

**TRABAJO DE FIN DE GRADO
DE MAESTRO EN EDUCACIÓN PRIMARIA**

**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE LA ESTRATEGIA
DE ENSAYO-ERROR EN 4º DE PRIMARIA.**

MARIANA BERAZATEGUI TRICÁNICO

CURSO ACADÉMICO 2018/2019

CONVOCATORIA: JULIO

TUTOR: ISRAEL GARCÍA ALONSO

RESUMEN

En este trabajo, se desarrolla un proyecto de investigación en la acción donde se llevarán a cabo un conjunto de actividades en Educación Primaria para el área de Matemáticas. Nos centraremos en la resolución de problemas a través de la estrategia de ensayo-error. Se pondrá en práctica con el alumnado de 4º curso del centro CEIP Prácticas Aneja con el objetivo de que los estudiantes resuelvan, en grupo, los problemas planteados. Se analizarán las dificultades que irán encontrando a lo largo del proceso y se realizará una propuesta de mejora de estos.

Palabras clave:

Alumnado, Problema, Estrategia, Ensayo-Error, Dificultad.

ABSTRACT

In this work we develop a research in action project is proposed where a set of activities will be carried out in Primary Education for the area of Mathematics. We will focus on problem solving through the trial-and-error strategy. It will be put into practice with the students of the 4th year of Practices Aneja Primary School with the objective that the students solve, in group, the problems raised. The difficulties encountered throughout the process will be analysed and a proposal will be made to improve them.

Keywords:

Student, Problem, Strategy, Rehearsal-Error, Difficulty.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
2. JUSTIFICACIÓN.....	1
2.1 ¿Por qué la estrategia de ensayo-error?.....	2
3. MARCO TEÓRICO	4
4. OBJETIVOS	6
5. METODOLOGÍA	6
6. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN	8
7. PROPUESTA DE MEJORA DE LAS SITUACIONES PROBLEMÁTICAS.....	14
8. CONCLUSIONES	15
9. BIBLIOGRAFÍA.....	16
10. WEBGRAFÍA	16
ANEXOS.....	17

1. INTRODUCCIÓN

“La resolución de problemas y el trabajo científico, a través de situaciones de aprendizaje, son el mejor camino para desarrollar estas competencias, ya que activan las capacidades básicas del individuo, como son plantearse interrogantes, leer comprensivamente, cuantificar, estimar, analizar la información, reflexionar, establecer un plan de trabajo, revisarlo, adaptarlo, experimentar, generar hipótesis, verificar el ámbito de validez de las soluciones, argumentar, representar y comunicar, e integrar los conocimientos adquiridos” (Decreto 89/2014). El currículo, mediante esta frase, sitúa la resolución de problemas como eje principal de la situación de aprendizaje.

Un objetivo principal de la Educación, desde Infantil hasta el nivel Universitario, es desarrollar habilidades y adquirir conocimientos que permitan al alumnado aprender capacidades. La capacidad de resolver problemas matemáticos es una de ellas. Con este fin, las escuelas enseñan distintas estrategias de resolución a los estudiantes. Sin embargo, muchas veces vemos que éstos se encuentran con dificultades a la hora de utilizarlas. A lo largo de este Trabajo de Fin de Grado (TFG) vamos a analizar una propuesta de intervención basada en la resolución de problemas contextualizados y nos fijaremos en las dificultades que hemos observado.

2. JUSTIFICACIÓN

El tema seleccionado para este trabajo de fin de grado es la resolución de problemas matemáticos a través de la estrategia de ensayo-error. Podemos definir la resolución de problemas como una actividad que consiste en encontrar una respuesta adecuada a la petición del enunciado planteado. Varios autores han establecido métodos para hallar la solución de un problema matemático. Entre ellos, Pólya (1945) establece varias estrategias heurísticas, pero en este trabajo nos centraremos en la estrategia de ensayo-error. Esta estrategia consiste en elegir un valor posible, desarrollar con ese valor elegido las condiciones indicadas por el problema y verificar si hemos logrado el objetivo propuesto.

A lo largo de este trabajo, la situación de aprendizaje implementada está contextualizada en un tema familiar y atractivo para el alumnado: los animales.

Atendiendo a la metodología utilizada en el aula, se ha optado por la realización en grupo ya que esto fomenta la competencia de aprender a aprender y también mejora la comunicación entre los miembros del equipo.

Por otro lado, en los problemas se facilitaron preguntas guías además de tablas de ensayo que estaban ya planteadas para que los estudiantes no tuvieran que construirla completamente y les sirviera de modelo. Además, iban aumentando en dificultad. Todo esto se realizó con la intención de facilitar el aprendizaje de la estrategia de ensayo-error del alumnado.

2.1 ¿Por qué la estrategia de ensayo-error?

La Universidad de La Laguna y la Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas Isaac Newton desarrollan en el curso 2018-2019 un proyecto denominado “ProyectoMates” con el fin de impulsar procesos de innovación educativa, concretado en el pensamiento matemático a través de la resolución de problemas. Este proyecto se basa en tres pilares fundamentales:

- Formación a docentes en ejercicio y en formación inicial (tanto de Enseñanza Primaria como Enseñanza Secundaria).
- Ejemplificación mediante el desarrollo en el aula y muestra a las familias implicadas.
- Investigación para la innovación y el contraste de los resultados realizados.

Para lograr estos objetivos, este proyecto se dirige a:

- Docentes y alumnado de tercero y cuarto de Enseñanza Primaria y de primero y segundo de la ESO de centros escolares de Tenerife.
- Estudiantes del último curso del grado de Magisterio de la ULL, que realizan sus prácticas en los centros elegidos para el desarrollo del proyecto.
- Familias del alumnado perteneciente a los grupos cuyo docente recibe la formación.

A lo largo del curso se desarrollaron varias actividades como son:

- Formación por parte de los especialistas en la resolución de problemas en el aula, quienes impartieron sesiones de formación en la que explicaban las distintas estrategias y cómo y cuándo se debe utilizar en clase. Asimismo, se realizaban prácticas de la intervención realizada, por docentes voluntarios que desarrollarían en su aula.

