

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA PARA MATEMÁTICAS ORIENTADAS A LAS ENSEÑANZAS ACADÉMICAS DE 3.º DE ESO Y SITUACIÓN DE APRENDIZAJE “BUSCANDO EL ORDEN ENTRE EL CAOS”

**Máster en Formación del Profesorado de Educación
Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación
Profesional y Enseñanzas de Idiomas**

Curso 2019-2020

Autor: Jezael Goya Sosa

Tutora: Josefa Perdomo Díaz

Resumen

El presente Trabajo de Fin de Máster consta de tres partes principales, a cada una de las cuales se le ha dedicado un capítulo. En el primero de ellos, se analiza y valora la adaptación a la legislación vigente de la Programación Didáctica realizada por el departamento de Matemáticas del IES El Sobradillo, para la materia Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas, de 3º de Educación Secundaria Obligatoria. En el segundo capítulo, se presenta una propuesta de Programación Didáctica Anual para la misma asignatura. Se desarrolla con detalle en el tercer capítulo la Situación de Aprendizaje “Buscando el Orden entre el Caos”, dedicada al estudio de las sucesiones numéricas. En esta Situación de Aprendizaje, a lo largo de 16 sesiones, se realizan 13 tareas, utilizando el método expositivo y la técnica de la clase invertida.

Palabras clave: *Programación Didáctica Anual – Clase invertida – Situación de Aprendizaje – Sucesiones numéricas.*

Abstract

The following Master Degree Final Thesis consists of three main parts, each of them addressed in a different chapter. In the first one, we analyze and judge the adaptation to the current legislation of the IES El Sobradillo’s Didactic Programming, realized by the Mathematics Department for the subject of Mathematics Oriented to the Academic Teachings of 3º grade of Secondary Education. In the second chapter, an annual Didactic Programming for the same subject is presented. The Learning Situation “Seeking Order in Chaos”, dedicated to the study of numerical sequences, is detailed in the third chapter. This Learning Situation is developed along 16 lessons, including 13 tasks. The expositive method and the flipped classroom technique is used throughout.

Key words: *Annual didactic programming – Flipped classroom – Learning Situation – Numerical Sequences.*

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1: ANÁLISIS REFLEXIVO Y VALORACIÓN CRÍTICA DE UNA PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA	2
1. CONTEXTUALIZACIÓN	2
2. ANÁLISIS Y VALORACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA DEL DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS.....	3
CAPÍTULO 2: PROGRAMACIÓN ANUAL.....	8
1. JUSTIFICACIÓN	8
2. CONTEXTUALIZACIÓN	9
3. OBJETIVOS DE ETAPA	10
4. TEMPORALIZACIÓN	12
5. METODOLOGÍA.....	13
6. RECURSOS Y MATERIALES	14
7. EDUCACIÓN EN VALORES	16
8. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD.....	17
9. ORGANIZACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE LAS DIFERENTES SITUACIONES DE APRENDIZAJE ..	18
<i>Situación de Aprendizaje 1: “¿Y cómo se sumaba?”</i>	18
<i>Situación de Aprendizaje 2: “¡Potencialo!”</i>	20
<i>Situación de Aprendizaje 3: “Buscando el Orden entre el Caos”</i>	22
<i>Situación de Aprendizaje 4: “Letras en un lado, números en el otro”</i>	24
<i>Situación de Aprendizaje 5: “La medida de la Tierra”</i>	25
<i>Situación de Aprendizaje 6: “Si quieres explicarlo, ¡representalo!”</i>	27
<i>Situación de Aprendizaje 7: “La media es engañosa”</i>	28
<i>Situación de Aprendizaje 8: “Probablemente, querido Watson”</i>	30
10. EVALUACIÓN	31
11. PLAN DE RECUPERACIÓN.....	33
12. VALORACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN ANUAL.....	34
CAPÍTULO 3: SITUACIÓN DE APRENDIZAJE “BUSCANDO EL ORDEN ENTRE EL CAOS”.....	36
1. JUSTIFICACIÓN Y DESCRIPCIÓN	36
2. FUNDAMENTACIÓN CURRICULAR	36
<i>Criterios de Evaluación, Contenidos y Estándares de aprendizaje evaluables</i>	36
<i>Objetivos didácticos</i>	40
<i>Contenidos previos</i>	40
<i>Competencias básicas y matemáticas</i>	40
3. FUNDAMENTACIÓN METODOLÓGICA	42
4. TEMPORALIZACIÓN	44
5. TAREAS Y ACTIVIDADES	45
<i>Tarea 1: “Toma de contacto”</i>	45
<i>Tarea 2: “Sucesiones. Término general de una sucesión”</i>	50
<i>Tarea 3: “Sucesiones recurrentes”</i>	54
<i>Tarea 4: “Progresiones aritméticas. Término general”</i>	58
<i>Tarea 5: “Progresiones aritméticas. Suma de n términos”</i>	62

<i>Tarea 6: “Olimpiadas aritméticas”</i>	65
<i>Tarea 7: “Progresiones geométricas”</i>	67
<i>Tarea 8: “Sucesiones en fractales”</i>	73
<i>Tarea 9: “Olimpiadas geométricas”</i>	77
<i>Tarea 10: “Festival de ejercicios”</i>	79
<i>Tarea 11: “Trabajo en grupo”</i>	81
<i>Tarea 12: “Kahoot final”</i>	83
<i>Tarea 13: “Prueba escrita”</i>	84
6. EDUCACIÓN EN VALORES	86
7. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD	87
8. EVALUACIÓN DEL ALUMNADO	88
9. EVALUACIÓN DE LA UNIDAD DE PROGRAMACIÓN	93

BIBLIOGRAFÍA	94
---------------------------	-----------

INTRODUCCIÓN

La Programación Didáctica Anual es un documento imprescindible en el proceso de enseñanza y aprendizaje, sirviendo de guía al docente para planificar el desarrollo del curso. En ella se explicita la manera de impartir e implementar los contenidos que aparecen en el currículo, con el objetivo principal de que el alumnado adquiera los aprendizajes necesarios acordes al curso correspondiente.

En el primer capítulo de este trabajo, se realiza una descripción, seguida de una valoración personal, de la Programación Didáctica de 3º de la ESO en el IES El Sobradillo, centro en el que se desarrollaron las prácticas del Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas durante el curso 2019-2020. Después de realizar una contextualización del centro, se describe y valora la programación didáctica mencionada anteriormente, realizando una reflexión final sobre la programación analizada.

En el segundo capítulo, se presenta una propuesta de Programación Didáctica Anual para la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de la ESO, diseñada para llevarla a cabo en el IES El Sobradillo. La característica principal de esta propuesta de PDA es que cada estudiante tendrá la oportunidad de intervenir en el ritmo de su propio aprendizaje mediante la técnica de la clase invertida, puesto que la introducción a los conceptos y procesos matemáticos se realizarán en casa, mientras que en las clases se pondrán en práctica esos aprendizajes. Además, en el transcurso de las sesiones ubicadas en el aula de clase, el docente proporcionará interrogantes y reflexiones que puedan resultar motivadoras para el alumnado, promoviendo la creatividad en la búsqueda de soluciones y profundizando en los conceptos estudiados en clase.

En el tercer y último capítulo, se presenta con detalle la tercera Situación de Aprendizaje establecida en la Programación Didáctica, “Buscando el Orden entre el caos”. En esta Situación de Aprendizaje se trabajarán algunas nociones básicas de sucesiones, concretamente aquellos aspectos relacionados con las sucesiones recurrentes y las progresiones tanto aritméticas como geométricas, calculando su término general y la suma de los n primeros términos, todo esto contextualizado en situaciones y problemas de la vida cotidiana. Esta SA sirve de ejemplo que muestra la estructura y organización del resto de Situaciones de Aprendizaje de la Programación Didáctica.

CAPÍTULO 1: ANÁLISIS REFLEXIVO Y VALORACIÓN CRÍTICA DE UNA PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA

En este capítulo se realiza una descripción, seguida de una valoración personal, de la Programación Didáctica de 3º de la ESO del IES El Sobradillo, centro en el que se desarrollaron las prácticas del Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas durante el curso 2019-2020. Después de una breve contextualización del centro en el que se desarrollaron las prácticas, se procederá a describir y valorar la programación didáctica mencionada anteriormente, tomando como referencia el DECRETO 81/2010, de 8 de julio, por el que se aprueba el Reglamento Orgánico de los centros docentes públicos no universitarios de la Comunidad Autónoma de Canarias. Se terminará este capítulo con una reflexión final sobre la programación analizada.

1. CONTEXTUALIZACIÓN.

El IES El Sobradillo es un instituto conocido por la oferta de diversos cursos de Formación Profesional de Grado Medio, Formación Profesional de Grado Superior, Formación Profesional Básica y Formación Profesional Semipresencial, aunque también oferta los niveles de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) y Bachillerato.

Este instituto está situado en la población de El Sobradillo, perteneciente al municipio de Santa Cruz de Tenerife. La zona del Sobradillo cuenta con una población joven, en la que la gran mayoría de sus habitantes tiene entre veinte y cuarenta y cinco años. Además, la zona es conocida por tener un estatus socioeconómico relativamente bajo, con alta conflictividad, y estas características usualmente han sido vinculadas también al centro. No obstante, desde hace algunos años, el centro cuenta con un equipo directivo que trata de dinamizarlo a través de diversas actividades que favorecen la creación de vínculos y la convivencia, llegando a desarrollar un grupo de convivencia integrado en mayor parte por el profesorado, en el que se producen mediaciones de los posibles conflictos que surgen en el contacto del día a día.

En el centro se encuentran actualmente 71 docentes, de los cuáles 5 forman parte del departamento de matemáticas.

Debido a esta gran actividad docente, el centro permanece abierto la mayor parte del día, dedicando el horario de la mañana a la ESO y al Bachillerato y el horario de la tarde al resto de ciclos y Formación Profesional. (Tabla 1)

Horario del centro	
Mañana	8:00-14:00 (salvo los martes de 8:00 13:30)
Tarde	14:10-20:00 (salvo los martes de 14:30-20:00)
Estudios semipresenciales	17:00-22:00 (solo lunes, martes y miércoles)

Tabla 1. Horario del IES El Sobradillo.

Además de las aulas tradicionales, el centro cuenta con aulas específicas de informática, tecnología, dibujo, música y un laboratorio. Como respuesta educativa al alumnado con necesidades educativas especiales (NEE), el centro cuenta también con un aula Enclave. Para la realización de actividades deportivas, el centro dispone de diversas canchas, un gimnasio e incluso un terrero de lucha canaria. Asimismo, se pueden encontrar varios espacios comunes como el salón de actos, la biblioteca o la cafetería. Finalmente, el centro cuenta con las infraestructuras necesarias para el desarrollo práctico de los ciclos, con talleres del ciclo de automoción y un huerto para el ciclo de jardinería.

2. ANÁLISIS Y VALORACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA DEL DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS.

En este apartado se realizará la descripción y un breve análisis de la Programación Didáctica Anual del departamento de Matemáticas del IES El Sobradillo, concretamente de la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas pertenecientes al nivel de 3º de la ESO. Esta programación se puede encontrar en la página web del centro (<http://www.ieselsobradillo.com/>), en la que, al menos en el ámbito de las matemáticas, aparece una programación por cada materia y nivel.

2.1. Descripción de la Programación Didáctica.

La programación establecida por el departamento de matemáticas del centro se organiza en ocho apartados principales:

1. Introducción.
2. Objetivos de la materia en la etapa.
3. Contenidos y temporalización.
4. Metodología.
5. Medidas de atención a la diversidad.
6. Evaluación.
7. Plan de recuperación de materias pendientes.
8. Actividades complementarias y extraescolares.

En el primer apartado, “Introducción”, se realiza la justificación de la propuesta y contextualización de la clase, describiendo aspectos relevantes para el grupo del año en curso, adaptándose a la concreción curricular del centro.

En el segundo apartado, “Objetivos de la materia en la etapa”, se hace un breve resumen, presentado de forma esquemática, en el que se enuncian los contenidos matemáticos que se van a impartir a lo largo del curso.

El siguiente apartado, “Contenidos y temporalización”, muestra cómo se desarrollarán la mayoría de las sesiones, enunciando unas directrices generales de cómo se tiene que organizar el tiempo de cada clase durante el curso.

En el cuarto apartado, “Metodología”, se incluyen las diferentes estrategias metodológicas que se utilizarán en el curso. En esta apartado aparece la educación en valores, la adquisición de las Competencias Básicas y los diversos tipos de actividades

que se realizan en el aula, así como los recursos, materiales y uso de las TIC que se utilizarán a lo largo del año académico.

A continuación, en el apartado “Medidas de atención a la diversidad”, se hace especial hincapié en la atención de las necesidades formativas del alumnado, centrándose en el refuerzo positivo constante ante la resolución de ejercicios y problemas. Esa atención puntual, pero constante, tiene como objetivo mejorar la capacidad resolutoria del alumnado. Además, para atender los diferentes ritmos de aprendizaje y evitar que parte del alumnado quede desconectado de las clases, se planifican los aprendizajes de más simples a más complejos y se organizan las actividades de forma que el trabajo cooperativo ayude en ese sentido.

El siguiente apartado, “Evaluación”, se encuentra dividido en dos partes principales. Por un lado, se realiza la evaluación de la propia práctica educativa, a través de procedimientos que evalúan el ajuste entre el diseño, el desarrollo y los resultados de la programación didáctica. Por otro lado, se evalúan los aprendizajes del alumnado, indicando los instrumentos de evaluación, así como los criterios de calificación.

En el séptimo apartado, “Plan de recuperación de materias pendientes”, se establece la manera en la que el alumnado podrá recuperar contenidos, además de los criterios de calificación en esos casos.

En el último apartado, “Actividades complementarias y extraescolares”, se establecen este tipo de actividades alternativas que propone el departamento. En esta programación en particular no se contempla ninguna actividad complementaria.

Finalmente, después del desarrollo de estos apartados, se expone el desarrollo del curso a través de doce unidades de programación, en las que se enuncia un breve resumen de cada una de ellas, además de la correspondiente fundamentación metodológica y curricular. Para completar la programación, aparece un calendario del año académico en el que aparece el periodo de implementación de cada unidad de programación.

2.2. Análisis de la Programación Didáctica.

Para realizar el análisis de esta programación, se tendrá en cuenta el DECRETO 81/2010, de 8 de julio, por el que se aprueba el Reglamento Orgánico de los centros docentes públicos no universitarios de la Comunidad Autónoma de Canarias. Este documento establece que la programación didáctica debe incluir los siguientes aspectos en relación con cada una de las áreas, materias ámbitos y módulos:

a) La concreción de los objetivos, de los contenidos y su distribución temporal, de los criterios de evaluación de cada curso y, en su caso, de las competencias básicas y de aquellos aspectos de los criterios de evaluación imprescindibles para valorar el rendimiento escolar y el desarrollo de las competencias básicas.

Estos aspectos aparecen mencionados en los apartados “Objetivos de la materia en la etapa” y en “Contenidos y temporalización”, además de exponerse de manera esquemática en la descripción de las unidades de programación. Así, en cada unidad de

programación se indican los criterios, contenidos y estándares correspondientes al currículo vigente, además de las competencias básicas que se trabajan en cada unidad, todo ello ubicado en un marco temporal específico dentro del curso. No obstante, al aparecer de manera esquemática, no se especifica de qué manera se van a desarrollar las competencias o los propios contenidos.

b) La metodología didáctica que se va a aplicar que, en el caso de la educación obligatoria, habrá de tener en cuenta la adquisición de las competencias básicas, y los materiales y recursos que se vayan a utilizar.

Este apartado se recoge en “Metodología” y en la descripción de las unidades de programación. En el apartado de la metodología, si bien no se hace referencia alguna a las competencias básicas, se establecen una serie de principios y estrategias didácticas, como limitar el aprendizaje memorístico, procurando siempre desarrollar el razonamiento y la sucesión de argumentos lógico-matemáticos, con el objetivo de desarrollar las capacidades del alumnado, teniendo en cuenta las características y la diversidad de este último, aprovechando los recursos y materiales que tiene el centro. En las unidades de programación, como ya se mencionó en el apartado anterior, aparece resumida de manera esquemática la metodología que se sigue en cada unidad, tratando los modelos de enseñanza, los agrupamientos, los espacios y los recursos que se utilizarán, además de enunciar sin entrar en detalle las competencias básicas que se trabajarán. De manera general, se trabajará combinando el gran grupo, pequeños grupos fijos y el trabajo individual realizado en casa, realizando la mayoría de las sesiones en el aula de clase con alguna visita al aula medusa para trabajar con los ordenadores.

c) Las medidas de atención a la diversidad y en su caso las concreciones de las adaptaciones curriculares para el alumnado que la precise.

Este apartado aparece íntegramente recogido en “Medidas de atención a la diversidad”. En esta programación se tiene especialmente en cuenta la atención a la diversidad, ya que en la clase hay un alumno con déficit de atención. Se pueden encontrar una serie de medidas, como la utilización de diversos agrupamientos, tener una atención más personalizada y situarlo en las primeras filas, para ayudar a este alumno, así como al resto de alumnado que tenga alguna necesidad específica, planteando actividades para adaptarse a los distintos ritmos de aprendizaje y para reforzar al alumnado que muestre dificultades en las unidades de aprendizaje. Asimismo, si bien en la programación no aparecen adaptaciones curriculares para este curso, sí se deja indicado el método a seguir si viniera alumnado de 1º o 2º de la ESO con esas adaptaciones, planteando diversos niveles de exigencia en las pruebas escritas.

d) Las estrategias de trabajo para el tratamiento transversal de la educación en valores.

Si bien no aparece ningún apartado en la programación que se dedique a exponer las estrategias de trabajo para el tratamiento transversal de la educación en valores, en cada una de las unidades didácticas aparece un apartado denominado “Estrategias” en el que se explican los temas sobre los que se va a reflexionar en cada unidad, constituyendo

muchos de ellos un ejemplo pertinente de educación en valores, como la adquisición de hábitos de vida saludable o el respeto por el patrimonio cultural, además de una serie de actividades promovidas por el centro para trabajar los valores y actitudes básicas como el respeto, la igualdad o la tolerancia.

e) La concreción en cada área, materia, ámbito o módulo de los planes y programas de contenido pedagógico a desarrollar en el centro.

En todas las unidades de programación aparece una casilla destinada a mencionar los planes del centro en los que se participará a lo largo de cada unidad, aunque no se explica de manera detallada de qué manera se va a participar. Destacar que resultan ser los mismos planes para todas las unidades: Red de igualdad, red de solidaridad, red de sostenibilidad, red de Escuelas Promotoras de la Salud y el Plan de lectura.

f) Las actividades complementarias y extraescolares que se pretenden realizar.

En esta programación no se contempla realizar actividades complementarias ni extraescolares.

g) Los procedimientos e instrumentos de evaluación y los criterios de calificación de las evaluaciones, tanto ordinarias como extraordinarias.

Este apartado aparece recogido prácticamente en su totalidad en la sección “Evaluación”, dejando indicado en cada unidad de programación los instrumentos de evaluación que se utilizarán.

La evaluación constará de dos partes principales. La primera trata aspectos relacionados con la asistencia, el trabajo e interés en clase, cumplimentando cuestionarios para evaluar sus propios aprendizajes (autoevaluación) o de sus compañeros y compañeras (coevaluación). La segunda corresponde a los medios a través de los cuales el docente extraerá información válida para evaluar el proceso de aprendizaje del alumnado, como los instrumentos de evaluación, que consisten fundamentalmente en trabajos y pruebas escritas. Si bien se menciona que, como herramienta de evaluación, se utilizará una rúbrica para estos instrumentos, dicha rúbrica no aparece en la programación.

Por otra parte, la programación indica que, para calificar al alumnado en cada trimestre, se realizará la media de la calificación entre todos los criterios de evaluación que se trabajen en dicho trimestre, la calificación final se obtendrá haciendo la media de la calificación entre todos los criterios.

h) Las actividades de refuerzo, y en su caso ampliación, y los planes de recuperación para el alumnado con áreas, materias, módulos o ámbitos no superados.

Los planes y actividades de refuerzo aparecen recogidos como parte del apartado “Medidas de atención a la diversidad”, así como los planes de ampliación para alumnos que alcancen con holgura los criterios de evaluación y muestren interés por continuar aprendiendo más. Si bien los planes de refuerzo solamente se mencionan, y no se explica detalladamente la manera en la que se van a realizar, para los planes de ampliación se establece la directriz básica de, primero valorar si la ampliación se

extiende a toda la materia del curso o solo a unidades puntuales y, en consecuencia, se procederá a encomendarle tareas similares, pero más complejas, o bien otro tipo de trabajos vinculados a contenidos que exceden el currículo propio del nivel.

i) Procedimientos que permitan valorar el ajuste entre el diseño, el desarrollo y los resultados de la programación didáctica.

En esta programación no se contempla realizar procedimientos que valoren la programación didáctica.

2.3. Reflexión final.

De este análisis que se ha realizado de la programación didáctica se pueden extraer algunas conclusiones y aspectos a destacar.

En primer lugar, la programación estudiada resulta compacta y fácil de leer, presentando en apenas veinte páginas la mayoría de los aspectos que exige la legislación vigente. El principal inconveniente de esto es que en la mayoría de los apartados no se explica de manera detallada la forma en la que se va a trabajar en los diferentes aspectos. Esta situación la podemos encontrar en apartados imprescindibles como la adquisición de las competencias básicas o en las medidas de atención a la diversidad.

Por otro lado, resulta sorprendente que, si bien en todas las unidades de programación aparecen aspectos de desarrollo de educación en valores, proponiendo en cada unidad diversas formas de acercar valores necesarios para vivir en sociedad al alumnado, los proyectos del centro que se desarrollan en cada unidad son siempre los mismos, proporcionando la sensación de que no se trabajan realmente.

Como gran aspecto positivo a destacar, la programación ofrece, en las secciones de “Introducción”, y sobre todo en la de “Metodología”, una visión de las características del centro y del alumnado que tiene, proporcionando la información necesaria y las técnicas a seguir para intentar que todo el alumnado consiga alcanzar los aprendizajes establecidos en este curso.

A pesar de esto, en la descripción de las unidades de programación no aparece reflejado este espíritu de intentar ayudar al alumnado en la medida de lo posible, sino que se centra en las operaciones y demás conceptos matemáticos. Relacionado con esto último, en el apartado de evaluación se observa que, si bien se evalúan teóricamente por igual todos los criterios (la calificación final es la media de la calificación de todos los criterios), al no poner la rúbrica mediante la cual se evalúan los aprendizajes del alumnado, unido al hecho de que los únicos instrumentos de evaluación sean trabajos y pruebas escritas, da la impresión de que se sigue la enseñanza más tradicional en la que se obvian las competencias y aprendizajes que no sean estrictamente matemáticos.

CAPÍTULO 2. PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA ANUAL.

En este capítulo se incluye una propuesta de la Programación Didáctica Anual para la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de la ESO, diseñada para llevarla a cabo en el IES El Sobradillo.

1. JUSTIFICACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA.

Esta Programación Didáctica Anual (PDA), contextualizada en el IES El Sobradillo, está diseñada para la materia de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas del tercer curso de la Educación Secundaria Obligatoria, y pretende servir como guía al docente, ofreciendo las orientaciones necesarias para el correcto desarrollo de las ocho Situaciones de Aprendizaje (SA) que se realizarán durante el curso.

Como aparece recogido en el currículo de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas:

Esta asignatura contribuye al desarrollo de múltiples habilidades como: comprender, organizar y emitir información; describir y explicar fenómenos y resultados; aumentar en el alumnado la confianza en sí mismo; dotarle de flexibilidad para tratar situaciones y buscar variantes a los problemas; tener paciencia y perseverancia en la búsqueda de soluciones; hacerse preguntas y tomar decisiones, estimulando la creatividad y la imaginación. El propio aprendizaje de esta materia tiene un carácter investigador, descubridor y crítico, que capacita al alumnado para analizar la realidad, producir ideas y conocimientos nuevos, entender situaciones, recibir nuevas informaciones y adaptarse a entornos cambiantes. (BOC, 2016, p. 1110)

Por tanto, el elemento que tienen en común las ocho Situaciones de Aprendizaje que conforman el curso es el desarrollo del espíritu analítico del alumnado, que tendrá un papel fundamental en el desarrollo de su propio aprendizaje.

Por un lado, cada estudiante tendrá la oportunidad de intervenir en el ritmo de su propio aprendizaje mediante la técnica de la clase invertida, puesto que la introducción a los conceptos y procesos matemáticos se realizarán en casa, mientras que en las clases se pondrán en práctica esos aprendizajes.

Además, en el transcurso de las sesiones ubicadas en el aula de clase, el docente proporcionará interrogantes y reflexiones que puedan resultar motivadoras para el alumnado, promoviendo la creatividad en la búsqueda de soluciones y profundizando en los conceptos estudiados en clase.

Por otro lado, en todas las SA se realizarán actividades grupales que fomenten el trabajo cooperativo y el aprendizaje entre pares. Algunas de esas actividades son fichas de ejercicios que los estudiantes tendrán que resolver en grupo, o realizar trabajos más complejos con GeoGebra o las hojas de cálculo. Con estas actividades se pretende potenciar que la búsqueda, análisis y exposición de la información se realicen en

equipo, desarrollando habilidades sociales y comunicativas, imprescindibles para el desarrollo del alumnado.

Siguiendo el plan TIC establecido en el centro, la presencia de las nuevas tecnologías será habitual en el transcurso de las clases, y aparece reflejada en esta programación como elemento esencial para el desarrollo de la clase invertida, el papel fundamental que tiene el campus virtual de la asignatura y demás recursos informáticos (vídeos en EdPuzzle, cuestionarios Kahoot, GeoGebra, hojas de cálculo) que irán apareciendo a lo largo de las Situaciones de Aprendizaje.

Para evaluar los aprendizajes adquiridos por el alumnado se utilizarán ocho tipos de instrumentos de evaluación: los ejercicios realizados en clase, los cuestionarios en Kahoot, las respuestas ofrecidas por el alumnado en EdPuzzle, las fichas de ejercicios grupales, dos trabajos grupales realizados en GeoGebra, una WebQuest, un proyecto estadístico y una prueba escrita que se realizará al final de cada SA. Como herramienta de evaluación se utilizarán dos tipos de rúbrica: una para evaluar el grado de desarrollo de los estándares de evaluación y otra para evaluar los aprendizajes en general, asociados a cada criterio de evaluación que ha adquirido el estudiante. Con esta última rúbrica se asignará una calificación numérica acorde al grado en la que el alumnado haya conseguido alcanzar dichos aprendizajes.

2. CONTEXTUALIZACIÓN.

Esta Programación Didáctica está contextualizada para la clase de 3º ESO de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas del IES El Sobradillo.

Se trata de un grupo de veinticuatro alumnos y alumnas en el que podemos encontrar distintos ritmos de aprendizaje, con tres alumnos repetidores, pero ningún integrante del alumnado con NEE o NEAE. A la mayoría de los estudiantes les cuestan especialmente las matemáticas, comparadas con el resto de materias, ya que consideran que son aburridas y que no tienen utilidad más allá del aula. No obstante, el alumnado muestra una gran capacidad de aprendizaje, si bien necesita ser estimulado mediante actividades interactivas y que sean de su interés para poder rendir al máximo de sus capacidades.

En los últimos años el centro se ha modernizado, instalando ordenadores en prácticamente todas las aulas y aumentando el número de ordenadores y dispositivos electrónicos disponibles para el alumnado, con el objetivo de combinar las clases magistrales con otro tipo de actividades que contribuyan a desarrollar las competencias tecnológicas. Por tanto, el aula en la que se desarrollarán la mayoría de las sesiones estará equipada con un ordenador conectado a un proyector en el que se visionarán las transparencias expuestas por el docente, además de los recursos habituales que podemos encontrar en un aula: pizarra, pupitres y sillas para el alumnado y la mesa y silla correspondientes al docente.

3. OBJETIVOS DE ETAPA Y COMPETENCIAS.

La programación que se propone en este documento contribuirá a la consecución o desarrollo de los objetivos de la etapa, de diferentes formas.

La tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas serán elementos indispensables que estarán presentes a lo largo de todo el curso. Se proporcionará igualdad de oportunidades a cualquier estudiante, sin discriminar según raza, sexo o ideología. Además, se fomentará, mediante una serie de trabajos grupales, la cooperación y la solidaridad entre distintos miembros del alumnado, que tendrán que trabajar de manera conjunta con el resto de sus compañeros y compañeras.

Por otra parte, se incidirá especialmente en los hábitos de disciplina, estudio y trabajo tanto individual como grupal. Debido a la metodología usada a lo largo de esta Programación Didáctica, con el uso de la clase invertida, se promueve que el alumnado trabaje día a día en los conceptos matemáticos que se estén impartiendo en ese momento, aunque sea durante un pequeño intervalo de tiempo; y con los trabajos y estudios grupales se fomenta el sentido de la responsabilidad colectiva pues en estos casos el aprendizaje de los integrantes del grupo depende de cada uno de los individuos que conforman dicho grupo.

Asimismo, se fomentará la autoestima, la confianza en sí mismo, el sentido crítico, el espíritu emprendedor y la iniciativa personal a la hora de enfrentar situaciones problemáticas y debates establecidos por el docente y planificar su resolución, ayudado cuando sea necesario por este último.

Los contenidos matemáticos contribuyen directamente a facilitar el acceso del alumnado a los conocimientos científicos y tecnológicos y a comprender los elementos y los procedimientos fundamentales de las investigaciones, desarrollando un método lógico y personal para abordar y resolver problemas, y para plantear trabajos de investigación.

También se favorece el desarrollo de la expresión oral y escrita al participar y debatir en clase, además de defender el proceso seguido en la resolución de problemas y en las diferentes investigaciones y trabajos tanto individuales como grupales.

Además de fomentar los aprendizajes establecidos en los criterios y estándares de evaluación, a lo largo del curso se trabajarán las competencias clave establecidas en el currículum (BOC, 2016).

Esta Programación Didáctica contribuye a desarrollar las siguientes competencias básicas:

- Competencia en comunicación lingüística (CL): A través de diferentes actividades individuales y grupales, a lo largo del curso se promoverá que el alumnado realice la lectura comprensiva de los enunciados y problemas, expresando de forma oral o escrita, el proceso seguido en la resolución de un

problema o en una investigación, utilizando un lenguaje adecuado en distintos contextos matemáticos.

- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT): Se trabajan con los distintos ámbitos matemáticos, resolviendo problemas y ejercicios numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos. Partiendo de interrogantes motivadores, se pretende que el alumnado diseñe un plan de trabajo para resolver el problema inicial, analizando las posibles soluciones e interpretándolas en el contexto original del problema. Se fomentará la creatividad y el pensamiento lógico, poniendo al alumnado en situaciones en las que tenga que formular hipótesis acerca del fenómeno que esté ocurriendo, realizando deducciones y generalizaciones de los conceptos matemáticos trabajados guiados por el docente.
- Competencia digital (CD): El alumnado se servirá de diferentes herramientas tecnológicas durante el transcurso de las clases. Manejar algunas de estas herramientas, como los vídeos de EdPuzzle alojados en el aula virtual, el propio campus virtual de la asignatura o los cuestionarios realizados en Kahoot, será un requisito indispensable para poder avanzar de manera correcta en la asignatura. Además, se utilizarán otras herramientas, como la calculadora, el GeoGebra o las hojas de cálculo, mediante las cuales el alumnado podrá realizar cálculos, representaciones, proyectos y estudios de los conceptos matemáticos trabajados.
- Competencia de aprender a aprender (AA): Se fomenta que el alumnado plantee interrogantes y que busque diferentes estrategias para resolver problemas, además de reflexionar sobre el proceso seguido, con el objetivo de extraer conclusiones para situaciones futuras en contextos semejantes, integrando dichos aprendizajes y aprendiendo de los errores cometidos.
- Competencias sociales y cívicas (CSC): El alumnado tendrá que resolver diversos problemas a través del trabajo en equipo con sus compañeros, fomentando el aprendizaje entre iguales en el que tendrán que tomar decisiones de forma conjunta.
- Competencia en sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (SIEE): A lo largo de las diferentes Situaciones de Aprendizaje se fomenta que el alumnado sepa elegir, planificar y gestionar los conocimientos, las destrezas o habilidades y las actitudes necesarias con criterio propio, con el fin de alcanzar el objetivo previsto con seguridad y confianza. Además, se realizan investigaciones y proyectos que el alumnado tiene que gestionar, tomando decisiones y buscando soluciones a los posibles problemas adicionales que puedan surgir.

- Competencia en conciencia y expresiones culturales (CEC): Los criterios y contenidos relacionados con la Geometría contribuyen a desarrollar la iniciativa, la imaginación y la creatividad. El alumnado tendrá que ser consciente del mundo que lo rodea, por ejemplo, realizando un trabajo de reconocimiento de figuras geométricas en elementos de la vida cotidiana.

4. TEMPORALIZACIÓN.

Esta propuesta de Programación Didáctica cuenta con un total de ocho Situaciones de Aprendizaje, que se desarrollarán a lo largo del curso en tres trimestres, distribuidas de la siguiente forma:

Primera Evaluación				
SA	Título	Sesiones	CE	Resumen
1	<i>¿Y cómo se sumaba?</i>	12 sesiones	1, 2 y 3	Repaso de números enteros. Operaciones con números fraccionarios y decimales.
2	<i>¡Poténcialo!</i>	16 sesiones	1, 2 y 3	Operaciones con potencias y radicales. Notación científica.
3	<i>Buscando el Orden entre el Caos</i>	16 sesiones	1, 2 y 4	Sucesiones y término general de una sucesión. Sucesiones recurrentes. Progresiones aritméticas y geométricas.

Tabla 2. Temporalización de las SA en la primera evaluación.

Segunda Evaluación				
SA	Título	Sesiones	CE	Resumen
4	<i>Letras en un lado, números en el otro</i>	14 sesiones	1, 2 y 4	Operaciones con polinomios. Uso de las identidades notables. Resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones.
5	<i>La medida de la Tierra</i>	18 sesiones	1, 2, 5 y 6	Geometría del plano y del espacio. Simetrías, rotaciones y traslaciones. Coordenadas geográficas.
6	<i>Si quieres explicarlo, ¡representalo!</i>	8 sesiones	1, 2, 7 y 8	Introducción a las funciones. Funciones lineales y cuadráticas.

Tabla 3. Temporalización de las SA en la segunda evaluación.

Tercera Evaluación				
SA	Título	Sesiones	CE	Resumen
6	<i>Si quieres explicarlo, ¡preséntalo!</i>	8 sesiones	1, 2, 7 y 8	Análisis y representación de funciones.
7	<i>La media es engañosa</i>	18 sesiones	1, 2 y 9	Tablas de frecuencias. Gráficos estadísticos. Cálculo y análisis de las medidas de centralización y dispersión.
8	<i>Probablemente, querido Watson</i>	16 sesiones	1, 2 y 10	Regla de Laplace. Árboles de probabilidad. Introducción a la combinatoria.

Tabla 4. Temporalización de las SA en la tercera evaluación.

5. METODOLOGÍA.

A lo largo de esta Programación Didáctica se empleará una metodología flexible, en función de los aprendizajes que se quieran desarrollar. De manera general, se alternará entre el método expositivo, donde será el docente quién proporcione el conjunto de saberes a desarrollar, y por elaboración, ya que en ciertos momentos será el estudiante el que tenga que buscar información sobre los conceptos a estudiar. Para ello, a lo largo del curso, se utilizarán principalmente tres técnicas didácticas: la explicación oral, con o sin apoyo visual, el aprendizaje basado en problemas y la clase invertida.

Durante el desarrollo de las sesiones, el docente alternará entre un rol pasivo y un rol activo. El docente adoptará un rol pasivo en la mayoría de las sesiones, dejando que el alumnado adquiera protagonismo. En estas sesiones, se profundizará en los conceptos que el alumnado haya visto previamente, solucionando dudas, poniendo más ejemplos y resolviendo ejercicios similares. El docente asumirá el rol activo en las clases expositivas, que estarán dedicadas a trabajar los conceptos matemáticos que sean más complejos.

En algunos momentos, el estudiante tendrá que asumir un alto grado de autonomía en su aprendizaje a través de la clase invertida y para la realización de informes, además de tener que trabajar en equipo en algunas actividades.

La mayoría de las sesiones se desarrollarán en el aula de clase, que dispone de proyector y de pizarra. El tiempo de estas sesiones se dedicará principalmente a la resolución de problemas y explicaciones de algunos conceptos o procesos más complejos, que hayan generado dificultades a los estudiantes o que se prevea que pueden generarlas. Fuera de clase, el alumnado tendrá que administrar de manera autónoma su tiempo para conocer y practicar los fundamentos teóricos incluidos en los vídeos destinados a tal fin y avanzar en la investigación individual o grupal necesaria para realizar los diferentes trabajos que se requieren a lo largo del curso.

De acuerdo a todo lo anterior, puede decirse que en la Programación Didáctica diseñada se incorporan elementos de los siguientes modelos de enseñanza:

- Expositivo: El docente proporcionará información de manera clara y ordenada, para poder explicar de la manera más sencilla posible los conceptos más complicados. Este modelo se utiliza en todas las SA, y el docente se apoyará en las presentaciones y en la pizarra para llevarlo a cabo.
- Inductivo básico: En las SA 4, 5 y 6, a partir de ejemplos concretos, el alumnado y el docente trabajarán de manera conjunta para generalizar los resultados y formular reglas y principios.
- Enseñanza directiva: En las SA que utilizan recursos informáticos específicos, como GeoGebra o las hojas de cálculo, el docente realizará una práctica guiada mostrando el procedimiento, para posteriormente dejar una práctica autónoma al alumnado, todo ello con el objetivo de entrenar habilidades y destrezas.
- Investigación grupal: En las Situaciones de Aprendizaje 6 y 7, el alumnado tendrá que realizar un trabajo en grupo para el cual tendrán que realizar una búsqueda de información, trabajando de forma cooperativa y fomentando así el aprendizaje entre iguales.
- Investigación guiada: Para poder redactar el documento de la WebQuest de la SA 3, el alumnado tendrá que buscar informaciones provenientes de distintas fuentes, todo esto de manera autónoma para que el alumnado adquiera la capacidad de buscar, encontrar y discriminar la información que se puede encontrar en la web.

6. RECURSOS Y MATERIALES.

La mayoría de las sesiones del curso se desarrollarán en el aula asignada al grupo de 3º ESO de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas. Esta aula cuenta con suficientes sillas y pupitres para los veinticuatro alumnos y alumnas del grupo, además de la mesa del docente. El aula está equipada también con una pizarra y un proyector en el que se podrá conectar el ordenador portátil del docente, mediante los cuales podrá proyectar las presentaciones utilizadas en el transcurso de las clases.

Por otra parte, en algunas Situaciones de Aprendizaje se utilizará el aula de informática y los dispositivos electrónicos entregados por el centro al alumnado para realizar las actividades que requieran de las TIC, como el uso de los cuestionarios Kahoot, la aplicación de GeoGebra o de las hojas de cálculo.

La totalidad de los materiales didácticos será proporcionada por el docente. Si bien el alumnado se podrá apoyar en el libro de texto si lo desea, éste no se utilizará de manera activa en el desarrollo del curso, sino que los conceptos y contenidos serán transmitidos a los alumnos y alumnas mediante el uso de presentaciones y vídeos que se irán subiendo al campus virtual. Así, se utilizará el campus virtual como medio para recibir información y entregar las tareas, además de ser el soporte del resto de recursos que se

utilizarán a lo largo del año lectivo, como hojas de ejercicios, mapas conceptuales y vídeos explicativos o de interés general.

A lo largo del curso se van a utilizar varios recursos didácticos, que se detallan a continuación:

- **EdPuzzle:** Es una plataforma virtual que nos permite editar vídeos, recortándolos, agregando audio, y añadiendo anotaciones y preguntas que los usuarios receptores tendrán que contestar para poder seguir viendo el vídeo. En este caso, se ha utilizado esta herramienta para tratar de “invertir la clase”, de manera que los estudiantes, de forma autónoma, conozcan algunas definiciones y pongan en práctica algunos procesos iniciales. Así, las sesiones de clase se dedican a aquellos conceptos que puedan suponer más dificultad, además de realizar actividades que requieran de una orientación más directa por parte del profesor. El alumnado tendrá que registrarse en la clase virtual que ofrece esta plataforma, ver los vídeos y responder a las preguntas que en estos se plantean. Estas respuestas se podrán utilizar posteriormente para evaluar al alumnado y comentar los aspectos más interesantes de las mismas en clase.
- **Kahoot:** Es una página web que nos permite realizar cuestionarios fácilmente accesibles desde un móvil, una tablet, o un dispositivo electrónico similar. Estos cuestionarios tendrán como objetivo principal repasar los conceptos que se hayan impartido en algunas de las SA de una forma amena.
- **GeoGebra:** El alumnado utilizará una serie de recursos ofrecidos por GeoGebra para trabajar con diferentes conceptos matemáticos, como las funciones y los elementos geométricos, manipulando directamente los mismos. A lo largo del curso, y sobre todo en las SA 5 y 6, se realizarán actividades y trabajos que impliquen el uso directo de este software.
- **Fichas grupales:** En pequeños grupos, el alumnado tendrá que resolver de manera cooperativa una ficha de ejercicios variados relacionados con los contenidos trabajados en la SA correspondiente.
- **Mapas conceptuales:** A través de la aplicación CmapTools se realizarán mapas conceptuales en los que aparecerán los conceptos principales relacionados con la SA. En clase se proyectarán los mapas conceptuales incompletos, rellenándose con la participación del alumnado, y finalmente se subirán al campus virtual los mapas conceptuales completos.
- **WebQuest:** En la SA 3, “Buscando el Orden entre el Caos”, el alumnado tendrá que realizar de manera individual un documento en el que se respondan las preguntas que aparecen en la WebQuest “Salvar al mundo”, que se puede encontrar en el siguiente enlace: <https://jezaelgoyasosa.wixsite.com/salvarelmundo>.
- **Hojas de cálculo:** En la SA 7, “La media es engañosa”, se mostrará al alumnado la manera de trabajar con hojas de cálculo, pasando datos reales, construyendo la tabla de frecuencias, calculando los principales parámetros estadísticos y

realizando algunas representaciones gráficas. Al final de esta SA, el alumnado tendrá que realizar un trabajo por parejas en el que se tendrá que analizar una situación cotidiana de la que se pueda realizar un estudio estadístico, en el que tendrán que utilizar todos los procedimientos mencionados anteriormente y que se han trabajado a lo largo de la SA.

7. EDUCACIÓN EN VALORES.

El docente no debe limitarse solamente a proporcionar información y a impartir contenidos, sino que debe proporcionar una educación en valores a lo largo de todas las sesiones, adaptándose a las circunstancias de cada situación que se produzca en el aula. Valores como el respeto, la tolerancia y la honestidad son necesarios e indispensables durante el transcurso de las clases. Siguiendo la metodología de esta Programación Didáctica, se trabajará la educación en valores en los siguientes ámbitos principales:

- Respeto entre los compañeros: El docente debe respetar al alumnado y proporcionarle un refuerzo positivo para fomentar la participación en el futuro, además de procurar que los estudiantes también se respeten entre ellos, promoviendo que el resto de los compañeros y compañeras escuchen al alumno o alumna que ha intervenido, intentando analizar y comprender las respuestas que ha ofrecido a la clase.
- Fomentar la igualdad: El docente proporcionará igualdad de oportunidades a cualquier integrante del alumnado, sin discriminar según raza, sexo o ideología, fomentando la tolerancia ante ideas y creencias ajenas. Además, se trabajará bajo el amparo del Programa de Igualdad promovido por el centro, cuya finalidad es que toda la comunidad educativa trabaje y se relacione desde una perspectiva coeducativa para superar los estereotipos sexistas, potenciar las relaciones igualitarias y prevenir la violencia de género.
- Respeto por la naturaleza: En las Situaciones de aprendizaje 3, 5 y 6 se pondrá especial atención en cómo se manifiestan algunos objetos matemáticos, concretamente las sucesiones, los objetos geométricos y las funciones, en la naturaleza. La labor del docente será incidir en preservar esta última, apreciando su belleza y estudiando las configuraciones matemáticas que se pueden encontrar en ella.
- Juego responsable: En la Situación de Aprendizaje 8, en la que se tratarán contenidos y conceptos relacionados con la probabilidad y el azar, se realizará especial hincapié al alumnado, que es un grupo de riesgo por su edad, en promover políticas de juego responsable que permitan difundir buenas prácticas de juego y prevenir y reparar los efectos negativos del mismo.
- Mejora de la convivencia: De manera complementaria al Programa de Comisión de Convivencia del centro, se promoverá el diálogo como manera fundamental de prevenir y resolver conflictos de manera pacífica, fomentando la no violencia en todos los ámbitos de la vida escolar, familiar y social.

- Preocuparse por observar: La sociedad actual se encuentra repleta de distracciones, que afectan principalmente a la población joven, muchas de las cuáles llegan a través de los dispositivos electrónicos. Por ello, es necesario fomentar la capacidad de observar la situación que está ocurriendo y extraer conclusiones a partir de dicha situación. A lo largo del curso se planteará una serie de problemas y situaciones que el alumnado tendrá que resolver. Guiados por el docente, llegarán a sus propias conclusiones mediante la lógica y la observación de fenómenos y situaciones anteriores. Se desarrollará el pensamiento crítico para fomentar que el alumnado sean futuros ciudadanos conscientes.

8. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD.

Tal y como se recoge en el Decreto 25/2018, de 26 de febrero, se señala que:

La atención a la diversidad se establece como principio fundamental que debe regir toda la enseñanza básica, con el objetivo de proporcionar a todo el alumnado una educación de calidad, adecuada a sus características y necesidades. Una educación de calidad es aquella capaz de promover el éxito escolar y la excelencia en todo el alumnado, de acuerdo a sus potencialidades, desde un enfoque inclusivo y competencial (p.2).

Esta Programación Didáctica está diseñada para un grupo de veinticuatro alumnos y alumnas, que, aunque ninguno de ellos presente necesidades específicas de apoyo educativo, existen diferencias considerables en los ritmos de aprendizaje, de las que se pueden destacar una pequeña parte del alumnado que aprende rápido y tiene una buena predisposición a las Matemáticas; y otra parte del alumnado que tiene un ritmo de aprendizaje más lento y especial animadversión hacia las Matemáticas.

Para la parte del alumnado que resuelve los problemas con mayor rapidez, el docente proporcionará numerosas preguntas de reflexión que les vaya adelantando algún aspecto relacionado con los contenidos que se impartirán después, además de establecer variantes de los problemas resueltos con mayor dificultad. Si bien, en líneas generales, la mayoría de las SA tienen una metodología similar, se ofrecerá al alumnado una gran variedad de actividades en las que tengan que participar activamente, como los cuestionarios en Kahoot o los trabajos grupales, con la finalidad de mantener la atención y evitar que el alumnado desconecte de la clase.

Para la parte del grupo en la que se aprecian dificultades a la hora de desarrollar las actividades propuestas, a lo largo de la Programación Didáctica se encuentran una serie de actividades grupales en las que el alumnado con un ritmo de aprendizaje lento se verá ayudado por sus propios compañeros. Además, se utilizarán las nuevas tecnologías para ayudar a esta parte del alumnado. La utilización de la clase invertida permite dejar los aspectos más mecánicos para realizar en casa y deja el aula de clase para resolver dudas y profundizar en los conceptos, y el uso del campus virtual, en el que se sube todo lo impartido en el aula, permite a los estudiantes que así lo requieran informarse y

repasar aquellos conceptos que no haya entendido. Por otra parte, se realizarán actividades de refuerzo complementarias, cerca del final de cada SA, para los estudiantes que tengan dificultades, repasando los conceptos fundamentales de cursos o SA anteriores que sean complicados o que el alumnado no recuerde.

9. ORGANIZACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE LAS DIFERENTES SITUACIONES DE APRENDIZAJE.

En este apartado se encuentra un breve resumen de cada una de las ocho Situaciones de Aprendizaje que componen esta Programación Didáctica Anual, indicando la fundamentación curricular y metodológica de cada una de ellas y enunciando la estrategia de trabajo para el tratamiento transversal de la educación en valores, si aparece en dicha SA.

Situación de Aprendizaje 1: ¿Y cómo se sumaba?

Resumen.

En esta primera SA, a la que se dedicarán doce sesiones, se realiza un primer acercamiento al alumnado, ofreciendo actividades que resulten atractivas y repasando los conceptos clave de las operaciones aritméticas que ya se han trabajado en cursos anteriores.

En las primeras sesiones, además de hacer actividades estrictamente matemáticas se realizarán dinámicas de grupo para conocer a los estudiantes y establecer relaciones entre ellos, o reforzar las conexiones ya existentes. Asimismo, el docente aprovechará estas sesiones introductorias para explicar y ejemplificar la metodología que se llevará a cabo en la mayor parte del curso. Se utilizará principalmente un modelo de enseñanza expositivo, ya que se presentará y explicará al alumnado todos los conceptos y procedimientos matemáticos. Esto se hará utilizando un método expositivo, ya que el docente será quien proporcione el conjunto de saberes, en ocasiones a través de explicaciones orales, apoyadas o no con presentaciones, y en otras ocasiones a través de vídeos, en un formato de clase invertida. Además, se explicarán el funcionamiento de los cuestionarios Kahoot y de las fichas de ejercicios grupales, que aparecerán de manera recurrente a lo largo del curso.

Los aspectos matemáticos principales que se trabajarán en esta SA consisten principalmente en un repaso de los números enteros y el estudio de los números fraccionarios y decimales. Se trabajará con la recta numérica de los enteros y se realizarán ejercicios y problemas relacionados con este tema, repasando las operaciones básicas de la aritmética de enteros (suma, resta multiplicación y división de enteros). Además, se explicará las operaciones aritméticas básicas relacionadas con las fracciones y se realizarán ejercicios para expresar fracciones en forma decimal o viceversa. Finalmente, se utilizarán diversas situaciones en contextos cotidianos mediante las cuales el alumnado estudiará las diferentes maneras de estimar, aproximar y redondear un valor determinado, calculando tanto su error absoluto como su error relativo.

Como instrumentos de evaluación se utilizarán las actividades realizadas en el aula, las respuestas ofrecidas por el alumnado en las plataformas de EdPuzzle y Kahoot, además del informe grupal y la prueba escrita.

Fundamentación curricular.

Criterios de Evaluación	Contenidos	Competencias Básicas	Estándares de Aprendizaje
1, 2 y 3	Criterio 1: 3 y 6 Criterio 2: 2 Criterio 3: 5,6,7 y 8	CL, CMCT, CD, AA y CSC	1,12,14,29,30,31,32, 35,36,37,38 y 39

Tabla 5. Fundamentación curricular de la SA 1.

Objetivos didácticos.

1. Identificar y distinguir entre números enteros y fraccionarios. Realizar operaciones aritméticas, aplicando la jerarquía de las operaciones.
2. Expresar números decimales en forma de fracción y viceversa. Calcular la fracción generatriz de decimales exactos y periódicos.
3. Realizar aproximaciones numéricas. Calcular las cifras significativas y estimar el error cometido.
4. Resolver problemas de la vida cotidiana utilizando números enteros, fraccionarios y decimales.
5. Fomentar la cooperación entre el alumnado y reforzar sus relaciones personales.
6. Comprender el enunciado de un problema y expresar correctamente el proceso de resolución del mismo.
7. Desarrollar estrategias para el cálculo mental y la realización de aproximaciones.

Fundamentación metodológica.

Temporalización	Espacios	Agrupamientos	Recursos
Doce sesiones	Aula de clase	Gran grupo en clases expositivas. Grupos de 4 personas.	Campus virtual, hoja de problemas, EdPuzzle, Kahoot, proyector y pizarra
Métodos	Técnicas	Modelos	Instrumentos de evaluación
Expositivo	Explicación oral con apoyo visual. Clase invertida	Expositivo	Ejercicios realizados en la libreta y en la pizarra. Respuestas en EdPuzzle. Respuestas en Kahoot. Fichas grupales de ejercicios Prueba escrita.

Tabla 6. Fundamentación metodológica de la SA 1.

Estrategia de trabajo para el tratamiento transversal de la educación en valores.

Al comienzo de las clases, se realizará una dinámica grupal para que el docente conozca un poco al alumnado y que este último refuerce las relaciones existentes entre sí. En grupos de cuatro personas se realizará una actividad parecida al “¿Quién es Quién?”. Además, se establecerán las normas básicas de la clase y se recordará la posibilidad de resolver conflictos a través del organismo creado por el centro con tal fin. La finalidad principal de estas actividades es empezar a trabajar los valores de respeto entre compañeros, la igualdad y la mejora de la convivencia entre el alumnado desde el comienzo del curso.

Situación de Aprendizaje 2: ¡Potencialo!

Resumen.

En esta Situación de Aprendizaje se continúa con el objetivo de repasar y profundizar en las operaciones numéricas, teniendo como foco principal el estudio de las potencias y de los radicales. Así, se realizarán actividades con potencias de números racionales con exponente entero, de ahí la importancia de tener reciente el correcto manejo de los números fraccionarios de la SA anterior. Además, se tratará el origen histórico de los radicales, situando al alumnado en la época de la escuela pitagórica y de cómo estos sabios consideraron “contrario a la razón” la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado la unidad, así como muchas de las cantidades resultantes al aplicar el Teorema de Pitágoras. Apoyándose en los conocimientos adquiridos sobre las potencias, se realizarán simplificaciones y operaciones entre radicales, aproximando con la calculadora en los casos más sencillos.

Asimismo, se reflexionará acerca de los diferentes tipos de potencias que se pueden encontrar, realizando preguntas que permitan analizar los diferentes casos posibles en función de la base (por ejemplo, “¿Qué ocurre si la base es negativa?” o “¿Qué pasa si la base es un número entre 0 y 1?”) o del exponente (“¿Qué ocurre si el exponente es negativo?” o “¿Qué pasa si el exponente es fraccionario?”). Estas reflexiones serán de gran utilidad en el estudio de las progresiones geométricas, que se tratarán en la siguiente SA.

El alumnado tendrá que utilizar las propiedades de las potencias para resolver problemas en contextos reales, manejando números muy grandes o muy pequeños mediante la notación científica, relacionándolos con otras materias. Como ejemplos, se pueden considerar el número de Avogadro ($6,022 \times 10^{23}$) o la distancia de La Tierra al Sol ($1,5 \times 10^{11}$ metros). Se recalcará la importancia y el buen uso de la calculadora para realizar los cálculos más complicados que suelen aparecer en este tipo de ejercicios.

Debido a la naturaleza de este tipo de ejercicios, se pondrá especial atención a la técnica de la clase invertida, mediante la cual el alumnado realizará un primer acercamiento a los conceptos en casa, conociendo las definiciones y algunas propiedades básicas a partir de vídeos explicativos, ejercitándose a través de algunos ejemplos. Esta técnica se

complementará con algunas clases expositivas, en las que el docente reforzará y presentará el origen histórico de algunos conceptos, formulando preguntas que hagan reflexionar a los estudiantes sobre lo estudiado en casa.

Acorde con esta idea, en la evaluación de esta SA se tendrá más en cuenta la prueba final escrita y las fichas de ejercicios que en el resto de Situaciones de Aprendizaje.

Fundamentación curricular.

Criterios de Evaluación	Contenidos	Competencias Básicas	Estándares de Aprendizaje
1, 2 y 3	Criterio 1: 3 Criterio 2: 2 Criterio 3: 1,2,3 y 4	CL, CMCT y CD	12,17,19,23,33, 34 y 38

Tabla 7. Fundamentación curricular de la SA 2.

Objetivos didácticos.

1. Cálculo y simplificación de operaciones con potencias y radicales.
2. Aproximación de raíces cuadradas no exactas.
3. Identificar y realizar operaciones con números en notación científica en contextos reales.
4. Conocer el funcionamiento de la calculadora y utilizarla en los cálculos más complicados.
5. Fomentar la perseverancia y el esfuerzo para desarrollar habilidades matemáticas.

Fundamentación metodológica.

Temporalización	Espacios	Agrupamientos	Recursos
Dieciséis sesiones	Aula de clase	Gran grupo	Campus virtual, hoja de problemas, EdPuzzle, Kahoot, proyector y pizarra
Métodos	Técnicas	Modelos	Instrumentos de evaluación
Expositivo	Explicación oral con apoyo visual. Clase invertida	Expositivo Inductivo básico	Ejercicios realizados en la libreta y en la pizarra. Respuestas en EdPuzzle. Respuestas en Kahoot. Fichas grupales de ejercicios. Prueba escrita.

Tabla 8. Fundamentación metodológica de la SA 2.

Situación de Aprendizaje 3: Buscando el orden entre el caos.

Resumen.

En esta Situación de Aprendizaje se trabajarán, a lo largo de dieciséis sesiones, algunas nociones básicas de sucesiones, concretamente aquellos aspectos relacionados con las sucesiones recurrentes y las progresiones tanto aritméticas como geométricas, calculando su término general y la suma de los n primeros términos, todo esto contextualizado en situaciones y problemas de la vida cotidiana.

A lo largo de la SA, el docente planteará una serie de actividades diversas, tanto de manera individual como grupal, que resulten atractivas para el alumnado, con el objetivo de captar su atención y favorecer su implicación tanto con la materia como con el propio grupo.

Sumándose al modelo expositivo, en esta Situación de Aprendizaje aparecen otros dos modelos de enseñanza: el modelo inductivo-básico, ya que, a partir de ejemplos concretos, el alumnado y el docente trabajarán de manera conjunta para generalizar los resultados y formular reglas y principios relacionados con las sucesiones; y el modelo de investigación guiada, utilizado para el desarrollo de la Webquest. Así, el alumnado tendrá que buscar informaciones provenientes de distintas fuentes de manera autónoma, discriminando entre lo que se puede encontrar en la web. El alumnado tendrá que realizar y entregar un informe con las respuestas.

Además, durante la SA, se realizarán dos fichas de ejercicios. Una se hará de manera grupal, en la que se trabajarán algunos ejercicios más complicados relacionados con todo tipo de sucesiones. La otra ficha de ejercicios se realizará en parejas en el aula de informática, utilizando un libro interactivo de GeoGebra en el que se relacionan los fractales con las progresiones geométricas.

Finalmente, en la última sesión se realizará una prueba escrita con el fin de evaluar el rendimiento individual de la clase, así como la eficiencia de la situación de aprendizaje.

Fundamentación curricular.

Criterios de Evaluación	Contenidos	Competencias Básicas	Estándares de Aprendizaje
1, 2 y 4	Criterio 1: 1,2,3 y 7 Criterio 2: 1 c), 1 e) y 2 Criterio 4: 1 y 2	CL, CMCT, CD, AA y CSC	1,6,12,20,23,27,40, 41,42 y 43.

Tabla 9. Fundamentación curricular de la SA 3.

Objetivos didácticos.

1. Hallar regularidades numéricas tanto en contextos matemáticos como en situaciones de la vida cotidiana. Identificar la presencia de las sucesiones en la naturaleza.

2. Identificar las sucesiones recurrentes y calcular sus términos mediante su término general.
3. Obtener el término general de sucesiones sencillas de números enteros o fraccionarios.
4. Distinguir entre progresiones aritméticas y geométricas. Conocer su término general y hallar la suma de los primeros n términos.
5. Resolver problemas del mundo real utilizando herramientas matemáticas.
6. Utilizar herramientas tecnológicas para realizar cálculos numéricos y elaborar documentos digitales propios.
7. Expresar correctamente la resolución de un problema de manera oral y escrita.
8. Desarrollar el aprendizaje autónomo mediante recursos digitales.
9. Desarrollar la curiosidad y el interés por las Matemáticas.

Fundamentación metodológica.

Temporalización	Espacios	Agrupamientos	Recursos
Dieciséis sesiones	Aula de clase. Aula de informática.	Gran grupo. Grupos de 4 personas. Trabajo en parejas.	Campus virtual, GeoGebra, cuestionarios Kahoot, hojas de problemas, vídeos en EdPuzzle, proyector y pizarra.
Métodos	Técnicas	Modelos	Instrumentos de evaluación
Expositivo Por elaboración	Explicación oral con apoyo visual. Clase invertida	Expositivo Inductivo básico Investigación guiada	Ejercicios realizados en la libreta y en la pizarra. Respuestas en EdPuzzle. Prueba escrita. Kahoot. Ficha grupal. Webquest.

Tabla 10. Fundamentación metodológica de la SA 3.

Estrategia de trabajo para el tratamiento transversal de la educación en valores.

Esta Situación de Aprendizaje es la que se trata con detalle en el capítulo 3. En este capítulo se puede ver de manera concreta cómo se trabajarán los siguientes valores:

- Respeto por la naturaleza.
- Preocuparse por observar.
- Respeto entre los compañeros.

Situación de Aprendizaje 4: Letras en un lado, números en el otro.

Resumen.

En esta Situación de Aprendizaje se tratarán, a lo largo de catorce sesiones, los contenidos y conceptos relacionados con el Álgebra, es decir, polinomios, sistemas de

ecuaciones y ecuaciones de primer y segundo grado, continuando con la metodología seguida hasta ahora, combinando la clase invertida con explicaciones orales del docente.

En primer lugar, se repasarán los polinomios y las igualdades notables, así como la “traducción” al lenguaje algebraico. Se trabajará con la factorización de polinomios, usando las técnicas de extraer factor común, la regla de Ruffini o las identidades notables. Estos conocimientos serán necesarios posteriormente para manejar mejor las ecuaciones de primer y segundo grado, permitiendo incluso simplificar algunas ecuaciones de grados superiores sencillas.

Después del repaso de los polinomios, se estudiarán las ecuaciones de primer y segundo grado y de los sistemas de ecuaciones, realizando actividades grupales en los que se plantean problemas contextualizados. A lo largo de las sesiones, se plantearán una serie de preguntas con el objetivo de hacer reflexionar al alumnado acerca de las ecuaciones, traduciendo enunciados de problemas al lenguaje matemático, estudiando el número de soluciones del problema según el tipo de ecuación y resolviendo ecuaciones de grado superior a dos que se puedan simplificar. Para resolver los problemas, además del enfoque algebraico, se trabajará con la representación y resolución gráfica de las ecuaciones, utilizando siempre que sea posible el GeoGebra. Finalmente, se realizarán dos sesiones de repaso antes de la prueba final escrita.

Fundamentación curricular.

Criterios de Evaluación	Contenidos	Competencias Básicas	Estándares de Aprendizaje
1, 2 y 4	Criterio 1: 1 y 5 Criterio 2: 4 Criterio 4: 3,4,5,6 y 7	CL, CMCT y CD	2,3,8,13,14,25,44, 45,46 y 47

Tabla 11. Fundamentación curricular de la SA 4.

Objetivos didácticos.

1. Realizar operaciones con polinomios.
2. Aplicar correctamente las identidades notables.
3. Conocer y aplicar los métodos que permiten factorizar polinomios y expresiones algebraicas.
4. Identificar ecuaciones y sistemas de ecuaciones en la vida cotidiana, resolviéndolos y valorando la validez de las soluciones una vez resuelto cada problema.
5. Utilizar el método de representación gráfica, utilizando en ocasiones herramientas informáticas, para resolver o aproximar la solución de un problema algebraico.
6. Comprender y traducir al lenguaje matemático los enunciados de problemas en contextos reales.
7. Analizar y comprender el enunciado de los problemas, relacionándolo con el número de soluciones de los mismos.

Fundamentación metodológica.

Temporalización	Espacios	Agrupamientos	Recursos
Catorce sesiones	Aula de clase. Aula de informática.	Gran grupo. Grupos de 4 personas.	Campus virtual, GeoGebra, hojas de problemas, Kahoot, vídeos en EdPuzzle, proyector y pizarra
Métodos	Técnicas	Modelos	Instrumentos de evaluación
Expositivo	Explicación oral con apoyo visual. Clase invertida	Expositivo	Ejercicios realizados en la libreta y en la pizarra Respuestas en EdPuzzle Prueba escrita Kahoot Ficha grupal

Tabla 12. Fundamentación metodológica de la SA 4.

Situación de Aprendizaje 5: La medida de la Tierra.

Resumen.

En esta Situación de Aprendizaje se trabajarán, a lo largo de dieciocho sesiones, los contenidos pertenecientes al bloque de Geometría.

En las primeras sesiones se hará un repaso de los elementos y conceptos geométricos más básicos en el plano, como rectas, ángulos y polígonos. Se irá profundizando en estos conceptos introduciendo la definición de lugar geométrico, estudiando algunos lugares geométricos más sencillos como la mediatriz de un segmento o la bisectriz de un ángulo. Asimismo, se trabajará con el Teorema de Tales para dividir un segmento en partes proporcionales y se estudiará las traslaciones, giros y simetrías en las figuras del plano, además de identificar relaciones semejanza en las mismas.

Debido a la naturaleza de la geometría, a lo largo de la SA se irán combinando las clases teóricas, en las que se enunciarán los conceptos y se realizarán ejercicios, y las clases prácticas, en las que el alumnado trabajará por parejas en actividades manipulativas, con materiales específicos, de tal forma que vea y experimente por sí mismo los conceptos que se vayan impartiendo, utilizando siempre que sea posible el software de geometría dinámica GeoGebra. En las últimas sesiones, se dará el salto a la geometría en el espacio, trabajando con los cuerpos del espacio más característicos, como los poliedros, los cilindros o las esferas, incidiendo especialmente en la descomposición de los objetos de la vida cotidiana en cuerpos más sencillos. Para trabajar con las coordenadas geográficas y el huso horario, se utilizará un mapa virtual, que el docente subirá posteriormente al campus, y el Google Earth, con el que los estudiantes realizarán una actividad en el aula de informática en la que tendrán que encontrar lugares específicos a través de sus coordenadas.

Además del modelo expositivo, se utilizará el modelo de enseñanza directiva, ya que el docente realizará varias prácticas guiadas en GeoGebra mostrando diversos procedimientos para manejar con soltura este software de geometría dinámica, dejando posteriormente la práctica autónoma al alumnado, que tendrá que realizar un trabajo por parejas utilizando el GeoGebra. Por tanto, en esta SA se deja en un segundo plano a los cuestionarios Kahoot y a las fichas de ejercicios grupales, teniendo más importancia la prueba escrita y el trabajo en parejas a la hora de realizar la evaluación.

Fundamentación curricular.

Criterios de Evaluación	Contenidos	Competencias Básicas	Estándares de Aprendizaje
1, 2, 5 y 6	Criterio 1: 5 Criterio 2: 1 c) y 3 Criterio 5: 1,2,3 y 4 Criterio 6: 1,2 y 3	CL, CMCT, AA, CSC, CEC y CD	12,26,48-59

Tabla 13. Fundamentación curricular de la SA 5.

Objetivos didácticos.

1. Conocer las propiedades básicas de los elementos geométricos en el plano.
2. Dividir segmentos en partes proporcionales usando el teorema de Tales.
3. Identificar relaciones de semejanza.
4. Calcular longitudes, áreas y volúmenes en objetos geométricos.
5. Identificar simetrías, rotaciones y traslaciones.
6. Relacionar construcciones de la vida cotidiana con elementos geométricos.
7. Identificar las coordenadas geográficas y conocer el funcionamiento del uso horario.
8. Fomentar el uso de las tecnologías para representar y manipular elementos geométricos, explorando sus propiedades.

Fundamentación metodológica.

Temporalización	Espacios	Agrupamientos	Recursos
Dieciocho sesiones	Aula de clase. Aula de informática.	Gran grupo. Trabajo en parejas.	Campus virtual, GeoGebra, Google Earth, Kahoot, hojas de problemas, vídeos en EdPuzzle, proyector y pizarra
Métodos	Técnicas	Modelos	Instrumentos de evaluación
Expositivo	Explicación oral con apoyo visual. Clase invertida	Expositivo Enseñanza directiva	Ejercicios realizados en la libreta y en la pizarra Respuestas en EdPuzzle Prueba escrita Kahoot Ficha grupal

Tabla 14. Fundamentación metodológica de la SA 5.

Situación de Aprendizaje 6: Si quieres explicarlo, ¡representalo!

Resumen.

En esta Situación de Aprendizaje se trabajarán, a lo largo de dieciséis sesiones, los contenidos pertenecientes al bloque de Funciones. A lo largo de la SA, los estudiantes trabajarán las diferentes formas en las que aparece una función, ya sea como una “máquina” que transforma unos valores en otros, en forma de tabla, como expresión algebraica o como representación gráfica.

Se estudiarán diversos tipos de funciones que se pueden encontrar en la vida cotidiana, haciendo especial énfasis en las funciones lineales y cuadráticas. Se analizarán los aspectos más destacados de las mismas, como la pendiente, el crecimiento, la concavidad o la presencia de máximos y mínimos, observando los diferentes tipos de comportamiento según la expresión algebraica que posean.

Se seguirá utilizando el modelo expositivo y la técnica de la clase invertida combinada con las explicaciones orales del docente, pero en esta Situación de Aprendizaje aparece además el modelo de investigación grupal, ya que los estudiantes tendrán que realizar un trabajo en grupos de cuatro personas en el que deberán identificar tres situaciones de la vida real que se puedan modelizar, o por lo menos aproximar, mediante funciones. Se analizará el comportamiento de dichas funciones y se extraerán conclusiones que sean aplicables a la situación original, exponiéndolas al resto de la clase. Así, el alumnado tendrá que buscar informaciones provenientes de distintas fuentes de manera autónoma, discriminando entre las situaciones de la vida cotidiana que se pueden modelizar como funciones y las que no. Para realizar este estudio, se usará el GeoGebra, así como alguno de sus recursos interactivos, como por ejemplo, el que se puede encontrar en el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/m/dZwx3eTP#material/nkUvQUMA>. Finalmente, se realizará una prueba escrita.

Fundamentación curricular.

Criterios de Evaluación	Contenidos	Competencias Básicas	Estándares de Aprendizaje
1, 2, 7 y 8	Criterio 1: 2,4,5 y 7 Criterio 2: 1 (b,c,e f) Criterio 7: 1,2 y 3 Criterio 8: 1,2 y 3	CL, CMCT, CEC, CSC, y CD	1,4,8,10,11,16,24, 27,28,60-68

Tabla 15. Fundamentación curricular de la SA 6.

Objetivos didácticos.

1. Representar funciones a partir de su expresión algebraica y de una tabla. Identificar y describir las características fundamentales de una gráfica.
2. Identificar y conocer las diversas formas de expresión de las funciones lineales y cuadráticas.

3. Asociar situaciones de la vida cotidiana con funciones que las modelicen, representándolas e interpretando sus características en el contexto real.
4. Usar medios tecnológicos para representar y explicar situaciones cotidianas.
5. Elaborar documentos digitales propios y defender el proceso seguido en la resolución de problemas funcionales.

Fundamentación metodológica.

Temporalización	Espacios	Agrupamientos	Recursos
Dieciséis sesiones	Aula de clase. Aula de informática.	Gran grupo. Grupos de cuatro personas.	Campus virtual, GeoGebra, hojas de problemas, Kahoot, vídeos en EdPuzzle, proyector y pizarra
Métodos	Técnicas	Modelos	Instrumentos de evaluación
Expositivo	Explicación oral con apoyo visual. Clase invertida	Expositivo Investigación grupal	Ejercicios realizados en la libreta Trabajo en GeoGebra Kahoot Respuestas en EdPuzzle Prueba escrita

Tabla 16. Fundamentación metodológica de la SA 6.

Situación de Aprendizaje 7: La media es engañosa.

Resumen.

En esta Situación de Aprendizaje se trabajarán, a lo largo de dieciocho sesiones, los contenidos relacionados con la Estadística. En las primeras sesiones se realizará un repaso de los conceptos trabajados en cursos anteriores, tomando como ejemplos muestras sencillas, realizando la tabla de frecuencias absolutas, relativas y acumuladas, además de calcular los principales parámetros de posición y dispersión. Se profundizará posteriormente en el estudio de estos parámetros, comparándolos de manera conjunta e interpretando su significado en la situación original. Asimismo, se remarcará la importancia de saber realizar gráficas estadísticas e interpretarlas en contextos reales. El alumnado deberá reflexionar acerca de los resultados obtenidos en estos contextos, analizando la información que se encuentra en la red o en los medios de comunicación tradicionales.

Al igual que en la SA anterior, se alternarán sesiones más teóricas en el aula de clase con sesiones prácticas en el aula de informática, donde se realizarán tablas y gráficos estadísticos mediante el uso de las hojas de cálculo. Se realizará un trabajo por parejas en el que se tendrá que analizar una situación problemática de la realidad de la que se pueda realizar un estudio estadístico, utilizando todos los conceptos que se han trabajado a lo largo de la SA y que se expondrá usando medios tecnológicos al resto de integrantes de la clase. Algunos de los temas que se propondrán a los estudiantes tendrán relación directa con los valores trabajados durante el curso. Así, para contribuir

a fomentar la igualdad, el alumnado podrá realizar un análisis estadístico de los datos relacionados con los distintos tipos de discriminación que podemos encontrar actualmente en nuestra sociedad, ya sea por sexo, raza, ideología u orientación sexual. Finalmente, se realizará una prueba escrita.

Fundamentación curricular.

Criterios de Evaluación	Contenidos	Competencias Básicas	Estándares de Aprendizaje
1, 2 y 9	Criterio 1: 4,5,6 y 7 Criterio 2: 1,4 y 5 Criterio 9: 1,2,3,4,5,6,7,8 y 9	CL, CMCT, CSC, SIEE y CD	1,10,11,13,14,17,21, 22,27,28,29,69-78

Tabla 17. Fundamentación curricular de la SA 7.

Objetivos didácticos.

1. Distinguir entre población y muestra, valorando la representatividad de esta última.
2. Elaborar tablas de frecuencias y gráficos estadísticos tanto de forma manual como a través de medios tecnológicos.
3. Calcular las medidas de centralización y dispersión e interpretarlas en contextos reales.
4. Realizar proyectos estadísticos basados en situaciones cotidianas.
5. Elaborar documentos y presentaciones digitales propias para defender el proceso seguido.
6. Desarrollar actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas.
7. Desarrollar la capacidad de toma de decisiones en el proceso de investigación y modelización.
8. Reflexionar sobre los problemas resueltos, interpretando los resultados en el contexto original.

Fundamentación metodológica.

Temporalización	Espacios	Agrupamientos	Recursos
Dieciocho sesiones	Aula de clase. Aula de informática.	Gran grupo. Trabajo en parejas.	Campus virtual, hoja de cálculo, vídeos en EdPuzzle, Kahoot, proyector y pizarra
Métodos	Técnicas	Modelos	Instrumentos de evaluación
Expositivo	Explicación oral con apoyo visual. Clase invertida	Expositivo Investigación grupal	Ejercicios realizados en la libreta Cuestionarios Kahoot Proyecto (informe y exposición) Respuestas en EdPuzzle Prueba escrita

Tabla 18. Fundamentación metodológica de la SA 7.

Estrategias para desarrollar la educación en valores.

- Preocuparse por observar: Se analizarán diversas gráficas y tablas estadísticas que aparecen de manera habitual en los medios de comunicación. Se analizarán de manera crítica este tipo de informaciones, y los estudiantes llegarán a sus propias conclusiones guiados por el docente.
- Fomentar la igualdad: Como ya se comentó en el resumen de esta SA, en el trabajo en parejas que realizará el alumnado, el docente propondrá que se trabaje con datos relacionados con los diversos tipos de discriminación que se pueden encontrar en la sociedad.

Situación de Aprendizaje 8: Probablemente, querido Watson.

Resumen.

En esta última Situación de Aprendizaje se trabajarán, durante dieciséis sesiones, los conceptos relativos al estudio de la Probabilidad y el Azar, utilizando el modelo expositivo y la técnica de la clase invertida, combinada con las explicaciones orales del docente.

Se dedicarán las primeras sesiones para ver el nivel de conocimientos previos que posee el alumnado en relación a la probabilidad, puesto que es un tema que se suele trabajar poco en los cursos anteriores. Posteriormente, se plantearán actividades iniciales en las que se tenga que distinguir entre sucesos aleatorios y deterministas o en las que haya que calcular probabilidades sencillas utilizando la regla de Laplace.

Una vez establecidos estos conceptos fundamentales, se profundizará en el uso de la probabilidad para analizar e interpretar fenómenos reales en los que intervenga el azar que sean del interés del alumnado, como los juegos de cartas o de dados. También se trabajará el cálculo de probabilidades más complejas, utilizando combinatoria y diagramas de árbol. Finalmente, se realizará una prueba escrita.

Fundamentación curricular.

Criterios de Evaluación	Contenidos	Competencias Básicas	Estándares de Aprendizaje
1, 2 y 10	Criterio 1: 2 y 5 Criterio 2: 1 d) Criterio 10: 1,2,3,4 y 5	CL, CMCT, AA y CD	1,4,6,7,9,16,22,24, 79,80,81,82.

Tabla 19. Fundamentación curricular de la SA 8.

Objetivos didácticos.

1. Distinguir entre experimentos aleatorios y deterministas.
2. Utilizar la regla de Laplace para calcular probabilidades.

3. Fomentar el uso de la probabilidad en el proceso de toma de decisiones en contextos reales.
4. Plantear y resolver problemas parecidos a partir de uno dado.
5. Realizar conjeturas sobre los problemas a resolver.
6. Utilizar un vocabulario adecuado para expresarse en situaciones relacionadas con el azar.

Fundamentación metodológica.

Temporalización	Espacios	Agrupamientos	Recursos
Dieciséis sesiones	Aula de clase	Gran grupo	Campus virtual, hojas de ejercicios, Kahoot, vídeos en EdPuzzle, proyector y pizarra
Métodos	Técnicas	Modelos	Instrumentos de evaluación
Expositivo	Explicación oral con apoyo visual. Clase invertida	Expositivo	Ejercicios realizados en la libreta y en la pizarra Cuestionarios Kahoot Ficha grupal Prueba escrita Respuestas en EdPuzzle

Tabla 20. Fundamentación metodológica de la SA 8.

Estrategia de trabajo para el tratamiento transversal de la educación en valores.

- **Juego responsable:** En la mayoría de los juegos que se pueden encontrar en la vida cotidiana interviene la probabilidad, resultando ser un vínculo excelente para ejemplificar y trabajar conceptos matemáticos que puedan ser del interés del alumnado. No obstante, los estudiantes, por su edad, constituyen un grupo de riesgo en el que el juego, habitualmente asociado al dinero, se puede convertir en un problema. El docente fomentará el análisis y la elección racional y sensata de las opciones de juego, teniendo como el único objetivo el entretenimiento.

10. EVALUACIÓN.

A lo largo del curso se utilizarán ocho tipos de instrumentos de evaluación. En todas las Situaciones de Aprendizaje se evaluarán los aprendizajes desarrollados por los estudiantes a partir de los ejercicios realizados en clase y de una prueba final escrita realizada de manera individual, además de las respuestas ofrecidas por el alumnado en EdPuzzle y en los cuestionarios realizados en Kahoot. Por otro lado, también se utilizarán como instrumentos de evaluación las fichas de ejercicios grupales, que se encuentran en todas las SA menos en la séptima, en la que se realizará un proyecto estadístico de gran envergadura, y los dos trabajos grupales realizados en GeoGebra que se realizarán en las SA 5 y 6. Finalmente, el alumnado realizará un informe de manera individual respondiendo a las preguntas que aparecen en la WebQuest de la SA 3.

A continuación, se muestra una tabla en la que se relaciona cada criterio de evaluación, con sus correspondientes estándares y los instrumentos que permitirán evaluar dichos estándares.

CE	EAE	Instrumento de evaluación							
		EC	EdP	GeoG	FG	KH	WQ	PRO	PE
1	1-22	1-22	1,2,3,4,6 y 20	1,2,4,9,10, 11,12,13 y 21	1-10, 13,17,18,19 y 21	2,3,6 y 7	6, 12 y 20		1-22
2	23-29,55, 68,73,75, 77 y 78	23-26		24-29, 55 y 68			27	75,77 y 78	
3	30-39	30,32,34, 35,36 y 38	30-38		30-39	30-35 y 38			30-39
4	40-47	40-47	40-42, 44-46	42	40-42, 44-47	42	42		40-42, 44-47
5	48-53, 56 y 57	48-53, 56 y 57	51,52, 54 y 56	48-53	50-53, 56 y 57	48-50, 52, 56 y 57			48-53, 56 y 57
6	54,55, 58 y 59	54,55, 58 y 59	54,55, 58 y 59	54 y 55	54,55, 58 y 59	54 y 55			54,55, 58 y 59
7	60-63	60-63	61 y 63	62 y 63	60-63	60 y 63			60-63
8	64-68	64-68	64,65 y 67	64-68	64-67	66 y 67			64-68
9	69-78	69-78	69,72,74, 75 y 77			69-71, 74 y 75		69-78	69-77
10	79-82	79-82	79 y 81		81 y 82	79 y 81			79-82

Tabla 21. Relación entre criterios, estándares e instrumentos de evaluación.

Nota: CE: Criterio de Evaluación. EAE: Estándar de Aprendizaje Evaluable.

EC: Ejercicios realizados en clase. EdP: Respuestas en EdPuzzle.

GeoG: Trabajos en GeoGebra FG: Fichas Grupales. KH: Kahoots. WQ: WebQuest.

PRO: Proyecto estadístico. PE: Prueba escrita.

Como herramienta de evaluación se utilizarán dos tipos de rúbrica: una para evaluar los estándares de evaluación y otra para evaluar el grado de desarrollo de los aprendizajes correspondientes a cada criterio. Estas dos rúbricas están estrechamente relacionadas, ya que conectan cada criterio de evaluación con sus estándares asociados. Con la segunda rúbrica se asignará una calificación numérica que indicará el grado en que el alumnado haya conseguido cumplir dichos aprendizajes. Un ejemplo de esto se puede ver en la sección de evaluación del capítulo 3.

Para evaluar el desarrollo de las competencias clave, se utilizarán como herramienta las rúbricas establecidas por la Consejería de educación.

Al terminar cada Situación de Aprendizaje, se calificarán los criterios trabajados en ella, de forma similar a como se indica en la sección 8 del capítulo 3.

Para calificar al alumnado al finalizar cada trimestre, se realizará la media de las calificaciones obtenidas en los criterios de evaluación que se hayan trabajado durante el trimestre (Tabla 10.2), poniendo especial cuidado en los Criterios de Evaluación 1 y 2, que al ser transversales aparecen en todas las SA, lo que permite observar la evolución del alumnado a lo largo del trimestre y del curso.

Temporalización	Criterios trabajados
Primer trimestre	1, 2, 3 y 4
Segundo trimestre	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8
Tercer trimestre	1, 2, 7, 8, 9 y 10

Tabla 22. Criterios trabajados y evaluados en cada trimestre.

Para calificar al alumnado al terminar el curso, se realizará la media de la calificación de todos los criterios de evaluación. Destacar que, tanto para la nota de cada trimestre como para la calificación final, para poder realizar esta media el alumnado deberá tener todos los criterios de evaluación aprobados, exceptuando casos muy puntuales.

11. PLAN DE RECUPERACIÓN.

Al final de cada trimestre, el alumnado que no haya conseguido adquirir los aprendizajes establecidos en los criterios de evaluación trabajados en ese trimestre deberá realizar un conjunto de actividades proporcionadas por el docente para poder recuperarlos.

Los criterios de evaluación 1 y 2 se trabajarán durante todo el curso, y por tanto se pueden recuperar de manera continua, es decir, aunque no hayan conseguido superar esos aprendizajes en las dos primeras evaluaciones, si lo consiguen en la tercera evaluación solamente se tendrá en cuenta esta última.

Para el resto de criterios, se realizará una prueba escrita para cada uno de ellos, y para los criterios de evaluación 5, 6, 7, 8 y 9, además de realizar la prueba escrita, el alumnado deberá presentar un trabajo similar al hecho durante el curso, solo que en esta ocasión se realizará de manera individual.

Si bien la nota final del trimestre y del curso depende de la calificación asignada a los criterios, es importante destacar que la nota de los criterios se obtiene a partir de la calificación asignada a los estándares que se encuentran relacionados con dichos criterios. Por tanto, aunque el docente realice la prueba escrita para recuperar un determinado criterio, de tal forma que aparezcan todos los estándares asociados a ese criterio, el alumnado solamente deberá realizar las preguntas que estén relacionadas con los estándares que tengan suspendidos, quedando abierta, de manera opcional, la posibilidad de hacer más preguntas con la finalidad de subir nota, quedando la nota original en el caso de que la nueva calificación no superase a la antigua.

12. VALORACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN ANUAL.

Para valorar el funcionamiento de la Programación Anual, el docente irá realizando una valoración al término de cada Situación de Aprendizaje, similar a la que aparece en el capítulo 3. A partir de la información obtenida en las valoraciones de cada SA, el docente completará una lista de control, en la que tendrá que indicar el grado en el que se ha conseguido cumplir con los objetivos de cada apartado relativo a la PDA mediante una asignación numérica del 1 al 5. Así, un “1” significa que no se ha conseguido en absoluto y que hay que mejorar de manera urgente un aspecto de la programación; un “5” representa que todo lo relativo a un aspecto de la programación se ha funcionado correctamente y se ha desarrollado como se tenía previsto; y el resto de números corresponden a estados intermedios entre los dos casos límite.

Valoración Programación Didáctica Anual					
Diseño de la Programación Didáctica	1	2	3	4	5
Temporalización					
Metodología					
Desarrollo de contenidos					
Desarrollo de competencias					
Tareas y actividades					
Materiales y recursos					
Evaluación					
Atención a la diversidad					
Educación en valores					
En general, grado de similitud entre la PDA realizada y su diseño teórico					

Gestión de aula	1	2	3	4	5
Preguntas y apartados de reflexión					
Reacción frente a preguntas del alumnado					
Reacción frente a errores del alumnado					
Gestión de los trabajos en grupo					
Clases interesantes para el alumnado					
Desarrollo general de las sesiones					
Sugerencias:					

Tabla 23. Valoración de la Programación Didáctica Anual.

CAPÍTULO 3: SITUACIÓN DE APRENDIZAJE “BUSCANDO EL ORDEN ENTRE EL CAOS”

1. JUSTIFICACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA.

En esta Situación de Aprendizaje se trabajarán algunas nociones básicas de sucesiones, concretamente aquellos aspectos relacionados con las sucesiones recurrentes y las progresiones tanto aritméticas como geométricas, calculando su término general y la suma de los n primeros términos, todo esto contextualizado en situaciones y problemas de la vida cotidiana.

Se profundizará especialmente en este tema porque el estudio de las sucesiones solamente aparece en el currículo de 3º ESO, tanto en las Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas como en las Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Aplicadas. Por tanto, dado que no se va a incidir en este tema en cursos posteriores, en este curso se dedicará una cantidad de tiempo considerable a estudiar las sucesiones, proponiendo actividades y tareas que fomenten la curiosidad y el desarrollo de las habilidades matemáticas del alumnado.

A lo largo de la SA, el docente planteará una serie de actividades diversas, tanto de manera individual como grupal, que resulten atractivas para el alumnado, con el objetivo de captar su atención y favorecer su implicación tanto con la materia como con el propio grupo.

Como instrumentos de evaluación se utilizará una ficha de ejercicios que se realizará de manera grupal, otra ficha de ejercicios que se realizará en parejas, un informe que el alumnado tendrá que entregar de manera individual y las respuestas que se quedan registradas en la aplicación que se usará para realizar la clase invertida. Finalmente, en la última sesión se realizará una prueba escrita con el fin de evaluar el rendimiento individual de la clase, así como la eficiencia de la situación de aprendizaje.

2. FUNDAMENTACIÓN CURRICULAR.

Criterios de evaluación.

1. **Resolver problemas numéricos, geométricos, funcionales y estadístico-probabilísticos de la realidad cotidiana, desarrollando procesos y utilizando leyes de razonamiento matemático; asimismo, analizar y describir de forma oral o mediante informes, el proceso seguido, los resultados, las conclusiones, etc., a través del lenguaje matemático. Además, comprobar, analizar e interpretar las soluciones obtenidas, reflexionando sobre la validez de las mismas y su aplicación en diferentes contextos, valorar críticamente las soluciones aportadas por las demás personas y los diferentes enfoques del mismo problema, trabajar en equipo, superar bloqueos e inseguridades y reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras.**

Con este criterio se trata de comprobar si el alumnado, individualmente o en grupo, reconoce y resuelve diferentes situaciones problemáticas de la realidad, planteando procesos de investigación y siguiendo una secuencia consistente en la comprensión del enunciado, la discriminación de los datos y su relación con la pregunta, la realización de un esquema de la situación, la elaboración de un plan de resolución y su ejecución conforme a la estrategia más adecuada (estimación, ensayo-error, modelización, matematización, reconocimiento de patrones, regularidades y leyes matemáticas...), la realización de los cálculos necesarios y la obtención de una solución y comprobación de la validez de los resultados. Asimismo, se trata de verificar si el alumnado profundiza en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc., y comprueba la validez de las soluciones obtenidas, evaluando la eficacia y las limitaciones de los modelos utilizados o construidos. También se pretende evaluar si verbaliza y escribe los procesos mentales seguidos y los procedimientos empleados, si en una dinámica de interacción social comparte sus ideas y enjuicia de manera crítica las de las demás personas y los diferentes enfoques del problema para posteriormente elegir el más adecuado, y si es perseverante en la búsqueda de soluciones y confía en su propia capacidad para encontrarlas.

2. Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación en el proceso de aprendizaje, buscando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes para elaborar documentos propios, mediante exposiciones y argumentaciones y compartiéndolos en entornos apropiados para facilitar la interacción. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas para realizar cálculos numéricos y estadísticos; realizar representaciones gráficas y geométricas y elaborar predicciones, y argumentaciones que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos, a la resolución de problemas y al análisis crítico de situaciones diversas.

Se trata de comprobar si el alumnado utiliza las TIC en la búsqueda, selección, producción e intercambio de información extraída de diferentes fuentes (Internet, prensa escrita, etc.); empleando las herramientas tecnológicas adecuadas para el análisis y comprensión de propiedades geométricas. También se evaluará si realiza cálculos de todo tipo cuando su dificultad impide o no aconseja hacerlos manualmente; y si resuelve distintos problemas matemáticos. Para ello, cuando proceda, elaborará documentos digitales (texto, presentación, imagen, vídeo, sonido...), individualmente o en grupo, en apoyo de las exposiciones orales diseñadas para explicar el proceso seguido en la resolución de problemas, todo ello mediante la realización de juicios críticos. Asimismo, se ha de constatar si el alumnado es capaz de aceptar y sopesar diferentes puntos de vista, extraer conclusiones, elaborar predicciones y analizar sus puntos fuertes y débiles para corregir errores y establecer pautas de mejora.

4. Utilizar el lenguaje algebraico para operar con expresiones algebraicas y obtener los patrones y leyes generales que rigen procesos numéricos recurrentes como las sucesiones numéricas, identificándolas en la naturaleza; todo ello con la

finalidad de resolver problemas contextualizados mediante el uso de las progresiones y el planteamiento y resolución de ecuaciones y sistemas, **contrastando e interpretando las soluciones obtenidas**, valorando otras formas de enfrentar el problema y describiendo el proceso seguido en su resolución de forma oral o escrita.

Con este criterio se pretende comprobar si el alumnado reconoce las sucesiones numéricas de números enteros o fraccionarios presentes en la naturaleza y si utiliza el lenguaje algebraico para expresar sus leyes de formación y resolver problemas asociados a progresiones aritméticas y geométricas, obteniendo su término general y la suma de sus “n” primeros términos. Además, se pretende valorar si opera con polinomios y los factoriza cuando su grado es inferior a 5 mediante el uso de la regla de Ruffini, la extracción de factor común, el uso de identidades notables..., para aplicarlos a ejemplos

cotidianos y resolver ecuaciones sencillas de grado mayor que dos utilizando métodos algebraicos, gráficos, ensayo-error... Se pretende, asimismo, constatar si aplica todo lo anterior para resolver problemas contextualizados mediante el planteamiento de ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas de ecuaciones, contrastando e interpretando los resultados y valorando las distintas alternativas que puedan surgir a la hora de plantear y resolver los problemas, aceptando la crítica razonada y describiendo el proceso de forma oral o escrita.

Contenidos.

Del criterio 1:

1. Planificación del proceso de resolución de problemas: comprensión del enunciado, discriminación de los datos y su relación con la pregunta, elaboración de un esquema de la situación, diseño y ejecución de un plan de resolución con arreglo a la estrategia más adecuada, obtención y comprobación de los resultados, respuestas y generalización.
2. Desarrollo de estrategias y procedimientos: ensayo-error, reformulación del problema, resolución de subproblemas, recuento exhaustivo, análisis inicial de casos particulares sencillos, búsqueda de regularidades y leyes, etc.
3. Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, argumentación sobre la validez de una solución o su ausencia, etc., todo ello en dinámicas de interacción social con el grupo.
7. Comunicación del proceso realizado, de los resultados y las conclusiones con un lenguaje preciso y apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), mediante informes orales o escritos.

Del criterio 2:

1. Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:
 - c) facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico;

- e) la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos;
2. Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos.

Del criterio 4:

1. Investigación de regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Expresión algebraica.
2. Identificación de sucesiones numéricas, sucesiones recurrentes y progresiones aritméticas y geométricas.

Estándares de Aprendizaje Evaluables (EAE).

Criterio 1:

1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada.
6. Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.
12. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático, identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.
20. Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de problemas.

Criterio 2:

23. Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlos manualmente.
27. Elabora documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, video, sonido, ...), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta tecnológica adecuada, y los comparte para su discusión o difusión.

Criterio 4:

40. Calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores.
41. Obtiene una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios.
42. Identifica progresiones aritméticas y geométricas, expresa su término general, calcula la suma de los “n” primeros términos, y las emplea para resolver problemas.
43. Valora e identifica la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza y resuelve problemas asociados a las mismas.

Objetivos didácticos.

1. Hallar regularidades numéricas tanto en contextos matemáticos como en situaciones de la vida cotidiana. Identificar la presencia de las sucesiones en la naturaleza.
2. Identificar las sucesiones recurrentes y calcular sus términos mediante su término general.
3. Obtener el término general de sucesiones sencillas de números enteros o fraccionarios.
4. Distinguir entre progresiones aritméticas y geométricas. Conocer su término general y hallar la suma de los primeros n términos.
5. Resolver problemas del mundo real utilizando herramientas matemáticas.
6. Utilizar herramientas tecnológicas para realizar cálculos numéricos y elaborar documentos digitales propios.
7. Expresar correctamente la resolución de un problema de manera oral y escrita.
8. Desarrollar el aprendizaje autónomo mediante recursos digitales.
9. Desarrollar la curiosidad y el interés por las Matemáticas.

Contenidos previos.

Los conocimientos previos que debe tener el alumnado para desenvolverse con fluidez en esta situación de aprendizaje son los siguientes, que se corresponden a contenidos vistos en 1º y 2º de Educación Secundaria Obligatoria en la asignatura de Matemáticas, además de en el propio curso en situaciones de aprendizaje anteriores:

- Operaciones con números enteros y fraccionarios, prestando especial atención a las potencias de exponente natural, para poder desarrollar con normalidad los contenidos relacionados con las progresiones tanto aritméticas como geométricas.
- Uso del lenguaje algebraico para la generalización de propiedades y simbolización de relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Cálculo del valor numérico de una expresión algebraica.

Competencias básicas y matemáticas.

Esta situación de aprendizaje contribuye a desarrollar las siguientes competencias básicas:

- ❖ *Competencia en comunicación lingüística (CL)*: El alumnado debe expresar de forma oral o escrita el proceso de resolución de problemas, compartiendo diferentes enfoques y aprendizajes entre iguales para realizar las diferentes actividades que se plantean. Además, mediante la redacción de un informe se fomenta el desarrollo de la expresión del proceso seguido en una investigación.
- ❖ *Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)*: Se plantea al alumnado diversos interrogantes motivadores relacionados con las sucesiones y las Matemáticas para que desarrollen de forma

individual, grupal o colaborativa posibles estrategias de resolución de los mismos, ayudando así a comprender mejor tales conceptos.

- ❖ *Competencia digital (CD)*: Se desarrollan destrezas relacionadas con la búsqueda, la selección, clasificación y el análisis de información obtenida de diferentes fuentes, además del uso de diferentes programas informáticos para la comunicación de los productos elaborados, las conclusiones obtenidas y el proceso seguido.
- ❖ *Competencia de aprender a aprender (AA)*: El alumnado durante esta SA deberá plantearse interrogantes, a reflexionar sobre los resultados obtenidos, a aprender de los errores cometidos, a integrar los aprendizajes obtenidos y a extraer conclusiones para situaciones futuras en contextos semejantes a los abordados en esta situación de aprendizaje.
- ❖ *Competencias sociales y cívicas (CSC)*: El alumnado tendrá que resolver diversos problemas a través del trabajo en equipo con sus compañeros, fomentando el aprendizaje entre iguales en el que tendrán que tomar decisiones de forma conjunta.

Además, las capacidades matemáticas fundamentales que se desarrollan en esta situación de aprendizaje, tomando como referencia los marcos de PISA 2015 y PISA-D, son las siguientes:

- *Comunicación*: Al alumnado se le plantearán desafíos y será estimulado para reconocer y comprender las situaciones problemáticas. La lectura, descodificación e interpretación de enunciados, preguntas, tareas u objetos le permitirá formarse un modelo mental de la situación que le ayudará a resolverla.
- *Matematización*: El alumnado tendrá que identificar problemas definidos en el mundo real y transformarlos a formas estrictamente matemáticas, teniendo que interpretar las soluciones de los problemas de vuelta al mundo real.
- *Razonamiento y argumentación*: Esta situación de aprendizaje busca que el alumnado use procesos de pensamiento de forma lógica que exploren y conecten los elementos del problema para realizar inferencias a partir de ellos, comprobar una justificación dada, o proporcionar una justificación de los enunciados o soluciones a los problemas.
- *Diseño de estrategias para resolver problemas*: El alumnado deberá diseñar estrategias matemáticas para resolver los problemas derivados de una tarea o contexto, además de guiar su implementación.
- *Utilización de operaciones y de un lenguaje de carácter simbólico, formal y técnico*: A lo largo de la situación de aprendizaje el alumnado deberá familiarizarse con el lenguaje de carácter simbólico, formal y técnico asociado a las sucesiones, además de tener que utilizar y manipular diversas expresiones simbólicas regidas por reglas matemáticas.

- *Utilización de herramientas matemáticas:* En determinados momentos será necesario utilizar herramientas matemáticas como la calculadora, que el alumnado tendrá que saber manejar con soltura. Además, también tendrán que conocer el funcionamiento de otras herramientas informáticas que aparecerán a lo largo de la situación de aprendizaje.

3. FUNDAMENTACIÓN METODOLÓGICA.

A lo largo de esta Situación de Aprendizaje se empleará una metodología flexible, en función de las actividades que se vayan a realizar. Se utilizará principalmente un modelo de enseñanza expositivo, ya que se presentará y explicará al alumnado todos los conceptos y procedimientos matemáticos. Esto se hará utilizando un método expositivo, ya que el docente será quien proporcione el conjunto de saberes, en ocasiones a través de explicaciones orales, apoyadas o no con presentaciones, y en otras ocasiones a través de vídeos, en un formato de clase invertida.

En consonancia con esta diversidad metodológica, en esta Situación de Aprendizaje se van a utilizar varios recursos didácticos, que pasamos a detallar a continuación:

- **EdPuzzle:** Es una plataforma virtual que nos permite editar vídeos, recortándolos, agregando audio, y añadiendo anotaciones y preguntas que los usuarios receptores tendrá que contestar para poder seguir viendo el vídeo. En este caso, se ha utilizado esta herramienta para tratar de “invertir la clase”, de manera que los estudiantes de forma autónoma conozcan algunas definiciones y pongan en práctica algunos procesos iniciales. Así, las sesiones de clase se dedican a aquellos conceptos que puedan suponer más dificultad, además de realizar actividades que requieran de una orientación más directa por parte del profesor. El alumnado tendrá que registrarse en la clase virtual que ofrece esta plataforma, visionar los vídeos y responder a las preguntas que en estos se plantean, respuestas que posteriormente se podrán utilizar para evaluar al alumnado y comentar los aspectos más interesantes de las mismas en clase.
- **Kahoot:** Es una página web que nos permite realizar cuestionarios fácilmente accesibles desde un móvil, una tablet, o un dispositivo electrónico similar. En esta Situación de Aprendizaje los utilizaremos para hacer un repaso de los últimos conceptos trabajados.
- **WebQuest:** El alumnado tendrá que realizar de manera individual un documento en el que se respondan las preguntas que aparecen en la WebQuest “Salvar al mundo”.
- **GeoGebra:** El alumnado utilizará un libro interactivo de GeoGebra para trabajar los fractales y su relación con las progresiones geométricas, teniendo que realizar una ficha de ejercicios en parejas.
- **Ficha grupal:** En pequeños grupos, el alumnado tendrá que resolver de manera cooperativa una ficha de ejercicios variados de sucesiones.
- **Mapas conceptuales:** A través de la aplicación CmapTools se realizarán dos mapas conceptuales, en los que aparecen los conceptos y fórmulas principales

relacionados con las progresiones aritméticas y geométricas, que constituyen el núcleo de esta SA y que por tanto conviene reforzar estos conceptos en el alumnado. En clase se proyectarán los mapas conceptuales incompletos, rellenándose con la participación del alumnado, y finalmente se subirán al campus virtual los mapas conceptuales completos.

Además de estos recursos, en el aula virtual de la asignatura se subirán las presentaciones que se hayan usado en clase, además de vídeos explicativos o de interés general.

Durante el desarrollo de las sesiones, el docente alternará entre un rol pasivo y un rol activo. Este último rol lo asumirá en las clases expositivas, llevando el peso de la clase y con escasa participación del alumnado. Estas sesiones expositivas estarán dedicadas a aquellos conceptos matemáticos más complejos como por ejemplo las explicaciones de las fórmulas del término general de las progresiones aritméticas y geométricas. De esta forma, el estudiante tendrá que asumir un alto grado de autonomía en su aprendizaje a través de la clase invertida y para la realización del informe de la WebQuest, además de tener que trabajar en equipo en los Kahoots y en la ficha grupal. El docente adoptará también un rol pasivo porque se dejará que el alumnado coja protagonismo en la mayoría de las sesiones. El docente profundizará en los conceptos que el alumnado haya visto previamente, solucionando dudas, poniendo más ejemplos y resolviendo ejercicios similares.

La mayoría de las sesiones se desarrollarán en el aula de clase, que dispone de proyector y de pizarra. El tiempo de estas sesiones se dedicará principalmente a la resolución de problemas y explicaciones de algunos conceptos o procesos más complejos, que hayan generado dificultades a los estudiantes o que se prevea que pueden generarlas. Fuera de clase, el alumnado tendrá que administrar de manera autónoma su tiempo para conocer y practicar los fundamentos teóricos incluidos en los vídeos destinados a tal fin y avanzar en la investigación individual necesaria para realizar el documento de la WebQuest.

De acuerdo a todo lo anterior, puede decirse que la SA diseñada combina los siguientes modelos de enseñanza:

- Expositivo: El docente proporcionará información de manera clara y ordenada, para poder explicar de la manera más sencilla posible los conceptos más complicados.
- Inductivo básico: A partir de ejemplos concretos, el alumnado y el docente trabajarán de manera conjunta para generalizar los resultados y formular reglas y principios.
- Investigación guiada: Para poder redactar el documento de la WebQuest, el alumnado tendrá que buscar informaciones provenientes de distintas fuentes, todo esto de manera autónoma para que el alumnado adquiera la capacidad de buscar, encontrar y discriminar la información que se puede encontrar en la web.

4. TEMPORALIZACIÓN.

Esta SA está ubicada a finales del primer trimestre, aunque se puede cambiar siempre que se impartan primero los conceptos relacionados con números y sus operaciones, especialmente las fracciones y las potencias, ya que las utilizaremos bastante a lo largo de la SA. Se dedicará un total de dieciséis sesiones, durante las cuáles se realizarán trece tareas, que aparecen recogidas en la siguiente tabla:

Tareas	Título	Sesiones	Resumen
1	<i>Toma de contacto</i>	Una sesión	Introducción a las sucesiones de una forma amena Actividad relacionada con la sucesión de Fibonacci
2	<i>Sucesiones. Término general de una sucesión.</i>	Dos sesiones	Definiciones: sucesión numérica, término de una sucesión, término general de una sucesión Actividad que busca relaciones entre sucesos de la vida cotidiana y sucesiones
3	<i>Sucesiones recurrentes</i>	Una sesión	Definiciones: Sucesión recurrente, sucesión recurrente de orden n Problemas de sucesiones recurrentes
4	<i>Progresiones aritméticas. Término general</i>	Una sesión	Definiciones: Progresión aritmética, diferencia de una progresión aritmética Generalización para llegar a la fórmula del término general de una progresión aritmética Ejercicios de progresiones aritméticas
5	<i>Progresiones aritméticas. Suma de n términos</i>	Una sesión	Nota teórica: Suma de n términos de una progresión aritmética Relato y adaptación de la historia infantil de Gauss
6	<i>Olimpiadas aritméticas</i>	Una sesión	Pequeña competición en la que se realizarán ejercicios de progresiones aritméticas de manera grupal Repaso de las progresiones aritméticas mediante un mapa conceptual
7	<i>Progresiones geométricas</i>	Dos sesiones	Definiciones: Progresión geométrica, razón de una progresión geométrica Nota teórica: Suma de n términos de una progresión geométrica Generalización para llegar a la fórmula del término general de una progresión aritmética Actividad relacionada con la paradoja de Zenón Ejercicios de progresiones geométricas

8	<i>Sucesiones en fractales</i>	Una sesión	Explicación: fractales Libro de GeoGebra: Sucesiones en fractales Hoja de ejercicios que relacionan los distintos fractales con progresiones geométricas
9	<i>Olimpiadas geométricas</i>	Una sesión	Pequeña competición en la que se realizarán ejercicios de progresiones geométricas de manera grupal Repaso de las progresiones geométricas mediante un mapa conceptual
10	<i>Festival de ejercicios</i>	Dos sesiones	Realizar ejercicios variados relacionados con las sucesiones que se han trabajado anteriormente
11	<i>Trabajo en grupo</i>	Una sesión	Ficha de ejercicios que se realizará de manera grupal
12	<i>Kahoot final</i>	Una sesión	Pequeña competición en la que se realizarán ejercicios de todo tipo de sucesiones de manera individual
13	<i>Prueba escrita</i>	Una sesión	Prueba escrita consistente en algunos ejercicios y problemas similares a los trabajados previamente en clase

Tabla 24. Resumen de las tareas.

5. TAREAS Y ACTIVIDADES.

Tarea 1: Toma de contacto

Descripción general: Se trata de una tarea introductoria, que tiene la finalidad de alcanzar los siguientes objetivos:

- Estimular el interés y la curiosidad del alumnado.
- Introducir de forma amena algunos conceptos básicos relacionados con las sucesiones numéricas (sucesión numérica, términos de una sucesión, progresiones aritméticas y geométricas).

