

**TRABAJO DE FIN DE GRADO DE
MAESTRO/A DE EDUCACIÓN PRIMARIA**

**PROBLEM - POSING COMO MÉTODO DE MEJORA DE LA
ADQUISICIÓN DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS**

MARÍA GONZÁLEZ PADILLA

TUTORA: MARÍA AURELIA C. NODA HERRERA

CURSO ACADÉMICO: 2022/2023

CONVOCATORIA: JULIO

PROBLEM - POSING COMO MÉTODO DE MEJORA DE LA ADQUISICIÓN DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS

RESUMEN: Durante años se ha investigado el problem-posing o planteamiento de problemas, y en diversas experiencias se ha demostrado su eficacia, utilidad y los beneficios que brinda en el aula. Sin embargo, aún es una estrategia poco utilizada en las aulas. El objetivo de este proyecto de investigación es mejorar la capacidad de resolución de problemas en un grupo de estudiantes de segundo curso de Educación Primaria, y además, analizar la eficacia de esta actividad en el aula. Para ello, se han considerado las investigaciones y estudios realizados por varios autores sobre este tema, así como las conclusiones a las que han llegado en cuanto a los beneficios del planteamiento de problemas. Con el fin de alcanzar los objetivos propuestos, se emplea una metodología pretest-postest que permite observar los avances de los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas.

PALABRAS CLAVE: planteamiento de problemas, resolución de problemas, Matemáticas, Educación primaria.

ABSTRACT: The problem-posing has been the subject of research for years, and in various experiences, its effectiveness, utility, and the benefits it provides in the classroom have been demonstrated. However, it is still a strategy that is underutilized in education. The objective of this research project is to improve problem-solving skills in a group of second-grade students in Primary Education and, furthermore, analyze the effectiveness of this activity in the classroom. To achieve these objectives, the research and studies conducted by various authors on this topic, as well as the conclusions they have reached regarding the benefits of problem posing, have been taken into account. In order to reach the proposed objectives, a pretest-posttest methodology is employed, allowing for the observation of students' progress in problem-solving.

KEY WORDS: problem-posing, problem solving, Mathematics, Primary Education.

ÍNDICE

1. JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVO DEL TRABAJO	4
2. REVISIÓN TEÓRICA	4
2.1. La invención de problemas	4
2.2. El desarrollo de la creatividad en la invención de problemas	6
2.3. Aspectos positivos de la invención de problemas	7
3. ESTUDIO EXPLORATORIO	9
3.1. Objetivo del estudio	9
3.2. Metodología	9
3.3. Proceso de instrucción	10
4. RESULTADOS	11
4.1. Resolución de problemas.	11
4.2. Planteamiento de problemas (invención y modificación).	13
5. REFLEXIÓN FINAL	16
6. BIBLIOGRAFÍA	17
7. ANEXOS	18

1. JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVO DEL TRABAJO

El objetivo general y los objetivos específicos de esta investigación nace de la observación en el centro escolar durante el último periodo de las prácticas académicas, surgiendo por tanto la siguiente pregunta: ¿Cómo contribuye la invención de problemas en el desarrollo tanto académico como creativo del alumnado?

Por consiguiente, la hipótesis que se plantea es que la invención de problemas influye positivamente en la adquisición de conocimientos matemáticos, así como en el desarrollo de la creatividad del alumnado que, a su vez, influirá positivamente en todos los ámbitos de la enseñanza.

Para ello se plantea desarrollar e implementar en un aula de tercero de primaria, actividades consistentes en la resolución, modificación e invención de problemas. Dichos problemas girarán en torno a la estructura aditiva, es decir, a la suma y sustracción.

Por todo ello, los objetivos de este trabajo fin de grado son:

- Realizar una revisión teórica de las investigaciones realizadas sobre las ventajas de la invención de problemas en la enseñanza de las matemáticas.
- Analizar en un grupo reducido de alumnos de tercero de primaria, cómo se enfrentan al reto de resolver, modificar e inventar enunciados de problemas, observando las dificultades que surgen y la relación entre la creatividad manifestada y su conocimiento matemático.

2. REVISIÓN TEÓRICA

2.1. La invención de problemas

A lo largo de este trabajo, se desarrollarán varias actividades, que ha de realizar el alumnado de tercero de primaria, es decir, discentes de entre ocho y nueve años, consistentes en la invención de problemas. Pues ellos han de crear nuevos problemas con otros datos, con otras operaciones o a partir de una operación de las que serán dotados por el docente. Cabe destacar que dichos problemas girarán en torno a la estructura aditiva, es decir, a la suma y sustracción.

La invención de problemas, ha quedado en un segundo plano y no se le ha otorgado la importancia que se merecía (Getzels, 1979, citado en Ayllón, 2013). Existen varias evidencias empíricas que avalan el uso de tareas ligadas a la invención de problemas, para el diagnóstico

del conocimiento matemático de los estudiantes (Cai, Hwang, Jiang y Silber, 2015, citado en Ayllón, 2013).

Einstein e Infeld (1938; citado en Ayllón, 2013), afirmaron que la formulación de un problema interesante era incluso más importante que su resolución y, por su parte, Hadamard (1945; citado en Ayllón, 2013), manifestó su convicción de que la invención de problemas es una parte importante de un saber hacer matemático de calidad.