- Intervención en el aula de los docentes participantes: El profesorado en formación llevó al aula la resolución de ciertos problemas trabajados y practicados en la formación. En el aula se aplicaron estrategias, materiales y metodologías de resolución de problemas aprendidas durante el proyecto. Estas intervenciones fueron grabadas por otros participantes del proyecto.
- Material ProyectoMates: Se diseñó y elaboró una maleta llena de materiales que sirven de apoyo en las estrategias docentes y que se ofreció a todos los centros participantes en el proyecto.

En la formación docente se trabajan las fases de resolución de Pólya nombradas anteriormente: comprender, pensar, ejecutar y responder.

Por otro lado, desde el proyecto se seleccionan diferentes estrategias para reconocer y aplicar la resolución de problemas. Se establecen tres categorías:

- Estrategias básicas: modelización, ensayo-error y organización de la información.
- Estrategias auxiliares: analogía y simplificación.
- Estrategias específicas: buscar patrones, ir hacia atrás y generalización.

De entre ellas, en nuestro trabajo, vamos a centrarnos en la estrategia ensayo-error que será la que analicemos con más detalle.

Se trata de una estrategia apropiada cuando el problema tiene elementos desconocidos que averiguar y se ofrece mucha información, pero no está lo suficientemente clara y organizada. Para organizar la información, lo mejor es una tabla simple, donde en las columnas aparecen datos (información del problema que no cambia), objetivos (qué tenemos que hallar en el problema) y relaciones (qué tienen un común los datos o qué dependencia hay entre ellos). Se añaden filas donde se representan los ensayos que debemos realizar hasta llegar a la solución.

En general, en esta estrategia se siguen los siguientes pasos: hacer una conjetura (establecer un valor inicial), completar todas las columnas siguientes y comprobar si se alcanza el objetivo.

En la formación desarrollada se indica la siguiente clasificación:

- Ensayo y Error fortuito: En la que los ensayos se hacen al azar, sin demasiado razonamiento. El siguiente ensayo no responde al análisis del ensayo anterior.

- Ensayo y Error dirigido: Donde los ensayos se realizan tras analizar el ensayo anterior para alcanzar el objetivo.
- Ensayo y Error sistemático: Se realizan todos los ensayos, estableciendo un intervalo para las conjeturas y se realizan de forma ordenada, de menor a mayor o viceversa. Es más largo, pero se asegura alcanzar todas las soluciones.

En nuestro caso nos centraremos en el ensayo y error dirigido y para ello tras cada tabla de ensayo se realizarán unas preguntas que buscarán guiar al alumnado para que analice las respuestas anteriores y, a partir de ellas, vuelva a realizar un segundo ensayo eligiendo esta vez un resultado más cerca de la solución.

3. MARCO TEÓRICO

¿Qué es un problema? Según el Diccionario de la Real Academia Española (2014), esta palabra tiene varias acepciones, pero la relacionada con nuestro trabajo es:

5. m. Planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos.” (DRAE, 2014)

Por lo tanto, podríamos considerar como un problema una tarea cuya solución/es se halla mediante métodos científicos. El método científico en este caso lo proporciona las matemáticas.

Investigadores como Pino (2013), definen la palabra problema: “En las clases de matemáticas de todos los niveles educativos, se puede observar a los estudiantes resolviendo problemas. Sin embargo, existe consenso que tiene un carácter polisémico, no existe una única definición en la que todos estén de acuerdo.” (p.122)

Asimismo, Blanco y Pino (2015), en su libro, afirman que, generalmente, la idea de problema se entiende como “actividad que se propone a partir de un enunciado, normalmente escrito, con una estructura cerrada, y cuya resolución supone la aplicación inmediata de unos conocimientos previamente adquiridos” (p.81).

Sin embargo, estos autores también afirman que podemos diferenciar entre lo que normalmente conocemos por problema y los ejercicios para practicar rutinas de procesos matemáticos. Así, denominaremos como problemas las tareas en las que tengamos que buscar o clarificar una incógnita dentro de un contexto. Y los diferenciamos de los ejercicios cuando la tarea nos propone desarrollar cierto proceso para reconocer el resultado, recordar una propiedad o solucionar un algoritmo.

Los investigadores, por otro lado, nos advierten que es fundamental que los maestros sepan a qué se refieren cuando hablan de problemas y se planteen si las actividades que siempre han considerado como problemas realmente lo son. A modo de ejemplo, el investigador Schoenfeld (1985) propone el siguiente enunciado admitiendo que este tipo de resoluciones tienen más “importancia” que resolver operaciones como $7-3=$ ¿?: “Juan tiene siete manzanas. Le da tres a María. ¿Cuántas manzanas le quedan a Juan?” Según él, en este problema hay actividades que contextualizan a las matemáticas en “el mundo real”, y admite que este tipo de resoluciones. Schoenfeld (1985) dice que:

Tales ejercicios son, en verdad, más relevantes que los puramente numéricos, pero, en el fondo, todavía son ejercicios de tipo algorítmico o de fórmulas; hay muy poco de “problema” en resolver uno de estos ejercicios, cuando ya se ha hecho docenas de tipo parecido (Schoenfeld, 1985, p.28).

Teniendo en cuenta esta indicación, tendríamos que ser capaces de entender *que un problema es una relación particular entre la tarea y la persona que trata de resolverla* (Blanco y Pino, 2015, p.83). De esta manera, se dará uso a la palabra problema cuando la tarea presente alguna dificultad para el individuo que quiere resolverla y no se resuelven con una operación.

Preocupado por las dificultades que tenían sus alumnos para aprender matemáticas, George Pólya (1945) analizó y distinguió cuatro fases de resolución de problemas: comprender el problema, diseñar un plan, ejecutar el plan y examinar el plan.

En la fase comprender, el estudiante debe buscar, enumerar, analizar y clasificar la información; determinar el objetivo del problema y establecer una relación entre los datos y el objetivo. En la segunda fase, diseñar un plan, el alumno deberá plantear un diagrama y seleccionar la estrategia que desea utilizar. En la fase de ejecutar, se llevará a cabo el proceso pensado para la resolución del problema. Por último, la fase examinar el plan, donde se tendrá que verificar la corrección de la respuesta y su coherencia.

