño. Los profesores plantearon sus posibles dudas al respecto, bien de forma individual o en grupo, sobre lo que han observado en las actividades de los diseños de instrucción que ellos han trabajado; esto es lo que estamos llamando puesta en común durante el Curso Guía.

Las dieciocho preguntas de la entrevista final II están referidas a las unidades de aprendizaje: Aplicación del diseño, decisiones didácticas proyectadas, criterios de selección de los alumnos y valoración e implicaciones didácticas.

6.2 Evaluación de un Programa de Formación de Profesores en activo

La evaluación de un Programa de Formación de Profesores tiene una metodología concreta que se desarrolla en tres momentos diferentes:

- Evaluación del diseño del programa
- Evaluación del desarrollo del programa
- Evaluación de resultados del programa

(Colás, 1997 a y 1997 b; Fernández-Ballestero, 1996; Pérez Juste, 1995, 2000).

En la evaluación del diseño del programa consideramos dos dimensiones: la calidad del diseño en términos de contenidos y de calidad técnica, y la viabilidad del diseño en términos de adecuación entre metas, medios y recursos. En la evaluación del desarrollo consideramos dos dimensiones de análisis: la cognitiva referida a los niveles de aprovechamiento de los contenidos geométricos y del conocimiento didáctico; la operativa, referida a la puesta en práctica de los diseños de instrucción.

A modo de resumen mencionamos los indicadores para evaluar las diferentes dimensiones, para mayor detalle véase el Capítulo III, apartado 3.10

Los indicadores de la calidad del diseño en relación con los contenidos (CDC) son:

- Actualidad de los contenidos de Geometría
- Relevancia o pertinencia didáctica de los contenidos
- Adecuación de los contenidos al contexto y a las demandas educativas en Geometría de estos profesores en activo

Los indicadores de la calidad del diseño en relación con el aspecto técnico (CT) son:

- Adecuación entre objetivos, actividades, medios y mecanismos de evaluación
- Adecuación entre los objetivos y las necesidades de formación en Geometría de los profesores en activo (Pertinencia)
- Información adecuada entre los diferentes componentes del programa

Los indicadores de la viabilidad del diseño (V) son:

- Respuesta del programa a la demanda de los profesores en activo
- Temporalización adecuada
- Medios necesarios para la implementación del programa

Los indicadores de la evaluación del desarrollo de los diseños en relación con la cognición geométrica (CG) son:

- Realización de las actividades diseñadas
- Empleo de los recursos
- Resolución sistemática y adecuada de los procedimientos geométricos
- Propuestas de cambios de actividades

Los indicadores de la evaluación del desarrollo del diseño en relación con la cognición didáctica (CD) son:

- Aceptación de la modelización didáctica de Van Hiele como estratégica de la enseñanza de la Geometría
- Aceptación del modelo de Pensamiento Geométrico de Van Hiele

Los indicadores de la evaluación del desarrollo del diseño en relación con la adaptación curricular (AC) son:

- Cumplimiento de la temporalización
- Respeto a la planificación (actividades, recursos)
- Rapidez o flexibilidad en la aplicación del diseño
- Cambios en relación a las necesidades institucionales

Los indicadores de la evaluación del desarrollo del diseño en relación con las interacciones (I) son:

- Agrupamientos de alumnos
- Participación en las tareas
- Preguntas de los alumnos
- Respuesta del profesorado a los alumnos
- Distribución para el trabajo en el aula

La evaluación de los resultados contempla el análisis de los logros obtenidos en relación con el desarrollo del programa que se traducirá en la práctica en términos de: decisiones didácticas proyectadas, valoraciones e implicaciones didácticas.

Como ya hemos indicado en el Capítulo III de este trabajo, se optó por aproximaciones metodológicamente convergentes con la intención de descubrir, analizar y explicar el funcionamiento del Programa de Formación de Profesores en activo en Geometría según el modelo de Van Hiele. En este capitulo el propósito es descubrir, analizar y explicar el funcionamiento del Curso Guía como parte fundamental del Programa de Formación e identificar aspectos significativos respecto a la actuación de los profesores. Las técnicas e instrumentos de recogida de información son: las producciones de los profesores participantes durante el Curso Guía, las puestas en común durante y después del Curso Guía, las anotaciones del diario de clase elaborado por dichos profesores y las entrevistas finales I (acabada la implementación de la unidad de aprendizaje) y II (seis meses después de finalizada la experiencia).

6.2.1 Evaluación del diseño del programa

Como se señaló en los Capítulos I y II, el Programa de Formación de Profesores en activo tiene como antecedente el trabajo inicial realizado por el equipo investigador y cuatro profesores en activo, en el que se analizan diferentes currículos de Geometría desde la perspectiva de Van Hiele (apartado 2.2) y el modelo pragmático de formación de profesores en activo que se describe en el subapartado 1.4.2 del marco teórico conceptual (apartado 1.4).

En resumen, la consideración de los resultados obtenidos en el trabajo inicial con profesores en activo y el modelo de formación de profesores en activo orientaron finalmente la estructura del programa de formación. Este quedó establecido en síntesis por el diseño de un Curso Guía y por la implementación por parte de los asistentes al mismo de dos unidades de aprendizaje (niveles 2 y 3 de Van Hiele) con sus respectivos alumnos, pues cada profesor optó por llevar al aula una unidad de aprendizaje en dos niveles de razonamiento geométrico.

La elección de las unidades de aprendizaje, la determinación y distribución de las actividades de cada unidad de aprendizaje, la selección de los recursos empleados, los materiales suministrados en correspondencia con los requerimientos de las unidades de aprendizaje para alcanzar los objetivos didácticos previstos en el Curso Guía, fueron elaborados inicialmente por el equipo investigador y corregido una vez finalizado el mismo, a partir de las sugerencias propuestas por los profesores participantes.

Las unidades de aprendizaje definitivas que implementará este profesorado, se obtiene definitivamente a partir de las inicialmente establecidas y de las sugerencias recogidas durante el desarrollo del Curso

Guía.

Para llevar adelante la evaluación del diseño del Programa se han considerado, como hemos indicado con anterioridad, dos dimensiones: La calidad del diseño y la viabilidad del mismo.

En la evaluación del diseño del programa participan la investigadora responsable del programa, el equipo de apoyo a la investigación y los profesores en activo que cursan el programa de formación.

La valoración del Programa de Formación se obtiene a través de las opiniones vertidas por los participantes, especialmente en la entrevista final I, en la cual recogimos información relevante para la evaluación en relación con la pertinencia de los contenidos, los aspectos organizativos y la metodología propuesta.

Organizamos en consecuencia la evaluación del diseño del Programa considerando tres aspectos fundamentales: Calidad del diseño en relación con los contenidos, Calidad técnica del diseño y Viabilidad del diseño.

Calidad del diseño en relación con los contenidos

La calidad del diseño en relación con los contenidos (CDC) tiene como indicadores la actualidad de los contenidos tratados en Geometría, la relevancia o pertinencia didáctica de los contenidos, la adecuación de los contenidos al contexto y a las demandas educativas en Geometría de estos profesores en activo.

En este sentido se puso en evidencia que el diseño del programa se ajusta a las necesidades de formación en Geometría del profesorado en activo, lo que obviamente incide en su calidad.

Se evidencia que el diseño de unidades de aprendizaje siguiendo la modelización de Van Hiele es adecuada al diseño de las unidades didácticas que demanda al profesorado la reforma educativa.

El estudio preliminar con profesores en activo y el análisis del currículo de Geometría ponen también en evidencia la acertada elección de los tópicos Ángulos, Medida de Ángulos y Giros, además del interés por graduar el conocimiento geométrico en términos de niveles de pensamiento.

Un aspecto relevante de la pertinencia del diseño del programa lo constituye el hecho de que éste responde a las necesidades manifiestas por el profesorado en activo para poder implementar con garantías un programa de Geometría con esta orientación. Los profesores en activo que participan en esta experiencia tienen necesidades en formación en los dos aspectos de la modelización que se desprende de la propuesta de Van Hiele. El programa se diseña para satisfacer estas necesidades reales, de ahí que su pertinencia es innegable.

Respecto a la aportación de información del programa relativa a objetivos y actividades en el que se presentan de forma clara y precisa los aspectos que persigue en correspondencia con las actividades que se deban realizar para su logro, así como los recursos necesarios para su aplicación, conviene precisar que son reveladores de la Calidad Técnica (CT) del Programa.

Las valoraciones de los participantes a la metodología seguida en el Curso Guía, que es planteado como una revisión de determinadas unidades de aprendizaje mediante el proceso de inmersión, ponen de manifiesto que la evaluación del diseño del programa en este sentido es satisfactorio.

Cabe destacar entre el profesorado participante la implicación y aceptación de las actividades descritas para el desarrollo del Curso Guía, la aceptación de las secuencias de actividades propuestas, la realización de las mismas interpretando la doble modelización implícita: la geométrica y la didáctica.

La viabilidad del diseño es analizada en términos de considerar las respuestas del programa a las demandas de los profesores en activo, su adecuación temporal, así como la adecuación de los medios a las necesidades del programa para su implementación.

La estructuración del Curso Guía es considerada como apropiada por los participantes que destacan también la pertinencia de los recursos, así como el tiempo dedicado a la implementación del curso.

Además, consideran que el Programa de Formación da respuesta a las demandas de los profesores en activo en los aspectos geométricos y didácticos y que los medios y recursos previstos así como la temporalización establecida para la implementación del Curso Guía, son adecuados para el mismo.

Las diferentes sesiones de trabajo del Curso Guía se efectuaron según lo previsto en la programación inicial y contaron con el apoyo del equipo de investigación.

En resumen, recogemos en la siguiente tabla (Tabla 6.1) diferentes aspectos considerados por los participantes en la evaluación del diseño del Programa.

En la tabla se observa que la calidad técnica la hemos enfocado desde tres perspectivas: actividades de la unidad de aprendizaje (CT1), proceso de enseñanza/aprendizaje (CT2) y diseño de la unidad de aprendizaje (CT3); y la viabilidad la hemos enfocado sólo desde dos perspectivas: curso y desarrollo práctico (V1) y predisposición al modelo de Van Hiele(V2), y por último, a la calidad del diseño respecto al contenido vamos a observar (CDC1) únicamente la calidad del diseño para desarrollar el currículo de Geometría.

Valoración del diseño del programa

	P1 2º ESO	P2 2º ESO	P3 5º Primaria	P4 6º Primaria	P5 1º ESO	P6 1º ESO	P7 6º Primaria	P8 4º Primaria	P9 5º Primaria	P10 6º Primaria	P11 2º ESO
1. Diseño de la Unidad de Aprendizaje (CT3)	Buena: -Innovadora -Adecuada al aprendizaje de los alumnos -Excesiva -Mucho tiempo -Reiteración de actividades	Muy interesante tanto para el alumnado como el profesorado	Bien Problemas de los alumnos con el vocabulario	Bien Demasiado largo -Algunas actividades difíciles	Programación ideal pero no idónea Mejor delimitación de las situaciones de aprendizaje	Excesivamente amplio	Bien, aunque excesivamente amplio -Motivadora	Interesante Destaca el enfoque manipulativo inicial	Bueno Excesivamente amplio	Bueno Actividades reiterativas	Bueno Adecuado al nivel
2. Proceso de enseñanza/ aprendizaje (CT2)	Después de la experiencia -Proceso adecuado -Organización adecuada	Adecuado, pero exige concentración para el desarrollo de cada fase	Fases correctas	-Implica a los alumnos -Destaca la fase de Puesta en común	-Mayor concreción -El cómo no está fijado, queda a la voluntad del profesor	-Proceso reiterativo -Las fases bien	-Adecuado a la edad -Las fases apropiadas		Bueno -Organización adecuada y coherente	Bien estructurado -Proceso reiterativo a veces -Fases adecuadas	Bueno -Alumno más capacitado -Profesor agobio por la amplitud
3. Calidad del diseño para desarrollar el currículo de Geometría (CDC1)	Valoración positiva -Implica a los alumnos medio y alto -Dificultad en los alumnos bajos	Valoración positiva -Siempre que se adecuen las actividades por razones de tiempo	Valoración positiva Factibles Adecuadas para el currículo de Geometría	Valoración positiva Alumnos, profesores y contenido geométrico	Adecuada -Es necesario adecuar las actividades	Interesante Debe iniciarse en cursos anteriores	Buena, pero quizás demasiado largo para todo el currículo de Geometría	Valoración positiva Factible para desarrollar un currículo de Geometría	Positiva y factible	Muy buena Factible	Factible pero debe estar diseñada para el profesor ejecutarla
4. Curso y desarrollo práctico (V1)	Bastante Bueno -La inmersión ayuda en el trabajo posterior con los alumnos	Experiencia distinta en la que el diseño de las actividades ayudan mucho	-Muy bien Genera ideas al profesor	-Bien -Nuevo enfoque de la Geometría	Experiencia diferente	Adecuado para el desarrollo posterior de la Unidad de Aprendizaje	Bueno para el desarrollo posterior de la Unidad de Aprendizaje	Necesario para el desarrollo posterior de la Unidad de Aprendizaje	Necesario para el desarrollo de la Unidad de Aprendizaje	Muy buena	Muy bueno para resolver las dudas posteriores
5. Predisposición al modelo de Van Hiele (V2)	Orden de valoración -Organizar -Motivar -Explicar -Orientar -Sistematizar	Orden de valoración -Organizar -Motivar -Orientar -Sistematizar- -Explicar	Orden de valoración -Organizar -Motivar -Orientar -Explicar -Sistematizar	Orden de valoración Orientar Explicar Motivar Organizar Sistematizar	Orden de valoración Sistematizar Explicar Motivar Organizar Orientar	Orden de valoración -Explicar -Orientar -Organizar -Motivar -Sistematizar	Orden de valoración -Organizar -Motivar -Orientar -Explicar -Sistematizar	Orden de valoración Motivar -Organizar -Explicar -Orientar -Sistematizar	Orden de valoración -Motivar -Organizar -Orientar -Explicar -Sistematizar	Orden de valoración -Organizar -Orientar -Sistematizar -Motivar -Explicar	Orden de valoración -Organizar -Orientar -Sistematizar -Motivar -Explicar
6. Actividades de la unidad de aprendizaje (CT1)	Bien, aunque -Excesivas y en algunos casos repetidas. Mejorar: dibujos y texto	Bien, aunque en algunos casos son parecidos y se alarga mucho la unidad	Actividades no adecuadas para alumnos de 5º	Bien Aunque presenta dificultades en algunos de ellos	Bien, aunque en algunos casos presentan dificultades	Bien, aunque excesivas por la reiteración	Buenas, aunque excesivas	A veces parecen difíciles, quizás sea la presentación	Buenas, repetitivas	Buenas, aunque se repiten	Claras y adecuadas

Tabla 6.1

A título de ejemplo y referido a la calidad del diseño respecto a los contenidos señalamos entre las diferentes valoraciones la de la profesora P4 que en la puesta en común final se manifiesta en los siguientes términos: *Me ha parecido amplio el dossier y en cierta medida se podría mejorar la secuencia de los contenidos, por ejemplo, si se tratara del tema: Medida de Ángulos, tendría que prepararse de forma secuenciada para el primer ciclo y el segundo ciclo de la Educación Primaria, ya que yo por ejemplo, en mi caso, en Ángulos tuve que parar porque los alumnos dudaban de algunas palabras y conocimientos expresados en el dossier.*

6.2.2 Evaluación del desarrollo del Programa

Analizamos ahora los diferentes aspectos implicados en el desarrollo del programa en relación a las dos dimensiones consideradas: cognitiva y operativa.

La dimensión Cognitiva en la que se considera los niveles de aprovechamiento de los contenidos geométricos y del conocimiento didáctico por parte de los profesores participantes en la investigación; en este sentido nos referiremos a los primeros como Cognición Geométrica (CG) y a los segundos como Cognición Didáctica (CD).

La dimensión operativa es entendida como la puesta en práctica de las unidades de aprendizaje de los diferentes diseños de instrucción. Consideramos en esta dimensión operativa dos aspectos a evaluar que denominamos Adaptación Curricular (AC), relativa a cuestiones relacionadas con la planificación prevista en relación con la unidad de aprendizaje, e Interacciones (I), referida estas últimas, a las relaciones entre alumnos, o entre alumnos y profesor en cada una de las fases del modelo de aprendizaje de Van Hiele.

Dimensión Cognitiva

Cognición Geométrica (CG)

La cognición geométrica es evaluada a través de las producciones de los participantes, especialmente en el desarrollo del Curso Guía. En este sentido, los indicadores que utilizaremos son: realización de las actividades diseñadas, empleo de los recursos, resolución sistemática y adecuada de los procedimientos geométricos propuestos. De manera particular se observarán las propuestas de cambio de actividades para la mejora de los diseños iniciales.

El análisis de las producciones de los participantes se efectúa tomando en consideración las producciones de los mismos recogidas en los cuadernillos elaborados para el desarrollo de las unidades de aprendizaje, las opiniones expresadas en las puestas en común por los participantes y las anotaciones en el diario de la investigadora.

El análisis realizado de las producciones de los profesores muestran el interés de los mismos, tanto en la modelización didáctica como en la organización del contenido geométrico.

Los participantes presentaron una resolución sistemática y secuenciada de los procedimientos geométricos expuestos en las unidades de aprendizaje, así como una integración adecuada de los conocimientos geométricos tratados.

A modo de ejemplo seleccionamos diferentes actividades que pasaremos a comentar mediante resúmenes de las transcripciones de la puesta en común durante el Curso Guía. Recordemos que extrajimos diferentes opiniones y diálogos especialmente de los once profesores al trabajar en los diseños previamente elaborados. La retroalimentación surge en el desarrollo del Curso Guía por iniciativa de los investigadores en momentos apropiados (fase de explicitación) o por necesidades de los profesores.

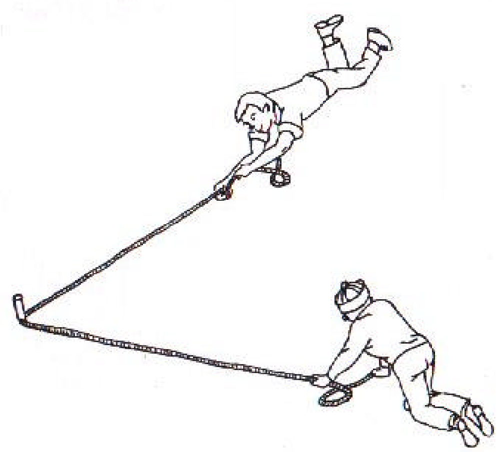
Observamos que P4 tiene dudas en la actividad en la que desde su punto de vista la enfoca como si se trabajaran ángulos cóncavos y ángulos convexos y también otros profesores muestran sus dudas sobre términos que se utilizan como: “dentro y fuera” que no saben a que se refieren, nos referimos en este caso a la actividad 1 de ángulos nivel 2.

ACTIVIDAD 1: NOCIÓN DE ÁNGULO (TIPO MANIPULATIVO)

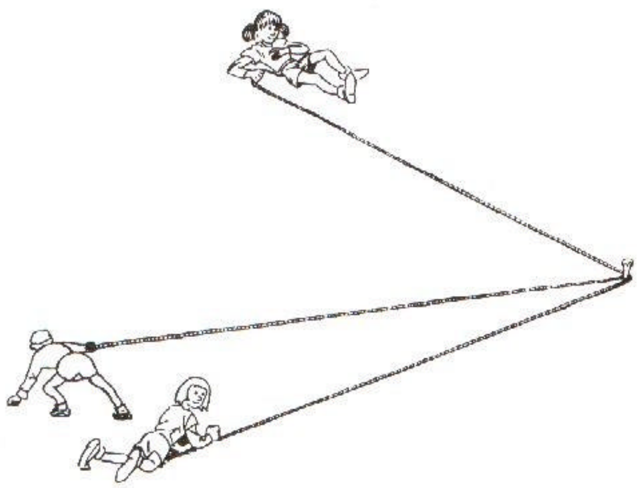
Objetivo: Repasar la noción intuitiva de ángulo utilizando cuerdas.

Materiales: Tres cuerdas y un pivote que puede ser la pata de una mesa.

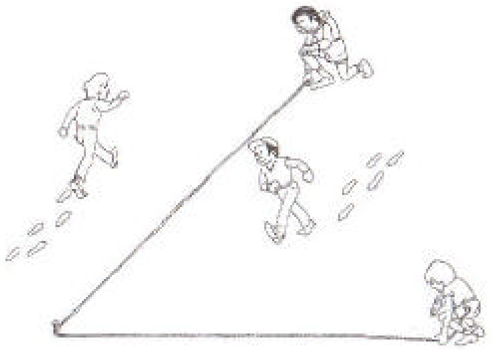
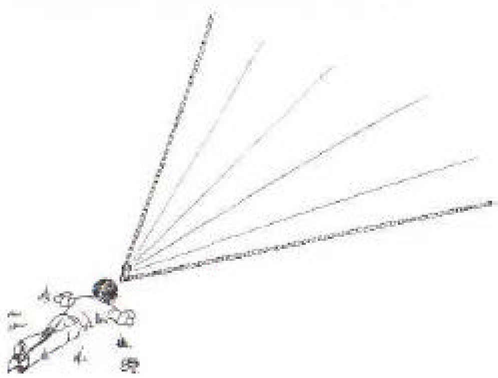
Cogemos dos cuerdas que parten del mismo punto, se construye un ángulo en el suelo de la clase o en el patio y hacemos ver a los alumnos cuál es la región interior del ángulo espolvoreando arena, yeso,…



Además, si cogemos una tercera cuerda, podemos recorrer el ángulo, barriéndolo.



Nos colocamos dentro o fuera del ángulo, (dejando si es posible la huella del zapato) y caminamos por dentro y por fuera del ángulo.

ACTIVIDAD 1: NOCIÓN DE ÁNGULO (TIPO MANIPULATIVO)
 Miramos el ángulo desde el vértice (tumbándonos en el suelo), e imaginamos que nuestro ojo, situado allí, en el punto de encuentro de las dos cuerdas, es como un foco del cual salen rayos de luz que recubren o barren el ángulo. Esto se puede facilitar si, al mismo tiempo, un segundo niño va barriendo el ángulo con una cuerda.  Colorea los lados y los vértices de los ángulos que aparecen en los vértices de las diferentes figuras. Dudas: Observaciones:

M1, profesor del equipo investigador, aclara esta actividad a los profesores. También P1 piensa que basándose en el objetivo de la actividad (repasar la noción intuitiva de ángulo utilizando cuerdas) no es preciso insistir demasiado, ya que la propia intuición del niño le va a decir qué es "dentro" y qué es "fuera" y que el papel del profesor es simplemente el de "encauzar esa intuición a formas mas concretas".

Interviene P5 señalando que los niños no están en un nivel 1, sino que ya conocen la terminología y los tipos de ángulos que se trabajan, sin embargo P1 no está de acuerdo con P5.

P11 apoya a P1 y en parte a P5, diciendo que el hecho que entienda una cierta metodología va a depender de si lo has trabajado con ellos o no.

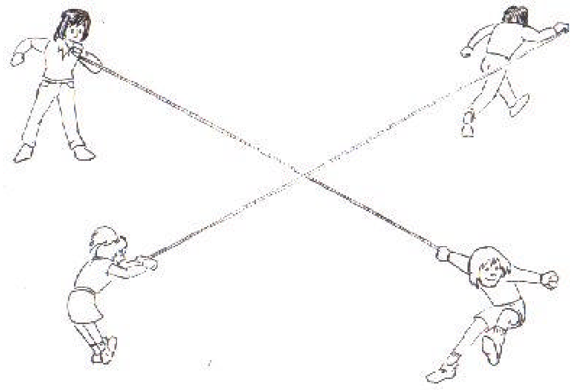
En definitiva acaban por pensar que esta actividad en el fondo está hecha para realizar trabajos de campo con tiza y arena a la vez que se trabaja sobre el papel.

Otro profesor en cambio la ve como algo manipulativo, y que se debería trabajar con una cuerda pegada al suelo. Uno de los niños llevaría una tercera cuerda que va “barriendo” y esto, según él, va mostrando a los niños lo que es “dentro” y lo que es “fuera”. Luego llevarían eso al dibujo y lo colorearían. Insiste en el uso de la regla como instrumento fundamental en Geometría. Comenta que el niño no se debe limitar a colorear la cuerda sino que la debe prolongar para que de esta forma vea que no puede representarla toda sino que entienda que es una representación de la misma. También podrían pintar la región que considera que es el ángulo.

M1 interviene para aclarar a los profesores que le parece muy apropiado esta reunión pero que no se preocupen que en las actividades siguientes se aclaran estas cuestiones.

Se siguen analizando las actividades y realizando correcciones y barajan la posibilidad de usar otras figuras para trabajar la actividad 1.

Al analizar la actividad 4 (seguimos en el diseño de instrucción ángulos nivel 2) en la cual los niños deben colorear los ángulos y los vértices de la figura, los profesores no ven claro cual es la manera mas adecuada para hacerlo sin que haya confusiones y comentan que si se trabajara de manera manipulativa no habría problemas. Hablan sobre maneras óptimas de que los niños capten el objetivo de la actividad, trabajar la noción de ángulo partiendo de dos rectas que cortan en un punto, y piden a los profesores que realizan la investigación, que se cambien varias palabras de los enunciados de las frases. Veamos a continuación dicha actividad:

ACTIVIDAD 4: NOCIÓN DE ÁNGULO (TIPO MANIPULATIVO)
Objetivo: Trabajar la noción de ángulo partiendo de dos rectas que se cortan en un punto. Materiales: Dos cuerdas o dos varillas de cartón. Considerando dos rectas que se cortan en un punto, que pueden ser representadas por dos cuerdas o por dos varillas de cartón, vamos a obtener cuatro ángulos o cuatro regiones angulares.  Colorea los lados y el vértice de los ángulos que aparecen en la figura. Dudas: Observaciones:

Un profesor piensa que es positivo nombrar un concepto con dos términos. Esto viene a propósito con los enunciados de las actividades 1, 2, 3 y 4 que hemos estado comentando del diseño de instrucción Ángulos nivel 2, en la que se utiliza tanto el termino “ángulo” como “región angular”, para referirse al mismo concepto.

Los profesores discuten entre lo que se asocia a “ángulo” y lo que se asocia a “región angular”, según ellos. Dicen que es el mismo caso que el planteado entre “polígono” y “región poligonal”, diciendo que usamos una u otra dependiendo de lo que vayamos a buscar (superficies, perímetros...) y aclaran sus dudas con un ejemplo en cada una de las actividades propuestas. Por otro lado, M1 les comunica que uno de los objetivos del Curso Guía es detectar y realizar un inventario sobre dudas, como las comentadas anteriormente, que se aclararían en las diferentes sesiones del Curso y ellos analizaron en grupos de trabajo durante bastante tiempo un bloque de preguntas que les surgieron en las diferentes actividades.

M1 completa la reflexión sobre esta fase señalando que hay que observar los errores en los alumnos ya que estamos viendo qué es lo que sabe el alumno, nosotros explicamos y tratamos de recabar información sobre lo que sabe el alumno.

Con respecto al diseño de instrucción Medida de Ángulos nivel 3 podemos observar también algunos aspectos que habían generado dificultades en el profesorado, como por ejemplo uno de los profesores sugiere que ellos trabajen las actividades en grupos de 2 o 3 para ganar tiempo.

Comienzan con las actividades 13 y 14 en las que se trabajan la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero y un pentágono convexo y empiezan a valorar la validez y facilidad de estas actividades y se plantean qué método es el más efectivo para llevarlas a cabo, siguiendo con las actividades 15 y 16 en las que también analizan cómo están planteadas a nivel de los contenidos de las preguntas, en las que uno de los profesores opina que el método que se usa en las actividades ayuda a los niños a razonar, ocurriendo lo mismo con la actividad 17; en la actividad 18, referida a la suma de los ángulos externos de un pentágono y de un hexágono (seguimos en Medida de Ángulos nivel 3), en la que se utiliza el geoplano, opinan que se pierde mucho tiempo trabajando con él y que al final la actividad no tiene continuidad. Se habla en este punto de que hay que presionar a los niños para que intenten realizar la actividad hasta que consigan realizarla, criticando el método que se sugiere para realizar dicha actividad planteando uno de los profesores otras formas de trabajar la misma; los profesores recalcan la dificultad de las fichas descriptivas, ya que plantean que "*al final se quedan en poco qué hacer*", refiriéndose a estas últimas actividades. Hacen propuestas diferentes a las de las actividades y se plantean que algunas de las preguntas que se proponen no guardan relación con el objetivo que se quiere alcanzar y que necesitan los alumnos de la ayuda del profesor para entenderlas; uno de los profesores propone añadir preguntas que guíen su pensamiento, ya que, de esta forma se les hace pensar y el alumno trabaja más sobre sus conocimientos previos.

Por otra parte, siguen pensando que las fichas se rellenan con una facilidad increíble y que las actividades se deberían trabajar todas con materiales como el papel punteado por ejemplo.

Se pasa a trabajar la actividad 23, donde se sigue con el diseño de instrucción Medida de Ángulos nivel 3, de la que los profesores piensan que es una actividad en la que el niño acabará guiándose más por el razonamiento numérico, aunque también a la larga, acabará por entender los conceptos planteados; piensan que en esta actividad el alumno hará una simple comprobación más que razonar y que no le sirve de nada rellenar la tabla del final de la misma, se plantean si los niños serán capaces de rellenar la tabla y al final piensan que sí porque está muy bien secuenciada. Hablan posteriormente de si los materiales como plantillas o representaciones gráficas, ayudan al alumno a razonar o no. Se cuestionan su efectividad y "discuten" sobre los materiales que se podrían utilizar para que los niños representaran los contenidos presentados.

Todo esto está basado en la idea común de los profesores de la gran dificultad que presenta el razonamiento y lógica por parte de los alumnos que es de lo que trata la citada actividad.

Pasan a analizar las actividades 26 y 27 referidas a teselados con polígonos iguales y teselados con polígonos distintos, respectivamente, y opinan que los niños para resolver la actividad 26 podrían utilizar la misma tabla que ya elaboraron en la actividad 25. Se trata de una tabla de doble entrada que relaciona el número de lados de un polígono regular, el número de vértices, el número de triángulos formados por las diagonales, la suma de los ángulos interiores y la amplitud de cada ángulo. Piensan que es muy difícil la actividad tal y como está planteada y sugieren a la investigadora cambiarla en alguno de sus aspectos.

ACTIVIDAD 25: DETERMINAR Y ESTABLECER RELACIONES ENTRE LOS LADOS, LAS DIAGONALES, NÚMERO DE TRIÁNGULOS Y ÁNGULOS INTERIORES DE UN POLÍGONO REGULAR

Objetivo: Determinar y establecer relaciones entre los lados, las diagonales, número de triángulos y ángulos interiores de un polígono regular.

Materiales: Papel punteado isométrico, plantillas y semicírculo graduado.

Construye en el papel isométrico un hexágono regular.

Vuelve a contestar las mismas preguntas anteriores referidas al hexágono regular.

Completa la siguiente tabla, ayudándote de una plantilla de polígonos regulares:

Nº de lados polígono regular	Nº de diagonales desde cada vértice	Nº de triángulos formados por las diagonales	Suma de los ángulos interiores	Amplitud de cada ángulo
3				
4				
5	2	3	540	108
6				
7				
8				
9				
10				
N				

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 26: TESELADOS CON POLÍGONOS IGUALES

Objetivo: Utilizar el conocimiento sobre la medida de los ángulos interiores de un polígono regular para construir teselados regulares.

Material: Plantillas o papel punteado.

Queremos yuxtaponer (unir) alrededor de un punto, polígonos de un sólo tipo.

¿Se pueden utilizar sólo triángulos equiláteros iguales?

¿Y hexágonos regulares?

¿Y cuadrados?

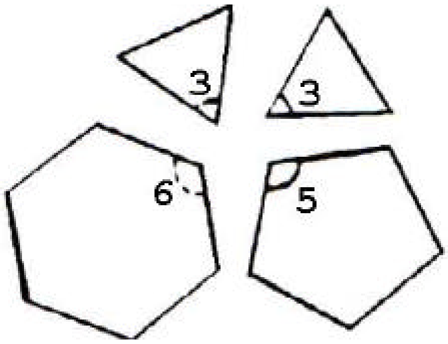
¿Y heptágonos regulares?

Explicar por qué no se pueden utilizar pentágonos regulares

¡Ayúdate de la tabla construida en la ficha de la actividad anterior, de las plantillas de polígonos y del papel punteado!

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 27: TESELADOS CON POLÍGONOS DISTINTOS
Objetivo: Buscar posibles teselados a partir de del estudio de los ángulos interiores de los polígonos regulares. Materiales: Papel punteado, polígonos de mosaicos. Teniendo en cuenta lo anterior, ¿es posible yuxtaponer (unir) las siguientes figuras alrededor de un punto?:  Dos triángulos equiláteros. Un pentágono regular. Un hexágono regular. De los siguientes grupos de polígonos, ¿cuáles se pueden yuxtaponer (sin que haya huecos) alrededor del punto?: Tres triángulos equiláteros, un cuadrado y un pentágono... Un pentágono regular, un hexágono regular y un decágono regular. Un cuadrado y dos octógonos regulares.. Un cuadrado, un hexágono regular y un decágono regular Dudas: Observaciones:

Uno de los profesores propone que en la actividad 26 se utilice también el papel punteado.

Comentan que las actividades les parecen muy bonitas y sugieren que tras realizar las actividades, los niños construyan *mosaicos* para que terminen con un acto de creatividad.

En este ambiente, M1 sugiere la necesidad de revisar diferentes propuestas que se han hecho sobre “ángulo” en los libros de texto al igual que otro concepto como “región angular” y que diferencias hay entre ellos. Comenta que cuando se quieren diferenciar se suele asociar “región angular” con rectas y “noción de ángulo” con semirrectas.

También muestra a los profesores que la idea de “ángulo adyacente” es útil para definir ángulo recto o perpendicularidad. Les habla sobre como definir los ángulos rectos sin necesidad de que aparezcan en escena.

M1 comenta cómo algunos textos no utilizan la noción de “región angular” sino pasan directamente a la noción de “ángulo”, utilizando la idea de sector angular. Anota que estos textos son los que se usaban en la reforma de 1970. Todo esto señala M1 viene a indicar qué tipo de adaptación se puede hacer en ESO, y para ello hay que ver un poco la evolución de la noción de “ángulo” en la Historia.

M1 plantea a los profesores la definición de ángulo de Euclides en la que ya se observa una cierta intencionalidad y donde ya se separa la idea de “ángulo” de “sector angular”.

Posteriormente se analiza un texto clásico como es el texto de Ed. Bruño que trabaja con haces de rectas que pasan por un punto llamado vértice. Según Bruño el ángulo va a estar caracterizado por el conjunto de semirrectas comprendidas entre dos rectas.

La medida de ese grupo de semirrectas determina la amplitud del ángulo. Este autor también habla de la “perpendicularidad” y del “ángulo recto”.

Tras estas aclaraciones M1 reflexiona, junto con los profesores, las diferentes consecuencias didácticas que se pueden extraer.

M1 posteriormente pasa a hablar de Roanes, que hace una adaptación a partir de los principios de Euclides, y trata de “región angular” y “ángulos”.

Roanes explica que las “regiones angulares” no son por la intersección de nada sino por la división del plano y M1 explica el por qué de esta confusión a lo largo de la Historia.

Se comenta a los profesores que a los alumnos hay que mostrarles y explicarles los ángulos de una manera intuitiva para no confundirlos y se les aconseja que nunca hay que “cerrarse” como docentes.

M1 continúa aclarando como define Roanes el “ángulo”: *El conjunto de semirrectas contenidas en una región angular y unidas por un solo* *vértice”*.

Los profesores agradecen este “breve análisis de historia” que les proporciona M1. Cada concepto posteriormente, lo relaciona M1 con la forma en la que se trabaja en las actividades del curso.

Los profesores, partiendo de las explicaciones de M1, muestran sus puntos de vista sobre el tema, insistiendo en la importancia de tener claros todos los conceptos relacionados con ángulos (región angular...), para que así los alumnos sepan que se les pide en la actividad.

En relación con el diseño de Giros, por ejemplo, el profesor P1 manifiesta que el manejo de cartulina y material con la figura y el disco transparente no se podía pegar y había que pegarlo con un alfiler; no era positivo, era mejor el manejo del compás y el ángulo de giro lo tenían claro; los alumnos buenos no se aburrían pues sustituían lo manipulativo anterior. Propuse a los alumnos buenos que las preguntas las respondieran mirando y pensando sin escribir.

El profesor P5 profundiza y relaciona la propuesta metodológica de los Van Hiele con el desarrollo de la Geometría y comenta que para él la Geometría de las huellas era más descriptiva, más fácil de pensamiento y refiriéndose a la actividad de los rectángulos A, B, C y D, no entiende para qué preguntar por qué son rectángulos y P1 le responde que es para que se expresen y P5 le dice que para él son respuestas triviales. P1 dice que se trata de matices de un paso a otro y que los alumnos a veces no los captan y P5 tiene dudas sobre la pregunta que cuáles son cuadrados y cuáles son rectángulos y señala que hablando de diagonales sí tendría más sentido.

Los profesores terminan contando su experiencia negativa con sus profesores cuando ellos estaban en el colegio y en los que no utilizaban otro método sino el de *“memorizar fórmulas”*.

Hablan también de la falta de preocupación y de información de los padres por la educación de los niños. Los profesores ven el material como una guía de trabajo para el futuro.

Termina así la sesión.

Después de un amplio y apasionante debate sobre la comprensión de los alumnos, se propone comentar las fechas para las reuniones futuras y deciden igualmente qué tema van a elegir para trabajar las actividades propuestas en el Curso con sus alumnos (ángulos, medida de ángulos, giros...).

El resultado final de esta elección es 6 profesores han elegido Ángulos, 3 que han elegido Medida de Ángulos y 2 que han elegido Giros.

Se organizan para fijar los niveles en los que se van a llevar a cabo las actividades, y se siguen "discutiendo" y eligiendo los conceptos que van a trabajar y también sobre las fechas en las que van a tratar cada uno. Se determinan diferentes fechas en las que se van a reunir según las unidades de aprendizaje que hayan elegido para trabajar y se fija la fecha de la reunión.

Al final deciden que los que han elegido Medida de Ángulos se reúnen los lunes junto con los que han elegido Ángulos. Los de Giros deciden posponer las fechas de la reunión.

Los profesores acuerdan que las fechas en las que trabajarán las diferentes unidades de aprendizaje estarán reflejadas en sus programaciones, además de los respectivos niveles de aprendizaje.

Estas acciones sirven de indicadores para la evaluación de la dimensión cognitiva geométrica del Programa que nos muestra los niveles de competencia geométrica de los profesores participantes.

El resultado de los tópicos elegidos por los profesores es el siguiente:

- Los profesores P4, P5, P6, P7, P8 y P10: Ángulos
- Los profesores P3, P9 y P11: Medida de Ángulos
- Los profesores P1 y P2: Giros

Cognición Didáctica

La evaluación de la cognición didáctica estará centrada en analizar el grado de aceptación de la modelización didáctica de Van Hiele como estrategia de la enseñanza de la Geometría, entendiendo además que ésta fomenta que los diferentes niveles de pensamiento geométrico están jerarquizados.

En el diseño del programa se pretendió actuar en el ámbito del conocimiento didáctico. En este sentido, su contenido estaba dirigido a desarrollar competencias que facilitaran la comprensión y aceptación de la modelización matemática y didáctica de la propuesta de Van Hiele. Al respecto, en la aplicación del cuestionario de la entrevista final (I) se constató que los profesores en activo valoran como bueno y excesivo el desarrollo de las competencias didácticas que derivan de la implementación por inmersión del Curso Guía, a efectos de poder planificar la enseñanza de la Geometría desde la perspectiva de Van Hiele.

Veamos algunos datos extraídos de los profesores participantes en la experiencia didáctica.

El profesor P1 manifiesta que le gustó el método puesto que es un cambio significativo, aunque en un principio les costó a los alumnos ya que no comprendían el vocabulario y él estaba acostumbrado a dar la clase de distinta forma y cuando ellos se encontraron con el papel y los giros en las actividades, se asustaron.

Con respecto a las fases 1 y 2 resultó todo muy bien, excepto a los alumnos más brillantes de todos a los cuales les resultaba complicado tantas fases para llegar a un mismo concepto que se podía lograr probablemente con menos esfuerzo; también ocurrió esto en las fases 3 y 4 que los alumnos mejores se aburrían, sin embargo no ocurría en la fase 5 la cual estimulaba. Las fases eran excesivas en el tiempo pues estaban comprometidos a hacerlas todas pero se encontraban a gusto; resaltamos que los que tenían más dificultades de comprensión les gustaba y querían hacer más.

El profesor P3 opina que las actividades del reloj en grupos son actividades abiertas y unos alumnos lo interpretan de una manera y otros de otra.

El profesor P5 señala que en ese caso toda solución es válida y que esto sería bueno a nivel de discusión pero no a nivel de actividad como nosotros lo estamos haciendo. No tengo muy claro que yo haya hecho bien lo de las fases aunque sí lo de los niveles.

La dimensión operativa

La dimensión operativa o puesta en práctica de las unidades de aprendizaje es evaluada a partir del diario elaborado por los profesores participantes, las entrevistas finales I y II y las grabaciones en vídeo después del Curso Guía.

Los aspectos a evaluar en esta dimensión son: Adaptación Curricular e Interacción.

Adaptación Curricular

Al respecto incluimos lo recogido en la puesta en común de los distintos profesores que intervinieron en la experiencia con respecto a la adaptación curricular (AC)

Veamos algunos comentarios al respecto:

El profesor P6 opina que al haber llevado a la práctica el tema de ángulos en primero de la ESO, los alumnos ya tienen bien o mal adquiridos muchos de esos conocimientos, entonces hay un choque, se encuentran con algo que ellos tienen bien o mal aprendido, e incluso a veces, con defectos. Esos conceptos se dieron por pasos desde segundo de Primaria y, a lo mejor, se les pregunta a los alumnos y lo saben o no.

El profesor P2 opina que en el método es necesario cambiar una cuestión primordial: el tema de los Departamentos, ya que los alumnos al no tener la experiencia necesaria requieren más tiempo a la hora de retener los conceptos *y yo no puedo seguir el ritmo marcado por el Departamento.*

El profesor P5 opina que algunas actividades pudieran haberse puesta en colores o no ponerlas, porque en la actividad de los ángulos consecutivos donde había que doblar por el vértice, se sombrea y queda todo sombreado, es decir que no quedan dos ángulos consecutivos sino que queda un solo ángulo todo sombreado.

En otra actividad que dice que copie los triángulos rectángulos y los compare con el ángulo recto; es más fácil hacerlo con trazas y no estar copiando todos los ángulos.

Con respecto a la actividad anterior no estoy de acuerdo porque el horario debe ser puesto sólo con el minutero; el minutero es el que se mueve pero no se puso en la actividad aunque quedamos en ponerlo.

El profesor P5 seleccionó actividades, por ejemplo, quitó la del reloj y la de la cuerda en el patio porque no eran factibles.

La profesora P7 les responde diciendo que para ella ésas eran las actividades buenas, manipulativas...

De forma análoga exponemos algunos ejemplos relativos a las

Interacciones

Por ejemplo, el profesor P1 manifiesta organizaba los grupos de forma que en cada uno de ellos había un responsable que era justo uno de los alumnos mejores de la clase. En realidad en todos los grupos había un alumno que era sobresaliente; ellos iban discutiendo y se preguntaban las dudas unos a otros.

Para el profesor P1 el modelo de Van Hiele genera especialmente interacciones entre los alumnos del mismo equipo y entre éstos y el profesor. Describe la participación de los alumnos en la puesta en común como una actividad centrada en los Jefes de equipo en la que el resto de los alumnos participan pero a instancias del profesor.

Para el profesor P3 es significativo el trabajo en grupo que hace que por lo menos se enteren de la actividad, incluso señala que un alumno con problemas en su casa, trabajó muy bien en grupo.

Este profesor manifiesta que las interacciones entre los alumnos mismos son muchas, pero que para él el modelo genera pocas interacciones entre el alumno y el profesor, sólo en algunas ocasiones los alumnos preguntaban al profesor. No obstante, en la puesta en común la participación de los alumnos fue alta, ellos discutían y defendían sus opiniones.

En resumen, y tal como se recoge en la tabla de la evaluación del desarrollo del Programa 2 (Tabla 6.3), para 9 de los 11 profesores el modelo es bastante interactivo entre alumnos y entre alumnos y profesores. Se trata de un método que genera una alta participación de los alumnos. Sólo para el profesor P3 y P7 el modelo presenta pocas interacciones entre el alumno y el profesor, en ambos casos son profesores que habían decidido trabajar con alumnos de Educación Primaria en 5º y 6º, respectivamente, y quizás estos niveles presenten mayor dificultad en el desarrollo de una unidad de aprendizaje de nivel 2 y 3.

Se observa que la máxima interacción entre los alumnos se da en la puesta en común, incluso cuando la edad de los alumnos o su nivel de conocimiento no son los más adecuados.

En las tablas siguientes (Tabla 6.2 y 6.3) recogemos datos para la Evaluación del desarrollo del Programa, en la primera columna señalamos las distintas perspectivas de la cognición geométrica y de la cognición didáctica en las diferentes preguntas de la entrevista final I.

Evaluación del desarrollo del Programa 1

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
10 (CD1) Participación en la puesta en común: Explicitación e integración	-Organizar la discusión -Provocar respuestas -Estimular y provocar la participación -Dirigir la síntesis final	-De organización y de coordinación de la participación de los alumnos	La menos posible	Ayudarles a encontrar la solución correcta	-De coordinación y moderación de las actividades -Desconoce con claridad la coordinación entre fases	-De orientación	-Igual que en el resto de las fases y actuaba de moderadora		-Orientar y organizar	-Muy poco -Orientar la puesta en común	-Moderando el debate
11 (CG1) Plantear actividades diferentes a las propuestas	No; aclarar y señalar aspectos posibles	No, ninguna	Sí, proponer algún ejemplo relacionado con la actividad	Sí, por problemas de vocabulario y conocimientos previos	Sí, en ángulos consecutivos	No (ninguna)	No (ninguna)	No (ninguna)	No, salvo en tareas con el ábaco	No (ninguna)	Sí, en ángulos complementarios y suplementarios
12 (CG2) Caracterizar las propuestas de los alumnos	De prácticas, aunque no brillantes, pero útiles	Relativas a la comprensión	Específicos de la actividad	Habituales	De aclaración del texto	Inicialmente confusos, luego adquieren un alto grado de razonamiento	Referidos a conocimientos previos y al vocabulario		Propuestas puntuales para aclarar las actividades	De comprensión del enunciado	Para aclarar contenidos
13 (CG3) Caracterizar las respuestas de los alumnos	Al principio vagas y cómodas, luego más profundas, interesantes y originales	Con bastante originalidad	De todo tipo	Problemas para contestar debido al enunciado	Sin meditarlos A veces originales	Inicialmente sin razonar Luego razonando	Positivamente		Interesados por los aspectos geométricos	Generalmente adecuadas Sólo en ocasiones para salir del paso	Con una actitud interesada por la Geometría
16 (CD2) Motivación de la propuesta de enseñanza aprendizaje	-En general sí -Confían más en si mismos -El trabajo en grupo les estimula	-Sí, bastante Hubo problema de tiempo	-Sí, los motiva El trabajo con materiales les entusiasma	-Fue un cambio metodológico que aceptaron bien El material usado	-Sí, bastante -Propuesta divertida y fácil, con problemas de tiempo	-Sí, los hace más participativos	-Sí -Es otra forma de orientar el aprendizaje	-Sí -Destaca el aspecto manipulativo de las actividades	-Sí -Les encanta describir conceptos	-Si bastante, tengo el propósito de programar el curso siguiente desde este enfoque	Si, bastante Destaca las actividades manipulativas

Tabla 6.2

Evaluación del desarrollo del Programa 2

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
7 (I1) Interacciones entre alumnos y profesores	Sí, mucha, especialmente entre alumnos del mismo equipo	Sí, especialmente en la fase de explicitación Surgen intercambio de opiniones entre los grupos	Pocas entre alumno y profesor y muchas entre los alumnos Los alumnos en ocasiones preguntaban al profesor	Sí, especialmente entre ellos mismos Solo en caso de duda acuden al profesor	Sí, especialmente a lo largo de explicitación en la que hay discusión y confrontación de ideas	Sí, fomenta la interacción Es un método participativo	Algunas veces	Sí, muchas veces	Sí, tanto con los alumnos como con el profesor	Sí, entre ellos y con el profesor para orientarles	Sí
8 (I2) Preguntas no previstas	Preguntas referentes: Sentido de giro, Polígonos, construcciones geométricas con regla y compás	No, ninguna	En general no	No, ninguna	En muy pocas actividades	Especialmente en ángulos Triedros	Algunas veces relacionados con aclaraciones del vocabulario	No, ninguna	No ninguna	Preguntas para aclarar las actividades	Ninguna
9 (I3) Respuestas no previstas	"Sentido de giro", ángulos en los vértices de los polígonos, generó diferentes caminos	No, ninguna	Tampoco fueron significativas	No, ninguna	Muy pocas veces	Muy pocas, las relacionadas con los ángulos triedros	No (ninguna)	No (ninguna)	No (ninguna)	Ninguna	Ninguna
15 (I4) Participación de los alumnos en la Puesta en Común	Se centró en los jefes de grupo El resto intervino a instancias del profesor	Alto nivel de participación	Alta, ya que ellos discutían y defendían sus opiniones	Buena, Experiencia nueva para ellos	Muy alta	Muy alta Incluso los malos participaron	Bien a pesar de la edad de los alumnos		Muy buena	Muy alta todos querían participar	Mayoritaria
14 (AC) Dificultades de los alumnos al realizar la tarea	Comprensión lectora Explicitación de los resultados	Falta de comprensión	Falta de vocabulario Lectura comprensiva	Desconocimiento Apatía Desmotivación	Falta de comprensión del enunciado de las actividades	Actividades muy repetitivas que inducen a fallos	En muchos casos falta de conocimientos previos		Se cansan en algunos momentos Se repiten actividades	Ninguna	En algunos tenían dificultad para realizar la tarea

Tabla 6.3

6.2.3 Evaluación de los resultados del programa

La evaluación de los resultados del Programa se refiere al análisis de los logros cognitivos tanto geométricos como didácticos del mismo.

La evaluación definitiva de los resultados del programa se efectúa mediante la comparación entre las competencias didácticas iniciales de los profesores participantes y las competencias didácticas finales de los mismos, a partir de los datos recogidos por las diferentes técnicas e instrumentos de análisis.

Estos logros cognitivos se constatan en las producciones y tomas de decisiones de los profesores. A partir de la realización de las actividades propuestas en las unidades de aprendizaje del Curso Guía y de la puesta en práctica de las mismas, se observó y analizó si los profesores en activo asumían o no las dos modelizaciones de la propuesta de Van Hiele.

La mayor parte de los profesores participantes muestran ciertas competencias en las dos modelizaciones propuestas, poniendo de manifiesto un cierto manejo de los mismos, al hacer diversas propuestas de representación de los objetos geométricos, o, al utilizar diferentes actividades en las fases del modelo de enseñanza.

Podemos señalar a modo de resumen que:

-Después del Programa de Formación los Profesores en activo muestran competencias aceptables en las dos modelizaciones propuestas: geométricas y didácticas.

-La integración de ambas modelizaciones en su trabajo habitual en clase de Matemáticas, se pone de manifiesto especialmente en los resultados obtenidos al considerar estos profesores en el curso siguiente al desarrollo de la experiencia, que es lo que vamos a analizar en el apartado que viene a continuación.

6.2.3.1 Entrevista a los participantes al Programa de Formación en el curso siguiente al desarrollo de la experiencia

Al finalizar el primer trimestre del curso siguiente a la experiencia (diciembre de 1998), como hemos indicado con anterioridad, se realizó una tercera entrevista que cerró definitivamente la recogida de información para este trabajo.

Una vez transcurrido seis meses desde el desarrollo del Programa de Formación procedimos a realizar una entrevista a los once participantes en el programa.

El interés de esta entrevista es doble; de una parte, queríamos confirmar la información sobre la aplicación del diseño en el curso anterior así como la elección de los alumnos; de otra, pretendíamos analizar las consecuencias didácticas derivadas del Programa de Formación en el profesorado participante, que organizamos en términos de decisiones didácticas proyectadas, implicaciones didácticas y valoración personal de la implementación del diseño en el aula.

Procedemos a presentar la información recogida en la entrevista semiestructurada aplicada a los once participantes en el Curso Guía en relación con las consecuencias didácticas; la información recogida sobre la aplicación del diseño y los criterios de elección de los alumnos están comentados en los apartados anteriores.

En síntesis los aspectos referidos a las decisiones didácticas proyectadas fueron los siguientes:

- Trabajar en el curso siguiente con el diseño preparado (D1)
- Trabajar en el curso siguiente con algunas actividades del diseño preparado (D2)
- Tener la intención de trabajo con el diseño (D3)
- Tener la intención de trabajo con actividades del diseño (D4)
- No trabaja ni con el diseño ni con las actividades del diseño (D5)

En las implicaciones didácticas se analizan, aspectos referidos a:

- Relaciones entre el diseño y el trabajo que desarrollan en las actividades (R)

Por último, se considera:

- Valoración de la implementación del diseño en el aula (V)

Las respuestas dadas por los profesores con relación a la Entrevista final II las vamos a comentar a continuación con respecto a las categorías correspondientes.

Pasamos ahora a transcribir las opiniones que los once profesores manifiestan en la entrevista final II en relación con las tres categorías anteriores.

Profesor P1

Con respecto a la categoría Decisiones didácticas proyectadas, el profesor P1 responde lo siguiente:

¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿por qué?

No.

¿Y con algunas actividades que hay en él?

No, porque no ha llegado el momento en la programación, será en Febrero o en Marzo.

¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?

Sí, en el segundo cuatrimestre.

En caso afirmativo, ¿cuáles?,¿por qué?

En el primer nivel.

En caso negativo ¿cuáles?¿por qué?

El 2º no, pues los alumnos no tienen las capacidades necesarias para alcanzar dicho nivel.

Con respecto a la categoría Valoración de la implementación del diseño:

Sobre el trabajo que llevaron al aula.

Buen trabajo, pero que necesita un rediseño para mejorar la presentación gráfica y escrita y evitar la reiteración de algunas actividades.

Para la categoría Implicaciones Didácticas:

¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿por qué?

No, pero junto a los otros compañeros que participaron en la investigación, existe el propósito de colaborar en la mejora del material para llevarlo al aula en forma habitual.

De manera resumida las conclusiones de P1 son:

En relación con la categoría (D), el profesor P1 muestra la intención de trabajar con el diseño de Giros en el nivel 2, en los meses de Febrero o Marzo. El nivel 3 no lo considera adecuado al nivel de sus alumnos, aunque se trate de contenidos que debe trabajar.

En relación con la categoría (V) el profesor P1 valora positivamente el diseño, pero sugiere hacer pequeñas modificaciones en el texto y los gráficos del mismo, así como seleccionar algunas actividades que le parecen reiterativas.

En las implicaciones didácticas (R) el profesor P1 se muestra partidario de integrar las actividades del diseño en su programación habitual y no al revés.

Profesor P2

Con respecto a la categoría Decisiones didácticas proyectadas, el profesor P2:

¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿por qué? ¿Y con algunas actividades que hay en él?

Sí, empecé en noviembre y vamos por la 7ª ficha; volvió a presentar dificultades la de giros con centro en el exterior de la figura, aunque me parecen interesantes las actividades.

¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?

Sí, pero con menos agobio que el año pasado, para poder llevar el programa, pues ya estoy en el instituto.

En caso afirmativo, ¿cuáles?,¿por qué?

Voy a continuar por donde voy, es decir por la 8ª.

En caso negativo ¿cuáles?¿por qué?

Con respecto a la categoría Valoración de la implementación del diseño

Sobre el trabajo que llevaron al aula.

Interesante, pues los alumnos razonan y piensan. Pensé llevarlos al instituto pero no sabía si se podría llevar.

Para la categoría Implicaciones Didácticas

¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿por qué?

Sí, estoy llevando el mismo.

De manera resumida las conclusiones de P2 son:

En relación con la categoría (D), el profesor P2 se encuentra implementando de nuevo el diseño de Giros en el nivel 2 y pretende continuar durante el curso con el nivel 3. Su valoración es muy positiva para el diseño y lo acepta como un material curricular adecuado a sus necesidades como profesor de Geometría, observa que sus alumnos razonan y piensan con el desarrollo de la Geometría mediante este modelo de enseñanza.

Profesor P3

El profesor 3 con respecto a la categoría Decisiones didácticas proyectadas:

¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿por qué?

En algunas actividades que seleccioné, por la dificultad de los alumnos en el curso anterior .

Ej: Pasar de minutos a segundos. Pasó un grupo de actividades y repasé las de más dificultad.

¿Y con algunas actividades que hay en él?

¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?

Como ya trabajé algunas, en la programación de Medida de Ángulos volveré a utilizar estas actividades.

En caso afirmativo, ¿cuáles?,¿por qué?

Algunas de las referidas a Medida de Ángulos, pero ahora no se cuales.

En caso negativo ¿cuáles?¿por qué?

Aquellas que los alumnos ya dominan.

Con respecto a la categoría Valoración de la implementación del diseño

Sobre el trabajo que llevaron al aula.

Para el nivel de 5º curso de Primaria, había algunas fichas con bastante dificultad, como la del reloj, la orientación,...

Para categoría Implicaciones Didácticas

¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿por qué?

El que yo llevo es parecido, pues yo les doy unas actividades, las discuten y luego las resuelven y ponen en común.

De manera resumida las conclusiones de P3 son:

El Profesor P3 ha trabajado con diferentes actividades del diseño Medidas de Ángulos, especialmente, aquellas en que habían tenido dificultades sus alumnos en el curso anterior.

Su intención no es implementar el diseño completo sino seguir seleccionando actividades y desarrollar aquellas que sean más significativas en su programación habitual.

El profesor P3 establece una relación directa entre el modelo de enseñanza –aprendizaje de Van Hiele con sus estrategias de enseñanza que describe en términos de: *"hay actividades (que los alumnos) discuten y resuelven y (más tarde) ponen en común".*

Profesor P4:

Con respecto a la categoría Decisiones didácticas proyectadas el profesor P4:

¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿por qué?

No porque pensé que era un proyecto que no se podía utilizar más.

¿Y con algunas actividades que hay en él?

No. Idem anterior.

¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?

No.

En caso afirmativo, ¿cuáles?,¿por qué?

En caso negativo ¿cuáles?¿por qué?

No, pues ya la di de forma diferente. Tengo los alumnos con unas fichas preparadas por mí desde 2º hasta 6º de Primaria.

Con respecto a la categoría Valoración de la implementación del diseño

Sobre el trabajo que llevaron al aula.

Bien, pero el trabajo es largo debido a la cantidad de actividades y a tener que elaborar ellos mismos la actividad, dado que ese grupo era la primera vez que trabajaban así. Los alumnos no aceptan el tener que leer las actividades, puesto que están acostumbrados a la presentación de unas actividades que sin leer ya saben lo que tienen que hacer, por la presentación.

Para la categoría Implicaciones Didácticas

¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿por qué?

La metodología es parecida.

De manera resumida, las conclusiones de P4 son:

El Profesor P4 no ha trabajado ni tiene intención de trabajar con el diseño Medida de Ángulos, aunque hace una valoración positiva del mismo señalando la larga duración del mismo, así como ciertas dificultades en la lectura de algunas actividades. Identifica su metodología con la propuesta por el modelo de Van Hiele, sin embargo, no incorpora ninguna actividad al disponer de un material propio organizado para toda las Matemáticas de la Educación Primaria.

Profesor P5

El profesor P5 con respecto a la categoría Decisiones didácticas proyectadas:

¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿por qué?

¿Y con algunas actividades que hay en él?

No, pues ahora estoy en programas de garantía social.

¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?

Idem de lo anterior.

En caso afirmativo, ¿cuáles?,¿por qué?

En caso negativo ¿cuáles?¿por qué?

Con respecto a la categoría Valoración de la implementación del diseño

Referida al trabajo llevado en el aula.

A los alumnos les encantó, pero mi opinión es que hay que distribuir las diferentes fases y niveles a lo largo de la enseñanza obligatoria, pues no se puede destinar tres semanas sólo a ángulos.

Para la categoría Implicaciones Didácticas

¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la

actualidad? ¿por qué?

No.

De manera resumida, las conclusiones de P5 son:

El Profesor P5 no ha trabajado con el Diseño de Ángulos, por razones institucionales no continúa trabajando en la Educación Primaria, sino que se incorpora a Profesores de Garantía Social. No obstante señala que los alumnos hicieron una valoración positiva del diseño de ángulos ("les encantó"); él resalta la excesiva dedicación del diseño (tres semanas) en el segundo nivel, y sugiere que sería necesario una mejora en este sentido.

Profesor P6

El profesor P6 con respecto a la categoría Decisiones didácticas proyectadas:

¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿por qué?

¿Y con algunas actividades que hay en él?

No, está programado para el mes de marzo el nivel .

¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?

Sí.

En caso afirmativo, ¿cuáles?,¿por qué?

El nivel 2 entero

En caso negativo ¿cuáles?¿por qué?

Con respecto a la categoría Valoración de la implementación del diseño

Referida al trabajo llevado en el aula.

Bueno, el método es tan intuitivo que el alumno descubre todo por deducción, llega incluso a las explicaciones lógicas.

Para la categoría Implicaciones Didácticas

¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad? ¿por qué?

Ahora no, pero a partir de marzo, sí.

De manera resumida, las conclusiones de P6 son:

El profesor P6 no ha trabajado con el diseño, pero tiene la intención de desarrollar la unidad de aprendizaje: Ángulo, completo en el nivel 2. Hace una valoración positiva del mismo que describe como un método intuitivo en el que el alumno llega por descubrimiento a los conceptos y propiedades geométricas mediante un proceso deductivo.

Profesor P7

La profesora P7 con respecto a la categoría Decisiones didácticas proyectadas:

¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿por qué?

No, tengo niños de 1º Primaria.

¿Y con algunas actividades que hay en él?

No por la misma razón.

¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?

No este curso, pero en un futuro sí, pues he solicitado ir a la ESO.

En caso afirmativo, ¿cuáles?,¿por qué?

En caso negativo ¿cuáles?¿por qué?

Razones dadas en la última pregunta contestada.

Con respecto a la categoría Valoración de la implementación del diseño

Sobre el trabajo que llevaron al aula.

Bastante bien, los alumnos eran independientes en el trabajo, tenían que leerlo, pensar lo que tenían que hacer, preguntaban al grupo y luego a mí.

Para la categoría Implicaciones Didácticas

¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿por qué?

No, 1º Primaria

De manera resumida, las conclusiones de P7 son:

En relación con la categoría (D), esta profesora manifiesta que no ha vuelto a trabajar con el diseño de ángulos en ninguno de los dos niveles, 2 y3, pues debido a cuestiones del centro los contenidos que está impartiendo no alcanzan los niveles de los que se vieron en los diseños, aunque de todas formas tiene en su mente trabajar con el diseño el próximo curso .

Con relación a la categoría (V), valora el diseño positivo, destacando el tipo de trabajo investigativo que implicaba al alumno.

Con respecto a la categoría (R), esta profesora se traslada a 1º de Educación Primaria, por lo que podemos decir que no existen por el momento implicaciones didácticas.

Profesor P8

El profesor P8 con respecto a la categoría Decisiones didácticas proyectadas:

¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿por qué?

No, he tenido que volver al primer ciclo de Primaria.

¿Y con algunas actividades que hay en él?

¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?

No, al tener que trabajar en el primer ciclo, mi intención era trabajar el primer nivel de ángulos en el 5º nivel.

En caso afirmativo, ¿cuáles?,¿por qué?

En caso negativo ¿cuáles?¿por qué?

Con respecto a la categoría Valoración de la implementación del diseño

Me ha parecido interesante. Los alumnos se implicaban en las actividades por el enfoque manipulativo y la forma dinámica y constructiva que aplicaba el proceso de aprendizaje.

Para la categoría Implicaciones Didácticas

¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿por qué?

No directamente, habría que hacer un nuevo diseño para los nuevos cursos, no obstante hay cierta relación con el trabajo manipulativo y constructivo que yo propongo.

De manera resumida, las conclusiones de P8 son:

En relación a la categoría (D), este profesor no ha trabajado este curso con el diseño de Ángulos nivel 2, pues sólo puede impartir los conceptos elementales que no llegan al nivel de los de los que se dan en los diseños de ángulos tanto del nivel 3 como del nivel 2.

Con respecto a la categoría (V), valora positiva la experiencia, destacando el trabajo manipulativo, dinámico y constructivo que desarrolla el alumno.

Refiriéndonos a la categoría (R) establece una relación entre su metodología y la propuesta por el modelo de Van Hiele.

Profesor P9

Con respecto a la categoría Decisiones didácticas proyectadas la profesora P9:

¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿por qué?

No, no he comenzado la Geometría.

¿Y con algunas actividades que hay en él?

No, por la misma razón anterior.

¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?

Sí.

En caso afirmativo, ¿cuáles?,¿por qué?

En lo que pueda aplicar cuando trabaje el bloque de Geometría u otro que lo precise.

En caso negativo ¿cuáles?¿por qué?

Con respecto a la categoría Valoración de la implementación del diseño

Sobre el trabajo que llevaron al aula.

Me gustó, pero me gustaría hacerlo por partes, pues tan seguido, los alumnos se cansan de la misma dinámica de trabajo.

Para la categoría Implicaciones Didácticas

¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿por qué?

En momentos sí, pues me gusta una clase dinámica, con actividades planteadas por ellos y por mí.

De manera resumida, las conclusiones de P9 son:

Refiriéndonos a la categoría (D), esta profesora no ha vuelto a trabajar este curso con el diseño preparado porque en su programación alteró el orden de los contenidos.

Con respecto a la categoría (V), esta profesora tiene una valoración positiva del diseño, aunque piensa que es excesivamente largo y que mantiene una misma dinámica de trabajo.

Respecto a la categoría (R), esta profesora relaciona su metodología con la propuesta con el modelo de Van Hiele.

Profesor 10

Con respecto a la categoría Decisiones didácticas proyectadas la profesora P10:

¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿por qué?

No, pues son los mismos alumnos (6º).

¿Y con algunas actividades que hay en él?

No, ídem. Ha trabajado el geoplano, pero con polígonos.

¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?

En caso afirmativo, ¿cuáles?,¿por qué?

No, son los mismos niños, aunque no descarto trabajar determinadas actividades que se ajusten al programa.

En caso negativo ¿cuáles?¿por qué?

Con respecto a la categoría Valoración de la implementación del diseño

Sobre el trabajo que llevaron al aula.

Me gustó mucho, pero se necesita más tiempo.

Para la categoría Implicaciones Didácticas:

¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿por qué?

No, no se puede hacer actividades manipulativas, debido al número de alumnos.

De manera resumida, las conclusiones de P10 son:

Con respecto a la categoría (D), esta profesora no volvió a trabajar este curso con el diseño pues es una consecuencia lógica, ya que tiene los mismos alumnos.

Refiriéndome a la categoría (V), esta profesora valora el diseño de forma positiva, pero opina que necesita más tiempo.

Respecto a la categoría (R), no se encuentran ya que no se pueden hacer actividades manipulativas debido al excesivo número de alumnos.

Profesor P11

Con respecto a la categoría Decisiones didácticas proyectadas la profesora P11:

¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿por qué?

No, pues estoy trabajando en 5º de Primaria, cuyos alumnos vinieron de 4º que es un curso mixto, un curso bastante conflictivo, los cuales no dieron los contenidos de 4º y es por ello por lo que en este momento estoy en la Aritmética; claro está que eso no quiere decir que no vaya a trabajar el diseño en este curso, por supuesto.

¿Y con algunas actividades que hay en él?

¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?

Sí, si las condiciones del curso me lo permiten.

En caso afirmativo, ¿cuáles?,¿por qué?

En el nivel 1, pues el nivel en el que imparto es 5º.

En caso negativo ¿cuáles?¿por qué?

Con respecto a la categoría Valoración de la implementación del diseño

Sobre el trabajo que llevaron al aula.

Bueno, pues lo llevé en 2º de la ESO y fue ameno para los alumnos y sobre todo para mí.

Para la categoría Implicaciones Didácticas:

¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿por qué?

No, quizá en el futuro.

De manera resumida, las conclusiones de P11 son:

De todas estas opiniones que P11 manifiesta en su Entrevista final II podemos sacar unas conclusiones relacionadas con su forma de pensar respecto al diseño:

Respecto a la categoría (D), esta profesora dice que no está trabajando el diseño de inmediato pues está reforzando actividades de base y mantiene la idea de que trabajen a lo largo del curso medida de ángulos en el nivel 2.

Respecto a la categoría (V), la valoración es positiva, resaltando la adecuación del diseño tanto para el alumno como para el trabajo del profesor.

Refiriéndonos a la categoría (R), podemos decir que no hay implicación didáctica alguna según esta profesora, que afirma que quizá la haya en el futuro.

Con el propósito de profundizar en el análisis de las entrevistas , los resultados de éstas se recogen en un diagrama de doble entrada en el que se visualizan las relaciones existentes entre los diferentes aspectos: Decisiones didácticas proyectadas, valoración de la implementación del diseño e implicaciones didácticas que ponen en evidencia los efectos del programa de formación (Ver cuadro 4).

En relación con la valoración del diseño se muestra una satisfacción generalizada con la estrategia práctica y participativa que deriva del modelo de Van Hiele. Los profesores manifiestan una valoración positiva a la implementación del diseño en sus respectivos ámbitos de trabajo.

Respecto al modelo de Van Hiele, los profesores reconocen el efecto motivante de la propuesta para los alumnos así como los efectos en la comprensión de los aspectos geométricos.

Evaluación de resultados del programa

Profesores Participantes	Decisiones Didácticas Proyectadas (D)	Valoración de la Implementación del diseño (V)	Implicaciones Didácticas (R)	Observaciones
P1 – 2º ESO (Giros)	D3 en el nivel 2	Valoración positiva Mejoras en texto y gráficos Selección de actividades	Adaptar el material curricular a sus estrategias de enseñanza	
P2 – 2º ESO (Giros)	D1 y D3 en el nivel 2	Valoración positiva No tiene necesidad de mejoras	Acepta el diseño como un material curricular adecuado a sus necesidades	Su motivación principal es que los alumnos razonen y piensen con este estilo de trabajo
P3 – 5º Primaria (Medida de Ángulos)	D2 y D4 en el nivel 2	Valoración positiva Tiene ciertas actividades con nivel de dificultad alto	Identifica el modelo de enseñanza / aprendizaje de Van Hiele con su estrategia de enseñanza	
P4 – 6º Primaria (Ángulos)	D5	Valoración positiva Trabajo excesivamente largo. Dificultades en la lectura de las actividades	No incorpora ningún aspecto del modelo aunque lo identifica con su metodología	Tiene un material curricular ya organizado para las Matemáticas de toda la Educación Primaria
P5 – 1º ESO (Ángulos)	D5	Valoración positiva (por los alumnos) Le parece excesiva la temporalización propuesta	Ninguna	No continúa trabajando en Educación Primaria, trabaja ahora en profesores de Garantía Social
P6 - 1º ESO (Ángulos)	D3 en el nivel 2	Valoración positiva Método intuitivo en el que el alumno descubre por deducción	Acepta el diseño como un material curricular adecuado a sus necesidades	Ángulos en el nivel 2 completo
P7 – 6º Primaria (Ángulos)	D5	Valoración positiva Destaca el tipo de trabajo investigativo que implicaba al alumno	Ninguna	Se traslada a 1º de Educación Primaria
P8 – 4º Primaria (Ángulos)	D5	Valoración positiva Destaca el trabajo manipulativo, dinámico y constructivo que desarrolla el alumno	Establece relación entre su metodología y la propuesta por el modelo de Van Hiele	Se traslada a 1º de Educación Primaria
P9 – 5º Primaria (Medida de Ángulos)	D3 y D4	Valoración positiva Piensa sin embargo, que es excesivamente largo y que mantiene una misma dinámica de trabajo	Relaciona su metodología con la propuesta por el modelo de Van Hiele	
P10 – 6º Primaria (Ángulos)	D4 ?	Valoración positiva Destaca como dificultad el excesivo tiempo que necesita	Ninguna, dado el excesivo número de alumnos	No descarta trabajar determinadas actividades del diseño que se ajusten al programa que desarrolla
P11 – 2º ESO (Medida de Ángulos)	D3 ?	Valoración positiva Resalta la adecuación del diseño tanto para el alumno como para el trabajo del profesor	Ninguna	No descarta trabajar el diseño en el nivel 2 si las condiciones del curso se lo permiten. Ha tenido que trabajar en el 3 er Ciclo de Primaria.

Tabla 6.4

En la tabla se observa que sólo cuatro de los once profesores no trabajan en el curso siguiente a la experiencia ni con el diseño ni con las actividades del diseño (D5), los profesores P7 y P8 porque se trasladan a 1º de Educación Primaria, el profesor P5 trabaja en ese momento con profesores de Garantía Social y la profesora P4 no lo puede adaptar a un material curricular fijo para Matemáticas en la Educación Primaria, que tiene en el centro donde trabaja.

De la puesta en común final recogemos la opinión del profesor P1 acerca del diseño que consideramos como significativa:

- *Debo decir que yo impartí el mismo tema de Giros, afirma P1, con otro curso no experimental, es decir, que no seguí la unidad de aprendizaje y realmente di más cosas, pero a los quince días comprendí que no fueron muy bien entendidas. Los alumnos que participaron en la experiencia tenían más seguridad y más conocimientos.*

Para otro diseño de esta naturaleza, hay que pensarlo en términos de que sería adecuado que facilitaran el proceso continuado de Primaria a Secundaria, distribuido en el programa general que todos esperamos.

Muchas veces los alumnos preferían no utilizar el material dado sin dibujarlo, pues para hacer los giros con los círculos transparentes preferían pasar a los instrumentos de dibujo casi todo; creo que era debido a que las hojas eran de distinto tamaño y que había que poner encima un alfiler para aguantar el círculo transparente. Yo pensé que les iba a gustar más lo manipulativo, pero realmente las tiras de cartulina sólo las utilicé yo; esto no es un problema de diseño sino de coordinación.

El profesor P1 dice, a modo de conclusión, que la experiencia fue positiva, que hay que volver otra vez sobre el diseño, mejorarlo secuenciándolo de forma más adecuada y distribuirlo en el tiempo; por ejemplo, en la fase 1 se escribe mucho y hay que disminuir; en la fase 2 y 4 hay repeticiones y hay que disminuir y limarlas, la fase 5 ha de se más libre.

En el mismo sentido se manifiestan los profesores P3 y P4, creen que el grupo debe ir alternando los alumnos y que esa manera de trabajar es buena, es menos mecánica, y, es otra dinámica más difícil.

Finalmente, cerramos estas opiniones finales con las del profesor P1.

Él opina que la experiencia que hizo de la comparación de un grupo experimental con otro no experimental, le produjo aún más satisfacción al tratarse de una propuesta didáctica que lleva consigo el no trabajar la Geometría de manera mecánica. Se pone, en definitiva, una experiencia clara que lleva consigo un trabajo menos mecánico que el que habitualmente desarrollaba.

CAPÍTULO VII: CONCLUSIONES

7.1 Introducción

En este trabajo de investigación se plantearon los siguientes objetivos:

(1) Diseñar, implementar y evaluar un Programa de Formación de Profesores de Matemáticas, en activo, que utiliza las competencias didácticas que derivan de las modelizaciones de Van Hiele.

(2) Analizar las competencias didácticas de los profesores en activo, antes y después de cursar el Programa de Formación.

(3) Analizar la predisposición de los profesores en activo hacia el uso de las modelizaciones de Van Hiele, después de cursar un Programa de Formación.

Antes del diseño definitivo de investigación para el estudio de estos tres objetivos generales, se realizó un estudio preliminar o preparatorio. Los resultados de este estudio que se obtienen con cuatro profesores en activo, resultaron ser útiles para nuestra investigación y nos llevaron a la necesidad de establecer una reestructuración de la metodología de investigación previamente diseñada. En este sentido encontramos que:

- La Teoría de Van Hiele responde a las necesidades de concreción del currículo para la Educación Primaria y Secundaria, por lo que resulta factible diseñar unidades de aprendizaje basado en dicha idea.
- Las unidades de aprendizaje que se utilizan deben ser diseñadas por el equipo investigador y luego modificadas, en caso de que sea necesario, después de haber sido implementadas a los profesores durante un Curso Guía, que está en contraposición con nuestra idea inicial de que fuesen los mismos profesores quienes elaboraran los diseños de instrucción.
- A la hora de hacer más generalizables los resultados del Programa

de Formación, sería conveniente desarrollar nuestro Programa con un grupo más amplio de profesores, para ampliar el abanico de posibles competencias didácticas del grupo.

- Era necesario precisar, en términos de competencias didácticas, el estado de opinión de los profesores participantes, antes, durante y después de la experiencia, para lo que habría que diseñar instrumentos adecuados que hemos descrito en el capítulo III.

7.2 Conclusiones

Una parte de este trabajo ha estado, en consecuencia, centrado en el diseño, implementación y evaluación de un Programa de Formación de Profesores de Matemáticas, en ejercicio. Para la evaluación del mismo hemos tenido en cuenta la complejidad de sus componentes así como el contexto de aplicación. Hemos considerado igualmente en esta parte de la investigación, que la evaluación del Programa permite extraer información útil de los referentes implicados para tomar decisiones que mejoran la calidad del Programa de Formación.

En el marco del objetivo general (1) nos planteamos, en esta parte de la investigación, los siguientes objetivos específicos:

- Diseñar un Programa de Formación que integre las competencias didácticas que derivan del modelo de Van Hiele para la enseñanza-aprendizaje de la Geometría.
- Establecer la validez de contenido y pertinencia del diseño del Programa de Formación.
- Analizar las estrategias de desarrollo del Programa de Formación.
- Analizar los resultados del Programa de Formación.

Como balance final de la evaluación del Programa de Formación, ya analizado en el capítulo VI, destacamos las siguientes conclusiones:

a) En relación con la calidad del diseño de Programa de Formación:

- La evaluación de la calidad del diseño del Programa de Formación se pone de manifiesto mediante indicadores de actualidad de contenido, pertinencia y la congruencia entre los objetivos del Programa y las necesidades de los profesores de Matemáticas en activo, para desarrollar un currículo de Geometría desde la perspectiva de Van Hiele. Esto último se puede apreciar desde los estudios preliminares o de preparación de los diseños de instrucción para el Curso Guía del Programa de Formación (capítulo II, 2.3 y 2.4), hasta la entrevista final (I), que en palabras del profesora P11: *una propuesta curricular de este estilo es factible para el desarrollo de la Geometría siempre que se le ofrezca al profesor ya diseñada y no tenga que utilizar más horas para elaborarla.*

- En el Programa de Formación se observa congruencia entre sus metas, dirigidas a dar respuesta a las demandas concretas de los profesores en activo en relación con las modelizaciones de Van Hiele, los medios y los recursos previstos, así como la temporalización establecida para su implementación. En este sentido consideramos como favorable la viabilidad del diseño.

- El Programa de Formación contempla instrumentos y recursos para recoger información sistemática sobre la relación entre los fines y los medios propuestos para su realización, con el fin de tomar decisiones para su mejora.

- De acuerdo con los resultados de la evaluación del diseño del Programa de Formación concluimos que éste fue satisfactorio. Sin embargo, es importante destacar ciertas limitaciones o disfunciones observadas: excesiva temporalización, reiteración en algunos casos de ciertas actividades, problemas de vocabulario y dificultades conceptuales en algunas actividades. Algunas de estas limitaciones fueron subsanadas al finalizar el Curso Guía y antes de su implementación con los alumnos, no obstante constituyó un elemento de motivación que implicó, en cierto modo, a los profesores participantes en la experiencia.

a) Respecto a la evaluación del desarrollo del Programa de Formación, éste tiene tres momentos significativos. Momento inicial en el que se determinan las condiciones iniciales de los profesores participantes respecto a los objetivos pretendidos en el Programa de Formación. Momento intermedio, al finalizar el Curso Guía por inmersión. Momento final, al finalizar la implementación con sus alumnos de las unidades de aprendizaje por parte de los profesores participantes.

- Las condiciones iniciales de los once profesores participantes en el Programa de Formación podemos sintetizarlas en los siguientes aspectos, que describen las características generales de los profesores.

De manera concreta (como se recoge en el Capítulo IV) se observa que la epistemología del profesor, establecida en los términos descritos por sus competencias didácticas; resulta ser un elemento que puede ocasionar un amplio número de dificultades cuando se trata de implementar un currículo de Geometría basado en los términos presentados por la Teoría de pensamiento geométrico de Van Hiele.

Existen algunos desequilibrios en relación con las cinco categorías que describen al profesor idóneo para desarrollar esta propuesta de enseñanza, tal y como hemos constatado en el estudio global llevado a cabo con todos los profesores participantes (Capítulo IV). Estos desequilibrios quedan patentes si tenemos en cuenta que en el estudio que hemos realizado únicamente dos profesores (P1 y P8) de los once participantes en nuestra investigación, muestran unas competencias didácticas cercanas al perfil idóneo para implementar la propuesta de enseñanza diseñada, pero debido a razones diferentes.

Por un lado se tiene que el profesor P1 se adecua al perfil deseado principalmente debido a su fuerte cognición geométrica y su cognición del aprendizaje en términos de investigación dirigida, así como su carácter de orientador del aprendizaje. Habría que fomentar en él el trabajo en grupo y el respeto a la heterogeneidad de la clase.

Por otra parte las competencias didácticas del profesor P8 están basadas principalmente en una fuerte cognición didáctica y las interacciones desarrolladas con sus alumnos. Sin embargo, su cognición geométrica es la que hace diferir a este profesor del perfil idóneo, por lo que se necesitaría buscar elementos que contribuyeran al incremento de esta competencia didáctica en términos de formación científica.

Existen también dos profesores (P5 y P7) que se alejan bastante del perfil establecido, sin embargo existe una diferencia fundamental entre ambos. Mientras que el profesor P5 se caracteriza por poseer una cognición geométrica en términos de formación científica perfectamente adecuada (nivel de pensamiento geométrico), la profesora P7 presenta una cognición geométrica baja, así como una cognición didáctica también alejada del perfil, al igual que ocurre con las demás categorías de análisis.

Como una conjetura de este estudio del estado inicial tenemos que no necesariamente un profesor con una buena formación matemática debe ser considerado previamente como profesor válido para desarrollar la propuesta didáctica objeto de nuestro Programa de Formación.

El resto de los profesores (P2, P3, P4, P6, P9, P10, P11) tampoco resultan ser, a priori, adecuados para desarrollar nuestra propuesta si se tiene en cuenta que todos tienen una formación científica por debajo de la inicialmente prevista. Este amplio grupo de profesores puede a su vez dividirse en dos subgrupos esencialmente diferentes.

Por una parte, los profesores P6, P10 y P11, difieren además del perfil dado en que tienen una predisposición mayoritaria a responder al gran grupo o individualmente y no respetan al grupo de trabajo, estructura básica en la modelización didáctica de Van Hiele. Sería necesario para conseguir la adecuación de estos profesores al perfil descrito, fomentar su valoración y ejercitación del trabajo en grupo, además de conseguir que no fuesen profesores rutinarios y exclusivamente transmisores del conocimiento.

Por otro lado, se tendría que los restantes profesores (P2, P3, P4, P9) muestran unas competencias didácticas, quizás más cercanas a dicho perfil que la de los profesores (P5, P6, P7, P10, P11) dado que su cognición didáctica, con una concepción investigativa de la enseñanza y el aprendizaje (que describe a los cuatro profesores con una alta tendencia orientadora del conocimiento geométrico), se podría pensar que ayudaría a compensar su deficiencia en relación con la cognición geométrica, hecho éste que puede resultar esencial en la investigación posterior.

- La evaluación del momento intermedio, es decir, una vez finalizado el Curso Guía, pone en evidencia que sus contenidos geométricos y didácticos contribuyen a incrementar las competencias didácticas de los profesores.

De este momento destacan la observación y el reconocimiento de los recursos y de la propuesta de enseñanza-aprendizaje que desarrolla el modelo. Reconocen y valoran los recursos utilizados e identifican las cinco fases del proceso.

El progreso por parte del profesorado participante se pone de manifiesto en las producciones de los profesores y en las puestas en común durante el Curso Guía. Se pone en evidencia la integración de las modelizaciones de Van Hiele en el profesorado participante. Las situaciones de mejora de los participantes, las argumentaciones y los juicios expresados en la última sesión del Curso Guía revelan ciertos cambios que consideramos como significativos y que ponen en evidencia las modelizaciones de Van Hiele.

Podemos señalar que el balance del desarrollo del Programa en relación con el Curso Guía es favorable, no obstante hemos de resaltar la manifestación de falta de tiempo y el uso reiterativo de algunas actividades. Situaciones que deberían mejorarse reajustando las actividades y atendiendo al tiempo requerido para su desarrollo, lo cual repercute necesariamente en un ajuste del número de horas.

- La evaluación del momento final toma en consideración los aspectos prácticos y operativos del Programa de Formación en lo relativo al cumplimiento de la programación de las unidades de aprendizaje elegidas y de la modelización geométrica y didáctica seguida.

La adecuación de las actividades realizadas, la secuenciación seguida, los resultados observados por los profesores participantes, son elementos que ponen de manifiesto, salvo en situaciones puntuales, ya reseñadas en los capítulos V y VI, un resultado satisfactorio.

Otra parte de esta investigación se proponía analizar las competencias didácticas de los profesores en activo, antes y después de cursar el Programa de Formación, situación que quedó formulada en términos del objetivo general (2). El análisis de las competencias didácticas es descrito en los capítulos IV, al comenzar el Programa de Formación, y V, durante y después del Programa de Formación.

Hemos de señalar que en el estudio del desarrollo del Programa se considera como parte esencial del mismo el estudio de las competencias didácticas iniciales y finales mostradas por los participantes, que ya hemos comentado en parte en las conclusiones anteriores.

En relación con las competencias didácticas finales de los seis profesores estudiados en su totalidad y presentados en el capítulo V, recogemos en la siguiente tabla los resultados obtenidos de estos profesores, antes y después del Curso Guía. Los datos en negrilla se refieren al resumen de las observaciones realizadas durante la implementación de las unidades de aprendizaje.

COMPETENCIAS DIDÁCTICAS	**PERFIL DEL PROFESOR**	**P1**	**P2**	**P3**	**P5**	**P6**	**P11**
Cognición geométrica	1. Formación científica (Nivel de razonamiento geométrico)	SÍ-**SÍ** 4	NO-**SÍ** (2-3)	NO-**SÍ** 1(*)	SÍ-**SÍ** 4	NO-**SÍ** (2-3)	NO-**SÍ** 2-3
	Concepciones sobre la geometría (deductiva, manipulativa, trabajo informal)	SI-**SÍ**	SI-**SÍ**	SÍ-**SÍ**	NO-**NO**	SI-**SÍ**	SÍ-**SÍ**
Cognición Didáctica	3. Respeto a la heterogeneidad	NO	NO	NO	SI-NO	SI-NO	SÍ
	2. Concepción del aprendizaje en términos de investigación dirigida	SÍ-SI-**SÍ**	SÍ-SÍ-**SÍ**	SÍ-SI-**SÍ**	NO-NO-**NO**	SI-NO-**SÍ**	SÍ-NO-**SÍ**
Adaptación curricular	4. Organización de la geometría desde una perspectiva curricular	SÍ	SÍ	NO	NO-**NO**	NO-**SÍ**	NO
Interacciones	5. Valoración y ejercitación del trabajo en grupo	NO	NO-**SÍ**	SÍ	NO-**NO**	NO-**SÍ**	NO
Contexto	Importancia de las matemáticas, adecuación institucional	SI-**SÍ**	SI-**SÍ**	SI-**NO**	SI-**SÍ**	SI-**SÍ**	SI-**SÍ**

Cabe señalar que de los seis profesores estudiados sólo uno, P5, no incorpora la modelización didáctica de Van Hiele en sus competencias didácticas y un profesor (P3) también tiene dificultades institucionales para desarrollar las secuencias de aprendizaje, pues tiene que ocuparse de 5º de Primaria.

A modo de síntesis general, podemos señalar que tomando en consideración los datos y el análisis realizado de los mismos se pone de manifiesto después del Curso de Formación lo siguiente:

- Que los profesores participantes aceptan la concepción de los aprendizajes que derivan de la modelización didáctica de Van Hiele

- Que los profesores participantes no encuentran dificultades para proponer nuevas actividades cuando éstas son necesarias para aclarar y completar la unidad de aprendizaje que están desarrollando, sin desvirtuar la modelización didáctica de Van Hiele.

- Que el dominio de las fases de aprendizaje constituye una parte de la modelización asumida por la mayoría, aunque encontramos profesores que admiten y ponen de manifiesto la dificultad para diferenciarlas.

- Que el agrupamiento de los alumnos utilizado por los profesores participantes para el trabajo en el desarrollo de la unidad, muestra la valoración que han asumido para la implementación de la misma.

- Que los profesores participantes muestran competencias geométricas para implementar, sin dificultad, las unidades de aprendizaje elegidas, tanto en el nivel 2 como en el 3, a pesar de su bajo nivel de razonamiento geométrico inicial.

- Salvo en casos puntuales, la adaptación del currículo que se ocasiona a partir de las modelizaciones de Van Hiele es aceptada por la mayoría de los participantes.

No tenemos datos para saber si los profesores participantes en la experiencia que asumieron las modelizaciones de Van Hiele están en condiciones de diseñar y desarrollar otro tópico diferente de Geometría, respetando las modelizaciones geométricas y didácticas de los Van Hiele.

Se trata, en este caso, de un problema de investigación abierto.

En este sentido hemos de señalar que, lo que motivó la estructuración y organización del Programa de Formación, en los términos que hoy se describe y se analiza en esta investigación, fue el resultado obtenido en la fase preliminar o exploratoria, en la que observamos que los cuatro profesores participantes en esta experiencia inicial, a pesar de las reuniones dedicadas al análisis del currículo de Geometría, al estudio de la Teoría de Van Hiele..., encontramos enormes dificultades para que estos profesores desarrollaran un tópico concreto de Geometría siguiendo estas modelizaciones de Van Hiele.

- No se abordó de manera formal el diseño e instrumento de evaluación apropiados para la modelización didáctica adecuada. En este tema los profesores participantes utilizaron las cuestiones orales y escritas que habitualmente utilizan en sus clases de Matemáticas. Se trata de otra cuestión que necesita de un análisis más profundo.

En relación con el objetivo (3) la predisposición de los profesores en activo al uso de las modelizaciones de Van Hiele se describe en el capítulo VI.

En resumen tenemos que:

- Cuatro de los once profesores participantes en el curso siguiente a la finalización del Programa de Formación, no trabajan ni con el diseño ni con las actividades del mismo. Las razones en tres casos son de naturaleza institucional ya que se encuentran trabajando en el primer ciclo de la Educación Primaria y los niveles 2 y 3 de las unidades de aprendizaje son inadecuadas para este ciclo. El cuarto profesor pone en evidencia que este material curricular tiene dificultad para incorporarlo al que el Centro ya tiene organizado para todas las Matemáticas de la Educación Primaria.

- Siete de los once profesores participantes en la investigación se encuentran trabajando o con la intención de trabajar con las unidades de aprendizaje o con actividades seleccionadas de estas unidades de aprendizaje. Uno se encuentra en el momento de la entrevista trabajando con la unidad de aprendizaje Giros nivel 2 y pretende continuar con la unidad de aprendizaje Giros nivel 3. Uno se encuentra trabajando con ciertas actividades de la unidad de aprendizaje Medida de Ángulos en el nivel 2 y pretende continuar en el nivel 3, aunque no tiene intención de desarrollar completamente las unidades de aprendizaje. Cuatro tienen previsto en su programación general anual, desarrollar las unidades de aprendizaje Giros nivel 2, Ángulos nivel 2 y Medida de Ángulos nivel 2, respectivamente, en el segundo trimestre del curso actual, además uno de ellos tiene previsto desarrollar también Medida de Ángulos nivel 3, en el tercer trimestre. Finalmente, un profesor tiene incorporada en su programación trabajar determinadas actividades de Medida de Ángulos, aunque no la unidad de aprendizaje completa.

En resumen, encontramos que siete de los once profesores han implicado las modelizaciones de Van Hiele en sus clases de Geometría.

Junto a los objetivos generales en esta investigación nos hemos formulado tres hipótesis o conjeturas:

La combinación de los test de Usiskin y Jaime es apropiada para mostrarnos el nivel de pensamiento geométrico de los profesores que participan en el Programa de Formación y los alumnos que trabajan las unidades de aprendizaje diseñadas.

- Las modelizaciones de Van Hiele serán asumidas por el profesorado en activo desde Programas de Formación de calidad, que incluyan la práctica (inmersión) como parte esencial del mismo.

- Las categorías de análisis que derivan del enfoque Lógico-

Semiótico son adecuadas para analizar las competencias didácticas de los profesores en activo que participan en las experiencias didácticas.

En relación con la primera conjetura los Tests de Usiskin y Jaime se muestran como instrumentos complementarios para analizar los niveles de pensamiento geométrico de los profesores, pero presentan ciertas dificultades de carácter práctico, principalmente el test de Jaime. En un principio desde nuestra perspectiva pensamos que dicho Test iba a servirnos como un indicador importante de la fiabilidad en cierta medida, del test de Usiskin, pese a que ambos test parten de una premisa diferente.

Durante la administración del Test de Jaime, los profesores manifestaron la complejidad de algunas preguntas, principalmente aquellas cuyos descriptores se correspondían con el cuarto nivel (ítems 12, 13, 16 y 17). La decisión tomada por algunos profesores fue la de responder o responder a medias y los profesores P3, P4, P9 y P10, así lo hicieron, manifestando principalmente que no estaban claras las preguntas, que se planteaban.

Pese a ello, el resto de los profesores lo cumplimentaron, y en líneas generales, nos sirvió para precisar mejor el nivel de pensamiento geométrico de los profesores, coincidiendo prácticamente en todos los casos los resultados de ambos test.

En el caso de los alumnos, el test de Usiskin aparece como más operativo a pesar de sus limitaciones.

El test de Jaime aparece como inoperante por su alto nivel de dificultad para implementarlo.

Lo recogido en su diario por uno de los profesores participantes constituye una muestra aceptable del uso de estos test con los alumnos.

La primera acción de la experiencia con alumnos consistió en responder a los test previstos. Primero se pasó el de respuestas múltiples. En segundo lugar el de respuestas abiertas cerradas. Los alumnos hacen referencia a ellos con el número de orden en que se pasaron. Se tardó una semana en contestar completamente a los mismos. Al final, en un turno de comentarios sobre ellos, los alumnos expresaron las siguientes consideraciones:

a) El primer test era sencillo. El segundo abundaba en palabras no conocidas o en conocimientos que aún no se han dado.
b) No se comprendía bien lo que se preguntaba en ese segundo test.
c) El primer test era más fácil porque las respuestas ya estaban. Era sólo cuestión de elegir. En el segundo había que pensar y escribir la respuesta.
d) ¡En los dos había que pensar! No se podía elegir respuesta sin pensar.
e) Pero en el segundo había que inventar la respuesta.
f) En el primero lo hice rápido y fácil. En el segundo tuve más tensión, como si me presionaran para demostrar algo.
g) La redacción del segundo obligaba a esforzarse para comprender lo que decía.
h) El vocabulario era más avanzado en el segundo test, como para adultos.
i) Tenían que habernos advertido antes para repasar o estudiar. Se contestó como a voleo, sin tener seguridad. Para contestar bien debo saber a lo que estoy contestando.

En definitiva, los alumnos manifiestan ciertas dificultades en relación con el test de Jaime, en la línea de lo que ocurrió con los profesores.

En relación con la segunda conjetura ya hemos comentado que los resultados obtenidos nos muestran que siete de los once profesores se encuentran seis meses después implicados en el uso en sus clases, de manera autónoma, de las modelizaciones de Van Hiele; tres no las pueden usar por razones institucionales y sólo uno manifiesta la imposibilidad de integrarlas al diseño habitual de sus clases de Matemáticas. Lo que consideramos como verificación aceptable de la conjetura formulada.

En relación con la tercera conjetura hemos visto como el contexto, la cognición geométrica, la cognición didáctica, la adaptación curricular y las interacciones, se han mostrado como elementos básicos que nos han permitido articular de manera coherente el estudio cualitativo que se ha desarrollado. Los descriptores que se han establecido en términos del perfil de profesor idóneo para llevar a cabo una reforma del currículo de Geometría basada en la Teoría de Van Hiele, aparecen como elementos que responden a dichas categorías de análisis.

Los distintos instrumentos, elaborados para determinar las competencias didácticas de cada uno de los profesores, han resultado adecuados y operativos para describir, en líneas generales, tanto los estados de opinión de los profesores, como su actuación en las distintas fases del Programa de Formación, para, en consecuencia, poder analizar y caracterizar la epistemología de cada profesor y relacionarla con el perfil del profesor de Matemáticas derivado de la LOGSE, que trate de implementar la Geometría desde las modelizaciones de Van Hiele.

Todo ello, nos permite concluir que, las categorías de análisis utilizadas, derivadas del enfoque Lógico-Semiótico y los instrumentos utilizados para determinar las componentes que describen dichas categorías, pueden constituirse, como elementos útiles cuando se trate de analizar el diseño y desarrollo de un Programa de Formación de Profesores, no necesariamente basado en un currículo de Geometría desde la perspectiva de Van Hiele, sino de cualquier otra parte del currículo de Matemáticas con enfoques teóricos y metodológicos diferentes.

Tomando en consideración lo expuesto en este resumen de conclusiones y a lo largo de los diferentes capítulos de la Memoria, podemos señalar que, en términos generales, el Programa de Formación contribuyó al desarrollo de competencias didácticas de los profesores en activo que permitieron asumir las modelizaciones de Van Hiele e implementar con éxito un microcurrículo de Geometría: Ángulos, Medida de Ángulos y Giros. A partir del estudio también hemos podido extraer información que permite orientar las intervenciones en la formación permanente de profesores en activo, cuando queremos que implementen un currículo innovador en sus aulas, que signifique cambios en algunos elementos de sus competencias didácticas. En este sentido se desprende de esta investigación que, para afrontar con ciertas garantías las propuestas de innovaciones curriculares que impliquen modelizaciones didácticas diferentes a las desarrolladas habitualmente por el profesorado en activo, es necesario implementar con anterioridad programas globales de Formación del Profesorado, que se desarrollen por inmersión y que no sean específicamente una parte local del currículo a desarrollar, ni un recetario sobre cómo ejecutar un plan elaborado para los Van Hiele, sino que facilite una interpretación, justificación y orientación desde la práctica misma.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADI, H. (1978). Intellectual development and reversibility of thought in equation solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 9, pp. 205-213.

ADLER, L. R. (1990). *A comparative analysis of mathematics and science instruction (Mathematics Instruction)*. Boston University.

AFONSO, M. C.; CAMACHO, M.; SOCAS, M. M. (1995). Some difficulties in the development of the geometry curriculum according to Van Hiele. *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 1, pp. 191. Sao Paulo. Brasil.

AFONSO, M. C.; CAMACHO, M. SOCAS, M. M. (1996). Sobre investigaciones en Geometría que relacionan los niveles de pensamiento de Van Hiele y los estadios de desarrollo de Piaget. Implicaciones didácticas. En *25 años de Matemáticas en la Universidad de La Laguna*, pp. 119-134. Tenerife.

AFONSO, M. C.; CAMACHO, M.; SOCAS, M. M. (1997a). The implementation of a microcurriculum: angles, measurements and rotations from the point of view of van Hiele. En Pehkonen, E. *Proceedings of the 21th Conference of the International Group of PME*, 1, pp. 216. Lathi. Finland.

AFONSO, M. C.; CAMACHO, M.; SOCAS, M. M. (1997b). Interactions dans les classes de Mathématiques et épistemologie du professorat. En P. Abrantes, J. Porfirio y M. Baia, The interactions in the mathematics classroom. *Proceedings of CIEAEM-49,* pp. 195-202. Setúbal. Portugal.

AFONSO, M. C.; CAMACHO, M.; SOCAS, M. M. (1999a). Desarrollo de un currículum de geometría basado en la Teoría de los Van Hiele. Problemática del profesorado. En Farfán, R. M. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 12, 1, pp. 159-163. México. Grupo Editorial Íbero América.

AFONSO, M. C.; CAMACHO, M. SOCAS, M. M. (1999b). La Teoria dei Van Hiele come referente teorico per l'insegnamento della Geometria. Il Ruolo del professore. *La Matematica e la sua Didactica*, 2, pp. 153-174.

AFONSO, M. C.; CAMACHO, M.; SOCAS, M. M. (1999c). Teacher profile in the Geometry Curriculum based on the Van Hiele Theory. En Zaslavsky, O. *Proceedings of the International Group for the PME-23*, 2, pp. 1-8. Haifa. Israel.

AFONSO, M. C.; CAMACHO, M.; SOCAS, M. M. (1999d). La enseñanza de la unidad de aprendizaje "Ángulos" desde la teoría de los Van Hiele. El papel del profesor. En Socas, M.; Camacho, M.; Morales, A. *Formación del profesorado e investigación en educación matemática*, pp. 57-78. Tenerife. Universidad de La Laguna.

AFONSO, M. C.; CAMACHO, M.; SOCAS, M. M. (1999e). La epistemología del profesorado en la implementación de un currículo de Geometría desde la perspectiva de Van Hiele. *El Guiniguada. Revista del Centro Superior de Formación del Profesorado*, 8/9, pp. 393-406. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

AFONSO, M. C.; CAMACHO, M.; SOCAS, M. M. (2000). Dos ejemplos de Unidades de Aprendizaje desarrollada bajo la perspectiva de los Van Hiele. Medida de ángulos y giros. En Socas, M.; Camacho, M.; Morales, A. *Formación del profesorado e investigación en Educación Matemática II*, pp. 11-51. Tenerife. Universidad de La Laguna.

AFONSO, M. C.; CAMACHO, M.; SOCAS, M. M. (2001). Estudio de diferentes currículos de Geometría. En *Formación del profesorado e investigación en Educación Matemática III,* pp. 9-26. "CAMPUS". La Laguna.

AFONSO, M. C.; CAMACHO, M.; SOCAS, M. M. (2002). *Un estudio sobre diferentes currículos de Geometría desde la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele.* Departamento de Análisis Matemático. Universidad de La Laguna.

AFONSO, M. C.; CAMACHO, M.; SOCAS, M. M. (2003). Evaluación de un Programa de Formación en Geometría según el modelo de Van Hiele con profesores en activo. En *Formación del profesorado e investigación en Educación Matemática V*. "CAMPUS". La Laguna (pendiente de publicar).

ASSAF SAID, A. (1985). *The effects of using Logo turtle graphics in teaching geometry on eighth grade students´ level thought. Attitudes toward geometry and knowledge of geometry*. The University of Wisconsin.

AZCÁRATE, P. (1995). Las concepciones de los profesores y la formación del profesorado. En Blanco, L. y Mellado, V. (Eds). *Actas de las I Jornadas sobre la Formación del Profesorado de Ciencias y Matemáticas en España y Portugal.* Universidad de Extremadura. Badajoz, pp. 39-48.

BARBA, D. y otros (1982). *Matemáticas de 1º a 8º de EGB.* Barcelona. Barcanova.

BARRANTES, M. (2002). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestros sobre la Geometría escolar y su enseñanza y aprendizaje.* Tesis doctoral. Universidad de Extremadura.

BASTABLE, V. M. (1989). *The development and field testing units using a learning cycle approach and ten question guide as a framework for lesson design and classroom methodology*. University of Massachusetts.

BATTISTA, M. T.; CLEMENTS, D. H. (1995). Geometry and Proof, *The Mathematics Teacher*, Vol. 88, 1, pp. 48-54.

Bauersfeld, H. 1988. Interaction, Construcction and Knowledge: Alternative Perspectives for Mathematics Education. En Grows, D., COONEY, T. Y JONES, D. (Eds), *Perspectives on Researsch on Effective Mathematics Teaching*. Reston, VA. NCTM.

BISHOP, A. (2000). Enseñanza de las matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos? En N. Gorgorió et al. (Eds.), *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 35-56). Barcelona. Graó.

BLANCO, L. (1991). *Conocimiento y acción en la enseñanza de las matemáticas de profesores de E.G.B. y estudiantes para profesores.* Universidad de Extremadura. Badajoz. Manuales UNEX, nº 11.

BLANCO, L. (1995). Conocimiento didáctico del contenido y formación del profesorado. En L. Blanco y V. Mellado (Eds.), *La Formación del Profesorado de Ciencias y Matemáticas en España y Portugal* (pp. 55-66). Badajoz: Universidad de Extremadura.

BOBANGO, J. C. (1987). *Van Hiele levels of geometric thought and student achievement in standard content and proof writing. The effect of phase-based instruction*. The Pennsylvania State University.

BOC 109 DECRETO 310/1993, de 10 de diciembre, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria.

BOC 548 DECRETO 46/1993, de 26 de marzo, por el que se establece el currículo de la Educación Primaria.

BOERO, P., y otros (1996). Didactics of Mathematics and the Professional Knowledge of Teachers. En A. Bishop y otros (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (Part 2, pp. 1097-1121). Dordrecht: Kluwer.

BRIGHT, G. W. y VACC, N N. (1994). Changes in indergraduate preservice teacher's beliefs during an elementary teacher-certification program. *Paper presented at the annual meeting of the American Education Research Association.* New Orleans.

BROMME, R. (1988). Conocimientos profesionales de los profesores. *Enseñanza de las Ciencias, 6 (1)*, pp. 19-29.

BROMME, R. (1994). Beyond subject matter: a psychological topology of teacher' professional knowledge. En R. Biehler y otros (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp. 73-88). Dordrecht: Kluwer.

BROMME, R. y BROPHY, J. (1986). Teacher's cognitive activities En B. Christiansen y otros (Eds.), *Perspectives on Mathematics Education* (pp. 99-140). Dordrecht. Reidel.

BROUSSEAU, G. (1986). *La théorization des phénomènes d'enseignement des Mathématiques*. Thèse. Bordeaux V.

BURGER, W. F. (1985). Geometry, *Arithmetic Teacher*, Vol 32, 6 , pp. 52-56.

BURGER, W. F.; CULPEPPER B. (1993). Restructuring Geometry. En Wilson, P. *Research ideas for the classroom*. *High School Mathematic,* pp. 140-153. New York. Macmillan Publishing Company.

BURGER, W. F.; SHAUGHNESSY, J. M. (1986). Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in*

Mathematics Education, 17, pp. 31-48.
BURGER, W. F.; SHAUGHNESSY, J. M. (1990). *Assessing children`s intellectual growth in geometry (final report).* Corvallis. Oregon State University.
CALDERHEAD, J. (1984). *Teachers' Classroom Decision-Making*. London: Holt, Rinehart and Winston.
CALDERHEAD, J. (1988). Conceptualización e investigación del conocimiento profesional de los profesores. En Villar Angulo, L. M. *Conocimiento, creencias y teorías de los profesores*, pp. 21-37. Alcoy. Marfil.
CAMACHO, M.; MORALES, A. (1994). Algunas características del currículo de Geometría en la enseñanza secundaria obligatoria. Sugerencias didácticas. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado,* 21, pp. 83-94. Zaragoza.
CAMACHO, M; HERNÁNDEZ, J. Y SOCAS, M. M. (1993). Curricular and teaching experiences with students of Mathematics. *Proceedings of the first Italian-Spanish Research Symposium in Mathematics Education*, pp. 51-58.
CAMACHO, M; HERNÁNDEZ, J. Y SOCAS, M. M. (1994). Concepciones y actitudes de futuros profesores de Secundaria hacia la Matemática y su enseñanza: Un estudio descriptivo. *Actas de las Primeras Jornadas sobre formación del Profesorado de Matemáticas y Ciencias en España y Portugal*. Universidad de Extremadura. Badajoz.
CAMACHO, M.; HERNÁNDEZ, J, Y SOCAS, M. M. (1998). An analysis of the future Mathematics teacher's conceptions and attitudes towards Mathematics. *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol*. 29 (3), pp. 317-324.
CARPENTER, T. P. Y OTROS (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational Research Journal*, 26, pp. 499-531.
CARRILLO, J. (1996). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la Matemática y su enseñanza de profesores de Matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones.* Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla.
CARRILLO, J. Y CLIMENT, N. (1999). *Modelos de formación de maestros en Matemática.* Universidad de Huelva.
CARRILLO, J.; CONTRERAS, L. C. (1994). The relationships between the teacher conceptions of Mathematics and of Mathematics teaching. A model using categories and descriptors for their analysis. *Proceedings of the XVIII PME Conference*, 2, pp. 152-159. Lisboa.
CLARK, C. M. Y PETERSON, P. L. (1986). Teachers' thought processes. En Wittrock, M.C. *The Handbook of Research on Teaching*. New Cork: Macmillan. Traducido en parte al castellano. 1989. *La investigación de la enseñanza*, 1, 2 y 3. Barcelona. Paidós y MEC.

CLEMENTS, D. H. (1991) Van Hiele Levels of Learning Geometry, En: Furinghetti, F., *Proceedings of the 15th PME Conference*, Vol, 1, pp. 223-230, Assisi, Italy.

CLEMENTS, D. H. (1992). Elaboraciones sobre los niveles de pensamiento geométrico. En Gutiérrez, A. *Memorias del Tercer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática. Geometría*, pp. 16-43. México. CINVESTAV. PNFAPM

CLEMENTS, D. H.; BATTISTA, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. En Grouws, D. A. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 420-464. New York: Macmillan Publishing Company.

COBB, P., YACKEL, E. Y WOOD, T. (1988). Curriculum and teacher development: psychological and anthropological perspective. En Fennema, E.; Carpenter, T.; Lamon, S. *Integrating Research on Teaching and Learning Mathematics*, pp. 92-130. Madison. Wisconsin Center for Educational Research.

COCKROFT, W. H. (1982). *Mathematics Counts (Report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools).* H.M.S.O. London. Traducción al castellano. 1985. *Las Matemáticas sí cuentan.* Madrid. MEC.

COHEN, L. Y MANION, L. (1990). *Métodos de investigación educativa.* Madrid. La Muralla.

COLÁS, M. P. (1997 a). Conceptos, funciones y etapas en la evaluación de programas. En M. P. Colás y M. A. Rebollo (Eds), *Evaluación de programas. Una guía práctica* (Capítulo I, pp. 17-32). Sevilla. Kronos.

COLÁS, M. P. (1997 b). Diseños de investigación para su aplicación a la evaluación de programas. En M. P. Colás y M. A. Rebollo (Eds), *Evaluación de programas. Una guía práctica* (Capítulo VI, pp. 99-117. Sevilla. Kronos.

COLERA, J.; GAZTELU, I.; DE GUZMÁN, M. Y GARCÍA, J. E. (1996). *Matemáticas 1º ESO*. Madrid. Anaya.

CONTRERAS, L. C. (1998). *Resolución de problemas. Un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula*. Tesis Doctoral. Universidad de Huelva.

CONTRERAS, L. C. Y BLANCO, L. J. (Eds.) (2002). *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de Matemáticas: Una mirada a la práctica docente.* Universidad de Extremadura.

COONEY, T. J. (1994). Research and Teacher Education: In Search of Common Ground. *Journal for Research in Mathematics Education, 25 (6),* 608-636.

COPELAND, R. W. (1984). *How children learn mathematics*. New York: Macmillan.

CORLEY, T. L. (1990). *Students´ levels of thinking as related to*

achievement in Geometry. Arizona State University
CROWLEY, M. L. (1987). The Van Hiele model of the development of geometric thought. *Learning and teaching geometry* K-12 (1987 Yearbook), pp. 1-16. Reston. NCTM.
CROWLEY, M. L. (1990). Criterion Referenced Reliability Indices Associated with the Van Hiele Geometry Test. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 3, pp. 238-241.
CURRIE, P.; PEGG, J. (1998), Three Sides Equal Means it is not Isosceles, En: Olivier, A.; Newstead, K., *Proceedings of the 22nd Conference of the Int. Group for the PME*, Vol, 2, pp. 216-223, Stellenbosch, South Africa
CHAIYASANG, S. (1987). *An investigation into level of geometric thinking and ability to construct proof of students in Thailand*. The University of Iowa.
D'AMBROSIO, U. (1987). New fundamentals of mathematics for School. En Romberg, T.; Stewart, D. *The monitoring Project and Mathematics Curriculum*, pp. 135-148. Madison. Wisconsin Center for Educational Research.
DAMEROW, P.; WESTBURU, I. (1985). Mathematics for all: Problems and implications. *Journal of Curriculum Studies*, 17 (2), pp. 175-186.
DEES, R. L. (1982). *Sex differences in Geometry achievement*. CS Institutional Name (Corporate Source). Chicago University, 111.
DENIS, L. P. (1987). *Relationships between stage of cognitive development and Van Hiele level of geometric thought among Puerto Rican adolescents*. Doctoral Dissertation. Fordham University. New Cork.
DYE, J.; GRAY F. (1990). *The effect of kindergarten children´s use a regular polygonal three-dimensional geometric figures*. The University of Mississippi.
DZIAK, N. J. (1985). *Programming computer graphical and the development of concepts in Geometry (Transfer. Spatial)*. The Ohio University.
ERNEST, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. London. The Palmer Press.
ESCUDERO, I.; GARCÍA, M.; LLINARES, S. y SÁNCHEZ, V. (1993). Creencias epistemológicas sobre las Matemáticas en los estudiantes para profesores de Primaria. *Enseñanza de las Ciencias.* Número extra (IV Congreso), pp. 317-318.
FENNEMA, E.; CARPENTER, T P.; PETERSON, P. (1986). Teachers' decision making and cognitively guided instruction: A new paradigm for curriculum development. *Paper presented at the Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. London.
FENNEMA E.; CARPENTER T. P.; PETERSON, P. L. (1989). Teachers' decision making and cognitively guided instruction: A new paradigm for

curriculum development. En K. Clements; N.F. Ellerton. *Facilitating change in mathematics education*. Geelong, Victoria. Deakin University Press.

FERNÁNDEZ-BALLESTEROS, R. (1996). Cuestiones conceptuales básicas en evaluación de programas. En R. Fernández-Ballesteros (Ed.), *Evaluación de Programas. Una guía práctica en ámbitos sociales educativos y de salud* (pp. 21-47). Madrid. Síntesis.

FLORES, P. (1995). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Evolución durante las prácticas de enseñanza.* Tesis doctoral. Universidad de Granada.

FREUDENTHAL, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task.* Dordrecht. Reidel.

FUYS, D. (1985). Van Hiele levels of thinking Geometry. *Education and Urban Society*; 17 (4), pp. 447-462.

FUYS, D.; GEDDES, D. (1984). An investigation of Van Hiele levels of thinking in Geometry among sixth and ninth graders: research findings and implications. *Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association* (68th, New Orleans, LA, April 27).

FUYS, D.; GEDDES, D.; TISCHLER, R. (1984). An investigation of the Van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Final report of the investigation of The Van Hiele Model of Thinking in Geometry Among Adolescents Project*. New York. Brooklyn College, School of Education.

FUYS, D.; GEDDES, D.; TISCHLER, R. (1988). The Van Hiele models of thinking in Geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education*, monograph number 3.

FUYS, D. y otros (1984). *English translation of selected writings of Dina Van Hiele-Geldof and Pierre M. Van Hiele*. CS Institutional Name (Corporate Source). New York. City Univ. Of New York. Coll. School of Education.

GARCÍA, M. (1997). *Conocimiento profesional del profesor de Matemáticas. El concepto de función como objeto de enseñanza-aprendizaje.* Sevilla. GIEM-KRONOS.

GARCÍA, M. (2000). El aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas desde la naturaleza situada de la cognición: Implicaciones para la formación inicial de maestros. En C. Corral y E. Zurbano (Coordinadores), *Propuestas metodológicas y de evaluación en la formación inicial de los profesores del área de didáctica de las matemáticas.* Departamento de Estadística, Investigación Operativa y Didáctica de la Matemática. Universidad de Oviedo.

GAULIN, C. (1986). Actividades geométricas en la EGB. *Actas de las IV JAEM,* pp. 27-40. (SCPM. S/C de Tenerife).

GEDDES, G. (1992). *Geometry in the Middle grades*. Reston. NCTM.

GEDDES, G.; FORTUNATO, I. (1993). Geometry. Research and classroom activities. En Owens, D. T. *Research ideas for the classroom. Middle Grades Mathematics,* pp. 199-222. New York. Macmillan Publishing Company.

GIMÉNEZ, J.; LLINARES, S.; SÁNCHEZ, V. (1996). *El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria. Cuestiones desde la Educación Matemática.* Granada. Comares.

GIMENO SACRISTÁN, J.; PÉREZ GÓMEZ, A. (1983). *La enseñanza: su teoría y su práctica.* Madrid. Akal.

GINSBURG, H. P. (Ed). (1983). *The Development of Mathematical Thinking*. New York. Academic Press.

GRAY, S. B. (1991). *Attitudes toward Mathematics videotape instruction. Differential learner characteristics*. California. University of southern.

GREENBERG, H. J. (1987). Mathematics educations: A really, real, real world problem: Reactions to Chapters 6-10. En Romberg, T.; Stewart, D. *The monitoring Project and Mathematics Curriculum*, pp. 135-148, pp. 213-221. Madison. Wisconsin Center for Educational Research.

GROUWS, D. A. (1992). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* New York. NCTM - MacMillan Publishing Company.

GUILLÉN, G. (1997). *El modelo de Van Hiele aplicado a la Geometría de los sólidos. Observación de procesos de aprendizaje.* Tesis Doctoral. Universidad de Valencia.

GUTIÉRREZ, A. (1991a). An alternative paradigm to evaluate the adquisition of the Van Hiele levels. *Journal for research in mathematics education* , 22 (3), pp. 237-51.

GUTIÉRREZ, A. (1991b). La investigación en Didáctica de las Matemáticas. En Gutiérrez, A. *Área de conocimiento Didáctica de la Matemática*. Madrid. Síntesis.

GUTIÉRREZ, A. (1992). Exploring the links between Van Hiele Levels and 3-dimensional Geometry, *Structural Topology*, 18, pp. 31-48.

GUTIÉRREZ, A.; JAIME A. (1987). Estudio de las características de los niveles de Van Hiele. En Bergeron; Herscovics; Kieran. *Proceedings of the XI Internacional Conference of the P.M.E.*, 3, pp. 131-137. Montreal.

GUTIÉRREZ, A.; JAIME, A., (1995), Towards the Design of a Standard Test for the Assessment of the Students' Reasoning in Geometry, *Proceedings of the 19th Int. Conference for the PME*, Vol, 3, pp. 11-18.

GUTIÉRREZ, A.; JAIME A.; FORTUNY, J.M. (1991). An alternative paradigm to evaluate the adquisition of the van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), pp. 237-251.

GUTIÉRREZ, A. y otros (1991). Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en Enseñanza Media basada en el Modelo de razonamiento de Van Hiele. *Memoria final del Proyecto de Investigación*. Madrid. C.I.D.E

GUZMAN, M. de (1983). Sobre la educación matemática. *Revista de Occidente*, 26, pp. 37-48.
HALFORD, G. S.; WILSON, W. H. (1980). A category theory approach to cognitive development. *Cognitive Psychology*, 12, pp. 356-411.
HALKES R.; OLSON, J. K. (1984). *Teacher Thinking*. Lisse. Swets and Zeitlinge.
HERNÁNDEZ, J. (1997). *Sobre habilidades en la resolución de problemas verbales aritméticos mediante el uso de sistemas de representación yuxtapuestos.* Tesis Doctoral. Universidad de La Laguna.
HOWSON, G.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J. (1981). *Curriculum Development in Mathematics*. Cambridge University Press.
HOYLES, C. (1992). Illumination and reflections Teachers, methodologies and Mathematics. En W. Geeslin y K. Graham (Eds): *Proceedings of the sixteenth PME Conference. Vol. 3,* pp. 263-286. Durham.
HUERTA, M. P. (1997). *Los niveles de Van Hiele en relación con la taxonomía SOLO y los mapas conceptuales.* Tesis Doctoral. Universidad de Valencia.
ICMI. (1986). *School Mathematics in the 1990s*. Cambridge. Cambridge University Press.
INHELDER, B.; PIAGET, J. (1958). *The growth of logical thinking*. New York. Basic Books.
INSTITUTO NACIONAL DE CALIDAD Y EVALUACIÓN (1998a). *Diagnóstico general del sistema educativo. Avance de resultados.* Madrid: Autor. Disponible en: http://www.ince.mec.es/pub/pubeva.htm#ref03
INSTITUTO NACIONAL DE CALIDAD Y EVALUACIÓN (1998b). *Diagnóstico del Sistema Educativo. La escuela secundaria obligatoria, 1997. Elementos para un diagnóstico del sistema educativo español. Informe global.* Madrid: Autor. Disponible en: *http://www.ince.mec.es/pub/pubeva.htm#ref04*
JAIME, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele. La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento*. Universidad de Valencia.
JAIME, A. (1994). La enseñanza de las isometrías del plano desde la perspectiva del modelo de Van Hiele, *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas,* Vol. 1, pp. 85-94
JAIME, A.; GUTIÉRREZ, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría. El Modelo de van Hiele. En Llinares, S.; Sánchez, M. V. *Teoría y Práctica de educación matemática*, pp. 295-384. Sevilla. Alfar.
JAIME, A.; GUTIÉRREZ, A. (1994). Analizando las Reacciones de los Estudiantes en Clase de Geometría, *Aula*, Vol. 22, pp. 5-10
JAIME, A.; GUTIÉRREZ, A. (1995). Guidelines for Teaching Plane Isometries in Secondary School, *Mathematics Teacher*, Vol. 88, 7, pp. 591-

597
JOHNSON, I. E. D. (1988). *The prediction of achievement in secondary school courses in regular informal, and honors geometry by a test of Van Hiele levels*. Texas. A&M University.
KAY, C. S. (1986). *Is a square a rectangle? The development of first grade students´ understanding of cuadrilaterals with implications for the Van Hiele theory of the development of Geometric thought*. University of Georgia.
KEMP, V. (1990). *The Van Hiele levels of geometric thought and achievement in Euclidean Geometry among Deaf undergraduate students.* George Mason University.
KIPFINGER, M. E. (1990). *A comparison of two methods of teaching geometry at the middle school level as influenced by the Van Hiele model.* San Jose State University
KRAINER, K.; GOFFREE, T.; BERGER, P. (Eds.) (1999). *Proceedings of the First CERME,* Vol. 3. Osnabrück.
KRYGOWSKA, A. K. (1980). Geometría. *Conceptos de matemáticas*, 54, pp. 20-28.
LAND, J. E. (1990). *Appropriateness of the Van Hiele model for describing students´cognitive processes on algebra tasks as typified by college students´learning of functions (Mathematics functions).* Boston University.
LAPPAN, G.; EVEN, R. (1986). *Proceedings of the annual meeting of the North American chapter of the International Group of the Psychology of Mathematics Education*. (8th, East Lansing, MI, september 25-27,1986). Michigan State University. Department of Mathematics,Wells Hall.
LAW, C. (1991). *A genetic descomposition of geometric transformations (Mathematical concepts).* Purdue University.
LAWRIE, CH. (1998). An Alternative Assesment: The Gutiérrez, Jaime and Fortuny Technique, En: Olivier, A; Newstead, K., *Proceedings of the 22nd Conference of the Int. Group for the PME*, Vol. 3, pp. 175-182, Stellenbosch, South Africa
LAWTON, D. (1973). *Social change, Educational Theory and Curriculum Planing.* Londres. Hodder and Stroughton.
LEHRER, R. y otros (1987). *Inquired based Instrucction of preproof Geometry with logo.*
LINDQUIST, M.; MONTGOMERY; SHULTE, A. P. (1987). *Learning and teaching Geometry*. CS Institutional Name (Corporate Source). Reston. National Council of Teachers of Mathematics.
LOWRY, J. A. (1987). *An investigation of nine years olds´ geometric concepts of area and perimeter*. University of Maryland College Park.
LURIA, A. R. (1961). *The role of speech in the regulation of normal and abnormal behavior*. Londres. Pergamon.

LLINARES, S. (1989). *Las creencias sobre la naturaleza de las matemáticas y su enseñanza en estudiantes para profesores de primaria: dos estudios de casos*. Tesis doctoral. Universidad de Sevilla.

LLINARES, S. (1994). Profesor de matemáticas. Conocimiento base para la enseñanza y desarrollo profesional. En L. Santaló y otros, *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia* (pp. 296-337). Madrid. Rialp.

LLINARES, S. (1998a). Aprender a enseñar matemáticas en la Enseñanza Secundaria. Relación dialéctica entre el conocimiento teórico y práctico. *Revista interuniversitaria de Formación del Profesorado, 32,* 117-127.

LLINARES, S. (1998b). La investigación "sobre" el profesor de Matemáticas: Aprendizaje del profesor y práctica profesional. *Aula, 10,* 153-179.

LLINARES, S.; SÁNCHEZ, V.; GARCÍA, M. y ESCUDERO, I. (1995). *Creencias y aprender a enseñar Matemáticas.* Servicio de publicaciones de la Universidad de Sevilla.

LLINARES, S. y otros (2000). Didáctica de las Matemáticas y la formación de profesores de secundaria. *Números*, *43-44,* 211-214.

LLORENS, J. L. (1994). Tesis Doctoral: Aplicación del Modelo de Van Hiele al Concepto de Aproximación Local, *Epsilon*, 30, pp. 85-87.

LLUIS, E. (1982). La Geometría en la enseñanza. Notas de una conferencia. *Números,* 3, pp. 7-20.

MARCELO, C. (1987). *El pensamiento del profesor.* Barcelona. CEAC.

MARCELO, C. (1992). Cómo conocen los profesores la materia que enseñan. Algunas contribuciones de la investigación sobre conocimiento didáctico del contenido. Comunicación presentada al Congreso sobre las didácticas específicas en la formación del profesorado, Santiago, España.

MASON, M. M. (1989). Geometric understanding and misconceptions among gifted fourth-eighth graders. *Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association* (San Fracisco, March 27-31, 1989).

MAYBERRY, J. (1983a). *An investigation of the van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers*. Doctoral dissertation (Dissertation Abstracts International, 42, 2008-A) University of Georgia.

MAYBERRY, J. (1983b). The Van Hiele levels of Geometry thought in undergraduate preservice teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14 (1), pp. 58-69.

McCLELLAND, W. A (1968). The Process of Effecting Change. V.A. *Human Resources Research Office*, pp. 32-68. Alexandria.

McCLENDON, M. E. (1990). *Application of the Van Hiele model in evaluating elementary teachers´ understanding of geometric concepts and improving their attitudes toward teaching geometry.* University of South

Florida.
McDONALD, J. L. B. (1982). *The role of cognitive stage in the development of cognitive structures of geometric content in the adolescent.* Doctoral dissertation (Dissertation Abstracts International, 43, 733-A) State University of New York at Albany.
MEC (1989). *Libro Blanco de la Reforma Educativa.* Madrid. MEC.
MEC (1991). *Diseño Curricular Base. Área de Matemáticas. Educación Primaria y Secundaria Obligatoria*. Madrid. MEC.
MEC (1992). *Secundaria Obligatoria. Matemáticas* (*Cajas Rojas)*. Madrid. MEC.
MEHAN, H. (1979). *Learning lessons: Social organization in the classroom.* Cambridge, MA. Harvard University Press.
MIALARET, G. (1982). Principios y etapas en la formación de profesores. En J. Berbaum y otros (Eds.), *La Formación de los enseñantes.* Barcelona. Oikos-tau.
MOLINA, D. D. (1990). *The applicability of the Van Hiele theory to transformational Geometry (Geometry).* Austin. The University of Texas.
MOREIRA, C. y NOSS, R. (1995). Understanding teachers'attitudes to change in a logomathematics enviroment. *Educational Studies in Mathematics*, 28 (1), pp 155-176.
NARAINE, B. (1989). *Relationships among eye fixation variables on task-oriented viewings of angles ,Van Hiele levels, spatial ability, and field depend.* The Ohio State University.
NASSER, L. (1990). Children's Understanding of Congruence According to the Van Hiele Model of Thinking, En: Booker, G.; Cobb, P.; Mendicutti, J. N., *Proceedings of the 14th PME Conference with the N. American, 12th PME-NA Conference*, Vol. 2, pp. 297-303, México.
NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1987). *Learning and Teaching Geometry K-12* (1987 Yearbook). Reston. NCTM.
NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston. NCTM.
NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1991a). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Addenda series, grades 5-8. Geometry in the middle grades. Reston. NCTM.
NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1991b). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.* Addenda series, grades 9-12. Geometry from multiple perspectives. Reston. NCTM.
NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1991c). *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática.* Granada. SAEM Thales.
NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1995). *Assessment standards for school Mathematics.* Reston, VA. NCTM.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston. VA. NCTM.
NATIONAL RESEARCH COUNCIL (1989). *Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education*. Washington. National Academic Press.
NURZIA, L. (1986). Propuesta axiomática y propuesta intuitiva frente a la enseñanza de la Geometría. *Actas IV JAEM,* pp.117-134.
OLIVE, J. (1991). Logo programming and geometric understanding. An In depth- study. *Journal for Research in Mathematics Education,* 22 (2), pp. 90-111.
OLSON, A. T. (1987). Linking logo, levels and language in mathematics. *Educational Studies in Mathematics.*
PACE, J. P. (1989). *A model for teaching area and perimeter concepts from a constructivist perspective to adul community college students through applied problem-solving and activity-based instruction.* New Brunswick. State University of New Jersey.
PAJARES, (1992). Teacher's beliefs and educational research: cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research.* Vol. 62, 3, pp. 307-332.
PAPY, G. (1966). *Mathématique moderne*. Bruxelles. Marcel Didier.
PEGG, J. (1985). How children learn Geometry. The Van Hiele Theory. *Australian mathematics teachers*, 41 (2), pp. 5-8.
PEGG, J.; BAKER, P. (1999). An Exploration of the Interface Between Van Hiele's Levels 1 and 2: Initial Findings, En: Zaslavsky, O., *Proceedings of the 23rd Conference of the Int. Group for the PME*, Vol. 4, pp. 25–32, Haifa.
PEGG, J.; GUTIÉRREZ, A.; HUERTA, P. (1998). Section II. Assessing Reasoning Abilities in Geometry, En Maumana, C.; Villani, V., *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*, An ICMI Study, pp. 275-295, Kluwer Academic Publishers
PÉREZ JUSTE, R. (1995). Un modelo para la evaluación interna/externa de programas educativos. En R. Pérez Juste, J. García y C. Martínez (Coords.), *Evaluación de programas y centros educativos* (pp.131-168). Madrid. UNED.
PÉREZ JUSTE, R. (2000). La evaluación de programas educativos: conceptos básicos, planteamientos generales y problemática. *Revista de Investigación Educativa*, 18 (2), pp. 261-287.
PETERSON, P. L. (1988). Teachers' and students's cognitional knowledge for classroom teaching and learning. *Educational Researcher, 17 (5),* 5-14.
PIAGET, J. (1965). *The child's conception of number.* New York. Norton.
PIAGET, J. (1972). Intellectual evolution from adolescence to adulthood. *Human Development*, 15, pp. 1-12.
PONTE, J. P., MATOS, J. M. y ABRANTES, P. (1998) *Investigación em*

educaçao matemática. Implicaçóes curriculares. Lisboa: Instituto de Innovaçao Educacional.
PORLÁN, R. (1993). *Constructivismo y escuela. Hacia un modelo de enseñanza-aprendizaje basado en la investigación*. Sevilla. Díada.
PREVOST, F. J. (1985). Geometry in the Junior High School, *Mathematics Teacher*, pp. 411-417.
PYSKALO, A. M. (1968). *Geometry in grades 1-4 (problems in the formation of geometric conceptions in pupils in the primary grades.* (Traducción de A. Hoffer). Moscú. Prosveshchenie Publishing House.
RACHLIN, S. (1989). The Research Agenda in Algebra: A curriculum development perspective. En Wagner, S.; Kieran, C. *Research issues in the learning and teaching of algebra.* NCTM. Reston. Laurence Erlbaum Associates.
RICO, L. (1990). Diseño curricular en Educación Matemática. Elementos y evaluación. En Llinares, S.; Sánchez, M. V. *Teoría y Práctica de la Educación Matemática.* Sevilla. Alfar.
RICO, L. (1997). *La educación matemática en la enseñanza secundaria.* Barcelona. Horsori.
RICO, L. y otros (1995). *Conocimientos y creencias de los profesores de matemáticas sobre evaluación.* Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
ROMBERG, T. (1991). Características Problemáticas del Currículo Escolar de Matemáticas. *Revista de Educación*, 294, pp. 323-406. Madrid.
ROMBERG, T. (1992). Perspectives on Scholarschip and research methods. En Grows, D.A. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* New York. NCTM - MacMillan Publishing Company.
ROMBERG, T.; PRICE, G. (1983). Curriculum implementation and staff development as culture change. En Griffin, G. *Staff Development: Eighty-Second Yearbook of the National Society for the Study of Education,* pp. 154-184. University of Chicago.
RYAN, K. (1998). Reflexiones sobre la formación del profesorado en EEUU. *Revista de Educación,* 317, 57-63.
SÁNCHEZ, M. V. y LLINARES, S. (1990). El conocimiento acerca de las matemáticas y las prácticas de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 8 (2), pp. 97-104.
SCALLY, S. P. (1990). *The impact of experience in a logo learning environment on adolescents´understanding of angle. A Van Hiele based clinical assessment.* Emory University.
SCHIRO, M. (1978). *Curriculum for Better Schools*. Educational Technologies.
SENK, S. L. (1985). How Well Do Students Write Geometry Proofs? *Mathematics Teacher*, pp. 448-456.

SENK, S. L. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing Geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (3), pp. 309-21.
SHAUGHNESSY, J. M.; BURGER, W. F., (1985), Spadework Prior to Deduction in Geometry, *Mathematics Teacher*, pp. 419-428.
SHAVELSON, R. J. (1974). Methods for examining representations of a subject-matter structure in a student's memory. *Journal of Research in Science Teaching*, 11 (3), pp. 231-249.
SHAVELSON, R.; STERN, P. (1981). Research on teachers pedagogical thoughts, judgements, decisions and behavior. *Review of Educational Research.* 51(4), pp. 455-498. Traducido al castellano, Investigación sobre el pensamiento pedagógico del profesor, sus juicios, decisiones y conducta. En Gimeno Sacristán y Pérez Gómez (1983). La enseñanza. Su teoría y su práctica. Akal. Madrid. pp. 372-419.
SHORT, E. (1985). The Concept of Competence: Its Use and Misuse in Education. *Journal of Teacher Education*, 36(2), 2-6.
SHULMAN, L. S. (1988). Disciplines of inquiry in education: An overview. En Jaeger, R. M. *Complementary methods for research in education.* Washington, D.C. American Educational Research Association.
SHULMAN, L. S.; ELSTEIN, A. S. (1975). Studies of Problem-solving judgement and decision-making: implications for educational research. En Kerlinger, F.N. (Ed) *Review of Research in Education, 3*, Itasca, Illinois: Peacock.
SIEMON, D. (1987). Effective strategies for changing mathematics education. *Vinculum*, 24 (4).
SOCAS, M. M. (2001). *Investigación en Didáctica de la Matemática vía Modelos de competencia. Un estudio en relación con el Lenguaje Algebraico.* Departamento de Análisis Matemático. Universidad de La Laguna.
SOCAS, M. M.; AFONSO, M. C.; HERNÁNDEZ, J.; PALAREA, M. M. (1994). Un modelo de investigación convergente en educación matemática desde una perspectiva curricular. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 21, pp. 45-58.
SOON, Y. P. (1989). *An investigation of Van Hiele –Like levels of learning in transformation Geometry of secundary school students in Singapore.* The Florida State University.
STENHOUSE, L. (1991). *Investigación y desarrollo del currículo*. Madrid: Morata.
STONE, J. B. (1979). *Structures and systems. A paper presented at a departmental colloquium.* New York. Rochester Institute of Technology.
SUYDAM, M. N. (1985). The Shape of Instruction in Geometry: Some Highlights from Research, *Mathematics Teacher*, pp. 481-486.
SUYDAM, M. N.; KASTEN, M. L. (1984). *Investigations in mathematics*

education, 17 (1). CS Institutional Name (Corporate Source). Ohio University. Columbus for Science and Mathematics Education.

SUYDAM, M. N.; KASTEN, M. L. (1986). *Investigations of Mathematics Education,* 19 (4). CS Institutional Name (Corporate Source). Ohio University. Columbus for Science and Mathematics Education.

SWINSON, K. y SHIELD, M. (1994). Practise what you preach: influencing preservice teachers' beliefs about mathematics. En J. Ponte y J. F. Matos (Eds). *Proceedings of the Eighteenth International Conference PME.* Lisbon. Pp. 321-328.

SWINSON, K. Y SHIELD, M. (1994). Practise what you preach: influencing preservice teachers'beliefs about mathematics. En J. Ponte y J.F. Matos (Eds). *Proceedings of the Eighteenth International Conference PME.* Lisbon, pp. 321-328.

TALL, D.; VINER, S. (1981). Concept images and concept definition in mathematics with particular reference to limts and continuity. *Educational Studies in Mathematics,* 12, pp. 151-169.

TEPPO, A. (1991). Van Hiele levels of geometric thought revisited. *Mathematics Teacher*, 83, pp. 210-221.

THOM, R. (1978a). ¿Son las Matemáticas modernas un error pedagógico y filósofo? En Piaget y otros, *La enseñanza de las Matemáticas Modernas*, pp. 115-129. Madrid. Alianza.

THOM, R. (1978b). Matemáticas modernas y Matemáticas de siempre. En Piaget y otros, *La enseñanza de las Matemáticas Modernas*, pp. 140-156. Madrid. Alianza.

THOMPSON, A. (1992). Teacher' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. En Grouws, D. A. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning,* pp. 127-146. New York. MacMillan Publishing Company.

TOBIN, K. G.; CAPIE, W. (1981). The development and validation of a group test of logical thinking. *Educational and Psychological Measurement*, 41, pp. 413-423.

USISKIN, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometric*. Columbus. ERIC.

USISKIN, Z.; SENK, S. (1990). Evaluating a test of Van Hiele. A response to Crowley and Wilson. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (3), pp. 242-45.

VAN HIELE, P. M. (1957). *El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la Geometría.* Tesis Doctoral. Universidad de Utrech. Holanda. (Traducción al español para el proyecto de investigación Gutiérrez y otros, 1991).

VAN HIELE, P. M. (1986). *Structure and insight. A theory of mathematics education*. Londres. Academic Press.

VAN HIELE – GELDOF, D. (1957). *The didactics of geometry in the*

lowest class Secondary School. Tesis doctoral. Universidad de Utrecht: Utrecht, Holanda. Traducción al Inglés en Fuys, Geddes, y Tischler (1984).
VOIGT, J. (1985). Patterns and Routines in Classroom Interaction, *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 6(1), 69-118.
VOIGT, J. (1995). Thematic Patterns of Interaction and Sociomathematical Norms. En Cobb, P. y Bauersfeld, H. (Eds), *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in classroom cultures,* pp. 163-201. Hillsdale, New Jersey. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
WALKER, R. (1984). *Métodos de investigación para el profesorado*. Morata. Madrid.
WHITE, S. H. (1965). Evidence for a hierarchical arrangement of learning processes. En Lipsitt, L. P.; Spiker, C.C. *Advances in child development and behavior*. New York. Academic Press.
WILCOX, S. Y OTROS. (1991). The role of a learning community in changing preservice teacher's knowledge and beliefs about mathematics education. *For the Learning of Mathematics, 11, 3*, pp 31-39.
WILSON M. (1990). Measuring a Van Hiele Geometry Sequence. A reanalysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (3), pp. 230-37.
WIRSZUP, I. (1976). Breakthroughs in the psychology of learning and teaching geometry. En Martin, J. L.; Bradbard, D.A. *Space and geometry*, pp. 75-97. Columbus. ERIC.
WISKE, M. S. (1990). *Teaching Geometry Through Guided Inquiry, Put I: A case of Changing in Mathematics Instruction with New Technologies.* National Center for Research in Mathematics Science Education. Madison.
WITTROCK, M. C. (1986). The Handbook of Research on Teaching. New Cork: Macmillan. Traducido en parte al castellano. 1989. *La investigación de la enseñanza*, Vols. 1, 2 y 3. Paidós y MEC. Barcelona.
WOOD, T. (1994). Patterns of interaction and the culture of mathematics classrooms. En S. Lerman (Ed), *Cultural Perspectives on the Mathematics Classroom, 149-168. Kluwer Academic Publishers.*
WOOD, T. (1995). An emerging Practice of Teaching. En P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds), *TheEmergence of Mathematical Meaning: Interaction in classroom cultures,* pp. 203-227. Hillsdale, New Jersey. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
YACKEL, E. Y COBB, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentations and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education,* 27(4), 458-477.
YANES, J. (1998). La formación del profesorado de secundaria: un espacio desolado. *Revista de Educación,* 317, 65-80.
YODER, V. A. (1988). *Exploration of the interaction of the Van Hiele levels of thinking with Logo and Geometry understandings in preservice elementary teachers*. The Pennsylvania State University.

ZABALZA, M. A. (1986). El diario del profesor como instrumento de desarrollo profesional: estudio cualitativo de un caso. En Villar Angulo (Ed.), *Pensamiento de los profesores y toma de decisiones.* Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla.

DEPARTAMENTO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO
UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA

ANEXO I
DE LA TESIS DOCTORAL

LOS NIVELES DE PENSAMIENTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE. UN ESTUDIO CON PROFESORES EN EJERCICIO

Memoria que presenta la Licenciada Mª Candelaria Afonso Martín, para optar al grado de Doctora en Ciencias Matemáticas, bajo la dirección de los Dres. D. Martín M. Socas Robayna y D. Matías Camacho

La Laguna, abril de 2003

ANEXO I: Diseños de instrucción del Curso Guía

Diseño de instrucción: Ángulos

Diseño de instrucción: Medida de ángulos

DISEÑO DE INSTRUCCIÓN: ÁNGULOS

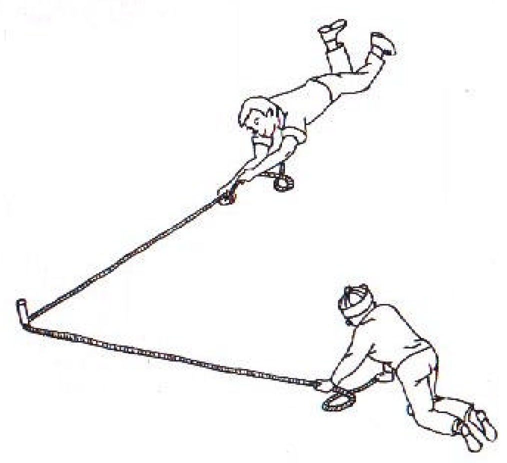
Unidad de aprendizaje: Ángulos Nivel 2

ACTIVIDAD 1: NOCIÓN DE ÁNGULO (TIPO MANIPULATIVO)

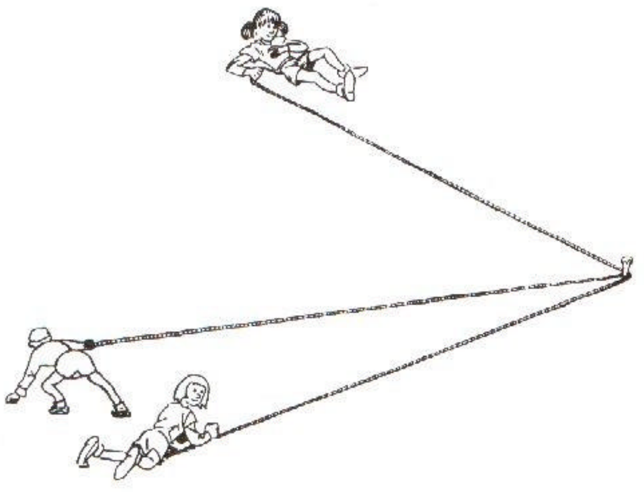
Objetivo: Repasar la noción intuitiva de ángulo utilizando cuerdas.

Materiales: Tres cuerdas y un pivote que puede ser la pata de una mesa.

Cogemos dos cuerdas que parten del mismo punto, se construye un ángulo en el suelo de la clase o en el patio y hacemos ver a los alumnos cuál es la región interior del ángulo espolvoreando arena, yeso,…

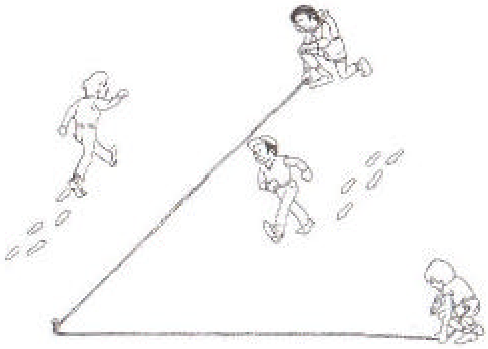


Además, si cogemos una tercera cuerda, podemos recorrer el ángulo, barriéndolo.

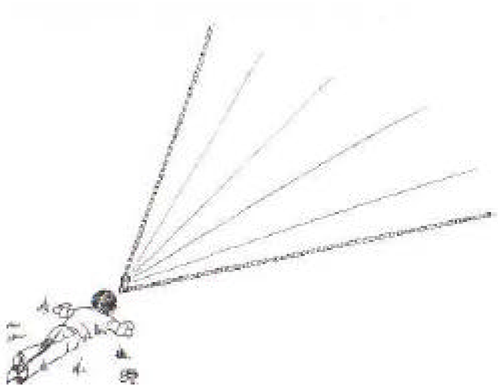


Nos colocamos dentro o fuera del ángulo, (dejando si es posible la huella del zapato) y caminamos por dentro y por fuera del ángulo.

ACTIVIDAD 1: NOCIÓN DE ÁNGULO (TIPO MANIPULATIVO)



Miramos el ángulo desde el vértice (tumbándonos en el suelo), e imaginamos que nuestro ojo, situado allí, en el punto de encuentro de las dos cuerdas, es como un foco del cual salen rayos de luz que recubren o barren el ángulo. Esto se puede facilitar si, al mismo tiempo, un segundo niño va barriendo el ángulo con una cuerda.



Colorea los lados y los vértices de los ángulos que aparecen en los vértices de las diferentes figuras.

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 2: NOCIÓN DE ÁNGULO (TIPO MANIPULATIVO)

Objetivo: Repasar la noción intuitiva de ángulo a partir del propio cuerpo.

Materiales: Nuestros cuerpos.

En este caso podemos recurrir, por ejemplo, a los brazos, a las piernas o a los dedos e imaginar que éstos crecen indefinidamente. Así nos podemos imaginar distintos ángulos.

Colorea los lados y los vértices de los ángulos que aparecen en las siguientes figuras.

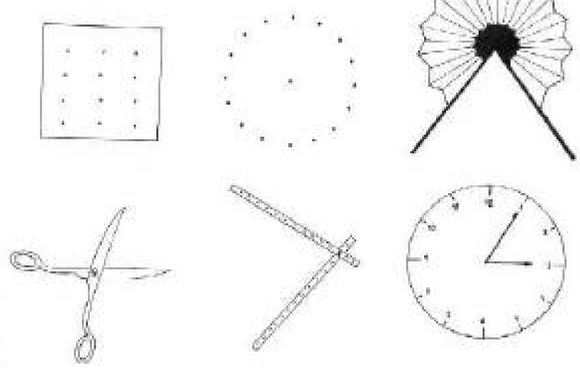
ACTIVIDAD 2: NOCIÓN DE ÁNGULO (TIPO MANIPULATIVO)
 Dudas: Observaciones:

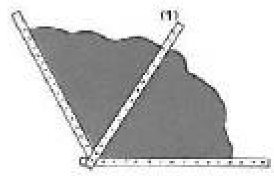
ACTIVIDAD 3: NOCIÓN DE ÁNGULO (TIPO MANIPULATIVO)

Objetivo: Repasar la noción intuitiva de ángulo a partir del entorno que rodea al alumno; no sólo el plano sino también el espacio.

Materiales: Escuadras, cartabones, colecciones de polígonos y otras piezas geométricas, a la vez que otros recursos didácticos como por ejemplo: varillas de cartón unidas con encuadernadores, abanicos, geoplanos de distintas tramas, relojes, tijeras,…

Podemos materializar la región angular mediante un papel unido a las varillas con encuadernadores.





Colorea los lados y los vértices de los ángulos que aparecen en las diferentes figuras.

Dudas:

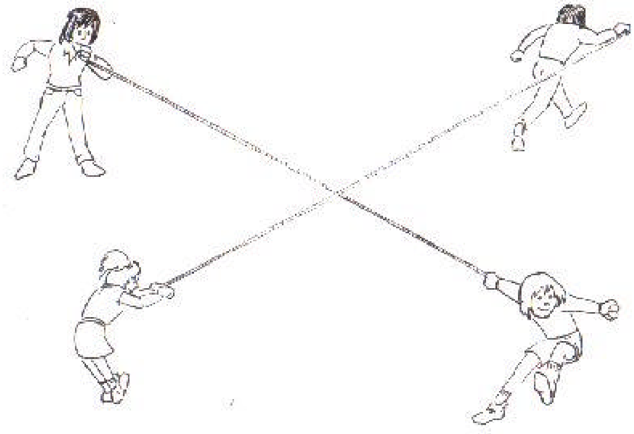
Observaciones:

ACTIVIDAD 4: NOCIÓN DE ÁNGULO (TIPO MANIPULATIVO)

Objetivo: Trabajar la noción de ángulo partiendo de dos rectas que se cortan en un punto.

Materiales: Dos cuerdas o dos varillas de cartón.

Considerando dos rectas que se cortan en un punto, que pueden ser representadas por dos cuerdas o por dos varillas de cartón, vamos a obtener cuatro ángulos o cuatro regiones angulares.



Colorea los lados y el vértice de los ángulos que aparecen en la figura.

Dudas:

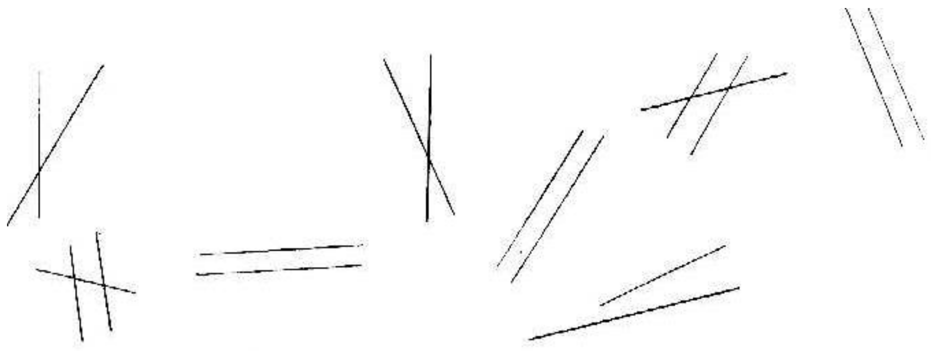
Observaciones:

ACTIVIDAD 5: RECTAS PARALELAS

Objetivos: Repasar el concepto de rectas paralelas.

Materiales: Regla.

Busca todas las rectas paralelas y rodéalas:



Contesta sí o no y explica el por qué:

¿Son paralelas las vías de un tren?

¿Son paralelos los bordes largos de una regla?

¿Son paralelos los bordes de un ángulo?

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 6: RECTAS PERPENDICULARES

Objetivo: Repasar el concepto de rectas perpendiculares.

Materiales: Regla.

Dibuja dos rectas que se corten pero que no sean perpendiculares:

¿Cuántas regiones angulares se forman?

¿Son iguales esas regiones angulares? ¿Por qué?

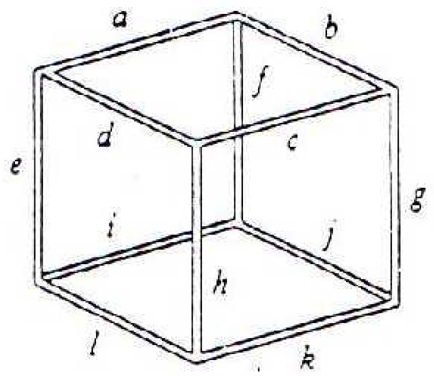
Dibuja dos rectas perpendiculares:

¿Cuántas regiones angulares se forman?

¿Son iguales esas regiones angulares? ¿Por qué?

Dudas:

Observaciones:

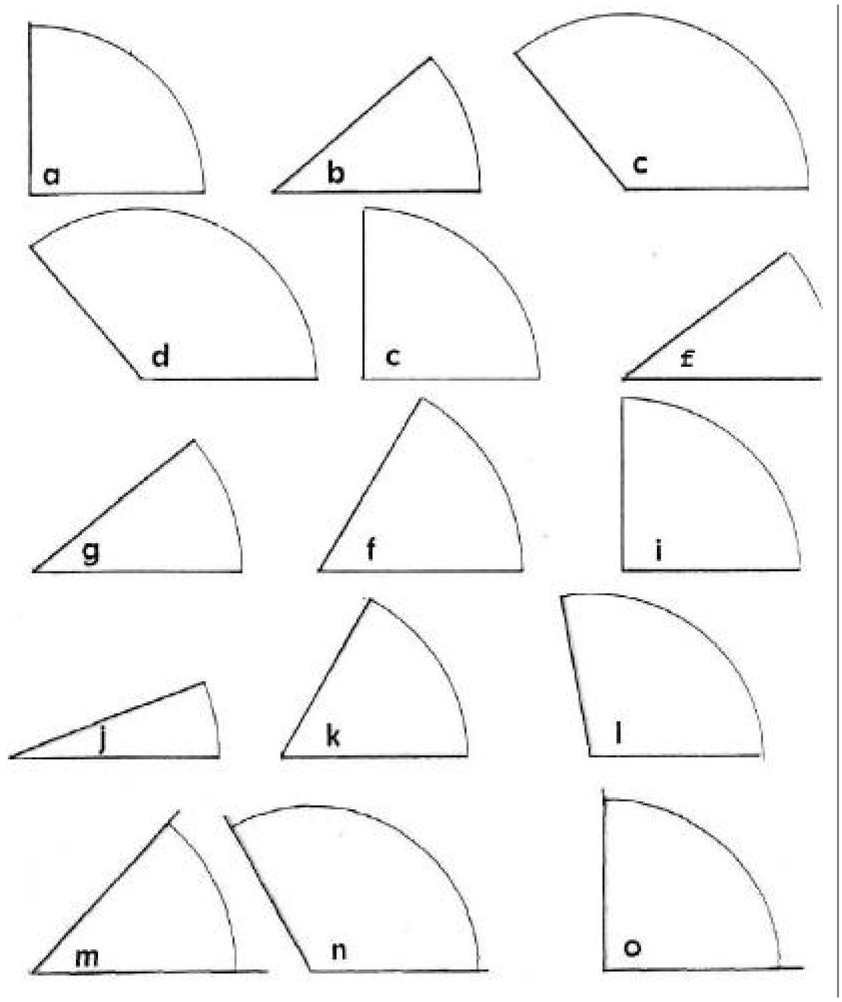
ACTIVIDAD 7: RECTAS PARALELAS Y RECTAS PERPENDICULARES
Objetivo: Repasar los conceptos de paralelismo y de perpendicularidad. Materiales: Regla. De la siguiente figura:  Contestar de forma razonada las siguientes preguntas: ¿Qué aristas son paralelas a "a"? ¿Por qué? ¿Qué aristas son paralelas a "b"? ¿Por qué? ¿Qué aristas son paralelas a "f"? ¿Por qué? ¿Qué aristas son perpendiculares a "a"? ¿Por qué? ¿Qué aristas son perpendiculares a "b"? ¿Por qué? ¿Qué aristas son perpendiculares a "f"? ¿Por qué? Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 8: PARTES DE UN ÁNGULO

Objetivo: Repasar los conceptos de lados y vértices de un ángulo.

Materiales: Lápices de colores.

Observa los siguientes ángulos:



Colorea los lados de un color y los vértices de otro color.

Dudas:

Observaciones:

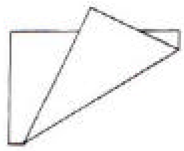
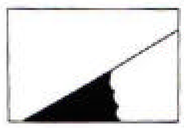
ACTIVIDAD 9: CONSTRUIR ÁNGULOS A PARTIR DE LA TÉCNICA DEL PLEGADO (TIPO MANIPULATIVO)

Objetivo: Construir ángulos a partir de la técnica del plegado.

Materiales: Folios o papel vegetal, lápices de colores.

Podemos construir ángulos plegando una simple hoja de papel, pero es más conveniente utilizar papel vegetal para que queden señalados mejor los pliegues realizados.

Cojamos una hoja y hagamos un solo pliegue; el ángulo podría venir demarcado por el propio pliegue y uno de los bordes de la hoja (según tomemos el borde tendremos unos ángulos u otros).

Hagamos dos pliegues que se corten y observemos que se obtienen cuatro ángulos o regiones angulares. Colorearlos.


Haz en una hoja dos pliegues que se corten, distintos a los que aparecen en la figura y luego traza las rectas obtenidas por los pliegues.

¿Cuántas regiones angulares has obtenido?

¿Son todas iguales o distintas las regiones angulares obtenidas?

Dudas:

Observaciones:

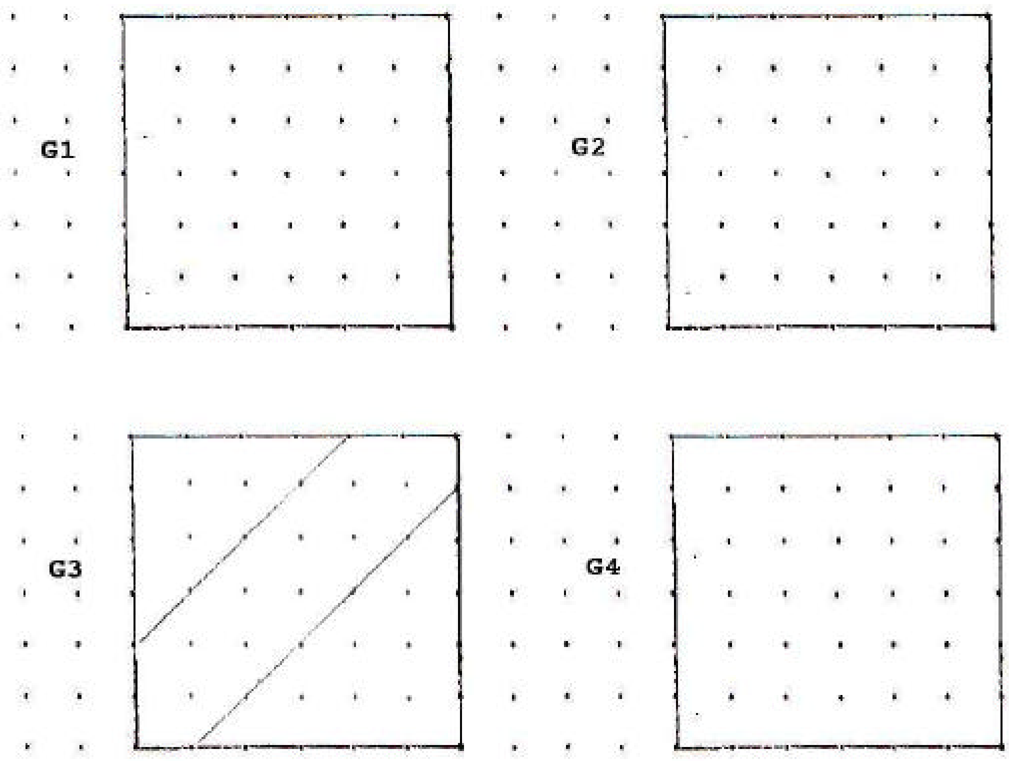
ACTIVIDAD 10: REPASO DE ÁNGULOS

Objetivo: Repasar el concepto de región angular.

Materiales: Geoplano y papel punteado.

Dibuja en el geoplano 1 (a la vez que lo haces) dos rectas que formen regiones angulares.

Dibuja en el geoplano 2 (a la vez que lo haces) dos rectas que no formen regiones angulares.



¿Cuántas regiones angulares se han formado en el geoplano 3?

¿Cuántas regiones angulares se han formado en el geoplano 4?

Rodea con un círculo los vértices en las regiones angulares.

Dudas:

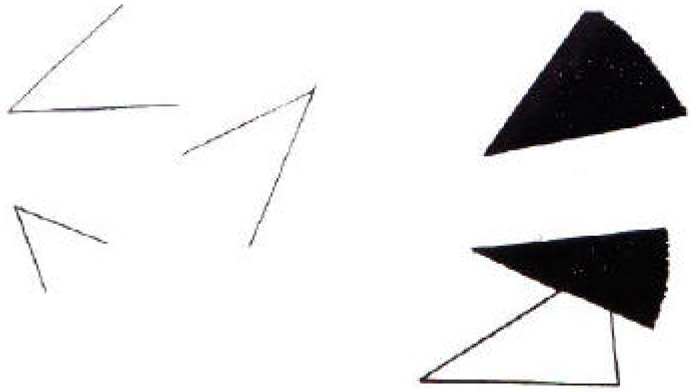
Observaciones:

ACTIVIDAD 11: DIBUJAR ÁNGULOS

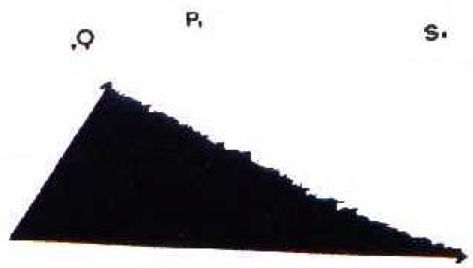
Objetivo: Dibujar ángulos trazando dos semirrectas con origen común.

Materiales: Colección de ángulos, polígonos que haya en la clase y papel de calco.

De los ángulos siguientes, calca el que quieras.



Con un lápiz puedes contornear los perfiles de algún ángulo de la colección de ángulos de la clase o de los polígonos, como vemos en la figura.

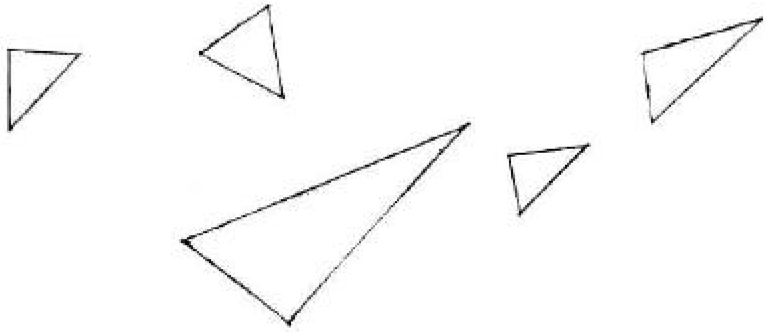


Es importante que los ángulos dibujados no adopten siempre la posición estándar, es decir, "descansando" sobre uno de sus lados. ¿Son los puntos P, Q, y R del ángulo que está dibujado a continuación?

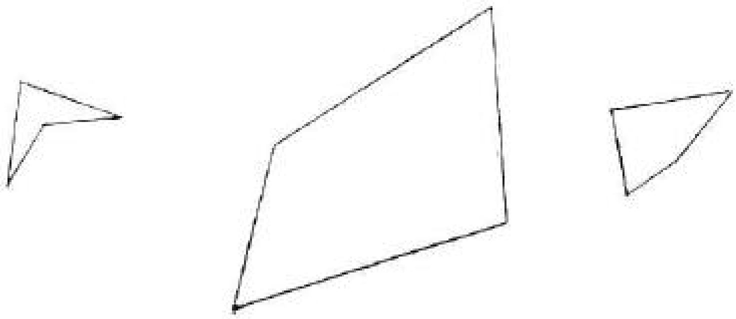
¿Por qué?

Colorea los ángulos que aparecen en los distintos triángulos:

ACTIVIDAD 11: DIBUJAR ÁNGULOS



Colorea los ángulos que aparecen en los distintos cuadriláteros:



Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 12: DIBUJAR ÁNGULOS

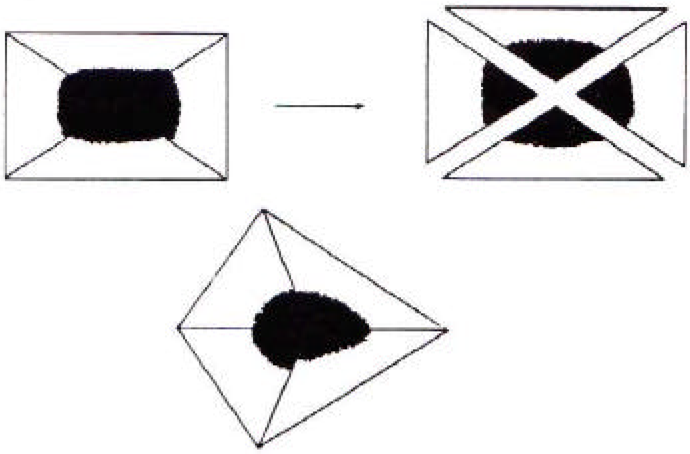
Objetivo: Dibujar ángulos trazando dos rectas que se cortan.

Materiales: Lápices de colores.

Traza dos rectas que se corten en un punto en un folio. ¿Cuántos ángulos se forman?

Coloréalos, recórtalos y luego pégalos en tu cuaderno de forma que coincidan sus vértices.

Recuerda que el ángulo tiene lados y vértice. Señálalos con diferentes colores.



Dudas:

Observaciones:

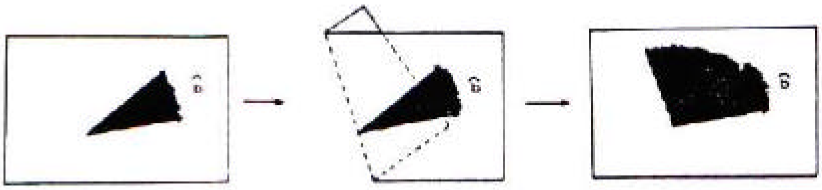
ACTIVIDAD 13: CONSTRUIR ÁNGULOS CONSECUTIVOS CON EL PLEGADO DE PAPEL

Objetivos: Introducir el ángulo consecutivo.

Materiales: Folios.

Vamos a construir unos ángulos especiales, llamados consecutivos.

Con el plegado de papel: Coge un folio, dibuja un ángulo cualquiera e intenta construir su ángulo consecutivo como te vamos indicando a continuación:

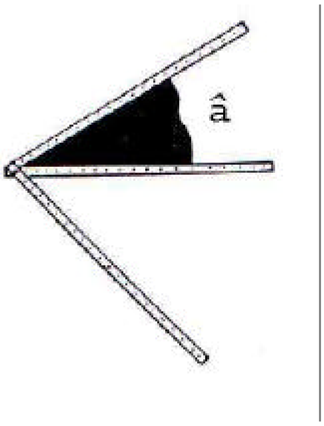


Coge un folio y dibuja un ángulo cualquiera y sigue el razonamiento anterior para dibujar un ángulo consecutivo. Dibuja lo que has construido.

¿Qué tienen de común dos ángulos consecutivos?

Dudas:

Observaciones:

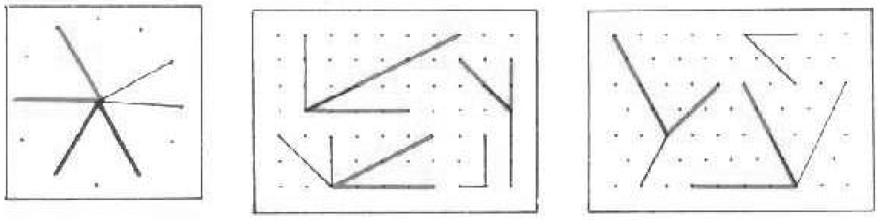
ACTIVIDAD 14: CONSTRUIR ÁNGULOS CONSECUTIVOS CON LAS VARILLAS MÓVILES
Objetivo: Introducir el ángulo consecutivo. Materiales: Varillas móviles y regla. Vamos a construir un ángulo consecutivo al ángulo dado â con las varillas móviles, como se observa en el siguiente dibujo:  Sigue este razonamiento y construye otro ángulo consecutivo al ángulo â con las varillas móviles. Dibuja lo que has obtenido ¿Qué tienen de común dos ángulos consecutivos? Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 15: CONSTRUIR ÁNGULOS CONSECUTIVOS CON EL GEOPLANO

Objetivo: Introducir el ángulo consecutivo.

Materiales: Geoplano.

Vamos a construir ángulos consecutivos en el geoplano, como se observa en el siguiente dibujo:

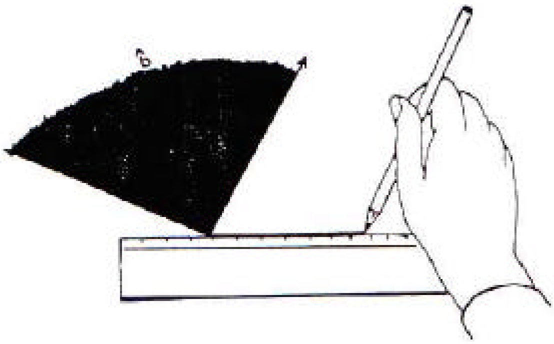


Sigue este razonamiento y construye cuatro parejas de ángulos consecutivos:

¿Qué tienen de común dos ángulos consecutivos?

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 16: CONSTRUIR ÁNGULOS CONSECUTIVOS CON LA REGLA
Objetivo: Introducir el ángulo consecutivo. Materiales: Regla. Vamos a construir ángulos consecutivos con la regla, como se observa en el siguiente dibujo:  Sigue el razonamiento y construye dos ángulos consecutivos: ¿Qué tienen de común dos ángulos consecutivos? Dudas: Observaciones:

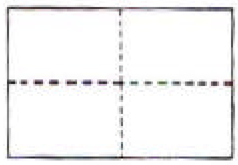
ACTIVIDAD 17: CLASIFICAR INTUITIVAMENTE ÁNGULOS RECTOS

Objetivo: Desarrollar la noción de ángulo

Materiales: Varillas de cartón, encuadernadores.

Tomemos dos varillas móviles unidas en un punto por un encuadernador, en torno al cual pueden girar; al moverlas obtendrás diferentes parejas de rectas que se cortan en un punto. Pero sólo hay una posición donde las varillas quedan perpendiculares formando cuatro regiones angulares iguales, como se ve en la figura. Estas regiones angulares dan lugar a cuatro ángulos que se llaman ángulos rectos.

Intenta hacer lo mismo utilizando el plegado de papel, como se ve en la figura:



Señala los ángulos rectos en el papel plegado.

¿Cuántos ángulos rectos se forman?

¿Son iguales? ¿Por qué?

Podemos decir que tanto en el caso de las varillas, como en el del papel plegado, si ambos quedan perpendiculares, se llaman ÁNGULOS RECTOS.

Dudas:

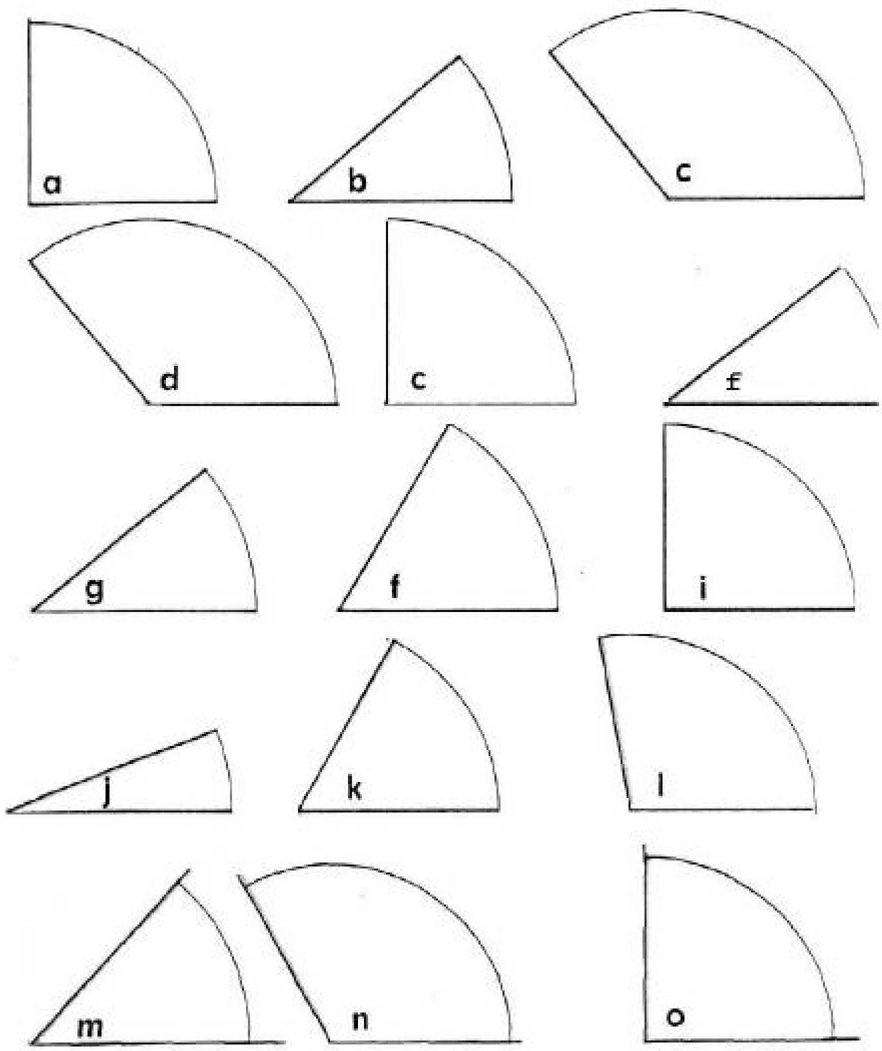
Observaciones:

ACTIVIDAD 18: COMPARACIÓN DE ÁNGULOS

Objetivo: Comparar ángulos.

Materiales: Tijeras y papel vegetal.

Observa la colección de ángulos que te presentamos:



Cálcalos en papel vegetal y luego compara cada uno de ellos con un ángulo recto. Nombra con letras los lados y el vértice.

Observa que existen ángulos más pequeños que el ángulo recto, que llamaremos ÁNGULOS AGUDOS.

¿Cuáles son agudos?

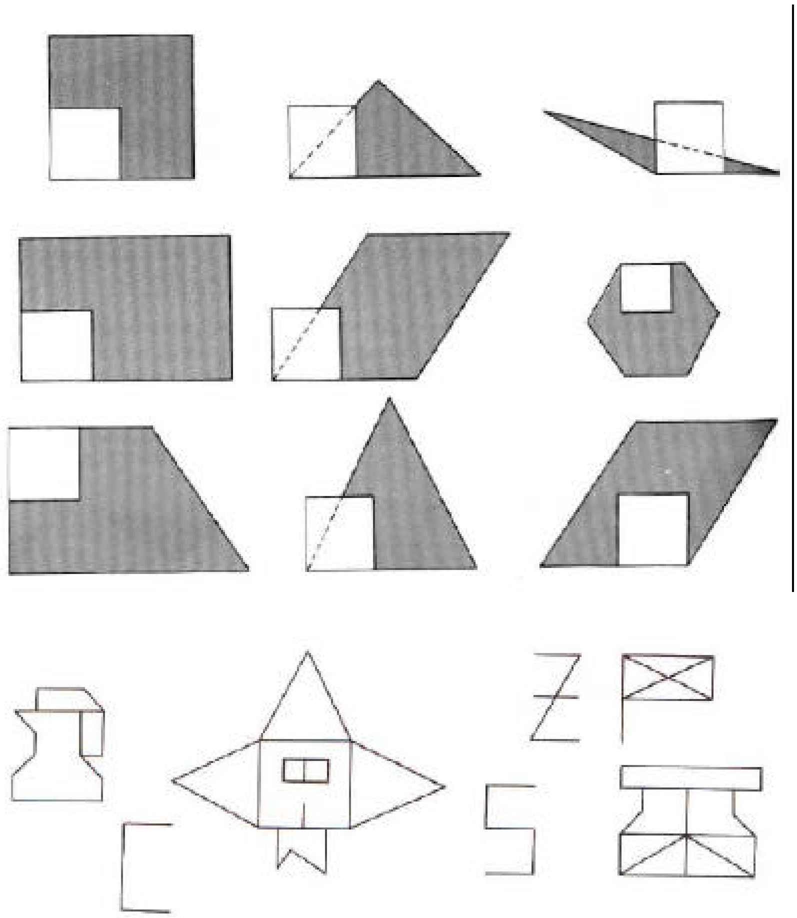
ACTIVIDAD 18: COMPARACIÓN DE ÁNGULOS
Observa que existen ángulos más grandes que el ángulo recto, que llamaremos ÁNGULOS OBTUSOS. ¿Cuáles son obtusos? Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 19: ÁNGULOS RECTOS, AGUDOS Y OBTUSOS

Objetivo: Localizar ángulos rectos, agudos y obtusos en otras figuras.

Materiales: Regla.

Observa los dibujos que aparecen a continuación y nombra los ángulos rectos con la letra $\hat{A}$, los ángulos agudos con la letra $\hat{B}$ y los ángulos obtusos con la letra $\hat{C}$.



Dudas:

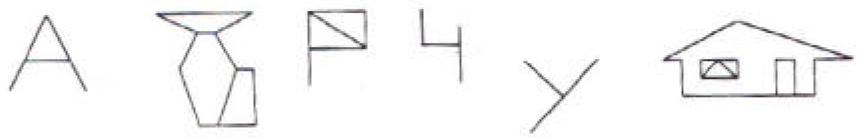
Observaciones:

ACTIVIDAD 20: CLASIFICAR INTUITIVAMENTE: ÁNGULOS RECTOS

Objetivos: Desarrollar la noción de ángulo patrón: ángulo recto.

Materiales: Regla.

Observa los siguientes ángulos que aparecen a continuación:



Señala los ángulos rectos.

Nombra cuáles son ángulos rectos

Explica cómo son las regiones angulares en los diferentes ángulos, es decir, ¿son todas iguales?

¿Por qué?

Nombra cuáles no son ángulos rectos

Dudas:

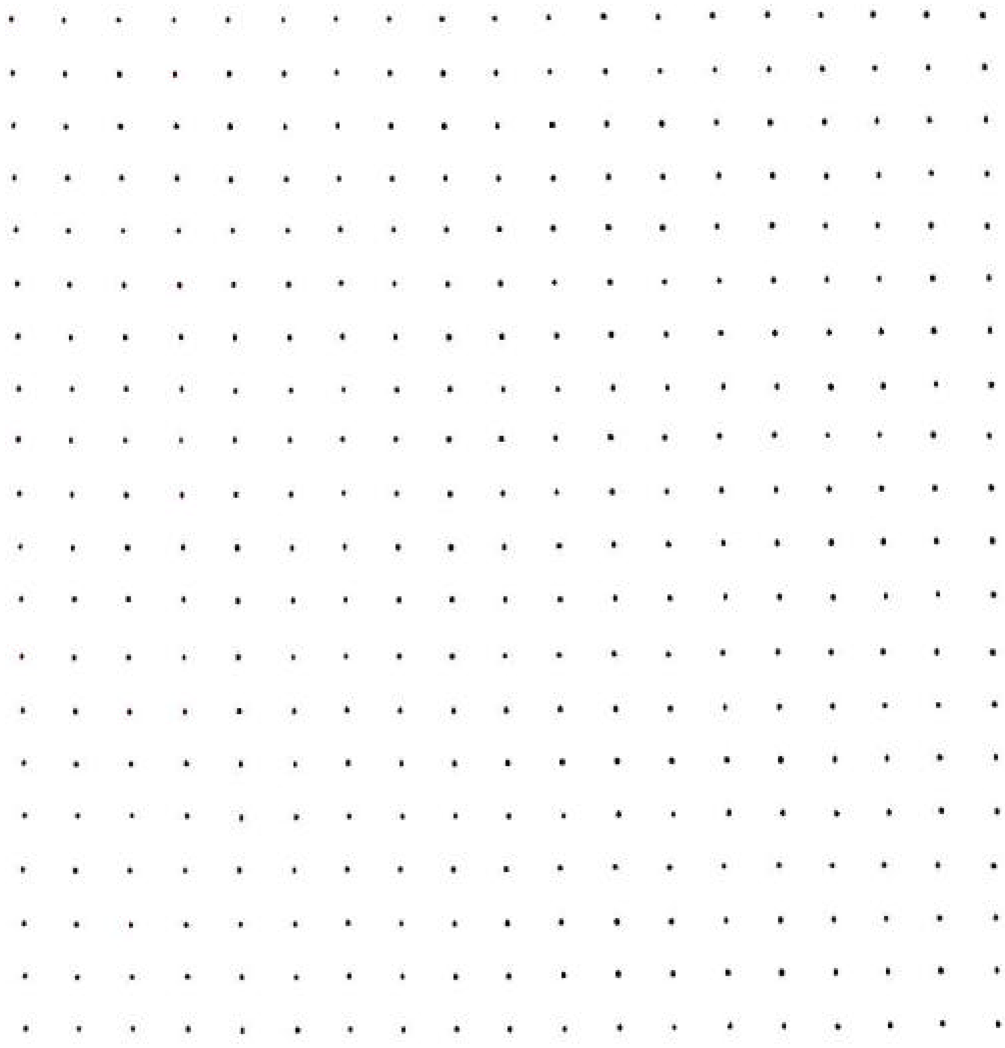
Observaciones:

ACTIVIDAD 21: COMPARACIÓN DE ÁNGULOS.

Objetivo: Comparar ángulos.

Materiales: Lápices de colores, papel punteado, geoplano, regla y compás.

Dibuja en papel punteado y con regla y compás, cinco ángulos mayores que el ángulo recto, un ángulo recto y cinco ángulos menores que el ángulo recto.



Pinta los ángulos mayores que el ángulo recto de un color, los ángulos menores que el ángulo recto de otro color y el ángulo recto píntalo de negro.

Compara cada uno de ellos con el ángulo recto.

Nombra con letras los lados y el vértice.