Centrándonos en investigaciones más recientes, Ayllón (2012; citado en Ayllón, 2013), afirma que investigar acerca de la invención de problemas con alumnos de Educación Primaria proporciona valiosa información sobre sus capacidades matemáticas. Esta autora, lleva a cabo una investigación enfocada a la invención de problemas en primaria, con un enfoque tanto cualitativo como cuantitativo. La autora destaca la obtención de problemas coherentes y con más de una etapa, aumenta en función del avance del curso escolar. A este respecto, señala que “si bien en primer curso la estructura aditiva es casi la única que aparece (...) conforme aumenta el curso van aumentando de forma gradual los problemas en los que aparecen las dos estructuras”, lo cual entra dentro de la normalidad, pues ello exige más madurez cognitiva por parte de los estudiantes.

Ayllón (2012; citado en Ayllón, 2013), observa que la gran mayoría de los alumnos son capaces de resolver sus propios problemas, lo cual le permite afirmar, que cuando éstos enuncian un problema, por lo general saben resolverlo. En efecto, son pocos los casos de estudiantes que plantean un problema coherente y no saben resolverlo o lo hacen de forma incorrecta. Además, este autor manifiesta que la invención de problemas no es una práctica que se suele llevar a cabo en los centros educativos. A modo de ejemplo, destaca que dicha actividad era totalmente novedosa para los participantes en su estudio, quienes no recordaban haber realizado ninguna tarea de ese tipo.

Cai et al. (2015) y Arikan y Unal (2015; citado en Ayllón, 2013), establecen que la invención de problemas puede ser un instrumento de evaluación de la comprensión de las matemáticas del alumnado, otorgando a esta actividad un alto valor educativo, ya que permite comprobar si los estudiantes comprenden determinados conceptos. Respecto a ello, Cobo, Fernández y Rico (1986; citado en Ayllón, 2013), evaluaron, a través de la invención de problemas, el uso que los niños de primaria hacían de los números, el significado que les atribuían y las relaciones que establecían entre ellos. Para ello, los escolares debían formular problemas dentro de un contexto real y, sin embargo, ajeno al entorno escolar.

Durante los últimos años, se han investigado los vínculos existentes entre la invención de problemas y otras habilidades matemáticas, incluyendo la comprensión conceptual, la resolución de problemas y la creatividad (Cai y Hwang, 2002; Ellerton, 1986; Silver y Cai, 1996; Singer y Moscovici, 2008; Van Harpen y Sriraman, 2013; citados en Ayllón, 2013).

2.2. El desarrollo de la creatividad en la invención de problemas

En la invención de problemas entra en juego la creatividad del alumnado en todos sus aspectos. Ramos (2006; citado en Ayllón, Gómez y Ballesta-Claver, 2016), dice que “educar para ser creativos es un requisito esencial en los inicios del siglo XXI”. La Real Academia Española (22a ed.) define creatividad como “la facultad de crear, capacidad de creación”. Varios autores definen la creatividad, pero ninguno lo hace de igual manera. Stein (1956; citado en Ayllón, Gómez y Ballesta-Claver, 2016) se refiere a la creatividad como aquel proceso que culmina en una obra nueva resultando útil. Por otra parte, De Bono (1974; citado en Ayllón, Gómez y Ballesta-Claver, 2016) manifiesta que la creatividad es una actitud mental y un instrumento de pensamiento, por lo que se trata de una forma de utilizar la mente y la información; De la Torre (1984) opina que se trata de una aptitud, mientras que Goleman, Kaufman y Ray (1992) afirman que la creatividad es una actitud. Sin embargo, Sorin (1992), dice que toda persona puede ser considerada creativa, siempre que sea singular en su campo y produzca innovaciones. Otras definiciones vinculan la creatividad a un estilo de pensamiento. También están las que se basan en procesos creativos, mientras que otras lo hacen en productos creativos.

Balka (1974; citado en Ayllón, Gómez y Ballesta-Claver, 2016) emplea el término creatividad para designar la originalidad de los enunciados inventados. Silver (1997; citado en Ayllón, Gómez y Ballesta-Claver, 2016) argumenta que, cuando se instruye en matemáticas a partir de tareas de invención de problemas, el profesor ayuda a que los estudiantes desarrollen su creatividad, aumentando la capacidad de estos en cuanto a fluidez, flexibilidad y novedad. En esta línea se recogen las aportaciones de otros autores, como Van den Brink (1987), Streefland (1987), Healy (1993) y Skinner (1991; citados en Ayllón, Gómez y Ballesta-Claver, 2016), quienes afirman que el planteamiento de problemas fomenta el desarrollo de la fluidez, siendo esta la característica principal de la creatividad. Singer, Perczer y Voica (2011; citados en Ayllón, Gómez y Ballesta-Claver, 2016) analizaron la creatividad de estudiantes de 11 a 13 años que inventan problemas y observaron que aquellos estudiantes que inventan problemas

coherentes y originales mediante cambios que realizan a sus enunciados, presentan habilidades creativas.