Sin embargo, según Pérez (2008), el investigador Alan Schoenfeld considera en su libro “Mathematical Problem Solving”, que las fases de resolución de problemas planteadas por Pólya no son suficientes. Este matemático describe que la resolución de problemas es un proceso más complejo ya que se necesita más que el conocimiento de las estrategias para ser un buen resolutor de problemas. Su idea es que además de conocer diferentes estrategias, se debe ser capaz de saber cuándo hay que usar una determinada y cuándo no,

cuándo debemos detenernos tras observar que lo que estamos haciendo no nos está ayudando a llegar a la solución, ... Esto implica un proceso de reflexión relacionado con las maniobras mentales que se llevan a cabo cuando resolvemos un problema, es decir, describe el denominado proceso metacognitivo.

4. OBJETIVOS

La estrategia que vamos a estudiar en este trabajo es la de ensayo-error. ¿En qué consiste? Consiste en conjeturar y comprobar una solución que satisfaga las condiciones del problema.

- Usar la estrategia de resolución de problemas: ensayo-error.
- Analizar las dificultades previstas, analizar cómo se produjo el aprendizaje y contrastar las dificultades previstas con las realmente encontradas.
- Proponer mejoras que atiendan las dificultades encontradas en los problemas.

5. METODOLOGÍA

Participantes

El presente estudio se llevó a cabo en el 4º curso de Educación Primaria del CEIP Prácticas Aneja en San Cristóbal de La Laguna, en un grupo de 26 alumnos donde se realizaron las prácticas de grado.

El desarrollo de la situación de aprendizaje se realizó en seis grupos de cuatro o cinco miembros cada uno. Los grupos de trabajo fueron nuevos, es decir, los niños y niñas harían las tareas con este equipo por primera vez.

Problemas de estrategia ensayo-error (anexos 1 - 4). La persona encargada de la investigación, con la ayuda de expertos en la materia y gracias a la asistencia al curso de formación de *ProyectaMates*, elaboró y seleccionó una serie de problemas para analizar el proceso de resolución de los distintos grupos. Respecto a los alumnos y alumnas, se sabe que éstos no han trabajado anteriormente la resolución de problemas a través de esta estrategia. Por ello, se pretende introducir el manejo de las tablas de ensayo poco a poco.

Como evidencias para la realización del análisis se tuvieron en cuenta las anotaciones hechas por la docente en la puesta en práctica y se recogieron los distintos problemas solucionados por los grupos.

Situación de aprendizaje: selección y desarrollo

Se elaboró una situación de aprendizaje basada en la resolución de problemas mediante la estrategia de ensayo-error y se redactaron algunas dificultades hipotéticas que se creía que iban a tener los niños y niñas al resolver los problemas planteados. En segundo lugar, se pone en práctica la propuesta durante dos sesiones de 45 minutos cada una. Los grupos realizaron dos problemas cada sesión. En los dos primeros problemas, todos tuvieron la misma guía y tabla de ensayo. Sin embargo, en los últimos ejercicios, se realizaron dos tablas (tabla horizontal y tabla de doble entrada) con el objetivo de observar cuál de ellas guiaba mejor al alumnado a la respuesta correcta. Se intercambiaron los tipos de tabla en los grupos según el problema.

Justificación curricular y metodológica

Centrándose en el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Canarias, para la puesta en práctica se han seleccionado los siguientes elementos curriculares (Decreto 89/2014):

- Criterio de evaluación: 1. Identificar, formular y resolver problemas de la vida cotidiana mediante el uso de estrategias y procesos de razonamiento, realizando los cálculos necesarios y comprobando la validez de las soluciones obtenidas. Expresar verbalmente o por escrito el proceso seguido.
- Contenidos: 1. Planificación del proceso de resolución de problemas; 2. Desarrollo de estrategias y procedimientos; 4. Estimación previa de resultados; 5. Formulación, resolución y expresión oral de situaciones problemáticas cercanas.
- Metodología: El aprendizaje se basará en el trabajo colaborativo y cooperativo. Para ello, los grupos serán heterogéneos. Se pretende que los alumnos y alumnas sean protagonistas de su propio aprendizaje y logren desarrollar sus capacidades. La docente actuará como guía en el aprendizaje y motivará a los estudiantes para que expliquen el proceso de resolución de los problemas y para el correcto desarrollo del trabajo cooperativo.
- Estrategia: Como hemos dicho anteriormente, trabajaremos la estrategia de ensayo-error. Esta estrategia consiste en conjeturar y comprobar una solución que cumpla las condiciones del problema. Para el correcto desarrollo de ésta, la

docente guiará al alumnado hacia la solución con una serie de preguntas que permitan razonar y discutir sobre los ensayos realizados.

6. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

La tabla 1 muestra el análisis, por grupos, de los aciertos y errores cometidos en todos los problemas tras la implementación. Indicando si fue correcto (✓) o incorrecto (X).

Además, se especifica lo siguiente:

- R: Regular (falta completar algo o tiene mal alguna fila de la tabla que debían completar)
- Razonamiento: el grupo no utiliza la estrategia esperada, sino que plantea un razonamiento alternativo.
- Horizontal: Realizó el ejercicio con la Tabla horizontal.
- 2entrada: Realizó el ejercicio con la Tabla de doble entrada.

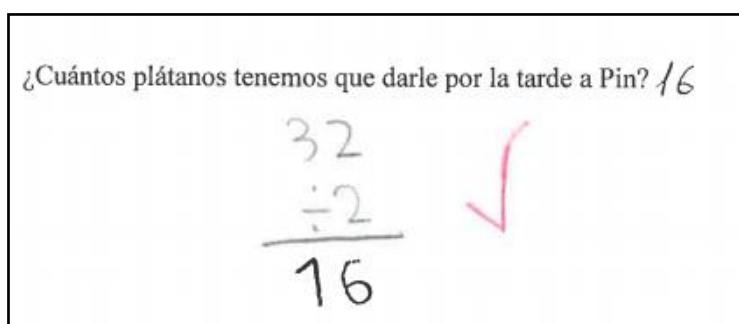
GRUPO	1a	1b	1c	1d	1e	1f	2	3	4
Lariamán	✓	✓	X	X	✓	R	✓ Razonamiento	✓ Horizontal	✓ 2entrada
5increíbles	✓	✓	X	✓	✓	R	✓	X Horizontal	✓2entrada
Saja	✓	✓	✓	X	X	R	✓	✓2entrada	X Horizontal
Pro-2009	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓ Razonamiento	✓2entrada	✓ Horizontal
4 compás	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓2entrada	✓ Horizontal
Danuisa	✓	X	X	X	✓	R	✓	X	X

Tabla 1. Análisis aciertos y fallos por grupos.

