

LOS EXPLODING DOTS COMO MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS

Universidad de La Laguna
Facultad de Educación
Grado en Maestro/a en Educación
Primaria.

Proyecto de Innovación
Paula Martín López
alu0101104157@ull.edu.es
Isaac Álvarez Romero
ialvarez@ull.edu.es

2020-2021
Convocatoria de junio



Resumen: Tras haber analizado la relación del alumnado del CEIP Las Mercedes (Islas Canarias; España) con las matemáticas, se ha determinado que las dificultades asociadas a los algoritmos en las operaciones básicas aditivas, es uno de los principales problemas que se encuentran. Por norma general, su aprendizaje está asociado a la memorización de un algoritmo, en lugar de a la comprensión de estos. Concretamente, los niños y niñas de entre 6 y 11 años, encuentran grandes dificultades en la asimilación de las llevadas. Con este proyecto de innovación se pretende facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje aportando nuevas herramientas que permitan comprender los algoritmos y, así, fomentar los objetivos propuestos por el Currículum de Canarias. Además, se pretende romper con la visión tradicional de estas operaciones y de sus algoritmos.

Palabras clave: primaria, matemáticas, puntos explosivos , adición, sustracción, dificultades.

Abstract: After having analyzed the relationship of CEIP Las Mercedes (Canary Islands; Spain) students with mathematics, it has been determined that the difficulties associated with algorithms in basic additive operations are one of the main problems encountered. As a general rule, their learning is associated with memorizing an algorithm, rather than understanding it. Specifically, boys and girls between 6 and 11 years old, find great difficulties in assimilating the carried. The aim of this innovation project is to facilitate the teaching-learning process by providing new tools that allow us to understand the algorithms and, thus, promote the objectives proposed by the Canary Islands Curriculum. In addition, it is intended to break with the traditional vision of these operations and their algorithms.

Key words: primary , math, exploding dots, addition, sustraccion y difficulties.

ÍNDICE:

1. Introducción	3
2. Datos de identificación del proyecto	4
3. Contextualización	4
4. Objetivo del proyecto	5
5. Exploding dots	5
5.1 Operaciones aritméticas con la máquina (1←10)	7
5.1.1 Suma o adición	7
5.1.2 Resta o sustracción	8
6. Metodología y propuesta de actuación	11
6.1 Criterios	11
6.2 Tabla resumen	15
6.3 Fases de la intervención	15
6.4 Actividades	16
6.5 Cronograma	20
7. Propuesta de evaluación del proyecto	20
8. Presupuesto	21
9. Referencias bibliográficas	22
10. ANEXOS	23

1. Introducción

“La finalidad de la asignatura de Matemáticas en la Educación Primaria es construir los fundamentos del razonamiento lógico-matemático en los niños y las niñas de esta etapa, y no únicamente centrarse en la enseñanza del lenguaje simbólico-matemático. Sólo así podrá, la educación matemática, cumplir su función formativa, contribuyendo al desarrollo cognitivo; al instrumental, permitiendo posteriores aprendizajes tanto de Matemáticas como de otras asignaturas; y al funcional, posibilitando la comprensión y resolución de problemas de la vida cotidiana” (BOC, 2014).

La comprensión de los algoritmos de las operaciones de adición y sustracción a la hora de resolver un problema, es una de las principales dificultades que encuentra el alumnado en la Educación Primaria, según estudios recientes (Presentación Herrero, Mercader Ruiz, Siegenthaler Hierro, Badenes-Gasset Presentación, y Miranda Casas , 2016). Muchos de los errores que se producen en los niños y niñas, son debidos a que aprenden una serie de mecanismos para resolver problemas, sin llegar a adquirir un razonamiento profundo; a pesar de ser uno de los objetivos que pretende cumplir el currículo de matemáticas en Primaria (Nortes Martínez-Artero & Nortes Checa, 2015, p. 103).

Bermejo (2004, p.194) define un algoritmo como un “método sistemático para resolver operaciones numéricas, que consta de un conjunto finito de pasos guiados por unas reglas que nos permiten economizar el cálculo y llegar a un resultado exacto”. Al igual que muchos otros autores, Roa (2007) cuestiona el uso que se le ha dado a los algoritmos en matemáticas hasta el día de hoy. Tradicionalmente, el aprendizaje de las operaciones ha estado muy ligado a su algoritmo, priorizando su memorización sobre la comprensión de los mismos.

Es por eso, que desde el proyecto *Global Math Project*, formado por numerosos investigadores de renombre, como Sergio Belmonte, se han creado alternativas para hacer frente a los problemas que los alumnos y alumnas poseen en la Educación Primaria y Secundaria. Por otro lado, este proyecto fomenta el conocimiento de historias matemáticas interesantes y relevantes con las que el docente podrá trabajar en el aula.

Los *exploding dots* o puntos explosivos, son una técnica alternativa a los métodos tradicionales de enseñanza. Esta técnica fue creada por Tanton, siendo su principal finalidad que el alumnado supere sus dificultades con las matemáticas. Este recurso, facilita la comprensión y asimilación de las operaciones aritméticas a través de la representación gráfica. Asimismo, el alumno o alumna adquiere los conocimientos básicos de las

operaciones mediante la manipulación y visualización de esos puntos explosivos, ayudando a comprender el proceso matemático.

2. Datos de identificación del proyecto

Área temática de la innovación	Matemáticas
Línea de investigación	Dificultades asociadas a las matemáticas.
Organización que lo rigen	Gobierno de Canarias; Consejería de Educación , Universidades, Cultura y Deporte.
Ley que lo rige	Boletín Oficial de Canarias núm. 156, miércoles 13 de agosto de 2014
Destinatarios	Comunidad educativa (alumnado y profesorado).
Lugar de desarrollo	CEIP Las Mercedes; Tenerife; Islas Canarias; España
Nivel educativo y modalidad	Educación Primaria; formal.
Tipo de institución	Pública
Autora de la innovación	Paula Martín López
Institución desde la que se desarrolla la innovación	Facultad de Educación de la Universidad de La Laguna (España)

3. Contextualización

El CEIP Las Mercedes está ubicado en un espacio rural de la zona norte de la isla de Tenerife, pero inserto en el área metropolitana de la isla y muy próxima al centro histórico y urbano del municipio de San Cristóbal de La Laguna. Esta localización hace que el alumnado que forma parte del centro posea un nivel socioeconómico y cultural medio.

A pesar de que el centro cuenta con muchos proyectos educativos, no se encuentra inmerso en ninguno relacionado con la asignatura de matemáticas. Es por ello, que, tras haber realizado el periodo de prácticas en el colegio, se detecta que la mayoría de los alumnos y alumnas poseen grandes dificultades a la hora de ejecutar operaciones de adición y sustracción. Debido a esto, se propone el presente proyecto de innovación, vinculado al alumnado y profesorado de este centro, concretamente destinado al curso de 4º de Educación Primaria.

4. Objetivo del proyecto

El objetivo principal de este proyecto de innovación, es proporcionar a los maestros y maestras nuevas estrategias que contribuyan a que el alumnado comprenda los algoritmos de las operaciones aditivas de manera visual y manipulativa; y, superar así, las dificultades asociadas a estas. Además, se pretende romper con la visión tradicional de estas operaciones y de sus algoritmos.

5. Exploding dots

El origen de los *exploding dots* o puntos explosivos, comienza con un relato ficticio de Tanton: la construcción de una máquina durante su infancia. Esta máquina tendría, tan solo, una fila de cajas que se extendería hacia la izquierda, tanto como nuestra mente sea capaz de imaginar. Como K. A. Bacche, Tanton y Propp (2018) indican, esta teoría se basa en métodos muy antiguos, aunque en estos no se utilizaran, necesariamente, puntos y cajas; como, por el ejemplo, en el ábaco.

Figura 1

Máquina de los *exploding dots*



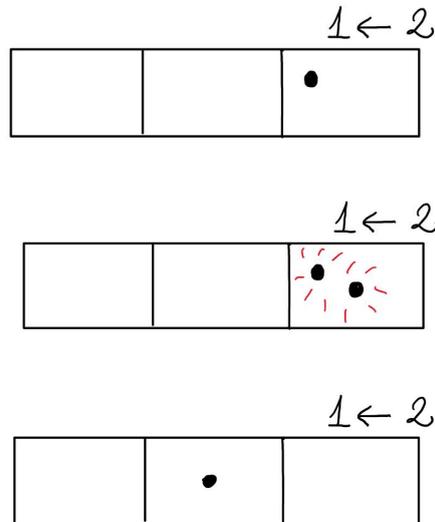
Nota: elaboración propia

La primera máquina que inventó fue la “dos-uno” ($1 \leftarrow 2$), que se escribe y se lee de derecha a izquierda, justo al contrario de lo que se suele hacer.

Esta máquina, sirve para poner puntos sólidos o *dots*, siempre en la caja que esté más a la derecha. Al colocar un punto en esta, no ocurre nada, porque se trata de una máquina “dos-uno”. Sin embargo, si se añade uno más, estos explotan, desaparecen, y se convierten en un punto en una caja más a la izquierda. Esto ocurrirá, sucesivamente, con cada uno de los puntos que se vayan añadiendo.

Figura 2

Máquina dos-uno



Nota: elaboración propia

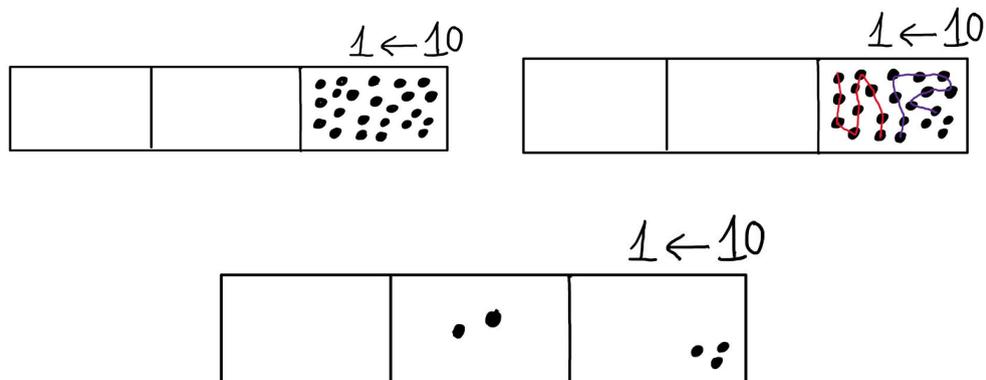
Por lo tanto, con esta máquina y con este proceso, se consigue realizar lo que muchos y muchas ya se habrán dado cuenta, el cambio de numeración decimal a código binario.

K. A. Bacche, Tanton y Propp (2018), relatan que, a pesar de haber inventado muchas otras máquinas, además de la “dos-uno” ($1 \leftarrow 2$), la que más éxito ha tenido y con la que más se trabaja es con la máquina “diez-uno” ($1 \leftarrow 10$); lo que es igual a trabajar con el sistema decimal.

En una máquina “diez-uno” ($1 \leftarrow 10$), cada diez puntos se sustituyen por un punto en la siguiente caja a la izquierda. Véase un ejemplo con el número 23:

Figura 3

Máquina diez-uno



Nota: elaboración propia

(Como se puede observar, el número 23 se queda igual al pasar por la máquina “diez-uno”).

Uno de los argumentos que Tanton aporta para entender la popularidad de la máquina “diez-uno”, es lo fácil que resulta trabajar con este sistema, ya que es el más utilizado en la cultura occidental. Otra razón que explica la aceptación de este sistema, se debe a la propia fisiología humana de nacer con diez dedos en nuestras manos, o lo que es lo mismo, diez dígitos. Además, como se ha mencionado anteriormente, la máquina ($1 \leftarrow 10$) permite operar con los números sin tener que codificarlos primero, lo que facilita aún más el trabajar con ella.