Por su parte, Van Harpen y Sriraman (2013; citados en Ayllón, Gómezy Ballesta-Claver, 2016), llevaron a cabo un estudio en China y Estados Unidos con estudiantes de secundaria, a fin de analizar la creatividad de estos. Para ello realizaron actividades basadas en la invención de problemas cuyo contenido matemático debían ser conceptos geométricos. Obtuvieron resultados que constataban que, cuando un alumno plantea un problema matemático, desarrolla habilidades de fluidez. También se evidenció, que los escolares enunciaron problemas de alta calidad en cuanto a su elaboración y la originalidad de los planteamientos. Estos autores proponen incluir la invención de problemas en el currículo escolar, dentro de la asignatura de matemáticas, por los beneficios que esta tarea conlleva para los estudiantes.

Dickman (2014; citado en Ayllón, Gómezy Ballesta-Claver, 2016), realizó un estudio indagando sobre la conexión existente entre el planteamiento de problemas y la creatividad. Para ello pide a un grupo de profesores de primaria, a psicólogos que trabajan en educación matemática y a matemáticos, que evalúen problemas inventados en cuanto a la creatividad de los mismos; su estudio le lleva a evidenciar que no hay un consenso entre ellos, debido a que no comparten la misma definición de creatividad, aunque sí admiten la vinculación entre creatividad e invención de problemas.

2.3. Aspectos positivos de la invención de problemas

Para concluir con este apartado, señalaremos los aspectos positivos de las actividades de invención de problemas en la educación matemática. El principal factor corresponde al incremento de conocimiento matemático, puesto que es necesario conectar conocimientos que se conocen por separado y realizar acciones propias del aprendizaje. Cuando se inventa un problema, se emplean diferentes conceptos matemáticos que, por lo general, se han construido a lo largo de su trayectoria escolar y, normalmente, de manera aislada. La persona que lo realiza, ha de leer, examinar datos, pensar críticamente discutir ideas, estrategias y soluciones a la vez que las cuestiona (Davidson y Pearce, 1988 y Whitin, 2004; citados en Jiménez, Somoza y Sanahuja, 2016). Con respecto a la invención de problemas. otros autores señalan, que el alumnado con frecuencia ha de generalizar, siendo necesario escribir con claridad, exactitud y organización, (Burçin, 2005; Petersen y Jungck, 1988; Cifarelli y Sheets, 2009; citados en Jiménez, Somoza y Sanahuja, 2016).

Es necesario hablar también de la motivación, otro aspecto positivo, puesto que es un factor imprescindible para el aprendizaje del alumnado no sólo en matemáticas sino en cualquier área de estudio. A mayor motivación, mayor rendimiento. Autores como Akay y Boz (2010) y Silver (1994) (citados en Jiménez, Somoza y Sanahuja, (2016), proponen como instrumento de motivación la invención de problemas. Esta actividad, junto a la resolución de problemas, favorece una actitud positiva en clase de matemáticas ya que, como señala Polya (1965; citado en Jiménez, Somoza y Sanahuja, 2016), el trabajo con problemas ayuda a despertar la curiosidad de los alumnos y, como consecuencia, la motivación. Para este autor, el proceso de enseñanza de un alumno es incompleto si no ha podido resolver problemas que él mismo haya inventado.

Otro factor a favor de la invención de problemas es que contribuye a la disminución de la ansiedad a la hora de resolver problemas. Los trabajos de Brown y Walter (1993); Burçin (2005); Moses, Bjork y Goldenberg (1990); Silver (1994) y Song, Yim, Shin y Lee (2007) (citados en Jiménez, Somoza y Sanahuja, 2016), mencionan que la invención de problemas reduce el miedo y preocupación por las matemáticas que en muchos casos padecen los alumnos. A su vez, los autores señalados argumentan con respecto a la superación de errores matemáticos habituales, que la invención de problemas induce al alumnado a elegir la información que ha de utilizar en la resolución del problema y a seleccionar los datos con los que ha de operar, haciendo que los errores resolutivos disminuyan.

Un quinto elemento positivo alude a la creatividad, como bien hemos mencionado anteriormente. Se ha determinado que formular problemas ayuda positivamente al desarrollo de la creatividad del alumnado. Estudios como los de Ellerton (1986) y Krutetskii (1969) (citados en Jiménez, Somoza, y Sanahuja, 2016), en los que intervienen dos grupos de alumnos con diferente nivel de habilidad matemática y se comparan sus producciones sobre la generación de nuevos problemas, determinan que los alumnos con talento matemático proponen buenos y abundantes problemas. Los autores referidos ponen de manifiesto una relación entre la habilidad para proponer nuevos problemas y el grado de creatividad y competencia matemática.

Por último, un sexto factor positivo está relacionado con la tarea evaluadora por parte del profesorado. Se refiere a la posibilidad de utilizar la invención de problemas para evaluar ciertas capacidades matemáticas de los estudiantes. Una tarea de invención de problemas permitirá al profesor conocer las habilidades que tienen sus alumnos para usar su conocimiento matemático.

3. ESTUDIO EXPLORATORIO

3.1. Objetivo del estudio

El principal objetivo de este estudio es analizar en un grupo reducido de alumnos de tercero de primaria, cómo se enfrentan al reto de modificar e inventar enunciados de problemas, observando las dificultades que surgen y la relación entre la creatividad manifestada y su conocimiento matemático.