El análisis de las dificultades esperadas y las dificultades reales se expondrán en orden de realización. Empezaremos por el problema número uno.

PROBLEMA 1 - LOS GORILAS (ver anexo 1)

En este, los grupos tienen que hallar el número de plátanos que come cada gorila según el momento del día: mañana, tarde o noche. En el apartado 1a del problema, podemos ver que todos los grupos han llegado a la solución. Sin embargo, cabe destacar que muchos de ellos, en vez de realizar una sustracción (32-16) han realizado multiplicaciones o divisiones, mostrando así un gran manejo de los conceptos doble y mitad. Esto ha sorprendido a la docente ya que se esperaba que el problema fuese resuelto de manera más simple. Nos ha llamado la atención la forma en que un grupo ha colocado la división para dar su respuesta como una operación aditiva (figura 1).



¿Cuántos plátanos tenemos que darle por la tarde a Pin? 16

$$\begin{array}{r} 32 \\ \div 2 \\ \hline 16 \end{array}$$

A red checkmark is drawn to the right of the division.

Figura 1. Ejemplo del apartado 1a – 4 compás.

Centrándonos en el apartado 1c, la docente creó la hipótesis de que el alumnado al leer en el enunciado donde dice: “*si se queda con hambre en la primera comida, le pueden dar una banana más la segunda vez*”, no se daría cuenta de que, al hacer referencia a una segunda comida, se está hablando de la comida que se da por la tarde y no la que se da por la noche. La respuesta correcta a este apartado es que el gorila come, cuando se queda con hambre, 5 plátanos por la mañana, 13 plátanos por la tarde y 12 plátanos por la noche, es decir, 30 plátanos en total. Por lo tanto, el docente cree que puede haber algún grupo que se confunda y agregue un plátano en la tercera comida (noche) ya que, cuando ésta se plantea no se hace referencia a la comida que se da en la mañana, sino que se pregunta directamente por la comida de la tarde. Entonces, puede que el alumnado interprete que la primera comida es la de la tarde y la segunda es la de la noche y no que la primera comida es la de la mañana, la segunda la de la tarde y la tercera la de la noche como sería correcto.

Ahora bien, contrastando esta hipótesis con la realidad, se establecieron unas categorías de análisis:

- a) Grupos que resolvieron el apartado de manera correcta: Los pro-2009 y Los 4 compás.
- b) Grupos que sumaron el plátano en la noche: Lariamán. Veremos un ejemplo de este error en la figura 2.
- c) Grupos que sumaron el plátano a las dos comidas: Saja.
- d) Grupos que dejaron el apartado sin contestar: Los 5 increíbles y Danuissa.

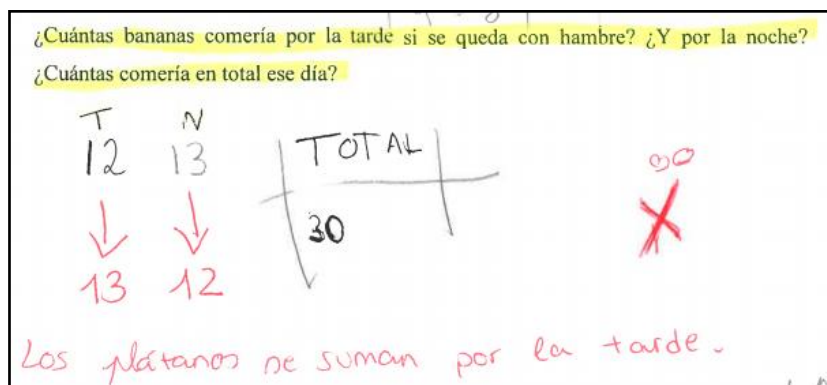


Figura 2. Ejemplo apartado 1c grupo b – Lariamán.

Esto nos hace pensar que este apartado no estaba claro para los estudiantes, algo que ya suponía la maestra cuando lo describió.

Respecto a la tabla que debían completar los estudiantes en el apartado 1f, vemos que los grupos conocen el funcionamiento de esta, pero el error al completarla viene de no entender el apartado 1c. La figura 3 presenta un ejemplo de este error.

¿Podrías poner toda la información en la siguiente tabla?

	MAÑANA	TARDE	NOCHE	TOTAL
PIN	16	16	—	32
BAO	5	12	12	29
BAO (si se queda con hambre por la mañana)	5	12 13	13 12	30

Figura 3. Ejemplo apartado 1f – Saja.

PROBLEMA 2- LAS GALLINAS BLANCAS Y NEGRAS (ver anexo 2)

Se presenta un segundo problema semejante. En él, los equipos tendrán que hallar el número de huevos que ha puesto cada tipo de gallina teniendo en cuenta la condición de que las negras ponen tres huevos más que las blancas. En este problema, la docente creía que el alumnado cometería el siguiente fallo: al realizar los ensayos, no tendrán en cuenta que las gallinas negras ponen tres huevos más que las blancas, así, por ejemplo, si las gallinas blancas ponen 5 huevos, las negras ponen 8. Al analizar los procesos de resolución de los equipos, hemos destacado dos casos:

1. Llegó al resultado a través de la estrategia ensayo-error.

La maestra planteó las siguientes preguntas guía después de cada tabla de doble entrada con el objetivo de acercar al alumnado a la respuesta correcta a través del análisis de los errores que cometieron:

- ¿Qué ha pasado con los números que has probado?
- ¿Te has pasado o te ha faltado para llegar al número correcto de huevos?
- Entonces, ¿qué tienes que hacer ahora?

➤ Saja→ Este grupo ha seguido el proceso y contestado las preguntas llegando al resultado correcto a través del ensayo-error.

2. Llegó al resultado a través de un razonamiento.

➤ Los pro-2009 y Lariamán→ No realizan ensayos. Hacen un reparto teniendo en cuenta los tres huevos de más del resultado total de huevos. Va deshaciendo la operación hasta obtener la solución. Ver figura 4.