Para ello, se realizarán dos actividades principales: en la primera, se mostrará a los estudiantes una melodía y una serie de imágenes que al final de la tarea relacionarán con la sucesión de Fibonacci; y en la segunda, se realizará una serie de preguntas a través de las cuáles se persigue indagar en los conocimientos previos que posee el alumnado acerca de las sucesiones.

En la siguiente tabla se presenta un breve resumen con las características principales de esta tarea:

Tarea 1: Toma de contacto		
Fundamentación curricular	Criterios de Evaluación	1 y 4
	Contenidos	Criterio 1: 2 Criterio 4: 1 y 2
	Competencias Básicas	CL, AA, CMCT y CD
	Competencias Matemáticas PISA	Comunicación Matematización Razonamiento y argumentación
	Estándares de Aprendizaje Evaluables	20 y 43
Estrategia metodológica	Agrupamientos	Gran grupo
	Sesiones	Una sola sesión
	Recursos	Proyector, pizarra, presentación, EdPuzzle
	Espacios	Aula de clase
Evaluación	Instrumentos	Actividades realizadas en clase
	Técnicas	Observación sistemática
	Herramientas	Registro anecdótico

Tabla 25. Resumen de las características de la Tarea 1.

Para el desarrollo de las actividades que conforman esta tarea, el docente se apoyará en la presentación que se puede ver en el siguiente enlace:

<https://drive.google.com/open?id=1Zd5fXRO9K78FGJh4XWeFQhP651SG1gDU>

Actividad 1.1. Imágenes extrañas y notas misteriosas (primera parte).

En esta actividad, el alumnado tendrá que hacer dos cosas: por un lado, prestar atención a la música, y por otro, elegir a ciegas una imagen, de entre un conjunto de imágenes que el docente ofrecerá mientras pasa por las mesas.

Los recursos (música e imágenes) que aparecen en la actividad son los siguientes:

- **Música:** Es un fragmento de audio del vídeo “Encoding the Fibonacci Sequence Into Music” en el que un pianista asocia los números con notas musicales e “interpreta” la sucesión de Fibonacci. Este audio se puede escuchar en la segunda diapositiva de las transparencias o, en su defecto, en el siguiente enlace: <https://www.youtube.com/watch?v=IGJeGOw8TzQ>
- **Imágenes:** Las imágenes representarán los primeros números que pertenecen a la sucesión de Fibonacci, concretamente el conjunto $\{1,2,3,5,8,13,21,34\}$. Cada número tendrá asociadas cuatro imágenes, correspondientes a las siguientes

categorías: números, conejos, flores y polígonos regulares (Imagen 1), y estarán impresas de tal forma que no se pueda ver nada desde el reverso de la imagen.

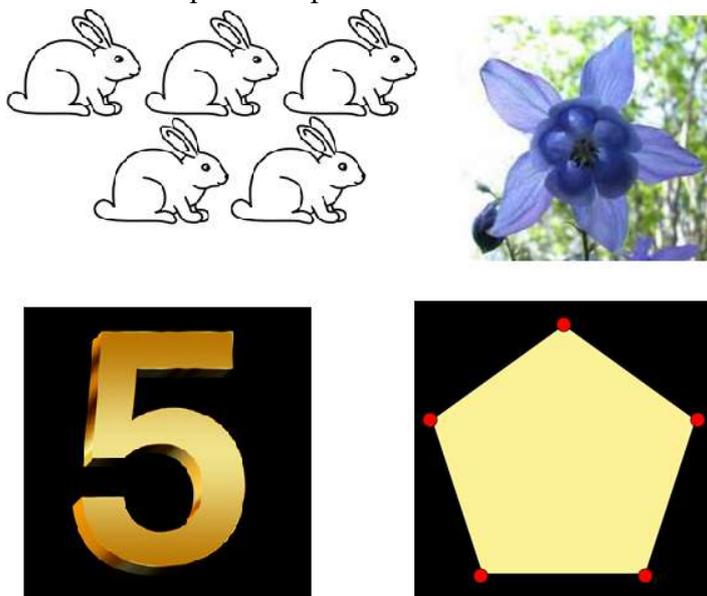


Imagen 1. Ejemplo de imágenes que se entregarán a los alumnos (en este caso, relacionadas con el 5)

Cuando haya acabado la música y toda la clase haya escogido una imagen, se realizarán las siguientes preguntas:

- ¿Encuentran alguna relación entre su imagen y la música que han escuchado?
- ¿Y con el resto de imágenes que tienen los demás compañeros y compañeras?

No es necesario profundizar demasiado en estas preguntas, ya que la idea es mantener el misterio durante el transcurso de la clase para atraer la atención y el interés del alumnado. Estas preguntas se retomarán en la actividad 1.3.

Actividad 1.2. Activación de conocimientos previos.

Continuando con la sesión, el docente preguntará a la clase si conocen lo que es una sucesión y si podrían poner ejemplos, escuchando diversas respuestas antes de proseguir la clase. A continuación, el docente mencionará diversas situaciones en las que aparecen expresiones relacionadas con la palabra “sucesión”, como por ejemplo ser el sucesor al trono, tercero en la línea de sucesión, etc., relacionándolo con Juego de Tronos (serie televisiva popular).

Otros ejemplos que se expondrán son el de la lista de la compra, la sucesión de notas musicales en una melodía, la lista de la clase o incluso el orden en el que nos vestimos, haciendo hincapié en que una sucesión es una lista ordenada de elementos.

En particular, los elementos que se tratarán serán números, y entonces se preguntará a la clase lo que es una sucesión numérica, llegando finalmente a las siguientes definiciones.

*Definición: Una **sucesión numérica** es una lista ordenada de números.*

*Definición: A cada uno de los elementos que componen la sucesión se les llama **términos de la sucesión**.*

A continuación, se mostrará a los estudiantes varios ejemplos de sucesiones (diapositiva 5 de la presentación indicada al inicio), algunos de los cuáles se utilizarán para mostrar que lo único que importa de las sucesiones es que haya un orden en los términos, y que puede pasar perfectamente que se repita el mismo número en la sucesión o que no se encuentre una relación entre los términos de la sucesión. Además, se realizarán las siguientes preguntas:

- ¿Qué diferencias se pueden encontrar entre estas sucesiones?
- ¿Cómo podrían continuar estas sucesiones?

Se indicará al alumnado que lo que se va a estudiar son precisamente aquellas sucesiones en las que podemos encontrar una relación entre los números que conforman la sucesión.

Se dejará un pequeño tiempo de reflexión al preguntar al alumnado qué tipos de relación podrían encontrar en una sucesión, guiándolos con preguntas y enunciados como los siguientes:

- ¿Qué tipo de relaciones podemos encontrar dentro de una sucesión?
- ¿Qué relación podemos encontrar entre los números pertenecientes a la sucesión “contar” $\{1,2,3,4, \dots\}$?
- ¿Y en la sucesión de los números pares?
- Fijémonos en la sucesión de “números acabados en 8” $\{8,18,28,38, \dots\}$ ¿Cómo continuarías esta sucesión? ¿Por qué? ¿Se te ocurre otra respuesta?

El objetivo de esta pequeña reflexión es llegar a las progresiones aritméticas, definiéndolas provisionalmente como “aquellas sucesiones en las que cada término se obtiene a partir del término anterior, sumando o restando siempre la misma cantidad”. Así, al contar, lo que se hace es “sumar uno” al número anterior; para pasar al siguiente número par se suma dos y para pasar al siguiente número que acabe en ocho se suma diez. Por otra parte, se utilizará el ejemplo de “la cuenta atrás previa a un lanzamiento” para mostrar una sucesión en la que se resta siempre la misma cantidad.

Al igual que hemos sumado y restado siempre lo mismo, preguntaremos al alumnado si se le ocurren más maneras de “obtener orden” en una sucesión. Probablemente nos hablen de las dos operaciones básicas que nos faltan, la multiplicación y la división, llegando así a las progresiones geométricas, definiéndolas provisionalmente como “aquellas sucesiones en las que multiplicamos o dividimos siempre por la misma cantidad”, preguntando al alumnado si podrían encontrar ejemplos. Terminada esta parte, el docente retomará la actividad con la que se inició la sesión.

Actividad 1.3. Imágenes extrañas y notas misteriosas (segunda parte).

En primer lugar, se presentará al alumnado el retrato de Fibonacci mostrando su nombre real (Leonardo Bigollo) y se les contará que “inventó” una sucesión muy curiosa, utilizando como dos primeros términos el número 1, y a partir de ahí cada término de la sucesión se forma sumando los dos anteriores (se irá escribiendo en la pizarra). Después

de dar una oportunidad al alumnado de adivinar qué sucesión famosa se está tratando, el docente indicará que esta sucesión se conoce como la sucesión de Fibonacci.

Se pedirá al alumnado que se ponga en grupos según el tipo de imagen que hayan escogido (números, conejos, polígonos y flores), y se realizarán las siguientes cuestiones:

- ¿Qué relación encuentras entre las imágenes de tu grupo?
- ¿Qué relaciones encuentras entre las imágenes y la sucesión de Fibonacci?

Después de responder a estas preguntas, cada grupo se colocará de manera ordenada para ver la sucesión de distintas formas y mostrársela a sus compañeros.

A continuación, se pedirá a los estudiantes volver a su sitio y el docente, apoyándose una vez más en la presentación diseñada, explicará el porqué de los conejos, que son el supuesto origen histórico de la sucesión, y de los pétalos de las flores, que es una de las múltiples manifestaciones de la sucesión de Fibonacci en la vida cotidiana. Aprovechando esta conexión, se mostrarán diferentes imágenes relacionando la espiral formada a partir de la sucesión de Fibonacci con diversas espirales que se pueden encontrar en la naturaleza: en el cuerpo humano, en los huracanes, en las caracolas, en el arte...que se puede encontrar en la diapositiva 13 de la presentación mencionada al inicio.

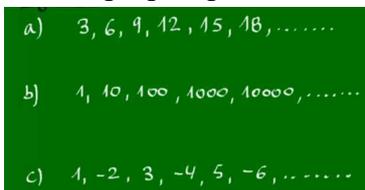
Para ir cerrando la sesión, ponemos una nota de humor diciendo que con un ligero esfuerzo se puede ver la sucesión de Fibonacci en casi cualquier sitio, como por ejemplo en un gato acostado o el peinado de Donald Trump... Finalmente, se mostrará en la pantalla de proyección el símbolo Φ en grande, y se preguntará a la clase qué creen que representa. Después de escuchar las intervenciones, el docente revelará que el símbolo es la letra griega phi y que representa el famoso número de oro, que está relacionado tanto con la sucesión de Fibonacci como con el ideal de belleza...pero que ya se trabajará más adelante.

Al terminar esta sesión se habrán introducido los términos “sucesión”, “sucesión numérica”, “término de una sucesión”, “progresión aritmética” y “progresión geométrica”, contextualizados mediante ejemplos y análisis por parte del alumnado en situaciones no necesariamente matemáticas. Se trata de una primera aproximación a conceptos matemáticos y situaciones que serán estudiadas con profundidad en las siguientes sesiones.

Como tarea, el alumnado tendrá que acceder a la clase virtual en Edpuzzle correspondiente a este tema, mediante el enlace <https://edpuzzle.com/join/awifejv>, y ver el primer vídeo, llamado “Introducción a las sucesiones”, en el que se definen nuevamente las sucesiones numéricas y se introduce el concepto de término general acompañado de varios ejemplos, como trabajo previo antes de la siguiente sesión. De esta forma se prepara a los estudiantes para el objetivo principal de la siguiente sesión, que es enunciar de manera precisa las definiciones de sucesión numérica, término de una sucesión y término general de una sucesión, realizando ejercicios relacionados con el tema.

El vídeo se va parando en algunos puntos, en los que se insertan algunas preguntas que los estudiantes deben responder para poder avanzar. Las preguntas que aparecen en este primer vídeo son las siguientes:

1. ¿Cómo crees tú que se forman estas sucesiones? No hace falta que lo expreses matemáticamente, puedes utilizar tus propias palabras.



2. Pon tú tres ejemplos de sucesiones distintas a las vistas en el vídeo.

3. ¿Cuál sería el décimo término (a_{10}) de esta sucesión? (En el vídeo se muestra el término general $a_n=2n$)

4. Comprueba si las siguientes sucesiones cumplen el término general dado:

a) 1,3,5,7,9,... con $a_n= 2n-1$

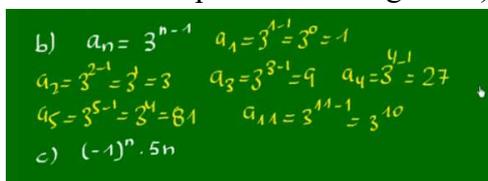
b) 7,11,16,22,29,... con $a_n= 4n+3$

c) -2,4,-8,16,-32, ... con $a_n= (-2)^n$

5. Escribe ahora tú los 5 primeros términos y el término a_{11} de la sucesión dada por el término general $a_n= 5n+4$

6. Escribe ahora tú los 5 primeros términos y el término a_{11} de la sucesión dada por el término general $a_n= 2^{n+1}$

7. Termina de hacer tú el apartado c) del vídeo. (Escribir los cinco primeros términos y el onceavo término de la sucesión dada por el término general)



Tarea 2: Sucesiones. Término general de una sucesión.

Descripción general: Se trata de una tarea que tiene la finalidad de alcanzar los siguientes objetivos:

- Repasar las definiciones de sucesión numérica, término de una sucesión y término general de una sucesión.
- Buscar conexiones entre diversas situaciones de la vida cotidiana y las sucesiones que las pueden modelizar.
- Promover la capacidad de formular hipótesis a la hora de buscar el término general de una sucesión a partir de unos pocos términos.
- Hallar términos de una sucesión, sustituyendo los valores necesarios en la expresión algebraica del término general.

Se realizará una actividad principal, que consistirá en adaptar una situación de la vida cotidiana al ámbito de las sucesiones, buscando su término general y utilizando este último para responder a interrogantes relacionados con la situación original.

En la siguiente tabla se presenta un breve resumen con las características principales de esta tarea:

Tarea 2: Sucesiones. Término general de una sucesión.		
Fundamentación curricular	Criterios de Evaluación	1, 2 y 4
	Contenidos	Criterio 1: 1, 2 y 3 Criterio 2: 1 e) Criterio 4: 1 y 2
	Competencias Básicas	CL, AA, CMCT y CD
	Competencias Matemáticas PISA	Comunicación Matematización Razonamiento y argumentación Utilización de operaciones y de un lenguaje de carácter simbólico, formal y técnico
	Estándares de Aprendizaje Evaluables	6, 12 20 y 41
Estrategia metodológica	Agrupamientos	Gran grupo
	Sesiones	Dos sesiones
	Recursos	Proyector, pizarra, presentación, EdPuzzle
	Espacios	Aula de clase
Evaluación	Instrumentos	Actividades realizadas en clase Respuestas en EdPuzzle
	Técnicas	Observación sistemática Análisis de documentos
	Herramientas	Registro anecdótico Rúbrica

Tabla 26. Resumen de las características de la Tarea 2.

Para el desarrollo de las actividades que conforman esta tarea, el docente se apoyará en la presentación que se puede ver en el siguiente enlace:

https://drive.google.com/open?id=1-Ru4UJlCbceOsIsTwpTSq2pKX_P42gYX

En primer lugar, se recordarán las definiciones de sucesión numérica y término de una sucesión, acompañándolas con sus respectivos ejemplos. Además, se introducirá el concepto de término general de una sucesión mediante la siguiente definición:

*Definición: Se llama **término general** de una sucesión al término que ocupa el n-ésimo lugar de esa sucesión.*

Actividad 2.1. Adivina la sucesión.

En esta actividad, se plantearán diversos tipos de situaciones cotidianas que se pueden modelizar como sucesiones. Por ejemplo, la situación que se puede ver en la diapositiva

8 de la presentación mencionada anteriormente (Imagen 2). Se realizarán una serie de preguntas al alumnado relacionadas con cada situación. Las más usuales son:

- ¿Cuál es la sucesión que representa esta situación?
- ¿Cuál podría ser su término general?
- Después de k (días, meses, años), ¿cuántas (lo que se esté tratando) hay?

Por el cambio climático, cada vez hace más calor, aproximadamente de media un grado más cada año...de momento este año hace 22° de media

¿Podríamos encontrar una sucesión en la que se represente esta situación?

Pista: Cada término es un año

$T_n = 22, 22, 23, 24, \dots$ "Temperatura media en el año n a partir de ahora "

¿Cuál podría ser su término general?

¿Cuál será la temperatura media en 20 años?

Imagen 2. Ejemplo de situación modelizable por sucesiones con sus correspondientes preguntas.

El docente debe guiar en todo momento al alumnado en la resolución de estas preguntas, haciendo esquemas y modelos de cómo sería la sucesión en cada caso, ayudando a encontrar por tanteo el término general de cada sucesión y poniendo ejemplos de varios términos de la sucesión que se esté estudiando antes de encontrar el que se esté buscando, todo ello en el contexto de la situación a la que nos estamos refiriendo.

Por otro lado, se hará especial hincapié en que el término general no tiene por qué existir siempre. De hecho, mediante la presentación se mostrará a la clase que dar el término general de una sucesión no es la única manera de determinar una sucesión. También se puede definir una sucesión dando una propiedad que cumplan los términos de dicha sucesión, como “ser un número primo” o “ser un número que contenga al menos un 1”; o también se puede definir por una ley de recurrencia, como ya vimos en la sucesión de Fibonacci.

Finalmente, se dedicará el tiempo restante a realizar ejercicios. El docente realizará el primer apartado de cada tipo en la pizarra y luego pedirá voluntarios para hacer el resto de apartados. Los ejercicios que no se realicen en clase quedarán como tarea pendiente para la siguiente sesión.

Ejercicios:

1. Escribe los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = 2$

$$b) b_n = 3n - 4$$

$$c) c_n = \frac{5n-1}{2n}$$

$$d) d_n = 2n^2 + 3$$

2. Escribe la expresión del término general de las siguientes sucesiones:

a) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$

b) $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \dots\}$

c) $\left\{\frac{1}{4}, \frac{3}{5}, \frac{5}{6}, 1, \frac{9}{8}, \frac{11}{9}, \frac{13}{10}, \frac{15}{11}, \dots\right\}$

d) $\{0, 3, 8, 15, 24, 35, 48, 63, \dots\}$ *Indicación: Está relacionada con los cuadrados perfectos.*

3. En una sucesión el primer término es 2 y los demás términos se obtienen sumando 5 al término anterior. Hallar los ocho primeros términos de dicha sucesión.

Además, se le comentará al alumnado la posibilidad de realizar ejercicios por su cuenta gracias a la plataforma web que Anaya ofrece de manera gratuita, donde se plantean ejercicios que corrige la propia página web. Para esta primera aproximación a las sucesiones y al término general de una sucesión, el docente proporcionará los siguientes enlaces:

<http://www.edistribucion.es/anayaeducacion/8440033/datos/03/02.html>

<http://www.edistribucion.es/anayaeducacion/8440033/datos/03/03.html>

Investigar las sucesiones recurrentes será la tarea para la próxima sesión. El alumnado tendrá que ver el segundo de los vídeos que se pueden encontrar en el aula virtual de Edpuzzle, “Sucesiones recurrentes”. El vídeo se va parando en algunos puntos, en los que se insertan algunas preguntas que los estudiantes deben responder para poder avanzar. Las preguntas que aparecen en este primer vídeo son las siguientes:

1. ¿Qué tipo de sucesión podría ser la que aparece en el ejemplo? ¿Podías aventurarte a decir su término general?

$$\begin{array}{cccccc} 2, & -4, & 8, & -16, & 32, & \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & \end{array}$$

2. Halla los 5 términos siguientes de las dos sucesiones recurrentes que se han puesto como ejemplo.

Ejemplos.

a) 1, 4, 5, 9, 14... (Se suman los dos anteriores)

a) 3, 2, 1, 1, 0... (Se restan los dos anteriores)

3. Continúa con este ejercicio y da tres términos más de esta sucesión:

$$\begin{cases} a_1 = 2; a_2 = 1 \\ a_n = n + a_{n-1} + a_{n-2} \end{cases}$$

4. Halla los siguientes 3 términos de esta sucesión recurrente:

$$\begin{cases} a_1 = 2; a_2 = -3 \\ a_n = 3a_{n-1} + 5a_{n-2} \end{cases}$$

5. Escribe los siete primeros términos de las siguientes sucesiones recurrentes:

a) $a_n = a_{n-1} - a_{n-2}; a_1 = 7; a_2 = 9$

b) $b_n = 3b_{n-1} + 2b_{n-2}; b_1 = 2; b_2 = -3$

c) $c_n = c_{n-1} + c_{n-2} + c_{n-3}; c_1 = 1; c_2 = 2; c_3 = 3$

6. Con lo que has aprendido en este vídeo, invéntate dos sucesiones recurrentes (distintas a las del vídeo, a la de Fibonacci y a las de los ejercicios) y escribe los cinco primeros términos.

Tarea 3: Sucesiones recurrentes.

Descripción general: Se trata de una tarea que tiene la finalidad de alcanzar los siguientes objetivos:

- Definir sucesiones recurrentes, poniendo ejemplos y explorando sus características principales.
- Reflexionar acerca de la dificultad a la hora de encontrar términos alejados en las sucesiones recurrentes y pensar el número de términos que necesitamos para empezar a “construir” la sucesión.

Para ello, se realizarán tres actividades: en la primera, se enseñará a los estudiantes la diversidad de sucesiones que se pueden construir con el mismo término general, pero con distintos términos iniciales. En la segunda actividad, se mostrará la dificultad de hallar un término general para las sucesiones recurrentes. Finalmente, en la tercera actividad se realizarán una serie de preguntas, guiando a los estudiantes para ir “hacia atrás” en una sucesión recurrente.

En la siguiente tabla se presenta un breve resumen con las características principales de esta tarea:

Tarea 3: Sucesiones recurrentes		
Fundamentación curricular	Criterios de Evaluación	1, 2 y 4
	Contenidos	Criterio 1: 2 y 7 Criterio 2: 1 e) Criterio 4: 2
	Competencias Básicas	CL, AA, CMCT y CD
	Competencias Matemáticas PISA	Comunicación Razonamiento y argumentación Utilización de operaciones y de un lenguaje de carácter simbólico, formal y técnico
	Estándares de Aprendizaje Evaluables	20 y 40

Estrategia metodológica	Agrupamientos	Gran grupo
	Sesiones	Una sola sesión
	Recursos	Proyector, pizarra, presentación, EdPuzzle
	Espacios	Aula de clase
Evaluación	Instrumentos	Actividades realizadas en clase Respuestas en EdPuzzle
	Técnicas	Observación sistemática Análisis de documentos
	Herramientas	Registro anecdótico Rúbrica

Tabla 27. Resumen de las características de la Tarea 3.

Para el desarrollo de las actividades que conforman esta tarea, el docente se apoyará en la presentación que se puede ver en el siguiente enlace:

https://drive.google.com/open?id=1TpJ_v_MHhJN-bnL1cLPNTySdseRSkd6w

La sesión comenzará con la definición de sucesión recurrente, mostrando como ejemplos a la ya trabajada sucesión de Fibonacci y a otra sucesión recurrente cualquiera.

*Definición: Una **sucesión recurrente** es una sucesión en la que el término general está expresado en función de los términos anteriores.*

Actividad 3.1. Distintos inicios, distintas sucesiones.

A partir de la definición anterior y del término general más sencillo que se puede encontrar en las sucesiones recurrentes, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, el docente explicará la importancia de estos términos anteriores, ya que sin éstos se podrían construir infinitas sucesiones distintas con el mismo término general. Partiendo del término general mencionado anteriormente, se realizarán algunas preguntas al alumnado:

- ¿Cómo empezamos a construir la sucesión?
- ¿Qué pasaría si tomamos $a_1 = 1 \square a_2 = 1$?
- ¿Y si tomamos $a_1 = 0 \square a_2 = 0$?
- ¿Y si tomamos $a_1 = 0 \square a_2 = 1$? ¿A qué otra sucesión se parece?
- ¿Qué pasa si tomamos otros valores cualesquiera, como $a_1 = 5 \square a_2 = -1$?

Actividad 3.2. Un problema a lo lejos...

Partiendo de la sucesión de Fibonacci, se planteará al alumnado la siguiente pregunta: ¿Qué ocurre si queremos calcular directamente el término 100? Al intentar responder esta pregunta, se mostrará al alumnado la dificultad de calcular términos en las sucesiones recurrentes, explicando que no se puede “saltar” términos, hay que hallar

uno por uno hasta llegar al que se esté buscando, salvo que conozcamos otra manera de expresar el término general que no sea recurrente, como vemos en el siguiente ejemplo:

$$a_n = a_{n-1} + 3, \text{ con } a_1 = 1 \rightarrow a_n = 3n - 2$$

Realizaremos a la clase las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son los primeros términos de esta sucesión recurrente?
- ¿De qué tipo de sucesión estamos hablando en realidad?
- Sabiendo ahora este nuevo término general, ¿Podemos calcular de manera sencilla el término 100?

Además, se incidirá en la cantidad de términos necesarios para hallar los términos de una sucesión recurrente, introduciendo la expresión “sucesión recurrente de orden n ”.

Antes de definirlo, haremos al alumnado algunas preguntas:

- ¿Cuántos términos necesitamos para empezar la sucesión $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$?
- ¿Y para la sucesión $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}$?
- ¿Y para la sucesión $a_n = a_{n-3}$?

Definición: Una **sucesión recurrente de orden n** es una sucesión recurrente en la que necesitamos conocer n términos para poder hallar el resto de términos de la sucesión.

Actividad 3.3. Saltos hacia atrás.

Por otro lado, se mostrará la posibilidad de utilizar el término general de las sucesiones recurrentes para calcular términos “hacia atrás”, despejando el valor que se esté buscando. Para mostrárselo a la clase, el docente realizará una serie de preguntas partiendo del ejemplo $a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$, $\square\square\square a_3 = 5 \square a_4 = 6$, que se irá resolviendo a medida que se contesten las preguntas.

- ¿Qué pasa si nos dan términos más “adelantados” por así decirlo?
- ¿Podemos hallar el resto de términos?
- Pero, ¿qué ocurre si queremos hallar el segundo término? ¿Y el primero?

¿Y podemos ir hacia atrás?

- Teníamos que $a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$, con $a_3 = 5$ y $a_4 = 6$
- Teniendo en cuenta que yendo “hacia delante” tenemos que, por ejemplo, hallar primero el quinto término antes que el sexto, ¿qué término tendremos que encontrar primero, el 1º o el 2º?
 - $a_2 = a_{2-1} - a_{2-2} = a_1 - a_0 \dots$ no tiene sentido, pero
 - $a_3 = a_{3-1} - a_{3-2} = a_2 - a_1$ tampoco nos termina de valer, pero por lo menos...
- Ya sabemos que $a_3 = 5$, si supiéramos cuanto vale a_2 , ya podríamos despejar el valor de a_1
 - $a_4 = a_{4-1} - a_{4-2} = a_3 - a_2$ ¡Ésta es la que buscábamos!
 - $a_4 = a_3 - a_2 \rightarrow 6 = 5 - a_2 \rightarrow 6 - 5 = -a_2 \rightarrow 1 = -a_2 \rightarrow a_2 = -1$
- De la ecuación de antes, tendríamos que $a_3 = a_2 - a_1 \rightarrow 5 = -1 - a_1 \rightarrow 5 + 1 = -a_1 \rightarrow a_1 = -6$

Imagen 3. Resolución del ejemplo planteado de sucesión recurrente “hacia atrás”.

Después de esto, se realizarán algunos ejercicios, dejando algo de tiempo para ver al final de la clase un vídeo interesante relacionado con las sucesiones: “El salón de la fama de las sucesiones”, en el que aparecen algunas sucesiones curiosas y se nombra la regla de los 6 conocidos. Este vídeo lo podemos encontrar en el siguiente enlace: <https://www.youtube.com/watch?v=J5kpe3a2HzU>

Ejercicios:

1. Halla los ocho primeros términos de la sucesión $a_n = a_{n-2} + 2a_{n-1}; a_1 = 0; a_2 = 1$
2. Halla los siguientes seis términos de la sucesión recurrente de orden 2

$$b_n = \{5,7,13,21,35, \dots\}$$

3. Calcula los diez primeros términos de la sucesión siguiente:

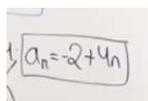
$$c_n = c_{n-3} + c_{n-1}; c_1 = 1; c_2 = 3; c_3 = 7$$

4. Calcula el primer y el quinto término de la siguiente sucesión:

$$d_n = 2d_{n-2} - d_{n-1}; d_3 = 8; d_4 = 3$$

La tarea para la próxima sesión será investigar las progresiones aritméticas. El alumnado tendrá que ver el tercero de los vídeos que se pueden encontrar en el aula virtual de Edpuzzle, “Progresiones aritméticas”. El vídeo se va parando en algunos puntos, en los que se insertan algunas preguntas que los estudiantes deben responder para poder avanzar. Las preguntas que aparecen en este vídeo son las siguientes:

1. ¿Qué es la "diferencia" en una progresión aritmética?
 - a) La resta del último término y el primero.
 - b) Lo que sumamos (o restamos) a cada término para conseguir el término siguiente.
 - c) La cantidad de números distintos que haya en la sucesión.
2. Ahora que sabes el término general de esta sucesión, calcula el término 10, el 18 y el 23.



3. Después de lo que has visto, ¿cómo definirías tú a las progresiones aritméticas?
4. Escoge el término que va ahora de la siguiente sucesión: 3,7,11,15, ...
 - a) 19
 - b) 18
 - c) 20
5. Escoge el término que va ahora de la siguiente sucesión: 8,13,18,23, ...
 - a) 38
 - b) 28
 - c) 29
6. Escoge el término que va ahora de la siguiente sucesión: 7,5,3,1, ...
 - a) 1
 - b) 0
 - c) -1
7. Usando la fórmula, calcula el término general de la sucesión siguiente: 5,8,11,14, ...
8. Usando la fórmula, calcula el término general de la sucesión siguiente: 8,3,-2,-7, ...

9. Fíjate que estamos dando una fórmula para sumar "n" términos de una sucesión. Como se dice en el vídeo, podríamos sumar 100 términos, 25 términos o 9999 términos, por poner unos cuantos ejemplos. Pero, ¿qué crees que pasaría sin intentásemos sumar TODOS los términos de una progresión aritmética cualquiera?

10. De esta sucesión que ha aparecido en el vídeo, calcula la suma de los 50 primeros términos y luego, la suma de los 100 primeros términos.

$$\begin{array}{ccccccc} a_1 & a_2 & & & & & a_n \\ 2 & 6 & 10 & 14 & 18 & \dots & \\ \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & & \\ d: +4 & +4 & +4 & & & & \end{array}$$

11. De la sucesión siguiente: 7,11,15,19,23, 27, ..., calcula el término general y la suma de los 15 primeros términos.

Tarea 4: Progresiones aritméticas. Término general.

Descripción general: Se trata de una tarea que tiene la finalidad de alcanzar los siguientes objetivos:

- Definir progresión aritmética y diferencia de una progresión aritmética.
- Generar interrogantes atractivos para el alumnado, favoreciendo el pensamiento reflexivo y la búsqueda de generalizaciones.
- Realizar ejercicios y actividades relacionadas con calcular el término general y hallar diversos términos de una progresión aritmética.

Se realizarán tres actividades. En la primera actividad, se estudiará el comportamiento de las progresiones aritméticas en función de la diferencia. En la segunda actividad, el docente guiará al alumnado con preguntas y siguiendo un ejemplo hasta encontrar la fórmula del término general de una progresión aritmética. Finalmente, en la tercera actividad se seguirá un proceso similar a la actividad anterior, pero en este caso se tratará de hallar el término general de una progresión aritmética sin conocer el primer término.

En la siguiente tabla se presenta un breve resumen con las características principales de esta tarea:

Tarea 4: Progresiones aritméticas. Término general		
Fundamentación curricular	Criterios de Evaluación	1,2 y 4
	Contenidos	Criterio 1: 1,2 y 3 Criterio 2: 1 e) Criterio 4: 1 y 2
	Competencias Básicas	CL, CMCT y AA
	Competencias Matemáticas PISA	Comunicación Matematización Razonamiento y argumentación Utilización de operaciones y de un lenguaje de carácter simbólico, formal y técnico Diseño de estrategias para resolver problemas
	Estándares de Aprendizaje Evaluables	6,20, 41 y 42
Estrategia metodológica	Agrupamientos	Gran grupo
	Sesiones	Una sola sesión
	Recursos	Proyector, pizarra, presentación
	Espacios	Aula de clase
Evaluación	Instrumentos	Actividades realizadas en clase Respuestas en EdPuzzle
	Técnicas	Observación sistemática Análisis de documentos
	Herramientas	Registro anecdótico Rúbrica

Tabla 28. Resumen de las características de la Tarea 4.

Para el desarrollo de las actividades que conforman esta tarea, el docente se apoyará en la presentación que se puede ver en el siguiente enlace:

https://drive.google.com/open?id=1u_m4XJ9qNyCZ-z0bulF9mKl2rBtqOvAL

En primer lugar, se enunciarán las definiciones de progresión aritmética y diferencia de una progresión aritmética, acompañándolas con sus respectivos ejemplos.

*Definición: Una **progresión aritmética** es una sucesión en la que cada término se forma al sumar una cantidad fija al término anterior. A esta cantidad fija se le llama **diferencia**.*

Actividad 4.1. Diferentes diferencias.

Después de definir progresión aritmética y diferencia de una progresión aritmética, el docente se centrará en esta última, realizando preguntas para estudiar los casos posibles:

- ¿Por qué creen que la diferencia tiene que ser una cantidad fija?
- ¿Qué pasa si la diferencia es positiva?
- ¿Y si es negativa?
- ¿Y si es nula?

Nota teórica:

- *La diferencia d es siempre una cantidad fija.*
- *Si $d > 0$, la sucesión será creciente, es decir, cada término será mayor que el anterior.*
- *Si $d = 0$, la sucesión será constante, es decir, todos los términos serán iguales al primero.*
- *Si $d < 0$, la sucesión será decreciente, es decir, cada término será menor que el anterior.*

Actividad 4.2. Otro ¿problema? a lo lejos.

Para mostrar el término general de una progresión aritmética, el docente guiará al alumnado mediante una serie de preguntas, siguiendo primero un ejemplo antes de pasar al caso general (Imágenes 4 y 5).

- Partiendo de una progresión aritmética, ¿cómo podríamos calcular el término que ocupa el lugar 88?
- ¿Tendremos que ir sumando de uno en uno?
- Si tuviésemos el término general de esa progresión aritmética, ¿cómo calcularíamos ese término?

Término general de una progresión aritmética

- Tenemos la sucesión $a_n = \{2, 6, 10, 14, \dots\}$
 - Sabemos que $a_1 = 2$ y que $d = 4$
 - $a_2 = 6 = 2 + 4$
 - $a_3 = 10 = 6 + 4 = (2 + 4) + 4 = 2 + 2 \cdot 4$
 - $a_4 = 14 = 10 + 4 = (2 + 2 \cdot 4) + 4 = 2 + 3 \cdot 4$
- ¿Cuál es el a_5 ? ¿Cómo lo pondríamos de esta manera?

Término general de una progresión aritmética

- Tenemos la sucesión $a_n = \{2, 6, 10, 14, \dots\}$
- Sabemos que $a_1 = 2$ y que $d = 4$
- ¿Podemos “dar un salto” y calcular el término 8? ¿Y el 88?
- $a_{88} = 2 + 87 \cdot 4 = 350$
- Por tanto, 350 es el número que hemos estado buscando, ¡Y sin tener que sumar uno por uno!
- Ahora podemos calcular cualquier término de esta sucesión

$$a_n = 2 + (n - 1) \cdot 4$$

Imágenes 4 y 5. Aproximación al término general de una progresión aritmética partiendo de un ejemplo.

Nota teórica: Dada una progresión aritmética a_n , si conocemos el primer término a_1 y la diferencia d , el término general de dicha progresión aritmética es:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

Actividad 4.3. Construyendo la casa por el tejado.

Por otro lado, se deducirá la “fórmula opcional” para calcular un término en función de otro que no sea necesariamente el primero, siguiendo un razonamiento similar al que usamos en la actividad anterior.

Término general de una progresión aritmética

- ¿Y si no conocemos el primer término?
- Supongamos que sabemos que una progresión aritmética a_n tiene como diferencia $d = 4$ y su tercer término es 10. ¿Cuál es su término general?
- Así de primeras puede resultar complicado, vamos a calcular primero los términos “cercaños”

$$\begin{aligned}
 a_4 &= 14 = 10 + 1 \cdot 4 & a_2 &= 6 = 10 - 1 \cdot 4 \\
 a_5 &= 18 = 14 + 4 = (10 + 4) + 4 = 10 + 2 \cdot 4 & a_1 &= 2 = 6 - 4 = (10 - 4) - 4 = 10 - 2 \cdot 4 \\
 a_6 &= 22 = (10 + 2 \cdot 4) + 4 = 10 + 3 \cdot 4
 \end{aligned}$$

$$a_n = 10 + (n - 3) \cdot 4$$

$$a_n = a_k + (n - k) \cdot d$$

Imagen 6. Aproximación al término general de una progresión aritmética sin conocer el primer término.

Nota teórica: Dada una progresión aritmética a_n , si conocemos cualquier término a_k y la diferencia d , el término general de dicha progresión aritmética es:

$$a_n = a_k + (n - k)d$$

Una vez explicado esto, se realizarán una serie de ejercicios relacionados con hallar el término general de una progresión aritmética. Además, se comentará al alumnado que pueden practicar ejercicios de este tema en el siguiente enlace web de Anaya, que son autocorregibles: <http://www.edistribucion.es/anayaeducacion/8440033/datos/03/04.html>

Ejercicios:

1. Calcula el término que ocupa el lugar 20 en una progresión aritmética cuyo primer término es 7 y la diferencia es (-2).
2. En un edificio, el primer piso se encuentra a 7 metros de altura, y la distancia entre dos pisos consecutivos, es de 3 metros.
 - a) ¿A qué altura está el 9º piso?
 - b) Obtén una fórmula que nos indique la altura a la que se encuentra el piso n .
3. Calcula el tercer término de una progresión aritmética sabiendo que el décimo término es 5 y el vigésimo término es 10.
4. El alquiler de una bicicleta cuesta 5 € la primera hora y 2 € más cada nueva hora.
 - a) ¿Cuál es el precio total de alquiler de 7 horas?
 - b) Halla una fórmula que nos dé el precio total de alquiler de n horas.

Tarea 5: Progresiones aritméticas. Suma de n términos.

Descripción general: Se trata de una tarea que tiene la finalidad de alcanzar los siguientes objetivos:

- Mostrar, deducir y utilizar en diversos ejercicios la fórmula de la suma de n términos de una progresión aritmética.
- Fomentar la curiosidad y generar estímulos frente al desafío.

Se realizará una actividad principal, que consistirá en adaptar la historia del joven Gauss sumando los números del 1 al 100 para, realizando preguntas al alumnado y utilizando ejemplos más manejables, introducir la fórmula de la suma de n términos en una progresión aritmética.

En la siguiente tabla se presenta un breve resumen con las características principales de esta tarea:

Tarea 5: Progresiones aritméticas. Suma de n términos		
Fundamentación curricular	Criterios de Evaluación	1 y 4
	Contenidos	Criterio 1: 1,2 y 3 Criterio 4: 1 y 2
	Competencias Básicas	CL, CMCT y AA
	Competencias Matemáticas PISA	Comunicación Matematización Razonamiento y argumentación Utilización de operaciones y de un lenguaje de carácter simbólico, formal y técnico Diseño de estrategias para resolver problemas
	Estándares de Aprendizaje Evaluables	6,12,20, 41 y 42
Estrategia metodológica	Agrupamientos	Gran grupo
	Sesiones	Una sola sesión
	Recursos	Proyector, pizarra, presentación
	Espacios	Aula de clase
Evaluación	Instrumentos	Actividades realizadas en clase
	Técnicas	Observación sistemática
	Herramientas	Registro anecdótico

Tabla 29. Resumen de las características de la Tarea 5.

Para el desarrollo de las actividades que conforman esta tarea, el docente se apoyará en la presentación que se puede ver en el siguiente enlace:

<https://drive.google.com/open?id=1m-Us7FrbZDpY8CC4wHhMCpbQJouyob1P>

Nada más comenzar, se recordarán las definiciones de progresión aritmética y diferencia de una progresión aritmética dadas en la clase anterior.

Actividad: El desafío de Gauss.

Para mostrar el origen de la fórmula para sumar n términos en una progresión aritmética, el docente contará la clásica historia del niño Gauss teniendo que sumar los cien primeros números, dejando que el alumnado intente por su cuenta resolverlo, con el

objetivo de generar curiosidad y motivación frente al reto propuesto, favoreciendo el interés y la colaboración cuando se profundice en el tema.

Historia: Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1855): El “príncipe” de las matemáticas fue un matemático, astrónomo, y físico alemán que contribuyó significativamente en muchos de los ámbitos en los que trabajó.

Pero vayamos a su infancia... A pesar de que Gauss provenía de una familia campesina con poca cultura (su madre sabía leer, aunque no escribir; su padre sí, pero en cuanto a las matemáticas, no pasaba de la aritmética más elemental) pronto fue reconocido como un niño prodigio, y existen muchas anécdotas acerca de su asombrosa capacidad desde esa tierna edad. Hoy, veremos una de ellas...

Cuenta la historia, que cuando Gauss tenía solamente 7 años de edad y asistía a la escuela primaria, en clase de matemáticas (como no), se estaban portando fatal, así que el profesor, cansado, les puso una tarea para que se entretuvieran... La tarea consistía en... ¡sumar todos los números del 1 al 100! El maestro pensaba que el niño tardaría varias horas en resolver el problema, pero, para su sorpresa, a los cinco minutos de haberle puesto el ejercicio, Gauss le entregó la solución...

¿Podrás conseguirlo tú? El tiempo corre...

El alumnado se pondrá en grupos de cuatro o cinco personas para pensar en el problema. Después de cinco minutos, el docente preguntará a cada grupo si lo han conseguido, o si se les ha ocurrido alguna forma de aligerar el trabajo. Para resolver el problema, se empezará con un ejemplo más manejable: sumar los números del 1 al 10. Mediante preguntas e indicaciones a cada grupo, el docente llevará al alumnado a descubrir la fórmula para sumar los n primeros términos de una progresión aritmética.

- Fijémonos en los extremos, el 1 y el 10. ¿Qué pasa si los sumas?
- Prueba a sumar más números de una manera parecida.
- ¿Cuánto suman 2 y 9? ¿Y 3 y 8?
- ¿Qué pasa si hacemos lo mismo con el resto de números?
- ¿Cuántas agrupaciones hemos hecho de esta manera?

Una vez descubierto este pequeño truco, se resolverá de una manera análoga el problema original (Imagen 7).

Una suma tediosa...

¿Nos atrevemos con la suma del 1 al 100?
¿Cómo tendremos que agrupar los términos en esta suma?
 $1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 = ?$

Tendremos que agrupar el 1 con el 100, el 2 con el 99...que suman 101
¿Y cuántas agrupaciones hemos hecho?

Como hemos cogido de dos en dos, haremos *la mitad* de agrupaciones que la cantidad de números totales, en este caso 50

Hemos hecho 50 agrupaciones que suman 101, es decir,
 $50 \cdot 101 = 5050$

Imagen 7. Solución guiada al problema de sumar los 100 primeros números.

Después de haber solucionado el reto, el docente mostrará al alumnado que este truco se puede aplicar a cualquier otra progresión aritmética, poniendo primero como ejemplo la suma de los diez primeros números pares y luego enunciándolo de manera general.

Nota teórica: Dada una progresión aritmética a_n , la suma de sus primeros n términos viene dada por la fórmula:

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot (n/2)$$

Para el alumnado que quiera buscar más información, el docente pondrá en el aula virtual de la asignatura un vídeo explicando la demostración de esta fórmula en el caso general, que podemos encontrar en el enlace <https://www.youtube.com/watch?v=fGcgoAkiUyI>.

Para finalizar la clase, se realizarán una serie de ejercicios relacionados con la suma de n términos en una progresión aritmética, además de comentar al alumnado que pueden practicar ejercicios de este tema en el siguiente enlace web de Anaya, que son autocorregibles: <http://www.edistribucion.es/anayaeducacion/8440033/datos/03/05.html>

Ejercicios:

1. Calcular la suma de los 25 primeros términos de la progresión $a_n = \{5,9,13,17,21, \dots\}$
2. Un estudiante de 3º de ESO se propone el día 1 de septiembre repasar matemáticas durante una quincena, haciendo cada día 2 ejercicios más que el día anterior. Si el primer día empezó haciendo un ejercicio:
 - a) ¿Cuántos ejercicios le tocará hacer el día 15 de septiembre?
 - b) ¿Cuántos ejercicios hará en total?
3. Calcula la suma de los 15 primeros términos de una progresión aritmética en la que $a_3 = 1$ y $a_7 = 7$.
4. La longitud de los lados de un hexágono están en progresión aritmética de diferencia 4. Sabiendo que su perímetro es 78, calcula el valor de sus lados.

Por último, el docente aconsejará practicar los ejercicios que se han visto en las últimas dos sesiones porque la sesión siguiente estará dedicada enteramente a hacer ejercicios de progresiones aritméticas. Se hará una competición por equipos de 3 o 4 personas, que tendrán que estar formados antes del comienzo de la clase, y que habrá un premio para el equipo ganador.

Tarea 6: Olimpiadas aritméticas.

Descripción general: Esta tarea tiene la finalidad de alcanzar los siguientes objetivos:

- Repasar de una manera amena los conceptos y ejercicios relacionados con las progresiones aritméticas.
- Fomentar el trabajo en grupo y el espíritu competitivo.

La tarea estará dividida en dos partes principales: en la primera se realizará un cuestionario por grupos, que ocupará la mayor parte de la sesión, y un repaso de todo lo relacionado con las progresiones aritméticas a través de un mapa conceptual.

En la siguiente tabla se presenta un breve resumen con las características principales de esta tarea:

Tarea 6: Olimpiadas aritméticas		
Fundamentación curricular	Criterios de Evaluación	1, 2 y 4
	Contenidos	Criterio 1: 1 Criterio 2: 2 Criterio 4: 1 y 2
	Competencias Básicas	CSC, CMCT y AA
	Competencias Matemáticas PISA	Razonamiento y argumentación Diseño de estrategias para resolver problemas
	Estándares de Aprendizaje Evaluables	6,12,23, 41 y 42
Estrategia metodológica	Agrupamientos	Grupos de 4 o 5 personas
	Sesiones	Una sola sesión
	Recursos	Proyector, cuestionario Kahoot
	Espacios	Aula de clase
Evaluación	Instrumentos	Kahoot
	Técnicas	Encuestación
	Herramientas	Rúbrica

Tabla 30. Resumen de las características de la Tarea 6.

Al comienzo de la sesión, el alumnado formará los grupos en el caso de que no estuvieran hechos previamente, teniendo que escoger un nombre para su equipo. Una vez hecho esto, deberán entrar en la sala de Kahoot con un dispositivo electrónico adecuado por cada equipo. Cuando estén todos los equipos listos, procederemos a comenzar el cuestionario, que podemos encontrar en el enlace siguiente (versión del editor): <https://create.kahoot.it/details/0471bc88-e4ef-4e97-9745-e88ccd23935e>

Al terminar el cuestionario, se le dará un premio simbólico al equipo ganador, como una caja de bombones, y al resto de participantes se les repartirá un premio de consolación de la misma índole (siguiendo el ejemplo, con un bombón a cada uno).

Lo que resta de la sesión se dedicará a proyectar un mapa conceptual incompleto de los aspectos más destacados de las progresiones aritméticas, que podemos encontrar en el siguiente enlace: <https://cmapspublic.ihmc.us/rid=1VP101ZP7-16NXWFX->

[42J9/Progresiones%20aritm%C3%A9ticas%20\(incompleto\).cmap](https://cmapspublic.ihmc.us/rid=1VP101ZP7-17MWDTW-42JC/Progresiones%20aritm%C3%A9ticas%20(incompleto).cmap) , y se irá rellenando entre todos. Una vez acabada la clase, el docente subirá al campus virtual el mapa completo, que se puede ver en el siguiente enlace: <https://cmapspublic.ihmc.us/rid=1VP101ZP7-17MWDTW-42JC/Progresiones%20aritm%C3%A9ticas.cmap>.

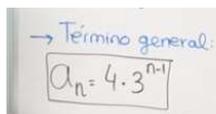
La tarea para la próxima sesión será investigar las progresiones geométricas. El alumnado tendrá que ver el último de los vídeos que se pueden encontrar en el aula virtual de Edpuzzle, "Progresiones geométricas". El vídeo se va parando en algunos puntos, en los que se insertan algunas preguntas que los estudiantes deben responder para poder avanzar. Las preguntas que aparecen en este primer vídeo son las siguientes:

1. Después de lo que has visto, ¿En qué crees que se parecen y se diferencian las progresiones aritméticas y las geométricas?

2. Sabiendo ya el término general:

a) Calcula los siguientes tres términos (a_6, a_7 y a_8).

b) ¿Qué puedes decir del "tamaño" de los números que van apareciendo en esta progresión?



→ Término general:
 $a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$

3. Calcula el término general y el séptimo término de las progresiones geométricas siguientes:

a) 1,2,4,8,16, ...

b) 2,6,18,54, ...

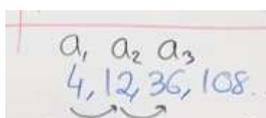
c) 256, 64, 16, ...

d) 3,-6,12,-24, ...

4. De la progresión inicial, calcula ahora tú la suma de:

a) Los primeros 10 términos.

b) Los primeros 15 términos.



a_1, a_2, a_3
4, 12, 36, 108, ...

5. Calcula la suma de los primeros 8 términos de las siguientes progresiones geométricas:

a) 4,8,16,32, ...

b) 81,27,9,3, ...

c) 1,4,16,64, ...

d) 1,-1,1,-1, ...

Tarea 7: Progresiones geométricas.

Descripción general: Se trata de una tarea que tiene la finalidad de alcanzar los siguientes objetivos:

- Desarrollar la curiosidad y el interés del alumnado.
- Definir progresión geométrica y razón de una progresión geométrica.

- Generar interrogantes atractivos para el alumnado, favoreciendo el pensamiento reflexivo y la búsqueda de generalizaciones.
- Realizar ejercicios y actividades relacionadas con calcular el término general, hallar diversos términos y calcular la suma de n términos de una progresión geométrica.

Para ello, a lo largo de dos sesiones se realizarán tres actividades. En la primera actividad, se hará una adaptación de una de las paradojas de Zenón, permitiendo introducir un ejemplo de progresión geométrica que se puede encontrar en la vida cotidiana. En la segunda actividad, se estudiará el comportamiento de las progresiones geométricas en función de la razón. Finalmente, en la tercera actividad, el docente guiará al alumnado con preguntas y siguiendo un ejemplo hasta encontrar la fórmula del término general de una progresión geométrica, de una manera análoga a la que se realizó anteriormente con las progresiones aritméticas.

En la siguiente tabla se presenta un breve resumen con las características principales de esta tarea:

Tarea 7: Progresiones geométricas		
Fundamentación curricular	Criterios de Evaluación	1, 2 y 4
	Contenidos	Criterio 1: 2 Criterio 2: 1 e) Criterio 4: 1 y 2
	Competencias Básicas	CL, CMCT y AA
	Competencias Matemáticas PISA	Comunicación Razonamiento y argumentación Utilización de operaciones y de un lenguaje de carácter simbólico, formal y técnico
	Estándares de Aprendizaje Evaluables	6,12,20, 41 y 42
Estrategia metodológica	Agrupamientos	Gran grupo
	Sesiones	Dos sesiones
	Recursos	Proyector, pizarra, presentación
	Espacios	Aula de clase
Evaluación	Instrumentos	Actividades realizadas en clase Respuestas en EdPuzzle
	Técnicas	Observación sistemática Análisis de documentos
	Herramientas	Registro anecdótico Rúbrica

Tabla 31. Resumen de las características de la Tarea 7.

Para el desarrollo de las actividades que conforman esta tarea, el docente se apoyará en la presentación que se puede ver en el siguiente enlace:

<https://drive.google.com/open?id=1edqKyPo7S3idvzqKvuYFWTEWPfYZt6wf>

Actividad 7.1. La ilusión del movimiento.

En esta primera actividad, el docente realizará una pequeña escenificación en la que se adaptará una de las famosas paradojas de Zenón, que éste último utilizaba para negar la existencia de lo que percibimos como movimiento.

Historia: Zenón de Elea (490-430 a.C) fue un filósofo griego que creía firmemente que lo que conocemos nosotros como “movimiento” simplemente no existe, sino que es una ilusión proporcionada por nuestros sentidos. Para argumentar sus ideas, planteó una serie de paradojas, es decir, situaciones o enunciados que parece que tienen sentido, pero realmente existen contradicciones lógicas en su interior. Un ejemplo sencillo de esto es la frase “Esta frase es falsa”, ya que, si la frase fuese mentira, entonces sería verdadera, lo que es absurdo. Por otra parte, si la frase fuera verdadera, también es absurdo por el propio contenido de la frase.

Nosotros vamos a ver una de estas paradojas, y para mostrarlo necesitaré a un voluntario o una voluntaria...

Una vez el docente haya conseguido a un voluntario o una voluntaria, le situará en un extremo de la clase. Entonces, el docente realizará la siguiente pregunta al resto de la clase:

“[nombre de voluntario/a] quiere recorrer la clase de un extremo a otro. Si, cada segundo recorre la mitad de la distancia que le queda hasta llegar al otro extremo de la clase, ¿Cuánto tiempo tardará en llegar al otro lado?”.

Ante la previsible respuesta de que tardará dos segundos, el docente hará un pequeño ejemplo de a lo que se está refiriendo antes de dejar al voluntario/a realizar el experimento.

Se terminará llegando a la conclusión de que el voluntario o voluntaria nunca llegará al otro extremo de la clase, ya que al recorrer la mitad de la distancia que le separa del final siempre habrá una distancia, por pequeña que sea, que le impida llegar al extremo de la clase. Después de agradecer a nuestro voluntario/a su participación, el docente explicará que, a pesar de lo que hemos deducido de “manera lógica”, se sabe que si el voluntario/a hubiera querido podría haber tocado el extremo de la clase sin problema, y que eso ocurre porque a veces en matemáticas se pueden sumar infinitas cosas...

Después de haber hecho este pequeño experimento, el docente pasará a modelizar el problema que se está tratando en forma de sucesiones, guiando al alumnado con preguntas hasta descubrir que se trata de una progresión geométrica y que la suma de todos los movimientos se va acercando a uno (Imágenes 8 y 9).

La ilusión del movimiento

Después de tres segundos, se recorrerá la mitad de la mitad de la mitad de esa primera unidad, es decir, $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

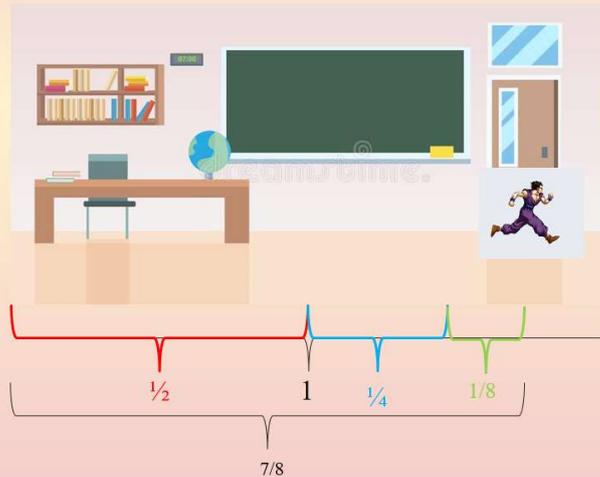
Y en total habremos avanzado $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

Después de cuatro segundos:

- ¿Cuánto se moverá en ese segundo?
 - ¿Cuál es el recorrido total?

¿Y después de cinco segundos?

¿Qué sucesiones podemos ver aquí?



La ilusión del movimiento

- Tenemos dos sucesiones principales, cuyos términos están asociados a la cantidad de segundos que han pasado.
 - Distancia recorrida en cada segundo: $d_n = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$
 - Distancia total recorrida en cada segundo: $D_n = \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \dots$
 - ¿Cuál podría ser el término general de estas sucesiones?
 - ¿De qué tipo es la primera sucesión?
- ¿A qué número se aproxima la segunda sucesión? ¿Cómo lo podemos relacionar con el problema en la realidad?

Imágenes 8 y 9. Ejemplos y preguntas de la actividad “la ilusión del movimiento”.

Después de esta actividad, el docente enunciará las definiciones de progresión geométrica y razón de una progresión geométrica, acompañándolas con sus respectivos ejemplos.

Definición: Una **progresión geométrica** es una sucesión en la que cada término se forma al multiplicar el término anterior por una cantidad fija. A esta cantidad fija se le llama **razón**.

Actividad 7.2. La importancia de tener la razón.

Después de definir progresión geométrica y razón de una progresión geométrica, el docente se centrará en esta última, realizando preguntas para estudiar los casos posibles:

- ¿Qué pasa si la razón es positiva?

- ¿Da lo mismo si es mayor o menor que 1? ¿Por qué?
- ¿Y si es 1?
- ¿Y si es negativa?
- ¿Y si es nula?

Nota teórica:

- *La razón r siempre va a ser cantidad fija.*
- *Hay que tener cuidado cuando se divide siempre por lo mismo, ya que en ese caso la razón será un número fraccionario (explicaremos que dividir no es sino multiplicar por el inverso).*
- *Si $r > 1$, estas progresiones crecen (o disminuyen si el primer término es negativo) mucho más rápido que las aritméticas, poniendo el ejemplo de que podríamos llegar hipotéticamente a la luna después de doblar un número relativamente bajo de veces la misma hoja de papel por la mitad de forma sucesiva.*
- *Si $r = 1$, tendremos una sucesión constante.*
- *Si $0 < r < 1$, la sucesión decrecerá (o crecerá si el primer término es negativo) rápidamente.*
- *Si $r = 0$, la sucesión estará formada por ceros a partir del segundo término.*
- *Si $r < 0$, la sucesión será alternada, es decir, sus términos van cambiando de signo según el valor de n .*

Actividad 4.3. El último ¿problema? a lo lejos.

Siguiendo un razonamiento similar al que hicimos para las progresiones aritméticas, para mostrar el término general de las progresiones geométricas el docente guiará al alumnado mediante una serie de preguntas, siguiendo primero un ejemplo antes de pasar al caso general (Imágenes 10 y 11).

- Partiendo de una progresión geométrica, ¿cuál es el término número 20?
- ¿Tendremos que ir multiplicando uno por uno? Cada vez se complican más los cálculos...
- Si encontramos el término general, ¿cómo calcularíamos ese término?

Término general de una progresión geométrica

- Tenemos la sucesión $a_n = \{2, 6, 18, 54, \dots\}$
 - Sabemos que $a_1 = 2$ y que $r = 3$
 - $a_2 = 6 = 2 \cdot 3$
 - $a_3 = 18 = 6 \cdot 3 = (2 \cdot 3) \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$
 - $a_4 = 54 = 18 \cdot 3 = (2 \cdot 3^2) \cdot 3 = 2 \cdot 3^3$
- ¿Cuál es el a_5 ? ¿Cómo lo pondríamos de esta manera? ¿Les recuerda a otra cosa parecida?

Término general de una progresión geométrica

- Tenemos la sucesión $a_n = \{2, 6, 18, 54, \dots\}$
 - Sabemos que $a_1 = 2$ y que $r = 3$
 - ¿Podemos “dar un salto” y calcular el término 8?
 - ¿Y el 20?
 - $a_{20} = 2 \cdot 3^{19} = 2324522934$
- Por tanto, 2324522934 es el número que hemos estado buscando... ¡Imagínate ir multiplicando uno por uno hasta llegar ahí!

Imágenes 10 y 11. Aproximación al término general de una progresión geométrica partiendo de un ejemplo.

Nota teórica: Dada una progresión geométrica a_n , si conocemos el primer término a_1 y la razón r , el término general de dicha progresión aritmética es:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Por otro lado, se deducirá la “fórmula opcional” para calcular un término en función de otro que no sea necesariamente el primero, siguiendo un razonamiento similar al que se acaba de realizar:

Término general de una progresión geométrica

- ¿Y si no conocemos el primer término?
- Supongamos que sabemos que una progresión geométrica a_n tiene como razón $r = 3$ y su tercer término es 18. ¿Cuál es su término general?
- Así de primeras puede resultar complicado, vamos a calcular primero los términos “cercanos”

$$a_4 = 54 = 18 \cdot 3$$

$$a_2 = 6 = 18/3$$

$$a_5 = 162 = 54 \cdot 3 = (18 \cdot 3) \cdot 3 = 18 \cdot 3^2$$

$$a_1 = 2 = 6/3 = \left(\frac{18}{3}\right)/3 = \frac{18}{3^2}$$

$$a_6 = 486 = (18 \cdot 3^2) \cdot 3 = 18 \cdot 3^3$$

$$a_n = 18 \cdot 3^{n-3}$$

$$a_n = a_k \cdot r^{n-k}$$

Imagen 12. Aproximación al término general de una progresión geométrica sin conocer el primer término.

Nota teórica: Dada una progresión geométrica a_n , si conocemos cualquier término a_k y la razón r , el término general de dicha progresión aritmética es:

$$a_n = a_k \cdot r^{n-k}$$

Posteriormente, el docente mostrará la fórmula para sumar n términos en una progresión geométrica.

Nota teórica: Dada una progresión geométrica a_n , la suma de sus primeros n términos viene dada por la fórmula:

$$S_n = \frac{r \cdot a_n - a_1}{r - 1}$$

Para el alumnado que quiera buscar más información, el docente pondrá en el aula virtual de la asignatura un vídeo explicando la demostración de esta fórmula en el caso general, que podemos encontrar en el enlace <https://www.youtube.com/watch?v=RaGd8n0XbDQ>

Para finalizar la clase, se realizarán una serie de ejercicios relacionados con las progresiones geométricas, calculando su término general y la suma de n términos. Además, se comentará al alumnado que pueden practicar ejercicios de este tema en el siguiente enlace web de Anaya, que son autocorregibles:

<http://www.edistribucion.es/anayaeducacion/8440033/datos/03/06.html>

<http://www.edistribucion.es/anayaeducacion/8440033/datos/03/08.html>

Ejercicios:

1. Halla el término general de una progresión geométrica sabiendo que el segundo término es $9/8$ y la razón es $3/2$.
2. Una máquina costó inicialmente 10 480 €. Al cabo de unos años se vendió a la mitad de su precio. Pasados unos años, volvió a venderse por la mitad, y así sucesivamente.
 - a) ¿Cuánto le costó la máquina al quinto propietario?
 - b) Si el total de propietarios ha sido 7, ¿cuál es la suma total pagada por esa máquina?
3. Averigua la razón de una progresión geométrica cuyo primer término es 27 y el cuarto es 8.
4. La población de un cierto país aumenta por término medio un 1% anual. Sabiendo que en la actualidad tiene 3 millones de habitantes:
 - a) ¿Cuántos tendrá dentro de 10 años?
 - b) ¿Y dentro de 20 años?

Tarea 8: Sucesiones en fractales.

Descripción general: Se trata de una tarea que tiene la finalidad de alcanzar los siguientes objetivos:

- Estimular el interés y la curiosidad del alumnado.
- Trabajar las progresiones geométricas en el contexto de la geometría fractal.
- Relacionar las matemáticas con la naturaleza.

Para ello, se realizará una actividad en el aula de informática en la que, a través de un libro de GeoGebra relacionado con los fractales, el alumnado podrá manipular directamente el desarrollo de dichos fractales, teniendo que responder a una serie de preguntas relacionadas con la cantidad de figuras (triángulos, cuadrados, líneas, ...) que aparecen en cada paso en el desarrollo del fractal. Dada la naturaleza de los fractales, esa cantidad de figuras crecerá según una progresión geométrica.

En la siguiente tabla se presenta un breve resumen con las características principales de esta tarea:

Tarea 8: Sucesiones en fractales		
Fundamentación curricular	Criterios de Evaluación	1,2 y 4
	Contenidos	Criterio 1: 7 Criterio 2: 1 c) y e) Criterio 4: 1 y 2
	Competencias Básicas	CL, CD, CMCT, CSC y AA
	Competencias Matemáticas PISA	Comunicación Razonamiento y argumentación Utilización de operaciones y de un lenguaje de carácter simbólico, formal y técnico Utilización de herramientas matemáticas
	Estándares de Aprendizaje Evaluables	1,6,20,27,42 y 43
Estrategia metodológica	Agrupamientos	Por parejas
	Sesiones	Una sola sesión
	Recursos	Ordenadores
	Espacios	Aula de informática
Evaluación	Instrumentos	Trabajo en clase Informe de las actividades
	Técnicas	Observación sistemática Análisis de documentos
	Herramientas	Registro anecdótico Rúbrica

Tabla 32. Resumen de las características de la Tarea 8.

Al comienzo de la clase, el docente llevará al alumnado al aula de informática, donde se pondrán en parejas por cada ordenador. Después, el docente explicará que en esa sesión se va a trabajar con fractales, ofreciendo la siguiente explicación:

Explicación: Un fractal es un objeto cuya estructura se repite a diferentes escalas. Es decir, por mucho que nos acerquemos o alejemos del objeto, observaremos siempre la misma estructura. El término fue propuesto por el matemático Benoît Mandelbrot en 1975 y deriva del latín fractus, que significa quebrado o fracturado. Muchas estructuras naturales son de tipo fractal.

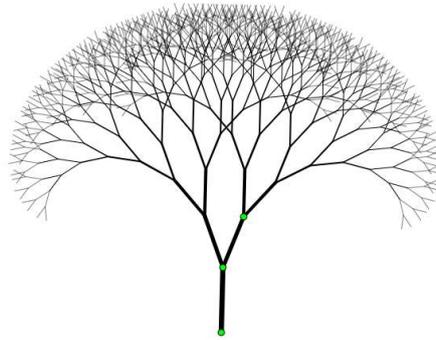
Para ilustrar esta última frase, se proyectará para toda la clase el vídeo “Fractales en la naturaleza”, que se puede ver en el siguiente enlace:

https://www.youtube.com/watch?v=uas_HJNAzfw&has_verified=1

Actividad 8.1. Fractales y sucesiones en Geogebra.

Siguiendo el libro de GeoGebra “Sucesiones en fractales”, que se encuentra en el siguiente enlace <https://www.geogebra.org/m/fezm6xkn> , el alumnado por parejas tendrá que entregar un informe en el que se resuelvan todas las preguntas planteadas en cada una de las applets que aparecen en el libro de GeoGebra. Estas preguntas son:

Árbol fractal.



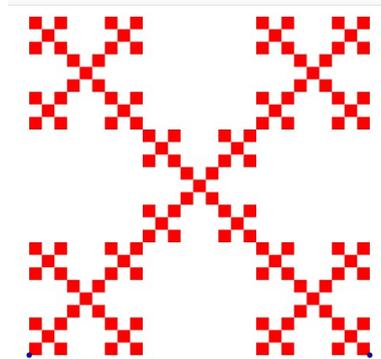
Prueba a deslizar ligeramente los puntos verdes y observa los cambios.

1. ¿Cómo crees que se forma esta figura?

Fíjate en cómo se va ramificando el árbol. Partimos de un tronco del que salen dos ramas, y de esas ramas salen otras dos ramas, ...

2. ¿Cuántas ramas tiene el árbol?

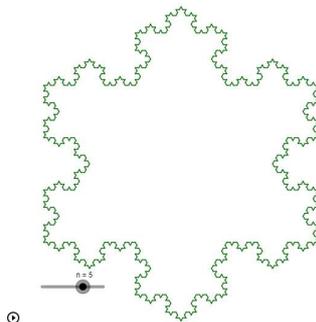
Aspas de Vicsek.



1. ¿Cuántos cuadrados rojos hay en la figura para cada valor de n?

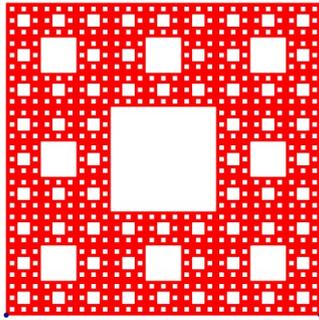
2. ¿Cuál es el término general de la sucesión de cuadrados rojos?

Curva de Koch.



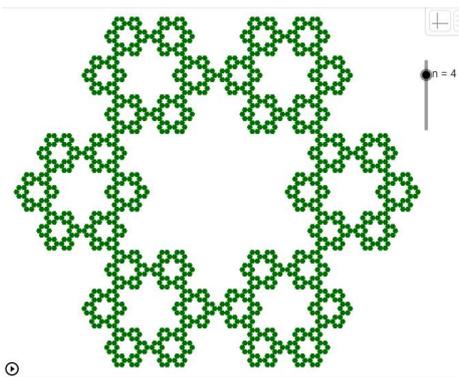
1. ¿Cómo se forma esta figura?
2. ¿Cuántos segmentos tiene la figura para cada valor de n ?
3. ¿Cuál es el término general de la sucesión de segmentos de la figura?
4. ¿A qué cosa que podemos encontrar en la naturaleza te recuerda esta figura?

Alfombra de Sierpinski.



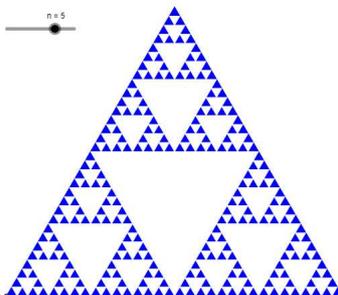
1. ¿Cuántos cuadrados blancos hay en la figura para cada valor de n ?
2. ¿Cuál es el término general de la sucesión de cuadrados blancos?

Hexágono de Sierpinski.



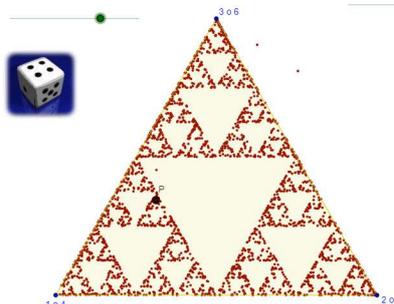
1. ¿Cuántos hexágonos hay en la figura para cada valor de n ?
2. ¿Cuál es el término general de la sucesión de hexágonos?
3. ¿Qué otro conocido fractal se va formando en el interior de la figura?

Triángulo de Sierpinski.



1. ¿Cómo se forma esta figura?
2. ¿Cuántos triángulos azules hay en el triángulo de Sierpinski para cada valor de n ?
3. ¿Y los triángulos blancos que quedan en los huecos? ¿Cuántos habrá de cada tamaño para cada valor de n ?

El juego del caos en un triángulo equilátero.



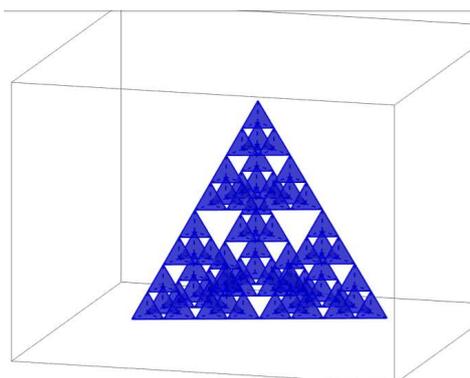
El juego del Caos en un triángulo equilátero consiste en lo siguiente:

P es un punto saltarín e inagotable que siempre salta en dirección a uno de los tres vértices de ese triángulo, y hasta la mitad de su distancia.

El vértice elegido depende del azar (más concretamente, del resultado del dado que podemos ver en la parte superior izquierda de la pantalla).

La pregunta es ¿Por qué puntos pasará P? ¿A qué figura fractal se parece?

Tetraedro de Sierpinski.



Esta figura es la versión tridimensional del triángulo de Sierpinski.

1. ¿Cómo se forma esta figura?
2. ¿Cuántos tetraedros azules hay para cada valor de n ?
3. ¿Y los tetraedros blancos que quedan en los huecos? ¿Cuántos habrá de cada tamaño para cada valor de n ?

Por último, el docente aconsejará practicar los ejercicios que se han visto en las últimas dos sesiones porque, al igual que se hizo para las progresiones aritméticas, la sesión siguiente estará dedicada enteramente a hacer ejercicios de progresiones geométricas mediante una competición por equipos en Kahoot.

Tarea 9: Olimpiadas geométricas.

Descripción general: Esta tarea tiene la finalidad de alcanzar los siguientes objetivos:

- Repasar de una manera amena los conceptos y ejercicios relacionados con las progresiones geométricas.

- Fomentar el trabajo en grupo y el espíritu competitivo.

Al igual que en las olimpiadas aritméticas, la tarea estará dividida en dos partes principales: en la primera se realizará un cuestionario por grupos, que ocupará la mayor parte de la sesión, y un repaso de todo lo relacionado con las progresiones geométricas mediante un mapa conceptual.

En la siguiente tabla se presenta un breve resumen con las características principales de esta tarea:

Tarea 9: Olimpiadas geométricas		
Fundamentación curricular	Criterios de Evaluación	1, 2 y 4
	Contenidos	Criterio 1: 1 Criterio 2: 1 c) y 2 Criterio 4: 1 y 2
	Competencias Básicas	CSC, CMCT y AA
	Competencias Matemáticas PISA	Razonamiento y argumentación Diseño de estrategias para resolver problemas
	Estándares de Aprendizaje Evaluables	6,12,23, 41 y 42
Estrategia metodológica	Agrupamientos	Grupos de 4 o 5 personas
	Sesiones	Una sola sesión
	Recursos	Proyector, cuestionario Kahoot
	Espacios	Aula de clase
Evaluación	Instrumentos	Kahoot
	Técnicas	Encuestación
	Herramientas	Rúbrica

Tabla 33. Resumen de las características de la tarea 9.

Al comienzo de la sesión, el alumnado formará los grupos en el caso de que no estuvieran hechos previamente, teniendo que escoger un nombre para su equipo. Una vez hecho esto, deberán entrar en la sala de Kahoot con un dispositivo electrónico adecuado por cada equipo.

Cuando estén todos los equipos listos, procederemos a comenzar el cuestionario, que podemos encontrar en el enlace siguiente (versión del editor):

<https://create.kahoot.it/details/olimpiadas-geometricas/815bae6d-e917-4d59-93c6-e4b181400074>

Lo que resta de la sesión lo dedicaremos a proyectar un mapa conceptual incompleto de los aspectos más destacado de las progresiones geométricas, que podemos encontrar en el siguiente enlace: [https://cmapspublic.ihmc.us/rid=1VP101ZP7-285H4HL-42JB/Progresiones%20geom%C3%A9tricas%20\(incompleto\).cmap](https://cmapspublic.ihmc.us/rid=1VP101ZP7-285H4HL-42JB/Progresiones%20geom%C3%A9tricas%20(incompleto).cmap), y se irá rellenando entre todos. Una vez acabada la clase, el docente subirá al campus virtual el mapa completo, que se puede ver en el siguiente enlace: <https://cmapspublic.ihmc.us/rid=1VP101ZP7-1B4P21D-42JD/Progresiones%20geom%C3%A9tricas.cmap>.

Al final de la sesión, el docente explicará al alumnado la organización de las siguientes sesiones. No se verán más conceptos nuevos ni se mandarán ejercicios como tarea. En vez de eso, en clase se realizarán ejercicios de todo lo que se ha visto en esta SA y como tarea general el alumnado tendrá que trabajar de manera individual en un documento que se entregará al finalizar la SA. En este documento se tendrá que responder a las cuestiones planteadas en una WebQuest que podremos encontrar en el siguiente enlace: <https://jezaelgoyasosa.wixsite.com/salvarelmundo> y que se subirá al campus virtual.

Tarea 10: Festival de ejercicios.

Descripción general: Se trata de una tarea de repaso, que tiene la finalidad de alcanzar los siguientes objetivos:

- Trabajar ejercicios relacionados con las sucesiones en diversos en diversos ámbitos.
- Promover la participación en clase.

A lo largo de dos sesiones, se realizarán ejercicios de todos los tipos de sucesiones que se han visto, principalmente de progresiones aritméticas y geométricas, la mayoría de ellos contextualizados en situaciones de la vida cotidiana. Además, se subirá al campus virtual una hoja de ejercicios variados mediante la cual el alumnado podrá repasar y practicar de manera autónoma. Esta hoja de ejercicios se encuentra en el siguiente enlace: <https://drive.google.com/open?id=154j7s179eln1yBtv2NgSuLQCQpUBrMba>

En la siguiente tabla se presenta un breve resumen con las características principales de esta tarea:

Tarea 10: Festival de ejercicios		
Fundamentación curricular	Criterios de Evaluación	1 y 4
	Contenidos	Criterio 1: 1,2 y 3 Criterio 4: 1 y 2
	Competencias Básicas	CL y CMCT
	Competencias Matemáticas PISA	Comunicación Matematización Diseño de estrategias para resolver problemas Utilización de operaciones y de un lenguaje de carácter simbólico, formal y técnico Utilización de herramientas matemáticas
	Estándares de Aprendizaje Evaluables	1,6,12,23,40,41, 42 y 43
Estrategia metodológica	Agrupamientos	Gran grupo
	Sesiones	Dos sesiones
	Recursos	Pizarra
	Espacios	Aula de clase
Evaluación	Instrumentos	Hoja de problemas
	Técnicas	Observación sistemática
	Herramientas	Rúbrica

Tabla 34. Resumen de las características de la Tarea 10.

Se enunciarán los problemas para toda la clase y se intercalarán dos maneras de realizar los ejercicios:

- El docente enuncia el problema, deja un cierto tiempo para que la clase lo intente resolver y finalmente lo resuelve en la pizarra.
- Después de enunciar el problema saldrá un alumno o alumna a la pizarra para resolverlo (en los problemas con varios apartados sencillos pueden salir dos alumnos para aprovechar mejor el tiempo).

Ejercicios:

Progresiones aritméticas.

1. Un estudiante de 3º de ESO se propone el día 1 de septiembre repasar matemáticas durante una quincena, haciendo cada día 2 ejercicios más que el día anterior. Si el primer día empezó haciendo un ejercicio:

- ¿Cuántos ejercicios le tocará hacer el día 15 de septiembre?
- ¿Cuántos ejercicios hará en total?

2. En un edificio, el primer piso se encuentra a 9 metros de altura, y la distancia entre dos pisos consecutivos, es de 4 metros. ¿A qué distancia del suelo se encuentra el quinto piso? ¿Y el noveno? ¿Hay alguna manera de saber la altura del piso n ?

3. En una urbanización realizaron la instalación del gas natural en el año 1999. Consideramos que en ese momento se hizo la primera revisión. Sabiendo que las revisiones sucesivas se realizan cada 3 años:

- ¿En qué año se realizará la décima revisión?
- ¿Cuál es el número de revisión que se realizará en el año 2035?

4. El alquiler de un coche cuesta 10 € la primera hora y 5 € más cada nueva hora.

- ¿Cuál es el precio total de alquiler de 7 horas?
- Halla una fórmula que nos dé el precio total de alquiler de n horas.

5. Los ángulos de un triángulo están en progresión aritmética. Sabiendo que el mayor de ellos mide 105° , ¿cuánto miden los otros dos?

Progresiones geométricas.

1. La población de un cierto país aumenta por término medio un 1% anual. Sabiendo que en la actualidad tiene 3 millones de habitantes:

- ¿Cuántos tendrá dentro de 10 años?
- ¿Y dentro de 20 años?

2. Un ordenador costó inicialmente 2480 €. Al cabo de unos años se vendió a la mitad de su precio. Pasados unos años, volvió a venderse por la mitad, y así sucesivamente.

- ¿Cuánto le costó la máquina al cuarto propietario?
- Si el total de propietarios ha sido 7, ¿cuál es la suma total pagada por esa máquina?

3. La maquinaria de una fábrica pierde cada año el 20% de su valor. En el momento de su compra valía 40 000 €.

- ¿Cuánto valía un año después de comprarla? ¿Y dos años después?
- ¿En cuánto se valorará 10 años después de haberla adquirido?

Tarea 11: Trabajo en grupo.

Descripción general: Se trata de una tarea que tiene la finalidad de alcanzar los siguientes objetivos:

- Fomentar el trabajo cooperativo.
- Adquirir responsabilidad grupal.

En la siguiente tabla se presenta un breve resumen con las características principales de esta tarea:

Tarea 11: Trabajo en grupo		
Fundamentación curricular	Criterios de Evaluación	1 y 4
	Contenidos	Criterio 1: 1,2,3 y 7 Criterio 4: 1 y 2
	Competencias Básicas	CL, CSC y CMCT
	Competencias Matemáticas PISA	Comunicación Razonamiento y argumentación Diseño de estrategias para resolver problemas Utilización de operaciones y de un lenguaje de carácter simbólico, formal y técnico Utilización de herramientas matemáticas
	Estándares de Aprendizaje Evaluables	1,6,23,40,41 y 42
Estrategia metodológica	Agrupamientos	Grupos de 4 o 5 personas
	Sesiones	Una sesión
	Recursos	Pizarra, Hoja de ejercicios
	Espacios	Aula de clase
Evaluación	Instrumentos	Trabajo en clase Ficha grupal
	Técnicas	Observación sistemática Análisis de documentos
	Herramientas	Registro anecdótico Rúbrica

Tabla 35. Resumen de las características de la Tarea 11.

En esta sesión de clase, el alumnado trabajará en grupos, realizando de manera individual, pero ayudándose entre sí, una ficha de ejercicios variados de sucesiones.

La clase se distribuirá en grupos de cuatro o cinco personas, cada uno con la ficha de ejercicios colaborativa además de los materiales necesarios para resolverlos. Cada alumno y alumna tendrá asignado un número (por eso se intentará que todos los grupos tengan el mismo número de integrantes).

Además, cada estudiante del grupo debe escribir en su propia hoja los nombres del resto de integrantes del grupo y conocer la resolución de las actividades, ya que puede ser seleccionado al final de la clase para presentar sus ejercicios. Su forma de resolverlos repercutirá no sólo en su calificación, sino en la del resto del grupo.

Al final de la sesión, se elegirá un número al azar entre el 1 y el 4 (o 5). Así, si en la clase hay cinco equipos y ha salido el número 2, se recogerá la ficha realizada por el alumno o alumna que tenga el número 2 de cada grupo. La nota del alumno o alumna con el número 2 será la misma para todos los integrantes de cada equipo.

A lo largo de la clase el docente adoptará un rol de guía y apoyo para resolver las actividades, ya que serán más complicados que los ejercicios que se han realizado en clase.

Los ejercicios en forma de ficha que se utilizarán en la sesión son los siguientes:

1. En una progresión geométrica, sabemos que el segundo término es 6 y el quinto 48. ¿Cuál es la razón? Halla el término general y calcula la suma de los 5 primeros términos.
2. La suma de tres términos consecutivos de una sucesión aritmética cuya diferencia es 11 vale 66. Encontrar dichos términos.
3. Sabiendo que el primer término de una progresión geométrica es 3 y que la razón es 2, encuentra los tres términos consecutivos (de la sucesión) cuya suma es 1334.
4. Considérese la sucesión dada por **recurrencia**:

$$a_1 = 1,$$

$$a_2 = 3,$$

$$a_{n+1} = 2a_n - a_{n-1}$$

Calcular los términos que sean necesarios para poder deducir su término general.

Nota: Realmente esta sucesión es una progresión aritmética.

5. Calcular la suma de los tres primeros términos de una sucesión geométrica de razón $1/2$ sabiendo que su producto es 1000.
6. Calcular la suma de todos los números impares comprendidos entre 100 y 200.

Tarea 12: Kahoot final.

Descripción general: Esta tarea tiene la finalidad de alcanzar el siguiente objetivo:

- Repasar de una manera amena los conceptos y ejercicios relacionados con las sucesiones.

En esta sesión el alumnado realizará de manera individual un Kahoot como repaso de la SA, además de resolver dudas previas a la prueba escrita.

En la siguiente tabla se presenta un breve resumen con las características principales de esta tarea:

Tarea 12: Kahoot final		
Fundamentación curricular	Criterios de Evaluación	1, 2 y 4
	Contenidos	Criterio 1: 1 Criterio 2: 1 c) y 2 Criterio 4: 1 y 2
	Competencias Básicas	CSC, CMCT y AA
	Competencias Matemáticas PISA	Razonamiento y argumentación Diseño de estrategias para resolver problemas
	Estándares de Aprendizaje Evaluables	6,12,23, 40, 41 y 42
Estrategia metodológica	Agrupamientos	Grupos de 4 o 5 personas
	Sesiones	Una sola sesión
	Recursos	Proyector, cuestionario Kahoot
	Espacios	Aula de clase
Evaluación	Instrumentos	Kahoot
	Técnicas	Encuestación
	Herramientas	Rúbrica

Tabla 36. Resumen de las características de la Tarea 12.

A diferencia de en las otras sesiones en las que se ha utilizado el Kahoot, en esta ocasión el alumnado tendrá que hacer el test de manera individual, con la finalidad de que cada uno vea el nivel de preparación que tiene antes de la prueba escrita. El enlace al cuestionario es el siguiente: <https://create.kahoot.it/details/kahoot-definitivo/126afe58-b632-49f5-bde5-0319213fdcd2>. El tiempo que reste de la sesión se dedicará a resolver dudas que el alumnado pueda tener del cuestionario o de la SA en general.

Tarea 13: Prueba escrita.

Descripción general: Se trata de una tarea en la que se evaluará al alumnado mediante una prueba escrita, que el alumnado tendrá que realizar de manera individual.

En la siguiente tabla se presenta un breve resumen con las características principales de esta tarea:

Tarea 13: Prueba final escrita		
Fundamentación curricular	Criterios de Evaluación	1 y 4
	Contenidos	Criterio 1: 1,2,3 y 7 Criterio 4: 1 y 2
	Competencias Básicas	CL y CMCT
	Competencias Matemáticas PISA	Comunicación Matematización Razonamiento y argumentación Diseño de estrategias para resolver problemas Utilización de operaciones y de un lenguaje de carácter simbólico, formal y técnico Utilización de herramientas matemáticas
	Estándares de Aprendizaje Evaluables	1,6,12,23,40,41, 42 y 43
Estrategia metodológica	Agrupamientos	Gran grupo
	Sesiones	Una sesión
	Recursos	Hoja de problemas
	Espacios	Aula de clase
Evaluación	Instrumentos	Prueba escrita
	Técnicas	Análisis de documentos
	Herramientas	Rúbrica

Tabla 37. Resumen de las características de la Tarea 13.

La prueba constará de las siguientes preguntas:

1. Calcula los 5 primeros términos de las siguientes sucesiones:

- a) $a_n = 3n - 1$
- b) $b_n = 2n + n^2$
- c) $c_n = 2^{n-2} + 7$

2. Al llegar el otoño, las hojas de un árbol de hoja caduca se van cayendo hasta quedarse en algunas ocasiones el árbol “desnudo”. En uno de estos árboles, el primer día de otoño

se caen tres hojas, y a partir de entonces cada día se caen cinco hojas más que el día anterior...

a) Escribe los siete primeros términos de la sucesión formada por la cantidad de hojas que caen del árbol en el día n .

b) Después de treinta días, el árbol se ha quedado sin hojas. ¿Cuántas hojas se caerán en el último día? (*Indicación: Calcula el término general primero*).

c) ¿Cuántas hojas tenía el árbol al principio?

3. Una moto costó inicialmente 7290 €. Al cabo de unos años se vendió a un tercio de su precio. Pasados unos años, volvió a venderse a un tercio de su valor, y así sucesivamente. ¿A qué precio compró la moto la quinta persona que la tuvo?

4. Cierta día, un profesor manda dos ejercicios como tarea. Al día siguiente, descubre asombrado que ningún estudiante hizo la tarea, así que manda otros cuatro ejercicios como tarea. Al tercer día, irritado al ver que nadie hizo ninguna tarea, pone un terrible castigo...

Cada día que pase sin toda la clase haga la tarea, mandará tantos ejercicios como la suma del número de ejercicios que mandó los dos días anteriores.

Suponiendo que la clase es tan vaga como malvado es el profesor (es decir, que nunca toda la clase hará la tarea) y tomando como primer día el que le mandó dos ejercicios:

a) ¿Cuántos ejercicios mandará el profesor como tarea al décimo día?

b) Consideramos la sucesión formada por el número de ejercicios mandados como tarea cada día. ¿De qué tipo es esta sucesión? ¿Cuál es su término general?

5. Al quedar una semana para un examen importante, un estudiante se propone estudiar cada día el doble de lo que ha estudiado el día anterior. Indica cuántas horas habrá estudiado en total antes de presentarse al examen si:

a) Se toma el primer día libre.

Sugerencia: pasa los minutos a horas desde el principio.

b) Estudia diez minutos el primer día.

c) Estudia media hora el primer día. ¿Esta situación es posible? ¿Por qué?

6. En una progresión aritmética sabemos que $a_2 = 3$ y $a_5 = 9$. Halla el término general y calcula la suma de los 15 primeros términos.

6. EDUCACIÓN EN VALORES.

La educación en valores estará presente a lo largo de todas las sesiones, adaptándose a las circunstancias de cada situación que se produzca en el aula. Valores como el respeto, la tolerancia y la honestidad son fundamentales e imprescindibles durante el transcurso de las clases. En esta Situación de Aprendizaje en particular, se trabajará la educación en valores en los siguientes ámbitos:

- Respeto por la naturaleza: En algunas actividades a lo largo de la SA, como la actividad inicial de la sucesión de Fibonacci o en la tarea de los fractales, se pondrá especial atención en cómo se manifiestan estos entes matemáticos en la naturaleza. La labor del docente será incidir en preservar esta última, apreciando

su belleza y estudiando las configuraciones matemáticas que se pueden encontrar en ella.

- Preocuparse por observar: La sociedad actual se encuentra repleta de distracciones, que afectan principalmente a la población joven mediante los dispositivos electrónicos. Por ello, es necesario fomentar la capacidad de observar la situación que está ocurriendo y extraer conclusiones a partir de dicha situación. Durante el desarrollo de la SA, se plantea una serie de problemas y situaciones que el alumnado tendrá que resolver. Guiados por el docente, llegarán a sus propias conclusiones mediante la lógica y la observación de fenómenos y situaciones anteriores. Se desarrollará el pensamiento crítico para fomentar que el alumnado sean futuros ciudadanos conscientes.
- Respeto entre los compañeros: Si bien el respeto hacia el docente y entre los compañeros es un valor imprescindible dentro del aula y que se trabajará de manera general, en esta Situación de Aprendizaje se pueden encontrar numerosas situaciones de preguntas y reflexiones, en las que el alumnado tendrá que escuchar las respuestas de sus compañeros y compañeras, intentando analizarlas y comprenderlas. El docente debe respetar al alumnado y proporcionarle un refuerzo positivo para fomentar la participación en el futuro, además de procurar que el resto de los compañeros y compañeras respeten al alumno o alumna que ha intervenido.

7. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD.

Esta SA está diseñada para un grupo de veinticuatro alumnos y alumnas, que, aunque ninguno de ellos presente necesidades específicas de apoyo educativo, existen diferencias considerables en los ritmos de aprendizaje, de las que se pueden destacar una pequeña parte del alumnado que aprende rápido y tiene una buena predisposición a las Matemáticas; y otra parte del alumnado que tiene un ritmo de aprendizaje más lento y especial animadversión hacia las Matemáticas.

Para la parte del alumnado que resuelve los problemas con excesiva facilidad, el docente proporcionará numerosas preguntas de reflexión que van adelantadas a los contenidos que se impartirán después. Como ejemplo de esto, se pueden encontrar algunas preguntas en los vídeos en EdPuzzle que tienen esa finalidad. Además, se establecerán variantes de los problemas resueltos con mayor dificultad en las sesiones de resolución de ejercicios y en la realización de la ficha grupal. Con esto se pretende mantener a esta sección del alumnado activo para evitar que desconecten de la Situación de Aprendizaje.

Para la parte del grupo en la que se aprecian dificultades a la hora de desarrollar las actividades propuestas, a lo largo de la SA se encuentran una serie de actividades grupales, como los cuestionarios en Kahoot o en la ficha de ejercicios grupal, en las que el alumnado con un ritmo de aprendizaje lento se verá ayudado por sus propios compañeros. Además, se utilizarán las nuevas tecnologías para ayudar a esta parte del alumnado. La utilización de la clase invertida permite dejar los aspectos más mecánicos para realizar en casa y deja el aula de clase para resolver dudas y profundizar en los

conceptos, y el uso del campus virtual, en el que se sube todo lo impartido en el aula, permite a los estudiantes que así lo requieran informarse y repasar aquellos conceptos que no haya entendido. Por otra parte, se realizarán actividades de refuerzo complementarias, cerca del final de cada SA, para los estudiantes que tengan dificultades, repasando los conceptos fundamentales de cursos o SA anteriores que sean complicados o que el alumnado no recuerde.

8. EVALUACIÓN DEL ALUMNADO.

Para la evaluación de los aprendizajes adquiridos por el alumnado se utilizarán seis instrumentos de evaluación.

Los instrumentos principales van a ser la prueba escrita final, el informe realizado en la WebQuest y las dos fichas de ejercicios, pero no nos olvidaremos de las actividades realizadas en clase, así como los resultados tanto de los cuestionarios en Kahoot como de las preguntas que el alumnado habrá contestado en los vídeos didácticos del aula virtual de EdPuzzle. Para evaluar el desarrollo de las competencias clave, se utilizarán como herramienta las rúbricas establecidas por la Consejería de educación.

La tabla 38 muestra la relación entre los criterios de evaluación, sus respectivos estándares y la manera de evaluarlos (instrumentos, técnicas y herramientas de evaluación).

CE	EAE	Instrumentos de Evaluación					
		Trabajo en clase	Prueba escrita	WebQuest	EdPuzzle	Ficha grupal	Kahoot
1	1	X					
	6	X		X			X
	12	X		X			
	20	X		X			
2	23	X					
	27			X			
4	40	X	X		X	X	
	41	X	X		X	X	
	42	X	X	X	X	X	X
	43	X					
Técnicas		OBS	ADOC	ADOC	ADOC	ADOC	ENC
Herramientas		ANEC	RUB	RUB	RUB	RUB	CUE

Tabla 38. Relación Criterios, estándares, instrumentos técnicas y herramientas de evaluación.

Nota: CE: Criterio de Evaluación. EAE: Estándares de Aprendizaje Evaluables.

OBS: Observación directa. ADOC: Análisis de Documentos. ENC: Encuestación.
 ANEC: Registro anecdótico. RUB: Rúbrica. CUE: Cuestionario.

Se utilizarán dos tipos de rúbrica: una para evaluar los estándares de evaluación y otra para evaluar los aprendizajes en general obtenidos por cada criterio de evaluación. Las tablas 39-40, 41-42 y 43-44 son las rúbricas que se utilizarán para calificar cada criterio de evaluación y sus estándares de aprendizaje evaluables asociados. Se aplicarán los diferentes apartados de cada rúbrica en cada instrumento de evaluación que hemos utilizado, atendiendo a la relación que aparece en la tabla 38.

Criterio de Evaluación 1			
Insuficiente 0-4	Suficiente/Bien 5-6	Notable 7-8	Sobresaliente 9-10
El alumno/a tiene un insuficiente en tres o más estándares	Resto de casos. Si el alumno/a tiene un estándar evaluado como Insuficiente, Bien es su nota máxima	El alumno/a tiene un notable o sobresaliente en al menos dos estándares y un Bien en los otros dos	El alumno/a tiene un sobresaliente en al menos dos estándares y un notable en los otros dos

EAE	Insuficiente 0-4	Suficiente/Bien 5-6	Notable 7-8	Sobresaliente 9-10
1	El alumno/a tiene grandes dificultades a la hora de expresarse con rigor y precisión al explicar el proceso seguido cuando se resuelve un problema	El alumno/a se expresa con un rigor y precisión medios cuando explica el proceso seguido a la hora de resolver un problema	El alumno/a se expresa con alto nivel de rigor y precisión cuando explica el proceso seguido a la hora de resolver un problema	El alumno/a se desenvuelve perfectamente en la mayoría de las situaciones cuando tiene que explicar el proceso de resolver un problema, expresándose en todo momento con rigor y precisión
6	El alumno/a tiene grandes dificultades a la hora de identificar regularidades matemáticas en contextos numéricos, realizando de manera incorrecta todas las actividades relacionadas con este tema	El alumno/a ha identificado regularidades matemáticas solamente en una de las tres actividades que ha realizado	El alumno/a ha identificado regularidades matemáticas en dos de las tres actividades que ha realizado	El alumno/a ha identificado regularidades matemáticas en todas las actividades que ha realizado

12	El alumno/a no establece conexiones entre los problemas del mundo real y el mundo matemático, fallando en las tareas de clase y en las actividades de la WebQuest que relacionan problemas cotidiano con las matemáticas	El alumno/a establece pocas conexiones entre los problemas del mundo real y el mundo matemático, modelizando correctamente algunas de las actividades de la WebQuest o las tareas de clase	El alumno/a establece bastantes conexiones entre los problemas del mundo real y el mundo matemático, modelizando correctamente algunas de las actividades tanto de la WebQuest como de las tareas de clase	El alumno/a establece de numerosas conexiones entre los problemas del mundo real y el mundo matemático, poniendo ejemplos nuevos y resolviendo correctamente la gran mayoría de las actividades tanto de la WebQuest como de las tareas de clase
20	El alumno/a no muestra curiosidad en el desarrollo de las clases ni se esfuerza en plantear preguntas y buscar respuestas adecuadas en las actividades que se realizan	El alumno/a rara vez muestra curiosidad en el desarrollo de las clases, plantea preguntas interesantes o busca respuestas más allá de lo estrictamente exigido en las actividades	El alumno/a en ocasiones muestra curiosidad en el desarrollo de las clases, plantea preguntas interesantes o busca respuestas más allá de lo estrictamente exigido en las actividades	El alumno/a muestra curiosidad en el desarrollo de las clases, plantea preguntas interesantes y busca respuestas más allá de lo estrictamente exigido en las actividades

Tablas 39 y 40. Rúbricas de los EAE pertenecientes al primer criterio y del propio Criterio de Evaluación 1.

Criterio de Evaluación 2				
EAE	Insuficiente 0-4	Suficiente/Bien 5-6	Notable 7-8	Sobresaliente 9-10
	El alumno/a tiene un insuficiente en los dos estándares	Resto de casos. Si el alumno/a tiene un estándar evaluado como Insuficiente, Bien es su nota máxima	El alumno/a tiene un notable o sobresaliente en al menos un estándar y un Bien en el otro	El alumno/a tiene un sobresaliente al menos un estándar y un notable en el otro
23	El alumno/a no usa las herramientas tecnológicas adecuadas en ningún momento	El alumno/a usa poco las herramientas tecnológicas adecuadas para realizar cálculos complicados o las usa en un momento inadecuado	El alumno/a maneja correctamente las herramientas tecnológicas adecuadas en la mayoría de las situaciones	El alumno/a domina las herramientas tecnológicas y las adecúa a cada tipo de situación

27	El alumno/a no ha elaborado un documento digital propio.	El alumno/a ha elaborado un documento digital propio pero no se observa ningún proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante ni ha utilizado la herramienta tecnológica adecuada	El alumno/a ha elaborado un documento digital propio como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante o ha utilizado la herramienta tecnológica adecuada	El alumno/a ha elaborado un documento digital propio como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, y con la herramienta tecnológica adecuada
----	---	---	--	--

Tablas 41 y 42. Rúbricas de los EAE pertenecientes al segundo criterio y del propio Criterio de Evaluación 2.

Criterio de Evaluación 4			
Insuficiente 0-4	Suficiente/Bien 5-6	Notable 7-8	Sobresaliente 9-10
El alumno/a tendrá un Insuficiente si el estándar 42 tiene un Insuficiente o si los otros tres estándares tienen un Insuficiente	Resto de casos. Si el alumno/a tiene un estándar que no sea el 42 evaluado como Insuficiente, Bien es su nota máxima	El alumno/a tiene un notable en el estándar 42 y al menos un Bien en el resto de estándares ó viceversa	El alumno/a tiene un sobresaliente en el estándar 42 y al menos un notable en el resto de estándares ó viceversa

EAE	Insuficiente 0-4	Suficiente/Bien 5-6	Notable 7-8	Sobresaliente 9-10
40	El alumno/a tiene grandes dificultades a la hora de calcular términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores.	El alumno/a calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores en las situaciones más sencillas	El alumno/a calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores en la mayoría de las situaciones	El alumno/a se desenvuelve con soltura al calcular términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores resolviendo de manera correcta prácticamente todos los problemas

41	Al alumno/a le cuesta bastante obtener la ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios.	Al alumno/a obtiene en algunas ocasiones la ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios.	Al alumno/a obtiene en la mayoría de las ocasiones la ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios.	El alumno/a obtiene en prácticamente todas las situaciones la ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios.
42	El alumno/a tiene grandes dificultades al identificar progresiones aritméticas y geométricas , expresar su término general, calcular la suma de los “n” primeros términos, y a la hora de resolver problemas	El alumno/a identifica correctamente progresiones aritméticas y geométricas , expresa su término general, calcula la suma de los “n” primeros términos, y las emplea para resolver problemas en las situaciones más sencillas	El alumno/a identifica correctamente progresiones aritméticas y geométricas , expresa su término general, calcula la suma de los “n” primeros términos, y las emplea para resolver problemas en la mayoría de las situaciones	El alumno/a identifica correctamente progresiones aritméticas y geométricas , expresa su término general, calcula la suma de los “n” primeros términos, y las emplea para resolver prácticamente todos los problemas .
43	El alumno/a no identifica la presencia de las sucesiones en la naturaleza y no sabe resolver problemas asociados a las mismas.	El alumno/a o identifica la presencia de las sucesiones en la naturaleza o resuelve algunos problemas asociados a las mismas.	El alumno/a identifica bastantes sucesiones en la naturaleza y resuelve algunos problemas asociados a las mismas.	El alumno/a sabe identificar la presencia de las sucesiones en la naturaleza y resuelve con soltura problemas asociados a las mismas.

Tablas 43 y 44. Rúbricas de los EAE pertenecientes al cuarto criterio y del propio Criterio de Evaluación 4.

9. EVALUACIÓN DE LA UNIDAD DE PROGRAMACIÓN.

Para valorar el desempeño de la Situación de Aprendizaje, el docente completará una lista de control, en la que tendrá que indicar el grado en el que se ha conseguido cumplir con los objetivos de cada apartado relativo a la Situación de Aprendizaje mediante una asignación numérica del 1 al 5. Así, un “1” significa que no se ha conseguido en absoluto y que hay que mejorar de manera urgente un aspecto de la programación; un “5” representa que todo lo relativo a un aspecto de la programación se ha desarrollado exactamente tal y como se tenía previsto; y el resto de números corresponden a estados intermedios entre los dos casos límite.

Valoración Situación de Aprendizaje					
Diseño de la Situación de Aprendizaje	1	2	3	4	5
Temporalización					
Metodología					
Desarrollo de contenidos					
Desarrollo de competencias					
Tareas y actividades					
Materiales y recursos					
Evaluación					
Atención a la diversidad					
Educación en valores					
En general, grado de similitud entre la SA realizada y su diseño teórico					
Gestión de aula	1	2	3	4	5
Preguntas y apartados de reflexión					
Reacción frente a preguntas del alumnado					
Reacción frente a errores del alumnado					
Gestión de los trabajos en grupo					
Clases interesantes para el alumnado					
Desarrollo general de las sesiones					
Sugerencias:					

Tabla 45. Valoración de la SA.

BIBLIOGRAFÍA.

BOC (2010). *DECRETO 81/2010, del 8 de julio, por el que se aprueba el Reglamento Orgánico de los centros docentes públicos no universitarios de la Comunidad Autónoma de Canarias*, publicado en BOC núm. 143, el 22 de junio de 2010.

BOC (2016). *DECRETO 83/2016, de 4 de julio, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Canarias*, publicado en BOC núm. 136, el 15 de julio de 2016.

BOC (2018). *DECRETO 25/2018, de 26 de febrero, por el que se regula la atención a la diversidad en el ámbito de las enseñanzas no universitarias de la Comunidad Autónoma de Canarias*, publicado en BOC núm. 46, el 6 de marzo de 2018.

IES El Sobradillo (2019/2020). *Programación de la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas*. Programación Didáctica Anual del IES El Sobradillo.

OCDE (2017). *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias*, Versión preliminar, OECD Publishing, Paris.

Recursos web.

[aSongScout]. (2018). *Encoding the Fibonacci Sequence Into Music*. Obtenido de: <https://www.youtube.com/watch?v=IGJeGOW8TzQ>

Colera, J., Gaztelu, I., Oliveira, M. J. (2011). *Progresiones. Matemáticas. Educación Secundaria. Tercer curso*. Obtenido de: http://www.edistribucion.es/anayaeducacion/8440033/recursos_U03.html

Consejería de Educación del Gobierno de Canarias. *Modelos metodológicos*. Obtenido de: <http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoescuela/proideac/files/2018/04/orientaciones-modelos-ensenanza.pdf>

Consejería de Educación del Gobierno de Canarias. *Instrumentos de evaluación/Productos*. Obtenido de: https://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoescuela/proideac/files/2018/04/infografia_evaluacion.jpg

González, M. (2015). [Epsilon mates]. *Sucesiones 3º ESO*. Obtenido de: <https://www.youtube.com/watch?v=ydITkSzcHTg&feature=youtu.be>

Guillén, Y. (2011). *GeoGebra. Función Cuadrática*. Obtenido de: <https://www.geogebra.org/m/dZwx3eTP#material/nkUvQUMA>

[matematicasyeso]. (2013). *SUMA DE LOS TÉRMINOS DE UNA PROGRESIÓN ARITMÉTICA. DEMOSTRACIÓN. HD*. Obtenido de: <https://www.youtube.com/watch?v=fGcgoAkiUyI>

[PruébaT]. (2017). *El salón de la fama de las sucesiones* | Fundación Carlos Slim. Obtenido de: <https://www.youtube.com/watch?v=J5kpe3a2HzU>

Sada, M. (2017). *GeoGebra. Fractales*. Obtenido de: <https://www.geogebra.org/m/tUD6vpFr>

[smartplanet]. (2008). *Fractales en la naturaleza*. Obtenido de: https://www.youtube.com/watch?v=uas_HJNAzfw&has_verified=1

Trashorras, P. [Tuto mate] (2016). *Cálculo de una sucesión recurrente a partir del término general*. Obtenido de: <https://www.youtube.com/watch?v=TqVx4InC3NE&feature=youtu.be>

Villanueva, M. J. [Susi Profe] (2019). *Progresión ARITMÉTICA: Término General y Suma de Términos* ✦ *SUCESIONES*. Obtenido de: <https://www.youtube.com/watch?v=VUJ6d0qmO34&feature=youtu.be>

Villanueva, M. J. [Susi Profe] (2019). *Progresión GEOMÉTRICA: Término General y Suma de Términos* ✦ *SUCESIONES*. Obtenido de: <https://www.youtube.com/watch?v=q-c5VLWvL6w&feature=youtu.be>