3.2. Metodología

El estudio se realizó con alumnado del tercer curso de primaria del CEIP Samoga, ubicado en el Sauzal (zona norte de Tenerife). Debido al poco tiempo disponible para la toma de datos, el proyecto se realizó con un grupo de 5 alumnos y alumnas, los cuales fueron elegidos aleatoriamente.

Para la realización del proyecto que se presenta, se han diseñado tres tipos de actividades:

- Resolución de problemas planteados por el docente con las siguientes indicaciones de actuación: a) subrayar de rojo los datos y de azul la pregunta, b) marcar con una x (dada una serie de opciones) la opción que corresponde con los datos del problema y c) marcar con una x (dada una serie de opciones) la opción que indica qué es lo que pide el problema y qué han de hacer para resolverlo. Para finalizar, deberán realizar la operación correspondiente y redactar la solución de forma completa y coherente.
- Resolución de problemas tras la modificación por parte del alumnado, de los datos del problema para que el resultado sea diferente, o del enunciado del problema para que la operación sea diferente.
- Invención y resolución de un nuevo problema, a partir de una operación o unos números dados.

Concretamente se diseñaron 11 actividades de los diferentes tipos descritos, organizadas en tres fases:

- Fase I: Pretest (Tres actividades. Anexo 1).
- Fase II: Instrucción (Cinco actividades. Anexo 2).
- Fase III: Postest (Tres actividades. Anexo 3).

Fases I y III (Pretest y Postest). Tanto en el pretest como en el postest, se plantean 3 tipos de actividades. La primera de ella consiste en la resolución de un problema planteado por el profesor con tres grupos de indicaciones: a) subrayar de rojo los datos y de azul la pregunta,

b) dada una serie de opciones, marcar con una x cuál corresponde a los datos del problema y c) dada una serie de opciones, marcar con una x cuál es la que indica qué es lo que se pide el problema y que han de hacer para resolverlo. Para finalizar, deberán realizar la operación correspondiente y redactar la solución de forma completa y coherente.

La segunda actividad consiste en modificar los datos del problema anterior previamente resuelto, para obtener un resultado diferente. La última actividad consiste en la invención de un nuevo problema a partir de una operación dada.

Fase II (Instrucción). El proyecto cuenta también con una fase de instrucción, en la que se plantean los mismos tipos de actividades descritos para las Fase I y II, pero con algunas modificaciones como que en lugar de modificar los datos, el alumnado ha de modificar el enunciado del problema para que la operación necesaria para su resolución sea otra diferente.

3.3. Proceso de instrucción

El proyecto se desarrolla en 8 sesiones distribuidas en dos semanas consecutivas: tres días durante la primera semana y un día la segunda semana. Cabe mencionar que para la realización de todo el proyecto dispusimos de dos sesiones consecutivas cada día. En la siguiente tabla se muestra la temporalización empleada:

Sesiones	ACTIVIDADES										
	Pret-1	Pret-2	Pret-3	Inst-1	Inst-2	Inst-3	Inst-4	Inst-5	Post-1	Post-2	Post-3
1 y 2	X	X									
3 y 4			X	X	X						
5 y 6						X	X	X			
7 y 8									X	X	X

En primer lugar, se realizó el pretest, con la finalidad de comprobar el punto del que partíamos. Las fichas se realizaron de manera progresiva, es decir, el alumnado no adquiere la ficha siguiente sin terminar la anterior.

El primer día, las dos sesiones se dedicaron a presentar el proyecto y realizar las primeras dos fichas del pretest.

El segundo día se realizó la ficha 3 del pretest y las 2 primeras fichas de la fase de instrucción.

El tercer día culminamos realizaron tres fichas de la fase de instrucción, con lo que finalizó dicha fase.

El cuarto día, realizaron las tres fichas correspondientes al postest.

4. RESULTADOS

En este apartamos comentamos los resultados relacionados con la resolución de problemas tanto de problemas planteados por el docente como planteados por ellos y con la invención de problemas, analizando además si hay relación entre su conocimiento matemático y la creatividad y coherencia de sus enunciados.

4.1. Resolución de problemas.

En este subapartado se comenta si son buenos resolutores, tanto cuando es el profesor el que plantea los problemas como cuando son ellos los que modifican el enunciado o inventan problemas.

En la siguiente tabla (Tabla 1), se muestran los resultados obtenidos que se comentan a continuación de la misma.

Tabla 1: Lista de control sobre aspectos relacionados con la resolución de problemas

Resolución de problemas	PRETEST					POSTEST				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Resuelven siempre bien los problemas cuando los plantea el profesor	No	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si
Resuelven siempre bien los problemas cuando los plantean ellos	Si	Si	No	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si
Resuelven siempre bien los problemas cuando los modifican ellos	No	Si	Si	Si	Si	No	Si	Si	Si	Si
Identifican la pregunta	No	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si
Identifican los datos	No	Si	No	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si
Operación correcta	No	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si
Error en la operación	Sí	No	Sí	No	No	No	No	Sí	No	No
Ponen completa y bien la solución del problema	No	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si

Como se puede observar en la tabla anterior (Tabla 1), tres de los cinco participantes en esta experiencia (A2, A4 y A5) resuelven de forma correcta todos los problemas, tanto los que propone la profesora como los que ellos inventan o modifican. Sin embargo, los otros dos participantes (A1 y A3), manifiestan en algunos problemas, dificultades relacionadas con la comprensión de los enunciados y/o la operatoria, bien porque aplican una operación incorrecta

o por errores de cálculos para obtener una solución. Los errores observados son sumar y restar alternativamente y restar del número menor el mayor.