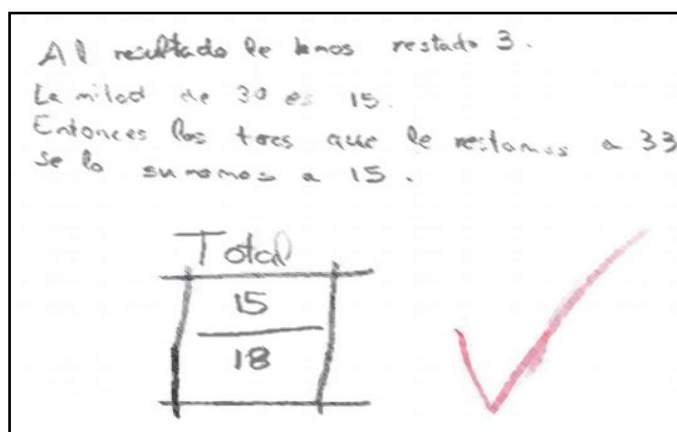




Figura 4. Ejemplo categoría 2 – Lariamán.

PROBLEMA 3 - CAMELLOS Y DROMEDARIOS (ver anexo 3)

Un tercer problema con el que profundizar esta estrategia había sido estudiando en la formación de *ProyectaMates*. Para resolver el problema se ofrecen dos tablas: tabla horizontal y tabla de doble entrada. La maestra plantea la siguiente dificultad hipotética: aquellos grupos que tengan tabla de doble entrada resolverán el problema con mayor facilidad ya que la segunda tabla para realizar los ensayos tiene las columnas en un orden más complejo de comprender. En la primera está colocado siguiendo una suma, por ejemplo, las columnas de los animales por un lado y las columnas de las jorobas por el otro ya que se encuentran en forma vertical, como se colocaría una operación. Sin embargo, en la segunda tabla la información está colocada de manera horizontal. Ellos mismos tendrán que ser capaces de agrupar las columnas correctamente para sumarlas.

Comparando esta hipótesis con lo sucedido en el aula, vemos que este problema lo han resuelto cuatro de los seis grupos. Dos de ellos tenían la tabla horizontal (Los 4 compás y Los pro-2009) y los otros dos grupos tenían la tabla de doble entrada (Lariamán y Los 5 increíbles). Además, uno de los grupos con la tabla de doble entrada (Los 5 increíbles) detalló el razonamiento llevado a cabo para obtener la respuesta correcta. Veamos su argumento en la figura 5. “He buscado 2 números que den 23 y eran 11 y 12 y como los camellos tienen 2 jorobas entonces en la tabla del 2 algún número que de 12 es 6.”

	Nº de animales	Nº jorobas
Camellos 	6	12
Dromedarios 	11	11
Resultado	17	23
Total real	17	23
SÍ O NO	Sí	

¿Qué ha pasado con los números que has probado? ¿Te has pasado o te ha faltado para llegar al número correcto de jorobas? Entonces, ¿qué tienes que hacer ahora?

He buscado 2 números que den 23 y eran 11 y 12 y como los camellos tienen 2 jorobas entonces en la tabla del 2 algún número que de 12 es 6

Figura 5. Ejemplo razonamiento del problema 3– Los 5 increíbles.

Observamos que lo que suponíamos difícil no lo fue puesto que el 50% de los que llegaron a la solución tenían la tabla de doble entrada y la otra mitad tenía la tabla horizontal.

Otra dificultad que el docente creía que tendrían los niños y niñas es que no se percatarían de que, si el primer ensayo no se acerca al resultado, deberán cambiar ambos números manteniendo siempre el mismo número de animales en total (17 animales).

Al resolverlo encontramos equipos con resultado a destacar: un grupo ha probado con números que se pasan del número total de animales propuesto en el enunciado (véase figura 6) y otro, realizó un ensayo en el que el total es menor al que se plantea (véase figura 7).



	Nº de animales	Nº jorobas
Camellos 	3	6
Dromedarios 	15	15
Resultado	18	15 21
Total real	17	23
SÍ O NO	No	

Figura 6. Ejemplo número total de animales mayor – Lariamán.



	Nº de animales	Nº jorobas
Camellos 	13	26
Dromedarios 	3	3
Resultado	16	29
Total real	17	23
SÍ O NO	No	

Figura 7. Ejemplo número total de animales menor – Danuissa.

PROBLEMA 4 - CERDOS Y GALLINAS (ver anexo 4)

En cuarto lugar, se propuso otro problema ya trabajado en la puesta en práctica por los docentes en activo formados en *ProyectoMates*. Para resolverlo, se crearon las mismas dos tablas que en el ejercicio anterior. Por ello, la dificultad hipotética es la misma. Sin embargo, en este enunciado podemos observar que tres de los grupos que han logrado resolverlo tenían la tabla de doble entrada (Saja, Los 4 compás y Los pro-2009) y solo

uno (Lariamán) tiene la tabla horizontal. Un dato relevante es que los grupos con la tabla horizontal no resolvieron el problema. Lo que nos hace sospechar acerca de la mayor dificultad de este tipo de tabla ante determinados tipos de problemas.

Teniendo en cuenta ambos problemas (Camellos-dromedarios y gallinas-cerdos) observamos que tres grupos (Lariamán, Los 4 compás y Los pro-2009) los han solucionado sin importar la tabla que le tocara. Por otro lado, aquellos grupos que solo han resuelto uno de los dos enunciados lo lograron cuando tenían la tabla de doble entrada. Lo que puede ser indicativo de que a tabla de doble entrada facilite la solución del problema por la estrategia de ensayo y error.

7. PROPUESTA DE MEJORA DE LAS SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

Tras haber llevado a la práctica la situación de aprendizaje, se ha realizado una propuesta de mejora de los problemas planteados con el objetivo de evitar las dificultades y errores con los que se ha encontrado el alumnado a lo largo del proceso de resolución. Todas las modificaciones se ofrecen a partir del anexo 5 en adelante.

En el problema 1, se decidió cambiar la parte del enunciado que hace referencia a Bao ya que los alumnos se confundieron o no supieron interpretarla. Además de volver a redactar algunos datos, se volvieron a plantear algunas de las preguntas.

En el problema 2 las gallinas blancas y negras, se optó por agregar un ejemplo de un ensayo para que el alumnado sepa cómo rellenar las columnas de las tablas. Asimismo, en la columna denominada “total real” de la tabla propuesta para realizar los ensayos se colocó la respuesta para que los niños y niñas no tuviesen dudas sobre qué número escribir (anexo 6).