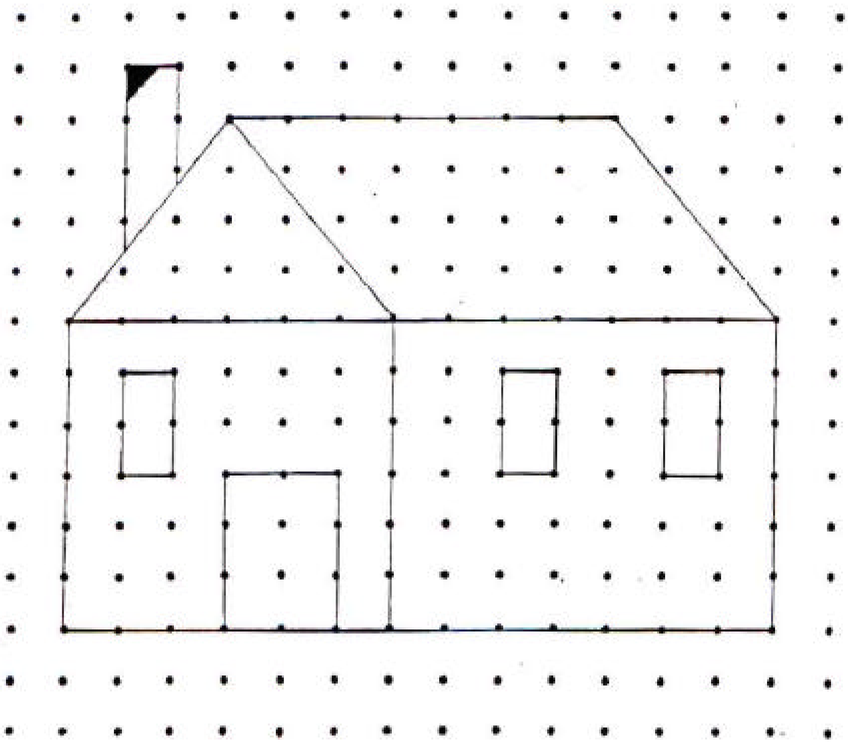
ACTIVIDAD 21: COMPARACIÓN DE ÁNGULOS.
¿Cuáles son agudos? ¿Cuáles son obtusos? Construye en el geoplano lo que has dibujado y luego pásalo a los geoplanos que aparecen en la figura. Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 22: ÁNGULOS RECTOS, AGUDOS Y OBTUSOS

Objetivo: Localizar ángulos rectos, agudos y obtusos en otras figuras.

Materiales: Regla.

Observa los dibujos que aparecen a continuación y nombra los ángulos rectos con la letra Â, los ángulos agudos con la letra $\hat{B}$ y los ángulos obtusos con la letra $\hat{C}$. Nombra también sus lados y los vértices.



Dudas:

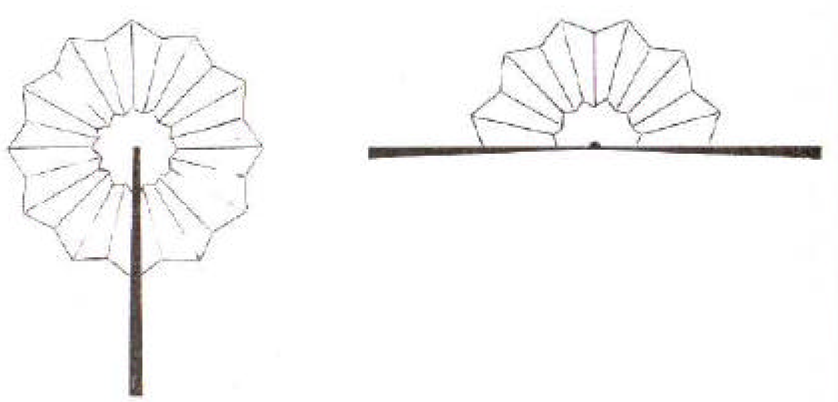
Observaciones:

ACTIVIDAD 23: ÁNGULOS COMPLETOS Y ÁNGULOS LLANOS

Objetivo: Introducir la noción de ángulo completo como el ángulo "barrido" al girar una vuelta completa y el ángulo llano el obtenido al girar media vuelta.

Materiales: Abanico.

Observemos los dos abanicos que aparecen en la figura:



En uno, hemos dejado fijo uno de sus brazos y el otro gira hasta confundirse de nuevo con el primero; en este caso el brazo móvil describió un ángulo completo.

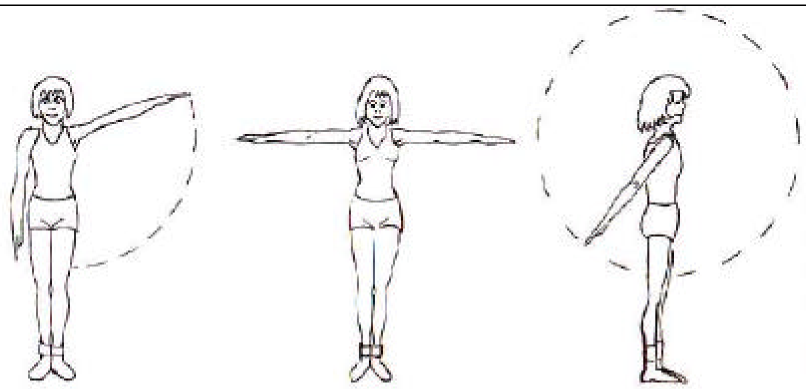
En el otro abanico, el brazo móvil giró hasta abrirse a la mitad; en este caso el brazo móvil describió un ángulo llano.

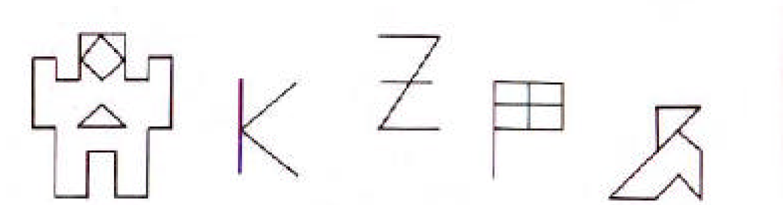
Cuando se cortan dos rectas se forman cuatro regiones angulares, como sabemos. Dibuja dos rectas que corten en un punto. Dos regiones angulares consecutivas, ¿determinan un ángulo llano?

Y las cuatro regiones angulares, ¿qué determinan?

Nombra con letra a los ángulos llanos y completos en las siguientes figuras:

ACTIVIDAD 23: ÁNGULOS COMPLETOS Y ÁNGULOS LLANOS





¿Cuáles son ángulos llanos? ¿Por qué?

¿Cuáles son ángulos completos? ¿Por qué?

Dudas:

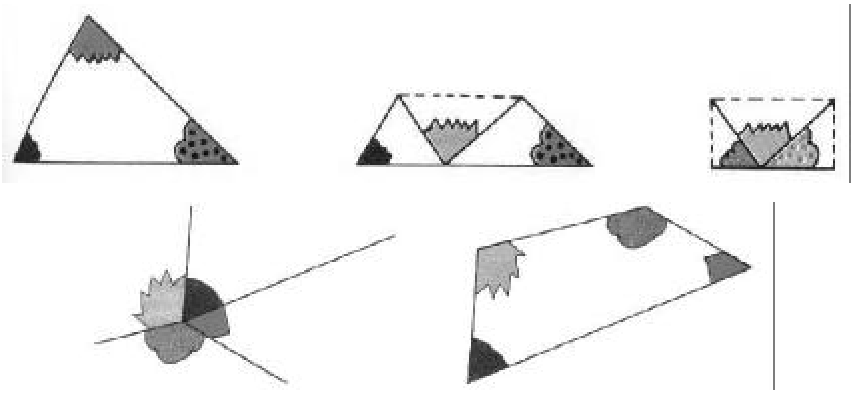
Observaciones:

ACTIVIDAD 24: ÁNGULOS COMPLETOS Y ÁNGULOS LLANOS

Objetivo: Introducir la noción de ángulo completo como el ángulo "barrido" al girar una vuelta completa y el ángulo llano el obtenido al girar media vuelta.

Materiales:

Nombra con letras a los ángulos llanos y completos en los siguientes polígonos y figuras:



¿Cuáles son ángulos llanos? ¿Por qué?

¿Cuáles son ángulos completos? ¿Por qué?

Dudas:

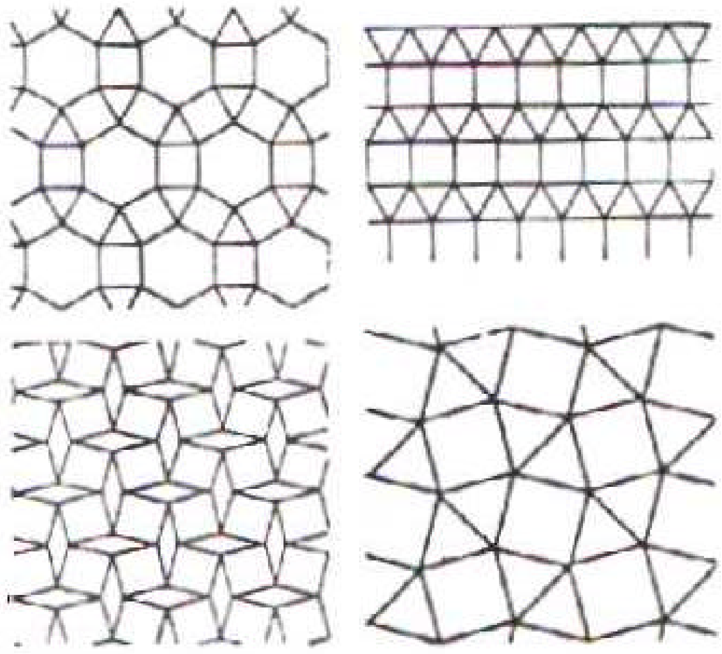
Observaciones:

ACTIVIDAD 25: ÁNGULOS RECTOS, AGUDOS Y OBTUSOS

Objetivo: Localizar ángulos rectos, agudos y obtusos en otras figuras.

Materiales:

Observa los dibujos que aparecen a continuación y nombra los ángulos rectos con la letra $\hat{A}$, los ángulos agudos con letra $\hat{B}$ y los ángulos obtusos con la letra $\hat{C}$.



Dudas:

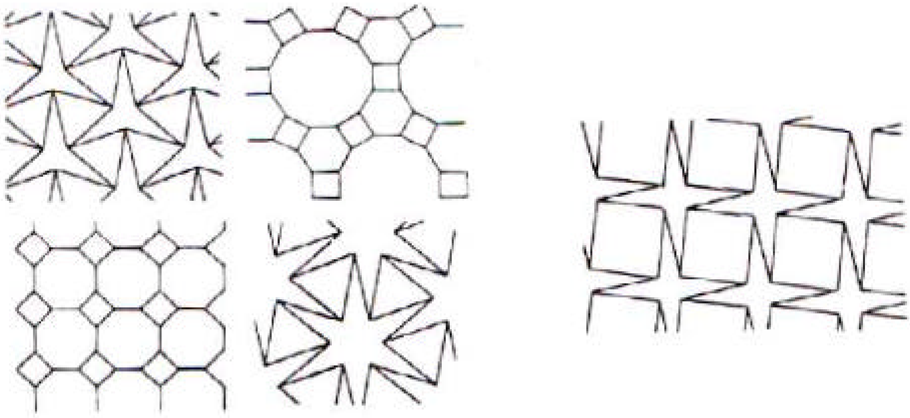
Observaciones:

ACTIVIDAD 26: ÁNGULOS COMPLETOS Y ÁNGULOS LLANOS

Objetivo: Introducir la noción de ángulo completo como el ángulo “barrido” al girar una vuelta completa y el ángulo llano el obtenido al girar media vuelta.

Materiales:

Nombra con letras a los ángulos llanos y completos en los siguientes teselados:



¿Cuáles son ángulos llanos? ¿Por qué?

¿Cuáles son ángulos completos? ¿Por qué?

Dudas:

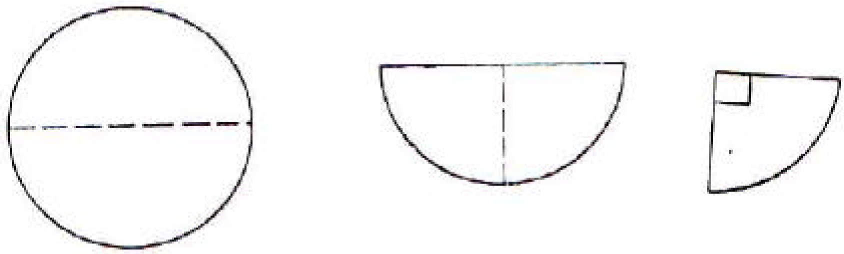
Observaciones:

ACTIVIDAD 27: ÁNGULOS RECTOS, AGUDOS Y OBTUSOS

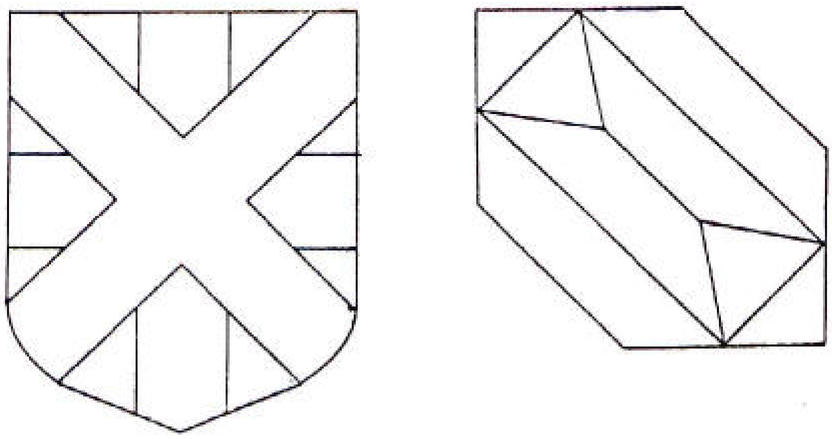
Objetivo: Localizar los ángulos rectos, agudos y obtusos en otros contextos geométricos.

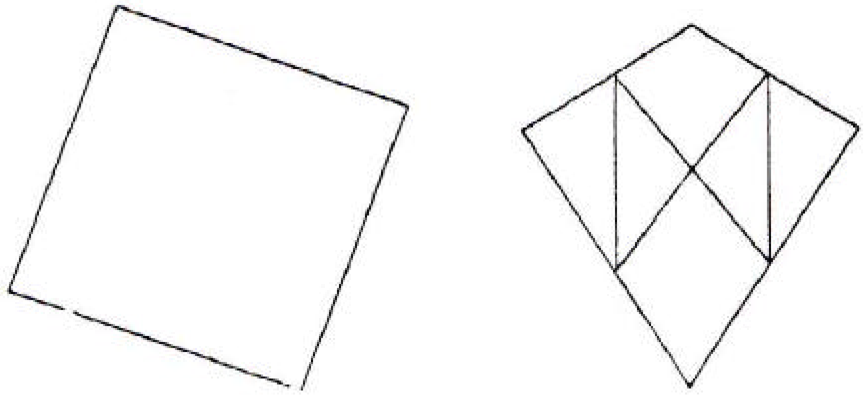
Materiales: Compás y folios.

Traza un círculo en un folio y recórtalo; dóblalo dos veces a la mitad para obtener un ángulo recto como indican en la figura las líneas de puntos:



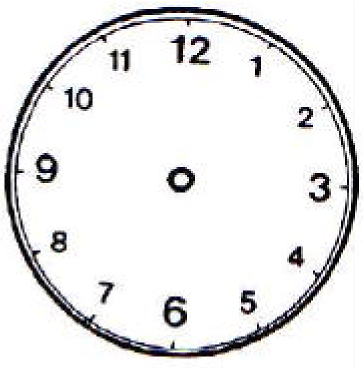
Utiliza el ángulo recto que has construido para medir los ángulos de las figuras siguientes y nombra los ángulos rectos, agudos (menores que el ángulo recto) y obtusos (mayores que el ángulo recto), con las letras: R, A y O respectivamente.

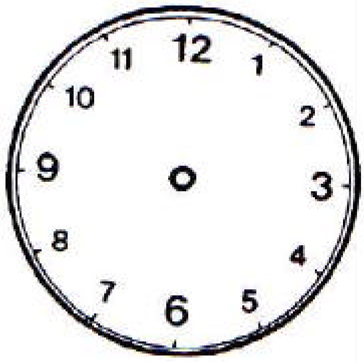




Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 28: ÁNGULOS RECTOS, AGUDOS Y OBTUSOS
Objetivo: Señalar los ángulos rectos, agudos y obtusos en otros contextos geométricos. Materiales: Folios. Utiliza el reloj que aparece en la figura y escribe el número en que deben quedar las manecillas cuando las haces girar para obtener: 1.- Dos ángulos rectos a partir de las 12 horas... 2.- Dos ángulos rectos a partir de las 06 horas... 3.- Dos ángulos rectos a partir de las 04 horas... 4.- Dos ángulos rectos a partir de las 02 horas...  Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 29: ÁNGULOS RECTOS, AGUDOS Y OBTUSOS
Objetivo: Señalar los ángulos rectos, agudos y obtusos en otros contextos geométricos. Materiales: Folios. Utiliza el reloj que aparece en la figura y escribe el número en que de deben quedar las manecillas cuando las haces girar para obtener: 1.- Un ángulo recto a partir de las 12 horas... 2.- Un ángulo llano a partir de las 06 horas... 3.- Un ángulo completo a partir de las 04 horas... 4.- Dos ángulos llanos a partir de las 02 horas...  Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 30: ÁNGULOS RECTOS

Objetivo: Observar los ángulos rectos en otros contextos geométricos.

Materiales: Folios.

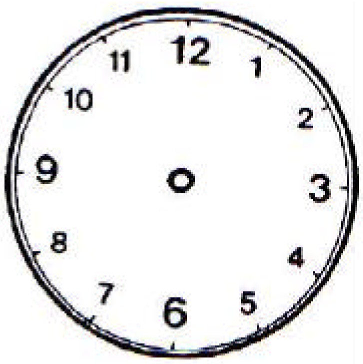
Escribe el número de ángulos rectos que hay que girar para:

1.- Ir de las 03 a las 09 horas...

2.- Ir de las 02 a las 08 horas...

3.- Ir de las 08 a las 11 horas...

4.- Ir de las 10 a las 07 horas...



Dudas:

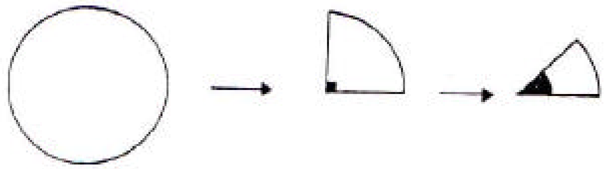
Observaciones:

ACTIVIDAD 31: ÁNGULOS RECTOS

Objetivo: Observar los ángulos rectos en otros contextos geométricos.

Materiales: Folios y compás.

Construye una brújula dibujando un círculo como el que aparece en la figura y recórtalo. Dobla el círculo dos veces para formar un ángulo recto y luego dóblalo una vez más para formar medio ángulo recto. Dibuja las líneas dobladas y marca las ocho direcciones.



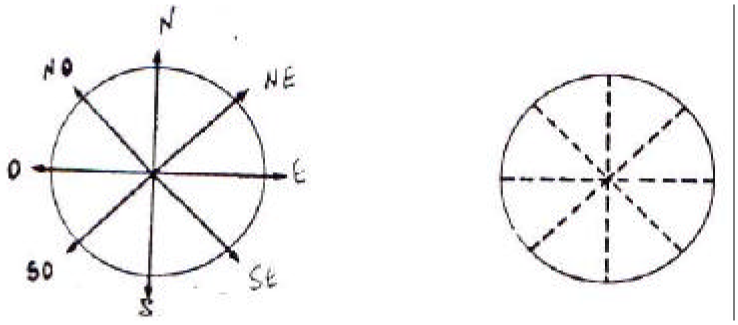
Utilizando esta brújula indica en qué dirección te encuentras después de haber girado:

1.- A partir de NE, tres ángulos rectos...

2.- A partir de SE, medio ángulo recto...

3.- A partir de SO, dos medios ángulos rectos...

4.- A partir de NO, tres medios ángulos rectos...



Dudas:

Observaciones:

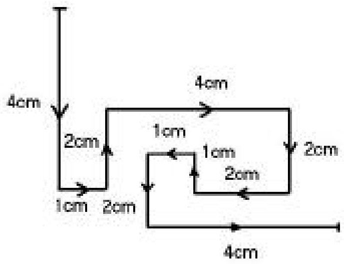
ACTIVIDAD 32: ITINERARIOS
Objetivo: Realizar giros en ángulo recto. Materiales: Regla. Dibuja las semirrectas y los segmentos de los tamaños que se te indican y en las direcciones siguientes: 5 cm Este 2 cm Norte 7 cm Este 1 cm Sur 5 cm Este 3 cm Sur 8 cm Este Dudas: Observaciones:

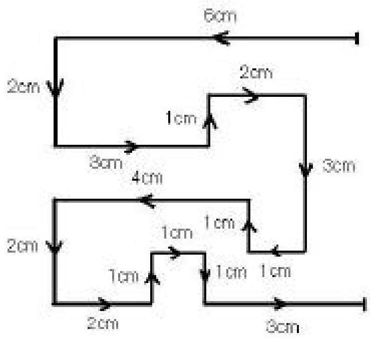
ACTIVIDAD 33: ESCRIBIR DIRECCIONES PARA CAMINOS DADOS

Objetivo: Escribir direcciones para caminos dados.

Materiales:

Escribe las direcciones para estos caminos:





Dudas:

Observaciones:

DISEÑO DE INSTRUCCIÓN: ÁNGULOS

Unidad de aprendizaje: Ángulos Nivel 3

ACTIVIDAD 1: REPASO DE ÁNGULOS

Objetivo: Repasar los conceptos de región angular y de ángulo.

Materiales: Geoplano y lápices de colores.

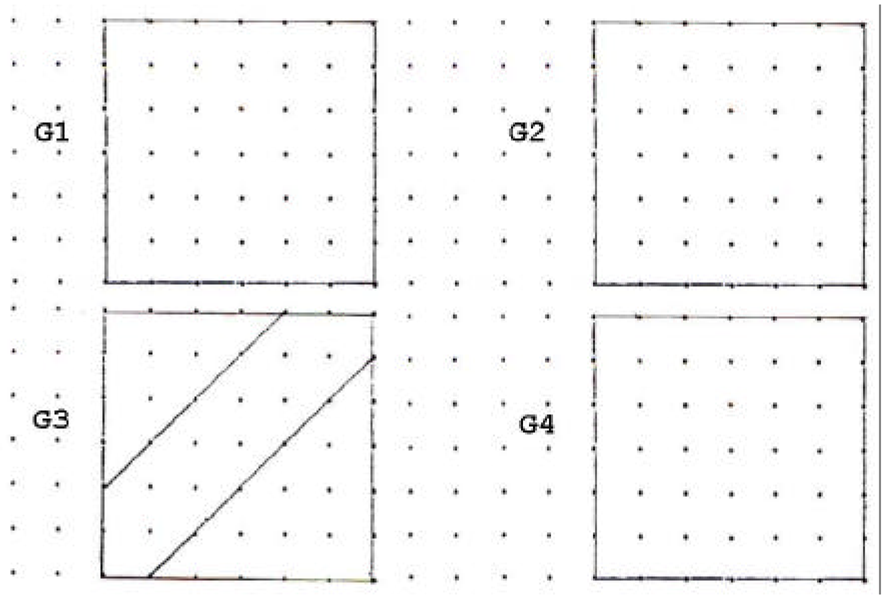
Coge tu geoplano y construye los cuatro pares de rectas tal y como se ven en los diferentes geoplanos que vas a dibujar.

Dibuja en el geoplano 1 dos rectas que se corten y señala las cuatro regiones angulares que se forman.

Dibuja en el geoplano 2 dos rectas que sean paralelas. ¿Forman regiones angulares?

¿Cómo son las rectas que están dibujadas en el geoplano 3 si no forman regiones angulares?

Dibuja en el geoplano 4 los diferentes ángulos que determinan las cuatro regiones angulares del geoplano 1.



Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 2: REPASO DE ÁNGULOS

Objetivo: Repasar el concepto de región angular y de ángulo.

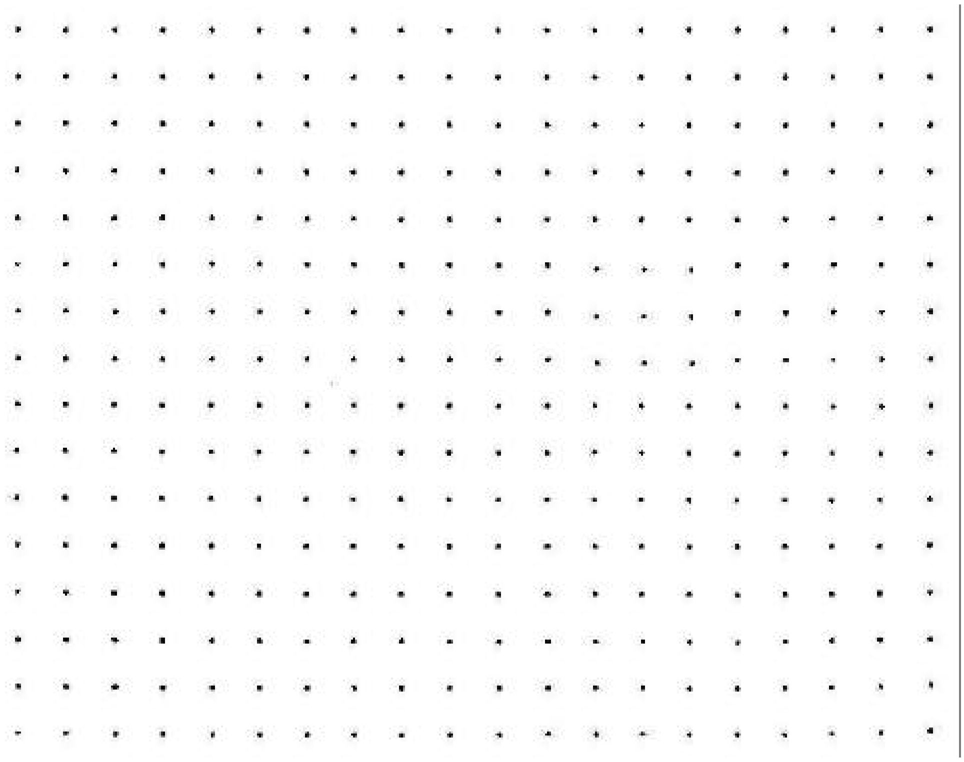
Materiales: Papel punteado y lápices de colores.

Dibuja en el papel punteado:

a.- Dos rectas que se corten y señala las cuatro regiones angulares que se forman.

b.- Dos rectas paralelas. ¿Forman regiones angulares?

c.- Dos pares de rectas que se corten y de cada par, señala con diferentes colores cuatro ángulos de los que se obtienen. Señala los vértices y los lados. Puede ocurrir que encuentres ángulos con los lados con más de un color.



Dudas:

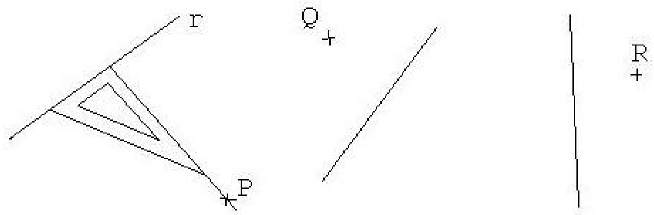
Observaciones:

ACTIVIDAD 3: TRAZAR UNA RECTA PERPENDICULAR A UNA RECTA DADA POR UN PUNTO EXTERIOR A ELLA

Objetivo: Trazar perpendiculares a una recta dada mediante el uso de la escuadra.

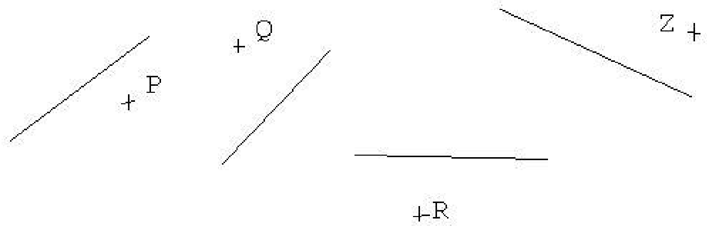
Materiales: Regla, escuadra y cartabón.

Dadas las siguientes rectas, trazar la perpendicular desde el punto exterior a ellas, utilizando la escuadra como se muestra en la figura:



¿Cuánto miden los ángulos que se forman? Responder utilizando el ángulo recto como medida.

Dadas las siguientes rectas, trazar un semirrecta desde un punto exterior a ellas que determinen un ángulo de medio recto, utilizando la escuadra:



Dudas:

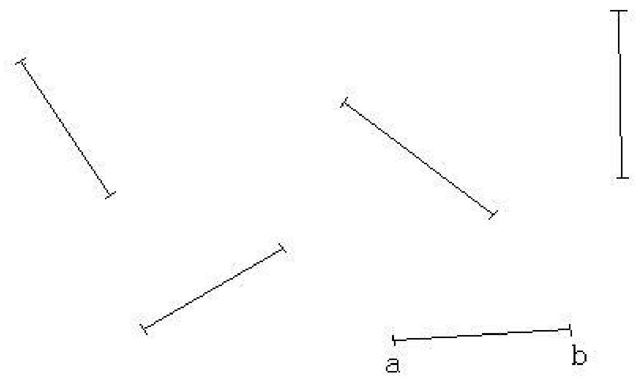
Observaciones:

ACTIVIDAD 4: TRAZAR LA MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO

Objetivo: Trazar la mediatriz de un segmento mediante el uso de la escuadra.

Materiales: Regla y escuadra.

Dados los siguientes segmentos, trazar la mediatriz a cada uno de ellos utilizando la escuadra:



Recuerda: “La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al segmento que divide a este en dos partes iguales”.

Dudas:

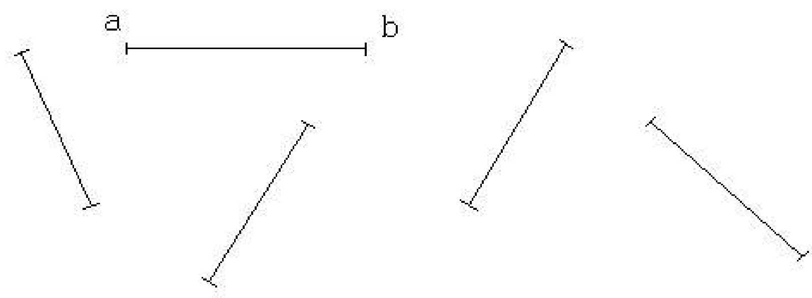
Observaciones:

ACTIVIDAD 5: TRAZAR LA MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO

Objetivo: Trazar la mediatriz de un segmento mediante el uso de la regla y el compás.

Materiales: Regla y compás.

Dados los siguientes segmentos, trazar la mediatriz a cada uno de ellos utilizando la regla y compás:



Recuerda: "La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al segmento que divide a este en dos partes iguales".

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 6: COMPARACIÓN DE ÁNGULOS

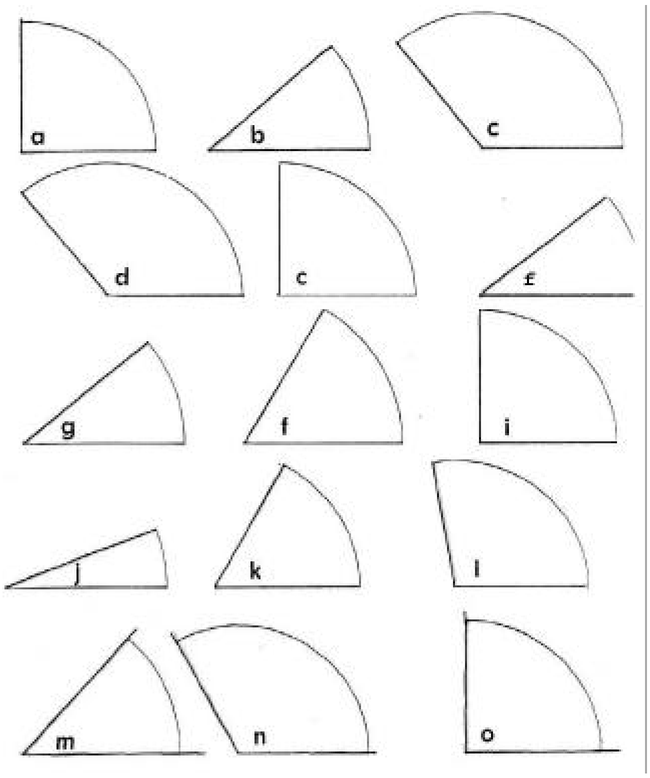
Objetivo: Comparar ángulos.

Materiales: Escuadra, papel vegetal y lápices de colores.

Observa los dibujos que aparecen a continuación. Calca en papel vegetal el ángulo recto que aparece en la figura. Señala los ángulos mayores que el recto (obtusos) que encuentres con la letra “O” y los ángulos menores que el recto (agudos) con la letra “A”.

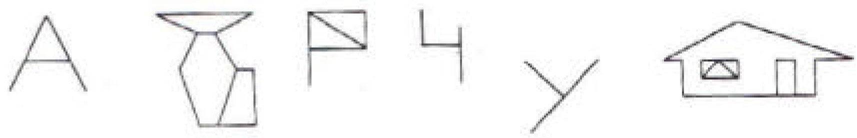
Haz la comparación con el ángulo recto que calcas en papel vegetal:

El ángulo $\hat{R}$.



Dudas:

Observaciones:

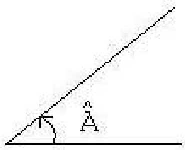
ACTIVIDAD 7: CLASIFICACIÓN DE ÁNGULOS
Objetivo: Clasificar ángulos. Materiales: Lápices de colores. Observa los dibujos que aparecen a continuación. Señala los ángulos rectos, agudos, obtusos, llanos y completos con letras de colores diferentes para cada clase de ángulos:  Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 8: ÁNGULOS IGUALES

Objetivo: Caracterizar la igualdad de ángulos por superposición.

Materiales: Regla, tijeras y papel vegetal.

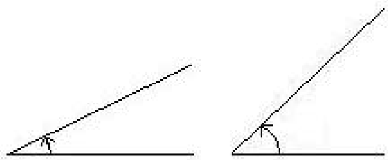
Dados los ángulos Â y $\hat{B}$, vamos a superponerlos. Cálcalos en el papel vegetal, recórtalos y pon uno encima del otro haciendo coincidir el vértice y un lado:



¿Qué observas?

Dos ángulos son, si al superponer uno sobre el otro, coinciden el vértice y los lados.

Dados los siguientes ángulos, compáralos con el ángulo Â y averigua utilizando el método que acabamos de ver, cuáles son iguales a Â y cuáles no son iguales a Â:



Dudas:

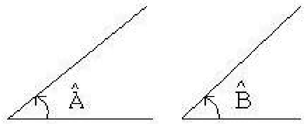
Observaciones:

ACTIVIDAD 9: ÁNGULOS IGUALES

Objetivo: Caracterizar la igualdad de ángulos utilizando el compás.

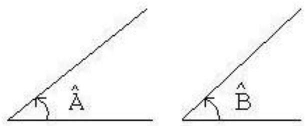
Materiales: Regla y compás.

Dados los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$, vamos a comprobar si son iguales utilizando el compás:



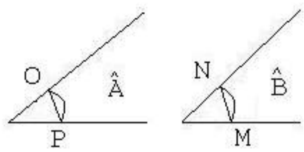
Para ello sigue los siguientes pasos:

1.- Traza, con centro en los vértices de los ángulos y una abertura del compás cualquiera, dos arcos:



2.- Cada arco corta a los lados de cada ángulo en dos puntos, llámalos por ejemplo: P, Q, M y N. Comprueba con el compás si el segmento PQ es igual al segmento MN. Si estos dos segmentos son iguales, los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$ son iguales, es decir, tienen la misma abertura. ¿Cómo son los segmentos PQ y MN?

Dados los dos pares de ángulos siguientes, determinar si son o no iguales:



Dudas:

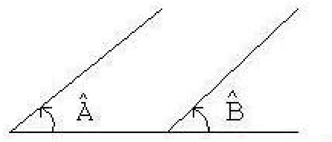
Observaciones:

ACTIVIDAD 10: ÁNGULOS IGUALES

Objetivo: Caracterizar la igualdad de ángulos determinando si tienen un lado común y otro paralelo.

Materiales: Escuadra o cartabón, regla, transportador, tijeras, papel vegetal y compás.

Observa los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$ de la figura, que como ves tiene un lado común y el otro lado paralelo.



Mide los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$. ¿Son iguales?

Observa que dos ángulos que tengan un lado común y otro paralelo son iguales.

Dibuja dos pares de ángulos que tengan un lado común y otro paralelo. Luego mídelos y comprueba que miden lo mismo, es decir, que son iguales. Comprueba también que son iguales de la siguiente manera:

- El primer par por superposición.
- El segundo par utilizando la regla y el compás.

Dudas:

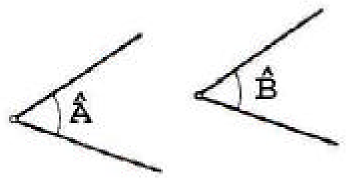
Observaciones:

ACTIVIDAD 11: ÁNGULOS IGUALES

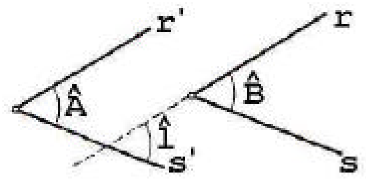
Objetivo: Caracterizar la igualdad de ángulos determinando si tienen los dos lados paralelos.

Materiales: Escuadra o cartabón, regla y transportador.

Observa los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$ de la figura:



Podemos prolongar uno de los lados de cada ángulo, obteniendo la figura:



Observa que los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{1}$ tienen un lado común y el otro lado paralelo.

Mide los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{1}$. ¿Son iguales?

Observa que los ángulos $\hat{B}$ y $\hat{1}$ tienen un lado común y el otro lado paralelo.

Mide los ángulos $\hat{B}$ y $\hat{1}$. ¿Son iguales?

¿Cómo son los lados de los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$, después de las respuestas a las dos preguntas anteriores? ¿Son iguales?

Observa que dos ángulos con lados paralelos y que las dos semirrectas cambien de sentido o no cambien de sentido, son iguales.

Dibuja tres pares de ángulos que tengan los dos lados paralelos y en el mismo sentido las dos semirrectas. Luego mídelos y comprueba que miden lo mismo, es decir, que son iguales. Ponle nombre a los vértices y a los lados:

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 12: BISECTRIZ DE UN ÁNGULO

Objetivo: Dividir un ángulo en dos partes iguales: Construir la bisectriz, mediante el plegado de papel.

Materiales: Folios y regla.

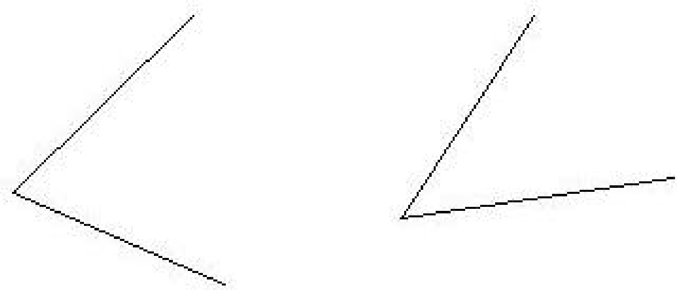
Coge un folio y dibuja un ángulo cualquiera.

Recórtalo y dóblalo desde el vértice haciendo coincidir los dos lados.

Desdobla el ángulo y observa que ha quedado un doblez con origen en el vértice y que divide al ángulo en dos partes iguales.

Observa: La semirrecta con origen en el vértice que divide al ángulo en dos partes iguales se llama: BISECTRIZ.

Dados los dos ángulos siguientes, determina la bisectriz mediante el plegado de papel:



Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 13: BISECTRIZ DE UN ÁNGULO

Objetivo: Dividir un ángulo en dos partes iguales: Construir la bisectriz, con el transportador (semicírculo graduado).

Materiales: Transportador.

Dibuja un ángulo cualquiera que mida un número exacto de grados:

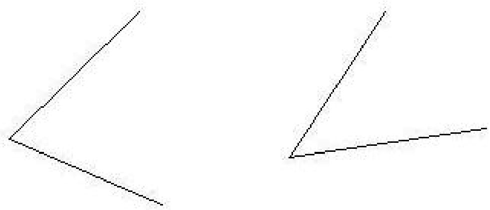
Mide el ángulo que has dibujado con el transportador.

Marca la mitad dividiendo entre dos el número de grados.

Une con una semirrecta el vértice y la marca realizada en la mitad del ángulo.

Observa: La semirrecta con origen en el vértice que divide al ángulo en dos partes iguales se llama: BISECTRIZ.

Dados los dos ángulos siguientes, determina la bisectriz mediante el transportador:

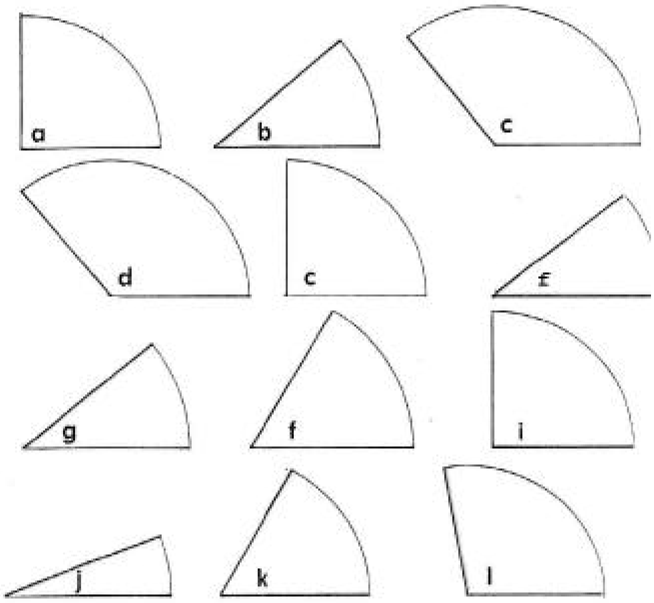


Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 14: BISECTRIZ DE UN ÁNGULO
Objetivo: Dividir un ángulo en dos partes iguales: Construir la bisectriz con la regla y el compás. Materiales: Regla y compás. Dibuja un ángulo cualquiera y llama al vértice O: Apoya la aguja del compás en el vértice O y abre el compás con la abertura que quieras; marca en los dos lados que forman el ángulo los puntos obtenidos, que puedes llamarlos por ejemplo A y B. Sin cambiar la abertura del compás, apoya la aguja en A y traza un arco en el ángulo. Abre de nuevo el compás, apoya la aguja en B y traza un arco en el ángulo. Los dos arcos trazados se cortan en un punto del centro del ángulo, que puedes llamar por ejemplo C. Traza una semirrecta con origen en el vértice O y que pase por el punto C. La semirrecta trazada es la bisectriz del ángulo. Observa: La semirrecta con origen en el vértice que divide al ángulo en dos partes iguales se llama: BISECTRIZ. Dados los ángulos siguientes, determinar la bisectriz, utilizando la regla y el compás:

ACTIVIDAD 14: BISECTRIZ DE UN ÁNGULO



Dudas:

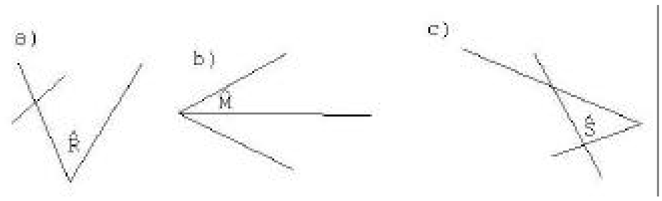
Observaciones:

ACTIVIDAD 15: BISECTRIZ DE UN ÁNGULO

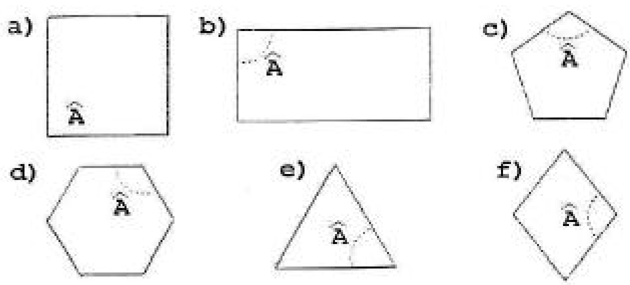
Objetivo: Determinar la bisectriz de un ángulo.

Materiales: Transportador y regla.

Explica por qué no todas las líneas rectas trazadas en los siguientes ángulos son bisectrices:



Traza en los siguientes polígonos las bisectrices de los ángulos que están señalados con la letra Â, utilizando diferentes procedimientos:



Explícalos:

Figura a)

Figura b)

Figura c)

Figura d)

Figura e)

Figura f)

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 16: ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS

Objetivo: Determinar, caracterizar y construir ángulos complementarios.

Materiales: Regla, folios, tijeras, geoplano y lápices de colores.

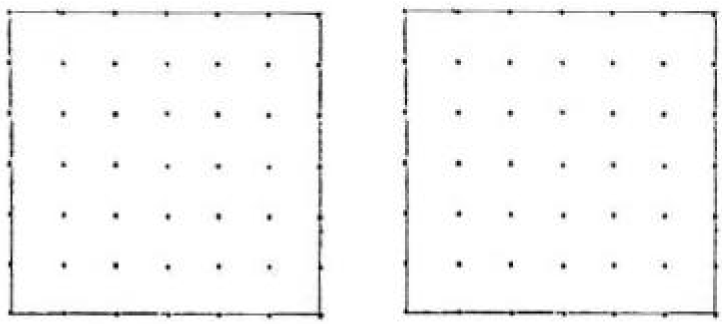
Traza un ángulo recto. Dóblalo como quieras por el vértice. Marca con un color la línea por la que has doblado el ángulo.

¿Cuántos ángulos se han formado?

Dale nombre a esos ángulos, por ejemplo $\hat{A}$ y $\hat{B}$. Coloréalos con diferentes colores. ¿Cuánto mide $\hat{A}$ + $\hat{B}$?

Este tipo de ángulos se llaman: ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS.

Construye en el geoplano dos pares de ángulos complementarios. Dibújalos también en los geoplanos de la figura:



Fíjate que los ángulos complementarios no tienen por qué ser consecutivos.

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 17: ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS

Objetivo: Determinar, caracterizar y construir ángulos suplementarios.

Materiales: Folios, tijeras y lápices de colores.

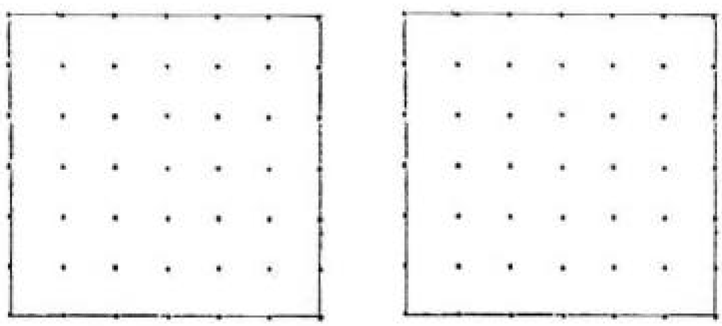
Traza un ángulo llano. Dóblalo como quieras por el vértice. Marca con un color la línea por la que has doblado el ángulo.

¿Cuántos ángulos se han formado?

Dale nombre a esos ángulos, por ejemplo $\hat{A}$ y $\hat{B}$. Coloréalos con diferentes colores. ¿Cuánto mide $\hat{A} + \hat{B}$?

Este tipo de ángulos se llaman: ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS.

Construye en el geoplano dos pares de ángulos suplementarios. Dibújalos también en los geoplanos de la figura:



Fíjate que los ángulos suplementarios no tienen por qué ser consecutivos.

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 18: ÁNGULOS ADYACENTES

Objetivo: Determinar, caracterizar y construir ángulos adyacentes.

Materiales: Geoplano y papel punteado.

Representa en tu geoplano los pares de ángulos de las figuras 1, 2, 3 y 4:

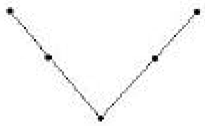


fig.1

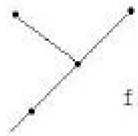


fig.2

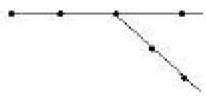


fig.3

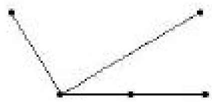


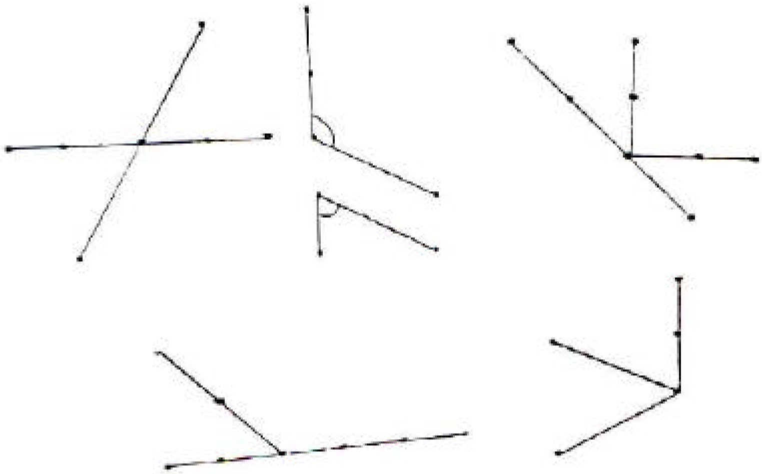
fig.4

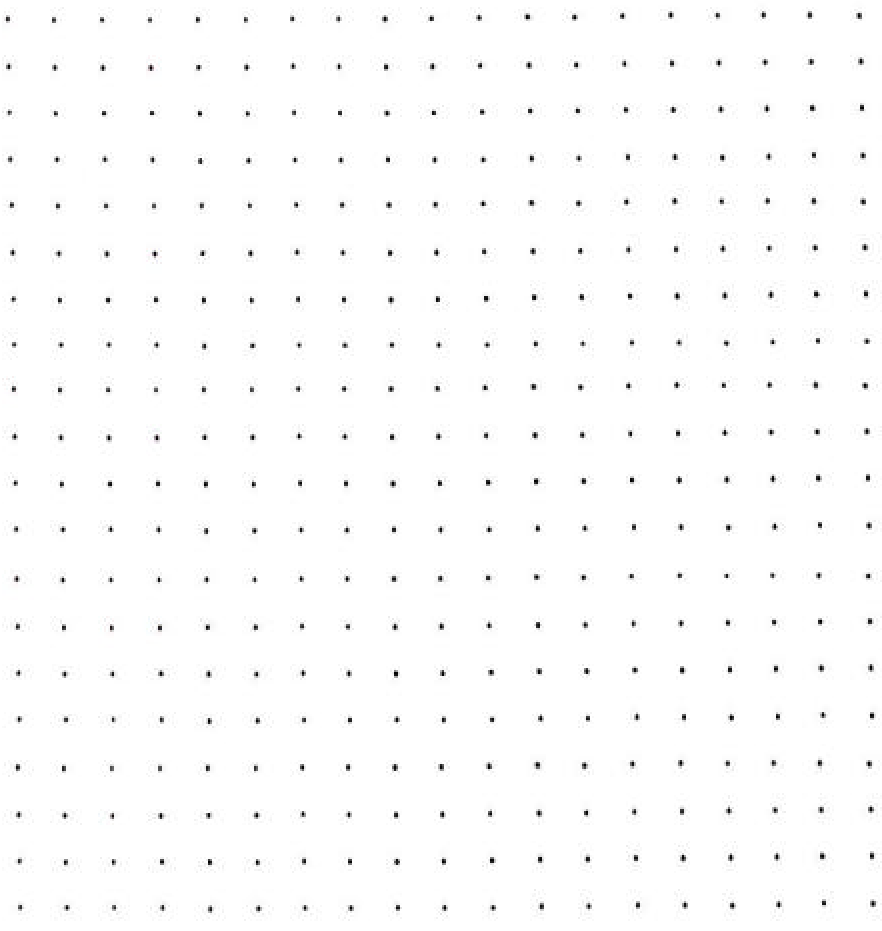
¿Son los ángulos de cada una de las figuras consecutivos?

Observa que en las figuras 2 y 3, los lados no comunes pertenecen a la misma recta.

Los ángulos que además de ser consecutivos, sus lados no comunes pertenecen a la misma recta, se llaman: ÁNGULOS ADYACENTES.

Representa en tu geoplano rectangular y en el papel punteado los siguientes pares de ángulos y rodea aquellos que sean consecutivos:





Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 19: ÁNGULOS OPUESTOS POR EL VÉRTICE

Objetivo: Determinar, caracterizar y construir ángulos opuestos por el vértice.

Materiales: Lápices de colores y folios.

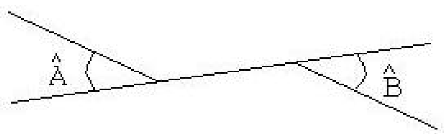
Traza dos rectas que se corten. Ponle nombre a esos ángulos de la forma: 1, 2, 3 y 4 y en el sentido de las agujas del reloj:

¿Cuántos ángulos has obtenido?

Dibújalos:

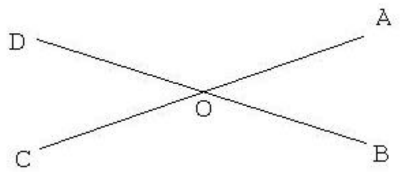
Estos pares de ángulos, que tienen el mismo vértice y los lados de uno son la prolongación de los lados del otro, se llaman: ÁNGULOS OPUESTOS POR EL VÉRTICE.

¿Son opuestos por el vértice los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$ de la siguiente figura?



¿Por qué?

Calca estos ángulos y pinta en un color el ángulo opuesto por el vértice al ángulo $A\hat{O}B$ y en otro color, el ángulo opuesto por el vértice al ángulo $B\hat{O}C$.



Dibuja tres pares de ángulos que sean opuestos por el vértice dos a dos. Ponle nombre y escribe quién es opuesto a quién.

Dudas

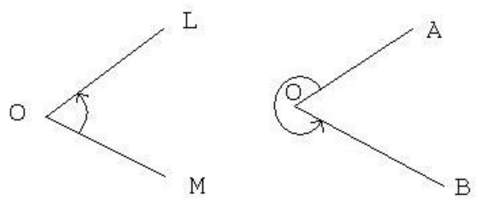
Observaciones:

ACTIVIDAD 20: ÁNGULOS CÓNCAVOS Y ÁNGULOS CONVEXOS

Objetivo: Determinar, caracterizar y construir ángulos cóncavos y ángulos convexos.

Materiales: Lápices de colores y geoplano.

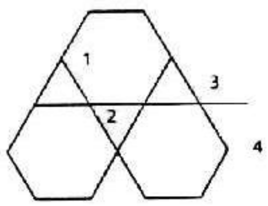
Observa estos ángulos que aparecen en la figura, donde uno de ellos tiene sus lados menos abiertos que un ángulo llano y el otro tiene sus lados más abiertos que un ángulo llano. Coloréalos:

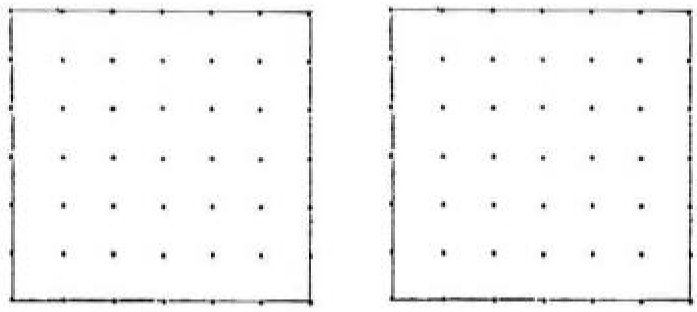


Los ángulos, cuyos lados están menos abiertos que los de un ángulo llano, se llaman: ÁNGULOS CONVEXOS.

Los ángulos, cuyos lados están más abiertos que los de un ángulo llano, se llaman: ÁNGULOS CÓNCAVOS.

Determina cuáles de los ángulos señalados en el siguiente dibujo son cóncavos y cuáles son convexos:



ACTIVIDAD 20: ÁNGULOS CÓNCAVOS Y ÁNGULOS CONVEXOS
Construye en tu geoplano un ángulo cóncavo y un ángulo convexo (Dibújalos también en los geoplanos de la figura):  Dudas: Observaciones:

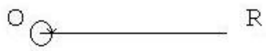
ACTIVIDAD 21: ÁNGULOS NULOS Y ÁNGULOS COMPLETOS

Objetivo: Determinar, caracterizar y construir ángulos nulos y ángulos completos.

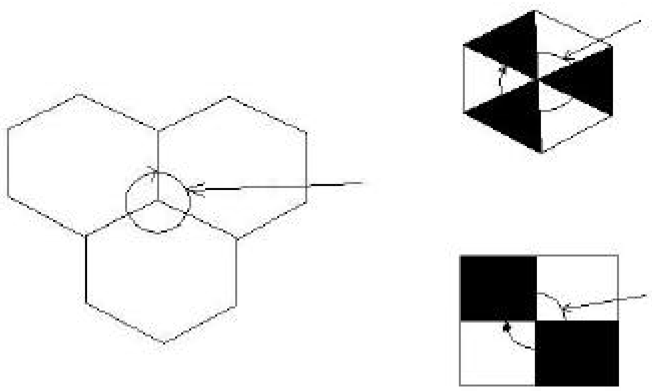
Materiales: Lápices de colores y geoplano.

Un ángulo es nulo si es un ángulo convexo cuyos lados coinciden:

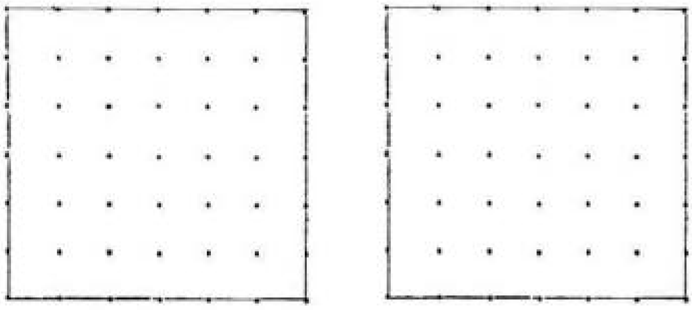
Un ángulo es total o completo si es un ángulo cóncavo cuyos lados coinciden:



Observa los siguientes ángulos que aparecen en las figuras y determina cuáles son nulos y cuáles son completos:



Construye en tu geoplano un ángulo nulo y un ángulo completo:

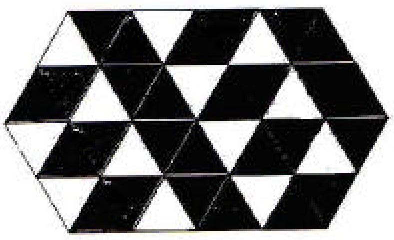
ACTIVIDAD 21: ÁNGULOS NULOS Y ÁNGULOS COMPLETOS
(Dibújalos también en los geoplanos de la figura)  Dudas: Observaciones:

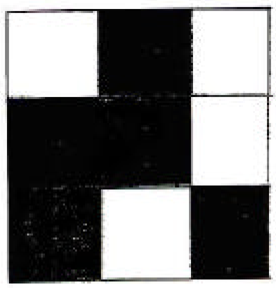
ACTIVIDAD 22: DETERMINAR ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS Y SUPLEMENTARIOS

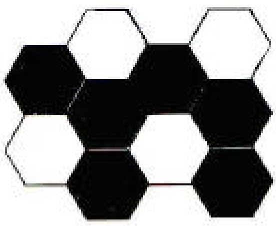
Objetivo: Determinar y caracterizar ángulos complementarios y suplementarios.

Materiales: Regla y transportador.

Dados los siguientes mosaicos, determina en cada mosaico, si los hay, dos pares de ángulos complementarios y dos pares de ángulos suplementarios. Márcalos:







Dudas:

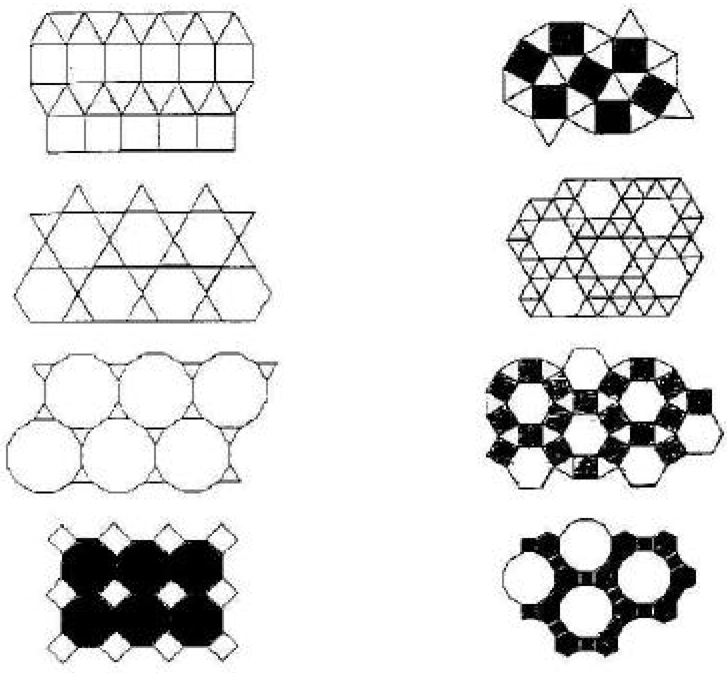
Observaciones:

ACTIVIDAD 23: DETERMINAR ÁNGULOS ADYACENTES Y OPUESTOS POR EL VÉRTICE

Objetivo: Determinar y caracterizar ángulos adyacentes y opuestos por el vértice.

Materiales: Regla y transportador.

Dados los siguientes mosaicos, determina en cada mosaico, si los hay, dos pares de ángulos adyacentes y dos pares de ángulos opuestos por el vértice. Márcalos:



Dibuja tres pares de ángulos adyacentes y tres pares de ángulos opuestos por el vértice. Ponle nombre a los lados y a los vértices:

Dibuja tres pares de ángulos adyacentes y tres pares de ángulos opuestos por el vértice. Ponle nombre a los lados y a los vértices:

Dudas:

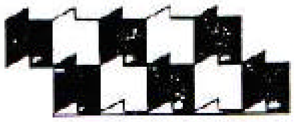
Observaciones:

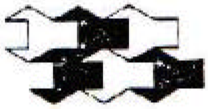
ACTIVIDAD 24: DETERMINAR ÁNGULOS NULOS, ÁNGULOS LLANOS Y ÁNGULOS COMPLETOS

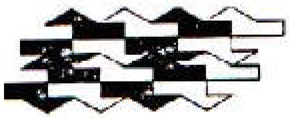
Objetivo: Determinar y caracterizar ángulos nulos, ángulos llanos y ángulos completos.

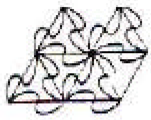
Materiales: Regla y transportador.

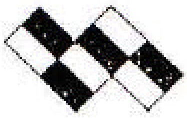
Dados los siguientes ejemplos de mosaicos, determina en cada mosaico, si los hay, dos ángulos nulos, dos ángulos llanos y dos ángulos completos. Márcalos:











Dudas:

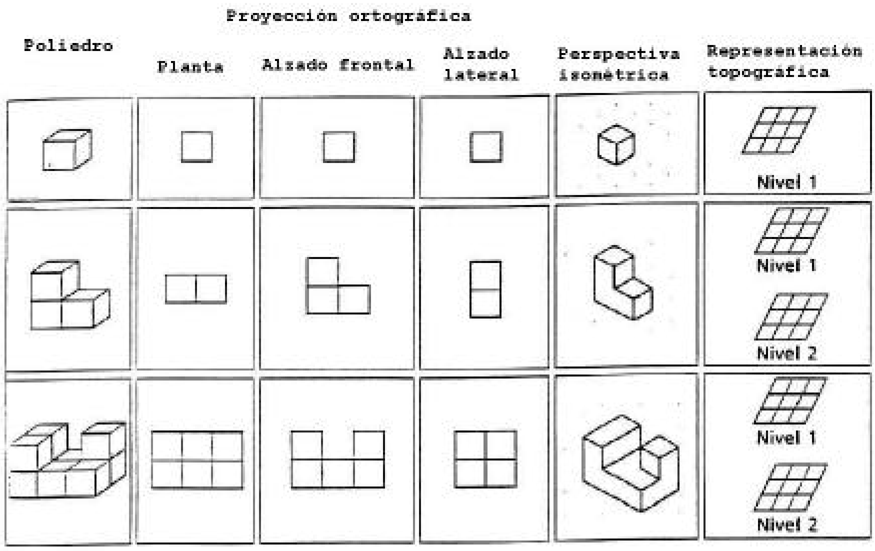
Observaciones:

ACTIVIDAD 25: DETERMINAR ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS Y SUPLEMENTARIOS

Objetivo: Determinar y caracterizar ángulos complementarios y suplementarios.

Materiales: Regla y transportador.

Dados las siguientes figuras, determina, si los hay, un par de ángulos complementarios y un par de ángulos suplementarios. Márcalos:



Dudas:

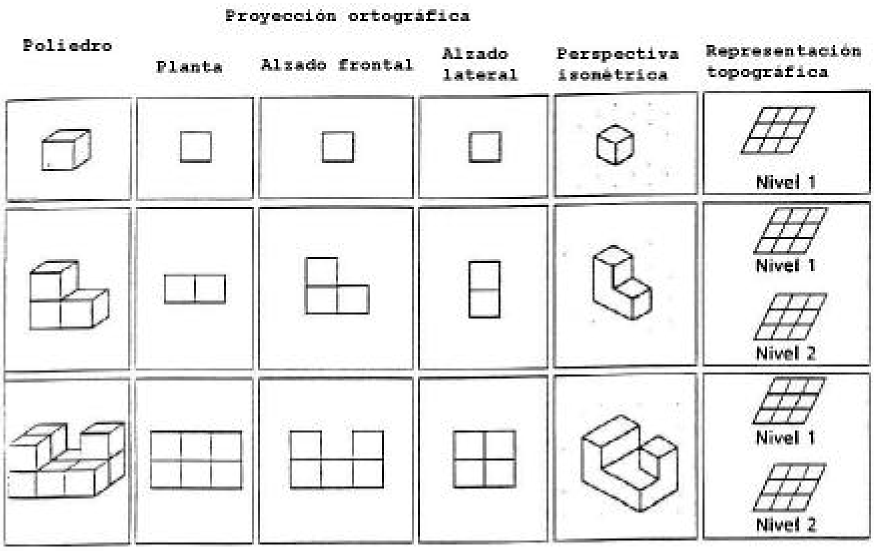
Observaciones:

ACTIVIDAD 26: DETERMINAR ÁNGULOS ADYACENTES Y OPUESTOS POR EL VÉRTICE

Objetivo: Determinar y caracterizar ángulos adyacentes y opuestos por el vértice.

Materiales: Regla y transportador.

Dados las siguientes figuras, determina, si los hay, un par de ángulos adyacentes y un par de ángulos opuestos por el vértice. Márcalos:



Dudas:

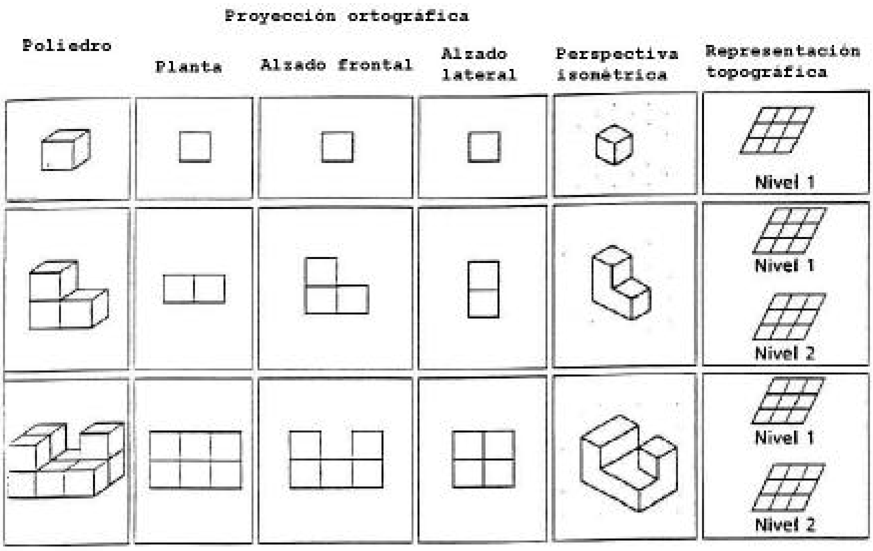
Observaciones:

ACTIVIDAD 27: DETERMINAR ÁNGULOS NULOS, ÁNGULOS LLANOS Y ÁNGULOS COMPLETOS

Objetivo: Determinar y caracterizar ángulos nulos, ángulos llanos y ángulos completos.

Materiales: Regla y transportador.

Dados los siguientes ejemplos de figuras, determina, si los hay, un ángulo nulo, un ángulo llano y un ángulo completo. Márcalos:



Dudas:

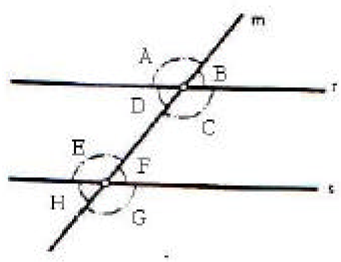
Observaciones:

ACTIVIDAD 28: ÁNGULOS INTERNOS

Objetivo: Determinar, caracterizar y construir ángulos internos.

Materiales: Regla, lápices de colores y geoplano.

Dadas dos rectas paralelas y una recta secante a ellas:



Observamos que se forman ocho ángulos que denominamos, por ejemplo: Â, $\hat{B}$, □, $\hat{D}$, Ê, $\hat{F}$, □ y □.

Colorea en un color los ángulos que te han quedado entre las paralelas.

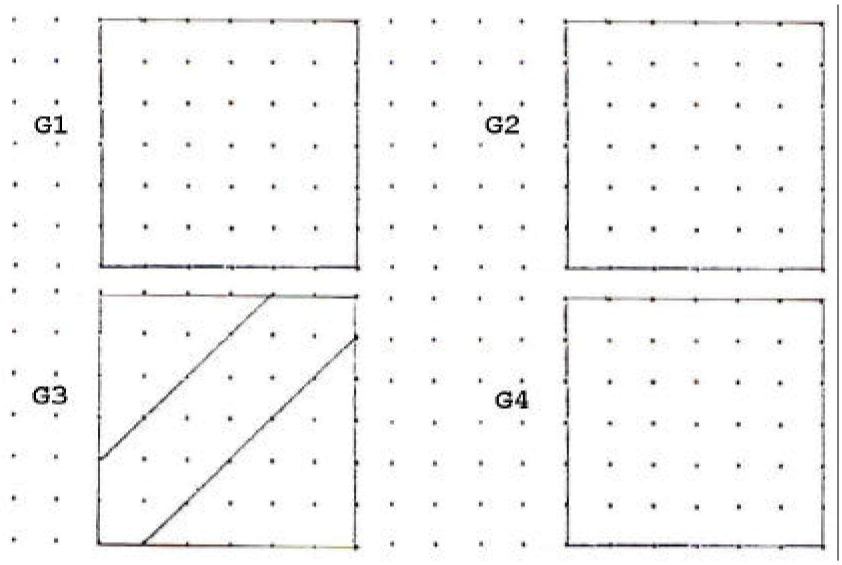
¿Quiénes son esos ángulos?

Esos ángulos que están entre las paralelas se llaman: ÁNGULOS INTERNOS.

Construye en el geoplano dos pares de rectas paralelas y una recta secante a ellas y busca los ángulos internos.

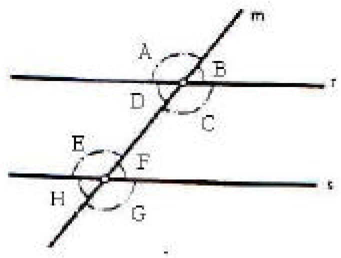
ACTIVIDAD 28: ÁNGULOS INTERNOS

(Dibújalos también en los geoplanos de la figura):



Dudas:

Observaciones:

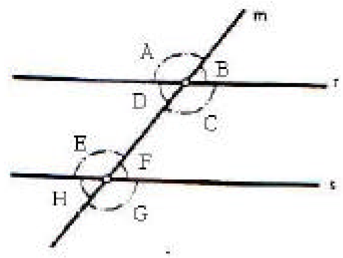
ACTIVIDAD 29: IGUALDAD DE ÁNGULOS INTERNOS
Objetivo: Determinar ángulos iguales. Materiales: Lápices de colores. Dadas dos rectas paralelas cortadas por una secante:  ¿Cuántos ángulos internos quedan determinados? Di quiénes son: Colorea e indica los que son iguales y explica por qué Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 30: ÁNGULOS EXTERNOS

Objetivo: Determinar, caracterizar y construir ángulos externos.

Materiales: Regla, lápices de colores y geoplano.

Dadas dos rectas paralelas y una recta secante a ellas:

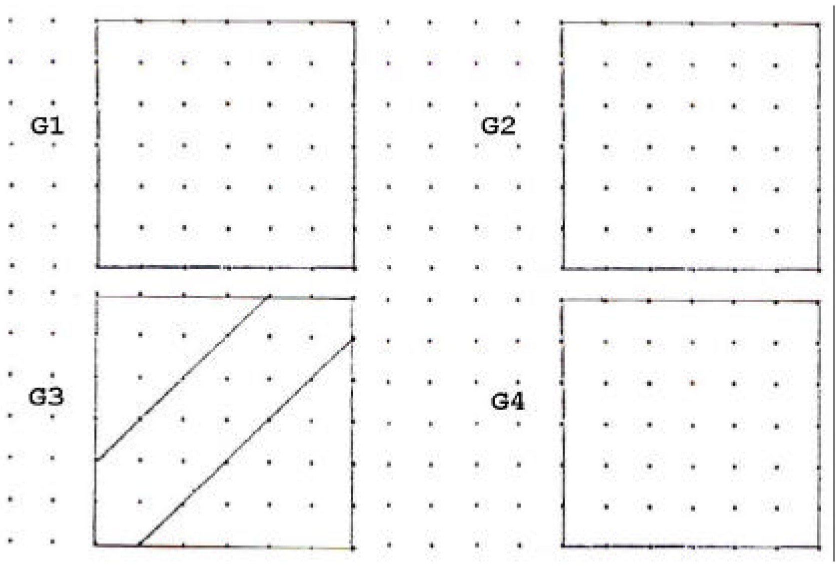


Observamos que se forman ocho ángulos que denominaremos por ejemplo: Â, $\hat{B}$, □, $\hat{D}$, Ê, $\hat{F}$, □ y □.

Colorea en un color los ángulos que te han quedado fuera de las paralelas.

¿Quiénes son esos ángulos?

Esos ángulos que están fuera de las paralelas se llaman: ÁNGULOS EXTERNOS.

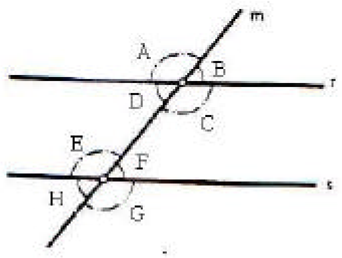
ACTIVIDAD 30: ÁNGULOS EXTERNOS
Construye en el geoplano dos pares de rectas paralelas y una recta secante a ellas y busca los ángulos externos. (Dibújalos también en los geoplanos de la figura):  Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 31: IGUALDAD DE ÁNGULOS EXTERNOS

Objetivo: Determinar ángulos iguales.

Materiales: Lápices de colores.

Dadas dos rectas paralelas cortadas por una secante:



¿Cuántos ángulos externos quedan determinados?

Di quiénes son:

Colorea e indica los que son iguales y explica por qué

Dudas:

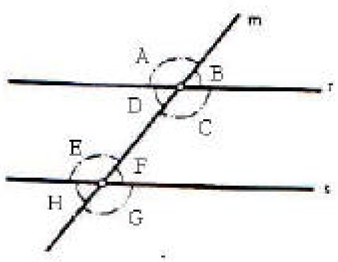
Observaciones:

ACTIVIDAD 32: IGUALDAD DE ÁNGULOS INTERNOS Y EXTERNOS

Objetivo: Determinar ángulos iguales.

Materiales: Lápices de colores.

Dadas dos recta paralelas cortadas por una secante:



¿Cuántos ángulos internos quedan determinados?

¿Cuántos ángulos externos quedan determinados?

Di quiénes son los ángulos internos:

Di quiénes son los ángulos externos:

Colorea e indica los que son iguales y explica por qué

Dudas:

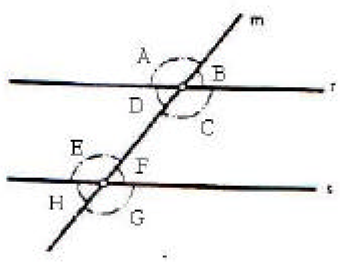
Observaciones:

ACTIVIDAD 33: ÁNGULOS ALTERNOS-INTERNOS

Objetivo: Determinar, caracterizar y construir ángulos alternos-internos.

Materiales: Regla, lápices de colores y geoplano.

Dadas dos rectas paralelas y una recta secante a ellas:



Sabemos que se forman ocho ángulos y los denominaremos por ejemplo: Â, $\hat{B}$, □, $\hat{D}$, Ê, $\hat{F}$, □ y □.

Colorea de distinto color los dos pares de ángulos internos no adyacentes y situados a distintos lados de la secante.

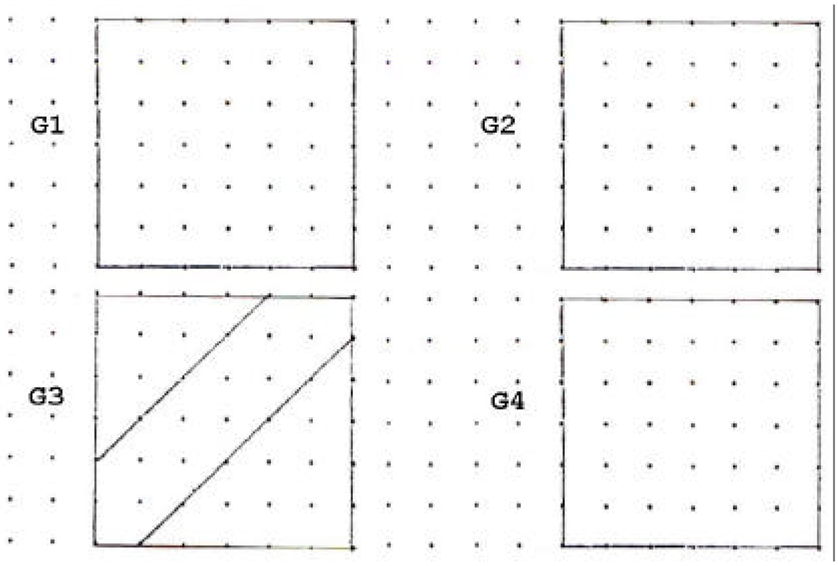
¿Cómo son esos ángulos?

¿Por qué?

Esos dos ángulos internos no adyacentes y situados a distintos lados de la secante son iguales y se llaman: ÁNGULOS ALTERNOS-INTERNOS.

ACTIVIDAD 33: ÁNGULOS ALTERNOS-INTERNOS

Construye en el geoplano dos pares de rectas paralelas y una recta secante a ellas y busca dos pares de ángulos alternos-internos. (Dibújalos también en los geoplanos de la figura):



Dudas:

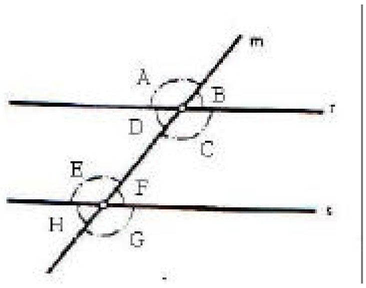
Observaciones:

ACTIVIDAD 34: ÁNGULOS ALTERNOS-EXTERNOS

Objetivo: Determinar, caracterizar y construir ángulos alternos-externos.

Materiales: Regla, lápices de colores y geoplano.

Dadas dos rectas paralelas y una recta secante a ellas:



Sabemos que se forman ocho ángulos y los denominaremos por ejemplo: Â, $\hat{B}$, □, $\hat{D}$, Ê, $\hat{F}$, □ y □.

Colorea de distinto color los dos pares de ángulos externos no adyacentes y situados a distinto lado de la secante.

¿Cómo son esos ángulos?

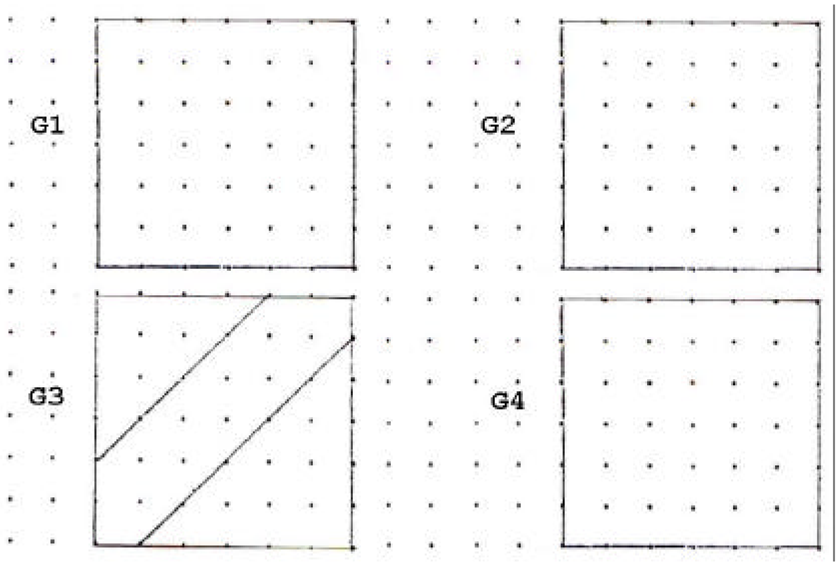
¿Por qué?

Esos dos ángulos externos no adyacentes y situados a distintos lados de la secante son iguales y se llaman: ÁNGULOS ALTERNOS-EXTERNOS.

ACTIVIDAD 34: ÁNGULOS ALTERNOS-EXTERNOS

Construye en el geoplano dos pares de rectas paralelas y una recta secante a ellas y busca dos pares de ángulos alternos-externos.

(Dibújalos también en los geoplanos de la figura):



Dudas:

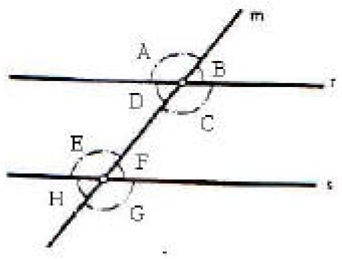
Observaciones:

ACTIVIDAD 35: ÁNGULOS CORRESPONDIENTES

Objetivo: Determinar, caracterizar y construir ángulos correspondientes.

Materiales: Regla, lápices de colores y geoplano.

Dadas dos rectas paralelas y una recta secante a ellas:



Sabemos que se forman ocho ángulos y los denominaremos por ejemplo: Â, $\hat{B}$, □, $\hat{D}$, Ê, $\hat{F}$, □ y □.

Colorea de distinto color los dos pares de ángulos que cumplen que uno de ellos es interior y el otro es exterior, están situados a un mismo lado de la secante y no son adyacentes.

¿Cómo son esos ángulos?

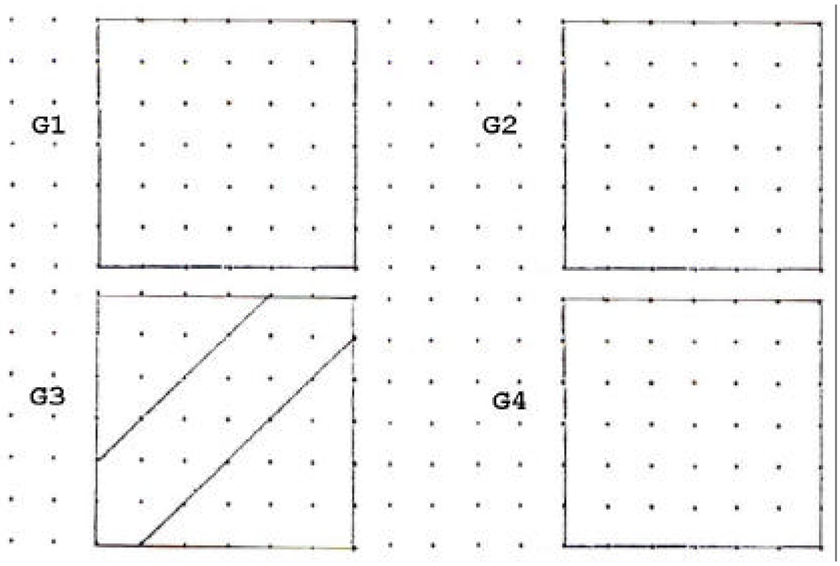
¿Por qué?

Esos dos ángulos que cumplen que uno de ellos es interior y el otro es exterior, están situados a un mismo lado de la secante y no son adyacentes, son iguales y se llaman: ÁNGULOS CORRESPONDIENTES.

ACTIVIDAD 35: ÁNGULOS CORRESPONDIENTES

Construye en el geoplano dos pares de rectas paralelas y una recta secante a ellas y busca dos pares de ángulos correspondientes.

(Dibújalos también en los geoplanos de la figura):



Dudas:

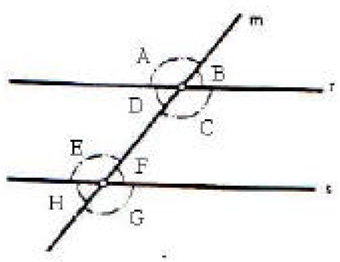
Observaciones:

ACTIVIDAD 36: ÁNGULOS CONJUGADOS INTERNOS

Objetivo: Determinar, caracterizar y construir ángulos conjugados internos.

Materiales: Regla, lápices de colores y geoplano.

Dadas dos rectas paralelas y una recta secante a ellas:



Sabemos que se forman ocho ángulos y los llamaremos por ejemplo: Â, $\hat{B}$, □, $\hat{D}$, Ê, $\hat{F}$, □ y □.

Colorea de distinto color los dos pares de ángulos internos situados a un mismo lado de la secante: □ y Ê, $\hat{D}$ y $\hat{F}$:

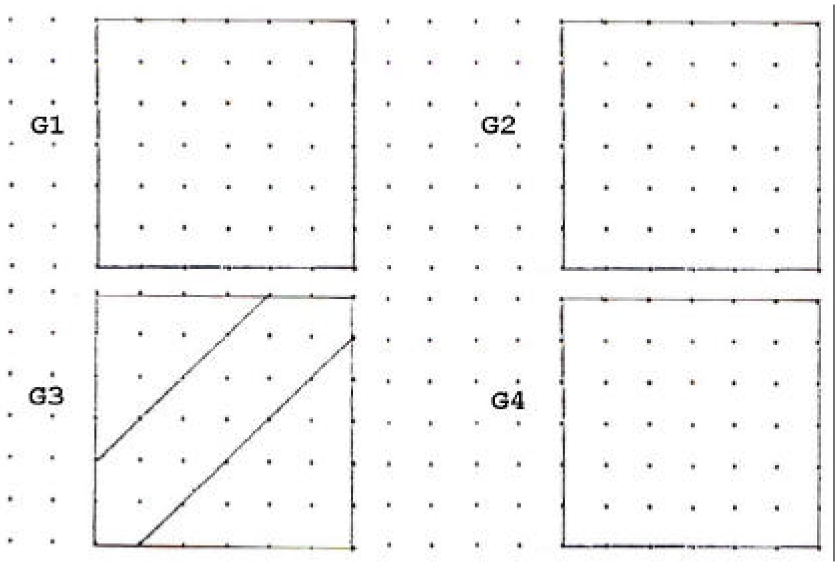
¿Cuánto miden?

□ + Ê =

$\hat{D}$ + $\hat{F}$ =

¿Por qué?

Esos dos pares de ángulos internos situados a un mismo lado de la secante y que suman un ángulo llano se llaman: ÁNGULOS CONJUGADOS INTERNOS.

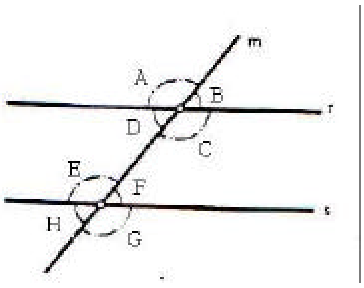
ACTIVIDAD 36: ÁNGULOS CONJUGADOS INTERNOS
Construye en el geoplano dos pares de rectas paralelas y una recta secante a ellas y busca dos pares de ángulos conjugados internos. (Dibújalos también en los geoplanos de la figura):  Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 37: ÁNGULOS CONJUGADOS EXTERNOS

Objetivo: Determinar, caracterizar y construir ángulos conjugados externos.

Materiales: Regla, lápices de colores y geoplano.

Dadas dos rectas paralelas y una recta secante a ellas:



Sabemos que se forman ocho ángulos y los llamaremos por ejemplo: Â, $\hat{B}$, □, $\hat{D}$, Ê, $\hat{F}$, □ y □.

Colorea de distinto color los dos pares de ángulos externos situados a un mismo lado de la secante: Â y □, $\hat{B}$ y □.

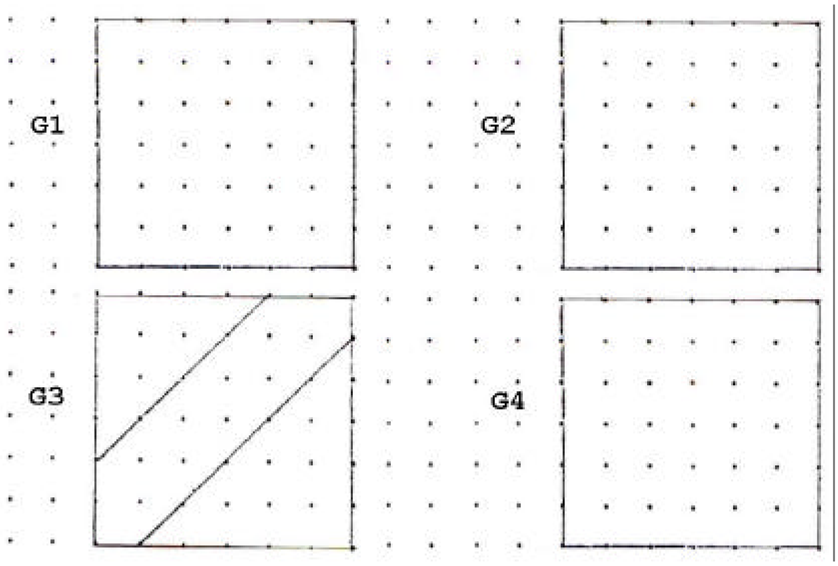
¿Cuánto miden?:

Â + □ =

$\hat{B}$ + □ =

¿Por qué?

Esos dos pares de ángulos externos situados a un mismo lado de la secante y que suman un ángulo llano se llaman: ÁNGULOS CONJUGADOS EXTERNOS.

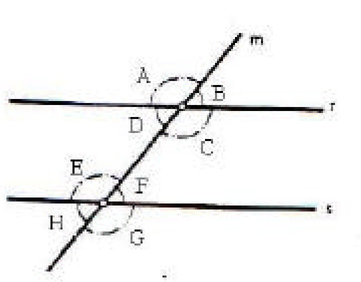
ACTIVIDAD 37: ÁNGULOS CONJUGADOS EXTERNOS
Construye en el geoplano dos pares de rectas paralelas y una recta secante a ellas y busca dos pares de ángulos CONJUGADOS EXTERNOS. (Dibújalos también en los geoplanos de la figura):  Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 38: ÁNGULOS OBTENIDOS AL TENER DOS RECTAS PARALELAS Y TRAZAR UNA RECTA SECANTE A ELLAS

Objetivo: Determinar y caracterizar ángulos obtenidos al tener dos rectas paralelas y trazar una recta secante a ellas: ángulos internos, externos, alternos-internos, alternos-externos, correspondientes, conjugados internos y conjugados externos.

Materiales: Lápices de colores.

Observa el dibujo donde aparecen dos rectas paralelas cortadas por una secante. ¿Cuántos ángulos quedan determinados?



Di quiénes son:

Ángulos internos:

Ángulos externos:

Ángulos alternos-internos:

Ángulos alternos-externos:

Ángulos correspondientes:

Ángulos conjugados internos:

Ángulos conjugados externos:

Coloréalos en colores diferentes cada grupo e indica cuáles son iguales y por qué.

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 39: DETERMINAR ÁNGULOS IGUALES

Objetivo: Determinar y caracterizar ángulos iguales.

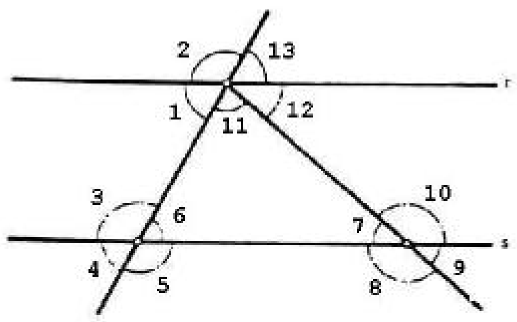
Materiales: Lápices de colores.

Observa las dos rectas paralelas que aparecen en la figura, la recta secante a ellas y la semirrecta secante a ellas también.

Colorea en la figura pares de ángulos iguales y píntalos del mismo color explicando la razón de igualdad.

Por ejemplo, podemos decir :

$\hat{1} = 1\hat{3}$, porque son ángulos opuestos por el vértice.



Dudas:

Observaciones:

DISEÑO DE INSTRUCCIÓN: MEDIDA DE ÁNGULOS

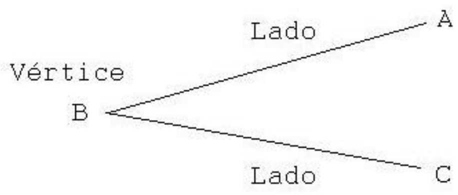
Unidad de aprendizaje: Medida de Ángulos
Nivel 2

ACTIVIDAD 1: DIBUJAR ÁNGULOS Y SEÑALAR SUS ELEMENTOS

Objetivo: Dibujar ángulos trazando dos semirrectas con origen común.

Materiales: Lápices de colores.

Recuerda que si trazamos en la figura semirrectas que tienen el origen en común obtenemos un ángulo como el de la figura:



Que denominamos ángulo A$\hat{B}$ C o ángulo $\hat{B}$, al punto B se le denomina vértice y a las semirrectas BA y BC se le denominan lados.

Dibuja y colorea los siguientes ángulos:

Un ángulo recto:

Un ángulo agudo:

Un ángulo obtuso:

Señala los lados y los vértices.

Dudas:

Observaciones:

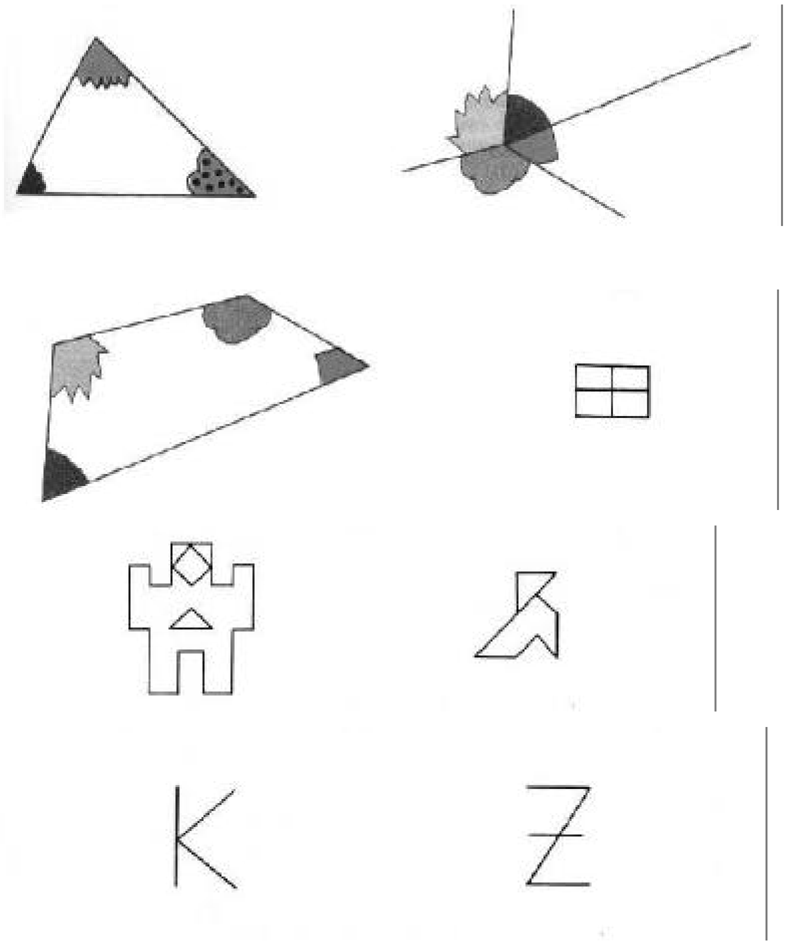
ACTIVIDAD 2: DIBUJAR ÁNGULOS Y SEÑALAR SUS ELEMENTOS
Objetivos: Dibujar ángulos trazando dos rectas que se cortan. Materiales: Lápices de colores. Traza dos rectas que se corten: ¿Cuántos ángulos se forman? Señala y colorea los lados y vértices de cada ángulo.   Dudas: Observaciones:

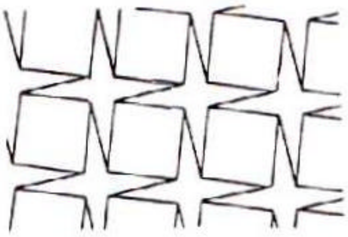
ACTIVIDAD 3: CARACTERIZAR ÁNGULOS

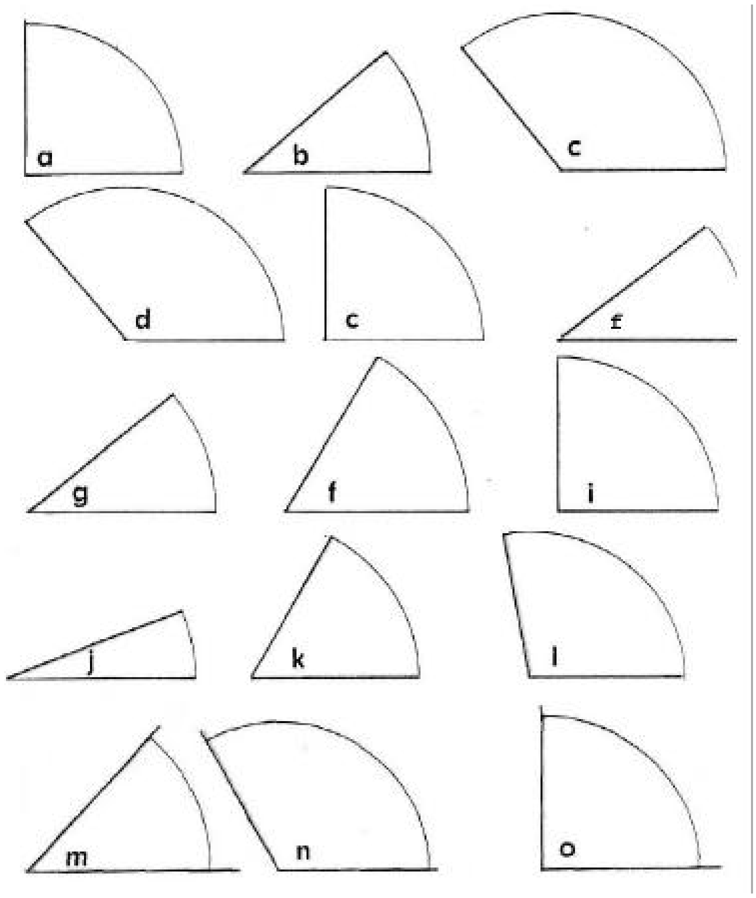
Objetivo: Determinar ángulos en figuras y en configuraciones geométricas.

Materiales: Figuras, lápices de colores y configuraciones geométricas dadas.

Señala un ángulo en cada una de las siguientes figuras, indicando el vértice y los lados:



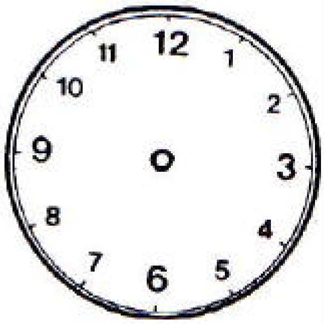
ACTIVIDAD 3: CARACTERIZAR ÁNGULOS
   Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 4: COMPARACIÓN DE ÁNGULOS
Objetivo: Comparar y clasificar ángulos en rectos, agudos y obtusos. Materiales: papel vegetal. Observa la colección de ángulos que te presentamos:  Compara cada uno de ellos con un ángulo recto que calques de la colección anterior. ¿Cuáles son agudos? ¿Por qué? ¿Cuáles son obtusos? ¿Por qué? Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 5: ÁNGULOS RECTOS

Objetivo: Determinar ángulos rectos, agudos y obtusos utilizando las manecillas de un reloj.

Materiales: Reloj dibujado y papel.



Utiliza el reloj que aparece en la figura y escribe el número en que queda el minutero cuando lo haces girar para obtener:

1.- Dos ángulos rectos a partir de las 12 horas.

2.- Dos ángulos agudos a partir de las 06 horas.

3.- Tres ángulos rectos a partir de las 04 horas.

4.- Dos ángulos obtusos a partir de las 02 horas.

Dudas:

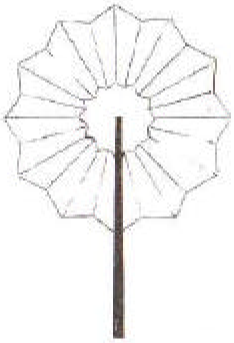
Observaciones:

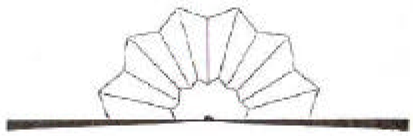
ACTIVIDAD 6: ÁNGULOS COMPLETOS Y ÁNGULOS LLANOS

Objetivo: Recordar la noción de ángulo completo como el ángulo “barrido” al girar una vuelta completa y el ángulo llano el obtenido al girar media vuelta.

Materiales: Abanicos.

Observemos los dos abanicos que aparecen en la figura:





En uno, hemos fijado uno de sus brazos y el otro gira hasta confundirse de nuevo con el primero; en este caso el brazo móvil describió un ángulo completo.

En el otro abanico, el brazo móvil giró hasta abrirse por la mitad; en este caso el brazo móvil describió un ángulo llano.

Cuando se cortan dos rectas se forman cuatro regiones angulares, como sabemos. Dibuja dos rectas que se corten en un punto.

Dos regiones angulares consecutivas, ¿determinan un ángulo llano?

Y las cuatro regiones angulares, ¿qué determinan?

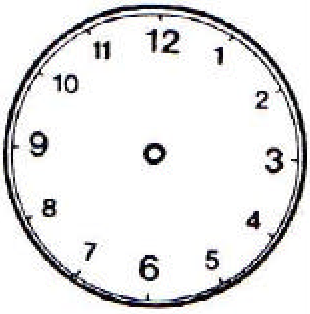
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 7: ÁNGULOS RECTOS, LLANOS Y COMPLETOS

Objetivo: Determinar ángulos rectos, llanos y completos utilizando las manecillas del reloj.

Materiales: Dibujo del reloj y papel.



Utiliza el reloj que aparece en la figura y escribe el número en que queda el minutero cuando lo haces girar para obtener:

1.- Un ángulo recto a partir de las 04 horas.

2.- Un ángulo llano a partir de las 04 horas.

3.- Un ángulo completo a partir de las 04 horas.

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 8: ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS
Objetivo: Determinar y calcular medidas de ángulos complementarios. Materiales: Folios y tijeras. Traza un ángulo recto. Dóblalo como quieras. Marca con un color la línea por la que has doblado. ¿Cuántos ángulos se han formado? Dale nombre a esos ángulos, por ejemplo Â, $\hat{B}$. Coloréalos con diferentes colores. Recuerda que Â+ $\hat{B}$ = 90º. Este tipo de ángulos se llaman complementarios. Indica si son complementarios los pares de ángulos siguientes: Â = 25º y $\hat{B}$ = 65º. ¿Por qué? ☐ = 30º y $\hat{D}$ = 80º. ¿Por qué? Ê = 15º y $\hat{F}$ = 75º. ¿Por qué? Dados los siguientes ángulos, calcular su complementario: Si Â = 13º su complementario $\hat{B}$ = ………..¿Por qué? Si ☐ = 57º su complementario $\hat{D}$ = ………..¿Por qué? Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 9: ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS

Objetivo: Determinar y calcular medida de ángulos suplementarios.

Materiales: Folios y tijeras.

Traza un ángulo llano. Dóblalo como quieras. Marca con un color la línea por la que has doblado el ángulo. ¿Cuántos ángulos se han formado?

Dale nombre a esos ángulos, por ejemplo $\hat{A}$ y $\hat{B}$. Coloréalos con colores diferentes.

Recuerda que $\hat{A} + \hat{B} = 180º$. Este tipo de ángulos se llaman suplementarios.

Indicar si son suplementarios los pares de ángulos siguientes:

$\hat{A} = 65º$ y $\hat{B} = 145º$ ¿Por qué?

□ = 25º y $\hat{D} = 165º$ ¿Por qué?

$\hat{E} = 80º$ y $\hat{F} = 120º$ ¿Por qué?

Dados los siguientes ángulos, calcular su suplementario:

Si $\hat{A} = 120º$ su suplementario $\hat{B}$ =.....¿Por qué?

Si □ = 45º su suplementario $\hat{D}$ =.....¿Por qué?

Dudas:

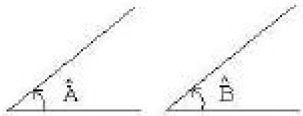
Observaciones:

ACTIVIDAD 10: CRITERIOS DE IGUALDAD DE ÁNGULOS

Objetivo: Caracterizar la igualdad de ángulos por superposición y con el compás.

Materiales: Compás, regla y papel.

Dados los ángulos Â y $\hat{B}$, vamos a superponerlos. Cálcalos en un folio, recórtalos y pon uno encima del otro, haciendo coincidir el vértice y un lado, como hicimos en otra actividad anterior.

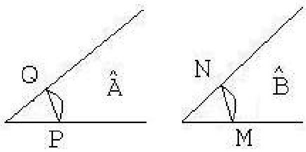


¿Qué observas?

Dos ángulos son iguales, si al superponer uno sobre el otro coinciden el vértice y los lados.

Otra forma de comprobar si los dos ángulos anteriores son iguales es utilizando el compás; para ello sigue los siguientes pasos:

(1) Se trazan, con centro en los vértices de los ángulos y una abertura del compás cualquiera, dos arcos:



(2) Cada arco corta a los lados de cada ángulo en dos puntos, llámalos, por ejemplo P, Q, M y N respectivamente. Comprueba con el compás si el segmento PQ es igual a MN. Si son iguales, los ángulos son iguales, tienen la misma abertura.

Dudas:

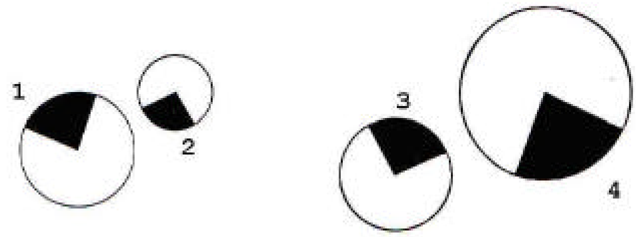
Observaciones:

ACTIVIDAD 11: COMPARACIÓN NO NUMÉRICA DE ÁNGULOS

Objetivo: Comparar ángulos de forma no numérica en diferentes sectores circulares.

Materiales: Papel vegetal y compás.

Observa los ángulos sombreados en los círculos de diferentes radios.



¿Son iguales?

Compruébalo de las dos maneras aprendidas, es decir, por superposición y con el compás.

Dudas:

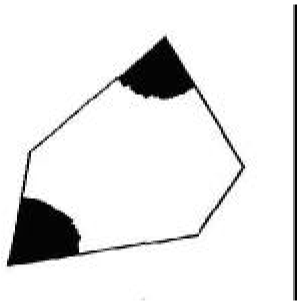
Observaciones:

ACTIVIDAD 12: COMPARACIÓN NO NUMÉRICA DE ÁNGULOS

Objetivo: Comparar ángulos de forma no numérica en diferentes polígonos.

Materiales: Papel vegetal y compás.

Observa los ángulos sombreados en el pentágono:



¿Son iguales?

Sombrea los otros tres. ¿Quién es mayor?

Dudas:

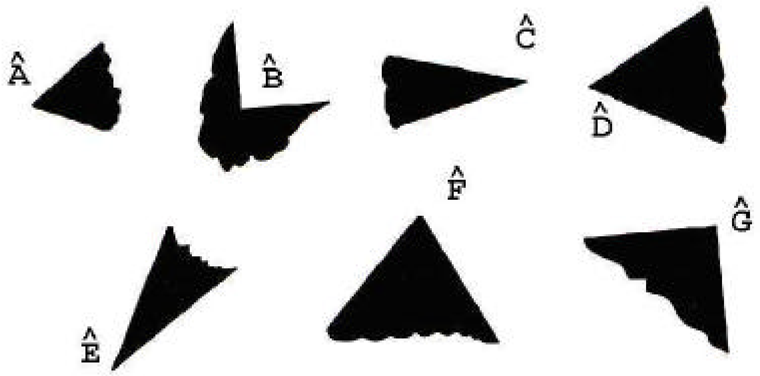
Observaciones:

ACTIVIDAD 13: COMPARACIÓN NO NUMÉRICA DE ÁNGULOS

Objetivo: Comparar ángulos mayores, menores e iguales que un ángulo patrón.

Materiales: Papel vegetal y compás.

Observa los ángulos sombreados de la figura.



Elige el ángulo Â y señala los ángulos que sean iguales, mayores y menores que el Â.

Ángulos mayores que el ángulo Â

Ángulos menores que el ángulo Â

Ángulos iguales al ángulo Â

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 14: ORDENACIÓN DE ÁNGULOS

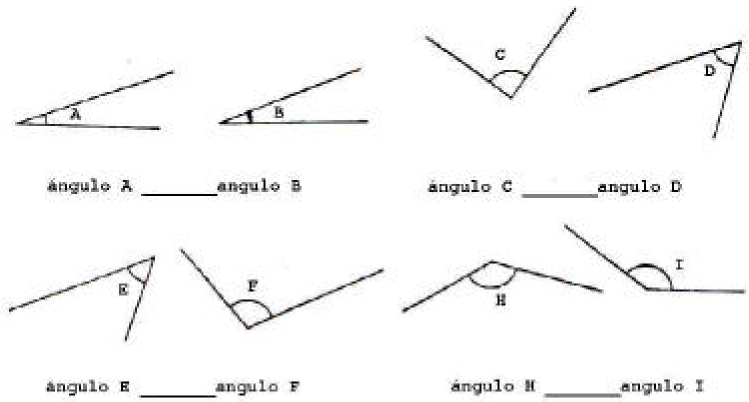
Objetivo: Ordenar pares de ángulos dados.

Materiales: Semicírculo graduado.

Recuerda que para comparar ángulos existen diversas estrategias.

Observa que los ángulos de la figura están representados dos a dos.

Compara los pares de ángulos de la figura y escribe debajo de cada par: “menor que”, “mayor que” ó “igual que”, según sean los ángulos.



Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 15: ORDENACIONES DE ÁNGULOS

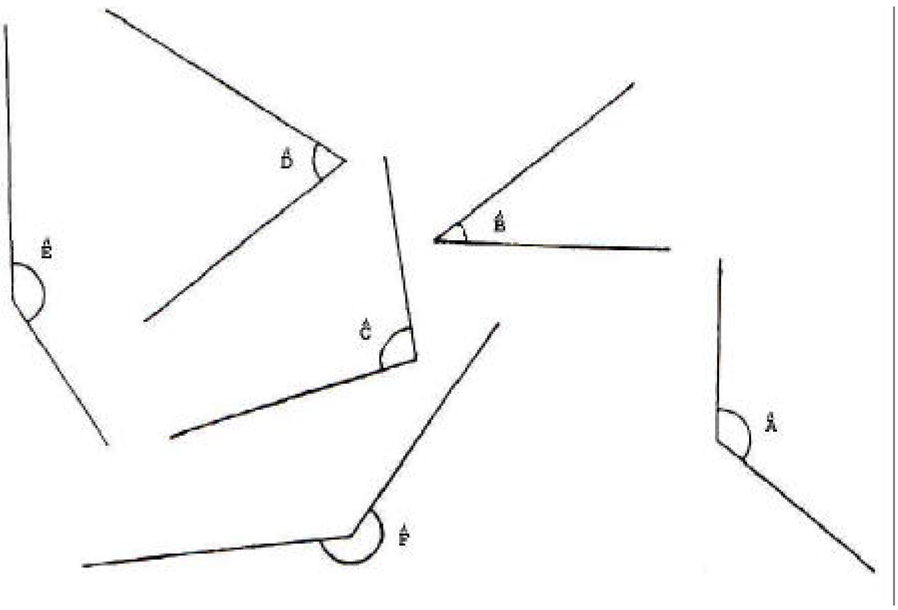
Objetivo: Ordenar ángulos dados.

Materiales: Semicírculo graduado.

Dada una colección de ángulos distintos, los vamos a ordenar:

(a) De mayor a menor

(b) De menor a mayor



Dudas:

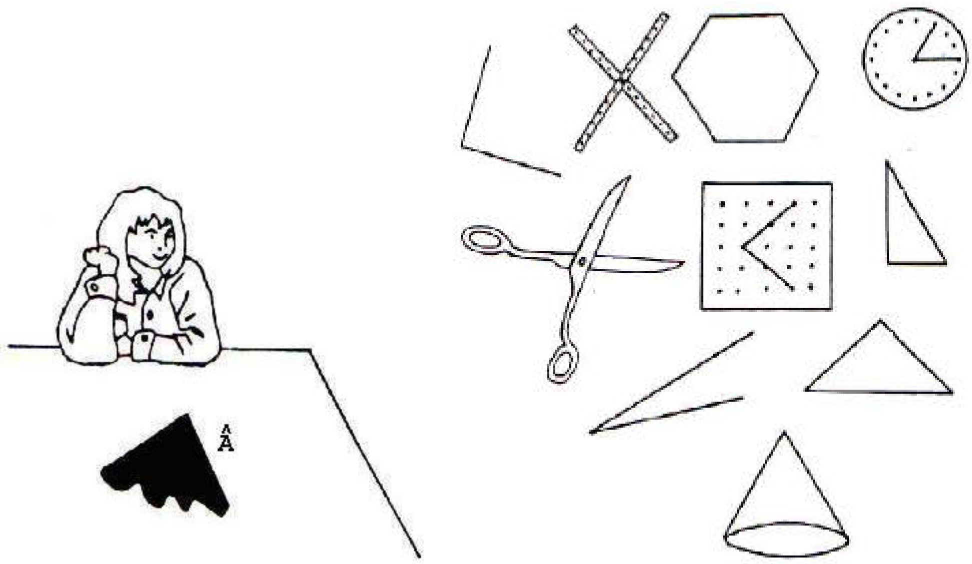
Observaciones:

ACTIVIDAD 16: IDENTIFICAR ÁNGULOS MAYORES, MENORES O IGUALES A UN ÁNGULO DE REFERENCIA

Objetivo: Buscar ángulos mayores, menores o iguales a un ángulo unidad (patrón).

Materiales: Papel vegetal y compás.

Observa los ángulos en las diferentes figuras y busca ángulos mayores, menores o iguales que el ángulo oscuro Â, señalando con una M, si es mayor, con una m, si es menor y con una i, si son iguales:



Dudas:

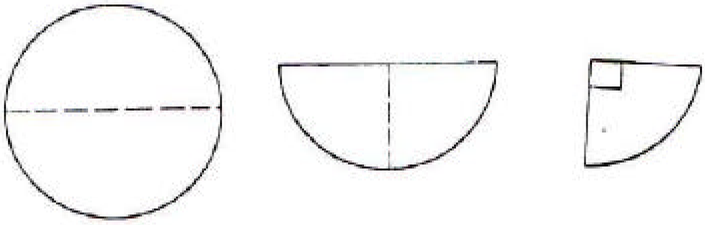
Observaciones:

ACTIVIDAD 17: EL ÁNGULO RECTO COMO UNIDAD DE MEDIDA

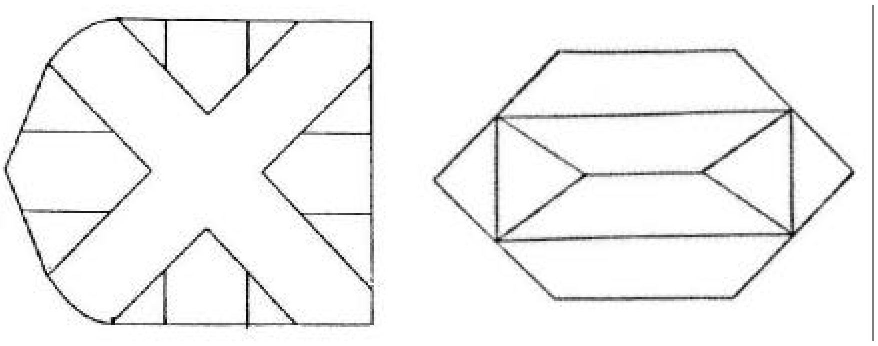
Objetivo: Utilizar el ángulo recto como unidad de medida estándar.

Materiales: Papel vegetal, monedas y lápices de colores.

(a) Traza un círculo en el papel vegetal (con una moneda por ejemplo) y recórtalo. Dóblalo dos veces por las líneas de puntos como se ve en la figura para así obtener un ángulo. ¿Qué tipo de ángulo has obtenido?



(b) Utiliza el ángulo que has construido para medir los ángulos de estas figuras. Marca con color todos los ángulos rectos que encuentres.



Dudas:

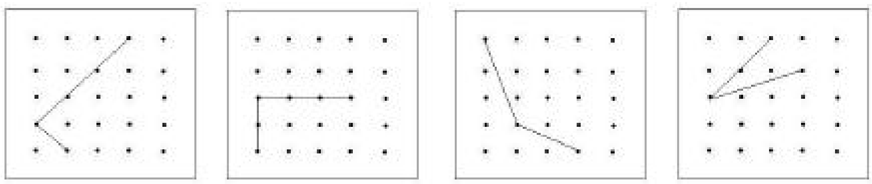
Observaciones:

ACTIVIDAD 18: EL ÁNGULO RECTO COMO UNIDAD DE MEDIDA

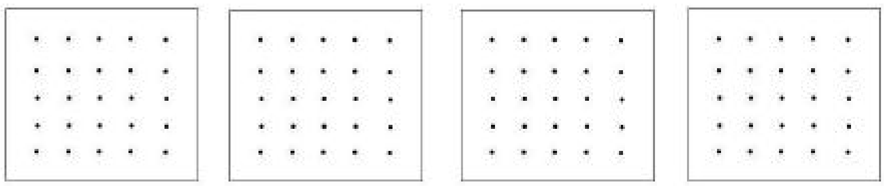
Objetivo: Utilizar el ángulo recto como unidad de medida estándar.

Materiales: Geoplano, elásticos y ángulo recto.

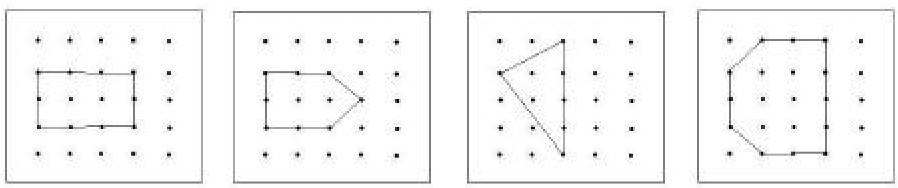
(a) Construye en el geoplano todos los ángulos que se indican. Utiliza el ángulo recto que has construido en la actividad anterior para ver si son ángulos rectos o no. Si lo son escribe “sí” debajo del dibujo



(b) Construye en el geoplano dos cuadrados y dos rectángulos. Dibuja los resultados en la gráfica y colorea todos los ángulos rectos que encuentres.

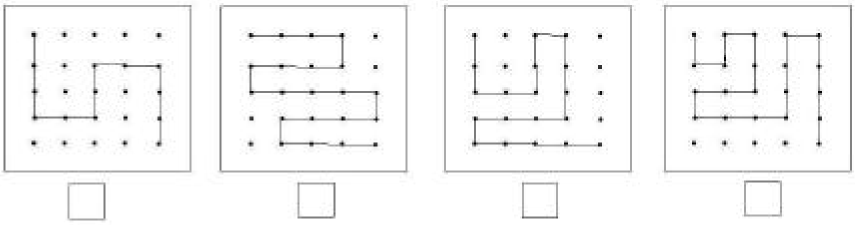


(c) Construye estas figuras en el geoplano. Escribe su nombre debajo de cada dibujo y colorea todos los ángulos rectos que encuentres.



(d) Construye en el geoplano los caminos que se ven en estos dibujos.

ACTIVIDAD 18: EL ÁNGULO RECTO COMO UNIDAD DE MEDIDA



En la casilla debes escribir cuántos ángulos rectos forman los caminos.

Dudas:

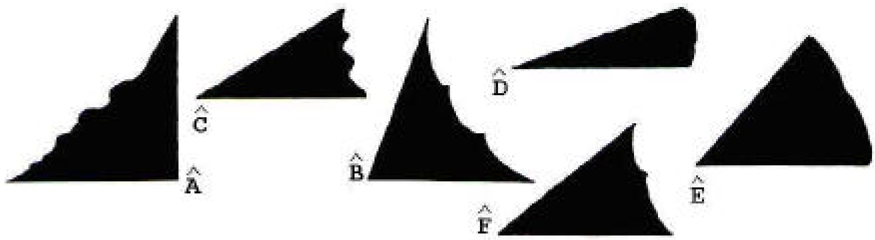
Observaciones:

ACTIVIDAD 19: ÁNGULOS MENORES QUE EL ÁNGULO RECTO COMO UNIDAD DE MEDIDA

Objetivo: Construir y utilizar unidades menores que un ángulo recto como unidades de medida estándares.

Materiales: Lápices de colores y papel vegetal.

Mide los ángulos de la figura tomando como unidad el ángulo recto:



¿Puedes medirlos todos?

Si quieres medirlos todos, ¿qué solución se te ocurre?

Te sugiero una: A través de la técnica del plegado, vamos a construir ángulos más pequeños que el recto: ½ de recto,1/4 de recto, 1/3 d recto y 1/6 de recto, como se indica en las figuras:

¿Puedes medirlos ahora en estas nuevas unidades?

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 20: EL GONIÓMETRO

Objetivo: Construir un goniómetro.

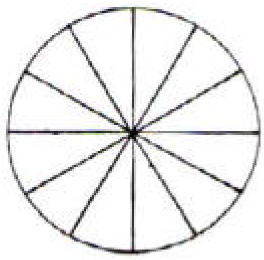
Materiales: Papel vegetal, regla y compás.

Recuerda que los goniómetros (transportadores) se pueden construir fácilmente por la técnica de plegado a partir de círculos de papel vegetal, pues éste tiene la ventaja de ser casi transparente y de plegarse dejando impreso en el papel el eje de pliegue.

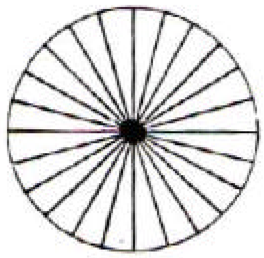
Por ejemplo, si queremos construir un goniómetro que tenga como unidad de medida ½ recto, tendríamos que dividir el círculo en 8 partes, como se indica en el dibujo:

Indica en los siguientes goniómetros (transportadores) qué unidad de medida se ha considerado:

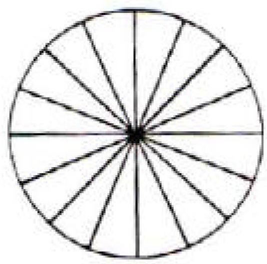
1.



2.



3.



Dudas:

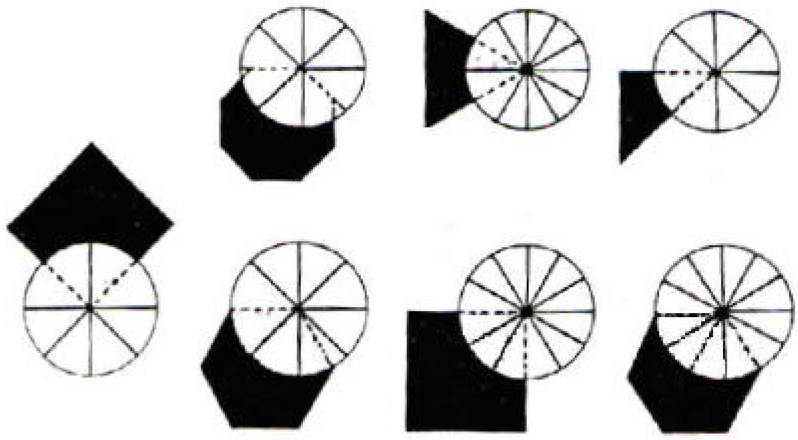
Observaciones:

ACTIVIDAD 21: MEDIDAS CON EL GONIÓMETRO

Objetivo: Utilizar el goniómetro para medir ángulos.

Materiales: Goniómetros.

Con ayuda de los goniómetros construidos anteriormente, medir los ángulos interiores de los diferentes polígonos:



Dudas:

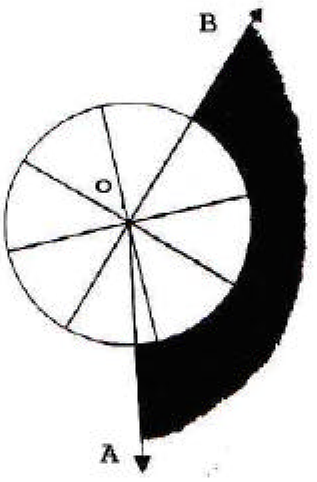
Observaciones:

ACTIVIDAD 22: EL GRADO COMO UNIDAD DE MEDIDA ESTÁNDAR

Objetivo: Provocar la medida del grado como unidad de medida estándar.

Materiales: Papel vegetal y goniómetros transparentes.

Observa el ángulo A$\hat{O}$B y mídelo con medios rectos.



¿Cuántos medios rectos has obtenido?

¿Te sobra o te falta algo?

¿Crees necesario la creación de una unidad de medida más pequeña que un medio recto?

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 23: EL GRADO COMO UNIDAD DE MEDIDA ESTÁNDAR

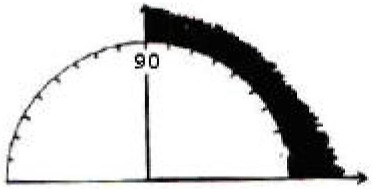
Objetivo: Utilizar el grado como unidad de medida estándar.

Materiales: Papel vegetal y goniómetros.

Vamos a considerar una unidad de medida de ángulos más pequeña que las anteriores y la vamos a llamar grado.

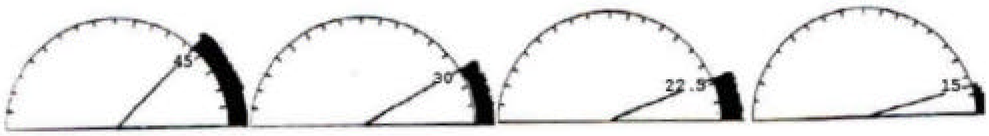
Esta unidad es el ángulo que resulta de dividir u ángulo recto en 90 ángulos iguales, o lo que es equivalente, el ángulo que resulta de dividir el ángulo completo en 360 ángulos iguales.

Vamos a comprobar experimentalmente la relación entre el grado y las anteriores unidades: el ángulo recto.



Observemos que un recto es igual a 90 grados, lo que representamos así: 90º.

Calcular lo que vale ½ recto, ¼ recto, 1/3 recto y 1/6 recto:



Dudas:

Observaciones:

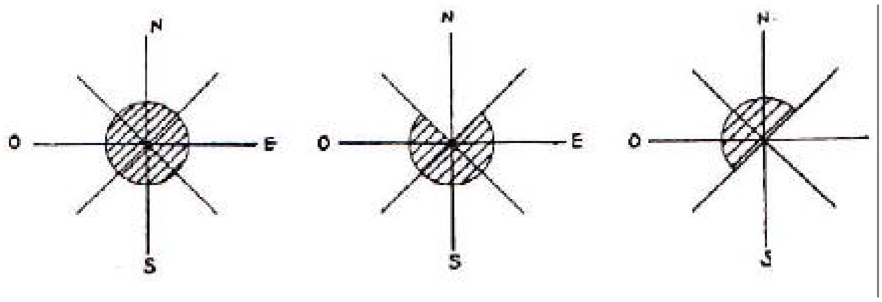
ACTIVIDAD 24: EL GRADO COMO UNIDAD ESTÁNDAR

Objetivo: Utilizar el grado como unidad de medida estándar.

Materiales:

Recuerda que un ángulo recto mide 90 grados.

(a) Escribe debajo de cada uno de estos ángulos su medida en grados.



(b)

Completa la tabla:

Ángulos rectos	½	1	1 1/2	2	2 1/2	3	3 1/2	4
Grados	45º	90º						

Dudas:

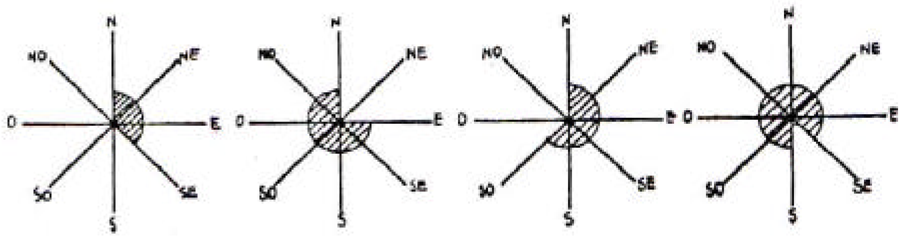
Observaciones:

ACTIVIDAD 25: EL GRADO COMO UNIDAD DE MEDIDA ESTÁNDAR

Objetivo: Utilizar el grado como unidad de medida estándar.

Materiales:

(a) Dadas las siguientes figuras, escribe debajo de cada una de ellas su medida en ángulos rectos y en grados:



(b) Mide en grados los siguientes ángulos: 2 rectos, 3 rectos, 1/3 del recto y 4 rectos:

2R =

3R =

1/3R =

4R =

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 26: EL GRADO COMO UNIDAD DE MEDIDA ESTÁNDAR

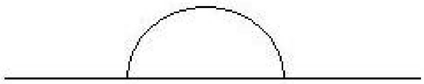
Objetivo: Utilizar el grado como unidad de medida estándar.

Materiales:

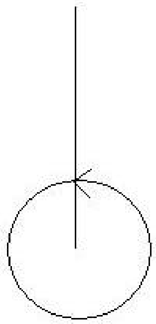
Recuerda que el ángulo llano mide dos rectos y que el ángulo completo mide cuatro rectos.

Completa:

El ángulo llano mide 2 rectos o.......................................grados.



El ángulo completo mide 4 rectos o.................................grados.



Dudas:

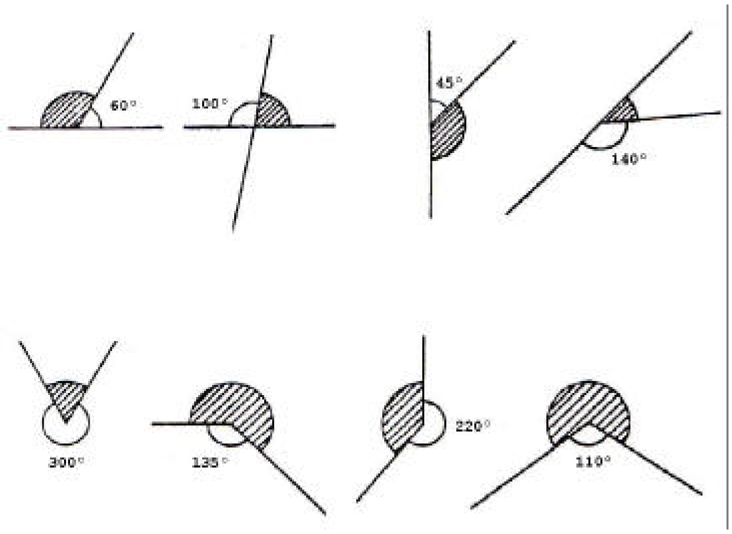
Observaciones:

ACTIVIDAD 27: MEDIDA DE ÁNGULOS

Objetivo: Hacer cálculos de medidas de ángulos tomando el grado como unidad de medida estándar.

Materiales:

Escribe la medida de cada uno de los ángulos sombreados:



Dudas:

Observaciones:

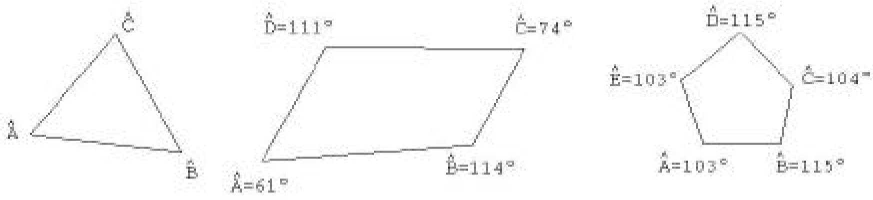
ACTIVIDAD 28: SUMA DE MEDIDAS DE ÁNGULOS

Objetivo: Sumar medidas de ángulos tomando el grado como unidad estándar.

Materiales:

Se conocen los ángulos de los siguientes polígonos:

Triángulo Cuadrilátero Pentágono



$\hat{A}$ = 60º, $\hat{B}$ = 50º y □ = 70º

¿Cuánto vale la suma de todos los ángulos interiores del triángulo?

¿Cuánto vale la suma de todos los ángulos interiores del cuadrilátero?

¿Cuánto vale la suma de todos los ángulos interiores del pentágono?

Dudas:

Observaciones:

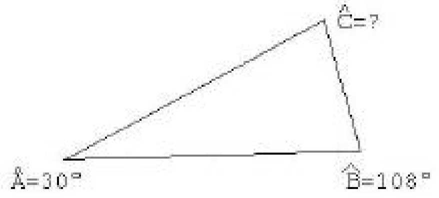
ACTIVIDAD 29: RESTA DE MEDIDAS DE ÁNGULOS

Objetivo: Restar medidas de ángulos tomando el grado como unidad estándar.

Materiales:

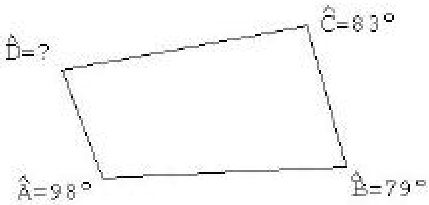
Se sabe que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180º.

Si un triángulo se conocen los ángulos Â y $\hat{B}$ que tienen las medidas expresadas en la figura:



¿Cuánto vale el ángulo □?

Se sabe que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360º. Si en un cuadrilátero se conocen los ángulos Â, $\hat{B}$ y □, que tienen las medidas expresadas en la figura:



¿Cuánto mide el ángulo $\hat{D}$?

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 30: SUMA Y RESTA DE MEDIDAS DE ÁNGULOS

Objetivo: Hacer operaciones de sumas y resta de medidas de ángulos.

Materiales: Ábaco plano.

Si: el ángulo $\hat{A}$ = 2R y 30º = 2 rectos y 30º grados y el ángulo $\hat{B}$ = 1R y 80º = 1 recto y 80º grados. Calcular las siguientes operaciones, utilizando el ábaco plano:

$\hat{A} + \hat{B}$ =

$\hat{A}$:2=

$\hat{A} - \hat{B}$ =

$\hat{B}$:2 =

2 $\hat{A}$ =

3 $\hat{A}$ =

2 $\hat{A}$ -3 $\hat{B}$ =

2 $\hat{A}$ +3 $\hat{B}$ =

Recuerda para la primera operación:

	Rectos (R)	Grados
	2	30
+	1	80
	3	110
	4	20

$\hat{A} + \hat{B}$ = 2R30º + 1R80º = 3R110º = 4R20º

Realiza las siguientes operaciones:

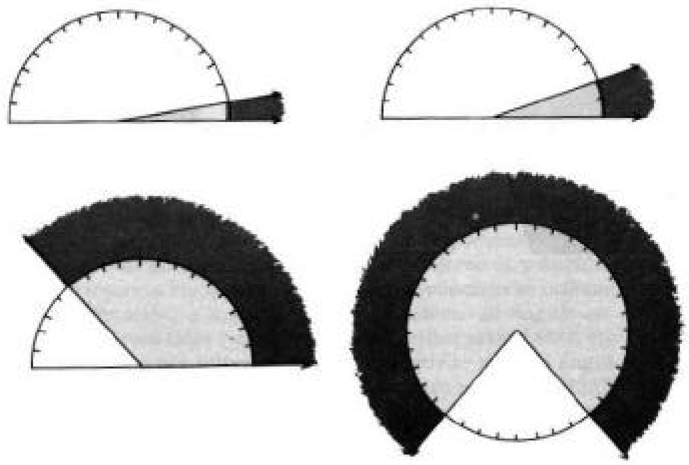
	Rectos (R)	Grados (º)

ACTIVIDAD 31: MEDIR Y CONSTRUIR ÁNGULOS CUALESQUIERA

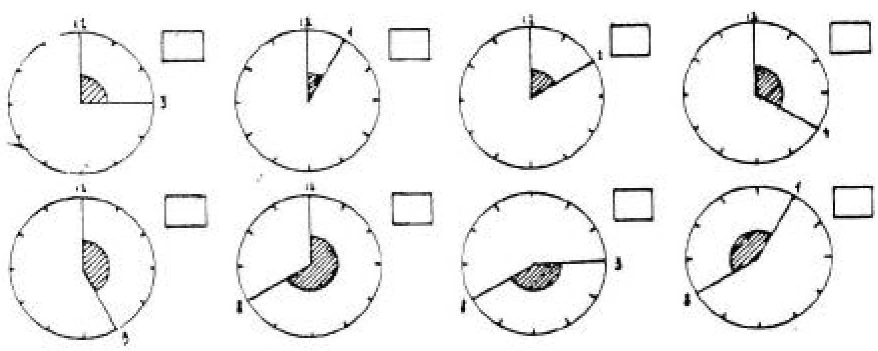
Objetivo: Medir ángulos cualesquiera con un transportador.

Materiales: Transportador.

Ayudándote de un transportador como indica la figura:



Escribe la medida en grados de los ángulos de la figura:



Dudas:

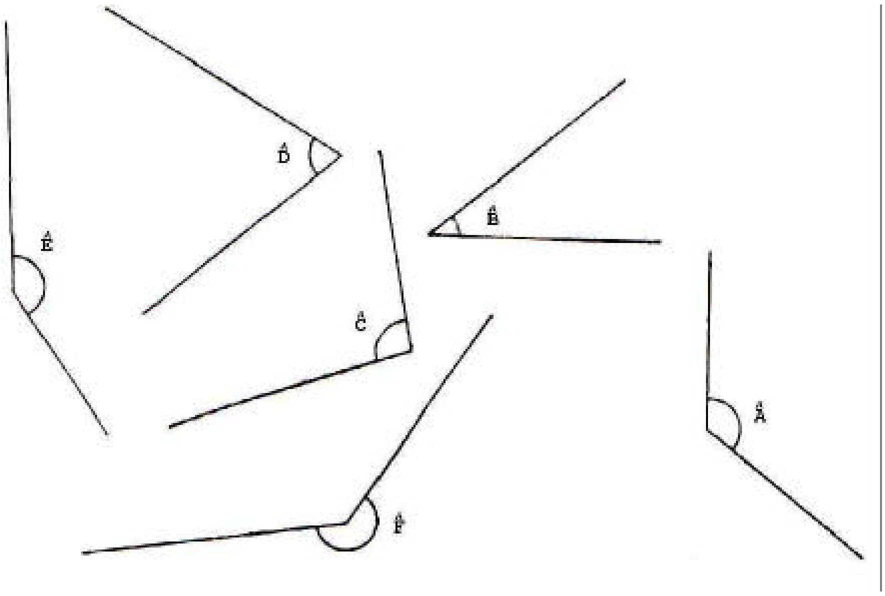
Observaciones:

ACTIVIDAD 32: MEDIR ÁNGULOS

Objetivo: Medir ángulos cualesquiera con un transportador.

Materiales: Transportador.

Escribe la medida en grados de los ángulos de la figura, ayudándote del transportador:



Dudas:

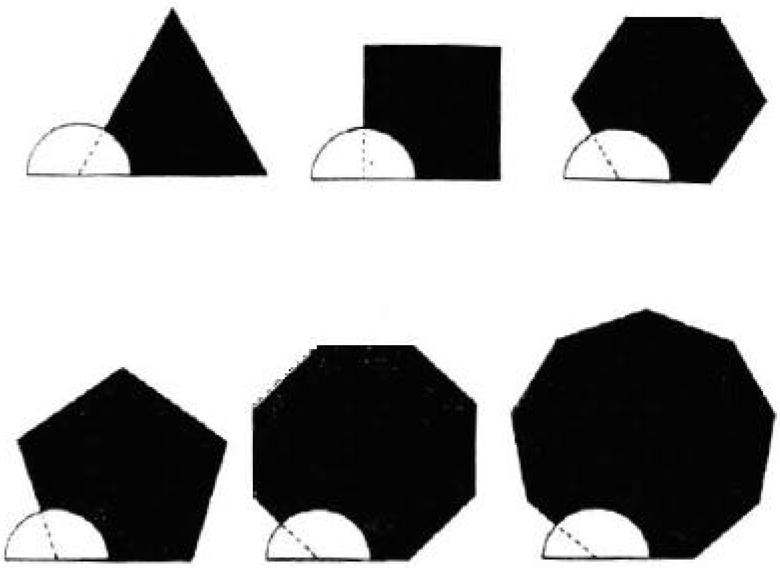
Observaciones:

ACTIVIDAD 33: MEDIR ÁNGULOS

Objetivo: Medir ángulos interiores en un polígono con un transportador.

Materiales: Transportador.

Mide en grados los ángulos interiores de estos polígonos regulares:



Dudas:

Observaciones:

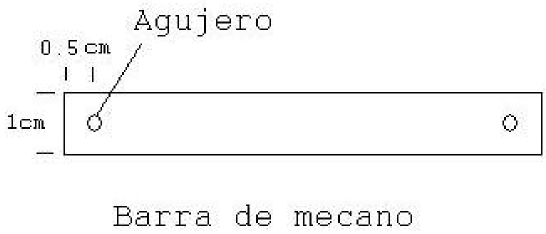
ACTIVIDAD 34: CONSTRUIR ÁNGULOS
Objetivo: Construir ángulos de una medida dada. Materiales: Transportador, regla, compás y lápices. Construir tres ángulos de amplitud: 51º, 98º y 123º, respectivamente: Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 35: CONSTRUIR ÁNGULOS

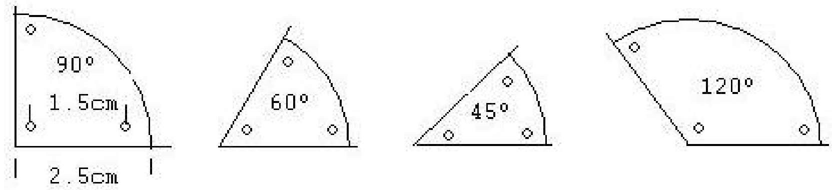
Objetivo: Construir con barras de mecano ángulos de una medida dada.

Materiales: Cartulina plastificada, pasadores, regla, compás, tijeras y transportador.

(a) Construye barras de mecano tal y como se indica en la figura:



(b) Construye también un ángulo de cada medida indicada:



Dudas:

Observaciones:

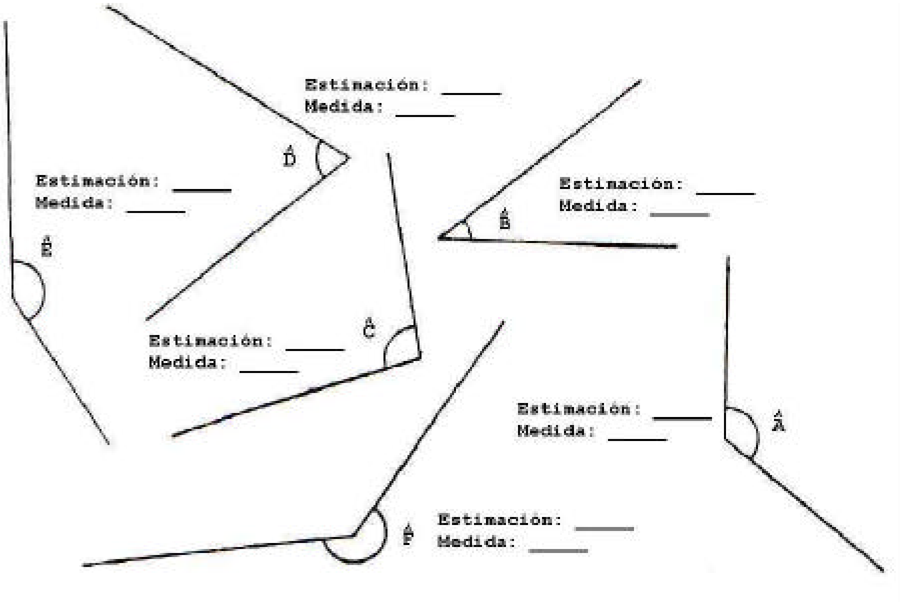
ACTIVIDAD 36: ESTIMAR Y MEDIR ÁNGULOS

Objetivo: Estimar y medir ángulos.

Materiales: Papel vegetal y goniómetro.

Recuerda que para medir un ángulo con exactitud puedes utilizar un goniómetro, aunque también puedes sin el goniómetro aproximarte a su medida, es decir, estimar su medida.

Haz una estimación de la medida de estos ángulos. Mídelos luego con el goniómetro y escribe debajo de cada ángulo los resultados.



Dudas:

Observaciones:

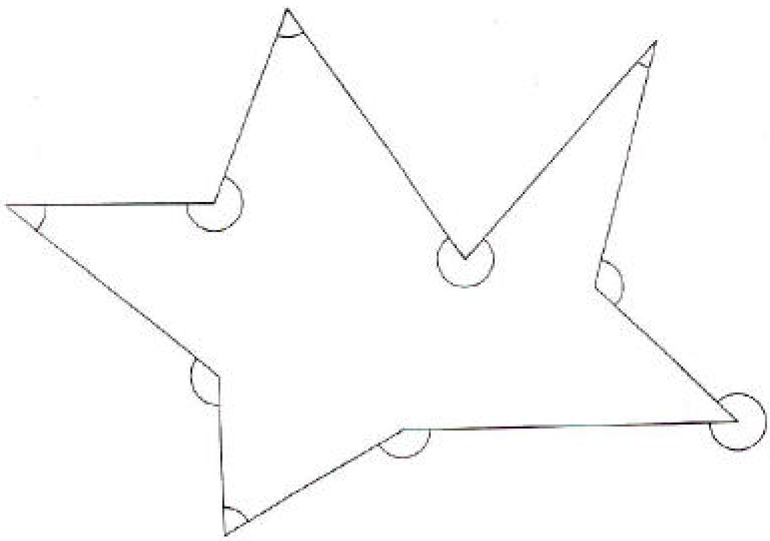
ACTIVIDAD 37: ESTIMAR Y MEDIR ÁNGULOS

Objetivo: Estimar y medir ángulos.

Materiales: Goniómetro.

Recuerda que un ángulo mayor que 180 grados pero menor que 360 grados se llama cóncavo.

En cada uno de los ángulos de la figura indica si es agudo, obtuso o cóncavo. Haz una estimación de la medida de cada ángulo y anota la estimación, después mide el ángulo con el círculo o transportador y anota el resultado.



Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 38: LOS SUBMÚLTIPLOS DEL GRADO

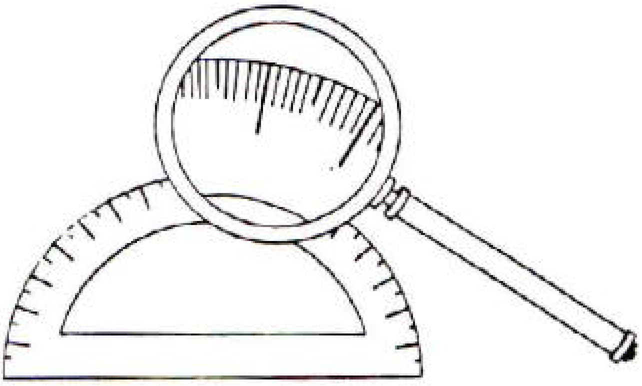
Objetivo: Utilizar los submúltiplos del grado para expresar ángulos.

Materiales: Goniómetro.

El ángulo que resulta de dividir el grado en sesenta ángulos iguales se llama minuto.

El ángulo que resulta de dividir el minuto en sesenta partes iguales se llama segundo.

Para construir un minuto tendría que dividir cada uno de estos ángulos (grados) en sesenta partes y eso es muy difícil de hacer.



En adelante:

El ángulo: “Un minuto” se le representa: 1’.

El ángulo: “Dos minutos” se le representa: 2’.

(a) Rellena los espacios en blanco:

El ángulo: “3 minutos” se le representa:...............

El ángulo: “4 minutos” se le representa:...............

El ángulo: “5 minutos” se le representa:................

El ángulo: “Un segundo” se le representa: 1”.

El ángulo: “Dos segundos” se le representa: 2”.

(b) Rellena los espacios en blanco:

El ángulo: “3 segundos” se le representa: ....

El ángulo: “4 segundos” se le representa: ....

El ángulo: “5 segundos” se le representa: ....

(c) Rellena los espacios en blanco:

60’ = ... grados

30’ = ... grados

ACTIVIDAD 38: LOS SUBMÚLTIPLOS DEL GRADO
60” = ... grados 30” = ... grados Dudas: Observaciones:

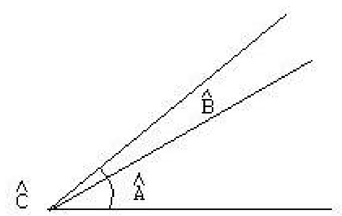
ACTIVIDAD 39: LOS SUBMÚLTIPLOS DEL GRADO
Objetivo: Utilizar los submúltiplos del grado para expresar ángulos. Materiales: Papel y goniómetro. ¿Cuánto mide el ángulo obtenido al doblar un trozo de papel cuadrado a lo largo de una diagonal? Si a este ángulo lo doblamos por la mitad, ¿cuánto mide el ángulo que se obtiene de nuevo? Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 40: SUMA DE MEDIDAS DE ÁNGULOS

Objetivo: Sumar medidas de ángulos.

Materiales: Ábaco plano.

Si el ángulo $\hat{A}$ = 40º10’14” y el ángulo $\hat{B}$ = 8º20’30”, veamos cómo se calcula el ángulo □ = $\hat{A}$ + $\hat{B}$.



Para hacer esta suma es útil el ábaco plano:

ÁNGULO	GRADOS (º)	MINUTOS (‘)	SEGUNDOS (“)
$\hat{A}$ $\hat{B}$ +	40 8	10 20	14 30
C	48	30	44

Obtenemos que: □ = $\hat{A}$ + $\hat{B}$ = 40º10’14” + 8º20’30” = 48º30’44”

Calcula la medida del ángulo □ = $\hat{A}$ + $\hat{B}$, si el ángulo $\hat{A}$ = 27º12’16” y el ángulo $\hat{B}$ = 39º25’32”. Ayúdate del ábaco plano:

ÁNGULO	GRADOS (º)	MINUTOS (‘)	SEGUNDOS (“)

Dudas:

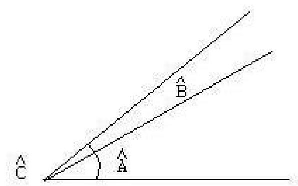
Observaciones:

ACTIVIDAD 41: SUMA DE MEDIDAS DE ÁNGULOS

Objetivo: Sumar medidas de ángulos.

Materiales: Ábaco plano.

Si el ángulo Â = 12º20'32" y el ángulo $\hat{B}$ = 24º55'40", veamos cómo se calcula el valor del ángulo ☐ = Â + $\hat{B}$



Para hacer esta suma es útil el ábaco plano:

ÁNGULO	GRADOS (º)	MINUTOS (')	SEGUNDOS (")
Â $\hat{B}$ +	12 24	20 55	32 40
☐	36+1 37	75+1 16+60	72 12+60

Obtenemos que: ☐ = Â + $\hat{B}$ = 12º20'32" + 24º55'40" = 36º75'72" =7º17'12"

Calcula la medida del ángulo ☐ =Â + $\hat{B}$, si el ángulo Â = 65º36'48" y el $\hat{B}$ = 16º38'45". Ayúdate del ábaco plano:

ÁNGULO	GRADOS (º)	MINUTOS (')	SEGUNDOS (")

Dudas:

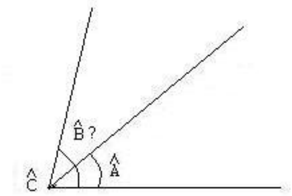
Observaciones:

ACTIVIDAD 42: RESTA DE MEDIDAS DE ÁNGULOS

Objetivo: Restar medidas de ángulos.

Materiales: Ábaco plano.

Si el ángulo □ = 80º20’10” y el ángulo Â = 22º 30’3”, veamos cómo se calcula el valor del ángulo $\hat{B}$ = □ - Â:



Para hacer esta resta es útil el ábaco plano:

ÁNGULO	GRADOS (º)	MINUTOS (‘)	SEGUNDOS (“)
□ Â -	80 42	20 18	10 8
$\hat{B}$	38	2	2

Obtenemos que: $\hat{B}$ = □ - Â = 80º20’10” - 42º18’8” = 38º2’2”

Calcula la medida del ángulo $\hat{B}$ = □ - Â, si el ángulo □ = 75º52’17” y el ángulo Â = 60º22’15”. Ayúdate del ábaco plano:

ÁNGULO	GRADOS (º)	MINUTOS (‘)	SEGUNDOS (“)

Dudas:

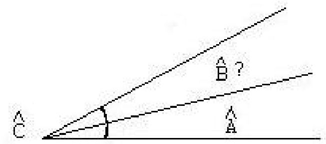
Observaciones:

ACTIVIDAD 43: RESTA DE MEDIDAS DE ÁNGULOS

Objetivo: Restar medidas de ángulos.

Materiales: Ábaco plano.

Si el ángulo □ = 30º25'8" y el ángulo Â = 22º30'3", veamos cómo se calcula el valor del ángulo $\hat{B}$ = □ - Â:



□ = 30º25'8"

Para hacer esta resta es útil el ábaco plano:

ÁNGULO	GRADOS (º)	MINUTOS (')	SEGUNDOS (")
□	29 + 1	60	8
Â	30	25 = 85	3
-	22	30	
$\hat{B}$	7	55	5

$\hat{B}$ = □ - Â = 30º25'8" - 22º30'3" = 29º85'8" - 22º30'3" = 7º55'5"

Calcula la medida del ángulo $\hat{B}$ = □ -Â si el ángulo □ = 67º35'8" y el ángulo Â = 29º23'35". Ayúdate del ábaco plano:

ÁNGULO	GRADOS (º)	MINUTOS (')	SEGUNDOS (")

Dudas:

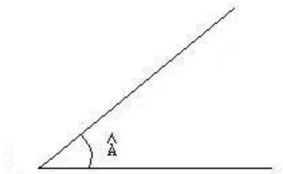
Observaciones:

ACTIVIDAD 44: MULTIPLICACIÓN DE MEDIDAS DE ÁNGULOS

Objetivo: Multiplicar medidas de ángulos por un número entero.

Materiales: Ábaco plano.

Si el ángulo Â = 50º7'8". ¿Cuánto mide un ángulo $\hat{B}$ tres veces mayor?:



Para hacer este cálculo es útil el ábaco plano:

ÁNGULO	GRADOS (º)	MINUTOS (')	SEGUNDOS (")
Â X	50	7	8 3
$\hat{B}$	150	21	24

$\hat{B}$ = 3.Â = 3.(50º7'8") = 150º21'24"

Calcula la medida del ángulo $\hat{B}$, si es 5 veces mayor que la medida del ángulo Â = 50º30'8". Ayúdate del ábaco plano:

ÁNGULO	GRADOS (º)	MINUTOS (')	SEGUNDOS (")

Dudas:

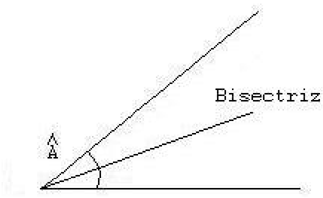
Observaciones:

ACTIVIDAD 45: DIVIDIR MEDIDAS DE ÁNGULOS

Objetivo: Dividir la medida de un ángulo por un número entero.

Materiales: Ábaco plano.

Si el ángulo Â = 26º30'8". ¿Cuánto mide el ángulo mitad? (Recuerda que la semirrecta que divide a un ángulo por la mitad recibe el nombre de bisectriz):



Â = 26º30'8"

Para hacer este cálculo es útil el ábaco plano:

ÁNGULO	GRADOS (º)	MINUTOS (')	SEGUNDOS (")
Â :2	26 06 0	30 10 0	8 0

	º	'	"
	13	15	4

Â/2 = (26º30'8")/2 = 13º15'4"

Calcula las medidas del ángulo $\hat{B}$ si éste es la tercera parte de la medida del ángulo Â = 7º8'21". Ayúdate del ábaco plano:

ÁNGULO	GRADOS (º)	MINUTOS (')	SEGUNDOS (")
Â	7	8	21

ACTIVIDAD 45: DIVIDIR MEDIDAS DE ÁNGULOS			
:3			

	º	‘	“

Dudas:

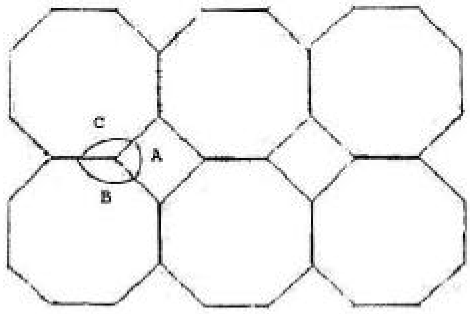
Observaciones:

ACTIVIDAD 46: MEDIDA DE ÁNGULOS EN TESELADOS

Objetivo: Medir ángulos para describir propiedades de las figuras geométricas (teselados).

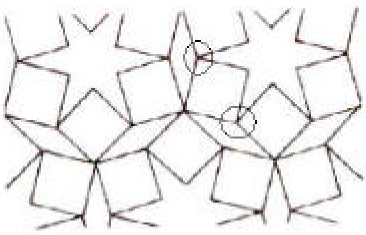
Materiales: Teselados y goniómetros.

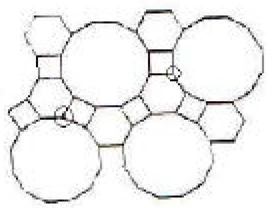
Mide en grados los ángulos que confluyen en un mismo punto, y halla cuánto suman en total:



Â + B̂ + □ =

Haz lo mismo con los puntos marcados en las siguientes configuraciones (teselados):





Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 47: MEDIDA DE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO

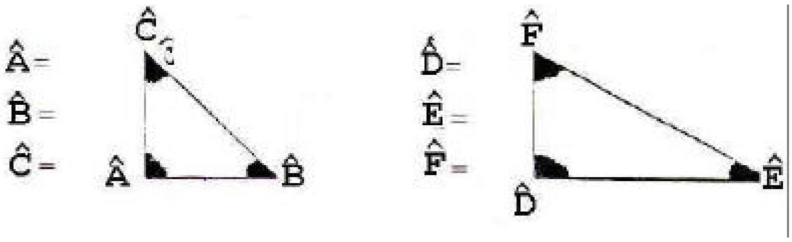
Objetivo: Reconocer propiedades del triángulo a través de la realización de las medidas de sus ángulos y encontrar que en los triángulos la suma de sus ángulos internos es 180º.

Materiales: Escuadra, cartabón y transportador.

Mide los ángulos internos de tu escuadra y de tu cartabón.

Contesta:

(a) ¿Cuánto mide cada ángulo?



(b) Súmalos. ¿Cuánto mide su suma?

En la escuadra:............ En el cartabón:............

Mide los ángulos internos de estos dos triángulos:

¿Cuánto mide la suma de los ángulos interiores de cada triángulo?

Dudas:

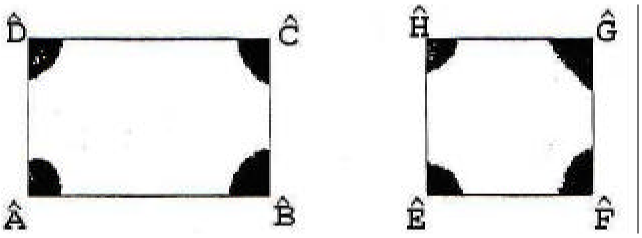
Observaciones:

ACTIVIDAD 48: MEDIDA DE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN CUADRILÁTERO

Objetivo: Encontrar, tras realizar diversas mediciones, que la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es 360º.

Materiales: Transportador.

Dados el rectángulo y el cuadrado siguientes:



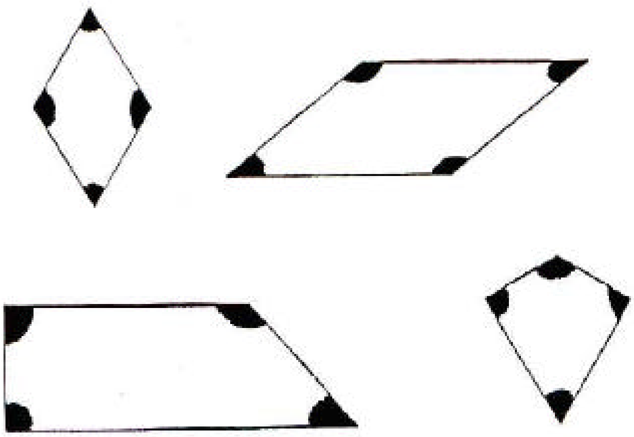
Mide con tu transportador:

$\hat{A}$= $\hat{B}$ = □= $\hat{D}$ = $\hat{E}$= $\hat{F}$ = □= □=

Suma los ángulos del rectángulo:

Suma los ángulos del cuadrado:

Mide ahora la suma de los ángulos interiores de éstos cuatro cuadriláteros:



Dudas:

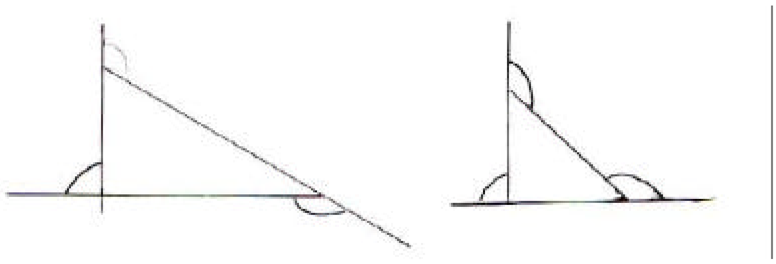
Observaciones:

ACTIVIDAD 49: MEDIDA DE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS EXTERNOS DE UN TRIÁNGULO

Objetivo: Reconocer propiedades de los triángulos a través de las medidas de sus ángulos exteriores.

Materiales: Escuadra, cartabón y transportador.

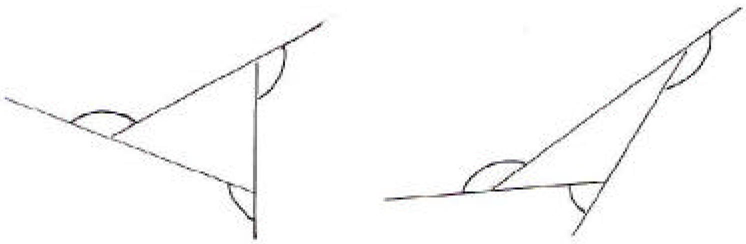
Mide los ángulos exteriores de tu cartabón y de tu escuadra:



Súmalos. ¿Cuánto vale su suma?:

En el cartabón:....................En la escuadra:....................

Mide, ahora, los ángulos externos de estos dos triángulos:



¿Cuánto mide la suma de los ángulos externos de estos triángulos?

Dudas:

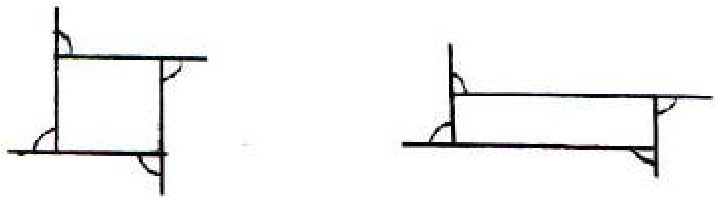
Observaciones:

ACTIVIDAD 50: MEDIDA DE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS EXTERNOS DE UN CUADRILÁTERO

Objetivo: Reconocer propiedades de los cuadriláteros a través de las medidas de sus ángulos exteriores.

Materiales: Escuadra, cartabón y transportador.

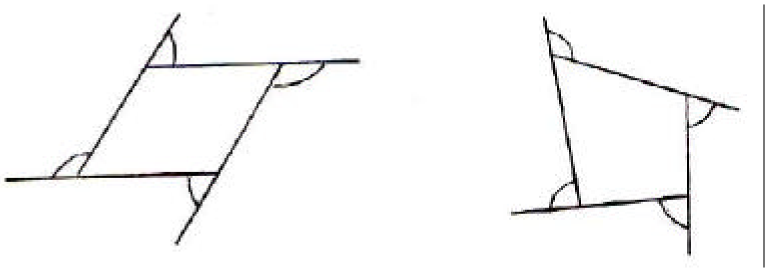
Mide los ángulos externos del cuadrado y rectángulo siguientes:



Súmalos. ¿Cuánto mide su suma?

En el cuadrado:.........................En el rectángulo:....................

Mide, ahora, los ángulos externos de estos dos cuadriláteros:



¿Cuánto mide la suma de los ángulos externos de estos cuadriláteros?

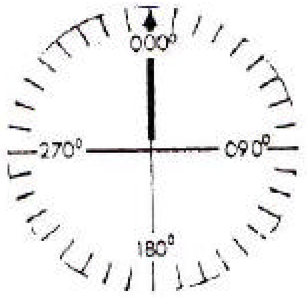
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 51: ÁNGULOS DE DIRECCIÓN

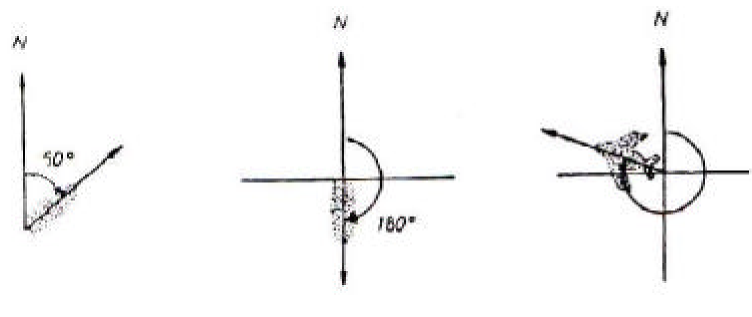
Objetivo: Utilizar el conocimiento sobre ángulos y medidas de ángulos en otros contextos.

Materiales: Círculo graduado (goniómetro), círculo de cartulina marcado en intervalos de 10 grados, como se indica en la figura:



Información:

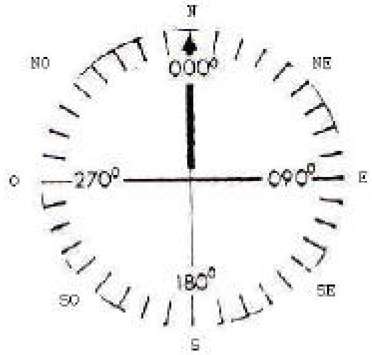
Recuerda que los ángulos de dirección se utilizan para dirigir los barcos y aviones; la dirección se mide en grados. El ángulo que forma la dirección en que navega el barco con el Norte es el ángulo de dirección (siempre en el sentido de las agujas del reloj). Veamos los siguientes ejemplos:



La dirección NE en la brújula se puede expresar así: 045º.

Completa la tabla dando los restantes ángulos de dirección:

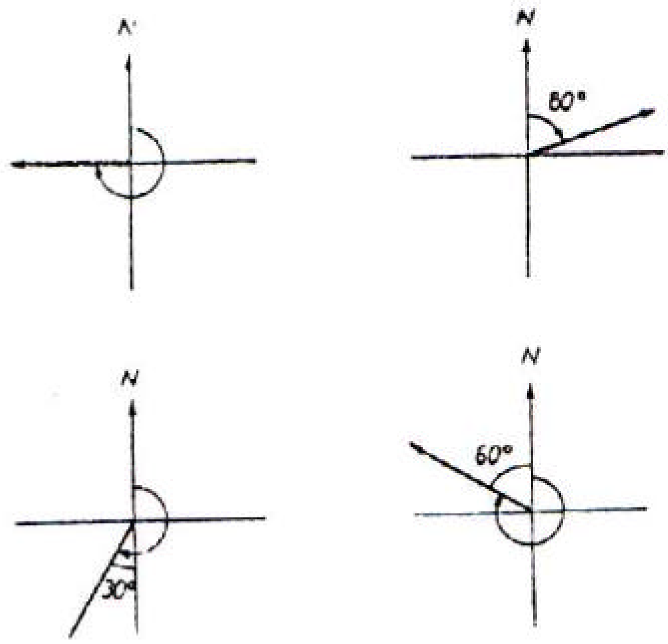
ACTIVIDAD 51: ÁNGULOS DE DIRECCIÓN



Brújula	Dirección
N	000º
EN	045º
E	
SE	
S	
SO	
O	
NO	

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 52: ÁNGULOS DE DIRECCIÓN
Objetivo: Utilizar el conocimiento sobre ángulos y medidas de ángulos en otros contextos. Materiales: Goniómetro. Recuerda que siempre hay que girar en el sentido de las agujas del reloj. Escribe las correspondientes direcciones que aparecen en la figura:  Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 53: ÁNGULOS DE DIRECCIÓN

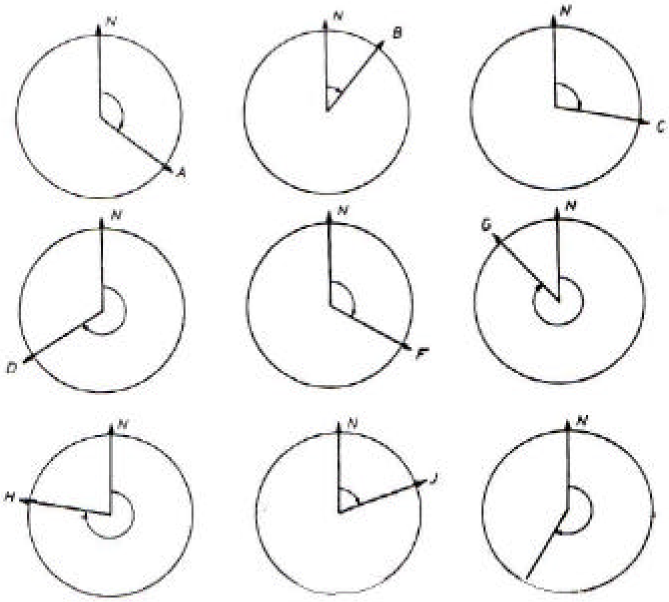
Objetivo: Utilizar el conocimiento sobre ángulos y medidas de ángulos en otros contextos.

Materiales: Papel vegetal y tijeras.

Calca en papel vegetal y luego recorta un círculo de igual diámetro que los de la figura.

Colócalo sobre el primer círculo del dibujo de manera que quede alineado con el N. Comprueba que en este primer caso la dirección es de 135º.

Calcula las otras direcciones que aparecen en la figura y escribe debajo los resultados.



Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 54: ÁNGULOS DE DIRECCIÓN

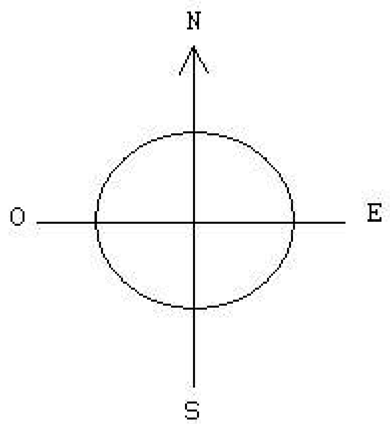
Objetivo: Utilizar los ángulos de dirección y la escala para determinar un recorrido.

Materiales: Regla y goniómetro.

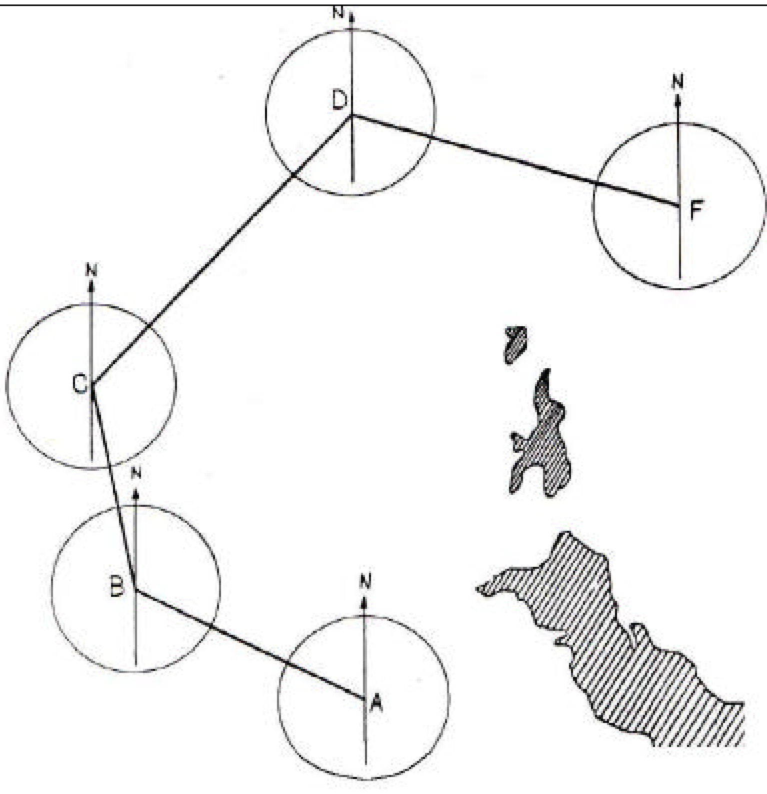
Observa que la línea gruesa en el mapa representa el recorrido de un barco. El mapa está dibujado según la siguiente escala: 1cm del mapa representa 1 km.

Completa la tabla utilizando la regla para medir las distancias y el círculo para medir las direcciones.

Recorrido	Distancia en km	Dirección
A a B	6 km	300º
B a C		
C a D		
D a F		



ACTIVIDAD 54: ÁNGULOS DE DIRECCIÓN



Dudas:

Observaciones:

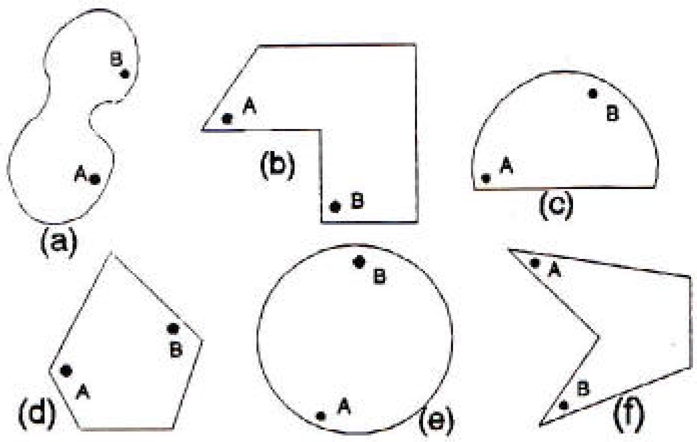
DISEÑO DE INSTRUCCIÓN: MEDIDA DE ÁNGULOS

Unidad de aprendizaje: Medida de Ángulos
Nivel 3

ACTIVIDAD 1: CONCAVIDAD Y CONVEXIDAD

Objetivo: Clasificar figuras planas y polígonos en cóncavos y convexos.

Materiales: Regla.



Une los puntos A y B de cada figura.

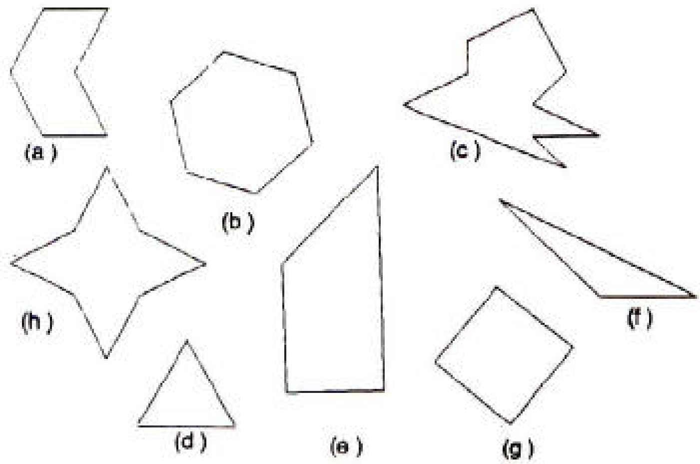
¿En qué figuras el segmento AB corta la frontera?

Las figuras, cuya frontera queda cortada por el segmento dibujado, se llaman CÓNCAVAS.

Si esto fuera imposible, se llamarían CONVEXAS.

¿Qué figuras de las anteriores serían CONVEXAS?

De los siguientes polígonos:



¿Cuáles son polígonos cóncavos?

¿Cuáles son polígonos convexos?

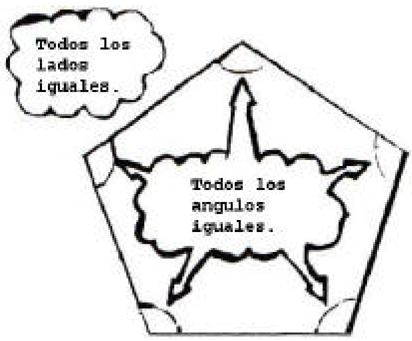
ACTIVIDAD 1: CONCAVIDAD Y CONVEXIDAD
La figura (h) es un polígono estrellado (todos sus vértices están formando puntas. Un polígono estrellado, ¿podrá ser convexo? Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 2: POLÍGONOS REGULARES E IRREGULARES

Objetivo: Clasificar polígonos en regulares e irregulares.

Materiales: Regla y transportador.

En el polígono:



Mide la longitud de cada lado.

Cada lado del pentágono anterior mide...

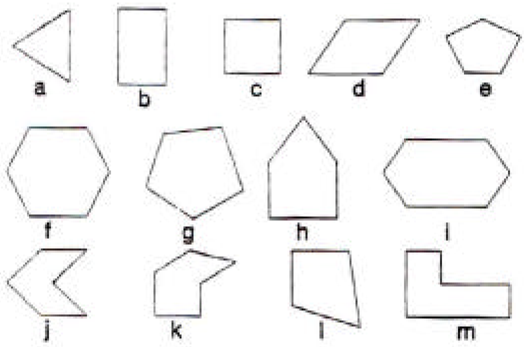
Los polígonos que tienen todos sus lados iguales se llaman EQUILÁTEROS.

Mide la amplitud de cada ángulo.

Cada ángulo interior del pentágono mide...

Los polígonos que tienen todos sus ángulos iguales se llaman EQUIÁNGULOS.

Cuando un polígono tiene todos sus lados y sus ángulos iguales se llama POLÍGONO REGULAR.



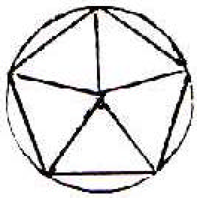
¿Cuáles son polígonos regulares?

¿Cómo definirías lo que es un polígono irregular?

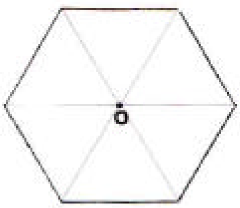
ACTIVIDAD 2: POLÍGONOS REGULARES E IRREGULARES

Los polígonos regulares tienen una circunferencia que pasa por los vértices. Podemos descomponer cada polígono regular en triángulos iguales que tiene como vértice común el centro “O” de la circunferencia.

Del pentágono regular se obtienen... triángulos iguales.



Divide en triángulos iguales el hexágono regular:



Y ahora, haz lo mismo con el octógono regular:

Dudas:

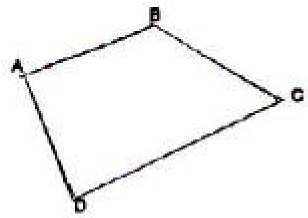
Observaciones:

ACTIVIDAD 3: DIAGONALES DE UN POLÍGONO

Objetivo: Caracterizar y obtener las diagonales de un polígono convexo.

Materiales: Regla, geoplano, elásticos de colores.

Observa la siguiente figura:



Une dos vértices que no sean consecutivos.

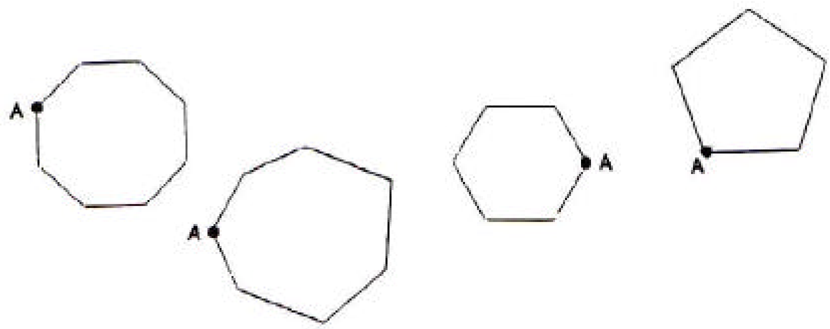
¿Cuántos segmentos puedes trazar?

Del vértice “D”, ¿cuántos segmentos puedes trazar que unan vértices no consecutivos?

¿Cuántos triángulos quedan formados?

Los segmentos que estás trazando se llaman DIAGONALES.

Dibuja las diagonales que se puedan trazar desde el vértice “A” de los siguientes polígonos. Hazlo primero con el geoplano.



¿Qué relación observas entre el número de lados del polígono y el número de diagonales que parten de un vértice?

ACTIVIDAD 3: DIAGONALES DE UN POLÍGONO

Completa la siguiente tabla:

Nº lados POLÍGONO	Nº diagonales desde un vértice	Nº triángulos formados
3		
4		
5		
6		
7		
8		
n		

Dudas:

Observaciones:

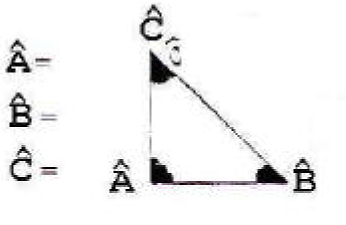
ACTIVIDAD 4: MEDIDA DE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO

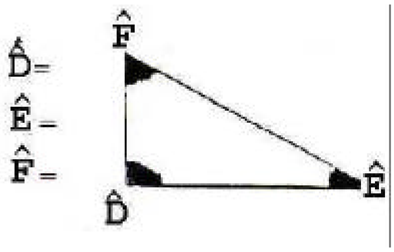
Objetivo: Reconocer propiedades del triángulo a través de la realización de las medidas de sus ángulos y encontrar que en los triángulos la suma de sus ángulos internos es 180º.

Materiales: Escuadra, cartabón y transportador.

Mide los ángulos internos de tu escuadra y de tu cartabón. Contesta:

(a) ¿Cuánto mide cada ángulo?

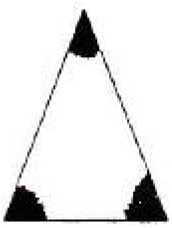




(b) Súmalos. ¿Cuánto mide su suma?

En la escuadra:............En el cartabón:............

Mide los ángulos internos de estos dos triángulos:



¿Cuánto mide la suma de los ángulos interiores de cada triángulo?

Dudas:

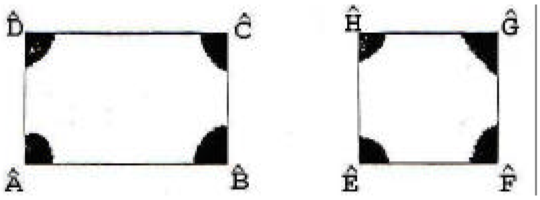
Observaciones:

ACTIVIDAD 5: MEDIDA DE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN CUADRILÁTERO

Objetivo: Encontrar, tras realizar diversas mediciones, que la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es 360º.

Materiales:

Dados el rectángulo y el cuadrado siguientes:



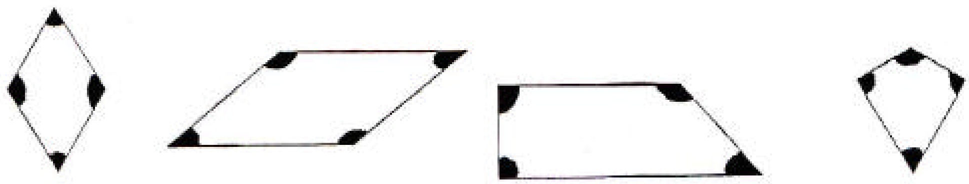
Mide con tu transportador:

$\hat{A}$ =	$\hat{E}$ =
$\hat{B}$ =	$\hat{F}$ =
□ =	□ =
$\hat{D}$ =	□ =

Suma los ángulos del rectángulo:

Suma los ángulos del cuadrado:

Mide ahora la suma de los ángulos interiores de estos cuatro cuadriláteros:



¿Cuánto mide la suma de los ángulos interiores de cada cuadrilátero?

Dudas:

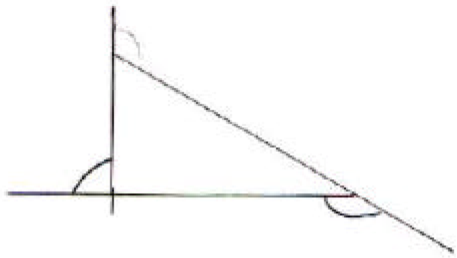
Observaciones:

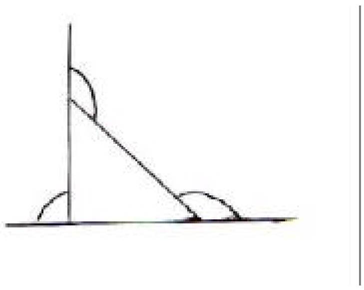
ACTIVIDAD 6: MEDIDA DE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS EXTERNOS DE UN TRIÁNGULO

Objetivo: Reconocer propiedades de los triángulos a través de las medidas de sus ángulos exteriores.

Materiales: Escuadra, cartabón y transportador.

Mide los ángulos exteriores de tu cartabón y de tu escuadra:



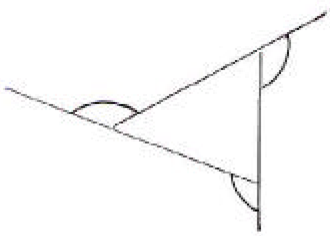


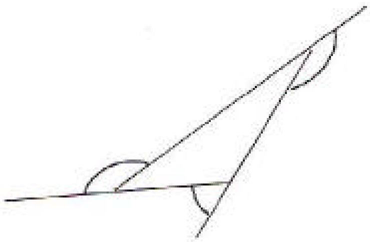
Súmalos

¿Cuánto vale su suma?

En el cartabón: En la escuadra:...........

Mide, ahora, los ángulos externos de estos dos triángulos:





¿Cuánto mide la suma de los ángulos externos de estos triángulos?

Dudas:

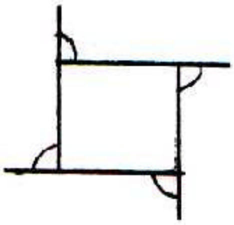
Observaciones:

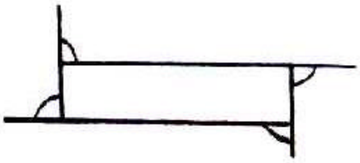
ACTIVIDAD 7: MEDIDA DE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS EXTERNOS DE UN CUADRILÁTERO

Objetivo: Reconocer propiedades de los cuadriláteros a través de las medidas de sus ángulos exteriores.

Materiales: Escuadra, cartabón y transportador.

Mide los ángulos externos del cuadrado y del rectángulo siguientes:

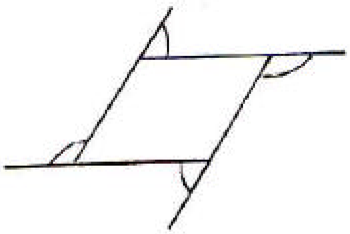


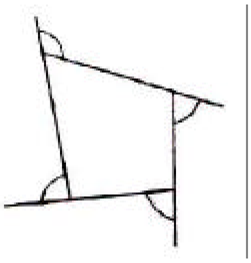


Súmalos. ¿Cuánto mide su suma?

En el cuadrado:........................En el rectángulo:.......................

Mide, ahora, los ángulos externos de estos dos cuadriláteros:





¿Cuánto mide la suma de los ángulos externos de estos cuadriláteros?

Dudas:

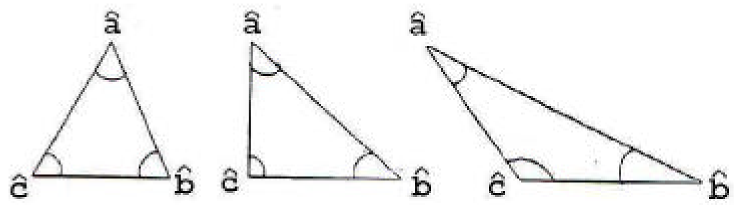
Observaciones:

ACTIVIDAD 8: SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO

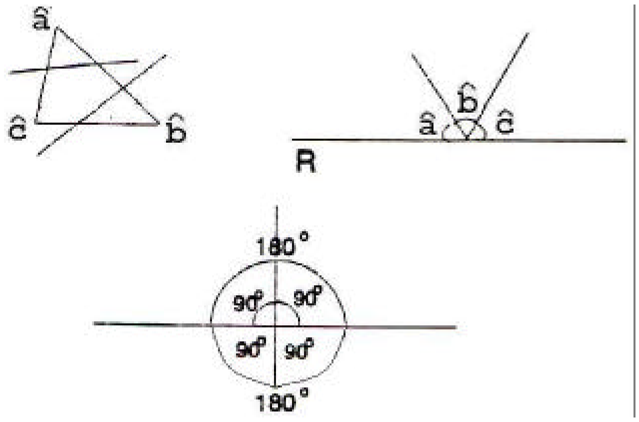
Objetivo: Determinar la suma de los ángulos interiores de un triángulo.

Materiales: Cartulina, tijeras, lápices de colores y pegamento.

Recorta en cartulina tres triángulos como los indicados a continuación:



Colorea los ángulos. Recórtalos y colócalos de manera que tengan un vértice común. Observa el ejemplo realizado con el triángulo acutángulo.



Los tres ángulos juntos determinan un ángulo llano, es decir, un ángulo de 180º.

Haz tú lo mismo con el triángulo rectángulo y con el obtusángulo y comprueba si ocurre lo mismo...

¿Cuántos suman los tres ángulos de un triángulo?...

Dudas:

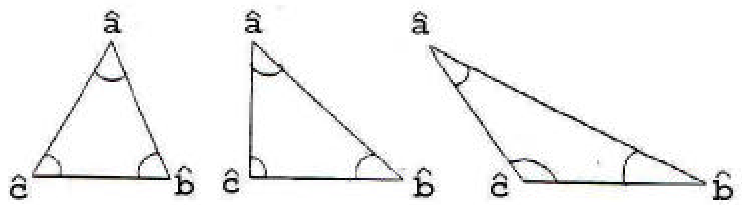
Observaciones:

ACTIVIDAD 9: SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO

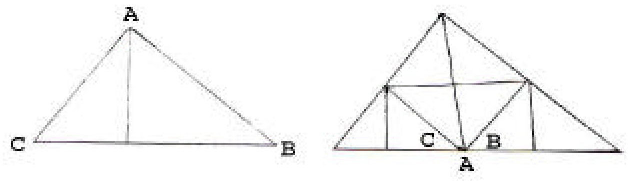
Objetivo: Determinar y formular la suma de los ángulos internos de un triángulo.

Materiales: Cartulina, tijeras, regla y lápices de colores.

Recorta en cartulina tres triángulos como los indicados a continuación:



Colorea los ángulos. Traza una altura a cada uno de los triángulos. Une los vértices de cada triángulo (doblando la cartulina) con el punto de intersección de la altura con el lado opuesto. Observa el ejemplo realizado con el triángulo acutángulo.



Los tres ángulos juntos determinan un ángulo llano, es decir, un ángulo de 180º.

Haz tú lo mismo con el triángulo rectángulo y con el obtusángulo y comprueba si ocurre lo mismo...

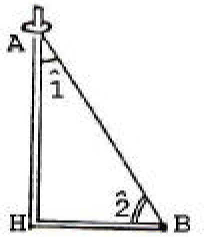
Dudas:

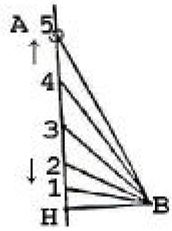
Observaciones:

ACTIVIDAD 10: SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Objetivo: Determinar y formular la suma de los ángulos internos de un triángulo rectángulo.

Materiales: Dispositivo móvil: Dos barras de mecano, goma elástica y una argolla.





Observa detenidamente cómo al desplazar la argolla del dispositivo móvil, estirando el elástico o aflojándolo, se van formando diversos triángulos.

¿Cómo son los triángulos que se van formando?

¿Cuántos triángulos rectángulos se podrán formar?

¿Qué vas observando en los ángulos?

Podríamos llegar a casos límites cuando aflojáramos totalmente la argolla.

¿Qué puedes decir en ese caso de los ángulos?

¿Cuánto crees que podrá llegar a medir la suma de los tres ángulos?

Otro caso límite es cuando tiramos hacia arriba de la argolla.

¿Cuánto crees que podrán llegar a medir los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$?

LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO ES DE...

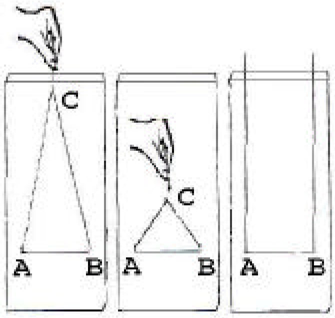
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 11: SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO

Objetivo: Determinar y formular la suma de los ángulo internos de un triángulo.

Materiales: Dispositivo móvil, tablero, goma elástica y dos clavos.



Observa detenidamente cómo al tirar de la anilla del dispositivo móvil, estirando el elástico o aflojándolo, se van formando diversos triángulos.

¿Cómo son los triángulos que se van formando?

¿Cuántos triángulos equiláteros se podrán formar?

¿Qué vas observando en los ángulos?

Podríamos llegar a casos límites, cuando aflojáramos totalmente la argolla.

¿Qué puedes decir en ese caso de los ángulos?

¿Cuánto crees que podrá llegar a medir la suma de los tres ángulos?

Otro caso límite es cuando tiramos hacia arriba de la argolla.

¿Cuánto crees que podrán llegar a medir los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$?

LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO ES DE...

Dudas:

Observaciones:

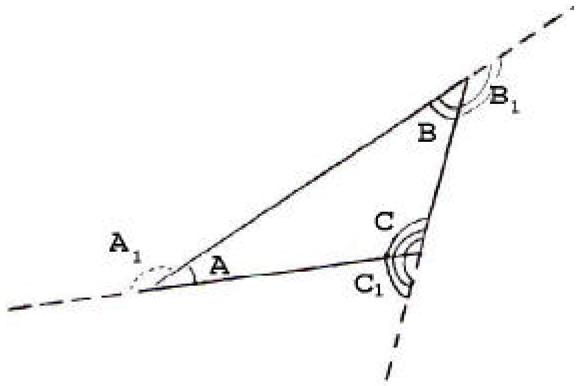
ACTIVIDAD 12: SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS Y EXTERNOS DE UN TRIÁNGULO

Objetivo: Determinar y formular la suma de los ángulos internos y externos de un triángulo

Materiales: Cartulina, regla, goniómetro y geoplano.

¡Vamos a ver qué ocurre con la suma de los ángulos interiores y exteriores de un triángulo!

Observa el siguiente triángulo en cartulina y en el geoplano. Prolongando los lados del triángulo, siguiendo la dirección de las agujas del reloj, consideremos un ángulo externo y un ángulo interno por cada vértice.



¿Cuánto vale la suma de los ángulos internos y externos de un triángulo?

¿Cuánto vale la suma de los ángulos externos de un triángulo?

¿Cuánto vale la suma de los ángulos internos de un triángulo?

Dudas:

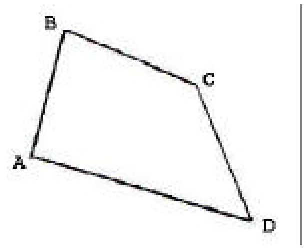
Observaciones:

ACTIVIDAD 13: SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN CUADRILÁTERO

Objetivo: Determinar y formular la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero.

Materiales: Transportador y geoplano.

Observa el siguiente polígono:

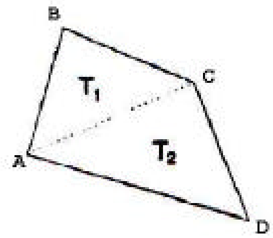


¿Cuántos lados tiene?

¿Sabrías decir cuánto suman sus ángulos internos?

Posiblemente te resulte fácil si recuerdas que: "La suma de los ángulos internos de un triángulo es de 180º.

¿Puedes triangular este cuadrilátero?



¿Cuántos triángulos obtienes?

¿Cuánto sumarán los ángulos internos de un cuadrilátero?

Dudas:

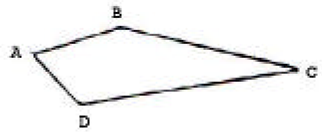
Observaciones:

ACTIVIDAD 14: SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES DE UN POLÍGONO CONVEXO

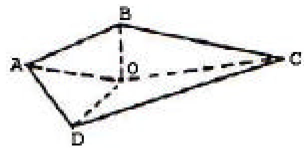
Objetivo: Determinar y formular la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero y de un pentágono convexo.

Materiales: Transportador y geoplano.

Observa el siguiente polígono de cuatro lados:



Tomemos un punto del interior del polígono y formemos uniéndolo a los vértices del polígono todos los triángulos posibles, en total cuatro.

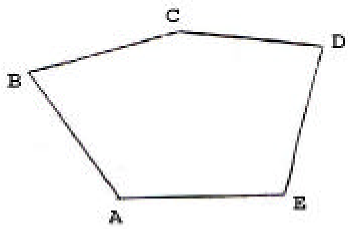


Siguiendo con este razonamiento, ¿sabrás decir cuánto suman los ángulos internos del polígono?

Recuerda que "la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180º.

¿Cuánto sumarán los ángulos internos del cuadrilátero?

¿Eres capaz de seguir este procedimiento para determinar la suma de los ángulos internos de este pentágono?:



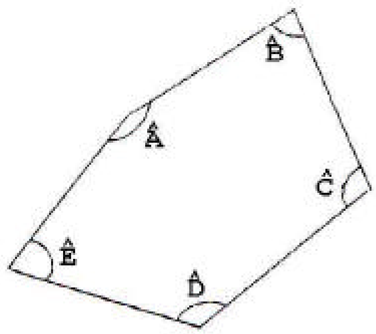
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 15: SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN POLÍGONO CONVEXO
Objetivo: Determinar y formular la suma de los ángulos internos de un pentágono y de un hexágono convexo.

Materiales: Transportador y geoplano.

Observa el siguiente polígono:

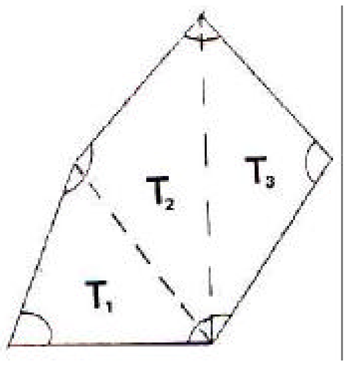


¿Cuántos lados tiene?

¿Sabrías decir cuánto suman sus ángulos internos?

Posiblemente te resulte fácil si recuerdas que: "La suma de los ángulos internos de un triángulo es de 180º".

Vamos a triangular este pentágono:



¿Cuántos triángulos obtienes?

¿Cuánto sumarán los ángulos internos de un pentágono?

¿Y de un hexágono?

Dibújalo y sigue el mismo proceso. Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 16: SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN POLÍGONO CONVEXO CUALQUIERA

Objetivo: Determinar y formular la suma de los ángulos internos de un polígono convexo.

Materiales:

Para facilitar el cálculo de la suma de los ángulos internos de un polígono convexo, completa el siguiente cuadro:

POLÍGONO	Número de lados (N)	Número de triángulos	Suma de ángulos internos	Nº de rectos
Triángulo	3	1	180	2R
Cuadrilátero	4	2	180.(4-2)	2.2R
Pentágono	5	3	180.(5-2)	3.2R
Hexágono	6	.....	180.(-)	.....
.....	.....	.....	180.( )	.....
Decágono	10	.....	.....	.....
n-ágono	n	.....	.....	.....

Dudas:

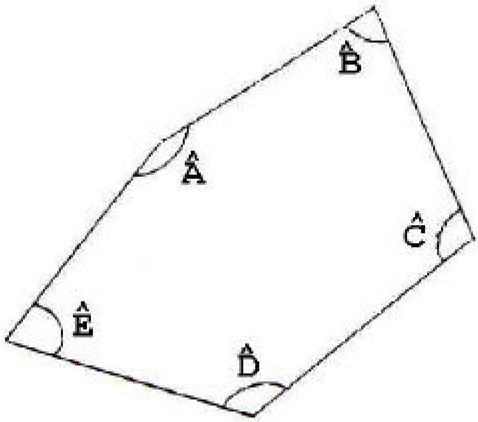
Observaciones:

ACTIVIDAD 17: CALCULAR EL ÁNGULO INTERIOR DE UN POLÍGONO CONVEXO, CONOCIDOS LOS RESTANTES ÁNGULOS

Objetivo: Calcular el ángulo interior de un polígono convexo, conocidos los restantes ángulos.

Materiales:

En un pentágono se conocen los ángulos A, B, C y D con las medidas expresadas en la figura:



$\hat{A}$ =100º

$\hat{B}$ =80º

□ =160º

$\hat{D}$ =70º

$\hat{E}$ =?

¿Cuánto vale el ángulo $\hat{E}$?

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 18: SUMA DE LOS ÁNGULOS EXTERNOS DE UN PENTÁGONO Y DE UN HEXÁGONO

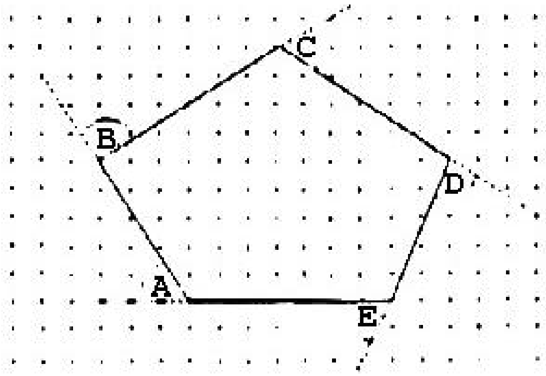
Objetivo: Determinar y formular la suma de los ángulos externos de un pentágono y de un hexágono.

Material: Geoplano.

Hemos visto que cuando aumenta el número de lados de un polígono, también aumenta la suma de sus ángulos.

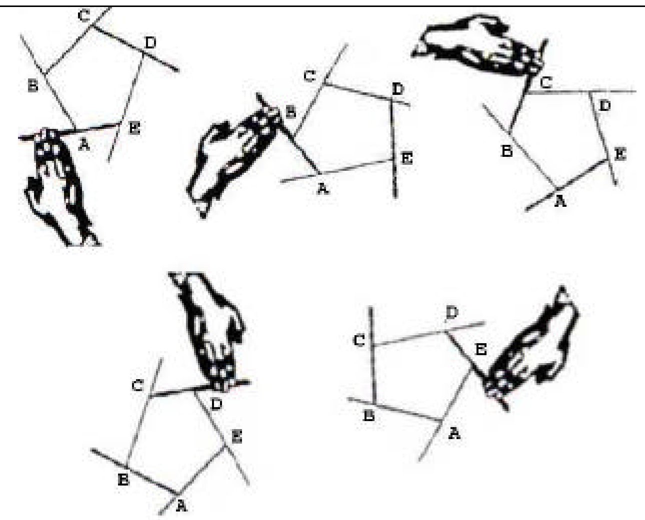
Vamos a ver qué ocurre con la suma de los ángulos externos.

Observa el siguiente pentágono y constrúyelo en tu geoplano. Fíjate en que consideramos un sólo ángulo externo por cada vértice. Por eso prolongamos con los elásticos los lados, siguiendo la dirección de las agujas del reloj.



Método práctico para medir la suma de los ángulos externos del pentágono:

ACTIVIDAD 18: SUMA DE LOS ÁNGULOS EXTERNOS DE UN PENTÁGONO Y DE UN HEXÁGONO



Hacemos deslizar un lápiz a lo largo del contorno del polígono ABCDE a partir de A: La punta del lápiz ha de seguir la dirección que indica la figura. Iremos describiendo cada uno de los ángulos externos. Al final tendremos la misma posición de partida, después de haber descrito un ángulo de giro completo, es decir, un ángulo de 360º.

Construye un hexágono en el geoplano con sus ángulos externos marcados. Observas que al aumentar el número de lados del polígono, aumenta el número de ángulos externos, pero en cambio, disminuye la amplitud.

Repite el mismo procedimiento que para el pentágono.

¿Cuánto miden los ángulos externos del hexágono?

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 19: SUMA DE LOS ÁNGULOS EXTERNOS DE UN POLÍGONO CONVEXO
Objetivo: Determinar y formular la suma de los ángulos externos de un polígono convexo. Material: Cinta adhesiva de color o cinta aislante. Actividad en grupo. Dibuja en el suelo de la clase con la cinta de color un hexágono grande de un metro de lado. Caminaremos el contorno. Marcamos los ángulos externos. ¿Qué sucede cuando llegas a un vértice? ¿Cambias de dirección? ¿Al final recuperas tu posición inicial? ¿Cuánto vale la suma de los ángulos externos de un hexágono? ¿Y del triángulo? ¿Y del pentágono? "LA SUMA DE LOS ÁNGULOS EXTERNOS DE UN POLÍGONO ES SIEMPRE" Dudas: Observaciones:

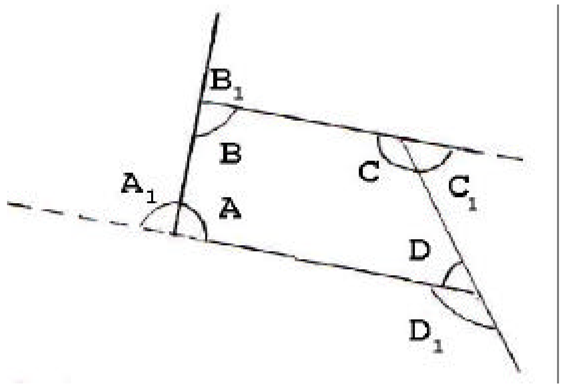
ACTIVIDAD 20: SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS Y EXTERNOS DE UN POLÍGONO CONVEXO

Objetivo: Determinar y formular la suma de los ángulos internos y externos de un cuadrilátero y de un hexágono.

Materiales: Cartulina, regla, goniómetro y geoplano.

¡Vamos a ver qué ocurre con la suma de los ángulos interiores y exteriores de un cuadrilátero!

Observa el siguiente cuadrilátero en cartulina y en el geoplano. Prolongamos los lados del cuadrilátero siguiendo la dirección de las agujas del reloj y consideramos un ángulo interno y un ángulo externo por cada vértice.



Observa cada pareja de ángulos interno-externo de cada vértice. ¿Qué forman?

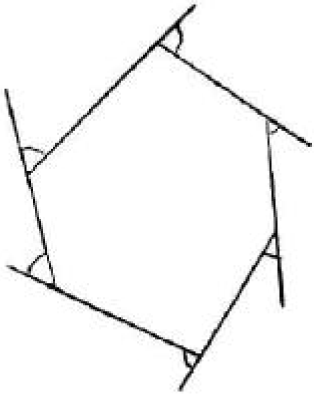
¿Cuántas parejas hay?

Según eso, ¿cuánto vale la suma de todos los ángulos internos y externos de un cuadrilátero?

¿Cuánto vale la suma de los ángulos externos de un cuadrilátero?

¿Cuánto vale la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero?

Vamos a seguir el mismo procedimiento para determinar la suma de los ángulos internos y externos de un hexágono. (Elige entre el dibujo de el hexágono: sobre el papel, en cartulina o en el geoplano).



Prolonga los lados del hexágono siguiendo la dirección de las agujas del reloj y consideremos un ángulo interno y un ángulo externo por cada vértice.

¿Cuánto vale la suma de los ángulos internos y externos de un hexágono?

¿Cuánto vale la suma de los ángulos externos de un hexágono?

¿Cuánto vale la suma de los ángulos internos de un hexágono?

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 21: SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS Y EXTERNOS DE UN POLÍGONO CONVEXO CUALQUIERA

Objetivo: Determinar y formular la suma de los ángulos internos y externos de un polígono convexo cualquiera.

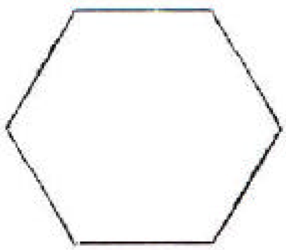
Materiales:

Para tener información sobre la suma de los ángulos internos y externos de un polígono convexo cualquiera, completa el siguiente cuadro:

Polígono	Número de vértices	Suma de los ángulos internos y externos	Suma de los ángulos externos	Suma de los ángulos internos
Triángulo	3	3.180	2.180	180.(3-2)
Cuadrilátero	4	4.180	2.180	180.(4-2)
Pentágono	5	5.180	2.180	180.(5-2)
Hexágono	6	6.180	2.180	180.(6-2)
...	...	...	...	...
Decágono	10	...	...	...
...	...	...	...	...
n-ágono	n	...	...	...

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 22: TRAZAR LAS DIAGONALES DE UN POLÍGONO REGULAR CONVEXO
Objetivo: Trazar las diagonales de un polígono regular convexo. Materiales: Regla. Traza todas las diagonales del hexágono regular:  Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 23: COMPLETAR UNA TABLA

Objetivo: Saber completar una tabla.

Materiales:

Completar la siguiente tabla:

Nº lados polígono	Nº diagonales desde un vértice	Nº triángulos formados	Nº total de diagonales
3			(3-3).3/2=0
4			
5			(5-3).5/2=5
6			
7			
8			(8-3).8/2=
N			(n-).

Dudas:

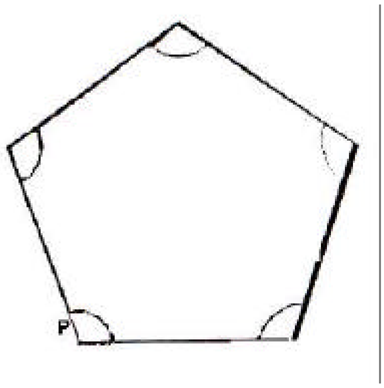
Observaciones:

ACTIVIDAD 24: DETERMINAR Y ESTABLECER RELACIONES ENTRE LOS LADOS, LAS DIAGONALES, NÚMERO DE TRIÁNGULOS Y LOS ÁNGULOS INTERIORES DE UN PENTÁGONO

Objetivo: Determinar y establecer relaciones entre los lados, las diagonales, número de triángulos y los ángulos interiores de un pentágono.

Materiales: Plantillas y semicírculo graduado.

Considera el siguiente pentágono regular:



Completa:

¿Cuántos lados tiene el pentágono?

¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde el punto P? Dibújalas

¿Cuántos triángulos se forman?

¿Cuánto suman los ángulos interiores de cada triángulo?

¿Cuánto suman los ángulos interiores del pentágono?

¿Cuánto mide cada ángulo interior del pentágono?...: 5=...

Dudas:

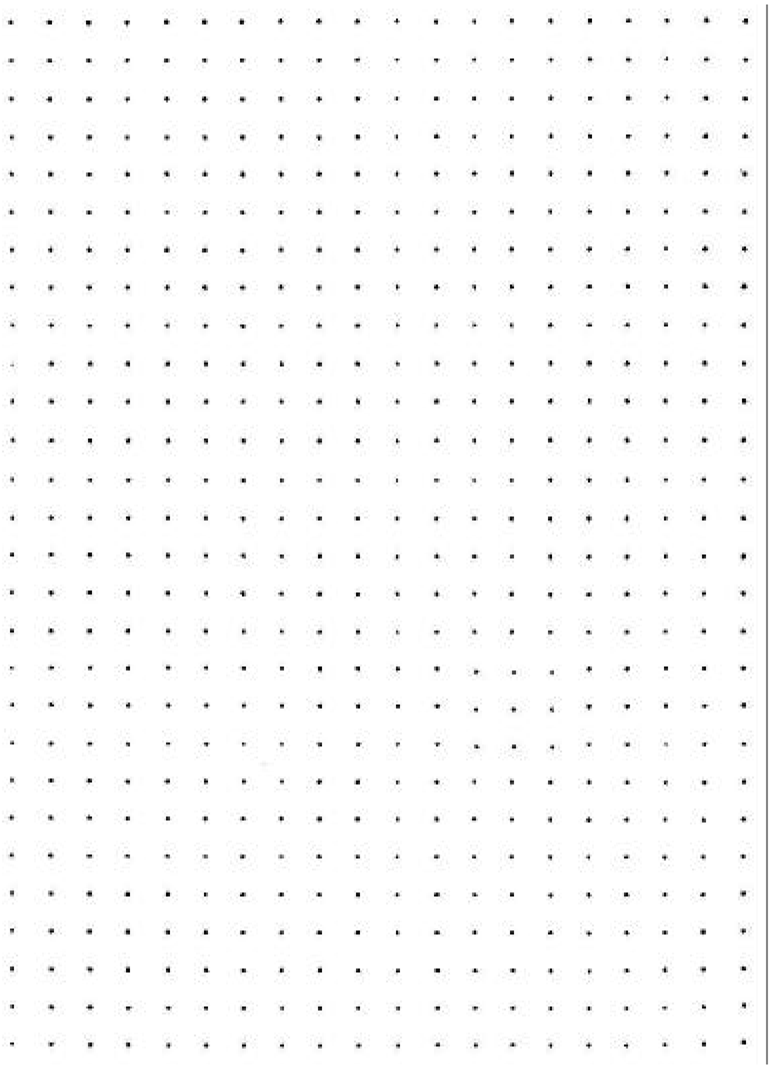
Observaciones:

ACTIVIDAD 25: DETERMINAR Y ESTABLECER RELACIONES ENTRE LOS LADOS, LAS DIAGONALES, NÚMERO DE TRIÁNGULOS Y ÁNGULOS INTERIORES DE UN POLÍGONO REGULAR

Objetivo: Determinar y establecer relaciones entre los lados, las diagonales, número de triángulos y ángulos interiores de un polígono regular.

Materiales: Papel punteado isométrico, plantillas y semicírculo graduado.

Construye en el papel isométrico un hexágono regular.



Vuelve a contestar las mismas preguntas anteriores referidas al hexágono regular.

Completa la siguiente tabla, ayudándote de una plantilla de polígonos regulares:

ACTIVIDAD 25: DETERMINAR Y ESTABLECER RELACIONES ENTRE LOS LADOS, LAS DIAGONALES, NÚMERO DE TRIÁNGULOS Y ÁNGULOS INTERIORES DE UN POLÍGONO REGULAR

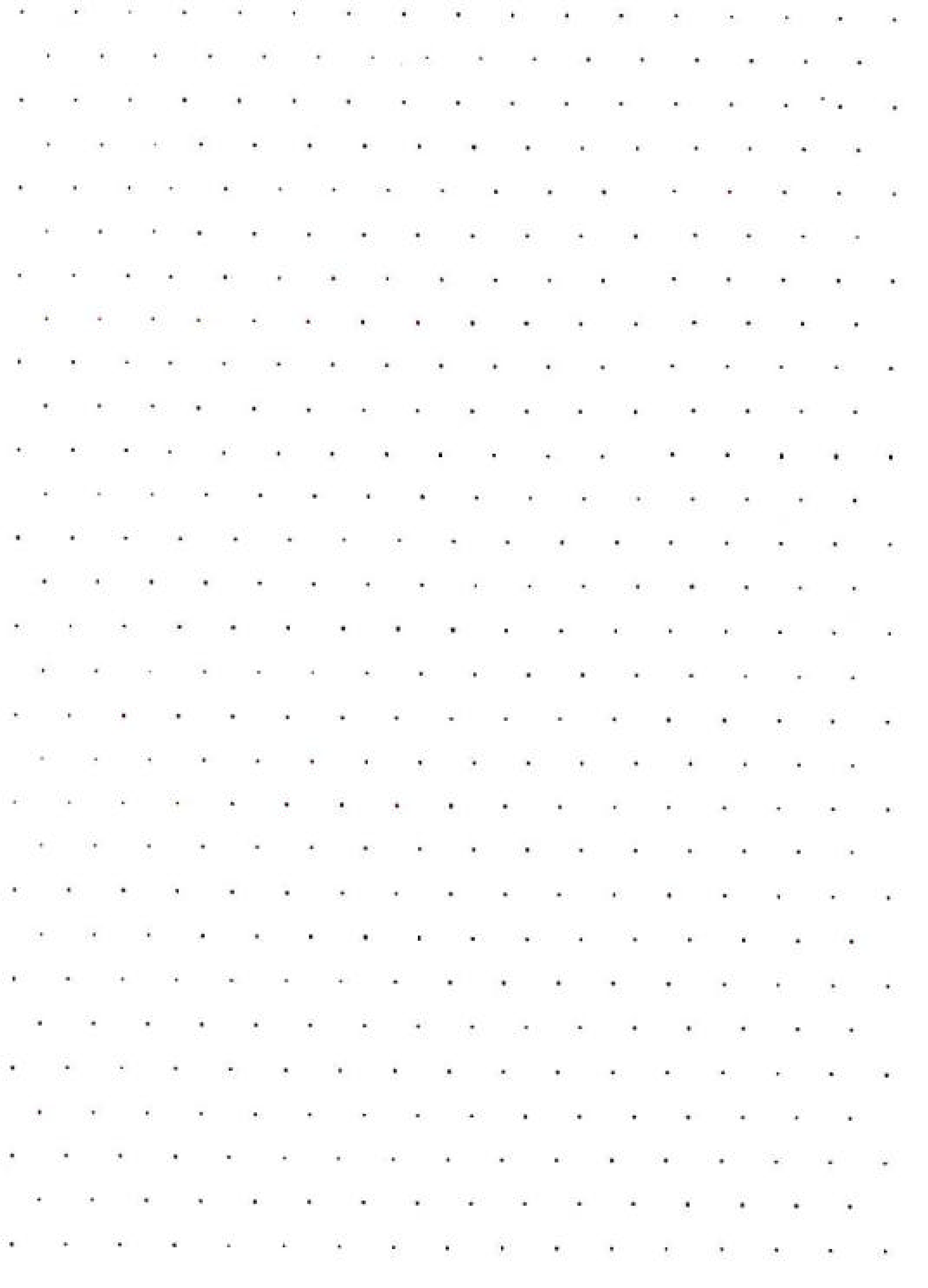
Nº lados polígono regular	Nº diagonales desde cada vértice	Nº triángulos formados por las diagonales	Suma de los ángulos interiores	Amplitud de cada ángulo
3				
4				
5	2	3	540	108
6				
7				
8				
9				
10				
N				

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 26: TESELADOS CON POLÍGONOS IGUALES
Objetivo: Utilizar el conocimiento sobre la medida de los ángulos interiores de un polígono regular para construir teselados regulares. Material: Plantillas o papel punteado. Queremos yuxtaponer (unir) alrededor de un punto, polígonos de un sólo tipo. ¿Se pueden utilizar sólo triángulos equiláteros iguales? ¿Y hexágonos regulares? ¿Y cuadrados? ¿Y heptágonos regulares? Explicar por qué no se pueden utilizar pentágonos regulares ¡Ayúdate de la tabla construida en la ficha de la actividad anterior, de las plantillas de polígonos y del papel punteado!

ACTIVIDAD 26: TESELADOS CON POLÍGONOS IGUALES



ACTIVIDAD 26: TESELADOS CON POLÍGONOS IGUALES

Dudas:

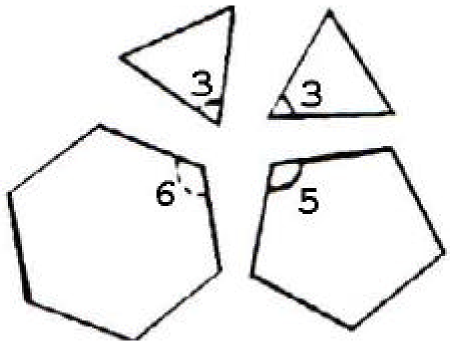
Observaciones:

ACTIVIDAD 27: TESELADOS CON POLÍGONOS DISTINTOS

Objetivo: Buscar posibles teselados a partir de del estudio de los ángulos interiores de los polígonos regulares.

Materiales: Papel punteado, polígonos de mosaicos.

Teniendo en cuenta lo anterior, ¿es posible yuxtaponer (unir) las siguientes figuras alrededor de un punto?:



Dos triángulos equiláteros.

Un pentágono regular.

Un hexágono regular.

De los siguientes grupos de polígonos, ¿cuáles se pueden yuxtaponer (sin que haya huecos) alrededor del punto?:

Tres triángulos equiláteros, un cuadrado y un pentágono...

Un pentágono regular, un hexágono regular y un decágono regular.

Un cuadrado y dos octógonos regulares..

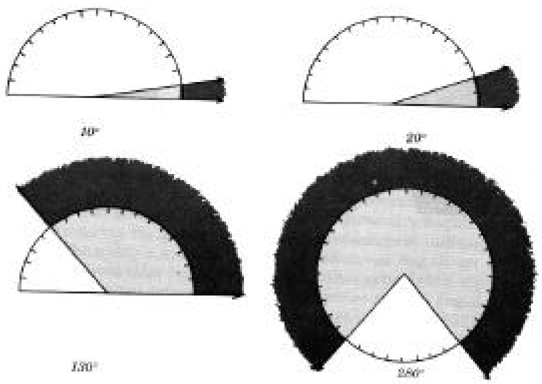
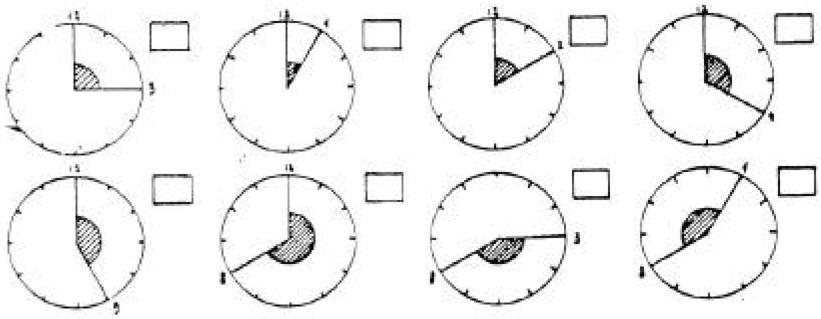
Un cuadrado, un hexágono regular y un decágono regular

Dudas:

Observaciones:

DISEÑO DE INSTRUCCIÓN: GIROS

Unidad de aprendizaje: Giros Nivel 2

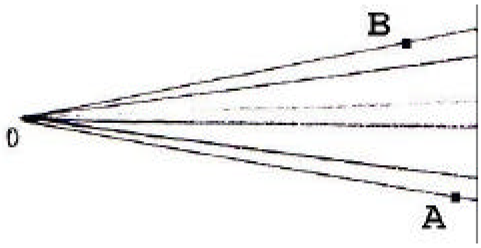
ACTIVIDAD 1: MEDIR Y CONSTRUIR ÁNGULOS CUALESQUIERA
Objetivo: Medir, utilizando el transportador, ángulos convexos y cóncavos. Materiales: Transportador de ángulos. Observa en la siguiente figura cómo medir ángulos utilizando el transportador. Comprueba las medidas que se indican.  Escribe en los cuadrados que aparecen al lado de cada uno de los ángulos siguientes su medida en grados  Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 2: ANGULOS ORIENTADOS

Objetivo: Recordar el concepto de orientación en el plano y ángulos orientados.

Materiales: Ninguno

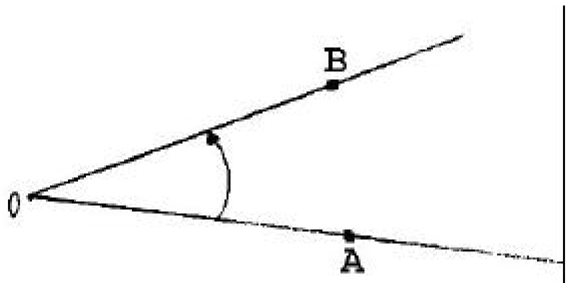
Como sabes, podemos considerar un ángulo como la parte del plano o conjunto de semirrectas que surgen por el "movimiento" descrito por uno de sus lados, hasta coincidir con el otro (observa la figura):



Este movimiento, se puede hacer, girando la semirrecta OA hasta OB y al revés (desde OB hasta OA).

Reproduce con tu lápiz ambos movimientos.

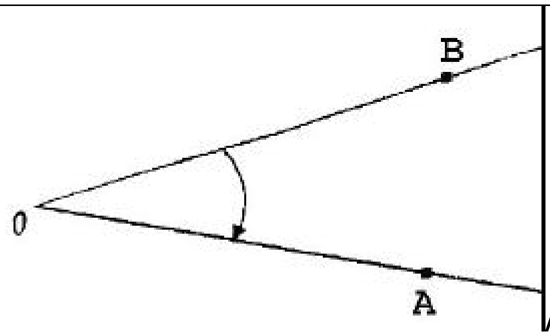
En el primer caso, el movimiento se hace en el sentido contrario de las agujas del reloj, y se dice que el sentido del ángulo es positivo y lo representamos por



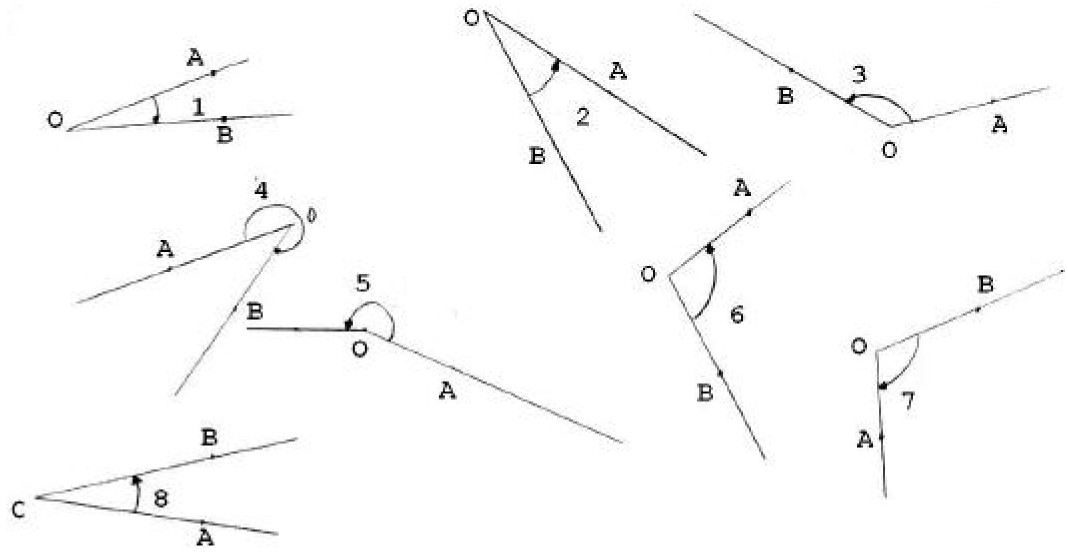
Ángulo AÔB

En el segundo caso, el sentido es el de las agujas del reloj y decimos que el sentido del ángulo es negativo y lo representamos por

ACTIVIDAD 2: ANGULOS ORIENTADOS



Angulo BÔA



Dado el siguiente grupo de ángulos, rellena la siguiente tabla:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Sentido	-							
Representación	**AÔB**							

Dudas:

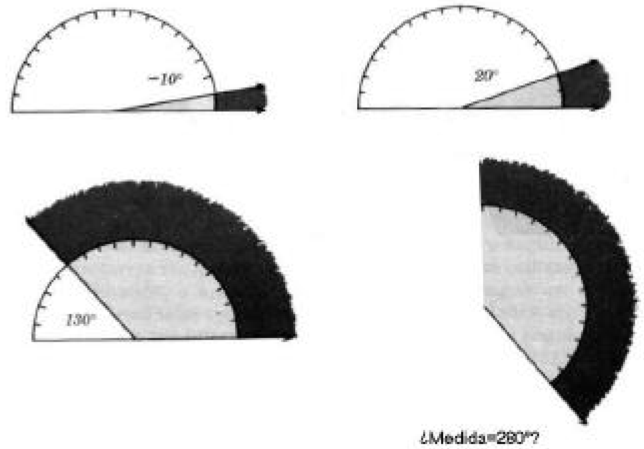
Observaciones:

ACTIVIDAD 3: MEDIDA DE ÁNGULOS ORIENTADOS

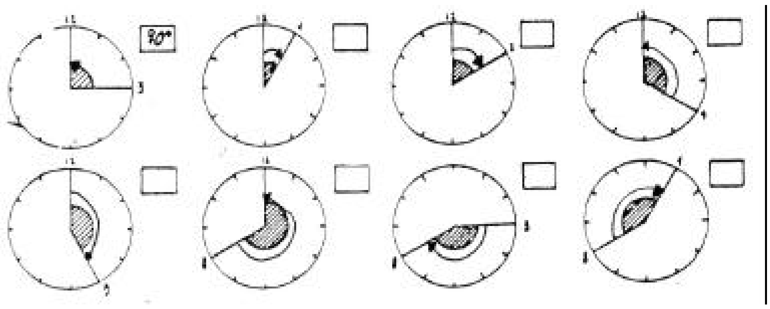
Objetivo: Interpretar ángulos positivos y negativos.

Materiales: Transportador de ángulos.

Teniendo en cuenta la actividad anterior, se puede establecer la medida de los ángulos, indicando su orientación. Comprueba, ayudándote del transportador las medidas de los ángulos siguientes:



Escribe ahora en el cuadrado que aparece al lado de cada ángulo su medida. Ayúdate del transportador.



Dibuja ahora los siguientes ángulos, utilizando para ello el transportador:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Medida	**37°**	**-48°**	**-129°**	**-249°**	**359°**	**-342°**	**149°**	**254°**

Dudas...

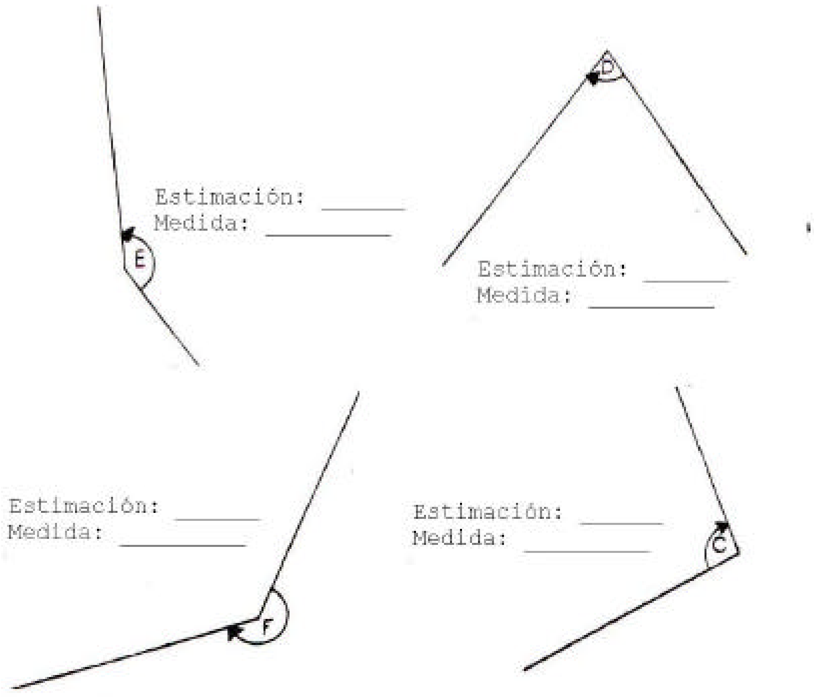
Observaciones...

ACTIVIDAD 4: ESTIMAR Y MEDIR ÁNGULOS ORIENTADOS

Objetivo: Estimar y medir ángulos orientados.

Materiales: Papel vegetal y transportador de ángulos

Haz una estimación de la medida de los siguientes ángulos orientados. Mídelos luego con el transportador y escribe los resultados:



Dudas:

Observaciones:

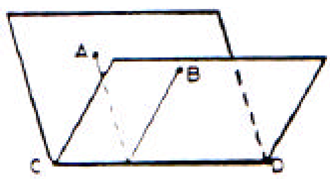
ACTIVIDAD 5: CONSTRUCCIÓN DE LA MEDIATRIZ MEDIANTE PLEGADO DE PAPEL.

Objetivo: Equidistancia de los puntos de la mediatriz de un segmento a los extremos del mismo.

Materiales: Papel vegetal y regla graduada.

Recuerda que la mediatriz de un segmento es la recta que lo divide en dos partes iguales.

Dibuja en el papel vegetal un segmento cualquiera y mediante el plegado , haz coincidir sus extremos (0bserva la figura)



Comprueba que el pliegue obtenido determina la mediatriz. Escribe el por qué:

Marca ahora un punto cualquiera de la mediatriz, y mide con la regla la distancia entre cada uno de los extremos del segmento y el punto elegido. Anota tus observaciones:

Marca dos puntos más sobre la mediatriz y escribe una propiedad que pueda caracterizar la mediatriz.

Dudas:

Observaciones:

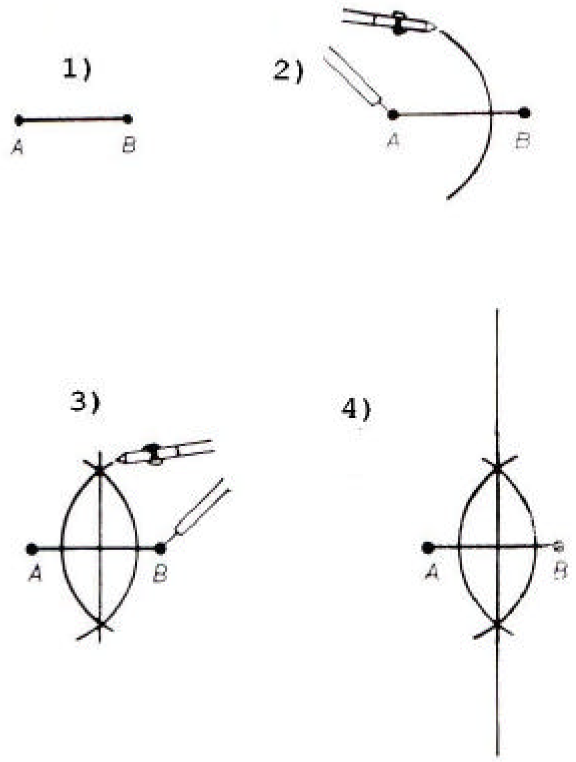
ACTIVIDAD 6: LA MEDIATRIZ COMO LUGAR GEOMÉTRICO. CONSTRUCCIÓN.

Objetivo: Interpretar la definición de mediatriz de un segmento como lugar geométrico de un conjunto de puntos del plano.

Materiales: Regla y compás.

En la actividad anterior viste como los puntos de la mediatriz tienen la propiedad de "equidistar" de los extremos del segmento.

Construye, siguiendo los pasos 1 a 4 en las figuras que aparecen a continuación, la mediatriz de un segmento.



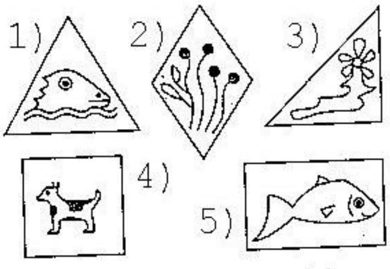
ACTIVIDAD 6: LA MEDIATRIZ COMO LUGAR GEOMÉTRICO. CONSTRUCCIÓN.
Obtener la mediatriz de los siguientes segmentos con regla y compás y comprueba que esta forma coincide con cualquier otro procedimiento que conozcas. Explica por qué es válida la propiedad de equidistancia con argumentos basados en la construcción realizada. Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 7: GIROS CON CENTRO EN LA FIGURA (1) (de grupo)

Objetivos: Desarrollar, utilizando materiales, giros de figuras geométricas con centro en un vértice de una figura y reconocer centro y el ángulo de giro como elemento básico para esta transformación

Materiales: Juego de figuras, punzón (o compás)

Elige cuatro copias de una de las figuras del JUEGO DE FIGURAS



(Cada miembro del grupo debe elegir una figura distinta)

Marca un vértice cualquiera. Pinchado ahora con un alfiler el vértice elegido, gírala colocándola en tres posiciones distintas y pega una copia de la figura en cada posición en el espacio que se deja a continuación.

Recuerda que el vértice "pinchado" recibe el nombre de CENTRO DE GIRO.

Una vez pegadas las distintas piezas, marca un punto interior en la figura original y otro del borde y señálalo en las figuras transformadas.

¿Que movimiento describen los puntos marcados? Dibuja la trayectoria.

Traza a continuación las semirrectas con origen el centro del giro y que pasen por los puntos elegidos en la figura original y sus transformados. Mide los ángulos que se forman entre cada punto y su transformado y comprueba que son constantes. El ángulo que se forma es el ÁNGULO DE GIRO.

Dudas:

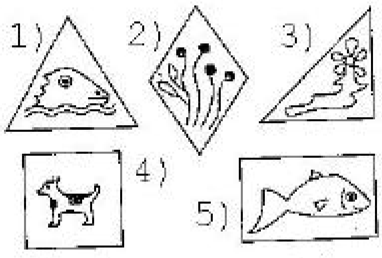
Observaciones:

ACTIVIDAD 8: GIROS CON CENTRO EN LA FIGURA (2) (de grupo)

Objetivos: Desarrollar, utilizando materiales, giros de figuras geométricas con centro en un punto interior de una figura y reconocer centro y el ángulo de giro como elemento básico para esta transformación

Materiales: Juego de figuras, punzón (o compás) y transportador de ángulos.

Elige cuatro copias de una de las figuras del JUEGO DE FIGURAS



(Cada miembro del grupo debe elegir una figura distinta)

Marca un punto interior cualquiera. Pinchado ahora con un alfiler el punto elegido, gírala colocándola en tres posiciones distintas y pega una copia de la figura en cada posición en el espacio que se deja a continuación.

Una vez pegadas las distintas piezas, marca los vértices en la figura original y un punto de uno de los lados y señálalos en las figuras transformadas.

¿Que movimiento describen los puntos marcados? Dibuja las trayectorias

Traza a continuación las semirrectas con origen el centro del giro y que pasen por los puntos elegidos en la figura original y sus transformados. Mide los ángulos que se forman entre cada punto y su transformado y comprueba que son constantes.

Dudas:

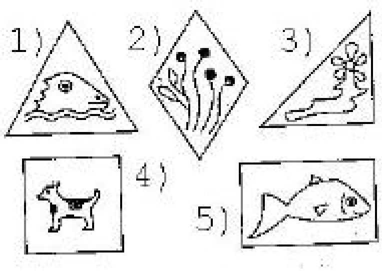
Observaciones:

ACTIVIDAD 9: GIROS CON CENTRO EN EL EXTERIOR LA FIGURA. (de grupo)

Objetivos: Desarrollar giros de figuras geométricas con centro en el exterior de la figura utilizando materiales e interpretar el centro y el ángulo de giro como elementos básicos para esta transformación.

MATERIALES: Juego de figuras, folios, punzón, disco transparente, regla y rotulador.

Elige cuatro copias de todas las figuras del JUEGO DE FIGURAS



(Cada miembro del grupo debe elegir una figura distinta)

Pega una de las copias de la figura en el disco. Coloca el disco sobre una hoja de papel en blanco y dale vueltas pinchando por su centro. Sitúa las tres copias restantes de las figuras en las distintas posiciones que ocupan (marca los vértices con un punzón y luego la pegas. ¿Dará igual el sentido del dibujo interior de las figuras?. Observa que las figuras deben tener la misma orientación.

Observa ahora que el centro del giro que se ha aplicado es un punto exterior a la figura.

Sigue las indicaciones de la actividad anterior para marcar el ángulo de giro.

¿Qué trayectoria describen las figuras que se obtienen en la transformación?

Dudas:

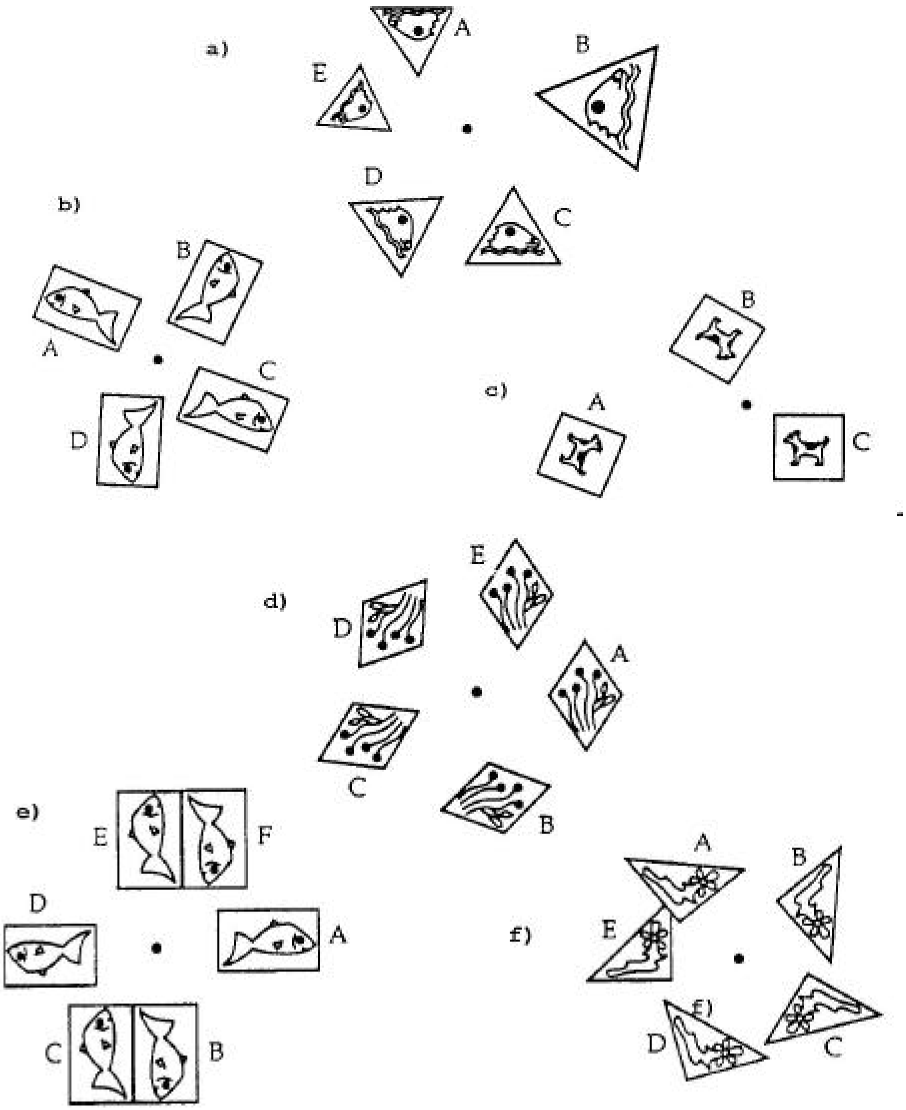
Observaciones:

ACTIVIDAD 10: IDENTIFICACIÓN VISUAL DE LOS GIROS

Objetivos: Identificar las figuras que se corresponden mediante un giro con centro en el punto especificado. Comprender las características que permanecen invariantes de las figuras transformadas mediante los giros: Tamaño, forma y orientación.

Materiales: Juego de figuras, disco transparente, regla, rotulador, tiras de cartulina.

En las siguientes figuras, determinar cuáles se corresponden mediante un giro de centro O. Utilizar los materiales para hacer tus conjeturas.



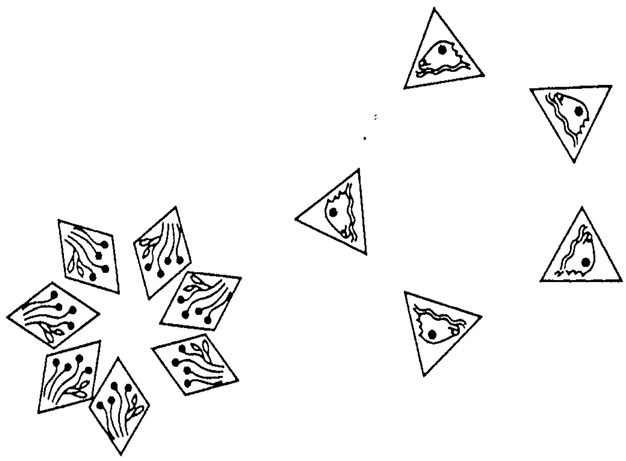
ACTIVIDAD 10: IDENTIFICACIÓN VISUAL DE LOS GIROS
Anotar en cada caso cuáles son obtenidas con un giro y cuáles no, indicando el por qué. a) b) c) d) e) f) ¿Qué puedes decir sobre la orientación de las figuras? Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 11: MOVIMIENTO CIRCULAR

Objetivos: Identificar que la trayectoria descrita por los puntos de una figura geométrica al transformarla mediante un giro es una circunferencia. Comprender la importancia de conocer el centro de un giro para poder determinarlo.

Materiales: Juego de figuras, punzón, tiras de cartulina, regla y compás.

En la figura siguiente se han hecho varios giros para las piezas A y B.

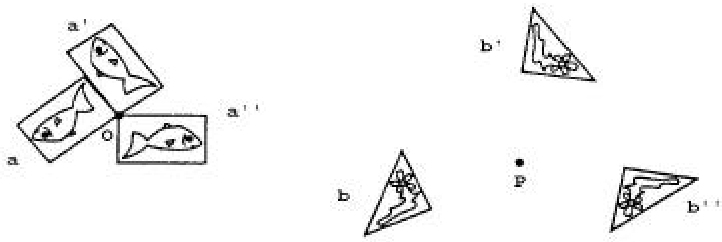


Se trata de encontrar, primero sin utilizar los materiales, el centro de giro. Comprobarlo después con el disco transparente y las tiras de cartulina.

Dibuja la trayectoria que describen las figuras

Dudas:

Observaciones:

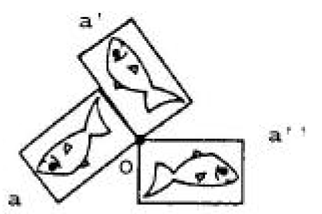
ACTIVIDAD 12: EQUIDISTANCIA DEL CENTRO DE GIRO
Objetivos: Comprobar la propiedad de equidistancia del centro y los puntos homólogos obtenidos al aplicarle un giro. Obtener la trayectoria descrita por una figura girada de otra. Materiales: Juego de figuras, regla y compás En las siguientes figuras  Las figuras a′ y a″ se han obtenido girando la figura a tomando como centro el punto O. Análogamente, las figuras b′ y b″ se obtienen a partir de b, tomando como centro el punto P. Marca tres puntos en las figuras a y b, representándolos por Q, R y S. ¿Cuáles son los transformados en a′, a″ y b′ y b″?. Dibújalos. Reproduce la situación en un folio con el juego de figuras. Utiliza ahora la regla para comprobar que la distancia de los puntos transformados y su centro de giro siempre es la misma. Dibuja la trayectoria descrita por los puntos al realizar las transformaciones. Enuncia la propiedad que se deduce de la actividad. Dudas: Observaciones:

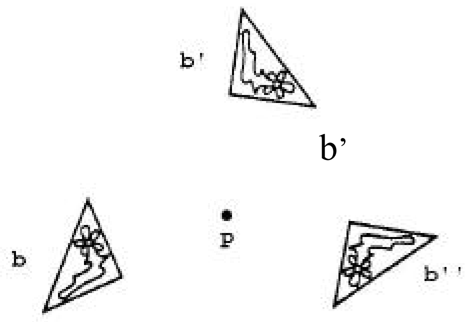
ACTIVIDAD 13: INVARIANZA DEL ÁNGULO DE GIRO

Objetivos: Descubrir e interpretar la propiedad de invarianza del ángulo de giro. Reconocer como esencial el ángulo de un giro para poder determinarlo.

Materiales: Juego de figuras, regla, transportador de ángulos y compás.

En las siguientes figuras





Vamos a trabajar primeramente con a. Las figuras a′ y a″ se han obtenido girando la figura a tomando como centro el punto O.

Señala en la figura a un punto cualquiera Q . ¿Cuáles son los transformados en a′, a″. Obtenerlos.

¿Cuáles son los transformados del vértice R? Dibujarlos.

Construye ahora las semirrectas OQ=q, OQ′=q′ y OQ″=q″ y OR=r, OR′=r′ y OR″=r″. Si es necesario, reproduce con el material las figuras anteriores.

Rellena los siguientes cuadros utilizando para ello el transportador de ángulos:

ACTIVIDAD 13: INVARIANZA DEL ÁNGULO DE GIRO

	q y q′	r y r′	q y q″	r y r″
Angulo formado por las semirrectas				

¿Qué observas?

Enuncia la propiedad que se induce de tus observaciones.

Dudas:

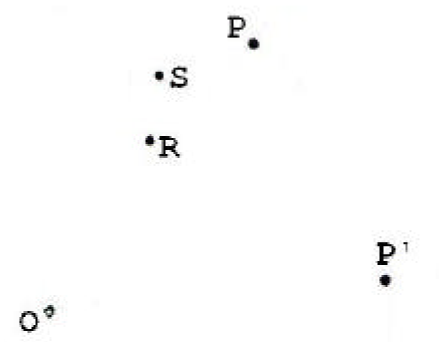
Observaciones:

ACTIVIDAD 14: INTRODUCCIÓN DE LA NOMENCLATURA ESTANDAR PARA LOS GIROS.

Objetivo: Saber determinar el ángulo de un giro y comprender y utilizar la notación habitual para los giros.

Materiales: Disco transparente, transportador de ángulos, regla y compás.

En la siguiente figura se tienen los puntos O, P, P', R y S. El punto P' se ha obtenido girando el punto P un cierto ángulo respecto al centro O.



Compruébalo utilizando el círculo transparente primero y luego el compás.

Dibuja el ángulo de giro. ¿Cuánto mide el ángulo de giro?

Obtén los puntos transformados de R y S con ese mismo giro.

Como has podido comprobar en las actividades anteriores, para determinar un giro, bastará con saber exactamente cuál es el centro y cuál es el ángulo de dicho giro. por eso, para referirnos a un giro, bastará con representarlo por G(centro, ángulo).

¿Cómo se representará el giro realizado en esta actividad? Explícalo.

Dudas:

Observaciones:

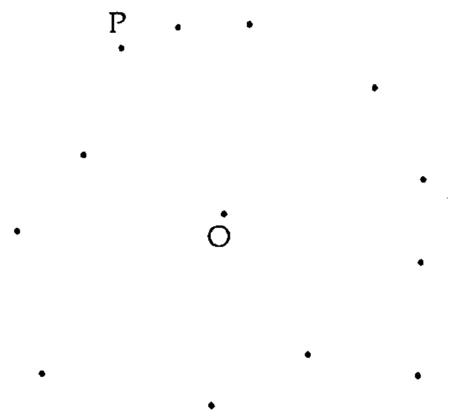
ACTIVIDAD 15: DETERMINACIÓN DE PUNTOS Y ÁNGULOS TRANSFORMADOS

Objetivos: Determinar de un conjunto de puntos cuáles son girados de otro y obtener el ángulo de giro.

Materiales: Regla y transportador de ángulos.

Dados los siguientes puntos, determinar, utilizando solamente la regla cuáles se obtienen aplicando un giro al punto P, siendo O el centro del giro. Marcar y medir el ángulo de giro en los casos que haya giro.

Dibujar y medir el ángulo de giro y representarlo con la notación adecuada.



Dudas:

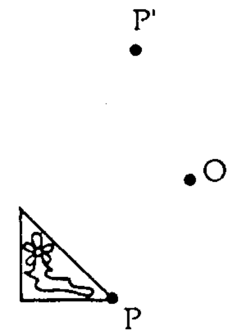
Observaciones:

ACTIVIDAD 16: GIRO DE FIGURAS PLANAS, CON CENTRO EXTERIOR

Objetivos: Determinar figuras transformadas mediante giros, conocido su centro y dos puntos homólogos.

Materiales: Círculo transparente, juego de figuras, regla y transportador de ángulos.

En la figura siguiente, se tiene que P’ es el punto girado del punto P (se dice que P y P’ son puntos homólogos).



Dibuja cómo iría colocada la figura transformada (homóloga)

Utiliza el círculo transparente para comprobar tu respuesta.

¿Cuál será el ángulo de giro?

Escribe cuál sería el giro realizado: G(O,...)

Elige otra figura cualquiera, y representa a continuación una situación similar a la anterior, pero transformándola mediante G(O,65°), siendo O un punto exterior.

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 17: OBTENCIÓN DE GIROS DE FIGURAS PLANAS CON CENTRO EXTERIOR Y MEDIDA DEL ANGULO DE GIRO CONOCIDA (en grupo)
Objetivos: Determinar figuras transformadas mediante giros de centro y ángulo conocidos, manipulativamente y con regla y compás. Entender la necesidad de transformar solamente los vértices de las figuras para transformarla completamente. Materiales: Círculo transparente, punzón, regla y compás Elige una figura cualquiera del juego de figuras (cada miembro del grupo debe elegir una distinta) Pégala en esta ficha y siendo O un punto exterior, transfórmala mediante los siguientes giros: G(O,57°), G(O,110°), G(O,215°), G(O,-57°), G(O,-110°), G(O,-215°). Hazlo primero con el círculo transparente y luego con la regla y el compás. Dibuja en la figura dada y sus transformadas cuáles serían los ángulos de la transformación. Dibuja la trayectoria de algunos de los puntos. Una figura y su transformada decimos que son "figuras homólogas" ¿Sería necesario transformar todos los puntos para obtener las figuras transformadas mediante los giros realizados? Contrasta los resultados con los compañeros del grupo. Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 18: OBTENCIÓN DE GIROS DE UNA FIGURA, CON CENTRO INTERIOR Y MEDIDA DEL ANGULO DE GIRO CONOCIDA (en grupo)

Objetivos: Determinar figuras transformadas mediante giros de centro y ángulo conocidos, manipulativamente y con regla y compás.

Materiales: Círculo transparente, punzón, regla y compás y papel vegetal.

Elige una figura cualquiera del juego de figuras del papel vegetal (cada miembro del grupo debe elegir una distinta)

Pégala en esta ficha y siendo O un punto interior, transfórmala mediante los siguientes giros: G(O,57°), G(O,215°), G(O,-57°), G(O,-110°). Hazlo primero con el círculo transparente y luego con la regla y el compás.

Dibuja en la figura dada y sus transformadas cuáles serían los ángulos de la transformación.

Dibuja la trayectoria descrita por algunos de los puntos de la figura original.

Contrasta los resultados con los compañeros del grupo.

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 19: OBTENCIÓN DE GIROS DE UNA FIGURA, CON CENTRO EN UN VÉRTICE Y MEDIDA DEL ANGULO DE GIRO CONOCIDA (en grupo)
Objetivos: Determinar figuras transformadas mediante giros de centro y ángulo conocidos, manipulativamente y con regla y compás. Materiales: Círculo transparente, punzón, regla y compás Elige una figura cualquiera del juego de figuras del papel vegetal (cada miembro del grupo debe elegir una distinta) Pégala en esta ficha y siendo O un vértice, transfórmala mediante los siguientes giros: G(O,57°), G(O,110°), G(O,-57°), G(O,-110°), G(O,-215°). Hazlo primero con el círculo transparente y luego con la regla y el compás. Dibuja en la figura dada y sus transformadas, cuáles serían los ángulos de la transformación. Dibuja la trayectoria descrita por algunos de los puntos. Contrasta los resultados con los compañeros del grupo. Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 20: DETERMINACIÓN PUNTUAL DEL GIRO DE UNA FIGURA PLANA

Objetivos: Determinar la figura girada de otra con el mínimo número de puntos posible.

Materiales: Regla, círculo transparente, transportador de ángulos y compás.

Transforma la siguiente figura mediante los giros G(O,45°), G(O,60°) y G(O,120°) utilizando el trasportador, la regla y el compás.

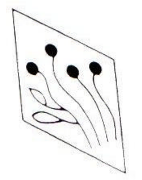
¿Qué puntos te bastarían para determinar totalmente la figura transformada?

Explícalo

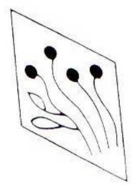
Comprueba ahora tu resultado, utilizando el círculo transparente.

¿Ocurrirá lo mismo si el centro de giro es un vértice de la figura?.

Reproduce la transformación en este espacio.



¿Y en el caso que el vértice está sobre un lado?



Dudas:

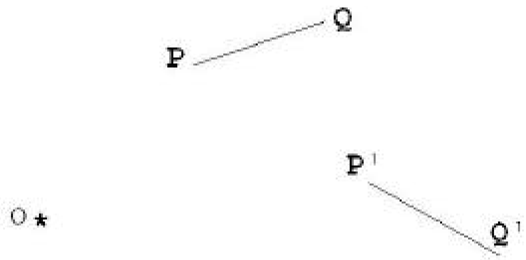
Observaciones:

ACTIVIDAD 21: INTRODUCCIÓN EQUIVALENCIA DE GIROS

Objetivos: Descubrir puntualmente la equivalencia de giros.

Materiales: Transportador, regla y compás.

En la figura siguiente, los puntos P′ y Q′ son los transformados de los puntos P y Q mediante un giro de centro O.



Utiliza el compás para marcar el recorrido del giro, y mide el ángulo orientado del giro. Escribe en notación matemática la transformación realizada.

Marca ahora con el compás el recorrido de los puntos P y Q para transformarlos en P′y Q′, pero en el sentido contrario al de antes.

¿Qué relación existe entre los ángulos utilizados en uno y otro sentido?

Dudas:

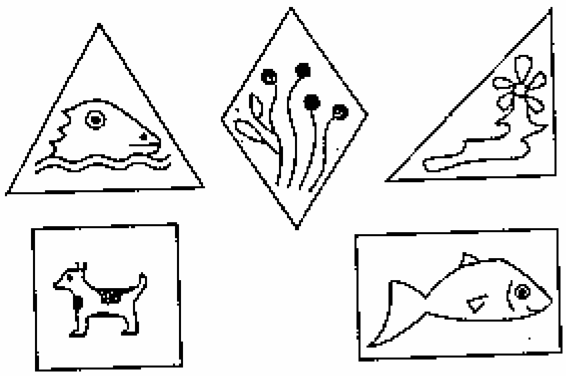
Observaciones:

.

ACTIVIDAD 22: COMPROBACIÓN DE LA EQUIVALENCIA DE GIROS

Objetivos: Comprobar la equivalencia de los giros en figuras geométricas

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y círculo transparente.



Elige dos figuras del Juego de figuras y transfórmalas, utilizando el círculo transparente mediante los siguientes giros: G(O,30°), G(O,-30°), G(O,315°), G(O,330°), G(O,45°), G(O,120°), G(O,-330°), G(O,-180°), G(O,390°), G(O,420°), G(O,180°), G(O,-210°),

Enuncia la propiedad que obtienes.

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 23: GIROS EQUIVALENTES

Objetivos: Completar el concepto de equivalencia de giros.

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y círculo transparente.

En las actividades anteriores se han obtenido algunos giros que transforman las figuras de la misma manera. Reciben el nombre de GIROS EQUIVALENTES.

Basándote en los resultados obtenidos en la actividad anterior, completa los siguientes enunciados:

"El G(O,30°) es equivalente a .... puesto que ...."

"El G(O,45°) es equivalente a .... puesto que ...."

"El ....es equivalente a .... puesto que ...."

"El.................es equivalente a...............puesto que........................"

Encuentra giros equivalentes a los giros G(O,27°), G(O,178°), G(O,-126°)

Comprueba tus resultados.

Enuncia, de una manera rigurosa. la definición de giros equivalentes.

Dudas:

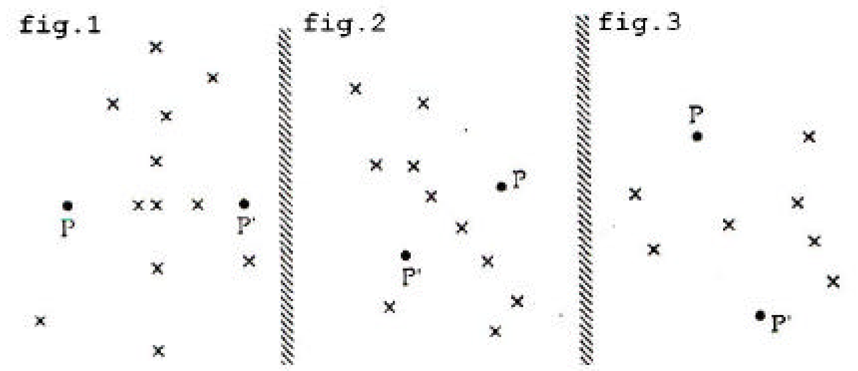
Observaciones:

ACTIVIDAD 24: OBTENCIÓN DEL CENTRO DE GIRO CONOCIDOS PUNTOS HOMÓLOGOS.

Objetivos: Obtener por manipulación directa, conocidos dos puntos homólogos, posibles centros de giro entre un grupo de puntos dados.

Materiales: Regla, compás y transportados de ángulos.

En las figuras 1, 2 y 3, ¿Cuáles de los puntos señalados con "x" pueden ser centros de giro que transformen al punto P en P'



Marca otros puntos que no estén ya dibujados y que sean centros de giro.

¿Cuántas posibilidades crees que habrá?.

Indica con una letra algunos de los posibles centros y obtener para cada caso la amplitud del ángulo.

Dudas:

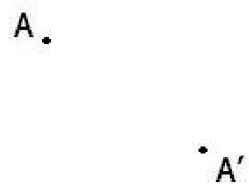
Observaciones:

ACTIVIDAD 25: OBTENCIÓN DEL CENTRO DE GIRO CONOCIDOS PUNTOS HOMÓLOGOS.

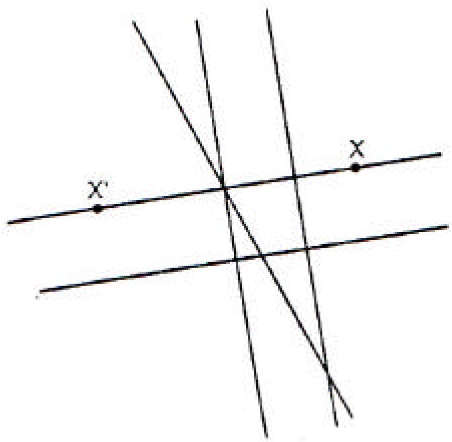
Objetivos: Obtener centros de giro dados puntos homólogos en un caso general y descubrir la propiedad que caracteriza a todos esos puntos.

Materiales: Regla, compás y transportador de ángulos.

Consideremos los puntos A y A' (véase la figura). Encontrar varios puntos O, que sean centros de giros que transformen A en A'. Indicar, en cada caso, cuál será el ángulo de giro.



¿Qué recta de las que aparecen en la siguiente figura contiene a los centros de giro que transforman X en X'?. Justifícalo y enuncia tu resultado.



Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 26: OBTENCIÓN DEL CENTRO DE UN GIRO

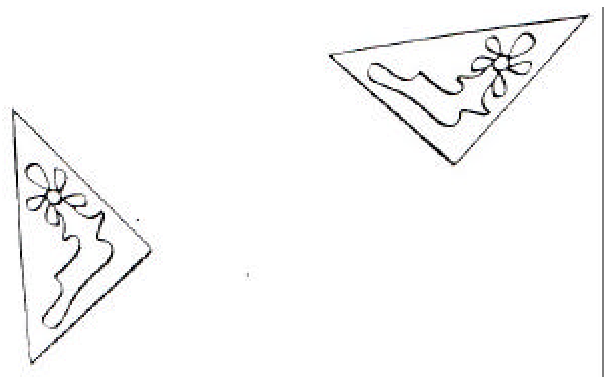
Objetivos: Obtener e interpretar el centro de giro como intersección de lugares geométricos.

Materiales: Círculo transparente, regla, compás y transportador de ángulos.

En la siguiente figura se tienen una figura y su transformada mediante un giro.

¿Cuál es su centro de giro?

¿Cuál será su ángulo de giro?



Hazlo primeramente con el círculo transparente y lugo con regla y compás.

Dudas:

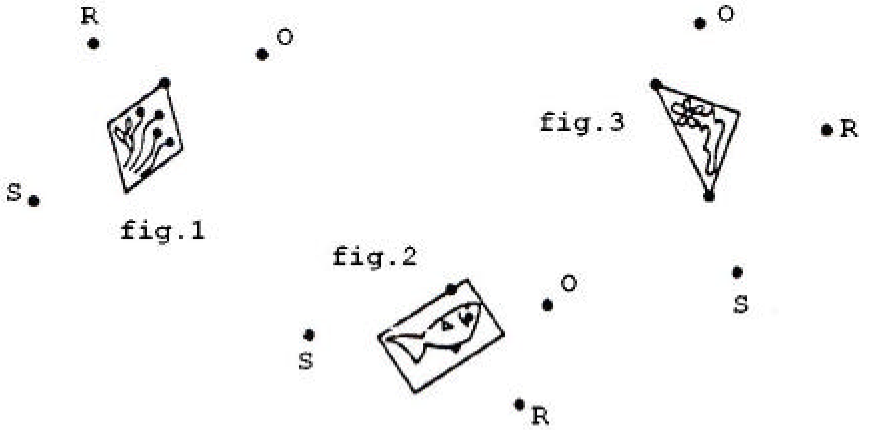
Observaciones:

ACTIVIDAD 27: INCLINACIÓN DE FIGURAS TRANSFORMANDAS MEDIANTE GIROS.

Objetivos: Descubrir la conservación de la inclinación de las figuras cuando se aplican cierta clase de giros.

Materiales: Juego de figuras, círculo transparente y transportador de ángulos.

Reproduce la Fig. 1 en un folio aparte (utiliza el juego de figuras). y ahora, ayudándote con el transportador y el círculo transparente, transforma al figura mediante un giro de amplitud 60°, tomando como centro, primero O, luego R y finalmente S. ¿Qué puedes observar en relación con los dibujos interiores de las figuras?



Repite la misma actividad para las otras dos figuras.

Escribe tu conjetura.

Dudas:

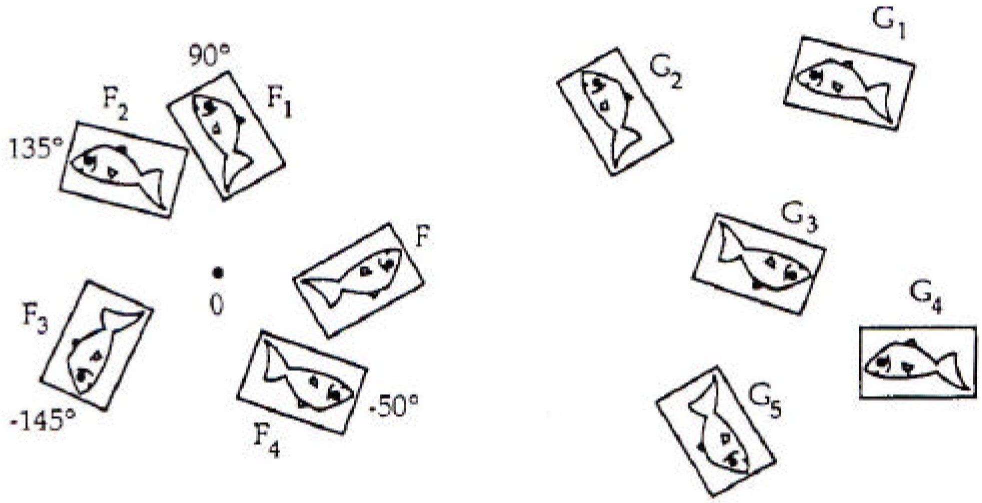
Observaciones:

ACTIVIDAD 28: INCLINACIÓN DE FIGURAS TRANSFORMADAS

Objetivos: Utilizar la propiedad de conservación de la inclinación de las figuras, para determinar rápidamente amplitudes de ángulos de giro.

Materiales: Círculo transparente, regla, compás y transportador de ángulos.

Observa la siguiente situación en la figura: Tienes una figura F y las figuras F_1, F_2 ,F_3, y F_4 se han obtenido mediante giros de centro O y amplitudes indicadas al lado de las figuras. Comprobarlo.



¿Podrías decir, observando solamente las figuras, qué ángulo de giro necesitarías para obtener las figuras G_1, G_2 ,G_3, G_4 y G_5?. Justifícalo.

Obtén el centro de giro para las figuras G_1, y G_3.

Dudas:

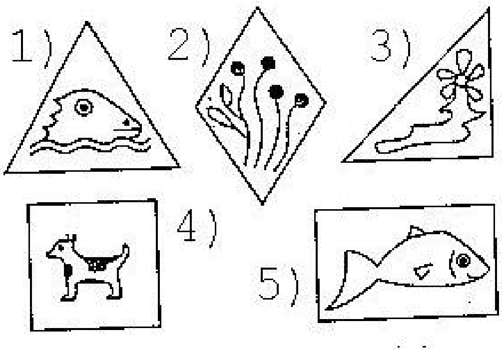
Observaciones:

ACTIVIDAD 29: GIROS DE 180° (en grupo)

Objetivos: Descubrir las particularidades de los giros de 180° y -180°.

Materiales: Juego de figuras, círculo transparente, punzón y regla.

Elige una pieza del JUEGO DE FIGURAS



(Cada miembro del grupo debe elegir una figura distinta)

Utilizando el círculo transparente, obtener la figura transformada mediante los giros G(O,180°) y G(O,-180°), siendo el punto O uno de los vértices de la figura. Reprodúcelo en la ficha.

Haz ahora lo mismo, pero considerando O como un punto exterior.

¿Qué relación existe entre cada punto de la figura original, su transformado y el centro de giro? Ayúdate de la regla.

Dudas:

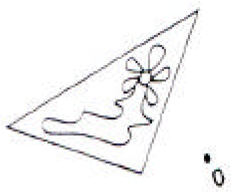
Observaciones:

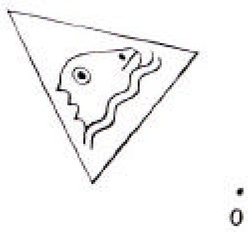
ACTIVIDAD 30: OBTENCIÓN GRÁFICA DE GIROS DE 180°

Objetivos: Utilizar la regla y el transportador de ángulos para obtener figuras transformadas mediante giros de amplitudes 180° y -180°.

Materiales: Regla y transportador de ángulos.

Con la regla y el transportador de ángulos, dibuja las figuras transformadas de las que aparecen en la ficha aplicándole giros de centro O y amplitudes de 180° y -180°.





¿Podrías obtenerlas directamente, utilizando solamente la regla?

Dudas:

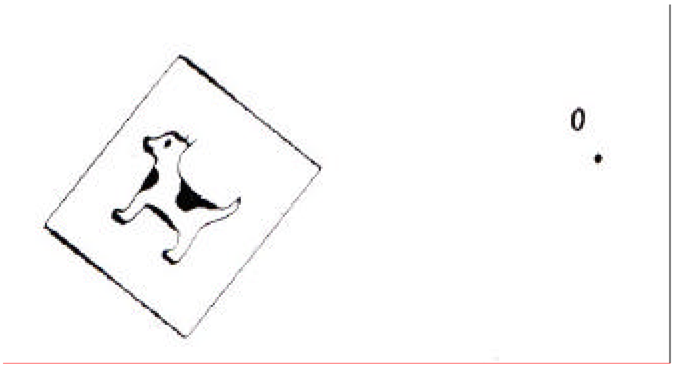
Observaciones:

ACTIVIDAD 31: CONCEPTO DE SIMETRÍA CENTRAL

Objetivos: Introducir el concepto de simetría central como giro particular.

Materiales: Regla.

Los giros de centro un punto cualquiera y amplitud 180° (ó -180°) se llaman también SIMETRÍAS CENTRALES. Para obtener el simétrico de un punto bastará con utilizar la regla. ¿Por qué?. Transforma la siguiente figura con una simetría central de centro O.



Desde el punto de vista matemático, ¿cómo podrías representarlas simetrías centrales?

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 32: OBTENCIÓN DEL CENTRO DE SIMETRÍA

Objetivos: Obtener el centro de una simetría central de la que se conocen figuras homólogas

Materiales:

Las figuras siguientes se han obtenido una a partir de la otra mediante una simetría central. Obtener el centro de simetría.

Justifica tus razonamientos.

Dudas:

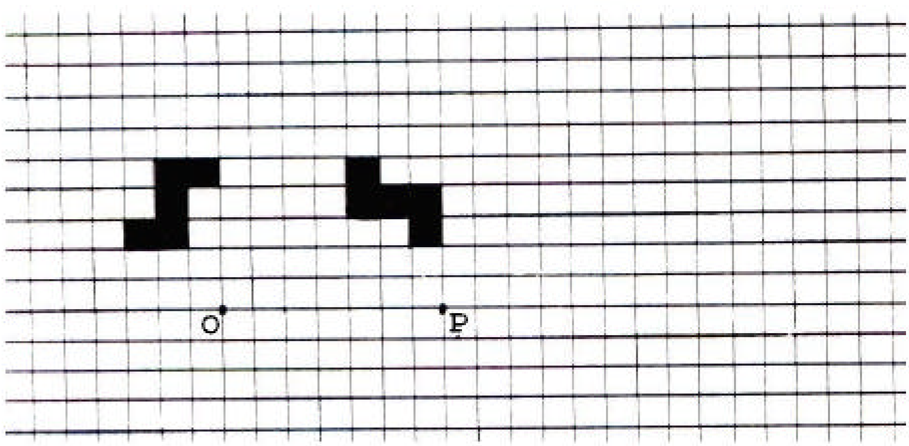
Observaciones:

ACTIVIDAD 33: USO DE LA CUADRÍCULA PARA GIRAR FIGURAS GEOMÉTRICAS

Objetivos: Obtener giros de polígonos no usuales apoyándose en el uso de una cuadrícula.

Materiales: Malla cuadriculada, transportador, regla, compás y pentaminos.

Aplicando un giro a la figura de la izquierda, se obtiene la figura de la derecha. Encontrar el centro y el ángulo de giro.



Obtén las figuras transformadas de la de la izquierda, mediante las siguientes transformaciones:

1) G(O,-45°); 2) G(O,80°); 3) G(O,-80°)); 4) G(O,270°) ; 6) $S_{O;}$ 7) S_P

¿Qué puedes observar?

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 34: GIROS DE POLÍGONOS NO CONVENCIONALES (En grupo).

Objetivos: Realizar giros de polígonos no regulares, utilizando los procedimientos habituales.

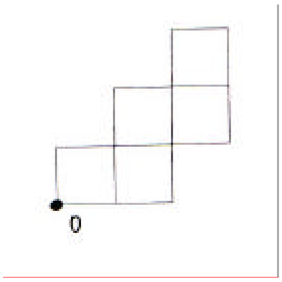
Materiales: Pentaminos, regla, compás, círculo transparente, transportador de ángulos y cuadrícula.

Elige un pentamino cualquiera, por ejemplo el W (ver la figura). Aplíquesele:

1.- Un giro de centro O y amplitud 135°.

2.- G(0,-90°)

3.- S_O



Utiliza el procedimiento y los materiales que quieras.

Dudas:

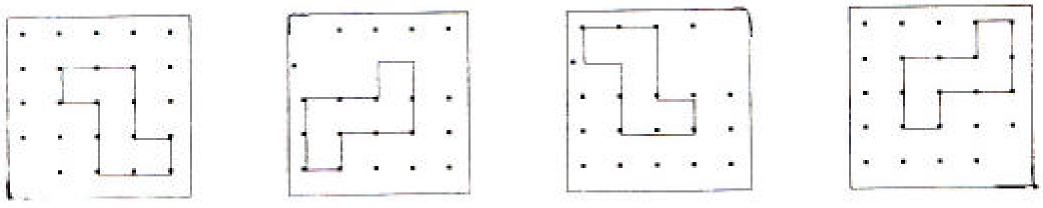
Observaciones:

ACTIVIDAD 35: GIROS EN EL GEOPLANO.

Objetivos: Encontrar la relación existente entre el desarrollo del giro de una figura y el giro del soporte donde se encuentra.

Materiales: Geoplano y papel punteado.

Construye en el geoplano el pentamino de la figura 1. Después de girar el geoplano con centro en una de las esquinas, obtén las figuras 2, 3 y 4.



Encontrar para cada caso tanto el centro como el ángulo de giro y denotarlo matemáticamente.

Reproduce ahora la situación utilizando papel punteado.

¿Es lo mismo girar el geoplano que hacerle un giro de centro determinado a la figura? Explícalo.

Dudas:

Observaciones:

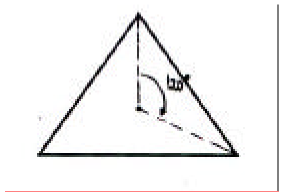
ACTIVIDAD 36: GIROS COMO ISOMETRÍAS DE FIGURAS PLANAS.

Objetivos: Interpretar los giros como algunos de los movimientos del plano que dejan invariante a los polígonos regulares.

Materiales: Regla, compás, transportador de ángulos, tijeras y cartulina.

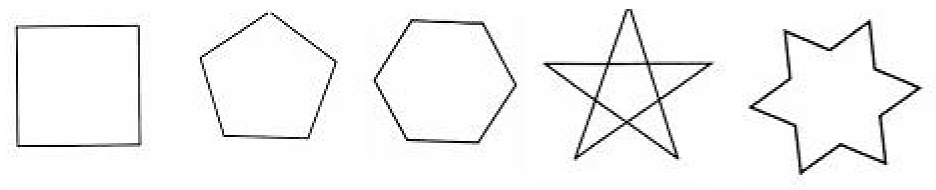
Observa el siguiente triángulo equilátero. El giro de centro O y amplitud 120° transforma el triángulo en el mismo triángulo. Reproduce la situación en cartulina y compruébalo.

Se dice en este caso que "G(O,120°) es una de las isometrías del triángulo" y también se dice que "el triángulo permanece invariante al transformarlo con el giro G(O,120°)".



¿Existirán más giros que satisfagan esa propiedad?

En los siguientes polígonos encontrar todos los giros que los dejen invariantes.



Dudas:

Observaciones:

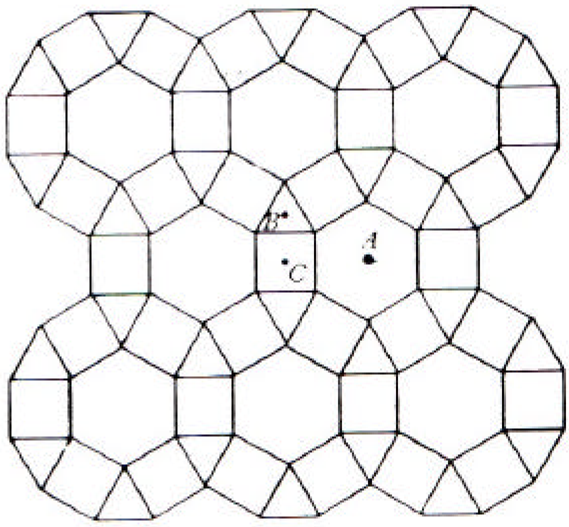
ACTIVIDAD 37: GIROS EN MOSAICOS SEMIRREGULARES.

Objetivos: Interpretar los giros en el contexto de los mosaicos..

Materiales: Papel vegetal, plantilla de polígonos regulares, punzón.

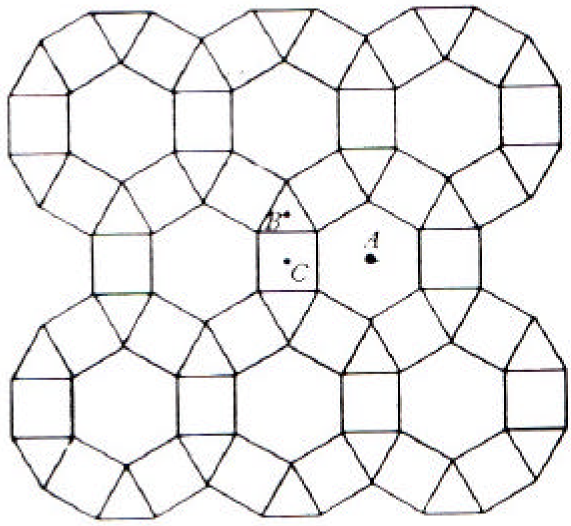
Dibuja sobre papel vegetal es siguiente mosaico semiregular utilizando cuadrados, triángulos equiláteros y hexágonos regulares.

Si giramos el papel mediante G(A,60°), podemos observar que la copia que hemos hecho coincide con el diseño. (Suponemos que el diseño se puede extender en todas direcciones.



¿Qué otros ángulos de giro centrados en A, hacen que el diseño coincida con el inicial? Explícalo.

Tomando como centro los puntos B y C, ¿qué ángulos de giro harán que el diseño permanezca invariante?



Dudas:

Observaciones:

DISEÑO DE INSTRUCCIÓN: GIROS

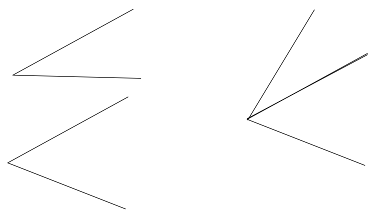
Unidad de aprendizaje: Giros Nivel 3

ACTIVIDAD 1: SUMA DE ÁNGULOS

Objetivo: Sumar ángulos con igual orientación

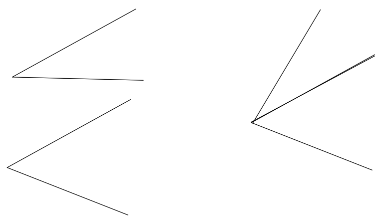
Materiales: Transportador de ángulos.

Recuerda que para sumar ángulos, por ejemplo Â=30° y $\hat{B}$=50°, bastará con yuxtaponerlos, y su suma será ☐= Â + $\hat{B}$ =30°+50°=80°



Observa que hacemos coincidir los lados s (del ángulo Â) con t (del ángulo $\hat{B}$).

Si los dos ángulos que queremos sumar están orientados en el mismo sentido que las agujas del reloj, es decir son ambos negativos, por



ejemplo, si Â =-30° y $\hat{B}$ =-50°, entonces su suma será ☐ = Â + $\hat{B}$ =-30° + (-50°)= -30° - 50° = -80°. Gráficamente, se tendrá, de manera análoga al caso anterior, que bastará unir los lados s y t de los ángulos.

Calcular ☐ = Â + $\hat{B}$ numéricamente y gráficamente par los siguientes casos. Utiliza el transportador de ángulos.

1.- Â =-25°; $\hat{B}$ =-70°

2.- Â = -120°; $\hat{B}$ = -40°

3.- Â = -60°; $\hat{B}$ = -30°

Dudas:

Observaciones:

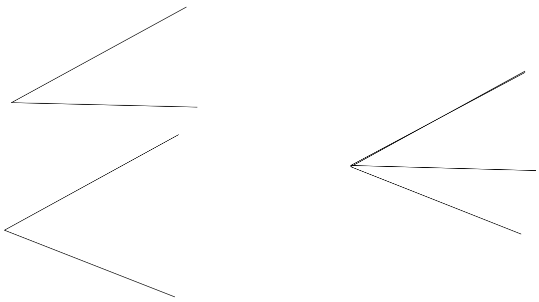
ACTIVIDAD 2: SUMA DE ÁNGULOS

Objetivo: Sumar ángulos con orientaciones diferentes.

Materiales: Transportador de ángulos.

Si los ángulos que sumamos tienen orientaciones diferentes, por ejemplo $\hat{A} = 30°$ y $\hat{B} = 50°$ el ángulo suma será numéricamente ☐ = $\hat{A} + \hat{B} = 30° + (-50°) = 30° - 50° = -20°$.

Para que este resultado numérico se cumpla, gráficamente debemos efectuar la suma de la siguiente manera:



Superponemos el lado extremo" del ángulo $\hat{A}$ con el lado "origen" del ángulo $\hat{B}$. El ángulo suma tendrá la orientación del ángulo de valor absoluto mayor.

Obtener, tanto numéricamente como gráficamente el valor ☐ = $\hat{A} + \hat{B}$

1.- $\hat{A} = -30°$; $\hat{B} = 50°$

2.- $\hat{A} = 120°$; $\hat{B} = 50$

3.- $\hat{A} = -120$; $\hat{B} = 85$

4.- $\hat{A} = 230$; $\hat{B} = -120$

Dudas:

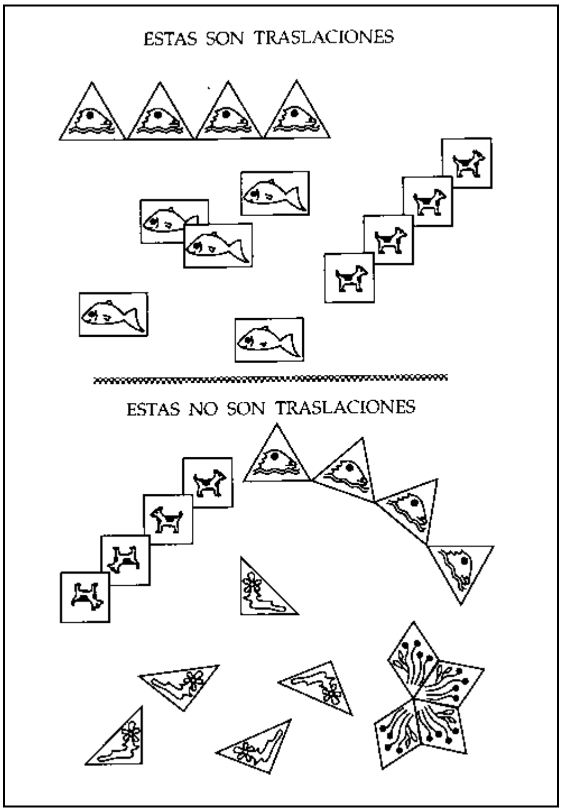
Observaciones:

ACTIVIDAD 3: INTRODUCCIÓN A LA TRASLACIÓN

Objetivo: Reconocer intuitivamente las traslaciones

Materiales: Juego de figuras, regla, compás.

Observa las siguientes gráficas



En la parte de arriba aparecen un grupo de traslaciones, ¿podrías explicar que crees tu que es una traslación?. Observa las semejanzas y diferencias para tu explicación.

Utilizando ahora tu juego de figuras, construye una traslación diferente a la de las figuras anteriores. Compárala con las de tus compañeros.

Dudas:

Observaciones:

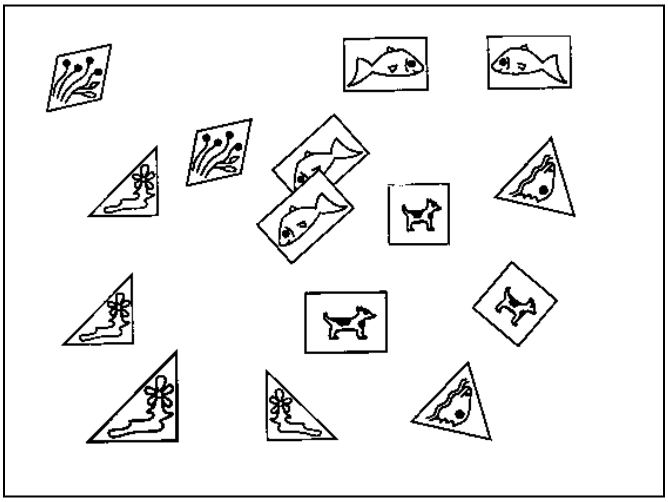
ACTIVIDAD 4: TRASLACIONES

Objetivo: Identificación de traslaciones

Materiales: Juego de figuras, regla.

Identifica las figuras de la siguiente gráfica que se corresponden mediante una traslación.

Explica por qué hay y por qué no traslación en cada uno de los casos.



Reproduce el movimiento de cada figura cuando la trasladas en los casos afirmativos. Utiliza para ello tu juego de figuras.

Dudas:

Observaciones:

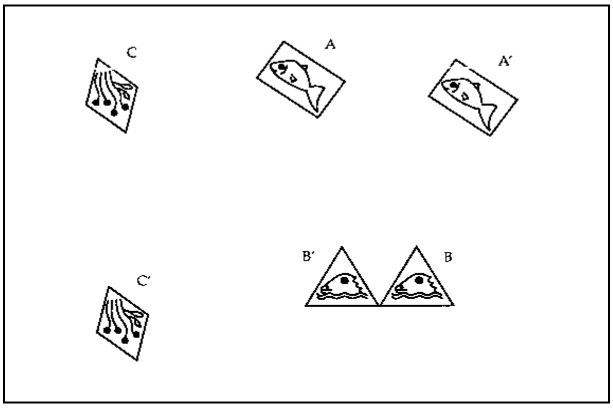
ACTIVIDAD 5: DEFINICIÓN DE TRASLACIÓN

Objetivo: Construir e interpretar la definición de traslación.

Materiales: Juego de figuras, regla

La figura A se ha trasladado hasta A'.

Une, mediante flechas 3 puntos de A y sus imágenes en A'.



Observa que estas flechas,

1.- Son paralelas

2.- Tienen el mismo sentido

3.- Miden lo mismo.

Compruébalo.

Son, como sabes, vectores equivalentes que representan a un VECTOR LIBRE DEL PLANO. Si a este vector lo representamos por v, entonces la traslación la representaremos por T_v y se indica que $T_v(A)=A'$.

Copia a la derecha de la lámina cuál sería el "vector traslación" que permite pasar de A a A'.

Con el juego de figuras, reproduce las situaciones que transformas B en B' y C en C', repitiendo la actividad. (pega las piezas de cartulina en el espacio vacío)

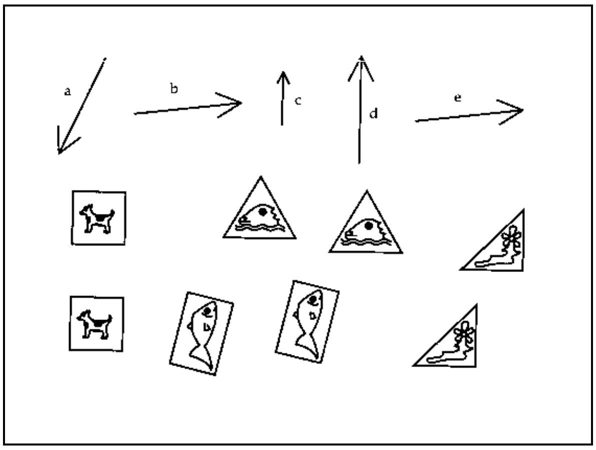
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 6: TRASLACIONES DE VECTORES EQUIVALENTES

Objetivo: Obtener traslaciones conocido su vector traslación.

Materiales: Juego de figuras, reglas.



En la figura anterior, indica qué vector o vectores de la parte superior de la lámina definen la traslación que transforma una figura en la otra.

¿Hay algún par de figuras para las cuales no esté en la lámina su vector traslación?. En caso afirmativo, dibújalo.

¿Es posible que dos vectores definan la misma traslación, es decir, que sirvan para obtener un mismo par de figuras?

¿Por qué?.

Representa, para cada caso y utilizando una notación conveniente

Dudas:

Observaciones:

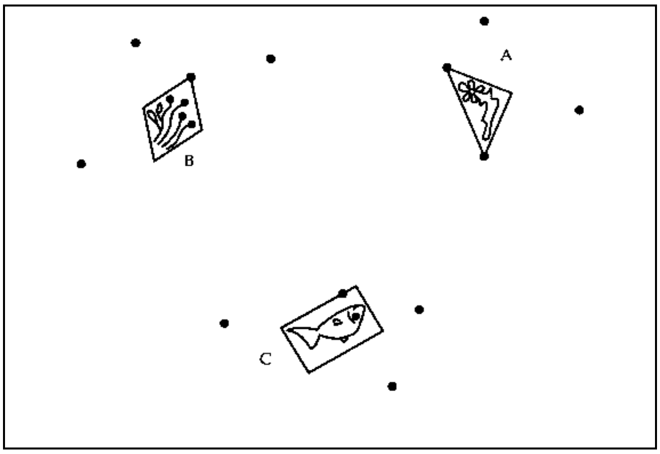
ACTIVIDAD 7: CONSTRUCCIÓN DE LA MEDIATRIZ MEDIANTE PLEGADO DE PAPEL.
Objetivo: Equidistancia de los puntos de la mediatriz de un segmento a los extremos del mismo. Materiales: Papel vegetal y regla graduada. Recuerda que la mediatriz de un segmento es la recta que lo divide en dos partes iguales. Dibuja en el papel vegetal un segmento cualquiera y mediante el plegado , haz coincidir sus extremos (0bserva la figura) Comprueba que el pliegue obtenido determina la mediatriz. Escribe el por qué: Marca ahora un punto cualquiera de la mediatriz, y mide con la regla la distancia entre cada uno de los extremos del segmento y el punto elegido. Anota tus observaciones: Marca dos puntos más sobre la mediatriz, y haz lo mismo de antes. Escribe una propiedad que pueda caracterizar la mediatriz. Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 8: LA MEDIATRIZ COMO LUGAR GEOMÉTRICO. CONSTRUCCIÓN
Objetivo: Interpretar la definición de mediatriz de un segmento como lugar geométrico de un conjunto de puntos del plano. Materiales: Regla y compás. En la actividad anterior viste como los puntos de la mediatriz tienen la propiedad de "equidistar" de los extremos del segmento. Construye, siguiendo los pasos 1 a 4 en las figuras que aparecen a continuación, la mediatriz de un segmento. Obtener la mediatriz de los siguientes segmentos con regla y compás y comprueba que esta forma coincide con cualquier otro procedimiento que conozcas. ¿Podrías explicar por qué es válida la propiedad de equidistancia a los extremos del segmento de los puntos de la mediatriz al mismo teniendo en cuenta cómo has hecho esta nueva construcción de la mediatriz?. Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 9: RELACIÓN ENTRE GIROS Y TRASLACIONES

Objetivo: Descubrir la propiedad de que las imágenes de figuras mediante giros de igual ángulo se relacionan mediante una traslación.

Materiales: Juego de figuras, regla, compás, círculo transparente.



Aplica a la figura A giros de 45° comando como centro los cuatro puntos marcados junto o sobre ella. Observa lo que ocurre con las imágenes.

Repite la actividad anterior, pero para la figura B aplica giros de -60° y en la figura C con giros de -180°. Completa el siguiente enunciado:

Reprodúcelo con las figuras de tu juego de figuras pegando las piezas en la siguiente hoja:

"Cuando a una figura se le aplican varios giros del mismo ángulo, aunque el centro sea distinto, la inclinación……………………………………"

"En este caso, de una imagen a otra podemos pasar mediante una ……………………………………………………………………………….."

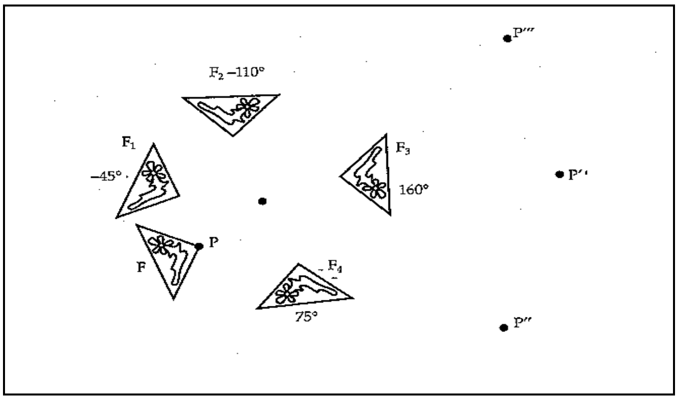
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 10: UTILIZACIÓN DE LA PROPIEDAD DE LA "INCLINACIÓN"

Objetivo: Obtener fácilmente, mediante traslaciones, figuras transformadas mediante giros con respecto a otros puntos conocidos cómo se transforman respecto a uno.

Materiales: Regla, compás y juego de figuras.



A la figura F de la lámina anterior se le han aplicado distintos giros, todos con centro en el punto marcado en la lámina, y se han obtenido las imágenes F_1, F_2, F_3 y F_4. El ángulo de cada giro está indicado en la imagen correspondiente. Compruébalo con la regla y el compás.

Obtén ahora la imagen de la figura F, mediante un giro de -110°, sabiendo que el punto P de F se desplaza hasta P' (Observa que no te hace falta conocer el centro de giro para hacer esta actividad).

Repite la actividad para los siguientes casos:

El giro es de -45° y P se desplaza hasta P''.

El giro es de -75° y P se desplaza hasta P'''

El giro es de 160° y el centro de la flor se desplaza hasta P'.

Utiliza el juego de figuras para desarrollar la actividad.

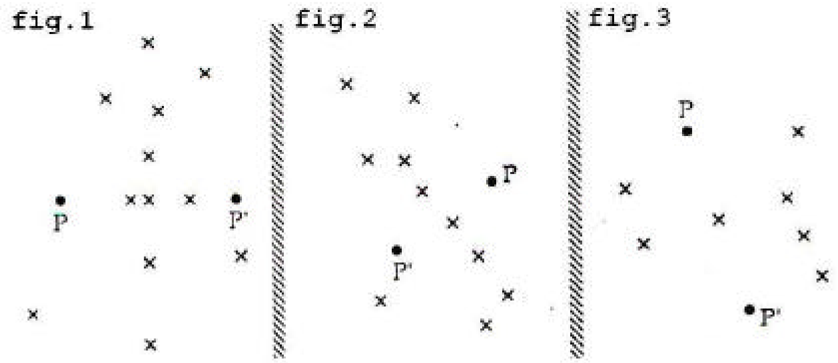
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 11: OBTENCIÓN DEL CENTRO DE GIRO CONOCIDOS PUNTOS HOMÓLOGOS

Objetivos: Obtener por manipulación directa, conocidos dos puntos homólogos, posibles centros de giro entre un grupo de puntos dados.

Materiales: Regla, compás y transportador de ángulos.



En las figuras 1, 2 y 3, ¿Cuáles de los puntos señalados con "x" pueden ser centros de giro que transformen al punto P en P'

Marca otros puntos que no estén ya dibujados y que sean centros de giro.

¿Cuántas posibilidades crees que habrá?.

Indica con una letra algunos de los posibles centros y obtener para cada caso la amplitud del ángulo.

Dudas:

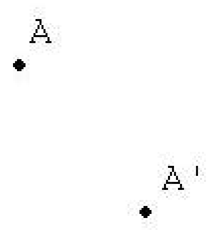
Observaciones:

ACTIVIDAD 12: OBTENCIÓN DEL CENTRO DE GIRO CONOCIDOS PUNTOS HOMÓLOGOS

Objetivos: Obtener centros de giro dados puntos homólogos en un caso general y descubrir la propiedad que caracteriza a todos esos puntos.

Materiales: Regla, compás y transportador de ángulos.

Consideremos los puntos A y A' (véase la figura). Encontrar varios puntos O, que sean centros de giros que transformen A en A'. Indicar, en cada caso, cuál será el ángulo de giro.



¿Qué recta de las que aparecen en la siguiente figura contiene a los centros de giro que transforman X en X'?. Justifícalo y enuncia tu resultado.

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 13: OBTENCIÓN DEL CENTRO DE UN GIRO

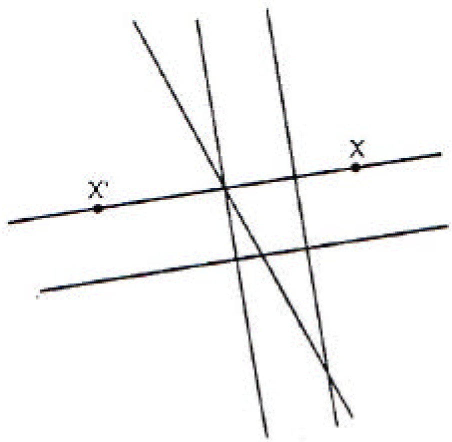
Objetivos: Obtener e interpretar el centro de giro como intersección de lugares geométricos.

Materiales: Círculo transparente, regla, compás y transportador de ángulos.

En la siguiente figura se tienen una figura y su transformada mediante un giro.

¿Cuál es su centro de giro?

¿Cuál será su ángulo de giro?



Hazlo primeramente con el círculo transparente y luego con regla y compás.

Dudas:

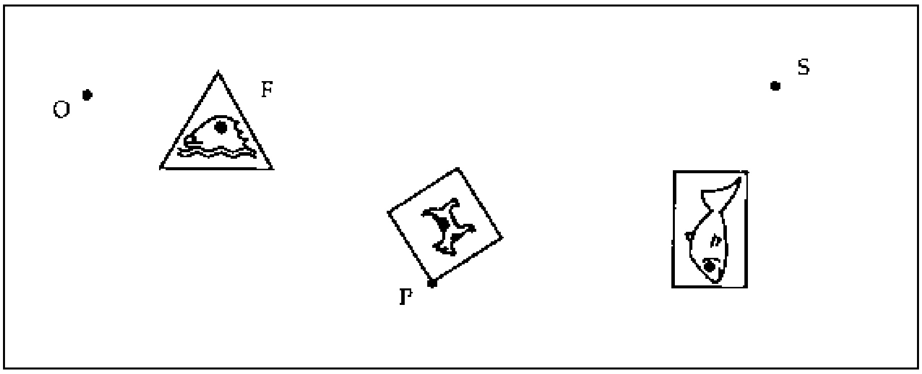
Observaciones:

ACTIVIDAD 14: COMPOSICIÓN DE DOS GIROS DE IGUAL CENTRO

Objetivo: Introducir el concepto de producto o composición de giros cuyo centro es el mismo. Utilizar la notación matemática para los mismos.

Materiales: Juego de figuras, trasportador de ángulos regla, círculo transparente y compás.

Aplícale a la figura F el giro G(O, 45°). A la figura imagen, aplícale el giro G(O, 100°). Utiliza los materiales necesarios y pega con cartulina en un papel las figuras obtenidas.



Trata de encontrar un movimiento simple que permita pasar directamente desde la figura F hasta la última imagen obtenida e indica las características de dicho movimiento.

Lo que has hecho ha sido aplicar la COMPOSICIÓN O PRODUCTO del giro G(O,45°) con el giro G(O,100°) a la figura F.

Para representar esta composición escribiremos:

G(O,100°) o G(O,45°)

Observa que se escribe en orden inverso al usual: "el primer giro que actúa G(O,45°), se coloca a la derecha del otro".

Repite la actividad con las otras figuras y las composiciones

G(P,-30°)o(G(P,-60°); G(S,110°)oG(S,-50°).

ACTIVIDAD 14: COMPOSICIÓN DE DOS GIROS DE IGUAL CENTRO
Generaliza el resultado enunciando una propiedad: "Al componer dos giros del mismo centro, el movimiento resultante es…………………………………………………………………………………". Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 15: COMPOSICIÓN DE TRES O MÁS GIROS DE IGUAL CENTRO

Objetivo: Generalizar la propiedad que caracteriza la ley de composición de giros.

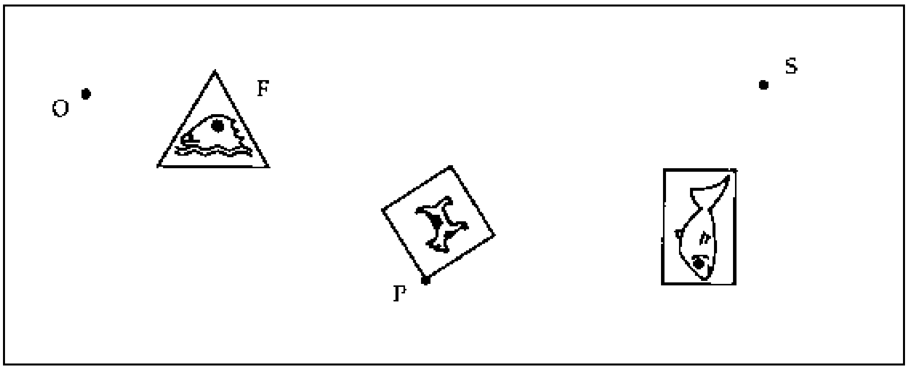
Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y compás.

Aplícale a la figura F de la gráfica la composición de giros

G(O,-180°) o G(O,-45°) o G(O,45°)

¿Puedes simplificar el trabajo aplicando la propiedad que has descubierto en la actividad anterior? ¿Por qué?.

Compruébalo paso a paso. H



Haz lo mismo con las otras figuras y con los puntos señalados como centros, es decir P y S. Comprueba como en todos los casos sucede igual (utiliza los materiales si es necesario).

Podemos, por tanto ampliar la propiedad obtenida anteriormente, es decir:

"Al componer varios giros del mismo centro, el resultado es…………………………………………………………………………………".

Escríbelo en notación matemática.

Dudas:

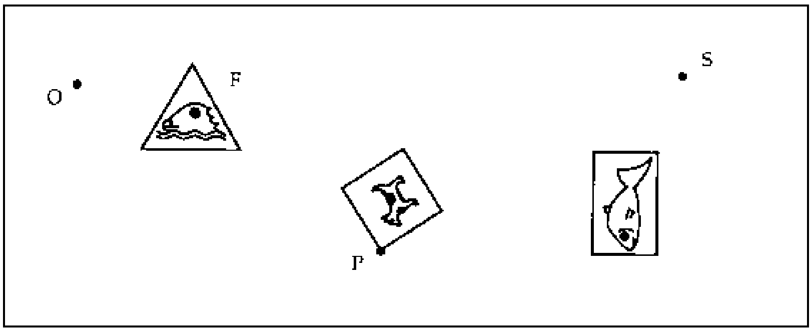
Observaciones:

ACTIVIDAD 16: CONMUTATIVIDAD DE LA OPERACIÓN DE COMPOSICIÓN DE GIROS DEL MISMO CENTRO

Objetivo: Encontrar, y justificar de manera informal la propiedad conmutativa de la composición de giros de igual centro

Materiales: Juego de figuras, regla, compás y transportador de ángulos

Haz varias composiciones utilizando las siguientes figuras así como los giros de las actividades anteriores, pero cambiando el orden de los giros.



Compara los resultados y observa que el orden de composición no importa, esto es: G(O,-45°) o G(O,55°)= G(O,55°)oG(O,-45°). Hazlo con los demás.

Observa que:

G(O,a°)oG(O,b°)=G(O,a°+b°)=G(O,b°+a°)=G(O,b°)oG(O,a°)

Es decir, "la operación composición de giros de igual centro es una operación conmutativa".

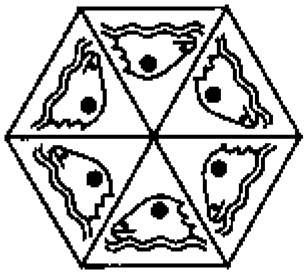
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 17: ROSETONES OBTENIDOS COMPONIENDO GIROS DE IGUAL CENTRO

Objetivo: Interpretar la composición de giros del mismo centro en contextos de la vida real.

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla.



Reproduce la figura anterior utilizando las piezas del Juego de figuras e identifica el centro y el ángulo de giro que permite pasar de una pieza a la siguiente.

Calcula también el ángulo que permite pasar de una pieza a otra contigua.

¿Qué observas?

Dudas:

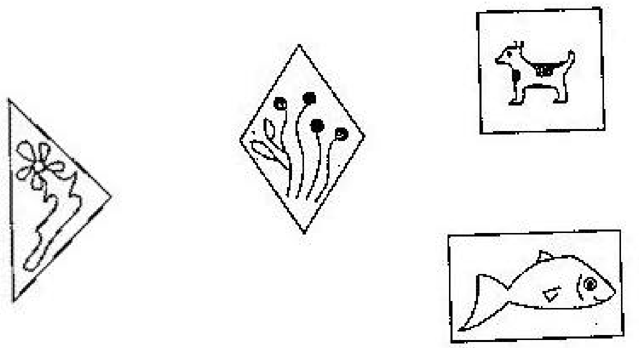
Observaciones:

ACTIVIDAD 18: ROSETONES

Objetivo: Reconocer la amplitud de los ángulos que generan diferentes rosetones

Materiales: Juego de figuras y transportador de ángulos.

¿Qué valor debe tener el ángulo de giro para generar un rosetón con las siguientes figuras? Compruébalo



Dudas:

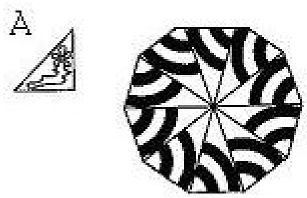
Observaciones:

ACTIVIDAD 19: ROSETONES

Objetivo: Obtener la expresión general del ángulo en función del número de celdas del rosetón.

Materiales: Juego de figuras.

Si queremos generar un rosetón a partir de un giro ¿qué ángulo debe tener el giro para que el rosetón esté formado por 10 celdas?. Observa la siguiente figura



Generaliza los resultados de esta actividad encontrando la relación entre el número de celdas del rosetón y el valor del ángulo de giro que lo genera. Ayúdate de la siguiente tabla, de la cual ya conoces algunos resultados.

Número de celdas del rosetón	**Amplitud del ángulo de giro**
4	
5	
6	60°
10	
12	
....	
n	

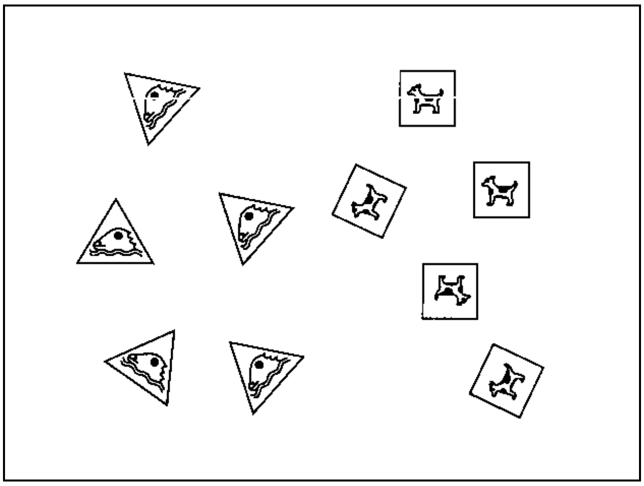
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 20: FIGURAS DIRECTAMENTE IGUALES. DESCOMPOSICIÓN

Objetivo: Obtener de una forma intuitiva la propiedad de que cada dos figuras iguales del plano con la misma orientación puede obtenerse una a partir de la otra mediante un giro o una traslación.

Materiales: Juego de figuras, círculo transparente, transportados, regla y compás.



Marca con las letras A y A’ las figuras de la lámina que tengan el mismo dibujo. Averigua si existe algún giro que permita pasar de la figura A a la A’, determinando su centro y su ángulo en caso afirmativo.

Haz lo mismo con otros pares de figuras. Ayúdate con los materiales.

¿Hay en la gráfica anterior pares de figuras iguales tales que no se pueda pasar de una a otra mediante un giro?

¿Qué movimiento permite pasar de una figura a la otra?

Generaliza el resultado anterior:

“Dadas dos figuras congruentes, con la misma orientación de ángulos,...”

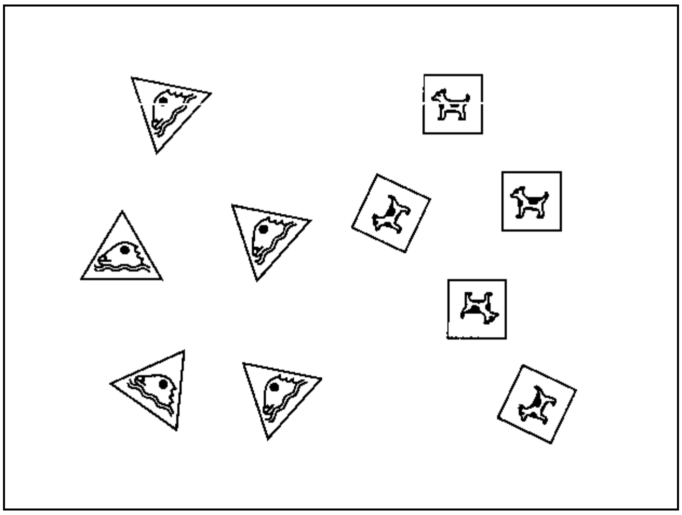
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 20: FIGURAS DIRECTAMENTE IGUALES. DESCOMPOSICIÓN

Objetivo: Obtener de una forma intuitiva la propiedad de que cada dos figuras iguales del plano con la misma orientación puede obtenerse una a partir de la otra mediante un giro o una traslación.

Materiales: Juego de figuras, círculo transparente, transportados, regla y compás.



Marca con las letras A y A′ las figuras de la lámina que tengan el mismo dibujo. Averigua si existe algún giro que permita pasar de la figura A a la A′, determinando su centro y su ángulo en caso afirmativo.

Haz lo mismo con otros pares de figuras. Ayúdate con los materiales.

¿Hay en la gráfica anterior pares de figuras iguales tales que no se pueda pasar de una a otra mediante un giro?

¿Qué movimiento permite pasar de una figura a la otra?

Generaliza el resultado anterior:

"Dadas dos figuras congruentes, con la misma orientación de ángulos,...".

Dudas:

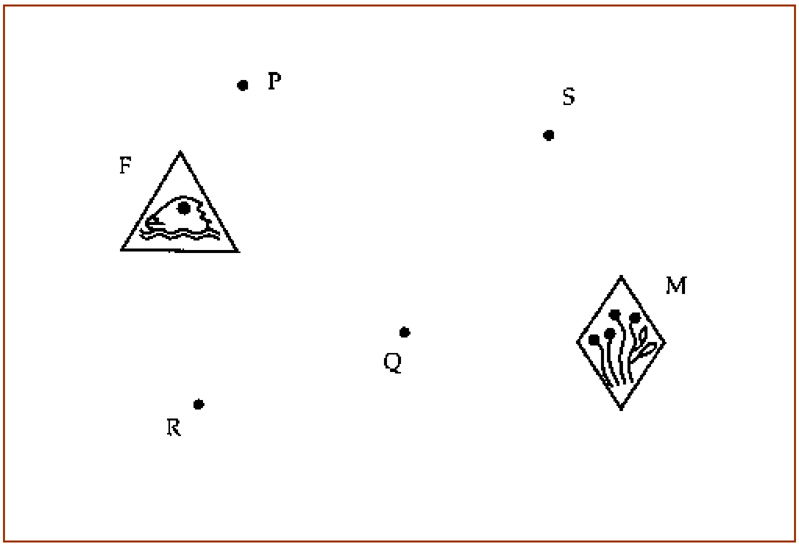
Observaciones:

ACTIVIDAD 21: PRODUCTO DE GIROS DE DISTINTO CENTRO

Objetivo: Descubrir cómo las propiedades anteriores sobre la inclinación de las figuras al aplicarle giros de cierta amplitud sirven para determinar productos de giros de distinto centro.

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y compás.

Aplícale a la figura F la composición G (P,-40°)oG(Q,125°). Para ello, reproduce la situación en un folio aparte con las piezas del juego de figuras.



Llama F' a la primera imagen de F y F'' a la segunda imagen por esta composición.

Observa las figuras F y F'' (inicial y final de la composición) ¿Qué tipo de isometría permite pasar directamente de una a otra figura?

Comprueba que exista tal isometría y determínala por completo.

El valor del ángulo de giro, se podría haber calculado sin dibujar nada.

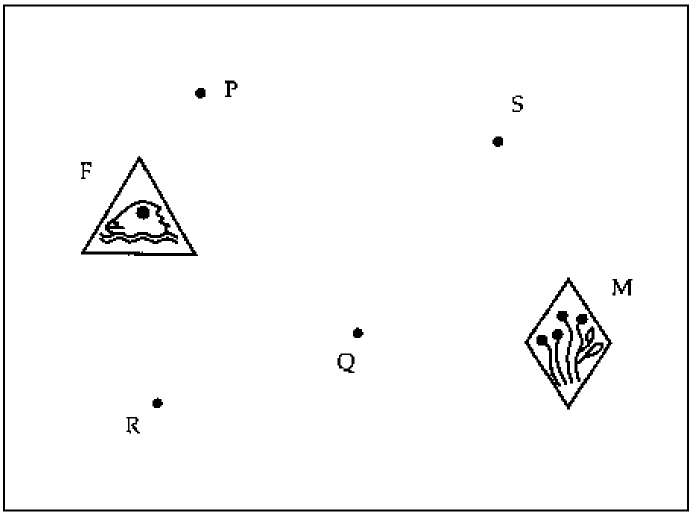
ACTIVIDAD 21: PRODUCTO DE GIROS DE DISTINTO CENTRO
Observa lo siguiente: La variación de inclinación por un giro es la de su ángulo (ya se ha visto en la actividad). Según esto, al girar F por G(Q,125°), la imagen F′ tiene una inclinación de 125° respecto de F, y al girar F′ por G(P,-40°) se obtiene la figura F″ con una inclinación de -40° respecto de F′. Por tanto, F″ está girada un ángulo de 125°+(-40°)=85° respecto de F. ¿Qué significa esto? Esquemáticamente tendríamos: F⟶F′ (con una inclinación de 125° respecto de F) F′⟶F″ (con una inclinación de -40° respecto de F′). Por lo tanto: F⟶F″ (con una inclinación de 85° respecto de F). Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 22: COMPOSICIÓN DE GIROS DE DISTINTO CENTRO.

Objetivo: Obtener productos de dos y tres giros de distinto centro.

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y compás.

Aplicarle a la figura M la composición G(R,-100°)oG(Q,-170°). Antes de resolverla, indica cual será el ángulo del giro resultante. Obtén también el centro del giro resultante. Explica cómo lo has obtenido.



Repite la actividad, aplicándole a la figura F la composición

G(R,90°)oG(Q,60°)oG(S,30°). Antes de resolverla, di cuál es el ángulo de giro resultante.

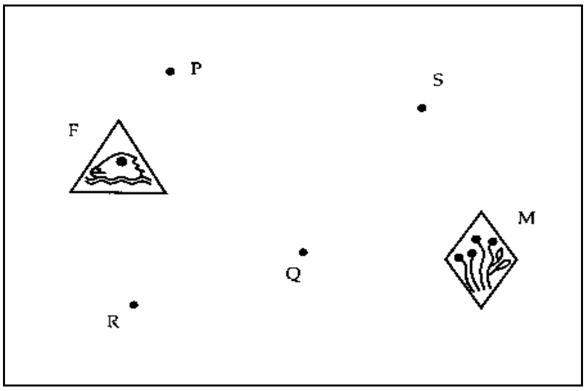
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 23: TRASLACIONES COMO PRODUCTO DE GIROS DE DISTINTO CENTRO

Objetivo: Obtener productos de giros de distinto centro con suma de ángulos 0° o múltiplos de 360°.

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y compás.



Reproduce la situación de la gráfica en un folio aparte. Aplícale a la figura F la composición G(P,-70°)oG(Q,70°). Antes de realizarla, di lo que se pueda conocer del ángulo del giro resultante.

Repite la actividad con la figura M y la composición G(Q,125°)oG(S,235°)

¿Qué significa que la suma de los ángulos sea 0°?

¿Y que la suma sea 360°?

¿Qué movimiento permite pasar directamente de F a la imagen final F''?

¿Y de M a M''?

¿Qué isometría crees que equivale a la composición

G(R,80°)oG(P,160°)oG(S,120°)?

Aplicar esta composición a la figura M y comprueba la respuesta.

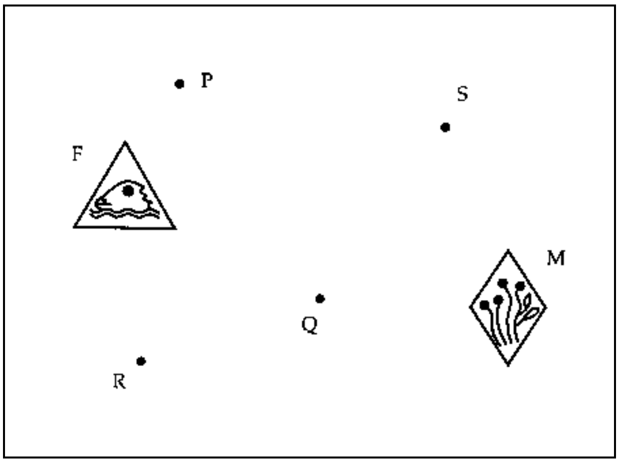
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 24: LA PROPIEDAD CONMUTATIVA PARA EL PRODUCTO DE GIROS DE DISTINTO CENTRO

Objetivo: Estudiar con casos concretos la validez o no de la propiedad conmutativa para giros de distinto centro.

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y compás.



Repite las composiciones de las actividades 22 y 23, pero cambiando el orden de los giros, es decir:

Para la figura F, G (Q, 125°)oG(Q,-40°).

Para la figura M, G (Q,-170°)oG(R,-100°).

Compara los resultados con los de antes

¿Qué semejanzas y diferencias hay entre cada par de resultados?

¿Se obtienen giros con el mismo centro? ¿Por qué?

¿Y con el mismo ángulo? ¿Por qué?

¿Podemos decir entonces que la composición de giros de distinto centro es una operación conmutativa?

Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 25: GENERALIZACIÓN DE LOS RESULTADOS ANTERIORES
Objetivo: Establecer dos propiedades importantes de la operación composición de los giros. Materiales: Las actividades anteriores. Se trata ahora de establecer las propiedades que se han obtenido en las últimas actividades. ¿Qué movimiento es el resultante de la composición de giros de distinto centro? ¿Por qué se obtiene unas veces un giro y otras una traslación? ¿Qué sucede si los giros que se componen tienen el mismo centro? Completar los enunciados siguientes: "El movimiento resultante de la composición de giros de distinto centro G (P,b°)oG(Q,a°) es un giro de ángulo .... cuando ....y es ....cuando.........................." "El movimiento resultante de la composición de giros del mismo centro G(C,b°)oG(C,a°) es..". Dudas: Observaciones:

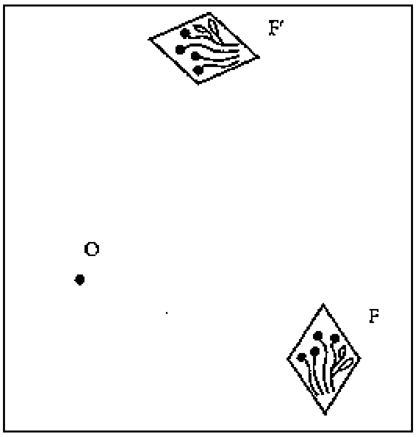
ACTIVIDAD 26: APLICACIÓN DE LAS PROPIEDADES DE LA COMPOSICIÓN DE GIROS
Objetivo: Aplicar las propiedades anteriores que permiten simplificar la composición de giros. Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y compás. Di cuándo se obtiene un giro y cuándo una traslación en las composiciones siguientes, dando el ángulo para los giros. G(R,-80°)oG(P,120°)oG(S,-40°) G(R,50°)oG(P,75°) G(R,-240°)oG(P,60°) G(P,95°)oG(Q,135°)oG(R,-80°)oG(S,210°) Utiliza los materiales para obtener los resultados. Dudas: Observaciones:

ACTIVIDAD 27: DESCOMPOSICIÓN DE GIROS EN PRODUCTO DE DOS GIROS DEL MISMO CENTRO

Objetivo: Comprender que para descomponer un giro en producto de dos del mismo centro basta con fijar uno

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y compás

Para mover la figura F hasta la F’ se han aplicado dos giros con centro en O, cuya composición equivale al giro G(O,80°) pero, en lugar de hacer este giro directamente, tienes que utilizar dos giros (utiliza los materiales, si es necesario)



Si el primer giro empleado es de G(O, 50°), ¿Cuál es el segundo giro?

Si el segundo giro es G(O,-60°), ¿Cuál es el primero?

En general, si el primer giro empleado es G(O,a°), ¿cuál es el segundo? Indicar su centro y su ángulo (en función de a° y 80°)

Si el segundo giro empleado es G(O,b°), ¿cuál es el primero?

Dudas:

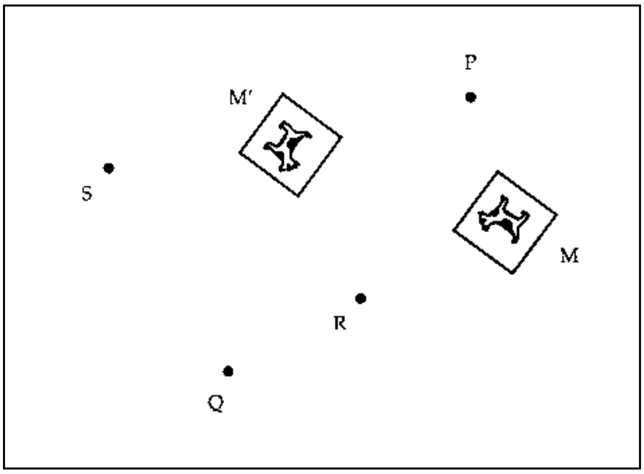
Observaciones:

ACTIVIDAD 28: DESCOMPOSICIÓN DE GIROS COMO PRODUCTO DE GIROS DE DISTINTO CENTRO

Objetivo: Obtener, conocido el primer giro, el segundo.

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y compás

Para pasar de la figura M a M′ se ha efectuado el giro G(R, 90°).



Queremos utilizar dos giros de distinto centro que produzcan ese mismo resultado, o sea, que transformen M en M′.

Si el primer giro que se aplica es G(P,20°), cuál es el ángulo del segundo giro?

Indicación:

Aplícale G (P, 20°) a M y determina por completo el segundo giro.

¿Cuántas soluciones hay?

Si el primer giro que aplica es G(S,-60°), ¿Cuál es el ángulo del segundo giro? Reproduce la situación con los materiales.

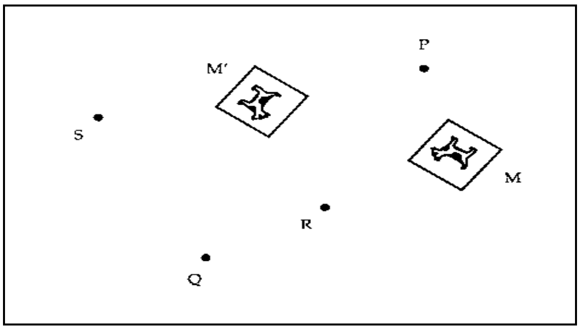
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 29: DESCOMPOSICIÓN DE GIROS COMO PRODUCTO DE GIROS DE DISTINTO CENTRO

Objetivo: Obtener, conocido el segundo giro, el primero. Generalizar el resultado.

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y compás.



Para pasar de la figura M a M' se ha efectuado el giro G(R,90°).

Queremos utilizar, al igual que en la actividad anterior, dos giros de distinto centro que produzcan el mismo resultado.

Si el segundo giro que se aplica es G(Q, 135°), cuál es el ángulo del primer giro?

Indicación:

Para determinar el primer giro, conviene transformar la actividad pensando cómo pasar de M' a M por dos giros, siendo el primero G (Q,-135°). Es muy importante el sentido de los ángulos.

Generaliza los resultados anteriores: Dado un giro, G(O,a°), de manera que $G=G_1 o G_2$, y se conoce uno de estos dos giros, explica cómo se puede determinar el centro y el ángulo del otro giro.

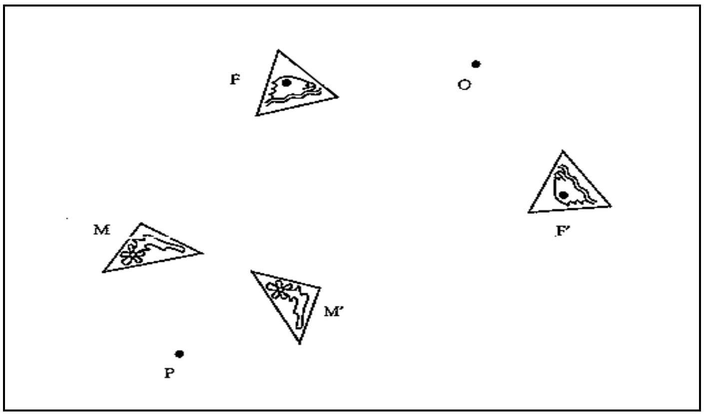
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 30: INFINITAS DESCOMPOSICIONES DE UN GIRO COMO PRODUCTO DE OTROS DOS

Objetivo: Descomponer un giro conocido el producto de dos giros de distinto centro.

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y compás.



De F hemos pasado a F' mediante el giro G(O, 110°). Queremos descomponer este giro en un producto de dos giros de distinto centro.

¿Dónde se puede situar el centro del primer giro de la composición?

¿Qué ángulo puede tener?

¿Cuántas posibilidades hay para elegir el primer giro?

Fija el primer giro para obtener la descomposición. Obtén el centro del segundo giro.

¿Puedes colocarlo en cualquier sitio?

¿Por qué?

¿Qué ángulo puede tener?

¿Cuántas posibilidades hay para elegir el segundo giro, una vez fijado el primero?

Dudas:

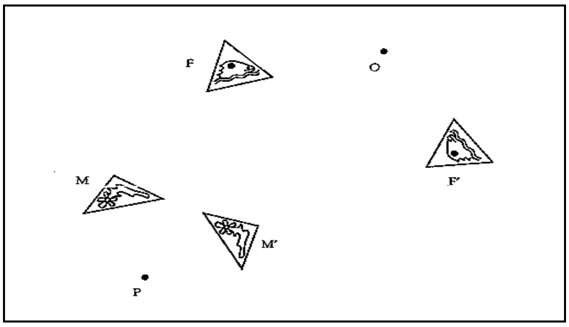
Observaciones:

ACTIVIDAD 31: INFINITAS DESCOMPOSICIONES DE UN GIRO COMO PRODUCTO DE OTROS DOS

Objetivo: Descomponer un giro conocido el producto de dos giros de distinto centro. Generalizar el resultado.

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y compás

De la misma manera que en la actividad anterior, hemos pasado de M a M′ mediante el giro G (P,-75°). Queremos descomponer este giro en un producto de dos giros de distinto centro.



¿Dónde se puede situar el centro del primer giro de la composición?

¿Qué ángulo puede tener?

¿Cuántas posibilidades hay para elegir el primer giro?

Fija el primer giro para obtener la descomposición. Obtén el centro del segundo giro.

¿Puedes colocarlo en cualquier sitio? ¿Por qué?

¿Qué ángulo puede tener?

¿Cuántas posibilidades hay para elegir el segundo giro, una vez fijado el primero?

Describe un procedimiento general para descomponer un giro conocido G(O,a°) en producto de otros dos giros, explicando cómo determinar tanto los centros como los ángulos de esos giros.

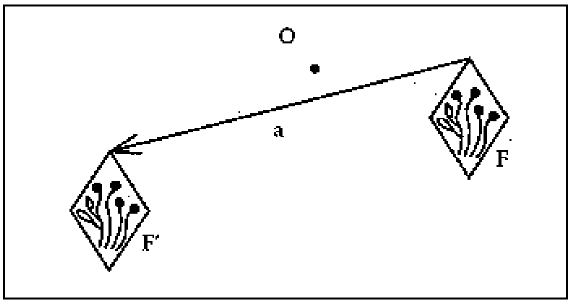
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 32: TRASLACIÓN COMO PRODUCTO DE GIROS

Objetivo: Descomponer una traslación como producto de dos giros

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y compás.



Para pasar de la figura F a F' se ha aplicado la traslación T_a. Ahora queremos utilizar dos giros para producir el mismo resultado, es decir pasar de F a F'.

Como primer giro hemos empleado G(O,120°)¿Qué ángulo debe tener el segundo giro?

Indicación:

Aplícale G(O, 120°) a la figura F y determina por completo el segundo giro.

Si el primer giro que se aplica es G(O,-80°) ¿Cuál es el ángulo del segundo giro?

Si el segundo giro que se aplica es G(O,-60°) ¿Cuál es el ángulo del primer giro?

Generaliza los resultados anteriores:

Dada una traslación T_a de manera que $T_a= G_2 o G_1$ y se conoce uno de estos dos giros, explicar cómo se puede determinar el ángulo del otro giro.

Dudas:

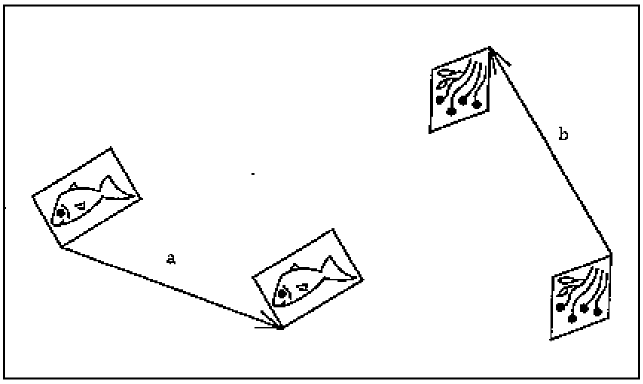
Observaciones:

ACTIVIDAD 33: INFINITAS DESCOMPOSICIONES DE UNA TRASLACIÓN EN PRODUCTO DE GIROS

Objetivo: Descubrir la arbitrariedad de elección de uno de los dos giros que descomponen una traslación

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y compás

Queremos descomponer una traslación T_a en producto de dos giros de distinto centro.



¿Dónde se puede situar el centro del primer giro de la composición?

¿Qué ángulo puede tener?

¿Cuántas posibilidades hay para elegir el primer giro?

Fija el primer giro para obtener la descomposición. Obtén el centro del segundo giro.

¿Puedes colocarlo en cualquier sitio? ¿Por qué?

¿Qué ángulo puede tener?

¿Cuántas posibilidades hay para elegir el segundo giro, una vez fijado el primero?

Repite la actividad utilizando T_b.

Dudas:

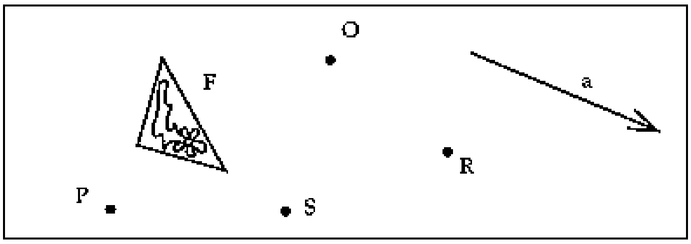
Observaciones:

ACTIVIDAD 34: COMPOSICIONES DE GIROS Y TRASLACIONES

Objetivo: Sintetizar los distintos resultados de composiciones de giros y traslaciones.

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y compás.

Obtener, teniendo en cuenta la siguiente gráfica, la composición



G(O,60°)oG(O,-50°)oG(P,80°)oG(P,-100°)o

Sin mover ninguna figura concreta por los giros de la composición, simplifica al máximo esta expresión, di qué tipo de movimiento equivale a la composición.

Escribe todas las características posibles del movimiento resultante. Recuerda todas las propiedades estudiadas anteriormente.

Comprueba los resultados.

Dudas:

Observaciones:

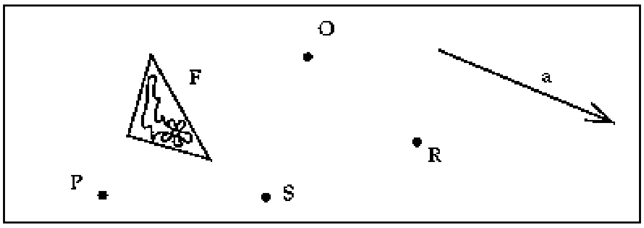
ACTIVIDAD 35: COMPOSICIONES DE GIROS Y TRASLACIONES

Objetivo: Sintetizar los distintos resultados de composiciones de giros y traslaciones.

Materiales: Juego de figuras, transportador de ángulos, regla y compás

Obtener, teniendo en cuenta la siguiente gráfica, la composición

$G(O,60°)oG(R,30°)oT_a$;



$G(R,30°)oT_a\,oG(P,60°)$;

$G(P,60°)oG(R,-40°)oT_a o\ (O,60°)$

Sin mover ninguna figura concreta por los movimientos de las composición anteriores, simplifica al máximo estas expresiones, dí qué tipo de movimiento equivalen a la composiciones.

Escribe todas las características posibles de los movimientos resultantes. Recuerda todas las propiedades estudiadas anteriormente.

Comprueba los resultados.

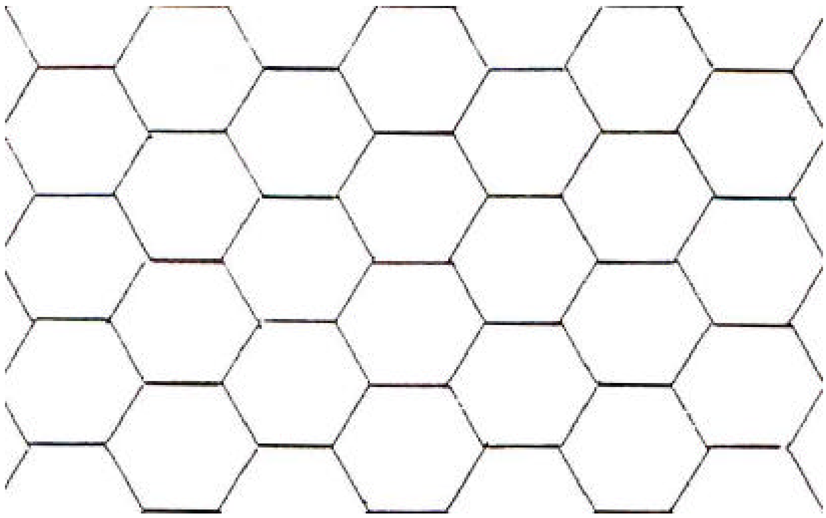
Dudas:

Observaciones:

ACTIVIDAD 36: GIROS Y TRASLACIONES EN EL CONTEXTO DE LOS MOSAICOS TIPO ESCHER

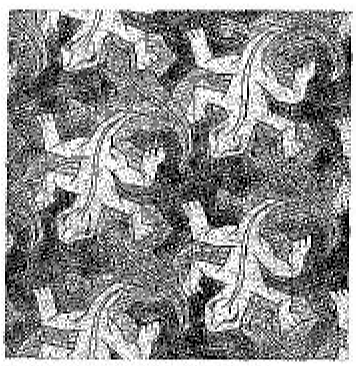
Objetivo: Contextualizar las isometrías en aspectos artísticos.

Materiales: malla hexagonal, regla y compás.



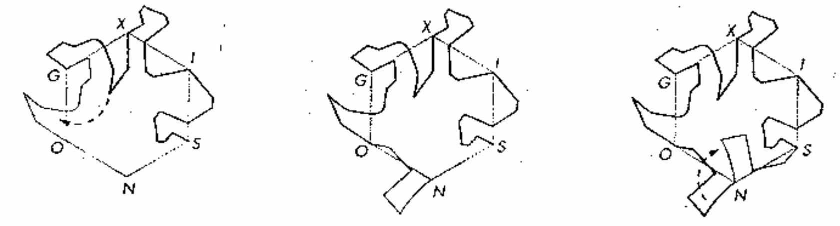
La malla de arriba está formada por hexágonos regulares y es uno de los tres posibles mosaicos regulares (los otros dos son cuadrados y triángulos equiláteros).

Vamos a continuación, utilizando giros, a obtener un mosaico más artístico a partir del formado por los hexágonos. Obtendremos algo similar a lo siguiente:



Symmetry drawing E25, M. C. *Escher*, 1939

ACTIVIDAD 36: GIROS Y TRASLACIONES EN EL CONTEXTO DE LOS MOSAICOS TIPO ESCHER



1.- Une mediante una curva los vértices S e Y del hexágono.

2.- Gira la curva SI tomando como centro de giro el punto I, la curva girada unirá ahora I con X. ¿Cuál es la amplitud del ángulo girado?

3.- Construye una nueva curva que una los vértices X con G.

4.- Transforma la curva que une X con G, mediante G(G,120°)

5.- Crea la curva NO

6.- Gira NO tomando como centro el punto N haciendo coincidir el transformado de O con el punto S.

Finalmente, dibuja sobre el reptil que tienes, los ojos, patas, etc... para obtener, repitiendo en los demás hexágonos el mosaico señalado.

Dudas:

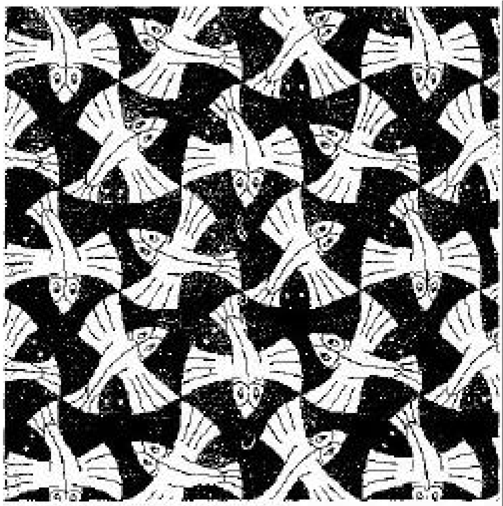
Observaciones:

ACTIVIDAD 37: GIROS Y TRASLACIONES EN EL CONTEXTO DE LOS MOSAICOS TIPO ESCHER

Objetivo: Contextualizar las isometrías en aspectos artísticos.

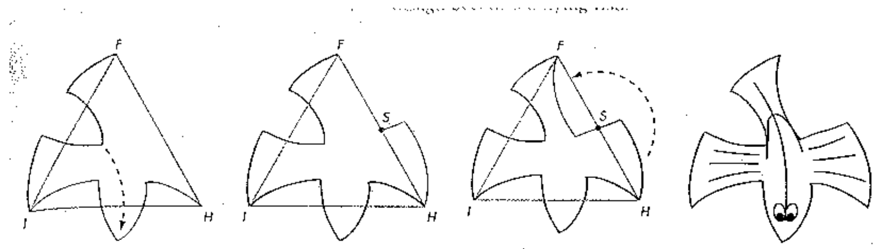
Materiales: malla triangular, regla y compás.

El dibujo que realices sobre cada motivo que se obtiene también es importante, según como lo hagas tendrás una figura u otra.



Symmetry drawing E99, M. C. Escher, 1954

A partir del papel isométrico, o también una malla construida con triángulos equiláteros, vamos a obtener el siguiente mosaico:



Realiza en la malla siguiente la construcción, adivinando los pasos tu mismo:

ACTIVIDAD 37: GIROS Y TRASLACIONES EN EL CONTEXTO DE LOS MOSAICOS TIPO ESCHER

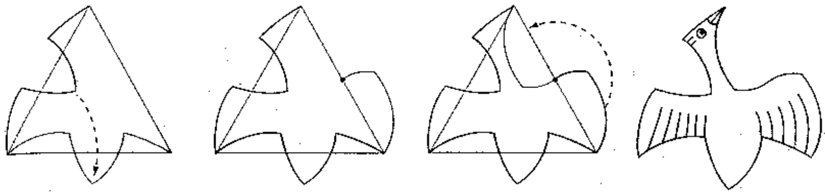
Describe lo que se ha hecho en los pasos 1 2 y 3.

1.-

2.-

3.-

Observa que siguiendo los mismos pasos se podría obtener un motivo diferente. Comenta el siguiente esquema:



Dudas:

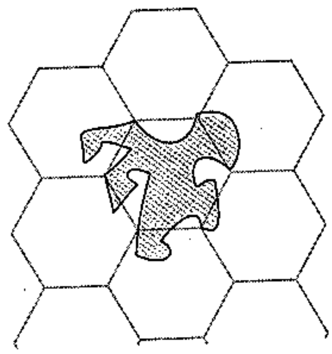
Observaciones:

ACTIVIDAD 38: GIROS Y TRASLACIONES EN EL CONTEXTO DE LOS MOSAICOS TIPO ESCHER

Objetivo: Contextualizar las isometrías en aspectos artísticos.

Materiales: Papel isométrico, regla y compás.

Utiliza el papel isométrico para obtener el mosaico que utiliza como motivo inicial la siguiente forma:



Explica que pasos debes seguir para obtener el motivo inicial.

Dudas:

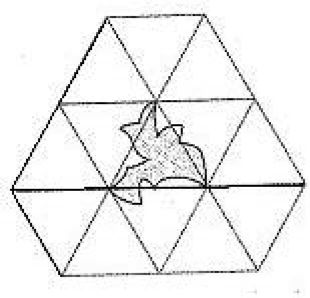
Observaciones:

ACTIVIDAD 39: GIROS Y TRASLACIONES EN EL CONTEXTO DE LOS MOSAICOS TIPO ESCHER

Objetivo: Contextualizar las isometrías en aspectos artísticos.

Materiales: Papel isométrico, regla y compás.

Lo mismo que en la actividad anterior pero para el siguiente mosaico obtenido a partir de triángulos equiláteros.



Dudas:

Observaciones.

DEPARTAMENTO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO
UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA

ANEXO II
DE LA TESIS DOCTORAL

LOS NIVELES DE PENSAMIENTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE. UN ESTUDIO CON PROFESORES EN EJERCICIO

Mª Candelaria Afonso Martín
La Laguna, 2003

ANEXO II

ENTREVISTA INICIAL

CUESTIONARIO A PROFESORES (Geom. Grupo EXP.)

Responder a las siguientes preguntas marcando con un círculo la respuesta elegida o facilitando la información pedida.

1. Colegio: Curso:
2. Años de docencia:
   1. Menos de 3 2. Entre 3 y 7 3. Entre 7 y 10 4. Más de 10
3. Tipo de Centro:
   1. Público 2. Privado 3. Privado Subvencionado
4. Calificación de la zona del Centro:
   1. Urbana 2. Suburbana 3. Urbana-rural 4. Rural
5. Número de unidades del Centro:
   1. Menos de 9 2. Entre 9 y 16 3. Entre 17 y 24 4. Más de 24
6. Nivel sociocultural de los padres:
   1. Alto (Tit. Sup.) 2. Medio alto (Tit. Medio) 3. Medio (Bachillerato)
   4. Medio bajo (E. Primarios) 5. Bajo (Sin estudios)
7. Número de horas semanales que destina a Matemáticas en Clase:
8. En caso de utilizar libros de textos para Matemáticas, indica cuáles:
9. Número de horas semanales que destina a la Geometría en Clase:
10. ¿Se coordina con otros Profesores en el Área de Matemáticas?
   1. Sí 2. No
11. Personalmente las Matemáticas le agradan:
   1. Mucho 2. Bastante 3. Normal 4. Poco 5. Nada
12. Considera las Matemáticas para sus alumnos como una materia del Currículo:
   1. Muy importante 2. Importante 3. Poco importante
   ¿Por qué?:
13. Considera las Matemáticas para sus alumnos como una materia del Currículo que a ellos:
1. Les agrada 2. Les es indiferente 3. Les desagrada
   ¿Por qué?:
14. Personalmente la geometría le agrada:
   1. Mucho 2. Bastante 3. Normal 4. Poco 5. Nada
15. Considera la geometría para sus alumnos como una parte de las Matemáticas:
   1. Muy importante 2. Importante 3. Poco importante
   ¿Por qué?:
16. Considera la geometría para sus alumnos como una parte de las Matemáticas que a ellos:
   1. Les agrada 2. Les es indiferente 3. Les desagrada
   ¿Por qué?:
17. La geometría debe ser la parte más importante de las matemáticas en la Enseñanza obligatoria:
   1. De acuerdo 2. En desacuerdo 3. Sin opinión
18. El nivel alcanzado por los alumnos en geometría es un indicador de la comprensión de las operaciones y de los números:
   1. De acuerdo 2. En desacuerdo 3. Sin opinión

19a. Las actividades de geometría deberían tener más importancia que los cálculos aritméticos:
   1. De acuerdo 2. En desacuerdo 3. Sin opinión

19b. Las actividades de geometría deberían tener la misma importancia que los cálculos aritméticos:
   1. De acuerdo 2. En desacuerdo 3. Sin opinión

20. Las actividades de geometría deben abarcar una gran variedad de contenidos:
   1. De acuerdo 2. En desacuerdo 3. Sin opinión
21. Las actividades de geometría deben estar basadas en mucho trabajo informal:
   1. De acuerdo 2. En desacuerdo 3. Sin opinión
22. Las actividades de geometría deben estar basadas en cuestiones abiertas que permitan al alumno investigar:
   1. De acuerdo 2. En desacuerdo 3. Sin opinión
23. Las actividades de geometría deben fomentar el desarrollo de la intuición espacial:
   1. De acuerdo 2. En desacuerdo 3. Sin opinión
24. Las actividades de geometría deben partir del espacio tridimensional:
   1. De acuerdo 2. En desacuerdo 3. Sin opinión
25. Las actividades de geometría deben estar relacionadas con otras áreas:
   1. De acuerdo 2. En desacuerdo 3. Sin opinión
26. Las actividades de geometría deben estar basadas en mucho trabajo deductivo:

1. De acuerdo 2. En desacuerdo 3. Sin opinión
27. Las actividades de geometría deben estar basadas en una terminología y símbolos precisos:
1. De acuerdo 2. En desacuerdo 3. Sin opinión
28. El dibujo debe ser el elemento básico en las actividades geométricas:
1. De acuerdo 2. En desacuerdo 3. Sin opinión
29. Las actividades de geometría deben estar basadas en el uso de modelos manipulativos:
1. De acuerdo 2. En desacuerdo 3. Sin opinión
30. Señala algunos conceptos de geometría que más agradan a sus alumnos:
31. Señala algunos conceptos geométricos que menos agradan a sus alumnos:
32. Señala algunos conceptos de geometría que más dificultades ocasionan a sus alumnos:
33. Señala algunos conceptos de geometría que menos dificultades ocasionen a tus alumnos:
Continúa marcando con un círculo la respuesta que mejor describe el uso que haces de cada uno de los siguientes materiales en tus clases de geometría.
34. El libro de texto de los estudiantes:
1. Frecuentemente 2.Ocasionalmente 3.Raramente o no usado
35. Otros textos publicados:
1. Frecuentemente 2.Ocasionalmente 3.Raramente o no usado
36. Textos producidos localmente (manuales, libros,..):
1. Frecuentemente 2.Ocasionalmente 3. Raramente o no usado
37. Fichas individualizadas producidas localmente o comercializadas:
1. Frecuentemente 2.Ocasionalmente 3.Raramente o no usado
38. Fichas individualizadas elaboradas personalmente:
1. Frecuentemente 2.Ocasionalmente 3.Raramente o no usado
39. Materiales gráficos comercializados:
1. Frecuentemente 2.Ocasionalmente 3.Raramente o no usado
40. Materiales manipulativos comercializados:
1. Frecuentemente 2.Ocasionalmente 3.Raramente o no usado
41. Materiales gráficos elaborados personalmente:
1. Frecuentemente 2.Ocasionalmente 3.Raramente o no usado
42. Materiales manipulativos elaborados personalmente:
1. Frecuentemente 2.Ocasionalmente 3.Raramente o no usado
Finalmente pensando en una clase de geometría, indica la respuesta que mejor corresponde al estilo de enseñanza aprendizaje que utilizas:
43. Propongo ejemplos en la pizarra, explicando con cuidado y claridad las características y propiedades del concepto o figura utilizada. Luego, propongo problemas similares a los alumnos, trabajando individualmente las dificultades que surgen:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca
44. Pido a los alumnos que lean los problemas resueltos que me parecen más adecuados, para que encuentren las características y propiedades más relevantes de los conceptos o figuras estudiadas para resolver. Si las propiedades que creen haber descubierto son incorrectas, les explico cómo se hace y les propongo problemas del mismo tipo:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca
45. Explico con claridad las características y propiedades del concepto o figura a estudiar, hago diversos ejemplos y propongo problemas similares a los alumnos, luego trabajo con aquellos estudiantes que tienen dificultades.
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca
46. Los alumnos trabajan sobre ejercicios o problemas geométricos del texto en pequeños grupos, mientras ayudo a los que tienen dificultades:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca
47. Propongo a los alumnos ejercicios o problemas geométricos adecuados del texto y ayudo a los que tienen dificultades:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca
48. Introduzco el tema con ejemplos concretos presentados con dibujos o gráficos y después de señalar las características o propiedades continúo con ejemplos y ejercicios adecuados:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca
49. Introduzco el tema con ejemplos concretos presentados con dibujos o gráficos y después de señalar las características o propiedades continúo con ejemplos y ejercicios adecuados:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca
50. Los alumnos trabajan en pequeños grupos en los que investigan problemas geométricos con materiales concretos o gráficos. Luego hablamos de lo descubierto y escriben el resumen de lo

encontrado:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca

51. Los alumnos trabajan en pequeños grupos en los que investigan problemas geométricos con dibujos o gráficos. Luego hablamos de lo descubierto y escriben el resumen de lo encontrado:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca

52. Otra forma:

53. En mis clases los alumnos utilizan objetos reales en el aprendizaje de los conceptos geométricos:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca

54. En mis clases los alumnos investigan sobre problemas geométricos utilizando objetos reales:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca

55. Cuando respondo a cuestiones geométricas en mis clases uso mis propios ejemplos en lugar de los del alumno:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca

56. Cuando respondo a cuestiones geométricas en mis clases uso mis propios ejemplos en lugar de los del libro:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca

57. Animo a mis alumnos a encontrar sus propias soluciones a los problemas geométricos planteados:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca

58. En mis clases los alumnos trabajan por parejas o en pequeños grupos para resolver los problemas geométricos:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca

59. En mis clases hago escribir a los alumnos resúmenes de sus descubrimientos cuando trabajan en grupo en cuestiones geométricas:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca

60. En mis clases animo a los alumnos a utilizar sus propios métodos teniendo en cuenta que a veces sus métodos no funcionan:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca

61. En mis clases doy a los alumnos las propiedades que tienen que utilizar así como diferentes ejemplos del mismo tipo cada vez que trabajamos un nuevo concepto geométrico:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca

62. En mis clases cuando los alumnos utilizan o descubren propiedades incorrectas les ayudo dándole la solución correcta:
1. Casi siempre 2. A veces 3. Casi nunca

ENTREVISTA INICIAL. RESUMEN

Las respuestas a las 62 preguntas de la entrevista inicial aparecen agrupadas por categorías y en la 1ª columna de cada cuadro aparece el número correspondiente a la pregunta de la mencionada entrevista.

(I) CATEGORÍA: DIFERENCIAS INDIVIDUALES

Profesor	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
(0) Sexo	M	M	M	F	M	M	F	M	F	F	F
(2) Años de docencia	+10	+10	+10	+10	+10	+10	+10	+10	7-10	+10	+10
(10) Coordinación	No		No	Sí	No	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
(11) Las Matemáticas le agradan	Mucho	Mucho	Mucho	Mucho	Normal	Mucho	Bastante	Mucho	Mucho	Bastante	Mucho
(12) Importancia de las Matemáticas para sus alumnos	Muy importante Formativa, desarrollo del pensamiento, comprensión del medio	Importante Ayuda a la vida cotidiana y a otras asignaturas	Importante Instrumento, desarrollar capacidades alumnos	Muy importante Enseña a razonar, resolver situaciones de la vida definir con actividades	Muy importante Estructuración, pensamiento más racional	Importante Proyección otras asignaturas y para la vida	Muy importante Ve utilidad	Muy importante instrumento manipulati-vamente desarrolla personas entorno	Muy importante Para la vida diaria	Muy importante Lógica, razonar y acerca Resolución de Problemas vida	Muy importante Desarrolla razonamientos
(14) La geometría le agrada	Mucho	Mucho	Normal	Bastante	Normal	Bastante	Normal	Bastante	Mucho	Bastante	Mucho
(15) Importancia de la geometría para sus alumnos	Muy importante Aspectos formativos: visualización, intuición, representación y comprensión del mundo	Muy importante Sirve para proponerse como un centro de interés	Importante Aprendizaje desarrollan capacidad razonamiento	Importante Descubre el espacio. Orientación. Sirve para manipular instrumentos de medida. Resolución de.problemas.	Importante Da ideas específicas para la organización espacial.	Importante Aplicaciones prácticas.	Importante Tiene su utilidad.	Importante _________	Muy importante ________	Muy importante El entorno de figuras geométricas que hay que conocer.	Muy importante Para aplicar en la vida.

(II) CATEGORÍA: LIMITACIONES INSTITUCIONALES

Profesor	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
(1) Nivel	1º ESO 8º EGB	----	1º y 2º ESO	6º Primaria	1º ESO	1º ESO 8º EGB	3º Tutoría 6º Primaria (Matemáticas)	4º Primaria	5º Primaria	2º Curso 3º Ciclo	1º ESO 8º EGB
(3) Tipo de centro	Público	Público	Público	Público	Público	Público	Público	Público	Privado concertado	Privado concertado	Público
(4) Ubicación del centro	Suburbana	Urbana	Suburbana	Suburban a	Urbana	Urbana	Urbana Rural	Rural	Urbana	Suburbana	Rural
(5) Número de unidades	17-24	17-24	17-24	17-24	17-24	17-24	17-24	9-16	+ 24	+ 24	17-24
(6) Nivel sociocultural de los padres	Medio Bajo	Medio	Medio Bajo	Bajo	Medio Bajo	Medio Bajo	Medio Bajo	Medio Bajo	Medio	Medio	Bajo

(III) CATEGORÍA: NATURALEZA DE LA TAREA

Profesor	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
(8) Libros de texto	Ninguno Santillana	Santillana	Anaya SM Santillana	SM	SM Santillana	Edebé SM Santillana	Edebé SM Santillana	No contesta	Edelvives	Edelvives Edebé Santillana	Anaya Edebé Santillana
(34) Uso de libros de texto (por los estudiantes en Geometría)	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Raramente o no usado	Frecuentemente	Raramente o no usado	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Frecuentemente
(35) Uso de otros textos	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Frecuentemente	Ocasionalmente	Frecuentemente	Frecuentemente	Raramente o no usado	Frecuentemente	Ocasionalmente	Frecuentemente
(36) Uso de textos locales	Ocasionalmente	No contesta	Raramente o no usado	No contesta	Raramente o no usado	Frecuentemente	Raramente o no usado	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Frecuentemente
(37) Uso de fichas locales	Ocasionalmente	No contesta	Ocasionalmente	No contesta	Ocasionalmente	Frecuentemente	Frecuentemente	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Raramente o no usado	Ocasionalmente
(38) Uso de fichas personales	Ocasionalmente	No contesta	Frecuentemente	Frecuentemente	Raramente no usado	Frecuentemente	Frecuentemente	Ocasionalmente	Frecuentemente	Ocasionalmente	Ocasionalmente
(39) Uso material gráfico comercializado	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Ocasionalmente	No contesta	Frecuentemente	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Raramente o no usado	Raramente o no usado
(40) Uso material manipulativo comercializado	Frecuentemente	Ocasionalmente	Frecuentemente	No contesta	Frecuentemente	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Ocasionalmente	Frecuentemente	Frecuentemente
(41) Uso material gráfico personal	Frecuentemente	Frecuentemente	Frecuentemente	Frecuentemente	Raramente o no usado	Raramente o no usado	Ocasionalmente	Frecuentemente	Ocasionalmente	Frecuentemente	Frecuentemente
(42) Uso material manipulativo personal	Frecuentemente	Frecuentemente	Frecuentemente	Frecuentemente	Ocasionalmente	Frecuentemente	Frecuentemente	Frecuentemente	Frecuentemente	Ocasionalmente	Frecuentemente

(IVa) CATEGORÍA: JUICIO DE LOS PROFESORES SOBRE LOS ALUMNOS (JPA)

Profesor	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
(13) Las matemáticas es una parte del currículo	Desagrada......... Pensamiento constante	------	Agrada Instrumento Desarrolla capacidades	Agrada. Actividades amenas. Instrumento de medida útil para la vida	Desagrada. Falta de base	Indiferente Pasotismo de la mayoría	Indiferente Trabajan forzados	Agrada Ven utilidad y se trabaja de manera significativa	Agrada Se ven contentos Les gusta trabajar	Agrada LOGSE y aprenden jugando	Agrada
(16) La Geometría es una parte de las Matemáticas	Agrada. Intuición y construcción Más ligero	Agrada Las construcciones	Agrada. Si se hace geometría dinámica	Agrada ahora. Sirve para el trabajo manipulativo y se pueden sacar conclusiones	Indiferente. Depende de la manera en que se aborda en Didáctica	Agrada juegan con ella en la calle	Agrada Encontré motivados en el tema de la circunferencia	Indiferente No ven utilidad práctica	Agrada ---------	Agrada por ser manipulativa	Agrada
(30) Conceptos de Geometría que agradan a los alumnos.	La simetría	------	Ángulos Polígonos Áreas	Ángulos Triángulos Figuras del plano	Cálculo empírico de superficies de polígonos. Operaciones. Gráficas con ángulos. Construcción de triángulos. Operaciones con segmentos	Valor de.... Grado Bisectriz Polígonos	Sólo los conceptos básicos	No contesta	Áreas	Circunferencia Círculo Conceptos geométricos	Áreas
(31) Conceptos Geometría que no agradan	Cálculos de área y volumen	------	Simetría Medidas	Tipos de rectas Semirrectas Segmentos	Conceptos básicos: rectas, semirrectas, segmentos ángulos,..., además de lo abstracto	Teoremas: Thales, Hipotenusa. Cateto,	Ninguno, pues lo hacemos con dibujos	No contesta	Ángulos	Ángulos Rectas	No Contesta
(32) Conceptos Geometrías con dificultad	La proporcionalidad	------	Simetría Medida Espacio	No contesta	Abstracciones. Generalizaciones. Conceptos y fórmulas a partir de ejemplos	Relacionado con giros, cuerpos de revolución, esferas	Ninguno en especial	No contesta	Unidades de longitud	Precisión Medida Ángulos	Deducir fórmulas Áreas de cuerpos geométricos
(33) Conceptos Geometría sin dificultad	La descripción de figuras planas	---------	No contesta	No contesta	Todo lo concreto e intuitivo	Polígonos Prismas Pirámides Ángulos	En cursos bajos dificultades mínimas, excepto niños con problemas	No contesta	No contesta	Posiciones rectas respecto circunferencia y posiciones de dos circunferencias	Elementos de la figura

(IVb) CATEGORÍA: JUICIO DE LOS PROFESORES SOBRE EL CONTENIDO (JPC)

Profesor	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
(17) La Geometría es la más importante de las Matemáticas	Sin Opinión	De acuerdo	Sin opinión	De acuerdo	De acuerdo	Desacuerdo	Desacuerdo	Desacuerdo	Desacuerdo	Desacuerdo	Desacuerdo
(18) El nivel en Geometría es indicador de la comprensión matemática	Desacuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	Sin Opinión	Desacuerdo	Sin opinión	Sin opinión	Desacuerdo	De acuerdo	De acuerdo
(19a) Actividades de Geometría más importantes que el Cálculo	Desacuerdo	De acuerdo	Desacuerdo	Desacuerdo	Sin Opinión	Desacuerdo	Desacuerdo	Desacuerdo	Desacuerdo	Desacuerdo	Desacuerdo
(19b) Actividades de Geometría igual de importantes que el Cálculo	Desacuerdo		De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	Sin opinión	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo
(20) Actividades de Geometría Gran variedad de contenido	De acuerdo		De acuerdo	De acuerdo	Desacuerdo	De acuerdo	Desacuerdo	De acuerdo	Desacuerdo	Desacuerdo	Sin opinión
(21) Actividades de Geometría Trabajo informal	Desacuerdo	De acuerdo	Desacuerdo	Sin opinión	Sin opinión	De acuerdo	Desacuerdo	De acuerdo	Desacuerdo	De acuerdo	Desacuerdo
(22) Actividades de Geometría Cuestiones	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo

Profesor	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
Abiertas											
(23) Actividades de Geometría Desarrollo intuición espacial	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo
(24) Actividades de Geometría Espacio tridimensional	De Acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	Sin opinión	De acuerdo	Desacuerdo	Sin opinión	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	No contesta
(25) Actividades de Geometría Otras Áreas	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo
(26) Actividades de Geometría Deducción	De acuerdo		Desacuerdo	Sin opinión	De acuerdo	De acuerdo	No contesta	Sin opinión	Desacuerdo	De acuerdo	De acuerdo

(IVb') CATEGORÍA: JUICIO DE LOS PROFESORES SOBRE EL CONTENIDO

Profesor	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
(27) Actividades de Geometría (Términos y símbolos)	Sin opinión	--------	Desacuerdo	Desacuerdo	Sin Opinión	Desacuerdo	Sin opinión	Sin opinión	Desacuerdo	Desacuerdo	De acuerdo
(28) Actividades de Geometría (Dibujos)	De acuerdo	De acuerdo	Desacuerdo	De acuerdo	Desacuerdo	Desacuerdo	De acuerdo	Desacuerdo	Desacuerdo	De acuerdo	De acuerdo
(29) Actividades de Geometría (Modelos manipulativos)	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De Acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo	De acuerdo

(Va) CATEGORÍA: DECISIONES DIDÁCTICAS

Profesor	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
(7) Nº de horas para matemáticas	3-4	3	3 y 3	6	3	3	4 de tutoría en 3º primaria 4 en 6º primaria	4-5	4	4	4
(9) Semanas geometría de un total de (30)	6	_	8	10	4	8	6	4	10	8	8
(43) Tendencia Tradicional Explica y pone ejemplos similares	A veces	Casi siempre	Casi nunca	Casi nunca	Casi siempre	Casi siempre	Casi siempre	A veces	Casi nunca	A veces	A veces
(44) Tendencia Tecnológica Leen y buscan características (en ejemplos)	Casi nunca	Casi siempre	Casi nunca	A veces	Casi nunca	No utiliza libros de texto	Casi siempre	A veces	Casi nunca	A veces	Casi nunca
(45) Tendencia Tradicional Explica y pone ejemplos similares	Casi nunca	Casi siempre	A veces	Casi nunca	Casi siempre	Casi siempre	Casi siempre	A veces	Casi nunca	A veces	A veces
(46) Tendencia Tecnológica Trabajo en grupos	A veces	A veces	Casi siempre	A veces	A veces	A veces	A veces	A veces	A veces	Casi siempre	Casi nunca
(47) Tendencia											

Profesor	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
Tecnológica Leen y resuelven del texto	A veces	Casi siempre	Casi nunca	No contesta	A veces	Casi siempre	A veces	A veces	Casi nunca	A veces	Casi siempre
(48) Tendencia Tradicional Explica con materiales concretos	Casi siempre	Casi siempre	Casi siempre	No contesta	A veces	Casi siempre	Casi siempre	Casi nunca	Casi nunca	A veces	Casi siempre y casi nunca
(49) Tendencia Tradicional Explica con dibujos y gráficos	A veces	Casi siempre	Casi nunca	No contesta	Casi siempre	A veces	Casi siempre	A veces	A veces	A veces	Casi nunca
(50) Tendencia Investigativa Pequeño grupo; investiga con materiales	A veces	A veces	Casi siempre	Casi siempre	Casi nunca	A veces	Casi nunca	A veces	A veces	A veces	Casi siempre
(51) Tendencia Investigativa Pequeño grupo; investiga sobre gráficas	A veces	A veces	Casi siempre	Casi siempre	A veces	A veces	Casi nunca	A veces	A veces	A veces	A veces
(52) Otras formas	Mezcla un poco de todo	No contesta	No contesta	No contesta	No contesta	En construcciones y realidad reforzar	No trabaja grupo	Posibilidades didácticas Retroproyector	No contesta	No contesta	No contesta

(Vb) CATEGORÍA: DECISIONES DIDÁCTICAS

Profesor	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
(53) Tendencia Investigativa Usa objetos reales	A veces	Casi siempre	A veces	A veces	A veces	Casi siempre	A veces	A veces	A veces	Casi siempre	Casi siempre
(54) Tendencia Investigativa Investiga con objetos reales	A veces	A veces	A veces	A veces	A veces	A veces	A veces	Casi siempre	A veces	A veces	Casi siempre
(55) Tendencia Tradicional Explica con sus ejemplos (no los del alumno)	Casi nunca	A veces	A veces	A veces	Casi siempre	Casi siempre	A veces	A veces	Casi nunca	A veces	Casi nunca
(56) Tendencia Tradicional Explica con sus ejemplos (no los del libro)	A veces	A veces	Casi siempre	A veces	Casi siempre	Casi siempre	A veces	A veces	Casi siempre	A veces	Casi siempre
(57) Tendencia Investigativa Anima a los alumnos a buscar sus soluciones	Casi siempre	Casi siempre	Casi siempre	Casi siempre	A veces	Casi siempre	A veces	Casi siempre	Casi siempre	Casi siempre	Casi siempre
(58) Tendencia Investigativa Trabajan en grupo	A veces	A veces	Casi siempre	Casi siempre	Casi nunca	Casi nunca	Casi siempre	Casi siempre	Casi siempre	A veces	Casi siempre
(59) Tendencia Investigativa Redactan sus descubrimientos	Casi siempre	A veces	A veces	Casi siempre	Casi nunca	Casi nunca	Casi nunca	Casi nunca	Casi siempre	A veces	Casi siempre

Profesor	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
(60) Tendencia Investigativa Los alumnos Utilizan sus propios métodos	Casi siempre	Casi siempre	A veces	A veces	A veces	Casi siempre	A veces	A veces	A veces	Casi nunca	Casi siempre
(61) Tendencia Tradicional Explica las propiedades	A veces	A veces	Casi nunca	No contesta	Casi siempre	A veces	A veces	Casi nunca	Casi nunca	Casi nunca	Casi nunca
(62) Tendencia Tradicional Explica las soluciones concretas	A veces	Casi siempre	Casi nunca	A veces	Casi siempre	Casi siempre	A veces	Casi nunca	A veces	Casi siempre	Casi nunca

ENTREVISTAS FINALES (I y II)

ENTREVISTA FINAL I

- **Cuestionario de valoración de la experiencia**

Una vez finalizada la experiencia, este profesor nos proporcionó estos comentarios y valoraciones en los que nos daba su opinión sobre el diseño y el desarrollo de la misma.

Nombre del profesor: ***P1*** Colegio: ***Tena Artigas*** Curso: ***2º ESO*** Tópico llevado al aula: ***Giros*** Fecha: 22/06/98

- **Unidad de aprendizaje: Giros**

Fases en las que se te hicieron las dos grabaciones

- Fase previa: 1ª y 2ª grabaciones
- Fase primera: 3ª grabación
- Fase segunda: 4ª grabación

1- ¿Qué te ha parecido el diseño de la unidad de aprendizaje desarrollada?
La impresión es doble: -buena, por lo que supone de innovación, de trabajo meticuloso y de coherencia con el proceso de aprendizaje real de los alumnos. -Excesiva, por lo larga que resulta en el tiempo y por lo reiterativa que es en muchas actividades propuestas.
2- Sobre el desarrollo de la experiencia, ¿Qué opinas del proceso de enseñanza-de aprendizaje?¿De las fases?¿Y la organización?
En líneas generales, la experiencia ha indicado que el proceso es correcto y la organización bastante adecuada. Sin embargo, tanto en uno como en otro caso, es posible mejorar el diseño.
3- Valora la experiencia globalmente y comenta de manera explícita si una propuesta curricular de este estilo es factible para desarrollar el currículo de Geometría.
Mi valoración es positiva. Con los alumnos de tipo medio y medio-alto, los resultados son excelentes. Los alumnos de tipo bajo se implican, pero les cuesta avanzar. Los alumnos de tipo alto se aburren. Si se consigue reducir el diseño un poco y se consigue situar secuencialmente cada nivel, podría ser factible. El inconveniente mayor es el tiempo de dedicación.
4- ¿Cómo valoras el curso realizado con el desarrollo práctico de la experiencia?
Bastante bueno. Sobre todo el poder analizar el diseño actividad por actividad. Ver personalmente las dificultades de realización de cada una, nos ayudó después en la acción con los alumnos.
5- ¿Cómo inciden, a tu juicio, las siguientes actividades del profesor:
Explicar: Puntualmente, puede facilitar los problemas de incomprensión, sobre todo en la fase uno y la cinco.
Motivar: Aunque la mayoría de las actividades son motivantes en sí, siempre queda la acción personal que haga movilizar un determinado equipo.
Organizar: Es fundamental. Tener preparado el material y la dinámica de la clase, facilita el trabajo y ahorra tiempo.
Orientar: Son acciones puntuales. Utilizadas en el momento oportuno pueden resolver situaciones de bloqueo.
Sistematizar: Tal vez menos importante que las otras. El alumno debe ser más autónomo y tomar decisiones sobre la sistematización, especialmente los de tipo alto.
6- ¿Cómo valoras las actividades que se proponen en la unidad de aprendizaje?
Bien. Aunque después de la puesta en práctica se observa que algunas están de más, otras se repiten demasiado y muchas necesitan una revisión en la forma (dibujos y textos; espacios; diseño global).
7- ¿Genera el modelo interacciones entre los alumnos y el profesor y entre los alumnos mismos?
Sí, muchas. Especialmente entre los alumnos de un mismo equipo. Del profesor y los alumnos se puede aumentar o disminuir si se desea: hay momentos en la finalización de cada actividad donde se puede provocar la interacción.
8- ¿Qué preguntas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?
Sobre todo las referidas a conceptos no debidamente tratados y que aparecían como elementos de las actividades propuestas. De una manera particular las referidas a sentido del giro, polígonos y construcciones geométricas con regla y compás.
9- ¿Qué respuestas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?
Sobre "sentido de giro" hubo alguna respuesta que abrió caminos en sucesivas actividades. Sobre

"ángulos en los vértices de los polígonos" también aparecieron aspectos no previamente trabajados. Fue muy motivante el hablar sobre "Escher" y el ver y analizar un video sobre su obra y algunas reproducciones de las mismas.

10- ¿Cómo fue tu participación en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración?

Fundamentalmente organizar la discusión, buscar las respuestas a través del interrogatorio, estimular y provocar la participación de la mayor cantidad posible de alumnos. También era importante dirigir la síntesis final para corregir y organizar sus descubrimientos.

11-¿Tuviste que plantear actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas?¿Cuáles?¿Por qué?

No, más bien aclarar y repetir los aspectos principales.

12- ¿Cómo caracterizarías las preguntas que hizo el alumno?

Por lo general, no fueron brillantes, sí, prácticas. Trataban de resolver el punto que los bloqueaba en cada actividad.

13- ¿Cómo responden los alumnos a las preguntas formuladas en el diseño?

Al principio de forma muy vaga y cómoda. No hay profundidad en el pensamiento. Pero a medida que avanzaban, especialmente los de tipo alto y medio-alto, aparecían ideas muy interesantes y originales. Pero siempre económicas con el mínimo posible de expresión y en lenguaje natural.

14- ¿Qué dificultades observas en los alumnos al realizar las tareas?

La principal es la "comprensión". Les cuesta entender las instrucciones escritas y, especialmente, las que llevan lenguaje simbólico. La segunda es la "explicitación" de los resultados. Conocen la respuesta pero les cuesta expresarla.

15- ¿Cuál fue la participación de los alumnos en las fases de puesta en común?

Principalmente se centró en los jefes de grupo. Para que el resto interviniese alguna vez era menester que el profesor insistiese.

16- ¿Crees que esta propuesta de enseñanza-aprendizaje motiva a los alumnos?¿En qué medida?

Por lo general, sí. Encuentran que pueden resolver las situaciones, confiando más en sí mismos. Todos pueden trabajar, cada uno a su manera. El trabajo en equipo les estimula y les propone metas alcanzables.

ENTREVISTA FINAL II

Nombre del profesor: ***P1*** Colegio: ***Tena Artigas*** Curso: ***2º ESO*** Tópico llevado al aula: ***Giros*** Fecha: 17/12/98

- **Guión de la entrevista**

1ª Fase: ***Aplicación del diseño.***
¿Qué niveles de van Hiele se trabajaron?
El 1 entero y del 2 hice una selección, porque no daba tiempo.
¿Qué actividades del nivel 1 no se trabajaron?¿Por qué?

¿Qué actividades del nivel 2 no se trabajaron?¿Por qué?
Falta de tiempo.
¿Añadieron actividades nuevas?
No.
¿En qué nivel?

¿En qué fase?

¿Cuáles?

¿Por qué?

¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 1?
Dos meses.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 2?
Un mes.

2ª Fase: ***En cuanto a la validez del diseño.***
¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿Por qué?
No.
¿Y con algunas actividades que hay en él?
No, porque no ha llegado el momento en la programación, será en Febrero o en Marzo.
¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?
Sí, en el segundo cuatrimestre.
En caso afirmativo, ¿Cuáles?¿Por qué?
En el primer nivel.
En caso negativo ¿Cuáles?¿Por qué?
El 2º no, pues los alumnos no tienen las capacidades necesarias para alcanzar dicho nivel.

3ª Fase: ***En relación a los cuadernillos seleccionados.***
¿Cuáles han sido los criterios de selección de los alumnos?
(Aparte de ser un alumno bueno, un alumno malo y otro regular)
El bueno, por su creatividad. El malo, por sus características de aprendizaje. El regular, por ser una alumna poco autónoma, es trabajadora, pero le cuesta alcanzar al resto.

4ª Fase: ***Opinión personal.***
Sobre el trabajo que llevaron al aula.
Buen trabajo, pero que necesita un rediseño para mejorar la presentación gráfica y escrita y evitar la reiteración de algunas actividades.
¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿Por qué?
No, pero junto a los otros compañeros que participaron en la investigación, existe el propósito de colaborar en la mejora del material para llevarlo al aula en forma habitual.

ENTREVISTA FINAL I

- **Cuestionario de valoración de la experiencia**

Una vez finalizada la experiencia, este profesor nos proporcionó estos comentarios y valoraciones en los que nos daba su opinión sobre el diseño y el desarrollo de la misma.

Nombre del profesor: ***P2*** Colegio: ***Generalísimo Franco*** Curso: ***2º ESO*** Tópico llevado al aula: ***Giros*** Fecha: 22/06/98

- **Unidad de aprendizaje: Giros**

Fases en las que se te realizaron las dos grabaciones:

1- ¿Qué te ha parecido el diseño de la unidad de aprendizaje desarrollada?
Poco tiempo pero muy interesante para los alumnos y para mí.
2- Sobre el desarrollo de la experiencia ¿qué opinas del proceso de enseñanza-aprendizaje?¿y la organización de las fases?
Es un proceso adecuado y se nota que tiene peso. Los profesores debemos estar pendientes para aplicarlo como se requiere.
3- Valora la experiencia globalmente y comenta de manera explícita si una propuesta curricular de este estilo es factible para desarrollar el currículo de Geometría.
Mi valoración es positiva, aunque con menos actividades por el tiempo.
4- ¿Cómo valoras el curso realizado con el desarrollo práctico de la experiencia?
Es una experiencia distinta, pues el hecho de hacer actividad por actividad le ayuda mucho al alumno.
5- ¿Cómo inciden, a tu juicio, las siguientes actividades del profesor:
Explicar: A través de actividades como recurso.
Motivar: Fomentando el interés de los alumnos.
Organizar: Distribuyendo las actividades utilizando distintas estrategias.
Orientar: Indicando distintas alternativas a seguir.
Sistematizar: Concretando las distintas estrategias que llevan a la resolución del problema.
6- ¿Cómo valoras las actividades que se proponen en la unidad de aprendizaje?
Bien, aunque algunas hay que quitarlas por ser parecidas y otra cuestión a tener en cuenta es el tiempo.
7- ¿Genera el modelo interacciones entre los alumnos y el profesor y entre los alumnos mismos?
Sí, sobre todo en la fase de explicitación, en la que surgen intercambios de opiniones en los diferentes equipos de trabajos y en el grupo entero.
8- ¿Qué preguntas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?
Ninguna.
9- ¿Qué respuestas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?
Ninguna.
10- ¿Cómo fue tu participación en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración?
De organización y sobretodo coordinar la participación de los alumnos.
11-¿Tuviste que plantear actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas?¿Cuáles?¿Por qué?
No.
12- ¿Cómo caracterizarías las preguntas que hizo el alumno?
Preguntas de comprensión.
13- ¿Cómo responden los alumnos a las preguntas formuladas en el diseño?
Con bastante originalidad.
14- ¿Qué dificultades observas en los alumnos al realizar las tareas?
De comprensión.
15- ¿Cuál fue la participación de los alumnos en las fases de puesta en común?
Fueron muy participativos.
16- ¿Crees que esta propuesta de enseñanza-aprendizaje motiva a los alumnos?¿En qué medida?
Sí. El problema del tiempo para no seguir es siempre el mismo, porque hubiera sido bueno terminar todo.

ENTREVISTA FINAL II

Nombre del profesor: ***P2*** Colegio: ***Generalísimo Franco*** Curso: ***2º ESO*** Tópico llevado al aula: ***Giros*** Fecha: 17/12/98

- **Guión de la entrevista**

1ª Fase*: Aplicación del diseño.*
¿Qué niveles de van Hiele se trabajaron?
El nivel 1.
¿Qué actividades del nivel 1 no se trabajaron?¿Por qué?
Se trabajaron casi todas, pero algunas presentaron dificultad, como por ejemplo la pregunta 7ª que trata del giro con centro en el exterior de la figura.
¿Qué actividades del nivel 2 no se trabajaron?¿Por qué?
Ninguna, por no tener tiempo; tuve una baja desde Semana Santa hasta junio.
¿Añadieron actividades nuevas?
No.
¿En qué nivel?

¿En qué fase?

¿Cuáles?

¿Por qué?

¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 1?
El segundo trimestre (tres meses), alternando con el programa.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 2?

2ª Fase: *Cuestionario referido a la validez del diseño.*
¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿Por qué? ¿Y con algunas actividades que hay en él?
Sí, empecé en noviembre y vamos por la 7ª ficha, que volvió a presentar dificultades en giros con centro en el exterior de la figura aunque me parecen interesantes las actividades.
¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?
Sí, pero con menos agobio que el año pasado, para poder llevar el programa, pues ya estoy en el instituto.
En caso afirmativo, ¿Cuáles?¿Por qué?
Voy a continuar por donde voy, es decir por la 8ª.
En caso negativo ¿Cuáles?¿Por qué?

3ª Fase*: cuestionario referido a los cuadernillos seleccionados*.
¿Cuáles han sido los criterios de selección de los alumnos (Aparte de ser un alumno bueno, un alumno malo y otro regular)?

4ª Fase: ***Opinión personal.***
Sobre el trabajo que llevaron al aula.
Interesante, pues los alumnos razonan y piensan. Pensé llevarlos al instituto pero no sabía si se podría llevar.
¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿Por qué?
Sí, estoy llevando el mismo.

ENTREVISTA FINAL I

- **Cuestionario de valoración de la experiencia**

Una vez finalizada la experiencia, este profesor nos proporcionó estos comentarios y valoraciones, en los que nos daba su opinión sobre el diseño y el desarrollo de la misma.

Nombre del profesor: ***P3*** Colegio: ***Santa Mª del Mar*** Curso: ***5º de Primaria*** Tópico llevado al aula: ***Medida de Ángulos*** Fecha: 22/06/98

- **Unidad de aprendizaje: Medida de Ángulos**

Fases en las que se realizaron las dos grabaciones:

- Primera fase:
- Segunda fase:

1- ¿Qué te ha parecido el diseño de la unidad de aprendizaje desarrollada?
Yo creo que el diseño en general de estas unidades ha estado bien, pero mis alumnos han tenido problemas en cuanto al vocabulario empleado, algunos alumnos no hacían las actividades porque no las comprendían, yo creo que eran un poco elevadas para niños de 5º nivel.
2- Sobre el desarrollo de la experiencia, ¿Qué opinas del proceso de enseñanza-aprendizaje?¿Y la organización de las fases?
Yo creo que las fases de enseñanza aprendizaje han sido correctas.
3- Valora la experiencia globalmente y comenta de manera explícita si una propuesta curricular de este estilo es factible para desarrollar el currículo de Geometría.
La experiencia globalmente ha sido positiva para los alumnos que llevan un proceso de enseñanza aprendizaje normal. Yo creo que un currículo de este estilo es factible pero haciendo unas actividades adecuadas para el nivel de desarrollo del alumno.
4- ¿Cómo valoras el curso realizado con el desarrollo práctico de la experiencia?
- Me ha parecido muy bien la forma de desarrollar el curso, aunque hice un gran número de actividades que llevó a perder en cierto momento la motivación.
- Me surgieron muchas ideas en el momento de poner en práctica la experiencia con los alumnos.

5- ¿Cómo inciden, a tu juicio, las siguientes actividades del profesor:
Explicar: No
Motivar: Sí, partiendo de los conocimientos previos, una vez conocidos los materiales a emplear.
Organizar: Sí, en grupo de cuatro alumnos, ellos los discutían y después de ponerse de acuerdo empezaban a realizarlos.
Orientar: Si tenían alguna dificultad se les daba una pequeña orientación y si no sabían hacerlo lo dejaban y pasaban a otra actividad.
Sistematizar: No.
6- ¿Cómo valoras las actividades que se proponen en la unidad de aprendizaje?
Las actividades para alumnos de 5º nivel no han sido las adecuadas, son muy elevadas.
7- ¿Genera el modelo interacciones entre los alumnos y el profesor y entre los alumnos mismos?
No existían interacciones entre los alumnos y el profesor.
Sí entre los alumnos, ellos las discutían. Cada uno daba su punto de vista y si no estaban de acuerdo llamaban al profesor, y éste les daba algún ejemplo relacionado con las preguntas para que lo razonaran.
8- ¿Qué preguntas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?

9- ¿Qué respuestas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?

10- ¿Cómo fue tu participación en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración?
Mi participación fue la menor posible.
11- ¿Tuviste que plantear actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas?¿Cuáles?¿Por qué?
Sí, tuve que plantear algún ejemplo relacionado con la actividad para que ellos reflexionaran sobre la actividad que se estaba desarrollando.
12- ¿Cómo caracterizarías las preguntas que hizo el alumno?
Las preguntas que hacían los alumnos eran con una actitud positiva, aunque había alumnos que no

preguntaban y tenían que hacerle las preguntas.
13- ¿Cómo responden los alumnos a las preguntas formuladas en el diseño?
Algunas bien, otras regular y otras mal.
14- ¿Qué dificultades observas en los alumnos al realizar las tareas?
- Falta de vocabulario.
- Lectura comprensiva.

15- ¿Cuál fue la participación de los alumnos en las fases de puesta en común?
Fue breve, puesto que ellos discutían las preguntas y defendían sus opiniones.
16- ¿Crees que esta propuesta de enseñanza-aprendizaje motiva a los alumnos?¿En qué medida?
Sí, los motiva en gran medida, puesto que al trabajar con materiales se encuentran motivados.

ENTREVISTA FINAL II

Nombre del profesor: ***P3*** Colegio: ***Santa Mª del Mar*** Curso: ***5º de Primaria*** Tópico llevado al aula: ***Medida de Ángulos*** Fecha: 18/12/98

- **Guión de la entrevista**

1ª Fase: ***Aplicación del diseño.***
¿Qué niveles de van Hiele se trabajaron?
El 1 y el 2.
¿Qué actividades del nivel 1 no se trabajaron?¿Por qué?
(Ninguna). Se trabajaron todas, aunque algunos alumnos no terminaron por no llegar a los conocimientos previos, faltas a clase, trabajan lentamente.
¿Qué actividades del nivel 2 no se trabajaron?¿Por qué?
Se trabajaron todas.
La actividad no se realizó porque no había material
¿Añadieron actividades nuevas?
No
¿En qué nivel?

¿En qué fase?¿Cuáles?

¿Por qué?

¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 1?
Cuatro semanas.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 2?
Seis semanas.

2ª Fase: ***En cuanto a la validez del diseño.***
¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿Por qué?
En algunas actividades que seleccioné, por la dificultad de los alumnos en el curso anterior. Por ejemplo, pasar de minutos a segundos. Pasé un grupo de actividades y repasé las de más dificultad.
¿Y con algunas actividades que hay en él?

¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?
Como ya trabajé algunas, en la programación de medida de ángulos volveré a utilizar estas actividades.
En caso afirmativo ¿Cuáles?¿Por qué?
Algunas de las referidas a medida de ángulos, pero ahora no sé cuales.
En caso negativo ¿Cuáles?¿Por qué?
Aquellas que los alumnos ya dominan.

3ª Fase***: En relación a los cuadernillos seleccionados.***
¿Cuáles han sido los criterios de selección de los alumnos?
(Aparte de ser un alumno bueno, un alumno malo y otro regular)
Como trabajaron en grupo, pregunté a la clase quienes eran los mejores que trabajaron, los regulares y los malos, no cogí a los de apoyo.

4ª Fase***: Opinión personal.***
Sobre el trabajo que llevaron al aula.
Para el nivel de 5º de primaria, había algunas fichas con bastante dificultad, como la del reloj, la orientación,...
¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevas en la actualidad?¿Por qué?
El que yo llevo es parecido, pues yo les doy unas actividades, las discuten y luego las resuelven y ponen en común.

ENTREVISTA FINAL I

- **Cuestionario de valoración de la experiencia**

Una vez finalizada la experiencia, este profesor nos proporcionó estos comentarios y valoraciones, en los que nos daba su opinión sobre el diseño y el desarrollo de la misma.

Nombre del profesor: ***P4*** Colegio: ***Los Menceyes*** Curso: ***6º de Primaria*** Tópico llevado al aula: ***Ángulos*** Fecha: 22/06/98

- **Unidad de aprendizaje: Ángulos**

Fases en las que se realizaron las dos grabaciones:

1- ¿Qué te ha parecido el diseño de la unidad de aprendizaje desarrollada?
Bien, aunque muy larga. Esta unidad se debería distribuir en ciclos (secuenciarlas). Hay algunas actividades que a los chicos les resultaron difíciles contestar, por no entenderlas y porque tampoco estaban acostumbrados a esos tipos de preguntas.
Cuando se les pregunta a los chicos que escriban las dudas y/o las observaciones no saben qué poner, pues no están acostumbrados.
2- Sobre el desarrollo de la experiencia, ¿Qué opinas del proceso de enseñanza-aprendizaje? ¿y la organización de las fases?
Indiscutiblemente los chicos aprenden, reflexionan, buscan soluciones entre ellos, adquieren un vocabulario y su significado, apoyado todo ello con un material que les facilita desarrollar mejor las actividades.
La fase a la que más partido se le sacó, fue la puesta en común donde se aclararon dudas y participaron los chicos.
3- Valora la experiencia globalmente y comenta de manera explícita si una propuesta curricular de este estilo es factible para desarrollar el currículo de Geometría.
La experiencia fue enriquecedora tanto para mi como para los alumnos. Esta propuesta es factible pero distribuirla equitativamente por ciclos cada una de las unidades.
4- ¿Cómo valoras el curso realizado con el desarrollo práctico de la experiencia?
- He aprendido otra manera de enfocar la geometría.
- Que todo para llegar a su aprendizaje necesita pasar por unas fases.
- Conocimiento de ciertos materiales que muchas veces los paso por alto (como el goniómetro de papel vegetal).

5- ¿Cómo inciden, a tu juicio, las siguientes actividades del profesor:
Explicar: Tuve muchas veces que explicar incluso los ejemplos porque por si solos no sacaban las conclusiones para poder seguir adelante con la actividad.
Motivar: A mi grupo en particular, me fue difícil la mayoría de las veces, pues siempre discutían, se peleaban y perdía mucho tiempo para calmarlos; además el material que ellos construían lo rompían o lo desaparecían; no lo traían y lo pedían prestado a sus compañeros.
Organizar: Se les dio una carpeta a cada niño donde iban archivando cada ficha. Y luego una vez finalizada la clase un chico las recogía y las guardaba en el armario.
Se colocaron en forma de U y luego en pequeños grupos, 3 ó 4, nombrándose un jefe de grupo, estos grupos eran heterogéneos. Este agrupamiento duró poco porque no funcionó, colocándolos nuevamente en su forma habitual.
Orientar: Constantemente una actividad fue parada porque no la entendían o carecían de conocimientos previos para realizarla, preparándoles unas fichas.
Sistematizar: Sistematizar con facilidad un concepto.
6- ¿Cómo valoras las actividades que se proponen en la unidad de aprendizaje?
Bien, pues siguen una secuencia lógica. Además todos trabajan a la vez la misma actividad. Sólo llegamos a la actividad 32 del primer documento, pues a muchas de las actividades les dedicamos más de dos sesiones dadas las características de los chicos.
7- ¿Genera el modelo interacciones entre los alumnos y el profesor y entre los alumnos mismos?
Sí, ellos entre sí se comunican para buscar soluciones y cuando no las encuentran piden ayuda al profesor.
8- ¿Qué preguntas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?

9- ¿Qué respuestas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?

10- ¿Cómo fue tu participación en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración?
Intervine cuando ellos no llegan a dar una solución correcta.
11- ¿Tuviste que plantear actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas?¿Cuáles?¿Por qué?
Sí, porque carecían de vocabulario y desconocimiento de algunos conceptos fundamentales.
12- ¿Cómo caracterizarías las preguntas que hizo el alumno?

13- ¿Cómo responden los alumnos a las preguntas formuladas en el diseño?
- Algunas de ellas no saben que contestar debido a que el enunciado presentaba dificultad.
- Otras veces, no querían leer y no se preocupaban por contestar.

14- ¿Qué dificultades observas en los alumnos al realizar las tareas?
- Su desconocimiento.
- Apatía.
- Desmotivación.

15- ¿Cuál fue la participación de los alumnos en las fases de puesta en común?
Fue buena y una experiencia nueva para ellos.
16- ¿Crees que esta propuesta de enseñanza-aprendizaje motiva a los alumnos?¿En qué medida?
Sí, una vez que se acostumbran a esa dinámica, pues fue un cambio de metodología para ellos. Les llama la atención el material utilizado.

ENTREVISTA FINAL II

Nombre del profesor: ***P4***
Colegio: ***Los Menceyes***
Curso: ***6º de Primaria***
Tópico llevado al aula: ***Ángulos***
Fecha: 21/12/98

- **Guión de la entrevista**

1ª Fase: *Aplicación del diseño.*
¿Qué niveles de van Hiele se trabajaron?
Nivel 1.
¿Qué actividades del nivel 1 no se trabajaron?¿Por qué?
A partir de la 33.
¿Qué actividades del nivel 2 no se trabajaron?¿Por qué?

¿Añadieron actividades nuevas?
Añadir no, más bien introducir en ciertas actividades una serie de conceptos para que entendieran las mismas.
¿En qué nivel?
En el nivel 1.
¿En qué fase?
En las fases 1 y 2.
¿Cuáles?
1,2,4,8,9,18 y 21.
¿Por qué?
Para que con esos conceptos previos que ya introduje pudiesen seguir las actividades propuestas.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 1?
Diciembre 97 - Marzo 98.
Cuatro meses. Lo que lleva consigo, ejemplo: una actividad en 3 sesiones y ampliar una actividad. Todo el gran grupo a la vez.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 2?

2ª Fase: *En cuanto a la validez del diseño.*
¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿Por qué?
No porque pensé que era un proyecto que no se podía utilizar más.
¿Y con algunas actividades que hay en él?
No. Idem anterior.
¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?
No.
En caso afirmativo, ¿Cuáles?¿Por qué?

En caso negativo ¿Cuáles?¿Por qué?
No, pues ya la di de forma diferente. Tengo los alumnos con unas fichas preparadas por mí desde 2º hasta 6º de Primaria.

3ª Fase: *En relación a los cuadernillos seleccionados*.
¿Cuáles han sido los criterios de selección de los alumnos?
(Aparte de ser un alumno bueno, un alumno malo y otro regular)
Bueno→ capacidades y mejor calificación.
Regular→ capacidades y regular calificación.
Malo→ capacidades y poco rendimiento.

4 ª Fase: *Opinión personal.*
Sobre el trabajo que llevaron al aula.
Bien, pero el trabajo largo debido a la cantidad de actividades y tener que elaborar ellos mismos la

actividad, dado que ese grupo era la primera vez que trabajaba así. Los alumnos no aceptan el tener que leer las actividades puesto que están acostumbrados a la presentación de unas actividades que sin leer ya saben lo que tienen que hacer, por la presentación.
¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿Por qué?
La metodología es parecida.

ENTREVISTA FINAL I

- **Cuestionario de valoración de la experiencia**

Una vez finalizada la experiencia, este profesor nos proporcionó estos comentarios y valoraciones, en los que nos daba su opinión sobre el diseño y el desarrollo de la misma.

Nombre del profesor: ***P5*** Colegio: ***Toscal-Longuera*** Curso: ***1º ESO*** Tópico llevado al aula: ***Ángulos*** Fecha: 22/06/98

- **Unidad de aprendizaje: Ángulos**

Fases en las que se te hicieron las dos grabaciones:

- Primera fase: Fase previa en la iniciación del proyecto.
- Segunda fase: Fase observación

1- ¿Qué te ha parecido el diseño de la unidad de aprendizaje desarrollada?
Muy trabajada en las actividades. Necesidad de mayor delimitación en las situaciones de aprendizaje. Yo, concretamente, he aprendido la perspectiva por el tiempo transcurrido en el desarrollo del proyecto. Es una programación ideal pero no idónea.
2- Sobre el desarrollo de la experiencia, ¿Qué opinas del proceso de enseñanza-aprendizaje?¿y la organización de las fases?
Yo creo que requiere una mayor concreción en lo que se refiere al establecimiento de la situación de aprendizaje. El cómo no está fijado y, por lo tanto, depende del profesor que lo aplique.
3- Valora la experiencia globalmente y comenta de manera explícita si una propuesta curricular de este estilo es factible para desarrollar el currículo de Geometría.
Sí, siempre que el desarrollo de la misma se realice con menor número de actividades o distinta entre diferentes cursos o niveles.
4- ¿Cómo valoras el curso realizado con el desarrollo práctico de la experiencia?
Es una experiencia distinta.
5- ¿Cómo inciden, a tu juicio, las siguientes actividades del profesor:
Explicar: Tratando de resolver las dudas de tipo general que los alumnos no pueden resolver por si mismo.
Motivar: Despertando el interés, ya planteando cuestiones y sus posibles salidas, ya buscando una inmediatez con los problemas planteados.
Organizar: Facilitando los medios adecuados distribuyendo las actividades en el tiempo, planteando y creando circunstancias adecuadas para el desarrollo efectivo de la actividad.
Orientar: Sugiriendo posibles métodos de resolver los problemas
Sistematizar: Es el aspecto fundamental del proceso, determinando claramente los elementos o factores que inciden en el problema para plantear el camino adecuado en su resolución, y, además, por generalización, obtener soluciones comunes.
6- ¿Cómo valoras las actividades que se proponen en la unidad de aprendizaje?
Bien. No obstante, debe tenerse en cuenta que dichas actividades tienen que ser fácilmente ejecutables y además atenerse a un tiempo de ejecución ya estipulado por factores externos: el número de horas asignadas a cada materia, la prioridad entre los contenidos dentro de la misma,...
7- ¿Genera el modelo interacciones entre los alumnos y el profesor y entre los alumnos mismos?
Sí, sobre todo en los momentos de explicitación en los que surgen diferentes perspectivas sobre una misma cuestión, lo que lleva a la discusión y confrontación de ideas.
8- ¿Qué preguntas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?
En alguna actividad -no recuerdo en cual- reflejada en el diario del proyecto, no hay interpretaciones muy ortodoxas sobre algunas de las cuestiones.
9- ¿Qué respuestas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?
También figuran en el diario de clase
10- ¿Cómo fue tu participación en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración?
De coordinación y moderador de búsqueda de interpretaciones mas próximas al sentido común, de descartar situaciones absurdas. Y la verdad sea dicha, no tengo muy claro, la discriminación entre estas fases.
11- ¿Tuviste que plantear actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas?¿Cuáles?¿Por qué?

Sí. En ángulos consecutivos. La actividad al no tener color no permite descubrir el método para construir ángulos consecutivos mediante plegado y sombreado.

12- ¿Cómo caracterizarías las preguntas que hizo el alumno?

Preguntas, en su mayoría, derivadas de la no comprensión de los enunciados de las actividades.

13- ¿Cómo responden los alumnos a las preguntas formuladas en el diseño?

Algunas veces, sin mediarlas adecuadamente; otras, muy pocas, con bastante originalidad.

14- ¿Qué dificultades observas en los alumnos al realizar las tareas?

Ya las he citado.

15- ¿Cuál fue la participación de los alumnos en las fases de puesta en común?

Fue muy participativo

16- ¿Crees que esta propuesta de enseñanza-aprendizaje motiva a los alumnos?¿En qué medida?

Sí y bastante. A la mayoría la propuesta le pareció divertida, entretenida, fácil. Lástima que no dispongamos del tiempo necesario para que todo el proceso se hubiera llevado a cabo con todo detalle.

ENTREVISTA FINAL II

Nombre del profesor: ***P5*** Colegio: ***Toscal Longuera*** Curso: ***1º ESO*** Tópico llevado al aula: ***Ángulos*** Fecha: 21/12/98

- **Guión de la entrevista**

1ª Fase: ***Aplicación del diseño.***
¿Qué niveles de van Hiele se trabajaron?
El 1 y el 2.
¿Qué actividades del nivel 1 no se trabajaron?¿Por qué?
La 1, 2, 7 (con cubos de verdad), 9 (algunos, de otra manera, de distinto color), 13 (de otra manera), 14, las del reloj (28, 29, 30) las hicieron los que quisieron.
¿Qué actividades del nivel 2 no se trabajaron?¿Por qué?
Falta mirar el nivel 2.
¿Añadieron actividades nuevas?
Modificó.
¿En qué nivel?
En el nivel 1.
¿En qué fase?
En la 4ª y en la 5ª
¿Cuáles?
Las que se referían a orientación con ángulos.
¿Por qué?
Porque no estaban claras, los alumnos no las entendían (relojes); giros ángulos. Para complementar y reforzar.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 1?
Tres semanas.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 2?
Tres semanas.

2ª Fase***: Cuestionario referido a la validez del diseño.***
¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿Por qué?

¿Y con algunas actividades que hay en él?
No, pues ahora estoy en programas de garantía social.
¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?
Ídem de lo anterior.
En caso afirmativo, ¿Cuáles?¿Por qué?

En caso negativo ¿Cuáles?¿Por qué?

3ª Fase: ***Cuestionario referido a los cuadernillos seleccionados.***
¿Cuáles han sido los criterios de selección de los alumnos? (Aparte de ser un alumno bueno, un alumno malo y otro regular).
"Ninguno", los que pude hablar con ellos.

4 ª Fase: ***Opinión personal.***
Referida al trabajo llevado en el aula.
A los alumnos les encantó, pero mi opinión es que hay que distribuir las diferentes fases y niveles a lo largo de la enseñanza obligatoria, pues no se puede destinar tres semanas sólo a ángulos.
¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad? ¿Por qué?
No.

ENTREVISTA FINAL I

- **Cuestionario de valoración de la experiencia**

Una vez finalizada la experiencia, este profesor nos proporcionó estos comentarios y valoraciones, en los que nos daba su opinión sobre el diseño y el desarrollo de la misma.

Nombre del profesor: ***P6***
Colegio: ***Mencey Bentor***
Curso: ***1º ESO***
Tópico llevado al aula: ***Ángulos***
Fecha: 22/06/98

- **Unidad de aprendizaje: Ángulos**

Fases en las que se realizaron las dos grabaciones:

- Primera fase: Fase previa en la iniciación del proyecto.
- Segunda fase: Fase observación

1- ¿Qué te ha parecido el diseño de la unidad de aprendizaje desarrollada?
Quizás tenga un exceso de trabajo para el horario que tenemos tan restringido. Debido al alumnado en el que se desarrolla el tema-1º de la ESO-los conocimientos generales del tema los habían adquirido con anterioridad, con lo que se llegó a alguna contradicción. Creo que se debería comenzar desde 2º y 3º de primaria.
2- Sobre el desarrollo de la experiencia, ¿Qué opinas del proceso de enseñanza-aprendizaje? ¿Y la organización de las fases?
La experiencia, aunque ayudó a reforzar los conocimientos sobre el tema, resultaron algo pesados, dado el conocimiento que ya habían adquirido. Las fases bien, dado que nos permiten obtener un conocimiento total de forma progresiva,...
3- Valora la experiencia globalmente y comenta de manera explícita si una propuesta curricular de este estilo es factible para desarrollar el currículo de Geometría.
La experiencia fue muy interesante, siempre y cuando se inicie desde los primeros cursos de primaria.
4- ¿Cómo valoras el curso realizado con el desarrollo práctico de la experiencia?
Como una experiencia, sirve de gran ayuda para un mejor desarrollo de la unidad de trabajo.
5- ¿Cómo inciden, a tu juicio, las siguientes actividades del profesor:
Explicar: Bien. Siempre que se ciña a despejar y aclarar dudas.
Motivar: La motivación debe ser consustancial con el momento bien del individuo o de la clase. Siempre sin dirigismo.
Organizar: Una vez que el alumno haya cometido fallos tratar de hacerle ver en que ha fallado y cuáles han podido ser los motivos y discutir las posibles soluciones.
Orientar: Sí, pero previa a la búsqueda de los temas y ayudándoles en la obtención del material.
Sistematizar: Siempre que no se convierta en una imprecisión.
6- ¿Cómo valoras las actividades que se proponen en la unidad de aprendizaje?
Bien. Aunque excesivas por su reiteración. Eliminaría alguna de ellas, como de hecho se hizo.
7- ¿Genera el modelo interacciones entre los alumnos y el profesor, y entre los alumnos mismos?
Sí, por fomentar el diálogo dado el sistema participativo del método.
8- ¿Qué preguntas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?
Por no haber previsto los ángulos triedros me preguntaron que clase de ángulo era el de la esquina de la clase.
9- ¿Qué respuestas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?
Las correspondientes a las preguntas reseñadas.
10- ¿Cómo fue tu participación en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración?
Sólo de orientación
11- ¿Tuviste que plantear actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas?¿Cuáles?¿Por qué?

12- ¿Cómo caracterizarías las preguntas que hizo el alumno?
En principio fueron confusas y luego ya eran razonadas en su mayoría.
13- ¿Cómo responden los alumnos a las preguntas formuladas en el diseño?
De forma más razonada que con los métodos normales, aunque los primeros les daban mucha confusión
14- ¿Qué dificultades observas en los alumnos al realizar las tareas?

Que cometen fallos por ser muy repetitivas algunas y en otras por no fijar la atención.
15- ¿Cuál fue la participación de los alumnos en las fases de puesta en común?
Total. Incluso los niños con más dificultades, al ser algo nuevo, participaron con gran intensidad.
16- ¿Crees que esta propuesta de enseñanza-aprendizaje motiva a los alumnos?¿En qué medida?
Sí. En que les hace más participativos.

ENTREVISTA FINAL II

Nombre del profesor: ***P6*** Colegio: ***Mencey Bentor*** Curso: ***1º ESO*** Tópico llevado al aula: ***Ángulos*** Fecha: 17/12/98

- **Guión de la entrevista:**

1ª Fase*: Aplicación del diseño.*
¿Qué niveles de van Hiele se trabajaron?
El 1.
¿Qué actividades del nivel 1 no se trabajaron?¿Por qué?
Se trabajaron todas.
¿Qué actividades del nivel 2 no se trabajaron?¿Por qué?
No se trabajó el nivel 2.
¿Añadieron actividades nuevas?
Sí
¿En qué nivel?
En el nivel 1.
¿En qué fase?
En la 4ª y en la 5ª
¿Cuáles?
Sumas y restas para ángulos complementarios y suplementarios. Ver en la realidad (ej: la clase) ángulos cóncavos y convexos.
¿Por qué?
Para complementar y reforzar.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 1?
Un mes y pico.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 2?

2ª Fase: *Cuestionario referido a la validez del diseño.*
¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿Por qué?

¿Y con algunas actividades que hay en él?
No, está programado para el mes de marzo.
¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?
Sí.
En caso afirmativo, ¿Cuáles?¿Por qué?
El nivel 2 entero
En caso negativo ¿Cuáles?¿Por qué?

3ª Fase: *Cuestionario referido a los cuadernillos seleccionados.*
¿Cuáles han sido los criterios de selección de los alumnos? (Aparte de ser un alumno bueno, un alumno malo y otro regular).
Por los mismos grupos lógicos que hay en la clase. Aquí hay un grupo bueno, otro regular y otro más flojo y de esos grupos cogí un alumno al azar..

4ª Fase*: Opinión personal.*
Referida al trabajo llevado en el aula.
Bueno, el método es tan intuitivo que el alumno descubre todo por deducción, llega a las explicaciones lógicas incluso.
¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad? ¿Por qué?
Ahora no, pero a partir de marzo sí.

ENTREVISTA FINAL I

- **Cuestionario de valoración de la experiencia**

Una vez finalizada la experiencia, este profesor nos proporcionó estos comentarios y valoraciones, en los que nos daba su opinión sobre el diseño y el desarrollo de la misma.

Nombre del profesor: ***P7*** Colegio: ***Pérez Zamora*** Curso: ***6º de Primaria*** Tópico llevado al aula: ***Ángulos*** Fecha: 22/06/98

- **Unidad de aprendizaje: Ángulos**

Fases en las que se realizaron las dos grabaciones:

1- ¿Qué te ha parecido el diseño de la unidad de aprendizaje desarrollada?
Me ha parecido bien, quizá un poco amplia y con un nivel un poco elevado para el nivel en el que pasé la prueba, pero no obstante en líneas generales la prueba gustó y fue entendida (motivadora para los niños).
2- Sobre el desarrollo de la experiencia, ¿Qué opinas del proceso de enseñanza-aprendizaje? ¿y la organización de las fases?
Sobre la enseñanza-aprendizaje me pareció sobre todo las actividades manipulativas, muy adecuadas para esta edad, pues los niños aprenden jugando y manipulando.
En cuanto a la organización de las fases me pareció adecuada, pues no dispongo de otro material para comparar, pues es una primera experiencia.
3- Valora la experiencia globalmente y comenta de manera explícita si una propuesta curricular de este estilo es factible para desarrollar el currículo de Geometría.
La experiencia globalmente es buena, lo que aplicarla a toda la geometría se haría demasiado larga y dado los objetivos que en un curso tenemos que desarrollar, me parece que no tendríamos tiempo.
4- ¿Cómo valoras el curso realizado con el desarrollo práctico de la experiencia?
El curso me pareció muy bien, pues dado que ya habíamos realizado todas las actividades, nos fue muy útil a la hora de pasarlo a los alumnos, pues podíamos aclarar dudas mucho mejor.
5- ¿Cómo inciden, a tu juicio, las siguientes actividades del profesor:
Explicar: En estas actividades primero creo que el alumno debe intentarlo sin explicación, pero en caso de dudas a los que veamos con dificultades, ayudarles en lo posible, pero considero que sin previa explicación.
Motivar: El tipo de actividades, la redacción y el material del que disponían, ya de por sí los motivaba, pues es otra forma de trabajar.
Organizar: La organización siempre que se dispusiera del material necesario, me pareció adecuada.
Orientar: Siempre que el alumno lo demandase, teníamos que orientarlo en sus peticiones.
Sistematizar: Las actividades ya de por sí estaban sistematizadas.
6- ¿Cómo valoras las actividades que se proponen en la unidad de aprendizaje?
Buenas, aunque mucha cantidad para adecuarlas al Proyecto Curricular de mi Centro.
7- ¿Genera el modelo interacciones entre los alumnos y el profesor y entre los alumnos mismos?
Algunas veces.
8- ¿Qué preguntas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?
Algunas referidas más bien al vocabulario empleado, pues a veces no sabían utilizarlo en el contexto adecuado.
9- ¿Qué respuestas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?
Que me dé cuenta ahora, ninguna.
10- ¿Cómo fue tu participación en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración?
Como en el resto de las fases, aunque en la de explicación fue un poco de moderadora, pues a esta edad es muy difícil tanto hacerlos hablar como respetar el turno de palabra.
11- ¿Tuviste que plantear actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas?¿Cuáles?¿Por qué?
No.
12- ¿Cómo caracterizarías las preguntas que hizo el alumno?
Casi siempre referidas al conocimiento y al vocabulario.
13- ¿Cómo responden los alumnos a las preguntas formuladas en el diseño?
Contestaron positivamente.

14- ¿Qué dificultades observas en los alumnos al realizar las tareas?
Dificultades en cuanto al conocimiento, pues, a veces, no tenían los conocimientos previos para realizarlas.
15- ¿Cuál fue la participación de los alumnos en las fases de puesta en común?
Bien si partimos de la edad de los niños a los que pasé la prueba.
16- ¿Crees que esta propuesta de enseñanza-aprendizaje motiva a los alumnos?¿En qué medida?
- Sí.
- Bastante, es otra forma de aprendizaje.

ENTREVISTA FINAL II

Nombre del profesor: ***P7*** Colegio: ***Pérez Zamora*** Curso: ***6º de Primaria*** Tópico llevado al aula: ***Ángulos*** Fecha: 21/12/98

- **Guión de la entrevista**

1ª Fase*: Aplicación del diseño.*
¿Qué niveles de van Hiele se trabajaron?
El 1.
¿Qué actividades del nivel 1 no se trabajaron?¿Por qué?
Las del cubo.
¿Qué actividades del nivel 2 no se trabajaron?¿Por qué?
Todas.
¿Añadieron actividades nuevas?
No, alguna explicación oral cuando no entendían la forma en que venía redactado, el vocabulario.
¿En qué nivel?
En el 1.
¿En qué fase?
En las 4ª y 5ª.
¿Cuáles?

¿Por qué?

¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 1?
Un trimestre.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 2?

2ª Fase: En cuanto a la validez del diseño.
¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿Por qué?
No, tengo niños de 1º Primaria.
¿Y con algunas actividades que hay en él?
No por la misma razón.
¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?
No este curso, pero en un futuro sí, pues he solicitado ir a la E.S.O.
En caso afirmativo, ¿Cuáles?¿Por qué?

En caso negativo ¿Cuáles?¿Por qué?
Razones dadas en la última pregunta contestada.

3ª Fase: *En relación a los cuadernillos seleccionados.*
¿Cuáles han sido los criterios de selección de los alumnos?
(Aparte de ser un alumno bueno, un alumno malo y otro regular)

4ª Fase: *Opinión personal.*
Sobre el trabajo que llevaron al aula.
Bastante bien, los alumnos eran independientes en el trabajo, tenían que leerlo, pensar lo que tenían que hacer, preguntaban al grupo y luego a mí.
¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿Por qué?
No, 1º Primaria.

ENTREVISTA FINAL I

- **Cuestionario de valoración de la experiencia**

Una vez finalizada la experiencia, este profesor nos proporcionó estos comentarios y valoraciones, en los que nos daba su opinión sobre el diseño y el desarrollo de la misma.

Nombre del profesor: ***P8***
Colegio: ***Aguamansa***
Curso: ***4º de Primaria***
Tópico llevado al aula: ***Ángulos***
Fecha: 22/06/98

- **Unidad de aprendizaje: Ángulos**

Fases en las que se realizaron las dos grabaciones:

1- ¿Qué te ha parecido el diseño de la unidad de aprendizaje desarrollada?
Me ha parecido interesante, por el enfoque manipulativo que existía en casi todas las actividades, de tal forma que el aprendizaje era dinámico y constructivo, y no por el contrario algo dogmático, como suelen ser las clases de geometría.
2- Sobre el desarrollo de la experiencia, ¿Qué opinas del proceso de enseñanza-aprendizaje?¿y la organización de las fases?

3- Valora la experiencia globalmente y comenta de manera explícita si una propuesta curricular de este estilo es factible para desarrollar el currículum de Geometría.
La experiencia globalmente me parece positiva. Si no es factible el desarrollo del currículum de esta manera ¿Cómo lo sería? ¿Tal vez con pizarra, tiza y papel?
¡Estas preguntas sirven como comentario!
4- ¿Cómo valoras el curso realizado con el desarrollo práctico de la experiencia?
Necesario. Es difícil que una profesora o profesor ponga en práctica algo que ella o él no ha hecho antes.
5- ¿Cómo inciden, a tu juicio, las siguientes actividades del profesor:
Explicar: No es tan importante. Se debe procurar crear determinados conflictos cognitivos que llevan al alumno a enfrentarse con sus ideas y acomodar las nuevas.
Motivar: Fundamental. Gran parte del aprendizaje, está relacionado con la motivación.
Organizar: En este apartado el profesor debe tener una idea más o menos (en todo momento) acerca de lo que va a hacer en clase.
Orientar: ---
Sistematizar: ---
6- ¿Cómo valoras las actividades que se proponen en la unidad de aprendizaje?
Al tratarse de una investigación, no existe valoración a priori; sólo puede hacerse después de ponerla en práctica. En ocasiones pensamos que algunas pueden ser difíciles, pero tal vez sea la manera de presentarlas a los alumnos.
7- ¿Genera el modelo interacciones entre los alumnos y el profesor y entre los alumnos mismos?
Sin duda. Esta metodología provoca la interacción social entre los diferentes agentes del proceso de enseñanza-aprendizaje.
8- ¿Qué preguntas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?

9- ¿Qué respuestas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?

10- ¿Cómo fue tu participación en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración?

11- ¿Tuviste que plantear actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas?¿Cuáles?¿Por qué?

12- ¿Cómo caracterizarías las preguntas que hizo el alumno?

13- ¿Cómo responden los alumnos a las preguntas formuladas en el diseño?

14- ¿Qué dificultades observas en los alumnos al realizar las tareas?

15- ¿Cuál fue la participación de los alumnos en las fases de puesta en común?

16- ¿Crees que esta propuesta de enseñanza-aprendizaje motiva a los alumnos?¿En qué medida?
Por supuesto que sí. El principal motivo pienso que está en el aspecto "manipulativo" de las actividades.

ENTREVISTA FINAL II

Nombre del profesor: ***P8***
Colegio: ***Aguamansa***
Curso: ***4º de Primaria***
Tópico llevado al aula: ***Ángulos***
Fecha: 18/12/98

1ª Fase: ***Aplicación del diseño.***
¿Qué niveles de van Hiele se trabajaron?

¿Qué actividades del nivel 1 no se trabajaron?¿Por qué?

¿Qué actividades del nivel 2 no se trabajaron?¿Por qué?

¿Añadieron actividades nuevas?

¿En qué nivel?

¿En qué fase?

¿Cuáles?

¿Por qué?

¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 1?

¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 2?

2ª Fase: ***En cuanto a la validez del diseño.***
¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿Por qué?

¿Y con algunas actividades que hay en él?

¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?

En caso afirmativo, ¿Cuáles?¿Por qué?

En caso negativo ¿Cuáles?¿Por qué?

3ª Fase: ***En relación a los cuadernillos seleccionados.***
¿Cuáles han sido los criterios de selección de los alumnos?
(Aparte de ser un alumno bueno, un alumno malo y otro regular)
---

4 ª Fase: ***Opinión personal.***
Sobre el trabajo que llevaron al aula.

¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿Por qué?

ENTREVISTA FINAL I

- **Cuestionario de valoración de la experiencia**

Una vez finalizada la experiencia, este profesor nos proporcionó estos comentarios y valoraciones, en los que nos daba su opinión sobre el diseño y el desarrollo de la misma.

Nombre del profesor: ***P9*** Colegio: ***Dominicas*** Curso: ***5º de Primaria*** Tópico llevado al aula: ***Medida de Ángulos*** Fecha: 22/06/98

- **Unidad de aprendizaje: Medida de Ángulos**

Fases en las que se realizaron las dos grabaciones:

1- ¿Qué te ha parecido el diseño de la unidad de aprendizaje desarrollada?
El diseño de la unidad me ha gustado en general. Es positivo, las actividades son entendidas, aunque en momentos puntuales fueron repetidas y los alumnos al final estaban cansados y decían "Señorita, ¿cuándo terminamos esto?". También porque yo tenía que trabajar otras actividades y estaba un poco agobiada.
2- Sobre el desarrollo de la experiencia, ¿Qué opinas del proceso de enseñanza-aprendizaje?¿y la organización de las fases?
El proceso de enseñanza-aprendizaje me gusta, el alumno es capaz de sacar sus propias conclusiones con la organización del profesor y la organización de las fases me parece coherente.
3- Valora la experiencia globalmente y comenta de manera explícita si una propuesta curricular de este estilo es factible para desarrollar el currículo de Geometría.
La experiencia es positiva de forma global, y es factible desarrollarla. Te encuentras con los inconvenientes de que los alumnos no conocen los materiales, les cuesta interpretar algunas actividades planteadas con ellos.
4- ¿Cómo valoras el curso realizado con el desarrollo práctico de la experiencia?
En muchos momentos podías responder a cuestiones planteadas por los alumnos gracias a que se plantearon esas cuestiones en el curso. Siempre el tener contacto, una guía con otras personas enriquece la experiencia.
5- ¿Cómo inciden, a tu juicio, las siguientes actividades del profesor:
Explicar: en algunos momentos es necesario.
Motivar: Fundamental, porque a ellos solos les cuesta, y son "niños", va surgiendo día a día.
Organizar: Imprescindible, solos no son capaces.
Orientar: Importante, les ayuda.
Sistematizar: Ellos todavía son pequeños para esto.
6- ¿Cómo valoras las actividades que se proponen en la unidad de aprendizaje?
Buenas, aunque en algunas ocasiones son repetitivas y los alumnos se cansan, por ver sobre todo lo que les queda, ya que ellos no están acostumbrados a esto.
7- ¿Genera el modelo interacciones entre los alumnos y el profesor y entre los alumnos mismos?
Entre los alumnos genera situaciones mucho más enriquecedoras que en clase tradicional ya que se preguntaban mucho y ellos asumen mi papel, es decir, resolviendo las cuestiones por sí mismos primero y si no podían, entonces preguntaban.
Con el profesor la interacción es de guía, orientador, motivador, explicativo en muchos momentos determinados.
8- ¿Qué preguntas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?

9- ¿Qué respuestas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?

10- ¿Cómo fue tu participación en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración?
Orientadora, organizativa y en algunos casos explicativa.
11- ¿Tuviste que plantear actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas?¿Cuáles?¿Por qué?
No. Bueno, cuando utilizamos el ábaco hice unas actividades de operatoria porque no sabían utilizarlo.
12- ¿Cómo caracterizarías las preguntas que hizo el alumno?
Fueron preguntas puntuales para poder seguir con las actividades.
13- ¿Cómo responden los alumnos a las preguntas formuladas en el diseño?
Con interés, la mayoría, intentando siempre buscar soluciones.

14- ¿Qué dificultades observas en los alumnos al realizar las tareas?
Se cansan en determinados momentos, porque es mucho tiempo haciendo lo mismo, había que romper las actividades en determinados momentos.
15- ¿Cuál fue la participación de los alumnos en las fases de puesta en común?
Muy buena, ya que los alumnos son capaces de participar en todo sin ningún problema.
16- ¿Crees que esta propuesta de enseñanza-aprendizaje motiva a los alumnos?¿En qué medida?
Sí, ya que ellos participan de la enseñanza de una forma activa, se sienten dentro de la unidad, van sacando ellos solos conclusiones, preguntas, etc. Se sienten los protagonistas del aula y les encanta ir descubriendo conceptos nuevos.

ENTREVISTA FINAL II

Nombre del profesor: ***P9*** Colegio: ***Dominicas*** Curso: ***5º de Primaria*** Tópico llevado al aula: ***Medida de Ángulos*** Fecha:16/12/98

- **Guión de la entrevista**

1ª Fase: *Aplicación del diseño.*
¿Qué niveles de van Hiele se trabajaron?
Algunas actividades del nivel 1 y del nivel 2.
¿Qué actividades del nivel 1 no se trabajaron?¿Por qué?
17,19,23,25,30,31,33,34,36,39, porque eran repetitivas y los niños se cansaban
¿Qué actividades del nivel 2 no se trabajaron?¿Por qué?
7,10,11,19,20,23, por la misma razón que la pregunta anterior, y así aligeraba.
¿Añadieron actividades nuevas?
Sí, para trabajar con el ábaco plano para los ángulos.
¿En qué nivel?
En el nivel 1.
¿En qué fase?

¿Cuáles?
Actividades que me inventé de números en el ábaco.
¿Por qué?
Cree que es en la 1ª.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 1?
Tres semanas.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 2?
Dos semanas.

2ª Fase: *En cuanto a la validez del diseño.*
¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿Por qué?
No, no he comenzado la geometría.
¿Y con algunas actividades que hay en él?
No, por la misma razón anterior.
¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?
Sí.
En caso afirmativo, ¿Cuáles?¿Por qué?
En lo que pueda aplicar cuando trabaje el bloque de geometría u otro que lo precise.
En caso negativo ¿Cuáles?¿Por qué?

3ª Fase: *En relación a los cuadernillos seleccionados.*
¿Cuáles han sido los criterios de selección de los alumnos?
(Aparte de ser un alumno bueno, un alumno malo y otro regular)
---
4 ª Fase: *Opinión personal.*
Sobre el trabajo que llevaron al aula.
Me gustó, pero me gustaría hacerlo por partes, pues tan seguido, los alumnos se cansan de la misma dinámica de trabajo.
¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿Por qué?
En momentos sí, pues me gusta una clase dinámica, con actividades planteadas por mí y por ellos.

ENTREVISTA FINAL I

- **Cuestionario de valoración de la experiencia**

Una vez finalizada la experiencia, este profesor nos proporcionó estos comentarios y valoraciones, en los que nos daba su opinión sobre el diseño y el desarrollo de la misma.

Nombre del profesor: ***P10*** Colegio: ***Dominicas*** Curso: ***6º de Primaria*** Tópico llevado al aula: ***Ángulos*** Fecha: 22/06/98

- **Unidad de aprendizaje: Ángulos**

Fases en las que se realizaron las dos grabaciones:

1- ¿Qué te ha parecido el diseño de la unidad de aprendizaje desarrollada?
El diseño me ha parecido que está bien elaborado. A mí, en particular, no me ha ido bien en la práctica y pienso que ha sido por la edad de mis alumnos. De todos modos yo quitaría algunas actividades y pondría otras. Algunas actividades no tienen dificultad son muy reiterativas y en cambio otras se tocan poco.

2- Sobre el desarrollo de la experiencia, ¿Qué opinas del proceso de enseñanza-aprendizaje?¿y la organización de las fases?
El proceso de aprendizaje está bien estructurado. Los alumnos empiezan con muchas ganas el trabajo ya que la fase manipulativa les atrae mucho. Luego a medida que avanzan se cansan.
Las fases son las adecuadas para todo el proceso de aprendizaje, pero sin alargarse tanto en cada una de ellas.

3- Valora la experiencia globalmente y comenta de manera explícita si una propuesta curricular de este estilo es factible para desarrollar el currículo de Geometría.
La experiencia me ha parecido muy buena. Me parece factible siempre que se adecue a la edad de los alumnos.

4- ¿Cómo valoras el curso realizado con el desarrollo práctico de la experiencia?
El curso me pareció muy bueno y disfruté haciéndolo. Me hubiera gustado hacerlo más despacio y en distintos tiempos.

5- ¿Cómo inciden, a tu juicio, las siguientes actividades del profesor:
Explicar: Se explica poco.
Motivar: La motivación viene dada en las actividades.
Organizar: Lo más costoso es el organizar la clase para que funcione con tanto material.
Orientar: necesitan que se les oriente bastante y creo que es debido a que no están muy claras las preguntas.
Sistematizar: Veo que sistematizan con facilidad los conceptos.

6- ¿Cómo valoras las actividades que se proponen en la unidad de aprendizaje?
Las actividades en general son buenas aunque hay algunas muy repetidas y otras en que ellos no saben bien donde deben contestarlas.

7- ¿Genera el modelo interacciones entre los alumnos y el profesor y entre los alumnos mismos?
Sí. Necesitan de más orientación por parte del profesor y comentar más entre ellos las posibles respuestas.

8- ¿Qué preguntas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?
Todas las preguntas que me hicieron fueron del tipo: ¿Qué quiere decir esto? ¿Dónde tengo que contestar? Les aclarabas las preguntas y ya sabían continuar.

9- ¿Qué respuestas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?
Ninguna.

10- ¿Cómo fue tu participación en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración?
Yo intentaba que fueran ellos solos los que hicieran la puesta en común y sólo intervenía cuando era absolutamente necesario.

11- ¿Tuviste que plantear actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas?¿Cuáles?¿Por qué?
No.

12- ¿Cómo caracterizarías las preguntas que hizo el alumno?
De comprensión de enunciados.

13- ¿Cómo responden los alumnos a las preguntas formuladas en el diseño?
Generalmente bien. Un grupo minoritario contestaba para salir del paso, pero esto pasa en el resto de las asignaturas con las mismas personas.

14- ¿Qué dificultades observas en los alumnos al realizar las tareas?

15- ¿Cuál fue la participación de los alumnos en las fases de puesta en común?

Casi general. A estas edades todos quieren participar.

16- ¿Crees que esta propuesta de enseñanza-aprendizaje motiva a los alumnos?¿En qué medida?

Sí, bastante. Cuando programe el próximo curso voy a intentar hacer las Unidades Didácticas de geometría siguiendo este proceso.

ENTREVISTA FINAL II

Nombre del profesor: ***P10*** Colegio: ***Dominicas*** Curso: ***6º de Primaria*** Tópico llevado al aula: ***Ángulos*** Fecha: 16/12/98

- **Guión de la entrevista**

1ª Fase: ***Aplicación del diseño.***
¿Qué niveles de van Hiele se trabajaron?
El 1 y el 2.
¿Qué actividades del nivel 1 no se trabajaron?¿Por qué?
7, 20, 25, 26; (y las de después de la 33 sí). Eran muy elevadas y complicadas; repetitivas algunas.
¿Qué actividades del nivel 2 no se trabajaron?¿Por qué?
23, 24, 25, 26, 27 y las de después de la 38 (si hay 39). Muy elevadas y complicadas; algunas repetitivas.
¿Añadieron actividades nuevas?
Hice algunas de repaso para poder explicar éstas.
¿En qué nivel?
En el 2.
¿En qué fase?
En la 1ª.
¿Cuáles?
Ángulos consecutivos, adyacentes→ N.1.
Ángulos iguales→N.2.
¿Por qué?
Porque ellos no lo habían tratado nunca.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 1?
Tres semanas.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 2?
Tres semanas.

2ª Fase: ***En cuanto a la validez del diseño.***
¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿Por qué?
No, pues son los mismos alumnos (6º)
¿Y con algunas actividades que hay en él?
No, ídem. Han trabajado el geoplano, pero con polígonos.
¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?

En caso afirmativo, ¿Cuáles?¿Por qué?
No, son los mismos niños, aunque no descarto trabajar determinadas actividades que se ajusten al programa.
En caso negativo ¿Cuáles?¿Por qué?

3ª Fase: ***En relación a los cuadernillos seleccionados.***
¿Cuáles han sido los criterios de selección de los alumnos?
(Aparte de ser un alumno bueno, un alumno malo y otro regular)
Buena→ Mejor de la clase, limpia, ordenada.
Regular→ Niña preocupada de hacer las cosas bien, pero suelen ser flojos los resultados en la evaluación de todas las asignaturas.
Malo→Un alumno muy flojo.

4 ª Fase: ***Opinión personal.***
Sobre el trabajo que llevaron al aula.
Me gustó mucho, pero se necesita más tiempo.
¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿Por qué?
No, no se puede hacer actividades manipulativas, debido al número de alumnos.

ENTREVISTA FINAL I

- **Cuestionario de valoración de la experiencia**

Una vez finalizada la experiencia, esta profesora nos proporcionó estos comentarios y valoraciones en los que nos daba su opinión sobre el diseño y el desarrollo de la misma.

Nombre del profesor: ***P11*** Colegio: ***La Corujera*** Curso: ***2º ESO*** Tópico llevado al aula: ***Medida de Ángulos*** Fecha: 22/06/98

- **Unidad de aprendizaje: Medida de Ángulos**

Fases en las que se te realizaron las dos grabaciones:

1- ¿Qué te ha parecido el diseño de la unidad de aprendizaje desarrollada?
El diseño me ha parecido bueno y adecuado al nivel en el que lo he llevado a cabo (2º ESO)
2- Sobre el desarrollo de la experiencia, ¿Qué opinas del proceso de enseñanza-aprendizaje?¿y la organización de las fases?
Creo que siguiendo este proceso de enseñanza a los alumnos se les desarrolla más la capacidad de razonamiento, pero tiene el inconveniente de ser un proceso más lento y se crea en el maestro más ansiedad por creer que no se termina la programación del curso.
3- Valora la experiencia globalmente y comenta de manera explícita si una propuesta curricular de este estilo es factible para desarrollar el currículo de Geometría.
Sí es factible siempre que esta experiencia se le ofrezca al maestro ya diseñada y no tenga que utilizar más horas para elaborarla.
4- ¿Cómo valoras el curso realizado con el desarrollo práctico de la experiencia?
Me pareció muy bien, pues gracias al curso, todas las dudas que les surgieron a los alumnos ya las llevábamos preparadas, puesto que antes nos las habíamos planteado nosotros.
5- ¿Cómo inciden, a tu juicio, las siguientes actividades del profesor:
Explicar: Pienso que tanto en el proceso de enseñanza-aprendizaje, como en cualquier otro, la intervención "puntual" del profesor es fundamental y no se debería prescindir de ella, siempre que esta intervención se haga en el momento adecuado.
Motivar: En este trabajo, las mismas actividades sirven de motivación.
Organizar: Desde mi punto de vista la organización de los alumnos, el aula, el trabajo, etc. es fundamental, pero sobretodo en la fase de explicitación la organización del debate es indispensable.
Orientar: Es muy importante dar una serie de orientaciones antes de comenzar las actividades.
Sistematizar: Después de realizar este trabajo, comprobé que hacía falta que el alumno, en su cuaderno, sintetizara los conocimientos adquiridos y memorizara algunos de ellos para completar el trabajo.
6- ¿Cómo valoras las actividades que se proponen en la unidad de aprendizaje?
Las actividades me parecieron claras y adecuadas puesto que las llevé a cabo en 2º de la ESO pero creo que algunas eran demasiado elevadas para cursos inferiores.
7- ¿Genera el modelo interacciones entre los alumnos y el profesor y entre los alumnos mismos?
Sí.
8- ¿Qué preguntas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?
Ninguna.
9- ¿Qué respuestas no previstas te surgieron en el desarrollo de la unidad de aprendizaje?
Ninguna.
10- ¿Cómo fue tu participación en la puesta en común, fundamentalmente en las fases de explicitación y de integración?
Participé como moderadora en el debate sobre las actividades y fueron los alumnos los que contestaron las dudas que otros planteaban.
11- ¿Tuviste que plantear actividades de síntesis-reflexión distintas a las previstas?¿Cuáles?¿Por qué?
Sí, tuve que hacerlo en las actividades de ángulos complementarios y suplementarios porque no tenían claro los conceptos y les surgieron dudas.
12- ¿Cómo caracterizarías las preguntas que hizo el alumno?
Fueron preguntas relacionadas con contenidos y no con el tipo de actividad.
13- ¿Cómo responden los alumnos a las preguntas formuladas en el diseño?
Con una actitud bastante positiva porque en la zona en la que apliqué la experiencia se inclinan por todas

aquellas actividades que impliquen pegar, recortar, etc.
14- ¿Qué dificultades observas en los alumnos al realizar las tareas?
La única dificultad que les surgió en cuanto a las actividades fue la de señalar, pues no sabían cómo hacerlo.
15- ¿Cuál fue la participación de los alumnos en las fases de puesta en común?
La participación fue mayoritaria.
16- ¿Crees que esta propuesta de enseñanza-aprendizaje motiva a los alumnos?¿En qué medida?
Sí, bastante, pues, como decía anteriormente, ellos siempre se inclinan por las actividades de pegar, recortar, etc. y esto les facilita la comprensión de conceptos.

ENTREVISTA FINAL II

Nombre del profesor: ***P11***
Colegio: ***La Corujera***
Curso: ***2º ESO***
Tópico llevado al aula: ***Medida de Ángulos***
Fecha: 18/12/98

- **Guión de la entrevista**

1ª Fase: ***Aplicación del diseño.***
¿Qué niveles de van Hiele se trabajaron?
El 1 y el 2.
¿Qué actividades del nivel 1 no se trabajaron?¿Por qué?
Ninguna. Se trabajaron todas.
¿Qué actividades del nivel 2 no se trabajaron?¿Por qué?
Se trabajaron todas.
¿Añadieron actividades nuevas?
Reforcé actividades en la pizarra.
¿En qué nivel?
En los dos.
¿En qué fase?
Explicitación.
¿Cuáles?
Ángulos agudos, rectos, obtusos.
Medidas interiores y exteriores de ángulos.
Medidas con el goniómetro (ver actividad de medida número 21).
Medidas cuando intervienen las fracciones con ángulos como por ejemplo ½ de recto, 1/3 de recto.
Fórmulas.
¿Por qué?
Para que el alumno retuviera mejor lo que había comprendido, es decir, como refuerzo.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 1?
Tres semanas, una media de siete páginas diarias.
¿Cuál fue la temporalización real en el nivel 2?
Tres semanas, una media de siete páginas diarias.

2ª Fase: ***En cuanto a la validez del diseño.***
¿Has vuelto a trabajar en este curso con el diseño preparado?¿Por qué?
No, pues estoy trabajando en 5º de Primaria, cuyos alumnos vinieron de 4º que es un curso mixto, un curso bastante conflictivo, los cuales no dieron los contenidos de 4º y es por ello por lo que en este momento estoy en la Aritmética; claro está que eso no quiere decir que no vaya a trabajar el diseño en este curso, por supuesto.
¿Y con algunas actividades que hay en él?

¿Piensas trabajar con el diseño a lo largo del curso?
Sí, si las condiciones del curso me lo permiten.
En caso afirmativo, ¿Cuáles?¿Por qué?
En el nivel 1, pues el nivel en el que imparto es 5º.
En caso negativo ¿Cuáles?¿Por qué?

3ª Fase: ***En relación a los cuadernillos seleccionados.***
¿Cuáles han sido los criterios de selección de los alumnos?
(Aparte de ser un alumno bueno, un alumno malo y otro regular)
Por los conocimientos y la constancia en el trabajo.

4ª Fase*: Opinión personal.*
Sobre el trabajo que llevaron al aula.
Bueno, pues lo llevé en 2º de la ESO. Fue ameno para los alumnos y para mí.
¿Existe una relación entre este trabajo y el trabajo que llevan en la actualidad?¿Por qué?
No, quizá en el futuro.

TESTS DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO:

TEST DE A. JAIME

CUESTIONARIO DE GEOMETRÍA DE VAN HIELE

Número de cuestionario______

Sugerencias

Este test contiene 17 cuestiones. No se espera que sepas todas las preguntas planteadas.

Antes de empezar:

1.- Leer cuidadosamente cada pregunta.
2.- No volver a una página después de haber escrito las respuestas oportunas.
3.- Tendrás 45 minutos para este test.

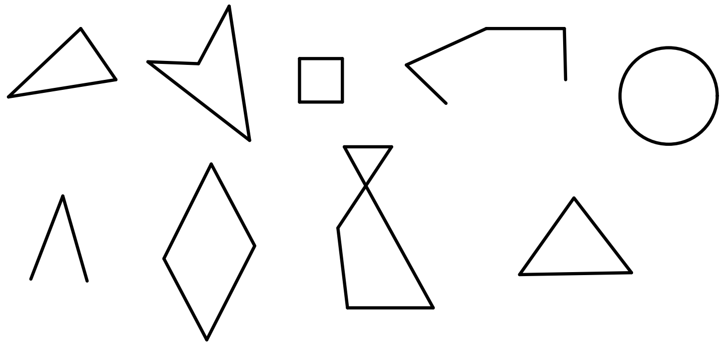
Espera hasta indicarte que puedes empezar.

Este test está basado en el trabajo de P.M Van Hiele. Adaptación realizada por A. Jaime 1993.

1. En las siguientes figuras,

pon una P dentro de las que son polígonos,
pon una X dentro de las que no son polígonos,
pon una T dentro de las que son triángulos, y
pon una C dentro de las que son cuadriláteros.
Si es necesario, puedes escribir varias letras en cada figura.

1 2 3 4 5



6 7 8 9

Escribe los números de las figuras que no son polígonos y explica, para cada una de ellas, por qué no son polígonos.

Escribe los números de las figuras que son triángulos y explica, para cada una de ella, por qué son triángulos.

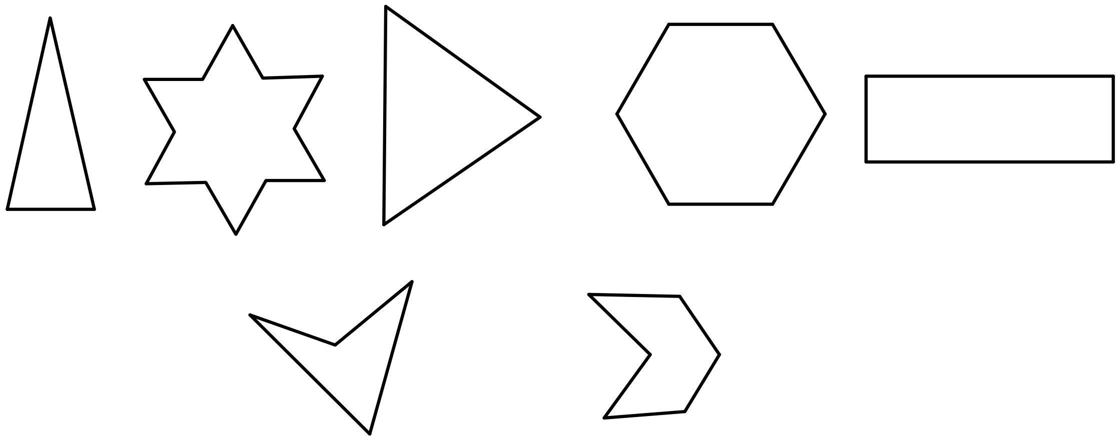
Escribe los números de las figuras que son cuadriláteros y explica, para cada una de ellas, por qué son cuadriláteros.

¿Es un polígono la figura 8? ¿Por qué?

¿Es un triángulo la figura 2? ¿Por qué?

2. En los siguientes polígonos pon una R dentro de los regulares, una I dentro de los irregulares, una V dentro de los cóncavos y una X dentro de los convexos. Si es necesario, puedes poner varias letras en cada figura.

1 2 3 4 5



6 7

Explica para cada una de las figuras números 2, 4, 5 y 7 por qué le has puesto esas letras (o por qué no has escrito ninguna)

Figura 2:

Figura 4:

Figura 5:

Figura 7:

3. Escribe todas las propiedades importantes comunes a los cuadrados y a los rombos:

4. Escribe todas las propiedades importantes que cumplen los cuadrados pero no los rombos:

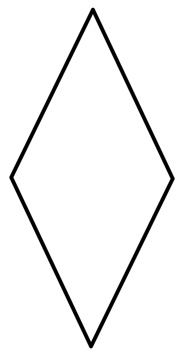
5. Escribe todas las propiedades importantes que cumplen los rombos pero no los cuadrados:

6. Escribe todas las propiedades importantes comunes a los triángulos equiláteros y los triángulos acutángulos:

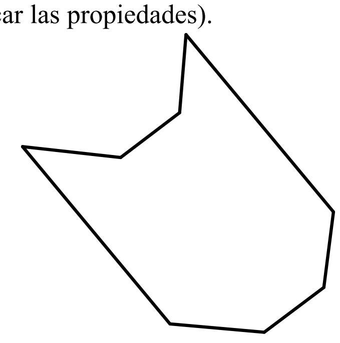
7. Escribe todas las propiedades importantes que cumplen los triángulos equiláteros pero no los triángulos acutángulos:

8. Escribe todas las propiedades importantes que cumplen los triángulos acutángulos pero no los triángulos equiláteros.

9. Aquí ves una figura (un rombo). Haz una lista con todas las propiedades de la figura que puedas encontrar (si quieres, puedes dibujar para explicar las propiedades).



10. Aquí ves otra figura. Haz una lista con todas las propiedades de la figura que puedas encontrar (si quieres, puedes dibujar para explicar las propiedades).



11. Recuerda que una diagonal de un polígono es un segmento que une dos vértices no consecutivos del polígono.

¿Cuántas diagonales tiene un polígono de n lados? Demuéstralo.

¿Habías estudiado ya este resultado con anterioridad?.

En caso afirmativo, ¿te acordabas de la forma de realizar la demostración? (contesta sólo sí o no).

12. Completa estos enunciados:

En un polígono de 5 lados la cantidad de diagonales que se pueden trazar desde cada vértice es .... y la cantidad total de diagonales es ....

En un polígono de 6 lados la cantidad de diagonales que se pueden trazar desde cada vértice es .... y la cantidad total de diagonales es ....

En un polígono de n lados la cantidad de diagonales que se pueden trazar desde cada vértice es ....

Justifica tu respuesta.

Utilizando la respuesta a la pregunta anterior, calcula la cantidad de diagonales que tiene un polígono de n lados. Demuestra tu respuesta.

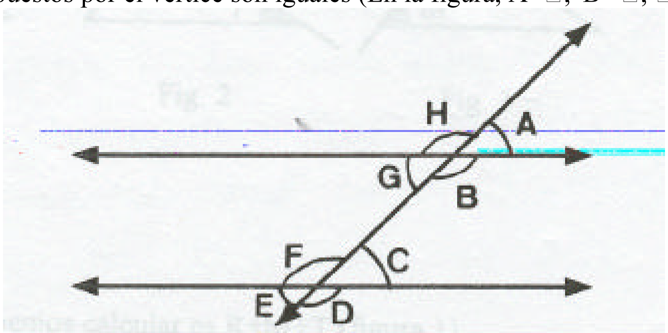
13. Trata de demostrar que la suma de los ángulos de cualquier triángulo acutángulo es 180º.

14. Propiedad: Cuando hay dos rectas paralelas cortadas por una transversal,

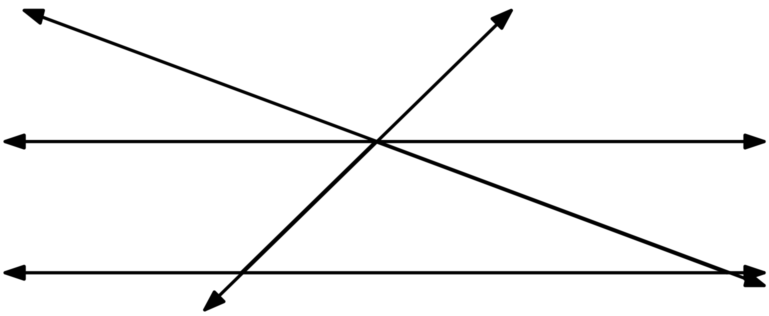
Los ángulos alternos internos son iguales entre sí (En la figura, $\hat{B}=\hat{F}$; □=□)

Los ángulos alternos externos son iguales entre sí (en la figura, $\hat{A}=\hat{E}$; $\hat{D}$ =□)

Los ángulos opuestos por el vértice son iguales (En la figura, $\hat{A}$=□, $\hat{B}$ =□, □ =$\hat{E}$ y $\hat{F}=\hat{D}$)



Teniendo en cuenta la figura siguiente (la recta r es paralela a la base del triángulo) y las propiedades anteriores, demuestra que la suma de los ángulos de cualquier triángulo acutángulo es 180º.



15. Aquí tienes una demostración completa de que la suma de los ángulos de cualquier triángulo acutángulo es 180º; léela y trata de entenderla:

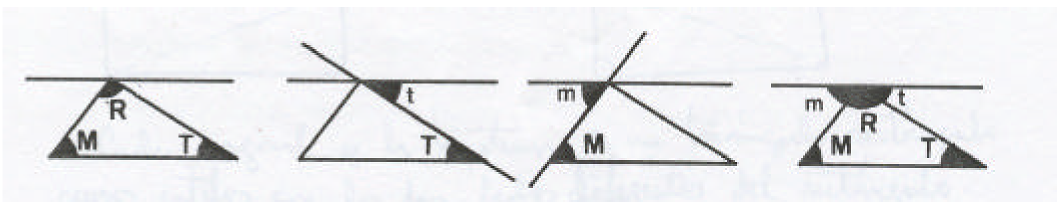


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

- La suma que debemos calcular es $\hat{R}+\hat{M}+\hat{T}$ (figura 1)
- Trazamos una paralela a la base del triángulo por el vértice opuesto R (figura 1)

Prolongando uno de los lados, tenemos, dos rectas paralelas cortadas por una transversal, por lo que $\hat{T}=\hat{t}$ (ángulos alternos internos; figura 2)

Prolongando el otro lado, tenemos de nuevo dos líneas paralelas cortadas por una transversal, por lo que M=m (ángulos alternos internos; figura 3).

Por lo tanto, $\hat{R}+\hat{M}+\hat{T} = \hat{R}+\hat{m}+\hat{t}$ =180º, ya forman un ángulo llano (figura 4).

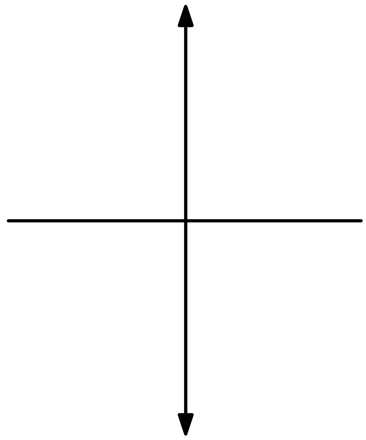
Acabas de ver una demostración de que la suma de los ángulos de un triángulo acutángulo es 180º.

¿Es cierta la propiedad de que la suma de los ángulos de un triángulo rectángulo es 180º? Demuestra tu respuesta (puedes seguir escribiendo por detrás de la la hoja).

Di cuánto vale la suma de los ángulos de un triángulo obtusángulo: Exactamente 180º, más de 180º, o menos de 180º. Demuestra tu respuesta.

16. a) Demuestra que las dos diagonales de cualquier rectángulo tienen la misma longitud.

b) La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al segmento que pasa por el punto medio de ese segmento (en la figura ves la mediatriz del segmento AB)



Demuestra que cualquier punto de la mediatriz equidista (está a la misma distancia) de los dos extremos del segmento.

17. Se suele definir paralelogramo como un cuadrilátero convexo con los lados paralelos dos a dos.

¿Se puede definir también paralelogramo como un cuadrilátero convexo en el que la suma de cualquier par de ángulos consecutivos es 180º?

Justifica tu respuesta (en caso de que tu respuesta sea afirmativa, demuestra que las dos definiciones son equivalentes)

TESTS DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO:

TEST DE USISKIN

TEST DE GEOMETRÍA DE VAN HIELE

Número de test______

Sugerencias

Este test contiene 25 cuestiones. No se espera que sepas todas las preguntas planteadas.

Hay un número de test arriba y a la derecha de esta página. Escribe este número en su lugar correspondiente de la Hoja de Respuestas.

Antes de empezar:

1.- Leer cuidadosamente cada pregunta.

2.- Decidir primero la respuesta correcta. Hay solamente una en cada cuestión.

3.- No marques este cuadernillo. Utiliza el espacio reservado en la Hoja de respuestas para hacer dibujos y otras cosas necesarias para responder.

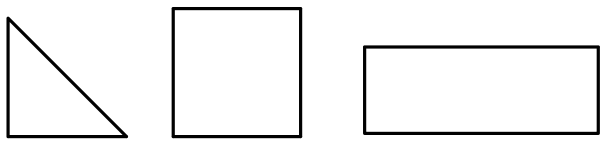
4.- Si quieres cambiar una respuesta, tacha completamente la primera respuesta señalada.

5.- Tendrás 35 minutos para este test.

Espera hasta indicarte que puedes empezar.

Este test está basado en el trabajo de P.M van Hiele. Adaptación realizada por Z. Usiskin, 1980.

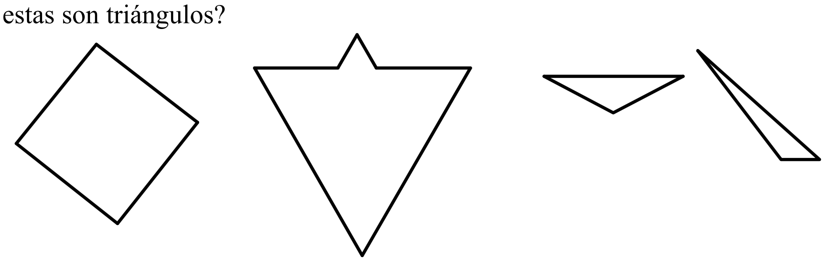
1. ¿Cuáles de estas figuras son cuadrados?



K **L** **M**

A) K solamente
B) L solamente
C) M solamente
D) Únicamente L y M
E) Todos son cuadrados

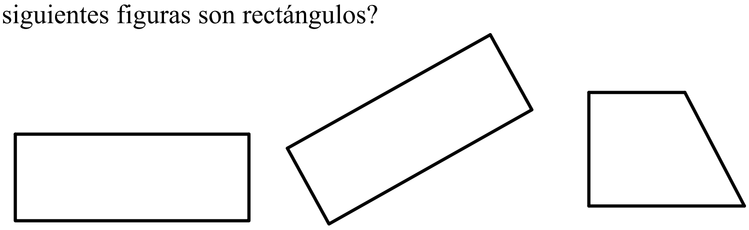
2. ¿Cuáles de estas son triángulos?



U **V** **W** **X**

A) Ninguna de ellas es un triángulo.
B) V solamente.
C) W solamente
D) W y X sólo.
E) V y W solamente.

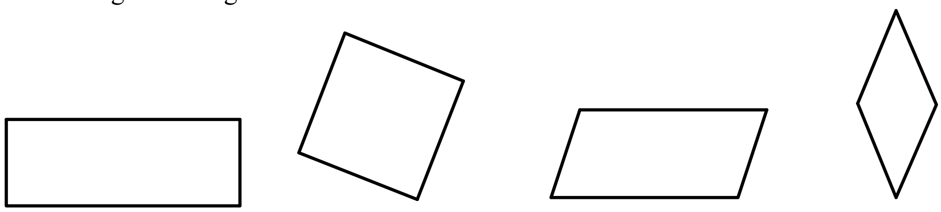
3. ¿Cuáles de las siguientes figuras son rectángulos?



S **T** **U**

A) S solamente.
B) T solamente
C) Sólo S y T.
D) Sólo D y U.
E) Todas son rectángulos.

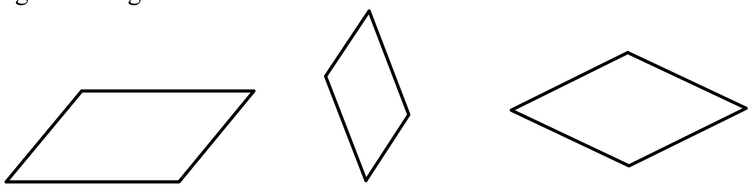
4. ¿Cuáles de las siguientes figuras son cuadrados?



F **G** **H** **I**

A) Ninguna de las figuras es un cuadrado.
B) G solamente
C) Sólo F y G.
D) Sólo I y G.
E) Todas son cuadrados.

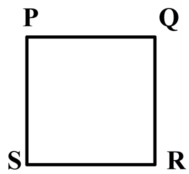
5. ¿Cuáles de las siguientes figuras son romboides?



J **M** **L**

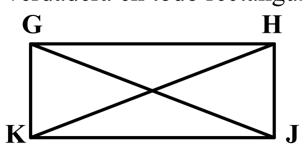
A) J solamente.
B) L solamente
C) Sólo J y M.
D) Ninguna de ellas.
E) Todas son romboides.

6. PQRS es un cuadrado. ¿Cuál de estas afirmaciones es cierta para todos los cuadrados?



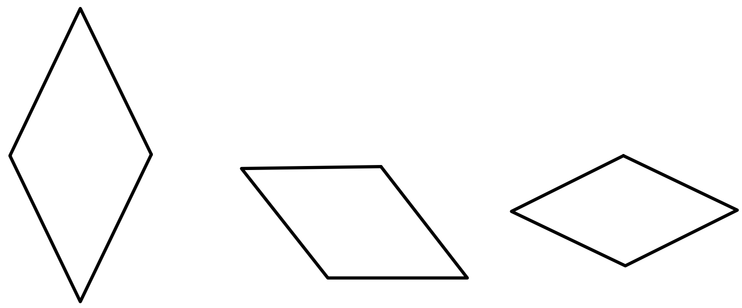
A) PR y RS tienen la misma longitud.
B) QR y PR son perpendiculares.
C) PS y QR son perpendiculares.
D) PS y QS tienen la misma longitud.
E) El ángulo Q es mayor que el ángulo R.

7. En un rectángulo GHJK, GJ y HK son las diagonales.
¿Cuál de las afirmaciones A)-D) no es verdadera en todo rectángulo?



A) Existen cuatro ángulos rectos.
B) Tiene cuatro lados.
C) Las diagonales tienen la misma longitud.
D) Los lados opuestos tienen la misma longitud.
E) Todas las respuestas de la A) a la D) son verdaderas en todo rectángulo.

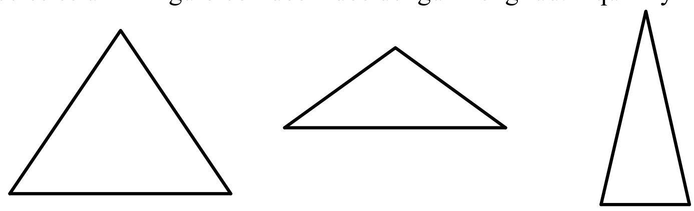
8. Un rombo es una figura de 4 lados con todos los lados de igual longitud. Aquí hay tres ejemplos:



¿Cuál de las afirmaciones A)-D) no es verdadera en todo rombo?

A) Las dos diagonales tienen la misma longitud.
B) Cada diagonal divide en dos ángulos iguales (biseca) a dos ángulos del rombo.
C) Las dos diagonales son perpendiculares.
D) Los lados opuestos tienen la misma medida.
E) Las respuestas A)-D) son verdaderas para todo rombo.

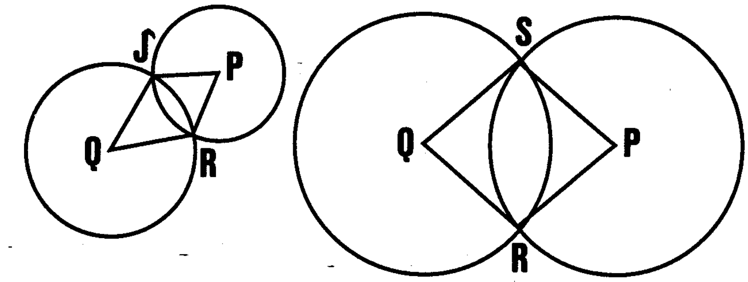
9. Un triángulo isósceles es un triángulo con dos lados de igual longitud. Aquí hay tres ejemplos.



¿Cuál de las afirmaciones A)-D) es verdadera en todo triángulo isósceles?

A) Los tres lados deben tener la misma longitud.
B) Un lado debe medir el doble del otro lado.
C) Debe haber al menos dos ángulos con la misma medida.
D) Los tres ángulos deben tener la misma medida.
E) Ninguna de las afirmaciones A)-D) es verdadera para todo triángulo isósceles.

10. Dos círculos con centros P y Q se intersectan en R y S para formar una figura de cuatro lados PRQS. Veamos dos ejemplos



¿Cuáles de las afirmaciones de la A) a la D) no son siempre verdaderas?

A) PRQS tendrá dos pares de lados de igual longitud.
B) PQRS tendrá al menos dos ángulos de igual medida.
C) Las rectas PQ y RS serán perpendiculares.
D) Los ángulos P y Q tendrán la misma medida.
E) Las afirmaciones A)-D) son todas verdaderas.

11. He aquí dos afirmaciones:

Afirmación 1: La figura F es un rectángulo.
Afirmación 2: La figura F es un triángulo.

¿Qué es correcto?

A) Si 1 es verdadera, entonces 2 es verdadera.
B) Si 1 es falsa, entonces 2 es falsa.
C) 1 y 2 no pueden ser ambas verdaderas.
D) 1 y 2 no pueden ser ambas falsas.
E) Ninguna de las afirmaciones A)-D) es correcta.

12. He aquí dos afirmaciones:

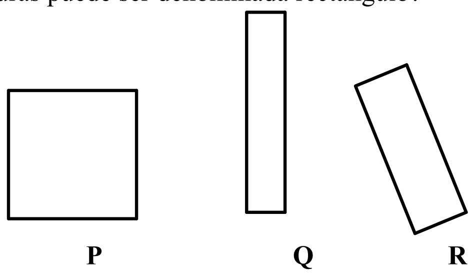
Afirmación S: El ΔABC tiene tres lados de la misma longitud.

Afirmación T: En el triángulo ΔABC, <A y <C tienen la misma medida

¿Qué es correcto?

A) Las afirmaciones S y T no pueden ser ambas verdaderas.
B) Si S es verdad, entonces T es verdadera.
C) Si T es verdadera, entonces S es verdadera.
D) Si S es falsa, entonces T es falsa.
E) Ninguna de las afirmaciones A)-D) es correcta..

13. ¿Cuál de las siguientes figuras puede ser denominada rectángulo?



A) Todas.
B) Q solamente.
C) R solamente.
D) Sólo P y Q.
E) Sólo Q y R.

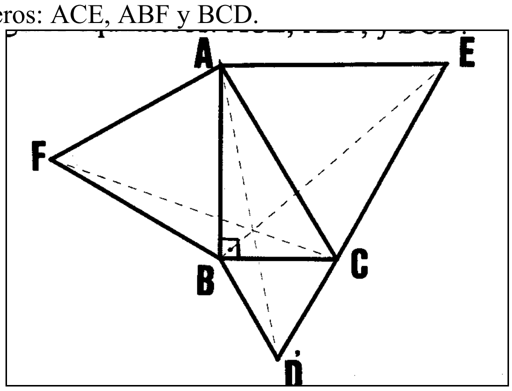
14. ¿Qué es verdadero?

A) Todas las propiedades de los rectángulos son propiedades de todos los cuadrados.
B) Todas las propiedades de los cuadrados son propiedades de todos los rectángulos.
C) Todas las propiedades de los rectángulos son propiedades de todos los paralelogramos.
D) Todas las propiedades de los cuadrados son propiedades de todos los paralelogramos.
E) Ninguna de las afirmaciones A)-D)

15. ¿Qué tienen todos los rectángulos que algunos paralelogramos no tienen?

A) Lados opuestos iguales.
B) Diagonales iguales.
C) Lados opuestos paralelos.
D) Ángulos opuestos iguales.
E) Ninguna de las anteriores.

16.-Dado el triángulo rectángulo de la siguiente figura. Se construyen, sobre los lados de A BC los siguientes triángulos equiláteros: ACE, ABF y BCD.



A partir de esta información, se puede probar que AD, BE y CF tienen un punto común. ¿Que debería decirte esta prueba?

A) Sólo en el triángulo dibujado puede asegurarse que AD, BE y CF tienen un punto común.
B) En algunos triángulos rectángulos, aunque no todos, AD, BE y CF tienen un punto en común.

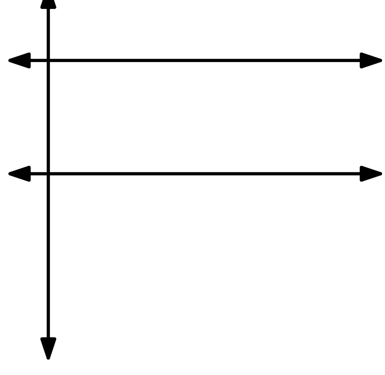
C) En cualquier triángulo rectángulo AD, BE y CF tienen un punto en común.
D) En cualquier triángulo, AD, BE y CF tienen un punto en común.
E) En cualquier triángulo equilátero, AD, BE y CF tienen un punto en común.

17. Considérense las tres propiedades siguientes de una figura.
Propiedad D: Tiene diagonales de igual longitud.
Propiedad S: Es un cuadrado.
Propiedad R: Es un rectángulo.
¿Qué es verdad?
A) D implica S lo que implica R.
B) D implica R lo que implica S.
C) S implica R lo que implica D.
D) R implica D lo que implica S.
E) R implica S lo que implica D.

18. He aquí dos proposiciones:
I: Si una figura es un rectángulo, entonces sus diagonales se dividen en dos partes iguales (bisecan).
II: Si las diagonales de una figura se bisecan una a la otra, la figura es un rectángulo.
¿Qué es correcto?
A) Para probar que I es verdadero, basta con probar que II lo es.
B) Para probar que II es verdadero, basta con probar que I lo es.
C) Para probar que II es verdadero, basta con encontrar un rectángulo cuyas diagonales se bisequen una a la otra.
D) Para probar que II es falso, basta con encontrar una figura que no sea rectángulo cuyas diagonales se bisequen una a la otra.
E) Ninguna de las respuestas A)-D) es correcta.

19. En geometría:
A) Cada término puede ser definido y cada afirmación verdadera puede probarse.
B) Cada término puede ser definido pero es necesario asumir que ciertas afirmaciones son verdaderas.
C) Algunos términos deben dejarse sin definir pero cada afirmación verdadera puede ser probada.
D) Algunos términos deben dejarse sin definir y es necesario tener algunas afirmaciones que se asumirán como ciertas.
E) Ninguna de las afirmaciones A)-D) es correcta.

20. Examinar estas tres proposiciones.
1) Dos rectas perpendiculares a una misma recta son paralelas.
2) Una recta que es perpendicular a una de dos rectas paralelas es perpendicular a la otra.
3) Si dos rectas son equidistantes, entonces son paralelas.
En la figura siguiente, se tiene que las rectas m y p son perpendiculares y las rectas n y p son perpendiculares. ¿Cuál de las proposiciones justifica que la recta m es paralela a la recta n?



A) 1) solamente.
B) 2) solamente.

C) 3) solamente.
D) Tanto 1) como 2)
E) Tanto 2) como 3).

21. En una cierta geometría, que denominamos F-Geometría, diferente a la que habitualmente usamos, existen exactamente cuatro puntos y seis rectas. Cada recta contiene exactamente dos puntos. Si los puntos son P, Q, R y S, las rectas son {P,Q}, {P,R}, {P,S}, {Q,R}, {Q,S} y {R,S}
Los términos "intersectar" y "paralela" se usan en F-geometría de la siguiente manera:
Las rectas {P,Q} y {P,R} se intersectan en P porque {P,Q} y {P,R} tienen a P en común.
Las rectas {P,Q} y {R,S} son paralelas porque no tienen puntos en común.
Teniendo en cuenta esta información, ¿Qué es correcto?

A) {P,R} y {Q,S} se intersectan.
B) {P,R} y {Q,S} son paralelas.
C) {Q,R} y {R,S} son paralelas.
D) {P,S} y {Q,R} se intersectan.
E) Ninguna de las anteriores es correcta.

22. Trisecar un ángulo significa dividirlo en tres partes de igual medida. En 1847, P. L. Wantzel probó que, en general, es imposible trisecar ángulos utilizando solamente un compás y una regla no graduada. De su prueba ¿qué podemos concluir?

A) En general, es imposible bisecar ángulos usando solamente un compás y una regla no graduada.
B) En general, es imposible trisecar ángulos utilizando solamente un compás y una regla graduada.
C) En general, es imposible trisecar ángulos usando cualquier instrumento de dibujo.
D) Es todavía posible que en un futuro alguien pueda encontrar una forma general para trisecar ángulos utilizando solamente un compás y una regla no graduada.
E) Nadie podrá encontrar un método general para trisecar ángulos utilizando solamente un compás y una regla no graduada.

23. Existe una geometría inventada por un matemático J en la que la siguiente proposición es verdadera:

La suma de las medidas de los ángulos de un triángulo es menor que 180º

¿Qué es correcto?

A) J cometió un error al medir los ángulos de un triángulo.
B) J cometió un error en el razonamiento lógico.
C) J tiene una idea equivocada de lo que significa "verdadero".
D) J comenzó con diferentes postulados que los de la geometría usual.
E) Ninguna de las anteriores.

24. Dos libros de geometría definen la palabra rectángulo de diferentes maneras. ¿Cuál es verdadera?

A) Uno de los libros tiene un error.
B) Una de las definiciones está equivocada. No puede haber dos definiciones diferentes de rectángulo.
C) Los rectángulos en uno de los libros deben tener distintas propiedades de los del otro.
D) Los rectángulos de uno de los libros deben tener las mismas propiedades que los del otro.
E) Las propiedades de los rectángulos en los dos libros podrían ser diferentes.

25. Supongamos que has probado las afirmaciones I y II.

I. Si p, entonces q
II. Si s, entonces no q.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones sigue de las afirmaciones I y II?

A) Si p, entonces s
B) Si no p, entonces no q.
C) Si p ó q, entonces s.
D) Si s, entonces no p.
E) Si no s, entonces p.

HOJA DE RESPUESTAS Número de test______

Señalar la casilla que corresponda a la respuesta que consideres correcta de la siguiente forma: Ejemplo :

	A)	B)	C)	D)	E)
45.					

	A)	B)	C)	D)	E)
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					
9.					
10.					
11.					
12.					
13.					
14.					
15.					
16.					
17.					
18.					
19.					
20.					
21.					
22.					
23.					
24.					
25.					

TRANSCRIPCIONES DE LAS PUESTAS EN COMÚN DURANTE EL CURSO GUÍA

PUESTA EN COMÚN DURANTE EL CURSO GUÍA

RESUMEN DE LA TRANSCRIPCIÓN DE LA CINTA 1

Durante los días 17 y 30 de septiembre de 1997, cuando en el Curso Guía ya se había desarrollado con los profesores el nivel 2 y la fase 3 del diseño, también llamada "fase de explicitación", se realizó una puesta en común para analizar el trabajo realizado en estas tres fases de desarrollo de Van Hiele.

La sesión comenzó pidiéndole M1 (miembro del equipo investigador) a los profesores que plantearan las posibles dudas al respecto, bien de forma individual o en grupo, sobre lo que han observado en las actividades de los diseños de instrucción que han trabajado.

Comienza el profesor P8 a plantear que a partir de la actividad 19 correspondiente al diseño de instrucción (ángulos nivel 2), hay actividades para trabajar ángulos de diferentes tipos (rectos, agudos, obtusos, llanos y completos), y luego se van alternando y no entiende si lo hicieron a propósito los profesores que realizan la investigación y la causa de ello.

M1 explica las razones para organizar la sesión de esta manera y le indica que debemos centrarnos en la discusión de las actividades hasta la 19 y le comenta que las actividades más allá de la número 19 son actividades de la "fase de orientación libre".

Trata M1 de explicitar el modelo de Van Hiele hasta la actividad 19, es decir, las actividades corresponden a la fase I de "información" y a la II de "orientación dirigida".

Les pone en evidencia que el objetivo de la fase III no es otro sino que los alumnos intercambien: experiencias, dudas y conocimientos nuevos adquiridos, y centra la atención en comentar de la actividad 1 a la 19.

Continúa señalando M1 que las actividades 1 a la 8 determinan la "fase de información" y que las actividades de la 9 a la 19 determinan la fase de "orientación dirigida" e invita a comentar en grupo la fase I y las actividades de la 1 a la 8.

Los profesores son colocados en una situación de inmersión en la que comienzan a trabajar en un diseño previamente elaborado. La retroalimentación surge por iniciativa de los investigadores en momentos apropiados (fase de explicitación) o por necesidades de los profesores.

P4 tiene dudas en una de las actividades en la que se trabajan ángulos cóncavos y ángulos convexos y otros profesores muestran sus dudas sobre términos que se utilizan como: "dentro y fuera" que no saben a que se refieren.

M1 aclara esta actividad a los profesores.

P1 piensa que basándose en el objetivo de la actividad (noción intuitiva) no es preciso insistir demasiado, ya que la propia intuición del niño le va a decir qué es "dentro " y qué es "fuera" y que el papel del profesor es simplemente el de :"encauzar esa intuición a formas más concretas".

P5 recuerda que los niños no están a un nivel 1, sino que ya conocen la terminología y los tipos de ángulos que se trabajan.

P1 no está de acuerdo con P5.

P11 apoya a P1 y en parte a P5, diciendo que el hecho que entienda una cierta metodología va a depender de si lo has trabajado con ellos o no.

En definitiva acaban por pensar que la actividad en el fondo está hecha para realizar trabajo de campo con tiza y arena, a la vez que se trabaja sobre el papel.

Otro profesor en cambio la ve como algo manipulativo, y que se debería trabajar con una cuerda pegada al suelo. Uno de los niños llevaría una tercera cuerda que va "barriendo" y esto, según él, va mostrando a los niños lo que es "dentro" y lo que es "fuera".

Luego llevarían eso al dibujo y lo colorearían. Insiste en el uso de la regla como instrumento fundamental en geometría.

Comenta que el niño no se debe limitar a colorear la cuerda sino que la debe prolongar para que de esta forma vea que no puede representarla toda, sino una representación de la misma.

También podrían pintar la región que consideran que es el ángulo.

El profesor comenta que el niño debe comprobar el efecto de la actividad con la regla.

Habla del ángulo visual diciendo que sería bueno que hubiera un niño, mientras se realiza la actividad, que solo observara la actividad y que buscara objetos de referencia y que describa lo que va viendo y lo plasme en el dibujo.

El mismo profesor puso ejemplos de su propia experiencia que pueden mostrar maneras diferentes de llevar a cabo la misma actividad.

Otro profesor apunta que en el enunciado de la actividad anterior, ya se le indica al alumno cual es el "exterior" y el "interior".

Uno de los profesores comenta que al ser tan crítico con las actividades no quiere ser negativo, sino intentar con su experiencia mejorarla.

Tras esto siguen analizando la actividad ahora centrándose en el “ángulo de visión” y siguen dudando sobre si la actividad está basada en la noción intuitiva o no, y sobre cuál es el “interior“ y el “exterior” de la figura representada.

Piensan que esto podría ser un problema para trabajar las actividades con claridad y comentan que no habría problemas si se muestra la terminología previamente a los niños.

M1 interviene para aclarar a los profesores que le parece muy apropiado esta reunión, pero que no se preocupen que en las actividades siguientes se aclaran estas cuestiones.

Siguen analizando la actividad y realizando correcciones y barajan la posibilidad de usar otras figuras para trabajarla.

Pasan a otra actividad de la que comentan que las figuras utilizadas son inadecuadas. Uno de los profesores expone que él la realizaría con la regla y explica como llevarla a cabo utilizando el propio cuerpo del alumno.

Insiste en que la forma que propone es muy difícil de dibujar pero más fácil de visualizar por parte de los alumnos. Comenta que los alumnos deben prolongar las actividades de los brazos al realizarla para que observen como se prolonga una recta hacia el infinito.

Posteriormente siguen analizando otra actividad en la que proponen que los niños al realizarla jueguen con diferentes materiales propuestos en diferentes posiciones y que formen ángulos con el geoplano y después los representen gráficamente. También que busquen ángulos desde el punto de vista dinámico y estático en objetos del entorno ya que estos no se pueden dibujar.

Piensan que hay que distinguir y ayudar a distinguir a los niños entre una figura y la representación de una figura.

La actividad 4 (seguimos en el diseño de instrucción ángulos nivel 2) en la cual los niños deben colorear una serie de lados de una figura. Los profesores no ven claro cuál es la manera más adecuada de que lo hagan para que no haya confusiones y comentan que si se trabajara de manera manipulativa no habría problemas.

Hablan sobre maneras óptimas de que los niños capten los objetivos de la actividad, y piden a los profesores que realizan la investigación, que se cambien varias palabras de los enunciados de las frases.

Un profesor piensa que es positivo nombrar un concepto con dos términos. Esto viene a colación con uno de los enunciados de las preguntas de las actividades en la que se utiliza tanto el término “ángulo” como “región angular”, para referirse al mismo concepto.

Discuten entre lo que se asocia a “ángulo” y lo que se asocia a “región angular” según ellos. Dicen que el mismo caso que entre “polígono” y región poligonal”, diciendo que usamos una u otra dependiendo de lo que vayamos a buscar (superficies, perímetros,...).

Ponen un ejemplo con cada una de las actividades propuestas.

M1 les pide que uno de los objetivos del Curso Guía es detectar y realizar un inventario sobre dudas como las comentadas anteriormente que se aclararían en las diferentes sesiones del curso.

Se sugiere un bloque de 4 actividades que pretenden situar al alumno en las medidas de ángulos.

Al analizarlas se plantean si es positivo o no volver a un alumno para detrás y si esto lo puede perjudicar o no. Algunos piensan que es negativo llevarlos a un nivel anterior. Otros piensan que los alumnos al hacerlo podrían aburrirse, les sentaría mal por las posibles burlas, etc.

Pasan a hablar de que las actividades 5, 6, 7 y 8, al ser las primeras actividades de un proceso nuevo, deben ser explicadas previamente muy bien, ya que los niños vienen de un nivel 1 y también hay que plantearse que hay que dar por bueno y correcto a estos niños.

Después ven algunos conceptos y ejemplos de las actividades que no son adecuados ni claros y piensan que se deben usar objetos más cercanos en las actividades. También observan que algunas actividades cuentan con los conocimientos previos de los alumnos y otras no.

Analizan durante mucho tiempo este bloque de preguntas.

M1 completa la reflexión sobre esta fase señalando que hay que observar los errores en los alumnos ya que estamos viendo qué sabe el alumno. Explica que se trata de recabar información sobre lo que sabe el alumno.

Un profesor plantea uno de los métodos que utiliza para realizar una de las actividades, advirtiendo que es un método complicado y también muestra cómo los niños podrían hacer sus dibujos con escuadra, cartabón y compás.

P11 plantea otros métodos para realizarlo.

En otras actividades señalan que falta un “método de comparación” entre dos figuras y plantean varios métodos para hacerlo y cómo el profesor debe decir a los alumnos como se hace si no lo han hecho antes.

Siguen analizando actividades y se plantean la dificultad que lleva consigo el término “equivalente” que aparece en una de las actividades.

Con respecto a la actividad 8 hablan de aspectos sobre los que hay que trabajar como el hecho de que hay que "huir" de representar las figuras, descansando sobre un lado como aparecen varias en algunas actividades.

En la sesión siguiente correspondiente al día 18 de septiembre de 1997 se analizaron las actividades de la 9 en adelante.

Los profesores siguen analizando las actividades y poniendo en común lo que piensan de cada una de ellas.

Uno de los profesores explica el método que utiliza para trabajar la geometría y lo compara con el método que se propone con las actividades del curso.

Después pasan a hablar de dudas que surgen sobre las diferentes fases.

M1 les explica que en la primera fase se pretende que los alumnos contesten sobre ideas que no han trabajado para ver los conocimientos previos. Por tanto, hay actividades superiores y difíciles para ellos.

Les explica por qué se plantean estas actividades.

También les explica en que consiste la fase II, comentándoles que en ella se comienzan a analizar actividades.

Los profesores comentan que hay actividades que se cortan bruscamente y no tienen continuidad y siguen comentando métodos para que en esta segunda fase el niño no haga ya las cosas de forma intuitiva, sino de una forma más formal.

Comentan que en algunas actividades el profesor debe intervenir ya que el enunciado de las preguntas da lugar a muchas respuestas en algunos casos y eso seguro que dará lugar a errores.

Opinan sobre otras figuras o representaciones que aparecen en alguna de las actividades que dan lugar a confusión.

Ven desorden a la hora de proponer la actividad 11 y muestran cómo lo harían ellos de manera ordenada y los materiales que utilizarían. También opinan sobre como organizarían la información del enunciado e incluso añaden nuevas actividades que se pueden hacer dentro de la misma actividad.

Plantean posibles sugerencias de modificación y un posible enunciado para la actividad (eliminar sombreados,...).

Pasan posteriormente a analizar la segunda parte de la misma actividad y no están de acuerdo con el coloreado de las figuras. Plantean un procedimiento nuevo para que el alumno pueda extraer conclusiones de una manera más sencilla (plantean realizarlo mediante el calcado por ejemplo), y también posibles objetivos que se quieren alcanzar con el fin de observar si la actividad es muy complicada para el alumno o no.

RESUMEN DE LA TRANSCRIPCIÓN DE LA CINTA 2

Los profesores siguen reflexionando y analizando las actividades y hablando sobre la actividad 11.

En la actividad 12 observaron que sería conveniente en ella no dar tanta importancia a colorear, sino más a numerar ya que los números enseñan al alumno a organizarse y a realizar la actividad de una forma más sencilla y así no hay que recordarles previamente conceptos básicos de los ángulos.

De esta forma creen que se favorece más el diálogo.

También plantean cambiar los objetivos basándose en lo que han expuesto y hacer actividades con los niños previamente con la técnica del plegado para aclararles la actividad.

Después se recuerdan cuáles son los objetivos de la actividad para discutir sobre si verdaderamente, en la práctica, la actividad trabaja sobre esos objetivos.

Los profesores exponen cómo lo han hecho ellos siempre y entre todos se plantean qué estrategias seguirían para realizarla y qué factor es el que hace difícil esta actividad.

Cuentan experiencias con papiroflexia.

Posteriormente pasan a analizar la actividad 19 que ya pertenece a la fase IV, pero antes vuelven a la actividad 15, ya que, piensan que hay una confusión en la misma entre ángulo consecutivo y ángulo adyacente que hace que no se puedan desarrollar varios puntos de la actividad.

Se cuestionan si el enunciado de la pregunta puede afectar al alumno o no.

Observan cómo este problema está en otras actividades como en la número 13, creen que hay que mejorar la presentación de los 3 dibujos de la actividad 13.

Comentan que en esta actividad no se ve claro lo que el alumno tiene que hacer, y que se debería escribir debajo de cada dibujo qué deben hacer para que ellos puedan distinguir las fases.

En la actividad 14 observan que falta ponerle solo una letra a un ángulo.

P1 explica cómo realizó la actividad 13 y expone lo que es importante para él en esa actividad.

En la actividad 15, P1 dudaba a la hora de trabajar con el geoplano y de manejarlo. Él lo definía como una "duda técnica".

Muestra como un niño no podría realizar esta actividad con la técnica propuesta en la primera pregunta y propone trabajar con un geoplano estándar ya que para él es mejor.

A continuación sigue cuestionándose el enunciado de la pregunta 15.

Siguen con la actividad 16 y se explican entre ellos el procedimiento a seguir para realizarla y sus inconvenientes.

Después en la actividad 17, que se trabaja con varillas, ven que los niños no ven claro cuándo han formado 4 ángulos iguales como manda la actividad, ya que nadie se lo indica. Les hacen falta instrucciones.

P1 expone cómo lo haría él; cómo orientaría al alumno sin tener que confiar solamente en la intuición del mismo.

Plantean después más cosas que faltan en el enunciado de la actividad y piensan que la conclusión final de la mima está mal y piden al equipo que les aclaren posibles dudas que van surgiendo a la vez que las diferencias entre ángulo y región angular.

Un profesor pregunta a los demás cómo plantean ellos en el aula el ángulo recto y M1 cuenta como lo hace y cómo explica la perpendicularidad y la horizontalidad. Les muestra el ángulo recto como el único ángulo natural que existe y les pide que lo recuerden porque en el futuro lo van a utilizar.

Discuten sobre el método de P1.

Pasan a la actividad 18 de la que piensan que sus dibujos son muy incómodos y opinan que se debe cambiar el enunciado de las preguntas de la misma.

Discuten sobre cómo lo hacían los alumnos y cómo se podía reorganizar la nomenclatura para trabajar con ellos desde el principio con las mismas letras.

Creen que sólo con eliminar una frase, esta actividad sería estupenda.

Recuerdan cómo la escuadra es ideal para mostrar el ángulo recto y representarlo.

M1 expone como trabaja con la escuadra con sus alumnos.

Pasan a comentar la actividad 19 en la cual no saben el significado de unas figuras que hay en la misma con un cuadrado en el centro. Opinan que las figuras son muy pequeñas y que sería mejor en vez de poner muchos dibujos pequeños, poner menos y más grandes al igual que se debería detallar qué código se va a usar (números o colores).

Las mismas observaciones señalan para la actividad 20, que es la 1ª actividad de la fase 4ª del este diseño de instrucción de ángulos nivel 2 y que está referida a clasificar intuitivamente los ángulos rectos, en ella ven excesivos el número de ángulos que los niños deben marcar, al mismo tiempo que no está claro lo que se le pide en la actividad, ya que, las preguntas no son precisas a pesar de que la actividad cumple el objetivo.

Se plantean cómo la harían y cómo enunciarían la pregunta.

Posteriormente M1 explica que en esta actividad comienza la fase IV, donde se trabaja con los mismos conocimientos anteriores y se les pide a los alumnos que se responsabilicen y donde se les exige más responsabilidades.

Los profesores con esta explicación se dan cuenta de que no habían caído en la cuenta de dónde empezaban y terminaban las fases.

M1 habla de que los alumnos deben ver entrelazados los conceptos y pone como ejemplo la actividad 21.

Los profesores piensan que es una actividad confusa, ya que, al niño se le pide que mezcle la construcción y el dibujo y también que use dos códigos a la vez.

Comentan qué aspectos eliminarían ellos de esta actividad y por que lo harían así.

Pasan a la actividad 22 que presenta según los profesores demasiadas letras y piensan que sobran. Plantean otras posibilidades como ir asignando a cada punto una letra y es así, según ellos, como se podría comenzar a nombrar con 3 letras cada ángulo.

Los profesores piensan que es imposible dar todas las actividades a los alumnos y que proponen simplificarlas. También piensan que hay que dejar bien claros los errores de las actividades.

M1 les recuerda que la temporalización es abierta.

Comentan que en el aula tienen más contenidos aparte de la geometría y discuten sobre si es posible aplicar las actividades propuestas en el aula o no.

M1 les comenta que la experiencia se llevará a cabo si se hace con todas las consecuencias, aunque siempre los objetivos se pueden negociar.

Los profesores plantean que la misma discusión que se está realizando con las actividades se debería llevar a cabo cada año con los libros de texto.

Algunos piensan que a pesar de que va a ser duro, ellos se van a comprometer a analizar el material.

Otros están cansados y no lo ven tan claro, ya que, tienen mucho trabajo acumulado.

Todo esto se discute, porque en la sesión siguiente algunos profesores tienen que faltar.

Termina la sesión.

RESUMEN DE LA TRANSCRIPCIÓN DE LA CINTA 3

En esta cinta los profesores están analizando la actividad 23 del mismo diseño de instrucción ángulos nivel 2 y se cuestionan si está bien redactada.

Según los profesores hay una palabra que origina confusión en el enunciado de una de las preguntas y buscan otra forma de plantear la actividad a los alumnos.

Creen que como está planteada la actividad no se trabaja el objetivo prefijado (ángulos llanos y completos).

Uno de los profesores apunta que lo mismo ocurre en la actividad 23 del diseño de instrucción, ángulos nivel 2, y sugiere que se trabajen estos ángulos de manera dinámica y que se eliminen muchas de las figuras planas que aparecen en esa página.

Si no se hace en la actividad ven en ella grandes dificultades matemáticas.

Se siguen posteriormente planteando cómo se podría cambiar el enunciado de las frases.

P1 apunta que en las últimas preguntas de la actividad 23 del diseño de instrucción ángulos nivel 2, donde se plantean preguntas a los alumnos, todos los profesores deberían ponerse de acuerdo para ver qué respuestas se podrían dar por buenas a los alumnos teniendo en cuenta que esta es la parte más creativa de las actividades y también que cuando los alumnos reflexionan tienden a generalizar y hay que evitar esto, ya que genera errores.

También se cuestionan si los enunciados de estas preguntas finales están planteados de una manera clara y si sugieren posibles enunciados para las más problemáticas.

Pasan a la actividad 24.

En ésta ven que no se nombran los materiales a utilizar y piensan que hay 3 figuras en la actividad que despistan a los alumnos y no sirven para trabajar de una manera óptima el concepto que se quiere trabajar con los niños (noción de ángulo llano y completo).

Creen que el alumno para conseguir los objetivos propuestos necesitan de un material de trabajo claro y cada uno de ellos posteriormente opina sobre cómo plantearían esta actividad para que se corresponda con el objetivo que se quiere alcanzar.

Miran si recortando las figuras, la actividad mejora y observan que no.

Pasan a la actividad 25 en la que aparecen unos mosaicos para que los niños trabajen sobre ellos y piensan que en esta actividad hay muchas repeticiones y demasiados mosaicos que al mismo tiempo son muy pequeños.

Piden que se amplíen las figuras, que no sean tantas y que se reduzcan a dos.

Sobre la 26 opinan que las figuras con las que se trabaja son adecuadas.

Se establece una pequeña discusión sobre si los mosaicos son útiles o no para alcanzar los objetivos que se quieren conseguir y piensan que más que presentárselos dibujados se deberían mostrar mosaicos reales.

Creen que no están confeccionados para trabajar ángulos llanos y completos pero sí para trabajar ángulos agudos y obtusos.

Observan entre todos, lo apuntado sobre las actividades del curso.

Piensan que no hay que darle a los alumnos un mosaico ni muy cerrado ni muy complejo y sugieren que los niños podrían analizar elementos del entorno natural; fotografías de la Alhambra; construir polígonos en el patio,...,aunque son reacios a sacarlos de excursión ya que con este tipo de actividades se pierde mucho tiempo.

Entablan una “discusión” sobre estos métodos.

Vuelven a posteriori a la actividad 25 y se aclara a los profesores que el utilizar “teselados” es sólo para trabajar ángulos rectos y obtusos y les recuerda que están en la fase de “generalización” y que los localicen y les pongan letras es algo si lo consiguen ya satisfactorio.

No se trata de explotar al máximo el teselado sino que el niño haga una clasificación simple de ángulos y los reconozca.

Sí se les reconoce que las figuras son muy pequeñas.

Posteriormente hablan de cómo a lo largo de las actividades se compara ángulos “a ojo” hasta la actividad 27 donde los alumnos ya utilizan el ángulo recto para comparar ángulos.

Se aclara a los profesores que el ángulo recto ha ido apareciendo a lo largo de las actividades de manera implícita o explícita, que no ha aparecido de repente en una actividad.

A continuación comentan un problema existente en la actividad 28 en la cual piensan que no hay precisión.

Falta el minutero del reloj que aparece en la misma y no entienden el significado de las preguntas que aparecen en la actividad, ya que para ellos son confusas.

La investigadora y M1 intentan explicar los enunciados de las preguntas y se explica la actividad 28 utilizando un reloj de verdad.

Deciden que hay que especificar que la actividad tiene solución tanto a las horas exactas como a las horas no exactas y se plantean cómo la expondrían a sus alumnos para que no les resulte confusa.

Analizan entre todos y en grupo hasta el final de la cinta esta actividad.

RESUMEN DE LA TRANSCRIPCIÓN DE LA CINTA 4

Esta cinta corresponde a la sesión del día 22 de septiembre de 1997

Se repasa en qué consisten las diferentes fases y las actividades que se incluyen en cada una al igual que objetivos se quieren conseguir en cada una de ellas.

Recuerdan que el mayor problema de las actividades ya vistas es que se repiten mucho algunas de ellas y observan y ponen en común errores sobre todo en las instrucciones que se dan en algunas actividades, las cuales, según los profesores están algo desordenadas y presentan algún problema de redacción.

En la actividad 4 del diseño de instrucción ángulos nivel 3, señalan que los segmentos dibujados en la actividad hay que hacerlos mejor ya que pueden dificultar la tarea.

También observa un profesor que hay actividades en las que se trabajan cuestiones que no han sido explicadas relativas a la medida de ángulos (actividad 9 por ejemplo, cuando dice “misma abertura”).

El resto de los profesores no está de acuerdo con él.

Al final tras una pequeña “discusión” acaban por darle la razón y llegan a la conclusión de que al realizar esta actividad se debe recordar a los alumnos conceptos como grado, ángulo recto, etc.

Se plantean entre todos cómo trabajarían esta actividad y qué conceptos se deben recordar previamente.

También hablan de cómo se trabajaría con materiales como el transportador, la escuadra, ...,resaltando la precisión al usarlos como algo fundamental.

Observan como la precisión es fundamental también sobre todo en las actividades 5 y 6 y preguntan qué se pretende en actividades como la 6, de este mismo diseño de instrucción, ángulos nivel 3, al igual que señalan errores de la misma (un ángulo de la actividad está mal dibujado por ejemplo).

Ponen más ejemplos de figuras mal hechas en las actividades (por ejemplo en la actividad 4), que dificultan la realización de diferentes actividades.

Los profesores están preocupados en enseñarles a los niños a utilizar correctamente los instrumentos de medición.

En la actividad 7 señalan que hay muchos dibujos y muy pequeños.

Señalan que las actividades, en general, están bien y que se debe potenciar los errores de los niños ya que, estos los llevarán a que se planteen como pueden realizar las actividades.

En algunas fichas faltan dibujos como en la actividad 17 de ángulos suplementarios, y en algunas actividades los ángulos son muy pequeños y hechos “a mano alzada” y deberían hacerlos con una regla.

Sugieren que se tenga cuidado de que los alumnos trabajen con precisión con el compás, ya que suelen hacerlo rápido y mal (“tienen poca puntería”).

En la actividad 10 de ángulos iguales, señalan que las paralelas que aparecen dibujadas no son paralelas y que hay que dibujarlas mejor.

La pregunta que encabeza la página 23 referida a determinar ángulos adyacentes y ángulos opuestos por el vértice y la actividad 11 de ángulos iguales, no son muy buenas y no está claro qué se quiere conseguir con ellas.

Los profesores explican a los demás por qué están planteadas de esa forma.

En la página 23, que corresponde al final de la actividad 11 de este diseño de instrucción ángulos nivel 3, P1 señala que lo que se expresa relacionado con el concepto de “sentido” es falso y piensa que la palabra “sentido” no está bien definida.

La investigadora intenta explicarle lo que se quiere decir a los alumnos y le agradece la sugerencia y aclara que lo añadirá.

Discuten sobre dónde está el problema y que harían para mejorarlo, al mismo tiempo que como expresarían la actividad para que no dé lugar a confusiones.

La investigadora finalmente reconoce que el profesor tiene razón.

Ven como una de las posibles consecuencias de las actividades es que se pierde mucho tiempo hasta llegar al concepto que interesa y ven que se necesita un método más directo para trabajarlas.

Siguen analizando actividades sugiriendo que se presentan a los alumnos ángulos poco claros y escasos.

P1 enseña un transportador al resto de los profesores que presenta muchos errores y señala como los niños están comprando materiales erróneos por ser más baratos.

En la actividad 14 señalan que hay afirmaciones innecesarias (“con la misma abertura del compás” por ejemplo) que dan lugar a confusiones en los alumnos por la naturaleza de la tarea que deben realizar.

En la misma actividad se señalan más errores de la actividad y de los métodos para llevarla a cabo.

Otro posible fallo es que se muestra a los niños demasiados ángulos que en parte es bueno según ellos que los trabajen para que practiquen.

Señalan que hay demasiado espacio para que expliquen cómo han hecho esta actividad y que bastaría que lo hicieran en unas pocas líneas.

Pasan a la actividad 16 en la que se aclaran posibles problemas de asociación entre ángulos complementarios y consecutivos que serian erróneos.

En la actividad 18 hay dibujos que pueden llevar a error para trabajar lo que se pretende que es “identificar parejas de ángulos”.

Sugieren como deberían ser los dibujos para que se saque el máximo provecho de la actividad (remarcar los dibujos en un recuadro y que cada ángulo de la pareja se distinga de alguna forma).

No les parece bien que los niños construyan en el geoplano los ángulos que ya han dibujado sino que construyan otros distintos para que haya más reflexión.

En la actividad 19 observan que pasa algo parecido a la actividad anterior, y la comentan dando sugerencias para modificarla.

En la actividad 20 no ven ningún problema.

La actividad 21 les parece más una actividad de “razonamiento verbal “ que una actividad para “hacer cosas” y ahí radica su complejidad.

No les parece adecuada para ser una actividad que termina una fase por ser muy compleja.

Tras esto comentan varias páginas que están repetidas.

En esta cinta también aparece la sesión del día 24 de septiembre de 1997, en la que pregunta M1 a los profesores si hay algún comentario que quieran hacer sobre las actividades de la fase I antes de pasar a otro tema y se les pide que comenten en esta sesión que no harían de las actividades ya observadas.

P1 comenta que no le gusta que se trabaje con el tercio del recto en la actividad 19.

A otro profesor no le gusta que se utilice el semicírculo para dividir ángulos.

M1 a medida que los profesores comentan qué suprimirían de las actividades, les va explicando por qué se plantearon así las actividades.

Todos ellos discuten sobre las cuestiones planteadas por sus compañeros.

Plantean otros métodos aparte del ángulo recto para medir y comparar ángulos como el círculo por ejemplo.

Ponen ejemplos de lo que dicen a este respecto utilizando las propias actividades del curso.

Pasan a analizar la actividad 23 y preguntan cómo la puede trabajar un profesor sin necesidad de ayudar a los alumnos uno a uno ya que es demasiado compleja.

En la actividad 24 piden que se amplíen los mosaicos, en las actividades 25, 26 y 27 sugieren que si se toman los dibujos como planos, y en las 28, 30, 33, 34, 35, 36 y 37 que sobran geoplanos.

Termina la sesión.

RESUMEN DE LA TRANSCRIPCIÓN DE LA CINTA 5

M2 (Miembro del equipo investigador) en esta sesión comienza explicando a los profesores los niveles de complejidad de las diferentes fases y los contenidos que se trabajan en cada una de ellas.

Al principio explica en qué consiste la fase V y sus actividades, relacionándolas con objetos conocidos por el entorno.

P11 plantea problemas y dudas ya que no alcanza a comprender en qué consiste el nivel 1 y el resto de los niveles.

M2 le explica que es el nivel en el que el niño ve el objeto en su globalidad. También que en el nivel 1 el niño ve el objeto con sus partes y lo relaciona con conceptos matemáticos. En el nivel 2 las partes implican propiedades entre sí que son trasladables y comparables y que generan propiedades de las partes de las que podemos deducir propiedades. Pasa a explicar el nivel 3 diciendo que en este el objeto desaparece de la escena y se sigue un razonamiento formal.

El nivel 5 explica que requiere de un mayor nivel de abstracción.

Los profesores ponen ejemplos de los diferentes niveles y se plantean y discuten entre ellos casos y problemas que sobre este tema le pueden plantear a los alumnos en los diferentes niveles.

Posteriormente se pregunta a los profesores si les resulta difícil trabajar con un soporte como el que se les plantea con las actividades y ellos piensan que no porque se trabaja en un nivel en el que ya tienen claros muchos conceptos básicos relacionados con los ángulos (tipos de ángulos,...), y entre otras cosas, ya han trabajado con ángulos que sirven de patrón de medida (ángulo recto,....)

Se les explica posteriormente cuál es el plan de trabajo que se va a seguir.

En esta sesión se les informa que se va a trabajar y discutir el nivel 2.

M2 les invita a reflexionar sobre lo planteado y a “discutir” entre ellos sobre lo observado.

Les habla de que en el futuro se va a organizar una reunión en la que se hablará sobre las unidades que se van a trabajar finalmente.

Los profesores se muestran muy interesados y motivados por lo que se les plantea.

Se explica a los profesores en que consiste una de las actividades de la fase II y se comenta con ellos la actividad y los diferentes procedimientos que se pueden utilizar (plegado de papel,...).

También se enseña como demostrar a los niños los ángulos alternos internos por medio de estas técnicas y se discute sobre cuál de las técnicas y procedimientos explicados pueden ser más complicadas para los niños.

Los profesores plantean a M1 las ventajas y desventajas de procedimientos como los que le son planteados.

Después cada uno de los profesores plantea sus opiniones sobre qué pruebas para mostrar a los niños conceptos geométricos son más efectivas, sobre todo incidiendo en el tema de ángulos.

Alguno de los profesores pone en duda que los niños aprecien mejor los ángulos de una manera tangible. Este profesor muestra una forma diferente de utilizar el geoplano y los elásticos, para trabajar los ángulos y que desde su punto de vista es más efectivo.

Hay una "discusión" entre los profesores sobre si el geoplano es efectivo o no, para que los niños aprendan de una forma más concreta y tangible.

Otro profesor piensa que una de las actividades planteadas con el geoplano es confusa ya que no le da pistas al alumno sobre los ángulos que se van a trabajar y el niño pierde mucha información.

Un profesor recuerda que es importante dejar claro a los alumnos, las relaciones de manera previa, para que de esta forma, saquen un mayor aprovechamiento de la actividad.

Tras esto, los profesores siguen discutiendo sobre las diferentes actividades y sobre su efectividad con respecto al nivel de razonamiento de los niños. Incluso resuelven y analizan las actividades observando cuáles podrían ser los posibles procedimientos a utilizar para realizarlas.

Se cuestionan principalmente la técnica del plegado del papel.

Piensan varios profesores que las fichas son en su mayoría muy ágiles y que implican mucha progresión y son captadas por los alumnos de forma rápida.

Con respecto a algunas actividades ven en ellas un pequeño estancamiento.

Posteriormente siguen analizando las actividades y el enunciado.

Ven sobre todo la necesidad de que el profesor esté pendiente de la reacción de los alumnos para observar si las captan o no.

RESUMEN DE LA TRANSCRIPCIÓN DE LA CINTA 6

En esta sesión se les plantea a los profesores discutir sobre el concepto de ángulo y la noción de ángulo. Con respecto al diseño de instrucción Medida de ángulos nivel 3 podemos observar algunos aspectos que habían generado dificultades en el profesorado.

Uno de los profesores sugiere que se trabajen las actividades en grupos de 2 ó 3 profesores de manera conjunta para ganar tiempo.

Comienzan con la actividad 14 que trabaja la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero y un pentágono convexo. Comienzan a valorar la validez y facilidad de esta actividad y se plantean qué método es el más efectivo para llevarla a cabo.

Siguen con la actividad 15 y 16. En éstas también analizan como están planteadas a nivel de los contenidos de las preguntas y uno de los profesores opina que el método que se usa en las actividades ayuda a los niños a razonar.

Con la actividad 17 hacen lo mismo.

En la actividad 18, referida a la suma de los ángulos externos de un pentágono y de un hexágono (seguimos en medidas nivel 3), en la que se utiliza el geoplano, opinan que se pierde mucho tiempo trabajando con él y que al final la actividad no tiene continuidad. Se habla en este punto de que hay que presionar a los niños para que intenten realizar la actividad hasta que consigan realizarla.

Critican el método que se sugiere para realizar la actividad y uno de los profesores plantea otras formas de trabajar la misma.

Recalcan la dificultad de las fichas descriptivas, ya que plantean que "*al final se quedan en poco que hacer*".

Hacen propuestas diferentes a las actividades propuestas y se plantean que algunas de las preguntas que se proponen no guardan relación con el objetivo que se quiere alcanzar y que necesitan los alumnos de la ayuda del profesor para entenderlas.

Uno de los profesores propone añadir preguntas que guíen su pensamiento, ya que, de esta forma se les hace pensar y el alumno trabaja más sobre sus conocimientos previos.

Siguen pensando que las fichas se rellenan con una facilidad increíble y que las actividades se deberían trabajar todas con materiales como el papel punteado por ejemplo.

Se pasa a trabajar la actividad 23, donde seguimos con el diseño de instrucción medida de ángulos nivel 3, de la que los profesores piensan que es una actividad en la que el niño acabará guiándose más por el razonamiento numérico, aunque también a la larga, acabarán por entender los conceptos planteados.

Piensan que en esta actividad el alumno hará una simple comprobación más que razonar y que no le sirve de nada rellenar la tabla del final de la misma.

Se plantean si los niños serán capaces de rellenar la tabla y al final piensan que sí porque está muy bien secuenciada.

Hablan posteriormente de si los materiales como plantillas o representaciones gráficas, ayudan al alumno a razonar o no. Se cuestionan su efectividad y "discuten" sobre los materiales que se podrían utilizar para que los niños representaran los contenidos presentados.

Todo esto está basado en la idea común de los profesores de la gran dificultad que presenta el razonamiento y lógica por parte de los alumnos que es de lo que trata la citada actividad.

Pasan a analizar las actividades 26 y 27 referidas a teselados con polígonos iguales y teselados con polígonos distintos, respectivamente, y opinan que los niños para resolver la actividad 26 podrían utilizar la misma tabla que ya elaboraron en la actividad 25 que se trata de una tabla de doble entrada que relaciona el número de lados de un polígono regular, el número de vértices, el número de triángulos formados por las diagonales, la suma de los ángulos interiores y la amplitud de cada ángulo. Piensan que es muy difícil la actividad tal y como está planteada y sugieren a la investigadora cambiarla en alguno de sus aspectos.

Uno de los profesores propone que en la actividad 26 se utilice también el papel punteado. Señalan que en esta actividad falta el objetivo y el material y sugieren varios posibles.

Comentan que las actividades les parecen muy bonitas y surgieren que tras realizar las actividades, los niños construyan *mosaicos* para que terminen con un acto de creatividad.

En este ambiente, M1 sugiere la necesidad de revisar diferentes propuestas que se han hecho sobre "ángulo" en los libros de texto al igual que otro concepto como "región angular" y qué diferencias hay entre ellos.

Comenta que cuando se quieren diferenciar se suele asociar "región angular" con rectas y "noción de ángulo" con semirrectas.

También muestra a los profesores la idea de "ángulo adyacente" para definir ángulo recto o perpendicularidad.

Les habla sobre como definir los ángulos rectos sin necesidad de que aparezcan en escena.

M1 comenta como algunos textos no utilizan la noción de "región angular" sino pasan a la noción de "ángulo", utilizando la idea de sector angular.

Anota que estos textos son los que se usaban en la reforma de 1970.

Todo esto señala M1 viene a indicar qué tipo de adaptación se puede hacer en la ESO, y para ello hay que ver un poco la evolución de la noción de "ángulo" en la historia.

M1 plantea a los profesores la definición de ángulo de Euclides en la que ya se observa una cierta intencionalidad y donde ya se separa la idea de "ángulo " de "sector angular".

Posteriormente se analiza un texto clásico como es el texto de Bruño que trabaja con haces de rectas que pasan por un punto llamado vértice. Según Bruño el ángulo va a estar caracterizado por el conjunto de semirrectas comprendidas entre dos rectas.

La medida de ese grupo de semirrectas determina la amplitud del ángulo.

Este autor también habla de la "perpendicularidad" y del "ángulo recto".

Tras estas aclaraciones M1 reflexiona junto con los profesores las diferentes consecuencias didácticas que se pueden extraer.

M1 posteriormente pasa a hablar de Roanes, que hace una adaptación a partir de los principios de Euclides, hablándonos de "región angular" y "ángulos".

Roanes explica que las "regiones angulares" no son por la intersección de nada, sino por la división del plano y M1 explica el por qué de esta confusión a lo largo de la historia.

Se comenta a los profesores que a los alumnos hay que mostrarles y explicarles los ángulos de una manera intuitiva para no confundirlos y se les aconseja que nunca hay que cerrarse como docentes.

M1 continúa aclarando como define Roanes el "ángulo": *El conjunto de semirrectas contenidas en una región angular y unidas por un solo vértice.*

Los profesores agradecen este "breve análisis de historia" que les proporciona M1.

Cada concepto posteriormente, lo relaciona M1 con la forma en la que se trabaja en las actividades del curso.

Los profesores, partiendo de las explicaciones de M1, muestran sus puntos de vista sobre el tema, insistiendo en la importancia de tener claros todos los conceptos relacionados con ángulos (región angular,...), para que así los alumnos sepan qué se les pide en la actividad.

Los profesores cuentan su experiencia negativa con sus profesores cuando ellos estaban en el colegio y donde no utilizaba otro método sino el de *"memorizar fórmulas"*.

Hablan también de la falta de preocupación y de información de los padres por la educación de los niños.

Los profesores ven el material como una guía de trabajo para el futuro.

Termina así la sesión.

RESUMEN DE LA TRANSCRIPCIÓN DE LA CINTA 7

La idea de esta sesión es la de discutir si los conceptos de las fichas y actividades que se proponen en el curso están bien redactados y si son adecuados para los alumnos.

Los profesores expresan sus opiniones sobre las mismas.

De la parte que han visto piensan que los objetivos están planteados de una manera sencilla y que las actividades se podrían trabajar mejor acercándolas más a lo conocido por los niños.

Cuentan que los niños suelen tener problemas a la hora de trabajar la estimación del ángulo, referido a la actividad número 4 del diseño de instrucción giros nivel 2, y señalan algunos de los profesores qué estrategias utilizarían para hacerles más fácil las actividades.

Siguen analizando actividades y hablan de una de ellas, en concreto la actividad número 6, donde la pregunta clave es: ¿Es válida la propiedad de equidistancia en los puntos de la mediatriz de los segmentos dibujados? en la que los niños trabajan con compás.

Dicen que la definición que se hace en la misma y los dibujos que se presentan son muy claros en general pero que uno de ellos es muy complicado y no creen que la explicación que se da en la ficha sea muy clara.

Se establece a posterior una "discusión" entre los profesores, ya que hay alguno que sí vio bastante clara y correcta esta actividad.

Indican los que no están a favor del planteamiento de la actividad que se dan una serie de definiciones iniciales en la misma que son claras pero comentan que hay que hay que trabajar previamente otros conceptos para realizarla y que ahí radica su dificultad.

M1 interviene para explicar la actividad y aclarar qué se pretende conseguir con ella y cuál es la idea principal de la misma, que no es otra sino que*: "elijas el punto que elijas siempre se cumple la ley de equidistancia, y que los alumnos lo plasmen con sus palabras"*.

Al final, algún profesor sigue viéndola complicada.

M1 explica a los profesores por qué se plantean de la forma que se hace las preguntas de la actividad.

Comentan los profesores que a partir de esta actividad, las actividades son muy bonitas, atractivas y gratificantes, pero en algunos casos son excesivas y señalan que este modelo de trabajo tiene como principal problema la falta de tiempo incluso gestionándolas en grupos, ya que, estos requieren una labor de reflexión conjunta y hay posteriormente que contrastar las opiniones de cada uno de ellos.

Comentan que tienen como propósito trabajar en grupo con sus alumnos y empiezan a hablar sobre cómo podrían trabajar las actividades de manera grupal, solventando el problema tiempo.

Piensan sobre cómo organizarían las actividades que tienen que tener preparado de antemano; cómo se haría la distribución de las tareas mayores, la organización de los materiales, etc.

La idea que subyace es que todo esto requiere mucho tiempo y esfuerzo y comentan que aún contando con chicos muy avanzados sólo se podrían desarrollar dos actividades por sesión.

Otra idea que subyace es que tienen claro que a pesar de las actividades propuestas no hay que ser cuadriculados con ellas y se establece un pequeño debate sobre la integración de los niños y si estas actividades podrían ser utilizadas por todos y cada uno de los alumnos.

Tras esto, siguen analizando actividades y observando si son buenas según el punto de vista de cada uno o no.

Comienzan por la actividad 8 (giros con centro en la figura) y siguen con la 9 (giros con centro en el exterior de la figura), ambas del diseño de instrucción giros nivel 2, de las cuales comentan que la redacción del comienzo de la ficha debe ser igual que las anteriores.

Resaltan la claridad y sencillez de varias fichas pero sugieren que estas vayan acompañadas de una reflexión conjunta.

Algunas de las cuestiones planteadas sorprendieron a los profesores que no captaban el porque de su enunciado o que utilizaran un tipo de figura determinada para trabajarlas.

M1 explicó por qué aparecían de esa forma, diciéndoles que era porque estaban relacionadas con conceptos que se trabajan en fases siguientes.

Uno de los profesores pensaba que el hecho de que aparecieran de esa forma y una sola vez en esta fase, parecía como si se pretendiera que el niño aprendiera una serie de conceptos geométricos "de golpe".

M1 explica que las actividades están orientadas a que no solamente los niños realicen actividades, sino también a que se genere una discusión al aparecer un concepto que no entienden.

Pasan a la actividad 11, referida al movimiento circular, donde piensan que una de las figuras que aparecen en ella es muy pequeña para que los niños trabajen en ella y piden modificarla.

En general siguen pensando que las actividades están bien.

M1 comenta que el objetivo de las actividades es observar qué saben los alumnos sobre conceptos geométricos como giros, por ejemplo, y que lo relacionen con otros conceptos. Se trata de ver que pasa.

Después una profesora pregunta varias dudas relacionadas sobre la puesta en común ya que no sabe cuando se realizará y sobre si las actividades son sólo para recoger información y hasta qué punto interviene el profesor en las mismas.

Tras esto, la sesión se enfoca a hablar sobre la fase I y se comenta que esta es una fase de interacción donde anotas en que se equivoca el niño y por medio de sus errores en las actividades, organizas esa información.

En la fase I se muestra a los alumnos los conocimientos que van a aprender; se les presenta el material y se observa que no saben hacer.

Luego se habla sobre la fase II en la que se pretende corregir los errores. Esta fase II esta en función de las actividades de la fase I.

Una de las profesoras sigue viendo como están planteadas las fases desde una postura muy cerrada.

M1 les explica que las fases son como una secuencia y P11 expone que las fases las tiene claras pero la duda es: "la cantidad de información que puede tener la fase II depende o no de los contenidos que tengan claros los alumnos o de sus errores".

M1 explica que sí depende de eso, ya que permite cubrir el máximo de los errores que con la información que tenemos de los alumnos sabemos que hay.

P11 opina que debería haber un tiempo que separe la fase I y la fase II y que podría estar de acuerdo siempre y cuando las primeras fichas se vieran como una evaluación inicial. También pregunta si la "fase de explicitación" va a ser trabajada en reuniones futuras.

Se sigue explicando en qué consiste la fase I y preguntan los profesores si las actividades en esta fase se trabajarán ficha a ficha o en bloque.

M1 lo explica comentándoles que se puede complementar lo nuevo de la experiencia con el propio material de cada maestro y les pide que recojan todo lo que modifiquen o añadan en el diario de clase de cada profesor.

Les sigue explicando que en otros momentos, los alumnos tendrán que demostrar lo que saben de esos conocimientos y les indica que esa será la fase más complicada.

P11 pregunta qué pasaría si al comenzar una unidad y cogiendo varias actividades de cada fase el profesor se da cuenta de que los alumnos dominan perfectamente la unidad.

M1 responde que eso sin duda sería fantástico y que así se podría pasar a un nivel superior.

Los profesores posteriormente preguntan a M1 si conoce más experiencias como la que les plantean en el curso y M1 le comenta algunas.

Otro profesor pregunta cómo es la actuación del profesor y si es conveniente esperar a la puesta en común para corregir los errores.

Se habla sobre todo de que cada uno es libre como docente de tomar las decisiones en el aula que considere oportunas y que la actuación del profesor va a depender de muchos factores.

Los profesores señalan una consecuencia negativa de las actividades y es que es difícil ver las posibles adaptaciones curriculares.

M1 invita a los profesores a que hablen sobre ello en los diarios y que señalen las actividades de refuerzo que harían; los objetivos mínimos que marcarían; etc.

Tras esto los profesores contaron experiencias sobre el retraso con el que llegan los alumnos a sus aulas a niveles de comprensión de lenguaje escrito; falta de comportamiento normal, etc. Cuentan cómo dedican mucho tiempo a trabajar estos aspectos para poder comenzar a trabajar cualquier materia.

Los alumnos exponen que sería interesante trabajar con actividades a nivel 0 con alumnos "difíciles" o más retrasados utilizando materiales manipulativos y no valorando tanto las conclusiones escritas.

Tras esto siguen haciendo correcciones y dando sugerencias sobre las actividades planteadas en las diferentes fases y les preocupa a los profesores sobre todo que las actividades tienen un lenguaje "demasiado técnico".

También observan que algunas preguntas están muy llenas de letras y símbolos que les costó descifrar incluso a ellos por estar muy condensado.

En algunas actividades señalan que las letras tienen más significados que el habitual que se asigna a cada una de ellas.

Analizan la actividad 14 y 15 de este diseño de instrucción giros nivel 2, planteándose si los materiales utilizados en la misma y el procedimiento a seguir para reproducir una figura dada, son los más indicados, ya que, les parece muy complicado.

Para la actividad 16 de este mismo diseño, sugieren que cada alumno debería elegir un caso en particular y resolverlo y luego las conclusiones finales se podrían poner en común, ya que si no se hace así podrían hacerse "interminables".

En la 17 comentan que se puede llevar a cabo solamente una de las posibilidades (todos la misma figura) planteadas y muestran una forma nueva de llevarla a cabo con los alumnos.

La actividad 18 para ellos no plantea ningún problema.

Termina la sesión

RESUMEN DE LA TRANSCRIPCIÓN DE LA CINTA 8

En esta sesión se genera un debate entre los profesores sobre cómo aprenden los niños; cómo adquieren el conocimiento en las diferentes edades y cómo influye la edad en el hecho de que sean capaces de hacer un razonamiento hipotético o no.

Hablan de que los niños más atrasados no están condenados de por vida a tener un pensamiento concreto y que a pesar de que estén en un nivel 1 ó 2 pueden llegar a alcanzar otros niveles.

Opinan que la cultura condiciona en este sentido.

Después de un amplio y apasionante debate sobre la comprensión de los alumnos, se propone comentar las fechas para las reuniones futuras y deciden igualmente qué tema van a elegir para trabajar las actividades propuestas en el Curso con sus alumnos (ángulos, medidas, giros,...).

El resultado final de esta elección es: 3 profesores han elegido ángulos, 6 que han elegido medida de ángulos y 2 que han elegido giros.

Se organizan para fijar los niveles en los que se van a llevar a cabo las actividades, y se siguen "discutiendo" y eligiendo los conceptos que van a trabajar y también sobre las fechas en las que van a trabajarlos cada uno.

Se determinan diferentes fechas en las que se van a reunir según las unidades de aprendizaje que hayan elegido para trabajar y se fija la fecha de la reunión.

Al final deciden que los que han elegido medida de ángulos se reúnen los lunes junto con los que han elegido ángulos. Los de giros deciden posponer las fechas de la reunión.

Los profesores acuerdan que las fechas en las que trabajarán las diferentes unidades de aprendizaje estarán reflejadas en sus programaciones, además de los respectivos niveles de aprendizaje.

El resultado es el siguiente:

Los profesores P5, P6, P7, P8 y P10 optaron por el diseño de Instrucción de Ángulos.

Los profesores P3, P4, P9 y P11 optaron por el diseño de Medidas de Ángulos.

Los profesores P1 y P2 optaron por el diseño de Giros.

Termina en este punto la sesión.

TRANSCRIPCIONES DE LAS PUESTAS EN COMÚN AL FINAL DEL CURSO GUÍA

PUESTA EN COMÚN FINAL DESPUÉS DEL CURSO GUÍA. CONCLUSIONES

La puesta en común final se realizó después del Curso Guía: "El modelo geométrico de Van Hiele: Ángulos, Medida de Ángulos y Giros", el 22 de junio de 1998, la cual está dividida en dos partes bien diferenciadas; primeramente pasamos a los profesores un cuestionario semiestructurado individual; ellos contestaron una serie de preguntas, que permitirán valorar el diseño y desarrollo del mismo, y en segundo lugar, se realizó un coloquio con la finalidad de obtener más información sobre: El diseño del curso y el proceso de enseñanza- aprendizaje que han llevado a cabo durante el tiempo de la experiencia con sus alumnos. La puesta en común pretendía completar la información que habíamos recogido por escrito, es decir, profundizamos en los puntos que estaban incluidos en el cuestionario pasado al principio.

Comienza esta reunión el profesor M1 del equipo investigador, haciendo un comentario personal sobre la experiencia. Para centrar la puesta en común vamos a recoger información sobre las preguntas: ¿Qué relación ha tenido en la práctica escolar de ustedes este tipo de experiencia?, en dos sentidos: aspectos negativos de la experiencia con relación a la práctica en el aula y aspectos positivos de la misma.

Trataremos de comenzar con los aspectos negativos y luego los positivos, si se puede.

La profesora P4 manifiesta que le ha parecido amplio el dossier y en cierta medida se podría mejorar la secuencia de los contenidos, por ejemplo, si se tratara del tema: Medida de ángulos, tendría que prepararse de forma secuenciada para el primer ciclo y el segundo ciclo de la Educación Primaria, ya que yo por ejemplo, en mi caso, en ángulos tuve que parar porque los alumnos dudaban de algunas palabras y conocimientos expresados en el dossier.

El profesor P6 opina que al haber llevado a la práctica el tema de ángulos en primero de la ESO, los alumnos ya tienen bien o mal adquiridos un montón de esos conocimientos, entonces hay un choque, se encuentran con una cosa que ellos tienen bien o mal aprendida, e incluso a veces, con defectos. Esos conceptos se dieron por pasos desde segundo de Primaria y, a lo mejor, se les pregunta a los alumnos y lo saben o no.

La profesora P4 afirma que sus alumnos no están acostumbrados a reflexionar, y que del material manipulativo, nada de nada; o sea, para ellos todo era nuevo.

El profesor P6 le contesta diciendo que P4 está hablando del tercer ciclo de Primaria.

La profesora P9 afirma: No es lo mismo aplicarlo en Secundaria que en Primaria. A los alumnos de Primaria el proceso les resultó muy largo; ellos decían : "Vamos a terminarlo, vamos a terminarlo" yo notaba que los niños estaban cansados pero yo tenía que terminar el programa.

La profesora P10 opina que son dos cosas las que generan dificultades: el programa, por una parte, y por la otra, que no puede dedicarle tanto tiempo a los alumnos como propone el diseño desarrollado.

La profesora P11 afirma que en segundo de la ESO no tuvo problemas; cree que el método es adecuado para ellos. Trabajaba a diario con ellos y no se le presentaron dudas.

El profesor P6 opina que las primeras actividades elementales eran reiterativas para los alumnos. Ellos cometían fallos de una forma monótona ya que los ejercicios les resultaban tan conocidos que no se fijaban y no pensaban lo que respondían.

El profesor P2 opina que en el método es necesario cambiar una cuestión primordial: el tema de los departamentos ya que los alumnos al no tener la experiencia necesaria requieren más tiempo a la hora de retener los conceptos y yo no puedo seguir el ritmo marcado por el departamento.

El profesor P5 sugiere que las actividades necesitan que los pasos sean más detallados, por ejemplo en alguna actividad se dice que utilice el mismo método de la página anterior y creo que debería especificarse el método referido a la página anterior. A los chicos les resultó fácil y divertido. Algunos alumnos detectaron que en la actividad número 7 las páginas no eran correlativas: "Las situaciones de aprendizaje las vamos a hacer de esta o de esta otra manera", afirma este profesor.

El profesor P1 manifiesta que le gustó el método pues es un cambio aunque en un principio les costó a los alumnos pues no comprendían el vocabulario y él estaba acostumbrado a dar la clase distinta y cuando ellos se encontraron con el papel y los giros en las actividades que se les salía del mismo se asustaron.

Con respecto a las fases 1 y 2 resultó todo muy bien excepto a los alumnos más brillantes de todos; los cuales les resultaba tan engorroso tantas fases para llegar a un mismo concepto con menos esfuerzo; también ocurrió esto en las fases 3 y 4 que los alumnos mejores se aburrían, sin embargo no ocurría en la fase 5 la cual estimulaba. Las fases eran excesivas en el tiempo pues estaban comprometidos a hacerlas todas pero se encontraban a gusto; resaltamos que los que tenían más dificultades de comprensión les gustaba y querían hacer más.

La secuenciación es importante porque resuelve el problema de las actividades siguientes; habría que haber secuenciado un poco más y perfilar el material, pero no resuelve la interacción con el resto del programa del curso, no lo sé habría que probarlo. La aplicación si la comparamos con el arte Escher, sería lo mismo que la integración, es decir la fase 5. Para mí la conclusión ha sido positiva como se manifiesta en la mayoría de nosotros: P6, P4, P11, P5,...

Por ejemplo en algunas actividades como la referida a copia los ángulos y compara, es mejor no copiar y comparar.

Continúa el profesor P1, diciendo: *Yo impartí el mismo tema de giros con otro curso no experimental, es decir, que no seguí la unidad de aprendizaje y realmente di más cosas, pero a los quince días comprendí que no fueron muy bien entendidas. Los alumnos que participaron en la experiencia tenían más seguridad y más conocimientos. Para otro diseño de esta naturaleza hay que pensarlo en términos de que sería adecuado facilitar un proceso continuado de Primaria a Secundaria distribuido en el programa general que todos esperamos.*

Muchas veces los alumnos preferían no utilizar el material dado sin dibujarlo pues para hacer los giros con los círculos transparentes preferían pasar a los instrumentos de dibujos casi todo; creo que era debido a que las hojas eran de distinto tamaño y que había que poner encima un alfiler para aguantar el círculo transparente. Yo pensé que les iba a gustar más lo manipulativo, pero realmente las tiras de cartulina sólo las utilicé yo; esto no es un problema de diseño sino de coordinación.

El profesor P3 opina que el ángulo recto si lo hacemos con el compás es más común.

En general, los profesores opinan que tendrían que pasárseles un test adaptado a los alumnos.

El profesor P5 opina que algunas actividades pudieran haberse puesto en colores o no ponerlas, porque en la actividad de los ángulos consecutivos donde había que doblar por el vértice se sombrea y queda todo sombreado, es decir que no quedan dos ángulos consecutivos, sino que queda un sólo ángulo todo sombreado.

En otra actividad que dice que copie los triángulos rectángulos y compararlos con el ángulo recto; es más fácil hacerlo con trazas y no estar copiando todos los ángulos.

Con respecto a la actividad anterior no estoy de acuerdo porque el horario debe ser puesto sólo con el minutero; el minutero es el que se mueve pero no se puso en la actividad aunque quedamos en ponerlo.

El profesor P1 explica que hay un profesor Brasileño que llega a la conclusión de que no debe hablarse de reloj sino de las agujas.

El profesor P3 opina que las actividades del reloj en grupos son actividades abiertas y unos alumnos lo interpretan de una manera y otros de otra.

El profesor P5 señala que en ese caso toda solución es válida y que esto sería bueno a nivel de discusión, pero no a nivel de actividad como nosotros lo estamos haciendo. No tengo muy claro que yo haya hecho bien lo de las fases aunque sí lo de los niveles.

El profesor P1 indica opina que el límite está más claro en las fases 2 y 4 y no en las fases 4 y 5, en la fase 3 por supuesto, no como actividades.

El profesor P5 dice que hay que evaluar de manera semejante en el equipo y la situación de aprendizaje debe estar más especificada, precisada.

P4 dice que cuando P3 le decía que todos sus alumnos iban por la misma actividad ella le decía que no podía hacer eso, los puse en forma de U, les daba unas sesiones de relajación y luego hacía grupos de trabajos donde un alumno era quien lo dirigía.

El profesor P1 organizaba los grupos de forma que en cada uno de ellos había uno responsable que era justo uno de los mejores de la clase. En realidad en todos los grupos había un alumno que era sobresaliente; ellos iban discutiendo y se preguntaban las dudas unos a otros.

El profesor P3 dice que la fase de explicitación hay que matizar los conocimientos previos y materiales, más bien orientaciones materiales no del concepto.

El profesor P1 dice que él enseñó la actividad con el nombre y que además es muy conveniente leer desde el principio, ver cómo discutieron, por ejemplo cuando coges este material u otro...

El profesor P3 dice que el ponerlos en grupo hace que por lo menos se enteren de la actividad, incluso un alumno con problemas en su casa trabajó muy bien en grupo.

El profesor P1 dice que evaluó a un grupo entero con sobresaliente y fue muy positivo el sacar todos la misma nota.

Saber el nombre de la actividad y los distintos objetivos es importante porque los conceptos quedan mejor comprendidos.

El profesor P6 hizo cuatro grupos y en ellos notó que uno iba distinto lo cual le sorprendió.

El profesor P5 dice que los resultados van en función de la situación de aprendizaje.

El profesor P1 dice que esto es debido a que cada cosa es repetida cuatro veces y es mejor que cada uno del grupo hable una vez y las conclusiones son de todos; por ejemplo él les decía a los alumnos el día antes que tuvieran las actividades realizadas, pues iban a hacer grabados por la investigadora y así intervenían todos.

El profesor P3 dice que es bueno lo de los grupos porque cuando uno no comprende se lo explica otro.

La profesora P4 dice que muchas veces no leían e incluso se peleaban.

El profesor P5 seleccionó actividades, por ejemplo quitó la del reloj y la de la cuerda en el patio porque no eran factibles.

La profesora P7 les responde diciendo que para ella esas eran las actividades buenas, manipulativas...

El profesor P1 dice que en las actividades de aplicación aprovechó que era el centenario de Escher y llevó a los alumnos a la biblioteca ya ver un vídeo sobre el mismo. Les llamaba la atención los dibujo y les hice una fotocopia para cada uno lo cual les ayudó mucho a analizar y reflexionar, y me pidieron los dibujos, los cuales fueron incluidos en los documentos que le entregué a la investigadora, o sea que en realidad vieron el vídeo y analizaron cada uno los dibujos.

El profesor P3 dijo que guardaran los triángulos y los dibujos para otros años.

El profesor P1 dice a modo de conclusión que la experiencia fue positiva, que hay que volver otra vez sobre el diseño, mejorarlo, secuenciándolo de forma más adecuada y distribuirlo en el tiempo, por ejemplo la fase 1 se escribe mucho y hay que disminuir; en las fases 2 y 4 hay repeticiones y hay que disminuir y limarlas, la fase 5 ha de ser más libre.

Los profesores P3 y P4 creen que en el grupo deben ir alternando los alumnos y que esa manera de trabajar es buena, es menos mecánica y es otra dinámica más difícil.

El profesor P1 dice que cada vez que empezaba la clase la tenía que reorganizar para poder moverse en los grupos y todos los grupos eran de chicas menos un chico.

La profesora P4 dice que los grupos de forma heterogénea funcionan mejor.

El profesor P1 observó en el grupo como el más cualificado le decía a otro “tú no trabajas” y se preocupaba y yo notaba que ese alumno estaba haciendo una prueba de razonamiento matemático.

La profesora P4 observó que sus grupos decían “ahora sí lo comprendemos”, no lo sabían hacer.

El profesor del equipo investigador M1 afirma que ciertas capacidades mínimas se adquieren o se incorporan después de trabajarlas.

El profesor P1 afirma que la prueba pasada al final fue distinta porque con el test de respuestas múltiples no aprendieron, lo que le responde P5 y P6 que en una pregunta había que marcar las no correctas y a lo mejor había ocho respuestas correctas seguidas.

El profesor P5 dice que la prueba se pasó tarde porque el curso terminó en Marzo y ésta se pasó en Septiembre es como si hiciéramos la evaluación inicial.

El profesor P1 dice que el manejo de cartulina y material con la figura y el disco transparente no se podía pegar y había que pegarlo con un alfiler, no era positivo, era mejor el manejo del compás y el ángulo de giro lo tenían claro; los alumnos buenos no se aburrían pues sustituían lo manipulativo anterior. Propuse a los alumnos buenos que las preguntas las respondieran mirando y pensando sin escribir.

El profesor P5 habla que la geometría de las huellas era más descriptiva, más fácil de pensamiento y refiriéndose a la actividad de los rectángulos A, B, C y D, no entiendo para qué preguntar por qué son rectángulos y P1 le responde que es para que se expresen y P5 le dice que para él son respuestas triviales. P1 dice que los matices de un paso a otro no los capta y P5 tiene dudas sobre la pregunta que cuáles son cuadrados y cuáles son rectángulos. Hablando de diagonales sí tendría más sentido.

P1 dice que en el test de respuesta abierta todas las posibilidades son factibles, lo importante es explicar.

P5 le contesta por qué los alumnos hacen eliminación: ejemplo: B puede ser D, F rectángulo (no hay), esto es lógica matemática.

El profesor P1 opina que es bastante bueno, satisfactorio, ideal y se puede convertir en idónea la experiencia.

Los profesores P5 y P6 muestran su satisfacción aunque hay que perfilar algunas cosas.

El profesor del equipo investigador M1 pregunta si algún profesor ha hecho la evaluación de los contenidos. En general le contestan que en la evaluación de los contenidos para las calificaciones.

El profesor P1 opina que la comparación que hizo de un grupo experimental con otro no experimental le produce aún más satisfacción la experiencia, lo que lleva consigo el no experimentar más mecánico. Se pone en definitiva una experiencia clara que lleva consigo un trabajo menos mecánico que el que habitualmente desarrollaba.

TRANSCRIPCIONES DE LOS PROFESORES

P1

PROFESOR P1
TRANSCRIPCIONES DE LAS DOS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS ANTES DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS Y GIROS
CURSO: 1º ESO
FECHA: 7-05-97

1. *P: Y hemos trabajado juntos en otras investigaciones en años anteriores o en trabajos de todo tipo que hacemos algunos profesores que nos reunimos en grupo. Entonces a ese grupo se le ha propuesto (entre ellos a mí) el hacer esta investigación que tiene como objeto ver cómo los jóvenes de su edad y también algunos de menos edad, aprenden la geometría, cómo aprenden a trabajar geometría, no es más que eso. Por lo tanto no se va a hacer ninguna cosa rara, sino sencillamente en una clase normal, pero de geometría, ellos... yo voy a trabajar una serie de materiales y ellos van a venir cuatro veces. Hoy es la primera vez que vienen; el viernes vuelven a venir y grabamos la siguiente clase y después ya no vienen sino cuando empiece el próximo curso. Allá entre Octubre y Diciembre vendrán otras dos veces más y ellos lo único que hacen es ponerse en un lado, no intervienen en la clase, ellos simplemente se limitan a grabar en el vídeo lo que hacemos en la clase, lo que digo yo, lo que dicen Uds. lo que hago yo, lo que hacen Uds. ¿entiendo? Eso es lo único que se va a hacer, es como una clase, como otra cualquiera, pero que va a ser registrada en vídeo, ese vídeo después no va a verse en ningún sitio, así que no se pongan demasiado guapos que no van a salir en Antena 3, en vídeos de 1ª tampoco. Así que tranquilos, el vídeo solamente sirve para que después ella, como Directora de la investigación, lo va a ver muchas veces y de lo que va viendo, lo que le parece importante lo va anotando, sencillamente lo va anotando y estudia las conclusiones que saque de ahí. Ella es la que realmente hace el trabajo importante porque es la investigadora, nosotros no somos sino la base por así decirlo del trabajo; pero nada más, no hacemos mucho más; los profesores sí que nos reunimos con ella; pero ustedes simplemente se limitan a hacer los ejercicios. No sé si tenía que decirles algo más. Nada, vamos a trabajar normalmente, unas veces lo haremos así, otras veces lo haremos en equipo; recuerden que estamos empezando con el trabajo en equipos de dos, pero ya cuando venga ella en el primer trimestre del próximo curso, recuerden que íbamos a ir ampliando la forma de trabajo en equipo. Ella cuando venga la próxima vez pues a lo mejor nos coge en una clase de equipo completo ya, como hacen en Naturales ya, por ejemplo, pero con Sociales y conmigo no, sino que hemos hecho nada más que o trabajo individual o equipo de dos, pero eso depende de la clase que hagamos. Hoy vamos a hacer una clase... lo mismo que les ha pasado a ustedes, pues a mí me pasa lo mismo. Yo pensaba cuando ella me dijera, voy a ir tal día, dos días antes de empezar a trabajar el tema para coger ya el trabajo un poco hecho pero, como no ha sido así, hoy vamos a empezar el tema desde el principio y lo que vamos a hacer hoy en la primera mitad de la clase va a ser recordar, a ver de que se acuerdan ustedes de lo que ya han estudiado en los años anteriores sobre ángulos. Yo les voy a ayudar a recordar y luego sobre ese recordatorio vamos a empezar a buscar ángulos, a aprender algo más sobre ángulos y el viernes cuando vuelvan a venir entonces haremos un trabajo ya normal, preparado, sobre actividades sobre ángulos con materiales los que necesitemos y ya será una clase un poco más normal. Esta clase, recuerdo, lo principal de Uds. es olvidarse que hay una cámara, la cámara está en el sitio menos notorio y ellos simplemente son como una especie de testigos, unos observadores que están ahí y ustedes olvídense de ellos, no los busquen con la mirada, sino lo que tengan que hacer, si tienen que hablarse... hoy lo que ellos quieren es que ustedes se acostumbren a verlos a ellos, pero la clase sí la vamos a dar.

Bueno, una vez que está aclarado esto, vamos a empezar, a recordar, a ver si alguien se acuerda... Reparte una hoja por ahí a cada uno.

2. A: Profesor, ¿vamos a usar el porta-ángulos?

3. P: Vamos a usar todo lo que haga falta porque es un tema que vamos a trabajar durante varios días, o sea, que no vamos a hacer este tema sólo para acabarlo hoy; el tema es un tema de matemáticas que lo vamos a trabajar. Vamos a trabajar este año una parte y la otra parte la trabajaremos en el próximo curso. Quién sabe, vamos a recordar, a ver si alguien se acuerda, sabe explicarme, decirme con palabras la idea que tiene de lo que es un ángulo, a su manera, el que recuerde, la que recuerde algo. ¿Quién se acuerda de la idea de ángulo? Un ejemplo, algo donde se use, por ejemplo una frase donde se use la palabra ángulo, sería fácil de recordar.

4. A: Un ángulo recto.

5. P: Bueno, un ángulo recto no sería una frase, sino un par de palabras, decir algo en la vida real donde tú sepas que estás manejando ángulos.

6. A: Una figura geométrica.

7. P: Una figura geométrica ¿qué?

8. A: Las esquinas de la pizarra tienen ángulos rectos.

9. P: Las esquinas de la pizarra son ángulos rectos... Bueno, vamos a ver situaciones: Ustedes están caminando por la calle y quieren cambiar de dirección ¿Qué hacen? ¿Qué movimiento describen?

10. A: Un ángulo.

11. P: Un ángulo por ejemplo. Pues eso sería una situación en la cual estamos usando un ángulo: vamos caminando en una dirección, cambiamos a otra dirección, estamos describiendo un ángulo, ¿situaciones como ésa?

12. A: Vas en un coche y das una curva...

13. P: Si das una curva no das un ángulo, o das una curva o das un ángulo, ¿hay una diferencia entre lo que ha dicho él? Entre curva y ángulo ¿si? A ver.

14. A: Sí porque el ángulo, para que haya ángulo tiene que haber líneas rectas.

15. P: ¿Están todos de acuerdo? Cuando yo hice el ejemplo. De ir por la calle hice así voy a cambiar de dirección hice esto, pero no hice como el coche que hace una curva, ¿está clara la diferencia? En un caso hay ángulo y en el otro no.

Más situaciones, no todas de la calle, en la casa, en el colegio...

16. A: Las esquinas de los edificios...

17. P: Las esquinas de los edificios, se parece bastante a lo que habían dicho ya también por algún lado...

18. A: Las saetas del reloj colocadas a las 9 en punto.

19. P: Las saetas del reloj están colocadas ¿en las 9 en punto necesariamente?

20. A: No, o a las tres, a...

21. P: En cualquier hora, en cualquier momento, las dos agujas del reloj están señalando un ángulo, o sea, que entonces ya se van dando cuenta de lo que es un ángulo y de lo que no lo es. Pero hay más cosas ¿se acuerda alguien más? A ver la gente que no habla.

22. A: El reloj digital.

23. P: ¿Eh?

24. A: El reloj digital.

25. P: ¿En el reloj?

26. A: Digital.

27. P: ¿Hay ángulo?

28. A: Sí.

29. P: ¿Cuál es?

30. A: Los números...

31. P: ¡Ah bueno ya! Pero entonces da lo mismo el reloj digital que la pizarra, el cuadro...

A ver, el movimiento del brazo en el codo.

32. A: O el de la pierna.

33. P: O el de la pierna y la rodilla, eso es un movimiento que también es un ángulo, precisamente la profesora de Educación Física a veces les dice póngalos en ángulo, los brazos formado en cruz, o en ángulos, o elevados, o bajos, en movimiento. ¿Más cosas? Objetos, el cuerpo humano ya lo hemos visto ¿objetos? Alguien antes había dicho que había ángulos en las figuras, vamos a ver. Ángulos en las figuras. A ver busca ahí un ángulo, señalado para que todo el mundo lo vea. Un ángulo serían esas dos líneas que está señalando, dos líneas ¿no? En un punto, tal y como hemos dicho aquí, ahí hay un ángulo. ¿Aquí? eso también es una figura geométrica, ahí no hay ángulos. Aquí dice que no hay ángulos ¿por qué lo dirá? Porque aquí todas las líneas que hay son curvas. Bueno, parece que nos vamos acercando. Vamos entonces ahora a usar la hoja de papel. Se acuerdan que cuando empezamos a estudiar Geometría habíamos dicho de la hoja de papel que se parecía o que podíamos pensar que esto era como un, un... plano. Entonces todo lo que podemos estudiar de la Geometría lo podríamos estudiar aquí, por ejemplo cojan ustedes la hoja y háganle un doblez...

34. A: ¿Por la mitad?

35. P: ...con las uñas. Por donde quieran. Un doblez. Y vuelvan otra vez a enderezarlo. La hoja tiene que estar perfectamente, sin arrugas, por eso se las di nuevas y en ellos, en el plano ¿qué se ha marcado ahora? ¿qué es lo que hay dibujado?

36. A: Una línea.

37. P: Una línea recta ¿podríamos ya tener un ángulo con un línea recta?

38. A: Sí.

39. P: ¿Sí?

40. A: No, con una no.

41. P: ¿Qué necesitaríamos?

42. A: Otra.

43. P: Otra. Pues cojan ahora y atraviesen esa con otro pliegue igual por otro lado. Háganlo bien para que se vea claramente que hay dos líneas rectas, ¿cómo diríamos que están esas dos líneas? Se...

44. A: Secantes. Se cruzan.

45. P: Parecido, pero cruzar no es lo mismo en Matemáticas, aunque en la vida normal se dice cruzarse a eso, en Matemáticas y en Geometría eso se le dice de otra manera.

46. A: ¿Secantes?

47. P: ¿Secantes o que se cortan? ¿eh? Veo que se van acordando de muchas cosas. Cruzarse, eh. Almudena, cruzarse es otro sentido distinto el que hay en el espacio, por ejemplo, aquella línea que está allí y ésta que está aquí no se tocan en ningún momento, esas son las que se cruzan, pero ya lo explicaremos otro día. Vamos ahora a recordar que esto en el plano se llama que se cortan, o como decía Carolina...

48. A: Secante.

49. P: Secante. El plano, que era toda la hoja, recuerden que la hoja, el plano no se acaba ¿no? Es indefinido en todos lados, y ahí las líneas, por supuesto, les pasa lo mismo, pero ¿qué ha ocurrido cuando hemos trazado esas dos líneas secantes sobre el plano? ¿Qué ha ocurrido? ¿Qué le ha pasado al plano?

50. A: Que ahora tiene ángulos.

51. P: Tiene ángulos, ¿a ver? Los que saben buscarlos, a ver, alguien que los señale, señálalos con el dedo, pon la hoja en alto y con el dedo sigue y señala el ángulo. Pero quiero que entiendan una cosa, si estamos hablando en el plano, ¿no? Esto que es lo que está señalando él, es el ángulo, pero ojo ¿eh? No éste, sino esto.

52. A: ¿Qué?.

53. A: ¿Cómo?

54. P: Vuelvo a repetirlo, el ángulo no es sólo esto, el ángulo es todo esto lo que ustedes señalan cuando ustedes dicen aquí hay un ángulo señalan aquí y aquí, lo que están señalando no es el ángulo sino el borde, el borde del ángulo. El ángulo es... ¿cómo lo diríamos aquí? ¿qué sería el ángulo aquí? alguien que sea capaz de explicarme ¿qué es sobre el plano? ¿en qué consiste un ángulo? ¿cómo puedo yo explicarle a alguien lo qué es un plano? Bueno ahora dime que es un ángulo entonces como conclusión de todo lo dicho.

55. A: La superficie de papel que está entre las dos líneas.

56. P: De papel sino... modelo de papel, lo podría haber hecho, entonces vuelve a repetir, superficies del plano, la parte del plano...

57. A: Que se encuentra entre dos líneas.

58. P: ¿Dos líneas cualesquiera?

59. A: Que se cruzan... no.

60. P: ¿Dos líneas?

61. A: Secantes.

62. P: Sí, pero... se cortan, o sea, que tendríamos ¿cuántos ángulos se han formado aquí en el plano?

63. A: Cuatro.

64. P: Cuatro, ¿los ven claramente?

65. A: Sí.

66. P: Cuatro, cada vez que yo trazo dos líneas secantes el plano queda dividido en cuatro partes y cada una es un ángulo.

Eso está claro ¿no? Pues ahora lo podemos ver, recuerden que esto es lo que llamamos la Geometría, lo que es la Matemática, es saber decir aquí cosas, pero que luego están en la realidad. Entonces en la realidad, cuando hablábamos del ángulo que se forma en una esquina, esto es una figura geométrica. ¿Qué forma tendría esto? ¿forma de? la pizarra, rectángulo ¿no? Entonces efectivamente cada esquina marca un ángulo, pero el ángulo en realidad es todo el plano que está ahí, sólo que ahí estamos delimitando esto. Más ejemplos que hemos puesto antes. En la calle, cuando yo ponía el ejemplo de ir caminando y que de repente giraba, daba un cambio de dirección y me cogía otra calle. El ángulo, ¿dónde estaría ahí? ¿quién lo marca? ¿cuál es el borde del ángulo y cuál sería el ángulo?

67. A: El borde del camino...

68. P: Diríamos que por ejemplo, el borde del camino, o el borde de los dos caminos, alrededor del punto donde yo hago el giro marcaría el ángulo, pero el ángulo sería el plano que está, toda la zona que está comprendida entre esa frontera. En el reloj, una hora cualquiera, ¿cuál sería el ángulo y cuál sería el borde del ángulo?

69. A: Sería las agujas del reloj y el espacio comprendido entre las agujas.

70. P: Las agujas del reloj, todo el plano que está comprendido entre las dos agujas. Ese sería, entonces, el ángulo ¿no se dan cuenta ahora de otras ideas de ángulos? Bueno, para la próxima clase, el viernes, quiero que cada uno me traiga, por lo menos, un ejemplo real de la vida práctica, como el de las agujas del reloj o como el del camino, un ejemplo para explicarlo aquí de un ángulo, ya sea un ángulo que está quieto, este ángulo no hay quien lo pueda mover ¿no? Pero el de las agujas del reloj no está quieto sino que en cualquier momento, o el de mi camino es un camino que se va haciendo según yo voy caminando; es un ángulo que está en movimiento por así decirlo. Ejemplos de un sitio o de otro buscados en la calle, en casa, en el colegio, en cualquier situación de la vida, en el caso del que decíamos antes del cuerpo humano, cuando hablábamos de los brazos, pues tienen que buscarme ejemplos y cada uno por lo menos explicarlos aquí en clase en voz alta, es decir, yo encontré el ejemplo tal y en él se ve que el borde del ángulo está formado por estas dos figuras, estas dos líneas y el ángulo es todo lo que queda en medio. Eso tiende a ser algo que hay que pensar, fíjense que no es una tarea de escribir ni de hacer ejercicios ni nada, simplemente es de pensar en Matemáticas como hacemos siempre. Pensar todo lo que está a nuestro alrededor como algo que tiene que ver con las Matemáticas. Si yo quiero separar estos ángulos ¿qué tendría qué hacer?

71. A: Cortar.

72. P: La manera más fácil sería cortar y entonces los tendría. Pues vamos a hacer eso. ¿Todos tienen tijeras? Si hay, los que las tengan que las saquen y durante un momentito, si no tienen todos, los que tienen luego las comparten. Corten los cuatro ángulos con mucho cuidadito. Si alguno no tiene ya saben que hay un truco muy fácil ¿no? El truco fácil es repasar el borde con la uña fuertemente, luego se moja uno el dedito con saliva y humedece el borde, y luego se corta muy fácilmente, lo repiten después con la otra parte. Venga vayan haciendo los que no tienen tijeras como yo, pero con mucho cuidadito para que no se les destroce el invento. No pierdan de vista ese vértice común, ese punto donde se unían los cuatro, cuando digo que no los pierdan de vista es porque ahora vamos a buscarlos.

73. A: ¿Salen cuatro? ¿no?

74. P: Salen cuatro, claro, lo que habíamos dicho ¿no? Muy bien. Bueno, pues miren póngale, para que no se pierdan de vista, en esos puntos ahí, pónganle una señal, con el lápiz mismo en, justo en ese vértice común cojan a los cuatro y háganles una señal, una cruz o un puntito ¿Ya los tienen los cuatro?

75. A: No, no, no, sí.

76. P: Pues los que los tienen vayan intentando ver ¿cómo son esos cuatro ángulos?, intenten, jueguen con la mesa es su, es su plano ¿no? Como siempre hemos dicho, sobre la mesa vamos a poner la hoja y ahora que los tenemos separados, intenten ver, intenten comparar ¿se acuerdan de lo que decíamos de los números, lo que era comparar? ¿Qué era comparar? La palabra comparar ¿qué significa cuando trabajamos con números? Comparar dos cosas...

77. A: Para saber si son iguales o distintas.

78. P: Saber cuál es mayor y cuál es menor, pues eso es lo que vamos a hacer. Comparen estos ángulos y saquen Uds. deducciones, a ver. El que los tenga, cuando los tenga ya obtenidos, pues que las diga en voz alta ¿hay alguna conclusión? Acerca de la comparación.

79. A: Son iguales.

80. A: Profe a mí me salieron todos iguales.

81. P: ¿Todos iguales?

82. A: A mí no.

83. A: A mí sí.

84. A: A mí sí.

85. P: No son todos iguales. Si dices "no todos son iguales". Un momento, del mismo tamaño. Acaba de decir David algo que me choca. Vamos a ver, tamaño. ¿Te refieres a qué? ¿Puede salir un pedazo así u otro pedazo así?

86. A: No.

87. P: No, ¿a qué te refieres entonces cuándo hablas de tamaño? Vamos a decirlo, ¿a la separación o a la abertura entre los bordes...?

O sea que fíjense bien ¿han entendido lo que ha dicho Dalila? Dalila no hace referencia a la cantidad de papel sino a lo que está comprendido entre las rectas, porque ella sabe que es lo que dijimos al empezar, que aunque yo he dicho que estos son trozos de planos, en realidad se prolongan indefinidamente todo lo que quieran. Pero como el papel no se puede prolongar indefinidamente, ella ha entendido bien el tamaño, entendiendo tamaño la abertura, y está claro de estos dos cuál es más grande, éste ¿no? Vamos a verlo con otros, a ver si lo encontramos con otros dos cualesquiera. El tamaño no hace referencia a la cantidad de papel sino se ve claramente que éste es más pequeño que el otro, eso es comparar; éste es más abierto que éste. Está claro ¿no? Entonces si ustedes los van comparando, comparando, comparando, la deducción final entre los cuatro ¿cuál es? Que hay...

88. A: No tiene ninguna. La misma abertura.

89. P: ¿Seguro? ¿cómo haríamos para comprobar si tienen la misma abertura?

Hacer lo que yo he hecho ¿no? Superponerlo, superpóngalos, a ver. Recuerden que para poderlos superponer tendremos que hacer coincidir, coincidir exactamente ¿no? El vértice que es lo que llamamos el punto común y ver qué pasa con lo bordes. Esa es la forma de comparar ángulos. Comparar ángulos es colocarlos uno sobre el otro. Pero de mane... no de cualquier manera, sino de manera que coincidan ¿ y qué encuentran? ¿qué conclusión hay?

90. A: Que sólo...

91. A: Es más grande.

92. A: Profe, mire.

93. A: Todos son iguales.

94. P: Sí, y qué ¿son todos iguales?

95. A: No.

96. P: ¿Qué encontrarán? ¿Qué encontrarán al final? Alguno es que claro, es un caso muy especial, pero la mayoría no.

97. A: Que dos son iguales...

98. P: Dos son iguales...

99. A: Y los otros dos son diferentes a estos, pero iguales entre sí.

100. P: Exactamente, ya tenemos las conclusiones. Hay cuatro ángulos que están separados en dos grupos, en dos clases: dos que son iguales entre sí, y otros dos que también son iguales entre sí pero diferentes de los anteriores. Voy a hacer un dibujo de lo que hicimos, o sea, en realidad, si ésta fuera la hoja de papel lo que se hizo fue trazar una línea recta así y otra línea recta así, y se han formado ¿no? Esos cuatro ángulos que hemos recortado ¿Cómo van colocados? ¿Cómo estaban colocados en el papel los que son iguales?

101.A: Uno frente a otro.

102. P: Uno frente al otro, o sea, éste y éste, que son estos dos los iguales y los otros dos que eran éste y éste. Por lo tanto, ya podemos sacar una conclusión. La conclusión es que, cuando trazamos dos líneas secantes sobre un plano se forman cuatro ángulos que son iguales dos a dos. Fíjense lo que hemos hecho al comparar. Al comparar hemos superpuesto, y sólo los hemos comparado entre ellos, pero eso no es bueno para medir; medir sería tener una medida de referencia, ¿no? Cuando nosotros vamos a medir longitudes, distancias, siempre tomamos una medida que es una referencia ¿cuál es esa medida? ¿cuál es la referencia?

103. A: El metro.

104. P: Cuando medimos longitudes, por ejemplo el metro. Podría ser cualquier otra cosa, podría ser el paso, podría ser un palmo, pero hemos acordado que íbamos a coger el metro como referencia, entonces siempre decimos como resultado de una medida esto tiene cinco veces el metro, esto tiene tres veces el metro. Así es como medimos, comparando cualquier cosa que vamos a medir con la que tomamos como referencia; en el caso de la longitud es el metro. Si yo quiero medir ángulos...

105. A: El grado.

106. P: Tendré que buscar un ángulo de referencia. Vamos a ver de dónde sale ese ángulo de referencia. Fíjense bien en el experimento que hemos hecho hace un momento. A la mayoría le salió lo que acabamos de decir, salieron cuatro ángulos que son distintos dos a dos. Es decir, hay dos clases de ángulos ahí. Pero a algunos, pero a algunos les salieron cuatro ángulos totalmente iguales. Hubo algunos que cuando hicieron los pliegues los hicieron de tal manera que cuando los recortaron ¿cómo demonios hicieron los pliegues para que les salieran iguales? Lo hicieron de una manera muy especial. Lo hicieron de forma que un pliegue con el otro formaban éste ángulo que aparece aquí, que todavía no le vamos a dar nombre. Y cómo lo hicieron, no hace falta hacer como dice ella que lo hicieran así, juntándolo, pueden hacerlo como quieran, da igual. Ahora van a hacer los pliegues como yo les diga. Cojan y hagan un pliegue, pero procuren hacerlo atravesado, un pliegue, el que quieran. Y ahora vamos a ver cómo hacer el otro pliegue para que salgan los cuatro ángulos iguales. La manera más fácil es volver otra vez a plegar ese pliegue doblado, lo vuelven a plegar, pero de manera que junten...

107. A: Dos puntas.
108. P: ...Las dos puntas del pliegue y ahora hagan así.
109. A: ¿Así?
110. A: Profe ¿así? Profe.
111. P: Y ahora desplegando...
112. A: Profe...
113. P: Cuando ya lo tengan, sí, sí, sí, sí despliéguenlo, ha pasado lo mismo no, no, no, estando plegada. Vuelvo a repetir para que miren cómo lo hago yo y lo hagan al mismo tiempo. Yo hice el primer pliegue así y ahora no lo desdoblo, sino que lo dejo doblado y ahora doblo el pliegue para juntarlo, pliegue con pliegue, eso es, pero bien pegadito y cuando está así, entonces sin que se mueva lo hago así. Si ahora lo desdoblan ya pueden ver que salen igual que antes, cuatro ángulos, pero con una diferencia, que son los cuatro totalmente iguales. Y ¿cómo estoy yo seguro de qué son totalmente iguales? Sin cortarlo, porque fíjense como lo hice ¿cómo lo hice? Lo hice poniendo las cuatro uno encima del otro y si los he doblado, pues los cuatro van a ser iguales, ¿lo ven? Pues cuando doblo de esa manera el papel y se forman cuatro ángulos iguales ése es el ángulo especial, el que vamos a tomar como referencia. Miren para acá. Es justamente el que aparece en el borde, compárenlo con la esquina de la mesa, con la esquina del cuaderno.
114. A: Profe, pero a mí no me da...
115. A: A mi tampoco me da profe.
116. P: Vamos a ver, él sigue empeñado en que éste es diferente de estos tres, porque confunde el tamaño de la cantidad de plano de papel con el ángulo. El ángulo es la separación de estos dos. Si tú los has doblado bien todos son como éste ¿no lo ves?, todos son iguales. ¿Qué importa que uno tenga más papel que los otros? Eso fue lo que dijimos antes, no importa la cantidad de papel, importa la separación que hay aquí. Este ángulo tan especial que se forma de la única manera que es posible formarse, cuando se forman cuatro en el plano. A ese ángulo que es especial se le da un nombre especial. Ése es el que ya ustedes saben y conocen ese nombre desde hace tiempo, ése es el ángulo recto. Ése es el que se toma como unidad de medida. Cuando yo quiero saber lo que mide otro ángulo siempre lo comparo con éste... Cojan los que tenía antes y compárenlos. Comparen los cuatro que tenían antes, bueno, ya los tienen en dos clases ¿no? Recuerden que había dos clases: unos que salían más pequeños y otros que salían más grandes. Comparen uno cualquiera de los pequeños con el recto. Los que antes les salieron iguales no los pueden comparar, pero los que lo hicieron antes como está en la pizarra ¿cómo dirían al compararlo con el recto? Que sale más pequeño ¿no? Sale menor, tiene menor abertura ¿no? Pero si lo hacen con el otro, el de la otra clase, el otro se pasa y es más grande, pues eso es lo que haremos siempre para comparar ángulos. Diremos al compararlos, al superponerlos diremos que unos son más grandes que el recto y que otros son menores que el recto, más pequeños que el recto. Y de esa manera ya podemos clasificar a los ángulos. Todos los ángulos que ustedes puedan encontrar les saldrán como uno de estros tres, o les sale exactamente igual que el recto o les sale más pequeño que el recto o les sale más grande que el recto.
117. A: A mí, éste que es de los grandes me salió más pequeño, me sale éste más grande, éste más pequeño.
118. P: Sí, claro. Tienes cuatro, dos a dos. Dos te saldrán más grandes y dos más pequeños que el recto. Acuérdate que los marcamos con un puntito. Puntos superpuestos ¿se acuerdan? Fue uno de los ejemplos que se pusieron, el del reloj. Tú que fuiste la que encontraste el ejemplo del reloj. Tú que fuiste la que encontraste el ejemplo del reloj, dime, ¿dónde estarían las agujas para marcar un ángulo igual que el recto? Un ejemplo.
119. A: Una en el tres y otra en el 12, por ejemplo.
120. P: Por ejemplo ¿lo ven? A las tres de la tarde si yo cojo el ángulo recto y lo pongo ahí, coincide, luego diré de ese ángulo, a las tres de la tarde el reloj forma un ángulo igual que el recto. Alguien que me diga ahora uno que sea una hora que forme un ángulo más pequeño que el recto. Almudena...
121. A: Una en las cuatro y otra en las dos.
122. P: Y uno en el dos. Si yo cogiera ahora el ángulo recto y lo coloco encima ¿lo ven?, el recto sale más grande; luego éste el que forma en las cuatro y en las dos es más pequeño que el recto. Yaiza, dime uno que sea más grande que el recto.
123. A: Uno en el seis.
124. P: ¿Uno?
125. A: En el seis.
126. P: ¿En el seis?

127. A: Y otro en el uno.

128. P: Y otro en el...

129. A: En el uno.

130. P: En el uno ¿lo ven? Desde aquí hasta aquí. Si yo coloco el recto, efectivamente se me escapa, pues de esa manera se clasifican los ángulos, sólo es cuestión ahora de hacer un bautizo ¿cómo llamaremos a los ángulos que son más pequeños que el recto? ¿cómo llamaremos a los ángulos que son más grandes que el recto? Que todos saben desde hace tiempo. Carolina...

131. A: A los más pequeños "agudos" y los más grandes, "obtusos".

132. P: ¿Lo recuerdan?

133. A: Claro.

134. P: Pues a partir de ahora ya saben, cada vez que Uds. hablen de un ángulo siempre lo nombrarán diciendo su tamaño comparado con el recto. De manera que "voy a dibujar un ángulo agudo", la palabra agudo viene precisamente, es una palabra que se usa en la vida práctica. En la vida práctica un objeto agudo es un objeto que acaba en una punta pequeña.

135. A: Seguro.

136. P: ¿Eh? Los cuchillos son de punta aguda porque tienen un ángulo agudo en el final. En cambio, a nadie se le ocurriría fabricar un cuchillo cuya punta fuese así ¿no? Eso no es agudo, sino que lo llamamos obtuso. También en la vida real a las personas se las califica así, pero mal, no tiene nada que ver con los ángulos; una persona aguda es una persona ingeniosa, inteligente, que tiene siempre su mente afilada como un cuchillo, está siempre pendiente de todo y atento a todo; en cambio, una persona obtusa es una persona torpe, una persona cabezuda ¿no? Que no aprende sino que se emperra en las cosas que él ya sabe y no entiende que nadie le pueda hacer cambiar de idea. Bueno, todo esto ahora hay que escribirlo, todas esas conclusiones. Así que ahora a la libreta. Fecha de hoy, vamos a escribir a continuación de lo que teníamos del otro día, con fecha de hoy; ésta va a ser parte de la tarea, lo van ustedes a escribir en casa por su cuenta. Escriban: definir a su manera, o sea no quiero que lo copien de un libro, sino que lo definan como hoy se ha hecho aquí, a su manera, los siguientes aspectos:

1º Ángulo.

2º Ángulo recto.

3º Clases de Ángulos.

4º Ángulos formados por dos rectas secantes.

Esto ahora quiere decir, que Uds. en casa se sientan, vuelven a pensar en lo que hicimos, no me pierdan los ángulos que hemos obtenido, ni el recto ni los cuatro anteriores, los meten ahí en la libretita, en esa página y con eso tienen ustedes que responder a las cuestiones. Y luego no olviden que había otra cosa más: pensar en una situación de ángulos, o bien de ángulos quietos o bien ángulos en movimiento.

2ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS Y GIROS
CURSO: 1º ESO
FECHA: 9-05-97

1. P: Sí bueno, los que lo han entregado, si no, me lo entregan después hasta el mediodía. Después lo buscan y me lo dan. Y ahora vamos a empezar. Les quiero recordar que lo que ha pasado con los instrumentos de dibujo es algo que no puede suceder. Ustedes saben que tienen que traer el material... listo. Ya podemos empezar. Vamos entonces a comenzar la clase haciendo el último día. Había una tarea que había que pensar y traer hecha. Vamos a ver algunas de esas respuestas para luego confirmarlas y seguir trabajando en lo que estábamos, el trabajo con los ángulos. Había por un lado que buscar ejemplos de ángulos y algunos ya los han traído, vamos a ir rápidamente haciendo una revisión. A ver un ejemplo: levántate, Cristian.

2. A: Los bordes del borrador forman un ángulo recto.

3. P: A ver, Daniel.

4. P: Muy bien. Davinia.

5.A: Cuando vamos a la plaza, si hay escalones, pues si te das cuenta el escalón forma un ángulo recto.

6. P: Los bordes de los escalones van formando varios ángulos rectos.

7. P: Los bordes del canto.

8. A: El borde de la cinta tiene aquí un ángulo.

9. P: ¿Ese tiene algo de especial?

10. A: Yo no le veo nada.

11. P: ¿Y ustedes que dirían? Es un ángulo recto ¿no? El ángulo recto es el ángulo más especial que existe porque es el que tomamos como referencia de comparación. Carolina...

12. A: El caso de las vías del tren, suelen ser la valla y después tiene otra valla de suspensión que forma un ángulo recto y al moverse puede formarse un ángulo agudo.

13. P: Bueno, muy bien. Almudena...

14. A: Los bordes de la ventana.

15. P: Los bordes de la ventana también forman un ángulo recto. ¿Alguien más quiere aportar? No ya los que han repetido, no.

16. A: En la escuadra.

17. P: ¿En la escuadra?

18. A: Hay un ángulo recto.

19. P: ¿Sólo ése te llama la atención? Ah, o sea, que hay... no pero ése es recto. Pero sin ser recto, en la escuadra ¿no hay otros ángulos?

20. A: Las esquinas.

21. P: Claro, cada esquina es un ángulo. Efectivamente.

22. A: Las esquinas de las paredes.

23. P: Las esquinas de las paredes, hay todos los ejemplos que Uds. quieran buscar. Ahora vamos a la segunda parte de la tarea, que era decir con sus propias palabras los distintos conceptos que habíamos construido el otro día. Primero era tratar de decir con sus propias palabras lo que es un ángulo. A ver quién se expone a leerlo o a decirlo.

24. A: El ángulo es un espacio comprendido entre dos líneas rectas unidas en un mismo punto.

25. P: Bien, está bastante claro. La idea es la misma del otro día. Recuerdan que el vocabulario científico, el vocabulario matemático perfecto sería a lo mejor buscar alguna otra palabra, pero tal y como ella lo ha dicho es la idea, es muy clara. Y a veces es más importante saber expresar uno con su propio vocabulario las cosas sin errores y eso es lo que ha dicho ella. Vamos a recordar lo que ha dicho: Es "el espacio comprendido entre dos líneas rectas unidas en un punto". Está muy bien dicho. Luego ya veremos con un vocabulario un poco más preciso si acaso la palabra que menos encaja ahí sería por un lado la palabra espacio. Para nosotros la palabra espacio recuerden es todo, las tres dimensiones, mientras que recuerden estamos en el plano; pero eso lo arreglamos después, no está mal que lo hayas expresado así, porque tú sí entendías lo que querías decir y yo te he entendido. La otra palabra que quizás en esa definición se pueda mejorar es "unidas" en un mismo punto. La palabra "unidas" no es muy precisa desde el punto de vista matemático. El otro día habíamos dicho palabras mejores que ésa. También habíamos dicho alguna peor, ¿se acuerdan? Que se había dicho "se cruzan" y yo les aclaré que los que se cruzan no se tocan sino que la palabra que usábamos era "cortar" o también la palabra

secante. La segunda definición era ¿qué es un ángulo recto? Ésta era un poco más complicada de saberla expresar, pero a ver si alguien la encontró. ¿Alguien encontró la manera de decirlo con claridad lo qué es un ángulo recto?

26. A: Un ángulo de una altura de 90º.

27. P: Bueno, pero estás usando algo que nosotros no hemos nombrado. Estás recurriendo a cosas que conocías de viejo, pero que no explica mucho lo que es el ángulo recto tal como nosotros lo construimos. Nosotros no hicimos en ningún momento una medida ni apareció el 90 por ningún lado. De todas formas sí es cierto lo que él ha dicho, es cierto porque lo sabía, lo ha memorizado de otros años anteriores.

28. A: Me ayudé con un dibujo.

29. P: ¿Te ayudaste con un dibujo? Si uno tiene que expresar la cosas con un dibujo es válido, pero entonces no es lo que llamamos definir o explicar, sino que entonces es dibujar, que es otra cosa distinta. Hay que ser capaz de explicarlo verbalmente.

30. A: Yo puse, es el ángulo principal de las tres clases que hay.

31. P: Eso ya es meter muchas cosas desconocidas, si eso se lo quieres explicar a alguien que nunca ha visto ángulos y que no sabe lo que son entonces y le estás metiendo demasiadas cosas desconocidas ahí. Es como si tú a alguien le vas a hablar de tu familia, alguien que no conoce a tu familia y tú dices "no porque Pedro" y él dice ¿y quién es Pedro, será el padre, será el hermano, será el tío, ¿quién será? No sabe, le faltan datos para entender lo que tú dices. Tú ya estás diciendo "de las clases de ángulos que hay" ya das por supuesto que él también las sabe, y dices el más importante o el principal. Tienes que explicar ¿por qué es el más importante? ¿Por qué es el principal? En ese caso tenían que haber dicho "es el ángulo que tomamos como referencia para medir a los demás, para compararlo a los demás que es lo que veo yo. Si lo hubieras dicho así a lo mejor estaría mejor, pero tal como lo has dicho, no... Recuerden cuando yo quiero explicar a alguien, dar una definición es explicarle a otro con claridad para que él entienda lo mismo que yo digo. Si no entiende lo que yo estoy diciendo es que entonces yo me he explicado mal, no he usado la terminología, los términos, palabras adecuadas para que eso se produzca. De todas maneras, ahora veremos la definición correcta. ¿A alguien se le ocurrió alguno otra idea para decir lo que es un ángulo recto?

32. A: El ángulo recto es el ángulo que forman dos líneas perpendiculares.

33. P: Esa es la correcta. No son dos líneas porque el ángulo nunca son dos líneas, es el plano que hay entre las dos. Entonces si le añades eso que acabamos de decir lo has dicho ya estupendamente. Un ángulo recto es el ángulo que forman dos rectas perpendiculares, no dos líneas, porque líneas son rectas o curvas y las curvas no sirven para formar ángulo. Sólo se forman ángulos dando trazos rectos; claro, eso lo habíamos hecho así con el papel, ¿se acuerdan? Primero hicimos un pliegue y luego el otro pliegue lo hicimos atravesando el pliegue que ya teníamos con lo cual hicimos eso, las líneas que son perpendiculares. Esa manera está correcta. Había otra pregunta que era "clases de ángulos", esa era la más fácil de entender. A ver alguien que no sea... siempre veo alzar las mismas manos, las mismas cabezas pensantes, clases de ángulos, otra gente distinta, Juan José...

34. A: Rectos, obtusos y agudos.

35. P: Muy bien. Se debería decir, además, un poco en qué consiste cada uno. A ver Juan José el agudo ¿cómo dirías qué es?

36. A: Así.

37. P: A ver, no, los dedos no sirven para eso sino la palabra. ¿Te acuerdas lo que hacíamos? ¿Cómo sabíamos que un ángulo era agudo, cómo buscábamos? Miriam...

38. A: No sé explicarlo.

39. P: No sabes explicarlo, claro porque hablas poco. Javier...

40. A: Los que miden menos de 90º.

41. P: No hables de 90º. Dime cómo se llama el ángulo que mide 90º.

42. A: Recto.

43. P: Pues entonces digan que mide menos que...

44. A: Un ángulo recto.

45. P: El que mide menos que el recto ¿Lo sabrías explicar Miriam? Hay que acostumbrarse a hablar y a expresar el pensamiento. Y el otro, el obtuso, venga.

46. A: El que mide más que el recto.

47. P: El que mide más que el recto, eso es lo que aprendimos el otro día, y por último ¿había alguna pregunta más?

48. A: Ángulos formados por dos rectas secantes.

49. P: Ángulos formados por dos rectas secantes... a ver, Almudena...

50. A: Los ángulos formados por dos rectas secantes son los que tienen dos líneas que se cortan.

51. P: Bueno, lo que has dicho es repetir un poco la pregunta: dos rectas secantes, son dos rectas que se cortan. Pero lo que yo preguntaba era qué pasaba con esas dos rectas desde el punto de vista de los ángulos. A ver, Daniel...

52. A: Ángulos formados por dos rectas secantes son: las dos rectas secantes al tocarse forman otro ángulo.

53. P: Por ahí va mejor, por el final, no lo ha expresado muy bien al repetir un poco al principio las mismas ideas, lo que importaba era expresar lo que pasaba con esas dos rectas secantes. A ver Dalila...

54. A: Son cuatro ángulos en algunos casos iguales.

55. P: En algunos casos no.

56. A: Hay veces que los cuatro son iguales.

57. P: Bueno, pero si los cuatro son iguales también podemos formar dos parejas con ellos ¿no? O sea, siempre son iguales dos a dos, lo que pasa que en algún caso las dos parejas también son iguales. Lo que había que decir era eso, que dos rectas secantes sobre el plano forman cuatro ángulos, dividen el plano en cuatro ángulos que son iguales dos a dos, eso es lo que habíamos llegado a la conclusión. Bueno, pues ahora vamos a partir de ahí, de lo que han asimilado para seguir con el tema de los ángulos. Vamos a ir ahora a dos cosas: la primera cosa que se aprende es a observar, a descubrir donde están los ángulos, eso que hicieron ustedes al principio; aquí hay un ángulo, ahí hay un ángulo; eso es observar y descubrir. Luego está la construcción, que es lo que hicieron el otro día. Construir ángulos es fabricarlos de la manera más fácil que encontramos; fue con una hoja de papel que simulaba el plano, hicimos allí la secante y de esa manera tenemos ahí una serie de ángulos iguales dos a dos, pero que se formaban por la secante y luego tienen cuatro ángulos rectos que les dije de todas formas que no los partieran, pero que si los dejaran doblados para que viesen. Entonces vamos a tratar ahora de representar, representar. Cuando una cosa se comprende bien, entonces es cuando uno se puede ayudar con representaciones, lo hacemos mucho. Los diagramas utilizamos en todas las partes de las Matemáticas para representar las situaciones. La Geometría como es todo un proceso mental no es fácil encontrarlo en la vida real, sí los encontramos, lo que vimos antes hay un ángulo aquí, hay un ángulo en el compás, hay un ángulo en la barrera, saber ver ese ángulo es una cosa y otra cosa es después utilizarlo, saber hacer cosas con ese ángulo; no podemos ir a la barrera del tren cada vez que necesitamos trabajar con un ángulo como ése, tenemos que buscar la manera de representarlo, de dibujarlo. Entonces hay que aprender a dibujarlo y eso es lo que pretendíamos hoy, aprender a dibujar el ángulo recto que, como es el más importante, tal y como se había dicho, tiene una manera especial de construirse, de poderse fabricar y eso es lo que vamos a aprender hoy.

En realidad, algunas de estas cosas ya las saben hacer y algunas otras las practicarán en dibujo en la clase de plástica; y entonces vamos a recordar las maneras más importantes de hacerlo. Pongan en el cuaderno: representar la fecha 9, hoy es el día de EUROPA, día 9 de Mayo se celebra en toda la Unión Europea el día de EUROPA. He dicho: representar un elemento o una figura geométrica consiste en hacer un dibujo de ella utilizando los instrumentos de dibujo. Eso no es sino un recordatorio de lo que vamos a hacer. Los instrumentos de dibujo, los que tengo yo aquí son especialmente hechos para la pizarra, son muy malos de manejar y son mucho mejores los que tienen ustedes, que son de plástico y transparentes. Lo que hay es que cuidarlos mucho, procurar que nunca los bordes se estropeen jugando con ellos. Hay cosas que ya iremos viendo sucesivamente. Vamos a recordarlos a todos ellos. El elemento fundamental: la regla. ¿Para qué sirve? Para hacer líneas rectas, sólo para eso y nunca se puede hacer una línea recta si no se hace con regla. La regla es el instrumento para eso y lo saben de sobra porque siempre lo recuerdo. Sólo para eso. Cuando tengamos que dibujar algo que tenga líneas rectas lo haremos con la regla. Hay otras dos reglas que tienen estas formas: son la escuadra y el cartabón. Tienen como característica principal que poseen un ángulo recto, precisamente por eso se llaman escuadra y cartabón; están hechos para ser capaz de dibujar perpendiculares y paralelas. Tienen algo de diferente una de otra, la escuadra y el cartabón, que son los otros dos ángulos que en la escuadra son iguales y en el cartabón uno es más pequeño que el otro. ¿De acuerdo? Esa es la diferencia que hay, pero las dos tienen de característica común el ángulo recto y sirven para hacer perpendiculares y para ver. El siguiente instrumento en importancia es el compás ¿ para qué sirve?

58. A: Para hacer circunferencias.

59. P: Para hacer circunferencias o también trazos de circunferencias que se llaman arcos. Es el único instrumento capaz de hacerlo. Tiene que manejarse de forma muy delicada. La manera de utilizarlo, que yo supongo que la profesora se los ha dicho, pero de todas formas lo recordaremos cada vez que lo vamos a utilizar, tiene la posibilidad de cambiar su abertura; era el ejemplo que había puesto

Daniel, precisamente de ejemplo de ángulos. Esa abertura es la que va a marcar que la circunferencia tenga más radio o menos radio. Precisamente, ése es el radio de la circunferencia. Tienen que tener esto muy bien sujeto para que no se abra y se cierre sólo, sino que donde yo lo coloque esté así hasta que no vuelva yo a abrirlo. Por eso, si se juega con el compás a abrirlo y cerrarlo termina estropeándose y después ya no se puede dibujar nunca más una circunferencia. En segundo lugar, una punta que tiene que estar bien afilada y otra que es la punta de acero que tiene que estar derecha, por eso no sirve el compás como diana, como dardo, que es la diana que es lo que suelen hacer algunos desaprensivos. Tienen que tener cuidado cuando dibujen con regla en el papel y es que ese papel que es parte de la libreta tiene un resorte y entonces la regla va a tropezar mucho en él. Hay que ser muy cuidadoso en la colocación de la regla para que nunca quede la regla encima del resorte o tropiece; siempre hay la posibilidad de colocar la regla de una manera adecuada. Y el último instrumento es el semicírculo graduado. Éste es el que sirve como instrumento fundamentalmente ¿para qué sirve?

60. A: Para medir ángulos.

61. P: Para medir ángulos y también para ser capaz, cuando tengo un ángulo en un sitio poder dibujar en otro sitio uno igual. Eso se llama transportar, por eso se llama semicírculo graduado, por la forma o transportador de ángulos; porque permite un ángulo que está aquí ponerlo en cualquier otra parte. Y ahora vamos a aprender a dibujar un ángulo: Primero, cuando se trata de dibujar un ángulo es fácil, sólo requiere la regla, elijo un punto y lo señalo; ese punto es el punto común o vértice y a partir de ahí colocando la regla en dos posiciones distintas dibujen un ángulo como éste. No importa que no salga igual, parecido, eso. Ahora vamos a entender por qué esto es una representación de un ángulo. Ya saben que el ángulo, en realidad no termina, no tiene fin, es indefinido, ¿no? La parte de plano que está comprendida ahí sigue, pero nosotros lo entendemos, pero es imposible dibujar un ángulo completo; lo que hacemos es dibujar una parte, señalar con el lápiz los bordes hasta una cierto punto entendiendo que si lo dibujo más grande ese borde o más pequeño el ángulo es el mismo porque, ya lo decían ustedes mismos el otro día, lo que importa no es lo grande o pequeño que sea el borde sino la amplitud que están formando entre sí las dos líneas ¿no? Esa es la manera de dibujar un ángulo, cuando me dicen dibujar un ángulo cualquiera, o sea, no me ponen condiciones, pero me pueden decir dibuja un ángulo de una manera especial. En ese caso hay que afinar un poco más y para eso es para lo que sirven los demás instrumentos. Ahora vamos a hacer eso; pero antes vamos a tratar de decir a partir de esa representación, de entender un poco más cómo funcionan los ángulos. Verán que ahora yo ya no he dibujado las dos rectas secantes, como sólo estoy dibujando un ángulo si dibujo la recta secante estoy marcando cuatro ángulos siempre, ahora sólo estoy destacando uno de los cuatro, pero si yo quisiera, fácilmente obtendría los cuatro que tiene que haber. Es decir, yo podría prolongar eso hacia allá y hacer lo mismo y encontraría entonces otra vez las dos secantes, pero sólo voy a tomar en cuenta uno de los cuatro, ése que se forma ahí ¿de acuerdo? Entonces ya lo que estoy dibujando no son rectas. La recta es indefinida en los dos sentidos; desde que yo ponga este punto aquí estoy partiendo la recta. Entonces, ya lo que estoy dibujando aquí no es una recta, es media recta, por así decirlo, porque la recta es indefinida y no podría tener la mitad, pero no, me estoy olvidando de la otra parte de la recta. ¿Cómo se llamaría entonces ahora lo que he dibujado aquí? ¿Se acuerdan? A lo mejor ni lo han dado nunca, no lo han nombrado...

62. A: Semirrecta.

63. P: Semirrecta. Recuerden que el prefijo semi significa algo así como mitad de la recta. O sea, que ahora lo que tengo aquí no son dos rectas sino que son dos semirrectas que tienen un punto común, pues esa es la mejor manera de decir lo que es un ángulo. Escríbanlo. “Un ángulo es la región del plano comprendida entre dos semirrectas y ahora paren de escribir. ¿Dos cualesquiera? ¿Valen dos semirrectas cualesquiera? ¿O tienen que tener algo especial esas dos semirrectas? Que tengan un punto común, un origen común, en lugar de punto pongan origen. Ahí tienen una buena definición de ángulo. Hemos dicho lo esencial, pero ya estamos dando nombres. A ese punto en una semirrecta se llama origen; el punto que marca dónde va una semirrecta y dónde va la otra se llama origen; ésas que no son rectas sino que son semirrectas, pues ya conocemos su nombre y todo lo que abarca entre ellos lo llamamos región del plano. Es muy parecido a lo que utilizan en Geografía, las regiones. ¿Qué son regiones? Trozos comprendidos entre fronteras, fronteras artificiales, fronteras que se representan con líneas curvas y nosotros estamos hablando de regiones angulares, estamos hablando de semirrectas. Se podía haber dicho de otra manera, pensemos ahora en la barrera o pensemos en el compás o pensemos en la saeta del reloj. Yo podría haber elegido el punto común, coger la recta, no hagan ustedes nada. Dibujo una semirrecta y miren ahora lo que hago. Voy desplazando hasta que en otra posición vuelvo a colocarla. ¿Entienden? Pero el movimiento de la saeta, el ángulo que sale lo mismo, pero lo que ha sido diferente es que aquí he puesto una semirrecta y luego he puesto otra. Es decir, algo fijo mientras que

aquí he movido la regla de una manera muy curiosa, barriendo la región hasta llegar a donde termina; es como si aquí fueran dos semirrectas distintas, mientras que aquí es la misma que se ha movido, que es lo que pasa con ejemplos como los que he dicho antes o con otros que nadie me ha traído como ejemplo. ¿Qué hacen ustedes cuando van a abrir la puerta? Primero tienen que coger el picaporte y ... "barrer" como he hecho yo; cuando van a abrir la llave del agua en el lavabo o en la cocina, ¿qué hacen también? También tiran, también hacen que la parte metálica de la llave tire y describa un ángulo, la puerta está en una posición. Cuando la van a abrir la empujan y hacen que la hoja también "barra el piso" ¿no? Hay un barrido del piso, que es un ángulo determinado, pues esa es otra manera de ver un ángulo. Vamos a escribirlo: también un ángulo es la región del plano que barre una semirrecta entre dos posiciones. Primero está puesta aquí y luego está puesta allá, y entre una y otra provoca ese barrido de manera que se destaca claramente. De esa manera, a partir de ahora van a ver ustedes más ángulos de los que habitualmente se ven. La gente normalmente sólo ve los ángulos que están claramente dibujados cuando se ven las dos semirrectas, por ejemplo, el ángulo que se ve en el borde de las cosas. Pero casi nunca ve los ángulos que se describen en el aire, porque no ve sino una semirrecta y lo ve parado, pero cuando se mueve entonces ese movimiento es el ángulo. Cada vez que ustedes levantan un bolígrafo dejándolo apoyado en una ruta están describiendo un ángulo; cada vez que ustedes en gimnasia tienen el brazo en una posición y lo elevan o lo bajan están describiendo un ángulo. ¿Se dan cuenta de cómo ahora a partir de ser capaz de ver eso, esas dos situaciones de ángulo, ahora entienden mucho más lo que puede ser ángulo en distintas formas, en distintas posiciones? Así que aunque al dibujarlo son iguales, su dibujo, su representación es la misma. Sin embargo, la manera de ser construida es diferente. Estén atentos a eso porque esto sería un ángulo que está parado, un ángulo estático que siempre está igual, mientras que aquí es un ángulo que ahora está así, pero que puede cambiar, puede aumentar o puede disminuir porque es un ángulo vivo, que está en movimiento y eso es importante entenderlo; ser capaz de verlo, de descubrirlo cuando hago una observación. Y ahora a bautizarlo. Siempre que vemos cosas hay que bautizarlas, seguro que esto ya lo saben, pero hay que recordarlo. Punto y aparte. Todo ángulo tiene tres elementos: el vértice, lados y efectivamente, no, no escriban, no lo vamos a llamar región; es la región, pero como esas regiones se pueden formar muchas, es una región angular y lo vamos a llamar por su medida, la medida... el otro día creo que lo nombramos...

64. A: El arco.

65. P: El arco es un trozo de circunferencia, lo llamamos...

66. P: Amplitud, porque recuerden que lo que importaba era eso. En realidad, la amplitud siempre la vamos a dar como medida, ahí es donde decimos lo de los 90º, 30º, 120º. Cuando nosotros damos esa medida lo que estamos hablando es de la amplitud y todavía eso, aunque ustedes ya lo conocen no lo hemos vuelto a recordar. Lo recordaremos a continuación. Cuando queremos escribir, fíjense que ya no hablo de dibujar. Cuando queremos escribir cosas sobre ángulos debemos usar algún símbolo para distinguirlo, claro, porque no voy a estar siempre diciendo con el dedo como es fácil hacer antes cuando hablamos alguno de decir esto, hace el dibujo en el aire o está señalando siempre sí sí esto, no no. Vamos a dar una manera simbólica de hablar, voy a hablar de éste ángulo, pues le tengo que dar un nombre. La manera más sencilla es nombrar un punto cualquiera de la semirrecta y el punto que hemos llamado vértice, entonces le damos una letra mayúscula, siempre en ese orden, empiezo por uno, otro, otro o aquí, aquí, aquí, da igual, luego ya veremos que hay un sentido, pero de momento... y nombrarlo siempre en orden poniendo siempre en medio el del vértice. Es decir, decimos el ángulo $A\hat{B}C$, pero para que se entienda que es ángulo se dibuja un angulito encima, así y porque con tres letras también podría nombrar un triángulo y entonces si es un triángulo dibujo un triangulito encima y así sé lo que estoy hablando, ángulo $A\hat{B}C$. Otra manera sería señalar la amplitud y poner una letra, pero ahora minúscula. Por ejemplo: la letra "m", y entonces digo ángulo $\hat{m}$ y lo nombro con una sola, cuando hay uno sólo o dos o tres prefiero nombrarlo así, pero cuando hay muchos en distintas posiciones prefiero nombrarlo así porque es más fácil. ¿Entendido? Incluso a veces con un número en lugar de con una letra, lo llamaría por ejemplo ángulo $\hat{1}$ para enumerarlo. Cuando tengo varios los prefiero enumerar para entenderlo así, son formas de hacer. Bueno, ahora vamos para terminar casi la clase de hoy, vamos a hablar del ángulo recto y a ver cómo se dijo: el ángulo recto está formado por dos semirrectas perpendiculares. Ahora vamos a dibujarlo, pero hay tres o cuatro maneras distintas de dibujarlo, una es para salir del paso, todas son buenas, pero hay unas que son solamente para poder dibujar rápido y estar seguro de que son perpendiculares con bastante exactitud, pero hay otras que son muy exactas, muy precisas y son las que aprenden en Dibujo Lineal y que seguramente son las de... Se usa el compás, esas son las más difíciles, pero las más perfectas. En cambio las que se hacen con reglas, pues son menos perfectas pero también son válidas. Por ejemplo, con escuadra y cartabón es como se hace mejor, lo voy

a hacer yo y luego lo van a hacer ustedes, los que tengan escuadra y cartabón. Los que no, lo harán después en casa y que no se olviden que siempre hay que traer el material de dibujo. Se empieza por señalar el vértice, siempre se empieza igual; ponemos el vértice donde queremos que salga el ángulo, luego con el cartabón que es el más largo siempre se trabaja por el borde que tiene la escala porque ése es el borde que está rodeado para dibujar ni éste ni éste, se coloca, no exactamente en el cero sino un poquito más allá y se dibuja la primera semirrecta y ahora que está dibujando se coge la escuadra con la mano izquierda muy firme para que no se mueva. Y ahora se coloca la otra encima, de manera que el ángulo recto es el que se apoye y se mueve hasta que coincida con el vértice y en ese momento sujetando con la mano izquierda bien fuerte, bueno con la izquierda los que somos derechos ¿cuántos hay zurdos aquí? Pues los zurdos lo hacen todo al revés. Ahora se dibuja la otra semirrecta y lo que sale es un ángulo recto. Éste es el método más sencillo, pero hay que hacerlo bien. Otro método sería volver a marcar el vértice, volver a señalar el primer lado - la primera semirrecta - y ahora para trazar la segunda utilizar el transportador, semicírculo graduado. Pero cuidado, este instrumento no es fácil de utilizar y no se fíen de éste, porque lo normal es que sea transparente, y entonces lo que tienen que buscar es que en el centro del lado horizontal hay una cruz, esa cruz, es el punto central; ahí es donde tiene que hacerse, colocarse el vértice, pero exactamente. Hay que se muy cuidadosos. En algunos viene marcado incluso con un agujerito por si hay que meter la punta de un compás, pero normalmente lo que hay que hacer es colocar exactamente eso y luego el brazo horizontal de esa cruz se continúa aunque no esté dibujado - en algunos sí está dibujada completamente la línea - pero otros sólo está donde empieza y donde termina que es el cero. Una vez que se colorea la cruz ahí, ahora hay que mover el semicírculo hasta que quede perfectamente la línea que se transparenta, la semirrecta que dibujé, y encima exactamente eso, aquí en el que yo tengo, en el de manera, eso se hace aquí debajo. Hay que tener buena vista, éste marca el centro y la línea es ésta; entonces yo lo que hago es esto. Procuro colocar el agujero encima del vértice y ésta línea aquí. Esto lo hacen ustedes por transparencias y cuando ya tengan así buscan el 90 que es la medida del ángulo recto y hacen una señal ahí pequeñita con el lápiz y cuando ya lo han hecho entonces ahora es cuando con la regla unen las dos señales y lo que sale vuelve a ser un ángulo recto. Ésta es más difícil por la precisión que hay que tener, a veces cree uno que sale un ángulo recto y no sale le falta un poquito o le sobra otro poco. Y la tercera forma de hacerlo que es con el compás y más difícil lo haremos el próximo día. No olvidarse de traer la carpeta, ¿de acuerdo? La única tarea practicar en casa a dibujar el ángulo recto de estas dos maneras, hacer en un papel cinco o seis ángulo rectos ¿de acuerdo? Pues nada, eso es todo.

TRANSCRIPCIONES DE LAS DOS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS DESPUÉS DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: GIROS
CURSO: 2º ESO
FECHA: 6-02-98

1. P: Bueno, vamos a empezar ya la grabación. Está aquí con nosotros la encargada del trabajo, de la investigación, y entonces ella va a observar la clase y lo va a hacer utilizando, como ya saben, la cámara donde ella grabará lo que crea oportuno y estará abierto eso. Ustedes hacen el trabajo como hemos dicho que se hace, el equipo empieza a trabajar y va avanzando; cuando tengan algo para intervenir, algo que decir, algo que preguntar, algo que aclarar... si hay alguno que le quedó pendiente terminar la actividad 1 que empiece por terminar la 1 ¿no? Pero pienso que la mayoría la tenía que haber terminado. Pueden empezar por terminar lo que les quedó y luego empezar ya la discusión de la actividad 2.

Los alumnos empiezan a trabajar.

El profesor se dirige a uno de los equipos de trabajo: Por ejemplo si tú tenías una duda sobre cualquiera de los aspectos los manifiestas en... si no hay ninguna duda. Si lo has entendido todo, está todo claro, pues no tienes nada que poner, y en observaciones aquellas cosas que a ustedes se les ocurra que puedan complementar o mejorar el trabajo. Si no hay nada que observar, pues se sigue adelante.

El profesor se dirige a toda la clase: Recuerden siempre que la actividad empieza dando una información, es leer y entender para luego pasar a la manipulación, hacer cosas.

El profesor a otro equipo de trabajo: Sí, pero dice el nombre. ¿Cómo se nombra a este ángulo? La flecha ¿no? Mira el sentido, hacia arriba y hacia abajo, entonces el nombre depende de cómo esté el sentido. Si el sentido es hacia abajo tendrás que nombrar éste, mientras que si es para arriba empieza por abajo; siempre empieza por donde empieza la flecha y termina por donde termina la fecha. Rellenar el cuadro que es objetivo de este ejercicio que ya saben en qué consiste rellenar el cuadro. Sentido, ¿Cuáles son los sentidos? ¿Cómo los llamamos?, ¿Cómo lo llama la actividad? Sentidos del ángulo, ¿cuáles son los sentidos entonces?

2. A: Que el ángulo es negativo.

3. P: ¿Y entonces cuáles son los posibles sentidos del ángulo?

4. A: Negativo para abajo y positivo para arriba.

5. P: Entonces, eso es lo que tienen que determinar, ¿no? En cada uno de los ángulos ven cómo está puesto ahí, está puesto negativo y luego el nombre, cómo se representa exactamente, y eso lo tienen que hacer con cada uno. Rellenar la tabla es hacer eso, claro lo del sentido tienen que tenerlo claro también, cuál es positivo, cuál es negativo.

El profesor a otro equipo de trabajo: Aquí trata de explicarte, esto es una explicación que te sirve para después contestar a este ejercicio, porque este ejercicio te da una serie de ángulos y tú tienes que rellenar esta tabla, cada ángulo tiene un número, el ángulo $\hat{1}$, el ángulo $\hat{2}$, el ángulo $\hat{3}$... y tienes que decir el sentido y la representación y lo que hace aquí es explicarte cuál es el sentido y cómo se representa. Léelo y haz lo que te dice ahí para que lo entiendas, pero hacer, hacer... mira a ver si... Discútanlo entre ustedes, si lo consiguen sacar y si no, vuelvan a pedir ayuda.

El profesor a otro equipo de trabajo: Vamos a ver ¿qué dice el ejercicio?

6. A: No se le oye

7. P: Bien, una serie de ángulos.

8. A: Y hay que averiguarlo.

9. P: Y hay que averiguarlo, entiendes, por ejemplo, los números estos de aquí arriba.

10. A: Sí, cada ángulo.

11. P: De cada ángulo, cada ángulo tiene un número para saber de cuál se está hablando y tú tienes que decir de cada ángulo, ¿qué tienes que escribir?

12. A: La representación.

13. P: La representación es darle una letra, por ejemplo, por qué éste se representa BÔA ¿por qué?

14. A: Porque empieza así.

15. P: Y ¿cómo sabes que empieza así?, ¿qué es lo que te dice aquí que tienes que expresarlo?, ¿por qué no era el AÔB?

16. A: Por ejemplo, por la derecha...
17. P: No, no, “por eso” ¿ y eso qué es? ¿Qué nombre le da en la actividad a eso...?
18. A: Informativo.
19. A: Positivo.
20. P: Lo dice aquí.
21. A: Sentido.
22. P: El sentido.
23. A: ¡Ah!
24. P: Hay un sentido positivo y hay un sentido negativo y aquí lo que hace es explicarte cuál es el positivo y cuál es el negativo. Es lo mismo para abajo que para arriba en el mismo ángulo, pero no es igual para abajo que para arriba y eso es lo que... piénsenlo, léanlo y entiéndanlo los cuatro y una vez que sepan eso ya saben lo que hay que hacer con cada ángulo.
25. A: Gracias.
26. P: El profesor a otro equipo de trabajo: Los ángulos están numerados. Ese no es, no significa los grados que tiene sino que éste es el ángulo uno, ése el dos, el tres... que son los que se corresponden con la tabla y tú de cada uno tienes que decir lo que dice aquí, rellenar la tabla, el sentido; es decir, está en un sentido o está en el otro y decirlo con un signo negativo o positivo, y cómo lo representas con letras porque no es lo mismo. Las letras que se usan tienen que ver con el sentido: si el sentido es así entonces por eso se hace así, pero si el sentido fuera al revés, harías así. Esto es lo que te explica esta hoja. Léanla otra vez y asegúrense de que los cuatro lo han entendido para que así todos intervengan y aprendan.

El profesor a otro equipo de trabajo: ¿Qué es lo que hay que hacer? El ejercicio éste ¿no?
27. A: Sí.
28. P: Esto es una explicación previa para que entiendas lo que hay que hacer.
29. A: ¡Ah!.
30. P: ¿Qué hay qué hacer?
31. A: Que los positivos que empiezan por O $\hat{B}$ A...
32. P: ¿Lo dice ahí?
33. A: Lo dice el libro.
34. P: Claro, porque no lo han leído atentamente. Fíjate lo que dice. El ángulo nunca se nombra como tú dices poniendo el vértice delante o detrás. Siempre el vértice va en medio, la única duda es qué lado es el primero, éste o éste.
35. A: No, éste, tiene que poner éste.
36. P: Sí, por eso, pero es que es distinto ahora mismo AÔB que BÔA, ésa es la diferencia.
37. A: No, porque...
38. P: Y ¿cómo lo sabes cuál es una y cuál es otra?
39. A: Porque el negativo tiene la flecha para arriba y el positivo para abajo.
40. P: Exactamente, y la flecha te dice también por dónde empiezas a nombrar.
41. A: ¡Ah!
42. P: ¿No te has dado cuenta de ese detalle? ¿por qué éste se llama AÔB?
43. A: Porque es negativo.
44. P: Claro, como éste está para arriba, empiezas a nombrar donde sale la flecha y terminas nombrando donde llega. Bueno, lo que importa es que eso es lo que tienen que tener claro todos para poder hacer el ejercicio, que es rellenar la tabla. Hay una serie de ángulos, están numerados, el uno, el dos, el tres... y de cada ángulo tienen que decir ustedes dos cosas: primero, qué sentido tiene, porque claro, si no saben el sentido no saben decir nada más. Y luego, la representación a cargo de las letras porque eso es importante; esa es la primera cosa que tenemos que conocer de un ángulo, qué sentido tiene.

El profesor a uno de los grupos con los que ya había estado aclarando dudas: ¿Ya lo ha aclarado? ¿Lo han entendido? ¿Han visto claramente la cuestión? ¿Ya han terminado todos? Ahora lo ponen en común, comentan las dudas que han tenido y alguna observación, sobre todo dónde ha estado lo más engorroso, lo que más les ha costado entender e inmediatamente el que termine, a la actividad siguiente.

El profesor a otro de los grupos con los que ya había estado aclarando dudas: ¿Está ya más claro? Entonces una vez que lo tengan hecho... primero lo piensan todos, luego lo ponen en común, lo revisan y así al que lo ha hecho mal, se le explica dónde está mal para que así aprendan cómo lo tiene que hacer bien; después dónde han surgido las dudas, cuál ha sido la duda más importante para ponerla. Si no ha habido dudas pues nada, y alguna observación si ustedes lo consideran conveniente.

El profesor a todos los alumnos: les voy a hacer una aclaración a todos. Atiendan todos un momento, porque a lo mejor el problema está en el sentido de las palabras. Recuerden que ahí se lo dicen con claridad, les ponen como referencia el reloj. Siempre, en Matemáticas, y en la vida real por supuesto, cuando hay algo que se mueve en círculo, sólo tiene dos posibilidades de movimiento: o se mueve así o se mueve al revés, y entonces, como todo el mundo tiene un reloj y si no lo tiene en la muñeca lo tiene a la vista y lo tiene interiorizado, es fácil decir de los dos sentidos cuál nos interesa y basta con referirlo al reloj. ¿Cómo se mueven las agujas del reloj? Siempre hacia allá, siempre. Cuando se dice que una cosa se mueve siguiendo el sentido de las agujas del reloj quiere decir que su movimiento es así; si se dice que es contrario a las agujas del reloj es que es así. Piensen en cualquier cosa que se mueva girando. Por ejemplo las llaves de un grifo; ustedes van a abrir el agua, háblenme del reloj, ¿en qué sentido hay que girar el grifo para abrirlo y que salga el agua siempre?

45. A: Las agujas del reloj...

46. P: En el sentido...

47. A: De las agujas del reloj... al contrario.

48. P: Claro, hay que interiorizar bien aquí el reloj. Para abrir el grifo siempre lo abro hacia la izquierda; para cerrarlo hacia la derecha. Luego lo abro en el sentido contrario a las agujas del reloj y lo cierro en el sentido correcto de las agujas del reloj. Pues en Matemáticas el sentido siempre se marca así, entonces miren la información para ver cuál es el positivo...

49. A: Positivo.

50. P: ¿Cuál es el positivo? Léanlo y díganmelo, cuál es el sentido positivo de los ángulos.

51. A: Hablan todos a la vez y no se entiende.

52. P: Como cuando abro el grifo, exactamente igual, si el ángulo se abre como se abre la llave de un grifo, entonces diré que es positivo, si lo hace al revés... Recuerden el movimiento de las agujas del reloj sirve para definir cuándo es una cosa y cuándo es la contraria. Eso hay que grabárselo bien porque lo vamos a usar muchas veces. Que quede claro para siempre, cuándo consideramos el ángulo positivo y cuándo lo consideramos negativo.

El profesor se va dirigiendo a cada uno de los equipos de trabajo diciéndoles que lo lean bien, que les quede claro y que hablen entre ellos para aclarar las dudas, y que así todos se enteren de cómo se hace.

El profesor a todos los alumnos: Otra consulta general para todos los que vayan llegando a la "actividad cuatro", fíjense que hay una palabra: haz una estimación de la medida. ¿Quién me aclara lo que significa la palabra "estimación"?

53. A: ¿Medida aproximada?

54. P: Y hecha con... ¿hecha con qué?

55. A: Con el transportador de ángulos.

56. P: Si lo hacen con el transportador es exacta no es aproximada ¿cómo sería hecha? Hecha... "a ojo".

57. A: ¡Ah! A ojo.

58. P: Es como si yo les dijera ¿cuántos medirá más o menos de esta pared a aquélla? Ustedes dicen, pues más o menos seis metros. Eso es una estimación. Luego habría que comprobarlo con un instrumento, con el metro, a ver si efectivamente hay seis metros, a ver en cuanto me equivoqué, si me equivoqué mucho o me equivoqué poco. En este caso la estimación es "a ojo". Te dice pues esto más o menos será... tanto, y luego es cuando lo comprueban con el instrumento que es el transportador para ver si se han equivocado mucho o poco. Dos cosas importantes: el objetivo es que ustedes "a ojo" se acostumbren a ver con bastante exactitud las medidas de los ángulos, a no equivocarse demasiado y la ayuda importante es saber más o menos los ángulos clave, los ángulos principales. Si uno sabe los ángulos principales pues sabe y dice pues será un poco menos que esto o será un poco más que esto, ¿cómo cuánto más? La mitad más, un tercio más, un tercio menos, la mitad menos... Esa es la manera de estimar; así que, hacer la estimación sin trampas, no medir primero y después decir... no, no, es decir primero y luego a ver, es como una especie de juego en cada equipo a ver quién se equivoca menos. No traten de ponerse de acuerdo, sino que cada uno haga la estimación y luego lo miden todos. Un alumno le pregunta algo que no se le entiende.

59. P: No, no, sino que después en el ejercicio... Vamos a ver, ustedes ponen, lo ven, al lado de cada ángulo dice estimación y dice medida, ustedes rellenan primero la estimación y luego cuando hacen la medida ponen la medida debajo, y así ven si se han equivocado mucho o poco. Entonces las dudas y observaciones que pudiera haber en esta actividad tendrán que ver, sobre todo las observaciones, con medir ustedes mismas o ustedes mismos, medir su capacidad de estimación, ha estimado bien o han estimado mal, son buenos estimadores o son malos estimadores... en ángulos.

60. A: Risas.

61. P: Porque hay quién estima bien en distancias y luego en ángulos mal.

62. P: Vaya cada uno a su ritmo, pero luego al final trate el equipo de llegar a una solución conjunta, un aprendizaje completo. Las partes de la actividad que son más detalladas hay que hacerlas más despacito. No se apuren, discutan todo lo que necesiten entre ustedes y aclaren primero las aclaraciones que necesiten.

63. P: A ver, ajá, muy bien. El hecho que tú has propuesto quiere decir que ya te has salido del molde y eso es bueno; quiere decir que tu mente está más abierta y no está restringida por la situación. Una cosa muy normal es que todo el mundo tienda a ver ese ángulo con un lado horizontal y el otro es el que se mueve, y no. El ángulo es ángulo y lo colocas como tú creas conveniente.

El profesor a todos los alumnos: A Amanda le ha pasado algo que a ustedes tal vez les pase y es el empeño de ver la hoja de papel siempre derecha delante de uno, entonces cuando tienen que verla en otra posición la tendencia es ir a mover el cuerpo. Lo más fácil ¿Qué será...?

64. A: Risas... mover el papel.

65. P: Claro.

66. A: Todo el mundo falla en esta vida.

67. P: No, eso no es un fallo, mujer.

68. A: Se enfada bastante con sus compañeros por las burlas.

2ª SESIÓN
TEMA: GIROS
CURSO: 2º ESO
FECHA: 9-03-98

1. P: Hoy es la sesión de trabajo que corresponde a la segunda grabación. Ya saben en qué consiste: es la explicitación, es decir, ustedes van a tratar de expresar lo que han aprendido, cómo lo han aprendido y qué les ha parecido lo que han hecho. Es decir, leo exactamente lo que dice aquí: los alumnos intercambian sus experiencias, cuentan lo que han hecho, comentan lo que han observado con relación al contenido. Eso significa lo que han aprendido y con relación a los recursos y métodos, es decir, las cosas que han utilizado para aprender, para hacer las actividades cuáles les han parecido más fáciles, cuáles les han parecido más difíciles y explicar cómo se han resuelto, sobre todo las difíciles y todo esto, pues, hablando con las técnicas que habitualmente utilizamos; para tener un orden lo que vamos a hacer es proceder por actividades, si no tienen dificultad se pasa delante, pero si las hay, las empezamos a comentar a partir de la actividad 1 de la página 8. Como todos tienen delante lo que han hecho abrimos el fuego ya. Quien quiera empezar... el equipo que desea aportar algo...la primera actividad: medir y construir ángulos cualesquiera... una opinión, venga... Almudena.

2. A: Nosotros no es que diéramos una opinión, sino que no sabíamos lo que era, no nos acordábamos de lo que era cóncavo y convexo y entonces al hacer la actividad nos dimos cuenta de lo que era.

3. P: Esa es una de las dudas... ¿Algo que aclarar más? ¿Otro equipo?

4. A: Que este equipo no se acordaba de medir y lo aprendimos.

5. P: Medir con los instrumentos. Entonces esa actividad ¿ha resultado fácil o difícil?

6. A: Fácil.

7. P: Fácil. La segunda habla de ángulos orientados. Recuerden lo que significaba orientación. Comentarios.

8. A: En mi equipo nos hicimos más o menos un lío por lo de que las flechas que iban al revés que las agujas del reloj era positivo y las que iban hacia las agujas del reloj era negativo. Con eso nos hemos armado un lío, pero al final lo entendimos.

9. P: ¿Ha quedado resuelto el lío? La diferenciación del sentido utilizando el movimiento de las agujas del reloj es muy cómodo, porque todo el mundo tiene un reloj, todo el mundo ha visto un reloj, todo el mundo sabe cómo funciona. Es una manera segura de definirlo. Cualquier otro criterio que se utilice puede ser más complicado y siempre queda la duda. De esta manera no hay duda ninguna. Lo que funcione como las agujas del reloj es negativo, lo que funcione en sentido contrario es positivo. Entonces aquí había muchas medidas de ángulos. ¿Tuvieron dificultades para hacer esas mediciones en la tabla? En la página once, ¿a todos les coincidieron? ¿Otra aportación más?

10. A: Yo en algunas tuve fallos.

11. P: Tuviste fallos. ¿Cómo los resolviste los fallos después? ¿Cómo te diste cuenta que habías fallado?

12. A: Porque al corregirlo todos, a ellos les daba a todos igual y a mí diferente.

13. P: ¿Y cómo resolviste después la duda de lo que tú tenías mal? ¿En qué consistió la dificultad? ¿Por qué medías mal? ¿Te diste cuenta tú de por qué? ¿Cuál era la causa de que midieras mal?

14. A: Porque él tenía la duda de por qué en el sentido de la flechas se equivocaba.

15. P: ¡Ah! Ese fue entonces el error. ¿Había otra mano por ahí? María.

16. A: Al principio cuando vi el ejercicio así, había que poner, en la tabla había que poner que se era negativo o positivo y también si era BÔA o AÔB.

17. P: Sí.

18. A: Y yo al principio digo y ¿cuándo es BÔA ó AÔB? Pero es donde empieza la flecha, es donde... no quiero decir que era esa la duda que tuve, pero que la aclaré.

19. P: El sentido del ángulo, el ser positivo o negativo indica dónde empieza y dónde termina y entonces siempre conviene aclarar este detalle. Un ángulo cualquiera, el mismo ángulo, lo voy a dibujar dos veces. Aparentemente es el mismo ángulo pero pudiera estar medido en sentido distinto; éste pudiera estar medido así y éste pudiera estar medido así porque, ¿cuál es la medida? Bueno, la forma de construirlo. Recuerden que el ángulo, o sea, un movimiento que hace esa semirrecta que empieza aquí y termina aquí, mientras que éste empieza aquí y termina allá. La manera de representarlo, es decir, primero cuál es la semirrecta donde empieza y eso siempre se hace poniendo una letra en el vértice, una

letra en cada semirrecta. La semirrecta se nombra con dos letras OA y la otra semirrecta es OB. Para decir dónde empieza diremos en la semirrecta "A" y termina en la "B", y en medio siempre se dice el vértice; entonces aquél otro de allá, si es también le pongo las mismas letras o si quieren le pongo letras distintas $\hat{N}, \hat{M}$ y $\hat{P}$, para indicar la manera de nombrarlo. Este ángulo, ¿qué ángulo es? Tendré que empezar por la semirrecta donde comienza el ángulo; luego diré el vértice y terminaré diciendo la semirrecta donde termina. O sea, el sentido me permite saber nombrar con palabras, con letras, con símbolos, en general, lo que hay. Ese es el aprendizaje de esa actividad fundamentalmente. ¿Algo más?

20. A: No.

21. P: Pasamos a la actividad número tres.

22. A: ¿Y si los sentidos son distintos y es el mismo ángulo?

23. P: ¿Si tienen las mismas letras, te refieres? Si hubieran tenido allí AÔB, claro que entonces éste es el AÔB y aquél sería el BÔA.

24. A: Pero ¿medirían lo mismo?

25. P: La medida sería la misma, pero cambia el sentido. Uno sería, si midiera 30º uno mediría positivo 30º, que sería éste, y el otro mediría negativo 30º. O sea, el sentido, la manera de construirlo nos da también la medida. Precisamente la actividad tres es la de medida de ángulos orientados, sabiendo ya como empieza, donde empieza y donde termina un ángulo ya puedo medirlo y saber qué medida tiene donde lo empiezo a medir. Aquí me interesa que alguien me explique como utilizando el transportador llego a saber medir cualquier ángulo, cómo coloca el transportador, de qué se guía. A ver, alguien que lo explicite, lo que sabe hacer, procuren que no sea siempre la misma persona la que intervenga. Venga Almudena.

26. A: Ponía el transportador de ángulos; como pasaba más lo ponía hasta 180º, después marcaba y lo que me faltaba para llegar hasta el número que era pues después lo media y me faltaban 30 cm.

27. P: A ver, 30º... ¿en qué se mide?

28. A: 30º.

29. P: Grados.

30. A: Le ponía 30º más y marcaba.

31. P: Bien, eso era en el caso de que el ángulo que fueses a medir midiese más de 180º. En ese caso había que mover el semicírculo porque no daba con una vez sola, no nos daba, pero recordar. Vamos a ver alguien que sea otra persona, para colocar, saber colocar el semicírculo graduado teníamos que tener en cuenta su características, por ejemplo, esencial, ¿qué es lo primero que hago para fijarme dónde coloco el semicírculo? A ver, decirlo.

32. A: Saber donde está su centro.

33. P: Con el vértice del ángulo y luego ¿qué más? Porque incluso así todavía...

34. A: Hay que colocar las líneas que están debajo en el...

35. P: En el... coincidiendo con...

36.A: La semirrecta.

37. P: La semirrecta donde empieza el ángulo. Esa es la clave. Si voy a medir este ángulo tengo que colocar el semicírculo así, porque esta semirrecta tiene que coincidir con la semirrecta donde empieza y entonces la medida es ésta. Pero si el que voy a medir es aquél, entonces la semirrecta la hago coincidir con ésta, que es donde empieza para marcar la medida donde termina, y de esa manera es la que nunca nos equivocaremos. El semicírculo se colocará precisamente según lo que acaba de decir Rayco hace un momento, según donde empiece coloco el semicírculo y luego si tengo que medir más de lo que el semicírculo me da, entonces lo muevo, siempre a partir del 180º haciendo bien la señal. Esa era una de las cosas bien claras que había que aprender en esta actividad. ¿Algún comentario más sobre ella?, estamos hablando de la actividad tres, Carolina.

38. A: Que algunos de los miembros de mi equipo no sabíamos muy bien cómo orientar las flechas, se confundían en lo positivo y en lo negativo.

39. P: Bueno, se confundían porque no tenían claro el criterio de las agujas del reloj ¿no? ¿Terminaron por resolverlo y por tenerlo claro?

40. A: Ahora sí.

41. P: Ahora lo tienen claro. Recuerden siempre el criterio de las agujas del reloj. Es el criterio más sencillo y más elemental y vimos un ejemplo clarísimo de ese criterio, cómo ese criterio se sigue en la vida real. Recuerdan que dijimos lo de la carretera, cuando se llegan a las bifurcaciones, las rotondas; cuando se llega a una rotonda en un coche, ¿en qué sentido hay obligación siempre de coger la rotonda?

42. A: Positivo.

43. P: En sentido positivo, es decir, en el sentido contrario a las agujas del reloj. Siempre, es una cosa de criterio ya establecido por una norma que tiene rango de ley. Les pareció difícil esta con respecto a las anteriores...

44. A: No.

45. P: Una vez que ya se resolvieron los problemas de sentido y demás no ¿verdad? Sin embargo, esta actividad era al contrario de la anterior. La anterior era medir ángulos y aquí era dibujarlos, que no es igual. Tiene un pequeño añadido. ¿Alguien que tenga algo que aportar sobre la construcción? Algún truco que descubriera, que le ayudara a hacer las cosas mejor...dudas, observaciones... Nada, bueno, pues si no hay nada que observar seguimos, a ver...

46. A: A nosotras nos ayudaba el saber si era positivo o si era negativo, poder empezar la semirrecta nos ayudaba un montón si era positivo o negativo, para empezar el ángulo.

47. P: Para ir buscando después la segunda semirrecta. Hubo una generalidad que es un vicio muy habitual. Todo el mundo tiende a imaginar el ángulo siempre con uno de sus lados, casi siempre el lado origen, tiende a imaginarlo siempre en esta posición y a partir de ahí trabaja los demás ¿no? O bien en este sentido, en el sentido positivo, o bien en este sentido, que es el sentido negativo. A mi me gustó que algunos vieran, unas veces porque yo se los hice ver, otras veces porque por sí mismos lo descubrieron, que el ángulo no importa en qué posición se coloca; también si pongo el lado donde empieza el ángulo en esa posición no pasa nada en absoluto. El ángulo es independiente de su colocación sobre el plano, a no ser que me lo fijen a través de otros datos, pero tal como nosotros los tenemos, los ángulos son totalmente libres de estar colocados. La siguiente actividad estimar y medir ángulos orientados. ¿Qué les pareció ésta actividad? Desde el punto de vista personal no matemáticamente, sino desde el punto de vista como persona ¿qué les...les sorprendió la actividad o no?

48. A: Sí.

49. P: ¿Por qué?

50. A: Porque yo tenía la medida del ángulo que era 90º así y cuando lo medí me salió mal.

51. A: A mí no, yo me equivoqué poquito.

52. A: Pues yo pensaba que para medirlo tenía mal ojo y casi todas las tuve bien.

53. P: Que encontraste que había posibilidad de estimar y no equivocarse en mucho, pero es una actividad poco habitual. Estamos poco acostumbrados a estimar, es decir, lo que hacemos es medir, medir siempre se nos da bien, porque es usar un instrumento, si se usa el instrumento la medida sale bien, pero cuando se trata de estimar, es decir, de medir “a ojo” no resulta tan fácil y sin embargo ustedes encontraron que no se equivocaron tanto, ¿Qué truco usaron para que esa estimación? Ya apuntó, ¿Carolina fue? ¿no? Oh, no ,no, Mª del Cristo hizo con los dedos el gesto del ángulo de 90º ¿no? Es un truco bastante bueno, alguno más, alguno que mejora o que complementara el pensar en ese ángulo.

54. A: Siempre tiendes a mirarte la mano, siempre cuando estás buscando el ángulo, siempre tiendes a mirarte como no está en la colocación que tú lo tienes.

55. P: Bien, hay estrategias. Recuerden: la palabra es estrategia. Estrategia para aprender a estimar. Ahí cada uno utiliza pequeños trucos, según lo que vaya a medir. Ya tienen entonces aclarado lo que puede ser la estimación en esta actividad. La siguiente, la actividad número cinco, aquí empezaba ya el verdadero trabajo, el intenso, el fuerte, que era el de coger, recortar del juego de figuras y construir las cosas que ahí se mencionaban. Ahora espero que haya muchas cosas que decir y por parte de más gente sobre todas estas actividades. Vamos a ir viéndolas, una a una. Recuerden que cada una presenta una variante sobre la anterior, pero vaya comentando en general. La número cinco trataba, daba una figura cualquiera, elegida, pinchar un vértice y hacer un giro en tres posiciones distintas. A ver, comentarios sobre esa actividad, todo lo que deban decir sobre esa actividad díganle ahora, venga.

56. A: Que cada vez que hago un giro la figura cambia.

57. P: Cambia la posición, bueno, un detalle. Más cosas, tienen que salir cosas muy ricas y ahora de momento son las más sencillas, venga.

58. A: Que al hacer los puntos, por ejemplo, poniendo el centro no te da los mismos ángulos.

59. P: Más cosas.

60. A: Todos los ángulos miden iguales, 90º, tanto del que parte de un extremo como el que se ha escogido.

61. P: Ese era un aprendizaje realizado sobre ese trabajo. Es decir, Dalila lo que ha puesto es que, una vez que hizo la construcción, midió todos los ángulos y que encontró que siempre el ángulo iba a medir lo mismo siempre en las tres posiciones. A ver, David.

62. A: No se le entiende nada.

63. P: Que el movimiento que hacían los vértices y los puntos de la figura estaban todos unidos

mediante una circunferencia, un línea, que eran circunferencias todas con centro en ese punto. ¿Cómo llamábamos al punto ese alrededor del cual se hacía el giro?

64. P: Centro de giro. Eso ya, ahí fue donde empezamos a utilizar vocabulario y que lo vamos a seguir utilizando en el resto de trabajo que nos queda, centro de giro. Cuando teníamos un punto seleccionado como antes alguien habló del ojo del perro y se fue moviendo. ¿Cómo nombrábamos al ojo del perro en un sitio y en la otra figura que nombré?... A ver...

65. A: Si en la primera figura se le da como nombre 0, en la segunda se le daba 0' porque era el resultado de los movimientos de la figura.

66. P: Era usar la misma letra, eso es, un símbolo, usar la misma letra pero modificándola con un numerito romano 0',0",0'''para indicar, pero en palabras, cómo llamaríamos a esos puntos, puntos que se corresponden dentro del mismo giro. ¿Qué nombre se le daba? Había una palabra concreta que era parte del aprendizaje de la actividad.

67. A: Ángulo...

68. P: ¿No se acuerdan todavía? Pues ya saldrá, seguro que más adelante saldrá. Esta actividad ¿les pareció fácil o difícil?

69. A: Complicada.

70. P: Pero ¿complicada de hacer o de entender o las dos cosas?

71. A: De entender.

72. P: De entender, ¿de saber lo que quería decir la actividad?

73. A: Sí.

74. P: Pero luego una vez que más o menos se consiguió aclarar a base de intervenciones y de solicitar ayuda ya ¿fue difícil? Fue compleja.

75. A: No.

Varios alumnos hablan a la vez y no se les entiende.

76. P: Estaba muy difícil de entender tal como se describía ahí. Bueno, pero al final resulta que fue fácil.

77. A: Sí.

78. P: Cuando en esa misma actividad, cuando hacíamos un giro, uno sólo, vamos a contar con el giro de una de las figuras cualquiera y vamos a recordar los aprendizajes que hicimos. Imagínense, podía haber sido esta figura. Aquí es donde estaba el centro de giro que todo el mundo lo ha indicado, y ahora lo que hacíamos era mover la figura hasta conseguir que estuviese en otra posición similar, si elegíamos un punto aquí ese punto quedaba ahí y es lo que acaban de decir; si lo llamaba A éste le llamaba A' y una de las cosas interesantes era ver qué pasaba desde aquí hasta aquí. Es decir, este lado qué le ocurría cuando llegaba al otro lado, este lado qué le ocurría cuando llegaba al otro lado o este punto qué le ocurría cuando llegaba allí. Aquí he dibujado tres ángulos: He dibujado el ángulo que va a describir este lado, he dibujado el ángulo que describía éste y he dibujado el ángulo que va a describir éste lado; he dibujado el ángulo que describía éste y he dibujado el ángulo que describía ese punto especial de ahí. ¿Qué ocurre con estos ángulos?

79. A: A pesar de que los puntos estén en diferente posición cuando un punto se mueve, se mueve el resto de la figura y por eso todos los puntos tienen el mismo ángulo.

80. P: Todos los ángulos que ahí están marcados miden lo mismo. Por esa razón a ese ángulo que mide siempre lo mismo cualquier otro punto que yo elija, a ver un punto aquí, ver dónde ha quedado el ángulo, de forma seguirá siempre el mismo. ¿Cómo llamamos a ese ángulo?

81. A: Ángulo...

82. P: ¿Ángulo...

83. A: De giro.

84. P: De giro, o sea, centro de giro, y ángulo de giro. Lo único que nos falta es cómo llamamos a esos puntos que son el mismo punto pero después de haber girado la figura. No, una palabra especial, larga amplia, complicada.

85. A: ¡Ah! Homo...géneo.

86. P: No, homólogo.

87. A: Eso homólogo.

88. P: Puntos homólogos, ese es el vocabulario básico de los giros, centros de giros, puntos homólogos, ángulo de giro y la principal propiedad es la del ángulo de giro, que es siempre el mismo ángulo para cualquier punto. Un punto y su homólogo siempre tendrán el mismo ángulo de giro, porque eso es lo que define el ángulo. La actividad siguiente, que es la número seis, había que hacer lo mismo pero en lugar de marcar el punto, el centro de giro en un vértice había que marcarlo dentro de la figura. ¿Entendieron ya la segunda actividad habiendo ya hecho la primera? ¿La entendieron mejor?

89. A: Sí.
90. P: ¿Mucho mejor? O sólo un poquito mejor.
91. A: Un poquito.
92. P: Todavía ahí les costó trabajo, pero la hicieron.
93. A: Sí.
94. P: Y la construcción ¿qué les pareció con respecto a la anterior? ¿Cómo les quedó? ¿Qué le encuentran ustedes a esa construcción?
95. A: Que es más abstracta.
96. P: ¿Qué es más...?
97. A: Abstracta.
98. P: Abstracta, no pega mucho esa palabra aquí en Matemáticas. Que aparece todo muy encima de otro y eso hacía que no se pudiera hacer bien. A pesar de eso, lo hicieron con las transparentes, ¿no?
99. A: Sí.
100. P: Y ¿qué pasó?
101. Los alumnos hablan a la vez y no entiendo lo que dice cada uno.
102. P: El papel transparente no les permitía escribir bien con el bolígrafo ¿no? Es una dificultad grande con la que no contábamos. Esta actividad en principio estaba hecha para hacerla con papel vegetal, lo leyeron ahí. El papel vegetal sí permite escribir, pero es un poco opaco y no permite verlo uno encima de otro y entonces para que se viese mejor lo hicimos con papel transparente pero no fue todo lo aceptado. Bueno, en realidad ¿qué se aprendió en ésta actividad?
103. A: Que donde quiera que pongas el centro te va a dar lo mismo.
104. P: O sea, las mismas cosas que aprendimos en la actividad anterior. Lo que es el centro de giro, lo que son puntos homólogos, lo que es ángulo de giro, lo que son puntos homólogos, lo que es ángulo de giro y sobre todo lo que es la propiedad importante, el ángulo de giro no cambia para ningún punto, para ninguna pareja de puntos homólogos. ¿De acuerdo?
La siguiente actividad, la número siete.
105. A: Profe...
106. P: Sí.
107. A: Mira, antes de acabar esta actividad, también aprendimos que se eran constantes o no.
108. P: El qué eran constantes.
109. A: La actividad.
110. P: La...
111. A: El ángulo.
112. P: El ángulo, claro.
113. A: Risas.
114. P: El ángulo, lo que era constante era el ángulo, se mantiene para cualquier pareja de puntos homólogos. Se mantiene constante el valor del ángulo, mantenerse constante quiere decir eso, que no cambia, siempre vale lo mismo, siempre que estemos dentro del mismo giro ¿eh? Y recuerden que cada actividad suponía hacer tres giros diferentes y eso era lo que más confusión les creó, que en la misma actividad había tres giros distintos. Sólo se podía hablar de la figura principal y las siguientes. Eso es un lío, no podíamos hablar de la otra y de la otra al mismo tiempo, sólo podíamos hablar en pareja, una figura y la siguiente, o una figura y la otra, una figura y la otra, porque las propiedades se mantienen siempre dentro de un giro, pero cada actividad supuso tres giros distintos. ¿Qué aportó la actividad siete? ¿Qué diferencia hubo de la siete con las dos anteriores?
115. A: Que podías poner la figura que tú quisieras.
116. P: Primero y ¿segundo? ¿Y qué otra cosa aporté de diferente?
117. A: ¡Ah! Que ya tuvimos que empezar a usar el semicírculo.
118. P: El círculo transparente para cambiar. Pero más cosas. Hubo otra diferencia que espero que la digan.
119. A: ¡Ah! Que utilizamos el círculo...
120. P: Eso ya se dijo.
121. A: Que ya había ángulo de giro...
122. P: Sí, siempre que hay giro tiene que haber ángulo de giro. Pero, ¿cuál era la diferencia ente ésta y las dos anteriores?
123. A: Que no porque no le habíamos puesto la altura, sino ponías el centro y la altura por donde quisieras.
124. P: O sea, que el centro de giro ya no estaba ni en el borde ni dentro de la figura sino que

estaba fuera, en cualquier sitio. Y, ¿qué ocurría? Aunque cambiáramos el centro de giro... ¿qué cosa? Dime.

125. A: Que los ángulos seguían midiendo lo mismo.

126. P: Más... cosas ¿Había más cosas? No.

127. A: No.

128. P: ¿Ésta resultó más difícil que las dos anteriores o más fácil?

129. A: Más fácil.

130. P: Más fácil; ésta fue la que les aclaró más el problema. Cuando terminaron con ésta vieron más claro las dos anteriores. ¿Alguna cosa más sobre esa actividad?

131. A: No.

132. P: Bueno, la actividad ocho. En la actividad ocho ahora era la vista la que tenía que identificar dónde había un giro y dónde no lo había. Vamos a aclararlo. Es como si fuéramos a corregirlo, no es una corrección, pero si quiero ver... expresar qué es lo que se ha aprendido, la mejor manera es decir las cosas correctas o incorrectas. En el giro que está en A, si yo tomo como punto de partida la figura A mayúscula, me pueden decir si la B es resultado de girar la A ¿sí o no?

133. A: Sí.

134. A: No.

135. P: Entonces si me dicen que no por qué ahora me dicen que sí.

136. A: Yo creo que sí.

137. A: Yo no he dicho nada.

138. P: A ver, tú dices que no. ¿Por qué no?

139. A: Porque al poner el compás y al girar no me da.

140. A: No da la vuelta.

141. P: ¿Alguien me puede decir algo más claro que el compás? Sólo en la vista.

142. A: Que está de diferente tamaño.

143. P: Claro. Si el giro mantiene la forma de la figura, siempre desde que ustedes vean ahí que la figura B es más grande que la A, eso no puede ser resultado de un giro, esto es, como si lo hubiéramos metido en una ampliadora, no puede ser. ¿El C podría ser girado del A?

144. A: Sí.

145. P: No hay nada...

146. A: Podría... podría...

147. P: Podría... ¿y cómo hay que hacer para saberlo?

148. A: Con un compás.

149. P: Con un compás o con el...

150. A: Círculo.

151. P: Círculo transparente. Tenían ustedes que haberlo probado.

152. A: Pero no, porque la figura es mayor...

153. P: ¿Cuál la C? Estamos comparando la C con la A. Y ahora vamos a comparar la D con la A. ¿Podría ser?

154. A: ¿La D con la A? No.

155. A: Sí.

156. P: Siempre es la A la de partida; ¿y la E con la A?

157. A: No.

158. P: Y ¿por qué no?

159. A: Porque es más pequeña.

160. P: Porque es más pequeña. O sea, hay dos que están clarísimas que no pueden ser: son la B y la E. La B porque es más grande y la E porque es más chica. Las únicas dudosas son la C y la D, podrán serlo o no, y la única manera de estar seguros si lo son es o usar el compás o usar el círculo transparente. Vamos a ver el B...

161. A: No, ese no.

162. P: El B, si el giro que está en B. Yo voy a decir que el A es el de partida.

163. A: Sí.

164. P: ¿Puede ser el B girado del A?

165. A: Sí.

166. P: Perfectamente, ¿puede ser el C girado del A?

167. A: No.

168. P: ¿Por qué no?

169. A: Porque se da la vuelta.

170. P: Porque la figura se da la vuelta y eso no puede ocurrir, ¿y la D?
171. A: La D, sí.
172. P: La D con respecto a la A podría ser, o sea, que está claro, la C no porque se invierte la figura y eso no puede ocurrir, pero la B y la D, no lo sabremos hasta que no lo comprobemos con círculo transparente. Vamos ahora al giro C. El perrito que está en A ése es el que utilizamos y lo vamos a girar. ¿Puede ser el B resultado de un giro del A?
173. A: No.
174. P: ¿Por qué no?
175. A: Por la distancia.
176. P: Por la distancia que hay al...
177. A: Punto centro.
178. P: Al centro de giro, o sea, que ese lo han visto claro. ¿Y el C?
179. A: Tampoco.
180. P: Tampoco por la misma razón. Ahí no hay un giro. Está claro que no hay un giro porque el que estamos girando es el A y nunca puede salir ni el B ni el C porque no se respetan las distancias que es el otro elemento del giro. Recuerden, en el giro hay dos cosas que permanecen constantes: una es el ángulo de giro y la otra las distancias que hay de cada punto de su homólogo al centro de giro. Aprendizaje, son las cosas que están aprendiendo las que nos van a servir para que en la próxima clase podamos aplicarlas a las nuevas actividades y ya no tener ninguna duda. Actividad número nueve, sigue diciendo identificación visual. Se habían hecho ABC ahora es DEF, en el D, miren el giro que aparece en D, la figura que vamos a girar es la A mayúscula y si la giramos ¿podrá salir la B, la C, la D o la E...?
181. A: Esa es la pregunta.
182. A: No.
183. P: Bueno, bueno, vamos a ir despacio. ¿Puede salir la B?
184. A: Sí.
185. P: ¿Puede salir la C?
186. A: No.
187. P: ¿Por qué no?
188. A: Hablan todos a la vez y no se entiende.
189. P: Imagínensela girando...
190. A: Está invertida.
191. P: Está mal girada, ¿no? Está al revés, en lugar de girar a partir del vértice donde están las flores está girado a partir del otro. Venga, el D ¿podría aparecer eso?
192. A: No.
193. P: ¿Por qué no?
194. A: Porque también está mal.
195. P: Porque la figura aparece invertida. ¿Y el E?
196. A: No.
197. A: Tampoco, tampoco.
198. A: Sí.
199. P: Bueno, vamos a ver. Unas veces miramos por si la figura se da la vuelta o no, otras veces miramos por el ángulo de giro y otras veces miraremos por las distancias. Comprueben con la regla la distancia que hay desde el vértice inferior del A hasta el centro de giro y miren el E, el vértice inferior del E al ángulo de giro. ¿Da lo mismo?
200. A: No.
201. P: ¿Seguro? Estoy hablando del vértice inferior del A y del vértice inferior del A, del E, perdón.
202. A: Sí, sí da.
203. P: Esta distancia ¿no lo están viendo bien?
204. A: No, que no da.
205. A: Parece que sí da.
206. P: Claro que no, vale, vale, no da, ese está claro. El E que es el del pescadito, fíjense que hay seis y el que tomamos como referencia es el A ¿puede salir el B?
207. A: Sí.
208. P: ¿Puede salir el C?
209. A: No.
210. P: ¿Por qué no?

211. A: Porque el pescado se gira.
212. P: Porque el pescado se gira, se invierte. ¿Puede salir el D?
213. A: Sí.
214. P: ¿Puede salir el E?
215. A: Sí.
216. P: ¿Puede salir el E?
217. A: Sí.
218. P: ¿Puede salir el F?
219. A: No, por lo mismo.
220. P: No, por la misma razón. Vamos ahora al F. Ahora tenemos el triángulo A mayúscula ¿se puede convertir en el B?
221. A: Sí.
222. P: ¿Se puede convertir en el C?
223. A: Sí.
224. P: ¿Se puede convertir en el D?
225. A: No.
226. P: No, clarísimo que no. ¿Se puede convertir en el E?
227. A: No.
228. A: Profe, repítalo.
229. P: Sólo hay uno que no se puede obtener a partir del A...
230. A: El C.
231. A: El B.
232. A: El D.
233. P: Precisamente la última pregunta de esta actividad es qué puedes decir sobre la orientación de las figuras, que es otro aprendizaje más. Fíjense, lo primero que aprendimos fue el vocabulario: centro de giro, puntos homólogos, ángulo de giro. Y luego hemos aprendido las reglas del giro. ¿Qué ocurría con los ángulos? Que se mantiene constante dentro del mismo giro; luego las distancias, las distancias del centro de giro a un punto y del centro de giro al homólogo ¿son?
234. A: Iguales.
235. P: Iguales, y ahora la tercera propiedad: ¿Qué ocurre con la orientación de la figura cuando gira?
236. A: Que sigue estando...
237. P: Que se tiene que mantener la misma orientación. Si la cabeza del perro está para la esquina superior derecha, por mucho que gire la figura la cabeza del perro tiene que seguir estando para la esquina superior derecha. Ésa era la última pregunta de la actividad, porque era un aprendizaje más. Actividad número diez. ¿Qué aprendimos aquí? ¿Alguien me puede decir que se aprendió en esa actividad? El objetivo era buscar el centro de giro ¿no? Pero una vez que lo encontraban, lo colocaban ustedes. ¿Qué tenían qué hacer? Comprobar que era correcto. Y ¿cómo lo comprobaban?
238. A: Con el círculo transparente.
239. P: Con el círculo transparente podía ser o con...
240. A: Con el compás.
241. P: Y ¿cómo comprobaban que estaba bien buscado el centro?, ¿qué tenía que resultar, por ejemplo con el compás?
242. A: Que al pinchar en el punto del centro tenía, al medir los vértices, el primer vértice tenía que dar todo igual.
243. P: Al unir...
244. A: Al hacer la circunferencia...
245. P: Tenía que dar esa circunferencia unir todos los vértices. Si no era así estaba mal puesto el centro de giro. Entonces ese es otro aprendizaje más. Si el giro, si todas las figuras corresponden con un mismo giro, entonces una circunferencia con centro, centro de giro, y que pase por un punto tiene que pasar también por todos los puntos homólogos. Actividad siguiente, la número once, que ya era de la fase dos. ¿Qué encontrábamos ahí? Recuerden, teníamos dos giros, en un caso. Las tres figuras de peces unidas todas por el mismo vértice en el centro de giro, en la otra los tres triángulos con la flor y con un centro de giro fuera de los vértices. ¿Qué había que buscar? Había que buscar en cada figura un punto y luego localizar ese mismo punto en las demás figuras.
246. A: Y medirlo.
247. P: Y medirlo, ¿y qué pasaba con esas medidas?
248. A: Que todas daban igual.

249. P: Que todas daban igual.

250. P: Que todas las distancias daban igual. Volvemos otra vez a recordar lo que ya habíamos aprendido en las actividades anteriores. Hay algunos equipos por ahí que están interviniendo poco... En la actividad número doce. Ahora eran las mismas figuras que antes, pero ahora lo que íbamos a localizar no eran las distancias sino que ahora se buscaban...

251. A: Los ángulos.

252. P: Los ángulos, ¿y que se encontraba cuando se buscaban esos ángulos?

253. A: ¿El qué dijo que no le entendí?

254. P: Sí, cuando buscábamos esos ángulos y los medíamos ¿qué encontrábamos?

255. A: Que su homólogo daba la misma distancia.

256. P: Distancia no, aquí estamos hablando de ángulos. Que todos los ángulos daban la misma medida. Precisamente es el cuadro que aparece en la página 32, y había una conclusión, ¿qué observas? Lo que acaban de decir ¿no? Observa que todos los ángulos miden lo mismo. Enuncia la propiedad que se induce de tus observaciones. A ver, alguien que lea lo que escribió.

257. A: El coger dos figuras iguales y marcar un punto interior igual en las dos y otro exterior, los dos ángulos que salen son iguales.

258. P: Bien, lo que has dicho es correcto, pero se esperaba algo más, más general. A ver...

259. A: Cuando giramos una figura cualquiera de sus puntos, girarán igualmente...

260. P: Eso está más generalizado, un poquito mejor, pero lo que importaba es que ustedes fueran conscientes de lo que ocurría y trataran de escribirlo. ¿Alguien más? Puso otra versión, otra manera de expresar lo mismo. No. Seguimos. Actividad trece, vuelve a aparecer los mismos dos giros. Ahora lo que se va a buscar son otros ángulos, ¿no? Y lo que se iba a buscar eran parejas de puntos que diesen y determinasen un ángulo. Por eso es donde se hablaba de QQ’, RR’, QQ” y RR”. En esta actividad con tanta letra, tanta comilla, con tanto número encima, ¿tuvieron dificultades para interpretarlas?

261. A: No.

262. A: Sí.

263. A: Un poquillo.

264. P: Algunos sí, pero no del todo, ya estaban más acostumbrados.

265. A: Porque es que te confundías todo, no sabías si era el ángulo, era ése o... estaba muy apretado todo.

266. P: Todo muy apretado, y al final ¿cuál fue la observación?

267. A: ¡Ah! Que...

268. P: Venga.

269. A: ¿Cuál?

270. P: Para la hoja, a ver si la tienes ahí,

271. A: Que daba lo mismo de...

272. A: Lo mismo no, el punto...

273. P: Es exactamente, la consecuencia es la misma de la actividad anterior, solo que con elementos diferentes. La actividad número catorce. Esta actividad ya cambia de golpe. A ver quién me explica lo que aprenden la actividad catorce. Venga hay equipos, David y compañía, ese equipo habla poco, ¿qué aprendieron ahí?

274. El equipo de David no contesta.

275. P: ¿Qué se deducía de esa actividad al final? ¿Qué aprendiste cuando terminaste esa actividad? Ayúdele cualquier otro del equipo que sea. ¿Qué se aprendió en esa actividad?

276. A: Saber cuál...

277. P: Representar un giro, ¿cómo representaríamos nosotros este giro? Si yo quisiera hablarle a otra persona y que esa persona supiera exactamente de qué giro estoy hablando, ¿cómo se lo representaría? A ver, Daniel...

278. A: Con la letra G.

279. P: Primero una letra G ¿qué significaría esa G?

280. A: Giro.

281. P: Giro ¿no? Es la inicial de Giro ¿después?

282. A: Abre paréntesis.

283. P: Se abre paréntesis...

284. A: Se pone la medida.

285. P: ¿Se pone...?

286. A: El punto.

287. A: El vértice.
288. P: Díganlo con el vocabulario correcto.
289. A: El vértice.
290. A: El punto ése.
291. A: El centro de giro.
292. P: El centro de giro, que sería aquí...
293. A: 0
294. P: ¿Luego?
295. A: Una coma.
296. P: Una coma y ahora...
297. A: La medida.
298. P: ¿Qué medida?
299. A: Que mida el ángulo de giro.
300. P: Que mida el ángulo de giro, que sería o ésta, o ésta o ésta, porque las tres van a medir igual.
301. A: 180º sale.
302. P: ¿180º ahí?
303. A: 85º.
304. P: ¿Más o menos?
305. A: 50º.
306. A: 55º.
307. A: 53º.
308. P: Por estimación...
309. A: 53º.
310. A: 50º.
311. P: Fíjense... fíjense bien. Es éste y éste está casi un poquito menos de 90º vamos a suponer...
312. A: 80º.
313. P: Que fuese 80º. ¿De acuerdo? Eso es lo que se ha aprendido en esa actividad. Que cualquier giro tiene un nombre y ese nombre nos dice: primero, que es un giro, segundo dónde está su centro de giro, cuál es el centro de giro y tercero cuánto mide el ángulo de giro, que es lo que me permite saber dónde va a dar cada homólogo. En la actividad siguiente número quince... en la actividad siguiente número quince había un punto 0 que es el centro de giro y un punto P que es que vamos a girar. Lo que pedía era de todos los demás puntos que hay ahí. ¿Cuáles resultan de girar el P?
314. A: Había dos formas.
315. P: Había dos formas de mirarlo, aclaralo.
316. A: Haciendo una circunferencia...
317. P: Por ejemplo.
318. A: Y la P dentro es un punto homólogo y hacer las medidas de la P al centro y después todos los puntos que tuvieran su misma medida al centro eran homólogos.
319. P: Muy bien. Esa es una consecuencia de los aprendizajes anteriores. Si dijimos antes ¿no? Que para cada giro el ángulo se mantiene constante, pero varios giros son varios ángulos, el ángulo no me sirve para nada, sólo me servirá una de las otras dos propiedades, que desde cada punto al centro de giro y de cada homólogo al centro de giro, la distancia es la misma y eso con una simple regla como acaba de decir Dalila. O pensar que, como todas esas distancias son iguales, todos esos puntos estarán unidos por una circunferencia; con un compás trazo la circunferencia y rápidamente descubro cuáles son girados y cuáles no. La número dieciséis...
320. A: Estoy cansado...
Murmullos entre los alumnos, están cansados.
321. P: ¡Pst! ¿qué problema habían encontrado ustedes en la número dieciséis. Me parece que habían encontrado un problema...
322. A: No hay.
323. P: A ver ¿cuál es?
324. A: El punto P.
325. A: Si el punto P.
326. A: ¡Que no hay punto P!
327. P: Que la hoja ésta está mal redactada. Por un lado aparecía un punto P y un punto P' que no se correspondían, pero es que tampoco aunque se pensara que el punto P pudiera ser éste, luego al

tomar medidas tampoco encajaba. ¿Qué hicieron ustedes?

328. A: Nada.

329. A: Lo comprobé y...

330. P: Y después, ¿hicieron algo?

331. A: Yo hice otra.

332. P: Hicieron otra actividad distinta a ésta ¿no? Cogieron otra figura y la hicieron ustedes por iniciativa propia. Bien. La número diecisiete, yo sé que ahora en las últimas, en las tres últimas, habrá algunos que todavía alguna no la hayan terminado.

333. A: Yo.

334. A: Yo.

335. P: Pero vamos a comprobar por lo menos los que lo han hecho. ¿Qué tenía...? El ejercicio número diecisiete pedía elegir una figura y transformarla esa figura, irla transformando según esos giros. Es decir, tenía que verse la primera figura y luego repetirlo con el círculo transparente o con la regla y el compás. Había un problema y es que no había fichas suficientes, hicimos fotocopias...

336. A: Se acabó.

337. I: ¿Se acabó eso?

338. P: Se hicieron fotocopias nuevas, pero también se les dijo que lo hicieran dibujando el contorno. A ver, ¿alguien que lo haya hecho? Tenía que verse algo similar a esto, aunque la figura no está muy igual a la que hay, pero tendría que verse la misma figura que se ha transformado. Vean cómo usó la figura y la fotocopia, para ir haciendo todos los giros que había que hacer, cada giro está marcado. Todos tienen el mismo centro de giro. Ojo, ¿en qué varía? En el ángulo, que unas veces será positivo y otras negativo.

339. A: Los que están marcados por la línea de lápiz son positivos y los...

340. P: Efectivamente, él ha hecho una señal con colores para distinguir los giros positivos de los giros negativos, pero eso es lo que había que hacer ¿alguna duda?

341. A: No.

342. P: Aquí se paró mucha gente ¿o no? Pues el primer trabajo que hay que hacer será completar esa actividad porque no era nada más que hacer giros a partir de una figura y volver a recordar todo lo que habíamos aprendido. La número dieciocho es otra vez idéntica, pide ahora que elijan otra figura diferente y le apliquen los cuatro giros que dice ahí; primero, colocan las piezas y luego hallan los cuatro giros. Dice aquí siendo 0 un punto interior. Dalila enseña la tuya, la que hayas hecho. Enséñala alrededor. Como ven, ha vuelto a ocurrir el mismo problema que tuvimos al principio, que al tratarse de piezas con un punto interior aparecen unas encima de otras, pero es otra vez la misma actividad. Y finalmente... la actividad número diecinueve es a partir de un vértice. Exactamente. Mª del Cristo, enséñala. Vean cómo una vez elegida la figura a partir de un vértice ha hecho los giros que decía la figura. Y para terminar la número veinte, que aquí es donde nos habíamos detenido. En la número veinte aparecen dos giros, donde 0 para el P, o en el centro de giro y paro la flor o también en el centro de giro. Se trata de averiguar si el homólogo de P es P', si el homólogo de Q es Q' y si el homólogo de R es R'. ¿Cómo lo pueden probar? Carolina...

343. A: Cogí con el compás y pinchando en el punto 0 medí hasta el punto P y a través de una circunferencia si la línea pasaba por P' era homólogo.

344. P: Otra manera.

345. A: Medir.

346. P: Medir con una regla la distancia desde el centro al punto y desde el centro al homólogo. El de la circunferencia es más rápido.

347. A: Claro.

348. P: Lleva menos esfuerzo, pero hay que conocer las dos maneras. Y entonces, ¿tuvieron dificultad con esta actividad?

349. A: No.

350. P: No, pues entonces ya por hoy acabamos la clase.

P2

PROFESOR P2
TRANSCRIPCIONES DE LAS DOS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS ANTES DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 1º ESO
FECHA: 14-05-97

1. P: Vamos a ver un poco lo que es el tema de los Ángulos y a partir de ahí vamos a ir haciendo las actividades. Despacito ¿de acuerdo? Mirad. En esta hoja que tienen ustedes posiblemente no les dará, no tiene espacio para ir haciendo todo, pero cogen una hoja aparte del cartapacio. Bueno, vamos a ver, como ya todos han terminado el primer apartado, vamos a hacer un poco de comentario referente a las cuestiones. A ver ¿quién me comenta el primer apartado? Nayra, el primer apartado.

2. A: Dibuja un ángulo y completa lo siguiente: El punto común que une las dos semirrectas se llama vértice; las semirrectas se llaman lados; la amplitud de un ángulo lo es su abertura y se expresa en grados.

3. P: Bien, hay que describir un ángulo ¿no? ¿Tú puedes, utilizando el material que tenemos, indicar los diferentes ángulos?

4. A: Sí.

5. P: En ese caso, ¿qué tipo de ángulo tendríamos?

6. A: Un ángulo recto.

7. P: Un ángulo recto ¿no? Ésta sería ya un poco ya la segunda cuestión que nos aparece en esta hojita. Y ese otro, ¿qué ángulo sería?

8. A: Un ángulo agudo.

9. P: ¿Y éste otro?

10. A: Un ángulo obtuso.

11. P: Y ¿en qué se diferencian esas posiciones que tú has puesto?

12. A: El ángulo recto mide 90º.

13. P: Y los lados, los lados ¿cómo algunos (ambos) se cortan? ¿Perpendiculares, no? Bien, continuamos. ¿Qué pasa con el obtuso?

14. A: Que mide más de 90º.

15. P: Que mide más de 90º. Continuamos.

16. A: El complementario que mide 180º.

17. P: Sí, ¿a cuántas rectas equivaldría, a cuántos ángulos de 90º?

18. A: A dos.

19. P: A dos. ¿Hay alguna duda por parte de alguien en el segundo apartado? ¿Queda alguna duda por parte de alguien? ¿Alguna pregunta? No, bueno. En el tercer apartado fíjense bien un poco en lo que dice y después sobre todo en el cuarto. En el cuarto apartado se trata de estimar medidas de ángulos que es bastante difícil. Si alguien se equivoca, no le da exactamente la medida, pues no pasa nada porque después eso lo vamos a comprobar con el semicírculo; procuren ustedes hacer una clasificación de los ángulos que tenemos en el apartado cuarto. No importa, vamos a estimar la medida de todos ellos y en el caso que nos equivoquemos tenemos tiempo de rectificar, ¿de acuerdo? ¿eh? Adelante. Una aclaración. Antes decíamos que íbamos a estimar mediante ángulos. Ya les decía yo que eso era un poco difícil. Ustedes han hecho la estimación, han puesto los nombres de los ángulos, pero ahora cuando se trata de hacer...No vuelvan ustedes a la práctica anterior sino intenten hacerla a ver qué pasa. Si en la práctica anterior tenemos algún error o no tenemos errores, recuerden que la estimación es bastante difícil y si nos hemos equivocado no pasa nada. Bueno, otra aclaración. En la actividad número cinco vayan despacito. Fíjense bien que lo que van a hacer ahí que, a quien, comparar, estamos comparando ángulos. Por eso, habíamos propuesto como material el calcarlos y después superponerlos, ponerlos encima uno de otro para ver si son iguales o distintos y después seguimos contestando... Vamos a ver, parece que hay algunas dificultad en esa actividad, en la número cinco y en el apartado "A".

Alguien que la tenga hecha me quiere un poco explicar, vamos a ver...

20. A: Â = □ y □= □.

21. P: ¿Quieres explicarnos qué has hecho para comprobar que...?

22. A: He puesto el Â encima de □ y son iguales.

23. P: Coinciden los lados ¿no?

24. A: Sí, y luego medí el □ lo puse encima del □ y es mayor el □.

25. A: Yo medí y el □ es mayor que el Â.

26. P: Vamos a ver. Alberto decía que el ángulo Â y el □ eran iguales y que el Â y el □ eran distintos que el □. Nayra, haciendo el mismo procedimiento, dice que el □ es un poquito mayor que el Â. Bien ¿qué es lo que está ocurriendo aquí? Con esos dibujos que no fueron hechos en el momento, midiendo exactamente y entonces según la precisión con que se mida el ángulo va a dar a unos casi les da igual y a otros parece que hay una pequeña diferencia. Esa pequeña diferencia, en principio no es muy importante; entonces vamos a acordar que el ángulo Â y el □ sean iguales. Pero, ¿qué pasa con el Â y el □ y después con el □?

Vamos a ver el apartado de la actividad cinco.

27. A: El □ = Â y el □... (no la deja terminar y en la pizarra no se ve lo que escribe).

28. P: ¿Quieres explicar esa relación en la pizarra?

29. P: A ver, ¿nos faltaría algo en lo que tiene Sonia escrito en la pizarra o tenemos que rectificar alguna cosa?

30. A: A = C y H> A C.

31. P: Bien, vamos a ver. Aquí de todas maneras faltaría algo ¿no? Ya habíamos comentado que los ángulos los podíamos bautizar de varias maneras: podíamos bautizarlos con números, letras minúsculas, mayúsculas normalmente... pero fíjense bien para indicar qué es un ángulo ¿nos quedaría así tal como está?

32. A: No, le falta el símbolo

33. P: ¿Le faltaría algo más? Mejor es hacer una sola relación, diríamos que Â = □ más que poner a continuación Â □ debíamos ponerlo aparte; relacionar cada ángulo con cada pareja de ángulos. En este caso el Â = □ y Â > □, comprobamos también una cosa: si el □ y Â son iguales. ¿Qué pasa entonces? Al comparar con una tercera esta igualdad no se sigue cumpliendo. En este caso el Â sería mayor que □ y el □ mayor que Â.

2ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 1º ESO
FECHA: 21-05-97

1. P: Vamos a hacer un repaso de lo que vimos el día anterior. Recuerden que nosotros contemplamos el ángulo como ese espacio de plano delimitado por dos rectas que tenían un punto común. ¿Recuerdan cómo se llamaba?

2. A: Vértice.

3. P: Vértice, y cada una de sus semirrectas...

4. A: Lado.

5. P: Lado. Bien, decíamos también que el ángulo se podía interpretar a partir del giro de una semirrecta. En este caso, si lo hacen girar entonces le va a cambiar, en este caso, de la amplitud o la abertura del espacio. Bien, otro aspecto que vimos era construcción de un ángulo igual a otro, utilizando el papel transparente para calcarlo, pero también podemos utilizar otros materiales como es por ejemplo el trazado de paralelas. Entonces vamos a trazar una semirrecta. Yo tengo este ángulo Â. Aquí ya se utiliza el papel transparente para construir otro ángulo igual, de todas manera decíamos que era trazar rectas paralelas a los lados. El vértice un punto cualquiera de esta zona, por ejemplo aquí, en el punto "B" que designamos en el plano; voy a tomar ese punto "B" como vértice del nuevo ángulo. Entonces la forma más sencilla es trazar paralelas a los lados del ángulo dado. ¿Cómo podemos hacer éstas paralelas? Una forma sencilla, utilizando la escuadra y el cartabón, ¿de acuerdo? Vamos a ver, vamos a utilizar la escuadra y el cartabón....Nosotros queremos trazar una paralela; si queremos trazar una paralela a este lado, ¿qué tendríamos que hacer? ¿Cómo tendríamos que poner la escuadra y el cartabón? ¿De esta manera? ¿Cómo? A ver, ¿lo saben? Vamos a ver, mirad. Si yo quiero trazar la paralela a este lado, entonces hago que en este caso la escuadra me coincida con el lado al que yo quiero trazar la paralela, ¿estamos de acuerdo? Sigo con el cartabón, desplazo hasta el punto que yo tenía antes, el vértice que yo había escrito ¿de acuerdo? E intento hacer una paralela a este lado del ángulo; hago que en este caso la escuadra coincida con el lado. ¿Lo vemos? Sigo la escuadra con el cartabón y desplazo la escuadra a través del cartabón. Entonces ahí trazaríamos ese lado. Ya tenemos un lado paralelo al ángulo. Vamos con el segundo lado. Hacemos coincidir en este caso la escuadra con el lado al que yo quiero trazar la paralela. ¿Estamos de acuerdo? La fijo. En este caso la escuadra la desplazo y trazo el lado correspondiente, ¿está? ¿Estamos de acuerdo? Bien, de esta forma hemos construido un ángulo igual a otro y estos ángulos tienen la particularidad de que tienen los lados paralelos ¿de acuerdo? Otra forma bastante sencilla de construir ángulos es utilizando sólo el compás. Imagínense que tenemos el ángulo "C". Yo quiero hacer un ángulo exactamente igual a éste, entonces lo que yo hago es trazar una semirrecta con un punto de origen cualquiera, éste por ejemplo. Trazo la semirrecta, a partir del punto "P" por ejemplo. Luego utilizando el compás hacemos el "P", "C" y con la amplitud del compás que quiera trazo un arco que me corte al ángulo dado en dos puntos. Vamos a suponer que este punto es el "A" y éste es el "B" y ahora sin modificar la amplitud del compás me vengo a este punto, trazo un arco exactamente igual que el de antes, entonces en este caso me cortará el lado este "P" en el punto "B". ¿Está? Ahora sin modificar la amplitud del compás, como lo teníamos, a la otra semirrecta el punto "P" trazamos un arco también y ahora haciendo con el compás haciendo centro en el punto B del primer ángulo tomamos la distancia que hay entre el punto "B" y el punto "A". Necesitamos tener bien el compás para obtener bien la distancia, ¿de acuerdo? Del punto "B" al punto "A", bien. Nos venimos ahora al punto "P". Con el arco que hemos trazado obtenemos un nuevo punto. Haciendo centro en el punto "P" sobre el arco que hemos trazado obtenemos un nuevo punto que sería, vamos a llamarlo A' por ejemplo. ¿De acuerdo? Bien, el lado del ángulo lo trazaremos precisamente por el punto "B" y el punto "A", ¿de acuerdo? ¿Lo hemos hecho ya?

6. A: ¿Cómo al poner....

7. P: Respuesta: ¿Tú trazaste la semirrecta esta a partir del punto "P"? Bien, una vez que tienes esta semirrecta tú haces centro en el punto "O" del ángulo, o sea, tú trazas un arco con la amplitud que tú quieras, te vienes al punto "P" y con esa misma amplitud del compás haces una semirrecta otra vez, ¿estamos de acuerdo? Bien, una vez que tengas eso hecho te vas al primer ángulo, al ángulo de partida y tomas la distancia entre el punto "B" y el punto "A". Y ahora sin modificar la amplitud del compás te vienes, haces centro en el punto "B" y sobre este ángulo que teníamos, una vez que tenías este punto "A" vamos a llamarle prima, entonces unimos el punto "P" con este punto y estamos en la tendencia de dos puntos. Y entonces tenemos un ángulo igual al anterior ¿de acuerdo?

8. A: Sí.

9. P: Bien, entonces realmente hemos visto distintas formas de construir ángulos iguales a un lado. Bien, otra situación que vimos el día anterior y que vamos a ver ahora también es lo referente a ángulos consecutivos. Miren estas construcciones conviene que las hagan en una hojita de cartapacio.

10. P: ¿Qué es un ángulo consecutivo?

11. A: El que tiene un lado común y el mismo vértice.

12. P: Sal a la pizarra.

13. P: Bien, ¿qué se ha dibujado ahí?

14. A: Un ángulo consecutivo.

15. P: Ángulos consecutivos los dos ¿no?, porque son dos.

16. A: Sí.

17. P: ¿Quieres señalarme qué tienen de diferente uno de otro?

P: Fíjense que a partir de estos dos ángulos que tenemos aquí nosotros podemos realizar operaciones con ellos; puedo saber cuanto vale este ángulo dos, podría en este caso sumar los dos y en este caso particular la suma de eso dos ángulos ¿cuánto da?

18. A: 90º.

19. P: 90º, es decir, que equivale a un ángulo...

20. A: Recto.

21. P: Bien, y en este caso particular en que los ángulos que son consecutivos además miden los dos 90º reciben un nombre que es...

22. A: No contestan.

23. P: Y cuando estos dos ángulos son consecutivos y además los dos miden 90º ¿cómo se llaman?

24. A: Complementarios.

25. P: Complementarios ¿de acuerdo? Bien, vamos a ver ahora dos ángulos consecutivos que midan más de 90º.

26. A: Lo barro.

27. P: No, no.

28. P: ¿Ahí tienes un ángulo?

29. A: Sí.

30. P: ¿Cuántos ángulos tienes ahí?

31. A: Dos.

32. P: ¿Quieres numerarlos? Esos dos ángulos el $A\hat{O}B$ y el $O\hat{A}C$ y el $O\hat{B}C$ ¿serían consecutivos? ¿cuándo dos ángulos son consecutivos?

33. A: Cuando tienen un lado y un vértice común.

34. P: Cuando tienen un lado y un vértice común. Bien, vamos ahora a dibujar dos ángulos consecutivos, pero que los dos midan 180º.

35. A: ¿Los dos midan 180º?

36. A: Los dos. Bien en este caso este dibujo que está haciendo Raquel podría presentarnos dos ángulos consecutivos ¿sí o no?

37. A: Sí.

38. P: Bien, ¿qué particularidad tienen esos dos ángulos consecutivos? ¿cuánto suman esos dos ángulos consecutivos?

39. A: ¿180º?

40. P: 180º entonces los ángulos consecutivos que en este caso suman 180º ¿reciben algún nombre especial?

41. A: ¿Suplementario?

42. P: Suplementario. Cuando veíamos el concepto de ángulo consecutivo decíamos que tenían un vértice común y un lado común. Los ángulos consecutivos pueden tener distintas maneras y usamos distintas amplitudes; en este caso cuando los dos consecutivos miden 90º decíamos que eran...

43. A: Complementarios.

44. P: Complementarios. Y en el caso particular de que midan 180º ¿son?...

45. A: Suplementarios (El profesor les manda a hacer un ejercicio sobre los ángulos suplementarios y están con eso hasta que se acaba la clase).

TRANSCRIPCIONES DE LAS DOS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS DESPUÉS DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: GIROS
CURSO: 2º ESO
FECHA: 6-02-98

1. P: Primero, analizar la actividad que vamos a hacer; después, qué materiales vamos a utilizar y en esa actividad que tienen ustedes ahí, fíjense bien, que se trata de estimar medidas. Primero, hagan ustedes la estimación y después hagan la comprobación, ¿estamos de acuerdo? Léanse despacio esa parte informativa a ver si hay alguna duda. ¿Alguna pregunta?

2. A: ¿Una actividad nueva?

3. P: Actividad número cuatro.

4. A: ¿La anterior no se hace?

5. P: ¿Cómo que? ¿La anterior no dice que estaba terminada?

Los alumnos se ponen a trabajar en la actividad.

6. P: Vamos a ver, vamos a ver ¿todos tenemos que decir las cosas en clase? ¿quieren ponerse a trabajar?

El profesor se dirige a los grupos de alumnos.

7. P: Vamos terminando ya. Vamos a ver Carlos, ¿quieres comentar un poco lo que has hecho?

8. A: Sí, sobre los ángulos y su medida; estimé los ángulos a ojo, luego medí los modelos de los...

9. P: Bien; ¿alguna duda?

10. P: Mónica termina ya. Sandra a ver...

11. A: ¿Lo que he hecho?

12. P: Sí.

13. A: Pues, estimar más o menos la medida de cada ángulo y después con el transportador, medirlo.

14. P: ¿Alguna duda? ¿mucha diferencia entre la estimación y la vida real?

15. A: No, para mí no.

16. P: ¿No? Se aproxima, basta. Rebeca.

17. A: Hice la medida de los ángulos

18. P: A profesora Investigadora. Voy a aprovechar un poquito, como nos quedan unos minutos y entonces ya les doy la otra ficha.

19. I: ¡Ah! Vale.

20. P: Para que vayas terminando.

21. I: Sí, ya termino aquí.

22. P: Bueno, vamos atiendan por favor. Vayan terminando con esta actividad, vamos terminando con esta actividad, las vamos a recoger y al mismo tiempo les voy a entregar la actividad número cinco.

2ª SESIÓN
TEMA: GIROS
CURSO: 2º ESO
FECHA: 4-03-98

1. P: Bien, vamos a ver. ¿Todos tienen ya la actividad? ¿Todos la tienen? ¿O falta alguno? Vamos a hacer un pequeño repaso del trabajo realizado, de las actividades realizadas. Entonces vamos a ver por grupos, un portavoz de cada grupo de trabajo me va a ir comentando lo que hemos hecho. A ver.... Venga uno cualquiera... Empezamos por aquí, por esta mesa, un portavoz cualquiera, por favor. Vayan acostumbrándose ya a que no vamos a estar ahí media hora esperando. A ver, Marta, ¿qué no encuentras tú de... qué no encuentras tú de la actividad que hemos estudiado?

2. I: Profesor ¿puede hablar un poco más alto? Es que no se oye.

3. P: Sí. Miren por favor, no voy a tener que repetir las cosas tantas veces, hay una compañera que está hablando. A ver...

4. A: Medir ángulos...

5. P: A ver, una compañera del grupo ¿tiene que añadir algo más?

6. A: No se oye.

7. P: Bien, ¿qué más? ¿A ver qué más? A ver, terminamos. Sí, vamos a ver otro grupo. A ver, este grupo, vamos a ver. A ver, Raquel.

8. A: No sé.

9. P: Raquel, ¿no sabes lo que has hecho?

10. A: Sí, medir ángulos.

11. P: ¿Eh?

12. A: Medir ángulos.

13. P: Medida de ángulos y además de medida de ángulos. ¿Qué otras cosas?

14. A: No se le oye.

15. P: Has hecho actividades de ....figuras...........de figuras, tomando como centro...

16. A: No se le oye.

17. P: ¿Eh?

18. A: No se le oye.

19. P: Lo que es un ...., ¿dónde?

20. A: El vértice.

21. P: En el vértice. Más cosas ¿Dónde más? ¿Vértice de las figuras?

22. A: No se oye.

23. P: Un...........dentro de las figuras.

24. A: No se le oye.

25. P: Bien, ¿si los compañeros quieren añadir alguna cosa? ¿No? vamos a otro grupo.

26. A: No se le oye.

27. P: Un poquito más alto, por favor.

28. A: Sigue sin entendérsele nada.

29. P: No se le entiende. Y el ángulo de cualquiera de las figuras que se va transformando ¿qué pasa? Esos ángulos ¿cómo son?

30. A: No se oye.

31. P: Iguales, diferentes...

32. A: No se le oye ni se le entiende.

33. P: No se le oye ni se le entiende. Vamos a ver el otro grupo, a ver ustedes.

34. A: El ángulo, mediciones.

35. P: ¿Algo más? Bueno miren, esta actividad que vamos a hacer hoy es diferente de las que hemos ido haciendo hasta ahora, pero un poco nos venían marcando, nos venían diciendo lo que debíamos hacer y un poco cómo lo debíamos hacer. Ahora ustedes tienen que empezar a explicar y combinar las ideas y conceptos que han ido adquiriendo sobre el concepto de giro y sobre los elementos básicos de los giros y fundamentalmente estas ideas las tienen que centrar en lo referente a la equidistancia de ángulos. Fíjense bien que en esta actividad que van a realizar tienen que tener muy en cuenta eso, equidistancia entre los centros de giro y los puntos homologados valiéndose de los ángulos, y después sobre todo la anotación matemática que tienen que ir dando a cada uno, en cada una de las actividades que vamos a realizar. Estas son las ideas básicas ¿eh? entonces vamos a empezar a hacer esta actividad que les he dado. Fíjense bien que, como en las anteriores, léanse primero lo que vamos a hacer,

los materiales que vamos a utilizar y aquí un poco si no tienen espacio lo ponen en una hojita, la figura esa. Ya no vamos a recortar sino que lo vamos a hacer utilizando el compás. Una de las ideas que tienen que tener clara es que nosotros vamos a sacar la conclusión del mismo número de puntos, que no es necesario tener en cuenta para hacer cualquier tipo de giro en la figura y eso es lo que vamos a ir comprobando ahora en esta actividad. ¿De acuerdo? Si hay alguna duda me la preguntan.

Los alumnos se ponen a trabajar.

36. I: O sea, que estás haciendo ¿qué actividad profesor la...?

37. P: No se le oye.

38. I: Sí, pero la que están haciendo ellos ahora...

39. P: Ésta, ésta, ésta precisamente.

40. I: La actividad veintiuno, pero esa ya...

41. P: Es que el problema de esto es que quizás hubo un poco de confusión por mi parte. Yo en la primera parte no puse sino las siete primeras actividades nada más.

42. I: Pero, ¿por qué?

43. P: Porque no le daba tiempo de hacer más.

44. I: Pero quiero decir ¿por qué te saltaste...?

45. P: Porque como tú decías que querías esta parte, pues...

46. I: No, pero no era necesariamente obligatorio.

47. P: ¡Ah! Pues entonces yo entendí mal, porque yo es que en esta semana, ahora mismo llevan prácticamente, la semana de carnaval estuvieron sin hacer nada, bueno, no tuvimos clase. El lunes tuve clase y ésta es la siguiente que tengo después de carnavales.

48. I: Ya porque yo fui ayer...

49. P: Yo estuve viendo, bueno pues ellos habían hecho un control la semana anterior a carnavales, entonces yo siempre después a ellos se los comento y fue lo que hicimos el lunes.

50. I: No, era simplemente para que ellos hablaran, que era la fase tres.

51. P: Sí, sí, sí.

52. I: Que era intervención entre los alumnos, pero, por ejemplo, ¿nadie ha llegado? Solamente no sé si el profesor va a llegar.

53. P: Ya, es una confusión mía que es que yo pensé que lo que tú querías era eso.

54. I: No, no, por ejemplo en Los Realejos la gente está en la fase dos que está en orientación dirigida.

55. P: Sí, claro, si yo es que precisamente en esa fase hubiese estado.

56. I: Pues no importa.

57. P: Entonces no hemos hecho nada, es que yo pensé el día que hablamos por teléfono... yo a la fase tres es imposible que llegara...

58. A: ¿Hay alguna hoja?

59. P: Si están por ahí, mira a ver. A ver por favor, ¿a quién le sobra una hoja? A ver...

Oye, una cosa es comentar la actividad y otra cosa es estar...

60. I: Tú has entendido bien el diseño, y pienso que no debes agobiarte por el tiempo que vas a tardar haciendo las actividades con tus alumnos.

61. P: Ya, no y ya digo que eso que las clases tú sabes que son sucesiones de cincuenta y cinco minutos y después hay otra cosa que si me he dado cuenta yo, o sea, que yo esa manera...

62. I: ¿Tú crees que aprenden? Sí, aprenden. Bueno, depende.

63. P: Yo no sé. Mira es que hay algunos, si tú empiezas a mirar ahora mismo en la clase, hay algunos que no, que no escriben nada, y entonces te lo aprovechan para estar hablando continuamente con el que tienen al lado.

64. I: Sí, yo te entiendo, depende del tipo de alumno.

65. P: Se dirige a los grupos de trabajo para aclarar dudas, pero no se oye.

66. I: Llama al profesor.

67. A: Profesor.

68. I: Yo te decía que si tú estás explicando a tus alumnos lo dijeras en voz alta para que quedara grabado.

69. P: ¿Cómo?

70. I: Que si tú le estabas explicando alguna actividad o eso lo dijeras más alto para que quedara grabado.

71. P: ¡Ah no! Si tengo que explicar alguna cosa ya la...

72. I: ¡Ah! Me creía que estabas explicando eso.

73. P: No.

74. I: ¡Ah!

75. P: Tener en cuenta una cosa, ¿eh? Ustedes están midiendo ángulos y yo veo que a veces dejan una línea abajo y una línea arriba y entonces ahí no tiene absolutamente precisión. El ángulo debe ser preciso en la medida. Cuidado con eso.

P3

PROFESOR P3
TRANSCRIPCIONES DE LAS DOS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS ANTES DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 1º ESO
FECHA: 15-05-97

1. P: Bien, vamos a ver los ángulos; entonces yo les voy a dar a ustedes un documento donde vemos que... presentamos unas calles que forman distintos ángulos. Entonces, nosotros lo que vamos a hacer es ver qué clase de ángulos forma la calle ésta y cómo... Y cuáles son las características que le damos nosotros a ellos. Por ejemplo vamos a hacer......Entonces yo les doy un documento y ustedes lo van interpretando y van dibujando, en un papel que yo les voy a dar, papel punteado, y después cuando ya terminemos hay que ver la forma que tiene cada uno de los ángulos. No se olviden de traer el transportador. El que no lo ha traído, lo trae mañana si no da tiempo hoy, para ver las cualidades que tienen los ángulos, ¿vale? Vamos a ver (profesor reparte los documentos a los alumnos)... A ver miren, como en cada mesa hay un geoplano, uno va haciendo la figura ¿eh? Va haciendo los distintos ángulos en el geoplano, los otros miran cómo es y entonces lo hacen en el papel punteado y le van poniendo el nombre ¿entendido? Bien, pues ya pueden empezar... Y este grupo va a trabajar también los distintos ángulos pero van a hacerlo en papel. Dense cuenta que siempre el ángulo cóncavo vale 180º. Piensen bien que los ángulos son consecutivos porque tienen un lado común, ¿eh? Un ángulo aquí y esto es otro ángulo, son estos dos ¿no? Ya mañana veremos lo que son consecutivos. En el cóncavo y el convexo hacemos esto, ¿no sería el ángulo? ¿Esto que es? Es el convexo. El que es menor que el llano es el que se llama ¿cómo?...
2. A: Convexo.
3. P: Convexo...¿y el qué es mayor que el llano se llama?
4. A: Cóncavo.
5. P: Entonces tienen que hacer eso. Pasamos a la otra, ahora aquí vamos a trabajar lo ángulos de lados paralelos, ángulo de lados paralelos, ¿eh? Bien. Lo vas construyendo ahí. Pones ahora, ángulos de lados paralelos, pero tienen que salir los lados paralelos porque yo veo por ahí algunos que están trazando los lados y no son paralelos. A ver, este lado es paralelo con éste, ¿no? Y éste es paralelo con éste; tenemos dos ángulos de lados paralelos ¿vale? Venga. ¿Qué están haciendo ahora? ¿Ángulos de lados... perpendiculares? Bien, para hacer esto dejan un espacio, trazan dos paralelas y la secante porque después tenemos que hacer una estudio con los ángulos. Fíjense bien que casi todos los ángulos van a salir aquí.
6. A: Profe, ¿aquí no tenemos que poner el nombre?
7. P: No, ahí tienes que poner ángulos de lados paralelos ¿eh?
8. A: ¿Ángulos de lados paralelos?
9. P: De lados paralelos. El nombre lo pueden poner al final ¿Ustedes lo entienden?
10. A: Sí.
11. P: Primero hay que ver, vamos a ver opuestos por el vértice son: el $\hat{1}$ y el $\hat{3}$, el $\hat{2}$ y el $\hat{4}$, el $\hat{5}$ y el $\hat{7}$ ... el $\hat{1}$ y el $\hat{3}$, ¿no están opuestos por el vértice? ¿Es igual que el anterior? Vamos a ver ahora, el otro, el $\hat{2}$ y el $\hat{4}$, ¿son también opuestos por el vértice? ¿no son iguales que éstos dos? Bien.
El $\hat{1}$ y el $\hat{7}$ son alternos externos y entonces tenemos que saber por qué. El $\hat{1}$ y el $\hat{7}$, son alternos externos por ser ángulos agudos y ángulos paralelos, ¿son iguales?. Pues mira a ver si eso son ángulos de lados paralelos. Este lado, ¿no es paralelo con éste? ¿Eh? Y éste con éste también, porque coinciden los lados, ¿no? O tienen que ser iguales o tienen que ser suplementarios. Bueno, pues eso es lo que tenemos que ver mañana.
12. A: Profe, ¿esto cómo se llamaba? Esto de aquí.
13. P: ¡Eh! Yo no estoy viendo esos lados muy paralelos...
14. A: Esto es paralelo todo...

15. P: ¿Éstos son lados paralelos? ¿ Y este lado es paralelo con éste? ¿Y éste...?

16. A: Claro, porque mira...

17. P: ¿Dónde está?

18. A: Mira la regla...

19. P: Cuál, cuál... ese cuál es, yo ahí no veo lados paralelos. El amarillo... esto no está paralelo y éste se corta. ¿Cuál están ustedes haciendo?

20. A: Éste.

21. P: Pero esto no es así, fíjense bien.

22. A: Porque Carlos lo movió.

23. P: Venga, venga fíjense bien... No, no, no da igual... si están haciendo ángulos de lados paralelos tienen que estar paralelos. Fíjense bien. Primero piensen, después operen. Vamos a ver, ¿y qué lados son paralelos ahí?

24. A: Éste y éste.

25. A: ¡Qué!

26. P: Ese no es paralelo. Tiene que ser paralelo éste con éste; éste paralelo con éste otro. Paralelos es que no se tocan.

2ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 1º ESO
FECHA: 16-05-97

1. P: Vamos a ver, ayer estaban haciendo todos los ángulos, ¿no? Unos lo estaban haciendo con el geoplano y lo pasaban al papel punteado y otros lo estaban haciendo en cartulina. Tuvieron que llegar hasta el de las dos rectas paralelas, ¿eh? Cortadas por una secante, ¿entendido? Bien, los que hayan terminado ya, vamos ahora a medir los ángulos porque los ángulos tienen un nombre y tenemos que saber por qué se llaman así, y los que no, van terminando. Los ángulos, ¿eh? que se forman por dos rectas paralelas cortadas por una secante, ¿entendido? Pues empiecen ya. Bueno, los que ya han terminado guarden el transportador de ángulos. Miren, atiendan, los que ya hayan terminado para que vayan midiendo los ángulos, miren cómo se usa el transportador de ángulos. Tienen que poner, si el ángulo está con la abertura hacia la izquierda ¿eh?, tienen que poner el puntito éste aquí, ¿eh? Donde está el puntito, en el vértice que coincida con este cero, y entonces la medida va aquí de cero por fuera, ¿no? ¿Lo ven? Vale 85º y ahora si está el ángulo con la abertura hacia la derecha tenemos que ponerlo por aquí y entonces... Fíjense, la medida ahora es la parte de dentro, ¿no?

2. A: 140º.

3. P: No 140º no, 40º. ¿Se dan cuenta? Bien, pues ahora empiecen ya a medir los ángulos. ¿Y ustedes tienen transportador? ¿Usted trajo transportador? Bueno, pues vamos a ponérselo aquí a esta gente. A ver, ¿qué pasa aquí en esta mesa?

4. A: Compás, no tenemos compás...

5. P: Compás, espérense un momento ¿ya hicieron esto? Ahora les doy un compás. Esto está mal pegado. Éste si es paralelo, éste no es paralelo.

6. A: Profesor ¿la hoja dónde está?

7. P: ¿Cuál es ése?

8. A: Éste... ¿Cómo se llama eso?

9. P: ¿Éste? Hazlo mayor, eso lo van a pegar aquí, en la otra hoja, ¿no está aquí? Hagan es aquí. Pongan las dos rectas paralelas y ahora pongan una verde detrás.

10. P: ¿Tú no tienen transportador de ángulos? Espera a ver si te consigo un transportador... Vete a algún curso a ver si tienen un transportador de ángulos y te lo dan... Vete a 1ºA.

11. A: Voy yo.

12. A: Vete tú.

13. A: ¡Venga ya hombre!

14. P: (Va a buscar el transportador de ángulos). Bien, vamos a ver...Toma el transportador de ángulos y ahora vamos midiendo el ángulo y poniéndole el número de grados. ¿Sabes que quiero decir? Ves que éste vale 90º, entonces vienes aquí y le pones 90º. Después viene éste, ese igual, todos éstos...

15. A: Profe, ¿ahora qué? ¿Se pone esto así doblado? ¿No?

16. P: Eso son las paralelas y ahora trazamos una secante. ¿Cuántos ángulos se forman ahí ahora?

17. A: Uno, dos, tres, cuatro, cinco...

18. P: Ocho.

19. A: Nueve.

20. P: Oye, ¿qué pasa ahí Sam? ¿Eh? ¿Tú sabes dónde que...?
¿Que sea la última vez que tengo que...?

21. A: Sí, sí.

22. P: Usted se está ya calladito, ¿vale?

23. A: Sí, ten cuidado...

24. P: Y si no te vas fuera.

25. A: Sí...

26. P: ¿Ya están medidos los ángulos? Vamos a medir lo que hemos hecho hoy. ¿Qué es un ángulo? Esto son dos semirrectas que se cortan en un punto, entonces el plano éste, ¿eh? Crea estas dos semirrectas al cortarse en un punto lo que se llama ángulo y se cortan en este punto y lo vamos a llamar el vértice y a las dos semirrectas, los lados de los ángulos. ¿Está claro? Ven que todos los ángulos que ustedes han dibujado, ahí, en el papel punteado tienen dos semirrectas y se cortan todas en un...

27. A: Vértice.

28. P: En un punto que se llama vértice. ¿Alguna duda de esto?

29. A: No.

30. P: No, bien. Después, el primer ángulo que nosotros dibujamos y ustedes lo midieron, ¿y cuántos grados medía éste ángulo?

31. A: 90º.

32. P: 90º. Por eso este ángulo, todo ángulo que tenga 90º se llama ángulo recto. ¿Entendido?

33. A: Sí.

34. P: Ese nombre no se lo ponemos nosotros sino en Matemáticas le dan ese nombre. Todo ángulo que vale 90º se llama ángulo recto. Entonces si yo ahora al recto éste lo voy disminuyendo, ¿lo ven? Todos éstos ángulos que se van formando aquí, aquí forma un ángulo, aquí otro, aquí otro, aquí otro, hasta que llegue un momento que esto será nulo, ¿no? Pues todos estos ángulos que se van formando aquí tuvieran menos de 90º se conoce con el nombre de...

35. A: Agudo.

36. P: Agudo ¿no? Bueno, y vamos a ver que pasa ahora con el ángulo que tiene más de 90º, entonces yo desde que abro esto un poquito ya aquí hay un ángulo que tiene...

37. A: Más de 90º.

38. P: 90º. Si lo sigo abriendo sigo formando ángulos que tienen más de 90º hasta que llega a este ángulo que recibe el nombre de...

39. A: Rectángulo...

40. P: No.

41. A: Llano.

42. P: Llano, llano... Que valía ¿cuánto?

43. A: 180º.

44. P: 180º; entonces todos los ángulos que tengan más de 90º hasta llegar a 180º, ¿cómo lo vamos a llamar?

45. A: Obtuso, llano, llano, obtuso.

46. P: ¿El que está entre 90º y 180º?

47. A: Obtuso.

48. P: Obtuso, porque cuando ya llega a 180º ¿qué nombre va a recibir?

49. A: Llano.

50. P: Llano.

51. A: Pero ese es obtuso profe porque ese tiene menos todavía...

52. P: No bueno, se supone que esto sea recto, no que forme un ángulo... Entonces todo lo que está comprendido desde aquí... este ángulo ¿cómo será...?

53. A: Obtuso.

54. P: Éste será...

55. A: Obtuso.

56. P: Éste será...

57. A: Obtuso.

58. P: ¿Obtuso?

59. A: Llano.

60. A: Recto.

61. P: ¿Qué valía? ¿Cuánto el recto?

62. A: 90º.

63. P: Bien, entonces tenemos el ángulo llano y ahora vamos a seguir ampliando el ángulo, ¿no? Y ahora tenemos uno que mide ¿más de...?

64. A: 180º.

65. P: 180º. Y entonces estos ángulos que miden ya más de 180º ¿se llaman?

66. A: Circunferencia.

67. A: Cóncavo.

68. P: Cóncavo, cóncavos ¿eh? Se llaman cóncavos. Entonces fíjense ahora. Volvemos para atrás, todo el ángulo, el agudo, el recto, el obtuso y el llano serán ángulos ¿cómo?

69. A: Convexos.

70. P: Convexos, son ángulos convexos. ¿Se dan cuenta? ¿eh? Bien. Bueno, ahora vamos a ver, ustedes después dibujaron un ángulo, que se llamaba ¿ángulo...?

71. A: Complementario.

72. P: Complementario. Y el ángulo complementario está formado por dos ángulos, ¿no? Y al sumar los dos ángulos complementarios ¿cuánto les daba?

73. A: 90º.

74. P: 90º sumaban este ángulo y éste nos da 90º, si sumamos éste y éste 90º, ¿entonces qué serán ángulos complementarios?

75. A: Que si se suman forman un ángulo recto...

76. P: Eso, que cuando se suman forman un ángulo recto y la suma es de 90º ¿vale? Bien. Después dibujaron ustedes otros dos ángulos...

77. A: Suplementarios.

78. P: Que tenían esta forma, ¿no?

79. A: Sí, y es cuando se suman que... que... cuando se suman dan 180º.

80. P: Y se llaman ángulos...

81. A: Suplementarios.

82. P: Suplementarios.

83. A: Que son llanos.

84. P: ¿Qué son?

85. A: Llanos.

86. P: Bueno. Después dibujaron también dos ángulos...

87. A: Consecutivos.

88. P: ¿Y por qué eran consecutivos?

89. A: Porque tienen un lado común...

90. P: Un lado común. Y los ángulos complementarios, ¿serán consecutivos?

91. A: No, no, no.

92. P: Si son consecutivos ¿no tienen un lado común?

93. A: Sí.

94. P: Pues para que sean consecutivos, tienen que tener un lado común. ¿No es eso? Ahora, si tienen un lado común y valen... y forman un ángulo recto, ¿cómo serán?

95. A: Complementarios.

96. P: Complementarios. ¿Y si tienen un ángulo común y forman un ángulo llano...?

97. A: Suplementarios.

98. P: Suplementarios. Entonces suplementarios son, fíjense bien, ángulos consecutivos, ¿eh? Y suplementarios, eso se llaman ¿cómo?

99. A: Adyacentes.

100. P: Adyacentes. Y después teníamos los ángulos...

101. A: Opuestos.

102. P: ¿Opuestos?

103. A: Por el vértice.

104. P: Opuestos por el vértice, que eran los ángulos que estaban formados por...

105. A: Dos vértices iguales.

106. P: Dos vértices iguales no.

107. A: Secante... ¿no?

108. P: Es decir, que las dos semirrectas son opuestas. Con esto lo podemos ver... lo vemos aquí ¿eh? Esto es un ángulo y éste es igual es opuesto por el vértice y yo continúo esta letra para allá y ésta para aquí, ¿no?

109. A: Forman los dos lados una semirrectas.

110. P: Son semirrectas. Bien, entonces ya hemos visto lo que son ángulos...

111. A: Complementarios.

112. P: A ver, hemos visto ¿cuáles?

113. A: Recto, agudo, obtuso, complementarios, suplementarios, consecutivos, llanos, adyacentes, opuestos por el vértice, convexos, cóncavos.

114. P: Bien, entonces ahora vamos a ver qué sucede, todos esos ángulos vamos a estudiarlos. Si yo tengo dos rectas paralelas y las cortamos por una secante, se nos forman ¿cuántos ángulos se nos forman aquí?

115. A: Ocho.

116. P: Vamos a ver, tendríamos el $\hat{1}$, el $\hat{2}$...

117. A: No, no, al revés profe...

118. P: No es lo mismo, los números están de una forma y yo los voy a poner de otra para no llamarlos por los números, $\hat{5}$, $\hat{6}$, $\hat{7}$ y 8. Aquí tenemos, vamos a observar ahí, el ángulo $\hat{1}$ y el $\hat{4}$ y el $\hat{2}$ y el $\hat{3}$, eso ya lo hemos estudiado.

119. A: Son opuestos por el vértice.

120. P: Son opuestos por el vértice. Entonces tendríamos que el $\hat{1}$ es igual al $\hat{4}$ y...

121. A: Y que el $\hat{2}$ es igual al $\hat{3}$.

122. P: $\hat{2}$ igual al $\hat{3}$.

123. A: El $\hat{5}$ igual al $\hat{8}$.

124. P: ¿Abajo también?

125. A: Sí.

126. P: ¿Vale? El $\hat{5}$ igual al $\hat{8}$ y el...

127. A: Y el $\hat{7}$ igual al $\hat{6}$.

128. P: El $\hat{7}$ igual al $\hat{6}$. Estos eran...

129. A: Ángulos opuestos por el vértice.

130. P: Opuestos por el vértice. Bien. Ahí hay más ángulos también ¿no? Otro ángulo, el $\hat{2}$ y el $\hat{6}$...

131. A: Correspondiente.

132. P: ¿Se llaman correspondiente? Y el $\hat{4}$ y el $\hat{8}$...

133. A: Correspondiente.

134. P: Y el $\hat{1}$ y el $\hat{5}$...

135. A: Correspondiente.

136. P: Y el $\hat{3}$ y el $\hat{7}$...

137. A: Correspondiente.

138. P: También correspondiente. Y después teníamos por ejemplo ¿el $\hat{1}$ y el $\hat{8}$? ¿no se parecen mucho?

139. A: Alternos externos.

140. P: ¿Y por qué será... Vamos a ver, ¿Y por qué serán el $\hat{1}$ y el $\hat{8}$ iguales?

141. A: Porque son fuera... Porque están fuera...

142. P: No, no, vamos a ver, son alternos porque están fuera...

143. A: No.

144. P: Alternos porque están uno por un lado y otro por el otro.

145. A: Sí.

146. P: Y externos porque están fuera. Pero vamos a ver, ¿y por qué este ángulo será igual a éste?

147. A: Porque los dos son obtusos ¿no?

148. P: Son ángulos obtusos pero están formados, por los lados ¿cómo son esos lados?

149. A: Paralelos.

150. P: Paralelos, por lados paralelos; ¿entendido? Después de esto tenemos ahora, por ejemplo, el $\hat{3}$ y el $\hat{6}$. ¿Cómo se llamaban éstos?

151. A: Alternos internos.

152. P: Alternos internos y el $\hat{3}$ ¿será igual al $\hat{6}$?

153. A: Sí.

154. P: ¿Y cómo lo podemos demostrar eso?

155. A: Porque están separados por la recta...

156. P: Observen, el $\hat{2}$ y el $\hat{6}$ son iguales, y el $\hat{3}$ y el $\hat{2}$, ¿cómo son?

157. A: Opuestos por el vértice.

158. P: Pues si el $\hat{3}$ es igual al $\hat{2}$ y el $\hat{2}$ es igual al $\hat{6}$...

159. A: El $\hat{3}$ y el $\hat{6}$ son iguales.

160. P: El $\hat{3}$ y el $\hat{6}$ son iguales ¿eh? Pues ya seguiremos en la próxima sesión. Ya se acabó, ya es la hora.

TRANSCRIPCIONES DE LAS DOS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS DESPUÉS DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN

TEMA: MEDIDA DE ÁNGULOS

CURSO: 5º PRIMARIA

FECHA: 3-02-98

1. P: Vamos a ver, recuerden que están trabajando con los rectángulos, ángulo llano y ángulo completo, ¿no? Bien, ya está, venga pongan las observaciones y cojan la otra ficha los que vayan terminando. Los que van terminando van cogiendo la otra ficha. ¿Necesitan algún material?

2. A: No.

3. P: Vale, pues entonces empiecen a revisar.

4. A: Los alumnos están trabajando con la otra ficha.
5. P: (El profesor a una alumna) Eso lo puedes hallar con el semicírculo.

6. A: Con el semicírculo.

7. P: ¿Qué es lo que quiere decir eso?

8. A: Escribe la medida de cada uno de los ángulos sombreados.

9. P: Sombreados, fíjense que le dan un valor de ángulo...

10. A: Esto.

11. P: Sí. Le dan un valor y tienen que calcular el sombreado, entonces conociendo ya ¿qué tienen que conocer? Los completos y los llanos... Ya vieron ¿no?

12. P: Lean bien la ficha, primero lo que quiere decir ¿eh?

El profesor a una alumna: No, no, no, sombreados... éste aquí, ese es el que

Está sombreado, ése, tú tienes que calcular éste. Tú sabes que todo eso es igual que todo esto. ¿Eso no es un ángulo llano?

13. A: Me da 60º el sombreado...

14. P: Sí, pero no hace falta medirlo con el transportador. Ahí no dice que hay que usar el transportador. No hay que utilizar el transportador, sino fijarte. Observa lo que acabas de hacer aquí, sin embargo eso, mira a ver, ¿eh? Observa bien, ¿eh? No sabes observar sino hacer las cosas rápidas. Ponte a pensar un poquito.

15. P: (El profesor a un alumno) Eso hay que hacerlo con una regla, eso no se puede hacer así. Tú tienes que trazarlo, trazarlo bien con el compás, después se dobla ¿eh? Se dobla, se recorta y después se dobla.

16. P: (El profesor a un alumno) Aquí te falta un trozo de un lado... Esto tienes que doblarlo así... Mira a ver que dice la medida ahí, coge la ficha ¿qué dice ahí? Indica la siguiente... por colores, qué unidad de medida se ha considerado. Aquí se ha considerado ¿qué? Medio recto, ¿no? Lleva la regla allá abajo. ¿En cuántas partes está dividido el recto?

17. I: (a un alumno) ¿Qué número tiene esa actividad?

18. A: ¿Eh?
19. I: ¿Qué número?

20. A: La 28.
21. I: 28

22. A: Algunos alumnos se levantan a coger otra ficha.

23. P: Lean primero lo que dice ahí ¿eh?

24. I: Ricardo, sería conveniente poner el número de la actividad; éstos están en la 28...

25. P: En la 28 ¿no? 28. Los que han faltado están en la actividad 20 y 21.

26. I: ¡Ah ya!

27. P: 20 y 21, los demás van por la 28... 26... 28...

28. I: Está bien.

29. A: Ya acabé. ¿Cojo otra?

30. P: Sí, sí coge otra, pero fíjense bien, ¿eh? Lean bien para ver lo que tienen que hacer.

31. P: (El profesor a un alumno) ¿Ya está medido? No, no ahí no tienes que medir nada. ¿Cuántas partes tiene el recto? Mira a ver en cuantas partes está dividido el recto.

32. P: ¿Terminaron ya? Venga... observaciones y dudas...

33. P: Ustedes van por la 28 y hay quien va ya por la 30...

34. P: (El profesor a unos alumnos) Entonces, ¿saben lo que es?, ¿no? Sí, que fue lo que estuvimos viendo. Ustedes ponían en una hojita... Era así, los ángulos rectos y aquí los grados, ¿entendido? En un sitio los ángulos rectos y en otro sitio los grados. Venga, lo estuvimos utilizando ya ayer, fue la ficha que estuvimos viendo, la anterior.

35. P: A ver, eso son 85º me parece ¿no? 83º.

36. A: 84º.

37. P: Pon 83º ahí. Miren en la hojita ésta que no se ven los grados bien... Pongan 83º.

38. P: (El profesor a un alumno) Calcular lo que vale 1/2 de un recto, 1/4 de un recto, 1/3 de un recto y 1/6 de un recto. ¿Tú sabes lo que es 1/2? ¿Qué quiere decir 1/2?

39. A: 1/2 recto...

40. P: 1/2 de un recto, 1/3 de un recto, 1/4 de un recto, 1/6 de un recto. Pues entonces eso es poner arreglado a los grados que vale cada uno, tú sabes cuántos grados tiene un recto ¿no? El ángulo recto ¿cuántos grados tiene?

41. A: 90º

42. P: 90º pues mira a ver el valor de cada uno de ésos.

(El profesor a una alumna) Dos rectas y 30º y ahora restas un recto y 80º. ¿Qué te sucede ahí ahora? ¿Tú puedes restar esto?

43. A: No.

44. P: Entonces ¿qué tienes que hacer? Coger un recto y hacerlo en grados, ¿no es eso? Si yo saco un recto de aquí, ¿cuántos grados tengo?

45. A: 90°

46. P: 90º y 30º=120º. Entonces pones aquí un recto y aquí se queda... 120º, ahora ya puedes restar. Ya lo entendiste ¿no?

47. A: Profe ¿hay qué hacer ése...?

48. P: Hay que hacer ése...

49. A: ¿Y éste número también?

50. P: No, ese número está hecho ya.

51. A: Está hecho.

52. P: Sí, entonces ustedes es un ejemplo que tienen que estudiarlo bien, pensar bien ese ejemplo para poder hacer el otro.

53. A: Profe, profe ¿y esto hay que hacerlo?

54. P: Sí, eso hay que hacerlo, pero después, con la otra debajo...

2ª SESIÓN
TEMA: MEDIDA DE ÁNGULOS
CURSO: 5º PRIMARIA
FECHA: 11-02-98

1. P: A ver si lo hacen cuando pregunten las dudas ¿eh? Con el compañero suben un poco la voz para que quede grabado después aquí en el cassette, ¿entendido?

2. A: Sí.

3. P: Pero sin hablar todos al mismo tiempo sino solamente hable uno. Vaya cada uno cogiendo la ficha ya.

4. I: a un alumno: ¿Qué ficha es esa? ¿Qué número...?

5. A: ¿Eh?
6. I: ¿Qué número es la ficha?

7. A: La 43.

8. P: Bueno, empiecen ya a trabajar.

9. I: Ricardo ¿vas por la 43?

10. P: Sí.

11. I: Van bastante adelantado.

12. P: Hoy terminamos con el primer...

13. I: O sea, ésta es la fase de...

14. P: Sí, ahora nos falta la segunda fase, el segundo bloque.

15. I: Sí, pero para que ellos entonces digan las dudas hoy.

16. P: Sí, sí, sí. A ver, empiecen a trabajar, en silencio ya y vayan comentando las cosas, y las dudas las van preguntando en voz alta.

17. P: Venga vayan trabajando y olvídense de que les están grabando ¿eh?

18. I: Ricardo, si quieres, que te pregunten las dudas en alto y que digan la actividad.

19. P: ¡Ah sí! Bueno pueden preguntar las dudas en alta voz ¿eh? Las preguntan en alta voz, uno sólo.

20. P: Tú no viniste el último día ¿no Ruth?

21. A: No, ayer tuve que ir al médico.

22. P: Pues entonces ponte a hacer las fichas, pero a ti te faltan otras fichas que hacer que esas.

23. A: Yo cogí éstas.

24. P: No, no, coge las anteriores, las que te faltan. ¿Cómo vas a hacer éstas sin hacer las anteriores?

25. A: Profe.

26. P: Pregunta, pregunta en alta voz.

27. A: No se le oye.

28. P: Ahí dice una recta. Tú date cuenta que aquí tienes un problema ¿no? Aquí 38... a 36 no le puedes restar 38; habría que hacer ahí un cambio. Piensa en lo que hicimos ayer.

29. A: Profe ven.

30. P: Un momentito.

El profesor está aclarando dudas a una alumna pero no se le oye a ninguno de los dos.

(El profesor al grupo de alumnos que le llamaron anteriormente) ¿terminaron ya?

31. A: Sí.

32. P: Fíjense bien en las dudas y en las observaciones.

33. P: Cuando vayan terminando esa ficha pasen a la siguiente.

34. P: (El profesor a una alumna) A ver, lea, ¿qué dice arriba?

35. A: No se le oye.

36. P: No, siete minutos...

37. A: No se le oye.

38. P: Tres veces mayor. Y ¿qué dice lo de aquí? El ángulo B es igual a B por el A, multiplicar B x 3 ¿no? Y tú ahora ¿qué tienes que hacer? El ángulo A éste aumentarlo cinco veces más. Observa bien el de arriba ¿eh? El de abajo es cinco veces mayor.

39. P: (El profesor a todos los alumnos) A ver, fíjense bien en la 45... fíjense bien que al dividir ahí no nos da, las divisiones no son exactas ¿no? O sea, hay que irlo transformando.

40. P: Jesús si tú no lo has leído ¿cómo lo vas a entender?

El profesor a varios alumnos: Fíjense bien como están hechas esas divisiones ¿eh? Ahora hay que dividir un ángulo y un... Léanlo bien, observen bien.

P4

PROFESOR P4
TRANSCRIPCIONES DE LAS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS ANTES DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 6º PRIMARIA
FECHA: 15-05-97

1. P: A ver, a ver. Vamos a poner todo lo que nos sobre debajo, porque si no, no podemos manipular bien los instrumentos. Venga. A ver, a ver chicos, vale, ¿tienen todo?
2. A: Sí.
3. A: Seño, que esto está grabando ya.
4. P: Ya lo sé.
5. A: ¡Ah!
6. P: Siempre hay un despistado. A ver, ¿ya listo?
7. A: No, sí...
8. P: Venga chicos
9. A: Ya seño...
10. P: Ya.
11. A: Seño, que no tengo la hoja.
12. P: ¿Tampoco trajiste la hoja?
13. A: Se me olvidó seño...
14. P: Vamos a ver, venga. ¿Está listo? ¿Ya está todo listo? Bien vamos a ver. Vamos a repasar un poquito lo que dimos ayer, ¿no? Bien. Vamos a ver, la primera actividad que hicimos ayer ¿cuál fue?
15. A: Las divisiones
16. P: La división ¿de qué?
17. A: De la número 15.
18. P: ¿Cuál era el problema propuesto? ¿Qué decía?
19. A: Divide el ángulo de 75º en cinco partes iguales. ¿Cuánto mide cada una de las partes?
20. P: Bien ¿y qué hicimos?
21. A: Dividimos los 75º entre cinco partes y nos dio 15º cada cinco partes.
22. P: Pero ¿qué utilizamos para dividir? La escuadra, el transportador...
23. A: Nada.
24. P: ¿Nada? Pero tu hiciste la división, ¿no?
25. A: Sí
26. P: Y ¿qué usaste entonces?
27. A: Hicimos una operación y....
28. P: ¡Ah! ¡Ah! Porque hay muchas maneras de hacerlo, ¿no? La operación, es decir, bien... Y vamos a ver ¿cuál fue el resultado?
29. A: 15º
30. P: Bien, entonces, ¿cuántos ángulos de 15º nos salieron?
31. A: 5.
32. P: Bien, muy bien. Eso fue la situación problemática planteada ¿no? Pero resulta que no tenemos ahí nada más que números ¿no?
33. A: Sí.
34. P: Entonces, la segunda actividad que hicimos ¿cuál fue? ¿Qué hicimos? A ver, Sara.
35. A: Hacer un segmento y...
36. P: ¡Ajá! Trazar un segmento...
37. A: Trazar un segmento y a cada extremo le ponemos dos letras A y B.
38. P: ¿Trazamos un segmento chicos? ¿Qué trazamos?
39. A: Una mediatriz.
40. P: ¡¡¡Una!!!
41. A: No.
42. P: Vanessa...
43. A: Una semirrecta.
44. P: Una semirrecta. Bien, vamos a ver, ¡Eh! Rebeca, tú, ¿puedes salir a la pizarra? Y ¿quién

me podría ir diciendo los pasitos que...

45. A: Yo

46. P: Venga, ¿tienes ahí tiza? Venga. Vamos a ver, dice ella que trazamos ¿eh?...

47. A: Una semirrecta.

48. P: Una semirrecta, venga traza una semirrecta. Vale, a continuación ¿qué hicimos? ¿Quién puede ayudar? A ver, ¿Mary?

49. A: En su vértice, el vértice del segmento.

50. P: La semirrecta, ¿tiene un vértice?

51. A: Sí.

52. P: ¿Sí? ¿El...........se llama vértice ahí?

53. A: No, el extremo, cogemos una escuadra o el cartabón y trazamos una línea recta...

54. P: A ver, traza una línea recta, de ahí, de un extremo trazamos una línea recta ¿Así? ¿Así?

55. A: No.

56. P: ¿Entonces? ¿Qué? A ver Ferrer.

57. A: Cogemos el transportador...

58. P: Cogemos el transportador de ángulos, ajá.

59. A: Vamos contando 0, 10, 20, 30, 40, 50 hasta 75.

60. P: Y llegamos a marcar 75º, ¿no?

61. A: Sí, y trazamos una línea recta.

62. P: Vale, una semirrecta, ¿no? Venga, ahora trázala, no, suéltala ¡eh, eh, eh! Oye, ¿a mano alzada se hace en Geometría eso?

63. A: No.

64. P: Ajá, O.K. Vale y ahora marcábamos, ahí te equivocaste un poquito, ¿no? Porque tiene que salir justo de ...y aquí ¿no le marcamos nada? Lo dejamos ahí... A ver Eduardo...

65. A: “ O ”

66. P: “ O ”, el punto “O”, ¿no? Y ahora el punto “O” ¿quién es?

67. A: El vértice.

68. P: El vértice, bien, y después a continuación ¿qué hicimos? A ver Juan.

69. A: Cogimos cinco partes...

70. P: ¿Cogimos cinco partes? A ver Elena...

71. A: Cogimos el cartabón...

72. P: Ajá ¿el cartabón?

73. A: El transportador de ángulos, lo ponemos en el vértice “O”...

74. P: El vértice “O”...

75. A: Y marcamos 5 veces 15...

76. P: Vale, muy bien, marcamos 15 veces...5 veces 15º, ¿no? 15º, venga...Jesús parece que salió uno un poquito más grande que el otro, ¿no? Yo veo éste muy chiquitito. Vuélvelo a marcar ahí, vamos a ver...O.K. y ahora el 5,- 1, 2, 3, 4 ¿ahí? ¡Ah! ¿Ahí? ¡Ah! Venga, 10, 15 ¿no? Vamos a seguir, 10, 15 ¿no?

Sigue, venga...10, 15. Bien, ahora está más o menos igual. y ahora, una vez marcado...

77. A: Se coge la escuadra...

78. P: O el cartabón...

79. A: Y se hacen líneas para arriba.

80. P: ¿Se hacen líneas para arriba? Se trazan semirrectas que pasen por ahí, venga. Bueno, no importa que no quede todo perfecto porque es una tiza y se resbala un poco...O.K., vale. Bien, entonces esa es la manera que... ¿Cómo se llama esa manera de representar ese problema?

81. A: Físicamente.

82. P: ¿Física?

83. A: Gráficamente.

84. P: Vale, vale, O.K. Bien, pues entonces vamos a ver la tercera actividad. A ver, Rayco, vamos a ver, vas a leer la tercera actividad y entonces el grupito de tres comenta... Para ver lo que podemos hacer ¿no? Ésta... Rocío por qué no lees en alto un poco la tercera pregunta.

85. A: ¿Cómo podría dividir ese ángulo de 75º en cinco partes iguales utilizando compás, escuadra y cartabón?

86. P: Bien, vayan pensando... Les doy 3 minutillos, ¿vale? Para pensar, piensen que siempre tienen relación con cosas dadas anteriormente ¿no? Para resolverlo, ¿no?

Vamos a ver, vamos a ver, por ahí algo... bien, bien, pues vamos a ver, Sara, vamos a ver. Lo primero que hay que hacer para poderlo dividir es construir el ángulo, ¿no? Vamos a mano alzada, vamos a construir el ángulo. Bien, traza una semirrecta, le ponemos O y ahora marco 75, ¿vale? Bien, vamos a ver, lo primero que tenemos que hacer es trazar el ángulo, ¿no? Porque es lo que yo quiero dividir en las cinco partes iguales, ¿no? Bien, sabemos que todo esto mide 75 ¿no? Bien, vamos a ver, nosotros hemos hecho anteriormente cuando trabajamos segmentos alguna actividad... Por ejemplo, si yo les digo vamos a dividir el segmento AB, ¿no? Por ejemplo, en tres partes iguales por ejemplo ¿qué se les ocurre a ustedes? A ver, Rebeca...

87. A: Con el compás.
88. P: Con el compás. ¿Y qué haces con el compás? ¿Qué haces?
89. A: Medimos el ángulo...
90. P: No, no, estamos hablando ahora de segmentos no de ángulos, ¿vale?
91. A. Medimos el segmento...
92. P: Ajá.
93. A: Medimos el segmento...
94. P: ¿ Alguien le puede ayudar un poquito?
95. A: Trazamos una línea recta...
96. P: Una línea...
97. A: Sí, por cualquiera de los extremos...
98. P: Ajá, ¿así por ejemplo?
99. A: Sí, del extremo.
100. P: ¿Y ahora?
101. A: Cogemos el compás en cualquier abertura...
102. P: Ajá.
103. A: Y hacemos...
104. P: Pero la quería dividir en tres partes...
105. A: Abrimos el compás con la abertura que queramos...
106. P: O.K. ¿ Y qué hago? ¿Y ahora? A ver, Rayco...
107.A: Ponemos en el extremo A...
108. P: Vale.
109. A: Y vamos haciendo marcas hasta que ...
110. P: ¿Hasta qué?
111. A: Hasta que me dé por lo que tengo que dividir.
112. P: ¿En cuánto lo queríamos dividir?
113. A: Cinco.
114. P: Ahorita, ahorita, no ahorita...
115. A: Tres.
116. P: En tres, ¿no? O sea que llevamos la abertura del compás... Y entonces después a continuación, ¿ qué hacíamos?
A ver, Sara...
117. A: Con la última raya que habíamos hecho con el compás cogemos la escuadra o el cartabón y unimos el extremo B...
118. P: Y unimos este extremo B con el otro ¿no? Y después, ¿a continuación?.
119. A: Trazamos las rayas...
120. P: ¿Las rayas... ? ¿ O qué?
121. A: Las líneas, cogemos la escuadra y el cartabón y vamos haciendo líneas paralelas...
122. P: Ajá, pero ¿ líneas paralelas?, ¿Para qué?
123. A: Para poder dividir.
124. P: O sea, cogemos la... la ponemos aquí, ¿no? La coloco aquí y entonces ahora voy trazando paralelas y voy marcando en el segmento hasta donde llegan, ¿no?
125. A: Sí.
126. P: Y entonces ya hemos dividido el segmento en tres partes iguales, ¿no? Bien, entonces sabemos cómo se divide un segmento en tres partes iguales, ahora lo que tenemos que saber... Aplicar esto ¿no? Al ángulo, a ver ¿quién se le ocurre? que grupo, a ver...
127. A. Cogemos el compás y hacemos un arco...
128. P: Vale, vamos a ver...
129. A: Y tenemos que buscar un segmento...
130. P: A ver, por qué no pasa alguien y ...
131. A: ¡Yo salgo!
132. P: Vas haciendo lo que te dice ella a ver si le buscamos una solución a eso. Venga, ya está

trazando el arco ¿no?

133. A: Tenemos que buscar un segmento.

134. P: Bien y entonces a quién se le ocurre ¿si tenemos que buscar un segmento? ¿Qué es lo que podemos hacer?

135. A: Trazar una línea recta...

136. P: ¿ Una línea recta? A ver de dónde...

137. A: Del punto A...

138. P: Yo no veo ningún punto A... A ver, pasa a la pizarra...

139. A. Del punto A aquí...

140. P: Por ejemplo pon “A”. O.K.

141. A: Y el punto B.

142. P: Vale, venga, Vanessa traza la línea esa, el segmento ese, venga. Vale, y ahora ¿qué hacíamos? Ya tenemos el segmento, ¿no? ¿En cuántas partes tenemos que dividir ese segmento?

143. A: En cinco.

144. P: En cinco, ¿no? ¿Y para dividir eso en cinco?

145. A: Podemos coger o del punto A o del punto B, el que más nos apetezca, traza una línea...

146. P: ¡Oh! Qué bien te expresas amiga, trazamos...

147. A: Una línea recta en diagonal...

148. P: ¿Dale la inclinación que quieras o una en particular? Cualquiera, venga, bien y entonces ahora, ¿Darías?

149. A: Hicimos lo mismo, cogemos el compás y lo abrimos en cualquier abertura...

150. P: Ajá. ¿Y?

151. A: Y lo hacemos tantas veces hasta llegar hasta cinco veces.

152. P: Vale, pues venga.

153. A. ¿Borro esto?

154. P: No, porque después te van a salir dos o tres... Intenta que te coincida... O.K., venga. ¿Cuántas veces va a llevar esa abertura?

155. A: Cinco.

156. P: Ajá. Bien y ahora ¿qué hacemos?

157. A: Cogemos el cartabón o la escuadra y del... A ver...

158. P: Vamos a ponerle entonces aquí un numerito: 1, 2, 3, 4 y 5 ¿sí? ¿Y ahora, Sara? Para podernos entender porque si no...

159. A: Del punto “A”...

160. P: ¿Del punto, perdón... ?

161. A: Del vértice “0”

162. P: Sí...

163. A: Trazamos del vértice “0” al “1” hasta llamarle 5 veces...

164. P: Trazamos del vértice “0” al “1”, espera un momento, espera un momento Sara para que te des cuenta ¿qué es lo que vamos a dividir nosotros? Esto que dices tú, el vértice éste “0” con el punto 1...

165. A: No, sí pero para...

166. P: ¿Qué es lo que voy a dividir en cinco partes Sarina?

167. A: El segmento.

168. P: ¿El segmento?

169. A: Ése.

170. P: Este asociado con esto...¿sí? Porque tal vez estás expresándote mal, lo que tú quieres decirme no es eso, pero que tú lo tienes aquí (cabeza) ¿no? A ver Mary...

171. A: Del vértice “0” al “1” trazamos una semirrecta...

172. P: Espera un momento, vamos a discriminar aquí una cosa. Nosotros tenemos aquí este segmento, ¿no? Y este segmento es el que vamos a dividir en cinco partes, ¿no? Yo discrimino todo esto que está aquí, yo ahora me he quedado con este caso de aquí, ¿no? Yo lo que voy a dividir es el segmento en cinco partes, ahorita no existe este ángulo sino que el segmento ¿no? Qué es lo que vamos a dividir ¿sí o no? a ver...

173. A: Cogemos del punto 5

174. P: Ajá.

175. A: Al extremo “B”.

176. P: Al extremo “B”

177. A: Y hacemos una línea recta.

178. P: Un segmento venga, vamos a trazar un segmento del cinco al B ¿no? Hay gente que no interviene, siempre las mismas personas. ¿Qué pasa?

179. A: Cogemos la escuadra y el cartabón.

180. P: Ajá, venga.

181. A: Y vamos haciendo rectas paralelas hasta llegar al punto "1".

182. P: Vale, venga, bien, las marcas no hace falta que las trace ¿O.K.? Vale, ajá, muy bien, seguimos, muy bien. Y ahora... venga Rayco, ¿qué pasa ahora?

183. A: Después con rojo.

184. P: ¿ Qué rojo? ¿Con el lápiz? ¿No? Pues, vamos a coger la tiza roja. Rayco ha dicho que con rojo, venga.

185. A: Del ese "0"

186. P: ¿"Del ese 0"?

187. A: Ja, Ja, ...del punto "0".

188. A: Del punto "0" se coge y se trazan líneas por cada marca que hicieron.

189. P: ¿Líneas?

190. A: Líneas rectas.

191. P: Desde "0" hasta ¿dónde? Hasta...

192. : Hasta las marcas que hemos trazado.

193. P: Que pase por las marcas esas, ¿no?

194. A: Sí.

195. P: Ante el segmento, vamos a ver que sale... ¿no? No, no, no ponla por debajo porque así no se traza.

196. A: ¿Cómo? ¿Así?

197. P: O.K., hombre, claro, que tú veas por dónde vas a pasar las líneas esas. Ajá, cuidado ¡epa! ¡Te has pasado! Oiga, ¿cuál es el segmento que hemos dividido en cinco partes? Entonces tiene que pasar por ahí, no por las rayitas que hemos utilizado...¿no? Ten cuidado, porque éste ya está dividido; el que teníamos que dividir es ése, entonces por ahí es por donde tiene que pasar. Vale, vale. Bien, y vamos a comprobar ahora, ¿no? Si realmente cada uno, salieron cinco ¿no?, Si realmente cada uno, en el primero que trazaste te pegaste una pequeña equivocación, ¿no? Y entonces, tal vez no midan lo que deban medir. Vamos a ver, entonces vamos a comparar. ¿Cuánto tiene que medir cada uno de estos ángulos?

198. A: 15º

199. P: Vamos a comprobarlo con el transportador ... Bien, que coincida con los ceros; O.K. perfecto, muy bien. El único es aquélla que no ... Bueno, pero es cuestión al trabajador en la pizarra. Muy bien, bien, entonces salió ¿no? O sea, que lo del segmento ha servido para también dividir el ángulo en partes iguales, ¿no? Entonces, lo que vamos a hacer ahora, después lo vamos a construir, es como la otra actividad que decía: explica por escrito cómo has hecho esa división. Entonces vamos a intentar...¿Quién quiere pasar a la pizarra?

200. A: Yo.

201. A. Yo.

202. P: Venga, una de las dos y vamos a escribir... Venga y... E intentéis colaborar todos, venga, a ver, primero, venga vamos a poner primero, pasos ¿no? Procura no escribir muy grande, porque hay un par de pasos y entonces no va a caber en la pizarra... ¿Más arriba no puedes?

203. A: Sí.

204. P: Bien, primero, O.K., venga. Vamos a ver Juan ¿Qué se hace primero...?

205. A: Hemos hecho un segmento...

206. P: No, pero ya no vamos a repetir cómo se construye el ángulo. Dibujamos ¿qué?

207. A: Dibujamos un ángulo de 75º

208. P: Venga, dibujamos un ángulo ... Al principio con mayúscula... Vayan pensando ahora en el segundo punto... Dibujamos ... un ángulo de 75º. Bien, segundo, a ver, Carlos...

209. A: Con el compás con cualquier abertura...

210. P: Pero, el compás ¿dónde lo tengo que apoyar?

211. A: En el vértice "0".

212. P: En el vértice "0", Ajá, entonces ¿qué decías? Apoyo el compás en el punto "0"...

213. A: Y trazamos un arco.

214. P: Un arco... Con una abertura cualquiera, ¿no? Entonces, trazamos un arco, trazamos... ¡Epa! Con mayúsculas si pones el punto. Segundo: trazamos un arco con el compás... Empezamos así o está difícil para seguir...

215. A: Seño, le ponemos a cada extremo...

216. P: No, pero espérate porque ahí trazamos un arco con el compás y hemos dicho ahí para ahora enlazar que apoyamos en el punto “0”. No lo sé, a mí no me gusta como hemos comenzado. ¿Qué pasa Rayco? ¿Cómo comenzarías tú?

217. A: Cogemos el compás con cualquier abertura...

218. P: Exacto, yo pienso que es mejor, porque si no nos vamos a enrollar con esa frase...

219. A: ¿Lo quito?

220. P: Si, yo pienso que sí, no lo sé. ¿Qué creen ustedes?

221. A. Sí, que lo quite.

222. P: Es más fácil empezar así ¿no? Venga. Entonces, ¿cómo empezarías tú, Rayco?

223. A: Cogemos el compás con cualquier abertura...

224. P: Espérate, espérate, porque tenemos que partir de que apoyamos el compás en el punto “0”. ¿Seguro? Si no están seguros ya pueden ir buscando en el diccionario, la palabra esa...

225. A: No seño.

226. P: Pues busquen en el diccionario, a ver... Venga, venga...

227. A: ¿Poyo?

228. P: Apoyo. Venga, cómo va...

229. A: Con...como lo tiene puesto ...

230. P: Pero... vamos a leer el significado...

231. A: Lo que sirve para sostener una cosa.

232. P: ¡Ah! a ver...

233. A: Poner a una persona o cosa sobre otra, generalmente para que sujete.

234. P: ¿Es eso la definición de la palabra apoyar en lo que estamos haciendo?

235. A: Sí.

236. P: ¿Entonces cómo va?

237. A: Con “i”

238. P: O.K. ¿Seguros ya?

239. A: Sí.

240. P: Bien. Apoyamos el compás... Acelera Vane, estás dormido ... Y entonces Rayco apoyamos el compás en el punto “0”, ¿y qué pasa?

241. A: Trazamos un arco.

242. P: Un arco, con una abertura cualquiera trazamos un arco. Vayan pensando ahora en el tercer punto, ¿eh? A ver, venga, vayan pensando... Vuelves a cometer la misma palabra que hemos corregido...

Vamos a sacar a otra persona. Venga Desi... Venga, rapidito, venga que se nos va el tiempo...

243. A: ¿Trazamos? ...

244. P: ¿Qué? Nos dice, apoyamos el compás en el punto “0” y con una abertura cualquiera trazamos un... ¿qué?

245. A: Un arco.

246.P: Un arco, pero claro al trazar un arco... ¿Qué más? Ahí está incompleto, a ver, Ferrer... A ver Vanessa...

247. A: A cada punta del arco le ponemos una recta...

248. P: ¿A cada punta del arco?

249. A: A cada extremo.

250. P: Sí claro, pero es que tenemos que, o sea, la explicación es que si nosotros la leemos tenemos que saber en cada momento qué vamos a hacer, y si yo digo nada más que apoyamos el compás en el punto “0” con una abertura cualquiera trazamos un arco y le llamamos A B, tenemos que decir que ese arco tiene que cortar a los lados del ángulo ¿no? Entonces le ponemos entre paréntesis cómo los vamos a llamar a esos puntos: A B, los llamamos AB, pues, vale... Bien, la tercera venga...

251. A: Trazamos una recta...

252. P: Y... Yo pregunto, volver a repetir lo del proceso del segmento... Entonces, ¿cuál era la finalidad de trazar el segmento AB? ¿Por qué? ¿Por qué? ¿Por qué tuvimos que recurrir al segmento?

253. A: ¿Para poner las letras?

254. A. ¿Para poder dividir?

255. P: Entonces a continuación ¿qué hacemos?

256. A: Del punto “A” trazamos una recta para abajo.

257. P: Oiga, vamos a ver. Vamos a leer “apoyamos el compás, dice... Estamos aquí, tenemos el ángulo, dice, apoyamos el compás en el punto “0” y con la abertura cualquiera... Y cortamos en el punto

“A” estamos aquí, ¿no?

258. A: Sí.

259. P: Bien ¿y ahora?

260. A: Habíamos cortado los lados del ángulo...

261. P: Sí, ya está, ahí están cortados...

262. A. Del punto “A” al “B” trazamos una línea recta...

263. P: ¿Una línea recta?

264. A: Una semirrecta.

265. A: ¿Paralela?

266. A: Un arco.

267. P: O sea, tú me dices esto, ¿hicimos esto?

268. A: No.

269. P: Entonces, ¿qué hicimos?

270. A: ¡Ah! Hacemos un segmento.

271. P: Claro, entonces nos falta eso ¿no? Y trazamos el segmento AB. Bien, entonces ahora ahí vemos AB porque entonces...AB nada más. Bien, ahora vamos a repetir y entonces cojo por el extremo A, paso una línea inclinada tal... No, entonces dividimos ese segmento en cinco partes iguales utilizando el proceso... de división de segmentos ¿correcto?. Bien, el tercero, tercer paso, entonces para hacer ese resumen ¿qué hacemos? Venga una síntesis de eso, un resumen... A ver ... Tana, ¿que harías tú? Para explicar todo eso y no volver a explicar lo de los segmentos y tal... ¿cómo lo resumirías? Si no es que es escribir lo mismo y nos vamos a aburrir... Venga.

¿Quién me hace el resumen? A ver, venga, venga. Juan organiza lo que tienes aquí (cabeza); venga Rayco...

272. A: Sí, y ¿si no me sale?

273. P: Pues, bueno, no pasa nada.

274.A: Cogemos la escuadra y el cartabón y del vértice A...

275. P: Lo que yo no quiero es que vuelvas a contar la historia... Porque si no me aburro, ¿eh?. A ver, Sara.

276. A: Cogemos una regla y el cartabón y del vértice “A”...

277. P: Pero es que lo que yo no quiero es que me vuelvas a explicar...

278. A: Sí, seño, pero es más corto.

279. P: ¿Más corto? Pues me estás explicando y utilizamos el mismo proceso.

280. A: Con la regla trazamos una línea en diagonal...

281. P: Pero me estás explicando otra vez el mismo proceso...

282. A. Hacemos el mismo proceso con que dividimos el segmento anterior.

283. P: De estructura la mejor, venga, vamos a .... Venga, está medio raro, ¿no?

284. A: El mismo proceso que utilizamos con el segmento utilizamos con el ángulo.

285. P: Exactamente, para dividirlo si, venga, el mismo, tercero, tercero, a ver venga díctaselo Rebeca, tercero, punto, punto, punto, punto, ahí punto final, tercer paso, Desi cariño...

Escúchame primer, segundo, tercer paso, pon tercero.

286. A: El mismo proceso que utilizamos para dividir el segmento lo utilizamos para dividir el ángulo.

287. P: Después ustedes con eso que han escrito, los pasos, van a seguir para hacerlo, para comprobar si está bien cada uno de los pasos. Bien, eso es lo que han dicho ustedes ¿no? Después yo voy a borrar el dibujo y ustedes leyendo cada uno de los pasos que han dicho tienen que construir, ¿vale? A ver si realmente lo que han dicho vale para entenderlo perfectamente y hacer la división del ángulo, ¿O.K.?

288. A: Sí.

289. P: ¿Queda claro?¿ Y creen que con eso ya “caput”?

290. A: Sí vale.

291. P: Bien, pues entonces yo borro al lado el dibujo y ahora vamos a comenzar, según los pasitos que han descrito ustedes van a seguirlo y van a dividir el ángulo.

292. A: Seño si...

293. P: ¿Qué? Bien, pues mi bien, si ustedes dicen que hasta O.K.

294. A: No seño, porque entonces si por ejemplo vamos a construir el ángulo nos faltan más cosas...

295. P: No sé, la completamos. Si por ejemplo, lo que hemos escrito aquí no nos sirve, lo hacemos mal, quiere decir que la expresión ésta no es la adecuada, que no nos está diciendo las cosas

bien, entonces la retocamos ¿O.K.? ¿Vale?

296. A: Es que hasta ahora no ha dicho nada del compás.
297. P: ¿Qué compás?
298. A: Nada seño, no ha dicho nada.
299. A: Del compás no ha dicho nada.
300. A: Si lo ha dicho.
301. P: Es el mismo proceso hemos hecho aquí que es el segmento para...
302. A: Si seño, con esto tenemos...
303. P: Sí ¿seguro?
304. A: Sí.
305. P: Vamos a intentarlo, venga.
306. A: Hágalo usted.
307. A: ¿Puedo salir?
308. P: Ya está, se acabó, lo dejamos para después del recreo ¿vale?.

2º SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 6º PRIMARIA
FECHA: 19-05-97

1. P: A ver, voy a entregar las actividades para el día de hoy.

Guarden los cuadernos porque como tenemos la hojita, después lo que hacen esta tarde es que la pegan en el cuaderno cuando lleguen a casa ¿vale?

2. A: ¿Y esto lo pegamos también?

3. P: No. A ver, procuren, procuren dejar las cosas en... Ponerlas debajo y los estuches para que se sientan cómodos para trabajar con los, con los, con los materiales.

4. A: Seño ¿pongo el nombre?

5. P: Venga, pónganle arriba el nombre por si acaso que se les despiste la hoja. A ver, vámonos un momentito a ver el material que vamos... que necesitamos para trabajar esta ficha.

6. A: Folio, transportador de ángulos, compás, escuadra, cartabón, regla, pegamento, y tijeras.

7. P: Bien.

8. A: Y lápiz.

9. P: Voy a repartir estas hojitas, recuerdan, recuerdan, a ver chicos recuerdan. ¿Recuerdan ustedes cómo trazamos, no ¿eh? Escuchen primero lo que estoy diciendo y después levanten la mano ¡Eh! Lo que hicimos para hallar la mediatriz de un segmento? Vayan pensando ¿Qué fue lo primero que hicimos para trazar la mediatriz de un segmento?

10. A: Hacemos una semirrecta.

11. P: ¡Eh! ¿Qué he dicho yo? Que vayan pensando, no que hablaran. Además has dicho una barbaridad. Esto es un segmento, no una semirrecta. A ver, eh... Siempre lo que vamos a dar ahora tiene que ver con lo que dimos anteriormente, ¿no? Bien. ¿Recuerdan ustedes que hicimos al principio para hallar la mediatriz de un segmento? A ver, Estefanía...

12. A: ¿Por qué yo seño?

13. P: Bueno y si yo te digo, a ver ¿qué pasa? ¿Qué hicimos? ¿Te acuerdas? Lo primerito que se hizo.

14. A: Trazar una recta.

15. P: ¿Una recta si estoy hablando de un segmento?

16. A: Hicimos un segmento de 4 centímetros y...

17. P: ¿Tiene que ser de 4 centímetros?

18. A: No.

19. P: De la medida que uno quiera, ¿no? Vale.

20. A: Y luego con un folio lo cazábamos.

21. P: Lo cazamos, ¿no? Pero ¿qué cazamos?

22. A: ¿Eh?

23. P: ¿Qué hacíamos coincidir?

24. A: Los dos extremos señorita.

25. P: Los dos extremos, ¿y? ¿ A continuación?

26. A: Le poníamos... a los extremos le poníamos dos letras la A y la B.

27. P: Sí, pero no, es que él dice que lo cazábamos, pero antes de ponerles las letras...

28. A: Antes de cazarlo, se ponen las letras de los extremos y después ya se cazan que coincidan la letra A con la letra B.

29. P: ¿Y entonces qué pasaba? ¿Qué pasaba?

30. A: Y después cuando se cazan...

31. P: ¡Ah! ¿Sí? Yo voy a cazar este extremo con éste. Por ejemplo ¿no? Y ahora hago así y ya está.

32. A: Noo, separamos los extremos...

33. A: Seño, al doblar el papel ¿se queda la marca del papel?

34. P: El del doblez ¿no? O sea, que no sólo hacíamos coincidir, sino que doblábamos el papel y se quedaba ahí la marca del doblez. ¿Y qué pasaba?

35. A: Y eso se llamaba mediatriz.

36. P: Ajá, y la mediatriz, o sea, quedaba así, como no le hiciste el doblez lo vamos a trazar así punteado ¿no? Y ¿qué característica tenía la mediatriz?

37. A: Que dividía el segmento en dos partes.

38. P: En dos partes...
39. A: En dos partes iguales.
40. P: ¡Ah! Porque ya yo iba a hacer esto ¿Es eso una mediatriz?
41. A: No.
42. P: Entonces era en dos partes iguales, ¿no?
¿Alguna otra característica que dimos de la mediatriz?
43. A: ¿ ?
44. P: ¿Cada qué?
45. A: Cada ángulo.
46. P: Cada ángulo, ¿cuántos ángulos se formaron?
47. A: Cuatro.
48. P: Cuatro y entonces ¿cómo son estas rectas?
49. A: Secantes.
50. P: Secantes ¿por qué son secantes? Piensen antes de hablar. ¿Por qué son rectas secantes?
51. A: Porque se cruzan unas a ...
52. P: ¿ Se cruzan ...?
53. A: Se cruzan unas a otras.
54. P: Se cruzan, ¿es la palabra?
55. A: No.
56. P: ¿Qué?
57. A: ¡Se cortan!
58. P: Se cortan ¿no? Bien, pero aparte de ser rectas secantes tenían una peculiaridad, una cosa... Porque estas también son secantes, ¿no?
59. A: ¿Que son perpendiculares?
60. P: Que son perpendiculares ¿Qué quiere decir que son perpendiculares?
61. A: Que son líneas rectas.
62. P: ¿Y éstas no son líneas rectas?
63. A: Sí.
64. A: Diagonal.
65. P: Vamos a ver una cosa, me han dicho que esto forma un ángulo de 90º, me han dicho que son rectas secantes, pero ¿qué diferencia, que es lo que notas tú con esta recta secante y ésta? ¿Qué peculiaridades tienen? ¿ Qué diferencia una de otra?
66. A: Que una así...
67. P: A mí no me hables así y así...
68. A: En diagonales.
69. P: ¿Diagonales?
70. A: ¡Ah! Seño, que una forman el ángulo de 90º y las otras no lo forman...
71. P: Correcto, pero ¿cómo se llaman esas rectas concretamente que forman ángulos de 90º?
72. A: Semi.
73. A: Perpendiculares.
74. P: Perpendiculares, ¿se acuerdan? Porque las paralelas no eran secantes, ¿cierto? O sea, que son perpendiculares. Bien, es un pequeño repaso de lo que hicimos para hallar la mediatriz con el doblado del papel ¿no? Bien, pues entonces basándonos en eso, ahora ustedes van a comentar, lean la primera actividad ... y ... Vamos a ver qué es lo que tenemos que hacer en este caso para hallar la bisectriz de un ángulo. Vamos a ver, nosotros hallamos la mediatriz ¿no? De un segmento, que es lo que dividía al segmento en dos partes iguales; ahora igual, estamos dando ángulos ¿no? Ahora aparece una palabra nueva, que es la bisectriz, se parecen algo triz, mediatriz, bisectriz, bi, bi, bi, dos ¿no? Bien, lean la primera actividad. Coméntelo entre ustedes o ver qué es lo que tenemos que hacer, parecido a lo que hicimos con la mediatriz con el doblado del papel también lo podemos hacer con la bisectriz del ángulo, ¿vale?
75. A: ¿Seño?
76. P: A ver... ¿Dónde tienes el "tirachinas"?
77. A: Yo no le he tocado a nadie.
78. P: ¿Dónde tienes el "tirachinas"? Sácala... Era tuya, ¿vale?
79. A: ¡Contrás! ¡Profe si yo no he tocado a nadie...!
80. P: Bien muy bien, a la clase no se trae eso...
81. A: ¡Yás! Si yo no le he dado a nadie...
82. P: Bueno, lo siento, este material no es el de la clase.

83. A: ¿Pero yo no le di a alguien?
84. P: Bueno ya está Rayco, ¿están intimidando?
85. A: Pues de acuerdo, pero ...
86. P: No, no, no, no, no ...
87. A: ¿Pero yo he tocado a alguien?
88. P: Se acabó, se acabó.
89. A: por favor deja trabajar, calladito la boca.
90. A: Profe, ¿qué?
91. P: Por favor, calladito la boca.
Comenten, ¿cómo podemos hacer esa actividad?