Un ejemplo de falta de comprensión del enunciado es el siguiente (imagen 1).

Imagen 1: Respuestas de los apartados de comprensión de la ficha

1. SUBRAYA LOS DATOS DE ROJO Y LA PREGUNTA DE AZUL

Marcos tiene 150 cartas de fútbol y 6 trompos. Neyson tiene 25 cartas repetidas y decide regalárselas. ¿Cuántas cartas de fútbol tiene Marcos ahora?

DATOS: 

2. MARCA CON UNA X LOS DATOS CORRECTOS

Marcos tiene...	Nayson le regala...
150 cartas	150 cartas
25 cartas	<u>25 cartas</u>
<u>125 cartas</u>	175 cartas

RAZONAMIENTO:

3. MARCA Y RODEA LAS RESPUESTAS CORRECTAS

¿Qué tenemos que averiguar?	¿Qué tenemos que hacer?
a) Las cartas que tenía Marcos antes	Sumar
b) <u>Las cartas que tienen entre los dos</u>	Restar
c) Las cartas que tiene Marcos después de que Neyson le haya regalado las que tenía repetidas	<u>Multiplicar</u>

En el enunciado señala de manera correcta la pregunta, pero en el apartado de razonamiento, cuando se pide que indique ¿qué tenemos que averiguar?, selecciona una respuesta incorrecta; concretamente la respuesta correcta era *¿Cuántas cartas de fútbol tiene Marcos ahora?* y A1 señala que lo que hay que averiguar es *Las cartas que tienen entre los dos*.

Un ejemplo de error en la operación es el siguiente (imagen 2): plantea la operación $67-195$ y opera de la siguiente manera: a 7 unidades le quita 5; luego tiene 6 decenas a las que le tiene que quitar 9, pero como no puede, invierte y a 9 le quita 6; finalmente tiene el 1 que como queda suelto, no hace nada con él, por lo que indica como resultado 132 países.

Imagen 2: Error en la resolución de la operación del problema

CURSO: 3^a A FECHA:

1. SUBRAYA LOS DATOS DE ROJO Y LA PREGUNTA DE AZUL

Alba ha recorrido 67 países de los 195 que hay en el mundo y ha cogido 124 aviones. ¿Cuántos países más le falta para haberlos visitado todos?

RAZONAMIENTO: No se 

3. MARCA Y RODEA LAS RESPUESTAS CORRECTAS

¿Qué tenemos que averiguar?	¿Qué tenemos que hacer?
a) Cuántos países ha recorrido Alba	Sumar
b) <u>Cuántos países le quedan por visitar</u>	Restar
c) Cuántos países hay en todo el mundo en total	Multiplicar

OPERACIÓN: $67 - 195 = 732$
132

SOLUCIÓN: Le faltan 132 países 

En cuanto a la utilización o no del dato de más que aparece en 2 problemas, aunque lo señalan como datos, no lo utilizan en la resolución del problema, salvo A3 en el mismo problema indicado en el ejemplo 2 (Imagen 3).

Imagen 3: Operación empleando el dato de más

RAZONAMIENTO: 

3. MARCA Y RODEA LAS RESPUESTAS CORRECTAS

¿Qué tenemos que averiguar?	¿Qué tenemos que hacer?
a) Cuántos países ha recorrido Alba	Sumar
b) Cuántos países le quedan por visitar	Restar
c) Cuántos países hay en todo el mundo en total	Multiplicar

OPERACIÓN:

$$\begin{array}{r} 11 \\ 195 \\ + 124 \\ \hline 386 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 195 \\ - 124 \\ \hline 071 \end{array}$$

SOLUCIÓN: Le faltan 71 países por visitar



Por lo que se puede concluir que, por lo general, el alumnado es capaz de resolver los problemas que ellos mismos plantean o que modifican, encontrando incluso más facilidad para la resolución que cuando el problema es planteado por el docente. Además, en la mayoría de los casos en los que el problema no se resolvió de manera correcta, fue debido a errores en la realización de la operación, es decir, se plantaba la operación correcta pero no llevaban a cabo el cálculo correcto de la misma.

4.2. Planteamiento de problemas (invención y modificación).

En este subapartado se comenta la coherencia de los enunciados inventados o modificados y el grado de creatividad (Tabla 2).