Las modificaciones de los problemas 3 (camellos y dromedarios) y 4 (cerdos y gallinas) son las mismas ya que ambos son similares. En primer lugar, en las tablas de respuesta de las preguntas guía (escritas en violeta), se ha eliminado la última columna, es decir, la columna con el resultado total que nos da el enunciado, ya que no tiene relación con lo que realmente se pregunta porque se están realizando pruebas para ver si el alumnado ha entendido la relación existente entre número de animales-jorobas y animales - patas. Además, se ha elegido una de las dos tablas planteadas (tabla de doble entrada) para ambos ejercicios (anexo 7 y 8).

8. CONCLUSIONES

Una vez analizadas y contrastadas las dificultades que se han encontrado los distintos grupos con las dificultades previas, hemos llegado a las siguientes conclusiones:

- Una vez desarrollada la situación de aprendizaje en el aula, podemos decir que la estrategia de ensayo-error ha resultado una estrategia difícil para el alumnado pues ha cometido errores al resolver algún problema, también han aprendido a completar las tablas y llegar a la solución. Esto es de gran relevancia, ya que, como dijimos anteriormente, es la primera vez que los niños y niñas resolvían problemas mediante la estrategia de ensayo-error.
- Respecto a las dificultades previas al desarrollo en el aula, los resultados de nuestro análisis muestran que la mayoría de ellas se cumplieron, es decir, que tuvieron lugar al poner la situación en práctica. Aunque por otro lado también surgieron nuevos razonamientos y estrategias del alumnado que no se parecían al ensayo-error y les permitieron llegar a la solución. Por lo tanto, la maestra fue capaz de adelantarse a las dificultades que tuvieron sus estudiantes.
- En lo que a las tablas de ensayo se refiere, podemos observar que cuando éstas son guiadas el alumnado logra completarlas y llegar a la solución. Además, vemos que aquellos grupos que tenían las tablas de doble entrada lograban llegar a la solución la gran parte de las veces y que cuando tenían la tabla horizontal les resultaba más complicado ya que la mayoría no encontraba la solución.
- Por último, el análisis y contraste de dificultades ha resultado fructuoso ya que la maestra se adelanta a las dificultades previstas y también encuentra una nueva estrategia por parte del alumnado. Además, se encontraron una gran variedad de aspectos para tener en cuenta en la realización de la propuesta de mejora.

Esta investigación presenta algunas limitaciones. En primer lugar, la duración de la situación de aprendizaje fue solo de dos sesiones. Para que el alumnado interiorice lo aprendido es necesario trabajar durante más tiempo. Sería bueno probar en otros centros esta propuesta y comprobar su eficacia frente a las dificultades encontradas.

A pesar de no haber trabajado con anterioridad la estrategia de ensayo-error, los estudiantes han sabido solucionar sus dudas trabajando en equipo y desarrollando estrategias de resolución. Asimismo, el desarrollo de la situación de aprendizaje ha sido

positiva ya que el alumnado ha aprendido a trabajar con esta estrategia y le ha parecido divertido.

Creemos que empezar a trabajar esta estrategia de ensayo-error de manera guiada y en un entorno cooperativo permite que los alumnos y alumnas no vean a los problemas matemáticos como algo aburrido y difícil, sino como todo lo contrario. Además, la contextualización de los problemas matemáticos ayuda a que los estudiantes vean el problema como algo cercano a ellos.

9. BIBLIOGRAFÍA

- Blanco, L., y Pino, J. (2015). *¿Qué entendemos por problema de matemáticas?* En La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria (pp. 81 – 89). Cáceres, España: Universidad de Extremadura. Servicio de Publicaciones.
- Decreto 89/2014 de 1 de agosto por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Canarias. Boletín Oficial de Canarias, Las Palmas de Gran Canaria, España, 13 de agosto de 2014, 22068-22132.
- Pérez, R. (2008). *Capítulo segundo*. En Propuesta de un manual para el uso docente, orientado al tratamiento de la resolución de problemas, en la educación matemática de enseñanza media (pp. 10 – 26). Maula, Chile: Universidad de Talca.
- Pino, J. (2013) *La resolución de problemas y el dominio afectivo: un estudio con futuros profesores de matemáticas de secundaria*. En Mellado, V; Blanco, LJ; Borrachero, AB; Cárdenas, JA (Coords.): Las emociones en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias y las matemáticas. Badajoz, España: Grupo DEPROFE.
- Polya, G. (1945), *How to solve it*, Princeton, Princeton University Press.
- Diccionario de la Real Academia Española (DRAE). (2014). En Diccionario de la lengua española (23.a ed.). Recuperado de (28 de mayo de 2019) <https://dle.rae.es/?id=UELp1NP>
- Schoenfeld, A. (1985) *Mathematical Problem Solving*, Orlando: Academic Press Inc.
- Sepúlveda, A., Medina, C., & Sepúlveda, D. (2008). *La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas*. Recuperado de (28 de mayo de 2019) http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext

10. WEBGRAFÍA

ProyectaMates. <http://proyectamates.webs.ull.es>

ANEXOS

ANEXO 1:

Buenos días a todos los trabajadores del Aneja Loro Park.

Les hablamos desde África. Nosotros somos los encargados de enviarles a dos de nuestros gorilas: Pin y Bao. A continuación, les daremos instrucciones para alimentarlos.

- Pin, que es el más pequeño, come dos veces al día. Por la mañana, come 16 plátanos, y por la tarde, come 16 plátanos. Es muy importante darle 32 plátanos en total todos los días ya que si le dan menos se queda con hambre y si le dan más luego le duele la barriga.

1a. ¿Cuántos plátanos tenemos que darle por la tarde a Pin?

- Bao come tres veces al día. Por la mañana come 5 bananas. Por la tarde y por la noche come 14 bananas. En total le tienen que dar 29 bananas, aunque, si se queda con hambre en la primera comida, le pueden dar una banana más la segunda vez.

1.b ¿Cuántas bananas come Bao por la tarde? ¿Y por la noche?

1.c ¿Cuántas bananas comería por la tarde si se queda con hambre?

1.d ¿Y por la noche?

1.e ¿Cuántas comería en total ese día?

1.f ¿Podrías poner toda la información en la siguiente tabla?