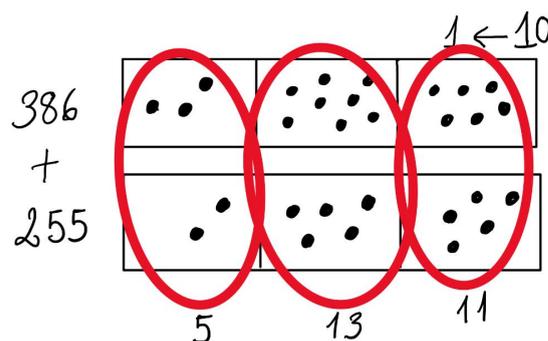
5.1 Operaciones aritméticas con la máquina ($1 \leftarrow 10$)

5.1.1 Suma o adición

Para realizar una suma, lo primero que se debe hacer es dibujar dos máquinas, una encima de la otra (se utilizará la suma $386 + 255$ como ejemplo). Tal y como se ha comentado con anterioridad, en la máquina diez-uno los números se quedan igual, es por eso que una vez colocados los puntos en su lugar, simplemente se empieza a contar los puntos que hay en cada columna, como en la siguiente imagen:

Figura 4

Suma maquina diez-uno



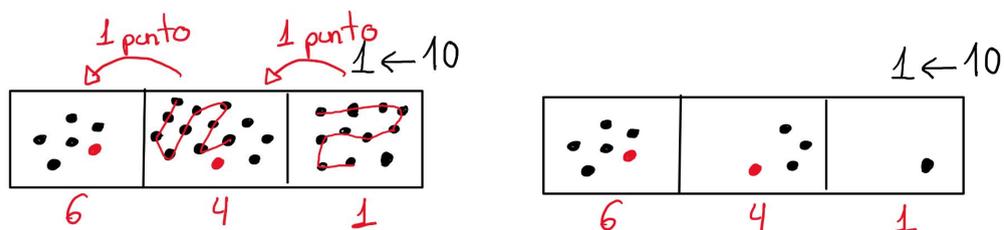
Nota: elaboración propia

Hecho este recuento, se ha determinado que el resultado de la suma $386 + 255$ es 5-13-11. A la mayoría les parecerá que este resultado es incorrecto, pero, matemáticamente hablando, es correcto. Ahora, llega el turno de utilizar nuestra máquina y empezar a hacer las explosiones, con el fin de conseguir un resultado que se ajuste al sistema decimal. Estas

explosiones se pueden hacer en cualquier orden, no necesariamente se tiene que explotar de derecha a izquierda.

Figura 5

Explosiones en la suma



Nota: elaboración propia

5.1.2 Resta o sustracción

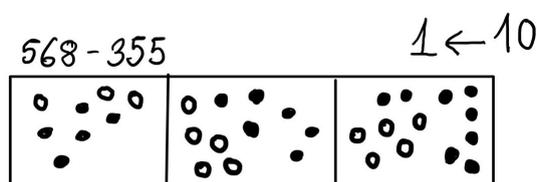
Para poder comenzar con la explicación de la resta, es necesario que se entienda la resta como la adición de lo contrario, es decir, $5-2$ es lo mismo que $5 + -2$.

A la hora de realizar una operación de este tipo en nuestra máquina, es necesario representar lo contrario, es por eso que se utilizará lo que el autor denomina como *antidots* o antipuntos, los cuales se representan con una circunferencia. De manera que un punto, o *dot*, se elimina por la adición de un *antidot*.

Al contrario que en la suma, en la resta únicamente necesitamos una máquina en la que colocamos tanto los puntos como los antipuntos, que corresponden, respectivamente, al minuendo y al sustraendo. Véase un ejemplo con el número $568 - 355$:

Figura 6:

Resta exploding dots

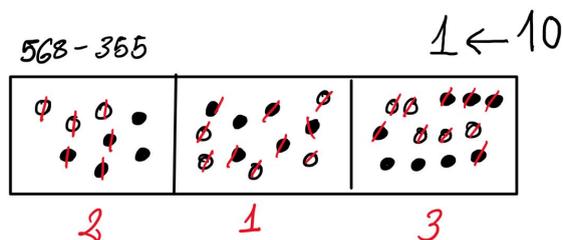


Nota: elaboración propia

Como se puede observar, el número 568 está representado con puntos sólidos, mientras que el 355 con circunferencias. Una vez puestos los puntos y los antipuntos, queda ir eliminando *dots* y *antidots* a la vez, quedando el siguiente resultado:

Figura 7:

Resta exploding dots

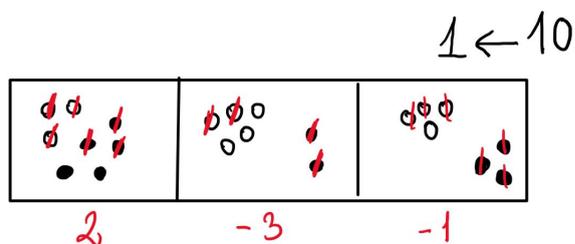


Nota: elaboración propia

Ahora llega el turno de trabajar las restas con llevadas: trabajamos con el ejemplo 523-354. Yendo de izquierda a derecha, 5 menos 3 son 2; 2 menos 5 son -3; 3 menos 4 es -1, resultado que es completamente correcto. Pero al igual que en la suma, es extraño utilizar este tipo de respuesta, por lo que se debe arreglar. Para ello, únicamente debemos darnos cuenta de que los puntos se pueden *desexplotar*. Un punto en una caja a la izquierda viene de 10 puntos de la caja de la derecha.

Figura 8:

Resta exploding dots

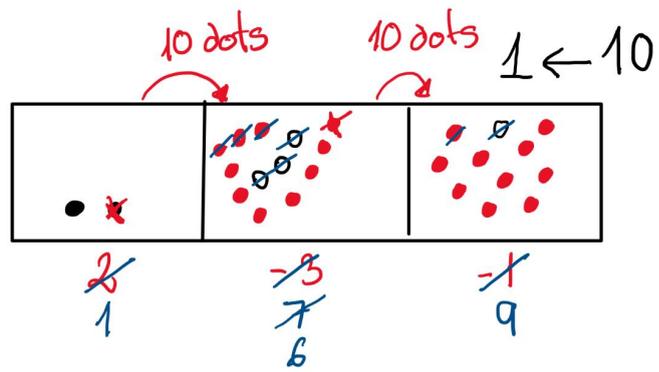


Nota: elaboración propia

En la primera caja a la izquierda, uno de los 2 puntos pasa a la siguiente caja a la derecha, convertido en 10 puntos; que, tras haberle quitado los 3 antipuntos, se nos quedan en 7 puntos. De estos 7 puntos, uno pasa a la siguiente caja a la derecha, por lo que en esta quedan 6 puntos. En la última, a los 10 puntos le quitamos el antipunto que nos queda. Tras haber hecho estas *desexplosiones*, se obtiene el resultado de 169.

Figura 9:

Resta exploding dots



Nota: elaboración propia

6. Metodología y propuesta de actuación

En primer lugar, antes de plantear las actividades a realizar, se efectuará un anclaje curricular, estableciendo los criterios de evaluación, estándares de aprendizaje evaluables y competencias a desarrollar en esta innovación. Para ello, se utilizará el Currículo de Educación Primaria del Gobierno de Canarias.

6.1 Criterios

Criterio/os de evaluación: Matemáticas de 1º de Primaria

3. Elegir y utilizar correctamente la suma y resta para la resolución de problemas aritméticos significativos; plantear problemas que se resuelvan con una operación, suma o resta, dada; así como, representar las situaciones problemáticas mediante gráficos y diagramas; y expresar verbalmente las relaciones entre las partes y el total.

Código:

PMAT0103

Descripción:

En este criterio se valora si el alumnado, en contextos reales o preparados con material manipulativo, o en problemas de combinación de elementos, reconoce el todo y las partes de la estructura aditiva, coloca correctamente los datos y la pregunta en las partes o en el todo según corresponda y elige la operación necesaria para obtener el resultado con el que responder a la pregunta; utiliza la suma para obtener el todo, conocidas las partes, o la resta para obtener una parte, conocido el todo y la otra parte, realizando los cálculos preferentemente con la calculadora. Se debe comprobar si entiende la estructura sumativa subyacente en la situación problemática planteada. Se valorará si enuncia un problema que se resuelva con una operación que se le ofrece de antemano, si hace representaciones acordes con las operaciones planteadas y si expresa verbalmente las relaciones entre el valor de las partes y el total.

Criterio/os de evaluación: Matemáticas de 4° de Primaria

1. Identificar, formular y resolver problemas de la vida cotidiana mediante el uso de estrategias y procesos de razonamiento, realizando los cálculos necesarios y comprobando la validez de las soluciones obtenidas. Expresar verbalmente o por escrito el proceso seguido.

Código:

PMAT0401

Descripción:

El criterio pretende comprobar que el alumnado identifica, formula y resuelve problemas aritméticos, geométricos, de patrones, lógicos, problemas abiertos con más de una solución y problemas con distractores de la vida cotidiana; y si sigue para ello una secuencia: comprende el enunciado, discrimina los datos y su relación con la pregunta, realiza un esquema de la situación, elabora un plan de resolución, ejecuta el plan siguiendo la estrategia más adecuada (búsqueda de regularidades, construir modelos, ensayo-error, organización de la información, simplificar, etc.), comprueba los resultados y responde. Se debe constatar si realiza la secuencia con orden y claridad, utiliza aplicaciones TIC para aprender y practicar estrategias, y la calculadora para agilizar su trabajo y autocorregirse. También se pretende evaluar si expresa oralmente sus ideas y respeta las de las demás personas para posteriormente elegir las más adecuadas; si toma decisiones en los procesos de resolución de problemas y si persevera en el proceso y acepta la crítica razonada.

Criterio/os de evaluación: Matemáticas de 4° de Primaria

2. Planificar, experimentar y aplicar estrategias de razonamiento para resolver retos o pequeñas investigaciones matemáticas, apoyándose en materiales manipulativos o recursos TIC, y explicar oralmente o por escrito el trabajo realizado y las conclusiones obtenidas, mostrando en el proceso actitudes del quehacer matemático.

<p>Código: PMAT0402</p>	<p>Descripción:</p> <p>Este criterio de evaluación trata de comprobar si el alumnado planifica su trabajo teniendo en cuenta preguntas como qué quiero averiguar, qué tengo, qué busco, cómo lo puedo hacer, es adecuada la solución...; si experimenta, ayudándose de materiales manipulativos, recursos TIC y de la calculadora; y si aplica estrategias de razonamiento como clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos..., para resolver retos o pequeñas investigaciones matemáticas. Asimismo se valorará si explica oralmente o por escrito el trabajo realizado y las conclusiones obtenidas, mostrando en el proceso actitudes del quehacer matemático como la perseverancia en la búsqueda de la solución, esfuerzo, aceptación de la crítica razonada y confianza en sí mismo.</p>
------------------------------------	--

<p>Criterio/os de evaluación: Matemáticas de 4º de Primaria</p> <p>3. Utilizar los números naturales de 6 cifras, leyendo, escribiendo, comparando, ordenando y redondeando cantidades para interpretar e intercambiar información en contextos de la vida cotidiana.</p>	
<p>Código: PMAT0403</p>	<p>Descripción:</p> <p>Este criterio trata de valorar si el alumnado interpreta información numérica presente en las situaciones de la vida cotidiana y emite mensajes empleando el número natural, para lo cual lee, escribe, compara y ordena cantidades de hasta 6 cifras, componiéndolas y descomponiéndolas de forma aditiva, usando el valor posicional de sus dígitos. Se comprobará si reconoce y representa las cantidades en la recta numérica y con materiales manipulativos como regletas, cubos Link, palillos, cucharillas, botones, boliches, cromos, clips, etc.; y si relaciona fracciones sencillas con números decimales y con</p>

	los correspondientes porcentajes (mitades y cuartos: 0,25; 0,50; 0,75; 25%; 50% y 75%).
--	---

Criterio/os de evaluación: Matemáticas de 4° de Primaria

5. Conocer, comprender, utilizar y automatizar al menos dos algoritmos diferentes para la multiplicación y la división, y varias estrategias asociadas a cada operación que permitan realizar estimaciones y desarrollar un cálculo mental y escrito eficaz en situaciones de la vida cotidiana.

<p>Código: PMAT0405</p>	<p>Descripción: Con este criterio se comprobará si el alumnado comprende, utiliza y automatiza al menos dos algoritmos diferentes para la multiplicación (como los basados en descomposición-composición y estrategias como las de multiplicar por 5 como la mitad de multiplicar por 10, o multiplicar por 50 como la mitad de multiplicar por 100), y uno para la división (como los basados en repartos sucesivos y estrategias como las de dividir entre 4 como la mitad de la mitad), para la búsqueda de una solución numérica, empleando el que le sea más adecuado en cada situación, incluidas aquellas que requieran porcentajes (el 50% como la mitad, el 25% como la mitad de la mitad y el 75% como el 50% + 25% o 100% - 25%). Se tendrá en cuenta si usa las tablas y series construidas y memorizadas previamente para realizar cálculos con fluidez en situaciones de la vida cotidiana, y la calculadora para la autocorrección. Se valorará si explica el proceso seguido en la realización del cálculo.</p>
------------------------------------	--

6.2 Tabla resumen

MATEMÁTICAS					
Criterios de evaluación	PMAT0103	PMAT0401	PMAT0402	PMAT0403	PMAT0405
Contenidos	1,2,4,6 y 7	1, 2, 5 y 6	1 , 2 y 4	2,3 y 9	3, 12 y 13
Estándares de aprendizaje evaluable	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 21, 22 y 33.				
Competencias	Comunicación lingüística. (CL), Competencia digital. (CD), Aprender a aprender. (AA), Competencias sociales y cívicas.(CSC), Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.(SIEE), Conciencia y expresiones culturales. (CEC)				

6.3 Fases de la intervención

En esta intervención se identifican claramente tres fases cada una con una finalidad previamente deliberada:

En primer lugar, se propone una aproximación al tema en la que se valorará los conocimientos previos del alumnado y la percepción que tienen sobre ellos y ellas mismas. Posteriormente, se introducirán en una activación, destinada a que los niños y niñas comiencen a jugar con los puntos explosivos. Por último, después de haber hecho el primer acercamiento, comienza el trabajo como tal; cuyo producto final será la elaboración de un problema matemático.

6.4 Actividades

SECUENCIA DE ACTIVIDADES	
ACTIVIDAD N° 1	
<p><i>Conocemos cuánto sabemos</i></p> <p>Utilizando un cuestionario inicial, realizado en <i>Formularios de Google</i>, se indagará sobre los conocimientos previos que tiene el alumnado a la hora de realizar una operación aditiva. Además, se conocerá la percepción que tienen sobre ellos mismos y sus conocimientos.</p>	
Cod.CE	PMAT0103, PMAT0401, PMAT0402, PMAT0403 y PMAT0405
Producto final/ Instrumentos de evaluación	Libreta de observación (ANEXO 1) y cuestionario inicial.
Agrupamientos	Individual.
Sesiones	1 sesión de 50 minutos.
Recursos	Dispositivo con acceso a internet y cuestionario inicial (ANEXO 2).
Espacios	Aula .
ACTIVIDAD N° 2	
<p><i>¿Qué son los exploding dots?</i></p> <p>Con la ayuda de un vídeo explicativo, el alumnado se adentrará en el mundo de los <i>exploding dots</i>. A continuación, se llevará a cabo un <i>brainstorming</i> para saber qué es lo que han entendido y resolver aquellas dudas que hayan podido surgir.</p>	
Cod.CE	PMAT0401, PMAT0402 y PMAT0403
Producto final /	Libreta de observación (ANEXO 1) y el <i>brainstorming</i> en el

Instrumentos de evaluación	padlet colaborativo.
Agrupamientos	Gran grupo y Equipos Móviles o Flexibles (EMOV).
Sesiones	1 sesión de 50 minutos.
Recursos	Vídeo <i>exploding dots</i> (ANEXO 3), padlet colaborativo (ANEXO 4) y dispositivo con acceso a internet.
Espacios	Aula.

ACTIVIDAD N° 3

Máquinas, puntos y explosiones

En esta actividad, los alumnos y alumnas comenzarán a trabajar con las diferentes máquinas, con el objetivo de que comprendan cuál es el mecanismo que se utiliza en ellas.

Cod.CE	PMAT0401, PMAT0402 y PMAT0403
Producto final / Instrumentos de evaluación	Libreta de observación (ANEXO 1) y documento de trabajo <i>Máquinas , puntos y explosiones</i> .
Agrupamientos	Equipos Móviles o Flexibles (EMOV).
Sesiones	1 sesión de 50 minutos.
Recursos	Documento de trabajo <i>Máquinas , puntos y explosiones</i> (ANEXO 5) , lápiz o bolígrafo y goma.
Espacios	Aula.

ACTIVIDAD N° 4

Sumamos y restamos con la máquina (1←10)

En un pequeño dossier, los alumnos y alumnas encontrarán los mecanismos para sumar y restar utilizando la máquina (1←10) . Además, tendrán que resolver problemas aditivos, utilizando los *exploding dots* que irán aumentando su dificultad de manera gradual.

Cod.CE	PMAT0103, PMAT0401, PMAT0402, PMAT0403 y PMAT0405
Instrumentos de evaluación	Libreta de observación (ANEXO 1) y documento de trabajo.
Agrupamientos	Equipos Móviles o Flexibles (EMOV).
Sesiones	1 sesión de 50 minutos.
Recursos	Dossier <i>Contamos y descontamos con la máquina (1←10)</i> (ANEXO 6), lápiz o bolígrafo y goma.
Espacio	Aula.

ACTIVIDAD N° 5

Puntos a las máquinas

Utilizando un plan de trabajo, el alumnado deberá plantear un problema que se resuelva con, al menos, una suma y una resta. Este problema, lo tendrán que resolver de dos maneras diferenciadas: utilizando el método tradicional y los *exploding dots*. Por último, expondrán a sus compañeros y compañeras el problema planteado para que lo resuelvan .

Cod.CE	PMAT0103, PMAT0401, PMAT0402, PMAT0403 y PMAT0405
Instrumentos de evaluación	Libreta de observación (ANEXO 1) y plan de trabajo.
Agrupamientos	Equipos Móviles o Flexibles (EMOV) y gran grupo.
Sesiones	1 sesión de 50 minutos.
Recursos	Plan de trabajo <i>Puntos a las máquinas</i> (ANEXO 7), lápiz o bolígrafo y goma.
Espacio	Aula.

ACTIVIDAD N° 6

Comprobamos lo que hemos aprendido.

Utilizando un cuestionario final, realizado en *Formularios de Google*, se indagará acerca de si el alumnado ha conseguido superar las dificultades que encontraba a la hora de sumar y restar.

Cod.CE	PMAT0103, PMAT0401, PMAT0402, PMAT0403 y PMAT0405
Instrumentos de evaluación	Libreta de observación (ANEXO 1) y cuestionario final.
Agrupamientos	Individual.
Sesiones	1 sesión de 50 minutos.
Recursos	Cuestionario final (ANEXO 8) , dispositivo con acceso a internet , lápiz o bolígrafo y goma.
Espacio	Aula.

6.5 Cronograma

Esta propuesta de innovación se plantea para ser puesta en práctica en el tercer trimestre del curso 2020-2021.

Figura 10:

Cronograma

Mayo 2021						
L	M	X	J	V	S	D
					1	2
3	4 Actividad nº1	5 Actividad nº2	6 Actividad nº3	7	8	9
10 Actividad nº4	11	12 Actividad nº5	13 Actividad nº6	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

Nota: elaboración propia

7. Propuesta de evaluación del proyecto

En el supuesto de que este proyecto de innovación se llevase a la práctica, tendría que ser evaluado con el objetivo de saber si esta innovación ha funcionado o no.

La actividad N°6 (*Comprobamos lo que hemos aprendido*), sería el elemento principal para conocer si, los alumnos y alumnas, han superado las dificultades asociadas a la comprensión de los algoritmos de la suma y de la resta. Del mismo modo, los resultados obtenidos en las demás actividades incluidas en esta intervención, servirán como instrumentos de evaluación del proyecto. En ellos, se podrá ir viendo los avances y mejoras que los niños y niñas han ido teniendo. El seguimiento de estas tareas, se realizará a través de una libreta de observación (ANEXO 0).

Por último, los datos recogidos, serán analizados y comparados con los resultados obtenidos en la actividad N°1 (*Conocemos cuánto sabemos*).

8. Presupuesto

Equipamiento:

- Ordenador.....disponible en el centro.
- Proyector.....disponible en el centro.

Materiales:

- Copias en copistería.....0.07€/página x 264 páginas= 18. 48€
- Paquete de 500 folios.....6,50€
- 30 bolígrafos.....8,94€
- 30 lápices.....4.47€
- 24 gomas de borrar.....4,74€

TOTAL: 42,86€

9. Referencias bibliográficas

- [1] Bacche, K. A., Tanton, J., & Propp, J. (2018). *The Magic & Joy of Exploding Dots: A Revolutionary Concept That Changes the Way We Learn and Teach Mathematics*. Chandigarh, India: White Falcon Publishing.
- [2] Bermejo, V. (2004). *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor*. Madrid: Editorial CCS Cardeñoso, J.M. y Peñas, M. (2009). *Investigación en el aula de Matemáticas. Sentido Numérico*. Granada: SAEM Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Recuperado abril, 1, 2021 de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/sentido_numerico.pdf
- [3] Boletín Oficial de Canarias [BOC] N° 156. Gobierno de Canarias, Canarias, España, 13 de agosto de 2014. Recuperado abril 4, 2021 de https://www.gobiernodecanarias.org/cmsweb/export/sites/educacion/web/_galerias/descargas/curriculo-primaria/AnexoI_Primaria_Matematicas.pdf
- [4] Coursera. (s. f.). Errores y dificultades en el aprendizaje de la adición y la sustracción. Recuperado 14 de marzo de 2021, de https://es.coursera.org/lecture/aprendizaje-matematicas-primaria/errores-y-dificultades-en-el-aprendizaje-de-la-adicion-y-la-sustraccion-LREFy?utm_source=link&utm_medium=page_share&utm_content=vlp&utm_campaign=top_button
- [5] *Exploding Dots Puzzler*. (2017, 15 agosto). [Archivo de vídeo]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=2U91K1RyWPA>
- [6] Nortes Martínez-Artero, R., & Nortes Checa, A. (2015). Resolución de problemas, errores y dificultades en el grado de maestro de primaria. *Revista de Investigación Educativa*, 34(1), 103. <https://doi.org/10.6018/34.1.229501>
- [7] Presentación Herrero, M. J., Mercader Ruiz, J., Siegenthaler Hierro, R., Badenes-Gasset Presentación, A., & Miranda Casas, A. (2016). Funcionamiento ejecutivo temprano en niños con dificultades matemáticas persistentes. *International Journal of Developmental and Educational Psychology. Revista INFAD de Psicología.*, 1(1), 33. <https://doi.org/10.17060/ijodaep.2016.n1.v1.188>
- [8] Roa Guzmán, R. (2007). Algoritmos de cálculo. En Castro Martínez, E. (Ed.), *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria* (pp. 231-256). Madrid: síntesis

10. ANEXOS

ANEXO 1:

	Poco adecuado	Adecuado	Muy adecuado
Utiliza los números naturales de 6 cifras.	No es capaz de utilizar los números naturales de 6 cifras.	Es capaz de utilizar los números naturales de 6 cifras con ayuda del docente.	Es capaz de utilizar los números naturales de 6 cifras con ayuda de manera autónoma.
Identifica, formula y resuelve problemas aritméticos	No es capaz de identificar, formular y resolver problemas aritméticos.	Es capaz de formular y resolver problemas aritméticos.	Es capaz de identificar, formular y resolver problemas aritméticos de manera autónoma.
Expresa oralmente sus ideas y respeta las de los compañeros y compañeras.	No es capaz de expresar oralmente sus ideas ni respetar las de los compañeros y compañeras.	Es capaz de expresar oralmente sus ideas, pero no respeta las de los compañeros y compañeras.	Es capaz de expresar oralmente sus ideas y respetar las de los compañeros y compañeras.
Elegir y utilizar correctamente la suma y resta para la resolución de problemas aritméticos significativos.	Ni elige ni utiliza correctamente la suma y resta para la resolución de problemas aritméticos significativos.	Elige, pero no utiliza correctamente la suma y resta para la resolución de problemas aritméticos significativos.	Elige y utiliza correctamente la suma y resta para la resolución de problemas aritméticos significativos.

ANEXO 2:

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSemBtu_l0IPhm_M3Uv8bKuHmLpBX39CzxMssC_9WBjAqoIAHw/viewform?usp=sf_link

ANEXO 3:

Exploding Dots Puzzler. (2017, 15 agosto). [Archivo de vídeo]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=2U91K1RyWPA>

ANEXO 4:

<https://padlet.com/alu0101104157/47soyrr6r362e8nt>

ANEXO 5:

MÁQUINAS, PUNTOS Y EXPLOSIONES



Ahora llega el turno de trabajar con algunas de las máquinas creadas por James Tanton.

Empezaremos con la máquina **dos-uno** (1 ← 2) y pasaremos los números **9**, **23** y **48** por ellas. Recuerda que en esta máquina, cada **dos puntos** explotan y se convierten en **un punto** en la siguiente caja a la izquierda.

(1 ← 2)

--	--	--	--

(1 ← 2)

--	--	--	--

(1 ← 2)

--	--	--	--

A continuación, utilizaremos la máquina **cinco-uno** (1 ← 5) y pasaremos los números **9**, **23** y **48** por ellas. Recuerda que en esta máquina, cada **cinco puntos** explotan y se convierten en **un punto** en la siguiente caja a la izquierda.

(1 ← 5)

--	--	--	--

(1 ← 5)

--	--	--	--

(1 ← 5)

--	--	--	--

Ahora, utilizaremos la máquina **dos-tres (2←3)** y pasaremos los números **9**, **23** y **48** por ellas. Recuerda que en esta máquina, cada **tres puntos**, explotan y se convierten en **dos puntos** en la siguiente caja a la izquierda.

(2 ← 3)

--	--	--	--

(2 ← 3)

--	--	--	--

(2 ← 3)

--	--	--	--

Por último, utilizaremos la máquina **diez-uno (1←10)** y pasaremos los números **9**, **23** y **48** por ellas. Recuerda que en esta máquina, cada **diez puntos**, explotan y se convierten en **un punto** en la siguiente caja a la izquierda.

(1 ←10)

--	--	--	--

(1 ←10)

--	--	--	--

(1 ←10)

--	--	--	--

Contesta a las siguientes preguntas:

1. ¿Qué máquina es la que más fácil te ha parecido?
2. ¿Has podido realizar explosiones con todos los números y máquinas?
3. ¿Crees que dominas un poco más el uso de las máquinas explosivas?
4. En la máquina diez-uno, ¿qué es lo que ocurre? ¿Coinciden las unidades con la primera caja a la derecha, las decenas con la segunda caja y las centenas con la tercera?

ANEXO 6:

SUMAMOS Y RESTAMOS CON LA MÁQUINA ($1 \leftarrow 10$)

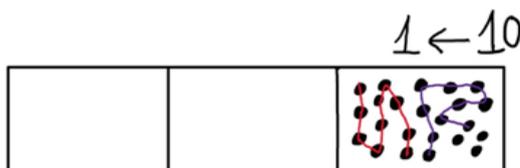
Para empezar a sumar y a restar con nuestras máquinas debemos tener claro que a partir de ahora trabajaremos **SOLO** con la máquina **diez-uno** ($1 \leftarrow 10$).

- Repasemos cómo funciona esta máquina:

En una máquina "diez-uno" ($1 \leftarrow 10$), cada diez puntos explotan y se convierten en un punto en la siguiente caja a la izquierda. Veamos un ejemplo con el número **23**:

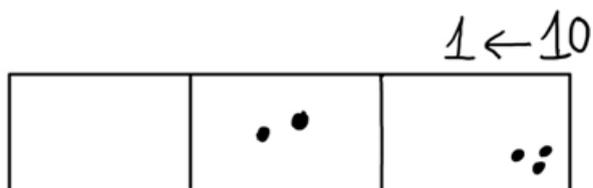


(Como sabemos, se colocan los **23** puntos en la caja más a la **derecha**)



(Empezamos a explotar en este caso de **diez puntos** se convierten en **un punto** en la siguiente caja a la izquierda).

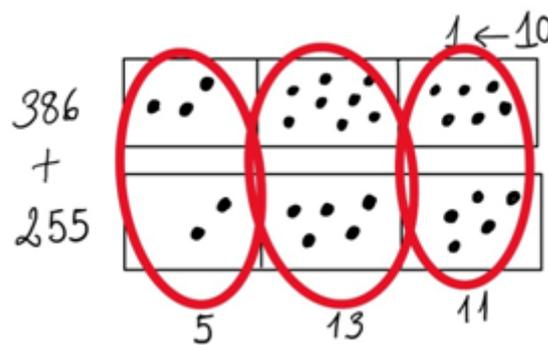
Como vemos, el número 23 se nos ha quedado de la siguiente manera:



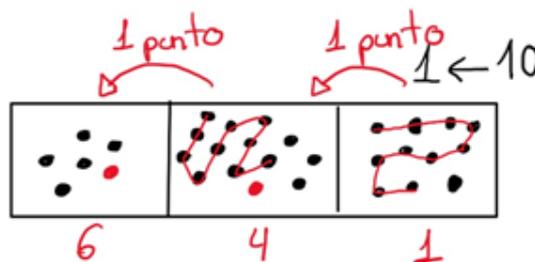
Coincidiendo las unidades con la primera caja a la derecha, decenas con la siguiente caja a la izquierda y las centenas con la tercera caja a la izquierda.

- Ahora vamos a ver cómo se utiliza la máquina para **sumar** con el ejemplo de $386+255$:

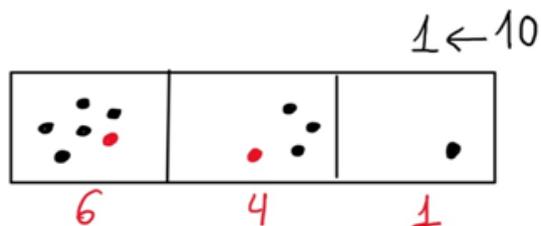
- Dibujamos tres máquinas, unas encima de las otras.
- Colocamos los números en su lugar.



- Empezamos a sumar como aparece en la imagen anterior.
- Colocamos el resultado en la última caja y empezamos hacer las explosiones (no necesariamente se tienen que realizar en este orden).

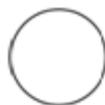


- Escribimos el resultado en otra máquina.

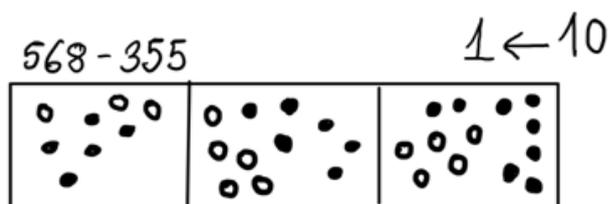


- Veamos cómo **restar** con las máquinas:

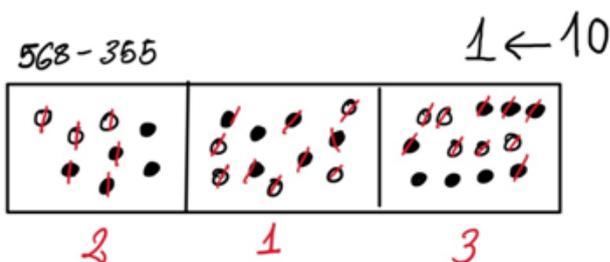
1. Debemos entender la resta como la adición de lo contrario y lo contrario se representa utilizando de los antidots. Por lo que un punto se elimina con la suma de un antipunto.



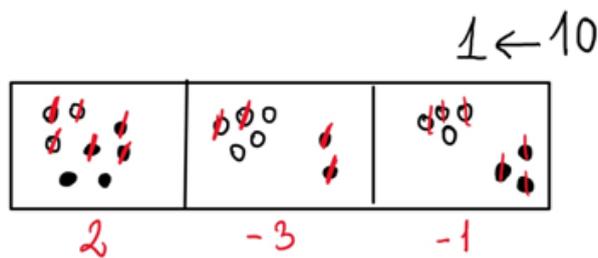
2. Dibujamos una sola máquina.
3. Colocamos tanto los puntos como los antipuntos en la misma máquina, que corresponden al minuendo y al sustraendo respectivamente. Veamos un ejemplo con el número $568 - 355$:



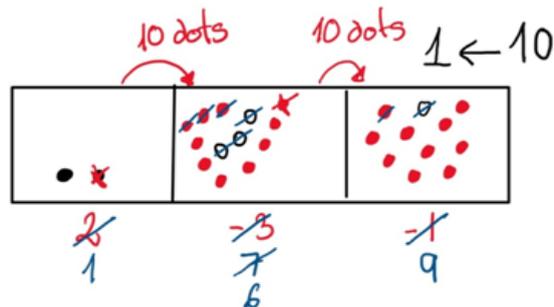
4. Vamos eliminando los puntos y los antipuntos a la vez.



- Ahora llega el turno de trabajar las restas con llevadas. Utilicemos el ejemplo de $523-354$:
- Dibujamos una sola máquina.
 - Colocamos los números en su lugar.
 - Eliminamos los puntos y los antipuntos a la vez (un punto se elimina por la adición de un antipunto).



- Una vez tenemos este resultado, debemos darnos cuenta de que igual que los puntos explotan, los podemos *desexplotar*, de manera que un punto en una caja a la izquierda viene de 10 puntos de la caja de la derecha.



ACTIVIDADES:

- Realiza las siguientes sumas UTILIZANDO LA MÁQUINA ($1 \leftarrow 10$):
 - $583 + 492$:
 - $888+658$:
 - $584+698$:

d. $5652+5465$:

2. Realiza las siguientes restas UTILIZANDO LAS MÁQUINAS:

a. $566-255$:

b. $88-55$:

c. $898-344$:

d. $895-896$:

ANEXO 7:

PUNTOS A LAS MÁQUINAS

En esta última actividad, por grupos o por parejas tendremos que crear un pequeño problema. Antes de empezar **lee** con atención las indicaciones para crearlo:

1. Los números tienen que tener al menos tres cifras.
 2. Debe contener al menos una suma y una resta.
 3. Tendrás que resolver el problema utilizando los *exploding dots* y el método tradicional.
 4. Trata de que sea lo más original posible.
- **Enunciado del problema:**
 - **Resolución del problema utilizando los *exploding dots*:**
 - **Resolución del problema utilizando la metodología tradicional:**

ANEXO 8:

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSf96fiEKOCXUf-bVz6uypIMVSITHPbkBMSXZDdFBc1v_fEmgw/viewform?usp=sf_link