Tabla 2: Lista de control sobre aspectos relacionados con la **invención y modificación** de problemas

Planteamiento de problemas	PRETEST					POSTEST				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Plantean enunciados coherentes cuando inventan un problema dada una operación	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ
Modifican con coherencia los problemas cuando se les pide que modifiquen los datos para que el resultado sea diferente	NO	NO	NO	SÍ	NO	No	SÍ	No	SÍ	SÍ

Son creativos sus enunciados	NO	NO	SÍ	NO	SÍ	No	No	Sí	No	No
Copian la misma estructura	SÍ	SÍ	NO	SÍ	NO	Sí	Sí	No	Sí	Sí
* En la fase 2 se les plantea 2 problemas, que modifiquen el enunciado del problema dado para que la operación sea otra.	Incorrecto A1, A2, A3, A4 y A5									

A la hora de modificar los datos de un problema previamente dado, en el pretest, sucede lo siguiente. Los cinco alumnos y alumnas son capaces de resolver el problema modificado, ahora bien, cuando se les pide que modifiquen los datos del problema para que el resultado sea diferente, cuatro de los cinco participantes no lo hacen de forma correcta (A1, A2, A3 y A5), ya que, o bien dejan los mismos datos y lo que modifican es el enunciado y la operación con la que se resuelve (A1 y A5), o bien modifican datos, enunciado y operación (A2 y A3). Únicamente A4 realiza lo que se pide.

Por ejemplo, A1, en un problema mantuvo los mismos datos, pero modificó el enunciado, es decir, en lugar de averiguar cuántas cartas tiene el niño después de que su amigo le haya dado un número determinado de cartas, planteo el problema de tal forma que, se trata de averiguar cuántas cartas le queda al niño después de haberle regalado un número determinado a su amigo. Por tanto, en este caso, el problema en lugar de resolverse con una suma se resuelve con una resta.

En cambio, A4, no solo realizó las modificaciones pertinentes, sino que incluso modificó el dato de más, en este caso un número de trompos dado que tenía el niño (Imagen 4 y 5).

Imagen 4: Enunciado del problema dado

1. SUBRAYA LOS DATOS DE ROJO Y LA PREGUNTA DE AZUL

Marcos tiene 150 cartas de fútbol y 6 trompos. Neysan tiene 25 cartas repetidas y decide regalárselas. ¿Cuántas cartas de fútbol tiene Marcos ahora?

Imagen 5: Enunciado del problema modificado por A4

1. MODIFICA LOS DATOS DEL PROBLEMA ANTERIOR PARA QUE EL RESULTADO SEA OTRO

PROBLEMA:

~~Marcos tiene 50 cartas de futbol y 10 trampas
Neymar tiene 50 cartas repetidas y decide regalárselas.
¿Cuántas cartas tiene Marcos ahora?~~

Respecto al Postest, cabe destacar una mejora en cuanto a modificar con coherencia los problemas, cuando se les pide que modifican los datos para que el resultado sea diferente. Se observa que los alumnos A2, A4 y A5, en este caso, sí que llevaron a cabo una modificación correcta de los datos y pudieron resolverlos de forma correcta. La alumna A1, no modificó los datos, sino que inventó otro problema de cero, que no tenía siquiera relación con el problema dado. Aunque sí lo resolvió de manera correcta, es decir la operación y el cálculo correspondía con lo que se le pedía en el enunciado. En cuanto a A3, modificó los datos del problema y también el enunciado, pero el resultado no tenía coherencia, es decir, no se podía resolver (Imagen 6) *Gabriela y Lucía han ido a medir la casita de los libros del colegio. Si la parte que midió Gabriela mide 150 cm y la que midió Lucía mide 125 cm ¿Cuántos centímetros quedan sin medir?*

Imagen 6: Enunciado sin coherencia del alumno A3

PROBLEMA:

~~Gabriela y Lucía han ido a medir
la casita de los libros de el colegio
si la parte que midió Gabriela mide
150cm y la que midió Lucía mide
125cm ¿cuántos centímetros quedan
sin medir?~~

Otro aspecto interesante es la dificultad observada en los 5 alumnos, cuando se plantea que modifiquen el enunciado de un problema dado, para que la operación sea otra. Ninguno respondió de forma correcta: A5, modificó el enunciado de tal forma que cambió tanto los datos como el mismo enunciado, pero la operación era la misma. A1 y A3, crearon un problema nuevo, pero no cumplían lo que se les pedía. Finalmente, A4 no modificó nada y lo dejó tal y como estaba planteado y A2 redactó un enunciado sin pregunta: “*Ha visitado 166 y hay 197 países*”, por tanto, no es un problema.

Por otra parte, queremos destacar que, cuando se le pide inventar un problema dado dos números, todos inventaron un problema que se resuelve con una suma.

En cuanto a la creatividad en los problemas inventados y modificados, en líneas generales, los cinco participantes, manifiestan cierta creativa; no siguen la estructura del problema dado y esto sucede tanto en el pretest como en el postest. Es cierto, que en ocasiones plantean un problema similar al problema anterior, pero con otro tema de interés, en su mayoría sobre fútbol.

Finalmente, indicar que la creatividad y el conocimiento matemático, en los 5 alumnos de esta experiencia parece que “van de la mano”. Se observa que aquellos alumnos y alumnas que poseen mayor conocimiento matemático, plantean problemas más creativos y coherentes que el resto. Un claro ejemplo de ello, es el alumno A5, que resuelve con éxito todos los problemas y cuando modifica un problema, cambia la estructura semántica del mismo, además de modificar siempre el tema central del problema y redactar enunciados basados en lo que le gusta y en su quehacer diario en el colegio con sus compañeros de clase. Sin embargo, los problemas inventados o modificados por el alumno A3, no son nada creativos, e incluso, cuando se le pide cambiar el enunciado para que la operación sea otra, plantea enunciados que no pueden resolverse, bien por carecer de pregunta o por incoherencia entre los datos.

5. REFLEXIÓN FINAL

Con la elaboración de este Trabajo de Fin de Grado, he podido comprobar que la invención de problemas en el aula tiene una infinidad de aspectos positivos, siendo todos ellos un motivo para trabajar este aspecto de las matemáticas empleando esta metodología. Es por tanto que está directamente relacionado con el desarrollo de la creatividad del alumnado y con la adquisición de conceptos matemáticos asociados al curso pertinente, en este caso, tercero de primaria.

Con la invención de problemas se produce un estímulo de la creatividad por parte del alumnado, pues al inventar problemas los discentes se ven obligados a pensar de manera creativa para crear situaciones interesantes y que concuerden con lo que se le pide, además, de llevar lo que se le pide, por ejemplo, la creación de un nuevo enunciado a partir de dos números dados, a su terreno y jugar con ello, de este modo, su interés incrementa y favorece la adquisición de los conceptos matemáticos de mejor forma, puesto que la atención es mayor si haces algo que realmente te gusta y que por tanto, valga la redundancia, capte su atención. Esto fomenta la creatividad, pues se anima al alumnado a encontrar soluciones innovadoras y diferentes en lugar de depender únicamente de enfoques tradicionales.

Asimismo, se obtiene una comprensión más profunda de conceptos. Es decir, al diseñar problemas, los estudiantes deben tener un conocimiento sólido de los conceptos matemáticos y cómo se relacionan entre sí, para poder plantear un problema que posteriormente pueda ser resuelto tanto por ellos mismos como por sus compañeros. Es por ello, que este proceso de creación requiere una comprensión profunda de los temas, lo que a su vez, mejora la asimilación de conceptos matemáticos.

Además, como bien mencioné anteriormente, esto proporciona un mayor involucramiento e interés, puesto que, al ser personalizados, están relacionados, por lo general, con sus intereses y experiencias, lo que genera un mayor nivel de entusiasmo y de atención, entendiendo mejor los conceptos de interés por parte del profesorado, lo que facilita la asimilación y retención de los conceptos matemáticos.

Con todo ello también se obtiene un mayor desarrollo de habilidades para la resolución de problemas, pues al enfrentarse a la creación de un nuevo problema, los niños y niñas también están desarrollando sus habilidades de resolución de problemas. Este proceso implica identificar patrones, aplicar estrategias matemáticas y evaluar posibles soluciones, lo que enriquece su pensamiento analítico y crítico. Además, la invención de problemas desafía a los discentes a abordar situaciones nuevas y desconocidas, lo que fomenta la adaptabilidad y flexibilidad en su pensamiento matemático.

6. BIBLIOGRAFÍA

- Ayllón Blanco, M. F. (2013). *Invención-resolución de problemas por alumnos de Educación Primaria*. Universidad de Granada.
- Ayllón, M. F., Gómez, I. A. y Ballesta-Claver, J. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos y representaciones*, 4(1), 169-218.
- Jiménez, L., Somoza, J. y Sanahuja, S. M. (2016). Invención de problemas en Educación Primaria: un estudio exploratorio sobre problemas aritméticos multiplicativos. *Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia*, 5(2), 21-35.

7. ANEXOS

Anexo 1: Fichas de la Fase I: pretest

Pretest Ficha 1: Resolución de un problema planteado por el profesorado

NOMBRES Y APELLIDOS:	
CURSO:	FECHA:

1. SUBRAYA LOS DATOS DE ROJO Y LA PREGUNTA DE AZUL

Marcos tiene 150 cartas de fútbol y 6 trompos. Neysan tiene 25 cartas repetidas y decide regalárselas. ¿Cuántas cartas de fútbol tiene Marcos ahora?

DATOS:



2. MARCA CON UNA X LOS DATOS CORRECTOS

Marcos tiene...		Naysan le regala...	
<input type="checkbox"/>	150 cartas	<input type="checkbox"/>	150 cartas
<input type="checkbox"/>	25 cartas	<input type="checkbox"/>	25 cartas
<input type="checkbox"/>	125 cartas	<input type="checkbox"/>	175 cartas

RAZONAMIENTO:

3. MARCA Y RODEA LAS RESPUESTAS CORRECTAS

¿Qué tenemos que averiguar?	¿Qué tenemos que hacer?
a) Las cartas que tenía Marcos antes	Sumar
b) Las cartas que tienen entre los dos	Restar
c) Las cartas que tiene Marcos después de que Neysan le haya regalado las que tenía repetidas	Multiplicar

OPERACIÓN:

SOLUCIÓN:

Marcos tiene _____



Pretest Ficha 3: Inventar un problema a partir de una operación dada

NOMBRES Y APELLIDOS:	
CURSO:	FECHA:

INVENTA UN PROBLEMA CON LA SIGUIENTE OPERACIÓN Y RESUÉLVELO



PROBLEMA:

DATOS:

OPERACIÓN:



SOLUCIÓN:

Anexo 2: Fichas de la Fase II: Instrucción

Instrucción Ficha 1: Resolución de un problema planteado por el profesorado

NOMBRES Y APELLIDOS:	
CURSO:	FECHA:

1. SUBRAYA LOS DATOS DE ROJO Y LA PREGUNTA DE AZUL

Gabriela y Lucía han ido a medir el ancho de la casita de los libros del colegio. Si la parte que midió Gabriela mide 150 cm y la que midió Lucía midió 125 cm. ¿Cuántos centímetros mide el ancho de la casita en total?