	MAÑANA	TARDE	NOCHE	TOTAL
PIN				
BAO				
BAO (si se queda con hambre por la mañana)				


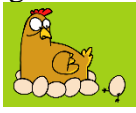
ANEXO 2:

Buenos días. Somos los cuidadores de las gallinas que pidieron para el parque. Queríamos contarle que... ¡han puesto huevos! Las gallinas marrones pusieron 3 huevos y las blancas han puesto 5 huevos. Un dato curioso es que las gallinas marrones han puesto 3 huevos más que las gallinas blancas. Si en total han puesto 33 huevos. ¿Cuántos huevos han puesto las gallinas blancas? ¿Y las marrones?

Si las gallinas blancas pusieran 5 huevos, ¿cuántos pondrían las gallinas marrones?

Y si las gallinas marrones pusieron 10 huevos, ¿cuántos pusieron las gallinas blancas?

(La tabla se repite las veces que sea necesario):

Huevos gallinas blancas 	Huevos gallinas marrones 	Total prueba	Total real	¿Sí o no?

¿Qué ha pasado con los números que has probado? ¿Te has pasado o te ha faltado para llegar al número correcto de huevos? Entonces, ¿qué tienes que hacer ahora?


Entonces, ¿cuál es la solución del problema?

ANEXO 3:


Buenos días. Este correo se ha generado automáticamente por la empresa “Camedarios” para recordarles que hoy les llegarán 17 camellos y 17 dromedarios, es decir 34 animales en total. Podrán contar unas 23 jorobas entre ambos mamíferos. Recuerden que los camellos tienen dos jorobas y que los dromedarios tienen sólo una.

¿Cuál es la diferencia entre dromedario y camello?


Si hubiera 1 camello, ¿cuántas jorobas habría?

Camellos 	Número total de animales (camellos + dromedarios)	Jorobas totales de los camellos	Jorobas tenemos realmente (camellos + dromedarios)
1	17		23


Si hubiera 2 camellos, ¿cuántas jorobas habría?

Camellos 	Número total de animales (camellos + dromedarios)	Jorobas totales de los camellos	Jorobas tenemos realmente (camellos + dromedarios)
2	17		23


Si hubiera 5 camellos, ¿cuántas jorobas habría?

Camellos 	Número total de animales (camellos + dromedarios)	Jorobas totales de los camellos	Jorobas tenemos realmente (camellos + dromedarios)
5	17		23


Si hubiera 1 dromedario, ¿cuántas jorobas habría?

Dromedarios 	Número total de animales	Jorobas totales de dromedarios	Jorobas tenemos realmente (camellos + dromedarios)
1	17		23

Si hubiera 2 dromedarios, ¿cuántas jorobas habría?

Dromedarios 	Número total de animales	Jorobas totales de dromedarios	Jorobas tenemos realmente (camellos + dromedarios)
2	17		23

Si hubiera 5 dromedario, ¿cuántas jorobas habría?

Dromedarios 	Número total de animales	Jorobas totales de dromedarios	Jorobas tenemos realmente (camellos + dromedarios)
5	17		23

Ya hemos hecho una serie de pruebas. Ahora vamos a averiguar cuántos camellos y cuántos dromedarios tendrá el parque:

TABLA DE HORIZONTAL:

Camellos	Dromedarios	Número total de animales	Jorobas totales de camellos	Jorobas totales de dromedarios	Jorobas que tendríamos	Jorobas tenemos realmente	¿Sí o no?
2		17				23	

TABLA DE DOBLE ENTRADA (se repite cuantas veces sea necesario):

	Nº de animales	Nº jorobas
Camellos		
Dromedarios		
Resultado		
Total real	17	23
SÍ O NO		

¿Qué ha pasado con los números que has probado? ¿Te has pasado o te ha faltado para llegar al número correcto? Entonces, ¿qué tienes que hacer ahora?

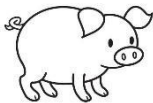
Solución:

ANEXO 4:

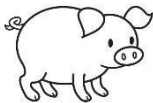
Buenas tardes, somos Judit y Teodoro, los chicos encargados de enseñarles a cuidar a los cerdos y las gallinas. Nos han dicho que tendrán bajo su protección y cuidado a ____ cerdos y @@ gallinas. Cuando hemos llegado al lugar, nos hemos encontrado con 18 animales en total, es decir, unas 50 patas. Les enviamos esta información para que sepan cuántos cerdos y cuantas gallinas tendrá su parque para que puedan habilitar el espacio suficiente.

¿Cuántas patas tienen los cerdos? ¿Y las gallinas?


Si hubiera 2 cerdos, ¿cuántas patas habría?

Cerdos 	Número total de animales (cerdos + gallinas)	Número de patas de los cerdos	Número total de patas (cerdos + gallinas)
2	18		50


Si hubiera 5 cerdos, ¿cuántas patas habría?

Cerdos 	Número total de animales (cerdos + gallinas)	Número de patas de los cerdos	Número total de patas (cerdos + gallinas)
5	18		50

Si hubiera 2 gallinas, ¿cuántas patas habría?

Gallinas 	Número total de animales (cerdos + gallinas)	Número de patas de las gallinas	Número total de patas (cerdos + gallinas)
2	18		

Si hubiera 5 gallinas, ¿cuántas patas habría?

Gallinas 	Número total de animales (cerdos + gallinas)	Número de patas de las gallinas	Número total de patas (cerdos + gallinas)
5	18		

¿Cuántos cerdos y cuántas gallinas tendrá nuestro parque?

TABLA DE ENSAYO

Cerdos	Gallinas	Número total de animales	Patas totales de cerdos	Patas totales de gallinas	Patas que tendríamos	Patas que tenemos realmente	¿Sí o no?
10	8	18				50	

TABLA DOBLE ENTRADA

	Nº de animales	Nº jorobas
Cerdos		
Gallinas		
Resultado		
Total real	18	50
SÍ O NO		

¿Qué ha pasado con los números que has probado? ¿Te has pasado o te ha faltado para llegar al número correcto de patas? Entonces, ¿qué tienes que hacer ahora?

Solución:

ANEXO 5:

Buenos días a todos los trabajadores del Aneja Loro Park.

Les hablamos desde África. Nosotros somos los encargados de enviarles a dos de nuestros gorilas: Pin y Bao. A continuación, les daremos instrucciones para alimentarlos.

- Pin, que es el más pequeño, come dos veces al día. Por la mañana, come 16 plátanos, y por la tarde, come $\frac{1}{2}$ plátanos. Es muy importante darle 32 plátanos en total todos los días ya que si le dan menos se queda con hambre y si le dan más luego le duele la barriga.

