Enseñanza de la estadística y lenguaje: un estudio en bachillerato

Israel García Alonso y Juan Antonio García Cruz

Resumen: En este trabajo analizamos varios términos relacionados con la inferencia estadística que aparecen en distintos libros de texto de secundaria. Comparamos el significado que dichos términos tienen con el que se les asigna en los libros de texto. Comprobamos cómo, en ocasiones, los textos dan definiciones de términos más cercanas a un contexto cotidiano que a uno matemático. Clasificamos distintos términos según su significado y lo comparamos con el significado dado por los diferentes textos.

Palabras clave: inferencia estadística, libros de texto, contexto cotidiano, contexto matemático.

The teaching of Statistics and Language: a study in secondary school

Abstract: This paper analyzes several terms related to Statistical Inference and how they appear in secondary school textbooks. We compare their definition to the one that the textbook gives. Sometimes the definitions are quite different. We will categorize these terms differentiating the context we are working on, and then contrast these definitions with the one that appears in the textbooks.

Keywords: statistical inference, school textbooks, daily context, mathematic context.

MARCO TEÓRICO

En los últimos años ha abundado la información derivada de la investigación sobre las dificultades y obstáculos que los alumnos encuentran cuando se enfrentan con la inferencia estadística. En el ámbito universitario, Vallecillos y Batanero (1997) señalaron dificultades en el aprendizaje de la inferencia estadística, especialmente respecto de los conceptos de nivel de significación, parámetro

Fecha de recepción: 15 de agosto de 2008.

y estadístico, entre otros, así como sobre la lógica global del contraste de hipótesis. En el ámbito de la educación secundaria, Moreno y Vallecillos (2002) realizaron un estudio con alumnos de 15 y 16 años y mostraron que los estudiantes poseen concepciones erróneas que hacen que realicen inferencias incorrectas. Entre otras, señalan que la concepción que aparece en los estudiantes con más frecuencia es la descrita por Kahnemann *et al.* (1982), denominada *heurística de la representatividad,* que se caracteriza por la creencia de que las muestras pequeñas deben reproducir las características esenciales de la población de la cual han sido extraídas. Por otro lado, el contraste de hipótesis parece ser una herramienta de especial dificultad para los estudiantes. En Vallecillos (1999) se indica que los estudiantes muestran diferentes concepciones de lo que demuestra el test de hipótesis. García Alonso y García Cruz (2003) realizaron un estudio sobre una muestra ($n = 50$) de estudiantes presentados a la Prueba de Acceso a la Universidad. En dicho estudio concluyen que muchos alumnos (86%) no son capaces de realizar completamente los problemas tipo de inferencia estadística propuestos, a pesar de que tales problemas no se diferencian de los que están habituados a resolver en la práctica diaria de la clase.

Todas las investigaciones anteriores coinciden en que, desde el punto de vista lógico-matemático, existe una dificultad inherente a este tema, pero en nuestro trabajo nos interesaremos principalmente por el uso del lenguaje y los posibles obstáculos que a partir de él se pudieran producir en los estudiantes.

En la construcción del conocimiento matemático, un vehículo importante es el lenguaje y, durante el bachillerato, las matemáticas presentan un nivel de abstracción mayor y una mayor tecnificación, razón por la cual necesitan cada vez más de términos específicos. Éste es el caso de la inferencia estadística. Según Shuard y Rothery (1984), en el aula de matemáticas trabajamos con dos tipos de contexto: contexto cotidiano y contexto matemático. Entendemos por contexto cotidiano aquel en el que realizamos la comunicación habitual, mientras que el contexto matemático es el propio de las matemáticas. Según esto, los autores clasifican los términos que aparecen en una clase de la siguiente manera: *1)* términos con el mismo significado en ambos contextos; *2)* términos con distinto significado en ambos contextos, y *3)* términos propios del contexto matemático. Los estudiantes no deberían tener dificultad con la categoría 1, mientras que la categoría 3 debe ser definida necesariamente, pues son términos que los estudiantes no conocen ni tienen en su vocabulario. La categoría 2 puede dar lugar a más dificultades para los estudiantes. El libro de texto constituye un recurso importante para el aprendizaje y la enseñanza. Pepin *et al*. (2001) nos señalan que existen cuatro grandes áreas sobre las que podemos realizar el análisis del contenido y la estructura de los libros de texto: la intención matemática, la intención pedagógica, el contexto sociológico y la cultura tradicional representada.

En este trabajo, el análisis que presentamos de los libros de texto será *a priori*. Por lo tanto, extraemos los términos relacionados con la inferencia estadística, analizamos el contexto en el que se proponen y los clasificaremos según las categorías dadas por Shuard y Rothery (1984).

Nos planteamos las siguientes cuestiones: ¿Cómo se presentan los términos de inferencia estadística en los libros de texto de bachillerato? ¿Existe discrepancia entre el significado matemático y el cotidiano de los términos usados? ¿Son apropiadas las definiciones con las que se introducen?

OBJETIVOS Y METODOLOGÍA

Los objetivos del trabajo son:

1. Analizar si el significado de los términos de inferencia estadística es el mismo en los contextos cotidiano y matemático.
2. Comparar estos significados con los presentados en los libros de texto de bachillerato.

Para llevar esto a cabo, aprovechando una sesión de coordinación trimestral, se planteó un cuestionario a un grupo de 37 profesores de matemáticas de 2º de bachillerato. En dicha encuesta se les pedía que indicaran el texto que utilizan.

Además, nos parece muy significativo que una parte importante del profesorado encuestado (unos 30 profesores) utiliza el libro de texto para refrescar o recordar los conceptos estadísticos que van a trabajar con los estudiantes, lo que indica la importancia del libro de texto como elemento formador del propio profesorado.

Del cuestionario, extrajimos los cuatro libros de texto más utilizados por el profesorado y sobre ellos hemos realizado esta investigación; dichos textos son:

Texto 1 (T1): Anaya; Texto 2 (T2): SM; Texto 3 (T3): Santillana; Texto 4 (T4): Edelvives.

Seguidamente, seleccionamos todos los términos relacionados con inferencia estadística que aparecen en cada uno de los textos escogidos. Después se analizó el significado de cada término, tanto en el contexto cotidiano como en el matemático. Como representante del contexto cotidiano hemos elegido el *Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española* (DRAE) y, como referente del contexto matemático, hemos tomado dos manuales universitarios: ME = Mendenhall (1982) y MO = Moore (2005).

Contexto cotidiano. El español es una lengua que se encuentra normalizada por la Real Academia de la Lengua Española, la cual se encarga de recoger todos aquellos términos y nuevas acepciones de éstos que la lengua va adquiriendo con el tiempo. Su diccionario es un recurso fundamental cuando queremos estudiar los términos tal y como los recoge el lenguaje cotidiano. Y además, respecto a los tecnicismos, el diccionario advierte que "incorpora aquellas voces procedentes de los distintos campos del saber y de las actividades profesionales cuyo empleo actual [...] ha desbordado su ámbito de origen y se ha extendido al uso, frecuente u ocasional, de la lengua común y culta". Con ello, nos da idea de cómo determinados tecnicismos han sido adoptados por el lenguaje habitual y si lo han hecho correctamente o, por el contrario, incorporan errores conceptuales desde el punto de vista matemático.

Contexto matemático. El contexto matemático lo determinan los manuales universitarios, entendiendo que son éstos los encargados de transmitir las definiciones de los términos y conceptos técnicos. En nuestro caso, hemos adoptado dos manuales: Mendenhall (1982) y Moore (2005).

Una vez que conocemos el significado de los términos en los contextos cotidiano y matemático, analizamos en cuál categoría de las descritas por Shuard y Rothery (1984) se sitúan. Para ello, si ocurre que las definiciones del diccionario y de los manuales universitarios son equivalentes o muy cercanas, colocamos el término dentro de la categoría de "términos con el mismo significado en ambos contextos" (1). Si no está definido en el diccionario y sólo aparece la definición en los manuales universitarios, diremos que dicho término tiene "significado propio en el contexto matemático" (3). Y cualquier término que no presente la misma definición en el diccionario y en los manuales universitarios será catalogado como "término con distinto significado en ambos contextos" (2). El último paso de la investigación consistió en analizar qué ocurre con estos mismos términos en los textos seleccionados.

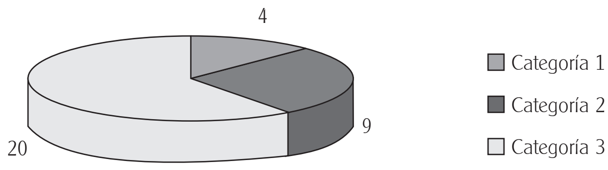
RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En total analizamos 27 términos relativos a la inferencia estadística. Para abreviar, los enumeramos más adelante, cada uno en su categoría correspondiente. Una vez que realizamos el estudio de cada uno de los términos, tal y como indicamos en el apartado anterior, y los clasificamos por categorías, obtuvimos los resultados que pasamos a mostrar a continuación.

Categoría 1 Mismo significado en ambos contextos	**Categoría 2** Distinto significado en ambos contextos	**Categoría 3** Significado propio en el contexto matemático
Estadística	Media	Parámetro
Población	Muestra	Estadístico
Individuo	Estimación	Muestreo aleatorio
Tamaño de la muestra	Inferir	Media muestral
	Distribución	Media poblacional
	Probabilidad	Nivel de confianza
	Representativo	Desviación típica
	Riesgo	Estadística inductiva
	Significativo	Estadística hipotético-deductiva
		Error máximo admisible
		Normal
		Sesgado
		Eficiente
		Proporción muestral
		Contraste de hipótesis
		Hipótesis nula
		Hipótesis alternativa
		Nivel de significación
		Error de tipo I
		Error de tipo II

Gráficamente, la distribución de los términos es la que aparece en la siguiente figura:

Figura 1 Cantidad de términos por cada categoría



Categoría 1: mismo significado en ambos contextos

Término:	**ESTADÍSTICA**
Diccionario	*Manuales universitarios*
Rama de la matemática que utiliza grandes conjuntos de datos numéricos para obtener inferencias basadas en el cálculo de probabilidades.	No lo definen explícitamente.
TEXTOS	
T4. "la ciencia que trata de obtener, organizar e interpretar hechos numéricos; dentro de ella podemos distinguir dos ramas: la estadísticas descriptiva y la estadística inferencial".	