DATOS:



2. MARCA CON UNA X LOS DATOS CORRECTOS

La parte que midió Gabriela mide...		La parte que midió Lucía mide...	
<input type="checkbox"/>	150 cm	<input type="checkbox"/>	150 cm
<input type="checkbox"/>	125 cm	<input type="checkbox"/>	125 cm
<input type="checkbox"/>	200 cm	<input type="checkbox"/>	200 cm

RAZONAMIENTO:

3. MARCA Y RODEA LAS RESPUESTAS CORRECTAS

¿Qué tenemos que averiguar?	¿Qué tenemos que hacer?
a) La medida del ancho de la casita en total	Sumar
b) Lo que mide la parte que midió Gabriela	Restar
c) Lo que mide la parte que midió Lucía	Multiplicar

OPERACIÓN:

SOLUCIÓN:

El ancho de la casita mide _____



Instrucción Ficha 3: Resolución de un problema planteado por el profesorado

NOMBRES Y APELLIDOS:	
CURSO:	FECHA:

1. SUBRAYA LOS DATOS DE ROJO Y LA PREGUNTA DE AZUL

Alba ha recorrido 67 países de los 195 que hay en el mundo y ha cogido 124 aviones. ¿Cuántos países más le falta para haberlos visitado todos?

DATOS:

2. MARCA CON UNA X LOS DATOS CORRECTOS

El mundo tiene...		Alba ha recorrido...	
<input type="checkbox"/>	197 países	<input type="checkbox"/>	197 países
<input type="checkbox"/>	67 países	<input type="checkbox"/>	67 países
<input type="checkbox"/>	139 países	<input type="checkbox"/>	139 países

RAZONAMIENTO:



3. MARCA Y RODEA LAS RESPUESTAS CORRECTAS

¿Qué tenemos que averiguar?	¿Qué tenemos que hacer?
a) Cuántos países ha recorrido Alba	<input type="checkbox"/> Sumar
b) Cuántos países le quedan por visitar	<input type="checkbox"/> Restar
c) Cuántos países hay en todo el mundo en total	<input type="checkbox"/> Multiplicar

OPERACIÓN:



SOLUCIÓN:

Le faltan _____

Anexo 3: Fichas de la Fase III: Postest

Postest Ficha 1: Resolución de un problema planteado por el profesorado

NOMBRES Y APELLIDOS:	
CURSO:	FECHA:

1. SUBRAYA LOS DATOS DE ROJO Y LA PREGUNTA DE AZUL

Para fin de curso los profesores quieren llevar a todo el alumnado de primaria a una excursión al Siam Park. Si de primero a cuarto hay 382 alumnos en total y de quinto a sexto hay 90 alumnos. ¿Cuántos alumnos irán a la excursión en total?

DATOS:

2. MARCA CON UNA X LOS DATOS CORRECTOS

De primero a cuarto hay...		De quinto a sexto hay...	
<input type="checkbox"/>	392 alumnos	<input type="checkbox"/>	382 alumnos
<input type="checkbox"/>	90 alumnos	<input type="checkbox"/>	90 alumnos
<input type="checkbox"/>	472 alumnos	<input type="checkbox"/>	472 alumnos

RAZONAMIENTO:

3. MARCA Y RODEA LAS RESPUESTAS CORRECTAS

¿Qué tenemos que averiguar?	¿Qué tenemos que hacer?
a) ¿Cuántos alumnos hay en primero?	<input type="checkbox"/> Sumar
b) ¿Cuántos alumnos van a la excursión?	<input type="checkbox"/> Restar
c) ¿Cuántos alumnos no van a la excursión?	<input type="checkbox"/> Multiplicar

OPERACIÓN:

SOLUCIÓN: Van a la excursión _____

Postest Ficha 2: Modificación de datos del problema por el alumnado

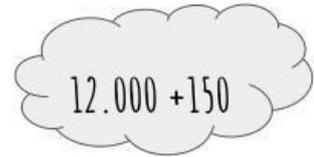
NOMBRE:	FECHA:
1. MODIFICA LOS DATOS DEL PROBLEMA PARA QUE EL RESULTADO SEA DIFERENTE	
PROBLEMA:	
<hr/>	
DATOS:	OPERACIÓN:
<hr/>	
SOLUCIÓN:	
<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

Postest Ficha 3: Invención de un problema a partir de una operación

NOMBRES Y APELLIDOS:	
CURSO:	FECHA:

INVENTA UN PROBLEMA CON LA SIGUIENTE OPERACIÓN Y RESUÉLVELO

PROBLEMA:



DATOS:

OPERACIÓN:



SOLUCIÓN:
