

**EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE  
DE LA GEOMETRÍA Y SUS DIFICULTADES.**

**GRADO EN MAESTRO/A EN EDUCACIÓN PRIMARIA  
PROYECTO DE REVISIÓN TEÓRICA**

**Enzo Martín Cordero ([alu0101053523@ull.edu.es](mailto:alu0101053523@ull.edu.es))**

**Tutor: Isaac Álvarez Romero ([ialvarez@ull.edu.es](mailto:ialvarez@ull.edu.es))**

**Curso académico: 2020-21**

**Convocatoria: Septiembre**

## ÍNDICE

Resumen.....	3
Abstract.....	3
1. Introducción.....	4 - 5
2. Marco teórico.....	5 - 7
2.1 ¿Qué es la geometría?.....	5 - 6
2.2 Actualidad de la geometría en la educación.....	6 - 7
3. Preámbulo de las dificultades geométricas.....	7 - 8
4. Objetivos.....	8
5. Dificultades que presenta la enseñanza-aprendizaje de la geometría.....	9 - 15
5.1 Identificación de conceptos.....	9 - 10
5.1.1 Solución.....	10 - 11
5.2 Tridimensionalidad.....	12
5.2.1 Solución.....	13
5.3 Orientación y espacio.....	13 - 14
5.3.1 Solución.....	14 - 15
6. Modelo de razonamiento de Van Hiele.....	15 - 21
7. Conclusión.....	21
8. Bibliografía.....	22

## **RESUMEN**

El aprendizaje de la geometría es un factor fundamental para el desarrollo de las matemáticas en el aula. A menudo, en este bloque de las matemáticas aparecen dificultades relacionadas con el proceso de enseñanza-aprendizaje que no se saben solventar y, para ello, en este trabajo proponemos una revisión teórica en la que, en primer lugar, analizaremos algunas de las dificultades que aparecen más frecuentemente en el aula para, posteriormente, desarrollar una posible solución para cada una de ellas. Para dicho fin introduciremos de manera rápida este bloque de la geometría y haremos una principal referencia al estudio realizado por Van Hiele.

## **PALABRAS CLAVE**

Geometría, dificultades, Van Hiele, aprendizaje, metodología.

## **ABSTRACT**

The learning of geometry is a fundamental factor for the development of mathematics in the classroom. Often, in this block of mathematics there are difficulties related to the teaching-learning process that cannot be solved and, for this, in this work we propose a theoretical review in which, first of all, we will analyze some of the difficulties that appear more frequently in the classroom to later develop a possible solution for each of them. For this purpose, we will quickly introduce this block of geometry and make a main reference to the study carried out by Van Hiele.

## **KEY WORDS**

Geometry, difficulties, Van Hiele, learning, methodology.

## 1. INTRODUCCIÓN.

En la educación primaria es importante prestar especial atención a la evolución del aprendizaje del alumno, además de la metodología del maestro para analizar y comprobar si dicho aprendizaje está siendo evolutivo y positivo. En muchas ocasiones se nos olvida la individualidad de cada alumno y se nos presentan dificultades, que más que “dificultades de aprendizaje son dificultades de enseñanza” (Jose Antonio Fernandez Bravo, 2017) que ponen en duda la metodología que emplea el profesorado, por lo que intentaremos ayudar y enfocar una enseñanza adecuada para este problema. Por ende analizaremos las principales dificultades que presenta el alumnado en la asignatura de matemáticas, más concretamente en el bloque de la Geometría.

Realizaremos un análisis de la bibliografía especializada en la materia además de señalar la enseñanza y la metodología que se presentan actualmente en las aulas, analizando las posibles dificultades que el alumno puede presentar. Para cada dificultad citada expondremos una posible solución, pero donde realmente nos enfocaremos es en una solución a nivel metodológico en el que resaltará la labor del maestro, por lo que propondremos el modelo de razonamiento de Van Hiele, especializado en desarrollar un método para impartir la asignatura en el que se diferencian dos bloques: diferenciar el aprendizaje del alumno en unos denominados niveles de razonamiento y trabajar diferentes fases de aprendizaje para guiar en el aula dichos niveles.

La realización de este trabajo comenzó al decidir qué tema escoger. La Geometría ha sido un tema de gran impacto en mi forma de ver la enseñanza, relacionada principalmente con la experiencia obtenida al realizar las prácticas como profesor en un 3º de Primaria y conocer a los alumnos y alumnas de primera mano, pues fue la primera toma de contacto con una problemática real de aprendizaje en la propia clase. En dicha clase, los alumnos experimentaban dificultades que en repetidas ocasiones el profesorado era incapaz de solventar, debido a que el origen de las mismas provenían de cursos anteriores, posiblemente ocasionadas por una mala gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje. Es por ello que esta situación despertó en mí la curiosidad de saber el por qué de sus problemas e intentar indagar para poder solucionarlo.

Por otra parte, gracias a la propia asignatura de Geometría en la Universidad tuve la oportunidad de formarme y adentrarme mucho más en la enseñanza de esta materia. En ella conocimos la variedad de dificultades que se pueden presentar en un aula y el origen de ellas junto con distintos modelos que ayudan a entender la problemática y los pasos a seguir para la ejecución del proceso de enseñanza, por tanto, este trabajo presenta una gran concordancia con la naturaleza de esta asignatura.

## **2. MARCO TEÓRICO.**

### **2.1 ¿Qué es la Geometría?**

A lo largo de la historia han existido numerosas definiciones de la geometría, pero hoy en día la más acertada y a la que haremos referencia es la expuesta según la R.A.E (2021), que la define como la disciplina que se encarga del estudio de las propiedades y de las magnitudes de las figuras en el plano o en el espacio.

Refiriéndonos al contexto educativo, la geometría se presenta como una rama de las matemáticas que se dedica principalmente al estudio de las figuras geométricas para analizar sus características y propiedades.

Por otro lado, situándonos brevemente en el contexto histórico, podemos deducir que es una disciplina que se desarrolla y crece conforme el humano va evolucionando ya que la geometría nace desde el momento en el que el ser humano tiende a interesarse por el espacio que lo rodea, para posteriormente crear y transformar a través de la percepción de las formas, el mundo a su antojo. Por consiguiente podemos describir la geometría como el idioma universal que nos permite describir y construir nuestro mundo, así como transmitir la percepción que tiene de éste el resto.

El estudio de esta disciplina es de vital importancia para el desarrollo de las capacidades cognitivas en el bloque de las matemáticas, para entender y analizar desde edades bien tempranas el mundo que nos rodea. Además, el estudio de la geometría según Andonegui (2006) ayuda a potenciar habilidades de procesamiento de la información recibida

a través de los sentidos y permite al estudiante desarrollar, a su vez, muchas otras destrezas de tipo espacial que le permiten comprender e influir el espacio donde vive.

## **2.2 Actualidad de la geometría en la educación.**

En la actualidad, la geometría posee y despierta el mismo interés de explorar el mundo que nos rodea, para de alguna manera darle significado y forma a lo que se percibe. Pero hoy en día existe mucho más conocimiento que antes, lo que permite poder estudiarla y enseñarla de una manera más adecuada gracias a la gran cantidad de información y estudios corroborados.

En la educación primaria el alumnado empieza a tomar contacto con la geometría desde el primer curso, en el que siguiendo el currículum establecido por el Decreto de 89/2014, 1 de agosto, pretende valorar “si el alumnado identifica en la realidad cercana aspectos geométricos y utiliza los conceptos de interior exterior-frontera, delante-detrás y cerca-lejos en relación a sí mismo; así como, grande-pequeño-mediano, para producir mensajes con un lenguaje adecuado” (Boletín Oficial de Canarias nº156, 2014, p.20).

En cada curso el currículum pretende progresar y trabajar nuevos contenidos hasta el sexto curso, en el que “se pide que el alumnado combine, descomponga, transforme y construya formas planas, poliedros y cuerpos redondos, además de utilizar sus propiedades para resolver problemas y describir la realidad” (Boletín Oficial de Canarias nº156, 2014, p.55).

Dentro del currículum también nos encontramos con el objetivo general de éste, reflejado a través de los contenidos del bloque 4, «Geometría»;

el alumnado aprenderá a analizar las características y propiedades de cuerpos y figuras geométricas, a desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas, a localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas y otros sistemas de representación como el croquis, y a utilizar la visualización, la modelización, el razonamiento matemático y las transformaciones para aplicarlos a la resolución de problemas, estableciendo relaciones constantes con el resto de los bloques y con otros ámbitos, como el arte o la ciencia. Tiene también un papel

relevante la manipulación a través del uso de materiales, realizando plegados, construcciones, vistas..., para llegar al concepto a través de modelos reales. A este mismo fin puede contribuir el uso de programas informáticos. (Boletín Oficial de Canarias nº156, 2014, p.6).

### **3. PREÁMBULO DE LAS DIFICULTADES GEOMÉTRICAS.**

La dirección de este trabajo gira en torno al desarrollo cognitivo que experimenta el alumnado durante el proceso de aprendizaje de este bloque de las matemáticas. Para ello, repitiendo lo dicho anteriormente analizaremos primero las dificultades que encuentran los alumnos a la hora identificar, clasificar y analizar los conceptos geométricos, principalmente debido a un estilo de enseñanza tradicional por parte del profesorado.

Este estilo de enseñanza tradicional es el usado mayoritariamente en las aulas, y que se basa en una metodología meramente expositiva con arraigo en las definiciones y el uso de imágenes conceptuales para su representación. Autores como Barrantes (2002) van más allá y afirman que la enseñanza de la geometría se concentra, actualmente, en la memorización de conceptos y su aplicación, sin que el estudiante pueda llegar a una conceptualización más allá de lo que sus propias capacidades se lo permitan.

Además, podemos deducir en sintonía con Barrantes y Blanco (2004) que este estilo tradicional se debe a que el personal docente, debido a las concepciones y experiencias adquiridas en su formación, plantea las lecciones y utiliza los mismos recursos que experimentó, en su momento, como estudiante.

Por otro lado, existen otros factores que dificultan el aprendizaje, como la falta de información o preparación de los maestros respecto a la propia disciplina de la geometría, imposibilitando que conozcan la evolución del alumno, ni poder dar una adecuada enseñanza afianzando el aprendizaje de los estudiantes.

Refiriéndonos a esta última problemática sobre la poca preparación por parte del profesorado, Barrantes y Blanco, ya citados anteriormente, deducen mediante un estudio que

a pesar de los esfuerzos de los investigadores por presentar nuevos métodos, recursos o materiales sobre enseñanza de la geometría, que muchos estudiantes siguen llegando a las facultades con las mismas experiencias, falta de conocimientos y concepciones sobre la geometría y su enseñanza que hace unos años, lo que indica que se sigue enseñando igual que antes de tales reformas. (Barrantes y Blanco, 2004, p. 249)

Pero nuestra revisión teórica más que de donde proviene este tipo de enseñanza se enfoca en cómo solventar las dificultades que identificamos más adelante. Para ello nos realizaremos tres preguntas que por consiguiente lo definiremos como el objetivo de este trabajo y facilitará la lectura de este.

#### **4. OBJETIVOS.**

- ¿Cuáles son las dificultades que presenta la enseñanza-aprendizaje de la geometría?
- ¿Cómo podemos solucionarlo desde el punto de vista docente?

Para desarrollar estos objetivos haremos una revisión teórica de la bibliografía que se ha seleccionado. En primer lugar para la primera pregunta, realizaremos tres apartados con tres de los problemas que más se presentan, y para cada una de ellas desarrollaremos una posible solución.

Luego para la segunda pregunta, seguimos buscando una solución pero esta vez de forma más genérica y enfocada para formar a los docentes. Realizaremos una recogida de información en la que expondremos el modelo de razonamiento de Van hiele que consta de dos partes.

## **5. DIFICULTADES QUE PRESENTA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA.**

En este punto presentaremos las dificultades más comunes entre los alumnos y alumnas, esquematizando en tres tipos, cada una con su solución.

### **5.1 Identificación de conceptos.**

La identificación de conceptos viene dada por una mala gestión del concepto geométrico con su respectiva representación gráfica. El alumno muestra conocer el concepto o su definición pero no logra identificarlos con sus representaciones, ya que a lo largo de su aprendizaje no ha tenido la oportunidad de trabajar y conocer las numerosas posibilidades de representaciones que existen para un solo concepto “ya que estas representaciones en su conjunto, hacen presente el concepto pero ninguna de ellas lo determina totalmente” (Flores Martínez, P. y Rico Romero, L. 2015 p 263), lo que le hace carecer de información para realizar esta tarea con éxito.

El origen de este problema suele surgir tras una pobre enseñanza por parte del maestro que en la mayoría de casos se rige por una enseñanza tradicional en el que

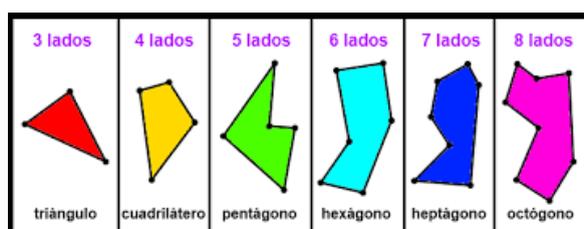
los conceptos geométricos son introducidos mediante unas nociones básicas (definición del concepto) y algunas figuras que constituyen ejemplos prototípicos y que le sirven de apoyo. Ello puede provocar una comprensión parcial de los escolares de esos conceptos, asociada exclusivamente a las figuras que han visto con mayor frecuencia (Flores Martínez, P., & Rico, Luis, 2015, p.263)

Estos ejemplos prototípicos los podemos definir como los ejemplos gráficos que se utilizan para enseñar un concepto y tienen un factor común, que es la semejanza tanto en sus formas como en sus posiciones. Éstos se suelen repetir con mucha frecuencia en los libros de texto y en la pizarra. Suelen tener más peso las imágenes conceptuales en los estudiantes que otros ejemplos que observan esporádicamente, pues son los primeros que se recuerdan. A continuación se presenta una representación de ejemplos prototípicos para el concepto de polígono;



Como podemos observar todos estos polígonos están orientados de la misma manera (verticalmente) y todos sus lados miden lo mismo, es decir, son polígonos regulares. No existe ni una sola representación en el que alguno de sus lados sea diferente al resto, por lo que puede ocurrir que el alumno clasifique la definición de hexágono a la figura verde, pero cuando se le presente esta figura;  no lo asimile como polígono y mucho menos como un polígono hexagonal.

Otro ejemplo de imágenes no prototípicas que deberían complementar a las anteriores son las siguientes:



### 5.1.1 Solución.

Para encontrar la solución debemos salir de la zona de confort que rodea la enseñanza tradicional, por lo que tendremos que trabajar, estudiar y enfocar el concepto intentando adentrarnos en la cabeza del alumno para así facilitar en mayor medida su aprendizaje, además de enfocar la explicación preguntándonos a nosotros mismos una batería de dificultades previas que pueda presentar el alumno o alumna.

Para ello, es importante que cada concepto geométrico deba tener una definición que se adecúe al nivel del alumnado y complete las imágenes prototípicas que se solían dar con una buena selección de ejemplos y contraejemplos. Para empezar, como bien comentamos se identifican a través de la definición los atributos más relevantes del concepto y para cada uno de los atributos relevantes (los que aparecen en la definición) se deberá adaptar una buena selección de ejemplos que lo cumplan y contraejemplos que no, siendo éstos últimos representaciones que se prestan a la confusión.

Luego trabajaremos actividades en las que el alumno se le mostrarán representaciones del concepto que pueden llevar a la confusión, en formas diversas y variadas en el que alumno no trabaje en un solo tipo de ejercicio. Por ejemplo, para el concepto de esfera se trabajará con actividades comunes que se suelen hacer para identificar el concepto con sus representaciones, pero también deberemos trabajar en un entorno inusual como es el entorno cercano o con fotografías reales de esferas y no esferas. Y para terminar debemos tener en cuenta que las actividades han de ser de complejidad creciente, luego, tras realizar estas actividades y la obtención de los resultados de toda la clase se deben generar discusiones que caracterizan al objeto geométrico que estemos trabajando.

Refiriendo al libro nuevamente podemos concluir que;

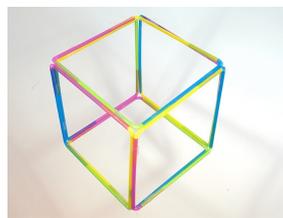
Estas tareas, diseñadas y/o gestionadas por el docente centraran su demanda en el uso avanzado de un vocabulario correcto por los escolares, desarrollado a partir del que emplean estos para pensar y comunicar sus ideas. Se puede ir ampliando y volviendo sobre imágenes de polígono en distintos momentos, singularmente cuando están implicados en el estudio de otros conceptos o en la resolución de problemas. Enfatizamos la necesidad de llamar la atención de los escolares hacia características relevantes o irrelevantes de los conceptos, a través de preguntas y explicaciones. (Flores Martínez, P., & Rico, Luis, 2015, p.264)

## 5.2 Tridimensionalidad.

La segunda dificultad que nos encontramos es la relacionada con la tridimensionalidad. El uso mayoritario en las aulas para presentar la tridimensionalidad aunque parezca contradictorio son las representaciones bidimensionales, es decir, imágenes, dispositivos electrónicos, etc. Entonces sucede que el alumno no logra identificar la distorsión de algunas propiedades que siempre presentan estas representaciones bidimensionales. También nos encontramos con una visión errónea de un objeto tridimensional y su desarrollo en el plano, por el mismo motivo que el anterior, ya que las propiedades del concepto distorsionan la bidimensionalidad. El proceso opuesto también presenta las mismas dificultades, ya que deben construir un concepto tridimensional en una representación bidimensional.

Entre las soluciones que íbamos a analizar se encuentra que los alumnos trabajen y manejen representaciones físicas en vez de bidimensionales, pero también surge una dificultad cuando en vez de figuras de madera o de cartulinas huecas por dentro se utilizan armazones hechos de palillos y plastilina, en el que los escolares no logran identificar correctamente las propiedades.

Además, los alumnos no hacen una correcta lectura perceptiva de las figuras ya que cuando no se tiene un nivel adecuado en conocimientos de la geometría no consideran los modelos físicos dentro de una interpretación geométrica dando lugar a errores. Por ejemplo, en la siguiente figura, el cubo está formado por pajitas, coincidiendo en muchos lados dos pajitas, por lo que los escolares identifican cada una de ella como una arista.



### **5.2.1 Solución.**

Como solución a este tipo de dificultad proponemos de acuerdo con Flores Martínez, P., & Rico, Luis, (2015) manejar representaciones físicas de los cuerpos geométricos en el que se posibilite que el alumno establezca relaciones entre las propiedades y la representación que más adelante, podrán ser determinadas sin necesidad de disponer de modelos físicos. Y como comentamos anteriormente, los armazones de palillos y plastilina son las que presentan más dificultad así que se recomienda empezar por macizo o cartulinas, e ir integrando representaciones diferentes, aprovechando las ventajas que cada una de ellas ofrece sobre las demás, puesto que unas resaltan más algún tipo de propiedades que otras.

Para las representaciones de figuras tridimensionales en representaciones bidimensionales se recomienda utilizar numerosas y variadas representaciones y conceptos geométricos, en el que en todo momento se guiará y se explicará al alumno las relaciones entre ellas.

Y para facilitar la dificultad que encontramos en el caso opuesto “es conveniente, en primer lugar, establecer relaciones entre una construcción y sus vistas ya dadas. Posteriormente, realizaran construcciones y representarán el conjunto de sus vistas” (Flores Martínez, P., & Rico, Luis, 2015, p.269) . Esto hace que el alumno se familiarice e interiorice las representaciones con sus vistas en el plano, lo que hará que tenga más facilidad para realizar la actividad.

### **5.3 Orientación y espacio.**

La última dificultad que vamos a identificar entre las más comunes, es la relacionada con la orientación y el espacio. Esta problemática comienza cuando los alumnos no logran interiorizar las localizaciones y las relaciones espaciales de los objetos como puede ser arriba-debajo, delante-detrás, derecha-izquierda, cerca de, junto a.

Este problema puede ser derivado de la metodología que se usa para enseñar este apartado, que en muchas ocasiones presentan varias y diferenciadas formas de enseñar a los alumnos a orientar las figuras en un plano, por tanto esta variedad crea confusión, como por

ejemplo exponer este apartado desde imágenes de un libro o diapositivas para luego realizarlo de forma física. Con lo que sí se podría empezar ya que es la manera más eficaz, es con las propiedades físicas del entorno o el mismo cuerpo en “donde la orientación del espacio que rodea un objeto situado frente al observador se hace proyectando sobre él el propio esquema corporal” (Flores Martínez, P., & Rico, Luis, 2015, p.269) . Pero a su vez esta proyección se puede hacer de distintas maneras; por rotación del propio esquema corporal, por simetría o por traslación.

También puede afectar que el vocabulario correspondiente a las posiciones y desplazamientos se aprende tempranamente en un contexto extraescolar dando lugar a una ambigüedad y uso erróneo del lenguaje.

### **5.3.1 Solución.**

La solución a esta dificultad en particular es que el docente tenga en cuenta este tipo de dificultades que aparecen en el aula y genere otro tipo de actividades en las que se trabaje la orientación y localización de las figuras desde el entorno físico y cercano para no dar posibilidad de confusión, y así luego ir introduciendo los conceptos y actividades de mayor complejidad.

Además se deberá definir bien los conceptos con un lenguaje que deje atrás la ambigüedad que existía respecto a este apartado, se tratará de que los problemas puedan solucionarse mediante proceso comunicativos con un papel del maestro como guía.

Estas tres dificultades presentadas nos han servido para valorar y conocer el aprendizaje del alumno, acercándonos a los posibles casos que se pueden crear en un aula. Pero además de las soluciones que hemos propuesto es importante mencionar que para facilitar la labor del maestro debemos proponer una metodología que ayude a impartir el tema y confrontar estas dificultades, por ello, de acuerdo a una reflexión personal y el de considerables currículos de las matemáticas de diferentes países, en este trabajo se ha seleccionado entre los numerosos modelos y teorías existentes el modelo de razonamiento de Van Hiele, siendo el que mejor se adapta a nuestros objetivos.

Como bien dijimos existen más modelos pero éste es el más que se acerca a mi forma de ver la educación, acercándonos al proceso de aprendizaje del alumno en vez de la enseñanza del maestro.

## **6. MODELO DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE.**

El modelo de razonamiento de Van Hiele lo podemos explicar dividiendo el modelo en dos partes “niveles de aprendizaje” y “fases de aprendizaje”.

Por un lado el proceso de razonamiento de los estudiantes, denominado “niveles de aprendizaje” en el que este modelo identifica y diferencia el proceso y etapas por las que pasa el alumno para aprender matemáticas, son 5 niveles que van desde la más simple a la más compleja y en cada nivel se ve reflejado un pequeño avance y maduración de los conceptos geométricos. Los 5 niveles se repiten cada vez que se aprende algo nuevo, definidos y enumerados de la siguiente manera;

Nivel 1 (Reconocimiento)

Nivel 2 (Análisis)

Nivel 3 (Clasificación)

Nivel 4 (Deducción formal)

Nivel 5 (Rigor)

En concordancia con lo analizado y corroborado por los autores (Jaime Pastor, A. y Gutierrez Rodriguez, A. 1999) podemos definir cada nivel por un conjunto de cualidades que posee y logra trabajar el alumnado. Estos niveles son los siguientes;

### **Nivel 1 (Reconocimiento)**

El alumno realiza una percepción global de los conceptos geométricos, en el que las descripciones de las figuras incluyen atributos irrelevantes, generalmente referidos a la forma, el tamaño o posición. También considera a cada figura como un objeto independientemente de otras figuras de la misma clase, es decir, no generaliza las

características de una figura a otras de la misma familia, lo que lo podemos denominar también como una percepción individual de las figuras.

Por otra parte, este nivel conlleva que el alumnado realice un uso de propiedades imprecisas para identificar, comparar, ordenar, o caracterizar figuras. Además, en el proceso de aprendizaje se utiliza un vocabulario matemático muy básico para hablar de las figuras, describirlas, etc., acompañado generalmente de términos cotidianos que sustituyen a los matemáticos.

Por último, cabe destacar que no se suelen reconocer explícitamente las partes que componen las figuras ni sus propiedades matemáticas.

### **Nivel 2 (Análisis)**

En este nivel el alumno ya reconoce que las figuras geométricas están formadas por partes o elementos y están dotadas de propiedades matemáticas. En cuanto a la definición de un concepto, los alumnos la realizan recitando una lista de propiedades pero es muy común que en este nivel se omita algunas características necesarias.

Es importante también describir que en este nivel el alumno no relaciona las propiedades de una figura entre sí o con las propiedades de otra figura, es decir, no establecen clasificaciones a partir de relaciones entre propiedades.

### **Nivel 3 (Clasificación)**

A diferencia con el anterior nivel, el alumno ya es capaz de relacionar propiedades de una figura entre sí o con las propiedades de otras figuras. Existe una comprensión de lo que es una definición matemática y sus requisitos, además definen correctamente conceptos y familias de figuras.

La demostración de una propiedad se basa en la justificación general de su veracidad, para lo cual aún se usan razonamientos deductivos informales. El alumnado es incapaz de realizar demostraciones formales completas, ya que no logran una visión global de las demostraciones y no se comprende su estructura.

#### **Nivel 4 (Deducción formal)**

En este cuarto nivel se visualiza una notable mejora en el análisis y razonamiento del alumnado, las demostraciones las realizan mediante razonamientos deductivos formales, además de que tienen la capacidad para adquirir una visión global de las demostraciones.

Este grado de mejoría es tan alto que ya aceptan la posibilidad de demostrar un resultado a través de diferentes formas y conocen y razonan que para un mismo concepto puede haber más de una definición, ya que estas son equivalentes.

Para terminar, el alumno presenta la capacidad para comprender la estructura axiomática de las matemáticas, lo que le hace acercarse cada vez más a un conocimiento excelente de la materia, es decir, el nivel 5.

#### **Nivel 5 (Rigor)**

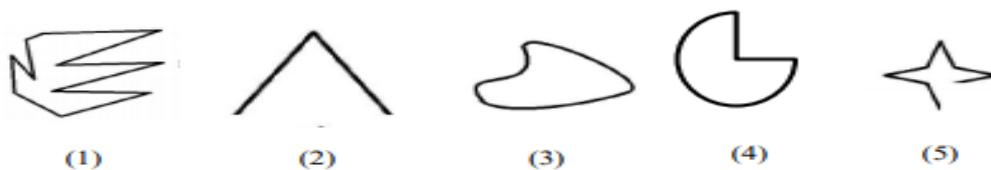
Este último nivel presenta una cercana profesionalidad de la materia, el alumno tiene la posibilidad de trabajar en sistemas axiomáticos distintos del usual, realiza deducciones abstractas basándose en un sistema de axiomas determinado.

Además posee la capacidad para comparar sistemas axiomáticos diferentes y decidir sobre su equivalencia y es consciente de la importancia de la precisión al tratar los fundamentos y las relaciones entre estructuras matemáticas.

#### **❖ Ejemplo de respuesta del nivel 1 y nivel 2.**

A continuación le presentaremos una actividad en la que expondremos un ejemplo de respuesta para el primer nivel y otra respuesta correspondiente al segundo nivel.

**Para cada una de las siguientes imágenes indica si es una figura plana o no. Justifica tu respuesta. A continuación, representa cuatro figuras diferentes a estas, dos que sí sean figuras planas y dos que no lo sean. Argumenta por qué sí son figuras planas o no.**



En esta actividad se puede diagnosticar el 1º nivel de Van Hiele, ya que habrá alumnos que usarán las propiedades físicas para identificar el tipo de figura sin conocer las partes, también el 2º nivel, algunos alumnos pueden hacer uso de las propiedades matemáticas para llevar a cabo la actividad.

- Ejemplo de respuesta del primer nivel: La segunda figura es plana porque es un triángulo. (El alumno solo se fija en las propiedades físicas, en este caso que es un triángulo, sin tener en cuenta que le falta una parte para estar cerrado y por tanto cumplir los atributos relevantes).
- Ejemplo de respuesta del segundo nivel: La primera figura es plana porque está limitada por líneas rectas, está cerrada y todos sus puntos están en el plano. (A diferencia del anterior alumno, este hace uso de las propiedades tanto físicas como matemáticas).

Para desarrollar en clase estos niveles de razonamiento, debemos entender el modelo y orientar correctamente el aprendizaje para alcanzar el siguiente nivel, ya que el paso de un nivel a otro determina el aprendizaje alcanzado. Además ya sabemos que el modelo defiende la idea de que el paso de un nivel a otro depende más de la enseñanza recibida que de la edad del alumno, por eso nos encontramos de acuerdo con la segunda parte del modelo en el que expone y recomienda 5 fases para realizar este proceso de aprendizaje entre los niveles.

En cada nivel empezamos con las actividades de la primera fase y continuamos así hasta la última (por tanto las fases no están determinadas a un nivel) con el objetivo de que al terminar la quinta fase deben haber alcanzado el nivel de razonamiento siguiente. Por ello estas 5 fases es una buena forma de organizar el aprendizaje, y son las siguientes;

### **Fase 1 (Información)**

Es la primera fase por tanto es una primera toma de contacto con el tema de estudio que van a abordar. El maestro identifica mediante preguntas y actividades los conocimientos previos que tienen los estudiantes y su nivel de razonamiento del mismo, creando a su vez que los alumnos contextualicen el tema que van a abordar.

### **Fase 2 (Orientación dirigida)**

El docente propone actividades para que los alumnos trabajen descubran y construyan los elementos fundamentales del tema. Estas actividades están elaboradas cuidadosamente por el maestro para que trabajen adecuadamente con el nivel de razonamiento que se encuentren.

Acorde con Jaime Pastor, A. y Gutierrez Rodriguez, A. (1999) El trabajo se ha de presentar a los alumnos de forma que aparezcan de manera progresiva los conceptos, las propiedades, y las estructuras que deben estudiar y en los que deben basar su nueva forma de razonamiento. Para ello, el profesor debe seleccionar problemas que planteen situaciones en cuya resolución aparezca alguno de dichos elementos y debe guiar a sus alumnos para que adquieran correctamente las estructuras básicas del nivel.

Además refiriendo al papel del profesor podemos concluir que es de vital importancia ya que tendrá un papel meramente de guía pero con unas actividades que deberá seleccionar y adecuar para permitir el aprendizaje del alumno sobre los conceptos, definiciones o propiedades de las figuras.

### **Fase 3 (Explicitación)**

Se realizarán actividades que deban propiciar que los alumnos expresen verbalmente y por escrito los resultados que han obtenido en la fase previa, también se propondrá que intercambien resultados y los observen, con el fin de que se logre interiorizar las características y relaciones descubiertas y afiancen el lenguaje técnico que corresponde al tema objeto de estudio.

En esta fase no se produce un aprendizaje de conocimientos nuevos, en cuanto a estructuras o contenidos, sino una revisión del trabajo llevado a cabo con anterioridad, a partir de conclusiones, práctica y perfeccionamiento de la forma de expresarse, todo lo cual origina un afianzamiento de la nueva red de conocimientos que se está formando. (Jaime Pastor, A. y Gutierrez Rodriguez, A. 1999, p.91)

#### **Fase 4 (Orientación libre)**

Esta fase es de consolidación de los conceptos aprendidos en las fases anteriores, es decir “las actividades deben permitir a los alumnos resolver situaciones nuevas con los conocimientos que se adquirieron previamente” (Jaime Pastor, A. y Gutierrez Rodriguez, A. 1999 p.91).

En esta fase se recomienda las situaciones abiertas con varias vías de resolución en las que deben decidir qué hacer en cada momento, esto conlleva una mayor independencia del alumnado a la hora de realizar las actividades, en las que tendrán que desarrollar y analizar por medio de sus conocimientos.

Las actividades propuestas en esta fase contemplarán nuevas relaciones o propiedades, es decir, no pueden ser una simple aplicación directa de una definición o algoritmo conocido.

#### **Fase 5 (Integración)**

La finalidad de esta última fase es que los alumnos adquieran una visión general de los contenidos del tema estudiado. Los alumnos analizan y resumen lo que han aprendido sobre el tema con el objetivo de tener una perspectiva nueva y más amplia de la nueva red de hechos, conceptos y relaciones que han trabajado. En esta fase la labor del maestro es fundamental para ayudar en la síntesis de los resultados más destacados, para ello debe recopilar los contenidos estudiados, proponiendo actividades que organicen estos conocimientos ya adquiridos. Además el maestro debe exigir y velar por la memorización de los resultados fundamentales.

Es importante destacar que una actividad por sí misma y fuera de un contexto determinado, no corresponde a un nivel de razonamiento y una fase de aprendizaje concretos. Las actividades hay que evaluarlas y analizarlas dentro del contexto en el que se encuentre, es decir, en qué nivel de aprendizaje está trabajando el alumno y qué fase estamos utilizando para la propuesta de las actividades.

## **7. CONCLUSIÓN**

Con este trabajo pretendemos plasmar las dificultades que presentan los alumnos en el bloque de la geometría, para así tomar consciencia de estas y fomentar el deseo de querer y solucionar cada una de ellas. Tras la exposición de las dificultades y sus posibles soluciones el modelo de razonamiento defendido, cuyo autor es Van Hiele, cobra un importante papel para encaminar la enseñanza de la geometría, esta es realizada como una propuesta de una metodología que creemos que puede servir de gran apoyo al profesorado que pretenda especializarse en este bloque de las matemáticas.

La evolución del aprendizaje de la geometría depende mucho de la forma de razonar del alumno por lo que nosotros como docentes debemos asimilar que cada alumno es un pensamiento diferente, en el que se razona diferente, la velocidad para realizar un ejercicio es diferente, la comprensión de las palabras que utilizamos es diferente etc., por lo tanto nuestro cometido como resume Jose Antonio Fernandez Bravo será el de enseñar desde el cerebro del aprende, acercándonos al por qué de sus respuestas, preguntando el por que hacen lo que hacen y dicen lo que dicen, y encontrar respuestas, permitiendo muchas veces que se equivoquen, lo que les permitirá indagar y descubrir las soluciones, por otro lado a nosotros nos permitirá entender su forma de razonamiento.

Para terminar, particularmente he de decir que este trabajo es el final de una etapa pero para mi lejos de significar un fin, significa el comienzo de una nuevo ciclo enfocado en la docencia de la educación primaria. Durante estos 4 años puedo concluir considerando que he solidificado una base de formación adecuada pero creo que me queda mucho por aprender y deseo que llegue el día que forme parte de un equipo educativo y tenga la posibilidad de aprender cada día, sobre todo de los alumnos.

## 8. BIBLIOGRAFÍA.

- Andonegui Zabala, M. (2006). *El conocimiento matemático. Serie desarrollo del pensamiento matemático*, 2006/01, Caracas: UNESCO.
- Barrantes, M. (2002). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje* (Tesis de Doctorado). Departamento de Didáctica de la Ciencias Experimentales y de las Matemáticas. Facultad de Educación. Universidad de Extremadura. España.
- Barrantes, M. y Blanco, L. (2004). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar*. Enseñanza de las Ciencias, 22(2), 240-250.
- Decreto 89/2014, de 1 de agosto, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Canarias (BOC núm. 156, de 13 de agosto de 2014).
- Flores Martínez, P., & Rico, Luis. (2015). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria* (Psicología. Sección Pedagogía). Madrid: Pirámide.
- Fernandez Bravo, J.A (2017) *Enseñar desde el cerebro del que aprende*.
- Jaime Pastor, A. y Gutiérrez Rodríguez, A. (1999) Modelo de razonamiento de Van Hiele. *El grupo de las isometrías en el plano*. (pp. 87-95)
- Real Academia Española (2021). *Diccionario de la lengua española*, 23.<sup>a</sup> ed.