



ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS FUNDAMENTALES DE ENANAS BLANCAS MEDIANTE ESPECTROSCOPÍA Y FOTOMETRÍA EN EL VISIBLE

FUNDAMENTAL PARAMETERS OF WHITE DWARFS USING OPTICAL SPECTROSCOPY AND PHOTOMETRY

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Física Universidad de La Laguna Curso 2020/2021

AUTORA: Elena Reyes Rodríguez

TUTORA: Paula Izquierdo Sánchez

 ${\bf COTUTOR:}\ Dr.\ Pablo\ Rodr\'iguez\ Gil$

ÍNDICE

1. RESUMEN	3
2. INTRODUCCIÓN	5
2.1. Propiedades básicas de las enanas blancas	6
2.2. Clasificación de las enanas blancas	7
2.3. Caracterización de las enanas blancas	11
2.3.1. Espectroscopía	11
2.3.2. Fotometría	11
3. OBJETIVOS	12
4. METODOLOGÍA	13
4.1. Método espectroscópico	13
4.1.1. Datos espectroscópicos	16
4.2. Método fotométrico	17
4.2.1. Datos fotométricos	21
4.3. Obtención del mejor ajuste	22
5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	25
5.1. Estrellas con contaminación del brillo intrínseco	32
5.2. WD J192359.24+214103.62	34
5.3. Ajustes fotométricos con distintos conjuntos de filtros	35
6. CONCLUSIONES	37
7. BIBLIOGRAFÍA	38
8. APÉNDICE A	39

1. RESUMEN

En este trabajo se analizan los espectros observados y los datos fotométricos de un conjunto de enanas blancas ricas en hidrógeno con el objetivo de determinar sus parámetros fundamentales tales como la temperatura efectiva y la gravedad superficial, a través de dos métodos independientes. Se han comparado los resultados obtenidos usando cada uno de ellos y contrastado con medidas ya publicadas.

Las enanas blancas representan el punto final de la evolución estelar del 97% de las estrellas de nuestra Galaxia, incluida nuestra estrella, el Sol. Son remanentes estelares densos, debido a que la materia se encuentra en estado de plasma y no existe ningún impedimento por el cual los átomos no puedan aproximarse entre sí. Los electrones se aproximan hasta que sus posiciones se limitan y la presión viene dada por el principio de exclusión de Pauli: dos electrones (o más general, fermiones) no pueden ocupar números cuánticos iguales. Como en el núcleo de las enanas blancas no tienen lugar reacciones nucleares, es precisamente esta presión de degeneración de los electrones la que se opone al colapso gravitatorio.

La estructura de estas estrellas degeneradas consiste principalmente en un núcleo de carbono y oxígeno envuelto por una capa de helio, que a su vez suele estar rodeada por una capa de hidrógeno, lo que generalmente impide la observación directa de la composición interior dada su gran opacidad.

La medida de los parámetros fundamentales se ha llevado a cabo mediante el uso de dos métodos implementados en Python y una malla de espectros sintéticos que cubre un determinado espacio de temperatura efectiva y gravedad superficial. Se han buscado los modelos que mejor se ajustan a los datos observados de doce enanas blancas con fotosferas ricas en hidrógeno (tipo espectral DA) a través de una optimización por mínimos cuadrados. El método espectroscópico usa la anchura y la profundidad de las líneas de absorción como elementos de diagnóstico, mientras que en el fotométrico se emplean la distribución espectral de energía determinada a partir de un conjunto de magnitudes en bandas anchas y la distancia a la fuente.

Los resultados de este análisis se corresponden a lo esperado: se encuentran temperaturas efectivas entre 7300 y 22400 K y gravedades superficiales en torno a log g~8 dex. Además, se han comparado con los resultados de un estudio de 230 candidatas a enanas blancas que contiene las de la muestra analizada. Los valores medidos en este trabajo son perfectamente compatibles.

Palabras clave: enana blanca, temperatura efectiva, gravedad superficial, magnitud, paralaje, espectroscopía, fotometría.

ABSTRACT

This project focuses on the analysis of the observed spectra and photometry of a set of hydrogenrich white dwarfs. We determined their fundamental parameters such as the effective temperature and surface gravity, using two independent methods. We compare the results provided by each method and contrast them with values previously published.

White dwarfs represent the end point of the evolution of 97% of the stars in our Galaxy, including our star, the Sun. They are dense stellar remnants because matter is in a plasma state and there is no reason why atoms can not approach each other. In fact, electrons get so close to each other that their positions are limited and the pressure is dictated by the Pauli exclusion principle: two electrons (or

more generally, fermions) cannot have identical quantum numbers. As nuclear reactions do not take place in white dwarf nuclei, it is this electron degeneracy pressure that counteracts the gravitational pull.

In brief, white dwarfs are made of a nucleus of carbon and oxygen surrounded by a layer of helium, which in turn is usually surrounded by a hydrogen layer, which generally prevents direct observation of the interior composition due to its large opacity.

The determination of fundamental parameters in this work has been carried out with two methods implemented using Python and a grid of synthetic spectra. The best-fit models for a sample of twelve hydrogen-rich white dwarfs were obtained by least squares optimization.

The spectroscopic method relies on the sensitivity of the absorption lines depth and width to the effective temperature and surface gravity, while the photometric technique analyses the spectral energy distribution constructed from a set of broad-band magnitudes and the known distance to the source.

The results of this analysis are as expected: we find effective temperatures between 7300 and 22400 K and surface gravities around $\log g \sim 8$ dex. In addition, these have been compared with the results of a study of 230 white dwarf candidates that contains the stars in our sample. There is agreement between the two works.

Keywords: white dwarf, effective temperature, surface gravity, magnitude, parallax, spectroscopy, photometry.

2. INTRODUCCIÓN

This chapter contextualizes the white dwarfs, the object of study of this dissertation. We describe their position in stellar evolution, their basic characteristics and their classification according to chemical composition. In addition, we introduce the methods used to determine the fundamental parameters of white dwarfs.

Las enanas blancas representan el punto final de la evolución de las estrellas con masas iniciales entre aproximadamente 0.07 y 8 $\rm M_{\odot}$, con $\rm M_{\odot}$ la masa del Sol ($\rm M_{\odot}=1.9891\cdot10^{33}$ g) [1]. Estos remanentes estelares poseen una masa típica de 0.6 veces la del Sol, mientras que su tamaño es similar al de la Tierra [2]. Su naturaleza compacta da lugar a grandes densidades medias del orden de 10^6 g cm⁻³, aproximadamente seis órdenes de magnitud mayores que la del Sol. Representan uno de los cuerpos astronómicos más densos conocidos por detrás de los agujeros negros y las estrellas de neutrones. Las gravedades superficiales típicas de las enanas blancas son de log $g{\sim}8$ dex, unas 10^4 veces mayor que la del Sol, con un valor de log $g{\sim}4.4$ dex [2].

La temperatura efectiva, $T_{\rm eff}$, de una estrella se define como la que tendría un cuerpo negro que irradiara de igual manera que ella. La temperatura efectiva está bien definida para todas las distribuciones de energía, ya que únicamente depende de la potencia de radiación total integrada en todas las frecuencias [3]. El rango de temperaturas de las enanas blancas va desde aproximadamente los 4000 hasta los 150000 K.

La luminosidad (o brillo), L, de un objeto celeste es la cantidad de energía luminosa que emite por unidad de tiempo [3]. Este parámetro se relaciona con la temperatura efectiva a través de la ley de Stefan-Boltzmann:

$$L = 4\pi\sigma R^2 T_{\text{eff}}^4 , \qquad (1)$$

con $\sigma=5.670\cdot 10^{-5}$ erg cm⁻² s⁻¹ K⁻⁴ (constante de Stefan-Boltzmann) y R el radio de la estrella en cm. Por lo tanto, las luminosidades de las enanas blancas varían con la temperatura efectiva desde $L\sim 10^{-4.7}$ L $_{\odot}$ hasta $L\sim 10^2-10^3$ L $_{\odot}$ [3], siendo L $_{\odot}=4\cdot 10^{33}$ erg s⁻¹ [3].

En un diagrama color-magnitud absoluta como el que se muestra en la Fig. 1, la mayoría de las estrellas se concentran a lo largo de la secuencia principal ("Main sequence" en la figura).

Por debajo de ella, en el dominio de temperaturas efectivas de las estrellas más brillantes de la secuencia principal, están las enanas blancas. Estas representan el punto final de la evolución estelar de aproximadamente el 97% de las estrellas formadas en la Galaxia, pero su radio más pequeño hace que brillen menos que estrellas de la secuencia principal a la misma temperatura efectiva [3].

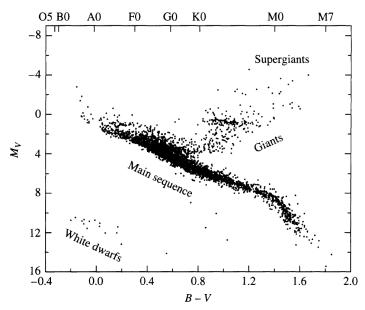


Figura 1. Diagrama color-magnitud que muestra la magnitud absoluta en el filtro V, M_V (magnitud aparente si el objeto se encontrara a una distancia de 10 parsecs [3], siendo el parsec la distancia a la que una unidad astronómica, $1 \text{ UA}=1.496 \cdot 10^{13} \text{ cm}$, subtiende un ángulo de un segundo de arco), en función del tipo espectral (eje x superior). En él se indica la posición que ocupan las enanas blancas. Los datos son del catálogo de Hipparcos y se incluyen más de 3700 estrellas con mediciones de paralaje para más del 20% de ellas. La temperatura efectiva (eje x) aumenta hacia la izquierda. [1]

2.1. Propiedades básicas de las enanas blancas

Las enanas blancas son remanentes estelares cuyas fuentes nucleares de energía se han agotado. La mayoría de las estrellas de la secuencia principal con masas inferiores a aproximadamente 8 $\rm M_{\odot}$, que ya han tenido tiempo de convertirse en enanas blancas desde la formación de la Galaxia, han transformado hidrógeno en helio y luego ese helio en carbono [2]. Por tanto, el núcleo de una enana blanca típica está compuesto por productos de la combustión del helio, principalmente carbono y oxígeno, y sus fotosferas por hidrógeno y helio. Debido a la gravedad superficial tan intensa que poseen, los distintos elementos químicos se disponen en capas, siendo los más pesados (carbono y oxígeno) atraídos hacia el centro y manteniéndose en la superficie los más ligeros (hidrógeno y helio) [4].

Cuando se forman, son objetos extremadamente calientes (entre 100000 y 150000 K de temperatura efectiva) y su destino es ir enfriándose prácticamente a radio constante, radiando la energía térmica que aún albergan. La presión de degeneración de los electrones es la responsable de la oposición al colapso gravitatorio y, además, los electrones degenerados son buenos conductores de calor y termalizan las regiones internas de las enanas blancas de manera eficiente, alcanzándose el equilibrio térmico mediante la interacción entre ellos. Por lo tanto, la estructura común de una enana blanca es un núcleo casi isotérmico que contiene aproximadamente el 99% de su masa total rodeado por una envoltura exterior delgada, opaca, aislante y no degenerada. Las temperaturas centrales varían de $5 \cdot 10^6$ a $2 \cdot 10^7$ K aproximadamente [2].

La presión de degeneración de los electrones es independiente de la temperatura y la estructura estratificada viene especificada principalmente por la gravedad superficial, que es directamente responsable de la relación entre la masa y el radio de una enana blanca: cuanto más masiva es, menor tamaño tiene. Además, la degeneración relativista impone una masa límite por encima de la cual no puede existir una enana blanca estable: la masa de Chandrasekhar [2], siendo su valor de $M_{\rm Ch} \approx 1.2-1.4~{\rm M}_{\odot}[3]$, por encima del cual la presión de degeneración de los electrones no es suficiente para contrarrestar el colapso gravitatorio de la propia estrella [5].

El espesor de cada una de las capas puede variar dependiendo de los detalles de la evolución anterior a la etapa de enana blanca: composición química y masa [2]. Aunque estas capas externas son muy delgadas (aproximadamente un 0.0035% del radio total de la estrella para las capas de hidrógeno y un 0.030% para las capas de helio¹), son extremadamente opacas a la radiación y regulan la salida de energía de la estrella [2]. Esta opacidad es causada por la dispersión de electrones libres (dispersión de Thomson para temperaturas inferiores a 6·10⁹ K) [6] y es tan grande en las capas externas que implica que la radiación que escapa de la estrella se origina en la región más externa, la fotosfera, que contiene típicamente menos de 10^{-14} de su masa total. Las observaciones espectroscópicas y fotométricas solo pueden sondear estas regiones externas, que generalmente están dominadas por el hidrógeno [2].

A través de sus análisis espectrofotométricos, las enanas blancas se clasifican dependiendo de su composición química, que determina qué líneas de absorción estarán presentes en sus espectros. En la siguiente sección presentaremos los distintos tipos espectrales.

2.2. Clasificación de las enanas blancas

Las enanas blancas han sido clasificadas históricamente en función de los rasgos observados en sus espectros visibles. Como ya hemos mencionado, a causa de sus intensas gravedades superficiales se produce una sedimentación gravitacional, por lo que la mayoría tienen atmósferas de hidrógeno, el elemento más ligero. Su clasificación en base a las líneas de absorción dominantes es la siguiente [7]:

Tipo espectral	Características					
DA	Únicamente líneas de Balmer					
DB	Líneas de He I					
DC	Espectro continuo, sin líneas espectrales. Estrellas frías con $T_{\rm eff} \sim 4000$ -6000 K					
DO	Líneas de He II					
DZ	Líneas de metales (elementos más pesados que el He, a excepción del C)					
DQ	Líneas de C, atómicas o moleculares en cualquier parte del espectro electromagnético					

Tabla 1. Principales tipos espectrales de enanas blancas en función de las líneas de absorción dominantes en el visible. La "D" inicial viene de "degenerate".

En este trabajo únicamente estudiaremos enanas blancas del tipo espectral DA (Fig. 2). Esta clase es, con diferencia, la más grande: representa el 80% de las analizadas hasta el momento [8] y muestra un amplio rango de temperaturas efectivas, ya que las líneas de Balmer son visibles desde aproximadamente los 6000 a los 100000 K, aunque en la Fig. 2 se representan para un menor rango de temperaturas efectivas.

Las DAO, enanas blancas con líneas de Balmer y de He II, muestran temperaturas típicas de $T_{\rm eff} \sim 60000~{\rm K}$ y una abundancia de helio del orden del 1%. En todos los demás casos probablemente sea mucho menos abundante, aunque el 1% es aproximadamente el límite que se puede determinar a partir de las observaciones en el visible [4].

7

¹ https://universe-review.ca/F08-star11.htm

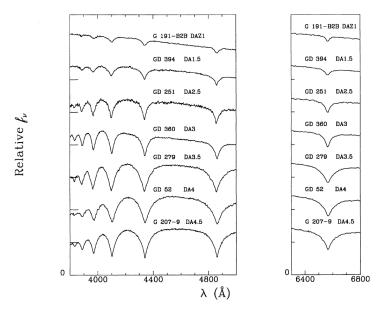


Figura 2. Espectros visibles de enanas blancas de tipo espectral DA tomados de [9]. Este tipo espectral se caracteriza por el dominio de las líneas de Balmer. La temperatura efectiva de las enanas blancas señaladas en la figura varía desde aproximadamente 11000 K (G 207-9), pasando por 17000 K (GD 360), hasta 50000 K (G 191-B2B), aunque su rango abarca más.

Las enanas blancas de tipo espectral DB representan el 8% de las analizadas hasta el momento. En sus espectros muestran únicamente líneas de absorción de He I [1]. Van desde el tipo DB2 para PG 0112+104 y GD 358, las estrellas DB más calientes reportadas [10], al DB5 para estrellas con la línea de He I en 4471 Å apenas visible en el espectro y las líneas de He I en 5876 y 6678 Å algo más intensas. Al final de esta secuencia, las estrellas DB más frías se fusionan suavemente con las estrellas DQ ricas en helio y con trazas de carbono en sus espectros [9].

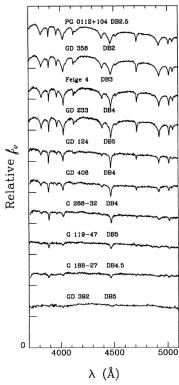


Figura 3. Espectros visibles de enanas blancas de tipo espectral DB tomados de [9]. Las estrellas que se muestran forman una secuencia de temperatura efectiva, con la más caliente en la parte superior y la más fría en la parte inferior. En las longitudes de onda de 3889, 4026, 4471, 4713, 4921, 5016 y 5047 Å se observan las líneas de He I . La temperatura efectiva de las enanas blancas nombradas en la figura varía desde aproximadamente 10000 K (G 392), pasando por 12500 K, hasta aproximadamente 20000 K (PG 0112+104).

El tipo espectral DC se caracteriza por no presentar líneas más profundas que 0.05 veces el nivel del continuo (Fig. 4). Sin embargo, las observaciones modernas han permitido detectar líneas de absorción aún más débiles, con lo que una buena fracción de las estrellas originalmente clasificadas como DC han sido reclasificadas. Se descubrió que muchas de las estrellas que se habían incluido dentro de este tipo muestran líneas débiles de He I, lo que las convierte en DB, o bandas anchas y poco profundas de Swan de la molécula C_2 , convirtiéndolas en DQ [9]. Aproximadamente el 14% de las enanas blancas están clasificadas dentro de la clase DC [1].

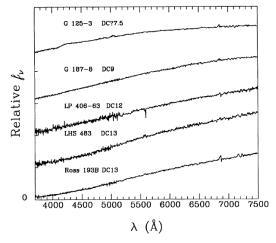


Figura 4. Espectros visibles de enanas blancas de tipo espectral DC tomados de [9]. La región azul y la región roja del espectro no presentan ninguna línea de absorción, al contrario de lo que ocurre con los demás tipos espectrales. Las estrellas están ordenadas de mayor a menor temperatura efectiva empezando por la parte superior. La temperatura efectiva de las enanas blancas nombradas en la figura varía desde aproximadamente 3900 K (Ross 193B), pasando por 4200 K (LP 406-63), hasta 6700 K (G 125-3).

A temperaturas efectivas más altas que unos 45000 K los espectros de las enanas blancas están dominados por líneas de absorción de helio ionizado (He II), típicas del tipo espectral DO. Por lo general, se encuentran por encima de los 45000 K hasta los 100000 K. Se distinguen dos subclases de estrellas DO: las más frías ($T_{\rm eff}$ ~45000-70000 K), que muestran líneas de He I y líneas profundas de He II; y las más calientes ($T_{\rm eff}$ \geq 80000 K), cuyos espectros muestran líneas anchas y profundas de He II [9, 11].

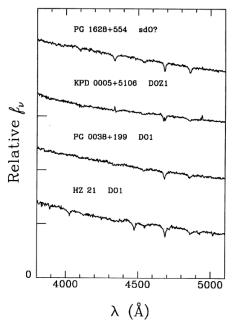


Figura 5. Espectros visibles de enanas blancas de tipo espectral DO tomados de [9]. En las longitudes de onda de 4339, 4541, 4686 y 4859 Å se observan las líneas de He II. La temperatura efectiva de las enanas blancas señaladas varía desde 45000 (HZ 21 hasta casi 100000 K (PG 1628+554).

Las enanas blancas ricas en helio pero demasiado frías para mostrar líneas de He I, a aproximadamente 9000 K, que todavía muestran líneas de absorción de elementos metálicos (esto es, más pesados que el helio), se denominan DZ. Su espectro muestra las líneas H y K de absorción del Ca II a 3968 y 3933 Å, respectivamente, y ocasionalmente las líneas de Mg I a 3835 Å y de Fe I a 3730 Å. La profundidad de la líneas no es únicamente función de la temperatura, ya que la abundancia de metales puede variar de una estrella a otra [9].

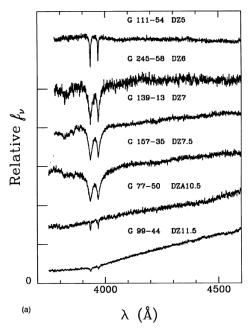


Figura 6. Espectros visibles de enanas blancas de tipo espectral DZ tomadas de [9]. La secuencia va desde la estrella más caliente (DZ5) en la parte superior a la más fría (DZ11.5) en la parte inferior. A longitudes de onda de onda de 3968 y 3933 Å se tienen las líneas H y K de absorción del Ca II, respectivamente. La temperatura efectiva de las enanas blancas nombradas en la figura varía desde aproximadamente 4400 K (G 99-44), pasando por 6700 K (G 157-35), hasta casi 10000 K (G 125-3).

Las enanas blancas DQ se caracterizan por presentar carbono en sus espectros [1], con abundancias típicas que oscilan entre 10^{-7} y 10^{-3} [4].

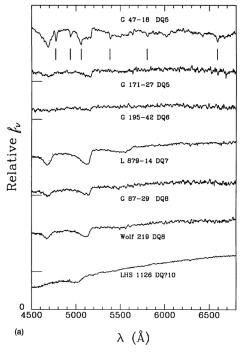


Figura 7. Espectros visibles de enanas blancas de tipo espectral DQ [9]. Las líneas verticales en el espectro superior marcan las líneas de C I identificadas por [12]. La temperatura efectiva de las enanas blancas nombradas en la figura varía desde aproximadamente 5000 K (LHS 1126), pasando por 7200 K (L 879-14), hasta 10000 K (C 47-18).

2.3. Caracterización de las enanas blancas

Los parámetros fundamentales de las enanas blancas pueden ser determinados de manera directa a partir de las observaciones. Así, del análisis de sus espectros y datos fotométricos es posible obtener su temperatura efectiva, $T_{\rm eff}$, gravedad superficial, log g, y composición química de la atmósfera. Además, haciendo uso de relaciones masa-radio, M-R, podemos estimar tanto la masa como el radio a partir de log g.

La morfología de las líneas de absorción es sensible a la temperatura efectiva y a la gravedad superficial. Además, las relaciones entre las líneas de los diferentes elementos químicos presentes en la atmósfera nos proporciona una medida de sus abundancias. En este trabajo usaremos espectros en el visible y datos fotométricos en diferentes bandas espectrales para determinar la temperatura efectiva y la gravedad superficial de nuestra muestra de 12 enanas blancas de tipo DA.

2.3.1. Espectroscopía

Los espectros observados constituyen una herramienta imprescindible. Su análisis permite medir la temperatura efectiva y la aceleración de la gravedad en la superficie de las enanas blancas debido a que la profundidad y la anchura de las líneas de absorción son sensibles a la densidad de las partículas en la atmósfera, que está controlada por la gravedad superficial. Los espectros también permiten determinar la composición química de la fotosfera a partir del estudio de las líneas de absorción de los diferentes elementos químicos atmosféricos (principalmente hidrógeno) [2]. Para ello, se comparan con espectros sintéticos de temperatura efectiva y gravedad superficial conocidas, de tal manera que obtendremos estos parámetros a partir del modelo que mejor se ajuste a nuestro espectro, en particular las líneas de absorción. Sin embargo, la intensidad de estas líneas disminuye con la temperatura efectiva, de modo que son muy débiles en las enanas blancas más frías, por debajo de los 6000 K. Esto dificulta la medida de la gravedad superficial [2].

2.3.2. Fotometría

La obtención de espectros de enanas blancas débiles requiere mucho tiempo y grandes telescopios, especialmente si se desea observar una gran cantidad de ellas. Una forma de evitar esto es sacrificar la alta resolución espectral y observarlas a través de sistemas de filtros que muestrean diferentes bandas del espectro visible [4].

A partir de la fotometría se obtiene el brillo aparente (medido en magnitudes) y una o más diferencias de magnitudes, lo que se denomina color, que representa la pendiente del espectro en el intervalo espectral de los filtros [3].

Las magnitudes medidas en diferentes filtros pueden extraerse de diferentes catálogos astronómicos, como son *Gaia* EDR3 y Pan-STARRS1, ambos presentados en el Capítulo 3, que presenta la metodología seguida en este trabajo. Posteriormente, las densidades de flujo obtenidas de los datos fotométricos multibanda se comparan con las que se calculan usando la malla de espectros sintéticos de temperatura efectiva y gravedad superficial conocidas, obteniendo finalmente estos parámetros fundamentales del modelo que mejor se ajusta a los datos.

3. OBJETIVOS

The aims of this work are presented in this chapter. The first goal is to get acquainted with the basic astrophysical concepts needed for the development of the work. The main objective is to determine the fundamental parameters of twelve DA white dwarfs using two independent methods: one based on optical spectra and the other one on photometry data and the known distance to the sources. The resulting spectroscopic and photometric parameters will be analysed and compared with each other and confronted with previous studies.

El objetivo principal de este trabajo es la determinación de los parámetros fundamentales de doce enanas blancas de tipo espectral DA haciendo uso de dos métodos independientes:

- Método espectroscópico: basado en la comparación de los perfiles de las líneas espectrales observadas con las de una malla de espectros sintéticos.
- Método fotométrico: basado en la comparación de la distribución espectral de energía de la fuente con la calculada a partir de los espectros sintéticos y la distancia a las fuentes.

Idealmente, ambos métodos deberían converger en la misma solución, pero existen errores sistemáticos asociados a cada uno de ellos que podrían llevar a resultados dispares para una misma estrella. Este trabajo permitirá comenzar a analizar las correlaciones y limitaciones de ambas estrategias.

En el camino recorrido hasta la obtención de los parámetros fundamentales se han cumplido los siguientes objetivos:

- Familiarización con los conceptos astrofísicos básicos para el desarrollo del trabajo: paralaje, extinción interestelar, líneas espectrales, luminosidad, flujo, etc., además del necesario aprendizaje sobre las enanas blancas y los métodos de medida de los parámetros fundamentales a partir de la observación.
- Obtención de los resultados, tanto temperatura efectiva como gravedad superficial, para cada una de las doce enanas blancas aquí estudiadas mediante los dos métodos.
- Análisis y comparación de los resultados obtenidos con ambos métodos así como con valores publicados anteriormente.

4. METODOLOGÍA

In order to obtain the photospheric and physical parameters of white dwarfs (effective temperature and surface gravity), the spectroscopy and photometry data of the sources is crucial. There are several techniques that may yield these parameters from observation, but in this work we will use the spectroscopic and photometric methods that will be described below. Both methods aim to reproduce the observed data by fitting synthetic spectra of white dwarfs.

La luz que nos llega de una estrella contiene la información de las regiones donde esta se ha generado (la fotosfera) y, por tanto, el estudio de esta radiación electromagnética puede proporcionar sus parámetros físicos y fotosféricos. La forma en la que medimos esta radiación electromagnética es la que va a determinar el uso de un método u otro. Si únicamente disponemos de fotometría de banda ancha, donde obtenemos la integración del flujo total de la estrella en un determinado rango espectral, haremos uso del método fotométrico, mientras que si disponemos de un espectrógrafo (dispositivo con el que dispersamos la luz al hacerla pasar a través de una red de difracción [3]) podremos tener el espectro estelar de la fuente y usar el método espectroscópico.

El espectro de una estrella muestra la distribución del flujo de radiación electromagnética que emite en función de la longitud de onda. Dependiendo de la resolución espectral (la capacidad dispersora que posee un espectrógrafo) disponible, seremos capaces de observar con mayor o menor detalle. Aparte de la emisión continua de la estrella, los espectros exhiben líneas espectrales, que pueden ser de emisión (un electrón decae de un nivel excitado a uno con menor energía, emitiendo un fotón) o de absorción (existe una absorción de fotones a una determinada longitud de onda, lo que fuerza al electrón a pasar a un nivel excitado), nos permiten inferir la composición química y también su temperatura efectiva y gravedad superficial. Las líneas en los espectros estelares son en su mayoría de absorción, pero en algunos objetos también se producen líneas de emisión [3].

A continuación describiremos el método espectroscópico y el fotométrico, que se basan en la comparación con modelos sintéticos de parámetros conocidos para reproducir los espectros y la distribución espectral de energía observados, respectivamente. Cada uno de estos espectros sintéticos contiene el flujo en función de la longitud de onda teórica, $F(\lambda)$, que emitiría una enana blanca de $T_{\rm eff}$ y log g dadas. La temperatura efectiva de los modelos comprende un rango entre 6000 y 20000 K en pasos de 250 K, 20000–30000 K en pasos de 1000 K y 30000–100000 K en pasos de 5000 K. Para cada una de estas temperaturas se tienen espectros con gravedades superficiales que varían desde 10^7 (log g=7.0 dex) hasta 10^9 cm s⁻² (log g=9.0 dex) en pasos de $10^{0.25}$ cm s⁻² (Δ (log g)=0.25 dex). A partir de una interpolación lineal entre los distintos modelos de la malla podemos obtener espectros de $T_{\rm eff}$ y log g intermedias.

Los procedimientos que detallamos a continuación, tanto para el método espectroscópico como para el fotométrico, se han implementado en códigos de Python proporcionados por la tutora de este trabajo.

4.1. Método espectroscópico

El método espectroscópico consiste en la comparación de los perfiles (anchura y profundidad) de las lineas de absorción presentes en el espectro observado con las de los modelos sintéticos. Como se puede observar en la Fig. 8, la anchura y la profundidad de las líneas varía en función de la

temperatura efectiva y la gravedad superficial de la enana blanca. Por tanto, el análisis de las líneas de absorción de las enanas blancas puede utilizarse para estimar estos parámetros.

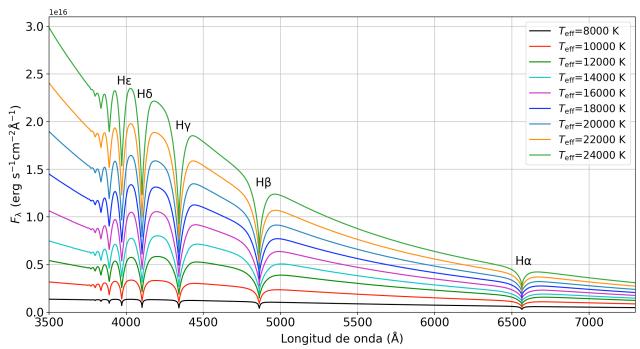


Figura 8. Flujo teórico emitido por enanas blancas de tipo espectral DA con distintas temperaturas efectivas y con gravedad superficial $\log g = 8$ dex. Se han señalado las principales líneas de la serie de Balmer.

Este método requiere de la realización de los siguientes pasos para la comparación de los espectros observados con los teóricos:

- Selección de los rangos espectrales a comparar.
- Corrección del desplazamiento Doppler.
- Normalización de los espectros observados y los sintéticos al continuo.
- Conversión de la longitud de onda de vacío a aire.
- Corrección de la resolución espectral.

- Selección de rangos espectrales:

Como la información relevante se encuentra en la anchura y la profundidad de las líneas de absorción características de las enanas blancas, seleccionamos el conjunto de rangos que abarcan dichas líneas y su continuo colindante. Se tendrán en cuenta los mismos rangos para los espectros observados que para los sintéticos con el fin de minimizar las posibles fuentes de error derivadas de la normalización de los espectros al continuo.

En este trabajo, las líneas espectrales de estudio son las de la serie de Balmer, características de la radiación electromagnética emitida por las enanas blancas tipo DA en el rango visible del espectro. Esta serie es el conjunto de líneas producidas por las transiciones desde niveles $n \ge 3$ al nivel n=2 del átomo de hidrógeno $(E_n \rightarrow E_2)$, siendo n el número cuántico principal.

- Corrección del desplazamiento Doppler:

Es habitual que las líneas espectrales de los objetos astronómicos se observen a longitudes de onda diferentes a las que teóricamente se producen. Este efecto se produce como resultado del desplazamiento relativo entre el emisor y el receptor de la radiación. Si emisor y receptor se están alejando entre sí, las longitudes de onda medidas van a ser mayores que las emitidas, lo que se conoce como "corrimiento al rojo" del espectro. Por el contrario, si emisor y receptor se están acercando mutuamente, las líneas espectrales van a aparecer a una longitud de onda menor que a la

que fueron emitidas, produciéndose un desplazamiento "al azul". Este fenómeno se conoce como desplazamiento Doppler y depende de la velocidad que tenga el objeto con respecto al observador. La relación entre la longitud de onda emitida por la fuente y la que se observa viene dada por la siguiente expresión:

$$\frac{\lambda_{\text{obs}} - \lambda_{\text{lab}}}{\lambda_{\text{lab}}} = \frac{v}{c} \,, \tag{2}$$

donde $\lambda_{\rm obs}$ es la longitud de onda medida, $\lambda_{\rm lab}$ la longitud de onda de laboratorio (o teórica), v es la velocidad de la fuente emisora de radiación con respecto al observador y c la velocidad de la luz en el vacío

Por tanto, los espectros observados se deben corregir haciendo uso de esta última expresión con el fin de tenerlos en el mismo sistema de referencia que los modelos sintéticos.

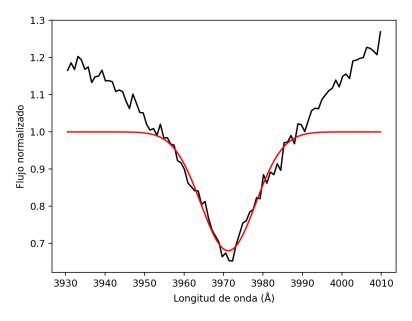


Figura 9. Ejemplo del ajuste gaussiano (línea roja) al perfil de la línea de absorción $H\epsilon$ (línea negra) para una de las enanas blancas estudiadas.

Para corregir este desplazamiento, y dado que los perfiles de las líneas de absorción entorno al mínimo flujo pueden aproximarse a una función gaussiana (véase la Fig. 9), medimos sus longitudes de onda centrales mediante un ajuste gaussiano. Esto nos proporciona $\lambda_{\rm obs}$ y nos permite calcular el cociente v/c (Ec. 2), que nos servirá para desplazar el espectro observado al sistema de laboratorio.

Este ajuste gaussiano se realiza sobre tantas líneas como se tengan disponibles con objeto de hallar el valor promedio del desplazamiento. Idealmente, todas las líneas deberían proporcionar el mismo desplazamiento, pero en la práctica observamos pequeñas diferencias entre los distintos desplazamientos de cada una de las líneas de la serie de Balmer.

- Normalización de los espectros observados y los sintéticos:

Como ya hemos mencionado, nuestro objetivo es el análisis del perfil de las líneas espectrales. Por tanto, y con el fin de evitar posibles fuentes de error debidas a la calibración en flujo de los espectros observados, tanto estos como los sintéticos son normalizados al continuo.

Esta normalización se realiza para cada línea de absorción ajustando un polinomio de primer grado al continuo circundante utilizando solamente las regiones de normalización previamente identificadas en la subsección "Selección de rangos espectrales". Luego, se divide el espectro por el

ajuste al continuo. Este proceso se realiza de idéntica manera para los espectros observados y los sintéticos.

- Conversión de la longitud de onda de vacío a aire:

Los modelos sintéticos han sido generados para longitudes de onda en el vacío, mientras que los espectros observados han sido obtenidos en la atmósfera terrestre. Es por esto que, previamente a su comparación, debemos pasar los modelos a aire. En este caso, y de acuerdo con la fórmula dada en [13], tenemos:

$$\lambda_{\text{air}} = \frac{\lambda_{\text{vacuum}}}{n} \,, \tag{3}$$

siendo λ_{air} la longitud de onda en el aire, λ_{obs} la longitud de onda en el vacío y n el índice de refracción del medio, que varía con la longitud de onda según [14]:

$$n = 1 + 0.0000834254 + \frac{0.02406147}{130 - \left(\frac{1 \cdot 10^4}{\lambda_{\text{vacuum}}}\right)^2} + \frac{0.00015998}{38.9 - \left(\frac{1 \cdot 10^4}{\lambda_{\text{vacuum}}}\right)^2} \ . \tag{4}$$

- Corrección de la resolución espectral:

La resolución espectral de los espectros observados (2 Å) es mucho menor que la de los sintéticos, de manera que estos últimos han de ser degradados a la resolución espectral de los primeros. Para ello hemos aplicado un suavizado gaussiano cuya σ se calcula a partir de la anchura a media altura (FWHM, del inglés full-width at half-maximum) de las líneas espectrales.

Estos son los pasos previos a poder llevar a cabo la comparación entre los espectros observados y los teóricos. Dicha comparación se hará de forma cuantitativa a través de un proceso de optimización en el que buscamos el modelo que mejor se ajusta a los espectros observados y que explicaremos en la sección 4.3, ya que es un paso común para los dos métodos empleados en este proyecto.

4.1.1. Datos espectroscópicos

Los datos que analizaremos en este trabajo son los espectros de doce enanas blancas de tipo DA, que se muestran en la Fig. 10. Fueron tomados con el William Herschel Telescope² (WHT, Observatorio del Roque de los Muchachos, La Palma) de 4.2 m de diámetro durante diferentes campañas de observación en 2018 y 2019 y facilitados por los tutores de este trabajo ya listos para analizar.

² https://www.iac.es/es/observatorios-de-canarias/telescopios-y-experimentos/william-herschel-telescope

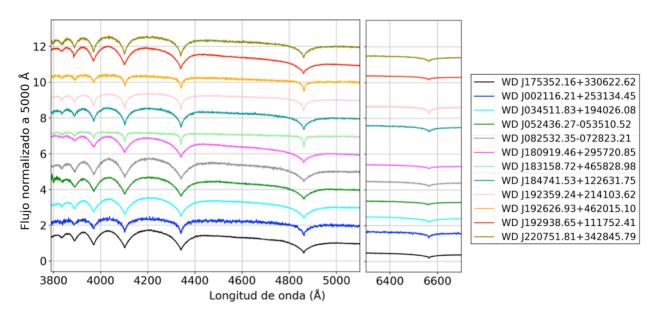


Figura 10. Espectros de la muestra de enanas blancas de tipo DA. Los espectros de WD J183158.72+465828.98 y WD J192626.93+462015.10 no cubren el rango de la línea H α . Para su correcta visualización, se han normalizado al valor del continuo en 5000 Å y se le ha sumado una constante a cada uno.

4.2. Método fotométrico

El método fotométrico se basa en la comparación de la distribución de energía espectral de la fuente, construida a partir de las magnitudes medidas en un conjunto de bandas fotométricas, con la que obtendríamos a partir de los espectros sintéticos en las mismas bandas y haciendo uso de la distancia a la que se encuentra la fuente.

La principal diferencia con el método espectroscópico es la cantidad de datos con que se trabaja. Sin embargo, la resolución espectral es suficiente para muestrear la pendiente del espectro.

Para determinar los parámetros fundamentales a partir del método fotométrico se seguirá el siguiente procedimiento:

- Construcción de la distribución de energía espectral de la fuente a partir de datos fotométricos de catálogos públicos y obtención del paralaje y la extinción interestelar de la misma.
- Conversión de las magnitudes un único sistema fotométrico.
- Conversión de las magnitudes a densidades flujo.
- Escalado del flujo sintético.
- Convolución de los espectros sintéticos con los filtros fotométricos.

- Construcción de la distribución de energía espectral de la fuente a partir de datos fotométricos de catálogos públicos y obtención del paralaje y la extinción interestelar

Los catálogos fotométricos actuales permiten un fácil acceso a los datos usando herramientas sencillas pero avanzadas. Para este trabajo hemos elegido Aladin³, un atlas de cielo interactivo que permite visualizar imágenes astronómicas digitalizadas o de mapeos completos del cielo en diferentes rangos del espectro electromagnético, superponer entradas de catálogos y acceder a los datos. Esta plataforma está conectada con VizieR⁴, que proporciona la biblioteca más completa de

³ https://aladin.u-strasbg.fr/

⁴ https://vizier.u-strasbg.fr/

catálogos astronómicos publicados. Estas herramientas nos permiten acceder a las magnitudes fotométricas medidas a través de diferentes conjuntos de filtros para cada una de las fuentes y a las medidas de paralaje que proporcionarán las distancias.

Las fuentes de nuestra muestra fueron observadas por la misión *Gaia*⁵, por lo que disponemos de medidas fotométricas en cada uno de sus filtros de banda ancha (GBP, GG y GRP) y de la medida del paralaje. También usaremos medidas fotométricas del catálogo Pan-STARRS1⁶ (PS1; Panoramic Survey Telescope and Rapid Response System DR1) en cinco filtros de banda ancha: PS1g, PS1r, PS1i, PS1z y PS1y. En la Fig. 11 se presentan las curvas de transmisividad de los filtros de *Gaia* y de PS1.

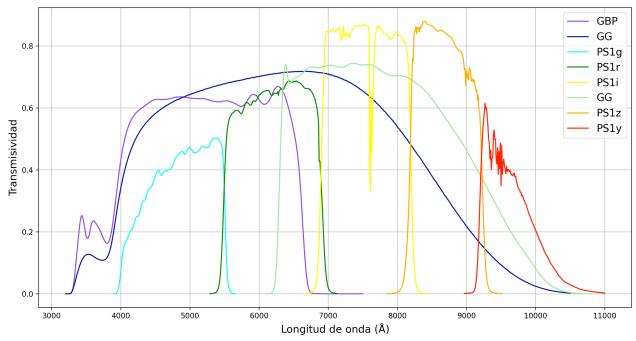


Figura 11. Curvas de transmisividad de los filtros de la misión *Gaia* (GG, GBP y GRP) y de Pan-STARRS1 (PS1g, PS1r, PS1i, PS1z, PS1y).

El paralaje *p* es la mitad del cambio máximo en la posición angular de un objeto medido en segundos de arco [1], tal y como se muestra en la Fig. 12. Lo usaremos para estimar la distancia en pc a las enanas blancas de nuestra muestra según la relación:

$$d(pc) = \frac{1}{p('')} \,. \tag{5}$$

Nótese que en la expresión anterior se ha hecho la aproximación para ángulos pequeños $(\tan(p) \approx p)$ [1].

⁵ https://sci.esa.int/web/gaia

⁶ https://panstarrs.stsci.edu/

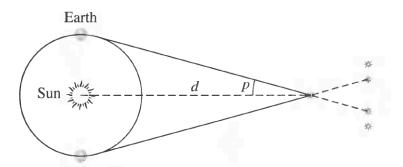


Figura 12. Paralaje estelar, *p*, de un objeto situado a una distancia *d* del Sol, sabiendo que la distancia Tierra-Sol es de 1 UA. La distancia a un objeto celeste no muy lejano puede calcularse a partir de su cambio de posición aparente respecto al fondo de estrellas más lejanas al ser observado desde dos puntos opuestos de la órbita terrestre [1].

La luz que nos llega de un objeto celeste ha de atravesar el medio interestelar, que no es uniforme: existen regiones con cantidades variables de gas y polvo que atenúan la radiación electromagnética que las atraviesa. Este fenómeno se conoce como extinción interestelar y es debido tanto a los granos de polvo con diámetros cercanos a la longitud de onda de la luz, lo que provoca su dispersión y varía mucho según la dirección de observación, como al gas, aunque este último en menor medida.

Dadas la posición y la distancia de un objeto astronómico, se puede obtener la medida de la extinción interestelar sufrida por la radiación electromagnética emitida haciendo uso de los modernos mapeos 3D del gas y el polvo en la Vía Láctea [15]. Las distancias relativamente pequeñas y la ubicación en la Galaxia de nuestra muestra de enanas blancas (ver Tabla 3) fueron empleadas para estimarla a partir de un mapa tridimensional del enrojecimiento del polvo, que cubre las tres cuartas partes del cielo analizado por el estudio Pan-STARRS1 [15]. La extinción interestelar resultó despreciable en todos los casos. Por esta razón, no fue necesario enrojecer los puntos fotométricos sintéticos para su posterior comparación con los observados.

- Conversión de las magnitudes a un único sistema fotométrico

Los sistemas fotométricos se caracterizan por un conjunto de bandas fotométricas que vienen definidas por la transmisividad y anchura de los filtros y la respuesta espectral de los detectores. Los sistemas fotométricos deben ser definidos con ayuda de observaciones de estrellas en esas bandas de forma que se establece una lista de magnitudes y colores (diferencias de magnitudes en diferentes filtros) estándar para un conjunto de estrellas que sirven de referencia, denominadas estrellas estándar ⁷.

De acuerdo al ancho de banda de los filtros, los sistemas fotométricos se clasifican en:

Banda	FWHM (Å)			
Ancha	> 500			
Intermedia	~ 100-300			
Estrecha	~ 10-100			

Tabla 2. Clasificación de los sistemas fotométricos según el ancho de banda donde FWHM (full-width at half-maximum) es el ancho de banda a media altura.

⁷ http://guaix.fis.ucm.es/~jaz/master_TEA/tea_book/docs/fotometria_01.html

Además, para una correcta definición de un sistema fotométrico se debe tener en cuenta lo siguiente⁷:

- -Curvas de sensibilidad espectral de los filtros, como los de la Fig. 5.
- -Parámetro físico a integrar dentro de cada filtro, por ejemplo, el flujo.
- -Espectro de referencia que determina el cero de la escala de magnitudes. Por ejemplo, el sistema Vega toma como referencia la estrella del mismo nombre, a la que le asigna la magnitud cero; y es el sistema empleado por *Gaia*. Por otra parte, el sistema AB toma como referencia el flujo absoluto (de ahí el nombre "AB") de Vega; la magnitud en este sistema se define por $-2.5\log F_{\nu} + 48.60$, y basado en el flujo absoluto de Vega. Este último sistema fotométrico es el empleado por PS1.

Históricamente se ha usado el concepto de magnitud para hacer referencia al flujo intrínseco de las fuentes. Esta se define como una diferencia de $10^{1/5} \approx 2.5$ en flujo [16].

La magnitud $m(\lambda)$ en una cierta banda fotométrica $S(\lambda)$ de un objeto celeste de distribución espectral de energía $F(\lambda)$ se define como:

$$m(\lambda) = -2.5 \log \frac{\int_0^\infty F(\lambda) S(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty F_0(\lambda) S(\lambda) d\lambda},$$
(6)

siendo $F_0(\lambda)$ la distribución espectral de energía de la fuente de referencia para fijar el punto cero de la escala.

Las magnitudes de *Gaia* y PS1 están en sistemas fotométricos distintos, por lo que convertiremos las magnitudes de *Gaia* (Vega) a AB a través de la siguiente relación:

$$m_{\rm AB} = m_{\rm Vega} - 2.5 \log \left(\frac{z_{\rm Vega}}{z_{AB}} \right), \tag{7}$$

donde z representa el punto cero del sistema fotométrico, punto de referencia utilizado para calibrar y convertir de un sistema fotométrico a otro.

A partir de la Ecuación 7 convertimos las magnitudes Vega de los filtros de *Gaia* a magnitudes AB, para tener la distribución espectral de energía en un único sistema fotométrico.

- Conversión de magnitudes a densidades de flujo

El flujo (también conocido como densidad de flujo) de radiación, F, es la cantidad de energía por unidad de tiempo y área y, por tanto, es dependiente de la distancia entre el observador y la fuente. Cuanto más grande sea esta distancia, menor será el flujo recibido.

Tomando un flujo de referencia, F_0 , para la magnitud 0 (p. ej. el flujo de la estrella Vega), la magnitud aparente de un objeto con un flujo medido F será:

$$m = -2.5log \frac{F}{F_0} \,. \tag{8}$$

Usando la ecuación anterior convertiremos las magnitudes fotométricas presentadas en la Tabla 3 a flujos, siendo F_0 la referencia absoluta (AB) de $3631\cdot10^{-23}$ erg s⁻¹cm⁻²Hz⁻¹ ⁷. Además, se halla la longitud de onda efectiva, $\lambda_{\rm eff}$, representativa de cada uno de los filtros. Esto permitirá la convolución de los espectros sintéticos con bandas fotométricas centradas en las diferentes longitudes de onda efectivas, tal y como se detalla en "Convolución de los espectros sintéticos con los filtros fotométrico".

- Escalado del flujo sintético

La luminosidad (o brillo) L de una fuente es la cantidad total de energía radiada por unidad de tiempo y no depende de la distancia al observador. De esta forma, suponiendo que la luz se emite de forma isotrópa y que no es absorbida durante su camino hacia las capas más externas de la estrella, L se relaciona con el flujo de radiación medido a una distancia D a partir de la conocida ley [1]:

$$F = \frac{L}{4\pi D^2} \,, \tag{9}$$

donde el flujo medido es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia D a la que se encuentra la fuente.

Los modelos sintéticos nos dan el flujo emitido por una enana blanca en la superficie estelar, mientras que los datos fotométricos de los que disponemos han sido medidos desde la Tierra o cercanos a esta⁸, de modo que debemos escalar los modelos con la distancia a la que se encuentra la estrella y su radio, o más precisamente con el ángulo sólido:

$$F_{\text{escalado}} = 4\pi F \left(\frac{R}{D}\right)^2, \tag{10}$$

donde F es el flujo teórico, R el radio de la enana blanca, D su distancia a la Tierra proporcionada por Gaia a partir del paralaje, según la Ecuación 5.

Por último, obtendremos los radios estelares a partir de relaciones masa-radio para enanas blancas de tipo DA⁹, que predicen sus dimensiones a partir de la temperatura efectiva y la gravedad superficial.

- Convolución de los espectros sintéticos con los filtros fotométricos

Cada punto fotométrico medido nos da el flujo integrado en un cierto rango espectral definido por un filtro. Por tanto, para calcular los puntos fotométricos sintéticos, convolucionaremos los espectros sintéticos escalados con las curvas de transmisión de los filtros representadas en la Fig. 11. Esta convolución no es más que la integración del flujo sintético de los espectros, pasados al dominio de frecuencias, sobre la curva de transmisión de cada uno de los filtros, también en el espacio de frecuencias.

Una vez realizado lo anterior, ya puede hacerse la comparación entre los datos fotométricos observados y los teóricos. En la sección 4.3 se explica cómo se obtiene el espectro sintético que mejor se ajusta.

4.2.1. Datos fotométricos

En este trabajo usaremos las magnitudes medidas en los diferentes filtros de *Gaia* EDR3 (*Gaia* Early Data Release 3) y de PS1 y las distancias estimadas a partir de los paralajes de Gaia. En la Tabla 3 se presentan las magnitudes de las doce enanas blancas de nuestra muestra.

⁸ PAN-STARRS es un telescopio terrestre, mientras que *Gaia* es espacial. Sin embargo, comparando la distancia del telescopio de la misión *Gaia* (se encuentra situado en el punto L2, a 1.5·10⁶ km de la Tierra) podemos aproximar despreciable esta distancia frente a la de las fuentes.

⁹ https://www.astro.umontreal.ca/~bergeron/CoolingModels/

			Gaia EDR3 (Vega mag) Pan-STARRS DR1 (AB mag			g)				
Enana blanca	PLX (mas)	D (pc)	GG	GBP	GRP	g	r	i	Z	y
WD J220751.81+	25.16±	39.75±	15.155±	15.207±	15.074±	15.172±	15.2510	15.397±	15.562±	15.67±
342845.79	0.03	0.05	0.003	0.003	0.004	0.004	±0.010	0.004	0.011	0.02
WD J192938.65+	27.33±	36.59±	13.491±	13.407±	13.687±	13.33±	13.7274	14.052±	14.292±	14.456±
111752.41	0.03	0.04	0.003	0.003	0.004	0.02	±0.0010	0.006	0.006	0.006
WD J192626.93+	29.71±	33.66±	15.831±	15.958±	15.605±	15.960±	15.896±	15.94±	16.025±	16.09±
462015.10	0.03	0.03	0.003	0.004	0.005	0.005	0.007	0.03	0.012	0.02
WD J192359.24+	28.73±	34.81±	14.665±	14.716±	14.422±	14.707±	14.723±	14.810±	14.93±	15.04±
214103.62	0.15	0.18	0.003	0.004	0.007	0.008	0.004	0.009	0.02	0.04
WD J184741.53+	34.66±	28.85±	15.056±	15.088±	14.939±	15.056±	15.137±	15.152±	15.44±	15.27±
122631.75	0.03	0.02	0.003	0.004	0.006	0.017	0.008	0.019	0.13	0.05
WD J183158.72+	42.87±	23.326±	15.086±	15.250±	14.796±	15.246±	15.144±	15.13±	15.186±	15.245±
465828.98	0.02	0.011	0.003	0.003	0.004	0.019	0.006	0.02	0.010	0.015
WD J180919.46+	40.90±	24.450±	13.128±	13.025±	13.338±	13.1470±	13.784±	13.668±	13.93±	14.089±
295720.85	0.02	0.012	0.003	0.003	0.004	0.0010	0.004	0.017	0.03	0.018
WD J175352.16+	28.008±	35.70±	13.817±	13.759±	13.961±	13.678±	13.998±	14.286±	14.53±	14.69±
330622.62	0.017	0.02	0.003	0.003	0.004	0.003	0.010	0.015	0.06	0.04
WD J082532.35-	28.19±	35.47±	13.955±	13.912±	14.070±	13.843±	14.118±	14.392±	14.624±	14.79±
072823.21	0.02	0.03	0.003	0.003	0.004	0.015	0.004	0.014	0.014	0.03
WD J052436.27-	27.98±	35.74±	13.861±	13.803±	14.008±	13.728±	14.042±	14.324±	14.580±	14.732±
053510.52	0.02	0.03	0.003	0.003	0.004	0.003	0.007	0.013	0.011	0.009
WD J034511.83+	35.40±	28.25±	14.205±	14.202±	14.238±	14.143±	14.329±	14.554±	14.779±	14.922±
194026.08	0.03	0.02	0.003	0.003	0.004	0.012	0.006	0.004	0.008	0.014
WD J002116.21+	35.57±	28.11±	15.474±	15.509±	15.304±	15.43±	15.492±	15.3929±	15.76±	15.48±
253134.45	0.05	0.04	0.003	0.008	0.015	0.05	0.012	0.0001	0.08	0.12

Tabla 3. Nombre de las enanas blancas analizadas en este proyecto según el catálogo "Gaia DR2 white dwarf candidates" [17], paralaje (PLX), distancia (D) obtenida a partir de la Ecuación 5 y fotometría de banda ancha de Gaia EDR3 [18] y de PS1 junto con sus incertidumbres [19].

4.3. Obtención del mejor ajuste

En ambos métodos realizamos una optimización por mínimos cuadrados no lineales para obtener el espectro sintético que mejor reproduce los datos observados.

Los mínimos cuadrados son una técnica de optimización en la que se minimiza la suma S de las diferencias entre los puntos del modelo y los datos y se define mediante:

$$S = \sum_{i=1}^{k} \left[F_{\text{obs}}(\lambda_i) - F_{\text{mod}}(\lambda_i) \right]^2, \tag{11}$$

siendo k el número de valores, $F_{\rm obs}$ y $F_{\rm mod}$ los datos observados y sintéticos, respectivamente: para el método espectroscópico estos se corresponden con cada una de las líneas de absorción normalizadas al continuo, mientras que para el método fotométrico son cada uno de los flujos en cada filtro.

En el proceso de optimización se pretende encontrar el $F_{\text{mod}}(\lambda_i)$ en nuestra malla de modelos sintéticos que haga que S sea mínimo.

En la Fig. 13 se muestra un ejemplo sencillo de cómo funcionan los mínimos cuadrados, donde los puntos en color negro representan los datos experimentales, la línea continua negra la función que mejor se ajusta a estos y las líneas en color rojo representan las diferencias (distancias) entre los datos y la función.

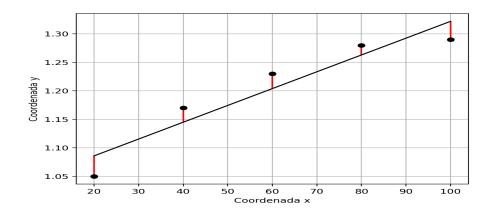


Figura 13. Muestra de una optimización por mínimos cuadrados, donde las líneas rojas verticales representan las diferencias entre los datos observados (círculos) y el mejor ajuste (línea negra).

En este trabajo hemos realizado esta optimización a través de la herramienta de Python "curve_fit", empleando las funciones modelo. Una de las limitaciones que presenta "curve_fit" es que tiende a quedarse encallada en mínimos que no tienen porqué ser el global del espacio de parámetros. Por tanto, se debe hacer una buena exploración del espacio de parámetros mediante diferentes valores iniciales. Acto seguido, analizaremos el χ^2 de cada uno de estos ajustes, el cual viene dado por:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{[F_{\text{obs}}(\lambda_i) - F_{\text{mod}}(\lambda_i)]^2}{\sigma_i^2},\tag{12}$$

con σ el error asociado a los datos observados.

De esta forma, haciendo una buena exploración del espacio de parámetros a partir de los diferentes valores iniciales nos quedaremos con el modelo que menor χ^2 dé.

Este proceso de exploración del espacio de parámetros lo realizamos tanto en el método espectroscópico como en el fotométrico, cubriendo la totalidad de la extensión de la malla de modelos. Una vez hallado el mínimo global, repetimos el proceso probando 10 valores iniciales diferentes, pero ahora en torno a este mínimo. Los valores finales de temperatura efectiva y gravedad superficial de cada uno de los dos métodos se calculan como la media de los resultados de esos 10 ajustes.

$$\mu = \sum_{i} \frac{x_i}{N} \,, \tag{13}$$

con N el número de resultados de $T_{\rm eff}$ o de log g, N=10, $x_{\rm i}$ cada uno de los diez valores obtenidos y μ la media.

Como error se adopta la desviación estándar:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2} , \qquad (14)$$

En el método espectroscópico existe además otra fuente de errores sistemáticos: la debida a la selección de las regiones de normalización, proceso subjetivo en el que su ampliación o disminución puede derivar en resultados distintos. Por ello, también realizamos un análisis de su influencia variando su extensión en ± 1 y ± 2 Å.

Los resultados del método fotométrico dependen de la elección de los filtros fotométricos. Los datos de distintos catálogos pueden llevar a estimaciones diferentes de los parámetros estelares de una misma enana blanca, por lo que vamos a realizar el análisis de esta influencia mediante las siguientes combinaciones de filtros:

- 1. Método fotométrico empleando los filtros de *Gaia* EDR3.
- 2. Método fotométrico empleando los filtros de PS1.
- 3. Método fotométrico empleando los filtros de PS1 y de *Gaia* EDR3.

Este análisis nos dará una estimación de los errores sistemáticos del método fotométrico.

Tanto las incertidumbres de los flujos (en el método espectroscópico) como de las magnitudes en los distintos filtros (en el método fotométrico) han sido reemplazadas por el 1% del valor en caso de ser inferiores a este.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Here we show the results obtained following the procedures described in the previous chapter. The fundamental parameters of every white dwarf in our sample, as measured using the spectroscopic and photometric methods, will be presented (Table 4), discussed and compared with other studies.

En primer lugar, mostraremos en la Tabla 4 los parámetros obtenidos ($T_{\rm eff}$ y log g) de nuestra muestra de 12 enanas blancas con los métodos espectroscópico y fotométrico. En la tabla también se muestran las diferencias entre los resultados de ambos ($\Delta T_{\rm eff}$ y $\Delta(\log g)$).

Enana blanca		Método fotométrico T_{eff} [K]; $\log g$ [dex]	ΔT_{eff} [K]; $\Delta (\log g)$ [dex] (spec-phot)
WD J002116.21+253134.45*	9519±87; 8.68±0.03	8520±770; 8.31±0.19	999±860; 0.4±0.2
WD J034511.83+194026.08*	13064±340; 8.10±0.06	12478±100; 8.24±0.01	586±440; -0.14±0.07
WD J052436.27-053510.52	16742±130; 7.98±0.02	16509±310; 7.99±0.02	233±440; -0.01±0.04
WD J082532.35-072823.21	14950±130; 7.85±0.02	14934±190; 7.95±0.01	16±320; -0.10±0.03
WD J175352.16+330622.62	16653±110; 8.02±0.01	16901±290; 7.99±0.02	-248±400; 0.03±0.03
WD J180919.46+295720.85*	22303±79; 8.38±0.02	21853±10000; 8.5±0.5	450±10000; -0.1±0.5
WD J183158.72+465828.98	7361±55; 7.97±0.08	7414±44; 8.03±0.01	-53±99; -0.06±0.09
WD J184741.53+122631.75*	10670±97; 8.58±0.02	9625±470; 8.29±0.10	-1045±570; 0.29±0.12
WD J192359.24+214103.62	9207±78; 8.22±0.03	8764±120; 7.50±0.03	443±200; 0.72±0.06
WD J192626.93+462015.10	7933±73; 8.30±0.04	8100±45; 8.21±0.01	-167±120; 0.09±0.05
WD J192938.65+111752.41*	20183±68; 7.94±0.01	20712±680; 7.99±0.03	-529±750; -0.05±0.04
WD J220751.81+342845.79	10335±84; 8.21±0.05	10072±57; 8.02±0.01	263±140; 0.19±0.06

Tabla 4. Temperatura efectiva ($T_{\rm eff}$) y gravedad superficial (log g) de las doce enanas blancas medidas usando los métodos espectroscópico y fotométrico descritos en el Capítulo 4. Los resultados fotométricos han sido obtenidos a partir de las magnitudes en todos los filtros disponibles (GBP, GG, y GRP de Gaia y grizy de Pan-STARRS.) Cinco enanas blancas posiblemente contaminadas por el brillo de estrellas cercanas en el cielo se han marcado con un asterisco. La cuarta columna muestra la diferencia entre los valores espectroscópicos y fotométricos (spec-phot).

A continuación se presentan los mejores ajustes de los modelos sintéticos a los datos, que han proporcionado los resultados incluidos en la Tabla 4.

Como ejemplo de un ajuste de los perfiles sintéticos de absorción a los observados se muestra en la Fig. 14 el de WDJ034511.83+194026.08. En el Apéndice A se pueden encontrar los ajustes espectroscópicos para todas las enanas blancas de la muestra.

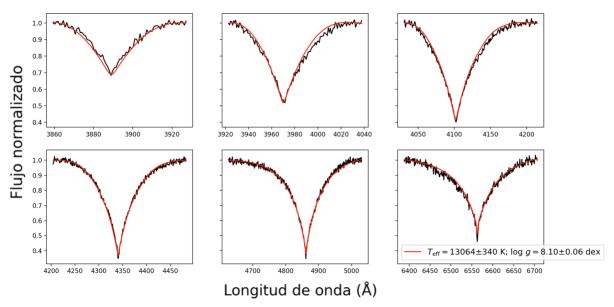


Figura 14. Líneas de Balmer utilizadas en el método espectroscópico de la estrella WDJ034511.83+194026.08 junto con el modelo sintético que mejor se ajusta (línea roja).

Por otra parte, en la Fig. 15 se muestran los ajustes fotométricos empleando todos los filtros de PS1 y de *Gaia* EDR3 junto con los parámetros fundamentales obtenidos con el método espectroscópico para su comparación.

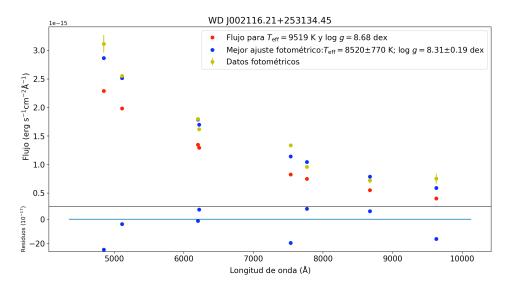


Figura 15. Flujos fotométricos de PS1 y *Gaia* (amarillo) junto con los flujos del espectro sintético que mejor se ajusta (azul). Los flujos para la temperatura efectiva y gravedad superficial del mejor ajuste espectroscópico se muestran en rojo. Los datos llevan un error asociado, que en la mayoría de los casos no es apreciable dado que las barras de error son más pequeñas que el tamaño de los puntos.

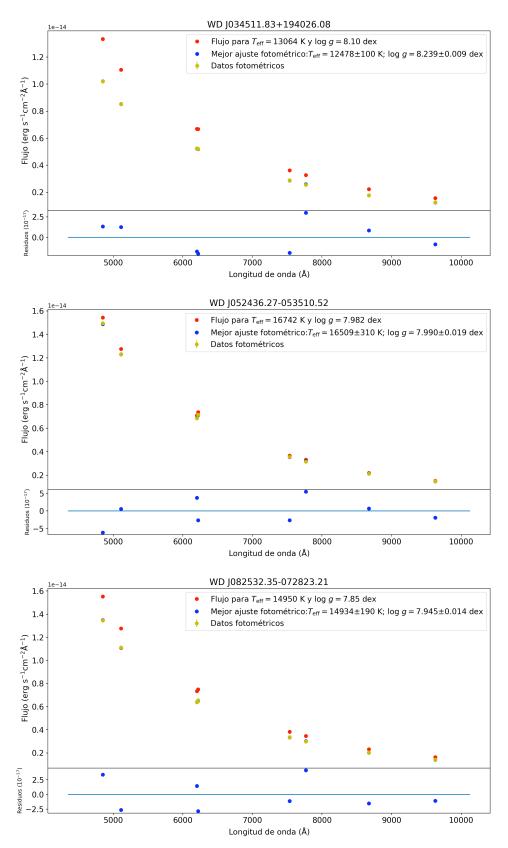


Figura 15. Continuación.

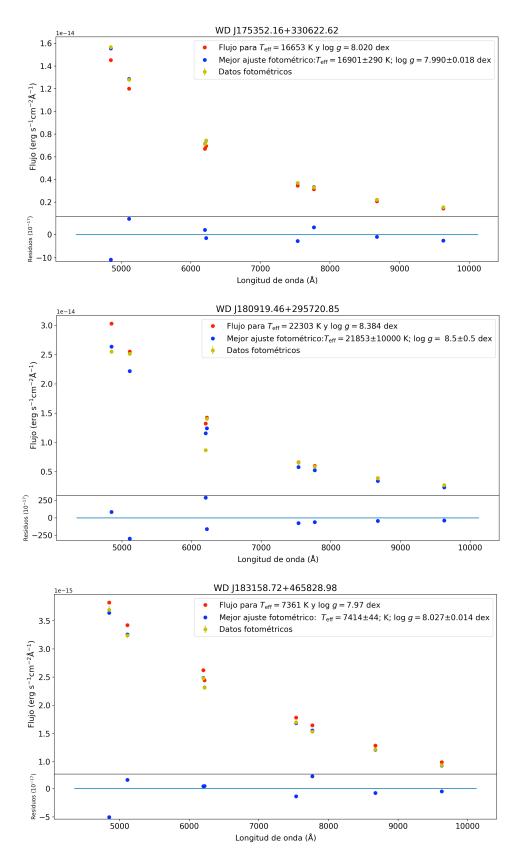


Figura 15. Continuación.

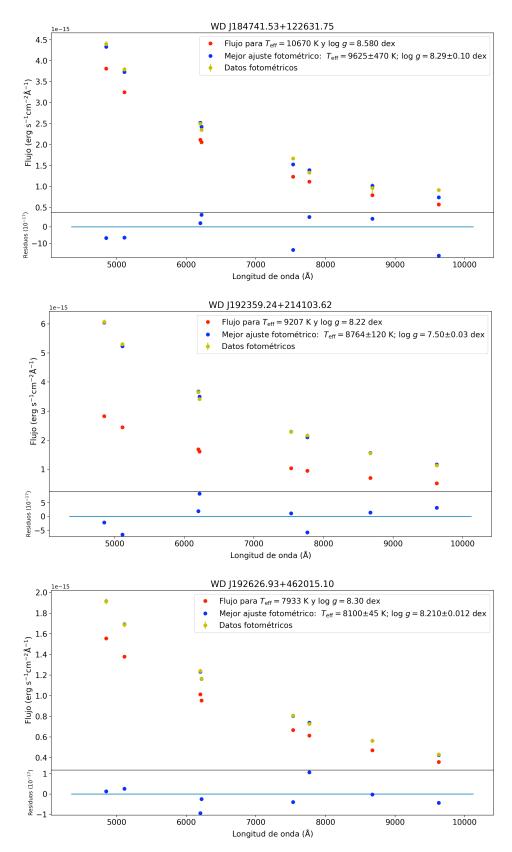


Figura 15. Continuación.

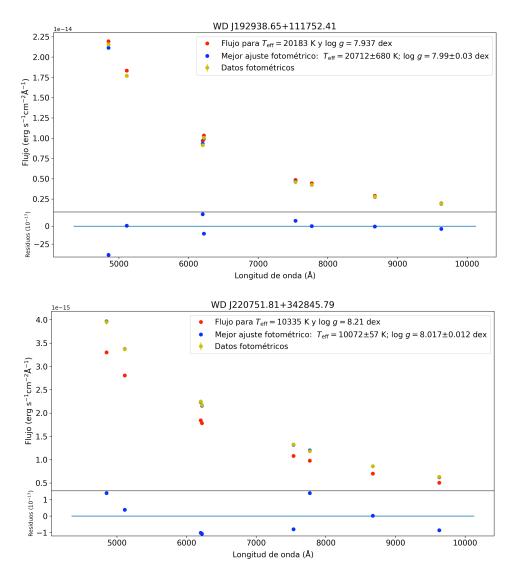


Figura 15. Continuación.

Analizaremos ahora las correlaciones entre la temperatura efectiva y la gravedad superficial (Fig. 16) y compararemos los métodos espectroscópico y fotométrico (Figs. 17 y 18).

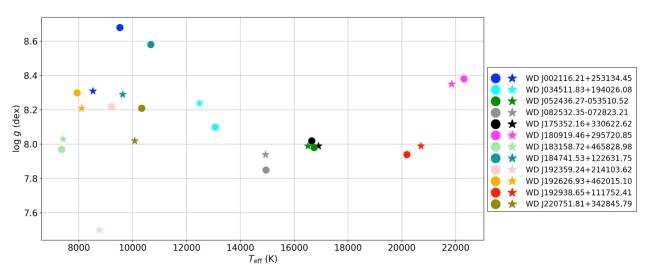


Figura 16. Representación de la gravedad superficial frente a la temperatura efectiva. Se han representado los valores obtenidos con los métodos espectroscópico (círculos) y fotométrico (estrellas).

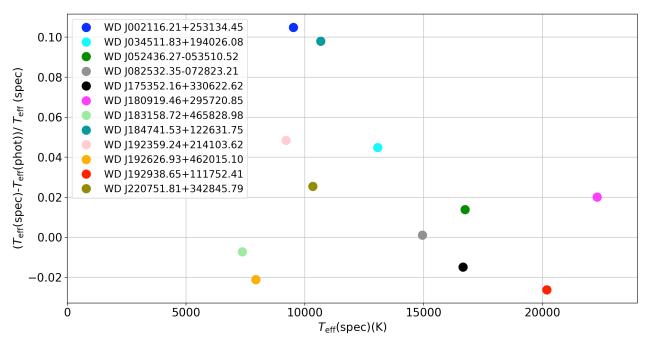


Figura 17. Error relativo de las temperaturas efectivas obtenidas mediante los métodos espectroscópico (spec) y fotométrico (phot) de la muestra de enanas blancas.

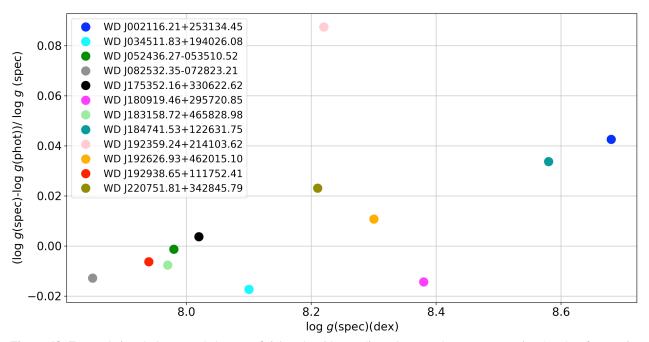


Figura 18. Error relativo de las gravedades superficiales obtenidas mediante los métodos espectroscópico (spec) y fotométrico (phot) de la muestra de enanas blancas.

Nuestros resultados (Tabla 4) indican que la diferencia media en valor absoluto de temperatura efectiva entre el método espectroscópico y el fotométrico es de 420±1200 K y de 0.20±0.11 dex para la gravedad superficial. Las estrellas que presentan mayor diferencia de temperatura entre los dos métodos son: WD J002116.21+253134.45, WD J034511.83+194026.08, WD J184741.53+122631.75, WD J180919.46+295720.85, WD J192359.24+214103.62 y WD J192938.65+111752.41, mientras que las mayores diferencias en gravedad superficial se encuentran para WD J002116.21+253134.45, WD J184741.53+122631.75 y WD J192359.24+214103.62. Estas diferencias descienden a 220±250 K y 0.08±0.05 dex si excluimos las cinco enanas blancas con posible contaminación de brillo por estrellas cercanas en el cielo (WD J002116.21+253134.45, WD J034511.83+194026.08, WD J180919.46+295720.85, WD J184741.53+122631.75 y WD

J192938.65+111752.41) y el caso especial de WD J192359.24+214103.62. Las temperaturas efectivas y las gravedades superficiales de estas enanas blancas tienen, en general, los mayores errores relativos en ambos parámetros, por encima de 0.02 en valor absoluto (Figs. 17 y 18). En lo que sigue, discutiremos los casos particulares.

5.1. Estrellas con contaminación del brillo intrínseco

Una inspección visual de los campos donde se encuentran WD J002116.21+253134.4, WD J034511+194026.08, WD J180919.46+295720.85, WD J184741.53+122631.75 y WD J192938.65+111752.41, revela una posible contaminación de sus brillos por estrellas cercanas (Figs. 19, 20, 21, 22 y 23). Este brillo extra podría afectar a las medidas fotométricas modificando la forma intrínseca de la distribución espectral de energía.

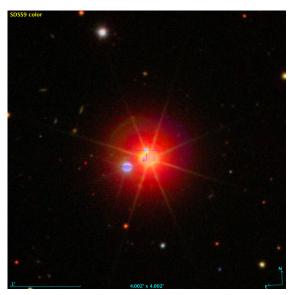


Figura 19. WD J002116.21+253134.45 (señalada con el cursor en rojo) al norte de la estrella BD+24 32 (en el centro de la figura) tomada del catálogo SDSS (Sloan Digital Sky Survey). La estrella contaminante se encuentra a unos 8 segundos de arco y es de tipo espectral K5. Tiene una magnitud de 10.2 en la banda g, mientras que la enana blanca posee g=15.4 mag.

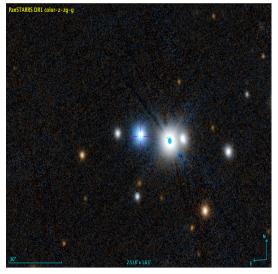


Figura 20. WD J034511.83+194026.08 (señalada con el cursor en rojo) al este de la estrella TYC 1256-174-1 tomada de Pan-STARRS DR1. La estrella contaminante tiene una magnitud de 12.1 en la banda g, mientras que la enana blanca posee g=14.1 mag.

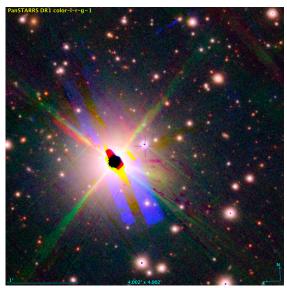


Figura 21. WD J180919.46+295720.85 (señalada con el cursor en rojo) al noroeste de la estrella HD 166435 (al este en la figura) tomada del catálogo Pan-STARRS1. La estrella contaminante se encuentra a unos 15 segundos de arco y es de tipo espectral G1. Tiene una magnitud de 6.7 en la banda g, mientras que la enana blanca posee g=13.1 mag.

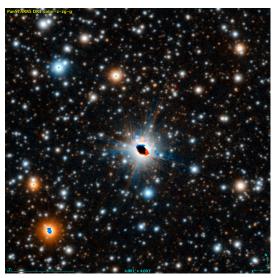


Figura 22. WD J184741.53+122631.75 (señalada con el cursor en rojo) al norte de la estrella HD 229513 (en el centro de la figura) tomada del catálogo PS1. La estrella contaminante se encuentra a unos 10 segundos de arco y es de tipo espectral K0. Tiene una magnitud de 8.6 en la banda g, mientras que la enana blanca posee g=15.1 mag.

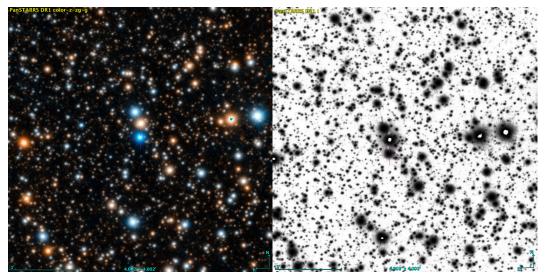


Figura 23. WD J192938.65+111752.41 (señalada con el cursor en rojo en el centro de la imagen) junto con las estrellas de su campo circundante entre las que se encuentra 2MASS J19293859+1118050, una fuente infrarroja (justo al norte de la enana blanca). Ambas imágenes son de Pan-STARRS DR1 (composición en color a la izquierda e imagen en la banda i a la derecha).

5.2. WD J192359.24+214103.62

Para esta enana blanca se observa una gran diferencia entre los flujos del ajuste fotométrico y los calculados con el modelo que da el mejor ajuste espectroscópico. Aunque las temperaturas efectivas son similares, con una diferencia aproximadamente del 5%, la gravedad superficial obtenida por el método fotométrico es 0.7 dex menor que la del espectroscópico. Un valor de log g menor implicaría una enana blanca menos compacta, es decir, de dimensiones mayores y, por consiguiente, mayor superficie radiante. Esto explica las diferencias entre los flujos.

Se ha propuesto que este objeto podría tratarse en realidad de un sistema binario con dos enanas blancas de tipo DA [20], que explicaría las diferencias obtenidas.

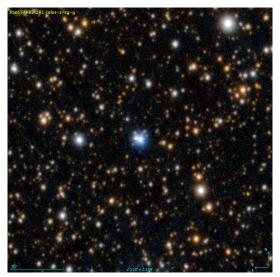


Figura 24. WD J192359.24+214103.62 (en el centro de la figura y señalada con el cursor en rojo) con una magnitud de 13.81 en la banda g tomada del catálogo PS1.

A pesar de que nuestra muestra de enanas blancas es pequeña, en la Fig. 16 puede observarse cómo a menor temperatura efectiva, la diferencia entre las gravedades superficiales obtenidas usando los dos métodos aumenta. Esto es consecuencia de que las líneas espectrales son menos profundas y a temperaturas efectivas menores, lo que dificulta la determinación de la gravedad superficial con el método espectroscópico.

Un análisis similar, pero con una muestra mucho mayor de enanas blancas y de variedad de tipos espectrales, fue llevado a cabo por [20]. Los autores presentan un estudio espectroscópico y fotométrico de 230 candidatas a enanas blancas a 40 pc del Sol, dentro de las que se encuentran las doce enanas blancas de este proyecto. La principal diferencia con nuestro trabajo radica en que el análisis de estos autores se basa en las magnitudes fotométricas y los paralajes del *Gaia* Data Release 2 (DR2)¹⁰, cuyas medidas han sido sistemáticamente refinadas por *Gaia* EDR3.

Nuestros resultados son consistentes con los reportados en [20]. La diferencia media de temperaturas efectivas espectroscópicas es del 3%, mientras que es de 0.09 dex para las gravedades superficiales estimadas con este método. Estas diferencias pueden deberse a que hemos utilizado modelos sintéticos diferentes, a la elección de las líneas de absorción y a regiones de normalización diferentes. En el caso de los resultados fotométricos, la diferencia media en temperatura es del 2.4% y en log g es inferior a 0.05 dex. En este caso, los autores únicamente utilizaron los filtros de la misión *Gaia*, mientras que en este trabajo hemos realizado este ajuste teniendo en cuenta conjuntamente los de *Gaia* y PS1. Además, la media del error relativo entre nuestros resultados y los de [20] es de 0.03 para la temperatura efectiva y de 0.06 para la gravedad superficial.

¹⁰ https://www.cosmos.esa.int/web/gaia/dr2

5.3. Ajustes fotométricos con distintos conjuntos de filtros

Hemos realizado el análisis fotométrico con distintas combinaciones de los filtros de PS1 y *Gaia* EDR3. En la Tabla 5 presentamos las diferencias entre las temperaturas efectivas y las gravedades superficiales usando los filtros de *Gaia* y de PS1 por separado y las diferencias con el método espectroscópico.

	PS1	-Gaia	PS	1-spec	Gaia-spec		
Enana blanca	$\Delta T_{ m eff}$ (K)	$\Delta \log g$ (dex)	$\Delta T_{ m eff}$ (K)	$\Delta \log g$ (dex)	$\Delta T_{ m eff}$ (K)	$\Delta \log g$ (dex)	
WD J002116.21+ 253134.45*	-2351±1200	-0.6±0.4	-2353±950	-0.78±0.06	-2±410	-0.14±0.09	
WD J034511.83+ 194026.08*	-352±350	-0.03±0.03	-636±440	0.13±0.07	-284±590	0.17±0.08	
WD J052436.27- 053510.52	-1007±870	-0.07±0.06	-403±470	-0.002±0.039	604±660	0.07±0.06	
WD J082532.35- 072823.21	-902±400	-0.07±0.03	-293±210	0.07±0.03	609±450	0.14±0.04	
WD J175352.16+ 330622.62	-302±800	-0.03±0.05	205±450	-0.04±0.03	507±570	-0.01±0.04	
WD J180919.46+ 295720.85*	-8800±790	-0.4±0.5	-7802±680	-0.4±0.5	548±270	0.04±0.02	
WD J183158.72+ 465828.98	-59±93	-0.03±0.03	69±92	0.06±0.09	128±110	0.1±0.1	
WD J184741.53+ 122631.75*	-1382±880	-0.3±0.2	-1780±600	-0.5±0.1	-398±480	-0.15±0.08	
WD J192359.24+ 214103.62	313±440	0.10±0.12	-346±110	-0.68±0.04	-659±480	-0.8±0.1	
WD J192626.93+ 462015.10	-152±120	-0.05±0.03	142±100	-0.10±0.05	294±160	-0.05±0.06	
WD J192938.65+ 111752.41*	-802±2100	-0.03±0.11	-161±1500	0.02±0.08	641±800	0.05±0.05	
WD J220751.81+ 342845.79	-205±190	-0.04±0.04	-311±130	-0.20±0.06	-106±220	-0.16±0.08	

Tabla 5. Diferencia de temperaturas efectivas y gravedades superficiales para la muestra de enanas blancas obtenidas con los filtros de Pan-STARRS1 y *Gaia* EDR3 (PS1-*Gaia*), con los filtros de Pan-STARRS1 y el método espectroscópico (PS1-spec) y los filtros de *Gaia* y el método espectroscópico (*Gaia*-spec). Las cinco enanas blancas posiblemente contaminadas por el brillo de estrellas cercanas en el cielo se han marcado con un asterisco.

Las diferencias medias de temperaturas efectivas son de 1385±690 K (PS1-Gaia), 1209±480 K (PS1-spec) y 398±430 K (Gaia-spec), y de gravedades superficiales son 0.15±0.13 dex (PS1-Gaia), 0.25±0.10 dex (PS1-spec) y 0.16±0.06 dex (Gaia-spec). Si excluimos a las cinco estrellas cuyo brillo intrínseco está posiblemente contaminado, estas diferencias pasan a 426±420 K (PS1-Gaia), 295±250 K (PS1-spec) y 361±380 K (Gaia-spec) para las temperaturas efectivas y 0.05±0.05 dex (PS1-Gaia), 0.09±0.05 dex (PS1-spec) y 0.10±0.07 dex (Gaia-spec) para las gravedades superficiales. Esto parece indicar que las medidas de ambos catálogos fotométricos son igualmente válidas en los casos no contaminados. Al mismo tiempo, en cualquier estudio de esta naturaleza se deberían inspeccionar visualmente las imágenes con objeto de detectar enanas blancas contaminadas.

A pesar de que los resultados del método fotométrico utilizando diferentes catálogos son próximos para los casos donde no hay contaminación, deberían tenerse en cuenta estas disparidades en los errores sistemáticos de este método.

6. CONCLUSIONES

In this last chapter we present the conclusions of our work. The effective temperatures of the objects in the sample lie between 7300 and 22400 K, while the surface gravities are in the interval $\log g = 7.9-8.5$ dex, approximately. Furthermore, the values obtained are consistent with the values published in [20] at 2.4% and lower than 0.05 dex difference, respectively.

En este trabajo hemos determinado los parámetros fundamentales (temperatura efectiva y gravedad superficial) de una muestra de 12 enanas blancas ricas en hidrógeno usando fotometría y espectroscopía en el visible de manera independiente. Los espectros observados y las medidas fotométricas disponibles se han comparado con una malla de espectros sintéticos para encontrar los mejores ajustes.

Las temperaturas efectivas de los objetos de la muestra se encuentran entre 7300 y 22400 K, mientras que las gravedades superficiales están en el rango $\log g = 7.9-8.5$ dex, aproximadamente.

En general, los valores obtenidos de la temperatura efectiva y la gravedad superficial mediante ambos métodos son similares, con errores relativos típicos de ±0.020 y ±0.015, respectivamente. Las mayores discrepancias entre los ajustes fotométrico y espectroscópico se dan para las cinco enanas blancas cuyo brillo se encuentra contaminado por el de estrellas cercanas en el cielo (WD J002116.21+253134.4, WD J034511+194026.08, WD J180919.46+295720.85, WD J184741.53+122631.75 y WD J192938.65+111752.41). Además, nuestra muestra contiene un posible sistema binario compuesto por dos enanas blancas de tipo DA (WD J192359.24+214103.62).

Las temperaturas efectivas y las gravedades superficiales obtenidas en este trabajo son consistentes con los valores publicados en [20] al 3% y una diferencia de 0.09 dex, respectivamente, para el método espectroscópico y al 2.4% y un diferencia de 0.05 dex para el fotométrico.

Con la mejora continuada de las técnicas espectrofotométricas y el aumento de la cantidad de estudios dirigidos a la caracterización de enanas blancas en nuestra galaxia se podrán obtener los parámetros de una mayor muestra y con mayor precisión. Tal y como se menciona en [20], los futuros estudios de los datos tomados con los nuevos espectrógrafos multiobjeto en telescopios de clase 4 metros como WEAVE, 4MOST y DESI proporcionarán finalmente una muestra completa de enanas blancas hasta una distancia de 40 pc.

7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Carroll B. W., An Introduction to Modern Astrophysics, Pearson, Second Edition
- [2] Fontaine G., Brassard P., Bergeron P., 2001, PASP, 113, 409
- [3] Karttunen H., Fundamental Astronomy, Springer, Fifth Edition
- [4] Koester D., Chanmugam G., 1990, Reports on Progress in Physics, 53, 837
- [5] Carroll S., Ph.D., Caltech, 2007, The Teaching Company, *Dark Matter, Dark Energy: The Dark Side of the Universe*
- [6] Rohrmann R. D., 2001, MNRAS, 323, 699
- [7] McCook G. P. and Sion E. M., 1999, ApJS, 121, 1
- [8] Fontaine G., Wesemael F., 2001, "White dwarfs". In Murdin, P. (ed.). *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics*
- [9] Wesemael F., Greenstein J. L., Liebert J., Lamontagne R., Fontaine G., Bergeron P., Glaspey J. W., 1993, PASP, 105, 761
- [10] Theill P., Vennes S. and Shipman H.L., 1991, ApJ, 370, 355
- [11] Wesemael F., Green R. F., Liebert J., 1985, ApJS, 58, 379
- [12] Liebert J., 1977, A&A, 60, 101
- [13] Birch K. P., Downs M. J., 1994, Metrologia, 31, 315
- [14] Morton D. C., 2000, ApJS, 130, 403
- [15] Green G. M., Schlafly E., Zucker C., Speagle J. S., Finkbeiner D., 2019, ApJ, 887, 93 (https://doi.org/10.7910/DVN/AV9GXO)
- [16] Pogson N., 1856, MNRAS, 17, 12
- [17] Gentile Fusillo N. P., et al., 2019, MNRAS, 482, 4570
- [18] Riello M., et al., 2021, A&A, 649, A3
- [19] Tonry J. L., et al., 2012, ApJ, 750, 99
- [20] Tremblay P.-E., 2020, MNRAS, 497, 130
- [21] Maxted P. F. L., Marsh T. R., 1999, MNRAS, 307, 122

8. APÉNDICE A

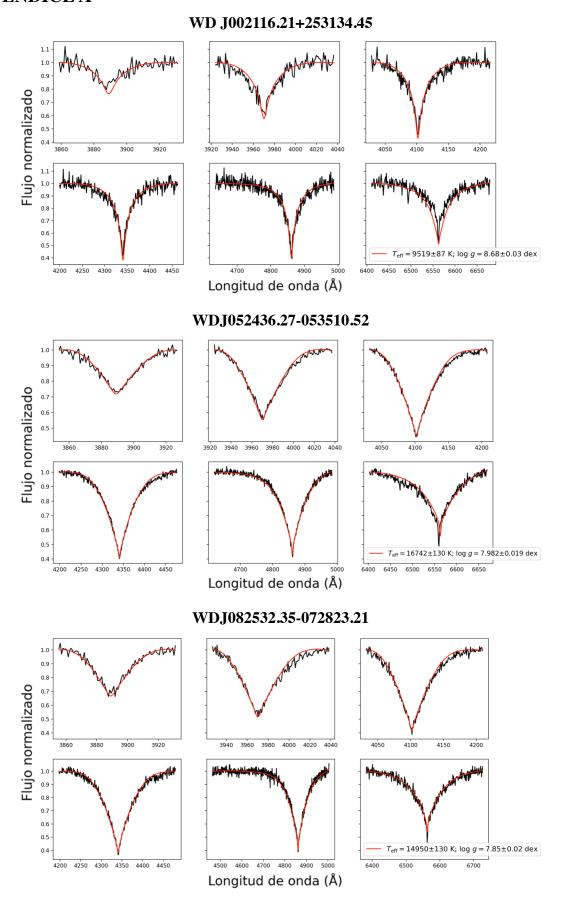


Figura 25. Líneas de Balmer utilizadas en el método espectroscópico de las enanas blancas de nuestra muestra junto con el modelo sintético que mejor se ajusta (línea roja).

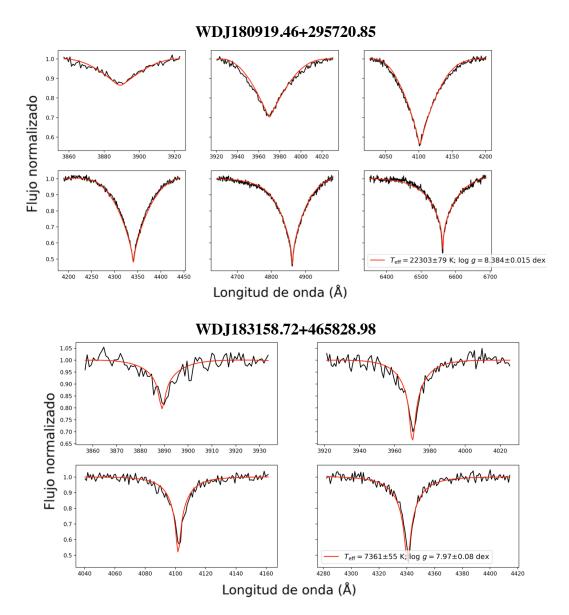
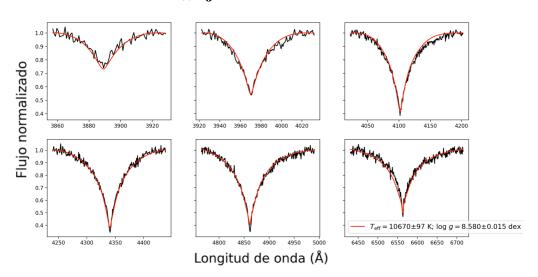
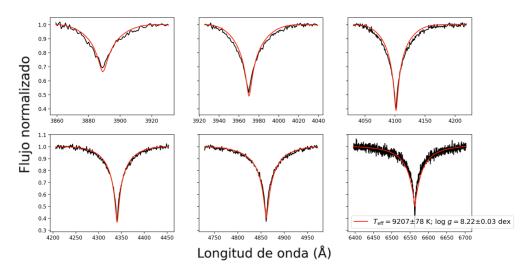


Figura 25. Continuación.

WDJ184741.53+122631.75



WDJ192359.24+214103.62



WDJ192626.93+462015.10

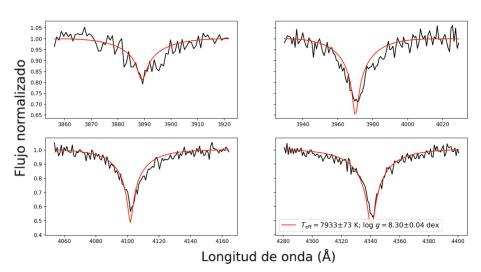
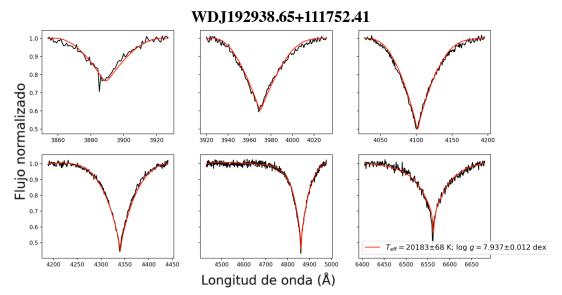


Figura 25. Continuación.



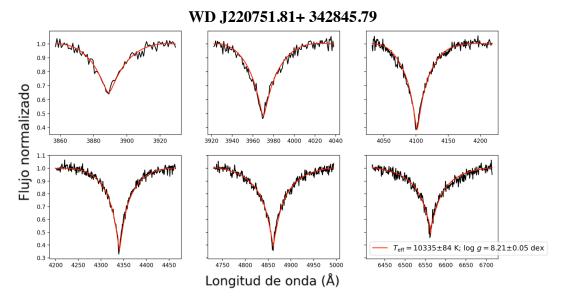


Figura 25. Continuación.