Escuchen, vamos a ver, chicos, chicos, chicos, a ver, a ver chicos, chicos escuchen. Vamos a ver, ahí en el apartado A de ese ejercicio dice: doblado de papel, traza un ángulo de 90º ¿no? El doblado de papel ¿no? Entonces vamos a trazar un ángulo de 90º con el transportador, ¿no?

Es seguir las instrucciones que dice ahí la ficha.
92. A: Seño...
93. P: Rayco, déjalo ya trabajar, por favor, por favor.

Bien, ahora dice que dobles el papel, dobla el papel, de tal manera que los lados del ángulo coincidan, casi, igual que lo hicimos con el segmento.

Bien ya está doblada. Seguimos leyendo ahora la ficha y ¿qué dice? Dice: dobla el papel de tal manera que las paredes del ángulo coincidan. Entonces, ¿cómo se llamaría ese doblez?
94. A: Bisectriz.
95. P: Bisectriz. Escríbanlo bien, léanlo arriba cómo se escribe bisectriz y escríbanla.
Ya... bien, entonces se llama bisectriz ¿no?
96. A: Sí.
97. P: Bisectriz, seguimos leyendo. ¿es la bisectriz del ...
98. A: Del segmento.
99. P: ¡Ah!
100. A: Del ángulo.
101. P: ¿Eso es la bisectriz del ...
102. A: Ángulo.
103. P: Ángulo, no estamos hablando de segmento.
104. A: Del segmento, dice.
105. P: Bueno, un error lo tiene cualquiera, ¿vale?
Bien, ya está.
A ver, el ángulo ha quedado dividido en dos ¿cierto?
106. A: Sí, cierto.
107. A. Cierto seño.
108. P: Bien, seguimos, dice: ¿cuánto mide ahora cada ángulo?
109. A: 90º, 45 º, 45º
110. P: ¿Así estamos nosotros acostumbrados a hablar? O pedimos el turno de palabra, es que, tal vez tú ya lo pensaste, pero hay gente que lo ha pensado. Entonces vamos a ver se comprueba que da 45º, midan cada uno, venga, vamos a medir el ángulo ese... Ha quedado dividido en dos ángulos ¿no? Pues, ¿cuánto mide cada uno?
111. A: 45º seño.
112. P: ¿Seguro? ¿Comprobado?
113. A: Seguro y comprobado.
114. P: ¿Con qué lo comprobaron?
115. A: Con el transportador de ángulos.
116. P: Quiero que me digan éste de aquí y ahora éste, a ver cómo ponen el transportador de ángulos para medirlo y que yo lo vea; me lo dejan ahí puesto para yo observarlo.
117. A: Ya lo medí.
118. P: Quiero que me pongan, que me coloquen aquí, éste es fácil para medir, pero quiero que me coloquen para ver cómo utilizan el transportador.
119. A: Ya lo medí.
120. A: ¡Hola! ¿Qué tal?
121. P: Rebeca, Rebeca escucha, has hablado sin razonar. ¿Cómo te va a medir este ángulo ¿Cuánto me dijiste?
122. A: 145º.

123. P: ¿Si el ángulo este vale 90º? Vamos a ver si me escuchas lo que te digo, quiero que me coloquen para medir éste, a ver cómo están colocando el transportador de ángulos.

Bien vamos a hacerlo en la pizarra.

124. A: ¿Puedo salir? Seño.

125. P: Constrúyeme un ángulo de 90º, venga.

Vamos a ver, divide ahora; lo habíamos dividido en dos partes iguales ¿no? Sabemos que mide 45º ¿no? De aquí la bisectriz, vamos a medir 45º...

126. A: Seño, me da lo mismo...

127. P: Vale, claro que tiene que dar lo mismo...

Vamos a trazar la bisectriz... Bien, eh, vamos a ver, mídeme ahora el primer ángulo. Ajá, vean cómo se coloca ¿chicos? Porque... saben ustedes que poníamos el circulito éste en la mitad del semicírculo en el vértice ¿no? Y un lado tenemos que hacerlo coincidir con este lado del transportador, de cero ¿no? Y ahora contamos de cero a 45, aquí 45... pon ahí 45.

Juanjo, vas a medir el otro... A ver cómo colocamos el transportador...

Rayco tú estás entretenido ¿ no te estás enterando? ¿Vale?

Muy bien, miren, a ver. El centro del semicírculo, el del huequito lo ponemos, ahora el lado va a ser éste y éste del que vamos a medir, de esta abertura ¿no? Entonces hacemos coincidir el lado del transportador con el lado del ángulo ¿no? Entonces, como vamos a medir esta abertura... de aquí hasta aquí, puedo saber ¿cuánto mide el ángulo? Aprovecha y haz el arco ese, traza el arco... Venga, ¿cuánto mide Juanjo?

128. A: 45

129. P: ¿Dónde? ¿Cómo mides? O.K. Por ahí 45, arriba, en el centro. Bien, o sea, hemos observado que el doblez ha dividido el ángulo de 90º en dos de 45º ¿sí? Bien, bueno pues ahora este trozo de papel vamos a recortarlo un poquito y pegarlo en la parte del espacio, para que vean cómo hallamos por primera vez la bisectriz de un ángulo con el doblado de papel. Vean más o menos así que cabe, ¿sí? Y lo pegamos.

130. A: A ver seño ...

131. P: Más o menos para que quepa, ahí en el espacio...

132. A: Es que, mira, yo como lo hice...

133. P: No pasa nada, a ver...

134. A: ¿Así? Seño.

135. P: Oye hay que ser un poquito más pulcra ¿vale? Está torcido.

Escuchen, a ver, una vez que lo tengan pegado cojan el bolígrafo y trazan los lados en azul, los lados del ángulo en azul ¿vale? Y la bisectriz en rojo y el doblez lo señalan con líneas punteadas en rojo.

Oye, vamos a ver una cosa. Desde cuándo en Geometría se trabaja a mano alzada, desde cuándo las líneas se trazan a mano alzada, ¿Ah?

136. A: Seño, pone 45...

137. P: Sí, entonces ahora aquí ponemos 45 y 45º escríbeme en rojo...

Rayco chico, ya te dije que tú no tenías porqué tocar a nadie, ¿vale?

138. A: Te falta el punto en la i.

139. P: El punto en la i, ¿vale?

Sara, la bisectriz la trazaste a mano alzada no utilizaste la regla...

140. A: Sí seño.

141. P: Perdón, si parece la carretera vieja...

Sara, Sara mira y dime... Puntéala Sara, ¿vale? ¿O.K.?

¿Ya listo? Vale, muy bien. Bien ¿listo? Ya. ¿Todo el mundo terminó la actividad? Bien, seguimos leyendo ¿no? A ver, ¿cuánto mide cada ángulo?

142. A: 45º.

143. P: Entonces aquí... ¡Ay!. Oye eres un mareo... Vale ¿Ustedes le siguen la idea a esto? No lo tomen en cuenta, vale.

A ver, a ver chicos, aquí ¿cuánto mide el ángulo?

144. A: 45º

145. P: ¿Pusieron 45?

146. A: Yes

147. A: Ahí ¿qué pone, 45 ó 43?

148. P: 45. ¿Cómo qué 43? ¿En qué quedamos?

149. A: Seño...

150. P: ¿Cuánto mide...?

151. A: No, el de arriba...
152. P: ¿Cuánto crees tú que medirá esto?
153. A: Seño de aquí parece un 3.
154. P: ¿Cuánto crees tú?
155. A: 45º
156. P: Rayco, te voy a echar de la clase y voy a llamar a tu madre para que te lleve. ¡Ya está bien!

Bien, ahora chicos la otra actividad dice: vamos a ver, trazamos el ángulo de 90º, después a continuación pasamos los lados del ángulo y con un doblez que era la bisectriz, vimos que cada ángulo a ambos lados de la bisectriz medía 45º. Venga, entonces ahora dice: de todo lo que hemos hecho aquí en este dibujo dice: qué observan, no me digan nada, piensen antes de levantar la mano, piensen, coméntenlo con el grupo. Venga, venga, comenten, comenten con el grupo, muy rápido...

Ya, a ver, a ver, ¿ya terminaron? A ver, espera, espera porque falta un grupo que está comentando...

157. A: Ya seño...
158. P: ¿ Llegaron a alguna conclusión?
159. A: Que antes de formar la bisectriz ponemos un ángulo de 90º.
160. P: No, eso lo sabíamos. ¿Qué conclusión? ¿Qué vemos? De todo lo que hemos hecho. Vayan pensando otra vez...
161. A: Que los dos ángulos midan 45º y si los sumamos nos da los 90º.
162. P: ¡Qué bien! A ver...
163. A: Que el ángulo se dividió en dos partes...
164. P: Vamos a ver, hay que ser claros, porque tú me dijiste que el ángulo se dividió en dos partes...
165. A: Iguales.
166. P: ¡Ah! Bien, dos partes iguales.
167. A: Que el ángulo está dividido en dos partes y esas dos partes miden... Están divididos en dos partes iguales y cada uno de loa ángulos mide 45º.
168. P: Bien, a ver este grupo.
169. A: Que de un ángulo de 90º vamos a hacer dos ángulos de 45º.
170. P: Ajá, Bien.
171. A: Que los ángulos de 45º son agudos.
172. P: Los ángulos de 45º, miden otra cosa, son dos ángulos agudos, ¿no? Bien, vamos a escribir lo que han observado cada uno. Una de las cosas que no ha dicho la gente es que los dos ángulos son agudos. ¿Por qué son agudos?
173. A: Porque miden menos de 90º.
174. P: Porque miden menos de 90º, venga. A ver Sara que dijiste tú...
175. A: Que los dos ángulos miden 45º, si lo sumamos miden 90º.
176. P: Borra esa expresión y pon: cada uno de los ángulos mide 45º y si lo sumamos miden 90º.

A ver que otra cosa...

177. A: El ángulo está dividido en dos partes iguales.
178. P: Venga, que cada uno de los ángulos se ha dividido en dos ángulos iguales. ¿Cada uno de los ángulos está dividido?
179. A: No.
180. P: ¿Qué dijiste tú?
181. A: El ángulo está dividido en dos partes iguales.
182. P: Venga díctaselo...
183. A: El ángulo está dividido...
184. P: Ha quedado dividido...
185. A: Divídelo en dos partes iguales.
186. P: Bien, entonces vamos a escribir todo lo que hemos observado.
187. A: ¿Nosotras? Seño.
188. P: No, ya está contemplado lo que tú has dicho. ¿No queda reflejado ahí en estos tres aspectos? ¿No? ¿Qué dijiste? A ver, perdón...
189. A: Que el ángulo está dividido en dos partes iguales y cada uno de los ángulos mide 45º.
190. P: Y ¿no está mezclado lo que tú me has dicho con esto y esto?
191. A: Sí, ahora si lo veo.

192. P: Venga, ahora vamos a copiar las conclusiones para poder sacar la definición de bisectriz. Bien, entonces, una vez que copien eso, el próximo día con esas conclusiones tenemos que ser capaces de sacar definición de bisectriz del ángulo.

A ver, venga preséntate: ¿cómo te llamas?

193. A: Rayco.

194. P: ¿ Y cuántos años tienes?

195. A: 13

196. A: Me llamo Carlos y tengo 11 años.

197. A: Me llamo Jonathan y tengo 12 años.

198. A: Fco. Javier y tengo 11 años.

199. A: Eduardo Jonay y tengo 11 años.

200. A: Mª Nazaret y tengo 12 años.

201. P: Venga, venga como te llamas ¿no?

202. A: Guayarmina

203. P: y ¿cuántos años tiene?

204. A: 12.

205. A: Me llamo Vanessa y tengo 11 años.

206. A: Me llamo Estefanía y tengo 12 años.

207. A: Me llamo Tanausú y tengo 12 años.

208. A: Me llamo Rebeca y tengo 12 años.

209. A: Me llamo Rocío y tengo 13 años.

210. A: Me llamo Texenery y tengo 12 años.

211. A: Me llamo Sara y tengo 11 años.

212. A: Me llamo Jonathan y tengo 12 años.

213. A: Me llamo Magdalena y tengo 12 años.

214. A: Me llamo Belén y tengo 12 años.

215. A: Me llamo Juanjo y tengo 11 años.

216. A: Me llamo Luis y tengo 11 años.

217. P: Bien, pues ya está.

TRANSCRIPCIONES DE LAS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS DESPUÉS DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 6º PRIMARIA
FECHA: 12.12.97

1. P: A ver, vamos a ver, el martes y el miércoles estuvimos haciendo un test ¿no? Una serie de preguntas que ustedes tenían que contestar ¿no?. Eh... ¿qué pega han visto a la hora...? Me levantan la mano, a la hora de realizar, en ese momento estar revisando, leyendo, en ese momento, ¿qué pega han tenido? Por qué Oscar, creo que ayer me preguntó un montón de cosas, ¿a ver?

2. A: Las figuras, profesora, que no las entendía.

3. P: ¿Las figuras? Pero, ¿qué no entendías de las figuras? Dime José Luis.

4. A: Que en una que ponía lo de los cuadrados después ponía una letra ahí y después una raya así, eso no lo entendía Profe.

5. P: Pero eso “así”, yo no lo entiendo lo que tú dices.

6. A: Las rayas paralelas Profe.

7. P: ¿Las rayas paralelas?

8. A: Sí, que era un cuadrado ahí y que eran unas rayas paralelas.

9. P: ¿Qué te pedían?

10. A: ¿Cómo?

11. P: ¿Qué te pedían?

12. A: Seño, ahora no me acuerdo.

13. P: A ver Oscar.

14. A: Que había un ejercicio que ponía dos preguntas y se refería a un cuadrado y a un triángulo y... Y no había ningún dibujo para poder ver, sólo había otra parte que había un cuadrado y un triángulo separados.

15. P: ¡Ah! o sea, que tú empezaste a trabajar y llegaste a una pregunta que te preguntaban por una figura y a ti, tú no sabías dónde estaba esa figura y entonces estaba en dos páginas atrás y entonces estabas perdido, ¿no?

¿Qué, otro tenía alguna duda sobre... Nadie? Les pareció ameno, fastidioso, largo, entretenido... a ver Francisco...

16. A: Difícil.

17. P: ¿Difícil? ¿Por qué estaba difícil?

18. A: Porque eso no lo hemos dado y era muy difícil, no entendíamos nada...

19. P: ¿Por qué más?

20. A: Porque era un jaleo, Profe.

21. P: Un jaleo, pero, ¿un jaleo por qué?

22. A: Porque había muchas figuras y una pregunta abajo que tenía que no sé si era, por ejemplo del espacio.

23. A: Porque había nombres de figuras que nosotros no conocíamos porque no lo habíamos dado.

24. P: ¿Qué más? ¿ Y ustedes, todo lo supieron hacer?

25. A: No.

26. P: ¿Qué dudas tenían? ¿Qué problema se les planteó?

27. A: Seño, era muy largo y no sabíamos, no lo habíamos dado.

28. P: Y a parte de largo, ¿qué?

29. A: Profe, y aparte que era largo no tuvimos tiempo porque como no lo habíamos dado, y tuvimos que quedarnos un poco más del tiempo.

30. P: ¿Dime Juan?

31. A: Era muy complicado.

32. P: ¿Muy complicado?

33. A: Es que la mayoría de cosas no las habíamos dado.

34. P: ¿Qué más? ¿Qué más? ¿Era divertido?

35. A: No. Aburrido.

36. P: ¿Aburrido? Se cansaban de leer.

37. A: Sí.

38. P: Vale, bien. Pues entonces ahora vamos a empezar. Si tenemos todas esas dudas pero no sabemos hacer y tal, entonces hoy vamos a empezar por los ángulos, ¿vale? Entonces yo les voy a repartir una ficha. ¡Ah! Tienen que ir leyendo cada pregunta, la leen detenidamente porque son ustedes los que van a resolver las cuestiones, ¿entendido? con la información que se les da. O sea, que hay que leer despacito, y entender las gráficas, los dibujitos que ponen, las letras, y en función de eso empezamos a trabajar ¿vale? ¿O.K.? Pero tienen que leer despacito y comprendiendo lo leído ¿O.K.? Habrá cosas, por supuesto, que no las sabrán. Vamos con la primera página, la actividad primera, ¿eh? Venga, van a leerla cada uno despacito ...

Los alumnos se ponen a trabajar.

Josué venga ...

Sergio, recta si sabían lo que era ¿no?

39. A: Sí.

40. P: Si hay alguna palabra que no sepan el significado me lo preguntan ¿eh?

41. A: Profe...

42. P: Sí.

43. A: le preguntaba algo a la profesora que no se oye.

44.P: Tú dibujas ahí un ángulo recto con la escuadra, pero no a mano alzada, a mano alzada no se hace nada.

45.P: No se olviden que dice que una vez dibujado el ángulo colorearlo ¿eh? ¿Vale?

46. A: ¿Pero del color que quiera?

47. P: Sí, ahí no dice que color.

48. P: Venga, empiecen ya a trabajar ¿no?. Fíjense que dice "colorea el ángulo", el ángulo, no los lados, el ángulo ¿eh?

49. P: De todas maneras, en la parte de abajo, una vez que terminen eso, aparecen dice: dudas que se le presentan al hacer esa actividad y además qué espacio tendrán que hacer con respecto a esa actividad, ¿correcto?

Venga, vamos con la que dice: señala los lados y los vértices.

Utilicen la información que se les da arriba para resolver la cuestión que se les plantea, ¿eh? Nunca pierdan de vista la información.

Y las tildes, las tildes.

Vamos a tener que preparar una ficha porque no saben cuándo un ángulo es recto, agudo y obtuso, ¿eh? E incluso recuerdo que a principio de curso estuvimos repasando algo de eso porque suponía que lo habían dado el año pasado y estuvimos dándolo a principios de curso, ¿no? Repasando ángulos, ¿no? ¿Ya se les ha olvidado?

Bien, hagan el favor, antes de pasar a la actividad 2, contesten abajo que dice: dudas que han tenido a la hora de resolver eso, por qué se les han planteado a la hora de resolver eso. Y después, abajo, alguna que otra observación de esa actividad, pero hay que contestarlo, ¿no? Para yo saber porqué no la pudieron hacer.

¿Tú me estás oyendo Francisco?

50. A: No tengo dudas.

51. P: ¿Y observaciones? ¿No tienes nada que objetar ahí?

Contesten las dudas, por favor.

Venga, vamos a ir ahora con la actividad 2. Lo que sí, arriba me ponen el nombre para archivarlo en la carpeta ¿eh? Porque si no, yo no me entero de quién es ¿vale? Pongan arriba el nombre y el número. Lean bien el problema, porque es el que no leen bien... ¿Vale? No leen bien. ¿Me estás oyendo José? No lees bien, por la sencilla razón que aquí te dice dos rectas y no dos semirrectas, ¿no?

52. A: Dos rectas.

53. P: Que se cortan. ¿Esto se corta?

54. A: Aquí.

55. P: ¡Ah! ¿Se cortan ahí? ¿Dónde? Que se corten, dos rectas que se corten.

Vamos a ir poniéndole el nombre a la hojilla porque ya...¿Le pusieron todos el nombre?

56. A: Sí.

57. A: Profe a mí me falta todavía la actividad primera.

58. P: Pero vamos a ver ¿y por qué pasa a la actividad segunda sin haber contestado todavía a la primera?

59. A: Profe, es que no había terminado la 1 y por eso me pasé a la 2.

60. P: Venga, acaba.

61. P: Bueno, pues ¿todos pusieron el nombre para yo después archivarlas?. Bueno me la van dando por orden de lista ¿vale?. El 1, el 2..., el 3..., el 4..., el 5...el 6. ¿el 6 quién era? Espera para poner la hoja aquí...

62. A: Rubén.

63. P: ¿Ah?

64. A: Rubén.

65. P: El 7..., el 8..., el 9..., el 10..., el 11..., 12..., 13..., 14..., 15, ¿15 quién?

66. A: Diana.

67. P: Diana, pues vamos a ponerle la hoja. 16..., 17... y 18.

¿Vale?, La cuestión es que hay que preparar una ficha con información de ángulos, ¿eh? Porque están... fatal ¿eh? ¿Sí o no?

68. A: Sí.

69. P: Tan solo uno lo hizo, uno o dos el ángulo recto, los demás... Y así y todo lo señaló mal.

70. A: Profe yo no había hecho el final.

71. P: Ya, pero la clase escapó ¿vale? ¿O.K.?

72. A: Ya terminé.

73. P: Ya es la hora, ¿quién viene ahora?

74. A: Educación Física.

75. P: ¿Educación Física?

2ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 6º PRIMARIA
FECHA: 12.01.98

1. P: ¿Recuerdan ustedes que tuvimos que parar ahí y empezar a dar noción de lo que era un ángulo? Tipos de ángulos, ¿no? ¿sí?

2. A: Sí.

3. P: Habíamos dicho que trazábamos dos rectas secantes, ¿no? Que se cortan, que daban ¿cuántas regiones o partes dividía el plano esas dos rectas?

4. A: En cuatro.

5. P: En cuatro ¿cómo se llamaban cada una de ellas? Vamos a ver, quedábamos esto así ¿no? Se cortaban aquí, cogíamos y rayábamos, rellenábamos cada una de esas zonas ¿no? ¿Sí?.

Bien, y cada una de esas zonas, recuerdan ustedes que yo les dije, miren, pinten de un color aquellas zonas que son iguales ¿no? ¿Sí?

6. A: Sí.

7. P: Entonces, pintábamos esa y pintábamos esta. Ésta y ésta ¿son iguales? Las que se enfrentan.

8. A: Sí.

9. P: Bien, si yo cogía y colocábamos, ¿se acuerdan? en un papel en una parte y la pegábamos en un cuaderno, ¿no? Imagínense ustedes que es ésta de aquí ¿vale? Vamos a hacerla bien. ¿Qué es esto que acabo de dibujar?

10. A: Un ángulo.

11. P: Se llama ángulo ¿no? O también ¿cómo? O región...

12. A: Angular.

13. P: Bien, ¿esto cómo se llama?

14. A: Vértice.

15. P: ¿y esto de aquí?

16. A: Lado.

17. P: ¿Y esto de aquí?

18. A: Lado.

19. P: Entonces eso era un ángulo ¿no?

20. A: Sí.

21. P: Bien, imagínense ustedes que yo vuelvo a calcar este ángulo, ¿no? Y alargo esto, los lados ¿este ángulo seguirá siendo igual? ¿Medirá lo mismo?

22. A: Sí.

23. P: ¿Importa la longitud de los lados?

24. A: No.

25. P: ¿Qué es lo que importa?

26. A. El vértice.

27. A: La anchura.

28. A: La, la, la...

29. P: ¿La qué?

30. A: El ángulo

31. A: Los lados.

32. P: No dijimos que...

33. A: La forma.

34. A: El abierto.

35. P: ¡¡ La abertura!!

36. A: ¡Ah!

37. P: ¿Sí o no?

38. A: Sí.

39. P: Bien, dimos tipos de ángulos, ¿se acuerdan? Vamos a ver, utilizábamos esto, que era el paraguitas... El abanico chino. ¿Tiene abertura esto?

40. A: No.

41. P: Entonces ¿cuánto mide?

42. A: Cero.

43. P: Eh... ¿Tiene abertura esto?
44. A: Sí.
45. P: ¿Qué tipo de ángulo era éste? Bueno, este de aquí ¿cómo se llamaba?
46. A: Agudo, ángulo agudo.
47.P: Agudo, ¿no? ¿Si lo abríamos un poquito?
48. A: Agudo.
49. P: Sí. ¿Ven ustedes alguna cosa aquí que sea aguda? ¿Que forme un ángulo agudo?
50. A: La puerta.
51. P: La puerta tal y como está abierta ahorita ¿no?
52. A: Profe, la forma de la regla.
53. P: ¿Y cuánto mide el ángulo agudo?
54. A: 90º.
55. A: 80º.
56. A: Menor de 90º.
57. A: 60º.
58. P: Menor de 90º y ahora ¿éste de aquí?
59. A: 90º.
60. P: ¿Cómo se llamaba?
61. A: Obtuso
62. A: Recto.
63. P: ¿Recto u obtuso? A ver me levanta la mano, vamos a localizar en la clase ángulos que sean rectos.
64. A: La esquina de la ...
65. P: No, he dicho que levanten la mano, ¿ah? A ver, Yeray...
66. A: La parte de la puerta.
67. P: ¿La parte de la puerta? ¿Qué parte de la puerta?
68. A: La esquina de la puerta.
69. P: Del marco de la puerta ¿no? Estabas señalando el marco de la puerta. A ver...
70. A: La esquina superior derecha de la pizarra.
71. P: La esquina superior derecha de la pizarra.
72. A: La esquina superior de la izquierda.
73. P: Venga Esther, te rompiste la cabeza ... Otra cosa, a ver...
74. A: Las columnas de la pared.
75. P: La columna no, ¿qué parte de la columna?
76. A: La de arriba, ésta, superior...
77. P: O sea, la columna, la vertical con la horizontal del techo, ¿no?
Bien, o sea, que tenemos un ángulo de 90º. Y ahora ¿éste ángulo así?
78. A: Obtuso.
79. P: ¿Qué era un ángulo obtuso?
80. A: Que medía más de 90º.
81. P: Y si ahora hago esto así (despliega el abanico 180º)
82. A: Recto.
83. P: Tengan cuidado ¿cómo se llamaba ese ángulo...?
84. A: Abierto.
85. A: Completo.
86. A: Abierto.
87. A: Recto.
88. P: ¿Recto? Recto es esto, tiene éste...
89. A: Llano.
90. P: Llano ¿no? ¿Cuántos ángulos rectos tenía el llano?
91. A: Dos.
92. P: Uno y dos ¿no? ¿Cuánto medía?
93. A: 180º
94. P: Y ahora, si yo sigo desplazando el abanico.
95. A: Completo.
96. P: Completo, ¿cuánto medía?
97. A: 300º, 300º...
98. A: 360º.

99. P: ¿Qué han formado? ¿Qué figura es ésta?

100. A: Un círculo.

101. P: Un círculo, o sea, ¿que la circunferencia tiene 360º...?

102. A: ¡Eh! Grados.

103. P: Hasta ahí habíamos dado porque lo necesitábamos, porque vimos que no podíamos hacer la ficha, ¿no? Que es con los apuntes que tenemos aquí ¿no? Porque estaba. Bien, habíamos dicho que los ángulos se nombraban, le poníamos la letra en el vértice, en el lado le poníamos una letra y aquí otra letra. Señalábamos poniendo el compás aquí, lo poníamos aquí y lo marcábamos hacia dónde se dirigía, lo marcábamos con una flechita, ¿no? Para enseñar de dónde a donde se desplazaba. Lo nombrábamos, decíamos que lo podíamos nombrar así: A...

104. A: o B...

105. P: A o B, ¿ y qué se le ponía encima?

106. A: Una raya.

107. P: Un ángulo ¿no? Bien. O también en lugar de utilizar letras, podíamos también utilizar números, ¿no? Por ejemplo ¿no?

108. A: $\hat{1}$

109. P: El ángulo $\hat{1}$ ¿sí? Y que lo medíamos con el transportador, ¿no?

110. A: Sí.

111. P: Bien, pues como se llama también el transportador...

112. A: ¿Eh?

113. P: Transportador de ángulos o...

114. A: Goniómetro

115. A: Goniómetro

116. P: Goniómetro o... Había también otro nombre... transportador de ángulos, goniómetro... semicírculo.

117. A: ¡Ah!

118. P: Bien, con esa información que les acabo de dar, vamos a retomar otra vez la primera actividad ¿vale? A ver si ahora la podemos hacer con el poquito de información que nos dan, ¿correcto? ¿Vale? Vamos a ver también. Josué, Kataysa, Yasmina, Ateneri, verán como ahora sí les es fácil porque antes carecían de una serie de conocimientos. José Antonio, Yeray García, Aarón, Juan José, Cristina,...

119. A: Está mala

120. P: Tachen ahora lo que está mal y al lado me hacen lo correcto. Ángeles, Yeray Plasencia, Oscar, Francisco, Diana...

121. A: No vino.

122. P: Carolina, Vanessa, bien. Bien, vamos arriba a leer con la vista mientras yo voy leyendo. Actividad 1: Dibujar ángulos y señalar sus elementos. Bien, ¿qué es lo que pretendemos con esa actividad? Dibujar ángulos trazando dos semirrectas que tienen un punto en común, ¿no? Y los materiales que vamos a utilizar son los lápices de colores, la regla o la escuadra para trazar la semirrecta, ¿no? Bien y ahora empiecen a leer a continuación, recuerden, detenidamente, intenten comprender lo que se les pide ¿vale? Y la información que se les da ¿O.K.? Despacito a trabajar.

123. P: Se supone que tienen que trabajarlo solitos, ¿eh?

124. A: Blanca

125. P: Lee detenidamente, te dice dibuja y colorea los ángulos, piensa lo que te dice, es que no se paran a leer.

126. A: ¡Ah!

127. P: ¿Qué? ¿Ya lo realizaron? Abajo dice: señala los lados y los vértices ¿ya? ¿Los señalaron? Vale. Ahora una vez que han terminado, recuerden ustedes que tienen... Chicos, escuchen un momento, recuerden que tienen el día 12 de Diciembre cuando habíamos dado esto, ahí decía dudas y observaciones. Ustedes lo llenaron ¿no? ¿sí? Vale. Vamos ahora a parar ahí, vamos a poner debajo de lo que ustedes pusieron de dudas, ponemos esto así, para separar, ¿vale? ¿sí? y ahora ponemos aquí la fecha, ¿qué fecha es hoy?

128.A: Hablan todos a la vez.

129. P: No me hablen todos juntos.

130. A: Ahí está, 25 de... 12 de Enero...

131. P: 12 del 1 del 98. En dudas, y ahora me colocan aquí las dudas que se le han presentado ahora en este momento al realizar eso. Si no se presentan dudas pues poner que no tenemos dudas porque lo entendemos. Si tienen dudas pues pongan ahora qué dudas tienen una vez puesta esa

información. ¿Tienen dudas?

132. A: No.

133. A: Sí.

134. P: Pues si tienen dudas, si no tienen ¿por qué?

135. A: Murmullos.

136. P: No, no, no, a mí no me digan nada.

137. P: Chico yo te compré a tí un estuche. Bien, ¿y dónde está ese estuche? Pues arréglatelas ahora como puedas, yo te compré la regla, la escuadra, el semicírculo, ¡todo! El compás ¿dónde está todo eso? Yo no te lo vuelvo a comprar Besain, lo quiero, te vas a todo 150 y te compras uno, ¿me estás oyendo? ¿No? Yo no te voy a volver a comprar, que quede claro. Entonces no puedes trabajar igual que los demás críos ¿vale? ¿Sí Besain? Venga. Quién le puede prestar una regla a Besain hasta que él compre uno, porque yo no le voy a comprar más ¿eh? ¿Alguien le presta una regla? No la dejes caer para que no se golpee porque después no sirve. ¿Ya, las dudas? Oye tú no me has escrito nada ¿no tienes dudas? Pues si no tienes dudas ¿por qué no tienes dudas? Pero quiero ver escrito algo.

A ver, pongan ahora en las observaciones la fecha de hoy y me ponen alguna que otra observación que ustedes hacen.

138. A: ¿El qué, Profe?

139. P: Por ejemplo, vamos a ver qué es observación. Suponte tú que ya nos fuimos de excursión ¡ah! Y fuimos en una guagua.

Llegamos allí y los puse a todos en fila. ¿A ustedes les gusta ir en fila o prefieren ir caminando a su aire? Entonces tú dices observación: en la excursión fue todo perfecto pero a nosotros nos hubiere gustado que la profesora en lugar de llevarnos en fila nos dejara sueltos para caminar como lo hacemos en la calle que es lo correcto, ¿no? Eso es una observación que tú haces, otros tendrán otra observación ¿vale? ¿O.K.? Bien. Pues a volar ¿qué observación haces tú con respecto a lo que hemos dado?

Vamos a ver, Yasmina, la actividad, o una vez dada la información porque se quejaban de que no sabían nada, ¿te ha resultado más fácil hacerla? ¿Ahora sí la has entendido?

140. A: Sí.

141. P: ¿Por qué?

142. A: Porque ya la hemos dado.

143. P: Yasmina, ahora, la segunda vez que tomamos la cuestión ¿cómo lo ves?

144. A: Bien.

145. P: ¿Has entendido ahora lo que dice ahí en la actividad?

146. A: Seño porque tú nos lo enseñaste.

147. P: Bueno, el problema es si yo lo enseño, no lo enseñe, ahora sí tenías conocimiento...

148. A: Bastante mejor, antes no lo sabíamos mucho.

149. P: ¿Y ahora lo han comprendido?

150. A: Sí.

151. P: ¿Les resulta más fácil?

152. A: Sí.

153. P: Sí. ¿Alguna otra objeción? ¿Alguno ha tenido algún problema ahora? Una vez... Claro Víctor, pero es que tú has faltado un montón de veces a clase... Casi no viniste en Diciembre. Entonces ven el problema, al no venir a clase ustedes se perjudican porque se les va quedando... Y entonces no podemos seguir adelante. ¿Alguna otra observación con respecto a esta nueva actividad? no hay duda de ningún tipo...

154. A: Yo tengo una.

155. P: Dime.

156. A: Que por qué tenemos que poner dos letras en los lados.

157. P: ¿A qué te refieres tú? Porque son dos semirrectas, ¿no? ¿Se acuerdan que venían de rectas secantes? ¿No?

158. A: Sí.

159. P: Entonces cogimos una parte, donde se cortan las dos semirrectas le poníamos un punto que era el vértice, entonces recuerdan ustedes que calcamos una región angular; chico, yo no estoy hablando sólo para Atenery. Calcamos, la pintamos, la recortamos y la pegamos en el cuaderno, ¿sí?, Y claro, sabemos que los elementos de un ángulo eran el vértice y los lados ¿no? Pero claro, hay que ponerle siempre nombre a las cosas, Geometría, como eran semirrectas ponemos por un lado si hay extremo, pero por la otra sigue indefinidamente. Lo que pasa es que nosotros la dejamos hasta ahí, entonces para colocar, nombrar que tú te llamas Atenery, pues tenemos que buscar una manera de nombrar los ángulos y la única manera era, o bien a través de la abertura poniéndole un número y

encima el símbolo del ángulo ¿no? O bien con las letras mayúsculas siempre dos letras y en medio poníamos, ¿quién?

160. A: La O

161. P: ¿De qué? ¿Cómo se llama esto? Pero bueno...

162. A: Vértice.

163. P: Del vértice ¿no? En la letra del vértice y encima... Para poderlo nombrar de alguna manera ¿vale? ¿Alguna otra duda?

164. A: No.

165. P: Pues lo dejamos ahí y seguimos con la otra actividad después del recreo, ¿vale?

P5

PROFESOR P5
TRANSCRIPCIONES DE LAS DOS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS ANTES DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 1º ESO
FECHA: 13-05-97

1. P: Hoy quedamos en que vamos a recordar lo de los ángulos, ¿no?. Vamos a recordar entonces primero: ¿Qué es esto?
2. A: Un segmento
3. P: Un segmento. ¿Y eso?
4. A: Una semirrecta.
5. P: ¿Y esto?
6. A: Una recta.
7. P: Y si es una recta, yo pongo un punto, ¿queda dividida en dos partes iguales? ¿sí o no?
8. A: No.
9. P: ¿No?
10. A: Sí.
11. P: ¿Sí o no?
12. A: Sí.
13. P: ¿Por qué Javier?
14. A: Porque es infinita.
15. P: Porque es infinita. Las dos semirrectas comienzan en este punto y hacia la derecha y nunca terminaría ¿verdad? y esta otra empezaría hacia la izquierda y nunca terminaría. Luego, aunque yo ponga el punto aquí y aparentemente parezca que las dos semirrectas no son iguales, en realidad sí lo son, ¿está claro? Bien. Esas dos rectas, ¿qué son?
16. A: Paralelas.
17. P: Paralelas. Ésta y ésa, ¿son paralelas?
18. A: No.
19. P: ¿Cómo son?
20. A: No contestan.
21. P: ¿Se cortarán esas rectas?
22. A: Sí.
23. P: ¿Seguro que se cortan? Y yo que no veo que se corten.
24. A: Si se prolongan se cortan.
25. P: Si se prolongan ... la recta no termina, ¿verdad? Se cortarán. Bien. Y ¿si se cortan? Queda dividido todo en cuatro partes.
Cada una de estas partes, ¿cómo se llamaba?
26. A: Región angular.
27. P: ¿Se acuerdan de las partes que tenía un ángulo?
28. A: Vértice, lado, y ...
29. P: ¿Esto?
30. A: Lado.
31. P: ¿Esto?
32. A: Vértice.
33. P: Y esto ¿es el ..?
34. A: Ángulo.
35. P: El ángulo ¿no?
En cursos anteriores habían dado ya lo que era un ángulo recto, lo que era ángulo agudo y lo que era un ángulo obtuso, ¿no?
Este ángulo, ¿cómo es?
36. A: Recto.
37. P: ¿Y éste?
38. A: Obtuso.
39. P: ¿Y ése?

40. A: Agudo.
41. P: Y en este curso hemos visto más cosas. ¿Este ángulo cómo es?
42. A: Llano.
43. P: ¿Y este otro?
44. A: Completo, obtuso.
45. P: Completo. Y cuando las dos rectas al cortarse forman regiones angulares iguales, ¿cómo eran las dos rectas?
46. A: Perpendiculares.
47. P: En este caso las regiones angulares se llaman cuadrantes; éste sería un cuadrante, otro cuadrante, otro cuadrante y otro cuadrante. ¿Cómo son estos dos ángulos?
48. A: Opuestos.
49. P: ¿Opuestos?
50. A: No.
51. P: Llanos, entre los dos ¿qué? entre el $\hat{A}$ y el $\hat{B}$ ¿qué? suman ¿qué?
52. A: Un ángulo llano.
53. P: Un ángulo llano y cómo se llaman éstos que entre los dos forman un ángulo llano...
54. A: Suplementarios.
55. P: Suplementarios, suplementarios. ¿Éste y éste?
56. A: Opuestos por el vértice.
57. P: Opuestos por el vértice. ¿Se acuerdan cuando comparábamos ángulos? Decíamos que un ángulo, por ejemplo este ángulo y este ángulo, ¿cuál es mayor? ¿éste, el $\hat{A}$ o éste, el $\hat{B}$?
58. A: El $\hat{B}$.
59. P: El $\hat{B}$ es mayor, ¿no es eso?. Entonces decíamos que, ¿qué es lo que decíamos que es mayor en un ángulo? ¿El tamaño de los lados? ¿O la abertura? ¿Qué es lo que hace que un ángulo sea mayor que otro?
60. A: La abertura.
61. P: La abertura es lo que hace que un ángulo sea mayor que otro, ¿no es eso?
Ahora yo voy a expresar sobre este ángulo, ángulos, otro ángulo que tenga los lados perpendiculares a éste, que los lados sean perpendiculares a éste. Por ejemplo, aquí. ¿Qué ángulo formará si es perpendicular? Y aquí ¿si también es perpendicular? ¿Qué ángulo formará?
62. A: ¿Qué?
63. P: ¿Y qué figura es esta que se forma aquí?
64. A: Cuadri...
65. P: ¿Eh?
66. A: Un cuadrilátero...
67. P: ¿un cuadri...?
68. A: Un cuadrilátero.
69. P: Un cuadrilátero. Y, ¿cuánto sumaban los ángulos todos del cuadrilátero?; todos estos, estos, estos, estos, todos... ¿cuánto sumaban?
70. A: 180º
71. P: ¿180º?
72. A: No, 360º.
73. P: ¿Por qué 360º? ¿Cuántos triángulos tenemos aquí?
74. A: Cuatro ... dos ...
75. P: Dos, dos triángulos. En cada triángulo la suma de los ángulos, ¿cuánto era?
76. A: 180º
77. P: 180º, tenemos dos triángulos. Luego, entre los dos ¿cuánto suman?
78. A: 360º
79. P: 360º. Los ángulos de un cuadrilátero suman 360º y entonces éste, más éste, más éste y más éste, todos, sumarán 360º, pero entre éste y éste ¿cuánto suman ya?
80. A: 180º
81. P: ¿Eh?
82. A: 180º
83. P: 180º, suman 180º, ¿verdad? ¿Cuánto sumarán entonces entre éste y éste?
84. A: 180º
85. P: 180º. ¿Cómo se llamarán entonces estos ángulos si entre los dos suman 180º? ¿Cómo se llaman? No tengan miedo que a ustedes no los están grabando. Venga, ¿cómo se llaman?

86. A: Iguales.
87. P: ¿Iguales? a ver ...¿Cómo se llamaban este ángulo y este ángulo, juntos los dos?
88. A: Suplementarios.
89. P: Suplementarios. ¿Y por qué se llaman suplementarios?
90. A: Porque sumaban 180º
91. P: Porque sumaban 180º. ¿Qué le pasa a este ángulo y a este ángulo? Entre los dos, ¿cuánto suman?
92. A: 180º
93. P: ¿Cómo son?
94. A: Suplementarios.
95. P: Suplementarios. Luego, cuando hay dos ángulos, el $\hat{A}$ y este, el $\hat{B}$, éste que está aquí, todo esto, en el que uno es agudo, ¿verdad? y el otro ¿cómo es?
96. A: Obtuso
97. P: Obtuso, y sus lados son perpendiculares. ¿Cómo son esos ángulos? ¿cómo son?
98. A: Iguales.
99. P: ¿Iguales son?
100. A: Suplementarios.
101. P: Suplementarios, suplementarios. En cambio ¿se acuerdan que si los dos eran agudos éste va a ser perpendicular a ese lado, a éste que está aquí y ahora yo voy a empezar por aquí. Otra vez que va a ser perpendicular a este otro lado que esta aquí; este es el ángulo $\hat{A}$ y este es el ángulo $\hat{B}$. ¿Verdad que estos dos ángulos agudos también tienen sus lados perpendiculares? ¿Éste es perpendicular a éste y éste es perpendicular a ése? ¿y cómo son entonces estos ángulos?
102. A: Iguales.
103. P: Iguales. ¿Se acuerdan por qué son iguales? Decíamos siempre es perpendicular ... Aquí, ¿qué ángulo formarán?
104. A: Recto.
105. P: 90º ¿no? ¿y éste?
106. A: Recto.
107. P: 90º. Luego este ángulo y este ángulo son ...
108. A: Iguales.
109. P: Iguales. Bueno, pues entonces ¿verdad que esto mide 90 y esto mide 90?
110. A: Sí.
111. P: Y este ángulo y este ángulo ¿qué les pasa?
112. A: Que son iguales.
113. P: Los dos son iguales ¿verdad?
114. A: Sí.
115. P: ¿Por qué son iguales los dos?
116. A: Porque ...
117. P: Porque son que ... opuestos, son opuestos por el vértice. Pues entonces teníamos que este ángulo era igual que éste y que este ángulo era igual que éste. Entre los tres ángulos de un triángulo, ¿siempre cuánto tenían que sumar?
118. A: 180º
119. P: Luego, vamos a suponer que éste mida 30 y éste mida 30. Pues, si éste mide 90 y éste mide 30, ¿cuánto mide aquel?
120. A: 60
121. P: 60. Si este mide 90 y este mide 30 ¿cuánto medirá aquel?
122. A: 60
123. P: ¿Qué pasa entonces?
124. A: Son iguales.
125. P: Son iguales. En el caso de ángulos que tengan los lados perpendiculares y que ambos sean agudos, entonces los ángulos son iguales. ¿Se acuerdan de eso? ¿no? Y vamos a seguir hablando de parejas de ángulos. Este ángulo y este otro, el $\hat{A}$ y el $\hat{B}$, ¿cómo se llaman esos dos?
126. A: Contiguos.
127. P: Contiguos ¿no? O también consecutivos, que vienen a decir lo mismo ¿Qué eran ángulos contiguos?
128. A: Tenían a un lado común.
129. P: Tenían un lado ...

130. A: Común.
131. P: Común y ¿qué más tenían común?
132. A: El vértice.
133. P: Y el vértice común.
Éste $\hat{A}$ y este $\hat{B}$ ¿son contiguos?
134. A: Sí.
135. P: Sí ¿tienen un lado común?
136. A: Sí.
137. P: Amanda, ¿cuál es el lado común que tienen? Ven a la pizarra. ¿Cuál es el lado común que tienen?
138. A: Éste.
139. P: Ése y ¿tienen un vértice común?
140. A: Sí.
141. P: ¿Cuál es el vértice común que tienen?
142. A: Éste.
143. P: Ése ¿son contiguos entonces?
144. A: Sí.
145. P: Sí, siéntate. Y además ¿qué son?
146. A: Suplementarios.
147. P: Suplementarios y ¿cómo se llamaban los que eran contiguos y además suplementarios?
148. A: Adyacentes.
149. P: Adyacentes, ¿no? Éstos eran ángulos adyacentes. ¿Éstos son contiguos?
Éste y éste ¿son contiguos?
150. A: Sí.
151. P: Y además ¿qué son?
152. A: Complementarios.
153. P: Complementarios, ¿por qué además son complementarios?
154. A: Porque suman 90º.
155. P: Porque suman 90º. Este mide 90º. Este otro mide 60º
Éste y éste ¿son contiguos?
156. A: No contestan.
157. P: ¿Son contiguos? ¿Tienen un lado común y un vértice común?
158. A: No.
159. P: ¿Son complementarios?
160. A: Sí.
161. P: Bien, y otra cosa que nos faltaba ya de los ángulos era ... ¿Qué era esto? Las líneas ....
162. A: Paralelas.
163. P: Y eso una recta que es secante a esas paralelas, ¿verdad?
164. A: Sí.
165. P: A ver, Cristino, el $\hat{A}$ y el $\hat{D}$ ¿cómo son?
166. A: ¡Eh! ...
167. P: Ya lo hemos visto, el $\hat{A}$ y el $\hat{D}$ ¿qué son?
168. A: Compuesto.
169. P: ¿Compuesto?
170. A: ja, ja, ja
171. P: Algo oíste, pero no te llegó ¿eh? Opuestos por el vértice. Entonces el $\hat{A}$ y el $\hat{D}$ son opuestos por el vértice ¿Y el $\hat{A}$ y el $\hat{B}$? ¿El $\hat{A}$ y el $\hat{B}$, Marcos?
172. A: Suplementarios.
173. P: Suplementarios y ¿además qué?
174. A: Adyacentes.
175. P: Suplementarios y adyacentes, y ¿el $\hat{B}$ y el $\hat{D}$? Víctor ¿cómo son?
176. A: Suplementarios.
177. P: Suplementarios, y además ¿qué?
178. A: No contesta.
179. P: ¿Son contiguos?
180. A: Sí.
181. P: ¿Y son suplementarios?

182. A: Sí.
183. P: Y si son contiguos y suplementarios ¿qué eran?
184. A: Adyacentes.
185. P: Adyacentes, bien. Y ¿el $\hat{B}$ y el □, Berto?
186. A: Interno.
187. P: ¿Cómo? ¿Interno? ¿El $\hat{B}$ es interno? El $\hat{B}$ y el □ ¿cómo son?
188. A: Opuestos por el vértice.
189. P: Opuestos por el vértice. Carmelo, el Â y el Ê.
190. A: Iguales.
191. P: Sí, pero son iguales ¿por qué? ¿Cómo se llaman esos? Son iguales…
192. A: Correspondientes.
193. P: Correspondientes, el Â y el □.
194. A: Alternos internos.
195. P: Alternos internos. ¿El $\hat{B}$ y el □? Marcos
196. A: Opuestos.
197. P: El $\hat{B}$ y el □ y ¿el $\hat{B}$ y el □?
198. A: Alternos internos.
199. P: Alternos internos. El □ y el $\hat{D}$.
200. A: ¿Opuestos?
201. P: El □ y el $\hat{D}$, estos dos ¿son opuestos?
202. A: No contesta.
203. P: Nanin, ¿son alternos? Están a distinto lado de la recta, pero, ¿están en distinta intersección?
204. A: No.
205. P: No, ¿cómo son el □ y el $\hat{D}$?
206. A: No contesta.
207. P: Esther ...
208. A: Suplementarios.
209. P: Suplementarios y además ¿qué?
210. A: Adyacentes.
211. P: Adyacentes. Cristina, y ¿el □ y el $\hat{D}$?
212. A: Alternos.
213. P: Alternos ¿qué? ¿alternos externos?
214. A: Alternos internos.
215. P: Alternos internos. Samuel y ¿el Ê y el □? estos dos.
216. A: Opuestos.
217. P: Opuestos. Jonathan y ¿el □ y el $\hat{F}$?
218. A: Opuestos.
219. P: Javier y ¿el □ y el $\hat{B}$?
220. A: Alternos externos.
221. P: Externos. Marlen ¿y el □ y el $\hat{F}$?
222. A: ¿Alternos internos?
223. P: Alternos internos ¿Y qué pasa con los correspondientes? ¿Qué son qué? ¿Cuáles son los correspondientes, ahí por ejemplo?
Diana dime tú, dos ahí que sean correspondientes.
224. A: No contesta.
225. P: ¿No? a ver Aarón...
226. A: El Â y el Ê.
227. P: El Â y el Ê, otros dos que sean correspondientes.
228. A: El $\hat{B}$ y el $\hat{F}$.
229. P: El $\hat{B}$ y el $\hat{F}$. Otros dos que sean correspondientes.
230. A: El □ y el □.
231. P: El □ y el □. Bueno, y decíamos entonces que los ángulos alternos internos son iguales, que los correspondientes son iguales, que los opuestos por el vértice son también iguales y que los alternos internos también son iguales ¿no? Alternos externos, alternos internos, correspondientes,

opuestos por el vértice. Bien y con esto terminamos con lo de los tipos, lo de las clases de ángulos. Y después recuerden que empezábamos a trabajar sumas de ángulos, cómo se sumaban los ángulos, qué propiedades tenían las sumas de ángulos.

Primero vamos a ver cómo se comparan ángulos. Ya habíamos visto antes un ejemplo decíamos de estos dos ángulos ¿Cuál es el mayor?

Éste o este otro....

232. A: Ese otro.

233. P: Pero nosotros para poderlo hacer de manera matemática, para poder comprobarlo lo que teníamos que hacer es medir la abertura con el compás o con el semicírculo graduado, ¿no? Bueno, pues vamos a ver este ángulo, el ángulo $\hat{A}$ y este otro ángulo, el ángulo B. Para compararlos decíamos que lo que habría que hacer es trazamos un arco y medimos la abertura. Pero, ¿podríamos cambiar el radio del arco?

234. A: No.

235. P: O teníamos que mantenerlo igual.

236. A: Igual, igual.

237. P: Entonces, por ejemplo éste y éste, y medíamos ahora las aberturas ¿no? ¿cuál está más abierto el A o el $\hat{B}$?

238. A: El $\hat{B}$.

239. P: El $\hat{B}$. Esa es la manera de comparar los ángulos, es decir, que inmediatamente se ven, pero si quisiéramos compararlos porque son muy parecidos pues eso sería lo que tendríamos que hacer. Bien y recuerden entonces cómo sumábamos. A ver, ¿qué era lo primero que teníamos que hacer para sumar ángulos? Cristina... si teníamos dos ángulos.

240. A: Primero trazar una semirrecta.

241. P: Primero trazábamos una semirrecta, ¿no? Pues vamos a ir sumando ángulos ya, el compás y trabajando.

Bueno lo primero que vimos recuerden ¿era ..? ¿Qué teníamos que hacer primero?

242. A: Trazar una semirrecta.

243. P: Trazar una semirrecta ...

Y una vez que trazábamos la semirrecta, ¿cuál era el siguiente paso?

244. A: Trazamos arcos.

245. P: Trazar arcos. ¿Dónde tengo que trazar arcos?

246. A: En los ángulos y en la semirrecta.

247. P: En los ángulos y en la semirrecta, pero ¿en qué parte de la semirrecta? Dónde hay centro?

248. A: En el punto.

249. P: En el punto, en el extremo de la semirrecta ¿no? Entonces decíamos, trazábamos arcos... Hemos trazado los arcos ... ¿Cuál era el siguiente paso si ya hemos trazado los arcos?

250. A: Coger la abertura.

251. P: Coger la abertura y ponerla allí...

252. A: Sí.

253. P: Pues, a ver Javier, yo quiero que me hagas esto que me sumes $\hat{B}+\hat{A}$ ¿Cuál tendrías que poner primero?

254. A: El $\hat{B}$.

255. P: El $\hat{B}$... Ese ángulo ¿cuál es?

256. A: El $\hat{A}$.

257. P: ¿Y ese? ¿Ese cuál es?

258. A: El $\hat{B}$.

259. P: Y todo ¿cuál era?

260. A: $\hat{A}+\hat{B}$.

261. P: Noemí, tú haz ahora el $\hat{A}+\hat{B}$. Ya Noemí aprovechó la semirrecta que tenía trazada ¿no? Traza los arcos ... Y ahora, ¿cuál es el que yo te dije que tenías que hacer? ¿ $\hat{B}+\hat{A}$ o $\hat{A}+\hat{B}$?

262. A: $\hat{A}+\hat{B}$

263. P: ¿Qué tendrás que poner primero?

264. A: El $\hat{A}$.

265. P: Bien. Ahora habíamos dicho que ... ¿Cómo se restaban los ángulos? ¿se acuerdan?

266. A: Se ponía primero el mayor y después el pequeño.

267. P: Primero el mayor, ¿no? Y después el pequeño, pero el pequeño ¿lo añadíamos en el mismo sentido que el mayor o en sentido contrario?

268. A: En el contrario.

269. P: En sentido contrario. Pues a ver, Esther hazlo tú. Resta esos dos ángulos. ¿Cuáles son los que vas a restar? ¿A $\hat{A}$ le vas a quitar $\hat{B}$ o a $\hat{B}$ le vas a quitar $\hat{A}$?

270. A: A $\hat{B}$ le quito $\hat{A}$.

271. P: A $\hat{B}$ le quitas $\hat{A}$. Pues venga, vamos a hacerlo. A $\hat{B}$ le quitamos $\hat{A}$. Bien, medimos la abertura de $\hat{B}$ ... Y ahora, ¿qué hacemos con el $\hat{A}$?

272. A: Medimos la abertura.

273. P: Medimos la abertura... Pero esa ... espérate; es que la que tú trazaste es esa. Y ¿dónde la pones?

274. A: Aquí.

275. P: Bueno todo era el $\hat{B}$ ¿no? Le hemos quitado el $\hat{A}$ y lo que nos quede será $\hat{B}$ - $\hat{A}$. Pues ese ángulo que está ahí ¿cuál es?

276. A: $\hat{B}$ - $\hat{A}$.

277. P: Pero ponlo. ¿No nos falta algo ahí? ¿Nosotros no hemos trazado siempre también el lado del primer ángulo no tiene siempre dos lados?

278. A: Sí.

279. P: ¿Cuál era el $\hat{B}$? Pon el arquito del B. ¿Cuál es el $\hat{B}$? ¿el $\hat{B}$ es éste o es todo esto?

280. A: Todo esto.

281. P: Esto es todo el $\hat{B}$, ¿y cuál es el $\hat{A}$?

282. A: Ése.

283. P: Ése ¿y cuál es el $\hat{B}$-$\hat{A}$?

284. A: Ése.

285. P: Ése. ¿Está claro cómo se restaba? ¿Podíamos restarle al $\hat{A}$ el $\hat{B}$?

286. A: No.

287. P: Entonces, ¿tiene propiedad conmutativa la resta de ángulos?

288. A: No.

289. P: Da lo mismo hacer eso...¿ $\hat{B}$ - $\hat{A}$ que $\hat{A}$- $\hat{B}$?

290. A: No.

291. P: Y la suma, ¿tenía propiedad conmutativa?

292. A: Sí.

293. P: Y ¿qué decía la propiedad conmutativa? ¿Qué dice? Que si yo tengo que sumar este ángulo $\hat{B}+\hat{A}$ da lo mismo que esto, ¿verdad? $\hat{A}+\hat{B}$. A ver, pues Leticia a la pizarra a demostrar eso, que es lo mismo $\hat{B}+\hat{A}$ = que $\hat{A}+\hat{B}$. A ver, ¿cuántas sumas de ángulos tenemos ahí?

294. A: Dos.

295. P: Dos ¿cuántas semirrectas entonces tendríamos que trazar?

296. A: Dos.

297. P: ¿Una para cuál?

298. A: Una para $\hat{A}+\hat{B}$.

299. P: Una para $\hat{A}+\hat{B}$ y otra ...

300. A: Para $\hat{B}+\hat{A}$.

301. P: Para $\hat{B}+\hat{A}$, con la de arriba ¿qué vas a hacer?

302. A: A trazar...

303. P: Pero que vas a sumar en la de arriba, en la semirrecta de arriba...

304. A: $\hat{B}+\hat{A}$.

305. P: ¿ $\hat{B}+\hat{A}$? Pues ponlo. Y en la de abajo ¿qué vas a hacer?

306. A: $\hat{A}+\hat{B}$

307. P: ¿Qué hacíamos ahora?

308. A: Trazar el arco.

309. P: Trazar arcos ... Pero en todos ¿no? O solo trazábamos en uno y en los dos ángulos. Ahora arriba ¿qué teníamos que sumar?

310. A: $\hat{B}+\hat{A}$.

311. P: Eso sería $\hat{B}+\hat{A}$...Vamos a pedirle a I que venga todos los días porque es la única manera de que ...
312. I: De que estén calladitos, ¿no?
313. P: Y ahora abajo, ¿qué tenemos que hacer?
314. A: $\hat{A}+\hat{B}$.
315.P: Y ahora ¿qué tenemos que comprobar?
316. A: Si son iguales.
317. P: Si eran iguales, ¿no? ¿vale? ¿Tiene propiedad conmutativa entonces la suma de ángulos?
318. A. Sí.
319. P: Bien. ¿Qué otra propiedad habíamos visto que tenía la suma de ángulos? Además de la propiedad conmutativa, ¿qué otra propiedad?
320. A: La asociativa.
321. P: La asociativa. Y, ¿qué decía la propiedad asociativa? Que cuando teníamos que sumar tres ángulos, ¿verdad? Cuando teníamos que sumar tres ángulos lo podíamos hacer de manera distinta y sin embargo el resultado sería siendo el mismo. Por ejemplo, una manera de sumarlo, primero sumar el Â y el B, ¿verdad? y después lo que me dé el resultado de eso sumarlo ¿con cuál? (ej. $\hat{A}+\hat{B}+$ □)
322. A: Con □.
323. P: Con □, $(\hat{A}+\hat{B})+$ □. Y la otra manera ¿cuál era? Que sumaba por un lado ($\hat{B}+$□) y lo que me diera esto lo tenía que sumar ¿con qué?
324. A: Con Â.
325. P: Con el Â, $\hat{A}+(\hat{B}+$ □). Eso era lo que decía la propiedad asociativa y que dice eso da igual. Entonces ahora habrá que comprobarlo. Irene... Bueno entonces para hacer esto $(\hat{A}+\hat{B})+$ □, ¿cuántas semirrectas tendríamos que trazar?
326. A: Dos.
327. P: Una ¿para cuál?
328. A: Para el $(\hat{A}+\hat{B})$
329. P: Para el $(\hat{A}+\hat{B})$ y el otro ¿para cuál?
330. A: Para el □.
331. P: Para sumar el resultado de $(\hat{A}+\hat{B})$ con el □ ¿verdad? Y en el más allá, ¿cuántas semirrectas tendríamos que trazar?
332. A: Dos. P: Dos también, una para sumar ¿qué?
333. A: ($\hat{B}+$□)
334. P: Y después otra para sumar Â con el resultado de ($\hat{B}+$□) ¿no? Haz todas las semirrectas. Recuerden que la forma más fácil de hacerlo era esa ¿no? Trazábamos todas las semirrectas y todos los arcos.
335. A: Falta un ángulo.
336. P: Falta el □ ¿no? pues venga. Bueno, primero vamos a ver, ¿qué es lo que quieres hacer en esta semirrecta?
337. A: El $(\hat{A}+\hat{B})$
338. P: El $(\hat{A}+\hat{B})$. Pues ponlo ahí. Y abajo ¿en la semirrecta de abajo? ¿qué vas a hacer? ¿Qué vas a hacer?
339. A: El □.
340. P: Pero el □ sólo o el resultado del $\hat{A}+\hat{B}$ con el □. Pues venga. No, pero sumado ¿no? Y ¿cómo poníamos lo que hacíamos primero? ¿Qué fue lo que hicimos primero?
341 A: $(\hat{A}+\hat{B})$
342. P: Y ¿cómo se ponía eso de lo que hicimos primero?
343. A: Con paréntesis.
344. P: Eso fue lo que hicimos primero ¿verdad?
345. A: Sí.
346. P: Bien ¿No te falta algo? ¿Has trazado los arcos en todos?
347. A: No.
348. P: ¿No había que trazar arcos en todos?
349. A: Sí.
350. P: ¿En qué había que trazar arcos?

351. A: En los ángulos y en las semirrectas.

352. P: En los vértices de los ángulos y en los extremos de las semirrectas, de cada una de las semirrectas. Bien, Jenny. Ahí el de abajo se te rodó el vértice y no lo pusiste sobre el extremo. Recuerden que tienen que tener cuidado al trazar los ángulos porque si no podía ocurrir que nos dé igual. ¿Verdad que podía ocurrirnos eso? ¿Ya no nos ha ocurrido eso de que no dé igual?

353. A: Sí.

354. P: Habrá que comprobarlo unas cuantas veces. Venga, ahí tenemos el $\hat{A}$ y tenemos que añadir... el $\hat{B}$, y ya tenemos ahí el ángulo $\hat{A}+\hat{B}$. Bien, ese es el $(\hat{A}+\hat{B})$ bien, y abajo ahora ¿qué tenemos que hacer entonces?

355. A: $(\hat{A}+\hat{B})+\square$.

356. P: $(\hat{A}+\hat{B})$ ¿eh? El $\hat{A}+\hat{B}$, ¿cuál es el resultado del $(\hat{A}+\hat{B})$.

357. A: Éste.

358. P: Ése, el $(\hat{A}+\hat{B})$ no pero el primero es el $(\hat{A}+\hat{B})$. Jenny, ¿cuál es el $(\hat{A}+\hat{B})$ desde dónde hasta dónde? Señala el arco. ¿Cuál es el arco del $(\hat{A}+\hat{B})$?

359. A: Éste.

360. P: Ése, ¿verdad? Pues venga. Ése es el primero que tenemos, que pone, porque al resultado de sumar $(\hat{A}+\hat{B})$ es ése. Bien, ya tenemos ahí $(\hat{A}+\hat{B})$. Y ahora, ¿cuál tenemos que poner? Vas a tener que hacer el arco más grande porque ahora no te va a caber. No, no sé. Es que ahora vas a tener que poner a continuación éste y si lo pones a continuación no corta. ¿No es eso? Así que este arco lo teníamos que haber hecho...

361. A: Más grande.

362. P: Más grande para que corte... y allí también... y allí también.

Bueno, ya tenemos el $(\hat{A}+\hat{B})$. ¿Cuál le tenemos que añadir?

363. A: El $\square$.

364. P: El $\square$. Bien, pues ya tenemos aquí hecho la primera parte, ¿verdad? Primero hemos sumado $(\hat{A}+\hat{B})$, lo hemos hecho aquí y luego le hemos añadido $\square$. Todo este arco es el ángulo $(\hat{A}+\hat{B})+\square$. Siéntate. Yara, haz tú la otra parte. ¿Ahí qué vamos a hacer?

365. A: $(\hat{B}+\square)$

366. P: $(\hat{B}+\square)$ ¿Y abajo?

367. A: $(\hat{B}+\square)$

368. P: No, mira lo que vamos a hacer. ¿No estés cambiando el orden? ¿Qué dice aquí que tienes que hacer?

369. A: A...

370. P: Al $\hat{A}$ sumarle el resultado de $(\hat{B}+\square)$, ¿de acuerdo? Tengan en cuenta eso, que no se puede cambiar el orden porque si no, ¿qué otra propiedad veníamos aplicando además de la asociativa?

371. A: La conmutativa.

372. P: La conmutativa. Yo sólo estoy diciendo la asociativa, así que ... la asociativa. Pon primero el $\hat{B}$... y el $\square$. Bien, pues ahí tenemos $(\hat{B}+\square)$. Cuando estamos sumando más ángulos, pues hay que ser más cuidadosos al trazarlos, pues un trocito que nos equivoquemos en uno, otro trocito que nos equivocamos en otro y tal...nos sale mal. Bueno, pues ese es el $(\hat{B}+\square)$, bien, y ahora abajo. ¿Cuál es el que tendremos que poner primero?

373. A: $(\hat{B}+\square)$

374. P: ¿Seguro?

375. A: No.

376. A: ¡Ah! el $\hat{A}$.

377. P: El $\hat{A}$. Y a continuación ¿cuál?

378. A: El $(\hat{B}+\square)$

379. P: El $(\hat{B}+\square)$. El $(\hat{B}+\square)$ ¿Cuál es? ¿Y desde dónde hay que ponerlo?

380. A: Desde que.

381. P: Y donde está puesto...

382. A: ¡Ay!

383. P: ¿Desde dónde hasta dónde? Pues qué pasa, que ésta es la vez que nos salió mal otra vez, ¿verdad?, porque está claro que no va a dar ahí que $\hat{A}+(\hat{B}+\square)$ sea igual de una manera que de otra.

2ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 1º ESO
FECHA: 20-05-97

1. P: Bueno, vamos a continuar entonces con los ángulos. Ya habíamos visto las diferentes clases de ángulos. Habíamos trabajado con el compás y habíamos sumado ángulos. Demostrada la propiedad conmutativa, la propiedad asociativa, fallamos ¿no? Entonces, pues lo que haremos es que, luego pues a última hora sacaremos a unos cuantos para hacer la propiedad asociativa a ver si no fallamos. De todas formas como ya lo hemos hecho otras veces en las libretas y nos ha ido bien, pues ensayamos en la pizarra. Bien y ahora vamos a empezar con la medida de ángulos. Primero vamos a recordar que hay unas unidades que se parecen mucho a las de los ángulos. ¿Cuáles eran Noemí?

2. A: No sé.

3. P: Por ejemplo ésta. Esto ¿qué es una medida, de qué? 3h 15m 25s

4. A: De tiempo.

5. P: De tiempo. Y ¿si hubiéramos puesto así? 3º15'25''

6. A: De grado.

7. P: De grado, ¿no? Esto es horas, minutos y segundos y aquí grados, minutos de grados y segundos. ¿Qué es el grado? Se acuerdan que ...este ángulo dijimos que era un ángulo ...Bien, esto ¿qué clase de ángulo era?

8. A: Completo.

9. P: Completo, si el ángulo completo lo partimos a la mitad cada uno ¿qué era?

10. A: Llano.

11. P: Un ángulo ...

12. A: Llano.

13. P: Llano. Entonces un ángulo completo está formado, ¿por cuántos ángulos llanos?

14. A: Dos.

15. P: Por dos ángulos llanos. Si a su vez volvemos a dividir el ángulo llano a la mitad, ¿los ángulos que se formarán serían éste...éste otro... éste otro y ése otro? cada uno sería ... ¿Un ángulo?

16. A: Recto.

17. P: Un ángulo Recto. Si nosotros seguimos dividiendo esto una vez, otra vez y otra vez... hasta que tengamos 360 partes iguales, ¿no? hasta que tengamos 360 partes iguales, cada una de esas partes será... un grado. Luego tendría que seguir dividiendo esto, esto, esto y esto. Ahora lo tengo dividido en ocho partes, ¿verdad? Pero tendría que dividirlo, ¿en cuántas partes?

18. A: En 360.

19. P: En 360 partes iguales y cada parte de esas dijimos ¿que era?...

20. A: Un grado.

21. P: Y lo escribimos así primero, ¿no? Pero decíamos que todavía había unidades más pequeñas que el grado. ¿Cuáles eran esas unidades que eran más pequeñas que el grado?

22. A: El minuto.

23. P: El minuto. ¿Qué teníamos qué hacer con un grado para obtener un minuto?

24. A: Dividirlo.

25. P: Dividirlo, ¿en cuántas partes cada grado?

26. A: En 60

27. P: En 60 partes. Luego un grado tiene ¿cuántos minutos?

28. A: 60

29. P: Un grado tiene 60 minutos 1º→60.

Cómo van de 60 en 60 decimos que esto son unidades sexagesimales, porque van de 60 en 60. Igual que cuando iban de 10 en 10 decíamos que eran unidades decimales, ¿no? De base 10 porque van de 10 en 10. En este caso son unidades sexagesimales porque van de 60 en 60. ¿Cuándo nos llevábamos uno cuando estábamos sumando en base 10? Desde que llegábamos a 10, y en base 60, ¿cuándo nos llevábamos uno? Cuando llegábamos a 60. Por ejemplo, si yo pongo 72'' eso cómo ...¿de qué otra manera podría ponerlo yo? diciendo que ...

30. A: 1' y 12''

31. P: 1' y 12''. Decíamos que esta forma de escribir la abertura de un ángulo era una forma ¿compleja o incompleja? ¿Cuál era? ¿Compleja o incompleja? ¿Qué es?

32. A: Compleja.

33. P: ¿Compleja?
34. A: Incompleja.
35. P: ¿Qué significaba complejo? ¿Qué era una cosa compleja?
36. A: Difícil.
37. P: Difícil, ¿verdad? Cosa compleja, difícil, complicado ¿Qué es lo que es complicado? ¿Esto 72’’ o esto 1’12’’?
38. A: Lo de abajo.
39. P: Lo de abajo. Luego esto ¿qué es? 1’12’’ un número...
40. A: Complejo.
41. P: Complejo, una expresión compleja. Y esta expresión 72’’ en cambio ¿es una expresión?
42. A: Incompleja.
43. P: Incompleja. Lo mismo, recuerden, ocurría con las horas, los minutos y los segundos ¿Se acuerdan de eso? ¿no? Decíamos que ... el truco aquél que teníamos un cuadrado...Y que una persona iba caminando y que por aquí tardaba 1m y 15 s mientras que por aquí tardaba 75s y por aquí tardaba 75s y por aquí tardaba 75s y sin embargo va siempre a la misma velocidad y como es un cuadrado todos los lados son iguales. Y preguntábamos, ¿por qué por aquí tarda 75s, aquí 75s, aquí 75s y en cambio aquí 1’ y 15’’?
44. A: Porque es lo mismo.
45. P: ¿Verdad? Porque era lo mismo. Bien, y ahora vamos a ver cómo se pasaba de una unidad a otra. ¿Qué dijimos qué era un grado? ¿Cuántos minutos tenía?
46. A: 60
47. P: 60. ¿Y dos grados?
48. A: 120.
49. P: ¿Y tres grados?
50. A: 180
51. P: ¿Qué tendríamos qué hacer entonces para pasar de grados a minutos?
52. A: Dividir...
53. P: ¿Dividir? ¿Para pasar de grados a minutos? a ver 1º ¿Cuánto?
54. A: 60.
55. P: Y 2º
56. A: 120.
57. P: 120 y 3º, ¿cuánto daría?
58. A: 180.
59. P: 180. Y ¿qué operación tendría yo que hacer aquí para que me diera 120?
60. A: Multiplicar.
61. P: Multiplicar ¿por cuánto?
62. A: Por 60.
63. P: Para pasar de grados a minutos, ¿qué tendríamos qué hacer?
64. A: Multiplicar por 60.
65. P: Multiplicar por 60. En cambio, al revés para pasar de minutos a grados ¿qué tendríamos que hacer?
66. A: Dividir.
67. P: Dividir, porque si ahora se nos borra esto que está aquí y queremos saber qué es lo que había allí, ¿qué es lo que había allí?
68. A: Un 2
69. P: Un 2. ¿Qué es lo que tengo que hacer yo este 120 y este 60 para que me quede un 2.
70. A: Dividir.
71. P: Luego, ¿qué tengo qué hacer para pasar de minutos a grados?
72. A: Dividir.
73. P: Dividir por 60. En cambio, ¿para pasar de grados a minutos?
74. A: Multiplicar.
75. P: Multiplicar por 60. Y ¿si fuera de minutos a segundos? ¿No decíamos que 1’ tenía 60’’?
76. A: Si.
77. P: Y 2’. ¿cuántos tendrá?
78. A: 120.
79. P: 120. ¿Qué tendríamos qué hacer con este 2 para que nos de 120’
80. A: Multiplicar.
81. P: Multiplicar por 60, ¿no es eso? Y 3’ ¿cuánto nos daría?

82. A: 180.

83. P: 3’ nos daría 180. Luego había que multiplicar por 60. Luego ¿qué es lo que hay que hacer para pasar de minutos a segundos?

84. A: Multiplicar.

85. P: Multiplicar por 60. ¿Está claro eso? Bien, ¿y para pasar de segundos a minutos?

86. A: Dividir.

87. P: Dividir por 60.

Bueno, pues ahora vamos a ver cómo se pasa de complejo a incomplejo y de incomplejo a complejo: 1h15m = 75s. ¿Por qué? Porque 1h son 60 y 15 que son 75 ¿Y 2h 15m? ¿Cuánto sería?

88. A: 135m.

89. P: Bien, y entonces ¿qué haríamos aquí para que me diera allí 135?

90. A: Multiplicar.

91. P: Multiplicar 60 . 2. Y ¿qué más?

92. A: Y sumarle el 15.

93. P: Y sumarle el 15, ¿no es eso? Multiplicar 60 x 2 y sumarle el 15. 2 x 60 ¿Cuánto es?

94. A: 120.

95. P: ¿Y 15?

96. A: 135.

97. P: 135. Pues lo mismo pasa con los grados y minutos de grados, ¿no? Lo mismo. Vamos a ver en minuto de tiempo. 1’ y 17’’ eso, convertido todo en segundos ¿Cuánto les daría?

98. A: 77.

99. P: 77s ¿Y por qué nos da 77s?

100. A: Porque 1’ son 60 más 17 son 77s.

101. P: Porque 60+17 son 77s. Bien, ¿y cuánto nos daría 2m y 17s?

102. A: 137.

103. P: 137s. ¿Qué hacemos entonces para que 2m y 17s se conviertan en 137s?

104. A: Lo multiplicamos por 2 y le sumamos 17.

105. P: 60 lo multiplicamos por 2 y le sumamos 17, ¿no? Bueno, y así pasamos de unas unidades a otras. Y con los grados, dijimos, ocurre exactamente lo mismo. Por ejemplo, si yo tengo 3º y 18’ eso 3º y 18’, ¿cómo lo convertiría todo en minutos? ¿Qué haría con los grados?

106. A: Multiplicar.

107. P: Lo multiplicaría ¿por...?

108. A: Por 60.

109. P: Y después, ¿qué haría? Con el resultado ese ...

110. A: Sumarle 18.

111. P: Sumarle 18, es decir, que 3º lo multiplico por 60 y le sumo 18, sería 180+18=198’. Y si tengo 7’15’’ y lo quiero pasar todo a segundos ¿qué tendría que hacer?

112. A: 60 multiplicado por 7 y le suma 15.

113. P: 60 x 7 y le suma 15, nos daría 435’’. Bueno, ya sabemos cómo se pasa de complejo... Esto es complejo, ¿verdad? Porque ¿verdad que está en distintas unidades?

114. A: Sí.

115. P: Mientras que esto, ¿qué es?

116. A: Incomplejo.

117. P: Incomplejo, está todo en la misma unidad. ¿En qué está todo?

118. A: En la misma unidad.

119. P: Y lo mismo ocurre aquí, hemos pasado de complejo a incomplejo.

Y qué pasa aquí si borramos esto y ahora tenemos que hacer todo otra vez, ¿qué haríamos para pasar de minutos a grados?

120. A: Dividir.

121. P: Dividir entre 60. Para pasar de minutos a grados dividimos entre 60. 198’ lo dividimos entre 60. Daría ¿a cuánto?

122. A: A tres.

123. P: A tres, 198’ 60

18’ 3º

¿Este 18 qué sería?

124. A: Minutos.

125. P: Minutos. ¿Y si los minutos estos los dividimos entre 60, este 3, qué sería?

126. A: Grados.

127. P: Grados. Luego ¿cuánto nos da?

128. A: 3º y 18'.

129. P: 3º y 18'. Luego aquí queda exactamente lo que teníamos 3º y 18'. Y lo mismo haríamos en el otro. Fabiola convierte tú ahora los segundos 435'' que es un incomplejo convertirlo en complejo.

130. A: 435'' 60
15 7

131. P: ¿Ese quince que será Fabiola?

132. A: Minutos.

133. P: El quince, ¿minutos? ¿Qué es el 435?

134. A: Segundos.

135. P: Pues si eran segundos, ¿qué será el quince?

136. A: Segundos.

137. P: Segundos, estoy repartiendo segundos, ¿verdad? Y si estoy repartiendo segundos ¿qué sobra?

138. A: Segundos.

139. P: Segundos, 7' y 15''. ¿De acuerdo? Ya hemos pasado ¿de qué?

140. A: De segundos a minutos.

141. P: De incomplejo a complejo.

142. A: De incomplejo a complejo.

143. P: Bien, siéntate. Lo que pasa, decíamos, que no siempre está fácil ¿verdad? Algunas veces las cantidades que nos dan son mucho mayores. ¿Qué ocurre cuando nos dicen que un ángulo mide 15º, 27' y 32''? ¿Cómo pasaría yo eso? Está en complejo, ¿cómo la pasaría a incomplejo? A ver, ¿qué tendría que hacer primero? Los grados, ¿a qué lo pasaría?

144. A: A minutos.

145. P: A minutos y ¿cuándo ya los tuviera en minutos? ¿Qué haría?

146. A: Pasarlos a segundos.

147. P: Pero... ¿ y aquí no había más minutos? ¿Cómo Amanda?

148. A: Sumar lo que te dio con los minutos y pasarlo...

149. P: Cogeríamos el 15º ¿verdad? Lo pasaríamos a minutos. ¿Cómo pasaríamos 15º a minutos?

150. A: Multiplicando por 60.

151. P: Multiplicando por 60 y después, ¿Qué tendríamos que hacer? Sumarle ¿cuánto...?

152. A: 27.

153. P: 27, porque esto son todos minutos. Tengo que saber los minutos que hay aquí y los sumo con los minutos que ya tengo, ¿no es eso? Bueno, entonces primero debería de multiplicar el 15 por 60 para convertirlo en minutos, a 15º lo multiplico por 60. ¿Cuántos minutos nos da?

154. A: 900

155. P: 900 minutos, y ¿cuántos tengo aquí?

156. A: 27.

157. P: En total tendría ¿cuántos minutos?

158. A: 927.

159. P: 927 minutos, y ahora que ya tengo 927' ¿qué tengo que hacer?

160. A: Pasarlos a segundos.

161. P: Multiplicar por 60 ¿para qué?

162. A: Para pasarlos a segundos.

163. P: Para pasarlos a segundos, es decir, 927' x 60 = 55.620''. Bien, pues nos da estos segundos, ¿y qué?

164. A: Se les suman los 32''.

165. P: Se les suman los 32''; 55.620''+32''=55.652''. Y ¿si tuviéramos que hacerlo al revés? Esto se nos borra y tenemos que descubrir cuánto es el complejo correspondiente. ¿Cómo lo hacemos?

166. A: Dividiendo.

167. P: Dividiendo ¿no? Pues... Diana... bien, ¿a qué tenemos que pasar primero si tenemos segundos?

168. A: A minutos.

169. P: Primero a minutos. ¿Qué tendríamos que hacer para pasar de segundos a minutos?

170. A: Dividir. 55.652'' | 60
165 927'
452
32''

171. P: Bueno, esto eran segundos, ¿no? Y hemos dividido entre 60. El resto ¿qué será?

172. A: Segundos.

173. P: Y esto en cambio, ¿qué será?

174. A: Minutos.

175. P: Minutos, pues venga. Ya sabemos que nos quedan 32'', pero tenemos 927'. ¿Qué tenemos que hacer con esos 927'?

176. A: Dividir entre 60.

177. P: Para qué.

178. A: Para pasarlo a grados.

179. P: Para pasarlo a grados.

180. A: 927' | 60
327 15º
27'

181. P: Bien, ¿qué es lo qué no te dio?

182. A: 15.

183. P: 15 ¿Qué?

184. A: 15 minutos.

185. P: No. ¿Qué estábamos dividiendo? Minutos entre 60 ...

186. A: 27' y 15º

187. P: Exacto, 27' y 15º, que es exactamente lo que teníamos al principio ¿verdad? ¿Qué es esto? ¿Pasar de qué?

188. A: De incomplejo a complejo.

189. P: De incomplejo a complejo. Bien, siéntate.

Nosotros habíamos visto ya cómo se sumaban ángulos. Lo habíamos visto cómo se sumaban con el compás y vamos a ver ahora cómo se suman ángulos aritméticamente, pues una manera de sumarlo si está en incomplejo no hay problema porque si está en incomplejo y yo tengo que sumar un ángulo que mide 2.725'' con otro que mide 5.423'', ¿qué tengo yo que hacer para sumar esos dos ángulos? ¿eh? Una suma normal y corriente, aquí no hay ningún problema. El problema donde se plantea es cuando tengo que sumar...

190. A: Números complejos.

191. P: Números complejos. Bien, y como en cualquier suma, pues ... ¿podríamos sumar, por ejemplo, lápices con pesetas?

192. A: No.

193. P: No, ¿podemos sumar entonces segundos con minutos?

194. A: No.

195. P: ¿Qué tendremos qué hacer?

196. A: Pasarlos...

197. P: Si tenemos segundos por un lado y minutos por otro lado, todo lo tendremos que pasar a una misma unidad. Pues si a mí me dicen que yo sume 7' y que sume 15'' una manera de sumarlos sería decir bueno, 7' ¿cuántos segundos son?

198. A: 420.

199. P: 420'' y 15 '' nos daría 435''. Pero cuando son complejos están mal complejo porque este está expresado en una sola...

200. A: Unidad.

201. P: Y esto también está expresado en una sola...

202. A: Unidad.

203. P: Unidad. Pero si sabemos eso, que cuando yo tenga que sumar los complejos no podré sumar minutos con segundos, ¿qué podré sumar? Si tengo dos expresiones complejas, por ejemplo el ángulo A mide 27º12'54'' y que el ángulo B mide 32º55'43'', ¿qué tendré que sumar? ¿Cómo tendré que colocarlos para poder sumarlo?

204. A: Los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos.

205. P: Y los segundos debajo de los segundos. Eso es lo primero que hay que hacer, que los grados tienen que estar debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de

los segundos.

Y otra cosa que dijimos de tener en cuenta, que a eso son sumas separadas, ¿no? Es decir, que yo voy a sumar esto por un lado, esto por otro y esto por otro, y que luego si veo que pasa de 60, ¿qué es lo que haríamos?

206. A: Dividir.

207. P: Dividir 27º 12’ 54’’
32º 55’ 43’’
59º 67’ 97’’

Pero ¿qué pasa aquí?

208. A: Que nos pasa de 60.

209. P: Que nos pasa de 60, así de cabeza venga sin divisiones ni nada 97’’ ¿qué sería?

210. A: 37’’...

211. P: 37’’ y nos llevaríamos 1’, que serían en total 68’ y 68’ sería nos sobran 8’ y nos llevamos 1 que son 60, pues ¿cuánto nos da la suma?

212. A: 60º 8’ 37’’

213. P: 60º 8’ 37’’. Algunas veces no todas tienen minutos o segundos o no todos tienen grados, sino que puede ocurrir que haya un ángulo que sólo tenga, por ejemplo, grados y segundos ¿no? Y otro que por ejemplo sólo tenga minutos y segundos, pero tenemos que tener en cuenta eso, que tenemos que dejar los espacios para que los grados siempre se sumen con los grados, los minutos con los minutos, y los segundos con los segundos. Vamos a hacer un ejemplo de esos ahora:

$\hat{A}$=28º 45’’
$\hat{B}$=50º 23’ 37’’

¿Puedo ya sumar así?

214. A: No.

215. P: ¿Por qué no puedo ya sumar así?

216. A: Porque los segundos del A no están en su sitio.

217. P: ¿No puedo sumar así? a ver Aroa...

218. A: $\hat{A}$= 28º 45’’
$\hat{B}$= 50º 23’ 37’’
78º 23’ 82’’

219. P: Bien, ¿y qué tenemos que hacer ahora?

220. A: Dividir 82’’: 60 = 22’’1’

221. P: ¿Cuántos segundos te sobran?

222. A: 22’’

223. P: 22’’ y nos llevamos un minuto. ¿Cuánto nos daría la suma?

224. A: 78º 24’ 22’’

225. P: Vamos a hacer esta ahora, vamos a sumar eso. Decíamos que para sumar las sumas eran independientes, ¿verdad? Díganme ustedes si lo estoy haciendo bien o mal.

27º 12’ 54’’
32º 56’’
3 10

226. A: Mal.

227. P: Bien. Era decíamos 11, no me puedo llevar una. ¿Cuándo me llevo una en las unidades sexagesimales? ¿Cuando va de 10 en 10 o cuando va de 60 en 60?

228. A: Cuando van de 60 en 60.

229. P: De 60 en 60, no de 10 en 10 ¿no? Así que cuando yo decía 11 no me podía llevar una. Pues entonces ¿aclarado lo de las sumas?

230. A: Sí.

231. P: Pues ahora vamos a ver lo de las restas. ¿Se acuerdan que cuando restábamos unidades de superficie...cuando en el minuendo había unas unidades que no estaban, porque en el minuendo no estaban, pero en el sustraendo sí estaban. Por ejemplo, en este caso: 18ha 6a
16ha 23a 12ca

Si teníamos estas letras, decíamos que aquí ¿como van... las unidades de superficie? ¿De cuánto en cuánto iban? De 10 en 10 o de 100 en 100 o de 1000 en 1000 ...

232. A: De 100 en 100.

233. P: De 100 en 100, ¿no? Pues entonces decíamos que como vayan de 10 en 10 , de 100 en 100 o así podíamos añadir ceros para restarlos, ¿no?

18ha 06a 00
16ha 23a 12ca

Y sencillamente restábamos como si fuera una resta normal y corriente. ¿No era eso cómo lo hacíamos?

234. A: Sí.

235. P: Bien, pero decíamos que ¿no ocurre lo mismo cuando en horas, minutos y segundos o grados, minutos y segundos? Si o que tenemos que hacerlo como lo hacíamos en primero pidiéndole a la unidad superior, ¿no? Se acuerdan que en primero le decían a ustedes, pues a 215 le voy a quitar 73, decíamos a 5 si le puedo quitar 3 me quedan 2, pero a uno a una decena no le puedo quitar 7. ¿ Qué es lo que hacíamos entonces? Le pedíamos una centena. Entonces aquí, ¿qué quedaba? Un uno y una centena. ¿Cuántas decenas eran?

236. A: Diez.

237. P: Diez y una que había aquí son once. Entonces decíamos a once le quito 7 y me quedan cuatro, y un 1.

215
 73
142

¿No es eso? Bien.

Era así como lo hacían ustedes en los primeros cursos. Después ya lo hicieron de manera automática. Bueno, pues cuando estamos haciendo esto con grados, minutos y segundos tenemos que volver a hacerlo como lo hacían ustedes en esos cursos, pidiéndole a la unidad anterior. Si nos dicen que a 23º15'17'' le restemos 18º43'12'' aquí si podemos restar, a 17'' si le podemos quitar 12''. Pero ¿a 15' le podemos quitar 43'?

238. A: No.

239. P: ¿Qué hacíamos entonces?

240. A: Dividir, le pedíamos a la unidad anterior.

241. P: ¿Cuántos grados nos quedaría entonces si pedíamos uno?

242. A: 22º.

243. P: 22º. Y el grado ése, ¿qué hacemos?

244. A: Pasarlo a minutos.

245. P: Pasarlo a minutos. ¿Cuántos minutos son? 60 y 15 que ya habían ahí...

246. A: 75.

247. P: Serían aquí 75, ¿a éste le puedo quitar éste?

248. A: Sí.

249. P: ¿A éste le puedo quitar éste?

250. A: Sí.

251. P: ¿A éste le puedo quitar éste?

252. A: Sí.

253. P: Correcto.

22º 75'
23º 15' 17''
-18º 43' 12''
 4º 32' 5''

¿Cuántos nos queda?

254. A: 4º 32' 5''

255. P: Y 5''.¿Se acuerdan de eso?

256. A: Sí.

257. P: Bien. Javier...¿Se acuerdan lo que eran ángulos complementarios? ¿Qué eran ángulos complementarios? Los que juntos sumaban...¿cuánto?

258. A: 90.

259. P: 90, un recto ¿no? Pues halla el complementario de 32º 15' 18''. No decíamos que entre los dos complementarios tenía que sumar 90º, ¿no decíamos eso?

260. A: Sí.

261. P: Pues ¿cuál será el complementario de este? Lo que le falta a este para llegar a 90º, ¿qué tenemos que hacer entonces?

262. A: Restarle eso a 90.

263. P: A 90 restarle eso. Venga.

90º
-32º 15’ 18’’
Bien, ¿qué hacemos? ¿Ponemos ceros encima para poder restar?
264. A: Pedirle al grado.
265. P: Pedir. Ya podía restar los minutos, pero todavía no podría restar los segundos, pedimos un minuto. Bien y ahora ya podemos restar todo ¿no?
266. A:
89º 59’
90º 60’ 60’’
-32º 15’ 18’’
57º 44’ 42’’
267. P: ¿Ya está? siéntate... Tina ¿Se acuerdan lo qué eran ángulos suplementarios? ¿Qué eran ángulos suplementarios?
268. A: Lo que sumaban un llano.
269. P: Lo que sumaba un llano. Y el llano ¿cuántos grados dijimos que medía?
270. A: 180º.
271. P: Bueno, pues halla el ángulo suplementario de 52º 27’ 54’’. ¿Qué tendríamos qué hacer para hallar el suplementario?
272. A: Quitarle a 180 esto.
273. P: Quitarle a 180 eso.
274. A:
179º 59’
180º 60’ 60’’
52º 27’ 54’’
127º 32’ 6’’
275. P: Bien, entonces, ¿Cuál es el suplemento del ángulo de 52º 27’ 54’’?
276. A: 127º 32’ 6’’
277. P: ¿Qué clase de ángulo es éste?
278. A: Recto.
279. P: Pues vamos a suponer que esto que está aquí mide ¿27º 54’ 12’’?
Y quiero que me digan cuánto vale el ángulo B. ¿Qué habría que hacer?
280. A: Restar.
281. P: ¿Cuánto?
282. A: A 90º.
283. P: A 90º. ¿Cómo son estos ángulos?
284. A: Complementarios.
285. P: Complementarios ¿no? Pues venga, haciendo eso.

TRANSCRIPCIONES DE LAS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS DESPUÉS DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 1º ESO
FECHA: 9-02-98

El profesor les da un trabajo a los alumnos para que ellos lo hagan.

1. P: Bueno, recuerden entonces que hay que leer las cosas con detenimiento y que yo estoy aquí para aclarar las dudas.

2. A: ¿Empezamos ya?

3. P: Ya, ya.

Cristian, el trabajo es personal.

4. A: Ya, ya.

5. P: ¡Ah!

Un alumno se acerca al Profesor.

¿Lo de las regiones angulares? ¿Qué eran regiones angulares Cristian? eso ya lo dimos, ya lo dimos.... Pero busca en las actividades anteriores que por ahí está.

Alberto, ¿tú qué haces de pie? ¿Estás de modelo? ¿Paseando por la pasarela para que te tomen?

6. A: Para que me tomen fotos.

7. P: Hay que traer los materiales.

Natalia, siéntate.

El profesor a un alumno: ¿Qué dice aquí? a ver dice, dibuja en el geoplano dos, dos rectas que formen regiones angulares. ¿Tú estás dibujando en el geoplano dos rectas que no forman regiones angulares? ¿Y aquí estás dibujando dos rectas que forman regiones angulares?

8. A: No, eso no es de aquí.

9. P: ¡Ah!, pero es que para hacer esto tienes que hacer aquello.

10. A: Profesor ¿para cuándo es el control de recuperación?

11. P: ¿Eh?

12. A: El control de recuperación ¿para cuándo es?

13. P: ¿El control de recuperación?

14. A: Sí, para los que suspendimos.

15. P: El jueves.

16. A: ¿El jueves?

17. A: ¿Suspendiste?

18. A: Sí, por un punto.

19. P: A ver, ¿alguien cogió las chinchetas?

20. A: No.

21. A: ¿Dónde están las chinchetas?

22. A: No lo sé, el profesor las está buscando.

23. P: Felipe ¿de paseo?

24. A: No.

25. P: Venga.

26. A: Se me acabaron las letras.

27. P: ¿Se te acabaron las letras? Pues combina letras, pon dos letras igual que las matrículas de los coches.

28. A: Vale.

29. P: Primi y Alberto, como sigas así Alberto te dejo arrestado, ¿Si las cosas las tienes que hacer tú? ¿De qué vale que te copies de otro?

30. A: Sí, es verdad Alberto.

31. A: ¿Y aquí profe hay que escribir algo?

32. P: ¿Dónde está la actividad esa? ¿Dónde empieza esa actividad? ¿En la página anterior? ¿Eh? Esta es la página 48 ¿Dónde está la página 47?

33. I: Pancho ya si quieres...

34.P: Ya está. Felipe, ¿otra vez Felipe?

2ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 1º ESO
FECHA: 2-03-98

1. P: Mira, nosotros vamos a dividir la clase en dos medias horas. En la primera media hora vamos a ir trabajando y luego vamos a recordar las raíces cuadradas.

2. A: Profe, yo voy por la página 32 todavía.

3. P: A ver, por favor, se sientan.

Bueno, vamos a empezar.

El profesor a un alumno: ¿Coge tu geoplano?

4. A: No lo traje.

5. P: Y que construyas cuatro pares de rectas.

6. A: No lo tengo aquí.

7. P: Bien, después sigue.

Bueno, pues entonces, a ver atiendan un momento, vamos a recordar cosas... Primero, decíamos que una línea, en el que todos los puntos están en la misma dirección y que nunca termina, ni por un lado ni por el otro, eso dijimos que era ¿una...?

8. A: Recta.

9. P: Recta, bien, ¿y si yo trazo un punto en esa recta? Desde aquí hacia la derecha, hacia arriba y hacia la derecha...

10. A: Segmento

11. P: ¿Será una...?

12. A: Semirrecta.

13. P: Semirrecta. Y de aquí hacia abajo... Otra semirrecta ¿verdad? Se acuerdan de esto, bien. Luego hablábamos de que eran rectas paralelas y qué eran rectas secantes, ¿verdad?

14. A: Sí.

15. P: Bueno, esta recta, el borde de la pizarra, el borde de arriba y el borde de abajo de la pizarra, ¿cómo son?

16. A: Paralelas.

17. P: Paralelas. Ahora, el borde este de la pizarra con este borde, con este otro borde lateral de la pizarra ¿cómo son?

18. A: Secantes.

19. P: Secantes, se cortan ¿verdad? ¿dónde se cortan?

20. A: En el vértice.

21. P: Aquí, en el vértice, ahí, en ese punto, bien. Luego, se acuerdan que decíamos que perpendicular no es lo mismo que vertical, ¿no? ¿Qué es vertical? Si yo dejo caer la tiza, ¿cómo caerá la tiza?

22. A: Vertical.

23. P: Verticalmente ¿verdad?

24. A: Sí.

25. P: Pero perpendicular, por ejemplo, vamos a ver aquí en la escuadra perpendicular, este borde y este borde ¿son perpendiculares?

26. A: No.

27. P: ¿No son perpendiculares?

28. A: ¡Ah sí!

29. P: ¿Eh? este borde y este borde ¿son o no perpendiculares?

30. A: Sí.

31. P: Bien, éste ¿es vertical?

32. A: Sí.

33. P: ¿Éste es horizontal?

34. A: Sí.

35. P: Bien, ahora ¿éste es vertical?

36. A: No.

37. P: No, ¿éste es horizontal?

38. A: No.

39. P: No, ¿siguen siendo perpendiculares?

40. A: Sí.

41. P: Sí, pues una cosa es perpendicular ¿verdad? Cuando se habla de perpendicularidad se habla de que hay siempre dos...rectas, que se cortan y que forman, ¿qué ángulo? ¿qué ángulo formaban?

42. A: Recto.

43. P: Recto, bien. En cambio, vertical lo que quiere decir es que es una línea de arriba...

44. A: Abajo.

45. P: Abajo, igual que horizontal, es una línea...

46. A: De lado a lado.

47. P: De izquierda a derecha ¿no? Bueno, más cosas. Nieves ¿tú te acuerdas de lo que era una región angular?

48. A: No contesta, se ríe.

49. P: No te acuerdas. ¿Quién se acuerda de lo que era una región angular? A ver Samira...

50. A: El ángulo...el vértice.

51. P: ¿Tú tienes tu trabajo ahí?

52. A: ¿Eh?

53. A: Es una región angular (se lo dice un alumno a Samira)

54. A: Por ejemplo, si yo tengo una figura pues y trazamos unas líneas pues en las líneas lo que separa...

55. P: Si lo dibujamos, ¿no será fácil? Para explicarlo...

56. A: Sí.

57. P: A ver, por ejemplo, Madelaine...Dibuja tú ahí una región angular... aprieta fuerte porque si no, no se ve. Señálame una región angular.

58. A: (señala una).

59. P: Esa, otra región angular.

60. A: (Señala otra región angular)

61. P: Otra.

62. A: (Señala otra)

63. P: Otra. Bien, pues cuando dos rectas se partan ¿cuántas regiones angulares...?

64. A: Cuatro.

65. P: Cuatro regiones angulares, bien. Seguimos, más cosas que teníamos que ver. ¿Quién tiene un abanico? Miguel Ángel, un abanico grande...No, este no era.

66. A: Yo tengo éste.

67. P: El redondito aquél.

68. A: ¿Éste?

69. P: Ése. Decíamos ahora ¿está formando un ángulo?

70. A: Sí.

71. A: No.

72. P: Pero ¿qué ángulo?

73. A: El llano.

74. P: ¿El llano?

75. A: Sí.

76. A: No, el completo.

77. P: ¿Completo?

78. A: No, el completo no es redondo.

79. A: Obtuso.

Risas de todos los alumnos.

80. P: El ángulo nulo, está cerrado del todo ¿verdad? Bien, ¿ahora qué ángulo?

81. A: Llano.

82. P: ¿Ahora qué ángulo?

83. A: Completo.

84. P: Completo ¿no? ahora ...¿qué ángulo?

85. A: Recto.

86. P: ¿Ahora?

87. A: Obtuso.

88. P: ¿Ahora?

89. A: Agudo.

90. P: Bien, este ángulo ¿es cóncavo o convexo?

91. A: Cóncavo.

92. P: ¿Cómo?
93. A: Convexo.
94. P: ¿Éste?
95. A: Cóncavo.
96. A: Convexo.
97. A: Cóncavo.
98. A: Convexo.
99. P: Pues, venga, que me parece que esto que nada, venga.

El profesor va poniendo el abanico en distintas posiciones y los alumnos van diciendo indistintamente: cóncavo, convexo, recto....

100. P: ¿Ahora?
101. A: Cóncavo.
102. P: ¿Ahora?
103. A: Llano.
104. P: ¿Ahora?
105. A: Cóncavo.
106. P: ¿Ahora?
107. A: Cóncavo.
108. P: Bien, ¿qué es cóncavo entonces?
109. A: El que está debajo del llano.
110. P: ¿Más que el llano o menos que el llano?
111. A: Menos, más, menos...
112. P: Más que el llano ¿no es eso?
113. A: Sí.
114. P: Por ejemplo,...Vamos a ver (el profesor le pregunta a un alumno) ¿Más que el llano o menos que el llano...?
115. A: No contesta.
116. P: Venga, ¿más que el llano o menos que el llano? ¿Por qué no te fijas según lo fuimos haciendo, a ver dijimos que era...
117. A: Convexo.
118. A: Convexo.
119. A: Convexo.
120. A: Convexo.
121. A: Convexo.
122. A: Llano.
123. A: Cóncavo.
124. A: Cóncavo.
125. A: Cóncavo.
126. A: Entero, completo.
127. P: Completo. Lo cierro del todo.
128. A: Nulo.
129. P: Bien, ¿y qué otra cosa teníamos por ahí? ¡Ah bueno! Ya, faltaría el ángulo completo, llano, recto y nulo ¿no?
130. A: Sí.
131. P: Y también habíamos visto que si este ángulo dijimos era un ángulo, ¿cómo era este ángulo?
132. A: Recto.
133. P: Recto, ¿el qué es menor que el recto?
134. A: Agudo.
135. P: ¿Y el que es mayor que el recto?
136. A: Obtuso.
137. P: Bien, pues venga trabajando ahora, las dudas, ya saben...

Bueno la primera duda la tenemos, ¿no Cristian? ¿Cuál era la primera duda?

138. A: En la primera actividad. Era, coge tu geoplano y construye las cuatro partes de la regleta tal y como se ve en el....
139. A: ¿Eh?
140. P: Que formen regiones angulares.
141. A: ¿Qué formen regiones angulares?

142. P: Que forman regiones angulares. Ahora hagan eso mismo en el geoplano.

143. A: ¿El qué?

144. P: En el geoplano, no, en el geoplano, no en el dibujo, no en el papel, sino en el geoplano, lo encontramos recuerden que estaba detrás.

(El profesor a un alumno) Mira a ver si coincide con el que tú has puesto ahí, me parece que no. Felipe que no, tú tienes que poner lo que... responden al grupo.

145. A: Ahora sí profesor.

146. P: Sí.

147. A: Ya está. ¿Ya acabé esta página?

148. P: No, sigue, ¿tú has leído esto? Pues hay que ir leyendo frase a frase.

149. A: ¿Y rellenarlo?

150. P: Y rellenarlo.

(El profesor a otro alumno) Vamos a ver, ven para que te vea. Dice: dibuja en el geoplano cuatro. ¿Dónde está el geoplano cuatro? Siguiente hoja...

151. I: Trae la hoja para grabarlo.

152. P: Trae la hoja. David, ¿tú que haces en pie?

153. I: ¿Esa es la actividad uno?

154. P: A ver, ¿cuál es el geoplano cuatro?

155. A: Éste.

156. P: Ése. ¿Cuántos ángulos se han formado allí?

157. A: Cuatro.

158. P: Cuatro, pues dice que lo pongas los cuatro ángulos ésos.

159. I: ¿Dónde está el geoplano? Pónmelo ahí... ¿Y por qué no enfoca? porque está lejos.

160. P: Pero Rayco, aquí no tienes que dibujar los elásticos. Los elásticos los tienes que hacer aquí ¿eh? Con la gomita, el elástico lo tienes que usar en el geoplano.

(Profesor a una alumna) Que en el geoplano cuatro tienes que dibujar las cuatro regiones angulares, por separado ¿eh? ¿De acuerdo?

161. A: Sí.

162. P: Rafael, Rafael, a sentarse.

163. P: ¿Tú que haces? ¿Eh? ¿Qué haces?

164. A: Mira esto.

165. P: ¿Mirar? ¿Y para que lo miras?

166. A: Maestro mira a Ángel...

(El profesor a un alumno) Dos pares de rectas que se corten, éste es un par de rectas que se cortan, ¿éste par de rectas se cortan?

167. A: No.

168. P: ¡Ah! Pues dice dos pares de rectas que se corten, aquí un par y aquí otro par, dos rectas que se corten, dos rectas paralelas y ahora dice dos pares de rectas que se corten; en el "A" has dibujado el "A" ¿no?. El "B" no puede ir ahí, y en el "C" lo que dice el "C". Dos pares, no un par de rectas sino dos pares de rectas; dos pares de zapatos, ¿cuántos zapatos son?

169. A: Cuatro.

170. P: ¡Ah! Pues dos pares de rectas...

171. P: Alberto.

172. A: Yo no.......no le hice nada, yo no fui.

173. P: En el "A" dice dos rectas que se corten y señala cuál es la región angular; en el "B" dice dos rectas paralelas...¿Eh? Aquí va el "A" y aquí va el "B".

174. A: ¿Qué es la mediatriz?

175. A: ¿No lo sabes?

176. P: ¿Qué es la mediatriz?

177. A: Es hallar el centro del segmento.

178. P: Pero perpendicular, la perpendicular en el centro del segmento.

179. P: Miren, si alguien tiene dudas, es conveniente que lo diga, pues en voz alta para que se enteren los demás y cada vez que se resuelve una duda se la resolvemos a todos.

180. A: Claro.

181. A: ¿Qué es una mediatriz?

182. P: A ver Fabián...Éste, Primi vuelve a decirle a David lo que le dijiste a Alberto.

183. A: Hallar el segmento, hallar el centro del segmento.

184. P: No, trazar una perpendicular...

185. A: Una perpendicular en el centro del segmento.

186.P: En el centro de segmento, esa es la mediatriz.

(El profesor a una alumna) Pero la mediatriz, dijimos que era que...

187. A: Es que no entiendo.

188. P: A ver, ¿cuántas veces tengo que repetirlo? ¿Qué es la mediatriz?

189. A: Hallar una línea diagonal...

190. P: Perpendicular.

191. A: Perpendicular en el centro del segmento.

192. P: ¿Qué es el centro del segmento?

193. A: Abre el compás más grande que el centro del segmento, traza una línea desde aquí, aquí...

194. P: No, pero con la escuadra para calcular el centro del segmento.

195. A: ¿Medirlo?

196. P: ¿Medirlo?...

197. A: Y la mitad.

198. P: Y la mitad y ¿por ahí puedes hacer el centro?

199. A: No se le oye lo que dice.

200. P: ¿Cómo tiene que estar esa recta?

201. A: Perpendicular.

202. P: Perpendicular. Venga.

203. P: Alberto, ven aquí. Aquí decía actividad ¿no? Aquí había una "A" y este espacio era para la "A"; después estaba la actividad "B" y ésta es la "C" y en la siguiente... Pues venga, a hacerlo bien.

(El profesor a Felipe) Un ángulo de medio recto...medio recto.

Pensé que estaba utilizando la escuadra. Adán, ¿dónde tienes la escuadra? A ver, bien, en la escuadra, ¿qué ángulo es el medio recto?

204. A: Este.

205. P: ¿Ese es medio recto?

206. A: No.

207. P: ¿Cuánto mide este?

208. A: Un recto.

209. P: Un recto. ¿Y cuál es el que mide medio recto? éste o éste, ¿verdad?

210. A: Sí.

211. P: Los dos miden medio recto, oh ¿entonces? Si para medir el recto tienes que poner coincidiendo con la línea, ¿para medir el medio recto cuál podrá coincidir con la línea? ¿Pero qué lado?

212. A: Este.

213. P: Venga, ése.

214. P: Felipe, tú tienes que hacer tu ficha y ella la suya.

215. A: Sí.

216. P: Este ángulo y este ángulo, los dos, o éste y éste, ¿qué es lo que tienen de común? Común quiere decir qué cosas son de los dos, a ver, vamos a hacerlo, tenemos ése y éste, un ángulo ¿es un ángulo?

217. A: Sí.

218. P: Alberto te voy a dejar arrestado ¿sabes?

219. A: ¡No hace más que copiarse...!

220. P: Bueno, entonces qué es lo que tienen este ángulo que está aquí y este ángulo que está aquí. ¿Qué es lo que tienen que es de los dos? A ver, ¿qué cosa es de los dos? A ver, pon el dedo, vete siguiendo la gomita y señálame un ángulo. Venga, va por ahí, bien, eso es un ángulo. Bien ¿y el otro ángulo? Vale, ¿Qué cosa es de los dos? ¿Qué cosas que están ahí son de los dos a la vez?

221. A: Que esto es un ángulo y esto es un ángulo.

222. P: ¿Qué cosas son de los dos?

223. A: Maestro mira Primi...

224. P: A ver, sal fuera de la clase. Luego hablo con tu padre.

225. A: No lo entiendo profesor.

226. P: Sigues sin entenderlo. Venga a ver, yo estoy pasando el dedo por aquí, llega hasta aquí y vuelve por aquí, esto es un ángulo, este de aquí. Ahora aquí hay otro ángulo, por aquí, llego aquí y vuelvo para acá .¿Qué cosas hay que son de los dos?

227. A: No se le entiende la contestación.

228. P: ¿Cuántos lados tiene ese ángulo?

229. A: ¡Ah!
230. P: ¿Cuántos lados tiene?
231. A: Dos.
232. P: Ése y ése, ¿cuántos lados tiene el otro?
233. A: Éste y éste.
234. P: Bien, ¿hay algo ahí que no lo pueda ver?
235. A: Que son los mismos, je, je, je.
236. P: ¿Qué lados tienen iguales? ¿No hay otra cosa que también pueda haber? Venga, vuelve a pasar con el dedo.
237. A: Pasa con el dedo.
238. P: Eso es un ángulo. ¿Qué otra cosa entre los dos? Mira a ver si hay otra cosa entre los dos. ¿Eh? Igual. ¿Qué más cosas tiene un ángulo? Además de lados ¿Qué tiene el ángulo?
239. A: El vértice.
240. P: Bien, ¿y cuál es el vértice del primer ángulo?
241. A: ¡Ah! el vértice.
242. P: ¿El vértice del primer ángulo?
243. A: ¡Ah! el vértice del primer ángulo.
244. P: ¿Ese es el vértice?
245. A: ¡Ah! el vértice, el vértice es éste.
246. P: ¡Ah! eso es el vértice, venga, bien. Y de este ángulo que está aquí ¿cuál es el vértice?
247. A: ¿De este ángulo?
248. P: Sí.
249. A: Éste también.
250. P: Ése también.
251. A: ¡Ah!, Que los dos ángulos tienen el mismo vértice.
252. P: Y además ¿qué tenían?
253. A: Los dos lados iguales.
254. P: Bien.
255. P: Vamos a ver cómo se trazan mediatrices utilizando regla y compás. Bien, vamos a ver cómo se traza entonces con el compás... Y una regla, como trazamos la mediatriz de un segmento.

Bien, pues primero trazamos el segmento. Es un segmento ¿no? Aquí tiene un punto y aquí tiene otro punto que son los extremos del segmento ¿no?.
256. A: Sí.
257. P: Bien, pues vamos a ver cómo se hace con el compás. Hay que buscar la mitad y en la mitad trazar una perpendicular. ¿No es eso lo que tenemos que hacer?
258. A: Sí.
259. P: Pues para buscar la mitad lo que tenemos que hacer es lo que estaba diciendo antes Primi, es decir, abrimos la regla de manera que sea un poco más de la mitad del segmento, el radio, que vamos a tomar, es un poco más de la mitad del segmento, la mitad del segmento será más o menos aquí ¿verdad? Más o menos, pues tomamos un poco más, por ejemplo esto, y ahora trazamos un arco ahí... ¿de acuerdo? Y ahora hacemos lo mismo sin abrir ni cerrar para nada el compás, volvemos aquí desde el otro extremo ha hacer lo mismo... Y ahora con la regla unimos esos dos puntos que se han cortado ahí... Pues esta línea que está por aquí era recta es la mediatriz del segmento. Vuelvo a repetirlo. Ahora vamos a trazar el segmento en otra posición, por ejemplo, el segmento es este, ¿qué es lo primero que tenía que hacer Nieves? Abrir el compás...
260. A: Más de la mitad.
261.P: Más de la mitad, seguro que esto es más de la mitad ¿no? ¿No es más de la mitad esto?
262. A: Sí.
263. P: Primi, ¿tú estás atendiendo Primi? ¿Esto es más de la mitad?
264. A: Sí.
265. P: Bien, pues entonces marcamos ahí y trazamos el arco y ahora hacemos desde el otro lado también. ¿En qué punto se corta? Aquí y aquí ...
266. A: Sí.
267. P: Pues ahora por ahí trazamos la recta que es la mediatriz... ¿de acuerdo?
268. A: Sí.
269. P: Así es como tienen que hacerlo ustedes.
270. A: Lo mides y ...
271. P: No, pero es que ahí no te dice, no que lo hagas midiéndolo, sino que lo hagas con la

regla y el compás...

272. A: Profesor ¿aquí?

273. P: Sí, ahí dice que lo hagas con la regla y con el compás.

274. A: ....del círculo?

275. P: Sí claro.

276. P: ¿Lo dejamos?

277. I: Sí.

P6

PROFESOR P6
TRANSCRIPCIONES DE LAS DOS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS ANTES DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 1º ESO
FECHA: 13-05-97

1. P: A ver, vamos a sacar todos una hoja. Una hoja en blanco en la que no van a escribir nada. Bueno, ya se acabó. El tema es sobre los ángulos. Como es lógico, cada uno va a coger su hojita y empiecen a hacer pliegues de la forma que quieran, empiezan a plegar la hoja y a hacer distintos pliegues...

2. A: ¿Distintos?

3. P: Distintos y de distinta forma, como quieran... Vayan plegándola, como quieran. ¡Pliéguenla, pliéguenla...! ¿Ya los plegaron? Ábranla. Miren a ver ahora qué le ha pasado en los pliegues. ¿Qué ven ahí en los pliegues?

4. A: Ángulos.

5. P: ¿Todos iguales?

6. A: No, distintos.

7. P: ¡Ah! Son distintos. Lo cual quiere decir que los ángulos, que se yo lo que es un ángulo, la unión o la abertura que se forma entre dos rectas que se cortan...

8. A: Sí.

9. P: Y... ¿ustedes creen que sus padres utilizan éstos ángulos para algo?

10. A: No, sí.

11. P: ¿No?

12. A: Sí, para algo de la casa.

13. P: Para algo de la casa, venga.

14. A: En la carpintería.

15. P: En la carpintería.

16. A: Para los muebles, maestro.

17. P: Para los muebles, los tapajuntas. Bueno, y ¿alguno de ustedes ha estado alguna vez... Se acabó... En una galería?

18. A: Sí, yo.

19. P: ¿Y el agua de la galería la trae por un motor?

20. A: No.

21. P: ¿Cómo sale?

22. A: Por una tarjea.

23. P: Por una tarjea pero ¿cómo? Sola.

24. A: No.

25. A: Por carril.

26. P: ¿El agua sale por el carril?

27. A: No.

28. A: Por el canal, maestro.

29. P: Por el canal, pero ¿sale sola o por motor?

30. A: Sale sola.

31. P: Entonces ahí habrá un ángulo ¿o no? ¿Entonces ustedes qué creen, que la galería, cuando se hace una galería se hace con un desnivel a favor o en contra de la puerta?

32. A: A favor de la puerta.

33. P: ¿Para qué?

34. A: Para que salga el agua.

35. P: Y si no le hiciera la puerta ¿qué pasaría?

36. A: Que se cae.

37. P: Bueno, pues eso que están diciendo es un ángulo, es un ángulo... Hombre no es muy grande, realmente tiene tres grados más o menos de desnivel, ¿para qué? Porque si es muy grande el agua baja a mucha velocidad. Los canales, ¿hay algún motor que mueva el agua en los canales?

38. A: No.

39. P: Y entonces...
40. A: Tiene un desnivel.
41. P: Porque tiene un desnivel. ¿Y ustedes han visto alguna vez las películas de las pirámides?
42. A: Sí.
43. P: Las pirámides son todas rectas ¿no? O sea, son el tubo perfecto.
44. A: No, son ángulos.
45. P: ¡Ah! Son ángulos. Y ¿si fuesen tubos sería tan bonitas como son ahora formando ángulos?
46. A: No.
47. P: Y ustedes han visto alguna vez los barcos que unos tienen delante la proa ancha y otros, ¿cómo la ponen?
48. A: Finita.
49. P: Finita, y si la ponen finita ¿qué es lo que aumenta o disminuye?
50. A: La velocidad del barco ¿no?
51. P: Y ¿para qué la ponen más fina?
52. A: Por el viento, para cortar el viento.
53. P: Para cortar el viento o el agua.
54. A: O el agua.
55. P: Y ustedes han visto alguna vez en sus casas cuando sus padres ponen la antena de la televisión, primero ponen los cables...
56. A: Sí.
57. P: ¡Ah! Se lo ponen en el mismo pie ¿verdad?
58. A: No.
59. P: ¿Qué es lo que hacen?
60. A: Allá arriba.
61. P: Pero lo separa del pie o lo unen al pie.
62. A: Lo unen. Lo separa. Lo unen al pie.
63. P: Lo unen, o sea, si ésta es la antena y ésta es la horizontal aquí le pone el clavo y ahí lo pone.
64. A: No, va separado.
65. P: Y a medida que lo separa ¿qué es lo que va aumentando?
66. A: Un ángulo.
67. P: Y ese ángulo ¿qué es lo que hace a la antena?
68. A: Sujetarlo.
69. P: Lo sujeta, ¿más o menos?
70. A: Más.
71. P: Y por último, yo no sé si ustedes han visto en películas o en algo, hay unos autores ahí que los llaman aviones espías. ¿No han visto unos aviones negros, feos que da miedo...?
72. A: ¿Son triangulares?
73. P: ¡Ah! ¡Ah! Sí, Don Pedro, ¿quiere usted salir en la película? Siéntese por ahí.
74. A: Ja, ja.
75. P: ¿Por qué creen ustedes entonces que hacen todos esos ángulos y los ven que están todos llenos de ángulos por un lado, por otro, para allá y para acá...?
76. A: Porque van por el desierto.
77. P: Bueno, eso podría ser quizás una de las causas, pero no es para eso. Los aviones ¿con qué los detectan?
78. A: Por radares.
79. P: ¿Y cómo funciona el radar?
80. A: Dando vueltas.
81. P: No, esa es la pantalla.
82. A: El radar tiene unas distancias y al llegar al objetivo la dicen.
83. P: Pero, ¿y cómo funciona el radar?
84. A: Con ondas.
85. P: ¡Ah! ¿y las ondas qué hacen?
86. A: Las lanzan y si chocan vienen otra vez, apuntas la distancia o que hay...
87. P: Es que ahí están los ángulos. Esos aviones se hacen con ángulos en distintas posiciones para que cuando llegue el sonido sea lanzado el radar, no choque sino que se desvíe otra vez hacia atrás y entonces no poder detectarlo, no poder localizarlo. Por eso, vemos que el hombre se vale de los ángulos

para montones de cosas en la vida. Sabían, todavía incluso, cuando se talla un diamante, cuanto más ángulos tiene más atracciones tiene, más valor tiene. Pues bueno, vamos a ver entonces, ya hemos visto más o menos para qué sirven y vamos a ver cómo son. Y ¿qué era un ángulo? El ángulo es la abertura que forman las dos rectas al cortarse. Hay veces que algunos creen que el ángulo es mayor a medida de que lo mido más separado del punto donde se unen que era el vértice, y no. Lo único que hemos hecho es prolongar los lados de la abertura; la distancia sigue siendo la misma. ¿Son las rectas las mismas o las rectas han cambiado de dirección? ¿Aquí tiene la misma que aquí o cambia de dirección?

88. A: La misma.

89. P: Entonces, la abertura ¿cuál sería?

90. A: La misma.

91. P: Y esto es con lo que se podría comprobar cuando lo medimos. ¿Con qué se miden los ángulos?

92. A: Con un transportador de ángulos.

93. P: Con un semicírculo graduado, con el transportador ¿no? Ustedes tienen unos que son pequeñitos, aquí tenemos uno que es mayor... Pero si yo lo mido con el grande y ustedes con el pequeño, ¿ya no medirán lo mismo?

94. A: Sí.

95. P: Sin embargo el pequeño mide aquí y el grande aquí ¿o no?

96. A: Sí.

97. P: Pero, ¿qué es lo qué medimos? ¿El tamaño de los lados o la abertura?

98. A: La abertura.

99. P: Pues es la misma siendo a lo largo de toda la proyección de los lados ¿eso estaba claro?

100. A: Sí.

101. P: Bueno, cuando ustedes hacen un ángulo, yo no sé si ustedes saben que en este ángulo hay dos ángulos ¿o no?

102. A: No contestan.

103. P: A ver, ¿alguien ve los dos ángulos?

104. A: Sí.

105. P: ¿Cuáles ves?

106. A: Uno dentro y otro fuera.

107. P: ¡Ah! Vemos uno dentro y otro fuera.

108. A: El cóncavo es uno.

109. P: Sí, el ángulo convexo y el ángulo cóncavo. ¿Cuál era el convexo? El que se formaba por la parte interior, siempre, siempre, va a medir menos de 180º...

110. A: Y el cóncavo mide más de 180º...

111. P: Entonces, está claro ya más o menos qué ángulos se forman al cortarse dos rectas. Supongo que también se acordarían de qué rectas se cortan al cortar forman dos semirrectas, y qué forman... ¿Cómo se llaman estas partes del ángulo?

112. A: Lados.

113. P: Los que lo delimitan son lados. Y la parte interna, que ya hablaremos de ello, es la región...

114. A: Angular.

115. P: También hemos visto, yo no sé si ustedes se fijaron en los ángulos que se formaron ahí. ¿Y eran todos iguales?

116. A: No, sí.

117. P: Fíjense por ejemplo aquí, verán que uno es más pequeño, otro es mayor... Por lo tanto, los ángulos habría que clasificarlos según ¿el qué? ¿El tamaño de los lados?

118. A: No.

119. P: Entonces, ¿qué define al ángulo?

120. A: La abertura.

121. P: La abertura. A medida que tenga mayor o menor abertura, los ángulos los podríamos clasificar en tres clases. Yo siempre les he dicho que el más fácil es que miren a partir de uno del que siempre hablan si es mayor o es menor porque ése es con el que lo comparamos, sería un ángulo recto. ¿Y qué será un ángulo recto? Un ángulo recto es aquél que está formado por dos perpendiculares y por lo tanto tiene que medir 90º. Si mide más o menos está claro que iba a cambiar de denominación. No sé, me acuerdo también que lo hicieron en plástica. ¿Trazaron perpendiculares a una recta?

122. A: Sí.

123. P: Vamos a trazar entonces una perpendicular a una recta para ver entonces cómo

teníamos un ángulo ¿qué?

124. A: No contestan.

125. P: ¿Qué clase de ángulo formábamos? Si las rectas son perpendiculares...

126. A: Un ángulo recto.

127. P: Un ángulo recto. Cogíamos el compás trazábamos un poquito más de lo que podía medir la recta lo pasábamos por los dos lados, los uníamos y veíamos que se han formado...

128. A: Dos ángulos rectos.

129. P: Dos ángulos rectos, ¿dos?

130. A: Cuatro.

131. P: Cuatro ángulos rectos. Bueno, ¿cuándo serían los ángulos rectos?

132. A: Cuando midan 90º.

133. P: Cuando midan 90º y supongo que ya todos sabemos utilizar un semicírculo...

134. A: Yo sí.

135. P: Que teníamos que hacer centro poner en sentido horizontal el 180º ¿y por qué? Porque mide un poquito más; veíamos entonces que mide en efecto 90º. Si mide 90º ¿cómo se llama que se me olvidó?

136. A: Ángulo recto.

137. P: Recto ¿cómo sería los que midan más y los que miden menos?

138. A: Los que miden menos, agudos y los que miden más, obtusos.

139. P: ¡Ah! Entonces ¿éste es agudo?

140. A: Obtuso.

141. P: ¿Por qué?

142. A: Porque mide más de 90º.

143. P: ¿Y qué es lo que mide más de 90º?

144. A: El ángulo.

145. A: La abertura.

146. P: ¿Y qué puede ser entonces?

147. A: Agudo.

148. P: Y los dos juntos ¿cuánto suman?

149. A: 180º.

150. P: Bueno, pues vamos a ver ahora lo que son ángulos complementarios. Ángulos suplementarios y lo que es complemento y lo que es suplemento de un ángulo. Eso creo que lo dieron ya el año pasado ¿o no?

151. A: Sí.

152. P: Ángulos complementarios y ángulos suplementarios y decía que complemento de un ángulo era lo que faltaba a un ángulo para medir ¿cuánto?

153. A: No contestan.

154. P: ¿No lo dieron el año pasado? 90º un ángulo recto, y suplemento es lo que le falta para medir...

155. A: 180º.

156. P: Ni uno más.

157. A: Ni uno menos.

158. P: Ni uno menos. Repito: ángulos complementarios ¿qué serán? O ¿cuáles serán? Los que sumados midan...

159. A: 180º... 90º, 90º.

160. P: Y entonces vamos a enumerar estos ángulos que están aquí, la suma de quienes formarán ahí un ángulo complementario.

161. A: Del 2 y el 3.

162. P: Del 2 y el 3. ¿Y la suma y suplementario podría ser eso...? ¿Podrían ser suplementario? ¿Por qué no? El 2 y el 3 podrían ser suplementarios.

163. A: No.

164. P: Y ¿por qué no?

165. A: Porque miden 90º.

166. P: ¡Ah! Y si éste ángulo ¿cómo se llama que se me olvidó?

167. A: Obtuso.

168. P: Vamos a llamar ahora $\hat{1}$ y al otro $\hat{3}$. Entre los dos ¿serían complementarios? ¿O qué?

169. A: No.

170. P: ¿Y cuál sería el complemento del suplemento del 1?

171. A: El $\hat{3}$.

172. P: ¿Y el del $\hat{3}$?

173. A: El $\hat{1}$.

174. P: Bueno, esto está claro. Los ángulos complementarios, los ángulos suplementarios, lo que es un ángulo recto, un ángulo agudo y ángulo obtuso.

175. A: Sí.

176. P: Bueno, pues ahora D. Santiago sale y me explica el ángulo que quiera.

177. A: ¿Un ángulo cualquiera?

178. P: Sí. ¿Qué clase sería ése?

179. A: Un ángulo agudo.

180. P: ¿Por qué?

181. A: Porque mide más de 90º.

182. P: ¿Mide...?

183. A: Menos de 90º.

184. P: ¿Y cuál sería el complemento más o menos de ese ángulo? Si éste fuese perpendicular ¿Cuál sería el complemento?

185. A: Éste.

186. P: ¿Ése? ¿Cuándo son complementarios?

187. A: No contesta.

188. P: ¿No es cuándo miden 90º?

189. A: Sí.

190. P: ¿Y cuánto le falta a éste para medir 90º? Más o menos.

191. A: 45º, o que lo halle.

192. P: No, no. No estamos diciendo que lo haga un ángulo sino que lo haga ahí más o menos a ojo, a ver si por lo menos somos capaces de trazar los ángulos más o menos a ojo.

193. A: 45º más o menos.

194. P: No, no, yo no he dicho cuanto vale sino que me traces a ese, al complementario, más o menos. ¿Y qué tendría que suceder con esos dos ángulos para buscar el complementario?

195. A: Que mida 90º.

196. P: ¿Y dónde hay ángulos de 90º en la clase?

197. A: Pues, (señala la pizarra).

198. P: ¿Dónde más?

199. A: Los pilares.

200. P: Pilares, el pilar ¿con quién?

201. A: Con la plancha.

202. P: ¡Ah! Con la plancha. Entonces está claro lo que son ángulos complementarios y cómo hacerlos. Quiere medirme a ver en cuánto se equivocó usted ahí, si se equivocó en algo, en el ángulo ése. ¿Quiere decirme cuánto mide? Sí, pero si mide así me da que no mediría nunca...¿Cuál es el vértice? ¿Y el vértice? Miren el total en un grado y son uno de 89º ¿Y cuánto mide el ángulo menor?

203. A: 60º.

204. P: ¿Seguro?

205. A: Sí.

206. P: ¿Y el mayor?

207. A: 90º.

208. P: El mayor de estos dos.

209. A: ¿De estos dos?

210. P: Sí.

211. A: 60º.

212. P: ¿Es el menor o es el mayor?

213. A: El menor.

214. P: Mira a ver si es menor o mayor de esos dos.

215. A: Pero ¿de éstos dos?

216. P: De éste y éste.

217. A: Éste es menor...

218. P: ¿Y cuánto mide?

219. A: 30º.

220. P: 30º, medio día para verlo. Bueno, si yo te digo que un ángulo mide 38º, ¿cuánto mide el

complementario?

221. A: No contesta.

222. P: ¿Pero qué te dije yo?

223. A: Un ángulo de 38º.

224. P: Yo te estoy preguntando que si un ángulo mide 38º ¿cuánto mide el complementario? Eso te da... Tiene que medir más de 38º. ¿Sabes diferenciarlo?

225. A: Más o menos.

226. P: Más o menos. Vamos a ver cuánto mide más o menos. ¿Y cuánto medirá el suplementario? ¿Cuánto tiene que sumar entre los dos? Si ése mide 38º...

227. A: 38º mide el otro.

228. P: ¿38º?

229. A: No, 48º.

230. P: 48º...

231. A: 22º.

232. P: Mira a ver.

233. A: 52º.

234. P: ¡Ah! Vaya hombre, 52º. Si uno mide 70º ¿cuánto mide el complementario?

235. A: La mitad.

236. P: ¿Quieren callarse? Por lo menos no dicen disparates.

237. A: 20º.

238. P: 20º. Y si uno mide 120º ¿cuánto medirá el suplementario?

239. A: 20º.

240. P: ¿Cuánto te mide entre los dos?

241. A: No, 180º.

242. P: Si es 120º.

243. A: 60º.

244. P: 60º siéntate. A ver, Llarena, escribe tres ángulos.

245. A: ¿Borra?

246. P: Borra todo. ¿Qué clase de ángulos serán ésos?

247. A: Obtuso, agudo y obtuso.

248. P: Obtuso, agudo y obtuso. ¿Quiere decirme cuál es el complemento de un obtuso?

249. A: Un agudo.

250. P: Pero ¿qué dije yo?

251. A: Que clase de ángulos...

252. P: ¿Por qué?

253. A: Porque mide 90º.

254. P: ¡Ah! Y el suplemento.

255. A: Un agudo.

256. P: ¿Y el suplemento de un agudo?

257. A: Un obtuso.

258. P: Bien, te sabes la contestación del agudo. ¿Sabe por qué es eso? Porque las rectas están tan rectas que ahora al medirla...pst. ¿Está cansado?

259. A: No.

260. P: A la hora que vino no creo que esté cansado.

261. A: No.

262. P: A la hora que vino no creo que esté cansado.

263. A: No, que va.

264. P: ¿Cuánto?

265. A: 107º.

266. P: 107º, sí. Sigue haciendo los otros. ¿Cuál es el mayor de los tres entonces?

267. A: 138º.

268. P: ¿Y cuál será el suplementario de 138º?

269. A: 52º.

270 P: ¿52º? Sumen. No entiendo, si no sabe restar, si lo quiere hacer de cabeza, aunque yo creo que hoy está un poquito ida, porque 138º más 52º son 190º que yo sepa, te sobran 10º, no pueden ser 52º. ¿Cuánto sería?

271. A: 42º.

272. P: 42º; ¿y cuál sería el suplementario del 54º, el suplementario?

273. A: ¿El suplementario?

274. P: Sí.

275. A: 126º.

276. P: Sí, 126º ¿y el complementario?

277. A: 33º.

278. P: Vale. Bueno, vamos a ver ahora entonces también cómo nombrábamos los ángulos. Supongo, y vamos a aprovechar que aquí tenemos dos puntos de ángulos, que no sabían... ¿Quieren atender? Que para nombrar ángulos en una figura cualquiera, ¿quieren atender? siempre los nombrábamos por medio de o tres letras que ponemos en sus extremos, una en el vértice y en los extremos de los lados, o por medio de una letra que ponemos en el ángulo, pero... y aquí es donde estaba el pero, siempre, siempre, siempre que nombremos un ángulo, sea recto, agudo, obtuso, sea la clase de ángulo que sea, el vértice debemos hacerlo coincidir en medio de las tres letras. Si hace ángulo A$\hat{B}$O, siempre el ángulo, el vértice del ángulo que es el que va a dar nombre al ángulo según mida más de 90º, 90º o menos, que sería recto, agudo y obtuso. El vértice es el que tenemos que nombrar siempre en medio. Por lo tanto, ¿cómo sería éste ángulo?

279. A: AÔB.

280. P: AÔB y siempre que sea un ángulo le tenemos que poner un angulito en la parte superior. ¿De qué otra forma podríamos nombrarlo?

281. A: BÔA.

282. P: BÔA ¿y esto que sería?

283. A: Un ángulo.

284. P: No señor, esto es una serpiente y gorda. ¿Una boa qué es?

285. A: Una serpiente.

286. P: Pues, siempre, siempre lo que está claro es que la letra del vértice que es la que va a dar origen a la nominación del ángulo la deberíamos poner en medio. Montones de veces también le ponemos una letra del alfabeto griego, se acuerdan por ejemplo de alfa, betta, gamma, pi, fi, ro, cualquiera que sea. Y este otro, también lo teníamos que nominar, o bien poniéndole una letra minúscula, mayúscula, como les de la gana, una letra griega. En este caso, ¿cómo sería ésta?

287. A: Alfa ¿no?

288. P: Alfa es ésta.

289. A: Betta.

290. P: La betta es la B.

291. A: Gamma.

292. P: Gamma y también lo nombrábamos haciendo incidir la letra del vértice en medio y sería A$\hat{B}$C o C$\hat{B}$A. ¿Esto estaba claro? Bueno, pues ya tenemos por hoy.

2ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 1º ESO
FECHA: 20-05-97

1. P: Bueno, habíamos visto el otro día lo de los ángulos y ahora vamos a ver los elementos de un triángulo. Vamos a empezar por los elementos que componen el triángulo, ¿está claro? Está formado por ángulos y lados, ya habíamos visto las clasificaciones de los ángulos, cómo se denominaban, qué era un ángulo recto, un ángulo agudo, un ángulo obtuso... Y vamos a ver qué relación existe entonces entre el concepto de ángulo y el concepto de lado. Supongo que todos habrán visto, si yo tengo en la mano, ¿qué tengo en la mano?

2. A: Un cartabón.

3. P: Y ¿qué clase de ángulos tiene?

4. A: Recto y dos agudos.

5. P: Un recto y dos agudos. Y yo pregunto, ¿quién es el mayor de todos?

6. A: El recto.

7. P: Y ustedes, ¿ saben contestar más o menos a simple vista que lado es mayor?

8. A: No.

9. A: El de arriba.

10. P: A ver, el perpendicular, el inclinado o abajo.

11. A: El inclinado.

12. P: Y el inclinado a que ángulo se está oponiendo, cuál es el ángulo que tiene frente...

13. A: Al recto.

14. P: Bueno, vamos a ver ahora si a simple vista sabemos distinguir estos dos ángulos que están aquí. Este ángulo y este otro ¿cuál creen ustedes que es mayor?

15. A: El de abajo.

16. P: Y si se dan cuenta que lado es mayor el que se opone a éste de abajo, éste de abajo ¿cuál es? El lateral, el ángulo que se opone al de abajo digo el lado ¿cuál es?

17. A: El...

18. P: ¿Qué lado se opone a éste ángulo? ¿No se opone a la altura?

19. A: Sí.

20. P: Y la altura será ¿mayor o menor que la base?

21. A: Mayor.

22. P: Y que altura es mayor ¿éste o este otro?

23. A: El de arriba.

24. A: El de abajo.

25. P: Y de ésta ¿no sacan ustedes ninguna conclusión? Siempre ¿qué es lo que va sucediendo, siempre el grande es mayor? ¿Qué es lo que pasa con el lado?

26. A: Es menor.

27. P: ¡Ah! Es menor, o sea, si el ángulo es mayor el lado opuesto es menor.

28. A: Mayor.

29. P: Entonces podemos sacar la conclusión que siempre, siempre a mayor ángulo se opone mayor lado y a menor ángulo se opondrá menor lado.

Pues vamos a ver qué relación guardan siempre entre sí los lados de un triángulo. Está claro que dice que en todo triángulo, tenga la forma que tenga el triángulo, siempre, siempre tiene que cumplirse que un lado cualquiera del triángulo siempre es menor que la suma de los otros dos, pero mayor que la diferencia de los otros dos. Vamos todavía a hacer mejor los lados con mayor diferencia. Quiere decirme, Laura, ¿qué clase de triángulos serían atendiendo a los lados?

30. A: Escalenos.

31. P: Escaleno. Y ¿por los ángulos?

32. A: Porque los lados...

33. P: Pero, ¿por los ángulos? Por los ángulos ¿qué clase de triángulo atendiendo a los ángulos sería...? Porque esto lo tenía que haber dado y esto es la clasificación de los lados de los ángulos. ¿Qué clase de triángulos es éste?

34. A: Ángulo, porque tiene un ángulo recto.

35. A: Obtusángulo.

36. P: Yo supongo que será obtusángulo. Bueno, entonces hemos dicho que en todo triángulo, y

ahora atiendan, siempre, siempre se tiene que cumplir que siempre, siempre el lado, el que sea, es un lado, siempre será menor que la suma de los otros dos, pero mayor que su diferencia, por lo tanto, el lado B, ¿será mayor o menor que la suma de A + C?

37. A: Menor.

38. P: Entonces el lado B siempre será menor que A +B; ¿si o no?

39. A: Sí.

40. P: A simple vista quizás nos cueste un poquito de verlo porque como es grande, pero ya lo veremos luego como en efecto el lado es menor. Vamos ahora al lado "C", "C" será mayor o menor ¿qué quién? "C" será menor que la suma, ¿de quién?

41. A: De A + B.

42. P: "C" es menor que A + B. Y también veremos que A es menor ¿qué quién? Que B + C. Por tanto, hemos dicho, que siempre, siempre en todo triángulo tenga la forma que tenga, sea como sea, siempre, siempre, un lado siempre es menor que la suma de los otros dos. Pero habíamos dicho que es mayor que la diferencia entre los otros dos. Por lo tanto, si es mayor que la diferencia B será mayor, ¿qué quién? Que la diferencia ¿entre quien...?

43. A: De A + C, de A – C...

44. P: De A – C, "C" será mayor que la diferencia ¿entre quién?

45. A: De A + B.

46. P: Y por último A será menor que la diferencia ¿entre quién?

47. A: B – C.

48. P: B – C. Bueno, entonces lo arreglamos. ¿Esto será verdad?

49. A: Sí.

50. P: Vamos a ver un triángulo cualquiera o vamos a formar un triángulo cualquiera, a ver si en efecto los lados son mayor que la su... Eh, siempre un lado es menor que la suma de otros dos y menor que la diferencia entre los otros dos. Supongo que aquí podríamos formar un triángulo, si tenemos tres lados...¿ Y qué formaríamos?

51. A: Un triángulo.

52. P: Sí o no.

53. A: Sí.

54. P: Y hemos dicho que siempre un triángulo, repito, tenga la forma que tenga, un lado cualquiera, vamos a poner el mayor, siempre, siempre es menor que la suma de los otros dos sumarlos es unirlos ¿O no? ¿No es juntarlos?

55. A: Sí.

56. P: Entonces ¿quién es mayor la suma de éstos dos o el lado de ese triángulo...?

57. A: La suma de los otros dos.

58. P: Entonces está claro que siempre, siempre un lado, aunque sea el mayor siempre es menor que la suma de los otros dos; sí o no.

59. A: Sí.

60. P: Siempre, siempre un lado sea el que sea es mayor que la diferencia entre los otros dos. La diferencia será lo que le falta a uno para ser igual al otro o lo que le sobre a uno con respecto al otro. Sí o no. ¿Cuál es la diferencia entre éstos dos lados? ¿No será éste pedacito de aquí a aquí?

61. A: Sí.

62. P: Y no sé pero... ¿Se notará que es mayor el otro que ése?

63. A: Sí.

64. P: Entonces, ¿es o no es mayor que la diferencia?

65. A: Sí.

66. P: Y si existe una diferencia entre estos dos supongo que será de aquí a aquí, ¿o no? Y éste otro, ¿es mayor que la diferencia?

67. A: Sí.

68. P: Entonces hemos llegado a la conclusión de: todo triángulo tenga la forma que tenga, sea como sea, siempre, siempre, un lado, el que sea es menor que la suma de los otros dos. ¿Es o no es menor que la suma? Pero siempre, siempre también es mayor que la diferencia. ¿Esto está claro? ¿Está claro?

69. A: Sí.

70. P: ¿Seguro?

71. A: Sí.

72. P: Ahora cada uno me saca otra hojita que hoy no vamos a hacer angulitos, pero vamos a hacer otra cosita, venga. Coja cada uno, una hoja, una hoja cualquiera.

73. P: A ver, ahora cada uno con la hoja haga el triángulo como quiera. Un triángulo, cada uno haga el que quiera.

74. A: ¿Uno?

75. P: Uno, o dos, o tres, me es igual. Venga, hagan un triángulo, cada uno como quiera.

76. A: ¿Lo cortamos?

77. P: Claro, que quede el triángulo sólo en la mano. Tengan cuidado al cortar los vértices que no se rompan mucho para que no quede tan feo. Bueno, ¿tiene cada uno ya el tema en la mano?

78. A: Sí, no.

79. P: Ahora cada uno enumere del 1 al 3 los vértices del triángulo ¿Ya los numeraron?

80. A: No.

81. P: Ahora lo que vamos a ver o demostrar que cada uno tiene un triángulo ahí a su forma, unos tendrán rectángulos, otros tendrán obtusángulos o lo que sea. Les vamos a demostrar que siempre, siempre, entiendan, los tres ángulos de un triángulo suman 180º. Cojan el triángulo, cojan los ángulos y lo partimos en tres pedazos sin romper los ángulos. ¿Ya los tienen?

82. A: Sí.

83. P: Bueno, pues ahora cada uno vamos a hacer lo de los puzzles ponemos primero, unan, el otro a ....¿Ya lo unieron?

84. A: Sí.

85. P: ¿Quieren decirme cómo le quedaron las bases al unir los tres ángulos? ¿Qué le dieron?

86. A: Rectos.

87. P: Rectos. Y si es recto ¿cuánto... Quieren atender por favor? ¿Les dio recto? ¿Sí o no?

88. A: Sí.

89. P: Si es recto supongo que me va a decir que cuántos ángulos rectos hay en ese llano. ¿Quieren atender?

90. A: Dos.

91. P: ¿Hay dos ángulos rectos en ese llano? Si hay dos ángulos rectos en ese llano, ¿cuánto miden los tres ángulos de cada uno de los triángulos de ustedes?

92. A: 180º.

93. P: 180º. Por lo tanto, siempre, siempre, en todo triángulo, en este mismo que tenemos aquí sea y tenga la forma que tenga podemos, vamos a denominar los ángulos: alga, beta y fi, y siempre tenemos que alfa + beta + fi a que es igual...

94. A: A 180º.

95. P: A 180º. Repito, en todo triángulo, el que sea, grande, pequeño, obtusángulo, lo que ustedes quieran, siempre, siempre, siempre, la suma de los tres ángulos tiene que medir 180º. Margarita, partiendo de que la suma de los tres ángulos que tienes ahí tienen que medir 180º, yo te pregunto: ¿en un triángulo podrán haber dos ángulos rectos? Si, no y por qué.

96. A: ¿En un triángulo?

97. P: Sí. ¿Pueden haber dos ángulos rectos? Estamos partiendo de que los tres ángulos de un triángulo tienen que sumar siempre 180º; ¿sí o no?

98. A: No.

99. P: ¿Por qué?

100. A: Porque un triángulo tiene tres lados y tiene que medir 180º.

101. P: Si tiene tres lados, ¿qué tiene que tener también entonces?

102. A: Tres ángulos.

103. P: Tres ángulos, ¿y qué es lo que pasaría? ¿Por qué no puede tener entonces dos ángulos rectos?

104. A: Porque si no sólo tendría dos lados.

105. P: ¡Ah! ¿y se podría formar un triángulo con dos ángulos?

106. A: No.

107. P: No. ¿Y puede tener uno recto y obtuso?

108. A: No.

109. P: ¿Por qué?

Y D. Santiago usted sabría decirme en un triángulo rectángulo isósceles, ¿sabe qué sería un triángulo rectángulo isósceles? ¿Cuál sería?

110. A: Tiene que haber un ángulo de 90º y dos agudos.

111. P: Sí pero dos agudos tendría que tenerlos todos. Roberto...

112. P: Dos que midan 45º y uno 90º.

113. P: Sí, oye y si tiene 45º son los dos iguales y uno 90º ¿qué será un triángulo rectángulo

isósceles?

114. A: Un triángulo que mide 90º y dos 45º.

115. P: Y dos 45º, pero si miden los dos ángulos 45º que es adonde yo voy ¿qué le pasa a los lados? ¿Qué es triángulo isósceles?

116. A: Los que tienen tres lados iguales.

117. P: ¿Y escaleno?

118. A:

119. P: Entonces un triángulo rectángulo isósceles no será el que tiene un ángulo recto...

120. A: Y dos desiguales.

121. P: Y dos lados...

122. A: Desiguales...

123. P: ¿Cómo qué desiguales? Iguales. ¿Y cuánto tendrían que medir entonces...?

124. A: 180º.

125. P: ...cada uno.

126. A: ¡Ah!

127. P: De los dos ángulos agudos del triángulo rectángulo isósceles.

128. A: 180º.

129. P: Cada uno.

130. A: 45º.

131. P: A ver, Laura. Vamos a ver, pinte usted ahí.

132. A: ¿Con la regla?

133. P: Como quieras. Bueno, se ve que a simple vista éste es menor que éste. Póngale letras. Vamos a suponer que el ángulo $\hat{C}$ mida 65º, que el $\hat{B}$ mida 60º. Pregunto, ¿cuánto mediría $\hat{A}$?

134. A:	65º	180º
	60º	125º
	125º	055º

135. P: De acuerdo. Cojan un semicírculo a ver cuantos disparates cometimos más o menos... El $\hat{B}$ 51º, el C 75º y entonces quiere decir que el $\hat{A}$ tendría que medir 9 más, debería de medir 64º. A ver Juan... Aprovechen el triángulo que tenemos ahí en la pizarra y midan los tres ángulos a ver si más o menos... ¿Quiere callarse? Mire a ver ahora qué error puede haber ahí en la medición del triángulo ese...

136. A: ¿A ver si me da 180º?

137. P: Pues supongo. Se pasó dos grados supongo que es casi lógico si tenemos en cuenta que los trazos son un poco gruesos y en un trazo se va bien, bien, un grado. Entonces está claro ya cuánto mide. Yeray...¿Quiere callarse Santiago? Y: 180º.

138. P: ¿Y pueden haber triángulos que midan 181º?

139. A: No.

140. P: Y 179º.

141. A: No, ni más ni menos.

142. P: Tiene que medir exactamente 180º que es como un ángulo recto, un ángulo recto tiene que medir exactamente 90º. Desde que se pase un segundo ya sería un ángulo obtuso. Bueno, pues vamos a seguir. Y ahora vendría la clasificación de los triángulos atendiendo a sus lados y atendiendo a sus ángulos. Atendiendo a los lados, los triángulos se clasifican según el número de lados que tengan iguales y según el número de lados que tengan distintos. Cuando un triángulo tiene los tres lados iguales diremos que es un triángulo equilátero. Si se dan cuenta de la palabra, equilátero, quiere atender Santiago, es una palabra compuesta, ¿o no?

143. A: Sí.

144. P: Equi..., aunque siempre ponen equis, cuando ustedes están poniendo una quiniela y ponen una equis...

145. A: Es empate.

146. P: Es un empate. Y si no es un empate ¿cómo quedarán...?

147. A: 1 ó 2, depende de quien gane.

148. P: El mismo resultado, iguales ¿no?

149. A: Sí.

150. P: Entonces equilátero será igual lado ¿sí o no?

151. A: Sí.

152. P: Pues vamos a hacer entonces un triángulo equilátero. Supongo que ustedes en plástica ya lo hicieron, por eso les hablo de la formación de las figuras. Hicieron la construcción de triángulos y

de los polígonos regulares. Lo hicieron en plástica ¿no?

153. A: Sí.

154. P: La bisectriz, la mediatriz...

155. A: Sí.

156. P: Se acordarán que para cumplir un triángulo equilátero trazan un lado cualquiera, cogen el semicírculo, hacen dos semicírculos haciendo centro en los extremos, unimos los lados y tendríamos un triángulo equilátero. Bueno, en éste triángulo equilátero o para que este triángulo sea equilátero ¿qué condiciones tiene que cumplir?

157. A: Que tenga todos los lados iguales.

158. P: Que tenga todos los lados iguales y por lo tanto "A" será igual ¿a quién?

159. A: A "B".

160. A: Igual a C.

161. P: Igual a C. Bueno, y si tiene los tres lados iguales ¿quieren decirme cómo serán los ángulos?

162. A: Iguales.

163. P: ¿Seguro?

164. A: Sí.

165. P: ¿Y no es lo mismo que a igual lado se opone igual ángulo y a mayor lado mayor ángulo?

166. A: Sí.

167. P: El ángulo $\hat{A}$ tendrá que ser igual a $\hat{B}$ y también tendrá que ser igual a $\hat{C}$. Santiago, ¿qué tanto hablas?. Si los tres ángulos son iguales, ¿cuánto suman los tres ángulos?

168. A: 180º.

169. P: ¿Cuánto vale entonces cada uno...?

170. A: 60º.

171. P: ¿Por qué?

172. A: Porque son tres lados y si mide 180º divides 180º entre tres y te da 60º.

173. P: ¿Están todos de acuerdo que tiene cada uno que medir 60º?

174. A: No contestan.

175. P: ¿Sí o no?

176. A: Sí.

177. P: Tienen que medir 60º cada uno de los ángulos. ¿Sí o no?

178. A: Sí.

179. P: Gonzalo, a usted esto no le interesa, esto no va contigo. Si los tres lados son iguales también... ¿quieren atender? Lo serán, porque hemos dicho a igual lado igual ángulo, mayor lado mayor ángulo, menor lado menor ángulo. Por lo tanto, cada uno de los ángulos $\hat{A}$ tendrá que se igual a 60º, $\hat{B}$ y $\hat{C}$ igual a 60º. ¿Por qué? Porque si los tres son iguales 180º dividido entre tres nos daría 60º. Por tanto cada uno tendría que ser igual a 60º, ¿estamos de acuerdo?

180. A: Sí.

181. P: El siguiente triángulo será si éste tiene los tres iguales ¿cuántos tendrá que tener el otro iguales?

182. A: Dos iguales y uno desigual.

183. P: Tendrá que tener dos iguales y uno desigual, ese triángulo que tiene dos iguales y uno desigual será un triángulo isósceles. Bueno, este triángulo que tenemos ahí ABC, ¿cuándo será un triángulo isósceles? Cuando tenga dos lados iguales y uno desigual. Entonces ¿qué condición tiene que tener para que sea isósceles? Lo que está claro a simple vista es que el lado A es igual al B, ¿verdad?

184. A: Sí.

185. P: ¿Cómo vas a decir sí o no, si no estás atendiendo?

186. A: Es mayor que el A.

187. P: Y ¿Por qué no atiendes? A simple vista se ve que el lado "B" es mayor que el "A", y a simple vista podíamos ya quizás ver que "C" y "B" puede que sean iguales. Entonces, para que un triángulo sea isósceles tiene que cumplir con la propiedad de que tiene que tener dos lados iguales y uno...

188. A: Desigual.

189. P: Desigual, entonces sería "C" igual a "B" y distinto de "A". ¿Sí o no?

190. A: Sí.

191. P: Yo pregunto. Y un triángulo isósceles, ¿cuántos ángulos tiene que tener iguales? No

oigo Margarita.

192. A: Dos.

193. P: ¡Pero hable!

194. A: Dos.

195. P: ¿Ustedes oyen?

196. A: No que va.

197. P: Tiene que tener también dos ángulos iguales. ¿Y qué ángulos serán los iguales? Laura...

198. A: El $\hat{C}$ y el $\hat{B}$.·

199. P: El $\hat{C}$ y el $\hat{B}$, ¿Por qué? Porque son los que se oponen a los ángulos a los lados iguales y entonces también podríamos poner que el ángulo $\hat{B}$ es igual al ángulo $\hat{C}$, pero también es distinto del ángulo Â. Alejandro ¿Usted está atendiendo?

200. A: Sí.

201. P: ¿Quiere decirnos de los tres ángulos de este triángulo cuál es el menor?

202. A: El Â.

203. P: ¿Por qué?

204. A: Por ser el más pequeñito.

205. P: Pero ¿por qué crees tú que el ángulo Â es el menor?

206. A: Porque se ve más chiquito.

207. P: ¿Por qué se ve más chiquito?

208. A: Porque los dos son iguales.

209. P: ¿Por qué crees tú, cuál tiene que ser el menor?

210. A: El Â.

211. P: ¿Por qué?

212. A: Porque se opone al lado menor.

213. P: Porque se opone al lado menor. ¿O no se opone al lado menor? Y no hemos dicho que a mayor lado mayor ángulo y a menor lado menor ángulo.

214. A: Sí.

215. P: Por lo tanto, el ángulo Â tiene que ser el ángulo menor de todos. Ya están cansados ¿verdad?

216. A: No.

217. P: Ya están cansados antes de empezar.

218. A: ¡Qué va!

219. P: Ya hablaremos después a ver quién no se va a ir hoy a las 3. Yo no tengo prisa. Vamos a ver entonces qué es lo que se tiene que cumplir en un triángulo escaleno o cuándo será un triángulo escaleno. Hasta ahora hemos visto un triángulo que tiene, ¿cuántos lados iguales?

220. A: Tres.

221. P: ¿Y era?

222. A: Equilátero.

223. P: Hemos visto éste otro caso que ¿cuántos lados tiene iguales?

224. A: Dos y uno desigual.

225. P: El tercer caso se nos podría dar ¿cuál será?

226. A: El escaleno.

227. P: El que no tiene ningún lado igual. Y si no tiene ningún lado igual lo llamamos escaleno. Ya les he dicho que escaleno se puede asimilar a la escalera; tengan en cuenta los escalones de la escalera, unos son más largos que altos y que anchos. O sea, las tres dimensiones, largo, alto y ancho son distintas. Bueno, pues para ustedes recordarlo piensen lo mismo escaleno, escalera. Equilátero. Supongo que ése no tiene ningún problema siempre que se acuerden el significado de la palabra equis, ¿que significaba qué?

228. A: Igual.

229. P: ¿Y látero?

230. A: Iguales lados.

231. P: Bueno, este triángulo, si tiene los tres lados desiguales a primera vista será un triángulo, ¿tú crees que esto es igual a esto?

232. A: No, yo estoy diciendo estos dos de aquí.

233. P: Éste y éste, ¿son iguales? ¿Tú crees?

234. A: Sí.

235. P: Mira a ver, más o menos la abertura que hay ahí, mira a ver si tu crees que son iguales.

236. A: Los dos.
237. P: Yo pregunto: para que éste triángulo sea escaleno ¿qué es lo que se tiene que cumplir?
238. A: Que los tres lados sean distintos.
239. P: ¿Y si los tres lados son distintos "A" será igual a "B" e igual a "C"?
240. A: No.
241. P: Entonces ¿cómo será?
242. A: Desigual.
243. P: "A" distinto de "B" y distinto de "C". Si los lados son iguales, repetimos lo mismo, ¿qué pasa con los ángulos? Digo, si son distintos.
244. A: Que son distintos.
245. P: Son distintos. Â será distinto de $\hat{B}$ y distinto de $\hat{C}$. ¿Sí o no?
246. A: Sí.
247. P: A ver, Roberto, y de éstos tres ángulos que están aquí ¿cuál crees tú que es el mayor?
248. A: El Â.
249. P: ¿Por qué? Para que el Â sea el mayor ¿qué tendría que suceder? ¿Qué lado tendría que ser mayor? ¿Qué lado Mª Elena? Para que el ángulo Â sea el ángulo mayor, ¿cuál es el lado que tendría que ser mayor?
250. A: El "A".
251. P: El "A", ¿o no? ¿Y cuál será, Juan, el ángulo menor?
252. A: El $\hat{C}$.
253. P: ¿Por qué?
254. A: Porque es el más pequeño, me imagino.
255. P: Pero, ¿y por qué es el más pequeño?
256. A: El opuesto.
257. P: ¿Por qué es el más pequeño Desi?
258. A: Porque es menor que Â y que $\hat{B}$.
259. P: ¡Ah! Porque es menor AB ¿Y AB no sería también C? O el lado C no es el lado menor a simple vista ¿O no es menor? Si es el menor, ¿cómo tiene que ser el ángulo?
260. A: Menor.
261. P: Es menor. Bueno, entonces está claro, que atendiendo a los lados los triángulos los vamos a clasificar en tres clases distintas. Primer caso: tenía los tres lados iguales. Si tiene los tres lados iguales, recuerden que hablábamos de igual hay algo que significaba igual que era la equis, ¿o no?
262. A: Sí.
263. P: Por eso viene lo de equi-látero, equi—igual, látero—lado.
El triángulo equilátero tiene los tres lados iguales y por consiguiente los tres ángulos...
264. A: Iguales.
265. P: ¿Y cada uno tiene que medir?
266. A: 60º.
267. P: Ángulo isósceles. Si el equilátero tiene tres iguales el isósceles tiene...
268. A: Dos iguales y uno desigual.
269. P: Dos y uno desigual; tiene dos iguales. También tiene que tener igual ¿cuántos ángulos?
270. A: Dos.
271. P: Dos y por último, el escaleno. Recuerden que dije que lo de escaleno lo asimilen a escalera. Un escalón tiene distintas dimensiones de largo, de alto y de ancho. Entonces tendrá los tres lados distintos. Si los tres lados son distintos, los tres ángulos ¿cómo son?
272. A: Distintos.
273. P: Distintos. Bueno y ahora vamos a ver la clasificación de los triángulos atendiendo a sus ángulos. Pregunto (toca la campana). ¿Se nos fue la hora?
274. A: Sí.
275. P: No podemos terminar porque se nos fue la hora.

TRANSCRIPCIONES DE LAS DOS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS DESPUÉS DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 1º ESO
FECHA: 9-02-98

1. P: Una vez que habíamos hecho los test, ¿se acuerdan los test que hicimos? ¿No?

2. A: Sí.

3. P: Bueno, pues vamos a empezar el desarrollo de los temas y vamos a empezar con los ángulos. Alguien en principio debieron saber... No sé si lo han hecho ustedes porque estaban en cuarto, ahora vienen con algunas ideitas y algunas malas ideas. Lo primero que vamos a hacer es lo que hemos dicho siempre. Para poder entender algo hay que leerlo, si no, no vamos a tener idea de lo que va a ir, como vamos a ser muchos y yo reconozco que hay algunos que leyendo son... de "ortobelo". Vamos a empezar a leer uno de cada grupo. Primero vamos a leer bien, bien, la actividad sobre la que vamos a trabajar y luego empezamos a desarrollarla. Venga, empiece usted misma Myriam, y atiendan los demás ahora ¿eh? Tienen que seguir la lectura.

4. A: Actividad número uno: noción de ángulo tipo manipulativo. Objetivo: Repasar la noción... de ángulo utilizando cuerdas materiales.

5. P: Un momento, supongo que ya todos tienen alguna noción de lo que es un ángulo y que habrán visto los ángulos. Ahora me da que a veces, por lo de los test, algunos tienen una noción de los ángulos quizás deformada. Yo veía algunos que creían que el ángulo pues no era algo como una tarta plana sino que un ángulo era algo que abarcaba un espacio infinito. Pero no dentro de un plano, sino dentro del espacio y lo que tenemos que tener bien claro, es que el ángulo es plano, es una parte plano. Venga, siga leyendo.

6. A: Materiales: tres cuerdas, regla y un pivote que puede ser la pata de una mesa.

7. P: Eso es para empezar a hacer la actividad ésta, pero esa actividad que la tenemos ahí con la cuerda, en lugar de hacerla con una cuerda la vamos a hacer a lo mejor luego con un elástico y vamos a coger un geoplano. Daremos un geoplano para cada uno, para que vaya haciendo el trabajo cada uno. Venga.

8. A: Cogemos dos cuerdas que parten del mismo punto, se construye una ángulo en el patio o en el suelo de la clase y vamos a ver cuál es la región interior del ángulo espolvoreando arena, y eso... Las cuerdas tienen que estar pegadas al plano del suelo.

9. P: Por eso es lo que hemos dicho. Deben estar pegadas al plano del suelo para que luego no haya ningún error en que el ángulo tiene que ser un plano, que no puede ser una parte del espacio, aunque esa parte del espacio es una parte del espacio plana ¿eh? En el mismo plano, que esté siempre sobre una superficie... José Luis, vamos a ver, siga leyendo a ver si yo saco la...

10. A: Además se cogemos una tercera cuerda podemos recorrer el ángulo barriéndolo.

11. P: Sí.

12. A: Nos colocamos dentro o fuera del ángulo, dejamos si es posible la huella del zapato y caminamos por dentro y por fuera del ángulo. Miramos el ángulo desde el vértice, colocándonos en el cero e imaginemos que nuestro ojo situado aquí en el punto de encuentro de las dos cuerdas es como un foco del cual salen rayos de luz que recubren o barren el ángulo. Esto se puede facilitar si al mismo tiempo un segundo niño va barriendo el ángulo con una cuerda, busca el ángulo visual que queda determinado mediante algún objeto de referencia que quieras. ¿Desde dónde o hasta donde llega o se abarca?.

13. P: Bueno, aparte de leer muy rápido pienso que había que leer un poco más lento para que nos fuésemos enterando todos. Vamos a hacer en principio la primera actividad, aunque ahí les dice que lo hagamos en el suelo, vamos a hacerla en la pizarra, vamos a imaginar que la cuerda va a ser la regla y con quien vamos a barrer para que vean luego lo que es las partes todas del ángulo. Lo que está dentro del ángulo lo vamos a hacer con la regla. Ya pondremos unos puntos en la pizarra a ver si ustedes están de acuerdo, están dentro, están fuera, que donde están en función del ángulo. Por lo tanto, vamos a ver... ¿Ustedes creen que en ese ángulo, qué letras estarán dentro qué letras estarán fuera de ese ángulo? Felipe...

14. A: La A y la O están fuera.

15. P: La A y la O ¿y la F?

16. A: También.
17. P: ¿También?... Santiago.
18. A: Está dentro.
19. P: ¿Por qué?
20. A: Porque si alarga los lados del ángulo está dentro.
21. P: Pero, ¿qué le hace a los lados del ángulo?
22. A: Alargados.
23. P: Y eso de alargarlos ¿qué es? Si los prolonga ¿no?
24. A: Sí.
25. P: Si prolonga los lados del ángulo ¿dónde está el punto F, dentro o fuera?
26. A: Dentro.
27. P: Dentro, entonces el punto F estaría o no estará dentro del ángulo. Vamos a ver ahora por partes, si todos ya tienen bien claro lo que es el ángulo. ¿Qué es para usted el ángulo? Yasafat, ¿por qué no vienes y me pintas tú el ángulo, a ver?
28. A: ¿Yo?
29. P: ¿Sí, puedes salir bien ahí? ¿Qué es para ti el ángulo?
30. A: No contesta.
31. P: ¿Qué crees tú que es el ángulo? ¿Estas letras es el ángulo?
32. A: No.
33. P: No, ¿y éste?
34. A: Sí.
35. P: ¿Y éste de aquí?
36. A: Sí.
37. P: ¿Y éste?
38. A: Sí.
39. P: Y entonces, ¿qué es para ti un ángulo?
40. A: No contesta.
41. P: Y yo te preguntaré entonces, si todo esto es ángulo esto de aquí a aquí o esto aquí, ¿también sería ángulo?
42. A: Sí.
43. P: Y tú has oído algo donde dieron ustedes el año pasado se estaba hablando de unas regiones angulares. Si tú ves a las dos líneas que estaban ahí y tú ves ahora la regla ¿eh? Ese vértice, el centro del ángulo, ¿ esto será ángulo o no será ángulo?
44. A: No contesta.
45. P: ¿Qué será para ti el ángulo Sergio?
46. A: No contesta.
47. P: Es que ustedes tienen que haber dado ángulos, por eso es por lo que yo quiero a ver si tienen claro lo de los ángulos. Yo les he oído hablar de ángulos rectos... ¿Qué es un ángulo recto para ustedes?
48. A: Cuando mide 90º.
49. P: Cuando mide 90º, y si yo mido esto aquí ¿en qué lo mido? ¿En grados? ¿Una superficie la mido en grados?
50. A: No.
51. P: ¿En qué? ¿En qué mido la superficie de la clase? Por ejemplo, ¿con qué la mides? Con un transportador, un semicírculo graduado, ¿tengo que medir la clase?
52. A: No.
53. P: ¿Con qué la medimos entonces?
54. A: Con la regla.
55. P: Con la regla, y la regla, ¿qué son? ¿En qué viene la regla?, ¿en kilómetros?
56. A: En metros.
57. A: Entonces, ¿es lo mismo la región angular que el ángulo? El ángulo será la abertura que hay en las dos rectas, ¿sí o no?
58. A: Sí.
59. P: Y el paso comprendido entre ellas será la región angular. Por eso se miden los ángulos ¿en qué? Los miden en grados, ya tendremos que demostrarlo con grados. Por eso dice que ahí le habla de que hay dentro ¿de quién? ¿Del ángulo o de la región angular? ¿De qué te habla ahí? Cuando ahí habla de los pasos en la actividad ¿eh? Si nos tocaba dentro o fuera del ángulo, creo que estábamos hablando de esos puntos, ¿quiénes están dentro y quiénes están fuera?

60. A: No contesta nadie.
61. P: Por ejemplo ahí hay unos niños caminando ¿no?
62. A: Sí.
63. P: Y hay uno que está de frente y otra que está de espalda. ¿Quién está dentro del ángulo y quién está fuera?
64. A: El de frente está dentro y el de espaldas está fuera.
65. P: El de frente...
66. A: Está dentro.
67. P: ¿Y el de espaldas?
68. A: Está fuera.
69. P: Está fuera. ¿Y por qué está fuera?
70. A: Porque está fuera de allí.
71. P: Porque está fuera de allí, está fuera del ángulo visual porque lo habla abajo. Dice: busca el ángulo visual que queda determinado mediante algún objeto de referencia que quieras. ¿Qué es para ustedes el ángulo visual? O, ¿qué creen ustedes que sería un ángulo visual?
72. A: No contestan.
73. P: ¿Lo que yo tengo aquí detrás estará dentro de mi ángulo visual?
74. A: No contestan.
75. P: ¿Ustedes lo ven lo que tengo aquí detrás? ¿Lo ven ustedes?
76. A: Sí.
77. P: O sea, bueno, ustedes sí, ¿pero ustedes ven detrás de la espalda?
78. A: No.
79. P: ¿Y qué hacen ustedes para esa nueva definición de ángulo visual?
80. A: Un ángulo que puedas ver.
81. P: Que puedas ver. ¿Y qué es lo que tú puedes ver? ¿No será el ángulo que tú formes con la vista?, ¿eh? Si tu estás aquí, ustedes pongan las manos ahí, a ver si ustedes ven las manos de ustedes hacia los lados. Abran las manos, si ustedes miran hacia delante, ¿ustedes ven ahí las manos?
82. A: No.
83. P: ¿Están esas manos dentro de su ángulo visual?
84. A: No.
85. P: A ver, Santiago, mira para delante , a ver... ¿Yo qué estoy haciendo ahora aquí?
86. A: No sé.
87. P: ¿No sabes? ¿Está dentro de tu ángulo visual?
88. A: No.
89. P: Y entonces para los efectos tú no tendrías como si fueses dos líneas, ¿eh? Y todo lo que quede dentro de esas dos líneas ¿está dentro de tu ángulo visual? ¿Sí o no?
90. A: Sí.
91. P: Entonces ¿qué será el ángulo visual? Será el ángulo que formemos expresamente con vista, ¿y con quién?
92. A: No contestan.
93. P: ¿Hasta dónde llegaría nuestro ángulo visual?
94. A: No contestan.
95. P: A ver, Judith. ¿Tú crees que tu ángulo visual será el mismo con las gafas que sin las gafas?
96. A: No.
97. P: ¿O alcanzará lo mismo?
98. A: No.
99. P: ¿Cuándo alcanzaría más?
100. A: No.
101. P: ¿Cuándo alcanzaría más?
102. A: Con las gafas.
103. P: ¿Y si en lugar de tener las gafas tuvieras...¡qué se yo! Un catalejo, ¿tendrías más o menos ángulo visual?
104. A: Más.
105. P: Más, ¿en qué sentido? ¿En profundidad o en la abertura?
106. A: En profundidad.
107. P: ¿Por qué?
108. A: Porque...

109. P: Porque alcanzaría más lejos. ¿Sí o no?

110. A: Sí.

111. P: ¿Entonces qué será para ustedes el ángulo visual? El ángulo visual será todo el espacio que yo veo o alcanzo a ver ¿sí o no?

112. A: Sí.

113. P: Pero yo pregunto, habíamos hablado también que los ángulos están siempre en un mismo plano, ¿o no? Cuando yo miro ¿veo todo un plano?

114. A: No.

115. P: No, entonces dentro del ángulo visual yo tendré que planificar, o sea, una parte plana que cogería en mi ángulo visual. Ese ángulo visual, repito, será toda parte que esté limitada. Piensen que los lados de mi ángulo visual, el origen, ¿cuál sería del ángulo visual? ¿Qué sería para ti el origen, Carmen Nieves?

116. A: Los ojos.

117. P: Los ojos es una parte ¿o no? El origen ¿cuál es el origen, cuál es el vértice del ángulo? O el vértice del ángulo visual ¿cuál sería? Son los ojos, ¿sí o no? Porque es de donde parte, de donde, donde el ángulo se unen los dos lados que sería el vértice. Bueno, ahora aquí se dan cuenta dice, lea a ver qué dice, en la página once.

118. A: Colorea los lados y los vértices del ángulo que aparecen...

119. P: De los ángulos...

120. A: Que aparecen en las diferentes figuras.

121. P: Bueno, bueno, vamos a colorear de un color los vértices y de otro color los lados y luego dice... colorea...

122. A: El interior de uno de los ángulos en las tres primeras figuras extendiendo el color.

123. P: Sí.

124. A: Colorea con otro color la cuarta figura quitando las rectas que barren el ángulo.

125. P: Bueno, supongo que las tres figuras que están enumeradas saben a qué figuras se refieren, ¿no? Cuántas figuras hay aquí?

126. A: Cuatro.

127. P: La cuarta figura es la del ángulo que está barriendo ahí sobre el ángulo visual que está barriendo con lo que formaría un haz de rectas, ¿o no? ¿Eh? O sea, ese haz de rectas estaría formado por lo que decíamos antes, si yo tengo este ángulo... Atiendan un momento, esto es un ángulo, ¿sí o no?

128. A: Sí.

129. P: Y éste es uno de los lados para los efectos. Yo con éste lado voy barriendo, estoy en distintas posiciones, ¿o no está en distintas posiciones la resta? Pero a lo largo de este recorrido, la regla ¿qué iría haciendo?

130. A: Ángulos.

131. P: Distintos ángulos, que al final la unión de todos esos ángulos y de todas esas rectas irían formando, estarían en esta posición, pues sería una recta, en esta otra, en esta otra, en esta otra, en cada una de las posiciones que vaya adoptando en este momento, ¿eh? Formarían parte todas del mismo ángulo, ¿eh? Si nos damos cuenta, un ángulo puede ser la unión, ¿o no? de infinitos ángulos más pequeños, ¿sí o no?

132. A: Sí.

133. P: Cuándo una recta va barriendo, ¿qué va formando?

134. A: Distintos ángulos.

135. P: Distintos ángulos que al unir los extremos barridos forman un ángulo total y en este caso llamaríamos ángulo, pero todo lo demás también siguen siendo ángulos, ¿eh? Porque hay abertura entre ellos, tienen los dos lados...Pues venga, de qué color vamos a pintar, cada uno pinte con el color que tenga. Dice, ¿qué dice la primera pregunta?

136. A: Colorea los lados y los vértices de los ángulos que aparecen en las siguientes figuras.

137. P: Hay que colorear los vértices y los lados. Procuren que el vértice y el lado o los lados sean de distinto color para que puedan distinguirlos. Venga, ustedes no tienen... (El profesor va a buscar unos lápices de colores y se los entrega a unos niños). ¿Ya está?... Luego dice: colorea el interior de uno de los ángulos de las tres primeras figuras extendiendo el color. Hombre si vamos a extender el color, como mínimo vamos a pintar hasta... hasta mitad del ángulo... de uno de ellos. Para pintarlo, porque fíjense que en el ángulo visual que es el final dice: colorea con otro color la cuarta figura pintando la recta que va en el ángulo. O sea, en el ángulo visual tendrán que pintar las rectas de distintos colores, pero las rectas. Ninguno de ellos, lean bien la pregunta, uno, el que quieran de los que están ahí, lo cogen y lo pintan como mínimo, pues la mitad del ángulo ahí y hacen bastante... (no dice nada más sino

observa el trabajo de los alumnos). Y el vértice Guillermo, ¿de qué color está? ¿Dónde está el vértice ahí? Pinten el vértice de otro color, pues si van a pintar el vértice del mismo casi no se ve, por lo menos para diferenciarlo. Los vértices hay que pintarlos de distinto color, si no ¿cómo van a diferenciarlos? Pero fíjense que el ángulo visual dice que pinten de distintos colores cada una de las líneas de barrido ¿eh?

138. A: ¿Éstas?

139. P: Claro, van pintando de distintos colores para que se vea, claro, ¿Cuáles son los lados ahí José Luis? ¿De qué color me pintó los vértices? Yo no los veo pintados sino los veo del mismo color.

140. A: Espera a ver...

141. A: Maestro, ¿son todos distintos?

142. P: A ver, ¿cuáles son los lados ahí de ese ángulo?

143. A: Éstos.

144. P: Bueno, pues pinte los dos lados de un mismo color y píntele luego el vértice de distinto.

145. P: Pero yo lo que no veo José Luis, no le veo a usted pintado los vértices de distinto color. Los lados están pintados y los vértices.

146. A: Éste aquí.

147. P: ¿Ése es el vértice? ¿Cuál es el vértice Yusafat? ¿El vértice no es donde se unen las rectas? Donde se cortan. Lean bien, porque hay alguien que le falta algo. Le falta el segundo apartado a muchos. ¿qué dice el segundo apartado?

148. A: Colorea el interior de uno de los ángulos de las tres primeras figuras extendiendo el color.

149. P: Sí, que coloreen el interior de uno de los ...¡Claro! de las tres primeras figuras extendiendo el color. Dice que coloreen o que extiendan...

El profesor a una alumna: ¿Cuál es el interior aquí?

150. A: Esto.

151. P: Todo lo que está...

152. A: Dentro.

153. P: Dentro, ¿sí o no?

154. A: Sí.

155. P: ¿Esta parte es interior o exterior al ángulo?

156. A: Exterior.

157. P: Exterior. Ya hablaremos cuando hablemos de los ángulos cóncavos y convexos para que vean lo que pasa con la parte interior de un ángulo y con la parte exterior de... A ver, ¿ya tienen todos hecha la primera actividad?

158. A: Sí.

159. P: Bueno, pues si ya la tienen hecha todos pasaremos a la segunda actividad. Bueno, vamos a ver un momento, ahora viene ahí, si se dan cuenta... Ahora dice que si hay dudas. ¿Hay alguna duda ya para ustedes de qué es un ángulo? ¿Hay alguna duda de qué son los vértices?

160. A: No.

161. P: ¿De qué son los lados?

162. A: No.

163. P: ¿De qué es lo que está dentro o lo que está fuera de los ángulos?

164. A: No.

165. P: ¿O lo que es el interior o el exterior de los ángulos?

166. A: No.

167. P: ¿Eso lo entienden?

168. A: Sí.

169. P: ¿Seguro?

170. A: Sí.

171. P: Bueno, pues seguimos entonces con la actividad dos. Aquí ¿dónde hicieron los ángulos? O con qué están hechos los ángulos. En la actividad uno ¿con qué estaban hechos los ángulos?

172. A: Con cuerdas.

173. P: Con cuerdas, con un elástico, con lo que sea, con lo que ustedes quieran ¿sí o no? O sea, con una cosa digamos material. Ahora se dan cuenta ahí en la figura ¿qué ven ustedes ahí en la figura esa?

174. A: Ángulos hechos por la persona.

175. P: Ángulos hechos por la persona, ángulos manipulativos, ángulos que los hacen ustedes con su cuerpo, ¿sí o no? Con las manos. ¿Podemos hacer ángulos con las manos?

176. A: Sí.

177. P: Con la misma mano la podemos abrir, cerrar, con los dedos... Pero cuidado con los ángulos de los dedos que yo los conozco a ustedes, ¿eh? Abriendo y cerrando el dedo si, pero así (el profesor pone los dedos haciendo los cuernos). Bueno, vienen siendo ángulos en distintas posiciones, ¿sí o no? Por eso manipulativo no sólo por hacerlo con la mano sino que lo haces con cualquier parte del cuerpo, abriendo las piernas se forma un ángulo, ¿sí o no? Los brazos, entre el brazo y el antebrazo podemos ir formando a medida que vamos abriendo o cerrando distintos ángulos, ¿sí o no? Con los brazos extendidos, los vamos abriendo y cerrando que quizás podamos llegar a hacer el ángulo completo, vamos formando también distintos ángulos. Pues bien, léame a ver D. Eduardo, a ver de qué va ahora la actividad segunda.

178. A: Noción de ángulo tipo manipulativo. Objetivo: repasar la noción intuitiva de ángulo a partir del propio cuerpo. Materiales: Nuestro cuerpo y la regla.

179. P: ¿Todos tienen el material? Del cuerpo ¿lo tienen todos?

180. A: Sí, sí.

181. P: Es por si alguno lo había dejado.

182. A: En este caso podemos recurrir, por ejemplo, a las piernas, o a los dedos que estos crecen indefinidamente.

183. P: ¿Y que quiere decir eso de indefinidamente? ¿Qué crecen hasta dónde?

184. A: Hasta donde puede llegar.

185. P: Hasta donde pueda llegar, llegaría hasta el infinito ¿o no? Lo prolongas y llegaría hasta el infinito. ¿Lo veríamos si llega hasta el infinito?

186. A: Sí.

187. P: Sígame.

188. A: Así nos podemos imaginar distintos ángulos. Colorea los lados...

189. P: Ahora vamos a hacer la actividad, a desarrollarla y dice si colorea...

190. A: Colorea los lados y los vértices de tres ángulos, cada uno de las anteriores figuras.

191. P: Cada uno en una...

192. A: De las anteriores figuras.

193. P: ¡Ah!

194. A: No te olvides que los lados se pueden prolongar y localiza el vértice en su sitio correcto.

195. P: Ahora ven ahí tres figuras y dice que colorean los lados y los vértices de tres ángulos cada uno, en una de cada esas figuras colorea un ángulo, no vayan a colorear tres ángulos en la misma figura, ¿eh? Si no colorean uno de cada figura, el que crean para ustedes que está pues más fácil de ver o en principio se supone que al ver la figura que es el que está representando cada uno de los niños. En la primera figura ¿qué ángulo creen ustedes que tratan de representar?

196. A: Éste.

197. P: ¿Cuál? ¿El formado por quién?

198. A: Por las piernas.

199. P: Por las piernas, ¿y cuál es el vértice?

200. A: Je, je, je (risas alumnos).

201. P: ¡Ah que gracioso!, ¿eh? Me van a pintar el vértice; ¿y en el número dos?

202. A: Maestro, ¿el vértice no está al final de la cabeza?

203. P: Hombre, en la cabeza yo más bien creo que el vértice de ése llegaría desde luego al cuello, ¿no? ¿Eh? Porque la cabeza si te das cuenta no es una recta, ¿o es una recta? Intenten, prolónguenla y vean donde se une. El de la fila central, ¿qué ángulo creen ustedes que es el que está tratando de demostrar?

204. A: El ángulo recto.

205. P: Bueno, aquí no estamos hablando de fraseando, sino ¿qué ángulo? Es que ahí se puede, si se dan cuenta...

206. A: Éste, o éste.

207. P: Claro, puede ser el ángulo formado por la pierna y el brazo, o sea, éste aquí o el interior. Como de entrada ya pusieron el interior pues pongan ese allí y ese allí. Según ustedes, ¿dónde estará el vértice?

208. A: Ese.

209. P: ¿Cuál?

210. A: Aquí.

211. P: Si está así.

212. A: ¡Ah sí!.

213. P: ¿Cuál es el vértice?
214. A: Aquí arriba.
215. P: ¿Cómo se llama eso?
216. A: La cadera.
217. P: La cadera, bueno la cadera, la cintura ¿no? Venga. Me da que, no sé, D. Santiago, ¿tú crees que aquí al estar con las manos ahí estaban intentando demostrarnos el ángulo que se forma con el brazo? Yo creo que es el ángulo entre los brazos, ¿no?
218. A: No se entiende lo que dice.
219. P: Hombre, eso es un ángulo. Bueno ya yo estoy confuso.
220. A: (Otro alumno al profesor) ¿Éste no es de aquí a aquí?
221. P: Sí, pero es uno sólo y ahí se ve. Si no, para qué levanta las piernas, por lo menos ése es el que más o menos se ve. Carmen Nieves ¿no sabías esto? Pero aparte de eso pues ese es un ángulo, pues bien y ésta otra figura, ¿cuál era? Yo no los veo pintados. Hombre, dice que pinten los vértices y los lados de los ángulos de las figuras.
222. P: Bueno, ahora lean el segundo apartado a ver que dice algo ahí de barrido de las rectas. Pero vamos a hacerlo ahora con los brazos o con las piernas...
223. A: Observemos como si movemos los brazos...
224. P: ¿Quieren atender?
225. A: Las piernas y nuestro cuerpo, utilizando cuerda y palo, los movimientos gimnásticos de barrido.
226. P: Puede salir ahora Dª Ingrid misma, póngase de pie. Haga un ángulo con los brazos. ¿Cuál sería el vértice de ese ángulo?
227. A: Éste.
228. P: ¿La tráquea?
229. A: Risas alumnos.
230. P: ¿Cuál sería entonces el barrido? Esto es un ángulo llano ya casi, ponlos horizontal porque si no parece otro ángulo. Haz el barrido de ese ángulo hacia mí. ¿Cómo sería el barrido?
231. A: Así.
232. P: No, las dos, subirías las dos ¿no? ¿Será un barrido o no será un barrido? ¿Qué van haciendo los brazos a medida que van subiendo?
233. A: No se entiende lo que dicen.
234. P: ¿Va siendo mayor o menor?
235. A: Menor.
236. P: Pero va barriendo, ¿sí o no?
237. A: Sí.
238. P: ¿Tiene el mismo vértice o cambia de vértice el ángulo?
239. A: No, no cambia.
240. P: No cambia de vértice. Hazme uno, un ángulo con una pierna y un brazo.
241. A: A ver... ¿Una pierna y un brazo?
242. P: Sí, pero para atrás.
243. A: ¿La mano?
244. P: La mano, supongo que debe estar siempre en el mismo plano que la pierna. ¿Sí o no? Haz el barrido hacia abajo. Así, y todas las posiciones que vayas adoptando serían, después del barrido, serían todo una región, toda la parte interior del ángulo ¿Sí o no? Si está desde ahí hasta aquí era el barrido formado por ese ángulo. Esto ya lo vamos viendo, ya se va formando un espacio. Ya veremos cuál es el espacio. Seguimos, la tres ¿quién va a leer la tres? A ver, Vanessa, lea la tres, a ver de qué va...
245. A: Actividad tres: Noción de ángulo...
246. P: Venga.
247. A: Objetivos: Repasar la noción intuitiva de ángulo a partir del entorno que rodea al alumno, no sólo el plano sino también el espacio. Materiales: escuadra, cartabones, regla, colecciones de polígonos y otras piezas geométricas, a la vez que otros recursos didácticos, como por ejemplo, varillas de cartón unidas con encuadernadores, abanicos, geoplanos, relojes, tijeras, etc. Podemos materializar la región angular mediante un papel unido a la varilla de cartón.
248. P: Bueno, vamos a hacer el geoplano por grupos, pero primero me van haciendo la actividad de que habla ya ahí. Verán que hay una serie de ángulos ¿no?. Venga, pasen la hoja a ver qué dice después, qué es lo que pide.
249. A: Vamos a jugar con varillas de cartón unidas con encuadernadores, abanicos, geoplanos

de distintas tramas, relojes, tijeras. Para ello (lo que sigue no se le entiende por ruidos al arrastrar sillas). Y finalmente colorea los lados y los vértices de los ángulos que aparecen en las diferentes figuras que aparecen en la página anterior. Busquen ahora más objetivos reales que vean o que recuerden, tanto reales estáticos como dinámicos o que parezcan ángulos.