1a. ¿Cuántos plátanos tenemos que darle por la tarde a Pin?

- Bao come tres veces al día. Por la mañana come 5 bananas. Por la tarde y por la noche come $\frac{1}{2}$ bananas, **es decir, come la misma cantidad ambas veces**. En total le tienen que dar 29 bananas, aunque, si se queda con hambre en la primera comida, le pueden dar una banana más **por la tarde**.

1.b ¿Cuántas bananas come Bao por la tarde? ¿Y por la noche?

1.c ¿Cuántas bananas comería por la tarde si se queda con hambre?

1.d ¿Cambiaría el número de bananas que come por la noche si se queda con hambre? ¿Cuántas comería?

1.e ¿Cuántas comería en total ese día?

1.f ¿Podrías poner toda la información en la siguiente tabla?

	MAÑANA	TARDE	NOCHE	TOTAL
PIN				
BAO				
BAO (si se queda con hambre por la mañana)				

ANEXO 6:

Buenos días. Somos los cuidadores de las gallinas que pidieron para el parque. Queríamos contarle que... ¡han puesto huevos! Las gallinas marrones pusieron 8 huevos y las blancas han puesto 5 huevos. Un dato curioso es que las gallinas marrones han puesto 3 huevos más que las gallinas blancas. Si en total han puesto 33 huevos. ¿Cuántos huevos han puesto las gallinas blancas? ¿Y las marrones?

Si las gallinas blancas pusieran 5 huevos, ¿cuántos pondrían las gallinas marrones?

Y si las gallinas marrones pusieron 10 huevos, ¿cuántos pusieron las gallinas blancas?

A continuación, intentaremos adivinar el número de huevos que ha puesto cada gallina y compararemos el resultado que nos ha dado (total de prueba) con el número de huevos que nos da el enunciado.

Huevos gallinas blancas	Huevos gallinas marrones	Total prueba	Total real	¿Sí o no?
5	$(5+3) = 8$	$(5+8) = 13$	33	$13 \neq 33$ NO

¿Qué ha pasado con los números que has probado?

No sirvieron porque no me dió 33 en total.

¿Te has pasado o te ha faltado para llegar al número correcto de huevos?

Me ha faltado para llegar al número correcto.

Entonces, ¿qué tienes que hacer ahora?

Tengo que seguir intentándolo pero con números más altos, ya que me han faltado huevos.

Ahora es tu turno. Realiza tu primer intento en esta tabla. Si no logras llegar a la solución correcta en este intento, completa las preguntas de abajo y vuelve a intentarlo en la siguiente tabla:

(La tabla se repite las veces que sea necesario):

Huevos gallinas blancas	Huevos gallinas marrones	Total prueba	Total real	¿Sí o no?
			33	

¿Qué ha pasado con los números que has probado? ¿Te has pasado o te ha faltado para llegar al número correcto de huevos? Entonces, ¿qué tienes que hacer ahora?


ANEXO 7:

Buenos días. Este correo se ha generado automáticamente por la empresa “Camedarios” para recordarles que hoy les llegarán 17 camellos y 17 dromedarios, es decir 34 animales en total. Podrán contar unas 23 jorobas entre ambos mamíferos. Recuerden que los camellos tienen dos jorobas y que los dromedarios tienen sólo una.


Saludos.

¿Cuál es la diferencia entre dromedario y camello?

Si hubiera 1 camello, ¿cuántas jorobas habría?

Camellos	Jorobas totales de los camellos
	
1	

Si hubiera 2 camellos, ¿cuántas jorobas habría?

Camellos	Jorobas totales de los camellos
	
2	

Si hubiera 5 camellos, ¿cuántas jorobas habría?

Camellos	Jorobas totales de los camellos
5	

Si hubiera 1 dromedario, ¿cuántas jorobas habría?

Dromedarios	Jorobas totales de dromedarios
1	

Si hubiera 2 dromedario, ¿cuántas jorobas habría?

Dromedarios	Jorobas totales de dromedarios
2	

Si hubiera 5 dromedario, ¿cuántas jorobas habría?

Dromedarios	Jorobas totales de dromedarios
5	

Ya hemos hecho una serie de pruebas. Ahora vamos a averiguar cuántos camellos y cuántos dromedarios tendrá el parque:

(La tabla se repite las veces que sea necesario):

	Nº de animales	Nº jorobas
Camellos		
Dromedarios		
Resultado		
Total real	17	23
SÍ O NO		

¿Qué ha pasado con los números que has probado? ¿Te has pasado o te ha faltado para llegar al número correcto de jorobas? Entonces, ¿qué tienes que hacer ahora?

Solución:

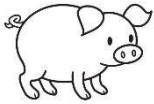
ANEXO 8:

Buenas tardes, somos Judit y Teodoro, los chicos encargados de enseñarles a cuidar a los cerdos y las gallinas. Nos han dicho que tendrán bajo su protección y cuidado a ____ cerdos y @@ gallinas. Cuando hemos llegado al lugar, nos hemos encontrado con 18 animales en total, es decir, unas 50 patas. Les enviamos esta información para que sepan cuántos cerdos y cuantas gallinas tendrá su parque para que puedan habilitar el espacio suficiente.

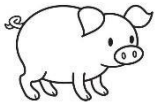
Saludos.

¿Cuántas patas tienen los cerdos? ¿Y las gallinas?


Si hubiera 2 cerdos, ¿cuántas patas habría?

Cerdos 	Número de patas de los cerdos
2	


Si hubiera 5 cerdos, ¿cuántas patas habría?

Cerdos 	Número de patas de los cerdos
5	

Si hubiera 2 gallinas, ¿cuántas patas habría?

Gallinas 	Número de patas de las gallinas
2	

Si hubiera 5 gallinas, ¿cuántas patas habría?

Gallinas 	Número de patas de las gallinas
5	

Entonces, ¿Cuántos cerdos y cuántas gallinas tendrá nuestro parque?

(La tabla se repetirá las veces que sea necesario):

	Nº de animales	Nº jorobas
Cerdos		
Gallinas		
Resultado		
Total real	18	50
SÍ O NO		

¿Qué ha pasado con los números que has probado? ¿Te has pasado o te ha faltado para llegar al número correcto de patas? Entonces, ¿qué tienes que hacer ahora?

Solución: