EJERCICIOS DE PLANTEAMIENTO DE SISTEMAS DE ECUACIONES.

MATEMÁTICAS II

GRADO EN ECONOMÍA Y

GRADO EN ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

Domingo Israel Cruz Báez
Departamento de Economía Aplicada
y Métodos Cuantitativos

Universidad de La Laguna

Actualizado a 30/11/2021

Índice

PRÓLOGO

La modelización matemática es un problema con el que el alumnado de la Facultad en Economía, Empresa y Turismo se encuentra en sus primeros cursos. La presente colección de ejercicios de planteamiento resueltos es una recopilación del material de prácticas que se les facilita. Por lo que espero que les sea de especial ayuda en los temas correspondientes de Matemáticas II, asignatura obligatoria de primer curso en los Grados en Economía y en Administración y Dirección de Empresas, así como en otras asignaturas de los grados mencionados.

I. Problemas de nivel básico (Secundaria)

En los siguientes ejercicios por simplicidad no se añaden las condiciones de no negatividad

5. Un agente de bolsa debe comprar 1530 acciones entre las de la empresa Papas S.L. y las de la empresa Helados S.L.; cada acción de Papas S.L. cuesta 345€ y de Helados S.L. 875€. El agente de bolsa dispone de 874.470€ ¿Cuántas acciones podría comprar de cada empresa?

$x =$ nº de acciones Papas S. L.
$y =$ nº de acciones Helados S. L.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 1530 \\ 345x + 875y = 874470 \end{array}\right\}$$

6. Un librero vende 84 libros a dos precios distintos: unos a 45 euros y otros a 36 euros, obteniendo de la venta 3105 euros ¿Cuántos libros vendió de cada clase?

$x =$ nº de libros A
$y =$ nº de libros B

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 84 \\ 45x + 36y = 3105 \end{array}\right\}$$

7. Un grupo de amigos está jugando a los chinos con monedas de 10 y 20 céntimos. Al abrir las manos cuentan 8 monedas con un valor de 1,10€. ¿Cuántas monedas hay de cada clase?

$x =$ nº de monedas de 10 céntimos
$y =$ nº de monedas de 20 céntimos

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 8 \\ 0{,}1x + 0{,}2y = 1{,}10 \end{array}\right\}$$

8. Un orfebre tiene dos lingotes: el primero contiene 540 gramos de oro y 60 gramos de cobre, y el segundo 400 gramos de oro y 100 gramos de cobre. ¿Qué cantidad deberá tomar de cada uno de ellos para formar otro lingote que pese 640 gramos y cuya ley sea 0,825 (1gr. de lingote tiene 82,5% de oro y 17,5% de cobre)?

$x =$ nº de gramos de lingotes con 540gr. de oro y 60 gr. de cobre (ley 0,9)
$y =$ nº de gramos de lingotes con 400gr. de oro y 100 gr. de cobre (ley 0,8)

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 640 \\ 0{,}9x + 0{,}8y = 0{,}825 \cdot 640 \end{array}\right\}$$

9. Halla las edades de dos personas, sabiendo que hace 10 años la edad de la primera era 4 veces la edad de la segunda, y dentro de 20 años la edad de la primera será sólo el doble.

$x =$ edad de persona A
$y =$ edad de persona B

$$\left.\begin{array}{r} x - 10 = 4(y - 10) \\ x + 20 = 2(y + 20) \end{array}\right\}$$

10. Hace un año la edad de un padre era 3 veces mayor que la del hijo, pero dentro de 13 años no tendrá más que el doble. ¿Cuál es la edad del padre y del hijo?

$x =$ edad actual padre
$y =$ edad actual hijo

$$\left.\begin{array}{r} x - 1 = 3(y - 1) \\ x + 13 = 2(y + 13) \end{array}\right\}$$

11. Un alumno tiene monedas en ambas manos; si pasa 2 de la derecha a la izquierda, tendrá el mismo número de monedas en ambas manos y si en lugar de 2, pasa 3 monedas de la izquierda a la derecha, tendrá en la derecha el doble número de monedas que en la izquierda. ¿Cuántas monedas tiene en cada mano?

$x = \text{nº de monedas mano derecha}$
$y = \text{nº de monedas mano izquierda}$

$$\left.\begin{array}{r} x-2=y+2 \\ 2(y-3)=x+3 \end{array}\right\}$$

12. Un hotel tiene habitaciones dobles y sencillas. Tiene en total 100 habitaciones y 174 camas. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo?

$x = \text{nº de habitaciones dobles}$
$y = \text{nº de habitaciones sencillas}$

$$\left.\begin{array}{r} x+y=100 \\ 2x+y=174 \end{array}\right\}$$

13. En un corral entre cerdos y patos, se cuentan 19 cabezas y 60 patas. ¿Cuántos animales hay de cada clase?

$x = \text{nº de cerdos}$
$y = \text{nº de patos}$

$$\left.\begin{array}{r} x+y=19 \\ 4x+2y=60 \end{array}\right\}$$

14. ¿Cuántos litros de leche con 35% de grasa ha de mezclarse con leche de 4% de grasa para obtener 20 litros de leche con 25% de grasa?

$x = \text{litros leche con 35\% de grasa}$
$y = \text{litros leche con 4\% de grasa}$

$$\left.\begin{array}{r} x+y=20 \\ 0{,}35x+0{,}04y=0{,}25\cdot 20 \end{array}\right\}$$

15. Por la mezcla de 8 kg. de café con 2 kg. de achicoria se han pagado 13,24€. Calcula el precio del kg. de café y del kg. de achicoria, sabiendo que si se mezclase 1 kg. de cada clase costaría la mezcla 1,82€.

$x = \text{precio de 1kg. de café}$
$y = \text{precio de 1kg. de achicoria}$

$$\left.\begin{array}{r} x+y=1{,}82 \\ 8x+2y=13{,}24 \end{array}\right\}$$

16. Una persona dispone de 20000 euros para invertir en bonos, fondos de inversión y acciones. La rentabilidad media de esos activos es de un 6%, 10% y 12%, respectivamente. El inversor quiere que un 30% del total de su capital se invierta en acciones y que se alcance una rentabilidad final del 9%. ¿Cuánto ha de invertir en cada uno de esos bienes?

$\text{Capital} = 20000€$
$x = \text{inversión en bonos}$
$y = \text{inversión en fondos}$
$z = \text{inversión en acciones}$

$$\left.\begin{array}{c} x+y+z=20000 \\ z=0{,}3\cdot 20000 \\ 0{,}06x+0{,}1y+0{,}12z=0{,}09\cdot 20000 \end{array}\right\}$$

33. La Consejería de Pesca proporciona tres tipos de alimentos a tres especies de peces protegidas que habitan en un lago. Cada pez de la especie 1 consume por día un promedio de una unidad de alimento A, 1 unidad de alimento B y 2 del alimento C. Los de la especie 2, 3 unidades del alimento A, 4 del B y 5 del C. Y los de la tercera especie, consumen cada semana 14 unidades del alimento A, 7 unidades del B y 35 del C. Cada semana se vierten en el lago 25.000 unidades del alimento A, 20.000 del alimento B y 55.000 del alimento C. Suponiendo que toda la comida se consume, ¿cuántos ejemplares de cada especie pueden convivir en el lago? ¿Y si se vierten 15.000 unidades del A, 10.000 del B y 35.000 del C?

	Alimento A	**Alimento B**	**Alimento C**
Pez especie 1	$1 \cdot 7$	$1 \cdot 7$	$2 \cdot 7$
Pez especie 2	$3 \cdot 7$	$4 \cdot 7$	$5 \cdot 7$
Pez especie 3	14	7	35
Total a la semana	25000	20000	55000

$x =$ nº de peces especie 1
$y =$ nº de peces especie 2
$z =$ nº de peces especie 3

$$\left.\begin{array}{r} 7x + 21y + 14z = 25000 \\ 7x + 28y + 7z = 20000 \\ 14x + 35y + 35z = 55000 \end{array}\right\}$$

34. Una empresa produce tres productos A, B y C, los que procesa en tres máquinas. El tiempo (en horas) requerido para procesar una unidad de cada producto por las tres máquinas está dado por:

	A	**B**	**C**
Máquina 1	3	1	2
Máquina 2	1	2	4
Máquina 3	2	1	1

Si el tiempo disponible de cada máquina es de 850 horas, 1200 horas y 550 horas respectivamente, ¿cuántas unidades de cada producto deberían producirse con objeto de emplear las máquinas todo el tiempo disponible?

$x =$ nº de unidades producto A
$y =$ nº de unidades producto B
$z =$ nº de unidades producto C

$$\left.\begin{array}{r} 3x + y + 2z = 850 \\ x + 2y + 4z = 1200 \\ 2x + y + z = 550 \end{array}\right\}$$

35. Disponemos de tres lingotes de distintas aleaciones de tres metales A, B y C. El primer lingote contiene 20 g del metal A, 20 g del B y 60 del C. El segundo contiene 10 g de A, 40 g de B y 50 g de C. El tercero contiene 20 g de A, 40 g de B y 40 g de C. Queremos elaborar, a partir de estos lingotes, uno nuevo que contenga 15 g de A, 35 g de B y 50 g de C. ¿Cuántos gramos hay que coger de cada uno de los tres lingotes?

	A	B	C	Peso total
Lingote aleación tipo 1	20 g	20 g	60 g	100 g
Lingote aleación tipo 2	10 g	40 g	50 g	100 g
Lingote aleación tipo 3	20 g	40 g	40 g	100 g

$x =$ gramos lingote 1
$y =$ gramos lingote 2
$z =$ gramos lingote 3

$$\left.\begin{array}{r} 0{,}2x + 0{,}1y + 0{,}2z = 15 \\ 0{,}2x + 0{,}4y + 0{,}4z = 35 \\ 0{,}6x + 0{,}5y + 0{,}4z = 50 \end{array}\right\}$$

36. Una empresa fabrica tres productos A, B, C que deben pasar por tres secciones (I, II, III). En la tabla se recogen los tiempos de fabricación que se requiere para producir una unidad de cada producto y el tiempo necesario de trabajo requerido en la sección II. Calcular el número total de unidades a producir de cada producto y el tiempo de trabajo necesario que se requiere en las secciones I y III para que el problema tenga solución, sabiendo que la sección III requiere el doble de tiempo que la sección I.

Sección	**Producto**			**Tiempo de trabajo**
	A	**B**	**C**	
I	**2**	**2**	**2**	
II	**2**	**3**	**3**	**210**
III	**3**	**4**	**4**	

$x =$ nº de unidades producto A
$y =$ nº de unidades producto B
$z =$ nº de unidades producto C

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 2y + 2z = a \\ 2x + 3y + 3z = 210 \\ 3x + 4y + 4z = 2a \end{array}\right\}$$

37. Una pequeña compañía constructora ofrece tres tipos de casas. El primer tipo de casa requiere 3 unidades de cemento, 2 unidades de madera para puertas y ventanas y 5 unidades de madera para estructuras. Los tipos segundo y tercero requieren 2, 3, 5 y 4, 2, 6 unidades, respectivamente, de cemento, de madera para puertas y ventanas, y de madera para estructuras. Si cada mes la compañía dispone de 150 unidades de cemento, 100 unidades de madera para puertas y ventanas y 250 unidades de madera para estructuras, calcular el número de diferentes tipos de casas que la compañía podrá construir a la semana si usa todos los materiales disponibles.

	Cemento	**Madera para puertas y ventanas**	**Madera para estructuras**
Tipo I	3	2	5
Tipo II	2	3	5
Tipo III	4	2	6
Disponibilidad	150	100	250

$x =$ nº de casas del tipo I
$y =$ nº de casas del tipo II
$z =$ nº de casas del tipo III

$$\left.\begin{aligned} 3x + 2y + 4z &= 150 \\ 2x + 3y + 2z &= 100 \\ 5x + 5y + 6z &= 250 \end{aligned}\right\}$$

38. Supongamos una carpintería que utiliza 10 tablones de madera para hacer un banco, 5 para hacer un taburete y 8 para hacer una silla. Además, cada banco necesita 6 horas completas de trabajo, cada taburete 8h y cada silla 5h. Si hoy dispone de 200 tablones y de mano de obra para cubrir 150h de trabajo en conjunto ¿cuántas piezas de cada tipo debe construir si se desea utilizar la totalidad de tablones, no tener a nadie parado durante la jornada y no dejar ninguna pieza sin terminar?

	Banco	***Taburete***	***Silla***	***Total***
Madera	10	5	8	200
Horas	6	8	5	150

$x =$ nº de bancos
$y =$ nº de taburetes
$z =$ nº de sillas

$$\left.\begin{aligned} 10x + 5y + 8z &= 200 \\ 6x + 8y + 5z &= 150 \end{aligned}\right\}$$

39. Una persona dedicada a la fabricación de artículos navideños produce bolas, tiras de luces y estrellas luminosas. En la producción de una unidad de cada artículo utiliza varios recursos en las cantidades que se indican en la tabla siguiente:

	Bolas	Tiras	Estrellas
Cable eléctrico (metros)	-	2	2
Bombillas (unidades)	-	4	1
Plástico (bloques)	1	2	5
Papel brillante (hojas)	2	4	4

Además, sabe que para poder vender los adornos, la producción de bolas debe duplicar el total de tiras y estrellas.

Actualmente, en su almacén tiene 500 metros de cable, 1000 bombillas, 1000 bloques de plástico y 800 hojas de papel. Al consultar con su proveedor habitual, éste le indica que le puede suministrar 2000 hojas de papel brillante y cualquier número M de bombillas, siempre y cuando adquiera también 2M metros de cable y 7M bloques de plástico. ¿Qué pedido de bombillas hará el empresario, para llevar a cabo el proceso productivo sin que sobre ningún recurso? ¿Cuál será su producción en esas circunstancias?

$x = $ nº adornos de bolas
$y = $ nº adornos de tiras
$z = $ nº adornos de estrellas

$$\left.\begin{array}{c} x = 2(y+z) \\ 2y + 2z = 500 + 2M \\ 4y + z = 1000 + M \\ x + 2y + 5z = 1000 + 7M \\ 2x + 4y + 4z = 2800 \end{array}\right\}$$

40. Los dueños de un restaurante han decidido renovar el mobiliario (mesas y sillas) del comedor y te han pedido asesoramiento. Se desea instalar mesas de tres tamaños: las más pequeñas, con 4 asientos cada una, otras de tamaño mediano con un número de asientos sin decidir y las más grandes con 12 asientos. Se desea que, en total, haya 60 mesas con capacidad para 260 comensales (asientos). Se ha calculado que el coste de cada mesa pequeña (con sus respectivos asientos) será de 100€, el coste de cada mesa mediana será de unos 20€ por cada asiento y cada mesa grande costará 180€. Se ha pensado en invertir exactamente 6200€. ¿Cuántas mesas de cada tipo deben encargarse?

$x = $ nº mesas pequeñas (capacidad 4 asientos)
$y = $ nº mesas medianas (capacidad a asientos)
$z = $ nº mesas grandes (capacidad 12 asientos)

$$\left.\begin{array}{c} x + y + z = 60 \\ 4x + a\,y + 12\,z = 260 \\ 100\,x + 20\,a\,y + 180\,z = 6200 \end{array}\right\}$$

41. Una refinería de petróleo puede destilar tres tipos de crudo: uno de Arabia, otro de Venezuela y otro de México. De cada barril de crudo se obtienen tres productos destilados: keroseno, gasolina y gas-oil en las siguientes proporciones:

	Gasolina	**Gas-oil**	**Keroseno**
Arabia	0.3	0.6	0.1
México	0.7	0.2	0.1
Venezuela	0.3	0.6	0.1

La empresa de refinamiento ha firmado un contrato con una empresa de distribución para suministrar 8000 barriles de gasolina, 2000 barriles de gas-oil y una cantidad K (a determinar) de barriles de keroseno.

a) Plantear un modelo matemático que permita obtener el número de barriles que se deben destilar de cada crudo si se desea cumplir el contrato, sin que sobre ningún barril.

b) Determinar los posibles valores de K que permiten cumplir el contrato.

c) Encontrar el número de barriles a destilar de cada tipo de crudo, para todos los valores de K obtenidos en el apartado anterior.

$x =$ nº barriles de crudo de Arabia
$y =$ nº barriles de crudo de México
$z =$ nº barriles de crudo de Venezuela

$$\left.\begin{array}{r} 0{,}3x + 0{,}7y + 0{,}3z = 8000 \\ 0{,}6x + 0{,}2y + 0{,}6z = 2000 \\ 0{,}1x + 0{,}1y + 0{,}1z = K \end{array}\right\}$$

42. Una empresa fabrica tres productos (A,B,C) que deben pasar por tres secciones diferentes de fabricación (Secciones 1, 2 y 3). El tiempo total de fabricación (100%) de cada producto se distribuye en las tres secciones de acuerdo a los siguientes datos: El producto A pasa el 30% de su tiempo de fabricación en la Sección 1, el 60% en la Sección 2 y el 10% en la Sección 3. Análogamente, el producto B pasa el 70%, 20% y 10% en cada sección respectivamente. Y sabemos que el Producto C pasa el 30% en la Sección 1, pero aún no sabemos cuánto deberá pasar en las secciones 2 y 3. Llamemos *a* la porción de tiempo que deberá pasar en la Sección 2 y *b* a la correspondiente a la Sección 3 ($a,b \geq 0$). La empresa va a contratar personal para trabajar 16000 horas en la Sección 1, 4000 horas en la Sección 3 y una cantidad $H>0$ en la Sección 2 que aún no se ha determinado.

- **i. Sabiendo que cada unidad de los productos (A,B,C) necesita 200 horas para su fabricación, plantear un sistema lineal que permita calcular la cantidad que se puede fabricar de cada producto para llevar a cabo la producción sin que queden horas de trabajo ociosas.**
- **ii. Estudiar la compatibilidad matemática del sistema en función de los posibles valores de *a*, *b*, *H*.**
- **iii. Resolverlo en caso de que sea compatible indeterminado**
- **iv. Expresar la solución al problema económico planteado, explicando el significado de cada uno de los resultados obtenidos.**

Tabla de tiempo de fabricación en porcentaje:

	A	B	C	Tiempo disponible total
S1	30%	70%	30%	16000
S2	60%	20%	a %	H
S3	10%	10%	b %	4000
Total	100%	100%	100%	

De la columna del producto C *deducimos que* $30 + a + b = 100$, *es decir* $b = 70 - a$.
Si una unidad de A, B y C se necesitan 200 horas la tabla en horas quedará de la siguiente forma:

	A	B	C	Tiempo disponible total
S1	200·0,3	200· 0,7	200· 0,3	16000
S2	200·0,6	20%	$200\cdot \frac{a}{100}$	H
S3	200· 0,1	200· 0,1	$200\cdot \frac{b}{100}$	4000

$x =$ nº unidades del producto A
$y =$ nº unidades del producto B
$z =$ nº unidades del producto C

$$\left.\begin{array}{l} 60x + 140y + 60z = 16000 \\ 120x + 40y + 2a\,z = H \\ 20x + 20y + (140 - 2a)z = 4000 \end{array}\right\}$$

43. Chirility Company debe producir al menos 600000 tornillos pequeños y 400000 tornillos grandes para satisfacer la demanda de las siguientes 4 semanas. Estos tornillos pueden producirse en dos máquinas distintas, cada una de las cuales está disponible 40 horas a la semana. Los requerimientos de costos y tiempo para producir cada tamaño de tornillo en cada máquina y el precio de venta de cada tamaño de tornillo se muestran a continuación:

	Pequeños	*Grandes*
Precio de venta **($/1000)**	**27.50**	**32.50**
Costo en la máquina **1 ($/1000)**	**6.25**	**7.75**
Costo en la máquina **2 ($/1000)**	**8.00**	**9.25**
Tiempo en la máquina **1 (min/libra)**	**1.50**	**1.75**
Tiempo en la máquina **2 (min/libra)**	**1.00**	**1.25**

En cada libra hay aproximadamente 60 tornillos pequeños y 40 tornillos grandes. Plantéese (sin resolver) un modelo que exprese la planificación para la producción a llevar a cabo teniendo en cuenta las necesidades mínimas de demanda y la disponibilidad limitada de tiempo de máquina en las siguientes cuatro semanas. Exprésese (sin calcular) el beneficio que se obtendría en esas circunstancias. ¿Cómo plantearía el gerente el problema de maximización del beneficio en dicha empresa?

$S_1 =$ número de miles de tornillos pequeños por producir en la maquina 1 durante las sig. 4 semanas

$S_2 =$ número de miles de tornillos pequeños por producir en la maquina 2 durante las sig. 4 semanas

$L_1 =$ número de miles de tornillos grandes por producir en la maquina 1 durante las sig. 4 semanas

$L_2 =$ número de miles de tornillos grandes por producir en la maquina 2 durante las sig. 4 semanas

$B(S_1, S_2, L_1, L_2) = I - C = 27{,}50S_1 + 27{,}50S_2 + 32{,}50L_1 + 32{,}50L_2 - 6{,}25S_1 - 8{,}00S_2 - 7{,}75L_1 - 9{,}25L_2$

Objetivo: Maximizar $B(S_1, S_2, L_1, L_2) = 21{,}25S_1 + 19{,}50S_2 + 24{,}75L_1 + 23{,}25L_2$

Restricciones:

$$\boxed{\left.\begin{array}{c} S_1 + S_2 \geq 600 \\ L_1 + L_2 \geq 400 \\ 0{,}41\widehat{66}S_1 + 0{,}7291\widehat{66}L_1 \leq 160 \\ 0{,}2777S_2 + 0{,}5208L_2 \leq 160 \\ S_1, S_2, L_1, L_2 \geq 0 \end{array}\right\}}$$

Tercera y cuarta restricción:

Restricciones de tiempo: 40 horas a la semana, 4 semanas, son en total 160 horas.

Tiempo de la máquina 1: 1 libra→ 60 tornillos pequeños, 40 tornillos grandes→ 60 tornillos pequeños, la máquina 1 tarda 1,5 minutos→ 0,06 miles de tornillos pequeños, la máquina 1 tarda $\frac{1{,}5}{60} = 0{,}025$ horas. Luego 1 mil tornillos pequeños tardan $\frac{0{,}025}{0{,}06} = 0{,}41\widehat{66}$. Además, 40 tornillos grandes→ la maquina 1 tarda 1,75 minutos→0,04 miles de tornillos grandes→ la maquina 1 tarda $\frac{1{,}75}{60} = 0{,}0291\widehat{66}$ horas. Luego 1 mil tornillos grandes tardan $\frac{0{,}029166}{0{,}04} = 0{,}7291\widehat{66}$:

$$0{,}41\widehat{66}S_1 + 0{,}7291\widehat{66}L_1 \leq 160$$

Tiempo de la máquina 2: 1 libra→ 60 tornillos pequeños, 40 tornillos grandes→ 60 tornillos pequeños, la máquina 2 tarda 1 minutos→ 0,06 miles de tornillos pequeños, la máquina 2 tarda $\frac{1}{60} = 0{,}01\widehat{66}$ horas. Luego 1 mil tornillos pequeños tardan $\frac{0{,}01\widehat{66}}{0{,}06} = 0{,}2\widehat{77}$. Además, 40 tornillos grandes→ la maquina 1 tarda 1,25 minutos→0,04 miles de tornillos grandes→ la maquina 2 tarda $\frac{1{,}25}{60} = 0{,}0208\widehat{33}$ horas. Luego 1 mil tornillos grandes tardan $\frac{0{,}0208\widehat{33}}{0{,}04} = 0{,}5208\widehat{33}$: $0{,}2\widehat{77}S_2 + 0{,}5208\widehat{33}L_2 \leq 160$

44. Containers S.A. fabrica todo tipo de contenedores hechos por pedido. Una compañía británica acaba de solicitarle información del precio de contenedores rectangulares (seis lados) hechos de un material especial de lámina de fibra. El volumen de cada contenedor (largo por ancho por alto) debe ser de al menos 12000 cm^3. Los requisitos para poder embarcar estos contenedores en Inglaterra requieren que la mayor de sus aristas no exceda de 40 cm. La compañía británica ya obtuvo una oferta de $8.20 por contenedor. La presidencia de Containers S.A. le ha preguntado a usted, consejero de la empresa en la sección de producción, si la compañía puede proveer los contenedores a menor precio, pero con la seguridad de que se gane el 25% de lo que ha costado la producción. Usted sabe que el material de lámina de fibra cuesta $20 por m^2 y que los costos de trabajo y otros costos son de $1 por contenedor.

Plantee un modelo (no tiene que resolverlo) que le ayude a tomar la decisión. ¿Qué tiene que ocurrir con los valores de las variables principales, en la solución final del problema que ha planteado, para que aconseje hacer la oferta? Al lado de cada restricción o función que haya planteado en lenguaje simbólico escriba con palabras lo que está representando.

$L =$ longitud del contenedor en centímetros

$W =$ ancho del contenedor en centímetros

$H =$ altura del contenedor en centímetros

Minimizar $0{,}004\, L\, W + 0{,}004\, L\, H + 0{,}004\, H\, W$

Sujeto a:

Restricción de volumen:

$L\, W\, H \geq 12000$

Restricción de tamaño:

$L + W + H \leq 72$

Restricción sobre la mayor dimensión simple:

Máximo$(L, W, H) \leq 40$ o como alternativa $L \leq 40, W \leq 40, H \leq 40$

Restricción de no-negatividad:

$L, W, H \geq 0$

45. **National Steel Corporation (NSC) produce un acero especial usado en las industrias de aviación y aeroespaciales. El departamento de ventas de NSC ha recibido pedido de 2400, 2200, 2700 y 2500 toneladas de acero para cada uno de los siguientes 4 meses. NSC puede satisfacer estas demandas produciendo el acero, extrayéndolo de su inventario, o usando cualquier combinación de las dos alternativas.**

Se proyecta que los costos de producción por tonelada de acero durante cada uno de los siguientes cuatro meses sean de $7400, $7500, $7600 y $7650. Como los costos suben cada mes, debido a las presiones inflacionarias, tal vez sea mejor que NSC produzca más acero del que necesita en un mes determinado y que almacene el exceso. La capacidad de producción, sin embargo no puede exceder las 4000 toneladas en ningún mes. La producción mensual se termina al final del mes, cuando la demanda se satisface. Cualquier acero remanente se almacena en inventario a un costo de $120 por tonelada por cada mes que permanece allí.

Si el nivel de producción se incrementa de un mes al siguiente, entonces la compañía incurre en un costo de $50 por tonelada de producción incrementada para cubrir la mano de obra adicional y/o el tiempo extra. Cada tonelada de producción disminuida incurre en un costo de $(-50), es decir, son como beneficios por empleados no utilizados. El nivel de producción durante el mes anterior fue de 1800 toneladas, y el inventario que comienza es de 1000 toneladas. El inventario al final del cuarto mes debe ser de al menos 1500 toneladas para cubrir la demanda anticipada. Formule un problema que permita calcular los niveles de producción para NSC que minimice los costos totales en los siguientes 4 meses.

$x_1 =$ número de toneladas de acero por producir durante el mes 1

$x_2 =$ número de toneladas de acero por producir durante el mes 2

$x_3 =$ número de toneladas de acero por producir durante el mes 3

$x_4 =$ número de toneladas de acero por producir durante el mes 4

$I_1 =$ inventario en toneladas al principio del mes 1

$I_2 =$ inventario en toneladas al principio del mes 2

$I_3 =$ inventario en toneladas al principio del mes 3

$I_4 =$ inventario en toneladas al principio del mes 4

$I_5 =$ inventario en toneladas al principio del mes 5

$S_1 =$ número de toneladas de producción incrementada en el mes 1

$D_1 =$ número de toneladas de producción disminuida en el mes 1

$S_2 =$ número de toneladas de producción incrementada en el mes 2

$D_2 =$ número de toneladas de producción disminuida en el mes 2

$S_3 =$ número de toneladas de producción incrementada en el mes 3

$D_3 =$ número de toneladas de producción disminuida en el mes 3

$S_4 =$ número de toneladas de producción incrementada en el mes 4

$D_4 =$ número de toneladas de producción disminuida en el mes 4

Minimizar $7400x_1 + 7500x_2 + 7600x_3 + 7650x_4 + 120I_1 + 120I_2 + 120I_3 + 120I_4 + 50S_1 + 30D_1 + 50S_2 + 30D_2 + 50S_3 + 30D_3 + 50S_4 + 30D_4$

Sujeto a:

Restricciones de inventario inicial y final
$I_1 = 1000, I_5 \geq 1500$
Restricciones de limitación de producción
$x_1 \leq 4000, \quad x_2 \leq 4000, \quad x_3 \leq 4000, \quad x_4 \leq 4000$
Restricciones de equilibrio de inventario
$-I_2 + I_1 + x_1 = 2400, \quad -I_3 + I_2 + x_2 = 2200, \quad -I_4 + I_3 + x_3 = 2700, \quad -I_5 + I_4 + x_4 = 2500$
Restricciones de cambio en la producción
$x_1 - S_1 + D_1 = 1800, \quad x_2 - x_1 - S_2 + D_2 = 0, \quad x_3 - x_2 - S_3 + D_3 = 0, \quad x_4 - x_3 - S_4 + D_4 = 0$
Restricciones lógicas
$x_1, x_2, x_3, x_4, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, S_1, S_2, S_3, S_4, D_1, D_2, D_3, D_4 \geq 0$

46. La principal sucursal del Burlington Bank en Vermont requiere de 8 a 15 cajeros de servicio, dependiendo de la hora del día, como se indica en la siguiente tabla:

PERIODO	NÚMERO MÍNIMO DE CAJEROS
8-10	8
10-12	10
12-14	15
14-16	12

Los cajeros a tiempo completo trabajan 8 horas consecutivas, comenzando a las 8 h. Los cajeros a tiempo parcial trabajan 4 horas consecutivas, comenzando a las 8 h., 10 h. o 12 h. Las regulaciones sindicales requieren que a toda hora al menos el 60% de los cajeros sean de tiempo completo. Plantea un modelo matemático que exprese el número de trabajadores a tiempo completo y a tiempo parcial requerido a lo largo del día que satisfaga las condiciones dadas.

$$F = \text{número de cajeros de tiempo completo a contratar}$$
$$P_8 = \text{número de cajeros de tiempo parcial para contratar que comienzan a las 8 A. M.}$$
$$P_{10} = \text{número de cajeros de tiempo parcial para contratar que comienzan a las 10 A. M.}$$
$$P_{12} = \text{número de cajeros de tiempo parcial para contratar que comienzan a las 12 A. M.}$$

Minimizar $120F + 32P_8 + 32P_{10} + 32P_{12}$

Sujeto a:

Restricciones de requerimientos

$$\left.\begin{array}{r} F + P_8 \geq 8 \\ F + P_8 + P_{10} \geq 10 \\ F + P_{10} + P_{12} \geq 15 \\ F + P_{12} \geq 12 \end{array}\right\}$$

Restricciones de proporción

$$\left.\begin{array}{r} F \geq 0{,}6(F + P_8) \\ F \geq 0{,}6(F + P_8 + P_{10}) \\ F \geq 0{,}6(F + P_{10} + P_{12}) \\ F \geq 0{,}6(F + P_{12}) \end{array}\right\}$$

Restricciones lógicas

$F, P_8, P_{10}, P_{12} \geq 0$ y enteras

47. La empresa ZUMIBAN se dedica a la obtención de zumos de frutas exóticas. En el proceso de transformación se utiliza zumo puro, agua y otros aditivos que diferencian los zumos de la empresa respecto a los de la competencia. El zumo puro se obtiene exprimiendo las frutas y desechando las pieles y otros residuos sólidos. ZUMIBAN fabrica tres tipos de zumo A, B y C combinando zumo puro, agua y aditivos en las siguientes proporciones:

TIPO ZUMO	ZUMO PURO	AGUA	ADITIVOS
A	2	1	1
B	5	2	2
C	3	2	1

Se sabe que la función de ingresos de la empresa es $2x^2+y^2+2z^2$ donde x, y, z son los litros de los zumos A, B y C, y que los costes totales por litro son de 10 u.m. para el zumo A, 2 u.m. para el zumo B y 3 u.m. para el zumo C. También se conoce que por cada 10 Kg. de fruta se obtienen 7 litros de zumo puro y la empresa dispone de un stock de 20.000 Kg. de fruta en almacén. No existen límites para el empleo de agua y aditivos. Además, por razones estratégicas se considera que no es conveniente que la producción de un tipo de zumo supere el 40% del total. Formula un modelo para calcular cuántos litros de cada clase de zumo deberá producir ZUMIBAN para maximizar sus beneficios.

x número de litros a fabricar del zumo tipo A
y número de litros a fabricar del zumo tipo B
z número de litros a fabricar del zumo tipo C
$x, y, z \geq 0$, $I(x,y,z) = 2x^2 + y^2 + 2z^2$, $C(x,y,z) = 10x + 2y + 3z$

$$B(x,y,z) = I(x,y,z) - C(x,y,z) = 2x^2 + y^2 + 2z^2 - (10x + 2y + 3z)$$

Si cada por cada 10 Kg. de fruta se obtienen 7 litros de zumo puro, tenemos que 20.000Kg. de fruta equivalen a 14.000 litros de zumo puro.

Entonces, observando la tabla tenemos que:

- *1 litro de zumo de A se fabrica con* $\frac{2}{2+1+1} = \mathbf{\frac{1}{2}}$ *de litro de* ***zumo puro****,* $\frac{1}{2+1+1} = \frac{1}{4}$ *de litro de agua y* $\frac{1}{2+1+1} = \frac{1}{4}$ *de litro de aditivos.*
- *1 litro de zumo de B se fabrica con* $\frac{5}{5+2+2} = \mathbf{\frac{5}{9}}$ *de litro de* ***zumo puro****,* $\frac{2}{5+2+2} = \frac{2}{9}$ *de litro de agua y* $\frac{2}{5+2+2} = \frac{2}{9}$ *de litro de aditivos.*
- *1 litro de zumo de C se fabrica con* $\frac{3}{3+2+1} = \mathbf{\frac{1}{2}}$ *de litro de* ***zumo puro****,* $\frac{2}{3+2+1} = \frac{1}{3}$ *de litro de agua y* $\frac{1}{3+2+1} = \frac{1}{6}$ *de litro de aditivos.*

Como no existen límites para el empleo de agua y aditivos, ***la única restricción sobre disponibilidad de materias primas*** *son los 14.000 litros de* ***zumo puro****, por lo que nos queda:*

$$\frac{1}{2}x + \frac{5}{9}y + \frac{1}{2}z \leq 14.000$$

La otra restricción del problema es por razones estratégicas, que dice: "se considera que ***no es conveniente*** *que* ***la producción de un tipo de zumo supere el 40% del total****", esto se puede formular de la siguiente forma:*

$$x \leq 0{,}4(x + y + z)$$
$$y \leq 0{,}4(x + y + z)$$
$$z \leq 0{,}4(x + y + z)$$

Finalmente, si nos piden calcular cuántos litros de cada clase de zumo deberá producir ZUMIBAN para obtener beneficios superiores a 3000 u.m., el modelo sería el siguiente:

Maximizar $B(x, y, z) = 2x^2 + y^2 + 2z^2 - (10x + 2y + 3z)$,

sujeto a las restricciones

$$\frac{1}{2}x + \frac{5}{9}y + \frac{1}{2}z \leq 14.000$$

$$x \leq 0{,}4(x + y + z)$$
$$y \leq 0{,}4(x + y + z)$$
$$z \leq 0{,}4(x + y + z)$$

$$x, y, z \geq 0$$

Bibliografía:

[1] K. Mathur, D. Solow. (1996) Investigación de operaciones. El arte de la toma de decisiones. Prentice Hall.
[2] F. S. y Lieberman, G. J. (2015), Investigación de Operaciones, 10ª Ed., Mc Graw Hill, México D.F.

III. Problemas de planteamiento de exámenes de convocatoria (con soluciones Wolfram Alpha)

Junio 2017 segundo llamamiento

1. En una carpintería se producen cuatro modelos de mesa de madera (A, B, C y D). Se dispone diariamente de 20 horas de trabajo y un presupuesto de 133 €, pudiéndose contratar cada día una cantidad arbitraria H de horas de trabajo extra a un coste de 5 € por hora que se detraerán del presupuesto disponible. El coste unitario de las mesas de tipo A y C es de 3 €, siendo el coste de cada mesa de los tipos B y D de 4 € por unidad. Cada mesa de tipo D requiere 2 horas para su producción, mientras que las de tipo A y B necesitan un 50% más de tiempo, y el tiempo requerido para producir cada mesa de tipo C está aún por determinar (a). Con el fin de cubrir las previsiones de demanda, se deben construir el doble de mesas de tipo D que del resto. Sabiendo que cada día se desea construir 15 mesas en total, se pide:

a) Plantear un sistema de ecuaciones para determinar el número de mesas que hay que fabricar para cumplir todos los requisitos, para valores arbitrarios de H y a.

b) Analizar la compatibilidad del sistema anterior según los valores de H y a.

c) Si a = 2, estudiar cuántas mesas se deben producir y cuántas horas extra hay que contratar para que se pueda llevar a cabo dicha producción, teniendo en cuenta que tanto el número de mesas como el número de horas extra deben ser cantidades enteras y no negativas.

d) Si a = 3, obtener todas las decisiones posibles que puede tomar la carpintería respecto a la fabricación de mesas, teniendo en cuenta la coherencia lógica de las soluciones.

Solución:

x=número de mesas tipo A

y=número de mesas tipo B

z=número de mesas tipo C

t=número de mesas tipo D

El sistema de ecuaciones que nos piden es:

$$\left.\begin{array}{c} x+y+z+t=15 \\ 3x+4y+3z+4t=133-5H \\ 3x+3y+a\,z+2t=20+H \\ t=2(x+y+z) \end{array}\right\}$$

O lo que es lo mismo

$$\left.\begin{array}{c} x+y+z+t=15 \\ 3x+4y+3z+4t=133-5H \\ 3x+3y+a\,z+2t=20+H \\ 2x+2y+2z-t=0 \end{array}\right\}$$

Primer caso:

$a \neq 3, \forall H \Rightarrow$ S.C.D.

Segundo caso:

$a=3,\ H \neq 15 \Rightarrow$ S.I.

$a=3,\ H=15 \Rightarrow$ S.C.I. 1 incógnita libre.

Input interpretation:

solve

$x+y+z+t=15$

$3x+4y+3z+4t=133-5H$

$3x+3y+az+2t=20+H$

$2x+2y+2z-t=0$

Results:

$H=15$ and $t=10$ and $y=3$ and $z=2-x$ and $a=3$

Open code

$t=10$ and $x=\dfrac{a(5H-73)-16H+234}{a-3}$ and $y=78-5H$ and $z=\dfrac{H-15}{a-3}$ and $a\neq 3$

Julio 2017

1. Una compañía elabora tres productos que han de procesarse en un departamento. Cada mes se dispone de 2300 horas de trabajo y 9200 kilos de materias primas. Las necesidades de horas de trabajo por unidad de producto son 5, 3 y 6 respectivamente. Por su parte, las de kilos de materias primas por unidad son 20 para el primer producto, 12 para el segundo y una cantidad a pendiente de determinar para el tercer producto. La producción mensual combinada de los 3 productos ha de ser de 600 unidades. Se pide obtener las combinaciones de los tres productos que permiten un total aprovechamiento de los recursos y cubrir el objetivo de producción. Para ello, hay que plantear el sistema de ecuaciones, discutirlo según el parámetro a y resolverlo, cuándo sea posible. Además, debes añadir, si fuera necesario, qué condiciones se deben cumplir para que la solución tenga sentido económico.

Solución:

x=número de unidades producidas del primer producto

y=número de unidades producidas del segundo producto

z=número de unidades producidas del tercer producto

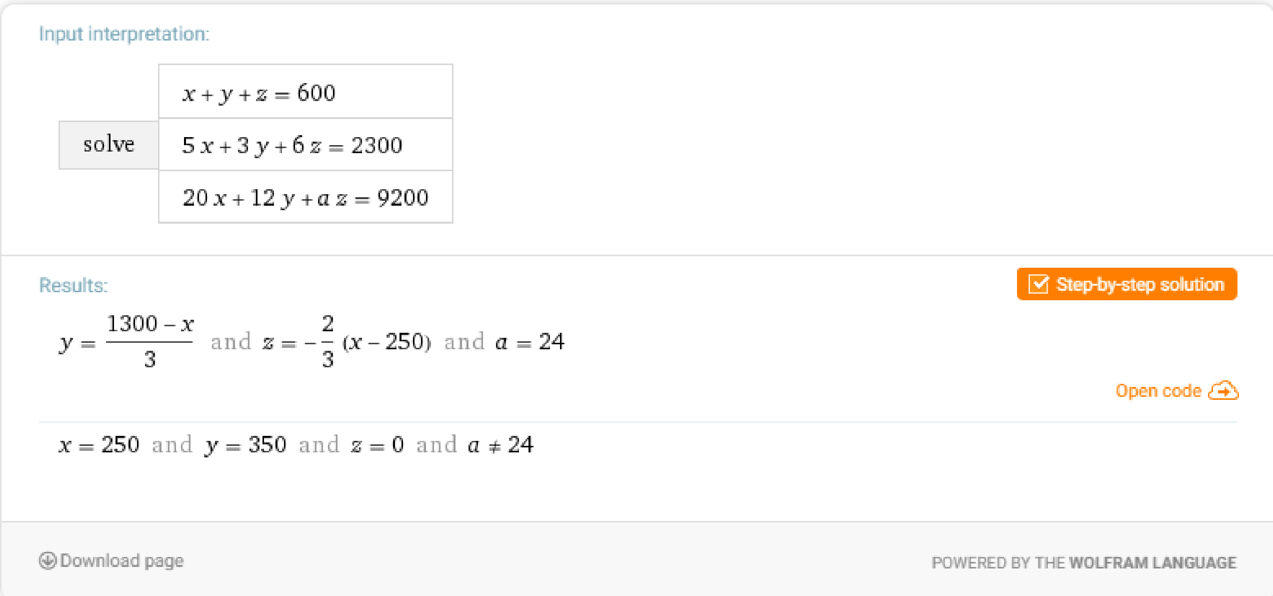
El sistema de ecuaciones que nos piden es:

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=600 \\ 5x+3y+6z=2300 \\ 20x+12y+a\,z=9200 \end{array}\right\}$$

A la hora de discutir el sistema obtendremos:

Primer caso: $a \neq 24 \Rightarrow$S.C.D.

Segundo caso: $a = 24 \Rightarrow$S.C.I. 1 libre



Junio 2018 primer llamamiento

1. Una empresa fabrica cuatro tipos de envases de plástico (mini, pequeño, mediano y grande) de los cuales desea producir un total de 100 unidades diarias. Los costes de producción son, respectivamente, 1, 2, 4 y 4 u.m. por unidad producida, y los precios de venta son 4 u.m. para cada envase mini, 5 para cada envase pequeño y p u.m. para cada envase mediano o grande (siendo p una cantidad por determinar). Conociendo la previsión de demanda, la empresa quiere fabricar un 50% más de los envases menores (mini y pequeño) que de los de mayor tamaño (medianos y grandes). El presupuesto disponible (M) aún no ha sido asignado, pero se debe consumir en su totalidad, y se desea que los ingresos por venta asciendan exactamente a 500 u.m.

a) Plantear un sistema de ecuaciones lineales que permita determinar cuántos envases de plástico de cada tipo se deben producir con las condiciones descritas.

b) Discutir el sistema anterior según los valores de p, M.

c) Si se asignara un presupuesto de 240 u.m. diarias para la producción, ¿cuál tendría que ser el precio de venta de los envases medianos y grandes para poder efectuar la producción? ¿Cuáles serían en ese caso las posibilidades de producción (con sentido económico)?

Solución:

x=número de envases mini que se fabrican
y=número de envases pequeños que se fabrican
z=número de envases medianos que se fabrican
t=número de envases grandes que se fabrican

El sistema de ecuaciones que nos piden es:

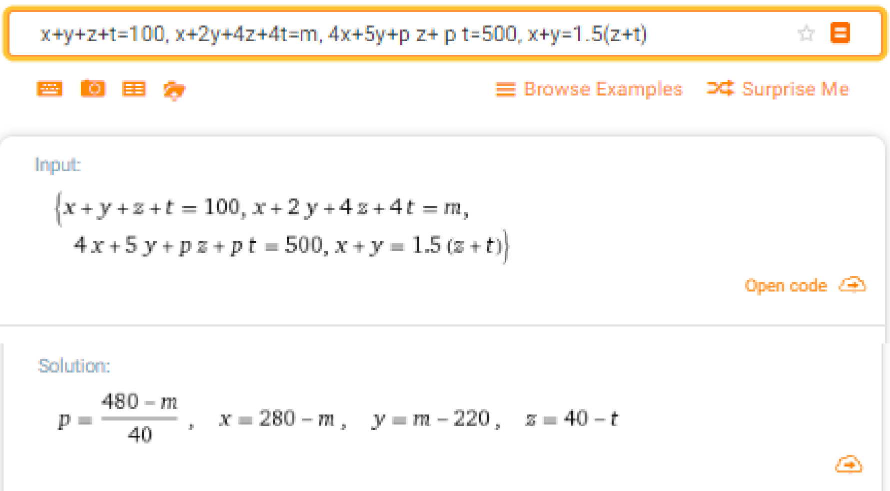
$$\left.\begin{array}{l} x+y+z+t=100 \\ x+2y+4z+4t=M \\ 4x+5y+p\cdot z+p\cdot t=500 \\ x+y=1{,}5\cdot(z+t) \end{array}\right\}$$

Primer caso:

$p \neq \frac{1200-2{,}5M}{100}, \forall M \Rightarrow$ S.I.

Segundo caso:

$p = \frac{1200-2{,}5M}{100}, \forall M \Rightarrow$ S.C.I. 1 incógnita libre



Junio 2018 segundo llamamiento

1. La universidad tiene entre sus planes construir un aulario en un terreno disponible suficientemente grande y debe tomar una decisión sobre número y tipo de aulas a construir y presupuesto a invertir. Ya se ha decidido construir tres tipos de aulas, las más pequeñas de 20 puestos, otras medianas cuyo número de puestos no se ha decidido aún (digamos $\boldsymbol{a > 0}$) y las grandes del doble de puestos que las medianas. Se desea que en total haya 60 aulas con capacidad para 1300 estudiantes. Se ha calculado que la inversión necesaria para la construcción de cada aula pequeña será de 40 miles de euros, de cada una de las medianas 1600€ por cada puesto disponible y de cada una de las grandes un 50% más que el coste de un aula mediana, lo que incluye todos los servicios adicionales propios de un aulario moderno. Se ha pensado en invertir un presupuesto de 2480 miles euros y una vez que se decida se debe gastar todo. ¿Cuántas aulas de cada tipo deben construirse?

Solución:

x=número de aulas pequeñas a construir
y=número de aulas medianas a construir
z=número de aulas grandes a construir
a=número de puestos en aulas medianas

El sistema de ecuaciones que nos piden es:

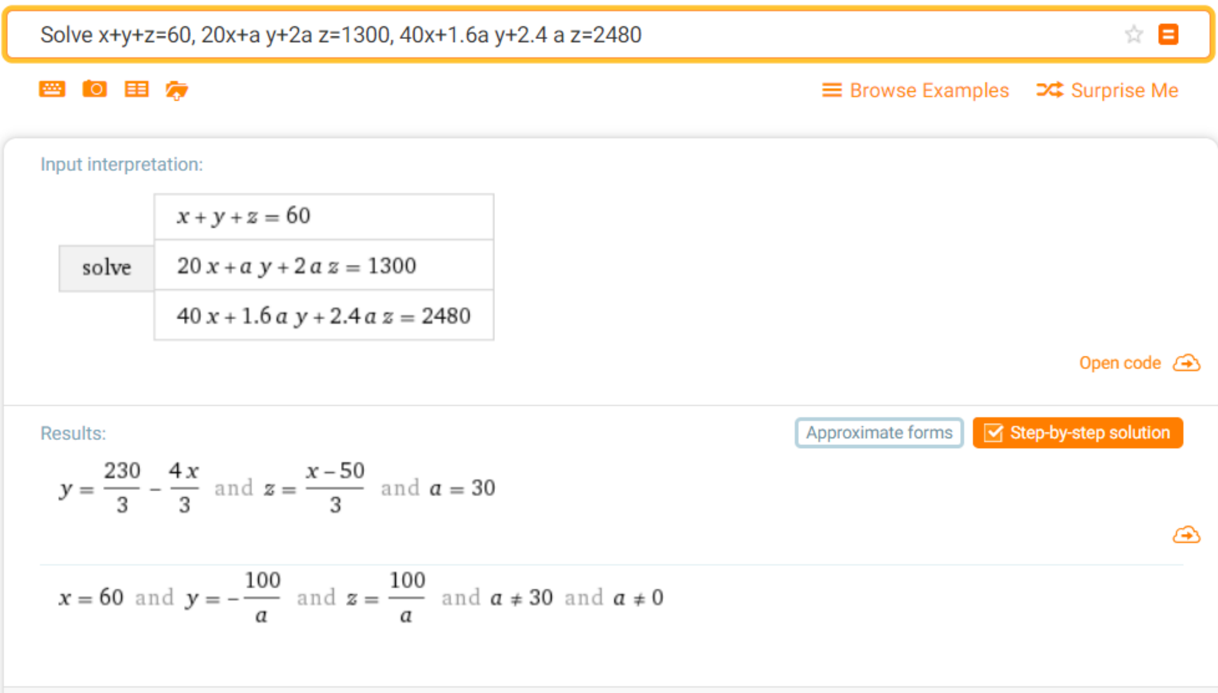
$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=60 \\ 20x+a\cdot y+2a\cdot z=1300 \\ 40x+1{,}6\,a\cdot y+2{,}4\,a\cdot z=2480 \end{array}\right\}$$

Primer caso:

$a \neq 30 \Rightarrow$ S.C.D.

Segundo caso:

$a = 30 \Rightarrow$ S.C.I. 1 incógnita libre.



Junio 2019 primer llamamiento

1. b) En una planta de ensamblado se montan dos tipos de ordenadores (sobremesa y portátil) y dos tipos de impresoras (tinta y láser) a partir de los componentes. Se cuenta con una plantilla de 20 operarios que trabajan a jornada completa (8 horas) y el presupuesto diario es de 80 u.m. El coste unitario de ensamblado de cada ordenador es de 2 u.m., mientras que el coste de ensamblado de cada impresora es de 1 u.m. por unidad. Cada ordenador de sobremesa requiere 4 horas para su montaje, mientras que los ordenadores portátiles necesitan un 25% menos de tiempo, y el tiempo requerido para el ensamblado de las impresoras es 2 horas para las de tinta y 3 horas para las láser. Conociendo las previsiones de demanda, la empresa desea que el 30% de los ordenadores ensamblados sean portátiles y que cada día se ensamble el doble de impresoras que de ordenadores. **Plantear (no resolver) un sistema de ecuaciones lineales para calcular cuántos ordenadores e impresoras de cada tipo se deben procesar diariamente en la planta.**

Solución:

x=número de ordenadores de sobremesa

y=número de ordenadores de portátiles

z=número de impresoras de tinta

t=número de impresoras láser

El sistema de ecuaciones que nos piden es:

$$\left.\begin{array}{l} 2x+2y+z+t=80 \\ 4x+3y+2z+3t=160 \\ 0{,}3\cdot(x+y)=y \\ z+t=2\cdot(x+y) \end{array}\right\}$$

$x\geq 0, y\geq 0, z\geq 0, t\geq 0$, números naturales

Junio 2019 segundo llamamiento

1. b) Se han comprado cuatro productos A, B, C y D. Sin tener en cuenta el IGIC, el producto D vale 360€ menos de lo que cuestan A, B y C conjuntamente, mientras que el importe total de los cuatro productos asciende a 800€ y además se sabe que el valor del producto C es un 62,5% del importe total. El producto A paga un 6,5% de IGIC, el B el 9,5%, el C el 13,5% y el D el 20%. La factura total con IGIC es de 917.60€. **Plantear (no resolver) un sistema de ecuaciones lineales para calcular cuánto vale cada producto antes de añadirle el IGIC y escribirlo matricialmente.**

Solución:

x=precio sin IGIC producto *A*

y=precio sin IGIC producto *B*

z=precio sin IGIC producto *C*

t= precio sin IGIC producto *D*

El sistema de ecuaciones que nos piden es:

$$\left.\begin{array}{l} t=x+y+z-360 \\ x+y+z+t=800 \\ z=800\cdot(0{,}625)=500 \\ 1{,}065x+1{,}095y+1{,}135z+1{,}20t=917{,}60 \\ x\geq 0, y\geq 0, z\geq 0, t\geq 0 \text{ (números reales)} \end{array}\right\}$$

Matricialmente:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1{,}065 & 1{,}095 & 1{,}135 & 1{,}20 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 360 \\ 800 \\ 500 \\ 917{,}60 \end{pmatrix}$$

Julio 2019

1. b) Una compañía fabrica tiendas de campaña grandes, medianas y pequeñas, todas en cantidades estrictamente positivas y enteras. Las tiendas grandes requieren 10 m^2 de material, 15 min en la máquina de montaje y aportan a la compañía una ganancia de 90 u.m. Las tiendas medianas utilizan 7.5 min en la máquina de montaje y aportan una ganancia de 70 u.m., aunque aún no se ha decidido la cantidad de m^2 de material a utilizar (llamémoslo a). Por su parte, las tiendas pequeñas necesitan 6 min en la máquina de montaje, 4 m^2 de material y aportan una ganancia de 50 u.m. En el presente trimestre hay disponibles 8800 m^2 de material y 205 horas en la máquina de montaje. Además, se requiere que por cada tienda grande haya una cantidad b (b positivo entero) de tiendas medianas, y que la cantidad de tiendas pequeñas sea igual a la suma de grandes más medianas. Plantear un modelo en forma de sistema lineal que represente las distintas posibilidades de producción, empleando todos los recursos disponibles, en el que el 30% de las ganancias de tiendas grandes y medianas coincida con el 45% de las ganancias de las tiendas pequeñas.

Solución:

x=número de tiendas de campaña grandes
y=número de tiendas de campaña medianas
z=número de tiendas de campaña pequeñas

El sistema de ecuaciones que nos piden es:

$$\left.\begin{array}{l} 10x + a \cdot y + 4z = 8800 \\ 15x + 7{,}5y + 6z = 12300 \\ y = b \cdot x \\ 0{,}3 \cdot (90x + 70y) = 0{,}45 \cdot 50z \end{array}\right\}$$

$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, t \geq 0,$ números naturales

Junio 2021 primer llamamiento

1 b) Una carpintería dispone de 280 piezas de madera y 190 horas de trabajo semanales para fabricar mesas, sillas y estanterías, que puede vender barnizadas o sin barnizar. Para montar una mesa se requiere 3 piezas de madera y 2 horas de trabajo, el montaje de cada silla necesita 2 piezas de madera y 1 hora de trabajo, y el montaje de cada estantería requiere 4 piezas de madera y 3 horas de trabajo. Además, el barnizado consume una hora adicional de trabajo por cada mesa o silla y una hora y media por cada estantería. Se estima que el beneficio obtenido por cada pieza (mesa, silla o estantería) barnizada es, respectivamente, 125, 110 y 135 u.m., mientras que los beneficios unitarios son 105, 90 y 125 u.m. por las piezas sin barnizar. Se quiere garantizar un beneficio semanal de 9800 u.m. y se debe fabricar un 50% más de sillas que de mesas. Plantear (NO RESOLVER) un sistema de ecuaciones lineales que permita averiguar qué cantidad de piezas se deben fabricar semanalmente en la carpintería para cumplir los requisitos establecidos empleando la totalidad de los recursos disponibles.

Solución:

x_1=cantidad de mesas sin barnizar
x_2=cantidad de mesas barnizadas
y_1=cantidad de sillas sin barnizar
y_2=cantidad de sillas barnizadas
z_1=cantidad de estanterías sin barnizar
z_2=cantidad de estanterías barnizadas

El sistema de ecuaciones que nos piden es:

$$\left.\begin{array}{l} 105x_1 + 125x_2 + 90y_1 + 110y_2 + 125z_1 + 135z_2 = 9800 \\ 3(x_1 + x_2) + 2(y_1 + y_2) + 4(z_1 + z_2) = 280 \\ 2x_1 + 3x_2 + y_1 + 2y_2 + 3z_1 + 4{,}5z_2 = 190 \\ y_1 + y_2 = 1{,}50 \cdot (x_1 + x_2) \end{array}\right\}$$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, z_1 \geq 0, z_2 \geq 0$, números naturales

Junio 2021 segundo llamamiento

1. b) Un inversor tiene una pequeña cartera financiera con acciones de 3 empresas de la Bolsa Española: Telefónica, Ferrovial y Aena. Analizando la fluctuación del valor total de sus acciones, se sabe que hace 2 días dicho valor era 350€ inferior al valor actual de su cartera, pero ayer el valor total de las acciones fue 600€ superior al valor que tienen hoy. Además, conocemos que hace 2 días el precio de cada acción de Telefónica era 1€ inferior al precio actual y las de Ferrovial 1.50€ inferior, pero el precio de las acciones de Aena era 1.50€ más que su precio actual. También conocemos que ayer el precio de la acción de Telefónica subió 2.50€, la de Ferrovial subió 2.25€ y la de Aena bajó 2.25€ sobre el precio del día anterior.

Plantea un sistema de ecuaciones que te ayude a calcular el número de acciones de cada empresa que posee el inversor, identificando todas las incógnitas. **Sin resolverlo**, razona si es cierta la siguiente afirmación: "Si, además de lo anterior, sabemos que el inversor posee 300 acciones de Telefónica, podremos averiguar cuántas acciones posee de las otras dos compañías"

Solución:

x=cantidad de acciones de Telefónica
y=cantidad de acciones de Ferrovial
z=cantidad de acciones de Aena

p_x=precio unitario de acciones de Telefónica
p_y=precio unitario de acciones de Ferrovial
p_z=precio unitario de acciones de Aena

Valor actual de la cartera=$p_x \cdot x + p_y \cdot y + p_z \cdot z$

¿Con todo lo anterior sabrías llegar al siguiente sistema de ecuaciones?

$$-x - 1{,}5y + 1{,}5z = -350$$
$$1{,}5x + 0{,}75y - 0{,}75\text{z} = 600$$
$$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$$

Julio 2021

1. b) Indité, desea adquirir terrenos en tres zonas diferentes, valle, en Assam, serranía, en Nilgiri, y alta montaña, en Darjeeling, en la India para la producción de té de alta calidad.

La adquisición de cada hectárea de valle, serranía y alta montaña tienen los costes respectivos de 200, 150 y 100 miles de rupias. Para ello la empresa tiene un presupuesto disponible de 50 millones de rupias. Para que la calidad sea superior, las hectáreas de valle deben de ser el 55 % del total de hectáreas adquiridas, y por cada 3 hectáreas de serranía se debe adquirir 2 hectáreas de alta montaña.

Se requiere que en el valle se cultive el doble de hectáreas de forma intensiva que de forma tradicional.

Los costes operativos anuales de cada hectárea son 12000 rupias en alta montaña, 10000 rupias en serranía, y los de valle son 8000 rupias por cada hectárea cultivada de forma tradicional y un 25% menores si se cultiva de forma intensiva. Los ingresos anuales esperados por hectárea son de 14000 rupias en alta montaña, 16000 en serranía, y en el valle 18000 rupias por cada hectárea cultivada de forma tradicional y 22000 por cada hectárea cultivada de forma intensiva.

Se desea que el ingreso anual esperado de Indité sea superior en un 30% al coste operativo anual.

Solución:

x_1=número de hectáreas de valle cultivo intensivo
x_2=número de hectáreas de valle cultivo tradicional
y=número de hectáreas de serranía
z= número de hectáreas de alta montaña

$$200(x_1 + x_2) + 150y + 100z = 50000$$
$$x_1 + x_2 = 0.55(x_1 + x_2 + y + z)$$
$$2y = 3z$$
$$x_1 = 2x_2$$
$$14000z + 16000y + 18000x_2 + 22000x_1 = 1.30(12000z + 10000y + 8000x_2 + 6000x_1)$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

Septiembre 2021

1. b) Un fabricante ha vendido 600 unidades de un producto por un total de 5320 euros. El precio original por unidad del producto era de 10 euros pero en la campaña de rebajas logró vender, en la primera quincena, una parte de las unidades con un 30% de descuento sobre el precio original y la otra parte, en la segunda quincena, con un descuento del 40%. Se sabe que el número total de unidades rebajadas fue la mitad de las vendidas al precio inicial. Plantear (NO RESOLVER) un sistema de ecuaciones lineales que permita obtener el número de unidades que se vendió a cada precio.

Solución:

x=número de unidades vendidas a $p = 10$ €

y=número de unidades vendidas en la primera quincena a $p_1 = 7$ € (30% de descuento)

z=número de unidades vendidas en la segunda quincena a $p_2 = 6$ € (40% de descuento)

$$x + y + z = 600$$
$$10x + 7y + 6z = 5320$$
$$y + z = \frac{x}{2}$$
$$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$$
$$x, y, z \in \mathbb{N}$$