250. P: Sí, bueno. Ahí lo que pide ahora es que ven ahí hay una serie de objetos, una serie de figuras que no se qué figuras entenderían ustedes que hay ahí. Miren a ver en la página trece...En la página trece hay un reloj, ¿sí o no?

251. A: Sí.

252. P: ¿Quién lo forma?

253. A: Las agujas.

254. P: Las agujas del reloj, luego hay unas tijeras, unas varillas... ¿Sí o no?

255. A: Sí.

256. P: Hay un abanico, hay... Un geoplano, hay un círculo ¿no? El círculo también es un geoplano con el que podemos formar distintas figuras uniendo desde el centro o que sea. Y ahora lo que le pide es que ustedes sean capaces con distintos conceptos, en distintos apartados ver cómo se forman los ángulos. Los ángulos se nos forman en cualquier sitio de nuestro entorno, ¿o no? ¿Las paredes forman ángulos?

257. A: Sí.

258. P: ¿Dónde lo forman?

259. A: En las esquinas.

260. P: ¡Ah! En las esquinas nada más. O sea, aquél es un ángulo y ¿forman más ángulos?

261. A: El ángulo llano.

262. P: ¡Ah! El ángulo llano. Claro, si la pared está plana tiene un ángulo llano, eso es lógico. Bueno, ¿y qué más ángulos creen ustedes que tendría? ¿Y la pizarra formaría ángulos?

263. A: Sí.

264. P: ¿Dónde?

265. A: Las cuatro esquinas.

266. P: Las cuatro esquinas, ¿y por qué forman un ángulo? ¿Quién forma los ángulos?

267. A: Dos líneas que se cortan.

268. P: ¡Ah! Dos líneas que se cortan y se cortarían, supongo que ésta y ésta. Entonces ¿formaría o no formaría un ángulo? ¿Eh? ¿Y dónde más hay ángulos? Delante de ustedes, ¿hay algún ángulo?

269. A: En la mesa, en la hoja.

270. P: La mesa, las hojas ¿eh? Siempre que dos líneas se corten formarán o no formarán ángulo. Bueno, pues ahora en el geoplano, cada uno, creo que hay uno para cada uno, van a formar un ángulo no una figura. A ver, déjenseme de estar formando figuras y formen un ángulo.

271. A: Hay que hacer un ángulo no una figura.

272. P: Hay que hacer ángulo y no figura, sí señor. ¿Todos ya tienen los ángulos? Bueno, a ver, miren a ver lo que dice la actividad que había que hacer... ¿Qué había que hacer ahora? Yo tengo aquí también hojas punteadas para hacer ángulos. El problema es que como hay pocas, pero venga, vamos a darle estas hojitas y no botarlas porque nos hace falta para volver a hacer ángulos. Incluso ya veremos para que vaya haciendo cada uno me hace ahí tres ángulos distintos, cada uno que haga el que quiera.

273. A: ¿Pero con rotu o con lápiz?

274. P: Con lo que quieras. Tres ángulos cada uno, a ver, ¿quieren atender? Me hacen cada lado de un color y el vértice de otro. Cada lado de un color y el vértice lo hacen de otro color.

275. A: ¿Cuántos hay qué hacer?

276. P: Tres cada uno. Cada uno haga el que quiera, no se copien. Cada lado de un color y el vértice de otro. Santiago, yo lo veo todo de un color.

277. A: Ya yo lo hice.

278. P: Yusafát, con cuatro ángulos se lleva toda la hora. Pero bueno déjelo ya, déjelo.

279. A: No, no, porque lo hice del mismo color.

280. P: Bueno, pues le pasas con otro color encima. ¿Ya terminaron?

281. A: No.

282. P: Bueno, pues ahora en la figura que hay ahí en la actividad, en cada una me van a pintar un ángulo o van a enmarcar un ángulo en el que pongan los lados y el vértice de cada una de las figuras que hay ahí. Aunque el reloj tenga ahí pues las tres y cinco, pueden hacer dentro del reloj otro ángulo cualquiera. A ver, un ángulo dentro de las figuras que tienen ahí. De todo, de cada uno, marquen un ángulo, por ejemplo las tijeras, ¿cuántos ángulos tienen las tijeras?

283. A: Dos.

284. A: Cuatro.

285. P: Pinten uno. En el geoplano ese que está ahí podían hacer montones de ángulos, ¿sí o no? Hagan uno, uno solamente.

286. P: Ya les dije que aunque hay un ángulo ya pintado que es que está en los tres y diez, digo en las tres y cinco. Bueno, hagan ustedes otro.

287. A: ¿Podemos escribir otra hora?

288. P: Sí claro, yo lo veo mejor pues así veo si saben o no saben otro ángulo cualquiera. A ver, Santiago, venga ¿cuántos ángulos hay ahí Santiago?

289. A: Tres.

290. P: Tres. ¿Cuáles son? Bueno. ¿Y los tienen hechos? ¿Todos los han hecho?

291. A: No.

2ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 1º ESO
FECHA: 3-03-98

1. P: Bueno, vamos a empezar a repasar, un repaso de todos los temas que hemos dado. Sólo lo de ángulo, rectas y demás ¿no?. Vamos a empezar haciendo un test; cada uno con dos elastiquitos en el geoplano, vayan haciendo cada uno un ángulo.

2. A: ¿El recto?

3. P: El que quieran.

4. A: Maestro, maestro ¿un ángulo?

5. P: Sí, el que quieran, pero no tienen que ser todos rectos.

6. P: Otro, todos rectos. Hagan algún ángulo que no sea recto.

7. A: Un obtuso o un agudo...

8. P: Además les dije que lo hicieran en contorno en el mismo, con dos elásticos...

Bueno, quieren decirme, a ver Bernardo... A ver Aníbal, enséñeme su geoplano, a ver los ángulos que hicieron ustedes ahí, ¿quiere señalarlos usted con el dedo? ¿Cuáles son los ángulos? ¿Cuántos hay? Porque yo no veo bien ¿Cuántos hay?

9. A: Tres.

10. P: Tres, ¿seguro?

11. A: Seis.

12. P: ¿Hay seis ángulos?

13. A: Tres, yo dije tres.

14. P: Sí hombre, yo quería saber si tú estás seguro o no estás seguro. Tiene tres ángulos. Y ¿por qué son ángulos? Eduardo.

15. A: ¿Por qué son ángulos? Porque se cortan dos rectas.

16. P: ¿Cuáles son?

17. A: ¿Cuáles son?

18. P: Las rectas que se cortan.

19. A: Éstas.

20. P: ¿Y cómo se llaman esas rectas que se cortan?

21. A: Lados.

22. P: Los lados ¿y dónde se cortan? Porque yo no veo bien de aquí.

23. A: En el vértice.

24. P: ¿Ese es el vértice? ¿Entonces qué será el vértice de un ángulo? Éste... Santiago.

25. A: En el punto donde se cortan los dos lados.

26. P: Hable más fuertito, parece que no tiene energía.

27. A: En el punto donde se cortan los dos lados.

28. P: El punto donde se cortan los dos lados, de acuerdo. Y yo pregunto D. José Luis, ¿usted cree que esos dos ángulos que tienen ustedes ahí en ese geoplano son iguales?

29. A: No.

30. P: ¿Habrá alguno mayor que otro?

31. A: Sí.

32. P: ¿Cuál?

33. A: El obtuso.

34. P: ¡Uy! Pues yo no veo que sea obtuso. ¿Ya saben que es obtuso? Ya lo veremos si es o no es. A ver, y ustedes dos, de ustedes, ahí ¿cuál número creen ustedes que es mayor de los dos?

35. A: Son iguales.

36. P: ¿Seguro? Miren a ver... No. ¿Qué ángulo es mayor? No qué lados son mayores. ¿Qué ángulo será mayor?

37. A: ¡Ah! Son iguales.

38. P: ¿Tú crees?

39. A: Sí.

40. P: ¿Por qué no comprueban con algo a ver si son...? Está bueno, sí y ahora que se vayan a ver cómo lo compruebas. ¿Son iguales?

41. A: Son iguales.

42. P: Hombre, entonces son iguales, de acuerdo, son iguales. A ver, ¿y ustedes? ¿Cuántos

tienen? A ver cuántos hizo usted ahí Carmen Nieves. ¿Cuántos ángulos hicieron?

43. A: Cinco.

44. P: Cinco, ¿y dónde están los cinco?¿Quiere señalarlos ahí?

45. A: Señala los cinco ángulos.

46. P: Éstas son más listas, hicieron cinco. ¿Quieren enseñárselos a la Seño para que vea los cinco cómo los hicieron?

47. A: A ver...

48. P: Los más listos, cinco ángulos.

49. A: Pues sí, son listas.

50. P: Bueno, quiere decirme Dª. Myriam, ¿cómo llamábamos la parte del plano que estaba ahí comprendida entre los lados?

51. A: No contesta.

52. P: ¿Cómo se llama Judith?

53. A: La región angular.

54. A: ¡Ay!

55. P: ¡Ay! La región angular, y yo pregunto: ¿en la región angular puede ser ¡qué sé yo! Una montaña toda llena de badenes...¿Las dunas pueden ser una región angular? ¿O en las dunas puede haber región angular? ¿Dónde tiene que estar la región angular? ¿Cómo tienen que estar todas? Dijimos que...

56. A: En el mismo plano.

57. P: En el mismos plano. Entonces, ¿las dunas tienen un solo plano?

58. A: No.

59. P: ¿Las dunas qué son? Un montón de planos ondulados ¿no? A ver, Jessica, Jessica. Judith, ya que tiene ahí esos planos quiere coger... Si no, hágalo usted misma Yanira. Póngame dos objetos dentro de la región angular de este ángulo y dos fuera, dos dentro y dos fuera. A ver, coja boberías ahí, papelitos o lo que sea y poner los papelitos dentro... de la región fuera. ¿Cuáles están dentro y cuáles están fuera?

60. A: La tapa, la goma y el papel.

61. P: ¿Por qué? ¿Por qué están dentro de la región angular?

62. A: No contesta.

63. A: Porque están comprendidas dentro de la prolongación de los lados.

64. P: Porque están comprendidas dentro de la prolongación de los lados, muy bien. Bueno, y si yo tuviese, por ejemplo, esta rectita aquí, ¿ustedes qué creen? ¿Estaría dentro de la región angular o fuera?

65. A: Fuera.

66. P: Fuera, ¿por qué? ¡Hombre! A simple vista se ve que... Prolongue el lado a simple vista con el dedo nada más. Judith a ver... A simple vista al colocar el lado está fuera del lado, por lo tanto estaría fuera de la región angular.

El profesor a otro grupo de alumnos: ¿Quieren decirme ustedes qué está dentro y qué está fuera de la región angular?

67. A: El semicírculo está dentro.

68. P: El semicírculo está dentro ¿y la varilla?

69. A: Por fuera.

70. P: Por fuera, de acuerdo. ¿Está eso claro ya? ¿Eh?

71. A: Sí.

72. P: ¿Y ustedes qué tienen dentro y qué tienen fuera?

73. A: La goma.

74. P: La goma de este ángulo y vamos a ver ahora, esto si está fuera pero fuera, ¿de qué ángulo está fuera la tapa del bolígrafo?

75. A: De aquí ¿no?

76. P: ¿Y ustedes creen que estará fuera de éste ángulo la tapa del bolígrafo?

77. A: Sí.

78. P: ¿Y de éste otro? Miren a ver bien más o menos ¿Ustedes que creen?

79. A: Que no.

80. P: No, y si no, prolonguen los lados con lo que quieran y a ver qué es lo que sucedería ¿Está dentro o fuera de ese ángulo ahora de la región angular?

81. A: Dentro.

82. P: Dentro. Bueno, a ver, cada uno, cojan ahora todos y hagan un solo ángulo.

83. A: ¿Uno sólo?

84. P: Sí. Háganmelo con dos elásticos para que les quede mejor y no quede eso ahí tan... Bueno, ¿ya tienen todos hechos los dos ángulos?

85. A: ¿Dos?

86. P: Dos ángulos, digo un ángulo. ¿Cuántos ángulos hay ahí?

87. A: Dos.

88. P: Dos, entonces... he dicho un ángulo nada más. A ver, quiero que me hagan un ángulo mayor que el que tienen ahí.

(El profesor a un grupo de alumnos), Ése ¿ahora el mayor es ése?

89. A: Sí.

90. P: ¿Por qué es mayor?

91. A: Porque hay más abertura entre sus lados.

92. P: Porque hay más abertura entre sus lados, entonces el ángulo será la abertura, ¿entre quién?

93. A: Entre los lados.

94. P: Entre los lados. Si yo le preguntara... Myriam ¿quiere decirme aquí en la clase, yo no veo nada, señalarme ángulos?

95. A: En la pizarra...

96. P: En la pizarra, ¿cuál es? Salga y señálelo.

97. A: Señala un ángulo.

98. P: Ese es un ángulo, más ángulos, yo veo ángulos a montones.

99. A: El suelo, el piso.

100. P: El piso, ¿qué es eso que está ahí en la pizarra, ese aparatito que está aquí? ¿Eso qué es?

101. A: El compás.

102. P: Cójalo a ver. Forme un ángulo.

103. A: Forma un ángulo recto.

104. P: Haga uno menor.

105. A: Forma uno mayor.

106. P: Ese casi, casi ¿cómo sería?

107. A: ¿Éste? Llano.

108. P: Casi llano.

109. A: Casi.

110. P: Casi llano, vale, de acuerdo. ¿Está claro entonces qué son los ángulos, cómo se forman y qué es la región angular?

111. A: Sí.

112. P: ¿Sí o no?

113. A: Sí.

114. P: Bueno, a ver si nos acordamos ahora. También estuvimos hablando de algo de las rectas que se cortaban, que no se cortaban, que esto que lo otro ¿no? ¿Quieren ahora coger, hacer dos rectas en el geoplano que se corten de la forma que ustedes quieran? Solamente dos, ¿eh? Dos rectas en el geoplano que se corten. No tire tanto, exagerado, va a partir los elásticos. A ver, pregunto. D. Juan Carlos, ¿quiere decirme, yo como lo veo así, cuántas regiones angulares hay en este geoplano?

115. A: Cuatro.

116. P: Cuatro. ¿Y cuántos ángulos?

117. A: Cuatro.

118. P: Cuatro. ¿Y quiere decirme, más o menos, tú que crees son iguales, distintos?

119. A: Iguales.

120. P: Iguales. Mira a ver las de José Luis. ¿Cuántas regiones angulares hay?

121. A: Cuatro.

122. P: Cuatro. ¿Serán iguales las regiones angulares ahí?

123. A: No.

124. P: No, ¿ninguna?

125. A: Sí.

126. P: ¡Por favor, cállense! ¿O crees que hay algunas iguales? Señálamelas.

127. A: Ésta y ésta.

128. P: ¡Ah! Entonces hay iguales dos a dos, ¿de acuerdo? Bueno, ¿y quieren decirme ahora cómo se llaman esas figuras, esos ángulos, cuando nosotros cogemos... ¿Quieren atender por favor?, dos rectas que se corten y los cuatro ángulos, ¿son iguales? ¿Cómo se llaman los ángulos, Ingrid?

129. A: Rectos.

130. P: Rectos. Y entonces para ustedes, ¿qué serán ángulos rectos?

131. A: Lo que al cortarse forma un ángulo de 90º.

132. P: Lo que al cortarse forma un ángulo de 90º, o ¿no serán también los ángulos que resulten de cortarse dos rectas y su región angular sea igual? Las cuatro, ¿sí o no? ¿Eh?

133. A: Sí.

134. P: ¿Quieren coger un papel ustedes ahora y doblando un papel cada uno dos regiones an... ¡Eh! perdón, cuatro regiones angulares iguales.

135. A: ¿Cuatro regiones?

136. P: Iguales las cuatro, ¿eh?

137. A: ¿El qué maestro?

138. P: Cuatro regiones angulares iguales. A ver, D. Santiago, ¿y por qué crees tú que esas cuatro regiones angulares son iguales?

139. A: Porque son ángulos rectos.

140. P: ¿Y por qué crees tú que son ángulos rectos? Iguales, a ver. ¿Por qué crees que son iguales los cuatro?

141. A: Dice algo pero no se le oye nada.

142. P: ¿Dónde están aquí los cuatro ángulos? ¿No están aquí ahora los cuatro ángulos superpuestos? ¿No está uno sobre otro?

143. A: Sí.

144. P: Si quieren los podemos cortar y los superponemos, ¿no? Y estarán superpuestos. ¿Y cómo son? ¿Hay alguno cuyos lados se le salgan del otro?

145. A: No.

146. P: El vértice para los efectos suele tenerse común, ¿sí o no? ¿Quieren atender? Si el ángulo lo cortamos habría... dos y los cuatro ángulos. Superpónganlos a ver si coinciden los lados y el vértice, a ver si son iguales. ¿Son iguales?

147. A: Sí.

148. P: Sí, son iguales. ¿Cómo eran esos cuatro ángulos...Santiago?

149. A: No se oye lo que contesta.

150. P: Pero hable un poquito más fuerte. Si no, no creo que lo graben.

151. A: Rectos.

152. P: A éste tenemos que ponerle pilas nuevas, están gastadas. A ver, pues cojan ahora, Dª Desiré, coja usted, corte, corten esos cuatro ángulos rectos o cojan otra hoja y ahora me cruzan dos rectas que no fueran los cuatro ángulos iguales. Haz dos pliegues y que los cuatro ángulos ahora no sean iguales. ¿Quiere enseñármelos a ver dónde se cortaron?

153. A: Desiré le enseña los ángulos.

154. P: Pero es que, me da... Claro, es que aprovechó una hoja que ya tenía una recta, porque claro, ahora aquí, ¿cuántas rectas verías tú aquí Macarena? Yo le vería tres, ¿o no?

155. A: Sí.

156. P: Sería difícil ahora de verlo. ¿Por qué no lo haces con otra hoja o, a ver Vanessa... Mira a ver el de Vanesa. ¿Son iguales los ángulos ahora?

157. A: No.

158. P: ¿Todos son distintos? ¿Eh?

159. A: No se oye nada de lo que dice.

160. P: Pues cojan, córtenlos y miren a ver los que son iguales cortándolos. Los ángulos, por lo menos los vértices que no parezcan que son vértices circulares. A ver Desiré, dale fuertito a ver si lo puedes romper bien porque si no... Tenías ésa... Bueno, pues comprueba si los ángulos son iguales. A ver, ¿quieren atender? ¿Quiere enseñárselos a los demás? ¿Cuáles son iguales? ¿Esos son iguales o no son iguales?

161. A: No se le oye.

162. P: A ver, no le oí.

163. A: Iguales pero uno más grande.

164. P: No entiendo yo que sean iguales pero uno más grande. Si son iguales, son iguales, pero no uno más grande. ¡Ah! Que es más grande el papel al cortarlo, pero lo que será mayor ahí será que tiene una región angular más amplia; pero los ángulos, ¿cómo son ahí?

165. A: Iguales.

166. P: ¡Ay Desiré! ¿No son iguales? Y estos dos que cortaste ahí, ¿cómo eran?

167. A: Iguales.

168. P: ¿Por qué?
169. A: Porque son los mismos.
170. P: ¿Por qué son los mismos ángulos? Claro, y porque al superponerlos ¿qué pasa?
171. A: Que no coinciden.
172. P: No coinciden.
173. A: Sí coinciden.
174. P: ¿Quieren atender? Pues si coinciden será que son iguales, ¿sí o no?
175. A: Sí.
176. P: ¿Quieren atender? Quiere decirme Dª Carmen Nieves, si yo le preguntara que si el lado de un ángulo es una recta o una semirrecta, ¿usted que me diría?
177. A: (No se le oye).
178. P: Pero hable más fuertito.
179. A: Que es una semirrecta.
180. P: ¿Por qué?
181. A: Porque es una línea que sólo tiene un punto (no se le oye el resto).
182. P: La puede prolongar más. ¿Quieren atender y callar? Pero yo no se si eso lo definirías bien, bien así o diríamos algo. ¿Tú qué dirías Ingrid?
183. A: Que tiene principio pero no tiene final.
184. P: Que tiene principio pero no tiene final. Si tiene principio y no tiene final ¿eso qué es? Una... semirrecta. ¿En qué se diferencia entonces la semirrecta de la recta, Judith? ¿En qué se diferencia una semirrecta de una recta?
185. A: (No se le oye nada).
186. P: ¿Quién?
187. A: (Sigue sin oírsele nada).
188. P: En que la semirrecta tiene principio y no tiene fin. ¿Y la recta?
189. A: (No se le oye la contestación).
190. P: ¡Ah! ¿Y un segmento, Vanessa? ¿En qué se diferenciaría un segmento de una semirrecta?
191. A: Que un segmento tiene principio y fin, y una semirrecta tiene principio pero no tiene fin.
192. P: Bien. ¿Ustedes se acuerdan después las posiciones que podían adoptar, adoptar dos rectas? ¿Qué posiciones podían tener dos rectas? Dos rectas se podían cruzar, no cruzar. ¿Se acuerdan ustedes, alguien se acuerda qué eran y qué son rectas paralelas?
193. A: Dos rectas que al prolongarse nunca se llegan a encontrar.
194. P: Muy bien D. José Luis, dos rectas que al prolongarlas nunca se llegan a encontrar. Quiere señalarme aquí a ver si hay alguna, porque como no... rectas aquí paralelas.
195. A: La parte de arriba y debajo de la pizarra.
196. P: La parte de arriba y abajo. ¿La superior...?
197. A: Y la inferior.
198. P: Y la inferior, de acuerdo. ¿Hay alguna más?
199. A: Las guías de las ventanas.
200. P: Las guías de la ventana, ¿no son también paralelas?
201. A: Sí.
202. P: ¿Cuáles más? Venga, más rectas paralelas que ustedes vayan viendo.
203. A: Las dos barras esas de ahí.
204. P: Las dos barras de los fluorescentes. ¿Alguna más?
205. A: La esquina del techo y del suelo.
206. P: La esquina del techo y del suelo.
207. A: Las aristas de la columna.
208. P: Las aristas de la columna.
209. A: Las mesas.
210. A: El estuche, el folio.
211. P: El estuche, el folio, el geoplano, todo eso serían rectas paralelas. Bueno, y cuando dos rectas se cortan, siempre, siempre ¿quieren atender por favor? ¿Al cortarse dos rectas siempre forman ángulos iguales?
212. A: No.
213. P: ¿De qué dependerá que la amplitud de los ángulos de las rectas al cortarse sean mayores o menores? Dos rectas al cortarse formarán ángulos distintos, supongo, ¿no?

214. A: Sí.

215. P: Forman ángulos distintos y, ¿de que dependerá que los ángulos sean mayores o menores?

O de la inclinación de la recta, Y decíamos que dos rectas... que al cortarse formaran ángulos iguales, ¿eran...?

216. A: Perpendiculares.

217. P: ¿Rectas...?

218. A: Perpendiculares.

219. P: Perpendiculares. Bueno, vamos a ver ahora algo, cada uno cójame un papelito y vamos a ver cuánto o a qué es igual la suma de la medida de los tres ángulos de un triángulo. Cada uno haga el triángulo que le dé la gana. Hagan un triángulo ahí de papel. Procuren que no sean todos triángulos rectángulos. El triángulo no lo vamos a cortar. Josafat, Josafat, ¡ay la mesa!, la mesa, cójame el geoplano porque si no la mesa. Venga, venga, venga ¿ya hicieron los triángulos?

220. A: Sí.

221. A: Sí.

222. A: No.

223. P: Todos lo hacen y lo cortan. Una vez que lo hayan cortado miren a ver si tiene alguna parte que sea limpia, le ponen ahí los vértices. Hombre, venga, venga, es igual, hágalo con la escuadra pero haga un triángulo cualquiera. Venga, venga.

224. A: Fígaro, fígaro.

225. P: A ver D. Romen, ¿ya le puso los números a los vértices?

226. A: Ya voy maestro.

227. P: ¿Ya los pusieron?

228. A: ¿Los números?

229. P: Corten los vértices. Corten los tres ángulos ahora. ¿Dónde está tu triángulo Carmen Nieves? ¿Ya lo enumeró? Bueno, ¿ya lo cortaron todos? Hay Felipe, Felipe, así está usted gordo de la tranquilidad que tiene. Todavía no ha terminado, venga. A ver; ¿ya lo tienen todos cortado?

230. A: Sí.

231. P: Bueno, pues ahora piensen en los numeritos que le pusieron en los vértices y hagan coincidir los tres vértices a ver que pasa. ¿Usted ya los hizo coincidir? Usted es más rápido, usted no se cómo cortaría pero, más o menos algo parecido hay... Póngalos en la mesa, que coincidan los vértices bien. ¿Ahí coinciden los vértices? ¿Ese vértice del uno está coincidiendo con el del dos?

232. A: No.

233. P: Pues háganlo que coincidan bien los vértices. ¡Ah! Así es mejor, venga. Miren a ver, entre los tres ángulos ahora ¿qué clase de ángulo creen ustedes que formaron ahí?

234. A: Llano.

235. P: ¿A todos les salió lo mismo?

236. A: Sí.

237. P: ¿Les salió un ángulo llano?

238. A: Sí.

239. P: ¿Y qué quiere decir eso ahora?

240. A: A mi también me salió llano.

241. P: ¿Te salió llano? ¿Y qué querrá decir?

242. A: Que la suma de los tres...

243. A: Que todos los triángulos al cortarlos forman un ángulo llano.

244. P: Que todos los triángulos al cortar esos ángulos van a formar un ángulo...

245. A: Llano.

246. P: Llano. Y si yo les preguntara: y en un ángulo llano ¿cuántos rectos habrá?

247. A: Dos.

248. P: Dos rectos. Por lo tanto si son dos rectos y un ángulo recto, ¿cuántos grados serían?

249. A: 90º.

250. P: Entonces un ángulo llano ¿cuánto mide?

251. A: 180º.

252. P: 180º. ¿Y qué nos va a decir esto? ¿Quieren atender? Desiré, supongo que lo que nos va a decir es que siempre, siempre, en un triángulo, tenga la forma que tenga, sea equilátero, isósceles, escaleno, grande, pequeño, del tamaño que ustedes quieran, siempre, los tres ángulos van a formar 180º. ¿Está?

253. A: Sí.

254. P: ¿Todavía no termina Elías? Usted es más lento que un desfile de babosas y mire que las babosas son lentas. ¿Eh? ¡Vaya hombre, al fin lo consiguió! Premio para el niño. A ver, Don Josafat, ya que tiene usted esas varillas en las manos, ¿quiere abrirlas? ¿Quiere decirme cuántos ángulos hay?

255. A: Dos.

256. P: ¿Y cuántas regiones angulares?

257. A: Dos.

258. P: ¿Quiere señalarlas?

259. A: Ésta y ésta.

260. P: Y ¿quiere señalarme el vértice? Porque yo no lo veo bien.

261. A: Éste.

262. P: ¿Ése es el vértice de qué ángulo?

263. A: De los dos.

264. P: De los dos, entonces sería un vértice común ¿no? Bueno, ¿les queda papel? ¿Quieren coger ahora y hacerme en cuadrilátero? Eh, un momento, un momento. No vayan a hacer un rectángulo ni un cuadrado, háganme un cuadrilátero que no sea rectángulo ni un cuadrado. ¿Cuántos lados tiene?

265. A: Cuatro.

266. P: Entonces ya está, ya es un cuadrilátero. Enumérense también, a medida que van haciendo el cuadrilátero, vayan enumerándome también los vértices.

267. A: Ya está maestro.

268. P: Hombre esos cuatro ángulos no los veo bien ahí.

269. A: ¿No los ves bien?

270. P: No.

271. A: ¿Por qué?

272. A: Si no tiene cuatro lados iguales da igual, ¿no?

273. P: Lo que quiero es que no los tenga iguales para que vean que no es un cuadrilátero ni es... Digo que no es un cuadrado, que no es un rombo...

¿Cuántos lados tiene usted ahí?

274. A: Uno, dos, tres, cuatro y cinco.

275. P: Entonces no es un cuadrilátero. Arrégleme éste que sea un cuadrilátero.

276. A: Sí.

277. P: ¿Qué daría? Espérese, ¿qué daría?

278. A: Daría este trozo aquí.

279. P: Este trozo aquí. ¿Y no será más fácil hacer esto y unir estos dos, con lo que desaparecen éstos dos y lo transformas en uno? ¿Quiere decirme ahora cuántos tiene?

280. A: Cuatro.

281. P: Pues será un cuadrilátero. A ver, enumérense los ángulos de ese cuadrilátero que hayan hecho. ¿Lo enumeraron? ¿Ya lo encontró Blanca Flor? Es que si esto lo cortamos así, tal cual estaba, es un pentágono. Lo que pasa es que eso sería un cuadrilátero curvilíneo. La base de un cono cuando lo rectificamos da la base curvilínea. Bueno, a ver, ¿quieren ya por favor, ponerle los números en los vértices? Y vayan también rompiéndolo. Y tal y como hicieron con el triángulo vayan uniéndolos, a ver que sucede ahora.

282. A: Se forma un ángulo completo.

283. P: ¿Seguro?

284. A: Sí.

285. P: ¿A todos se les formó un ángulo completo?

286. A: Sí.

287. P: Algunos todavía lo están haciendo. Santiago vete apuntando... ¿Qué se le formó José Luis?

288. A: Sí.

289. P: Me gustaría saber qué es lo que está haciendo Elías, porque eso lo de Elías parece un...

290. A: Me salió mal.

291. P: Te salió mal... ¿Qué? ¿Cómo hizo esos ángulos Santiago? Yo no veo eso ángulos bien hechos.

292. A: Un ángulo completo, maestro.

293. P: ¿Seguro?

294. P: Vale, sí señor, un ángulo completo. De acuerdo.

295. A: Seño, nos tenemos que ir porque es la hora.

296. P: Bueno, pues de acuerdo, terminamos entonces por hoy.

P7

PROFESOR P7
TRANSCRIPCIONES DE LAS DOS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS ANTES DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 6º PRIMARIA
FECHA: 8-05-97

1. P: El otro día les comenté ¿verdad? que nos iban a grabar, pues vamos a empezar la clase, el tema va a ser Ángulos y en el libro de ustedes coincide con el tema 6. ¿Ya lo tienen abierto, verdad?

2. A: Sí.

3. P: Bien, les voy a dar para empezar, un folio a cada uno y vamos a partir de algo conocido, porque ustedes me dijeron a mí que ustedes de Geometría en 5º no dieron mucho, ¿verdad? No dieron...

4. A: No.

5. P: Pero, vamos a partir de una cosa que están dando desde preescolar, de una figura geométrica que están viendo desde preescolar. Y esa figura, ¿cuál será? ¿Una figura geométrica que tiene tres lados?

6. A: ¡Un triángulo!

7. P: Vale, un triángulo. Pues bien, vamos a partir de esa figura para explicar lo que es un ángulo. Entonces lo primero que vamos a hacer todos es, o bien, con regla el que la tenga y el que no pues simplemente a mano. Dibujamos un triángulo bastante grandito en la hoja que les estoy dando, ¿eh? En el folio. Venga empezamos todos. Vamos a partir del triángulo que es una figura que todos conocen. Bien, ¿ya todos tienen la hojita? Bien, dibujamos el triángulo, venga todos...

8. A: ¿Más o menos grande?

9. P: Venga, dibujamos todos el triángulo en la hoja. Venga, dibújalo aunque no tengas regla, hazlo a mano simplemente. Bien, la tijera la tienen a mano. Recorten ese triángulo, venga lo recortamos, todos recortamos el triángulo... Venga, recortamos un poquito rapidito; si no perdemos mucho tiempo. Mª Cruz ése está muy pequeño, tienes que hacerlo grande, porque si no, al recortarlo se te queda en nada. Bien, una vez que está hecho y recortado vamos a hacer lo siguiente: lo volvemos a recortar más o menos como a ustedes les parezca, déjenme unas tijeras... Vamos a suponer que tenemos todos el triángulo. Ahora lo recorto como me parezca, este trocito así, siempre que coincida, este así, por ejemplo...

10. A: ¿Qué quede siempre un triángulo?

11. P: Que quede... Noo, aquí no me ha quedado un triángulo, ¿lo vemos? Bien, lo que quiero es que lleguen a tener otra vez, algunos les quedará en forma de triángulo, pero lo que me interesa es que vean la figura ésta así. Partimos de este puntito que tenemos aquí y de ahí sale una semirrecta hacia arriba y otra semirrecta hacia abajo. También lo podemos ver en el triángulo entero. El que tiene el triángulo entero, tenemos una semirrecta y otra semirrecta y parten de un puntito aquí las dos, ¿verdad? Tienen un punto en común. Bien, pues a partir de ahí es lo que vamos a llamar ángulo, lo voy a dibujar aquí en la pizarra, hemos hecho esta figura y ya la tenemos aquí en la pizarra; les trazo un semicírculo... Completo no, sino en la esquinita de cada lado del triángulo y se nos forma, fíjense, se nos forma, esto que se nos ha formado aquí es un ángulo. Entonces vemos que el ángulo está formado por una semirrecta, otra semirrecta que salen de un punto en común. ¿Lo ven? Y, ¿cuántos ángulos se me han formado ahí en el triángulo?

12. A: Tres.

13. P: Tres, ¿eh? Y los puntos en comunes, ¿cuáles son? Serían éste, éste y éste, ¿no? Porque de aquí saldrían otras dos semirrectas y de aquí saldrían otras dos semirrectas. Entonces, vemos que un ángulo está formado por una y dos semirrectas, ¿eh? Que salen de un punto, de un origen común, y ese puntito, ¿de dónde sale? Es lo que vamos a llamar el vértice del ángulo. Entonces ya podemos saber que esto, de donde salen las dos semirrectas, se llama vértice del ángulo, que la semirrecta...¿Cómo se llama esto en el triángulo?

14. A: Lado.

15. P: Lado, pues en el ángulo se sigue llamando lado, y un ángulo tiene, ¿cuántos grados? Vamos a sacarlo ya fuera de ahí, vamos a dibujar el ángulo aquí, fuera del triángulo. Tenemos el vértice que es el punto o el origen de donde salen las dos semirrectas, era el vértice, y esto, esta semirrecta se llama lado y esta otra semirrecta se llama....Lado. No es nada nuevo porque el triángulo también estaba formado de....

16. A: Lados.

17. P: Lados, lo único nuevo es el puntito de donde salen las dos semirrectas que es común, ¿eh? De aquí sale esta semirrecta y de aquí sale esta otra semirrecta y esto es lo que llamamos el vértice del

ángulo, ¿eh? ¿Esto queda claro? ¿O lo vuelvo a repetir?

18. A: Le ponemos dos vértices...

19. P: ¿Eh?

20. A: ¿A los triángulos éstos...?

21. P: ¿Cuántos vértices tiene este triángulo Fede? Tres ¿cuántos ángulos sacaré de ahí?

22. A: Tres.

23. P: Tresss...

24. A: Los ponemos...

25. P: No, déjenlo así ahora. Esto no me lo pierdan porque luego nos va a servir, lo que hemos recortado, nos va a servir a la hora de hallar un tipo de ángulo que se llama el ángulo llano. Pero ahora quiero que sigan atendiendo un momentito porque voy a seguir explicando. Los triángulos se tienen que nombrar de alguna forma, ¿eh? Todos tenemos un nombre. ¿Verdad que cuando yo me refiero a Uds. yo la llamo a ella por Guacimara? Todos tenemos un nombre. Los ángulos también hay que ponerles un nombre, hay que darles una notación. Los ángulos se nombran siempre o con letras minúsculas y se pone un angulito pequeño arriba o con letras mayúsculas y se le sigue poniendo un ángulo encima. ¿Por qué? Porque hay que nombrarlos de alguna forma y si yo me tengo que referir y por ejemplo le digo a él, búscame el ángulo $\hat{A}$, si no tiene un nombre, está escrito y una forma de nombrarlo él no va a saber que es un ángulo. Entonces suponiendo este ángulo o bien lo llamo A y lo represento como el ángulo $\hat{A}$ con un angulito arriba, ¿eh? Este sería la notación, o bien le pongo letras mayúsculas, la letra que indica el vértice siempre va en medio, B, luego donde comienza, A y donde acaba, C. Y ¿cómo lo nombraría? $A\hat{B}C$ diciendo siempre la letra que he puesto en el vértice en medio, con un angulito encima. Bien, ahora tenemos que saber un ángulo cómo se mide ¿eh? ¿Cómo se mide un ángulo? Yo les dije a ustedes, no sé si se los dije alguna vez, las temperaturas como las medimos ¿no? Con el termómetro y con grados, ¿verdad? ¿Hemos nombrado aquí los grados? No me acuerdo, pero de todas formas se los recuerdo. Para medir la temperatura ¿no tenemos unos termómetros? Y esos termómetros ¿qué nos marcan? Grados de temperatura. Bien, para medir ángulos también se utilizan grados, pero no de temperatura, no de calor ni de frío ¿eh? Se utilizan grados, que es la abertura que tiene el ángulo y se expresa en grados. Por ejemplo, si yo digo este ángulo mide 30º y te pongo arriba un cerito que me sirve para medir los grados que tiene ese ángulo, más adelante tendremos que utilizar este aparatito que se llama el transportador de ángulos y sirve para medir los ángulos, los grados que tiene un ángulo. Pero ahora vamos a seguir con el libro de ustedes; en la página 56, tienen dos figuras: en una tienen un cohete que sale disparado para arriba, ¿lo ven? Y en otra tienen un avión. Fíjense, vamos a ver primero el cohete. Fíjense en ese cohete que tienen ahí. Está completamente recto hacia el suelo ¿verdad? Forma una línea recta hacia el suelo. Bien, si trazamos la línea que forma ese cohete con el suelo, si la trazamos, fíjense que ahí la han trazado, en el libro, se forman hacia un lado unos ángulos que se llaman rectos. Vamos a explicar ahora las clases de ángulos que hay con sus medidas, según lo que midan, ¿eh? Entonces, dependiendo de la abertura, de esa abertura que tengan, si está más cerrado o está más abierto, los ángulos se llamarán de distinta forma. También lo podemos comprobar con el transportador de ángulos, también lo podemos hacer más o menos a ojo de buen cubero cuando sepamos las clases de ángulos que hay, pero vamos a partir de los que ustedes tienen en el libro. Si nosotros vemos en el cohete, fíjense que se forman dos ángulos completamente iguales; sería trazamos una línea vertical, el cohete está por este lado, ¿verdad? Y está completamente recto hacia esa línea, entonces se nos forman uno y dos ángulos y ese ángulo, uno de ellos, es del que vamos a partir siempre, es el que vamos a tener de referencia siempre y ese ángulo se llama ángulo recto. ¿Por qué? Porque fíjense que la línea es vertical hacia el suelo y se nos forma aquí un ángulo, éste de aquí que mide 90º, y siempre, siempre, siempre que encontremos un ángulo recto, siempre, tiene que medir 90º, si no, no es un ángulo recto y ese nos va a servir como referencia para estudiar los demás ángulos que vamos a estudiar además. Entonces, vamos a llamar a éste, al que mide 90º, ángulo recto. Pero tenemos dos clases más de ángulos que los podemos sacar de este ángulo recto porque si en lugar de ser un ángulo recto que mide 90º lo cerramos un poquito, ¿éste será un ángulo recto?

26. A: No.

27. P: No, y ¿éste será un ángulo recto?

28. A: No.

29. P: No, a simple vista vemos que no es perpendicular, por lo tanto, no es un ángulo recto. Entonces, tenemos dos tipos más de ángulos que sacamos a partir del recto. Si éste mide 90º ¿cuánto creen que medirá éste? ¿Más o menos de 90º?

30. A: Menos.

31. P: Menos de 90º... Este mide menos de 90º y éste que tengo aquí medirá ¿más o menos de 90º?

32. A: Más.

33. P: Más, porque está más abierto, ¿verdad? Más de 90º. Bien, pues ya tenemos otros dos ángulos que sacamos a partir del que mide 90º. Este que mide menos de 90º se llama AGUDO, vamos a ponerlo con mayúscula también, y éste que mide más de 90º se llama OBTUSO. Y esos son los tres tipos de ángulos que tienen ustedes en el libro en la primera página. Véanlo, sería el que forma el cohete que es perpendicular 90º; el avión que tenemos al lado, fíjense en el dibujo que tenemos al lado, el del avión. Vemos que ahí se forman dos ángulos, uno en el lado derecho que es grande, ¿cómo será? ¿Cuánto medirá? ¿Será agudo o obtuso?

34. A: Obtuso.

35. P: Y el pequeñito que se forma debajo del avión...

36. A: Agudo.

37. P: Será el ángulo agudo. Bien, pues ahora sabiendo ya esto que hemos explicado vamos a dibujar en el cuaderno, un ángulo recto ¿eh? Un ángulo agudo y un ángulo obtuso y le ponemos más o menos las medidas a ojo de buen cubero, ¿eh? ¿Tienen todos las fichas?

38. A: Sí.

39. P: Bien, y le ponemos por supuesto los nombres: recto, agudo y obtuso. Bien, le van a poner el nombre al vértice, donde está el vértice del ángulo y los lados del ángulo. Y le vamos a poner un nombre, le vamos a dar una notación a esos ángulos. Bien, éste de aquí se está prestando a confusión porque ustedes me lo están dibujando tal cual está aquí estoy viendo, y aquí hay dos ángulos rectos: éste que mide 90º y éste que mide 90º. Entonces yo no quiero dos, quiero que me dibujen un ángulo recto. Estoy viendo que tienen uno por este lado y otro por éste, son dos ángulos rectos. Entonces uno ¿cómo sería? Simplemente trazamos la perpendicular, no prolongamos el suelo sino hacia la parte derecha o hacia la parte izquierda, donde ustedes quieran dibujarlo y ése es el que mide 90º. Si es menos de 90º, si el ángulo es agudo, es menos de 90, pero yo le puedo poner menos de 90º... ¿Qué números son menos de 90? 89, 88, todos esos hasta 0, puedo ponerlo que ese ya tiene otro nombre... Le ponemos una medida. Luego, el obtuso si mide más de 90º, ¿qué medidas le podemos poner? 91, 92, 93, lo que queramos ¿no? Mayor de 90º le ponemos un nombre, le damos una notación. Bien, ¿ya lo dibujaron?

40. A: Le ponemos el vértice y eso...

41. P: Sí. ¿Cuál es el vértice, Jacob?

42. A: ¿El vértice?

43. P: Sí.

44. A: La, la esquina.

45. P: Lo que hace esquina. Bien, pues ahora vamos a ver la actividad número 1 de esta página. Aunque dice que utilicemos cartulina y papel de calcar, vamos a pasar porque no me dio tiempo de buscar el material. Lo que sí vamos a usar, si quieren es el folio y no quiero que me hagan esa actividad tal cual está ahí, sino, vamos a ver, me van a decir qué ángulos son rectos, qué ángulos son agudos y qué ángulos son obtusos, de los que están en esa actividad. Mírenlo bien, miren bien la actividad número 1 de la página 56...

46. A: Seño, le tengo que decir si éste es agudo, si éste es recto...

47. P: Exactamente, si el ángulo es agudo, si es recto... bien. Mírenlos bien. ¿Ya los han visto? Vamos a ver, el A ¿qué será?

48. A: Recto.

49. P: ¿Todos están conformes en que es recto?

50. P: Si quieren comprobarlo con el folio, esto de aquí forma ángulo recto. Lo ponemos en uno de los lados y si vemos que efectivamente coincide, es recto ¿eh? Bien, ya sabemos que el Â es recto. Vamos a ver el $\hat{B}$, el ángulo $\hat{B}$...

51. A: Obtuso.

52. P: ¿Cómo será?

53. A: Obtuso.

54. P: El □.

55. A: Recto.

56. P: Fíjense que vuelve a coincidir con que es recto; tiene un lado perpendicular ¿eh? Bien: ¿el $\hat{D}$?

57. A: Agudo.

58. P: ¿El Ê?

59. A: Obtuso.

60. P: ¿El $\hat{F}$?

61. A: Agudo, obtuso.

62. P: El $\hat{F}$.

63. A: Obtuso, agudo.

64. P: No, mírenlo bien. ¿Es mayor o más pequeño que el recto?

65. A: Más pequeño.

66. P: Más pequeño, es que estoy oyendo las dos cosas: Agudo y Obtuso. O es uno o es otro, a ver, ¿qué es entonces?

67. A: Agudo.

68. P: Agudo, y ¿el □?

69. A: Agudo.

70. P: Agudo. Bien, ya todos terminaron de hacer... Bien. Pues vamos a ver ahora la siguiente pregunta. Serían clases de ángulos, vamos a seguir con clases de ángulos porque ya conocemos tres: conocemos el ángulo recto, el ángulo agudo y el ángulo obtuso, pero hay más clases de ángulos. Bien, el ejemplo que les pone el libro es el de, no sé si han visto ese abaniquito que suele tener dos alambritos, es algo parecido a esto que yo he hecho aquí ¿eh? Que cerrado tiene un alambrito así... No sé como explicarlo, está ahí el dibujo en el libro que luego lo abrimos y unimos las dos partes del abanico. Si nos fijamos el primer abanico está completamente abierto, lo ven en el libro y lo ven aquí. Es como esto que yo tengo aquí. Entonces el ángulo que se forma dentro de este abanico, fíjense en la primera, ven el ángulo que tienen subrayado, sería este ángulo de aquí dentro, ese ángulo se llama ángulo completo. Vamos a ver de dónde sale ese ángulo completo. Nosotros ya lo tenemos casi con el de 90º, vamos a borrar éste y volvemos a trazar el ángulo recto, aquí nos sale uno 90º, aquí nos sale otro 90º y aquí se nos forma otro de 90º. Si nosotros sumamos todos esos ángulos se nos forma este ángulo que va desde ahí hasta aquí. Nosotros sabemos que éste es el 0, aquí es 90º y seguimos sumando 0º, 90º otro 90º sumen a 90 90. ¿Cuánto daría?

71. A: 180º.

72. P: 180º. Aquí tendríamos el 180º; si le sumamos otros 90º ¿cuánto sería? Vamos a hacerlo...

73. A: 270º.

74. P: 270º, y si le sumamos otros 90º ¿qué se nos formaría?

75. A: 360º.

76. P: 360º, que estaría justo aquí, y a eso es a lo que llamamos el ángulo completo, porque le hemos dado toda la vuelta, partimos de 0º y volvemos a 0º y vamos sumando. Este vale 90º porque es recto, éste vale 90º porque es recto, éste vale 90º porque es recto y este otro 90º porque es recto. Si lo sumamos todos suman 360º y a eso es a lo que llamamos el ángulo completo. Lo ven en la página 57, lo tienen ustedes el ángulo completo que forma el abanico. Bien, si vemos el siguiente abanico ya no está abierto totalmente sino está justo a la mitad ¿eh? Justo abierto sólo la mitad. Bien, en ese abanico vemos, está marcado en el libro, subrayado, ¿lo ven? Vemos el ángulo que se forma ¿eh? Que es la mitad justo de éste que tenemos dibujado, es decir, ya no nos vale esta parte de aquí sino cogemos ese trozo hasta aquí. Bien, pues ese ángulo es lo que llamamos un ángulo llano. ¿Y cuánto medirá un ángulo llano?

77. A: 180º.

78. P: 180º, porque serían 90º y 90º, los sumo y sumados dan 180º, entonces ese sería el ángulo llano. Y luego el siguiente que ya lo conocemos, que el abanico está así abierto, ¿cómo se llamaba?

79. A: Ángulo recto.

80. P: ¿Y cuánto valía ese ángulo?

81. A: 90º.

82. P: 90º, pero yo puedo cerrar todo el abanico, como lo tienen en esa misma página, lo cerramos todo y vemos que ahí no tenemos ángulo ¿y cómo se llama ese ángulo?

83. A: Nulo.

84. P: El que vale 0º, entonces vamos a dibujarlo, cada uno en su cuaderno, le vamos a poner los nombres... Sería... El ángulo completo partimos de 0º y llegamos a 360º sería el ángulo completo. ¿Ya lo tienen dibujado?

85. A: Sí.

86. P: ¿Por qué, decíamos? Lo vuelvo a repetir, porque el ángulo recto este vale 90º, éste vale 90º, éste es otro ángulo recto que vale 90º y este es otro ángulo recto que vale 90º y sumados dan 360º.

87. A: ¿El vértice qué es, lo del centro?

88. P: ¿Cuál será el vértice? Exacto, el vértice, éste es el vértice de este ángulo, vamos a llamarlo $\hat{A}$, este es el vértice del ángulo $\hat{B}$, éste sería el vértice del ángulo $\hat{D}$, los vértices ahí son comunes a todos, pero yo los puedo sacar de ahí.

89. A: ¿Se los ponemos?

90. P: Sí, pero... El vértice es éste.

91. A: El centro.

92. P: Central. Bien y hasta aquí, el próximo día seguimos explicando porque ya se nos ha hecho la hora, vamos a poner unas cuantas actividades... Bien, de todas formas se los pongo; está el ángulo completo, luego tenemos el llano que parte del 0º y llega hasta 180º. Y luego ya está el recto que ya lo

conocemos y sólo nos queda el ángulo nulo que sería cuando coincide la perpendicular con el 0º y ése es el que se llama ángulo nulo, el que mide 0º. Es como si cerramos el abanico y lo hiciéramos coincidir, no tiene ángulos. Bien; miren, ahora yo me tengo que ir y saben que tenemos otra hora, ya hemos terminado la proporcionalidad, ¿se acuerdan? Dije que el control era el jueves, no el martes... Bien, lo que vamos a hacer es lo siguiente, una vez que ya hemos visto las clases de ángulos que hay, que son: recto, agudo, obtuso, completo, el ángulo llano y el ángulo nulo, vamos a hacer, porque yo me tengo que ir, la actividad número 1 de la página 57 y la actividad número 2 de la página 57. Miren, procuren, para ir aprendiéndose los nombres, lo de vértices, lados, como se nombra... Poner siempre el nombre y marcamos dónde está el vértice y cuáles son los lados de los ángulos.

93. A: ¿Guardamos esto?

94. P: Sí, eso lo guardan porque el próximo día, cuando vayamos a hacer la suma de los ángulos de un triángulo, nos va a valer ese recorte que hemos hecho. Bien, la 1, la 2 y la 3 de la página 57. Miren, me los dibujan, si tienen que calcarlo pues lo calcan de ahí en el cuaderno, los dibujan y hacen la actividad. Si se fijan siempre es partir de los que ya conocemos arriba, del ángulo completo, del ángulo llamo y del ángulo recto. Bien, si terminan esa actividad...

95. A: Señorita y aquí cómo se sabe cuánto mide... ¿Calculo cuánto mide...?

96. P: Sí, tú sabes cuánto mide completo ¿verdad? ¿Cuánto mide completo?

97. A: 360º.

98. P: 360º; entonces ¿cuánto medirá sólo el trocito que falta...?

99. A: ¡A! 0

100. P: ¿0? O qué...

101. A: ¿0?

102. P: Bien, ¿alguna pregunta más? Fíjense bien en las actividades que tienen que hacer por si tienen alguna duda que me tengo que ir, miren las actividades primero. Bien, y las menos cuatro que es la del reloj, a ver qué ángulo forman los punteros del reloj.

2ª SESION
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 6º PRIMARIA
FECHA: 22-05-97

1. P: Vamos a empezar. Vamos a seguir con los ángulos. Se acuerdan que dijimos que dejábamos la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo para hoy. Pues, sacamos el cuaderno, el libro, ponemos la fecha...

2. A: ¿Sacamos el compás?

3. P: Sí, van sacando todo: el compás, la regla, el transportador... sacamos todo. Bien, vamos a ver, vamos a empezar con la bisectriz de un ángulo. Bueno, ya hemos visto lo que era un ángulo, las clases de ángulos que había, hemos hecho ángulos, construido ángulos según las medidas, hemos medido ángulos con el transportador y hemos sumado ángulos y hemos dicho la medida de esos ángulos. Bien, hoy vamos con la bisectriz de un ángulo, está en el libro en la página 62. Vamos a ver cómo hallamos y qué es la bisectriz de un ángulo. Bien... ¿Ya todos están preparados? ¿Ya tienen la fecha? Hoy es día 22, Venga, ligeritos, que si no nos da tiempo. Bien, tenemos un ángulo, cualquier ángulo puede ser, no tiene que ser ni recto, ni agudo, ni obtuso, ni llano, cualquier ángulo. De cualquier ángulo podemos hallar la bisectriz; por lo tanto, vamos a dibujar un ángulo cualquiera y con el transportador para luego comprobarlo. Cada uno dibuja su ángulo en el cuaderno. Venga, todos dibujamos un ángulo en el cuaderno.

4. A: ¿De la medida que queramos?

5. P: Sí, de la medida que quieran. Todos dibujamos un ángulo en el cuaderno de la medida que quieran. Bien, dibujamos el ángulo y con el transportador lo medimos, le ponemos en un lado la medida para luego hacer la comprobación.

6. A: ¿Puedo hacer el ángulo que yo quiera...?

7. P: El que tú quieras.

8. A: ¿Hago el recto?

9. P: Puede ser recto, agudo, obtuso, el ángulo que ustedes quieran, lo miden con el transportador y le ponen la notación y la medida en grados... Venga, cada uno le pone su medida. ¿Ya está? Se van pasando el transportador rapidito para que todos lo podamos hacer. Bien, pues vamos a ver ahora qué es la bisectriz de un ángulo. La bisectriz de un ángulo es una semirrecta que, saliendo del vértice del ángulo, divide ese ángulo en dos partes exactamente iguales ¿eh? Es una recta que sale del vértice del ángulo y que va a dividir ese ángulo en dos partes exactamente iguales. Bien, ustedes tienen ya un ángulo dibujado y le han puesto una medida ¿verdad? Si yo divido esa medida en dos partes iguales ¿eh? Si la divido en dos o ese ángulo, esa medida en dos partes iguales por ahí, podré trazar la bisectriz y para hacerlo, para hacer eso primero, para que lo vean, vamos a construir en un folio que les voy a dar un triángulo mayor. Tiene que ser con regla ¿eh? Porque si no, al hacer la simetría no nos va a quedar bien, ¿eh? Entonces, vamos a dibujar un ángulo, el que queramos, un ángulo, no un triángulo. ¿Se acuerdan que el otro día hicimos un triángulo y pusimos los ángulos para comprobar que la suma de los ángulos de un triángulo eran 180º? ¿Se acuerdan verdad? Pero hoy no vamos a dibujar un triángulo, sino un ángulo bastante grande. Recortamos por los lados, que veamos bien los lados, porque luego los vamos a unir para que veamos que el trazo de la bisectriz queda marcado ¿eh? En ese ángulo, entonces les voy a dar un folio a cada uno, primero que nada, con la regla construyan un ángulo grande... Miren, están trabajando con muchas cosas desordenadas encima de la mesa, y no se están aclarando, pongan el libro en una esquina para que las cosas les queden bien hechas, venga... Ponemos el libro en una esquina y construimos... Un ángulo. Váyanse pasando la regla. Si quieren, pueden medir ese que han construido grande para luego hacer también la comprobación. Lo que pasa es que tenemos que darnos un poquito de prisa porque si no en esto se nos va todo el tiempo... Venga, vamos recortando... Lo vamos recortando, que las medidas sean lo más exactas posibles, con el transportador situamos bien el centro del transportador en el vértice y alineamos el cero con un lado del triángulo, si no, no nos queda bien la medida ¿eh? Procuramos lo más exactamente posible la medida, lo recortamos por los lados bien recortadito. Bien, ¿alguien ya lo tiene recortado? Bien, ahora está recortado el triángulo y hacemos coincidir a partir del vértice, doblamos, y hacemos coincidir los lados, ¿eh? Hacemos coincidir bien los lados y lo doblamos, lo doblamos y apretamos bien ese doblez porque ahí es donde nos va a salir la bisectriz a partir del vértice del ángulo, ¿ya lo tienen? Venga... Lo doblamos... Luego lo abrimos, vean, lo abrimos y nos queda una marca en el centro que nos divide el ángulo en dos partes exactamente iguales... ¿Lo tienen? Bien, pues vamos con la regla a trazar lo más exactamente posible esa recta que nos ha quedado en el centro... Vamos a trazarlo...

10. A: ¿Con la regla?

11. P: Sí con la regla, lo más exactamente posible...

12. A: Seño, dame un folio.

13. P: ¿Te equivocaste?
14. A: Sí.
15. P: ¿Eh?
16. A: Parece que sí.
17. A: ¿Lo corto?
18. P: No hace falta, hijo, sino hacer coincidir los lados a partir del vértice, no importa que sobre, no vamos a un triángulo estamos en un ángulo. Por lo tanto, esa raya que ha quedado es la bisectriz del ángulo. ¡Uy! ¿Qué hiciste? Te dije que recortaras por los lados, mujer... ¿Tú viniste cuándo hicimos lo del triángulo?
19. A: Sí.
20. P: Pues igual, tienes que hacer un ángulo, recortarlo... Bien, ya han trazado la línea, pero la trazaste por donde no tenías marcado el ángulo ¿eh? Márcamela por aquí también con la regla, la trazamos...¿Ya la hiciste? Hacia fuera, por el vértice, a partir del vértice, así, hacemos coincidir, ¿ves? Bien, ya tienen trazado... ¿Ya tienen cortado el ángulo y trazada esta semirrecta?
21. A: Sí.
22. P: Bien, pues ahora con el transportador. ¿Ya tienen marcada con el lápiz? Midan a ver si mide lo mismo el lado derecho que el lado izquierdo, venga, con el transportador... Intenten ser lo más exactos posible. Oigan, podemos fallar...
23. A: Un pelín...
24. P: Un pelín, exacto, bueno pero eso es porque no somos exactos. Siempre al usar la regla, al usar el lápiz, tenemos un error muy pequeñito, como dice él un pelín de milímetro, a lo mejor unos milímetros más, unos milímetros menos. ¿Ese es el vértice? A ver, ¿cuál es el vértice del ángulo?
25. A: Éste.
26. P: Ése y dónde dije yo que a partir del vértice, ¿cómo se hacia el doblez? Haciendo coincidir los lados a partir del vértice y éste no es el vértice ahí sino el vértice está aquí... A partir del vértice. Señores, ¿se ha quedado dividido en dos partes iguales? Aproximadamente, no es que sea exacto, exacto, porque lo estamos haciendo y siempre hay un margen de error. Bien, pues ahora lo que van a hacer en el mismo folio, van a hacer la división. ¿Cuántos grados le medía a cada uno su ángulo?
27. A: 20º, 25º...
28. P: Bueno, a uno le mediría 20º, a otro 25º, a otro 21º, a otro 30º... Divídanlo entre dos a ver cuánto es la mitad, para saber si exactamente es la mitad del ángulo. Todos hagan la división en la misma hoja... ¿Tú lo mediste? ¿Cómo se medía? ¿Dónde se ponía el centro del transportador?
29. A: En el vértice.
30. P: En el vértice, mira como lo sabes, lo que pasa que... No te molestas. Y ¿con qué se alineaba la raya? ¿Con qué se alineaba el lado?
31. A: Con el cero.
32. P: Con el cero, sí señor. Venga, mídalo a ver cuánto le medirá.
33. A: A mí me da 25º.
34. P: Tú tenías un ángulo de 50º y la mitad, ¿cuánto te dio?
35. A: 25º.
36. P: 25º. ¿Te da lo mismo que midiéndolo con el transportador? ¿Es el centro, es la mitad?
37. A: Sí.
38. P: Bien, pues vemos que esa línea que hemos trazado en el centro del ángulo es lo que se llama la bisectriz del ángulo. Vean la pizarra, lo voy a hacer más o menos a ojo; esa sería la bisectriz del ángulo. Señores, y si yo prolongo eso, esa raya, también la llamaré eje de simetría. ¿Qué significa eje de simetría? Significa que al dividir yo ese ángulo en dos partes iguales, son exactamente iguales el lado derecho y el lado izquierdo. Ese será el eje de simetría. Si yo cojo esta mesa y la divido justo, justo a la mitad, significa que tengo que trazar una línea que puede ser imaginaria o la trazo con un lápiz. Entonces esa línea me sirve como eje de simetría, significa que el lado derecho y el lado izquierdo son exactamente iguales. Ustedes también habrán oído hablar del eje de la tierra ¿verdad? El eje de la tierra, que es un eje imaginario, donde se supone que la tierra está girando. Bien, pues ese eje también se supone que es el eje de simetría de la tierra, que si dividimos la tierra ¿eh? Será el lado derecho igual a lado...
39. A: Izquierdo.
40. P: Izquierdo, ¿eh? Bien, se llamaría eje de simetría, pero que en el ángulo se llama la bisectriz del ángulo y la bisectriz siempre, siempre, siempre divide a los ángulos en dos partes iguales, con la misma medida, exactamente. Vean en el libro de ustedes tienen en el recuadrito. Tienen en el recuadro pequeño la definición de bisectriz de un ángulo, léanlo todos en voz baja que ahora lo lee uno en voz alta. Lean la definición que tienen de bisectriz, léanlo con los ojos primero, en el recuadrito verde del libro lo tienen. A ver Laura, tú misma léelo en voz alta la definición de la bisectriz...
41. A: La bisectriz de un ángulo es la recta que lo divide en dos ángulos iguales.

42. P: Bien, lo hemos visto ¿verdad? Que es la recta que divide al ángulo en otros dos ángulos exactamente iguales ¿eh?. Bien, la actividad número 1 del libro ya la tenemos hecha. Fíjense qué es lo que hemos hecho con el folio: que hemos dibujado un ángulo, lo hemos plegado por la mitad y hemos trazado el eje de simetría o la bisectriz de es ángulo ¿eh? Eso es lo que hemos hecho. Vamos a ver la actividad número 2 del libro. Todos la leen primero esa actividad número 2. Bien, esta actividad dice: dibuja en tu cuaderno la figura uno. Vean que en la figura uno hay una semirrecta AB y luego tenemos trazada con línea roja otra semirrecta, que en este caso le dicen que es la bisectriz del ángulo que van a dibujar ¿eh? Nos falta dibujar el otro lado del ángulo. ¿Ya la leyeron?

43. A: Sí.

44. P: Bien, señores, lo primero que tenemos que hacer ¿qué es? Fíjense bien que les dice que es línea punteadita que está ahí no es el lado del ángulo.

45. A: Medir el ángulo...

46. P: Exacto, saber cuánto mide ese ángulo. Pues lo hacemos con el transportador de ángulos, miramos a ver cuánto mide ese ángulo. ¿Cuánto mide?

47. A: 45º

48. P: 45º, bien le ponemos 45º. Bien, señores si esa es la bisectriz, ¿cuánto medirá el ángulo completo?

49. A: 90º

50. P: ¿Cuánto?

51. A: 90º

52. P: 90º, por lo tanto tenemos que dibujar el resto que nos falta hasta 90º y de 45º a 90º ¿cuánto nos falta?

53. A: 45º.

54. P: 45º, dos 45º. Bien, ¿ustedes creen que esa bisectriz está bien trazada? Si un ángulo mide 45º y el otro mide también 45º, ¿está bien trazada esa bisectriz?

55. A: Sí.

56. P: Sí, porque es exactamente la mitad de 90º ¿no? Bien, ése era el ejercicio 1 de dibujar el ángulo. El que está al lado, vemos la figura 2 del libro; primero que nada, me van a decir qué clase de ángulo es este que está dibujando. ¿Qué clase de ángulo es?

57. A: Ángulo recto.

58. P: Ángulo recto. Bien y un ángulo recto ¿cuánto mide?

59. A: 90º.

60. P: 90º. Bien, si trazamos la bisectriz, ¿cuánto medirá cada ángulo, el ángulo B y el ángulo C de ese dibujo?

61. A: Pues 45º.

62. P: 45º, compruébalo a ver si es verdad, compruébenlo con el transportador de ángulos.

63. A: Sí.

64. P: Les mide 45º cada uno.

65. A: Sí.

66. P: Bien, pues pónganle el valor con grados a cada ángulo, el ángulo $\hat{B}$ mide 45º y el ángulo [illegible] mide 45º. ¿Ya lo tienen? Bien, ¿se acuerdan el primero que les hice hacer en el cuaderno, la actividad 1 que les hice dibujar en el cuaderno? Busquen esa actividad, cada uno dibujó el ángulo que quiso, ¿verdad? Bien, pues hallen cada uno la bisectriz de su ángulo dibujado. Venga, voy a pasar por las mesas a ver. Del primer ángulo que dibujaron me hallan la bisectriz. Señores, con el transportador que todavía no lo sabemos hacer de otra forma, tenemos que medir con el transportador.

67. A: Seño, cuando ya sabemos lo que mide ¿qué hacemos?

68. P: Ya sabes lo que mide... Pues hallarle la bisectriz. ¿Cómo hallas la bisectriz?

69. A: La mitad, pues venga, primero divides, hallas la mitad dividiendo por dos y luego compruebas con el trasportador lo que es verdad, me lo marcas y me trazas la rayita, la bisectriz. Cuando vayan terminando se pasan los transportadores unos a otros, el que no tenga. Bien, vamos a ver, ¿alguien ya lo tiene hecho? Laura, ¿cuánto te da la bisectriz? Primero me dices la medida del ángulo.

70. A: 53º.

71. P: 53º bien, ¿hallaste la bisectriz?

72. A: 26.

73. P: 26 justo, justo...

74. A: 26’5

75. P: 26’5, porque el tuyo no daba exacto. Bien ¿la trazaste... la mediste con el transportador y la trazaste?

76. A: Sí.

77. P: Bien. A ver, otro que lo tenga terminado... ¿Cuánto mide?

78. A: 31º
79. P: 31º y ¿la bisectriz?
80. A: 15’5.
81. P: 15’5. A ver, otro.
82. A: 123º.
83. P: ¿123º?
84. A: La bisectriz, 61.
85. P: 121 y algo ¿no? Digo... 61 y algo.
86. A: Sí.
87. P: ¿Tú?
88. A: 50º y la bisectriz 25.
89. P: 50º y la bisectriz está en 25, o sea, que cada ángulo vale 25º. ¿Guacimara?
90. A: Sería 130º y cada uno 65º.
91. P: 130º y cada uno 65º.
92. P: 90º y la bisectriz 42.
93. P: ¿42º? ¿90º? ¿Seguro? ¿La bisectriz 42º?
94. A: No, 45º.
95. P: ¡Ah! 45º eso sí. Otro.
96. A: 44º y la bisectriz 22.
97. P: Y cada ángulo 22.
98. A: 70º y la bisectriz 35º.

99. P: 35 y 35, ¿cuánto dijiste? 70º, bien. Bien, más o menos todos han visto que la bisectriz pasa justo por la mitad del ángulo ¿verdad? Bien, pues vamos a hacerlo ahora con el compás, vamos a trazar bisectrices con el compás. ¿Por qué con el compás? Porque son más exactas las medidas y más fáciles. Entonces, todos ahora atendiendo a la pizarra, nadie puede estar pendiente del cuaderno porque si no, no se van a enterar de lo que tienen que hacer. Todos miramos la pizarra. Yo voy a construir un ángulo cualquiera en la pizarra y voy a hallar la bisectriz de ese ángulo sin saber siquiera lo que mide; yo no sé lo que mide ese ángulo pero yo voy a trazar con el compás la bisectriz y me va a dar justo, esto, la mitad de ese ángulo, es decir, cada ángulo que salga va a tener la mitad de la medida. Para construirlo, todos tenemos un compás, por un lado tiene punta, esto ya lo han visto porque ustedes están en clase de plástica ¿verdad? Y han utilizado el compás. Bien, entonces el lado que no tiene el lápiz, que no tiene tiza, la punta se pone en el vértice del ángulo y hacemos dos medidas, las que queramos en el ángulo, ahí y ahí. Nunca podremos abrirlo ni cerrarlo más, si lo hacemos en un lado con este radio, en este lado con el mismo, no lo puedo cambiar, sino en ambos lados tengo que trazar dos, dos pequeñas marcas con el compás. Una vez que ya tenga el ángulo extra lo que tengo que hacer es, en ambos lados tengo que poner primero en uno el compás y trazo una raya ahí. Hago lo mismo con el otro lado, con la misma abertura trazo y vemos que se nos cruza con la otra. Pues por ahí y partiendo del vértice con una regla, con una escuadra o cartabón, lo que tengan, con esto no me va ser suficiente, partimos del vértice y tenemos que llegar justo ahí, donde se corta y trazar la recta. Vamos a ver si nos llega, justito del vértice a donde se nos han cruzado y trazamos... Bien, si ahora midiéramos veríamos que esta semirrecta divide al ángulo exactamente en dos partes iguales, sin siquiera saber la medida, yo sé que este ángulo va a tener la misma medida que este. ¿Por qué? Porque esa es la bisectriz de ese ángulo, sería también la bisectriz. Vamos a ver si ustedes son capaces de dibujar en su cuaderno, cada uno en el suyo, un ángulo, el que quieran, no lo midan, luego lo medimos, lo comprobamos con el transportador y vamos a ver si somos capaces de hacer lo mismo, de hallar la bisectriz con el compás. Señores ¿ya han dibujado el ángulo?

100. A: Sí.

101. P: Cogemos el compás, todos lo van haciendo conmigo, cogemos el compás, hacemos las marcas donde queramos, partiendo justo del vértice; justito en el vértice trazamos una raya arriba en el lado de arriba del ángulo, otra raya en el lado de abajo, siempre hay que mantener el compás para que no se nos escape. Ya ustedes lo habrán usado en plástica. Bien, ¿ya alguno tiene hechas las dos marquitas en ambos lados...? Bien, luego con esta misma abertura o con otra abertura que queramos, pero la que elijamos no podemos moverla. Lo que hacemos es ponemos ahí trazamos, ponemos en el otro lado y trazamos y vemos que se nos vuelve a cruzar, y partiendo del vértice trazamos la bisectriz. Bien, vamos a hacer las comprobaciones. Venga, Francisco a tí ¿qué te dio?

102. A: 30º.

103. P: ¿30º cada ángulo o el ángulo era de 30º y al hallar la bisectriz se te queda en menos? ¿30 qué?

104. A: 30º cada ángulo.

105. P: 30º cada ángulo, bien. Patricia, ¿cómo va eso? ¿Ya lo mediste con el transportador? Pues venga, haz la división. Lo comprobamos con el transportador ¿eh?

106. A: 50º la división es 25.

107. P: 25, ¿y lo comprobaste con el transportador? Si estaba la bisectriz en cada ángulo medía 25... Vale, miren, ésta es la explicación de la 3ª actividad que tienen en el libro, miren el libro... Miren el libro, la actividad número 3 en la página 62, ¿la ven? Hemos partido del vértice y hemos trazado dos pequeños arquitos ahí en los lados del ángulo y a partir de esos trazados pues ya hallamos la bisectriz. Compruébenlo en el libro para que vean cómo lo han hallado; ahí es exactamente lo mismo que hemos hecho... Bien, pues para afianzar esto un poco trazamos otro ángulo un poquito mayor que ese, venga, en el mismo ejercicio y volvemos a hacer lo mismo, con el compás volvemos... Venga, hacemos otro, lo medimos... Bueno, ¿ya lo tienen claro? Venga. Lo hacemos un poquito mayor o un poco más pequeño que el otro.

Para que se diferencie un poco... Ahora, comprueba con el transportador lo que mide y me pones lo que mide cada ángulo por donde hallas trazado la bisectriz. No se olviden que el transportador hay que colocarlo bien, el centro en el vértice y alinear el lado del ángulo con el cero del transportador, si no nos da la medida. Bien, vamos a comprobar este ángulo que hicimos, a ver si hemos hallado bien la bisectriz... Venga, empezamos, uno cualquiera, el que quiera decir el suyo. Venga, empieza...

108. A: 25º.

109. P: Medía 25º, además la bisectriz...

110. A: 12º.

111. P: ¿12º, 12º?

112. A: 12’5.

113. P: Ay ese 12, 12... Venga más o menos. Patricia.

114. A: El total 35º y la mitad 15º.

115. P: ¿15 justo?

116. A: Sí.

117. P: ¿15 justo?

118. A: Bueno, medía 16, pero...

119. P: Pues 16 y algo más, porque si te medía, cuánto ¿35º? Divide 35 entre 2, Patricia. 35 entre 2, 30 entre 2 sí da 15 pero 35 no creo que dé 15. Haz la división...

120. A: Medía 50º y la bisectriz 25º.

121. P: Y la bisectriz ha dado ángulos de 25º. A ver...

122. A: Medía 53º y la bisectriz 27º.

123. P: ¿27 justitos?

124. A: No 27’5.

125. P: 27 y 27, ¿tú hiciste la división?

126. A: No, aproximado.

127. P: Bueno aproximadamente. A ver, tú.

128. A: Medía 60º y la bisectriz 30.

129. P: 30, qué justito te salió ¿eh? A ver, Guacimara...

130. A: Todos miden 40º y un lado mide 20º.

131. P: Un lado mide... Un lado no, cada ángulo mide 20º, Laura...

132. A: Todos miden 118º y cada ángulo 56º.

133. P: Y cada ángulo 56º, bien. Conforme, ¿todos saben ya cómo hallar la bisectriz? Bien, pues ahora todos me van a dibujar, todos me van a dibujar un ángulo... ¿ya? Bueno, lo dejamos aquí y el próximo día seguimos.

TRANSCRIPCIONES DE LAS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS DESPUÉS DEL CURSO GUÍA

1ª SESION
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 6º PRIMARIA
FECHA: 9-02-98

1. P: Leemos, si leemos el material que necesitamos para hacer la actividad....

2. A: La regla.

3. P: ¿Vale? Todos, leemos primero que nada el material que necesitamos porque tenemos que sacar...

4. A: Regla.

5. P: ¿Regla sólo? Pues venga, reglas arriba de la mesa, empezamos a leer y a hacer lo que tengamos que hacer, venga. Bueno, pues ya empezamos a trabajar. Leemos despacito para saber y enterarnos de lo que nos pide la actividad. Si no sabemos algo como siempre levantamos la mano y yo les atiendo. Fíjense que esto sí lo hemos visto. Acuérdense de las rectas, paralelas, secantes, lo que pasa es que aquí hay otras que no hemos visto, vamos a ver....

6. A: Seño ¿se puede empezar?

7. P: Claro.

(La profesora a un alumno) Venga pasa la hoja si no tienes dudas. Si no tienes que hacer ninguna observación, pasa la hojita...

(La profesora a otra alumna) Si, tienes que...¿Eh? Pero mira a ver si te dice rodear con cera o rodear con el lápiz, si te dice pintar, si no lo rodeas con el lápiz. Tú tienes que hacer lo que leas. Rodea a lápiz, entonces con lo que tú quieras.

8. A: Seño, yo no tengo escuadra.

9. P: ¿No tienes el que...?

10. A: Escuadra.

11. P: ¡Ah! Que no tienes... Escuadra, vale pues yo te la presto.

12. A: Yo tampoco.

13. P: Vale, se la van pasando de unos a otros.

14. A: Seño a mí lo que me falta es el cartabón.

15. P: Vale.

16. A: Seño, yo iba a traer la escuadra y todo eso pero es que el jueves fue mi madre a comprármelo y no tenían.

17. P: De todos formas ahora de ahí, aunque diga compás, en estas actividades no lo van a necesitar, entonces no lo sacamos, en estas actividades en concreto, no lo vamos a necesitar.

(La profesora a un alumno) Si los materiales que necesitas sólo es la regla ¿eh? Busca todas las rectas paralelas y colorearlas y todas las que sean paralelas.

(La profesora a otro alumno) Mira a ver si se te cayó, déjame buscarte un lápiz yo. Me estaba preguntando Patricia que no se acordaba dice, ¿Las rectas paralelas cuáles eran las que se unían o las que no se unían?

18. A: Las que no se unían.

19. P: (La profesora a un alumno) Es que tienes tú que llegar a saber lo que es una región. Se acuerdan de ayer, saca el documento de ayer, cuando poníamos las cuerdas cruzadas, ¿se acuerdan? Se formaban ¿cuántos ángulos?

20. A: Cuatro.

21. P: Bueno, pues lo que está dentro, dijimos, dentro y fuera y lo que está dentro que, dijimos lo de fuera, las rectas se llamaban los lados, el vértice y luego lo que queda dentro se llama la región angular. Entonces ¿cuántas se forman?

22. A: Cuatro.

23. A: Seño, yo no traje el cartabón, digo el compás.

24. P: Que no vas a necesitarlo ahora.

25. A: ¡Ah!

26. P: Creo que no lo vas a necesitar. Espérense, espérense que les voy a dar un folio para los que no... A ver. Necesitabas una hoja, ¿ya tú vas por ésa también?

(La profesora a Pedro) ¿Tú sabes cómo son las vías del tren Pedro? Tú has visto un tren ¿verdad?

27. A: Sí, en las películas.

28. P: Lo has visto en las películas y ¿por dónde va el tren?

29. A: Por los raíles.

30. P: Por unas rectas ¿verdad? Y esas rectas, ¿serán paralelas o se unen en algún punto?
31. A: Sí son.
32. P: ¿Qué? ¿Sí son qué? Si se unen o van rectas, rectas, rectas y nunca se unen.
33. A: Se unen.
34. P: ¿Se unen? ¿Pero se unen dónde?
35. A: En el cambio de agujas.
36. P: ¿En el...?
37. A: Cambio de agujas.
38. P: Sí, pero y de resto, ¿se unen en algún lado?
39. A: No.
40. P: Porque en el cambio de agujas se cruzan ¿no? Los trenes, pero siguen rectas, rectas, rectas, porque si no el tren no puede ir ¿esas serán paralelas o no serán paralelas?
41. A: Sí.
42. P: Bueno.
43. A: Un compás hace falta.
44. P: Un compás hace falta ¿para qué? Pero a ver, he dicho el compás para qué lo van a necesitar ya, ¿para qué? ¿Qué tienes que dibujar con el compás? ¿Ya te dice que utilices el compás, Matías? Pues entonces no lo necesitas. Lee la actividad y cuando lo necesites me lo vuelves a decir.

(La profesora a Mery) ¿Qué Mery? Mira coge la regla ¿cuáles serán los bordes? ¿Cuál es el borde de esta mesa?
45. A: Eso.
46. P: Y aquí por ejemplo por este lado, ¿cuál es el borde?
47. A: Éste.
48. P: Y la regla ¿cuáles serán los bordes?
49. A: Señala los bordes.
50. P: Esos. ¿Tú crees que esto es paralelo o es secante? Tú crees que si tú pones esto en la mesa así ¿eh? y trazas una raya por aquí al borde y otra por aquí, ¿se unirán alguna vez?
51. A: No.
52. P: Entonces, ¿cómo son?
53. A: Paralelas.
54. P: (La profesora a una alumna) Dibuja dos rectas que se cortan, pero que no sean perpendiculares. Esta palabra es nueva, perpendicular, entonces es lo que vamos a llegar a aprender porque no lo saben hacer, pero tú dibuja dos rectas que se corten, venga, dos rectas cualquiera que se corten.

No hace falta el compás, cuando la actividad te diga del compás yo lo saco y te doy el compás, pero ahora en esta actividad no lo vas a necesitar, es por tenerlo.

(La profesora a un alumno) Usando la regla y la escuadra o la regla y el compás; miren, en esta actividad ya les empieza a decir, el compás. Yo no les he enseñado a ustedes a usar el compás, entonces lo que vamos a hacer es dibujarla con la regla y con la escuadra como lo dice ahí, entonces vamos a intentar dibujarla porque esto es nuevo para ustedes. Entonces lo primero que vamos... A ver, ¿a quién no le he dado hoja? Bien, vamos un momentito a esperar que todos estén en esta actividad para explicarles lo que van a hacer a todos.
55. A: ¿Qué actividad es?
56. A: ¿La actividad 6?
57. P: Sí, ésa, ya está ahí ¿no? Vale. A ver, en la segunda parte de la página diecisiete, ya todos están donde dice: dibuja dos rectas perpendiculares utilizando la regla y la escuadra o la regla y el compás. ¿Todos están con ésa? Levanten la mano los que no están con esa,. Venga, les damos dos minutos, venga, para que todos lleguen.
58. I: ¿En qué actividad estás?
59. P: Seis: Rectas perpendiculares. Vamos a hacerlas todos juntos para que vean cómo se hace eso, porque eso son dos tipos de rectas que no las habían dado y las vamos a aprender hoy, ya que sabemos los ángulos. Claudio, ¿tú te acuerdas ayer de las cuerdas? Las cuerdas son dos rectas que se cortan en un punto y tú ahí no estás dibujando dos rectas que se corten en un punto. Tú has dibujado ahí dos ángulos, y ahí no dice dibuja ángulos sino dos rectas que se corten en un punto.

La profesora a la I: Es que muchos niños no vinieron el día anterior.
60. A: ¿La hacemos Seño?
61. P: Claro.
62. A: No, como dice que si esperamos.
63. P: No, no, ésa es la de debajo, la que tienes que usar el compás. Ahí no tienes que usar el compás.

64. A: Sí seño.
65. P: ¿O sí?
66. A: Aquí en materiales dice un compás.
67. P: Sí, pero el compás es para la actividad de debajo. Para ésa no te dice que utilices el compás, para hacer las rectas que se corten en un punto.
68. A: Seño, yo sé manejar un compás.
69. P: Vale, ¿tienes compás, José Miguel?
70. A: Sí.
71. P: ¿Lo tienes ahí?
72. A: No.
73. P: ¡Oh! Si no lo tienes ahí...
José Gregorio, siéntate bien.
74. A: Mire seño.
75. P: Bien, esa es una recta, has marcado un punto. Ahora traza la otra, la otra recta que corta ésa por ese punto.
76. P: Claudio, tienes que cortar a esa recta por el punto que has marcado.
77. A: Seño, ¿podemos hacer ya el dibujo?
78. P: ¿El qué?
79. A: El dibujo...
80. P: ¿De las rectas perpendiculares?
81. A: Sí.
82. P: No, todavía no, porque no lo sabes hacer. Te lo voy a explicar yo porque eso sí que no lo han oído ustedes nunca.
83. A: Seño ¿y para qué es la hoja?
84. P: Para que dibujen las rectas, si quieren, que se cortan en un punto, y para hacer más cosas. Ya tendrán más actividades. Bien ¿ya todos llegaron a esa?
85. A: Sí.
86. P: Donde dice: dibuja dos rectas perpendiculares.
87. A: Sí.
88. P: (La profesora a Claudio) Bien, ya hiciste... ¿Ves? Se cortan en un punto; venga ahora contesta las preguntas.
(La profesora a una alumna) ¿Son iguales las regiones, los ángulos que se forman? Esto tienes que prolongarlo más, si no, no lo ves, ¿son iguales todos los ángulos que se forman? ¿Eh? ¿Con qué se trazan las rectas señorita?
89. A: Con la regla.
90. P: Señores, ustedes no se están fijando en los ángulos que se forman. Benito ¿te has fijado en los ángulos que se forman?
91. A: Sí.
92. P: ¿Ya hiciste las dos rectas que se cortan? La actividad de arriba dice que hay que hacer dos rectas que se corten en un punto. ¿Ya todos tienen hechas las dos rectas que se cortan en un punto? ¿Y se han fijado si los ángulos que se forman, que dijeron que eran cuatro, son iguales? Porque a muchos les estoy viendo que eso no está bien contestado. ¿Los ángulos que se forman son iguales? Fíjense en la actividad, ¿los ángulos que se han formado son del mismo tamaño, son iguales?
93. A: No.
94. P: Pues algunos tienen que sí. Fíjense bien. Bueno, pues vamos a pasar ya a la que tenemos que hacer todos juntos, venga. Vamos a hacer dos rectas perpendiculares, venga todos. Con la regla primero que nada, con la regla... Bien, señores, mejor es que me la hagan primero en el folio que les di, que es mayor y lo vemos más claro, venga en el folio que les di a todos vamos a trazar una recta, ponemos el folio bien y hacemos una recta. Quiero una recta horizontal en el papel, venga todos. Dice: dibuja dos rectas perpendiculares, vamos a ver cómo se construyen las rectas perpendiculares. Fíjense, yo lo voy a hacer en esta esquinita, voy a trazar lo mismo que han hecho ustedes, con la regla una recta, ¿lo ven?
95. A: Sí.
96. P: Bien, vamos a ver ahora cómo utilizo la escuadra para hacer las rectas que sean perpendiculares. Marco un punto y si no quiero no marco punto, pero se tienen que cortar y las rectas se tienen que cortar siempre en un punto, ¿eh? En un punto para que sean perpendiculares. Bien, cojo la escuadra, ¿ya la tienen la escuadra?
97. A: Sí.
98. P: Bien, la ponemos... Félix, luego me dices que no entiendes lo que haces. ¿Qué estás haciendo? Bien, la ponemos en ese punto y que coincida. Fíjense, coincide el borde de la regla con la

línea horizontal, ¿lo ven? ¿Todos lo ven?

99. A: Sí.

100. P: Venga, y de ahí hacia arriba por el punto trazamos la recta sin mover. ¿Ven lo que hice?

101. A: Seño, a mí no me cabe.

102. P: ¿Cómo que no te cabe? A ver...

103. A: A mí tampoco, a mí tampoco me cabe.

104. P: ¿Cómo que no te cabe? Pues quítala de ahí y la haces en el centro de la hoja, bien, bien, eso está bien. Miren y ahora como tengo que prolongarla para ver el corte, que se corta en ese punto, lo que hago es, vuelvo a poner la regla que coincida con ese ladito y lo hacemos hacia abajo ¿lo ven? Ya tengo una, dos, tres y cuatro regiones angulares y cuatro ángulos, uno, dos, tres y cuatro.

105. A: ¿Sí señorita?

106. P: Señores y fíjense ahora bien, ¿cómo son esos ángulos? ¿Serán iguales que los que hicieron arriba? Fíjense en la actividad de arriba.

107. A: No.

108. P: ¿Cómo eran los de arriba? ¿Los de arriba eran iguales o distintos?

109. A: Distintos.

110. P: Fíjense lo que tienen arriba ¿cómo serán?

111. A: Distintos.

112. P: Y ahora fíjense en éstos, ¿a ustedes le parece que estos son distintos o iguales todos?

113. A: Distintos.

114. P: ¿Distintos también?

115. A: Iguales.

116. P: Fíjense bien a ver si a simple vista les parecen a ustedes distintos o les parecen iguales.

117. A: A mí me parecen distintos.

118. P: A ti te parecen distintos, ¿a quién más le parece distinto?

119. A: A mí también.

120. P: Distinto, bien, pues vamos a comprobar, vamos a comprobar si son iguales o distintos porque eso no está claro. Les voy a dar otra hoja, les voy a dar otra hoja... Claro que a ti te quedó distinto porque lo hiciste mal. Claro yo también ése lo veo distinto, yo ése si que lo veo distinto y el de Mery sí que lo veo mejor, pero el tuyo lo veo... Porque no apoyaste bien como te dije la escuadra, porque si no... Bien, les voy a dejar otra hoja y lo que van a hacer es calcar un ángulo, uno sólo, de los cuatro que se nos han formado sólo vamos a calcar uno, el que queramos, lo calcamos aquí y lo vamos a recortar con la tijera y vamos a medirlo por el otro folio, el papel para que no estén gastando porque a lo mejor no tenemos... Fíjense en la esquina esta del papel en el folio, ¿la ven? Vamos a ponerlo en uno de estos ángulos. Fíjense, lo ponemos aquí, fíjense que coincide éste y éste, ¿lo ven? Es como si lo estuviera calcando. Vamos a ver si ahora coincide con el de debajo, lo volvemos a poner.

121. A: Sí.

122. P: ¿Coincide?

123. A: Sí.

124. P: ¿Son iguales?

125. A: Sí.

126. P: Vamos a ver ahora aquí...

127. A: También.

128. P: ¿Coincide?

129. A: Sí.

130. P: Son iguales.

131. A: Sí.

132. P: Vamos a ponerlo en el de arriba...

133. A: También.

134. P: ¿Coincide?

135. A: Sí.

136. P: ¿Son iguales?

137. A: Sí.

138. P: Entonces esos ángulos, ¿son iguales o no son iguales?

139. A: Sí.

140. P: ¿Son iguales?

141. A: Sí.

142. P: Pues ustedes me están diciendo que no son iguales, pero ¿saben por qué? Porque han dibujado mal, no han seguido las explicaciones que di yo. Dije que la escuadra había que ponerla bien sobre el punto y luego trazar la recta. Pues bien, esas líneas son perpendiculares porque los ángulos son

iguales. Bien, vuelvo a repetirlo, hemos comprobado, hemos comprobado que son iguales, iguales, pues esas dos líneas, ésta y ésta son perpendiculares porque los ángulos que se forman son exactamente iguales, son igualitarios, se han formado cuatro regiones angulares y cuatro ángulos iguales. Ahora comprueben con el folio el dibujo que hicieron anterior a ver si los ángulos son iguales, como yo lo he hecho en la pizarra. Compruébenlo en la actividad anterior, compruébenlo en la actividad anterior, a ver si los ángulos son iguales. Comprueben a ver si los ángulos son iguales. Compruebas en ésta, lo pones ahí... Fíjense que este ángulo es mucho mayor, fíjate ahora en éste, lo pones por aquí, fíjate lo chiquitito que es que no llega, ¿lo ves? Pues venga, lo van comprobando para que vean que en los demás los ángulos no son iguales. Se los van pasando, no hace falta que les dé a todos... Venga Pedro, compruébalo por aquí. Juan, atiende tu también para que veas cómo lo hacen. Mira, Pedro, cogemos aquí, lo comprobamos con un ángulo cualquiera, en las perpendiculares, pero mira a ver en los otros si son del mismo tamaño. Mira este todo lo que le falta, ¿ves? Es mayor, ¿ves que es mayor? Vamos a ver en éste, en éste es más pequeño, ¿ves? No llega hasta aquí, ¿lo ves? Por eso no son rectas perpendiculares. Bueno, ¿ya lo comprobaron?

143. A: Sí.

144. P: Bien, entonces ¿son iguales los ángulos o no son iguales?

145. A: Sí.

146. P: Pues sigan leyendo la actividad a ver qué les dice. Y la seguimos contestando.

147. A: Yo ya la hice.

148. P: ¿Ya la hiciste? ¿Toda? Señores y ahora sí que me dibujan las líneas perpendiculares, como yo lo hice en la pizarra, en la hojita esa.

149. A: ¿Aquí?

150. P: Exactamente ahí. En la hoja del cursillo, en la hoja aquí debajo, detrás, dibújame dos rectas perpendiculares tal como yo las hice. Bien, pues ahora contestamos las preguntas, las preguntas que nos hacen debajo de ese dibujo.

151. A: Yo ya las contesté.

152. P: ¿Ya las contestaste? Bien.

153. A: Seño, no me cabe aquí.

154. P: ¿Qué es lo que no te cabe? Pon la escuadra, ¿dónde tienes la escuadra?

155. A: La tiene ella.

156. P: Bueno, pues ahora cuando ella termine te la deja.

(La profesora a una alumna) Ésta y ésta están mal dibujadas; ésta tiene que seguir así, trácela usted según viene de allí, así y sigo recto y traza esa de allí... Y sigue recta, esto está mal, está mal.

2ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 6º PRIMARIA
FECHA: 2-03-98

1. P: A ver, oigan un momento, primero que nada a Candelaria le falta la carpeta, no encuentra la carpeta. Miren a ver si alguien la tiene; lo más probable es que se la haya llevado a su casa. Julio, ¿todavía Julia? Vamos a empezar. Candelaria le ayudas a Patricia y luego ya tú cuando busques la carpeta lo pasas a limpio a la tuya. ¡Horror! no me queda nada, mañana a las tres de la tarde me empieza el cursillo de Informática, la segunda parte, a ver cómo me hago.

2. I: Menos mal que termina esto hoy.

3. P: Sí, je, je. Bueno, vamos a ver, lo primero que tenemos que hacer como siempre, venga empezamos, leemos la actividad. Otra cosa, ¿qué es lo primero que teníamos que mirar? El material, el material que vamos a usar, miren a ver si lo tienen todo.

4. A: Lápices de colores.

5. P: Lápices de colores, ¿y qué más?

6. A: Ya está.

7. P: Nada más, pues venga, leemos la actividad, todos leyendo la actividad. Si alguien le falta regla, cartabón, transportador, porque el transportador todavía no lo hemos empezado a usar, vamos a enseñárselo, ahora borro la pizarra y luego cuando lo vayamos a usar se los enseño. Venga leemos la actividad, ya todos, con los ojos a ver si nos enteramos.

8. I: ¿En qué actividad estás, Lourdes?

9. P: Estamos por partes de un ángulo.

10. I: Que es la número 8.

11. P: Ocho, partes de un ángulo. Bien, ¿ya observamos todos esos ángulos que están ahí?

12. A: Sí.

13. P: Pues venga, ahora pasamos la hoja y leemos lo que tenemos que hacer. Venga, pasamos la hoja. ¿Qué es lo que tenemos que hacer? Lo leemos con los ojos. ¿Ya lo sabemos lo que tenemos qué hacer?

14. A: Sí.

15. P: Pues venga, empezamos a hacerlo.

16. A: Seño, ¿se puede hacer con rotulador?

17. P: Sí, con lo que tú quieras. Venga, si alguien tiene alguna duda levanta la mano y pregunta, pero yo creo que la actividad está muy clara ¿no?

18. A: Sí.

19. P: ¿Alguien tiene dudas de lo que tiene que hacer? Pues venga. Dijimos que nunca, nunca, nunca utilizábamos mano alzada para pasar...

20. A: De las rectas.

21. P: Sino, ¿qué utilizábamos?

22. A: Las reglas.

23. P: Venga, quiero verlos a todos utilizando las reglas. A ver Silvia, vete a la pizarra y borra la pizarra mi niña, por favor. Venga vamos a explicarle a Pedro, Silvia... Dibújame un ángulo y vamos a explicarle a Pedro cuáles son los lados de un ángulo y cuál es el vértice de un ángulo. Venga, me dibujas un ángulo... Bien, y ahora Pedro mira para la pizarra. Dile a Pedro cuáles son los lados de ese ángulo...

24. A: Señala los lados.

25. P: Ése y ése, ¿y cuál es el vértice Silvia?

26. A: Señala el vértice.

27. P: Pedro, ¿cuál es el vértice de ese ángulo? Vale, ¿y cuáles son los lados?

28. A: Estos.

29. P: Vale, pues venga y ahí dice colorea los lados de un color y el vértice de otro color. Entonces, este lado tiene que ser del mismo color que éste, pero el vértice tiene que ser de otro color, de entre todos los que tienes aquí. Miren, son muchos ángulos así que, elijan un color y van dibujando aparte porque si no tardamos mucho; elegimos un color para los lados y otro para los vértices. Pedro, ¿ya entendiste?

(La profesora a I) Es que Pedro es de Educación Especial.

Eso está mal, porque no lo estás haciendo con la regla. Dije que había que trazar las rectas con la regla.

(La profesora a I) Es que las actividades son un poquito largas para ellos.

30. I: ¿Esto es 5º?

31. P: 6º

32. I: 6º.
33. P: Para los de la ESO estas actividades están bien.
34. I: Pero creo que las llevan bastante bien ellos, ¿no?
35. P: Las llevan bien, claro, porque ellos sí son más rápidos.
36. I: No, éstos, éstos también.
37. P: Pero son bastante largas. Miren, los que van terminando me tienen que decir si han tenido alguna duda en esta actividad. ¿Le ha costado hacer esta actividad y los motivos? ¿Entendieron lo que tenían que hacer cuando lo leyeron?
38. A: Sí.
39. P: A ver, ¿alguien no lo entendió? ¿Sólo Pedro?
40. A: Y Maite.
41. P: Maite, ¿tú entendiste lo que tenías que hacer?
42. A: ¿Así Seño?
43. P: Exacto.
(La profesora a un alumno) Materiales, ¿qué materiales necesitas?
44. A: Lápices de colores.
45. P: ¿Y dónde están los lápices de colores? Eso es lo primero que tienes que sacar, y ahora lee todo esto y esto para ver lo que tienes que hacer ¿vale? Miren, los que van terminando, los que van terminando pasan a la página siguiente.
46. A: ¿A la 22?
47. P: A la 24, a la 24 y vamos a leer todo lo que dice ahí y a ver si tenemos material, necesitan folios y les voy a dar folios por si acaso que no tengan, ya los tenía ahí preparados. Venga, les voy a dar folios porque necesitan folios. Leemos con los ojos despacito esa actividad, porque ésa sí vamos a ir haciéndola juntos por si las moscas no las entiendan. Se tienen que fijar bien en los dibujos que están ahí para luego saber hacerlos ¿eh?. Despacito y con los ojos leemos la actividad. Vamos a intentar ir haciendo lo que dice la actividad. Venga, lo intentamos una vez que hayamos leído.

Julia, Julia, explícanos en la pizarra cuáles eran los lados del ángulo y cuál era el vértice. ¿Cuáles son los lados de este ángulo? ¿Dime cuáles son los lados? ¿Dime cuáles son los lados? Ése, ¿y cuál más? ¿Eso es...? ¿Y el vértice? ¿Y esto que está marcado? ¿Por qué me marcas eso? ¿Eso son vértices? Julia, los ángulos sólo tienen un vértice, Silvia vete a la pizarra, mira la pizarra Julia, coge la tiza Silvia y márcale los lados, márcale bien los lados. ¿Cuáles son los lados del ángulo?
48. A: Señala los lados.
49. P: ¿Y cuál es el vértice Julia, digo Silvia?
50. A: Marca el vértice.
51. P: ¿Ya lo viste Julia cuál era el vértice? ¿Y hay más vértices en ese ángulo?
52. A: No.
53. P: Julia ¿y qué puntos me has marcado tú ahí? ¿Por qué marcaste esos puntos? ¿Esto es un vértice Julia?
54. A: Dice no con la cabeza.
55. P: ¿Cuál es el vértice de ese ángulo?
56. A: Señala con el dedo el vértice.
57. P: ¿Y de éste?
58. A: Señala con el dedo el vértice del otro ángulo.
59. P: ¿Y de éste?
60. A: Vuelve a señalar con el dedo.
61. P: ¡Oh! ¿Entonces por qué me has marcado esos dos puntos? ¿Por qué?
62. A: No contesta.
63. P: Venga, sigue haciendo los demás, anda. Bueno, vamos a leer lo que dice ahí, vamos a leerlo en voz alta porque todavía hay algunos que no lo han hecho. A ver, Mery lee la actividad, vamos a empezar a leer la actividad donde dice: podemos construir ángulos, venga empieza ahí. Mira Pedro, Pedro lo vamos a explicar a todos, pero Mery lo va a leer, así que, atendiendo.
64. A: Podemos construir ángulos plegando una simple hoja de papel pero es más conveniente utilizar papel vegetal para que queden mejor señalados los pliegues realizados. Cojamos una hoja y hagamos un solo pliegue, el ángulo podría venir marcado por el propio pliegue y uno de los bordes de la hoja según tomemos el borde tendremos un ángulo u otro.
65. P: Bien, señores ¿ya todos hicieron el primer pliegue?
66. A: Sí.
67. P: Venga, doblamos la hoja, la doblamos como queramos, por donde queramos, todos, todos. ¿Ya lo doblaron?
68. A: Sí.

69. P: Fíjense en el dibujo, les va a quedar igual que el dibujo. ¿Miren a ver si les quedó igual que el dibujo?

70. A: ¿Y se nos formó un ángulo ahí, se nos formaría un ángulo? Bien, pues con la regla vamos a trazar la otra línea del ángulo, la que nos queda en el pliegue, vamos a trazarla... Trácenla con la regla y vamos a pintar lo de dentro, la región angular como está pintada ahí, del color que queramos.

71. A: Seño, seño ¿hay que pintar todo el ángulo?

72. P: No, no, sólo el trocito. Oye fíjate, ¿tú te has fijado en el dibujo de la actividad? ¿Tú has mirado el dibujo?

73. A: Sí.

74. P: ¿Y qué está pintado?

75. A: El trocito.

76. P: Entonces, ¿qué tienes que pintar tú?

77. A: Esto.

78. P: ¡Ah!

Nos tenemos que fijar en los dibujos que tenemos y tenemos que mirar bien si la hoja está cerrada, si la hoja está abierta, si hay un solo pliegue, si hay dos pliegues, tenemos que mirarlo todo. Bien ¿ya todos han pintado?

79. A: Yo ya lo hice, Seño.

80. P: Sí. Ahora vamos a hacer lo siguiente. Dice: hagamos dos pliegues que se corten y observemos que se obtienen cuatro ángulos o regiones angulares. Ya tenemos uno, un pliegue ¿verdad? Los que ya terminaron hacen otro pliegue de forma que se corte ése que ya está hecho.

81. A: ¿Cómo lo hago, Seño?

82. P: ¿Cómo lo hago? Pues que se corte, pues así, por ejemplo, y vemos que se han cortado, ¿lo ven? Una recta y otra recta que quedan marcadas. Venga, hacemos otro pliegue, exacto; venga, corta ese primero, por donde ustedes quieran. Fíjense que vimos que al principio se formaba sólo un ángulo, pero ahora si nos fijamos desde el punto del centro de los dos cortes, ¿lo ven? Donde se corta, ¿cuántos ángulos se forman?

83. A: Cuatro.

84. P: Mírenlos bien, pues ahora los van a pintar de otros colores para distinguirlos del que ya hemos pintado. Venga, de otro color pintamos esos cuatro que se han formado. ¿Los ves los cuatro Moisés?

85. A: Sí.

86. P: Señálamelos.

87. A: Los señala.

88. P: Muy bien, venga pues esos cuatro los tienen que pintar distinto para distinguirlos del primero. Venga, Pedro, ya has doblado tantas veces la hoja que ya tiene un montón de pliegues, ya te sale mal. Te tengo que dar otra hoja. Mira, yo no tengo sino uno, dos, tres y cuatro y mira tú tienes un pliegue aquí, otro aquí, otro aquí, otro aquí. ¿Cómo te vas a enterar? Espérate que te doy otra hoja.

89. A: Seño ¿así?

90. P: Oye, ¿dónde está el vértice de esos ángulos? ¿Entonces vas a pintar por abajo o por el vértice? ¿Por dónde se pinta por abajo o por el vértice?

A ver Pedro, dobla la hoja una vez, eso muy bien. ¿Y ahora qué tengo qué pintar? ¿Cuál el es ángulo, esto de aquí o esto de aquí? ¿Y entonces cuál es el vértice del ángulo? ¿Cuál es el vértice de ese ángulo? Pues venga, píntalo.

(La profesora a otro A) ¿Esto qué es Pedro? ¿Qué has pintado aquí? A ver, ¿en esta hoja señálame cuál es el ángulo? ¿Cuál es el ángulo?

91. A: Señala algo.

92. P: ¿Esto es el ángulo?

93. A: No.

94. P: ¡Ah! ¿Y dónde está el vértice de ese ángulo?

95. A: Aquí.

96. P: ¿Y entonces tenías que pintar esto o donde está el vértice?

(La profesora a otro alumno) Bien, ya lo has pintado ¿cuántos ángulos te han salido? Pasa con la regla para que lo veas clarito, venga. Candelaria, otra que se equivocó, que hizo veinte pliegues.

(La profesora a otro alumno) Bien, ahora ¿cuántos ángulos se te han formado?

97. A: Cuatro.

98. P: Píntamelos, para que los vea de otro color distinto. Estamos tardando mucho en esta actividad. Bueno, miren los que van terminando, así que pasamos la hoja y contestamos lo que pregunta detrás. Venga, los que ya han terminado contestan lo que pregunta detrás. Venga, letra clarita. A ver, venga, contestamos lo que dice detrás. Bien, porque ahora vamos a tener que recortar esas regiones

angulares, primero las pintamos bien. Miren, ¿son todas iguales las regiones angulares, los ángulos o son distintos?

99. A: Iguales.

100. P: A ver Miguel, mira el dibujo que hiciste. ¿Esto es igual a esto, igual a esto, igual a esto?

101. A: No.

102. P: Entonces, ¿por qué me dices que son iguales? ¿Son del mismo tamaño ésta, ésta, ésta y ésta?

103. A: No.

104. P: Entonces, ¿por qué me dices que son iguales sin mirar? Miren las regiones angulares. ¿Son iguales o distintas?

105. A: Distintas.

106. P: ¿Ya contestaron detrás distintas?

107. A: Sí.

108. P: ¿Y cuántas regiones angulares se formaron?

109. A: Cuatro.

110. P: Cuatro. ¿Ya tienen contestadas cuatro?

111. A: Sí.

112. P: Bien, pues ya hemos hecho todo lo que dice debajo porque debajo dice hacer lo mismo, ya lo hemos estado haciendo con el papel. Ahora lo que vamos a hacer es recortar esas regiones angulares.

113. A: ¿Por la raya?

114. P: Claro, por la raya que está trazada que la separa por los lados de los...

115. A: Ángulos.

116. P: Venga, las recortamos para luego verlas en la mesa. Se cortan por la raya del lápiz. Ahora en la mesa intentamos unir los cuatro ángulos otra vez para volver a formar las regiones angulares.

117. P: Las separamos y vemos que cada una de ellas es una región angular, ¿lo ven? Ésta es una región angular, ésta es otra, ésta es otra y ésta es otra, cuatro. Las unimos de nuevo...

P8

PROFESOR P8
TRANSCRIPCIONES DE LAS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS ANTES DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 4º PRIMARIA
FECHA: 22-05-97

1. P: Vamos a estudiar o a repasar cosas sobre rectas y ángulos; vamos a repasar cosas pero ya no se las voy a explicar porque ustedes ya las saben. Lo que sí vamos es a ir por parejas durante un ratito, a ir leyendo estas fotocopias que están aquí, haciendo las actividades mentalmente y las escriben en la mente - escritura mental - y si hay alguna duda, yo voy a estar pasando por las mesas y luego pasamos al recorrido histórico de las maestras y los maestros, ¿de acuerdo? Pues venga, empezamos ya. Para que cada uno siga su ritmo, las hojas no están grapadas, las van leyendo por parejas, pero si uno va un poco más despacio puede el otro pasar a la segunda hoja. Es ir leyendo despacito y comprendiendo, ¿de acuerdo?

Hay dos conceptos nuevos que son segmento y semirrecta, o que a lo mejor no los recordamos, a ver qué es eso. Después tendrán que explicarlo ustedes porque yo no sé bien lo que es eso, hay algunos por aquí que yo veo que ya lo han entendido.

Yo les puedo decir, explicarles cómo se trabaja por aquí,...

2. I: Sí, lo que quieras.

3. P: Aquí los tenemos en grupos de cuatro, entonces siempre se trabaja por pareja, intentan solucionar los problemas la pareja, que la pareja no encuentra la solución o lo que sea, pasa al grupo y cuando el grupo ya no encuentra la solución recurren al maestro o bien a otro. O sea, que se intenta que no sea el maestro el que les diga las cosas, sino que ellos las estudien y que lo consigan. Hay distintos tipos de aprendizaje, por eso no se grapan las hojas, ya que mientras unos van por la página tres, otros van por la cinco.

Venga, a ver si en cinco minutitos más ya lo hemos mirado todos y pasamos a explicarlo entre todos. Léanlo despacito y fijándose bien en las cosas y recordando algunas que otras. No es leer, leer y después no se acuerdan de nada.

Bueno, vale ya. Ahí hay un montón de cosas que ustedes han leído y tendrán que venir a explicarlas, decir las dudas que tienen a ver si ustedes mismos son capaces de resolverlas, ¿no? ¿Quién quiere venir?

4. A: Yo.

5. P: Bueno, hay que callarse y guardar silencio.

6. A: Les voy a explicar lo que es una semirrecta y un segmento. Miren aquí, el punto “P” está dividido en la recta en dos partes llamadas semirrectas que aquí está una parte y aquí está la otra; entonces la “P” está aquí en el centro está dividida en dos partes. Después dice: segmento es la parte de la recta comprendida entre dos puntos, entonces... A ver dónde está, aquí “B” y el “A” está dividida en dos puntos...

7. P: Adán estás hablándole a la pared...

8. A: Aquí está un punto y aquí hay otro entonces está dividida en dos puntos.

9. P: ¿Cómo se llaman esos puntos?

10. A: Se llaman... extremos... Y después aquí dice...

11. A: Adán yo no estoy de acuerdo con eso.

12. A: ¿Por qué?

13. A: Porque no se llaman extremos, se llaman segmentos.

14. P: Vete allí, vete allí...

15. A: Yo no estoy de acuerdo contigo porque se llaman segmentos.

16. A: Pero tú no ves la “B” y la “A” y aquí ¿no dice extremo?

17. A: Sí.

18. A: Son extremos.

19. A: Entonces, ¿qué es el segmento?

20. A: Todo esto es un segmento.

21. P: ¿Hay alguien que quiera participar? Vamos a escuchar a Judit...

22. A: Segmento es toda la línea, pero el punto “A” y el punto “B” se llaman extremos.

23. P: Félix...

24. A: Ahora sí estoy de acuerdo, lo estaba entendiendo mal.

25. P: Vale, venga. Yo sí quería hacer una pregunta a ver si alguien me la puede contestar. ¿La semirrecta empieza aquí en el punto “P”...?

26. A: Sí.

27. P: Y Hay dos, la roja y la azul. ¿Y se acaba la roja aquí? ¿Se acabó aquí?
28. A: No.
29. P: A ver.
30. A: Se acaba en ésta y aquí se acaba en ésta.
31. P: Me pregunto, la roja empieza en P ¿y se acaba aquí donde yo tengo el dedo?
32. A: No.
33. P: Sí.
34. A: No estoy de acuerdo contigo.
35. P: Venga, Venga, vete y participa.
36. A: No estoy de acuerdo contigo porque también puede llegar de aquí para allá indefinida.
37. A: No, pero es hasta aquí Samuel.
38. A: No, pero lo que Tony dice, dice que si llega la raya hasta donde él tenía el dedo Adán y eso no...
39. A: Eso ahí Adán lo hicieron cortito.
40. P: Venga, alguien quiere decir algo. Venga, Judit.
41. A: Adán, no estoy de acuerdo contigo porque esto puede ser más grande.
42. A: Sí, por eso estoy de acuerdo con Samuel.
43. P: Entonces, pues, la recta azul se acaba aquí...
44. A: No, sigue más allá. Y aquí dice el camino de la casa es semirrecta porque puede llegar más allá.
45. P: ¿Y dónde empieza ese camino?
46. A: Desde la casa.
47. P: ¿En qué sitio concreto de la casa? ¿En el techo...?
48. A: En la puerta de la casa.
49. P: Bien.
50. A: Después dice: la cuerda, la cuerda, puede ser un segmento o una recta y yo digo que es un... Un segmento porque tiene los dos extremos.
51. A: Adán...
52. P: Bien, el que no esté de acuerdo tiene que ir allí e intervenir.
53. A: Adán, yo no estoy de acuerdo contigo porque aquí la cuerda está estirada, así que sería recta.
54. A: No, pero mira el cable éste de aquí..
55. A: No, pero no se metan todos ahí, hablen por turno...
56. P: Si eso es verdad, si quieren pedir la palabra, porque si no...
57. A: Adán yo no estoy de acuerdo contigo porque es la recta, si es un segmento sería esto y esto es una recta.
58. A: Yo no estoy de acuerdo contigo porque tú te pasaste a ésta, tú estabas haciendo ésta y tú te pasaste a ésta.
59. P: Mira, yo estoy viendo aquí este segmento y este segmento también es recto. ¿Alguien más quiere participar? Vamos, Ana...
60. A: Yo no estoy de acuerdo con Adán, porque antes yo lo comenté con Tony y el cable del teléfono es un segmento.
61. P: ¿Quién es un segmento Ana?
62. A: El cable del teléfono.
63. P: El cable del teléfono es un segmento, ¿por qué? Explícalo.
64. A: Porque el cable del teléfono no es igual que la cuerda que tiene el chico Adán, éste es más recto que éste.
65. P: Vamos a ver, ¿cómo que es más recto? Rectos son los dos.
66. A: Mira yo lo voy a explicar porque aquí la cuerda puede ser más grande pero el chico la tiene atada aquí y esto sigue.
67. P: Entonces...
68. A: Y va cogiendo curvas y caminos y pendientes y entonces por eso se llama segmento y la cuerda es recta.
69. A: Tony, pero si es segmento tendrá dos extremos...
70. P: ¡Ah! Escuchen eso que dice Adán.
71. A: Y es segmento.
72. A: Pero esto sigue...
73. A: Pero mira, tiene aquí los dos extremos Adán, tiene los dos extremos aquí.
74. A: Pero mira, tú sabes que esto solamente es una cuerda pero esto sigue...
75. A: Por eso es un segmento esto, Adán. Esto es un segmento porque esto coge curvas, rectas y pendientes...
76. P: A ver, a ver, perdonen. Judit y Jenifer quieren intervenir, retírense un poquito para los lados...
77. A: Si aquello arriba tiene dos puntos, es como si fuera esto los dos puntos Adán.

78. A: Oye, porque mira, esto llega hasta infinito y esto llega solamente hasta aquí.
79. A: Y eso es lo que te estamos diciendo nosotros Adán. Yo no estoy de acuerdo contigo porque el chico tiene un cachito nada más de soga y si él quiere puede coger una soga más grande.
80. P: Yo pregunto al chico, ¿qué es lo que tiene en la mano? Una recta o un segmento.
81. A: Una recta.
82. P: Una recta.
83. A: Sí porque aquí tiene... Esto aquí sigue para arriba, para abajo. Mira los dos extremos aquí Adán...
84. P: Yo creo que... Escuchen lo que dice él que ahí tiene los dos extremos, bien, vamos a ver, no sé, y el chico tiene... a ver Eduardo...
85. A: El chico no tiene extremos.
86. P: El chico no tiene extremos...
87. A: Yo lo que quiero decir que el chico también tiene dos extremos, uno y dos.
88. P: Erik ¿qué te parece? Judit...
89. A: Lo que pasa es que es recta porque llega hasta aquí, porque el chico la tiene mantenida hasta aquí, pero ésta es segmento porque esto sigue.
90. P: Vamos a ver, a ver escuchen entonces ¿qué pasa? ¿Tú has leído lo que es un segmento? ¿Quieren leerse todos lo que es un segmento? A ver...
91. A: Segmento es la parte de recta comprendida entre dos puntos.
92. P: ¿Han leído ya lo que es un segmento?
93. A: Sí.
94. P: Lo quieren leer en voz alta.
95. A: El punto “P” divide la recta en dos partes llamada semirrecta...
96. A: Eso no es el segmento...
97. A: ¡Ah! Segmento es la parte de la recta comprendida entre dos puntos.
98. P: Repítelo e intenta memorizarlo, a ver, Erik...
99. A: El segmento es una recta...
100. P: Pero mírala ahí...
101. A: ¡Ah! El segmento es la parte de recta comprendida ente dos puntos.
102. P: ¡Ah! La parte comprendida entre dos puntos, entonces, Erik, ¿eso te da a ti alguna idea? Miren a ver...
103. A: Este sería el punto “A” y este sería el punto “B”.
104. P: Bien entonces ahí, ¿qué tendríamos?
105. A: El punto “A”, este sería... La cuerda sería el recto punto “A” y el cable del teléfono segmento punto “B”.
106. P: A ver, alguien Judit...
107. A: Si éste es el punto “A” y éste el punto “B”, ¿la cuerda es el punto “A” y el teléfono el punto “B”?
108. P: A ver, vamos a ir por partes. Por favor, lo del chico, dígame lo que es, ¿una recta o un segmento? Venga.
109. A: Un segmento.
110. A: Una recta.
111. A: Un segmento.
112. A: Una recta.
113. A: Es un segmento porque está aguantado por dos puntos, Samuel, por el “A” y por el “B”.
114. P: ¿Qué te parece lo que dice él?
115. A: Que está bien, porque si es el A y el B...
116. P: Bien, entonces vamos a ver, lo que tiene el chico, ¿qué es entonces?
117. A: Un segmento.
118. P: Un segmento, vamos a olvidarnos, vámonos al del cable del teléfono, a ver, ¿qué pasa ahí?
119. A: (Hablan todos juntos y no se entiende).
120. P: Vamos a ver, ¿qué es lo que está entre los postes del teléfono, Judit? Tú que dices, una recta o un segmento...
121. A: Un segmento.
122. P: Un segmento.
123. A: Sí, porque también está aguantada por dos puntos...
124. P: Espera, espera, explica el porqué Judit...
125. A: Porque está aguantada por dos... Es como si fuera por dos puntos.
126. P: Tú, Jeny ¿estás de acuerdo?
127. A: La cuerda del chico y el cable del teléfono son dos segmentos porque tienen dos puntos, casi igual.

128. A: Porque si el chico está aguantando por los lados el cable también.
129. P: Entonces el cable del teléfono, ¿qué es? Perdón, el cable de las partes...
130. A: Un segmento.
131. P: Y entonces ¿qué creen ustedes que habrá pasado en el libro este? Porque miren, el libro lo que quería es que ustedes se unieran.
132. A: Que está mal. Ellos no lo han pensado.
133. A: Que está mal. Ellos no lo han pensado.
134. P: A ver Judit, dilo en voz alta, por favor.
135. A: Que ellos no lo han pensado, se equivocaron ellos.
136. P: Que ellos no lo han pensado, se equivocaron ellos.
137. P: Que ellos no pensaron porque iban a pensar ustedes seguro ¿verdad?
138. A: Claro.
139. P: Muy bien, vamos a la segunda. Ángulos... ¿Quién quiere venir aquí a explicar eso?
140. A: Cristian.
141. P: Cristian, ¿tú te quieres animar? Esperen porque aquí no salieron las fotocopias... Venga.
142. A: Los lados de este ángulo se llaman semirrectas porque son rectas porque son así se llaman semirrectas.
143. P: ¿Y se acaban aquí? Se acaba aquí, empieza en el "P" y ésta se acaba aquí, esta semirrecta.
144. A: No porque es indefinido.
145. P: Entonces ¿por qué los del libro la pusieron hasta aquí?
146. A: Porque no cabía.
147. P: ¿Por qué no cabía?
148. A: Porque eso es tan chiquitito...
149. P: Bien, seguimos, escuchamos...
150. A: Y aquí también te lo dice que los lados del ángulo se llaman semirrectas y el centro vértice.
151. P: Bien, a ver, Erik quiere decir algo, parece.
152. A: Yo no estoy de acuerdo contigo.
153. P: A ver, vete allí.
154. A: Porque este ángulo que está aquí se llama ángulo agudo.
155. A: Pero Erik, yo estoy diciendo de los lados éstos de aquí se llaman semirrectas y lo del centro se llama vértice.
156. A: ¿Vértice? O ¿vértice?
157. P: A ver, ustedes se leyeron lo que dice aquí, vamos a leerlo. ¿Quieren volverlo a leer?
158. A: Sí.
159. P: ¿Qué son los lados de un ángulo, Cristian?
160. A: Se... Se...
161. A: Léelo, lo tienes ahí... Subrayado.
162. A: Semirrecta.
163. P: ¿Y qué tienen en común?
164. A: Dos lados.
165. A: Dos lados.
166. P: Dos lados, ¿tienen en común?
167. A: Dos lados iguales.
168. P: Pero aquí ¿quién es el que lo está leyendo, yo o lo leen ustedes? ¿Qué dice ahí que tienen en común?
169. A: Los lados... Ángulos son los lados...... Las dos semirrectas con origen común.
170. P: ¿Qué significa eso con origen común? José, venga...
171. A: Que son iguales.
172. P: Que son iguales, el origen común el que empiezan aquí los dos, esta se va para allá y esta para aquí, y este es el origen, este es el origen y el origen es lo que se llama el vértice. Venga... ¿Qué es el vértice entonces? Mírenlo ahí. ¿Quieren leerlo?
173. A: Ya yo lo leí.
174. P: Léelo Erik.
175. A: El vértice del ángulo es el punto de origen de las dos semirrectas.
176. P: Muy bien, ¿qué más hay que decir aquí?
177. A: Siéntate Erik.
178. P: ¿Alguien quiere explicar algo?
179. A: Yo ya sé lo que es, lo que significa el punto de origen.
180. P: ¿Y arriba no puedes decir el punto de origen? ¿Lo podrías señalar?
181. A: ¿Éste de aquí?

182. P: Por ejemplo de este ángulo.
183. A: Aquí.
184. P: Bien. Y de las otras que están al lado.
185. A: Aquí.
186. P: Bien, ¿y el otro?
187. A: Aquí.
188. P: Bien, ¿y el otro?
189. A: Aquí.
190. P: Bien, mira, vamos a buscar un ángulo aquí en la clase, rápido.
191. A: La esquina de la pared.
192. P: La esquina arriba de la pared, ¿qué ángulo es el que está ahí formado?
193. A: Agudo.
194. P: ¿Agudo, agudo?
195. A: No, recto.
196. P: Recto, no vamos a buscarlo tan arriba porque no llegamos, vamos a buscarlo donde podamos llegar. Vamos a ver, Samuel.
197. A: Aquí.
198. P: ¿Dónde? Vas a tocarlo y se pone así...
199. A: Aquí.
200. P: Bien, aquí, miren, éste el de Erik, éste ¿qué tipo de ángulo es?
201. A: Ángulo Recto.
202. P: ¿Ángulo Recto?
203. A: Rectoo.
204. P: ¡Ah! Bien, yo lo que sí quiero es que vengas aquí y me digas cuáles son los lados de este ángulo. ¿Quién viene a decirme los lados? ¿Tú ...?
205. A: Ése.
206. P: Ese sería uno. ¿Hasta dónde llegaría?
207. A: Hasta el infinito.
208. P: Hasta el infinito, bien.
209. A: Y éste...
210. P: No, el ángulo es éste, aquí.
211. A: Ése y éste.
212. P: Por aquí, ¿hasta dónde llega?
213. A: Hasta el infinito.
214. P: Bien, ¿quieres tocar el vértice por favor?
215. A: ¿El vértice? El vértice es éste.
216. P: Bien, venga vámonos a otra cosa. Vamos a ver esta actividad, a ver quién es capaz de resolverla.
217. A: Si parece la misma Tony; ¿ésa es la misma Tony? Esa es la misma.
218. P: Sí, pero vamos a hacerla...
219. A: ¿Otra vez?
220. P: ¿Ya?

Es que hay algunos que no leyeron la actividad. ¿Quién sabe hacer la actividad número 2? Ana, ¿no la estás leyendo? Ni Samuel. ¿Quieren leer lo que dice ahí? Calca estos dibujos y señala. Nosotros no vamos a calcar, sino lo vamos a hacer ahí. Venga, ¿qué tienen que hacer? Dime Adán...

221. A: Que tienes que ....
222. P: Dime lo que tienes que hacer, no que lo hagas.
223. A: Tienes que dibujar la parte que falta del dibujo.
224. A: Porque esto aquí te está diciendo de los tres dibujos que los calques.
225. P: Y sólo eso, calcar los dibujos, es lo único que dice.
226. A: Y señala los ángulos.
227. P: ¿Eh?
228. A: Y señala los ángulos.
229. P: Me estoy dando cuenta que aquí hay algunos que no están prestando atención. ¿Quieren leerse todos esa actividad? ¿A ver qué es lo que nos pide ese problema? Cristina, lo vas a explicar tú, venga... Cuéntanos el problema Cristina, venga.
230. A: (Con los gritos del recreo y los ruidos de la clase no se le entiende nada).
231. P: Qué tengo que señalar ahí, por favor ¿cuántos ángulos?
232. A: Los ángulos...
233. P: ¿Cuántos ángulos?
234. A: Ya sé, dos.

235. P: Pues vete y señala donde dice, porque hay algunos que todavía no lo ven.
236. A: Aquí.
237. P: ¿Ven? Dos ángulos, tengo que señalar dos, no los ángulos, que después no hay precisión y andamos con un montón de tonterías... A ver, quién quiere ir a señalar dos ángulos de esos dibujos. Por ejemplo, de la cometa, de la mesa y de la tarta, ¿quieres ir tú Erik a la cometa? Venga...
238. A: Los dos rojos.
239. P: Bien, los dos rojos, pues mira qué fácil. Bien, señala cuáles son los lados y el vértice.
240. A: El vértice es aquí y éstos los lados.
241. P: ¿Y sólo llegan hasta ahí los lados?
242. A: No, hasta el infinito.
243. P: Sigue describiendo los lados con el dedo, por favor. Muy bien, vale. Venga otro que vaya a hacer la mesa.
244. A: Los ángulos de la mesa son éstos.
245. P: Bien, toca los cuatro ángulos... Vale
246. A: Y el vértice está aquí.
247. P: ¿El vértice?
248. A: El vértice.
249. P: El vértice, pues venga, a otra cosa mariposa. Falta la tarta ¿quién quiere hacer la tarta? Rápido, venga...
250. A: Los ángulos son estos... 2/4...
251. P: ¿Cuántos ángulos hay ahí? ¡Ah! Mira lo que dice él, 2/4.
252. A: Sí, las porciones.
253. P: Las porciones, venga...
254. A: Este es un ángulo...
255. P: ¿Cuántos hay? Ocho, veinte...
256. A: Hay cuatro ángulos.
257. P: Vale. ¿Ya está todo el mundo leyéndose... Venga, Sole, ¿te animas a ir tú a explicarlo?
258. A: Él se anima...
259. P: Él se anima, salga una chica porque ya han salido los chicos. Venga, anímense, venga, rápido, que no sea yo quien diga quién tiene que ir. Venga Judit, sal tú...
260. A: Yo hago la otra Tony.
261. P: Tú haces la otra que te gusta más... Venga, quien va, Ana, vamos a ir al comedor, venga chica... Escuchen... Miren a ver si están de acuerdo con lo que dice ella...
262. A: Esto son las rectas perpendiculares que parece una cruz...
263. P: Parece una cruz...
264. A: Por aquí baja y ésta es recta...
265. A: ¿Y llega sólo ahí Ana?
266. A: No, porque sigue más y ésta es lo mismo, hasta el infinito.
267. P: Bien, ¿cuántos ángulos rectos hay aquí?
268. A: Cuatro.
269. A: Dos
270. P: ¿Cristian?
271. A: Dos.
272. P: Dos, vete y señálalos, venga, rápido.
273. A: El rojo y el azul.
274. A: No estoy de acuerdo contigo Cristian...
275. P: Vete allí...
276. A: No estoy de acuerdo contigo porque aquí ¿cuál pongo? Uno, dos, tres, cuatro.
277. P: ¿Qué te parece lo que te está diciendo él?
278. A: Bien.
279. P: Sigue explicando, Ana...
280. A: Aquí dice dos rectas secantes son perpendiculares si al cortarse forman cuatro ángulos rectos.
281. P: A ver, aquí en la clase, dos rectas perpendiculares.
282. A: En el radiador que había...
283. P: A ver, estoy diciendo aquí en la clase dos rectas perpendiculares... Venga, rápido, señálala. Muy bien. Vamos a Judit, que venga a explicar... de la escuadra. A ver, escuchamos.
284. A: Que los ángulos obtusos son los que miden más de 90, que un semicírculo más de 90... 125, 180... Más. Los que miden menos de 90 se llaman ángulos agudos que miden menos... Aquí pone un ejemplo, 40. Y los ángulos rectos son los que miden 90, son los únicos que miden 90.
285. P: Mira, si yo lo pongo así ahora éste es agudo...

286. A: No, sigue siendo recto.
287. P: ¿Cómo va a seguir siendo recto?
288. A: Sí, aunque le des muchas vueltas sigue siendo recto.
289. P: A ver, no se puede hablar dos a la vez. Ayoze pidió la palabra...
290. A: Que yo te iba a explicar una cosa. Mira estas tijeras ¿no? Pues pasa lo mismo con el ángulo recto, sigue siendo ángulo recto aunque les des...
291. A: Es lo mismo que dándole vueltas a la puerta sigue siendo...
292. P: Espera, deja terminar a Ayoze, Erik, por favor...
293. A: Si yo me acuerdo así sigo siendo Ayoze ¿no? Si me acuesto en el suelo sigo siendo Ayoze, de todas las formas que me ponga seguiré siendo Ayoze.
294. P: ¿Vale? Es que hay algunos que si no lo ven así... Venga Judit ¿tú cuál ibas a explicar?
295. A: La cinco.
296. P: La cinco. Escuchen por favor para que hagan preguntas también.
297. A: Yo quería decir que nosotros tenemos uno de esto y nosotros lo llamamos semicírculo, pero no tiene un nombre solo, o sea, semicírculo, porque también se llama transportador.
298. P: ¿Y quién te dijo eso? Si no es así.
299. A: Porque yo me puse a leer y aquí dice: Hagan bien el ángulo con transportador y nosotros habíamos averiguado que se llamaba semicírculo porque era un círculo.
300. P: ¿Alguien quiere preguntarle algo a Judit?
301. A: Judit, ¿cómo tú sabías que se llamaba transportador? ¿Por qué solamente lo empleas ahí?
302. A: No, porque me lo leí.
303. P: ¿Explícanos cómo se miden los ángulos entonces?
304. A: Los ángulos se miden poniendo la... Pones la...
305. A: Un semicírculo.
306. A: Coges el transportador y lo pones donde termina el círculo que esté en la raya recta.
307. P: ¿Coincidirán las medidas que están ahí con el transportador que tenemos nosotros?
308. A: Claro.
309. P: Lo que pasa es que hay que ponerlos ahí en el proyector.
310. A: Tony, yo creo que no, porque aquí los dibujos no son chiquititos, en realidad son grandes.
311. P: Mira a ver.
312. A: Quita eso...
313. P: Ponte de lado. Quita la transparencia y explícalo por favor. Siéntate si quieres sentarte. Escuchen.
314. A: Yo para... Quiero marcar un ángulo, un ángulo recto que tiene que medir 90º y yo lo puedo medir por lo negro o por lo rojo. Primero lo voy a medir por lo rojo y pongo el semicírculo en la mitad del semicírculo y marco aquí las rectas y después marco 90º para arriba...
315. P: Coge más atrás el rotulador...
316. A: Y después hago la línea recta.
317. A: Sí, pues aquí dice un ángulo obtuso.
318. A: Es el que mide más de 90º.
319. P: Repite Erik, por favor, a ver si te has perdido...
320. A: Da igual al de un ángulo obtuso.
321. P: ¿Por ejemplo, de cuántos grados? Dime tú los grados...
322. A: 120º.
323. P: ¿De 120º?
324. A: No, 140º.
325. P: Pues 140º, venga. Muy bien, ponle los grados ahí metidos, eso es. Miren, nuestro amigo tiene un problema que plantearnos, a ver qué les parece...
326. A: Judit ¿y si lo pusieras ahí de 200º?
327. P: ¿Un ángulo de 200º?
328. A: No se puede, porque el semicírculo sólo llega a 180º.
329. A: Sí se puede.
330. A: Sí con dos.
331. P: Lo dejamos aquí y continuamos a la tarde.

2ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 4º PRIMARIA
FECHA: 22-05-97

1. P: Bueno venga, habíamos dejado esta mañana en que Adán produce un problema diciendo que cómo sería un ángulo de 200º y empezaron a decir, hubo gente que decía que no se podía hacer, qué piensan sobre eso, qué piensan sobre eso...
2. A: ¿No se podía hacer? ¿Un ángulo de 200º?
3. P: Sí, un ángulo de 200º, venga, ¿tú que tienes que decir, Cristian?
4. A: Que no se puede hacer porque...
5. P: No se puede hacer.
6. A: Porque el semicírculo sólo llega hasta 180º.
7. P: Hasta 180º.
8. A: Pero si cogemos dos...
9. P: P: Espera, espera, vamos a ir por orden, venga tú qué dices...
10. A: ¿Y si cogemos dos?
11. P: Venga más opiniones sobre eso.
12. A: Si coges dos serían 260º.
13. A: ¡Ah! 260º.
14. A: Sí, porque si pones dos semicírculos a 180º le sumas 20º más.
15. P: Tú qué crees Adán, ¿se puede hacer?
16. A: Sí se puede hacer.
17. A: Hazlo Adán.
18. A: ¿Lo hago? Vale, voy a coger el semicírculo...
19. A: Con el círculo...
20. A: ¿Y no haces el punto?
21. A: Espera...
22. P: Ese punto ¿qué será? ¿Cómo se llamará? Que lo vimos esta mañana.
23. A: El Vértice.
24. P: Muy bien. Un ángulo de 200º yo no sé, yo creo, no sé, no sé si se podrá hacer.
25. A: No, Ya cambié de opinión.
26. P: ¿Ya cambiaste de opinión tú?
27. A: Sí, ya cambié de opinión porque si fuese de 200º empezaría aquí y terminaría aquí, entonces sería como un... Redondo.
28. P: Un ángulo redondo...
29. A: Una cosa así.
30. P: O sea, que según tú crees ahora que sí se puede hacer, Jeniffer Pacheco y tú, ¿qué tienes que decir?
31. A: Que no se puede hacer.
32. P: ¡Ah! Que no se puede hacer...
33. A: No se puede hacer Adán porque este círculo también, el círculo rojo también tendría que estar en éste.
34. A: Es verdad, y no puede estar...
35. A: Porque mira, en éste puede estar pero...
36. A: Pero deja que lo haga...
37. P: Sí, yo creo que Ayoze lleva ahí un poco de razón porque no lo dejamos ahí tranquilo.
38. A: Deja que lo haga...
39. A: Ahora viene el cero...
40. P: Un ángulo de 200º, porque alguno se me despista...
41. A: 80º, aquí ya son 190º y aquí 200º.
42. A: No, lo está haciendo al revés.
43. A: Yo lo dejo que lo haga.
44. A: Así es un ángulo recto, un ángulo llano.
45. A: Tony, es verdad, hace tiempo que no hago el ángulo llano.
46. A: Es parecido.
47. P: ¿Es parecido el ángulo llano?
48. A: No, porque el ángulo llano es todo recto.
49. A: Sí.
50. P: ¿Cuántos grados tiene un ángulo llano?

51. A: 180º.
52. A: Éste se parece a éste que está aquí, pero más abierto.
53. P: Adán dice que eso es un ángulo de 200º. Ponle, ponle ahí los 200º.
54. A: No estoy de acuerdo contigo.
55. P: Espera, espera, deja que acabe, es que no dejamos ni que acabe.
56. A: No estoy de acuerdo contigo Adán, porque esto va por aquí.
57. A: Está al revés.
58. P: ¿Cómo, cómo?
59. A: Que está al revés.
60. A: Que hizo al revés el ángulo.
61. P: ¿Dónde?
62. A: Aquí, porque está el punto aquí y tendría que...
95. A: No 260º.
96. A: 360º.
97. P: Mira, vamos a ver, 360º, 260º ,¿de acuerdo? Explícales por qué Sonia.
98. A: Yo dije 0 y 0 = 0 y 8 y 8 = 16. Ponle el 6 te llevas una 1 y 1 = 2 y 1 = 3.
99. P: Tú hiciste el algoritmo de la suma 180 y 180, bien y ¿cuánto es Sonia?
100. A: 360º.
101. P: ¡Ah! Es que no te oí bien. ¿Alguien ha utilizado otra estrategia para calcular éste?
102. A: Tony, 100 y 100 son 200.
103. P: 100 y 100 son 200, bien.
104. A: Y después digo yo 8 y 8 = 16. Tienen que ser 360º.
105. P: 160, 80 y 80. ¿Alguien utilizó otra estrategia?
106. A: 180 x 1.
107. P: 180 x 1 es 180.
108. A: No 180 x 2.
109. P: ¡Ah! Multiplicaste 180 x 2. ¿Otra estrategia? No hay más. Miren para acá, a ver si están de acuerdo. La escala roja, ¿aquí cuántos grados hay?
110. A: 0º
111. P: 0º, miren, la escala roja; póngase para los lados...
112. A: Siéntense todos, por favor.
113. P: 60º.
114. A: ¿60º? Miren a ver cuántos grados hay aquí.
115. A: 90º.
116. P: Hago así, baja por aquí, ¿cuántos grados hay aquí? Con la escala roja.
117. A: 180º.
118. P: 180º. Ahora aquí, ¿cuánto hay? Si aquí hay 180º y 10º más...
119. A: 190º.
120. P: 190º y aquí...
121. A: 200º.
122. P: 200º.
123. A: Eso parece una R.
124. P: Parece una R, salió fatal. Bien, pues vamos a ver, miren a ver lo que han hecho ustedes que han hecho así...
125. A: Un llano.
126. P: No, un llano sería así, un llano sería aquí...
127. A: Sí, pero casi, ¿eh?
128. P: Éste se mete aquí, mira y ¿si lo hago aquí así? ¿Cuánto medirá este ángulo hasta aquí?
129. A: 200º.
130. P: ¿Eh?
131. A: 200º.
132. P: 200º entonces, ¿se puede hacer un ángulo de 200º?
133. A: Sí.
134. P: Oye, y entonces este ángulo negro que pinto yo aquí, así que marco con esta señal ¿cuánto medirá esto? Éste es 200º, el verde, vamos a llamarlo así y éste que está aquí, el negro...
135. A: Lo mismo.
136. P: Lo mismo, los 200º ¿de acuerdo? ¿Cuánto mide este ángulo que está aquí? Desde... Voy a llamarlo por el "A", aquí "B" y aquí el "C", el ángulo A B C que sería todo esto ¿200º?
137. A: Sí.
138. P: ¿Estás de acuerdo Víctor Manuel?

139. A: Que no, porque yo digo que es lo mismo que el verde.
140. P: Es lo mismo que el verde.
141. A: Sí, es 200º porque éste está marcado por éste y éste también...
142. P: Si yo lo mido, midan, vamos a ver para que vean, voy a empezar por aquí...
143. A: Tony, perdona, tú nos quieres confundir.
144. P: No, hombre, yo no quiero confundir.
145. A: Sí, sí, porque tú estás haciendo un ángulo llano de 180º hasta el 0º, en el punto grado y sería desde el 0º hasta el 20º.
146. P: Al 100º. Vamos a ver, mira para acá. Yo hice así, mira, yo cogí todo éste para acá hasta aquí es el 200º, hasta aquí sólo es 180º. Si va por aquí es...
147. A: 200º.
148. P: 200º, porque éste es de 20º. Mira y éste ¿qué, aquí ahora? Vamos a ver cuánto mide. Vayan midiendo, por favor, 0º, 10º, 20º, 30º, 40º, aquí...
149. A: 90º
150. P: 100º, 120º, 130º, 140º...
151. A: 160º
152. P: Ciento...
153. A: Sesenta.
154. P: ¡Ah! Que este ángulo de aquí mide 160º, no 200º.
155. A: Tony yo sé por qué, porque aquí estás cogiendo dos.
156. P: Bueno, otra actividad. Se va cada uno a su sitio, yo les voy a poner unos ángulos, tienen que hablarlos primero por parejas, vamos a fijarnos por lo pronto en estos cuatro primeros $\hat{A}$, $\hat{B}$, □ y el $\hat{D}$ o todos. Vamos a hacerlo hasta aquí, se trata de saber o de hacer primero una estimación de cuantos grados mide cada uno de esos ángulos. Yo si les digo que éste yo lo medí antes y me dio 162º.
157. A: Y ¿por qué lo dices?
158. P: Bueno, yo lo digo, ustedes podrán estar de acuerdo o no, y éste antes me salió creo que 4º.
159. A: ¡Horror, qué mentiroso!
160. A: ¡Qué mentiroso!
161. P: Bien, pues entonces ahora ustedes por parejas en dos minutitos hablan a ver cuántos grados mide esto y después se pone de acuerdo el grupo y me lo dicen y yo lo anoto aquí.
162. A: Tony, ¿el $\hat{A}$ y el $\hat{B}$?
163. P: $\hat{A}$, $\hat{B}$, □, todos, los seis que se ven ahí, vamos a hacer una estimación. Bueno venga, ya, vale, un portavoz de cada grupo y yo voy a ir preguntando el $\hat{A}$ y me van a ir diciendo las cuatro opiniones del grupo, de cada grupo, mejor dicho, yo voy a ir anotando aquí, así grupo 1, 2, 3, 4. Venga, dime cuántos grados...
164. A: 90º aproximadamente.
165. P: 90º aproximadamente, no se puede decir nada más, sino decir lo que opina, los grados que crees que son.
166. A: 40º.
167. P: 40º, venga...
168. A: 50º.
169. P: 50º, el siguiente...
170. A: 20º.
171. P: 20º. Pasamos a éste aquí...
172. A: 140º.
173. P: 140º.
174. A: 60º.
175. P: 60º.
176. A: 70º.
177. A: 50º.
178. P: El □.
179. A: 180º.
180. P: 180º, venga...
181. A: 120º.
182. P: 120º.
183. A: 150º.
184. P: 150º.
185. A: 120º.
186. P: 120º, éste, el $\hat{D}$.

187. A: 20º.
188. P: ¿20º ó 10º?
189. A: 20º.
190. P: Son estimaciones, las estimaciones no tienen porqué ser exactas. Venga, vamos.
191. A: 10º.
192. P: 10º, siguiente...
193. A: 30º.
194. A: 10º.
195. P: Muy bien, vamos...
196. A: 90º.
197. P: 90º.
198. A: 90º.
199. P: 90º.
200. A: 80º.
201. P: 80º.
202. A: 90º.
203. P: 90º, vámonos al $\hat{F}$...
204. A: 10º.
205. P: 10º.
206. A: 20º.
207. P: 20º.
208. A: 20º.
209. P: 20º.
210. A: 20º.
211. P: 20º. Vamos a empezar por el Â. Ustedes mismos han hecho cuatro estimaciones y hay bastantes diferencias. ¿Quiere un grupo contestarle al otro...?
212. A: Erik, ¿cómo va a ser 90º? 90º es un ángulo recto.
213. A: Es una equivocación, él se equivocó, pues me equivoqué.
214. A: Una pregunta al 20º al que dijo 20º que ¿cómo haces 20º si eso ya es más de 20º?
215. A: Adán, es que nosotros le dijimos a Cristian que dijera 40º, lo que pasa es que él no sabía lo que hacía y dijo 20º.
216. P: Entonces ustedes buscaron un mal portavoz, tienen que decírselo a él.
217. A: Yo quiero dar la respuesta a los grupos que dijeron así regular entre 40º o 50º.
218. P: Sobre 40º o 50º, ¿estás tú de acuerdo?
219. A: Adán, yo no estoy de acuerdo contigo.
220. A: ¿Por qué?
221. A: 40º sería un ángulo más cerrado.
222. A: Compruébalo.
223. P: Ahora lo veremos.
224. A: Pero esto es una estimación Adán, lo que pasa es que te equivocaste, te equivocaste.
225. P: Efectivamente Ayoze, las estimaciones no tienen porqué ser números exactos, pero las estimaciones tienen que procurar hacerlas bien, es decir, acercarnos lo mejor, lo máximo posible, no al exacto, puesto que, que diría yo 70º, 80º me da igual, como es una estimación. No, hay que intentar precisar, si te equivocas, pues te equivocas, si no es el exacto. Quieren mirar rápidamente lo del Â por si alguien quiere cambiar de opinión, un grupo.
226. A: Yo.
227. P: Un grupo, rápido. ¿Con cuál de esas estimaciones se quedan ustedes? O a lo mejor hay alguien que quiera aproximarse... Bien vale, rápidamente ¿con cuál se quedan ustedes de aquí?
228. A: 55º (había 90º)
229. P: 55º la quieren cambiar 55º, bien, vamos.
230. A: Dejarla. (40º).
231. P: Dejarla.
232. A: Dejarla. (50º).
233. P: Dejarla.
234. A: 40º (había 20º).
235. P: 40º. Quieren cambiarla, pues venga, ¿cómo lo podemos saber? Midiendo ¿no? Voy a medirlo yo para hacerlo más rapidito. Tengo que ponerlo en el vértice por la escala negra... 40º, ¿ven aquí? 0º, 40º... 40º, están bien, todos están bien, ¿no ven? La segunda vez que rectificaron porque aunque hayan dicho 55º es una estimación y no está mal.
236. A: Está cerquita.

237. P: Pero, mira ya si tenemos un dato, ya sabemos que éste es 40º y eso nos puede ayudar... Pues miren a ver... Éste dije yo que medía 4º, ¿qué pasa?
238. A: Qué está mal.
239. P: Pero aquí no se puede decir que está mal, hay que comentarlo y pedir la palabra... A ver Cristina...
240. A: Mire, éste que es más chiquito que éste...
241. P: Espérate Erik, Cristina...
242. A: Está mal porque...
243. P: Vete allí...
244. A: Está mal, porque éste es más chiquito que éste y éste está más largo y éste mide más de 10º. ¿Cómo va a tener 4º?
245. A: Yo estoy de acuerdo con Cristina.
246. P: Entonces, ¿están todos de acuerdo con Cristina?
247. A: Sí.
248. P: Pues, miren a ver las estimaciones que han hecho con el $\hat{B}$ porque hay bastantes diferencias de la primera a las otras y tienen la referencia del ángulo Â. Piénsenlo, háganlo rapidito. Bien, a ver, este grupo...
249. A: 60º (140º).
250. P: 60º, segundo grupo...
251. A: La dejamos (60º).
252. P: 60º.
253. A: La dejamos (50º).
254. P: Bueno, pues bien, vamos a ver. A ver, 65º, bien 65º, ¿y cuánto mide ahora este ángulo?
255. A: 65º.
256. P: ¿Y éste?
257. A: 40º.
258. P: ¿No ven que está en distinta posición? ¿Y ahora?
259. A: 65º.
260. P: Mira éste, ¿cuánto medirá? El □, vámonos al □.
261. A: Yo no estoy de acuerdo con ningún grupo, ni con el mío mismo, porque yo me di cuenta de una cosa, que si esto lo giras así es como si fuera uno recto y yo tengo que medir sobre el noventa y pico porque sólo esta raya...
262. P: Miren, escuchen.
263. A: Que yo tampoco estoy de acuerdo con mi grupo en la □, porque 180º sería ya llano y 190º y eso sería como obtuso.
264. P: Dibuja un llano rápido ahí en la pizarra Cristian, con tiza.
265. A: Cristian, ¿estás sordo?
266. P: Venga rapidito. Pon el vértice, muy bien, eso sería 180º. Entonces lo que dice Cristian, si eso es 180º ¿cómo va a ser este 180º?
267. A: Por eso, yo no estoy de acuerdo con ninguno, yo creo que es 90º.
268. P: ¿Tú crees que es 90º?
269. A: Sí, o noventa y pico por ahí...
270. P: Miren y cómo podríamos saber cuánto mide sin comprobar que es 90º. Vamos a suponer que es 90º sin utilizar un semicírculo.
271. A: Sí, o noventa y pico por ahí...
272. P: Miren y como podríamos saber cuánto mide sin comprobar que es 90º. Vamos a suponer que es 90º sin utilizar un semicírculo.
273. A: Metiendo una regla.
274. P: ¿Metiendo una regla? ¿Qué regla?
275. A: No, una regla a ver si es recta.
276. P: ¿Una regla? Vamos a ver...
277. A: Sí, midiéndolo.
278. P: ¿Y cómo con esa regla se pueden medir los ángulos?
279. A: No, yo no digo medir, sino a ver si es recta...
280. P: Adán tiene una idea parece ser, más precisa, vamos a ver...
281. A: Coger las que se ven.
282. A: Sí, pero yo decía mirar a ver si están rectas...
283. P: Si yo estoy midiendo el ángulo, pero no los lados, tú estás midiendo los lados y yo estoy midiendo los grados. ¿Eso medirá 90º? ¿Cómo puedo saber yo si mide 90º sin poner el transportador?
284. A: Seis...

285. P: Estás midiendo los lados Adán, y los lados no se podrían medir porque es una semirrecta...
286. A: Pues ponemos una regla.
287. P: ¿Esa regla? No hay otro tipo de regla que tengamos en la clase.
288. A: Ésta.
289. A: El metro.
290. P: ¿Eh?
291. A: El metro.
292. P: ¿El metro?
293. A: ¿Cómo vas a poner el metro si no... ?
294. A: Éstas Tony.
295. P: ¿Cuáles son esas? ¿Y cómo se llama eso?
296. A: La escuadra y el cartabón.
297. P: Mira a ver Erik, por favor.
298. A: Saca la otra Adán, que es diferente.
299. P: ¿Dónde hay un ángulo recto ahí? En esa escuadra, ¿dónde hay un ángulo recto?
300. A: En ninguna parte.
301. P: En ninguna parte, vaya.
302. A: Sí.
303. P: ¿Aquí hay un ángulo recto?
304. A: Sí.
305. P: Mira ver si coincide ahí en el centro.
306. A: Es casi igual.
307. P: Miren, miren ahí para Erik. Es 90º, vamos a ver si es verdad, vamos a medirlo con el transportador. Míralo aquí la escala roja, ¿lo ven? 90º. Bueno, venga y ya para ir acabando ¿qué pasa con el $\hat{F}$ que yo digo 162º?
308. A: Que eso está mal.
309. P: A ver, Víctor Manuel, ¿ qué pasa con el $\hat{F}$?
310. A: Que yo digo que está mal, 162º no puede ser.
311. P: ¿Por qué? No dije yo que 162º y ahora dices tú que no puede ser.
312. A: Porque es mucho.
313. P: A ver, Cristian, yo digo que es 162º. ¿Tú estás de acuerdo?
314. A: No, porque si fuera 162º tenía que ser más de 90º y eso es menos de 90º.
315. P: Sí, a ver Ana ¿tú que quieres decir?
316. A: Que no estoy de acuerdo con nadie, ni contigo, porque tiene que ser sobre 20º o sobre 30º.
317. P: Bueno, yo les estoy preguntando si es 162º.
318. A: Yo no estoy de acuerdo con las respuestas porque si éste... A ver dónde está... Si éste mide 90º, éste ¿cómo va a medir 162º?
319. P: Voy un poquito a explicar, vamos a coger una hoja. Bueno, antes vamos a resolver algunos problemas y después pasamos a dibujarlos. Vamos a ver... Vamos a hacer la actividad ésta que la pongo un poco torcida... Léanla por favor. Venga, ¿quieres leer el problema? El principal problema es que a veces no lo leen bien. Repasa de color rojo, el qué Sonia...
320. A: Los ángulos rectos, de verde la recta perpendicular.
321. P: Nosotros no lo vamos a repasar sino lo vamos a señalar. A ver, podemos empezar por el grupo de Samuel, ¿qué hay que hacer en este problema Samuel?
322. A: Que hay que colorear los ángulos de color rojo y de verde las perpendiculares.
323. A: Samuel, yo no me he enterado de lo que dices.
324. P: ¿Qué hay que hacer ahí Ana?
325. A: Que pintes de rojo los ángulos rectos...
326. P: Bien, nosotros no lo vamos a colorear sino a señalar, vete a señalar ahí las rectas, por favor. Miren a ver si los demás están de acuerdo.
327. A: A ver, sí.
328. P: Todo el grupo.
329. A: Y hay otro.
330. P: Señálalo Miguel.
331. A: Y hay otro.
332. A: Éste.
333. A: Y hay otro.
334. A: Es verdad.
335. A: ¡Ah! Sí.
336. A: Ese.

337. A: Éste no estoy de acuerdo contigo Adán porque...
338. P: Para, para, para es que... Vamos a ponerles un nombre A...
339. A: B...
340. P: B, C, D, ya esto son rectas, estos son los ángulos. Vamos a ver, Ana ¿quieres decirme el $\hat{A}$ si es recto o no?
341. A: Sí.
342. A: Y yo sé cuantos grados puede medir, 90º.
343. P: El siguiente, el $\hat{B}$, Sonia...
344. A: Sí.
345. P: El □, Adán...
346. A: 90º.
347. A: Sí, pero ¿es recto?
348. A: Es recto, sí.
349. P: ¿ De acuerdo todos?
350. A: Y este también, lo único...
351. P: Eduardo no está de acuerdo.
352. A: Sí estoy de acuerdo, pero lo único es que tienen distintas posiciones...
353. A: Y es raro...
354. P: Yo es que no estoy de acuerdo con ustedes en el □. A ver Judit...
355. A: Si esto aquí es una recta y se coge la recta... La...
356. P: La escuadra.
357. A: La escuadra, aquí también, aquí no se la coge.
358. A: Es verdad.
359. P: A ver, denme la escuadra, por favor. ¿Dónde están las escuadras?
360. A: Las llevé yo para allá.
361. P: Guacimara, cariño, no has dicho nada, ahora te vamos a preguntar. Mira la escuadra, tendría que caber aquí y aquí no cabe, bueno sí cabe pero no completa, entonces ¿el □ es recto?
362. A: No.
363. P: Bueno, vamos al $\hat{D}$, Guacimara...
364. A: Sí.
365. P: Bien ¿de acuerdo?
366. A: No.
367. P: No.
368. A: El □ no es recto.
369. P: Samuel...
370. A: El □ no es recto.
371. P: El $\hat{D}$, perdón, el $\hat{D}$, me equivoqué yo.
372. A: ¡Ah! El $\hat{D}$, eso es otra cosa.
373. P: ¿Es recto o no es recto? Víctor Manuel...
374. A: Sí, es recto.
375. P: Bájate que estás tapando la cámara... Pues venga vámonos entonces, ahora dice rectas perpendiculares. ¿Cuáles de estas cuatro parejas son perpendiculares? A ver, Yolanda, ven a señalarla, la 1ª, la 2ª o la 3ª...
376. A: O la 4ª.
377. P: O la 4ª...
378. A: La 3ª.
379. P: Esas son perpendiculares, ¿de acuerdo?
380. A: No.
381. P: No.
382. A: No.
383. P: ¿Por qué?
384. A: Porque mira Yolanda, la 4ª, 3ª, y, la 3ª sí, pero la 4ª no.
385. A: Pero ella dijo 3ª.
386. P: A ver si escuchamos Jeny, porque ella dijo la 3ª ¿vale? Venga, vamos a ir por orden. La 3ª, Yolanda dime ¿son perpendiculares?
387. A: Sí.
388. P: Sí, ¿todos de acuerdo?
389. A: Sí.
390. P: La 2ª Guacimara ¿quieres venir para acá? La 2ª Guacimara...

391. A: Sí.
392. P: ¿Son perpendiculares? ¿De acuerdo Jeniffer Pacheco?
393. A: No, no son perpendiculares.
394. P: ¿Por qué? Argumenta.
395. A: Porque esto tendría que estar una raya así y otra para allá.
396. A: Estoy de acuerdo.
397. P: ¿Tendría que haber el qué? Entre ellas dos ¿tendría que haber qué? Un ángulo de qué tipo.
398. A: De 90º.
399. P: Ajá, me parece que no es así. ¿Y ésta? La 3ª...
400. A: Sí.
401. P: ¿Y la 4ª?
402. A: No.
403. P: No. Bien, más problemas, venga ya estamos acabando. Vamos a hacer esta actividad. Silencio. Léanla, es muy fácil. Ahí dice calca, pero nosotros no vamos a calcar sino vamos a decir por alto. Me... A ver, por favor, ¿me pueden decir qué es lo que hay que hacer ahí? Cristian Báez...
404. A: Hay que calcar, pero no, nosotros no vamos a calcar, y escribir los grados, escribir los grados que te ponen ahí en esos semicírculos y después rodea el ángulo recto.
405. P: Pues venga. Empezamos por aquí, empieza, vamos por ahí, por ese grupo, Samuel...
406. A: Un segundito.
407. P: Bueno.
408. A: Samuel, ¿estás dormido?
409. A: Es que no lo entiendo bien.
410. P: ¿Quién se lo quiere explicar?
411. A: Yo.
412. P: Tú no, Yolanda se lo explica...
413. A: Ella tampoco...
414. P: Guacimara...
415. A: Samuel, ahí no vamos a calcar, solamente vamos a qué había que hacer ¿cuánto mide? Y poner lo que mide. ¡Ah! El ángulo recto.
416. A: 70º.
417. P: Bien, el primero 70º, ¿de acuerdo?
418. A: No, Tony, 50º.
419. P: 50º.
420. A: No.
421. P: Ana, ¿estás de acuerdo con tus compañeros?
422. A: No.
423. P: Aquí no se puede decir no, sino el por qué, ven aquí.
424. A: No, dilo tú.
425. P: Vete y explícalo Patri...
426. A: Aquí está tapado y aquí se ve el 3 y fíjate aquí...
427. A: El 30º.
428. A: Son 30º.
429. P: ¿Entonces?
430. A: 30º.
431. P: Yolanda, ¿cuánto mide éste?
432. A: 40º.
433. P: Cristian...
434. A: 90º.
435. P: Samuel...
436. A: 150º.
437. P: Bien, ¿cuáles de estos cuatro 1º, 2º, 3º, 4º? ¿Cuál es el recto?
438. A: El $\hat{A}$, el $\hat{B}$, el □ o el $\hat{D}$.
439. P: 1º, 2º, 3º, o 4º.
440. A: 3º.
441. P: 3º, muy bien.
442. A: No estoy de acuerdo.
443. P: ¿No estás de acuerdo?
444. A: ¿No? ¿El terreno no es un ángulo recto?
445. A: ¡Ah! Es verdad, tiene razón.
446. P: Mira y ahora, por favor, bueno ahora ya cogemos un folio en blanco y dibujamos tres ángulos

rectos, tres ángulos agudos y tres ángulos obtusos, pero poniendo la medida, poniendo la medida. Venga, se lo regalamos a ella para que se lleve un recuerdo de ustedes

447. A: Vale.

448. P: O mejor es que hagamos sólo dos, rapidito, venga.

449. A: Dos rectas...

450. P: Dos rectas, dos agudos y dos obtusos y poniendo los grados que midan.

Venga, vamos. Rapidito para poder enseñarle a ella las poquitas cosas que saben ustedes de fracciones.

451. A: Sí, las poquitas...

452. P: Bueno, tampoco hemos dado mucho, estamos empezando ahora.

TRANSCRIPCIONES DE LAS DOS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS DESPUÉS DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 4º PRIMARIA
FECHA: 23-01-98

1. P: Ustedes saben que están por parejas, si tienen alguna duda la consultan, pero tienen que poner donde dice duda, pon duda, aquí en las observaciones de lo que tú te das cuenta, porque luego después del recreo vamos a música y después de música vamos a volver a grabar, pero ya ustedes ...

2. A: Don Antonio la Asamblea...

3. P: Hoy no vamos a hacer la Asamblea.

4. A: Por eso...

5. P: Se dedicarán un poco a plantear las dudas aquí y a ver si ustedes mismos las pueden resolver como hacemos siempre con los problemas, ¿de acuerdo? Pero ahora empezarán los trabajos individuales, bueno si tienes que levantarte y consultar con la pareja o hacer algo entre cuatro, pues ya están los grupos, ¿vale?

6. P: A ver, silencio, ¿ya tú empezaste aquí? Vale. Empezamos a trabajar, venga.

Los alumnos se disponen a trabajar.

Un segundito para aclarar una cosa. Una arista es donde se unen dos caras. Aquí hay una cara, la de arriba y otra lateral, la arista es ésta, aquí hay una arista, aquí hay otra, las varillas blancas son las aristas. Una arista no empieza aquí y continua hasta abajo, son dos caras. Cuidado con eso, ¿vale?

Pero espérate, y la distancia ¿tiene que ver? Yo pregunto.

7. A: No, la distancia no, sino que si están rectas.

8. P: Perdona un momentito a ver, ésta está aquí ¿ ésta es paralela?

9. A: Sí.

10. P: ¿Ésta es paralela?

11. A: Sí.

12. P: ¿Ésta?

13. A: Sí.

14. P: ¿Cuántas paralelas podríamos medir aquí?

15. A: ¡Uf! Montones.

16. A: Depende a la medida que conozcamos...

17. P: No empiecen, no empiecen. Entonces la discusión se centra en saber si ésta es paralela con ésta. Entonces él tiene una tesis y escúchenlo a ver, y si no están de acuerdo díganselo, no estoy de acuerdo.

18. A: Yo estoy de acuerdo con Cristo.

19. P: Pues explica por qué te convence que estés de acuerdo con Cristo.

20. A: Yo creo que sí porque...(Pone la regla hacia la arista).

21. A: Pero eso no es recto.

22. A: Eso no es recto.

23. P: Miren a ver, analicen, eso no es recto, dicen aquí.

24. A: Y además yo creo que ésta es paralela con aquella, porque todo el cubo tiene todos los lados son iguales, todos los lados son iguales. Entonces, si éste con aquel son paralelos porque son iguales, las partes son iguales y ...

25. P: Tiene que ver el que esté inclinado aquí...

26. A: No.

27. A: Pero Cristo, yo no estoy de acuerdo con lo que tú acabas de decir porque, por ejemplo, ésta no es paralela a ésta.

28. A: No, pero yo digo que todas las partes son iguales.

29. P: Todas las aristas miden igual, no creo que tenga que ver.... Vamos... Pon el modelo ése aquí. A ver, serían tres reglas, reglas, las reglas por ejemplo, trae las reglas grandes, las rectas. Bien, yo les voy a plantear lo siguiente. A ver, imagínense que esta regla que es una recta que sigue hasta el infinito, ¿la ven dónde está? Ahí, aguanta tú un poquito... ¿Es paralela la azul con la blanca?

30. A: Sí.

31. A: No.

32. P: No, sí, yo no sé, ¿eh? La ven, ¿es paralela?

33. A: Sí.

34. P: ¿Es paralela?

35. A: Sí.

36. P: ¿Es paralela?
37. A: Sí.
38. P: Sigue llevándolo tú, ¿es paralela?
39. A: Sí.
40. A: ¿Es paralela?
41. A: Sí.
42. P: ¿Será esa arista paralela a la aquí arriba?
43. A: Sí.
44. A: Yo creo que sí porque...
45. A: Crees no, que se sabe.
46. P: No, bueno espérate... Yo no lo sé, ¿eh?
47. A: Cómo estaba aquí arriba y era paralela ésta con ésta, al llegar abajo, es también paralela.
48. P: A ver Pisi, ponte tú aquí. La amarilla y la blanca ¿Son paralelas?
49. A: Ahora sí.
50. P: ¿Y ahora?
51. A: Sí.
52. P: Sigue tú por favor, ¿y ahora?
53. A: Sí.
54. P: Sigue tú ya, coge la amarilla, sigue.
55. A: ¿Ésta?
56. P: La Blanca. ¿Eh?
57. A: Sí.
58. P: ¿Entonces...?
59. A: Es paralela.
60. P: Entonces ¿cuáles son las paralelas a esta arista?
61. A: ¿Aquélla..?
62. P: Sí.
63. A: ¿Ésta, ésa y ésa?
64. P: Vale, ¿de acuerdo? Venga.
65. P: A ver, ¿quién tenía la duda aquí?
66. A: Yo.
67. P: Plantea, a ver.
68. A: Mi duda es la pregunta ¿Qué aristas son paralelas a la “A”?
69. A: Y yo digo que, ella dice que todas son paralelas, todas y yo digo que la pregunta no es esa. La pregunta es, ¿qué aristas son paralelas a la “A”? Y ¿por qué? Entonces tú pones la “A” no es paralela con ésta, ni con ésta, ni con ésta, es a ésta, a la “C”...
70. P: ¿A cuál?
71. A: A la “C” Y a la “R”, ¿no ves?
72. P: Es un poco difícil que la vea en el papel.
73. P: Toma el papel de la “C”.
74. A: ¿Dónde lo pongo?
75. P: Allí. ¡Ah! No, perdona Isabel, esa es la “C”. Sí, ponlo por fuera, no, no, no, ponlo por fuera, que se vea.
76. I: A ver lo que ustedes hablan.
77. A: ¿Qué quieres que te...? A ver... Dice: dibuja dos rectas perpendiculares con la regla, la escuadra o el compás, o la regla y el compás. Venga, tú puedes coger la regla y la escuadra.
78. A: Exacta.
79. A: ¿La regla grande?
80. A: No, la regla normal, mira...
81. I: Venga.
82. A: Hay que dibujar dos rectas perpendiculares, ¿y qué son dos rectas perpendiculares?
83. A: Las que no se cortan en un punto.
84. A: Pues pon ahí las que no se cortan en un punto, ¿pero con ésta?
85. A: ¿Qué te falta?
86. A: A la “D”.
87. A: Es a la “B” Cristian... La “B”...
88. A: Sí, esta.
89. A: La “J”. Mira, solamente es la “J”, después es la “D” y la “I”. “J” “D” “I”.
90. A: Mira, que esto no lo entiendo.
91. A: A ver, ¿qué aristas son paralelas de la “A” a la “E”?

92. A: ¿Por qué?
93. A: Di por qué. De la “A” a la “F”, ¿qué separa?
94. A: ¿Qué separa?
95. A: Sí, que así que... La “F”, tranquila Eva...
96. A: Muchacho, Adán, yo no te entiendo, ¿cómo quieres que lo separe?
97. A: Sí. De la “A”... de la “A” a la “F” que va.
98. A: Cuántas aristas van?
99. A: Sí. La “F” y ¿qué más?
100. A: Y la “J” será.
101. A: Yo puse la “D” y la “F” porque mira, porque yo lo comprendí bien allí. La “A”, la “B” y aquí la “E” y la “F”.
102. A: Explícaselo allí.
103. A: Bueno, vamos para allí. La “A”. A ti te hace falta la “D”.
104. P: Yo les planteo aquí está la “H”, la “H”, ¿es perpendicular a la “A”?
105. A: No.
106. P: ¿No?
107. A: Sí.
108. P: La “E”, ¿es perpendicular?
109. A: ¿A la “H”?
110. P: A esto, a la “A”. Piensa en esta Sonia, en la “A”, estamos aquí. ¿La “E” perpendicular a la “A”?
111. A: No.
112. P: No, ¿de acuerdo?
113. A: Sí.
114. P: Y ahora yo pregunto, ¿la “H” es perpendicular a la “A”?
115. A: Tony, la varilla se soltó.
116. P: A ver. La “E” es paralela con la “H”...
117. A: Sí.
118. P: Y la “E” es perpendicular con la “A”...
119. A: Sí.
120. P: Y la “H”, ¿será perpendicular con la “A”?
121. A: Sí.
122. P: Bueno, vamos a ir finalizando, por lo menos contesten a la siete, para irnos al recreo. Si ya han hecho la siete se pueden ir al recreo.

2ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 4º PRIMARIA
FECHA: 26-01-98

1. P: Lo que vamos a hacer es un apunte en común.
2. A: Y ¿qué quiere decir eso?
3. P: Hombre, pues ir contestando a las preguntas que dice aquí, por orden y si no estás de acuerdo, pues dices, pues yo no estoy de acuerdo con Ayoze, por ejemplo.
4. A: ¿La actividad siete sólo, Tony?
5. P: Vamos a empezar con la siete. Pero dejen que ella prepare... ¿Te podrías poner... ?
6. I: ¿Allí mejor?
7. P: Hacia allá y mirabas hacia acá... Desenchufa allí.

A ver campeones, vamos a empezar leyendo. Vamos por orden de número, vamos leyendo la actividad. Venga, en silencio. Chaxiraxi empezamos...

8. A: Rectas paralelas y rectas perpendiculares. Objetivo: Actividades. Material: escuadra y un cubo o hexaedro de cartulina, por ejemplo, dado, caja. Observa la siguiente figura, es la representación de un cubo o hexaedro, coloréalo.
9. P: Es éste que tenemos aquí, ¿lo ven? Ese pequeñito que está ahí lo hemos construido en grande para poder verlo un poquito mejor. Dos...
10. A: Ponle al cubo las mismas letras que aparecen en el dibujo anterior. Fíjate que hay aristas que se cruzan. Contesta...
11. P: ¿Entienden eso? ¿Sí?
12. A: Contestar de forma razonada las siguientes preguntas. Utiliza la escuadra para comprobar la perpendicularidad.
13. P: Primera pregunta, vamos a ponerle un "1" ahí al primero, al lado para saber... Venga Cristina.
14. A: ¿Qué aristas son paralelas al "A"? ¿Por qué? La "A" es paralela a la "C" porque está enfrente.
15. P: ¿Cómo lo hacemos? Tú, Judit y así vemos para acá. Judit entre Miguel y Ángel, se pueden levantar incluso si quieren.
16. A: Cristina, yo estoy de acuerdo contigo en que es la "C", pero también hay dos más.
17. A: Claro.
18. P: ¿Qué te parece lo que te está diciendo ella?
19. A: ¿Qué?
20. P: ¿Tú le quieres decir cuáles son las dos más?
21. A: Es la "Y", la "C" y la "K".
22. P: Repítelo despacito, a ver...
23. A: Es la "Y", la "C" y la "K".
24. P: ¿Alguien no está de acuerdo? ¿Tiene algo qué decir?
25. A: Yo. Yo no estoy de acuerdo aquí porque...
26. P: Levántate Ana...
27. A: Porque yo creo que las palabras están mal colocadas.
28. P: Las letras están mal colocadas.
29. A: La "A" se parece a una "R".
30. A: Sí.
31. A: Yo puse la "A", la "C", la "K".
32. P: ¿Alguien no está de acuerdo? ¿Tiene algo qué decir?
33. A: Yo. Yo no estoy de acuerdo aquí porque...
34. P: Levántate Ana...
35. A: Porque yo creo que las palabras están mal colocadas.
36. P: Las letras están mal colocadas.
37. A: La "A" se parece a una "R".
38. A: Sí.
39. A: Yo puse la "A", la "C", la "Y" y la "R".
40. A: Pero la "A", la "A" no Ana porque...
41. A: Sí ya, pero...
42. A: Yo puse la "Y", la "C" y la "R".
43. P: Venga Ana.
44. A: Aquí tendría que estar la "R", a ver... Aquí.
45. P: ¿Ahí tendría que estar la "R"? A ver, miren el dibujo a ver si están de acuerdo con Ana.
46. A: Yo estoy de acuerdo con Ana. Yo estoy de acuerdo contigo porque la "Y" iría aquí.

47. A: Es que es la “K” que se parece a una “R”.
48. P: ¿Eh? Mira la “R” aquí.
49. P: Si acá no hay “R”.
50. A: Pero se parece a una “R”.
51. P: ¡Ah! Bueno... ¿de acuerdo? Entonces las podemos anotar en la pizarra. La primera pregunta sería... Dímelo tú, Judit...
52. A: La “Y”, la “C” y la “K”.
53. P: La “Y”, la “C” y la “K”.
54. A: Y ahora con esto, ¿qué?
55. P: Y ¿por qué son paralelas?
56. A: Porque... Porque están enfrente.
57. P: Están enfrente... No están muy de acuerdo contigo ¡Ayoze!
58. A: Porque no se cortan en ningún punto.
59. P: ¿Podrías explicarnos eso un poquito mejor? ¿De que no se cortan en ningún punto?
60. A: Sería éste, son, ¿a ver?
61. P: Puedes explicarlo aquí en el modelo si quieres...
62. A: Sería ¿eh? Porque no se cortan en ningún punto, porque mira, por ejemplo, la “A” está enfrente de “Y” y no se cortan en ningún punto. Aquí le ponemos hasta aquí, pero esto llegaría hasta el infinito, por ejemplo éste no corta a ésta ni aquélla a ésta ni la “C” con la “A”.
63. P: Entonces Cristina, ¿por qué son paralelas?
64. A: ¿Porque no se cortan en ningún punto?
65. P: ¿De acuerdo? ¿Está todo el mundo de acuerdo?
66. A: Sí.
67. P: Pasamos por detrás y ponemos número “2” a la siguiente pregunta. ¿A quién le toca leerla?
68. A: A mí.
69. P: Miguel...
70. A: ¿Qué aristas son paralelas a la vez? La “G”...
71. P: Oye, déjame ir a anotarlas...
72. A: La “J”...
73. A: La “J”, “L” y “D”.
74. P: ¿Estás de acuerdo?
75. A: Y porque no se cortan en un punto.
76. P: Tú, Ana...
77. A: No, yo lo puse distinto, yo puse la “J”...
78. P: Habla con él entonces...
79. A: La “L” y la “F”.
80. P: ¿Tú que tienes que decir?
81. A: Ponte ahí, ponte ahí y explícalo...
82. P: Tú pusiste Ana ¿La “J”...?
83. A: ¿La “L”?
84. P: La “L”.
85. A: Y la “F”.
86. P: ¿Y la “S”?
87. A: La “F”.
88. P: La “F”. Entonces se acercan ahí y...
89. A: Yo lo tengo diferente.
90. A: Pues acércate ahí.
91. P: Venga. Ana es para hoy mi niña... Estamos buscando las paralelas a la “B”, ¿cuál es la “B”?
92. A: Es ésta que está aquí.
93. P: Pues ponte ahí, ponte ahí. Mira a ver cuáles son las paralelas...
94. A: La “L” así... Y después de la “D” ¿era?
95. A: ¿“J”, “L” Y “D”?
96. P: ¿Entonces Ana?
97. A: Estoy de acuerdo.
98. P: Bien.
99. A: Tony y las que estén bien marco con bien y las que estén mal ¿con mal?
100. P: O lo arreglas que es lo mismo ¿Por qué? ¿Por qué son paralelas? ¿Lo habías dicho?
101. A: Si lo dijo, porque no se cortan en un punto.
102. P: Muy bien. Pongan número “3” y vamos a la 3...
103. A: Sí señor...

104. P: Venga. ¿A quién le toca?
105. A: Me toca a mí. ¿Qué aristas son paralelas a la “F”? ¿Por qué? La “H”...
106. P: La 3 perdonen es la “F”, la pongo aquí...
107. A: La “H”.
108. P: La “H”.
109. A: La “S”.
110. P: La “S”.
111. A: Y la... y la “J”.
112. P: Y la “J”. A ver Sonia...
113. A: Yo no estoy de acuerdo contigo, yo puse la “H”, la “G” y la “E”.
114. A: Estamos de acuerdo con Sonia.
115. A: Salgan los dos...
116. A: Las dos, nada más.
117. P: Habla alto Ana, venga...
118. A: De la “ “ a la “G”...
119. P: A ver, la “F” ¿te quieres poner delante de la “F”? ¿Dónde está la “F”?
120. A: La “F” está aquí.
121. P: La “F” ¿dónde está?
122. A: Aquí...
123. P: Ponte ahí, ¿cuáles son paralelas a esa?
124. A: La “G” es una, de aquí allí, después también está...
125. A: La “E”.
126. A: La “E” aquí y después de... Y de aquí allí.
127. A: Pero estamos hablando de la “F”...
128. A: Pues entonces estas dos nada más.
129. A: No.
130. A: La “G”, ésta y nada más.
131. A: Pues venga, ¿quién más quiere participar?
132. A: Yo. Ana yo te quiero decir una cosa, que tú antes cuando estabas conmigo no pusiste atención porque ese también es, ¿no te acuerdas? Te dije ésta con ésta, ésta con ésta y ésta con ésta.
133. P: Ana, ¿te convence, no te convence, estás de acuerdo, no estás de acuerdo?
134. A: Sí, sí.
135. P: ¿Cuáles son entonces?
136. A: Las cuatro, la “G”, la “H” y la “E”.
137. P: Vuelve a repetirlas, por favor.
138. A: La “G”.
139. P: La “J”...
140. A: La “G” de gato.
141. P: ¡Ah! La “G”, entonces esto...
142. A: La “H” y la “E”.
143. P: Dime Ana ¿cuáles son?
144. A: La “G”, la “H” y la “E”.
145. P: La “G”, la “H” y la “E”. Y ¿por qué son paralelas?
146. A: Porque no se cortan en ningún punto.
147. P: Vale. El siguiente...
148. A: ¿Qué aristas son perpendiculares a la “B”? ¿Por qué? A la “B” serían la “C”...
149. A: Yolanda te equivocaste... Yolanda te equivocaste, estamos en la cuarta...
150. A: ¡Hay Dios! Es verdad.
151. A: Ella se equivocó.
152. P: Bien.
153. A: ¿Qué aristas son perpendiculares a la “A”? ¿Por qué? La “D” y la “B”.
154. P: La “D” y la “B”. Venga, todos los que quieran participar que se acerquen. Sal tú ahí Yolanda y explícales...
155. A: Porque la “A” sigue para acá y la “D” da un .... Y después la “B” igual.
156. A: Sí, pero hay más.
157. P: Pónganse mirando hacia la cámara.
158. A: Mira hay, está la “F” Y la... “E”.
159. A: Pero hay más.
160. P: Hay más ¿dice?
161. A: La “B”, la “D”, la “E” y la “F”.

162. P: Cristian, si tú crees que hay más, explícamelo.
163. A: Yo puse la “F”, la “E”, la “B” y la “H”.
164. P: ¿Por qué pusiste la “H”?
165. A: Pero Cristian, ésta con aquélla son paralelas.
166. A: Pero ahora te está hablando que se corten en un punto.
167. A: Estoy de acuerdo con lo que dice Yolanda.
168. A: Yo puse la “E”, la “F”, la “D”...
169. P: Pero vete, no digan con las letras así, es difícil, la van tocando. Venga.
170. A: Yo puse la “E”...
171. P: Tócala flojito...
172. A: La “F”, la “D”, la “B”, la “H” y la “J”.
173. A: ¿La “H” y la “J”?
174. P: ¿Quieres tocarlas?
175. A: La “H” y la “J”.
176. A: No, la “J” es ésta.
177. P: Él dice que esta “H” y esta “G” también son perpendiculares con la A.
178. A: Cristopher, no estoy de acuerdo contigo porque ésta y ésta no se cortan en ningún punto, porque es como si ésta y ésta no estuvieran.
179. P: Vamos... Para que fueran perpendiculares eh...
180. A: Tendrían que cortarse en un punto y formar un ángulo de 90º.
181. P: Repítelo eso otra vez.
182. A: Que se tienen que cortar en un punto y formar un ángulo de 90º
183. A: Pero atiende a lo que estamos haciendo...
184. P: ¿Qué pasa entonces? Si ésta, por ejemplo, la seguimos hacía arriba y hacía el infinito... Y ésta hace el infinito para allá ¿se cortan?
185. A: No.
186. P: No se cortan.
187. A: Y no forman ningún ángulo recto.
188. P: No forman...
189. A: Ningún ángulo recto.
190. P: Entonces, vamos a escribir lo que han dicho ustedes. La “D”, ¿quién lo decía?
191. A: Yolanda. La “G”, la “F” que diga, y la “E”.
192. P: La “F” y la “G”.
193. A: La “E”.
194. A: Es que parece que dice la “G”.
195. P: Es que no vocalizan bien, no abren bien la boca. Venga la “5”.
196. A: Y por qué...
197. P: ¡Ah! Y por qué son perpendiculares...
198. A: Porque... Se cortan en un punto y se cruzan.
199. A: Y yo puse también porque...
200. P: Escucha lo que te dice, a ver si están de acuerdo, porque se cortan en un punto y se cruzan, ¿por eso, son perpendiculares? ¿Estás de acuerdo, Ayoze?
201. A: No, porque...
202. P: Párate, Adán, eh...
203. A: Porque se cortan...
204. P: Para, para un momento. Adán ¿qué pasa mi niño?
205. A: Nada.
206. P: Sí, tú sabes lo que pasa.
207. A: Que dice Yolanda que dijo ésa y dice que...
208. P: Y ¿por qué son perpendiculares?
209. A: Y ahora estaba hablando yo.
210. P: Y ¿por qué son perpendiculares?
211. A: Yolanda dijo que no se cruzaban.
212. P: Bueno ¿qué pasa?
213. A: Yo creo que él lo tiene mal...
214. P: No, lo que pasa es que no está atendiendo... Dilo tú Sonia.
215. A: Que no está atento.
216. P: Estamos corrigiendo esto y tú no te estás enterando de nada, no estás poniendo atención, ¿es mentira lo que estamos diciendo?
217. A: No.

218. P: ¿Entonces?
219. A: Atiende.
220. P: A ver, venga.
221. A: Yolanda, no estoy de acuerdo contigo porque no se cortaron en ningún punto y porque forman un ángulo recto.
222. A: Pero yo no estoy de acuerdo cuando tu dijiste que se cruzan.
223. A: No se cruzan, sino que forman un ángulo recto.
224. P: ¿Qué dices?
225. A: Se cruzan también, pero también le faltaría "A".
226. P: Es que, faltaba que se cortan en un punto ¿no? Se cortan en un punto y forman un ángulo recto.
227. A: Que yo no puse eso, yo puse porque forman un ángulo recto.
228. A: Igual que yo.
229. A: Pues está bien.
230. P: Porque forman un ángulo recto ¿cuándo? Cuando se...
231. A: Cuando se cortan ¿no? Forman un ángulo recto cuando se cortan.
232. A: Yo puse porque forman un ángulo de 90º.
233. P: Sí ¿cuándo?
234. A: Cuando se cortan.
235. A: Yo también lo puse.
236. A: También se podría decir así: porque se cortan en un punto y forman un ángulo recto.
237. P: Ahora a mí me está surgiendo una duda, pero yo no sé, después se la preguntamos a la I a ver si ella nos ayuda. La "5", ¿qué aristas son per...? Bueno a quién le toca, perdón.
238. A: ¿Qué aristas son perpendiculares a "B"? ¿Por qué? La "A", la "C", la "G" y la "E", porque forman un ángulo recto que no se corta.
239. A: ¿Qué?
240. A: La "A", la "C"...
241. P: Ven y señálalo. Sonia.
242. A: Vete escribiéndolo.
243. A: La "A", la "C", la "G" y la "F".
244. P: La "A", la "C", la "G" y la "F". Señálalo.
245. A: Aquí está la "B", la "A", la "C", la "G" y la "F".
246. A: Bien.
247. P: Adán.
248. A: Que yo no estoy de acuerdo contigo, está la "B" y la "C".
249. P: Adán, ¿la "B" también? Ésta ¿cuál es? ¿La "D"? Y ¿dice que iba también? Bueno, pongo la "D" aquí a ver si están de acuerdo.
250. A: Adán yo no estoy de acuerdo contigo porque perpendiculares...
251. P: A la tele.
252. A: Porque perpendicular es que se corten en un punto y ésta no se corta en ningún punto con ésta, porque son paralelas.
253. P: Prolóngalas mentalmente, vas haciéndolo con el dedo.
254. A: Así, ésta seguiría así, ésta así, y ésta así.
255. P: Bien, ¿por qué son perpendiculares éstas?
256. A: Porque forman un ángulo recto y se cortan en un punto.
257. P: ¿No se cortan en un punto?
258. A: Y se cortan en un punto, se cortan, se cortan.
259. P: No estoy de acuerdo contigo en una parte.
260. A: Cuando se cortan.
261. P: Cuando se cortan, ¿vale? Venga "5"...
262. A: "6".
263. P: "6", ¿a quién le toca?
264. A: ¿Qué aristas son perpendiculares a la "C"? ¿Por qué? La "B", la "A", la "J" de jirafa, la "G" de gato, y la "H".
265. P: ¿La?
266. A: La "G" de gato...
267. P: Repítelas todas y más despacito.
268. A: La "B", la "A, la "J", la "G" de gato, la "K" y la "H".
269. P: Venga, ¿están todos de acuerdo?
270. A: No.
271. P: ¿Quieren acercarse y lo resuelven bien? Ana, acércate y Adán.

272. A: Lo que yo tengo puesto es la “C”, la “D” y la “N”.
273. A: Yo tengo la “A”, la “B” y la “J” de jirafa.
274. A: Yo tengo la “D”, la “B”, la “G” y la “H”.
275. A: Yo no estoy de acuerdo contigo, porque estamos hablando de la “E”. Yo puse la “A”, la “B”, la “I” y la “J”.
276. A: Turno de palabra, a ver Cristopher... Venga.
277. A: ¿Yo? Yo no.
278. A: ¿Tú no levantaste la mano? A ver, yo dije que por la “F”, la “D”, la “C” y la “E”.
279. A: Adán no estoy de acuerdo porque no se cortan en ningún punto.
280. A: Por eso.
281. A: Oye, se tienen que cortar.
282. A: Se tienen que cortar Adán porque son perpendiculares y éstas en cambio sí.
283. P: Venga, ¿no hay más cosas que decir? ¿Ya se han puesto de acuerdo o no se han puesto de acuerdo? Entonces ¿dejamos las que están o hay que arreglar eso?
284. A: Hay que arreglarlo.
285. A: Sí, tienes que quitar.
286. P: Bien, pues nos queda una ¿no?
287. A: Sí, la 6.
288. P: La 6, venga.
289. A: No, la 6 es la...
290. P: Es la “F”, lo que yo puse “N”.
291. A: Que forma un ángulo de 90º cuando se corta.
292. A: ¿En un punto?
293. P: Cuando se corta en un punto. Pues bien, ahora dudas y observaciones. Nos acercamos cada uno con su hoja y vamos diciendo las dudas y las observaciones a la cámara, venga.
Si a alguien le ha surgido una duda y no la tenía escrita la puede decir ahora. Sepárense un poco del cubo.
294. I: Voy a acercarme más.
295. A: Póngase aquí.
296. I: Ellos se pueden poner de uno en uno. El que empiece que levante la mano ¿no? Para yo saber.
297. P: Se supone que ahí tendría que haber un coordinador.
298. A: Adán...
299. A: Pero estoy exponiendo una duda que no la sé.
300. A: Entonces empieza por ahí mismo.
301. A: Por Jeniffer.
302. I: Por Jeniffer, venga Jeniffer.
303. A: Yo puse en observación...
304. P: Vamos a empezar por las dudas, el que tenga dudas...
305. I: ¿Dudas?
306. P: Venga Ana, habla.
307. A: Que yo algunas preguntas no las entendí.
308. P: ¿Qué preguntas?
309. A: Por ejemplo, la 2... Sí, la que pusimos los números y la 1, esas dos.
310. P: Más dudas.
311. A: Adán ¿tú tienes?
312. A: Sí, es que las estoy copiando.
313. A: Pues venga y la dices.
314. A: Él tiene una duda y lo puso en observaciones.
315. A: Yo voy a poner que... La duda siempre porque tiene que estar siempre de letras y no de números.
316. P: ¿Por qué? Contéstale tú a esa pregunta.
317. A: Que la conteste la señorita...
318. A: ¡Je! ¡je!.
319. P: ¿Eh?
320. A: Porque la pregunta es así.
321. P: ¿Por qué te pones tú una camisa y una corbata?
322. A: Porque me gusta más.
323. A: Oh, pues ya está.
324. P: Dicho eso...Venga, pues si ya no hay más dudas...
325. A: Observaciones.

326. P: Habla bien alto, venga.
327. A: La línea que tiene otra línea delante es paralela, pero siempre tienen que estar rectas.
328. P: Explícala.
329. A: Que por ejemplo, ésta es paralela a ésta que está delante y siempre tienen que estar rectas porque si se tuerce un poquito para allá se sigue hasta el infinito.
330. A: Adán, pst.
331. A: Yo no sabía que haciendo un cubo con letras contestaba todas las preguntas, porque yo lo hice primero, el cubo estaba hecho y las letras ya, pero yo no sabía que era para contestar todas las preguntas.
332. A: Yo tengo que hacer una observación, que lo que esté arriba o abajo y sean paralelas aunque esté así la "A" allí y la "K" aquí, siempre son paralelas las dos, aunque esté una arriba y otra abajo.
333. A: Yo digo lo mismo que Yolanda, porque Yolanda y yo estuvimos aquí, una ponía una cosa y otra , otra y después llegamos a un acuerdo que aunque esté una abierta o abajo siempre son paralelas, así más o menos.
334. A: Yo tuve la solución parecida a la de Jeniffer. Lo que pasa, a mí me faltó poner así para no ponerlo igual, me faltó nada más poner que sean rectas.
335. A: Yo no sabía que las rectas perpendiculares son las rectas que se cruzan.
336. A: Ayoze y yo pusimos que todas las aristas del hexaedro forman rectas paralelas y rectas perpendiculares.
337. A: Que yo digo que de una esquina de esta arista a aquélla son rectas paralelas.
338. A: Yo lo que observé fue que las rectas paralelas son las que no se cortan y las perpendiculares la que se cortan.
339. A: Como la de Cristopher... Que yo no sabía que el cubo iba con letras.
340. A: Yo y Eduardo pusimos: Yo no sabía que haciendo un cubo podría contestar a las preguntas.
341. A: Yo tengo una pregunta.
342. P: Si hay alguien más que le ha surgido alguna cosa y quiere decirlo.
343. A: Yo tengo que decir una cosa. Que Guacimara tiene una duda y no la dice.
344. P: A lo mejor será que la habló...
345. A: Que yo quería decirle una cosa a Guacimara. Ella dice que no sabía que el cuadro éste no tenía letras, ¿y no lo está oyendo?
346. A: Es un cubo.
347. A: Que ella no sabía que el cubo tenía letras.
348. P: Alguien quiere decir alguna otra cosa con respecto a la actividad, lo que pareció esta actividad, la forma de trabajar.
Ahora ya no solo de esa ficha sino de todas los que hemos hecho, lo que quieran decir, si les gusta o no les gusta.
349. A: Ella quiere hablar, levanta la mano.
350. A: Que a mí me gusta, porque así cuando vayamos a la ESO sabremos cosas que cuando vayamos a estudiarlas le podemos decir al profesor: hay profesor, nosotros ya nos sabemos eso.
351. A: Que yo, la ficha ésta que nosotros hemos hecho para que venga la I todos los años, esto lo están haciendo en 1º de la ESO y la 1ª ficha antes Tony dijo que no la hicieron porque no la sabían y a mí me da mucho gusto que todos mis compañeros y yo la sepamos hacer.
352. P: A mí también. No vayan a repetir ahora todos lo mismo.
353. A: A mí me gusta esto porque cuando formamos el cubo fuimos aprendiendo cosas, las preguntas las supimos todas del cubo.
354. A: A mí también me gusta esto porque estamos repasando cosas.
355. P: Yo quiero ahora plantear. Imagínense que no hubiéramos puesto ese cubo ahí, sino ustedes tuvieran que contestar las preguntas mirando el dibujo. ¿Qué creen que hubiera pasado?
356. A: Que nos hubiéramos equivocado porque como aquí es muy chiquito, entonces estaban todas las letras revoltilladas y no lo entenderíamos muy bien.
357. A: Lo hubiéramos hecho nosotros más grande en un folio...
358. P: Pero mirando el que tienes ahí en el papel.
359. A: ¡Ah! Lo hubiéramos hecho igual, si te fijas bien, si miras atentamente.
360. A: Hubiéramos tenido muchas confusiones.
361. A: Tuviéramos muchas dudas o lo podríamos hacer con un lado.
362. P: Es mirando el papel.
363. A: Que sería un rayo.
364. P: ¿Por qué crees tú?
365. A: Porque eso está todo mezclado y tú ves que una está aquí y la otra está aquí pero te puedes confundir con la de aquí.
366. A: Es verdad.

367. P: Mirando el papel ¿verdad?
368. A: Además que están todas las letras juntas y piensas que la “F” era de la “B” y la “B” de la “F”.
369. A: Que además te hubieras equivocado de todas maneras, si tú aquí no hubieras puesto la “K” aquí te hubieras equivocado con la “R” y eso es un fallo que tiene, seguro, si Tony no lo hubiera hecho.
370. P: ¿De acuerdo? Pues nada felicitarlos, recogemos y nos vamos a Educación Física.

P9

PROFESOR P9
TRANSCRIPCIONES DE LAS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS ANTES DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: DECIMALES
CURSO: 5º PRIMARIA
FECHA: 12-05-97

1. P: A ver, vamos a... Tenemos esas tiritas, todos tenemos una tirita, ¿si?
2. A: Sí.
3. P: Y vamos a dividirla... ¿Se acuerdan cuando teníamos es trozo de pan de molde?
4. A: Sí.
5. P: Y ¿qué hicimos con el trozo de pan de molde?
6. A: Dividirlo.
7. P: ¿Lo qué?
8. A: Lo dividimos.
9. P: ¿En cuántas partes?
10. A: En dos, en cuatro, en dos...
11. P: Bueno, entonces ahora cogemos y esa tirita de cartulina la vamos a dividir en diez partes, pero tienen que ser iguales, igual que el pan cuando lo dividimos en partes iguales. Esa tirita la vamos a dividir en diez partes iguales, pero sin recortarla y para dividir en partes iguales, ¿al ojo Jorge?
12. A: No.
13. P: Venga. Para dividirla en diez partes iguales ¿qué tenemos qué hacer?
14. A: Medir.
15. P: Medirla. O sea, que pueden cortar un trocito que les sobre... ¿Ya está Arón?
16. A: Sí.
17. P: Vale, está bien. ¿Todos los lados iguales?
18. A: Sí, me dio 20.
19. P: Vente a la pizarra Isabel... ¿Ya lo tienes hecho?
20. A: No.
21. P: Venga, Tamara... Esto entonces tenemos aquí una...
22. A: Unidad.
23. P: Unidad ¿no?, y la unidad la hemos dividido ¿en cuántas partes?
24. A: En diez.
25. P: En diez partes, bien. Si yo ahora cojo y marco o pinto una, ¿cómo lo expresaríamos matemáticamente eso? ¿En forma de qué?
26. A: De fracción.
27. P: Pues venga, a ver...
28. A: 1/10
29. P: Dibuja la barrita como si la tuvieses en la pizarra.
Vamos todos a marcar en la barrita que tenemos una parte. Háganlo con lápiz, no lo pinten con color.
30. A: ¿Una?
31. P: Una, y a esa fracción ¿cómo la llamaríamos?
32. A: 1/10
33. P: 1/10. Lo escribimos al lado. Tamara, márcalo. O sea, que esas diez partes que nosotros hemos dividido la unidad hemos cogido una parte y eso sería 1/10. Bien, entonces ahora nosotros vamos a ver que esa fracción 1/10 la podemos expresar de otra forma. También, la podemos expresar... si yo digo que 1/10 = 1: 10 = 0.1. ¿Les suena de algo esos números?
34. A: Sí, no...
35. P: ¿No?
36. A: Sí.
37. P: Sí ¿quién se olvidó del año pasado? Sí o no...
38. A: Sí.
39. P: Eso cómo se llama.
40. A: Número decimal.
41. P: Un número decimal y ¿cómo se nombraría ese número?
42. A: 0.1
43. P: 0.1. ¿Por qué?, o ¿por qué?

Porque nosotros de ese trozo de cartulina que hemos cogido, ¿hemos cogido algo? Sólo una parte la hemos tenido dividida en diez. ¿Hemos cogido toda la unidad?

44. A: No.

45. P: ¿Qué hemos cogido?

46. A: Una parte.

47. P: Una parte, y lo representamos con números así. Yo, de la barra, de la unidad que tengo hecha aquí, sólo he cogido una parte, no he cogido nada de unidad entera. Bien, vamos a ver, vamos a apuntar las cuatro unidades. Hacemos un hueco en la mesa y juntamos las cuatro unidades, o las tres... A ver, cogemos las cuatro tiritas a lo largo y las unimos las cuatro, las ponemos una al lado de la otra. ¿Cuántas unidades tienen ahí?

48. A: Cuatro, tres...

49. P: Ellos tienen tres porque sólo hay tres en el grupo hoy. Las ponemos así, tiras a lo largo, a lo largo de la mesa. Vamos a colorear entre todos con rayitas con lápiz el siguiente número 2.3. Venga, ¿cuántas unidades tenemos ahí?

50. A: Tres.

51. P: ¿Cuántas unidades tenemos ahí?

52. A: Cuatro, tres...

53. P: Cuatro, ¿quién dice cuatro? En la pizarra...

54. A: Dos.

55. P: Dos, ¿no? ¿Y cuántas décimas tenemos?

56. A: Tres.

57. P: Pues venga, márquenlo con un lápiz ahí en la cartulina... ¿Cuántas unidades tenemos que marcar? Dos unidades y de la siguiente, ¿cuántas? ¿Cuántas partes?

58. A: Tres.

59. P: ¿Y lo hicimos?

60. A: Sí.

61. P: ¿Eh?

62. A: Sí.

63. P: A ver, enséñelo alguien. A ver el grupo de Sofía... Ayúdela alguien, venga Emma. A ver, explícalo, Sofía o Emma, da igual.

64. A: Se coge dos unidades enteras y tres de la otra...

65. P: Y tres partes de la otra ¿no? ¿Todo el mundo lo hizo igual?

66. A: Sí.

67. P: Vale. Lo tienen que dibujar en el cuaderno, ¿eh? Van a dibujar las dos barritas que ustedes han cogido, las dos barritas enteras y la otra barritas que cogieron en tres partes, ¿vale? A ver, empiezan copiando esto y después copian esto. A esto lo llamamos parte entera y a esto parte decimal 2.3

O sea, que lo que hemos hecho con la cartulina lo vamos a pintar ahí. Venga. Una vez que copiemos eso, lo que vamos a hacer es borrar las rayitas de las unidades de cada uno, lo que hemos pintado lo volvemos a borrar. Pregunta Irene que cómo se lee y es verdad. ¿Cómo leemos esto?

68. A: Dos coma tres (2.3)

69. P: 2,3 ¿O? También se puede decir 2 enteros y 3 decimales. O sea, que para leer cualquier número decimal lo podemos hacer de las dos maneras. Vamos a coger cada uno su unidad... Venga, los que terminaron, ¿ya borraron la unidad? Esa unidad seguimos manteniéndola dividida en diez partes...

Representa el número 0.4 o lo que es lo mismo 4 décimas. Venga. A ver, ahora... A ver, vamos a hacer un ejercicio, venga...

70. A: Espere.

71. P: Lo que les acabo de dar es para otra cosa, no es para dividirlo ahora. A ver, venga: Expresa... Representa, mejor, en la recta numérica los siguientes números... ¿Cómo es la recta numérica? ¿Lo sabemos? ¿No?

72. A: Sí.

73. P: A ver, a ver, que venga a la pizarra el grupo de Alba... A ver, ¿hasta qué numero podemos poner esa recta para representar esos números que están ahí.

74. A: Hasta 3.

75. P: ¿Hasta 3 nada más?

76. A: Hasta el 4.

77. P: ¿Por qué?

78. A: Porque esto son 3.2.

79. P: Hadaza ¿por qué? ¿Cuál es el número mayor que tienes ahí?

80. A: Son tres partes enteras y dos décimas.

81. P: Venga, dividan ahí eso. Venga entre todos, venga Rubén. Un pelín menos porque si no les

queda muy grande, les queda mal dividido. Rueda un pelín el uno... ¡No! he dicho un pelín Hadaza... Estamos haciéndolo sin medirlo, sin regla... Tienen la regla ahí por si lo quieren medir... Vale, bien, y ahora a su vez, ¿qué tendrán qué hacer? Cada unidad, ¿qué tendrán qué hacer con cada unidad?

82. A: Dividirla en cinco partes.

83. P: ¿Eh? ¿Cinco?

84. A: No, en diez.

85. P: Cada uno encárguese de una. Venga, Rubén, tú la siguiente... Rubén, esa... Venga, el resto lo vamos haciendo en la libreta, venga. A ver, ¿qué nos podemos encontrar nosotros en la vida diaria igual que eso que están haciendo ellos? ¿Qué tenemos encima de la mesa?, ¿eh? ¿Con qué nos encontramos nosotros que está así dividido igual que eso?

86. A: ¿Un termómetro?

87. P: Un termómetro, por ejemplo. ¿Qué más?

88. A: Un biberón.

89. P: Un biberón.

90. A: La regla.

91. P: La regla... Venga, representen esos números ahí... Pónganse de acuerdo. Venga Rubén, sin miedo, venga ¿ya?

92. A: No.

93. P: O sea, que nosotros hemos partido de esa fracción decimal que vimos la semana pasada, ¿no? y hemos encontrado otros números que son ¿los números...?

94. A: Decimales.

95. P: Decimales, vale. Yo les he dado otro trocito de cartulina, ¿si?

96. A: Sí.

97. P: Bien, pues vamos a dibujar un termómetro. Un termómetro, como el termómetro que nos ponen nuestras madres debajo de los brazos.

98. A: Sí.

99. P: ¿Ese termómetro es igual que el termómetro que aparece por fuera en la calle?

100. A: No.

101. P: Aunque ya casi todos son digitales pero también encontramos en la calle termómetros que nos marcan la temperatura ambiental. ¿Qué diferencia hay entre uno y otro? A ver, quién sabe...

102. A: Que uno marca la temperatura de la tierra y el otro la del cuerpo.

103. P: Vale, pero ¿qué diferencia hay entre uno y otro? ¿Qué es lo que pasa cuando yo me pongo el termómetro debajo del brazo?

104. A: Se calienta.

105. P: Se calienta o no se calienta y se queda como está. Sube, ¿no? Sube. El mercurio que está dentro sube, pero después cuando yo lo voy a bajar, ¿qué hago?

106. A: Lo agita para que baje.

107. P: Y si no, ¿no se baja? ¿Se baja o no?

108. A: Sí, se baja.

109. P: ¿Se baja solo?

110. A: No.

111. P: ¿Y por qué hacemos esto? (sacude la mano)

112. A: Para bajarlo.

113. P: Para bajarlo, ¿no? Bueno, y entonces yo ahora me pregunto: si yo tengo un termómetro ahí fuera colocado en clase y ahora sale el sol y se calienta, se va el sol y se enfría. ¿Yo lo tengo que bajar? (sacude la mano).

114. A: No.

115. P: Y entonces, ¿qué diferencia hay entre uno y otro?

116. A: Que hay uno que baja...

117. P: ¿Y por qué será si son iguales? Casi, casi iguales...

118. A: Porque te da fiebre y sube... Por el calor...

119. P: ¿Qué diferencia habrá entre uno y otro? ¿Alguien lo sabe?

120. A: No.

121. P: ¿No? Los termómetros de fuera, los de la calle, lógicamente tendrán que bajar dependiendo o subir dependiendo de la temperatura exterior; los de casa, no. Los de casa depende de la temperatura que yo tenga en ese momento. Si yo me pongo el termómetro, me lo quito, si se bajase igual que el de la calle no sabría que temperatura tendría yo en ese momento, si tengo fiebre o no tengo fiebre. Tienen un mecanismo especial para que no se baje, para que se baje cuando yo haga así fuerte (sacude la mano), ¿eh? Y el de la calle no me interesa que se quede parado porque si de repente, lo que dije antes, sale el sol y sube un montón la temperatura y de repente se nubla como ahora y empieza a hacer un poco

más de frío se quedaría la temperatura allá arriba. Entonces no me interesa, no les interesó a los que inventaron el termómetro. Entonces, ¿qué diferencia hay entre uno y otro? La diferencia es que en la parte inferior del termómetro, ustedes saben que el termómetro es así, ¿no?, más o menos. Bueno, pues aquí el que nos ponemos nosotros debajo del brazo tiene un estrangulamiento, o sea, que se hace estrechito, estrechito, estrechito... ¿Para qué? para que cuando suba le sea imposible bajar, sólo baje a la fuerza; sin embargo, el otro ese estrangulamiento no lo tiene, el tubito que tiene por dentro con el líquido, que es el mercurio, es mucho más ancho, entonces sube y baja con mucha más facilidad, aparte que el líquido de dentro no es exactamente igual ¿vale?, Bea...

122. A: Seño, pero el de casa tiene como unas bolitas...

123. P: Eso es el mercurio ¿vale? Bueno, ¿qué vamos a hacer nosotros con ese papel, con esta cartulina? Pues vamos a construir un termómetro, lo podemos construir, o bien uno de exterior o de debajo del brazo, cada uno hace el que quiera, venga lo vamos dibujando con el lápiz... En el libro hay uno, ¿de cuál es? ¿Si es de exterior qué tenemos que tener en cuenta? Si lo vamos a dibujar exterior...

No, no, no, aparte de eso... A ver, con respecto a la numeración que le vamos a poner ¿qué tenemos que tener en cuenta con un termómetro que es para medir nuestra temperatura con uno exterior... ¿ Qué, Bea...?

124. A: Que le ponen los numeritos...

125. P: A los dos hay que ponerle la numeración, sí. Estoy preguntando algo, a ver, piensen... ¿Qué tengo qué tener en cuenta si el termómetro es de exterior o de interior. A ver, Raquel...

126. A: Que el de casa empieza en 35.

127. P: Y en el de fuera...

128. A: De cero.

129. P: De cero, ¿no? ¿Sí o no? ¿Lo oís? ¿Por qué?

130. A: Porque no es normal que alguien tenga 0 de fiebre..

131. P: Ni 1, ni 2, ni 3, de fiebre no, de temperatura. Cuando se habla de fiebre es cuando ya tenemos más de, ¿cuánto?

132. A: 36

133. P: Más de 37.

134. A: Seño, cuando voy a la farmacia casi todos tienen termómetro....

135. P: Claro, las farmacias suelen tenerlos, lo que pasa es que ya casi todos son digitales como los de la Avenida de la Trinidad de esos negros, ¿los han visto? ¿O no?

136. A: Sí.

137. A: Seño, los termómetros de exterior tienen unos numeritos por debajo, 1, 2 y 3 para abajo...

138. P: Miren lo que dice Josué...

139. A: Y 1, 2 y 3 para arriba.

140. P: A ver qué dice Josué para que te oigan los demás. A ver quién se había dado cuenta de eso. Venga, dilo alto.

141. A: Que los termómetros de exterior tienen los números para abajo y también para arriba..

142. P: Pero explica un poquito más lo que me acabas de decir. Sí, di los números que me acabas de decir, para abajo tienen...

143. A: 1, 2 y 3

144. P: Y para arriba...

145. A: Tiene más, 1, 2, 3, 4...

146. P: ¿Qué es eso? ¿Por qué es eso?

147. A: Ni idea.

148. P: Tienen, Josué dice que los termómetros de fuera, fíjate en lo que cayó Josué. A ver, los termómetros de fuera tienen "=" y por debajo tienen 1, 2 y 3 y para arriba también ¿por qué?

149. A: ¡Ah! Porque eso es para bajo cero.

150. P: Eso es bajo cero. Se acuerdan que el otro día dijimos que había unos números ¿eh?, que nos los encontramos ¿dónde?

151. A: En los ascensores.

152. P: En los ascensores... Nos los encontramos en los ascensores –1, -2, y eso son unos números diferentes a los que nosotros estamos acostumbrados a trabajar, ¿no?

153. A: Seño, en el edificio en que trabaja mi padre hay cinco pisos para abajo, cinco o seis.

154. P: Lo pintamos ¿eh? Bueno, entonces ahora lo que vamos a hacer es el termómetro, lo vamos a terminar en casa para mañana, ¿eh? Lo coloreamos y mañana seguimos ya trabajando con él, ¿vale? Beatriz pregunta que por qué si la bolita abajo es muy pequeña, donde está el mercurio, cómo sube tanto, cómo puede tener tanta cantidad para que suba para arriba, ¿eh? Y es porque el tubito que tiene por dentro, o sea, esto tiene una bolita... Esto es así... Y aquí se acumula todo el mercurio y después dentro

tiene un tubito muy finito, muy finito que es por donde sube el mercurio, en caso de que sea de los de poner debajo del brazo. Aquí hay como un trozo más pequeñito todavía, más estrechito todavía, si es de los de exterior pues es igual de ancho todo el tubo pero es muy finito, muy finito que es suficiente el mercurio que hay en la bolita para subir completo, que ocupe todo el termómetro. Lo terminamos entonces para mañana, ¿sí? Vale.

2ª SESIÓN
TEMA: DECIMALES
CURSO: 5º PRIMARIA
FECHA: 14-05-97

1. P: Saquen lo de Matemáticas, ¿vale? Miren callados. Isaías ya, es que ya lo tenían que tener fuera. A ver.... Miren he dicho, a ver y callados. A ver, teníamos que corregir lo de ayer, la actividad de la recta. Teníamos la recta numérica con unas letras. Teníamos una recta numérica, vamos a revisar las actividades por grupos, la actividad ésa... La que teníamos para hoy... Miren sin gritar. ¿Ya la revisaste Tamara? Alberto, ¿ya la revisaste?

2. A: No.

3. P: Pues entonces baja la mano porque no la has revisado... A ver, a qué letra corresponde cada uno de los números decimales que tenemos en el problema. Vale, el grupo de Jesús, venga. Ya el resto de los grupos atendemos para corregirlo. A ver si yo ahora voy pasando mientras vamos trabajando, ya, en silencio, porque estamos atendiendo la pizarra. Bien, tenemos la recta numérica. En la recta numérica nos vienen marcadas una serie de letras que tenemos que hacer corresponder y repitiendo los números que nos aparecían en el problema. Ayude alguno por allá...

4. A: Seño, falta la "C".

5. P: A, B, C, D, E... la C está aquí 2.5... E, F, G, H y ahora falta marcarla en la recta numérica, ¿si? Ya conocemos cómo se escriben, cómo se nombran, cómo lo situamos en la recta numérica los números decimales siempre. Entonces ahora hoy lo que vamos a hacer es a compararlos, vamos a comparar hoy... Ahora yo les voy a dar unas unidades hechas en cartulina. Les estoy dando un montoncito a cada grupo y tienen que coger cada uno del grupo cuatro. Miren a ver si falta alguno... ¿A quién le falta? ¿Al de Alba? Cada uno tiene que coger cuatro. Bueno ya está. De verdad, que es una cosa impresionante y ya saben lo que les dije ayer por la mañana... Tenemos ya la recta dividida, cada unidad está a su vez dividida en diez partes, las letras donde venían marcadas y la correspondencia, la letra A es 0.3, la letra B es 11.4, la letra C es 2.5, la letra E 44.8, ¿4.8? Pero está mal aquí, aquí está el 5. Miren a ver, ¿o te equivocaste al dibujarlo? Miren a ver... Está mal dibujada ¿no? Aquí; la E es 6.2, la F es 7.6, que también va aquí, la G 9.1 y la H 9.9. A ver, ¿todo el mundo lo ha revisado?

6. A: Sí.

7. P: ¿Seguro?

8. A: Sí.

9. P: ¿Ya pusieron la fecha de hoy?

10. A: Sí.

11. P: Les he dado a cada uno, ¿cuántas unidades?

12. A: Cuatro.

13. P: Cuatro, bien. Pues entonces ahora lo que vamos a hacer es cada una de esas unidades la vamos a dividir en diez partes.

14. A: ¿Diez?

15. P: En diez partes, diez partes, venga.

16. A: ¿Con lápiz?

17. P: Con lápiz, si. Venga Manuel... Quita el libro de ahí debajo y Alberto quiten el libro de ahí debajo que saben que no pueden trabajar con el libro debajo de la libreta. A ver, este trocito y yo lo divido así como si fuera una reglita, en diez partes.

18. A: ¿Uno?

19. P: Los cuatro. ¿Ya está?

20. A: No.

21. P: Venga, señoritos. Vale, venga. Ahora vamos a trabajar en grupo ¿sí? Cada uno está haciendo sus unidades...

22. A: Sí.

23. P: Ahora vamos a trabajar primero de dos en dos. Cada uno con sus unidades va a formar el número que quiera decimal. ¿Cuántas unidades enteras tiene cada uno?

24. A: Cuatro.

25. P: Cuatro, o sea, que tendremos que formar números. ¿Se pueden formar números mayores o menores de cuatro?

26. A: Menores.

27. P: Menores que cuatro, ¿por qué?

28. A: Porque sólo tenemos cuatro unidades.

29. P: Bien, cada uno va a escribir un número en la libreta. Ponemos en la libreta: escribe un número decimal. Cada uno en su libreta va a escribir un número decimal que quiera y lo representa con

esas unidades, lo marca. Escribe bien Josué, por favor. Escribe bien dentro del cuadrado, Josué... Cada uno escribe un número decimal y después lo marcan con las unidades que tienen.

30. A: ¿Se pintan?

31. P: ¿Eh?

32. A: ¿Se pintan?

33. P: Pueden pintarlo, hasta donde llegue pueden pintarlo. Número lleva tilde en la u. A ver, vale.

34. A: Espera seño.

35. P: Vale, vale, pero sigan trabajando, ¿no? A ver, a ver. Vale, vale, a la pizarra Hadaza y Alba cada una con sus unidades y marcado. Vamos a fijarnos aquí; Hadaza ha escrito... Venga a ver, vamos a ver un ejemplo porque todos no podemos salir a la pizarra o todos no nos podemos enseñar todos los números ¿Hadaza escribió...?

36. A: 3.5

37. P: Y tú, ¿también el mismo?

38. A: No, 3.3.

39. P: 3.3, a ver. Vale... Represéntalo con tus unidades Alba... Pon las cartulinitas en la pizarra y Hadaza las suyas... Hemos dicho que vamos a trabajar esta actividad en pareja; ruédate un poquito para que tus compañeros lo vean. Tiene tres unidades enteras..., y te falta otro trocito, ¿no?

40. A: Sí.

41. P: Ponlo... ha cogido tres unidades enteras ¿sí o no?

42. A: Sí.

43. P: Y después de la siguiente, ¿cuántas partes ha cogido?

44. A: Tres.

45. P: Tres. Dime el número...

46. A: 3.3

47. P: 3.3, o también se puede decir...

48. A: Tres unidades y tres décimas.

49. P: Tres enteros o tres unidades y tres décimas, muy bien. Hadaza lo tiene representado también... Ella lo pintó de color, el de Hadaza, ha cogido tres unidades enteras y después de la siguiente, ¿qué cogió?

50. A: Cinco.

51. P: Muy bien, vale. Ahora, espérate, no te vayas. Déjalas ahí en la pizarra, mantenlas todavía... Josué vete a la pizarra, coge los dos palitos que teníamos ahí... Bien, Josué con los palitos va a decir qué número es mayor de los dos y lo va a expresar con los palitos. ¿Cuál es mayor de los dos?

52. A: Éste 3.5

53. P: ¿Por qué?

54. A: Porque es 3.5

55. P: Hemos cogido las mismas unidades en los dos, hemos cogido en las dos tres, pero hemos cogido, muy bien, cinco décimas más. ¿Cómo lo vamos a expresar con los palitos? Mayor que con... Los palitos, el signo mayor o menor se escribe así, ¿no? Dependiendo en qué sentido lo pongas, ¿eh? Expresará...

56. A: La punta cerrada es pequeña y la abierta es grande.

57. P: Muy bien Isaías, repite eso Isaías, por favor.

58. A: Que la punta cerrada es pequeña y las puntas abiertas son grandes.

59. P: Venga entonces cómo lo colocaríamos, bien ¿cómo lo colocaríamos? Agáchate un poquito para que lo vean los compañeros... $3.3 < 3.5$ ¿lo ven?

60. A: Sí.

61. P: ¿Sí o no?

62. A: Sí.

63. P: Vale, ahora lo vamos a hacer cada uno en su sitio con su pareja. Hadaza y Alba ya lo tienen hecho. ¿Qué van a hacer? Lo van a escribir en la libreta, lo mismo que han hecho ahí lo vamos a escribir en la libreta. Venga, rápido.

64. A: Profe ¿se pega?

65. P: Todavía no lo pegamos. Como sólo tenemos dos palitos primero lo hacen una pareja y después la otra. Venga, ahora vamos a hacerlo con el de enfrente. Vamos a inventar otro número cada uno y hacemos lo mismo con el de enfrente. Venga. Oye, oye, oye. Miren, así no pueden trabajar... A ver, silencio... ¿Ya lo hicieron con el de enfrente?

66. A: Sí.

67. P: A ver, con el de enfrente tenemos que inventar otro número, otro número...

68. A: Ya está Seño...

69. P: Ya, después de hacerlo con el de enfrente pegamos las unidades.
70. A: Seño, con el primer número...
71. P: Sí, y con el segundo, venga... Miren, bajen, a ver, a ver, bájense el volumen, por favor. Ahora los que ya lo tengan pegado vamos a colocar esos números, los cuatro números que tenemos apuntados en la libreta, que hemos hecho con nuestros compañeros, los vamos a dibujar en la libreta sobre la recta numérica. La recta numérica saben que la tenemos que dividir en unidades y a su vez las unidades en décimas, venga. Con dibujar la recta numérica del 0 al 4 es suficiente, ¿sí o no?
72. A: Sí.
73. P: ¿Por qué?
74. A: Porque tenemos tres unidades.
75. P: Dibujamos la recta numérica...
76. A: ¿Otra vez?
77. P: Vamos a ver, nosotros acabamos de pegar las unidades que yo les di, ¿no?
78. A: Sí.
79. P: Son unidades. Ahora debajo ponemos: dibuja la recta numérica del 0 al 4. Es que si están hablando no me pueden escuchar y si no me escuchan no podemos trabajar.
80. A: ¿Del 0 al 4?
81. P: Del 0 al 4.
82. A: La dibujamos o ¿sólo cartulina?
83. P: La dibujamos. Del 0 al 4. Ahora punto y seguido donde escribieron eso. Marca los números decimales que tengo del ejercicio anterior. O sea, que si yo del ejercicio anterior... Yo antes ordené el número 0.4 y el número 1.2, antes ordené esos números con la pareja, ¿verdad?
84. A: Sí.
85. P: Con las dos parejas que hicimos, vale. Ahora los voy a marcar aquí, el número 0.4 iría aquí, el número 1.2 iría aquí, el número 1.5 iría aquí el número 3.4 iría aquí. Cada uno lo va a hacer de sus números, los números que tengan ¿vale? Los marcamos en la recta numérica. No lo hagan muy, muy pequeñito...
86. A: ¿Puedo ir al baño?
87. P: ¿Tú crees que es normal ir ahora al baño? Pues no. A ver un minutito. Los que trajeron lo de los trajes típicos, vino el chico aquí.
88. A: No.
89. P: La fotocopia del chico.
90. A: Sí, no, sí, no, sí que la tengo yo.
91. P: ¿Y por qué lo tienes ahí?
92. A: Porque D. Santiago me dijo que la guardara.
93. P: ¡Ah! Es que no es nuestro, nos lo prestaron. A ver ¿Está? Fíjense en una cosa, que también para ordenar los números nos es muy fácil trabajar con la recta numérica. ¿Por qué?, ¿por qué? Porque yo inmediatamente para ordenar los números, para saber quién es mayor y quién es menor... ¿qué puedo observar? Venga.
94. A: Los que están antes.
95. P: Los que están antes, ¿qué? ¿son qué?
96. A: Son menores.
97. P: Los que están antes son más ¿qué?
98. A: Más pequeños.
99. P: Más pequeños ¿verdad? O sea, que la recta nos sirve también para comparar los números ¿vale? Bien, vamos a ver, vamos... Vamos a ver, este número decimal 0.4 lo observamos, este número decimal, ¿cómo se llama este número?
100. A: 0.4.
101. P: Bien, ¿de quién está más cerca del 0 o del 1?
102. A: Del 0.
103. P: ¿Por qué está más cerca del 0?
104. A: Porque es menor.
105. P: A ver en orden, porque, porque... A ver piensen el razonamiento por donde podría venir... Ayúdale Isabel...
106. A: Del 0.4 para llegar al 0 hace falta menos que para llegar al 1.
107. P: ¿Sí o no? Jorge lo sabía, pero no sabía expresarlo. A ver, si hablamos todos no se entiende, a ver Manuel...
108. A: (No se oye lo que dice Manuel).
109. P: Muy bien, Manuel, más alto porque no lo oímos.
110. A: Ya lo dije seño...

111. P: Vale.
112. A: Lo tenemos dividido en diez rayitas...
113. P: Perdón, vamos a decirlo un poco mejor. Si lo tenemos dividido en diez, son diez décimas las que tenemos.
114. A: Dividimos entre dos....
115. P: Las dividimos entre dos, las partimos a la mitad...
116. A: Y me da 5.
117. P: Y te da 5. Como 4 es menor que 5 se acerca más a 0, ¿se dan cuenta? ¿Y si en vez de 0.4 fuese 0.5?
118. A: Sería la mitad.
119. P: Muy bien, vale. Pues entonces vamos a trabajar la actividad número 1 de la página 103. A ver, miren, Irene pregunta una cosa, si tenemos el número 1.2 para comparar y 1.2 ,¿qué símbolo ponemos?
120. A: Igual.
121. P: 1.2 = 1.2. Ahora volvemos a tener clase, mañana no, el viernes sí. Entonces vamos a terminar esta actividad y la... segunda, ¿si? Y la segunda y les voy a dar un trocito de cartulina. No, de cartulina no, de hoja de cuadritos...
122. A: ¿Qué?
123. A: Cien cuadraditos.
124. A: ¡Ah! fácil.
125. P: A ver, un cuadrado que por dentro tenga cien cuadraditos.
126. A: Fácil.
127. P: Fácil, vale, venga. Un cuadrado... ¿Todos tienen ya el trozo de hoja?
128. A: No.
129. P: ¿Quién no? Alba, ¿ya les di?
130. A: No.
131. P: Hazlo limpito Rubén, por favor, limpito. Vale, entonces terminamos ese que estamos empezando a hacer ahora, hacemos el dos y hacemos la cuadrícula ¿vale? Es para el viernes, lo apuntamos en la agenda... Y podemos empezar a recoger.

TRANSCRIPCIONES DE LAS DOS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS DESPUÉS DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: MEDIDA DE ÁNGULOS
CURSO: 5º PRIMARIA
FECHA: 19-01-98

Los alumnos están realizando un trabajo.

1. P: A ver, hay primero que leer bien las fichas, hay que leerlas, porque hay personas que no las leen. ¿Qué dice?, compara cada uno de ellos con un ángulo recto que calques de la colección anterior. Aquí que dice, señala un ángulo en una figura dada. La 3 dice: señala un ángulo en cada figura, no todos los ángulos de las figuras, sino un ángulo en cada figura.

2. A: Seño ¿y hace falta pintarlo?

3. P: Pintar ése, sí. Pero como no leen.

4. P: ¿traigo un extensible I?

5. I: ¿Tienes?

6. P: Sí. Sigue tú grabando ahí que yo traigo el extensible.

7. A: ¿Cada uno de los ángulos dentro?

8. A: Es recto.

9. P: Recto.

10. A: En la de las cuatro regiones angulares se coge esto o el abanico. Se puede hacer con el abanico que se abre...

11. P: Perdona, cuál, cuál...

12. A: En ésta, las cuatro regiones angulares...

13. P: Sí, con el abanico.

14. A: Con el abanico, al abrirlo es un ángulo...

15. P: Sí como tú quieras.

16. A: ¿ Aquí hay que hacer dos ángulos agudos?

17. P: Sí.

18. A: ¿Y después darles color?

19. P: Exacto..

2ª SESIÓN
TEMA: MEDIDA DE ÁNGULOS
CURSO: 5º PRIMARIA
FECHA: 4-02-98

1. P: Ya, vamos a empezar, sacamos las fotocopias...
2. I: Mira, Ángeles, en qué fase están ¿en la 3?
3. P: En la 3.
4. I: ¿Y en la actividad?
5. P: No, vamos a empezar desde la primera.
6. I: ¡Ah! vale.
7. P: Vamos a empezar por la primera en el primer documento. Venga, a ver de la actividad uno, qué dudas u observaciones tienen.
8. A: Ninguna.
9. P: A ver, Begoña hace algo, una observación.
10. A: Los ángulos están formados por dos rectas y un punto donde se unen llamado vértice.
11. P: ¡Ah! Muy bien, ella saca así la conclusión de la ficha ¿no? A ver, Noemí.
12. A: Seño, hay tres tipos de ángulos, ángulo agudo que es menor de 90º, ángulo recto 90º y ángulo obtuso mayor de 90º.
13. P: Muy bien.
14. A: Yo puse en las observaciones que los vértices no miden lo mismo.
15. P: ¿Los vértices?
16. A: Los ángulos.
17. P: ¡Ah! Los ángulos. ¿Algo más de ésta?
18. A: No.
19. P: Venga, la siguiente. Venga Alejandro.
20. A: Yo puse en las observaciones que los cuatro ángulos tienen el mismo vértice.
21. P: Que los cuatro ángulos tienen el mismo vértice. Bien. Saray.
22. A: Lo mismo que Alejandro y que dos son obtusos y dos son agudos.
23. P: Bien. Marisol igual...
24. A: Que son dos lados iguales.
25. P: Bien. ¿Algo más? ¿Alguien tiene alguna duda? ¿Tania?
26. A: Yo puse que si trazamos dos rectas que se cruzan se forman cuatro ángulos.
27. P: La siguiente.
28. A: La página cinco, ¿seño? En las otras observaciones.
29. P: Sí, porque en la página cinco es donde vienen las observaciones de ésta... ¿Alguien tienen alguna duda de ésta? A ver. Dudas u observaciones.
30. A: Que en una sola figura encontramos varios ángulos. Raquel.
31. A: En una figura se pueden llegar a encontrar muchos vértices.
32. P: Muchos vértices, muchos ángulos ¿no?
33. A: Sí.
34. P: Vale, seguimos. Aquí en la siguiente vamos a comparar ángulos ¿no? Que lo que hicimos fue hacer un ángulo en papel vegetal de 90º para después compararlos, ¿no? ¿Encontramos algún problema?
35. A: Una duda.
36. P: José Miguel.
37. A: Que no sabía si tenía que dibujar el ángulo recto que hay aquí o hacerlo tú.
38. P: Tendrías que buscar porque te aclara en la página 7 que... Que calques el ángulo recto de la colección anterior, de la página anterior, entonces tendremos que buscar el ángulo recto de la colección anterior que había que medirlo ¿no?
39. A: Sí.
40. A: El □ ¿no seño?
41. P: ¿Eh? El □ es un poco más pequeño que un recto.
42. A: O el Â, entonces.
43. P: El Â ¿verdad?
44. A: Y lo vas comparando, ¿no seño?
45. P: Y lo vas comparando.
46. A: ¿Y el Ê?
47. P: El Ê es un poquito mayor, ¿no?

Se supone que todavía no podíamos usar el transportador, ¿verdad? Bueno, pues dejamos con el Â ¿verdad?

48. A: Sí.

49. P. Y luego de ahí podemos sacar conclusiones, cuáles son los agudos y cuáles son los obtusos. Y, ¿por qué? Una vez tenemos como referencia la ficha anterior. Dime Saray...

50. A: En la actividad número 5, el ángulo recto, yo en observaciones...

51. P: Pero niña, dónde vas, que todavía no hemos pasado...

52. A: ¡Ah!

53. P: ¿Queda terminada ésta? Venga, a ver...

54. A: Que todos los ángulos tienen el mismo vértice y algunos coinciden con el mismo número y que también tuve una duda al hacer algún ángulo.

55. P: ¿Por qué?

56. A: Porque como coincidían unos con otros, me equivocaba.

57. A: Yo también.

58. P: Los podían haber hecho de colores diferentes, ¿verdad?

59. A: Yo los hice de colores diferentes.

60. A: Yo también.

61. P: ¿Los hicieron? Lo que yo he observado en algunos es que no han sido muy precisos a la hora de dibujar y no han utilizado la regla, ¿eh? Y me parece que cuando estamos trabajando todas estas actividades, debemos utilizar la regla siempre, que se lo dije desde el principio, cuando nos manden, utilizar el transportador, cuando nos manden, utilizar el compás, etc. Siempre debemos ser lo más precisos posibles. Y yo he observado que algunos, no todos, sino que algunos, no lo han utilizado. A ver, Diana...

62. A: Yo puse en observaciones que el "C" es el que más tiene de horas, o sea, sí el que más ángulos tiene.

63. P: El que más ángulos tiene, el que más ángulos coincide.

64. A: Sí, eso.

65. P: ¿Y tú por qué no los dibujaste, Vicky?

66. A: Seño es que... No sabía si había que dibujarlo.

67. P: Sí, claro, porque es si no...

68. A: Mire ve que yo lo dibujé pero después lo borré...

69. P: Lo estuviste borrando.

70. A: Sí.

71. P: Pues después lo puedes arreglar.

72. A: Seño, yo quiero hacer una pregunta...

73. P: A ver...

74. A: Es que no sabía si a partir de... de... de las cuatro se podía hacer tres ángulos rectos.

75. P: Y ¿por qué no?

76. A: Porque como sólo se puede hacer dos de ahí, no sabía...

77. P: Pero vuelves a pasar ¿no?

78. A: Ya.

79. P: Eva...

80. A: Que no sabía si se empezaba a contar los ángulos desde el horario o desde el minutero, porque si marcaba las cuatro yo pensé que era desde el horario que estaba en las doce...

81. P: Ya... y no considerabas el minutero.

82. A: No.

83. P: Pues sí, sí hay que considerarlo. Eva... Ésta... Noemí.

84. A: Seño, la duda que yo tuve era que si por ejemplo aquí ponía dos ángulos rectos a partir de las doce... Pues que si el palito marca las horas se ponía a las doce o se ponía en...

85. P: A las doce...

86. A: A las doce y luego el minutero era el que formaba el otro lado del ángulo.

87. P: Alex.

88. A: Yo puse en dudas que al principio el ejercicio no me salía porque como habían palitos que coincidían a la misma hora pues entonces eso hacía que me equivocara y entonces me salía mal el ejercicio.

89. P: Y después ya sí te salió.

90. A: Sí, después sí.

91. A: Seño, yo no entendí mucho el que ponía tres ángulos rectos a partir de las cuatro horas, pero según................ Lo tengo bien.

92.P:¿Sí?

93. A: Claro.
94. P: Bueno, si no, lo podemos ver. ¿Quieres venir a hacerlo a la pizarra?
95. A: ¿Yo? No seño, no, no.
96. P: ¿No?, ¿por qué? Venga, venga que sí.
97. A: Que no seño.
98. P: Que sí.
99. A: Seño, a lo mejor lo tengo mal.
100. A: Seño, ¿cojo tizas de colores?
101. P: No tenemos, porque las busqué yo para el termómetro ése y no lo pude hacer. Sólo ése, vamos a hacer sólo ése.
102. A: Dos ángulos rectos... ¡Ah! El de los...
103. P: El de las cuatro.
104. A: El de las cuatro, tres ángulos rectos a partir de las cuatro. Uno...
105. P: Pero espera, espera. Tú tienes que poner las cuatro horas.
106. A: Entonces pongo el primer palito en las cuatro.
107. P: Sí, pero y ¿dónde tienes que poner el horario? Perdón, el minutero.
108. A: En ángulo recto.
109. P: Ese es el horario.
110. A: ¡Ah! pues yo lo hice así.
111. P: ¿Todos lo hicieron así?
112. A: Sí.
113. A: No.
114. A: Yo lo puse en el uno.
115. A: Yo también.
116. P: ¿En el uno?
117. A: Sí.
118. P: De las cuatro, de las cuatro horas.
119. A: Vale, entonces pongo un palito aquí.
120. P: Sí, ¿y el otro?
121. A: Cuando hago el ángulo recto me da así.
122. P: Vamos a ver. Tú tienes que partir de las cuatro horas, de las cuatro horas. ¿Cómo se marcan en el reloj las cuatro horas?
123. A: Aquí.
124. P: ¿Sólo ahí?
125. A: ¡Ah! ya.
126. P: Esa son las cuatro.
127. A: Sí.
128. P: Y ahora, a partir de las cuatro tienes que hacer tres ángulos rectos.
129. A: Pues entonces, ¿sigo como lo estaba haciendo?
130. P: Claro.
131. A: ¡Ah!
132. P: No, pero ahí no, a partir de ese ángulo...
133. A: A partir de las doce...
134. P: Con el minutero, muévelo y haz tres ángulos rectos. Ponlo discontinuo...
135. A: Seño, ¿por qué lo hace así?
136. A: Seño, yo no lo entiendo.
137. A: Y yo tampoco.
138. P: Vamos a ver, yo tengo en el reloj las cuatro en punto.
139. A: Sí.
140. P: Y a partir de las cuatro en punto...
141. A: Del minutero.
142. P: Del minutero...
143. A: ¡Ah!
144. A: Entonces puede ser así, ¿no?
145. P: Espérate, vamos a ver, vamos a ver. Si tú bajas ése... A ver, tú bajas ése, tú bajas el minutero...
146. A: En el uno.
147. A: En el uno.
148. P: Se te queda en el uno, ¿si es verdad? Cuatro y uno.
149. A: Es el ángulo del cuatro.

150. P: Forma el ángulo recto... Sí, si, si, ahí, y el horario. Bájale el minutero...
151. A: A uno.
152. P: Exacto. Es que ahí se puede considerar de las dos formas, depende como se considere.... Vamos a ver, baja uno, vale. Ahí tienes un ángulo recto, el uno con las cuatro, ahí tienes el primero. El segundo, sigue...
153. A: ¿Bajo este de ahí?
154. P: Que se forme otro ángulo recto con el minutero.
155. A: ¿Con el minutero?
156. P: Perdón, en el horario, entre el horario y el minutero.
157. A: Seño, si lo hace con el cuatro no sería minutero, no sería hacer el ángulo con el minutero. ¿No seño?
158. A: ¿Aquí?
159. P: Ahí lo tienes. Y ahí tienes otro. Es que depende de cómo lo considere... Vamos a ver, depende de cómo lo considere, depende si lo considera con el lado del ángulo, vamos a ver, el ángulo lo formamos con las agujas del reloj, con las dos, entonces depende de cómo lo considere, si consideras esas dos agujas, entonces sí, se hace de esa manera, ¿eh?
¿Ahora sí?
160. A: Seño, espera para copiarlo.
161. P: Bueno, entonces ese lo que hacemos es que los que tengan que rectificar borran o hacen un reloj al lado.
162. A: Seño, ¿ponemos lo de las dudas?
163. P: Sí.
164. P: Ángulos completos y ángulos llanos, saquen el abanico, si quieren.
165. A: Seño, ¿los que lo tenemos mal luego lo hacemos?
166. P: ¿El qué Begoña que no te...?
167. A: ¿Luego lo hacemos?
168. P: A ver, ¿dudas y observaciones en éste?
169. A: Seño, ¿en el nueve? Yo ahí tengo una duda.
170. P: ¿Tienes una duda? ¿Cuál?
171. A: En la página diez, en la siguiente, la duda que tuve es que la primera pregunta no la entendí mucho.
172. A: Señorita, yo tampoco la entendí bien.
173. A: Pues Seño, yo me trabé un poco con las regiones anulares.
174. P: Anulares no, angulares.
175. A: Eso, angulares.
176. P: Vamos a ver, cuando se cortan, lo que nos dice es que cuando se cortan dos rectas se forman cuatro regiones angulares, al cortarse dos rectas, lo que queda entre ellas. Ustedes dibujaron esto en ésa ¿no?
177. A: Sí.
178. P: ¿Sí o no?
179. A: Sí.
180. P: Bueno o así... O así... Bien entonces define... monísimo Félix.
181. A: Se abre así.
182. P: Por eso, que te quedó una monada.
183. A: Se abre así pero luego se va para los lados.
184. P: Porque lo tienes roto. Bien, la parte del plano que queda entre los lados de los ángulos, esto son los lados de los ángulos ¿no?
185. A: Sí.
186. P: La abertura es el ángulo, que nosotros lo medimos en grados. Bien. La parte del plano que queda determinada entre ellos, del plano de la hoja cuando lo dibujamos, eso es la región angular. A lo mejor lo teníamos que haber coloreado, ¿no?, por dentro.
187. A: ¿Lo que queda por dentro del ángulo?
188. P: Sí.
189. A: Y entonces dice: ¿dos regiones angulares consecutivas determinan un ángulo llano?
190. P: Una región al lado de la otra determina... Ésta junto con ésta, ¿qué determina?
191. A: Un ángulo llano.
192. P: ¿La ven? ¿Ven el ángulo llano aquí?
193. A: Sí.
194. P: Lo que pasa es que ninguno lo coloreó y al no colorear... Después podían haberlo coloreado, por ejemplo cada región angular de un color...

195. A: Seño, yo lo hice así.

196. P: Sí, pero tú determinaste lo que es el ángulo nada más, pero puede la región entera...

197. A: Hay seño, yo lo hice en la primera.

198. P: Exacto. Como en la primera está; así, queda determinada la región angular y después lo que le podían hacer es, para determinar lo que es el ángulo llano, colorear una de las regiones angulares de un color y otra región angular de otro color. ¿Eh? y así les queda el ángulo llano... ¿Alguien más tenía esta duda?

199. A: Un ángulo llano, una región... Lo que yo había puesto era que si un ángulo llano era una región angular, sería, esto ¿una región angular o sería 90º?

200. P: No te entiendo la pregunta.

201. A: Que si una región angular sería un ángulo de 190º...

202. P: De 180º.

203. A: ¿De 180º o uno de 90º?

204. P: Pero es que ahí sí te determina exactamente, te dice que dos regiones angulares forman un ángulo de 180º.

205. A: Pero es que aquí dice dos regiones angulares consecutivas determinan un ángulo llano, entonces es por lo que yo...

206. P: Además, mira, con el abaniquito ése lo ven perfectamente, ¿a que sí? ¿sí o no? Podríamos incluso cruzar dos...

207. A: No seño, pero entonces no se puede...

208. P: No, no se puede. Tendríamos que ponerle a lo mejor unas cañitas por encima, abrir el abanico completo y tenerlas...

209. A: Entonces sería cruzarlo aquí, seño...

210. P: Exacto.

211. A: Otra cosa, en cuatro regiones angulares determinan en... Cuatro regiones angulares, pues serían dos ángulos...

212. P: ¿Dos ángulos?

213. A: Sí, porque si una región angular es esto.

214. P: Sí.

215. A: Y ésta son dos.

216. P: Sí, y ¿cuánto determinan?

217. A: Dos ángulos, o sea...

218. P: Pero no dos ángulos, son cuatro. Aquí, tienes uno, dos, tres y cuatro, son dos llanos... Dos llanos, o sea, que es lo que tienes en la mano, ¿vale?

219. P: A Judith le costó un poco el vocabulario. ¿Saben lo que pasa? Que en muchas ocasiones el problema que tienen es que leen deprisa y se les quedan cosas por medio, palabras por medio que son palabras que a lo mejor son muy importantes para después poder sacar las conclusiones. Por eso, yo siempre les digo intenten, intenten leer despacio y sacar esas conclusiones, ¿les parece o no?

220. A: Sí.

221. P: ¿No es así?

222. A: Sí.

223. P: ¿Les está pasando eso en algunos momentos?

224. A: Sí.

225. P: Como vemos que el documento es muy gordo... Venga, vamos a hacer para terminar, ¿sí o no?

226. A: Sí, señorita.

227. P: ¿Verdad? Porque les agobia un poco tener ese documento tan grueso.

228. P: Vamos a pasar al de los ángulos complementarios...

229. A: ¿Y dejamos el reloj?

230. P: Vamos a la página doce...

231. A: ¿Y dejamos el reloj?

232. P: Y nos dice, ¿qué nos dice ahí? Nos define lo que es un ángulo complementario, y nos dice ¿qué es lo que nos dice la ficha al principio Félix? ¿Qué es la conclusión que nos saca la ficha al principio? Hay Señor...

233. A: Que es la doce...

234. P: Te he cogido “in in” del todo... porque estabas jugando con el abanico.

235. A: No seño, no estaba jugando...

236. P: En la página doce, ¿qué es la conclusión que saca en esa ficha al principio...?

237. A: Determinar y calcular medidas de ángulos complementarios.

238. P: Sí, ¿y qué te dice qué es un ángulo complementario?

239. A: Que es un ángulo de 90º.
240. P: ¿Qué es un ángulo de 90º? ¿Seguro que nos dice eso? A ver, Julio.
241. A: ¿Complementario no es un ángulo de 90º?
242. A: Un ángulo recto.
243. P: Recto, es de 90º. María.
244. A: (No se oye lo que dice).
245. P: No es un ángulo de 90º. Un ángulo complementario es cuando yo tengo dos ángulos que juntos...
246. A: Te dan 90º.
247. P: Me dan 90º.
248. A: Aquí lo dice..
249. P: Hombre, claro que lo dice, no es lo mismo.
250. A: Seño, pero tú sumas dos ángulos y te da 90º.
251. P: Sí.
252. A: Eso es el ángulo complementario.
253. P: Exacto, ¿pero qué es lo están diciendo? Están diciendo que un ángulo complementario es un ángulo de 90º, ¿es eso?
254. A: No.
255. P: Bien, ¿ahí hubo problema?
256. A: Seño, yo tengo una observación.
257. P: A ver.
258. A: Que siempre para hallar el complementario hay que restarle a 90º el número dado.
259. P: Bien.
260. A: ¡Bien!
261. A: Risas alumnos.
262. A: Seño, es que lo tengo mal...
263. A: Risas alumnos.
264. A: Seño, porque es que yo puse lo que dije antes, entonces está mal.
265. P: ¡Ah! Pues entonces, ya sabes que lo puedes arreglar. Yo sí quiero hacer una observación aquí. Nos dan.... varios ángulos diferentes. Bueno pero en ésta no nos da... No, está más adelante la observación que yo quería hacer.
266. A: Además Seño, que si se pasa de 90º...
267. P: Si se pasa de 90º ¿qué?
268. A: Que no es una... Que no puede ser.
269. P: Que no puede ser.
270. A: Yo pensaba que un ángulo complementario era de 90º..
271. P: Sí.
272. A: Y que no era eso, sino que era la suma de dos ángulos que daba 90º.
273. P: Muy bien, sácala, así te queda aclarado.
274. A: Seño, la hoja número doce, la que estamos haciendo yo la tengo después, seño, pero sin número de página y a la mitad.
275. P: ¿Sí? Bueno, no importa, no importa.
276. P: Bueno y en la de suplementarios. En la de suplementarios ¿qué es Raquel?
277. A: Es la suma de ángulos que dan 180º.
278. P: 180º. ¿Tuvieron alguna dificultad en hacerla?
279. A: Yo sí.
280. P: Begoña...
281. A: Lo mismo que antes que para hallar el suplementario a 180º le restamos el número dado.
282. A: Una duda, puede ser la suma de dos ángulos o más.
283. P: De dos ángulos
284. A: Aquí te lo pone seño, porque si te pone $\hat{A} + \hat{B} = 180º$.
285. P: Sí. Criterios de igualdad de ángulos. Dificultades... Se fijaron que los dos ángulos que vienen dibujados abajo, el arquito no viene hecho con compás, ¿eh? Entonces hay que hacerlo siempre con compás. Dificultades, observaciones...
286. A: Observaciones.
287. P: A ver, Begoña, que no ha puesto ninguna.
288. A: Risas alumnos.
289. A: Que la igualdad de los ángulos.......... ¿No?
290. P: Muy bien. Rómpelo más.
291. A: Seño, yo en las dudas puse que no entendía porqué los segmentos determinan la medida

exacta de un ángulo.

292. P: Sí, te lo dice, te dice la medida del ángulo no, te dice si son iguales o no.

293. A: Sí, si son iguales, pero es que no sé, porque mirándolo así no...

294. P: Pero es que no es mirando, hay que medirlos.

295. A: Ya, pero, o sea, por ejemplo a mí me dio la impresión al verle que ése era más pequeño.

296. P: Sí.

297. A: Y luego son iguales y eso es lo que no entendía bien.

298. P: Es que a simple vista te puede engañar, por eso hay que buscar métodos para poder llegar a la conclusión de si son iguales o no son iguales o uno es mayor que el otro. Hay que buscar una serie de métodos para llegar a la conclusión sin incluso llegar a medir con el transportador, ¿vale? Siguiente.

299. A: Yo aquí tengo una duda.

300. P: A ver, ¿cuál?

301. A: Seño, que a mí me dan por ejemplo que unos ángulos, es decir, por ejemplo que el 3 y el 4 eran iguales y el 1 y el 2 eran iguales y otras personas lo medíamos igual y me daban diferente, a ver si lo tengo mal.

302. P: Vamos a ver, aquí lo que tenemos que tener en cuenta es la precisión a la hora de hacer los dibujos. Entonces, desde el momento en que una persona haya hecho el dibujo en el papel vegetal no muy perfecto, ya te puede dar una diferencia. ¿Te das cuenta? O sea, lo que hay que ser es muy preciso a la hora de dibujar. A ver, Raquel...

303. A: Yo tengo una observación. (No se le entiende la observación).

304. P: No te entendí, Raquel.

305. A: Pasa un avión y tampoco se entiende.

306. P: A ver.

307. A: Seño, que yo no la hice porque no la entendía cómo se hacía.

308. P: ¿Esta actividad? Lo que tienes que hacer es dibujar los ángulos en el papel vegetal y luego ir colocándolos. O sea, observa los ángulos sombreados en el círculo de diferentes radios. ¿Son iguales? Lo están mirando, observando, ¿te parecen que sí o que no? Compruébalo de las dos maneras aprendidas. Es decir, por superposición, o sea, que los dibujas en el papel vegetal y los vas poniendo encima y con el compás. Con el compás tienes que hacer el arquito por dentro y dibujarle el segmento que une... Si esto lo hacemos con el compás unimos el arquito y entonces mides el segmento éste y lo puedes hacer en el papel vegetal.

309. A: Que se cogía la medida de uno y se comparaba con la del otro.

310. P: Claro.

311. A: Y la medida de éste se comparaba con la de...

312. P: No, lo puedes comparar 2, 4. ¿Tú tampoco lo hiciste?

313. A: No.

314. P: Se nombra a una alumna.

315. A: Yo cogí por ejemplo uno de 1 lo medí con 2 pero es que no.... El 1 con el de 2 lo hice con el de 4.

316.P: Lo separaste, al estar los dos separados, a lo mejor si hubiesen venido una serie, uno seguidito al lado del otro, ¿lo hubieses entendido mejor? Pero lo que es la actividad, ¿sí la entendiste? Lo que pasa es que no mediste todos los ángulos, pues la completetas.

P10

PROFESOR P10
TRANSCRIPCIONES DE LAS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS ANTES DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 6º PRIMARIA
FECHA: 12-05-97

1. P: La hoja en la que hay unos relojitos dibujados, ¿la ven? La 2. Luego en la página 3, arriba en la que aparece, a mitad de la hoja aparece el título “ángulos suplementarios”. ¿Quién reparte estas hojas? ¿Ya las tienen? ¿Todos tienen cuatro hojas? Pongan el número de la página en la esquina de la derecha. El otro día les había dicho a ustedes que como ya habíamos dado el tema, que lo íbamos a trabajar más con juegos. De todas formas, los juegos los usamos otro día, y hoy vamos a repasar, así que los niños que tengan este objetivo suspendido, ¿quiénes eran? Levanten la mano...

2. A: ¿Cuál, cuál?.

3. P: El de los ángulos. ¿Tú lo tenías suspendido? Esos niños ahora yo les hago otra prueba y lo superan, así que ahora estén muy atentos para que entiendan ahora lo que no entendieron la otra vez. ¿Está entendido? ¿Vale? Bueno, vamos a recordar. ¿Quién recuerda cómo se construían ángulos? ¿Qué era un ángulo? A ver, Félix...

4. A: Es la región comprendida.....

5. P: A ver Begoña...

6. A: Es la región del plano comprendida entre dos semirrectas y todos los lados tienen el mismo límite, que es el vértice. Se mide en grados y se llama por letras y con un ángulo arriba.

7. P: Pues sal aquí tú.

8. A: Seño, los que aprobaron...

9. P: Bueno los que aprobaron estupendo, mejor, ahora lo recuerdan y lo aprenden mejor.

10. A: ¿Qué pongo?

11. P: Lo que tú quieras. ¡Ah! De grados, no, no hace falta que le pongas el número, sino que pongas como se... ¿Cómo se nombraba? Con letras... Bueno, en este caso si el vértice se llama $\hat{B}$ tendríamos que llamar a esto...

12. A: $\hat{D}$.

13. P: $\hat{D}$, bien y cuando tú... ¡Ah! Muy bien, el ángulo $A\hat{B}C$. Pero miren y aquí, por aquí fuera, ¿no se forma otro ángulo?

14. A: Sí.

15. P: O sea, que realmente dos semirrectas determinan, con un origen común, determinan...

16. A: Dos ángulos.

17. P: Vale. Yo a ustedes no les dije los nombres, pero uno se llama convexo y el otro cóncavo. Bueno, entonces ahí, la primera actividad que viene... ¡Ah! Bueno, vamos a hacer primero lo del ángulo recto. ¿Quién recuerda lo que era un ángulo recto?

18. A: El que mide 90º

19. P: El que mide....

20. A: 90º

21. P: Mide 90º. A ver, sal tú misma Saray... Y a ver si sabes con los brazos formar un ángulo recto. Ponte así, forma un ángulo recto con los brazos. Bien, forma otro. ¿Sería este?

22. A: Sí.

23. P: Un ángulo recto, otro más... ¿Podía ser éste?

24. A: No.

25. P: Así, muy bien. ¿Entendido? El ángulo recto medía 90º.

26. A: 90º.

27. P: Bien. Nosotros cuando lo hacíamos también decíamos que la escuadra y el cartabón forman aquí un ángulo...

28. A: Un ángulo recto.

29. P: Díganme cosas de la clase que formen un ángulo recto.

30. A: La pizarra, la maleta, el calendario, el mural, la puerta....

31. P: Y la pata de la mesa, ¿formará un ángulo recto?

32. A: Sí, con el suelo.

33. P: Con el suelo... Forma un ángulo...

34. A: Recto.

35. P: Bien. Pues ahora vamos a empezar a hacer la primera actividad. A mí se me olvidó dar los papelitos en clase y no lo podemos hacer; ya lo haremos el próximo día. Vamos a ver la que dice clase de ángulos. Bueno, miren una cosa. Ustedes se acuerdan de las clase de ángulos. ¿Qué tipos había? ¿Cómo se llamaban?

36. A: Recto, agudo, obtuso, llano, completo y nulo.

37. P: Yo les voy a poner todo el tiempo aquí el ángulo recto y ahora salen con una tiza de color y con las mismas... Aprovechando la semirrecta de abajo van a hacer los ángulos que dice. Vamos a ver, ¿quién quiere salir? A ver, sal tú. Sal Jorge. Tú sobre éste dibújame un ángulo agudo, tú sobre el otro me dibujas un obtuso, tú, el llano y tú, el completo. Y márquenme el angulito aquí a ver qué es lo que sería, el agudo, el arquito. No, marca bien el obtuso Jorge, marca bien el arquito. ¿Hasta dónde tiene que llegar?

38. A: Desde la raya.

39. P: No.

40. A: ¡Ah! aquí

41. P: Sí. Obtuso. Marca el arquito Isabel. Bueno, pues según con lo que ellos han dibujado, éste que dibujó... ¿Quién dibujó éste?

42. A: Diana.

43. P: Diana, ése que dibujó Diana es un ángulo agudo y, ¿qué mide más, menos?

44. A: Menos de 90º.

45. P: Mide menos de 90º. Éste que dibujó Jorge, ¿qué mide?

46. A: Más de 90º.

47. P: O sea, que un ángulo obtuso mide más de 90º. ¿Y un ángulo llano que lo dibujó Isabel?

48. A: 180º

49. P: Y un ángulo completo sería, ¿cuánto?

50. A: 360º.

51. P: O sea, 180º y éste 360º. ¿Vale? Y el ángulo nulo es el que mide 0º. Nosotros cuando lo explicamos la otra vez, ¿se acuerdan que utilizamos la escuadra?

52. A: Sí.

53. P: Digo el compás...

54. A: Sí.

55. P: Vale, y dijimos ¿esto es un ángulo...?

56. A: Agudo.

57. P: Esto sería un ángulo...

58. A: Recto.

59. P: Esto sería un ángulo...

60. A: Obtuso.

61. P: ¿Éste?

62. A: Llano.

63. P: Y cuando ya le dábamos la vuelta toda ¿era un ángulo...?

64. A: Completo.

65. P: Y cuando estaba cerradito del todo ¿era un ángulo...?

66. A: Nulo.

67. P: Cuando yo tengo el ángulo nulo, el de dentro nulo es cero, pero ¿todo esto que queda por fuera es?

68. A: 360º.

69. P: 360º, o sea, que en todo ángulo, cuando lo estamos formando se forman dos: uno cóncavo y otro convexo. Cuando es así el nulo, uno tiene 0º y ¿éste de aquí?

70. A: 360º.

71. P: Bien, ¿cuándo haga así?

72. A: Uno tiene 45º.

73. P: Uno tiene 45º y el otro lo que falta para llegar ¿a qué?

74. A: A 360º.

75. P: A 360º ¿vale? Bueno, entonces recordamos: recto, agudo, obtuso, llano, completo y nulo. Y díganme, si éste de aquí arriba mide 180º ¿cuánto mide este de aquí abajo?

76. A: 180º.

77. P: 180º, muy bien. Entonces vamos a hacer primero la actividad donde dice clases de ángulos. Es un ejercicio de estimación, estima la figura correspondiente a cada ángulo, allá arriba tenemos unas medidas, entonces solamente a simple vista, pero fijándose un poquito. No se puede usar ni las escuadras ni se puede usar nada, sino a simple vista. Ponemos debajo de cada ángulo la medida que creemos que tienen de esos números que yo les puse. Vamos a dar un par de minutos para hacer eso, nada más. Venga, empiecen todos, dos minutos, mirando esas medidas que están ahí arriba. ¿Ya acabaron

todos?

78. A: Sí.

79. P: Ahora voy a empezar a preguntar por este lado. A ver, Ángel. ¿Qué mide el primero?

80. A: 98º.

81. P: Bien. ¿Qué mide el segundo, Julio?

82. A: 200º.

83. P: ¿200º? Bien. ¿Qué mide el tercero? Alejandro...

84. A: 35º.

85. P: El siguiente, Adriana...

86. A: 350º.

87. B: Muy bien ¿y el siguiente?

88. A: 150º.

89. P: 150º. ¿Todo el mundo lo cogió? Vamos a repetirlo por si hay alguno que no oyó bien.

90. A: Yo, yo, yo.

91. P: A ver, no, espera, a todos le voy a preguntar no se preocupen. Tú el primero...

92. A: 98º.

93. A: 200º

94. A: 35º

95. P: Siguiente...

96. A: 350º.

97. P: ¿Y el otro?

98. A: 150º. Muy bien, pasamos a la siguiente página. Miren, en ese ejercicio, el número 2 yo no les puse en el 1 ángulo. En éste que tienen ahí al principio, este ángulo mide 45º .Pónganlo. A ver dice: calcula cuánto miden los ángulos que hay en cada figura; el otro mide 35º, el que está marcadito así 35º, y el otro 120º. Bueno, pues sin usar el transportador vamos a calcular cuánto mide el otro, el que está por fuera. ¿Cuánto mide un ángulo completo?

99. A: 360º.

100. P: 360º. Pues teniendo en cuenta que completo mide 360º, ¿cuánto mide éste? ¿Vale? No, hagan las cuentitas ahí y vayan poniendo lo que mide, sin transportador. Hagan ustedes las cuentas.

A un ángulo completo le quito 45º y nos da el otro ángulo. ¿Lo tienen bien todos?

101. A: Sí.

102. P: Igual aquí, a un ángulo completo le quito 35º me da 325º y a un ángulo completo le quito 120º, y ¿me da?

103. A: 240º.

104. P: 240º. ¿Lo tenían bien?

105. A: Sí.

106. P: Bueno, ahora el siguiente ejercicio es de relojes y dice... Lo dividimos así en cuatro el 12, el 3, el 6 y el 9 y las manecillas marcaban la que tiene aquí y ésta así, entonces dice que ahí se forman dos ángulos y yo este primero les puse que éste media 60º y que este otro mide 300º. Entonces quiere decir, en cada reloj las manecillas definen dos ángulos, escribe los valores, pues los dos ángulos son: uno de 60º y otro de 300º. Éste a simple vista no lo hubieran sabido hacer, pero los demás que yo les puse ahí sí. Entonces vayan mirando el resto de los relojes... Está facilísimo. Si en alguno tienen que hacer alguna resta, vale. Tienen que poner dos medidas, ¿vale? Dos, una y otra, dos seguidas.

¿Acabaron todos? Ya veo que Saray se está adelantado, estás midiendo, estás con el transportador....

Vamos a ver, salgan ustedes. A ver Lucas, Lucas no sé que hizo. A ver, ¿cómo lo hiciste tú? Si éste media 90º, ¿cómo lo hiciste tú?

2ª SESIÓN
TEMA: CIRCUNFERENCIA-LONGITUD
CURSO: 6º PRIMARIA
FECHA: 19-05-97

1.P: ¿Tienen el libro abierto en la página 133? A ver, la página 133 pone arriba longitud de la circunferencia.
2. A: ¿Ponemos el título?
3. P: Si, pongan el título. Venga Marisol. Miren, yo voy a poner una tabla aquí en la pizarra que es parecida a la que ustedes tienen en la página 133. ¿Ven una tabla que hay ahí en la página 133?
4. A: Sí.
5. P: Que dice L = longitud de la circunferencia, D = diámetro y L:D. ¿Lo ven todos? Yo voy a poner la tabla en la pizarra y juntos vamos a ir haciendo una división. ¿Tienen calculadora?
6. A: Sí, no...
7. P: ¿En cada equipo hay una?
8. A: Sí, no...
9. P: ¿En cada equipo hay una?
10. A: Sí, no...
11. P: ¿Quién tiene?
12. A: Nosotros.
13. P: Pónganla sobre la mesa. ¿Quién más tienen? ¿Tú tienes Julio?
14. A: ¿Calculadora? No.
15. P: Bueno, pues nada más. Me pueden ir diciendo los que tienen calculadora. Yo les dije que la trajeran, ¿verdad que lo dije?
16. A: Sí, pero se olvidaron....
17. P: A ver, toma ésa, la usa una o cada vez, una. Vamos a llamar "L" a la longitud de la circunferencia, es igual a la que tienen ahí ¿la están viendo?
18. A: Sí.
19. P: Que D es diámetro y luego vamos a dividir la longitud entre el diámetro. Vamos a ver...

Circunferencia	L = Longitud de la circunferencia	D = Diámetro	L : D
Tronco Baobab	45 m	14.3 m	3.14
Rueda bicicleta	208 cm	66.2 cm	3.14
Moneda de 500 pesetas	88 mm	28 mm	3.14
Anillo	6.99 cm	2 cm	3.14
Plato de cocina	69.2 cm	22 cm	3.14

Yo les voy a poner varias cosa aquí y luego vamos a hacer mediciones de las cositas ésas que tienen en la mesa, la lata. ¿Qué más tienen? Un macetero... Bueno, primero voy a poner el tronco que les pone ahí del Baobab que es uno de los árboles más gruesos del mundo, que tiene el tronco más grueso; de una rueda de bicicleta, de una moneda de 500 pesetas, de un anillo y de un plato de cocina; y estas medidas se las voy a dar yo, ya están medidas. Ustedes saben que al ser redondas, cuando ustedes midan es difícil de medir una línea curva... La longitud del tronco del Baobab, si ustedes lo están mirando ahí en el libro, ¿cuánto es la longitud? Toda la circunferencia.
20. A: 45 metros.
21. P: 45 metros, ¿y cuánto es el diámetro que midieron ahí?
22. A: 14.3 metros.
23. P: 14.3 metros. Bien. Luego la rueda de la bicicleta que ahí también se los pone es...
24. A: 208 centímetros.
25. P: 2208 centímetros, ¿y el diámetro?
26. A: 66.2 centímetros.
27. P: Luego, ¿qué les pone?
28. A: Un anillo.
29. P: ¿Cuánto mide el anillo?
30. A: 6.99 centímetros.
31. P: ¿Y el diámetro?
32. A: 2 centímetros.
33. P: Bien, y yo les puse una moneda de 500 pesetas que mide 88 milímetros y el diámetro mide

28 milímetros y un plato de cocina que mide 69.2 centímetros y el diámetro 22 centímetros. Pues ahora lo que vamos a hacer, los que tienen ahí calculadora, después no se preocupen de hacer el ejercicio porque lo tienen en el cuadernillo de trabajo, o sea, que ahora nada más atiendan. A ver, levanten la mano los que tienen calculadora. ¿Félix? Vamos a hacer lo siguiente: dividan la longitud de la circunferencia que es 45 lo dividimos entre el diámetro que es 14.3, longitud dividido entre el diámetro. Divídanlo y díganme qué les da...

34. A: 3.146853147.

35. P: Ella dividió esto y le dio esto. A ver Félix u otro cualquiera, dividan ahora 208 entre 66.2; 208 dividido entre el diámetro que es 66.2...

36. A: 3.1419939.

37. P: Bien, a ver divídeme 88 entre 28.

38. A: Seño, ya lo tengo.

39. P: Venga, ¿qué te dio?

40. A: 3.1428571.

41. P: Bien, divide 6.29 entre 2.

42. A: Ya lo tiene Mª Carmen...

43. P: Mª Carmen dime...

44. A: 3.145.

45. P: Bien. 69.2 dividido entre 22, Amanda...

46. A: 3.1454545.

47. P: Vale, entonces cada vez que hemos dividido la longitud entre el diámetro nos ha dado el mismo número aproximadamente, lo que si nos ha dado igual en todo es el número aproximado hasta la... Hasta que, ¿cómo se llama este decimal segundo...?

48. A: Centésima.

49. P: Centésima, hasta la centésima. Entonces todo esto nos ha dado... Yo nada más voy a coger la centésima, los dos primeros decimales: 3.14, 3.14, 3.14 y 3.14. ¿Qué ha ocurrido? Que todo me ha dado aproximadamente el mismo número. Cuando hacemos divisiones de decimales, ¿yo qué les digo? ¿Cuántos decimales tienen que sacar siempre?

50. A: Dos.

51. P: Dos, siempre aproximamos hasta la centésima, pues aquí vamos a hacer lo mismo, siempre hasta la centésima. Pues esto que nos ha dado aquí 3.14 es una constante que se repite siempre y que lo vamos a llamar "pi", o lo vamos a representar con una letra griega "π". ¿Ustedes habían visto alguna vez esta letra?

52. A: No.

53. A: π.

54. P: ¿Quién la conocía? Con una letra griega que se llama "π"

55. A: 3.14.

56. P: Eso es, ustedes tienen...

57. A: La maleta de Marta y la Begoña.

58. P: ¿La maleta de Marta? ¿Ven? Ustedes tienen la marca "π" de deporte. Miren la letra. La voy a poner aquí para que la vean todos. Marta, ¿y la de Begoña también? Se llama "π". "π" es una letra, ¿de dónde dije?

59. A: Griega.

60. P: ¿Y qué valor tiene?

61. A: 3.14.

62. P: Tiene más decimales pero sólo le vamos a dar 3.14. Bueno, se llama "π " y su valor es 3.14. Nosotros le vamos a dar siempre ese valor ¿vale? Pues ahora los que tienen calculadora vamos a hacer un par de ellos. Si todos la hubieran traído... Vamos a multiplicar 3.14 por 14.3 a ver qué nos da, 3.14 por el diámetro. ¿Qué dice aquí el diámetro?

63. A: 14.3.

64. P: 14.3 voy a multiplicar... A ver...

65. A: 44.9.

66. P: Cuando nosotros redondeamos este número el 44.9, ¿a quién lo redondeamos?

67. A: A 45.

68. P: O sea, que nos da aproximadamente ese número. Vamos a multiplicar 3.14 por 66.2. Multiplico por el diámetro a ver qué me da. Tania...

69. A: 207.86.

70. P: Atiendan todos un momentito después hacen la otra ustedes. ¿Qué nos dio, esto es, si multipliqué por el diámetro que me ha dado? El número bastante aproximado ¿vale? O sea, que cuando hacemos la longitud de la circunferencia las medidas, ¿ven que nunca son exactas, exactas, exactas,

exactas? Pero todas estas aproximaciones que nosotros estamos haciendo son bastante válidas ¿vale? Yo puedo dar por bien un niño que me ponga este resultado 44.9 o que me ponga 45. Lo puedo dar por bien, o que me ponga un poquito menos 44.8 o 45.1, lo puedo dar por bien, ¿entendido? Porque es muy difícil medir una línea curva, muy difícil. Bueno, entonces ¿qué puedo yo sacar de ahí? Si ellos cuando me multiplican por el diámetro me da esto, yo de ahí puedo sacar una conclusión: que la longitud de una circunferencia es el resultado de multiplicar π por el diámetro. ¿Qué han estado ellos haciendo? Multiplicando esto por esto y me daba esto (3.14 x 14.3 = 44.9 o 45). Entonces si yo necesito hallar la longitud de una circunferencia me basta multiplicar π por el diámetro, según lo que acaban ellos de hacer y da ese resultado, multiplicaban π por el diámetro y les daba la longitud. ¿O no les daba?

71. A: Sí.

72. P: Entonces la longitud de la circunferencia basta con multiplicar π por el diámetro. Imagínense. Lucas, que no está atendiendo. Imagínense un problema de estos, me dice: calcula, yo puedo calcular la longitud de esta circunferencia, de un anillo... Pero si a mí me dicen mide el tronco del Baobab, ¿dónde voy a medir si aquí no hay? O si me mandan a medir un estanque, ¿dónde voy? Tengo que salir al campo a medirlo. A mí me ponen este problema, por ejemplo, uno que tienen ustedes ahí, que dice: calcula la longitud de una circunferencia de 50 metros de diámetro, y ¿yo puedo hacer ahora aquí una circunferencia de 50 metros de diámetro y medirla? No puedo. Entonces yo tengo que tener una estrategia para poder calcular el resultado, ¿vale? Entonces, imagínense, me dicen: halla la longitud de una circunferencia que tiene de diámetro 2 metros.

73. A: 2 x 3.14

74. P: Muy bien, 2 x 3.14. Entonces, yo lo que sí quiero es que todos pongan la fórmula para que se la vayan aprendiendo bien, que no sólo digan hago la multiplicación 3.14 x 2. No, pongan esto siempre L = π . D ¿cuánto vale ...?

75. A: 3.14

76. P: Dónde está.......Pongo...¿qué pongo?

77. A: 3.14

78. P: 3.14 por... ¿Dónde está el diámetro? ¿Qué pongo? ¿Cuánto mide el diámetro?

79. A: 2 metros.

80. P: 2 metros. Haga la multiplicación, siempre dejen las multiplicaciones en la hoja, y me da, ¿cuánto?

81. A: 6.28.

82. P: ¿Y qué me da?

83. A: La longitud de la circunferencia.

84. P: Si, ¿en qué? En pesetas.

85. A: En metros.

86. P: Esto está en metros, me dará en metros. Bien, vamos a ver, por ejemplo, Isabel. Sal tú un momentito aquí... Yo te digo Isa, calcúlame la longitud de una circunferencia que mide de diámetro 3.5 centímetros. Háganselo con la calculadora, hazlo Noemí, 3.14 x 3.5...

87. A: 109.9

88. P: 109.9. ¿Qué Isa?

89. A: Centímetros.

90. P: Centímetros, 109.9 centímetros. Muy bien, vale. Ahora por ejemplo vamos a ver, pregunto. No voy a sacar a nadie, voy a preguntar a ver si sabéis: halla la longitud de una circunferencia si el radio de la circunferencia mide 5.2 milímetros... Esperen, esperen, la fórmula que yo acabo de dar porque yo no he dado todavía ninguna con el radio. ¿Cómo es? A ver dice L = π x D. Bien, pondría 3.14, ¿y el diámetro?

91. A: El doble del radio.

92. P: Muy bien, el diámetro ¿sería?

93. A: 10.4

94. P: ¿Entendido? Hago la multiplicación 3.14 x 10.4 = 32.65 y ¿en qué me da el resultado?

95. A: En milímetros.

96. P: En milímetros, muy bien, en milímetros. Vamos a ver, ¿ustedes entendieron por qué es por el diámetro? Porque si multiplicábamos esto nos daba siempre la longitud y al contrario, si dividíamos esto, la longitud entre el diámetro nos daba siempre 3.14. Esa letra que yo puse de donde dije que era.

97. A: De Grecia.

98. P: ¿Y se llama?

99. A: Pi.

100. P: ¿Y entonces qué fórmula es la que hoy hemos encontrado... Una que dice que... ¿Qué dice la fórmula?

101. A: Que se multiplica el diámetro por 3.14 me da la longitud.

102. P: Sí, si divido la longitud por el diámetro me da 3.14 y si multiplico el diámetro por 3.14 me da la longitud. Entonces esta fórmula ya no la vamos a olvidar, ¿vale? Para hacer todos los problemas que tengamos que hacer, no la podemos olvidar. Vamos a ver, por ejemplo, voy a llamar sólo a dos, a ver si ya saben... Halla la longitud de una circunferencia que mide de diámetro 2.8 centímetros. Traigan un calculadora y halla la longitud, yo sé que quieren salir todos, pero vamos a ver... Yo sé a quién saco... Radio 1.5 milímetros. Venga.

103. A: Yo, yo, yo seño.

104. P: Voy a sacar a Leonor.

105. A: Y a mi seño.

106. P: A ver, bien Leonor......x...No, pero pon primero, vamos a hacerlo aquí debajo para que tengas más espacio L = fórmula...

107. A: $L = \pi \times 2.8$

108. P: No, pero pon primero el diámetro.

109. A: $L = \pi \times D$

110. P: Donde está π pongo el número. ¿Cuánto vale π, Leonor?

111. A: L = 3.14 por 2.8 =8.7

112. P: ¿Qué Leonor? ¿En qué da? Pesetas...

113. A: Centímetros...

114. P: Centímetros. ¿Ves cómo sabes, chica? Mira que multiplicación más bien hecha., 2x5=10 me lleva 1, 2 x 1= 2 más 1igual 3 un decimal separa un decimal. ¿Qué me da el diámetro?

115. A: 3

116. P: Fíjate tú cómo las hace, el decimal es 5, 5 y 5 = 110 y 1 y 1 = 2. Una moda nueva ahora. Bueno, yo hoy les voy a marcar todo lo que está relacionado ahí de actividades con lo que acabo de explicar que es del 1 al 6 página 133, ejercicios 1 al 6. Pero, miren cuando yo digo, se los voy a explicar un poquito porque es una cosa nueva para ustedes y no lo van a entender del todo. El primero ya está explicado con lo que hemos hecho en la pizarra; el segundo dice una rueda de bicicleta tiene 30 centímetros de radio. Miren, aquí yo no les voy a poner esos números porque sé que hay aquí unos cuantos que se nos copian. Una rueda tiene 20 centímetros de radio. ¿Qué distancia recorre la bicicleta en dar una vuelta completa? Cuando la bicicleta da una vuelta completa, ¿qué es una vuelta completa?

117. A: Una vuelta completa

$L = \pi \times D$; $L = 3.14 \times 40 = 125.6$ cm

118. P: ¿Y qué es?

119. A: Una longitud.

120. P: Una longitud de la circunferencia, una circunferencia completa, una longitud, entonces dice: ¿Qué distancia recorre la bicicleta al dar una vuelta completa? ¿Cómo hallaría yo una vuelta completa?

121. A: Con eso.

122. P: Con eso $L = \pi \times D$ $L = 3.14 \times 40 = 125.6$; Pues ya está, ¿verdad? Hacemos la operación... Y luego dice el apartado B, léanlo todos conmigo, el B.

123. A: ¿Cuántas vueltas tiene que dar la rueda para recorrer 10 kilómetros? Utiliza la calculadora.

124. P: Pueden utilizar la calculadora. Como no la tienen, pues usamos el lápiz y la hoja. Miren esto, cuando haga el resultado vamos a suponer que me da esto bien, ¿en qué medida me da esto?

125. A: En centímetros.

126. P: En centímetros, ¿yo puedo hacer alguna operación en Kilómetros y centímetros a la vez?

127. A: No.

128. P: ¿Qué tengo qué hacer?

129. A: Pasarlo.

130. P: ¿Qué hago para pasar de Kilómetros? Acuérdense de la escalera: kilómetros, hectómetros, decámetros, metros, decímetros, centímetros, milímetros.

131. A: kilómetros, hectómetros, decámetros, metros, decímetros, centímetros, milímetros.

132. P: ¿Qué hago para ir de decámetros a centímetros? Tengo que bajar 1, 2, 3, 4 y 5 le tengo que añadir a este número, ¿cuántos ceros?

133. A: 6, 5.

134. P: Cinco. En centímetros ¿vale? ¿entendido? Bien, entonces ya puedo hacer la operación. Y nada más. Les explico el último y ya no les explico más hoy, iba a medir una y se me olvidó, pero ahora lo hacemos. Miren este dibujo. ¿Lo vieron ahí?

135. A: Sí.

136. P: Y me dice que calcule el perímetro.

137. A: ¡Ah!

138. P: ¿Qué era el perímetro en una figura?
139. A: La suma de los lados.
140. P: La suma de todos sus lados. Pues bien, este perímetro tiene esto verde, esto rojo y estos dos trocitos que los voy a poner en azul. Atiendan que ya acabo, ya sé que están cansados. Y aquí en el libro me pone estas medidas, este trocito de aquí a aquí mide 1.5. Este trocito mide 0.5. Bien, para hallar el perímetro de esa figura ¿qué es lo verde? ¿Una circunferencia?
141. A: No, media.
142. P: Media circunferencia, entonces yo voy a hallar lo verde. Para hallar lo verde, atiendan bien que se los voy a hacer con colores para que luego no se despisten. Hallo la longitud de la circunferencia y por el diámetro L = D x 3.14 Diámetro de la grande de la verde; diámetro es todo esto, de la verde. Calculen cuánto mide ese diámetro. Tienen que pensar un poquito, a ver.
143. A: 2.5 no, no, 3.5, no, no, 2.5.
144. P: Miren, si este mide 0.5, ¿cuánto mide éste?
145. A: 0.5.
146. P: Y yo ahora tengo que sumar: 0.5 + 1.5 + 0.5. ¿Cuánto mide ese diámetro?
147. A: 2.5
148. P: 2.5, ¿vale? Entonces yo calculo por 2.5, pero lo que me da aquí, ¿es la línea verde?
149. A: No.
150. P: ¿Qué es?
151. A: Toda la circunferencia.
152. P: Luego tendré que dividir entre...
153. A: 2
154. P: 2, ¿vale? Hago lo mismo con la línea roja y luego lo azul, y cuando tengo las tres cosas, ¿qué tengo qué hacer para sacar el perímetro de la figura?
155. A: Sumar.
156. P: Sumar. Vale. Pues entonces, ahora ya van a trabajar, pero primero porque me despisté, ¿dónde está la cajita? Midan esto, yo todo esto les di las medidas ¿no? Vamos a hacer uno nosotros midiendo para que vean que siempre hay un margen de error. Venga, midan la circunferencia y cortan el hilo. Venga, Marisol y los que tienen... Tú también, venga. Midan la longitud, no, miren primero lo medimos con el hilo y luego sin mover el hilo lo ponemos sobre una regla; tengan una regla preparada grande. A ver, a María la longitud le da... María la longitud...
157. A: 54
158. P: Y ahora con la regla intenta medir el diámetro. Vamos a hacer primero el de Marisol. Dividan 60 : 18.6
159. A: 3.22
160. P: 3.22. A ver siguiente: 54 entre 17.5 da 3.08. Esto lo volvemos a hacer el próximo día porque han hecho algo mal. Está dando tres coma algo y todas esta aproximaciones son válidas, ¿eh? Lo que pasa es que nosotros cuando hacemos los problemas siempre vamos a poner 3.14, porque siempre se presta a algún error al medir así. Pónganse ya a trabajar. Lo volvemos a hacer. Venga, todo el mundo haciendo el primero que quiero ver si les sale a todos el primero. El primero es muy fácil. Venga Leonor... Ya le dije a él que trabaje en folios porque el material, hoy no vamos a tener libreta; deja, que voy a darle folios de aquí... Y después le pegan el folio al final de la libreta ¿vale? Mira, quiero ver si a todos les sale el primero y el segundo.
161. A: Profe, ¿copiamos el enunciado?
162. P: No, no copien los enunciados, ponen página 133 número 1. Yo dije, si mal no recuerdo, que quiero ver la cuenta en la hoja, algunas veces haremos cosas con la calculadora pero siempre no. La cuenta en la hoja. El primero es muy fácil. ¿Qué fue lo que dije que no olvidaran, niños?
163. A: Que había que poner la fórmula.
164. P: Que había que poner la fórmula, no se olviden L = π . D; no lo olviden. Miren, a ver cómo lo hacen para casa. Si tienen dudas ya el próximos día las aclaramos.

TRANSCRIPCIONES DE LAS DOS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS DESPUÉS DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 6º PRIMARIA
FECHA: 19-01-98

1. P: ¿Vale? Si tienen alguna duda o lo que sea, pues levantan la mano y yo acudo ¿vale?
2. A: Sí.
3. P: Pues empiecen cada uno a hacer a su ritmo, miren, al ritmo de ustedes. José Luis deja ya ese aparatito y empieza a trabajar. Miren, lo más bajo que puedan.
4. A: Seño ¿y se puede comentar con otros compañeros?
5. P: Sí, en voz baja.
Mira. Suelta ese lápiz. Suelta esa tontería de lápiz.
6. A: Maestra, que sirve.
7. P: No, que quiero que escribas con un lápiz normal, ya está. Estos lápices son....
8. A: Dame, dame que yo lo guardo.
9. P: No, yo te lo guardo, hasta luego.
10. A: Pues toma, ponle la tapa seño.
11. P: Venga empiecen.
12. A: Los alumnos están trabajando.
Los alumnos llaman a la maestra para preguntarle dudas pero no se oye nada de lo que dicen.
13. P: Miren, todas las rectas se hacen con regla.
14. P: Los vértices.
15. P: Lados y vértices.
16. I: ¿Por dónde empiezo?
17. P: Por donde tú quieras, empieza por ahí mismo.
18. I: Tú, si alguien tiene alguna duda, le contestas.
19. P. Sí.
20. P: Mira David, no te dice que colorees la región angular sino los lados del vértice. Lee, lee.
21. A: Seño, ¿los lados los pinto iguales?
22. P: Como tú quieras, si quieres distinto o si quieres igual.
23. A: Si se puede hacer un pentágono.
24. P: No, pero ahora no estamos sino en regiones angulares no formando polígonos.
25. A: No, ya lo sé.
26. P: A: no quiero tantas velocidades.
27. A: Seño está fácil.
28. P: Tantas velocidades.
Miren, cuando lleguen a tener que coger cuartillas y eso, utilicen primero el papel éste que tenemos aquí de reciclaje, ¿vale?
Miren, ¿ya se olvidaron cómo se trazaban rectas perpendiculares? ¿Qué teníamos que usar para...?
29. A: La escuadra y la regla.
30. P: La escuadra y la regla. Sin la escuadra no nos puede salir perpendiculares. Recuérdenlo cuando lleguen a ese ejercicio.
31. I: Ángeles, si quieres... terminamos.
32. P: Ya, ya acabamos.
33. I: Si quieres.
34. P: María, dibuja dos rectas que se corten, dos que sean perpendiculares y dos que no sean perpendiculares. Dibújamelas aquí.
José Luis.
35. A: ¿Qué?
36. P: Me parece que vas tan atrasadito...

2ª SESIÓN
TEMA: ÁNGULOS
CURSO: 6º PRIMARIA
FECHA: 12-02-98

1. I: Ya vamos a grabar la 2ª sesión... ¿Qué día es hoy? 12 de Febrero del 98. Mira, ya estamos grabando.
2. P: ¿No puedes pinchar con el compás?
3. A: No seño, no puedo.
4. P: Quítales los encuadernadores y luego le metes esas hojas.
5. A: ¡Ya está! ¿Ya funciona?
6. P: Miren, ya está grabando así que, trabajando.
7. A: Está grabando.
8. P: No, miren, a ver. Cuando tengan dudas levantan la mano y me preguntan. A ver, ¿qué?
9. A: Puedo ponerle la letra...
10. P: Puedes ponerle la letra esa; tú vas colocando el ángulo recto sobre los otros y vas diciendo agudo u obtuso, ¿vale? Mayor, menor; agudo, obtuso.
11. P: ¿Qué?
12. A: No se oye.
13. P: Pues coges, más grande, abre el compás... al tamaño que tú quieras... donde se corten los dos segmentos.

¿Éste ya lo hiciste?

14. A: Sí.
15. P: Y, ¿dónde está el papel que tiene que estar aquí pegadito?
16. A: No los ha repartido.
17. P: ¿Le falta a ustedes?

La profesora reparte los papelitos.

Bueno, a ver, miren. Me da la impresión de que la mitad de lo que están hablando no es nada de esto. Pregunta A: en voz alta.

18. A:: No Seño, no era de eso.
19. P: ¡Ah! era de otra cosa.

A mí me parece que esto lo estás haciendo mal porque esto no es la mediatriz. Mediatriz tiene que quedar en el medio. Algo hiciste mal para que no te quedara en el medio. Esto está mal.

20. A: Si no, no se llamaría mediatriz, Seño...
21. P: ¿Eh?
22. A: Si no, no se llamaría mediatriz.
23. P: Claro, ¿qué era la mediatriz? A ver quién me sabe decir...
24. A: Una mediatriz.
25. A: Es la mediatriz de un segmento...
26. P: Venga, David.
27. A: Hay no lo sé.
28. P. ¡Ah! a ver Teresa.
29. A: Marta.
30. P: Marta.
31. A: Siempre son las mismas, Seño...
32. A: Es un segmento que divide... Perdón.
33. P: Es la recta que divide a un segmento en dos partes iguales. Miren, tienen que levantar las manos, que parece que yo les pregunto siempre a las mismas.
34. A: No y David.
35. P: Pero David no me quiso contestar...
36. A: Pues después otra vez la levantó.
37. P: Juan Carlos...
38. A: No, no, no.
39. P: ¿Qué?
40. A: No, no, no.
41. P: ¡Que gracioso! Vamos a ponerle trabajo a Mera. Está aburrida, está aburridita, la pobre.

Mira, pon el nombre con letras. ¿Cómo se lee esto? ¿Vale? Sigue.

Mira aquí Pablo no está haciendo nada, nada.

Les digo, no hacen sino hablar, de la mañana desde que llegamos a las nueve de la mañana hasta que nos vamos a las cinco de la tarde aquí no se hace sino hablar. Ya les dije esta mañana que no me gusta estar dando gritos, pero no me queda otra opción.

¿Qué es superponer?

42. A: Poner arriba.

43. A: Poner encima.

44. P: Si les molestan los encuadernadores los quitamos y sacamos las últimas hojas, las otras no.

Vete leyendo todo. Ahí no te dice nada sino que observes.

Superponer y señalar los ángulos mayores con la letra “O”.

A ver, ¿no hay ninguna duda?

45. A: Los alumnos hablan todos a la vez, no se entiende nada.

46. P: Si no ponen hoja debajo al prensar la aguja, se resbala.

Pero déjala a ella, que luego yo le digo si está bien o mal.

Lo pueden calcar con color, con lápiz o con lo que ustedes quieran.

Cálcalos en el papel vegetal, cálcalos los dos.

Mira ¿quiénes son los que están como haciendo esa voz? ¿Quién es?

47. A: ¿Favor?

48. P: La voz, la voz.

49. A: ¡Ah!

50. P: ¿Quién?

Él

51. A: Ya.

52. P: Vamos a ver, dice: observa los dibujos que aparecen, calca el ángulo recto. ¿ Ya lo calcaste?

53. A: Sí.

54. P: Señala los ángulos mayores que el recto con la letra “O”. Vamos a ver, ¿éste es mayor que el recto?

55. A: No.

56. P: No, es más pequeño, ¿con qué letra?

57. A: Con la “A”.

58. P: Con la “A”.

A ver, David. Aquí hay una falta de ortografía. El ejercicio está muy bien, muy bien, una falta de ortografía aquí.

59. A: Seño, ¿puedo ir al baño?

60. P: Sí.

Corrige esa palabra aquí.

Cálcalos. Si dice cálcalos, es plural, tengo que calcar los dos, ¿verdad? Los dos. No, primero esta parte, lee bien esto. Cálcalos, si quieres más papel vegetal aquí hay.

Ibrahim, así está bien, pero dice cálcalos en papel vegetal, recórtalos y pon uno encima del otro, recorto y pongo uno de este encima del otro, aquí, eso es, y ahora contesta las preguntas.

Ahora mira, en este papelito vas haciendo la suma, calcula ¿qué dice aquí?

61. A: 30.

62. P: 30 ¿y aquí?

63. P: Súmamelos, súmamelo así y después el resultado me lo pones aquí.

Pero no le digas...

Miren, atiendan un momento, pongan delante la actividad número 8.

64. A: Seño, ya la hice.

65. P: No, la nueve, pongan todos la actividad nueve. ¿Tienen todos la actividad nueve?

66. A: Sí.

67. P: Ahí hay dos ángulos.

68. A: Sí.

69. P: El ángulo ese que está ahí dibujado ya trae el arquito hecho, pero me parece a mí que no está muy bien, entonces lo vamos a hacer nosotros de nuevo. Dejamos el que viene, el que viene lo dejamos y con el compás poniendo el vértice, la aguja en el vértice, la aguja en el vértice, trazamos otro arquito más adelante, aquí.

70. A: ¿En cuál?

71. P: En los dos, en los dos ángulos pequeñitos y hacemos..., trazamos un segmento desde este puntito aquí donde corta el arco al lado del ángulo hasta el otro. Trazamos un segmento de ese puntito a ése, en los dos ángulos, en éste y en el de la derecha y luego, no, no en lo de debajo donde dice 1 traza con centro en los vértices de los ángulos una abertura del compás en cualquiera de los arcos.

72. A: Vale, pues estaba hecho, pero me parece que no está muy bien y lo vamos a hacer un poquito más adelante. ¿Me entienden todos?

73. A: Sí.

74. P: Y trazamos también el segmento ese, ¿vale?

75. A: Sí.

76. P: Ibrahim, no me estás oyendo.

77. A: Bueno.

78. P: Y ahora vamos a comprobar si éste y el del otro ángulo que está al lado, que yo ahora para no estarlo trazando igual no se los voy a... Voy a medir a ver si esta rectita de aquí y la otra que la voy a trazar en el otro, a ver si miden lo mismo. Ustedes aquí tienen que hacer lo mismo que ahí, exactamente lo mismo y miren con el compás esto y esto a ver si les mide igual, ¿vale?

79. A: Vale.

80. P: Y luego contestan a lo que les preguntan. O sea, tenemos es arco que venía ahí y nosotros trazamos otro un poquito más adelante, cojan el compás y háganlo, con la aguja en el vértice...

81. A: Ya nosotros lo hicimos.

82. P: Después sí que preguntan, en la página siguiente sí que preguntan.

P11

PROFESOR P11
TRANSCRIPCIONES DE LAS DOS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS ANTES DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: PROPIEDADES DE LA DIVISIÓN EXACTA Y ENTERA
CURSO: 1º ESO
FECHA: 26-05-97

1. P: Vamos a trabajar las propiedades de la división exacta. A ver Damián, pon un ejemplo de la división exacta.
2. A: 125 : 5.
3. P: 125 : 5; ¿A cuánto da?
4. A: A... a 25...
5. P: 12 entre 5.
6. A: A 2 me llevo...
7. P: 2 x 5.
8. A: 10.
9. P: A 12...
10. A: 2.
11. P: ¿Y ahora?
12. A: 5.
13. P: 5 x 5.
14. A: 25.
15. P: A 25...
16. A: Cero.
17. P: Dime primero los elementos de esta división. ¿Cómo se llaman los elementos de ésta división?
18. A: Dividendo.
19. P: ¿Cuál es el dividendo?
20. A: El 125.
21. P: Dividendo. ¿Qué más?
22. A: Divisor, que es el 5.
23. P: Divisor. ¿Qué más?
24. A: Y el cociente.
25. P: Cociente. ¿Por qué sabemos que esta división es exacta?
26. A: Porque no tiene resto.
27. P: Porque no tiene resto, o lo que es lo mismo el resto es igual a cero. Bien, seguimos. Bibiana, propiedad fundamental de esta división.
28. A: Dividendo es igual al divisor por el cociente.
29. P: Dividendo = divisor x cociente. Debajo de cada uno vete poniéndole su valor; ¿quién es el dividendo?
30. A: 125.
31. P: Después...
32. A: = 25 x 5, ¿es cierto que 25 x 5 era 125? Mira a ver, ¿ 5 x 5?
33. A: 25.
34. P: ¿5 x 2?
35. A: 10.
36. P: ¿Y 2?
37. A: 12.
38. P: ¿Se cumple esa propiedad? Repite la propiedad, Carmen Rosa.
39. A: Dividendo = Divisor x cociente.
40. P: Bien. ¿Qué otra propiedad, Laura, cumple la división exacta?
41. A: Si el dividendo y el divisor lo multiplicamos por el mismo número el cociente no cambia.
42. P: Venga, ¿quién es el dividendo?
43. A: 125.
44. P: Multiplícalo por un número cualquiera.

45. A: Por el 2.
46. P: Por 2, ¿cuánto te da?... ¿El doble de 125?
47. A: 250.
48. P: Bien, 250 ¿y el divisor?
49. A: 10.
50. P: 10. ¿Aquí qué se puede hacer también?
51. A: El alumno no responde.
52. P: Ya sabemos qué da esa división...
53. A: 25.
54. P: 25, ¿no? O sea, que los hemos multiplicado los dos por el mismo número. ¿Y qué le ocurrió al cociente?
55. A: Que se quedó como estaba.
56. P: Bien, Yanira, ¿qué otra propiedad cumple...?
57. A: Dividendo por cociente.
58. P: ¿Por cociente? ¿Dividendo por cociente? Mira a ver dividendo...
59. A: Dividendo entre cociente.
60. P: Dividendo entre cociente, ¿quién es el dividendo?
61. A: 125.
62. P: ¿Entre?
63. A: 25.
64. P: 25, ¿cuánto da?
65. A: 5.
66. P: ¿5 x 5?
67. A: 25.
68. P: ¿A 25?
69. A: O
70. P: ¿5 x 2?
71. A: 10.
72. P: ¿Más 2?
73. A: 12.
74. P: ¿A 12?
75. A: 0
76. P: 0. ¿Se cumple esa propiedad?
77. A: Sí.
78. P: ¿Dividendo quién es?
79. A: 125.
80. P: ¿Cociente?
81. A: 25.
82. P: ¿Y qué te dio?
83. A: El divisor.
84. P: El divisor, o sea, que dividendo ¿entre?
85. A: Cociente.
86. P: Cociente ¿igual?
87. A: Divisor.
88. P: A divisor. ¿Qué propiedad le falta Joana?
89. A: Dividendo igual a divisor por el cociente más resto.
90. P: Ésa es de la entera, aquí no hay resto. Ya esa la dijimos ¿no? ¿Miguel Ángel?
91. A: Dividendo es igual a divisor por cociente.
92. P: Ya ésa está aquí. Dividendo es igual a divisor por cociente. ¿Qué propiedad falta? ¿cuál Yanira?
93. A: El dividendo y el divisor lo multiplicamos y dividimos por el mismo número...
94. P: ¿Lo multiplicamos por el mismo número?; pero ya multiplicando ya lo hicimos.
95. A: Dividiendo.
96. P: ¿Qué falta?
97. A: Dividiendo.
98. P: Dividiendo. ¿Quién lo hace? ¿Quién quiere hacerlo dividiendo? ¿Tú Marcos?
99. A: Yo maestra.
100. P: Venga Jorge, venga. ¿El dividendo quién es?

101. A: Aquél.
102. P: Pero aquél, ¿aquél que número es?
103. A: El 5.
104. P: ¿El dividendo es el 5?
105. A: ¡Ah no! El 125.
106. P: El 125. El divisor, ¿quién es?
107. A: El 5.
108. P: El 5. Busca un número y divide el dividendo y divisor por ese número. ¿Te sirve el 2?
109. A: Sí.
110. P: ¿Sirve? ¿El 2?
111. A: No.
112. P: ¿Éste número es divisible por 2?
113. A: No.
114. P: No termina ni en cero ni en cifra par. ¿Y este número es divisible por 5?
115. A: Se divide entre 5.
116. P: Entre 5. 125: 5 tenemos que hacer, ¿No? ¿Y cuánto da? ¿Lo puedes hacer de cabeza? ¿125 : 5?
117. A: Veinti...
118. P: Y cinco, ¿no? Y ¿qué más?
119. A: Entre 1.
120. P: ¿Entre 1? ¿O da 1?
121. A: Da 1.
122. P: Tú dividiste 125: 5, y ¿cuánto te dio?
123. A: 25.
124. P: 25. Y 5 ¿entre quién y ¿cuánto lo divido?
125. A: Entre 5.
126. P. Y ¿cuánto da?
127. A: 1.
128. P: 1. Y ¿qué cociente da aquí?
129. A: 25.
130. P: Y sigue dando de cociente; ¿cuánto?
131. A: 25.
132. P: 25, bien. Eduardo, nombra o repite hasta aquí todas las propiedades.
133. A: Dividendo es igual al divisor por el cociente.
134. P: Dime, pero vete diciéndomelo con números. ¿Quién es el dividendo?
135. A: 125.
136. P: Igual.
137. A: Igual a divisor...
138. P: A divisor, ¿quién es el divisor?
139. A: 5.
140. P: 5 por...
141. A: Cociente es el 25.
142. P: ¿Da lo mismo decir divisor por cociente qué cociente por divisor?
143. A: Sí.
144. P: ¿Por qué?
145. A: El orden de los factores no altera el producto.
146. P: La propiedad conmutativa, ¿no? Entonces da lo mismo decirlo así, dividendo es igual a divisor por cociente. ¿Qué más? Otra propiedad.
147. A: Dividendo por divisor...
148. P: ¿Por? Dividendo entre divisor está hecho ahí...
149. A: Dividendo entre cociente es igual a divisor.
150. P: ¿Dónde está esa propiedad?
151. A: Dividendo entre... 125 : 25 = 5.
152. P: Igual a 5. Muy bien, otra propiedad.
153. A: El dividendo es igual... si lo dividimos al dividendo por el divisor...
154. P: Dividimos dividendo por divisor...
155. A: Si al divisor y al dividendo lo dividimos por el mismo número...
156. A: El cociente no cambia.

157. P: El cociente no cambia. ¿Aquí por qué número lo dividimos?
158. A: Por 5.
159. P: ¿Y cuánto dio?
160. A: 25.
161. P: ¿y al divisor?
162. A: Uno, lo dividimos entre 5.
163. P: Juan José vete y tira el chicle y siéntate bien y atiende que no estás atendiendo. ¿Y qué le pasó al cociente?
164. A: Se quedó como estaba.
165. P: Se quedó como estaba. Te falta ésta última. ¿Qué le hicimos aquí al dividendo?¿Aquí lo dividimos?
166. A: Lo multiplicamos.
167. P: ¿Por quién?
168. A: Por 5.
169. P: No.
170. A: Por 2.
171. P: 125 x 2 y 5 x 2. Y ¿qué le pasó al cociente?
172. A: No cambió.
173. P: ¿Hay alguien que no tenga claro todavía lo de las propiedades? Alberto tú eres capaz de decir alguna?
174. A: El dividendo es igual al divisor por cociente.
175. P: ¿Quién es el dividendo?
176. A: 125.
177. P: ¿Quién es el divisor?
178. A: El 5.
179. P: ¿Y el cociente?
180. A: El 25.
181. P: El 25, bien, otra propiedad.
182. A: El dividendo es igual al cociente por igual al divisor.
183. P: Pero ¿el cociente por divisor? Esta propiedad no es la misma que ésta? ¿Sí o no? Miren a ver los demás. ¿No es lo mismo divisor por cociente que cociente por divisor?
184. A: Sí.
185. P: ¿Es verdad o no?
186. A: Sí.
187. P: Entonces ésta ya está. Di otra.
188. A: Dividendo por...
189. P: Entre...
190. A: Entre cociente.
191. P: ¿Igual?
192. A: Igual a divisor.
193. P: Igual a divisor. Muy bien, otra más.
194. A: Si el dividendo y el divisor lo multiplicamos y lo dividimos por el mismo número siempre nos da el mismo cociente.
195. P: Muy bien. ¿Por qué número lo multiplicamos aquí al dividendo y al divisor?
196. A: Por 10.
197. P: No, porque veas un cero aquí no lo multiplicamos por 10. ¿Quién era el dividendo?
198. A: 125.
199. P: 125. Y ¿cuánto te dio aquí?
200. A: 250.
201. P: ¿Y 250 no es el doble de 125?
202. A: Sí.
203.P: ¿Por quién los multiplicamos?
204. A: Por 10.
205. P: ¿Por 10?
206. A: Por dos.
207. P: Por 2, 125 x 2 = 250; y a éste ¿por quién lo multiplicamos? 5 x 2 = 10. ¿Y qué pasa al cociente?
208. A: No cambió.

209. P: Que no cambió; entonces ahora copien y tienen 5 minutitos para hacerlo, copien. Escuchen, hacen la división y después al lado todas las propiedades, primero antes de hacer las propiedades le dan nombre a todos sus elementos y al lado todas las propiedades. División: 162 : 9-

210. P: Romen 16 : 9.

211. A: A 1.

212. P: 1 x 9.

213. A: 9.

214. P: A 16.

215. A: 7.

216. P: 7, se baja el 2.

217. A: A 8.

218. P: A 8, 8 x 9 a 72.

219. A: 0.

220. P: Bien. ¿Cómo se llama cada uno de los elementos de esta división?

221. A: 162 es el dividendo, el 9 el divisor...

222. P: Espérate a ver si se callan los demás... El 9 divisor.

223. A: El 18 cociente y el resto 0.

224. P: El resto es 0, por lo tanto es una división exacta. Propiedades. Dime ésta misma, la de la prueba. ¿Cómo haces tú la prueba de la división?

225. A: 18 x 9.

226. P: 18 x 9 mira ver cuánto te da.

227. A: 162.

228. P: 162. El 18 ¿quién es?

229. A: El cociente.

230. P: 9, ¿quién es?

231. A: Divisor.

232. P: Y 162 ¿quién es?

233. A: Dividendo.

234. P: Dividendo. Entonces esta propiedad qué dice...

235. A: Que el dividendo es igual al cociente por divisor.

236. P: Marco Antonio, dime otra de las propiedades...

237. A: Dividendo, cociente...

238. P: No, eso son los elementos, peor dime otra de las propiedades. Si tú divides 162: 18, ¿Qué te da? ¿Laura?

239. A: 9.

240. P: Entonces dividendo ¿entre quién lo dividiste...?

241. A: Entre el cociente.

242. P: Entre el cociente, ¿y qué te dio?

243. A: El divisor.

244. P: Bien, pues entonces dividendo entre cociente igual a divisor. Carlos, dime otra de las propiedades. No sabes. Jonathan Rodríguez.

245. A: Cociente es igual a divisor por...

246. P: ¿Tú querías decir ésta? Dividendo entre cociente igual a divisor. Lo dejamos aquí y mañana les pregunto todas las propiedades de la división.

2ª SESIÓN
TEMA: ÁREAS - RECTÁNGULOS Y TRIÁNGULOS
CURSO: 1º ESO
FECHA: 26-05-97

1. P: Recuerdan que les dije que teníamos que repasar todas las áreas de las figuras planas y los perímetros. Vamos a empezar por el rectángulo. ¿Alguno se acuerda qué tipo de figura es el rectángulo?
2. A: Cuadrilátero.
3. P: A ver, hable uno sólo. Isabel.
4. A: Cuadrilátero.
5. P: Cuadrilátero...¿ pero aparte de cuadrilátero?
6. A: Que tiene los lados paralelos.
7. P: ¿Cuáles, cuáles son paralelos? Ven aquí y señálalos. Por ejemplo ¿éste con éste?
8. A: No, éste con este
Y éste con éste.
9. P: ¿Qué significa que son paralelas?
10. A: Que son iguales, que miden lo mismo.
11. P: Pero... por medir lo mismo, ¿los lados son paralelos? Si yo pongo uno así y otro que mida lo mismo por aquí, ¿son.... paralelos?
12. A: No.
13. P: Entonces ¿son paralelos por medir lo mismo?
14. A: No.
15. P: ¿Por qué son? Miguel Ángel.
16. A: Porque sus líneas nunca se juntan.
17. P: Y porque conservan siempre ¿qué cosa?
18. A: La misma distancia.
19. P: La misma distancia. ¿Y cuáles más son paralelas Isabel?
20. A: Éste y éste.
21. P: Esos dos, bien, siéntate. Rocío ¿cuál es el perímetro y cuál es el área de éste rectángulo? Señálame el perímetro, sal y enséñamelo, mientras vienes vas diciéndome qué significa la palabra PERÍMETRO.
22. A: ¿Eh?
23. P: ¿Peri? ¿Qué es? ¿Alguno se acuerda? Carmen Rosa...
24. A: Alrededor.
25. P: ¿Y metro?
26. A: Medida.
27. P: Entonces ¿qué es el perímetro? Señálalo.
¿Están de acuerdo? Éste lado, más éste, más éste, más éste.
28. A: Sí.
29. P: Y ¿el área?
30. A: ¿El área? Esto.
31. P: ¿Lo mismo que el perímetro?
32. A: ¡Ah! Pero lo de dentro.
33. P: ¿Pero qué cosa? Señálalo. ¿Quién lo sabe? A ver, Laura señálalo tú. Siéntate Rocío.
34. A: El área es todo lo de dentro.
35. P: Todo lo de dentro. Bien, siéntate Laura. A ver, Marco Antonio. Para calcular, por ejemplo, el área de una hoja de éstas, porque esto es un rectángulo ¿no?
36. A: Son cuadritos.
37. P: ¿Esto es un rectángulo?
38. A: Sí.
39. P: Para tú calcular el área ¿tienes qué contar todos los cuadritos?
40. A: ¡Qué va!
41. P: ¿Qué tendrías qué hacer? Deja ver.
42. A: Dividir.
43. P: ¿Dividirlo?
44. A: Multiplicarlo.
45. P: A ver.

46. A: Calcular el alto y el ancho.
47. P: ¿Qué cuentas? ¿Los cuadritos? ¿Qué cuadritos?
48. A: No, los cuadritos no.
49. P: ¿Aquí? Aquí, y después los de aquí ¿también los tienes que contar?
50. A: Que va, que va, que va.
51. P: ¿Por qué?
52. A: Porque son lo mismo.
53. P: ¿Y después?
54. A: El alto, de arriba abajo.
55. P: ¿De éste? ¿Y qué haces luego? Cuando sepas los cuadritos que hay de aquí a aquí y los cuadritos que hay de aquí a aquí, ¿qué haces con eso?
56. A: El lado por el ancho.
57. P: Muy bien, el lado por el ancho. O sea, que si yo aquí hiciera con la regla todos los cuadros perfectamente iguales, ¿no? Supongamos que sean iguales porque están fatales pero bueno. ¿Cuántos tiene de largo?
58. A: Cinco.
59. P: Cinco, ¿y de ancho?
60. A: Tres.
61. P: ¿Cuánto es 5 x 3?
62. A: 15.
63. P: 15, vamos a contar a ver si es verdad.
64. A: 1,2,3,4,5...
65. P: 5 y 5 de aquí.
66. A: 10.
67. P: ¿Y 5 de aquí?
68. A: 15.
69. P: Por lo tanto, ¿cómo se calcula el área de un rectángulo?
70. A: Base por altura.
71. P: Multiplicando la base por la altura. Altura ¿se escribe con H?
72. A: No.
73. P: ¿Y por qué se pone así?
74. A: Para diferenciarla.
75. P: ¿De qué?
76. A: De la apotema.
77. P: Dime tú ahora Jonathan, ¿cuándo utilizas tú esta fórmula en la vida real? ¿Cuándo?
78. A: Cuando.... con los huevos de un cartón.
79. P: Los huevos de un cartón; ¿qué haces con los huevos de un cartón? ¿Cuánto suele traer un cartón de huevos?
80. A: 30 huevos.
81. P: 30, pero déjenlo a él.
82. A: No importa.
83. P: ¿Cuánto tiene de largo?
84. A: 6.
85. P: ¿Y de ancho?
86. A: 6.
87. P: ¿6 x 6?
88. A: 5,5,5 huevos.
89. P: Pero déjenlo a él...
90. A: 5.
91. P: 5. Y ¿cuánto es 6 x 5?
92. A: 30.
93. P: 30... Dime tú otro Alberto, ya que quieres hablar... ¿Cuándo más lo utilizas?
94. A: Una caja de leche.
95. P: Una caja de leche. ¿Cuánto suele traer el pack de leche de largo?
96. A: 6.
97. P: 6; ¿Y de ancho?
98. A: 3,2.
99. P: 2 , ¿no? 6 x 2...

100. A: 12.
101. P: Y el pack; ¿esos que vienen en plástico?
102. A: 2, a veces son 3, en la leche Asturiana vienen 3.
103. P: 3 ¿Y de largo?
104. A: 4.
105. P: Entonces 4 x 3 = 12. Trae 12 paquetes ¿no? Entonces para averiguar el área de cualquier rectángulo, ¿qué se hace?
106. A: Se multiplica la base por la altura.
107. P: Lo que mide la base por lo que mide la altura. Aquí falta algo ¿no? Si son centímetros... Supongamos que aquí son centímetros. Y aquí centímetros. Raquel, que no te he preguntado: ¿qué hago aquí? ¿Qué multiplico?
108. A: La base.
109. P: ¿Cuánto es?
110. A: 5.
111. P: 5 ¿qué?
112. A: 5 centímetros.
113. P: ¿Por?
114. A: La altura.
115. P: 3 centímetros. ¿Cuánto es 5 x 3?
116. A: 15.
117. P: ¿Centímetro por centímetro?
118. A: Cuadrado.
119. P: ¿Centímetro?
120. A: Cuadrado.
121. P: Muy bien.
122. A: Ja, ja, ¿vas aprendiendo?
123. P: ¿Está claro? Porque son 5 centímetros de largo y 3 centímetros de ancho. Entonces copien este problemita... Calcula el área de un rectángulo que tiene de base 12 centímetros y de altura 0’5 decímetros.
124. P: ¿Ya lo terminaron todos ustedes? ¿Quién quiere salir a hacerlo? Tú quieres salir, venga, sal, borra por aquí. Mira, antes de hacerlo escribe por ahí el sistema métrico y explícalo. Pero mira, Damián, en voz alta.
125. A: No oigo, más alto, no oigo.
126. P: Espérate, Damián o haces la letra más pequeña o escribes un poco más alto porque si no, no llegas.
127. A: Vale, vale.
128. A: Muy amable.
129. A: kilómetro, hectómetro, decámetro, metro, decímetro, centímetro y milímetro.
130. P: A ver Damián ya está.
131. A: ¿Está mal?
132. P: Haz el dibujo, está mal. Primero, haz el dibujo. Dibuja el rectángulo. ¿Cuánto tiene ese rectángulo de base?
133. A: 12 centímetros.
134. P: ¿Y de altura?
135. A: 5 milímetros. 0’5.
136. P: 0’5 decímetros; ¿Tú puedes multiplicar centímetros por decímetros?
137. A: No.
138. P: ¿Qué tienes que hacer?
139. A: Pasarlo de decímetros a centímetros.
140. P: Por ejemplo, o también pasarlo...
141. A: A metro.
142. P: ¿Te vale la pena pasarlo todo a metros? ¿Y por qué decidiste pasarlo de decímetros a centímetros y no de centímetros a decímetros?
143. A: ¡Ah!
144. P: Y no quedan decimales, ¿no? Bien, pues hazlo; ¿Pero... vas a hacer la multiplicación? ¿Por qué?
145. A: ¡Ah!
146. P: Ponlo, 0’5 x 10. ¿Y por qué por 10? Mira a ver cuántos lugares hay...

147. A: ¿2?
148. P: De decímetros a centímetros uno. ¿Qué se hace para multiplicar por 10?
149. A: Rueda la coma un lugar.
150. P: Vale, ¿y a qué te da igual?
151. A: 5 centímetros.
152. P: Alberto, ¿esto no es para ti?
153. A: ¡Ah! Si perdona entonces...
154. P: 5 centímetros ponlo aquí, y ahora calcula ya el área.
155. A: Área = 12 cm x 5 cm = 60 cm^2.
156. P: Vale, puedes sentarte. A ver, volvemos a seguir, Jorge... Dentro de un rectángulo, sal ahí... traza una diagonal. ¿Es una línea qué?
157. A: Parte al rectángulo en dos triángulos.
158. P: Sí, pero ¿qué es lo que une?
159. A: Dos puntos del rectángulo.
160. P: ¿Dos puntos del rectángulo? Alberto, siéntate bien. A ver, ¿qué une la diagonal? ¿Dos vértices consecutivos? Un vértice y otro que está al lado, ¿Damián?
161. A: En dos puntos que tengan...
162. P: Que no sean, ¿cómo se dice esa palabra? Consecutivos, es decir, que no sea éste y el que está al lado ¿no? Dos vértices que no sean consecutivos, ¿qué figura se formaron ahí Jorge?
163. A: Dos triángulos.
164. P: Dos triángulos. ¿Cómo calcularías tú, sabiendo ya el área del rectángulo, cómo calcularías la del triángulo? ¿Cuántos triángulos caben en un rectángulo?
165. A: Dos.
166. P: Dos, ¿quién es mayor el rectángulo o el triángulo?
167. A: El triángulo.
168. P: ¿Es mayor? A ver...
169. A: El rectángulo.
170. P: ¿Cuántos zapatos caben en una caja?
171. A: Dos.
172. P: Dos y ¿quién es mayor? ¿La caja o los zapatos?
173. A: Los zapatos... ¡la caja!
174. P: ¿Y siempre caben dos? Si son zapatitos de niño pequeño... ¿Cuántos cabe? ¿Quién lo sabe? Isabel, si los zapatos son pequeños ¿Cuántos cabe en una caja?
175. A: Dos.
176. P: ¿Por qué?
178. A: Porque la caja también es pequeña.
179. P: Isabel y ¿si la caja es grande? El zapato ¿cómo es?
180. A: Grande.
181. P: Grande ¿no? ¿y cuántos caben?
182. A: Dos.
183. P: Dos, es decir, si los zapatos son pequeñitos, la caja es pequeñita y si son grandes la caja es grande. Pues lo mismo pasa con el rectángulo, si el rectángulo es más pequeño, ¿cuántos triángulos caben?
184. A: Dos, pero pequeños.
185. P: Porque los triángulos también son más pequeños. Entonces, ¿cuántas veces más pequeño es el triángulo?
186. A: Cuanto más pequeño sea el rectángulo más pequeños son los triángulos.
187. P: Pero el triángulo ¿qué? La tercera parte, la cuarta parte, la mitad ¿qué?
188. A: La mitad.
189. P: ¿De quién?
190. A: Del rectángulo.
191. P: Bien, entonces escribe aquí el área del rectángulo. ¡Ah! ¡No lo sabes! ¿Y quién la hizo antes? ¿Tú no la hiciste antes? ¿Ya te olvidaste?
192. A: Base por la altura partido por dos.
193. P: ¿Por qué partido por dos?
194. A: Porque es la mitad del rectángulo.
195. P: Porque es la mitad del rectángulo. ¿Todos lo han entendido?
196. A: Sí.

197. P: ¿Y si el rectángulo es muy grande?
198. A: Los triángulos son más grandes.
199. P: ¿Y si el rectángulo es muy pequeñito?
200. A: Los triángulos son más pequeñitos.
201. P: Entonces siempre caben dos. Por lo tanto ¿qué hizo el aquí? Cogió el área...
202. A: Del rectángulo.
203. P: Del rectángulo. ¿Y qué le hizo?
204. A: Hizo dos triángulos.
205. P: Y lo partió entre...
206. A: Dos.
207. P: Y le dará el área del...
208. A: Triángulo.
209. P: Copien este problema para casa: "Calcula el área de un triángulo que tiene de base 40 centímetros y de altura 2 decímetros".

TRANSCRIPCIONES DE LAS SESIONES DE CLASE DESARROLLADAS DESPUÉS DEL CURSO GUÍA

1ª SESIÓN
TEMA: MEDIDA DE ÁNGULOS
CURSO: 2º ESO
FECHA: 26-01-98

1. P: La actividad 10 en adelante. A ver, empezamos.
2. I: Esto es 2 º de la ESO "B"...
3. P: 2º de la ESO "B".
A ver, venga, empezamos por los chicos hoy.
4. A: Empezamos por los chicos, dice, je, je.
5. P: Eduardo, la actividad 10, ¿qué hiciste? ¿Qué dudas tuviste? Y todo, coméntalo todo de la actividad 10. Lee la pregunta si quieres.
6. A: Yo puse que los dos tienen el mismo ángulo aunque miden lo mismo.
7. P: Y ¿cómo lo comprobaste que los dos medían lo mismo?
8. A: Con papel vegetal lo puse un ángulo del $\hat{A}$ y lo puse encima con el mismo vértice del $\hat{B}$ y me salió que era igual.
9. P: ¿Qué le hiciste coincidir, me dijiste?
10. A: El vértice "B".
11. P: El vértice. Bien. ¿De qué otra forma lo puedes comprobar?
12. A: Con un compás.
13. P: ¿Y cómo? ¿Cómo funciona eso del compás?
14. A: Haciendo una recta...
15. P: Sí.
16. A: Y pasándole un compás...
17. P: Tú ponías aquí... ponías un lado, un lado y después con el compás ¿qué hacías?
18. A: Trazar...
19. P: ¿Qué hacías? ¿Trazar el arco?
20. A: Sí.
21. P: Hasta eso, que el compás éste está mal también. Trazamos el arco aquí, y el arco aquí. ¿Y después?
22. A: Y después pasamos una recta por... por...
23. P: La medida, ¿de quién?
24. A: Del... del arco.
25. P: La abertura ¿no?
26. A: La abertura.
27. P: ¿Y ponías aquí la misma?
28. A: Sí.
29. P: ¿Salían iguales los dos ángulos?
30. A: Sí.
31. P: Salen iguales. Bien. Máximo, la actividad 11. ¿Qué había qué hacer en la actividad 11?
32. A: Yo no la hice, no la entendía.
33. P: Y ¿Por qué no la preguntaste Máximo?
34. A: Yo la hice Dª Rosa.
35. A: Porque no me di cuenta.
36. P: Jorge la actividad 11.
37. A: Yo respondí la pregunta...
38. P: Pero, ¿cuál era la pregunta?
39. A: ¿Cuáles son iguales?
40. P: ¿Y cuáles eran iguales?
41. A: El 1 y el 3 y... y el 2 y el 3.
42. P: ¿El 2 y el 3?
43. A: El 4, perdón.
44. P: Y el 2 y el 4, ¿y cómo comprobaste que eran iguales?
45. A: Con papel vegetal.

46. P: ¿De qué otra forma lo puedes hacer?
47. A: En el compás.
48. P: Bien; ¿Tuviste alguna duda en esa pregunta?
49. A: No.
50. P: Nada. Máximo, que no vuelva a pasar eso porque la duda o la preguntas al compañero o vienes aquí. Marco Antonio, la actividad 12.
51. A: Aquí dice ¿son iguales? Y yo puse que no son iguales.
52. P: Pero, ¿son iguales quiénes? ¿Qué figura es ésa? ¿Qué te dice ahí? ¿Qué te dice ahí el ejercicio?
53. A: Observa los ángulos sombreados en el pentágono.
54. P: Sí.
55. A: Yo puse ¿son iguales? No son iguales.
56. P: ¿Qué más? ¿Qué más te dice ahí? ¿Quién es mayor?
57. A: El Ê es el mayor de los ángulos, puse yo.
58. P: Bien. ¿Cómo comprobaste a ver si los ángulos eran iguales o no? ¿Cómo lo comparaste?
59. A: Con papel vegetal.
60. P: ¿Y qué hiciste?
61. A: Lo puse aquí y...
62. P: ¿Lo calcaste?
63. A: Sí.
64. P: ¿Y después?
65. A: Reuní todos los ángulos.
66. P: Bien, y comprobaste que no eran iguales. Damián actividad... ¿Tuviste alguna duda ahí?
67. A: No.
68. P: Nada. Damián, actividad 13.
69. A: Yo creo que los ángulos de mayor... Los ángulos mayores que el ángulo Â son el $\hat{D}$, el $\hat{F}$ y el □; los ángulos menores que el ángulo Â son el Ê y el □ y los ángulos iguales es el $\hat{B}$.
70. P: Sí. ¿Con qué lo hiciste?
71. A: Con el papel vegetal lo calqué aquí y lo fui comparando con los demás haciéndolos coincidir.
72. P: Bien, ¿y qué comprobabas? ¿Si coincidían cómo eran?
73. A: Iguales, si eran mayor que el ángulo eran mayores, si daba menos eran menores.
74. P: Bien. Miguel Ángel, actividad 14. Damián, ¿tuviste alguna duda ahí antes de hacerlo?
75. A: No.
76. P: Nada. Actividad 14.
77. A: Yo cogí papel vegetal lo puse... Calqué y lo puse sobre el mismo vértice...
78. P: Pero, mira Miguel Ángel, lee arriba a ver que había que hacer ahí. ¿Ahí ya había que hacerlo con papel vegetal? Lee la actividad...
79. A: Objetivos: Ordenar pares de ángulos dados, después dice: recuerda que para...
80. P: Pero materiales, ¿qué decía en los materiales?
81. A: Semicírculo graduado.
82. P: Entonces, ¿con qué había que hacer eso?
83. A: Con el semicírculo graduado.
84. P: ¿Y tú no lo hiciste con el transportador?
85. A: No.
86. P: Y tú Alberto ¿lo hiciste con el transportador?
87. A: No.
88. P: De todas formas, Miguel Ángel aunque no lo hayas hecho con el transportador, ¿el ángulo Â y el ángulo $\hat{B}$ cómo son?
89. A: Iguales.
90. P: ¿Qué signo pones en medio?
91. A: Igual.
92. P: Igual; ¿En el ángulo □ y $\hat{D}$?
93. A: El mayor el $\hat{D}$.
94. P: ¿El mayor es el $\hat{D}$?
95. A: No. el □.
96. P: ¿Qué signo pones?

97. A: El de mayor.
98. P: Entonces, ¿qué ponías entre el □ y el D̂ ? que el □ es mayor que el D̂ , ¿lo pusiste así?
99. A: Sí.
100. P: Bien. En el siguiente, en el Ê y en el F̂ .
101. A: Que el Ê es menor.
102. P: Que el Ê ...
103. A: Es menor.
104. P: Es menor que el F̂ ¿no?
105. A: Sí.
106. P: ¿En los demás?
107. A: Que el □ es menor que el Î.
108. P: Que el □ es menor que...
109. A: Î.
110. P: ¿Es menor?
111. A: Son iguales.
112. P: Son iguales ¿no? Alberto, Miguel Ángel, está bien, pero ahora esa actividad la repiten con el semicírculo graduado después. Alberto, la actividad número 15.
113. A: Yo puse ésta de mayor a menor lo que era mayor y menor la letra ésa...
114. P: ¿Cuál era el mayor de todos?
115. A: El Ê.
116. P: ¿Después?
117. A: El B̂ .
118. P: F̂
119. A: F̂ y después el "D" y el Â.
120. P: ¿Está bien? ¿Los demás están todos de acuerdo?
121. A: No.
122. P: A ver, ¿quién lo ayuda? Ayúdale Jorge.
123. A: El mayor es el Ê, después el F̂ , Â, □, "D", B̂ .
124. P: Después los comparas con los de Jorge, Alberto. A ver, esta... Raquel, de menor a mayor ahora.
125. A: El B̂ .
126. P: El B̂ .
127. A: El Â.
128. P: Raquel fíjate bien. Si tú tienes aquí que el menor de todos es el B̂ . ¿Quién viene a continuación?
129. A: El D̂ .
130. P: El D̂ , ¿hace falta que lo vuelvas a medir?
131. A: No.
132. P: Después ¿quién vendría?
133. A: El □.
134. P: Después del □ ¿después?
135. A: El Â.
136. P: ¿Luego?
137. A: El D̂ .
138. P: ¿Y a continuación?
139. A: El Ê.
140. P: El Ê. ¿Todos lo tienen así?
141. A: Sí.
142. P: Raquel, ¿tú tuviste alguna duda en ese ejercicio?
143. A: Es que fallé.
144. P: Pero ¿en qué fallaste?
145. A: No me di cuenta y lo hice mal.
146. P: ¿Saltaste un ángulo? ¿Y lo hiciste con el transportador? ¿Cómo lo hiciste?
147. A: No se le oye lo que dice.
148. P: Bueno. Isabel, actividad 16, lee.

149. A: Objetivos: buscar ángulos mayores, menores o iguales a un ángulo unidad, patrón. Materiales: papel vegetal y compás. Observa los ángulos en las diferentes figuras y busca ángulos mayores, menores o iguales que el ángulo agudo Â, señálalos con una “M” si es mayor, con una “m” minúscula si es menor y con una “I” si son iguales.

150. P: Bien, ¿y cómo hiciste tú esa actividad?

151. A: Lo fui... Calqué con el papel vegetal que en la figura “A” y lo fui superponiendo que coincidiera el vértice...

152. P: Muy bien.

153. A: Y si eran mayores, menores o iguales.

154. P: Bien, el primero ¿cómo es?

155. A: Mayor.

156. P: ¿El primero que está ahí?

157. A: Sí.

158. P: Sí, el otro, el siguiente.

159. A: Mayor y...

160. P: Uno mayor...

161. A: Y otro igual.

162. P: Venga, los siguientes. El del hexágono.

163. A: Son todos mayores, el del reloj es menor...

164. P: Sí.

165. A: El de la tijera es menor, el del cuadradito es igual, el...

166. P: El del geoplano.

167. A: Es mayor, el otro es menor, el triángulo tienen dos menores y uno mayor.

168. P: Bien.

169. A: Y el cono es menor.

170. P: Muy bien. ¿Tuviste alguna duda en ese ejercicio?

171. A: No, una observación.

172. P: ¿Qué pusiste en observaciones?

173. A: Que a través de la superposición podemos saber si un ángulo es mayor, menor o igual que otro.

174. P: Bibiana, actividad 17. Venga léela.

175. A: Convertir y utilizar el ángulo recto como unidad de medida entre ángulos. Materiales: papel vegetal, monedas y lápices de colores. A) Traza un círculo en el papel vegetal, una moneda por ejemplo, y recórtalo, dóblalo del veces por la línea de puntos como se ve en la figura para así obtener un ángulo. ¿Qué tipo de ángulos has obtenidos? Cuatro ángulos rectos.

176. P: Cuatro ángulos rectos, bien, continúa.

177. A: B) Utiliza el ángulo construido para medir los ángulos de ésta figura, marca con color todos los ángulos rectos que encuentres.

178. P: A ver, déjame ver la hoja, que la vean todos los demás, marcaste todos los ángulos rectos en color rojo ¿no? ¿Cuántos hay? Cuéntalos...

179. A: Arriba hay... 18.

180. P: ¿A todos les dio lo mismo?

181. A: No, a mí me dio 10.

182. A: 18 me dio a mí.

183. P: ¿18 Jorge? ¿A quién más le dio 18? Nuria.

184. A: 18.

185. P: Bueno, después les dejo un cuarto de hora para que se comparen el ejercicio tuyo con el de Bibiana y el de Máximo también, a ver por qué no te dio lo mismo.

186. A: Sólo tengo 10.

187. P: Te faltaron.

188. A: Sí.

189. P: ¿Pusiste alguna duda ahí?

190. A: No.

191. P: ¿Y observaciones?

192. A: Que por medio de un círculo dividido en cuatro ángulos rectos se puede saber si en otra figura hay ángulos rectos por la superposición.

193. P: Yanira, pasa a la actividad 18.

194. A: Construye en tu geoplano todos los ángulos que se tenga. Utiliza el ángulo recto que

has construido en la actividad anterior para ver si son ángulos rectos o no. Yo puse en el primero que sí.

195. P: ¿En el segundo?

196. A: Sí.

197. P: ¿En el tercero?

198. A: No.

199. P: ¿Y en el cuarto?

200. A: No.

201. P: Vale, muy bien. Sigue tú Rocío.

202. A: Construye en el geoplano dos cuadrados y dos rectángulos, dibuja los resultados en la gráfica y colores todos los ángulos rectos que encuentres.

203. P: A ver, levanta la hoja. Bien. ¿Cuántos ángulos rectos hay en la primera figura?

204. A: Cuatro.

205. P: ¿En la segunda?

206. A: Cuatro.

207. P: ¿En la tercera?

208. A: Cuatro.

209. P: ¿Y en la cuarta?

210. A: Cuatro.

211. P: ¿Pusiste alguna duda ahí?

212. A: No.

213. P: ¿Observaciones?

214. A: Sí, pero maestra sigue el ejercicio.

215. P: Sí, ¡ah! Que continúa detrás. Sí, pues sigue, sigue tú.

216. A: Construye la figura en el geoplano, escribe su nombre debajo de dada figura y colorea todos los ángulos rectos que encuentres. El primero es un rectángulo.

217. P: ¿Segundo?

218. A: Pentágono.

219. P: Pero ¿regular?

220. A: Irregular.

221. P: ¿Tercero?

222. A: Triángulo.

223. P: ¿Y cuarto?

224. A: Pentágono irregular.

225. A: Hexágono.

226. P: Hexágono...

227. A: Hexágono.

228. P: Irregular. Venga continúa.

229. A: Construye en el geoplano los caminos que se ven en este dibujo. Primero puse los ángulos, cuatro en el primero.

230. P: Cuatro, ¿en el segundo?

231. A: Ocho.

232. P: ¿En el tercero?

233. A: Siete.

234. P: ¿Y en el cuarto?

235. A: Diez.

236. P: ¿Qué dudas pusiste ahí?

237. A: Ninguna.

238. P: ¿Y observaciones?

239. A: Si construimos una figura plana podremos sacar muchos ángulos rectos.

240. P: Laura, ¿alguien quiere decir algo hasta ahí? Venga pues sigue Laura.

241. A: Construir y utilizar unidades menores que el ángulo recto como unidad de medida estándar. Materiales: lápices de colores y papel vegetal. Mide los ángulos de las figuras tomando como unidad un ángulo recto. El □...

242. P: ¿Pero cómo que el □? Espera, te pregunta ¿puedes medirlos todos?

243. A: No.

244. P: ¿Utilizando el ángulo recto es el único que puedes medir ahí?

245. A: El recto.

246. P: ¿Pero cuáles?

247. A: El Â.

248. P: ¿Hay alguno más?

249. A: No.

250. P: Continúa... Para la página que continúa la actividad. O sea, con el ángulo recto, utilizando el ángulo recto y papel vegetal sólo puedes medir el Â... sigue leyendo.

251. A: Te sugiero una a través de la técnica del plegado vamos a construir ángulos más pequeños que el recto, 1/2 de recto, 1/4 de recto, 1/3 de recto y 1/6 de recto como se indica en la figura. ¿Puedes medirlos ahora con éstas nuevas unidades?

252. P: Todos los que te dan en la actividad 19 los puedes medir con medio recto, 1/3 de recto, 1/4 de recto y 1/6 de recto?

253. A: No, todos no se pueden medir. Sólo se pueden medir el "C", el "D" y el "E".

254. P: Bien. ¿Qué observaciones pusiste ahí?

255. A: No ahí no puse nada.

256. P: Nada, ¿ni dudas ni observaciones? ¿Nadie puso nada ahí?

257. A: Nosotros sí.

258. P: ¿Quién? Vanessa dilo.

259. A: Para hallar una medida exacta se divide el ángulo recto en ½, 1/3, 1/4 y 1/6.

260. P: Para hallar una medida exacta pero... Con esas divisiones que le hiciste al ángulo recto ¿los puedes medir todos?

261. A: No.

262. P: Todavía te queda alguno que no puedes medir.

263. A: Sí.

264. P: Pues sigue tú con la otra actividad.

265. A: Objetivos: Construir un goniómetro. Materiales: Papel vegetal, regla y compás. Recuerda que los transportadores se pueden construir fácilmente con la técnica del plegado, a partir de círculos de papel vegetal, pues éste tiene la ventaja de ser casi transparente y de plegarse dejando impreso el papel...

266. P: En el papel.

267. A: En el papel el eje de pie, por ejemplo, si queremos construir un goniómetro que tenga como unidad de medida medio recto tendríamos que dividir el círculo en ocho partes como se indica en el dibujo. Indica en los siguientes goniómetros qué unidades de medida se ha considerado. En el primero 1/3...

268. P: ¿Por qué Vanessa? ¿Por qué en el primero 1/3?

269. A: Porque cada recto se dividió en tres.

270. P: Bien. ¿En el segundo?

271. A: 1/6.

272. P: ¿Por qué?

273. A: Porque cada recto se ha dividido en seis.

274. P: ¿Y en el tercero?

275. A: 1/4.

276. P: ¿Por qué?

277. A: Cada uno se ha dividido en cuatro.

278. P: Bien. ¿Hay dudas y observaciones en esa?

279. A: Observaciones: Un ángulo recto se puede dividir en muchos ángulos rectos.

280. P: Carmen Rosa, actividad 21.

281. A: Objetivos: Utilizar el goniómetro para medir ángulos. Materiales: Con la ayuda de los goniómetros construidos anteriormente medir los ángulos anteriores de los diferentes polígonos. En el primero puse 1 recto más 1/3 recto y después en el segundo puse 1 recto.

282. P: Espérate, espérate, no te aceleres, sino vamos a ver el primero. El primero es ¿1 recto completo? ¿Sí o no?

283. A: Sí.

284. P: ¿Cuánto es un recto completo?

285. A: 1/3.

286. P: No, este recto completo ¿cuánto mide? En grados.

287. A: 90º.

288. P: 90º y después ¿del otro recto cuántos trozos se cogieron?

289. A: Cuatro.

290. P: No. ¿El otro recto en cuántas partes se dividió?

291. A: 1/3.
292. P: Déjala a ella Damián.
293. A: Lo divides en tres partes.
294. P: Divides en tres partes, ¿y cuánto te da cada parte?
295. A: 30.
296. P: 30, entonces hay ¿un recto completo?
297. A: Sí.
298. P: Y del otro recto, ¿cuántos grados?
299. A: 30.
300. P: En total ¿cuánto es?
301. A: ¿180?
302. P: ¿180? Mira a ver cuánto es.
303. A: 120º
304. P: 120º. Hemos medido, nos ha dado la medida en grados utilizando divisiones del ángulo recto, ¿eh?
305. A: Rosa, yo no lo hice así. Yo lo hice haciéndolo en forma de estaciones.
306. P: Dímelo, explica ¿cómo lo hiciste?
307. A: Como el ángulo recto está dividido en tres partes, en lugar de poner uno y otro puse 4/3.
308. P: 4/3.
309. A: De 90º.
310. P: De 90º y luego cómo se resuelve eso.
311. A: Multipliqué 4 x 90 y lo dividí entre tres.
312. P: Lo dividiste entre tres, ¿cuánto es 4 x 90?
313. A: 360º.
314. P: Muy bien y después dividido...
315. A: Entre 3.
316. P: ¿Y cuánto te dio?
317. A: 120º.
318. P: ¿Dio el mismo resultado?
319. A: Sí.
320. P: ¿Hay alguien que no entienda la forma de Damián? ¿La forma en qué lo hizo Damián? ¿Todos lo entienden así? ¿Todos lo tienen claro? ¿Por qué pusiste 4/3 Damián?
321. A: Porque al estar el ángulo recto dividido en tres partes.
322. P: Cada parte, ¿qué es?
323. A: 1/3.
324. P: 1/3, ¿y cuántas partes cogiste?
325. A: Cuatro.
326. P: Cuatro. ¿Hay dos rectas divididos? ¿no? Esos dos rectos están divididos en tercios, pues de las seis partes que hay en los dos rectos cogió ¿cuántas?
327. A: Cuatro.
328. P: Cuatro. El siguiente Joana.
329. A: Un recto.
330. P: Un recto. ¿Por qué un recto? ¿Es el recto completo?
331. A: Porque es un ángulo de 90º.
332. P: Y nada más, y no coge nada más ¿no? ¿Y cuánto vale el recto de los ángulos de ese cuadrado?
333. P: El resto de los ángulos, uno de los ángulos mide 90º, ¿y el otro?
334. A: 90º.
335. P: ¿Y el otro?
336. A: 90º.
337. P: ¿Y el otro?
338. A: 90º.
339. P: ¿Son los cuatro ángulos iguales?
340. A: Sí.
341. P: Eduardo, el tercero de aquí. Explícamelo bien.
342. A: 90º está dividido en 2.
343. P: 90º está dividido en 2.

344. A: En dos partes.
345. P: Sí.
346. A: Yo hice 2/6 x 90º.
347. P: ¿2/6 x 90º? ¿Por qué?
348. A: Porque... se divide...
349. P: Fíjate bien, mira, aquí hay un ángulo de 90º ¿no?
350. A: Sí.
351. P: Había un ángulo de 90º dividido ¿en cuántas partes?
352. A: En dos.
353. P: Iguales ¿no? A la derecha, a la izquierda ¿qué hay?
354. A: Otro recto pero cogido en la mitad...
355. P: Dividido ¿en cuántas partes?
356. A: En dos.
357. P: En dos partes ¿no? Vamos a olvidarnos del recto de la derecha y vamos a centrarnos en el de la izquierda. Fíjate, el de la izquierda, ¿en cuántas partes dividido?
358. A: En dos.
359. P: En dos, pero a su vez....
360. A: Una está dividida en dos partes.
361. P: ¿Seguro Eduardo?
362. A: Una parte del recto...
363. P: Media, ¿esto es media?
364. A: ¿Eh?
365. P: ¿Esto qué es?
366. A: Media de recto.
367. P: Aquí es media de recto, esto es media parte de 90º ¿no? pero esta media parte ¿si se cogió completa?
368. A: No.
369. P: ¿Cuánto se cogió?
370. A: Dos.
371. P: Es decir, se dividió a su vez ¿en cuántas partes?
372. A: En dos.
373. P: En dos no.
374. A: ¡Ah! No, no, entre tres, entre tres.
375. P: Se dividió en tres partes. ¿Y cuántas se cogieron?
376. A: Dos.
377. P: Eso ¿qué significa?
378. A: 2/3.
379. P: Porque está dividido en tres partes, pero, 2/3 ¿de quién?
380. A: De 90º.
381. P: No ¿de quién?
382. A: De 1/2.
383. P: De 1/2 ¿de quién?
384. A: Del recto.
385. P: ¿Cómo se haría eso?
386. A: Multiplicando 2/3 x 1/2...
387. P: ¿Cuánto es?
388. A: Son 2/6 x 90º.
389. P: Por 90º, 2 x 9...
390. A: 2 x 9 = 18.
391. P: Son 180º partido.
392. A: Por 6º.
393. P: Por 6º, ¿cuánto te dio?
394. A: 120º.
395. P: No.
396. A: No, espera 180º...
397. P: Entre 6º. Tú lo tenías. Ayúdales Damián...
398. A: Entre 6º a 30º.
399. P: A 30º, pero 30º ¿en todo el ángulo?

400. A: No + 90º.
401. P: 30º + 90º que ¿cuánto es?
402. A: 120º.
403. P: 120º; Bien. El otro Máximo ¿cuánto mide el siguiente?
404. A: 90º.
405. A: Nosotros no lo hicimos así.
406. P: ¿Cómo lo hiciste?
407. A: Pusimos 1 recto + 1/3 de 1/2 recto = 2/6 = 1/3 = 30º.
408. P: Sí, es lo mismo. Ella lo que hizo es que esta fracción, fíjate qué diferencia hay entre lo que hizo Eduardo y lo que hizo Vanesa. En vez de 2/6 ¿qué pusiste?
409. A: 1/3.
410. P: Que simplificó la fracción ¿no? 2/6 y 1/3 ¿cómo son?
411. A: Equivalentes.
412. P: Equivalentes, ¿entonces da lo mismo 2/6 de 90º que 1/3 de 90º? ¿Da igual? Vamos a hacerlo 1 x 9...
413. A: 9º.
414. P: ¿Entre 3º?
415. A: 30º.
416. P: 30º, porque son fracciones...
417. A: Equivalentes.
418. P: Equivalentes, Máximo ¿cuánto dijiste que vale el siguiente?
419. A: 90º.
420. P: 90º. El otro Jorge...
421. A: 50º.
422. A: 50º no.
423. P: ¿Cuánto vale el otro?
424. A: 45º.
425. P: Mira, fíjate. El ángulo recto ¿en cuántas partes está dividido?
426. A: En dos.
427. P: Y de esas dos ¿cuántas coges?
428. A: una.
429. P: La mitad, ¿cuánto es la mitad de un recto?
430. A: 45º.
431. P: 45º; Marco Antonio, el siguiente.
432. A: 60º.
433. P: ¿Por qué? Explícalo.
434. A: Porque...
435. P: A ver, el recto de arriba, ¿en cuántas partes está dividido?
436. A: En dos.
437. P: ¿En dos? Cuenta...
438. A: ¡Ah no! En tres.
439. P: Porque tú estás mirando el de arriba y el de abajo en tres y ¿cuántas se cogieron?
440. A: Dos.
441. P: Del de arriba, de la parte de arriba, ¿cuántas se cogieron?
442. A: Una.
443. P: Que es 1/3. ¿Y cuánto vale 1/3?... de 90º. ¿La tercera parte de 90º?
444. A: 30º.
445. A: ¿30º?
446. P: ¿Y la tercera parte de 90º por debajo?
447. A: 30º.
448. P: ¿Cuánto es 30º y 30º?
449. A: 60º.
450. P: Vale. Pueden salir.

2ª SESIÓN
TEMA: MEDIDA DE ÁNGULOS
CURSO: 2º ESO
FECHA: 2-02-98

1. P: Máximo ¿qué pasó? Alberto, mira Alberto todo eso ya bastante estropeado está para... Faltaba uno del 21 y me parece que lo estaba diciendo, Marco Antonio dijo el último ¿no?
2. A: Sí.
3. P: El penúltimo, Jorge te falta el último de la 21, mira a ver... Ya Jorge, el último de la 21. ¿Qué medida te dio?
4. A: 135.
5. P: ¿Por qué? ¿Cómo lo hiciste? Venga Jorge...
6. A: Yo.
7. P: ¿Qué cosa? Explícalo.
8. A: Yo... Eh...
9. P: Pero tú te acuerdas de por dónde íbamos Jorge.
10. A: En la 21.
11. P: En la 21. Y ¿qué estábamos haciendo?
12. A: Ángulos rectos.
13. P: Midiendo ángulos. Bueno, ¿cuánto crees tú que puede medir ese ángulo?
14. A: 135.
15. P: ¿Por qué?
16. A: Porque...
17. P: Mira a ver Máximo si ése es el último. A ver el que está señalando, ¿es el último?
18. A: SÍ, es el último.
19. P: ¿Quién le quiere ayudar?
20. A: Le da 135.
21. P: ¿Por qué Eduardo? Ayúdale ahí a él.
22. A: Maestra, porque aquí el medio eh... El recto está partido en dos.
23. P: Sí.
24. A: Y el otro recto y del otro recto está partido en otros dos y de una parte del otro recto se cogieron tres.
25. P: ¿De una parte se cogieron tres? Estamos en lo mismo Eduardo.
26. A: ¡Ah no! Me estoy equivocando.
27. P: ¡Ah! Míralo a ver ahora.
28. A: Sí, sí. Hay un recto partido en dos y otro recto partido en dos pero se cogió la mitad.
29. P: ¿Y entonces?
30. A: Entonces al coger un recto más 1/2 de recto.
31. P: ¿Y cuánto es medio recto?
32. A: ¿Eh?
33. P: ¿Cuánto es?
34. A: 45º.
35. P: ¿A quién se lo sumaste?
36. A: A 90º.
37. P: ¿Y cuánto te dio?
38. A: Eso no lo hice, espérate.
39. P: ¿Cuánto da Jorge?
40. A: 135º.
41. P: Pero, ¿Tú te enteraste ahora de lo que dijo Eduardo?
42. A: Sí.
43. P: ¿Qué dijo?
44. A: Que hay dos rectos y que hay uno (no se le entiende el resto)
45. P: Entonces ¿cuántos rectos enteros hay?
46. A: Uno.
47. P: ¿Y cuánto vale?
48. A: 90º.
49. P: ¿Y del otro recto?

50. A: Uno y es 45º.
51. P: ¿Uno? ¿Entero?
52. A: No, medio, uno y medio.
53. P: ¿Quién lo hizo de otra forma? ¿Hay alguien que lo hiciera de otra forma?
54. A: Nosotros.
55. P: Dígalo.
56. A: Un recto más medio recto.
57. P: ¿Un recto?
58. A: Más medio recto.
59. P: ¿Un recto?
60. A: Más medio recto.
61. P: ¿Cuánto da?
62. A: Pues lo que te dije yo, maestra, 135º.
63. P: 135º; ¿alguno lo hizo por fracciones?
64. A: Yo sí.
65. P: Como hizo Damián aquel anterior.
66. A: Yo sí.
67. P: ¿Cómo Alberto?
68. A: Yo hice una multiplicación 1/2...
69. P: ¿Cómo es eso? ¿En cuántos trozos está dividido cada recto?
70. A: En tres.
71. P: ¿Estás seguro Alberto? Entonces estás en otro ejercicio...
72. A: ¡Ah! En dos, en dos.
73. P: ¿Y te da lo mismo que a él?
74. A: Sí.
75. P: ¿Cuánto te dio?
76. A: Lo mismo.
77. P: ¿Cuánto es?
78. A: Yo que sé.
79. P: Mira a ver Miguel Ángel. Mira a ver lo que le dio.
80. A: Esto está mal.
81. A: 3 partido por 2 ¡Qué exagerado!
82. P: Está bien. Miren lo que hizo. Entonces ¿por qué no lo decías?
83. A: ¡Ah eso! 3 partido por 2.
84. P: ¿Por qué puso él 3 partido por 2? ¿Por qué pusiste eso Alberto?
85. A: Porque aquí había 3 y después estaba partido por 2.
86. P: Vamos a ver de donde sacó él 3 partido por 2, 3/2. Aquí ¿cuántos trozos hay?
87. A: Dos.
88. P: ¿Cada trozo se llama?
89. A: 1/2.
90. P: 1/2 ¿y éste?
91. A: 1/2.
92. P: 1/2, pero aquí ¿en cuántos trozos está dividido?
93. A: En otros dos.
94. P: ¿También?
95. A: Sí.
96. P: ¿Y cómo se llaman los trozos?
97. A: Medio.
98. P: Medio. Bien. ¿Cuántos medios cogimos?
99. A: Tres.
100. P: Y eso, ¿cómo se representa?
101. A: 3/2
102. A: 3 partido por 2.
103. P: ¿De quién?
104. A: De 1/2.
105. P: Uno a uno. ¿De quién? ¿3/2 de qué medida?
106. A: De 1/2.
107. P: De quién, perdón.

108. A: De 180º.
109. A: De 90º.
110. A: De un recto.
111. P: ¿Quién dividieron ustedes el 2?
112. A: ¡Ah sí, sí! Un recto de 90º.
113. P: ¿Están todos de acuerdo?
114. A: Sí.
115. P: 3/2 de...
116. A: 90º.
117. P: De 90º, ¿y cómo se hace 3/2 de 90º? Díganlo, quien lo quiere decir, Isabel...
118. A: 3 x 90...
119. P: ¿Y luego?
120. A: Dividido entre dos.
121. P: ¿Cómo se resuelve eso?
122. A: 3 x 90 son 270 dividido entre 2 da...
123. A: 135.
124. P: Mitad de 200...
125. A: 135.
126. P: ¿Dio lo mismo?
127. A: Sí.
128. P: ¿Hay alguien que no lo vea?
129. A: Yo sí lo veo.
130. A: Yo sí lo veo.

131. P: Por qué, decía Vanesa, la confusión era que unos pensaban que eran 3/2 de 180. Pero realmente, ¿a quién dividiste tú en dos partes?

132. A: A 90º.
133. P: A 90º, entonces son 3/2 ¿de quién?
134. A: De 90º.
135. P: De 90º ¿ eso está claro?
136. A: Sí.
137. P: Bueno.
138. A: Maestra, en esa nosotros pusimos dudas.
139. P: ¿Dudas? ¿Qué pusieron en dudas?

140. A: En la última figura al ser un..........No sé si es necesario quitar un trozo de cada lado o dejarlo.

141. P: No sabes si es necesario, pero ese trozo que quitar de cada lado. Miren todos lo que dice Laura, ¿entienden lo que dice Laura?

142. A: Sí.
143. P: ¿A quién se le quitó ese trocito? ¿Al ángulo?
144. A: No.
145. P: ¿A ese concretamente se le quitó?
146. A: No.
147. A: Se le quitó a la abertura.
148. P: Pero, ¿de quién?
149. A: Del ángulo.
150. P: De ése. Fíjate éste ángulo está el vértice aquí.
151. A: Sí.
152. P: ¿De dónde se quitó el trocito?
153. A: De uno de los lados.
154. P: ¿De éste?
155. A: Sí.
156. P: Pero ¿de éste?
157. A: No.
158. P: ¿Todos lo ven o no?
159. A: Sí.
160. P. Tú Eduardo ¿qué crees? ¿Qué hay que quitárselo?
161. A: Claro.
162. P: ¿Hay que quitarle el trozo o no?

163. A: ¿Si hay que quitarle? No, porque mide el ángulo maestra, es el ángulo que es lo que vale, no sólo el trozo que le quitas.

164. P: ¿Pero no es ése el ángulo a quién se le quita o sí?

165. A: No maestra, espérate. El ángulo que tiene la figura da lo mismo si le quitas pero lo que tiene que ver es la abertura del vértice.

166. P: Pero lo que está planteando Laura es que no sabe si a éste, a esta figura, aquí al ángulo hay que quitarle un trocito porque como están los dos trocitos estos, a este ángulo que estamos midiendo, ¿tú que crees?

167. A: Porque el ángulo, la abertura...

168. P: ¿De aquí?

169. A: Claro, del centro del vértice.

170 .P: ¿Y ahí no hay que quitarlo? ¿Todos piensan lo mismo?

171. A: Sí.

172. A: Sí, maestra si quieres medir uno ves la figura, pones la regla y te pasas la recta para arriba porque eso no tiene que ver si... Es sólo un lado del...

173. P: Explícaselo a Yanín porque ella no lo ve. ¿Tú sigues sin verlo?

174. A: Sí.

175. P: Mira a ver, acércate allí a ver si ella... Tú Bibiana, ¿tú pusiste esa duda también?

176. A: Sí.

177. P: ¿Y tú también Isabel?

178. A: No.

179. P: Eduardo dice que.... ¿Ustedes que piensan?

180. A: Que sí, yo creo que sí.

181. P: A ver, a ver, escuchen. Vanessa ¿te quedó claro?

182. A: Lo de la prolongación de los lados sino la abertura de ángulo.

183. P: Lo que te explicó Eduardo.

184. A: Sí.

185. P: Entonces, ¿están ya todos de acuerdo?

186. A: Sí.

187. P: La actividad 22. ¿A quién le toca? Máximo. Fíjate en la medida de ese ángulo, en la medida ésa. ¿Cuántos medios rectos hay?

188. A: 3/2.

189. P: ¿Y te sobró algo?

190. A: Sí.

191. A: Sí.

192. P: ¿Te sobró o te faltó?

193. A: Le faltó.

194. P: No.

195. A: Sobró.

196. P: Déjalo a él, quiero decir que lo dejes a él.

197. A: Sobró.

198. P: Sobró ¿no? Y sigue leyendo debajo.

199. A: ¿Crees necesario la creación de una unidad de medida más pequeña que un medio recto?

200. P: ¿Lo crees necesario?

201. A: Sí.

202. P: Déjenlo a él. ¿Para qué Maxi?

203. A: Para medir lo que me queda.

204. P: Sólo para ese caso, para el caso ése nada más.

205. A: Sí.

206. P: Ayúdale Eduardo.

207. A: Yo puse eso.

208. P: Para ese caso sólo.

209. A: Sí, para este caso.

210. P: ¿Y para cualquier caso que sea más pequeño?

211. A: Bueno maestra también sí. Por ejemplo maestra sí mide 90º no.

212. P: Entonces para medir ángulos, ¿de qué tipo?

213. A: Que pase de más de 45. Por ejemplo si un ángulo de 90º + 45º que es la otra mitad

suman 135 y mide más que el medio recto ése sí lo necesita.

214. P: Sí, y en qué más casos necesitas un ángulo más pequeño que el medio recto ése.

215. A: Cuando sea menos de medio recto.

216. P: Claro. ¿Están todos de acuerdo?

217. A: Sí.

218. P: A ver Joana, la actividad 23, la 23 que tienes que leerla.

219. A: Calcular lo que vale 1/2 recto, 1/4 recto, 1/3 recto y 1/6 recto.

220. P: ¿Esa es la actividad 23?

221. A: Sí, la parte de atrás.

222. P: Pero la 23 empezaste por el final. La 23 al principio.

223. A: Utilizar el grado como unidad de medida estándar. Materiales: papel vegetal. Vamos a considerar una unidad de medida de ángulos más pequeña que las anteriores y las vamos a llamar grado. Esta unidad es el ángulo que resulte de dividir un ángulo recto en 90, ángulos iguales por lo que es equivalente el ángulo que resulte de dividir el ángulo completo en 360 ángulos iguales. Vamos a comprobar mentalmente la relación entre el grado y la anterior unidad, el ángulo recto, observamos los rectos igual a 90º lo que representamos así 90º.

224. P: A ver, ¿qué conclusión sacas de todo eso?.

225. A: ¡Oh! Que... Un ángulo recto vale 90º.

226. P: ¿Y qué más? ¿Y qué un grado qué?

227. A: Un grado...

228. P: ¿Cómo se consiguió el grado?

229. A: Dividiendo...

230. P: ¿Quién? ¿Quién le ayuda?

231. A: ¿Cómo se consiguió el grado?

232. P: Sí.

233. A: Dividiendo un ángulo recto de 90º en 90 partes iguales.

234. P: Y a cada parte, ¿cómo se le llama?

235. A: Grado.

236. P: Grado. Pero ahí como era muy difícil representarlo, miren la figura. ¿Ahí se representa el grado?

237. A: No.

238. P: ¿Cuántas divisiones se hicieron? Miren a ver.

239. A: 9.

240. A: 10.

241. A: 10.

242. A: 9.

243. P: ¿9 ó 10?

244. A: 10.

245. P: ¿Seguro?

246. A: 9.

247. P: Y ¿cuánto mide cada división de ésa?

248. A: 10º.

249. P: Cuenten a ver si son 90º; 10 y 10...

250. A: 20.

251. P. Sigan.

252. A: 30, 40, 50, 60, 70, 80 y 90.

253. P: ¿Y qué falta ahí? Damián, ¿qué faltaría ahí para conseguir el grado?

254. A: ¿Para conseguir el grado? Dividir cada parte de éstas en otras 10.

255. P: En otras 10 ¿vale? Sigue Joana.

256. A: Calcular lo que vales 1/2 recto, 1/4 recto, 1/3 recto y 1/6 recto. En el primero puse medio recto igual a 45º; en el segundo 1/3 recto = 30º; en el tercero 1/4 recto = 22'5º y el último 1/5 = 15º.

257. A: No.

258. A: 1/6.

259. P: ¿1/5?

260. A: 1/6.

261. P: 1/6 = 15º. ¿Todos lo tienen igual?

262. A: Sí.

263. P: ¿Dudas Joana?
264. A: No.
265. P: ¿Y observaciones?
266. A: Yo puse que el trasportador tiene medidas más pequeñas para medir ángulos más pequeños.
267. P: ¿Quién más puso algo de observaciones?
268. A: Rocío.
269. A: Es lo mismo.
270. P: ¿Laura? Léelo Laura lo tuyo.
271. A: Es lo mismo.
272. P: ¿Y ustedes tienen algo en observaciones? Carmen Rosa...
273. A: Objetivos: Realizar el grado como unidad de medida estándar...
274. P: Estándar...
275. A: Estándar. Materiales: Recuerda que un ángulo recto tiene 90º. Escribe debajo de cada uno de los ángulos su medida en grados. En el primero puse 360º.
276. P: ¿Por qué Carmen Rosa? ¿Cuántos rectos hay?
277. A: Un completo.
278. A: Uno completo.
279. P: Pero ¿Cuántos rectos?
280. A: Cuatro.
281. P: En el siguiente... ¿Todos están de acuerdo con eso?
282. A: Sí.
283. A: En el segundo 270º.
284. P: ¿Por qué?
285. A: Son 220.
286. A: Son 270.
287. P: Mira a ver porqué pusiste tú 220...
288. A: Me equivoqué, claro.
289. P: Vete haciéndolo. Los demás ¿por qué saben que hay tres rectos completos? Yo veo por un lado medio y por otro lado medio.
290. A: Hablan todos a la vez y no se entiende.
291. P: Hay un recto, ¿cuántos completos hay puestos ahí?
292. A: Dos.
293. P: ¿Y después?
294. A: Medio y recto.
295. P: Que es otro. ¿Cuánto es?
296. A: 270. Sí es verdad maestra, perdón.
297. P: Vale, sigue Vanessa.
298. A: Tercero 180º.
299. P: Sigue debajo.
300. A: Completa la tabla; medio = 45º; uno completo... no, recto 90º; uno y medio 135º.
301. P: ¿Qué hiciste con el uno y medio?
302. A: 90 + medio recto...
303. P: ¿Cuánto es medio recto?
304. A: 45º.
305. P: 90 + 45...
306. A: 135.
307. P: Continúa...
308. A: Dos rectos completos 180º.
309. A: 160.
310. A: 160.
311. P: Eduardo, ¿de dónde sacaste 160? Sigue.
312. A: Dos rectos y medio 225º.
313. P: ¿Por qué?
314. A: Dos rectos son 180 y medio son 45 son 225.
315. P: Sigue.
316. A: Tres rectos 270. Tres rectos y medio 315.
317. P: ¿De dónde lo sacaste?

318. A: Varios alumnos exclaman ¡Oh!
319. A: Tres rectos son 270 + 45 = 315.
320. A: Espérate, dime el de dos rectos y medios.
321. P: Venga dos rectos y medio.
322. A: 225º.
323. A: Tres rectos.
324. A: 270.
325. A: Tres rectos y medio.
326. A: 315 y cuatro rectos 360.
327. P: Miguel Ángel, lee tu tabla a ver si la tienes igual.
328. A: Sí, la tengo igual. Medio recto 45; un recto 90; medio recto 135.
329. P: ¿Un recto y medio? 135 ¿Por qué?
330. A: Porque son 45 y 90.
331. P: Sigue.
332. A: Dos rectos 180; dos rectos y medio 225; tres rectos 270; tres y medio 315 y cuatro rectos 360.
333. P: ¿Dudas?
334. A: No.
335. P: ¿Observaciones?
336. A: No.
337. A: Sí.
338. P: ¿Quién tiene observaciones? Laura, venga.
339. A: Cuatro rectos forman 360º un ángulo completo; tres rectos forman 270º, dos rectos forman 180º más uno llano.
340. P: ¿Qué tienes tú, Joana, en las observaciones?
341. A: Lo mismo.
342. P: ¿Alguien tiene algo diferente?
343. A: No
344. P: Pasamos a la actividad 25, Laura.
345. A: Objetivos: Utilizar el grado como unidad de medida estándar. Materiales. Dadas las siguientes figuras escribe debajo de cada una de ellas su medida en ángulos rectos y en grados. Un recto + medio recto 135º; tres rectos = 270º; dos rectos + medio recto = 225º.
346. A: Se copió de mí.
347. A: Risas de alumnos.
348. A: Tres rectos + medio recto = 315º. Mide en grados los siguientes ángulos: dos rectos, tres rectos, 1/3 de recto y cuatro rectos. Dos rectos = 300º.
349. A: 360º.
350. A: 360º.
351. P: ¿Alguien quiere decir algo? ¿Lo tienen distinto o no? ¿Todos lo tienen igual?
352. A: Sí.
353. P: Rocío, la 26.
354. A: Objetivos: Utilizar el grado como unidad de medida estándar...
355. A: ¡Estándar! (Todos los alumnos la corrigen).
356. A: Estándar. Recordar que el ángulo llano mide dos rectos y que el ángulo completo mide cuatro rectos. El ángulo llano mide dos rectos o 180º; el ángulo completo mide 4 rectos o 360º.
357. P: ¿Hay algo en dudas?
358. A: No (Contestan todos los alumnos).
359. P: ¿Y observaciones?
360. A: Varios alumnos contestan que sí.
361. A: Dos rectos es igual a 180º y cuatro rectos 360º.
362. P: Yanira, 27.
363. A: Representa ángulos de medidas de ángulos tomando el grado como unidad de medida estándar. Materiales: Escribe las medidas de cada uno de los ángulos sombreados. Primero: 120º.
364. P: ¿Por qué? ¿Tuviste que medirlo Yanira?
365. A: Sí.
366. P: Tuviste que medirlo. ¿Tú Eduardo?
367. A: Yo no, yo lo resté.
368. P: ¿A quién le restaste quién?

369. A: A 180º le resté 60º y me dio 120º.
370. P: ¿Por qué a 180º?
371. A: Porque 180º son... un ángulo llano menos 60º, que es lo que le quitas que es lo que... le quitas igual 120º.
372. P: ¿Tú no te diste cuenta de eso Yanira?
373. A: No.
374. P: Míralo ahora ahí a ver si lo entiendes, lo que dice Eduardo. Mira, el ángulo ése de lado a lado ¿cuánto mide?
375. A: No contesta.
376. P: Ayúdaselo a ver ahí, Bibiana. ¿Cuánto mide el ángulo?
377. A: 180º.
378. P: Bien, la parte no sombreada...
379. A: 60º.
380. P: Entonces ¿cuánto mide la parte sombreada?
381. A: 120º.
382. P: ¿Por qué?
383. A: ¡Oh! Porque al sumar...
384. A: Al restar... (La corrige uno de los alumnos).
385. A: Al restar 180º...
386. P: Pero, ¿quién le resta a quién?
387. A: A 180º le resta 60º da 120º.
388. P: ¿Lo ves ahora claro?
389. A: Sí.
390. P: Continúa Bibiana.
391. A: El otro ángulo sombreado 80º.
392. P: ¿Por qué?
393. A: Porque a 120º le quitas 100º que es el otro ángulo.
394. P: ¿A 120º?
395. A: A 180º le quitas 100º y te da 80º.
396. P: ¿Todos están de acuerdo?
397. A: Sí.
398. P: Sigue...
399. A: El otro ángulo da 135º.
400. P: ¿Por qué?
401. A: Porque a 180º le quitas 45º y te da 135º.
402. P: Bien, continúa.
403. A: El otro da 40º porque a 180º le quitas 140º y te da 40º.
404. P: Vale, continúa.
405. A: A 360º le quitas 300º y da 60º.
406. P: Sigue Isabel.
407. A: El otro es 225º, porque a 360º le quitas 135º...
408. P: Porque ahora es, antes trabajábamos con llanos y ahora...
409. A: Con completo.
410. P: Completo y a 360º le quitas...
411. A: 135º y te da 225º.
412. P: ¿A todos les dio eso ahí?
413. A: Sí.
414. P: Máximo mira a ver si tú tienes eso...
415. A: ¿Cuál? ¿Cuánto le dio?
416. A: 225º.
417. A: ¡Ah sí!
418. P: Mira a ver Eduardo si tienes eso.
419. A: Sí.
420. A: ¡Oh! Yo veo todavía bien.
421. P: Sigue...
422. A: En la otra da 140º, porque a 360º le quitas 220º y da 140º. Y el último, si a 360º le quitas 110º te quedan 250º.
423. P: ¿Dudas?

424. A: No.
425. P: ¿Observaciones?
426. A: Sí.
427. A: Conociendo la parte del ángulo podemos averiguar cuánto mide el ángulo sombreado tomando el grado como unidad de medida.
428. P: Raquel...
429. A: ¿Cuánto vale la suma de todos los ángulos anteriores: 60º + 50º + 70º = 180º?
430. P: ¿180º te dio?
431. A: Sí.
432. P: Sigue...
433. A: Después 61º + 114º + 74º + 111º = 360º.
434. P: Dice, ¿cuánto vale la suma de los ángulos interiores del cuadrilátero...?
435. A: ¿Cuánto vale la suma de todos los ángulos interiores del pentágono? 103º + 115º +.............+ 103º = 540º?
436. P: ¿A todos les dio lo mismo?
437. A: Sí.
438. P: Bien ¿dudas?
439. A: No.
440. P: ¿observaciones?
441. A: Sí.
442. P: ¿Quién las lee? Dilo Rocío...
443. A: La suma de los ángulos anteriores de un triángulo es 180º, la de un cuadrilátero 360º y la de un pentágono 540º.
444. P: ¿Alguien tiene algo diferente?
445. A: No.
446. P: Alberto, actividad 29.
447. A: La leo o lo puede decir ya...
448. P: Empieza a leerlo.
449. A: Desde arriba...
450. P: Sí.
451. A: Observaciones...
452. P: Objetivos.
453. A: Objetivos: De ésta medida de ángulos tomando el grado como unidad staf...
454. P: Estándar.
455. A: Staf.
456. P: Estándar.
457. A: Materiales...
458. P: Repítelo Alberto.
459. A: Estándar. Materiales: Se sabe que la suma de los ángulos interiores de ángulo...
460. P: De un...
461. A: De un ángulo...
462. P: De un triángulo.
463. A: Triángulo es 180º, si un triángulo se conoce los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$ que tienen las medidas expresadas en la figura. Yo puse cuánto vale el ángulo 180º - 30º = 150º.
464. P: ¿Todos lo tienen así?
465. A: No.
466. P: O sea, Alberto le quitó, a 180º le quitó 30º. Tú le quitaste un ángulo y ¿por qué le quitaste un sólo ángulo?
467. A: Para que me diera el resultado éste.
468. P: A ver Isabel, tú qué quieres decirme...
469. A: Yo lo hice... Le sumé a 180º le sumé...
470. P: Díselo a Alberto. Explícaselo a él.
471. A: A 180º, ¡Ah! Pero eso lo tengo mal...
472. A: Yo maestra (varios alumnos).
473. P: Espera, espera a ver.
474. A: Yo lo digo maestra.
475. P: Venga Isabel termina...
476. A: No lo dice.

477. P: Dilo, vete diciéndolo tú mientras ella lo corrige.
478. A: Yo sumé 30º + 108º y me dio 138º, después le quité 180º y me dio igual.
479. P: ¿A 138º le quitaste 180º?
480. A: Sí.
481. P: ¿A 138º, 180º?
482. A: ¡Ah! Al revés.
483. P: ¿Todos lo tienen así?
484. A: A 180º, 138.
485. P: ¿Por qué?
486. A: Porque a una cantidad menor no le puedes quitar una mayor.
487. P: No, ya, pero ¿de dónde sacas el 180º?
488. A: Varios alumnos contestan a la vez.
489. P: Uno solo, venga.
490. A: Yo, porque...
491. P: Déjala a ella.
492. A: Porque la suma de los ángulos de los triángulos tiene que dar 180º, y como se conocían dos ángulos se suman y se le restan a lo que tiene que medir el triángulo completo y después te da lo que mide el otro ángulo.
493. P: ¿Tú lo entiendes Alberto ahora?
494. A: Sí.
495. P: Explícalo ahora a ver...
496. A: Se suma eso.
497. P: Y ¿por qué no lo sumaste antes?
498. A: Porque me equivoqué.
499. P: Pero, ¿ahora ves por qué se suman?
500. A: Sí.
501. P: Porque entre los tres ¿cuánto miden?
502. A: ¿Eh? 180º.
503. P: O sea, ¿tú le quitas uno o le quitas dos?
504. A: Dos.
505. P: Que son los dos que conoces. ¿Y el resultado qué es? ¿Qué ángulo es el resultado?
506. A: El que no conoces.
507. P: ¿Cuál es?
508. A: El □.
509. P: El □, ¿qué cuánto les dio?
510. A: 42º.
511. P: Isabel, ¿tú lo has entendido ahora?
512. A: Sí.
513. P: ¿Qué error tenías?
514. A: Que yo en vez de poner 108º puse 180º y entonces, el resultado lo tenía bien pero me equivoqué al poner la suma.
515. P: ¿En los datos éstos?
516. A: Sí.
517. P: ¿Tú, Raquel? ¿Tú no lo tenías contestado, Raquel?
518. A: No que yo lo hice restando.
519. P: ¿Qué lo hiciste...?
520. A: Restando, a 180º le resté 30º.
521. P: Miren, y si lo hacen restando ¿se podría arreglar así ahora?
522. A: Sí.
523. P: ¿Cómo?
524. A: A 180º le quitas 108º...
525. P: No, ella a 180º le quitó 30º ¿y cuánto te dio?
526. A: 150º.
527. P: Y ahora, ¿cómo se podía continuar?
528. A: A 150º le quitas 108º.
529. P: Con dos restas ¿no?
530. A: Sí.
531. P: En lugar de hacer una resta y una suma con dos restas ¿y les da el mismo resultado?

532. A: Sí.
533. P: Miren a ver, háganlo.
534. A: Si hacen la resta bien, si, si no...
535. P: Miren a 180º le quitas 30º ¿cuánto te da?
536. A: 150º.
537. P: Y a 150º le quitas 108º...
538. A: 42º.
539. P: ¿Da lo mismo?
540. A: Sí.
541. P: Continúa Miguel Ángel...
542. A: Se sabe que la suma de los ángulos anteriores de un cuadrilátero es 360º, si en un cuadrilátero se conocen los ángulos $\hat{A}$, $\hat{B}$ y □ ¿Qué tienen las medidas expresadas en la figura? ¿Cuánto mide el ángulo $\hat{D}$? Yo sumé 90º + 70º + 83º.
543. P: ¿90º? ¿Y dónde tienes...?
544. A: Esto... 98º + 78º.
545. A: 79º.
546. A: 79º + 83º me dio 260º.
547. A:: ¿Cuánto?
548. A: 260º, después a 360º le quité 260º y me dio 100º.
549. P: ¿y te dio?
550. A: 100º.
551. P: ¿A todos igual?
552. A: Sí.
553. P: A todos igual, ¿no? ¿Hay algunas observaciones para leer?
554. A: Sí.
555. P: Isabel, ¿qué observaciones tienes?
556. A: Si conocemos la medida de una figura y de esa figura desconocemos una medida la podemos obtener mediante la resta.
557. P: Pasamos...
558. I: Termina la sesión.
559. P: Miren vamos a terminar ahora sin grabar hasta la 30 que es la última actividad. Le toca a Damián porque le tocó a Miguel Ángel, venga. Damián, I...
560. A: 30º.
561. P: Vale, ¿Y $\hat{B}$?
562. A: 80º.