Término:	**POBLACIÓN**
Diccionario	*Manuales universitarios*
1. Acción y efecto de poblar.	*ME.* Conjunto de todas las mediciones de interés para quien obtiene la muestra.
2. Conjunto de los individuos o cosas sometido a una evaluación estadística mediante muestreo.	*MO.* Un grupo entero de individuos sobre el que queremos información se llama población.
TEXTOS	
T1. "Población o universo es el conjunto de todos los individuos objeto de nuestro estudio."	
T2. "...es el conjunto de todos los elementos que poseen una determinada característica. En general supondremos que la población es muy grande."	
T3. "...cuando una investigación estadística va referida a un conjunto, colección o colectivo de elementos, este colectivo se llama población."	
T4. "...el conjunto homogéneo de personas, animales o cosas sobre el que se va a realizar un estudio".	

Se trata de un término que, en su segunda acepción en el diccionario, presenta una definición equivalente a la dada por los manuales universitarios, en cuanto a que hace referencia al conjunto total.

Si comparamos estas definiciones con las dadas en los diferentes textos, cabe destacar la definición dada en *T4*, donde se pide que el conjunto sea homogéneo. Se trata de un requisito que no es necesario y podría inducir a errores conceptuales posteriores, ya que podría ser que la finalidad del estudio estadístico fuera determinar cierta característica homogénea en la población.

Término:	**INDIVIDUO**
Diccionario	*Manuales universitarios*
1. Persona cuyo nombre y condición se ignoran o no se quieren decir. *2.* Cada ser organizado, sea animal o vegetal, respecto de la especie a la que pertenece.	*MO.* Los individuos son los objetos descritos por un conjunto de datos. Los individuos pueden ser personas, pero también pueden ser animales o cosas.
TEXTOS	
T4. Lo define como "cada uno de los elementos de la población", aunque en ningún momento se utilice este término.	

Los demás libros de texto no utilizan este término.

Término:	**TAMAÑO DE LA MUESTRA**
Diccionario	*Manuales universitarios*
Mayor o menor volumen o dimensión de algo.	*MO.* Una muestra aleatoria simple de tamaño n consta de n individuos de una población.
TEXTOS	
T1. No define directamente este término, aunque lo utiliza por primera vez en este libro diciendo: "Hay dos aspectos de las muestras a los que deberemos prestar mucha atención: su *tamaño* y *cómo se realiza la selección* de los individuos que la forman."	
T2. Introduce por primera vez este término en los ejercicios. Aparece en la exposición teórica más adelante, pero siempre dando por entendido su significado. No lo define previamente.	
T3. El "tamaño de la población" es "el número de elementos o unidades estadísticas que la componen".	
T4. "...número de individuos que la forman."	

Categoría 2: Distintos significados en ambos contextos

Término:	MEDIA
Diccionario	*Manuales universitarios*
1. Que está entre dos extremos, en el centro de algo o entre dos cosas. 2. Número que resulta al efectuar una serie determinada de operaciones con un conjunto de números y que, en determinadas condiciones, puede representar por sí solo a todo el conjunto.	MO. Para hallar la media de un conjunto de observaciones, suma sus valores y divide por el número de observaciones. ME. La media aritmética de un conjunto de *n* observaciones y_1, y_2, y_3, ..., yn , es igual a la suma de las observaciones dividida entre *n*.
TEXTOS	

T1. "Si en lugar de la suma de los resultados hallamos sus *medias* (es decir, la suma de resultados la dividimos por el número de dados)..."

T2. "Media muestral: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$"

T3. "Si *x* es una variable aleatoria continua que toma valores en [*a,b*] y *f(x) es su función de densidad:* $E[x] = \int_a^b xf(x)dx$".

T4. "La media o esperanza matemática de la variable aleatoria discreta *x*, [[m]], viene dada por la expresión:

$$\mu = x_1p_1 + x_2p_2 + \ldots + x_np_n = \sum_{i=1}^{n} x_ip_i"$$

Y si "*x* es una variable aleatoria continua que toma valores en el intervalo [*a,b*] y *f(x)* es su función de densidad: La media o esperanza matemática, μ, de la variable *x* se calcula como:

$$\mu = \int_a^b xf(x)dx"$$

Añade que "la media representa el promedio de todas las posibles observaciones; por tanto, es una medida de centralización que trata de describir con un único número la localización general de un conjunto de valores".

Notamos que el diccionario da la definición de punto medio entre dos extremos. Esta definición no es correcta y puede confundir, pues no siempre la media estará en el centro de los dos extremos (sólo es cierta cuando se trata de la media de dos valores). ¿Qué ocurre cuando hay más de dos valores? A pesar de que la media tiene una fórmula fácil para su cálculo, el diccionario no la aporta.

Además, en los textos se mezclan muchas "medias". Aparece la media muestral, media poblacional, esperanza matemática o media en probabilidad (de variable discreta y continua), media de una distribución muestral, la distribución de las medias muestrales... y distintas notaciones: $\bar{x}$, μ, $E[x]$.

Hay libros de texto que suponen que este término ha sido trabajado en cursos anteriores, por lo que no lo definen en ningún momento.

La media de una serie de datos es la que aparece con más frecuencia y es la que aporta el DRAE, mientras que los otros tipos de medias son las que difieren del contexto cotidiano.

Mendenhall (1982) indica que tanto la población como la muestra poseen una media, las cuales llamaremos media poblacional y media muestral, respectivamente. Además, la ley de los grandes números nos asegura que, a medida que aumenta el tamaño de la muestra, la media muestral se aproxima más a la media poblacional, con lo que la primera estima el valor de la segunda.

Moore (2005) define *distribución muestral* de un estadístico (la media lo es) como la distribución de los valores tomados por él en todas las muestras posibles de igual tamaño de la misma población. Esto es importante, porque el Teorema del Límite Central nos asegurará que, en cualquier muestra aleatoria simple (MAS.), la media muestral se distribuye como una normal. Todos los libros de texto dedican al menos un apartado a esta distribución y al Teorema del Límite Central.

Por otro lado, sin justificación aparente, los libros de texto indican que la $\bar{x}$ se aproxima a la media poblacional. No establecen una relación entre esa aproximación y el Teorema del Límite Central, que es el que justifica dicha aproximación y además indica que será mejor aproximación cuanto mayor sea n (Ley de los Grandes Números).

Término:	**MUESTRA**
Diccionario	*Manuales universitarios*
1. Porción de un producto o mercancía que sirve para conocer la calidad del género. 2. Parte o porción extraída de un conjunto por métodos que permiten considerarla como representativa de él.	*ME*. Una muestra es un subconjunto de mediciones seleccionadas de la población de interés. *MO*. Una muestra es la parte de la población que realmente examinamos con el objetivo de obtener información.
TEXTOS	
T1. "...un subconjunto extraído de la población. Su estudio sirve para inferir características de toda la población"... "Sin embargo, si la muestra está mal elegida (no es representativa)..." *T2*. "...un subconjunto de la población". Para que "un estudio sea fiable habrá que cuidar mucho la elección de la muestra, con el fin de que sea realmente representativa de la población". *T3*. "...parte de la población debidamente elegida que se somete a la observación científica en representación de ella, con el propósito de obtener resultados válidos para toda la población". Y para que "una muestra se considere válida debe cumplir que (...) sea representativa". *T4*. "Subconjunto de la población". Se debe "hacer una buena selección".	

Observamos que las definiciones dadas por los manuales universitarios son equivalentes entre sí, mientras que la dada por el diccionario agrega la idea de que el subconjunto debe ser representativo del total. Este requisito no aparece en los manuales universitarios, pero sí lo recogen los libros de texto.

¿Qué se entiende por algo *representativo*? El diccionario define este término como:

1. Hacer presente algo con palabras o figuras que la imaginación retiene.
2. Ser imagen o símbolo de algo, o imitarlo perfectamente.

Según esta definición, cuando se dice que una muestra es representativa, se está indicando que la muestra debe "imitar perfectamente" o "ser imagen" de la población. Encontramos que, de esta manera, se está fomentando la concepción errónea descrita por Kahneman *et al.* (1982) denominada *heurística de la representatividad,* donde el estudiante espera que pequeñas muestras hereden todas las propiedades de la población. Sabemos que no es el parecido con la población lo que valida una muestra, sino su método de selección.

Término:	PROBABILIDAD
Diccionario	*Manuales universitarios*
1. Verosimilitud o fundada apariencia de verdad. 2. En un proceso aleatorio, razón entre el número de casos favorables y el número de casos posibles.	*MO*. La probabilidad de cualquier resultado de un fenómeno aleatorio es la proporción de veces que el resultado se da después de una larga serie de repeticiones. ME. A cada punto del espacio muestral le asignamos un número, llamado la probabilidad de E_i y denotado por el símbolo P(Ei).
TEXTOS	
T1. "Al realizar reiteradamente una experiencia aleatoria, la frecuencia relativa de un cierto suceso, *fr*(*S*), va tomando distintos valores. Estos valores sufren al principio grandes oscilaciones, pero, poco a poco, se van estabilizando (oscilan cada vez menos). Cuando *n* crece mucho, se aproximan a un cierto valor que es la probabilidad de *S*, *P*[*S*]." *T2*. SM da las definiciones frecuentista, clásica y axiomática de la probabilidad: "la frecuencia relativa de un suceso tiende a estabilizarse en torno a un número, a medida que el número de pruebas del experimento crece indefinidamente [...] probabilidad del suceso". Añade: "el cociente entre el número de casos favorables al suceso y el número de casos posibles". Y también escribe: "Una ley que asocia a cada suceso *A*, del espacio de sucesos, un número real que llamamos probabilidad de *A*". *T3*. "Cuando repetimos un experimento aleatorio muchas veces, la frecuencia relativa de un suceso *A* tiende a aproximarse a un valor fijo. Este valor fijo se define como probabilidad del suceso *A*." *T4*. Probabilidad es "toda aplicación *P* definida entre el espacio de sucesos *S* y el conjunto de a los números reales *R*, tal que a todo suceso $A \in S$ le asocia un número real *P*(*A*), al que llamamos probabilidad del suceso *A*."	

Pero, además, es un hecho destacable que el diccionario recoja la definición de muestra, señalando que sea representativa. Esto nos demuestra que en el contexto cotidiano se ha adoptado una definición errónea de este tecnicismo, la cual podría generar un obstáculo en el aprendizaje. Constatamos que algunos libros de texto fomentan esta concepción errónea.

La definición científica que da el DRAE es la visión laplaciana de la probabilidad, en la que suponemos que todos los sucesos tienen la misma probabilidad, lo que no ocurre en todos los casos.

La primera definición que aparece en los manuales universitarios varía según la concepción que tienen los autores. Así, Moore expone una definición frecuentista, mientras que la dada por Mendenhall es axiomática.

La definición axiomática de la probabilidad es importante si queremos profundizar más en este concepto, aunque en los textos la probabilidad se trabaja sólo utilizando la definición laplaciana. Esto hace que la definición quede como una "anécdota" más.

Debemos tener en cuenta que, en estos niveles, la probabilidad se presenta como una función de distribución o de densidad (según sea discreta o continua, respectivamente). Si el estudiante sigue anclado en la ley de Laplace, difícilmente entenderá que la probabilidad pueda venir dada como un área y que se calcule mediante una integral. Se produce un obstáculo para poder avanzar en el conocimiento de este objeto, por tener una concepción equivalente a la que se da en el contexto cotidiano.

Término:	**INFERIR**
Diccionario	*Manuales universitarios*
Sacar una consecuencia o deducir algo de otra cosa.	*ME*. El objetivo de la estadística es hacer inferencias (predicciones, decisiones) acerca de una población. *MO*. La inferencia estadística proporciona métodos que permiten sacar conclusiones de una población a partir de los datos de una muestra.
TEXTOS	
En los textos no se da una definición explícita del término.	

Inferir es otro término de uso extendido en el contexto cotidiano. Pero observamos que el diccionario hace una equivalencia entre inferir y deducir. En matemáticas son términos opuestos y con significados distintos. Por tanto, observamos que hay diferencia entre el significado del término en el contexto cotidiano y el dado en el contexto matemático, lo que puede llevar a generar obstáculos en el aprendizaje.

Por otro lado, creemos que es algo muy relevante que ninguno de los libros de texto más utilizados realice una descripción o introducción del concepto de

Término:	**DISTRIBUCIÓN**
Diccionario	*Manuales universitarios*
1. Acción y efecto de distribuir. 2. Función que representa las probabilidades que definen una variable aleatoria o un fenómeno aleatorio.	*MO.* La distribución de una variable nos dice qué valores toca y con qué frecuencia lo hace. La distribución muestral de un estadístico es la distribución de los valores tomados por él en todas las muestras posibles de igual tamaño de la misma población.
TEXTOS	
T1. No hace una definición de este término, aunque lo utiliza habitualmente.	
T2. "Los distintos valores de $\bar{x}_i$ dan lugar a una variable aleatoria que representamos por $\overline{X}$. La distribución de los valores de $\overline{X}$ se llama distribución de las medias muestrales por depender de las muestras o distribución en el muestreo de la media."	
T3. La función $f(x_i)$ que a cada valor de la variable discreta x_i le asigna su probabilidad, recibe el nombre de función de probabilidad o distribución de probabilidad.	
T4. Función de distribución para una variable aleatoria discreta como "la aplicación que a cada valor x_i de la variable le asigna la probabilidad de que ésta tome valores menores o iguales a x_i". Y la define de igual modo para una variable aleatoria continua.	

inferir, teniendo en cuenta que es un concepto central y que además es, obviamente, el objetivo fundamental de la inferencia estadística.

Este término, aunque tenga un significado recogido en el DRAE, es un término que hace referencia a una función, con lo cual no es un concepto fácil para el alumno. Una dificultad adicional es que no viene definida de manera explícita en algunos libros de texto. Esto dificulta enormemente su comprensión.

Además, cuando hablamos de distribuciones de probabilidad, la abstracción es aún mayor, pues generalmente no es función que se pueda conocer. Por ello, siempre se indicará que, en determinadas condiciones, entenderemos que la variable sigue una distribución normal o binomial, pero no se entra a estudiar en qué condiciones se trabaja con estas distribuciones conocidas.

Quisiéramos destacar aquí que la transición del "mundo discreto" al "mundo continuo" no se realiza de manera gradual, sino que se introduce bruscamente la distribución de los dos tipos de variables, con lo que el estudiante difícilmente puede entender por qué se debe trabajar con cada una de las distintas variables.

Término:	**RIESGO**
Diccionario	*Manuales universitarios*
Contingencia o proximidad de un daño.	*MO.* La distribución de una variable nos dice cuáles valores toca y con qué frecuencia lo hace. La distribución muestral de un estadístico es la distribución de los valores tomados por él en todas las muestras posibles de igual tamaño de la misma población.
TEXTOS	
T2. Define el riesgo o nivel de significación como "la diferencia entre la certeza y el nivel de confianza deseado; es decir, $1 - (1 - \alpha) = \alpha$". *T3.* No da una definición de él, aunque lo nombra en algún párrafo. *T4.* El método de estimación por intervalo de confianza permite "calcular dos valores entre los que esperamos que esté el parámetro buscado con un cierto nivel de confianza, que llamaremos $1 - \alpha$, donde α es el nivel de riesgo fijado de antemano".	

Los manuales universitarios no utilizan este término.

Aunque se trata de un término que tiene un significado muy claro en un contexto cotidiano, en un contexto matemático debe ser definido correctamente para no crear confusiones. Porque, ¿qué entendemos por daño en matemáticas?

Anaya no habla de riesgo.

Al igual que ocurre con el término nivel de confianza, se define uno en función del otro y no queda ninguno de ellos correctamente definido.

Término:	**SIGNIFICATIVO**
Diccionario	*Manuales universitarios*
1. Que da a entender o conocer con precisión algo. 2. Que tiene importancia por representar o significar algo.	*MO.* "Significativo" en estadística no quiere decir "importante". Quiere decir que "es muy poco probable que ocurra sólo por azar".
TEXTOS	
No lo define ninguno de los libros de texto.	

Este término se utiliza mucho en estadística y tiene una definición diferente según el contexto de trabajo. Pues, mientras que para el contexto cotidiano se trata de algo importante, en el contexto matemático se halla ligado a la probabilidad y tiene un significado diferente, es poco probable que ocurra y, por tanto, si algo es significativo no suele ocurrir sólo por azar.

En este sentido tendríamos que hablar del *nivel de significación*, como un término ligado al término significativo. Pues el nivel de significación consiste en cuantificar y decidir cuándo consideramos que un resultado estadístico es significativo y, por tanto, no se ha producido por azar. Esa cuantificación es la que nos va a permitir decidir posteriormente que los resultados del muestreo realizado escapan a los límites previstos para el azar y son producto de otras circunstancias, por lo que podemos desechar la hipótesis nula en favor de la alternativa. Y de ahí viene el término nivel de significación.

Ni los manuales universitarios ni los libros de texto profundizan en el significado de estos términos ni los clarifican para que el estudiante pueda comprender este nuevo significado del término dentro del contexto matemático.

Categoría 3: Significado propio en el contexto matemático

Como es de esperar, ésta es la categoría en la que más términos clasificamos. Entre otros, aparecen:

Término:	**ESTADÍSTICO**
Diccionario	*Manuales universitarios*
1. Perteneciente o relativo a la estadística. 2. Persona que profesa la estadística.	*ME*. Valor calculado a partir de los datos de una muestra. *MO*. Un estadístico es un número que se puede calcular a partir de los datos de la muestra sin utilizar ningún parámetro desconocido. En la práctica, solemos utilizar un estadístico para estimar el parámetro desconocido.
TEXTOS	
T1. No lo define.	

T2. "...un valor numérico que describe una característica de la muestra."

T3. "[valores o medidas] que caracterizan a una muestra."

T4. No lo define.

En el diccionario no encontramos ninguna definición de este término tal y como se trabaja en estadística. Por ello, situamos este término como un término específico del contexto matemático.

Es significativo que no todos los libros de texto lo definan y, aunque lo hagan, no lo utilizan posteriormente y hablan de parámetros poblacionales en vez de estadísticos, a pesar de ser un concepto tan importante, pues es el valor a partir del cual realizamos la inferencia estadística.

Término:	**PARÁMETRO**
Diccionario	*Manuales universitarios*
1. Dato o factor que se toma como necesario para analizar o valorar una situación. 2. Variable que, en una familia de elementos, sirve para identificar cada uno de ellos mediante su valor numérico.	*ME.* Las poblaciones son caracterizadas por medidas descriptivas numéricas, llamadas parámetros. *MO.* Un parámetro es un número que describe la población. En la práctica estadística, el valor del parámetro no es conocido, ya que no podemos examinar toda la población.
TEXTOS	
T1. No lo define. *T4.* "...a partir de una distribución, podemos definir una serie de medidas características de la variable aleatoria denominadas parámetros." *T2.* "...valor numérico que describe una característica de la población." *T3.* "...los valores o medidas que caracterizan a la población."	

Entendemos que este término tiene que ver con el lenguaje específico de la matemática y, en concreto, de la estadística, pues se denomina así al valor de una característica de la población. Pero, a su vez, en el contexto matemático puede

Término:	MUESTREO ALEATORIO
Diccionario	*Manuales universitarios*
(No lo define.)	*ME*. Supongamos que *N* y *n* representan los números de elementos en la población y en la muestra, respectivamente. Si el muestreo se conduce de manera que cada una de las C_n^N muestras tenga la misma probabilidad de ser seleccionada, entonces decimos que el *muestreo es aleatorio* y al resultado se le llama *muestra aleatoria simple*. *MO*. Una *muestra aleatoria simple* de tamaño *n* consta de *n* individuos de una población escogidos de manera que cualquier conjunto de *n* individuos de la población tenga las mismas posibilidades de ser la muestra realmente seleccionada.

TEXTOS

T1. *Muestreo* es “la elección de la muestra” y “una condición casi indispensable para que una muestra sea *representativa* es que sus elementos se hayan elegido aleatoriamente, al azar”. En este sentido, dice que un *muestreo es aleatorio* “cuando todos los individuos de la muestra se eligen al azar, de modo que todos los individuos de la población tienen, *a priori*, la misma probabilidad de ser elegidos”.

T2. Un muestreo aleatorio simple consiste en que “todos los elementos de la población tienen la misma probabilidad de ser elegidos para formar parte de la muestra”.

T3. *Muestreo aleatorio simple* “consiste en seleccionar *n* elementos sin reemplazamiento de entre los *N* que componen la población, de tal modo que todas las muestras de tamaño *n* que se pueden formar $C_{N,n}$ tengan la misma probabilidad de salir elegidas”.

T4. Muestreo “aleatorio o probabilístico” como aquel en el que “cada individuo tiene las mismas probabilidades de ser elegido para la muestra”.

tener distintas acepciones. Por ello, es crucial definirlo previamente para fijar los conceptos y el significado que va a tener a lo largo del estudio.

Las definiciones de los manuales universitarios sobre muestreo aleatorio simple resaltan el hecho de asegurar que los elementos tienen las mismas probabilidades de formar parte de la muestra y que esa muestra se llama *aleatoria simple*. Pero luego, en los libros de texto comprobamos que tratan de definir y diferenciar el muestreo aleatorio del muestreo aleatorio simple (MAS). Y además, introducen que el MAS lo podemos realizar con reemplazamiento o sin reemplazamiento. Todo esto no hace más que confundir, pues entran en juego muchos términos que no ayudan a aclarar la definición que, en un principio, se quiere dar y que no es otra que la de muestreo aleatorio simple.

Hay una idea inmersa en la definición de MAS dada en los manuales que sólo Santillana recoge, y es que no se trata únicamente de que cada elemento tenga la misma probabilidad de ser escogido, sino que además, todas las muestras del mismo tamaño, también tienen la misma probabilidad de ser seleccionadas. Esto es importante, pues los otros tipos de muestreo (sistemáticos, estratificado, por conglomerado) no van a tener esta propiedad fundamental, en la que se basarán los resultados posteriores.

Creemos que es importante trabajar otros tipos de muestreo. Pero más importante es explicar que sólo las MAS son las válidas a partir de ahora. Y que todos los resultados con los que se construye la estadística inferencial, como puede ser el Teorema del Límite Central, son ciertos cuando la muestra obtenida se ha seleccionado utilizando exclusivamente un MAS. En otro caso, los resultados no son válidos.

Sólo Edelvives dice que "a partir de ahora, consideraremos siempre muestreos aleatorios simples". El resto de los libros de texto no dan ningún tipo de explicación sobre las muestras que se van a utilizar.

El término muestreo aleatorio es básico en la inferencia y, por tanto, es muy importante definirlo y ver los distintos tipos de muestreo aleatorio que se pueden realizar, haciendo hincapié en que todos los resultados de la inferencia se basan en el MAS.

Término: **NIVEL DE CONFIANZA**	
Diccionario	*Manuales universitarios*
(No lo define.)	*MO*. Un nivel de confianza *C* proporciona la probabilidad de que, en un muestreo repetido, el intervalo contenga el verdadero valor del parámetro.
TEXTOS	
T1. "...a partir de una muestra de tamaño *n* podemos estimar el valor de un parámetro de la población [...] dando un intervalo dentro del cual confiamos que esté el parámetro. [...] hallando la probabilidad de que tal cosa ocurra. Dicha probabilidad se llama nivel de confianza."	

T2. Lo denomina coeficiente de confianza y es "la probabilidad de que un estimador por intervalo cubra el verdadero valor del parámetro que se pretende estimar. Generalmente se representa por $1 - \alpha$".

T3. "...el nivel de confianza que tenemos de que la media de la población pertenezca al intervalo es $1 - \alpha$."

T4. El método de estimación por intervalo de confianza permite "calcular dos valores entre los que esperamos que esté el parámetro buscado con un cierto nivel de confianza, que llamaremos $1 - \alpha$, donde α es el nivel de riesgo fijado de antemano".

Las definiciones vienen dadas en función de otro término desconocido o no definido, por lo que podemos decir que está mal definido el término.

Los libros de texto denominan al valor $1 - \alpha$ como *nivel de confianza*, el cual indica la probabilidad de que el parámetro poblacional se encuentre en dicho intervalo. Esto quiere decir que $(1 - \alpha)$% de los intervalos que extraemos de distintas muestras contendrán el parámetro que deseamos estimar. Lo que ocurre es que en los resúmenes de los distintos libros de texto se da la fórmula de cálculo del intervalo de confianza, para una confianza dada. Dichos intervalos están completamente desligados de la probabilidad. Además, las actividades que se presentan en los libros de texto van encaminadas hacia el cálculo de dicho intervalo aplicando la fórmula encontrada, sin más. No hay actividades en las que se requiera que se dé una explicación sobre el significado de "confianza de α%", por ejemplo.

Término:	ERROR MÁXIMO ADMISIBLE
Diccionario	*Manuales universitarios*
(No lo define.)	*ME.* La diferencia entre una estimación particular y el parámetro que se está estimando se llama error de estimación. *MO.* El error de estimación (...) indica la precisión que creemos que tiene nuestra suposición, basada en la variabilidad de la estimación.
TEXTOS	
T1. Indica que el valor $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ se llama error máximo admisible. También lo llama *cota de error.*	

T2. Presenta la fórmula y dice que se denomina *error máximo*.

T3. "El valor antes indicado [que llama *d*] también se denomina *precisión del intervalo*."

T4. Indica la fórmula para el error máximo que cometemos en una estimación.

Mientras que en los textos se habla de error máximo admisible, los manuales universitarios lo denotan como error de estimación. Esto es importante, pues estamos denominando un mismo concepto con términos distintos, lo que puede dificultar su comprensión en cursos posteriores.

En todos los casos, se trabaja con la fórmula para calcular el tamaño de la muestra; pues, si conocemos el error que queremos cometer y el nivel de confianza, se puede calcular el tamaño de la muestra que debemos tomar.

No se dice que se trata de la amplitud del intervalo de confianza, la distancia que nos alejamos de la media muestral.

Término:	**DESVIACIÓN TÍPICA**
Diccionario	*Manuales universitarios*
1. Acción y efecto de desviar. *2.* Diferencia entre la medida de una magnitud y el valor de referencia.	*MO*. La desviación típica es la raíz cuadrada positiva de la varianza s^2. La varianza s^2 de un conjunto de observaciones es la suma de los cuadrados de las desviaciones de las observaciones respecto a su media dividido por $n - 1$. *ME*. La desviación estándar de un conjunto de *n* observaciones $y_1, y_2, y_3, ..., y_n$ es igual a la raíz cuadrada positiva de la varianza. [Previamente ha definido la varianza como sigue:] La varianza de una muestra de *n* observaciones $y_1, y_2, y_3, ..., y_n$ se define como el promedio del cuadrado de las desviaciones de las observaciones con respecto a su media *m*.
TEXTOS	
T3. Define la varianza para una variable aleatoria continua como $v[x] = \int_a^b x^2 f(x)dx$. No da otro tipo de explicación.	

Los manuales universitarios hablan de desviación típica o estándar y, en ambos casos, las definen en función de la varianza. La varianza se define de manera distinta para la población y para una muestra, pues en el segundo caso va dividida por $n - 1$, en vez de por n. Esto es así, porque esta varianza presenta mejores propiedades para la estimación que cuando dividimos por n. Y estas propiedades se trasladan a la desviación típica.

Los libros de texto no tratan estas medidas de dispersión, pues suponen que han sido trabajadas en el curso anterior, donde se hace un estudio más profundo de la estadística descriptiva. Habría que tener en cuenta que las distribuciones de probabilidad también presentan dispersión, por lo que es muy importante que se retome la desviación típica y lo que significa.

Término: **NORMAL**	
Diccionario	*Manuales universitarios*
1. Dicho de una cosa: que se halla en su estado natural. *2.* Que sirve de norma o regla. *3.* Dicho de una cosa que, por su naturaleza, forma o magnitud, se ajusta a ciertas normas fijadas de antemano.	*MO.* Una clase particularmente importante de curvas de densidad [...] son simétricas, con un solo pico y tienen forma de campana. Se les llama curvas normales y describen las *distribuciones normales*. [...] La media se sitúa en el centro. Cualquier curva de densidad se puede utilizar para asignar probabilidades. Las curvas de densidad que nos resultan más familiares son las normales. Así, las distribuciones normales son modelos de probabilidad.
TEXTOS	
T1. No define esta distribución. *T2.* "...la distribución normal se llamó así porque durante mucho tiempo se pensó que ése era el comportamiento normal de todos los fenómenos." *T3.* "Una distribución normal está determinada cuando se conoce su media, μ, y su desviación típica, σ."	

Realmente, cuando conocemos la distribución normal, sabemos que sirve para describir gran cantidad de situaciones en las que los datos se distribuyen de manera casi homogénea alrededor de la media. Y por eso se llama NORMAL, pues lo normal es que las estaturas, los pesos, ciertas dimensiones corporales, etc., estén alrededor de un valor medio. Claro que esto se conoce *a posteriori*. Previamente, cuando se introduce esta distribución en los textos, no se hace mención de esta circunstancia, sino que se describe la función de densidad, la gráfica y se explica cómo utilizar la tabla de la distribución N (0,1).

El diccionario no aporta una definición que se acerque a lo que se entiende por normal (o distribución normal) en inferencia. Por ello, se debe dar una definición explícita de esta distribución.

Por otro lado, la distribución normal resulta difícil para los estudiantes y en este nivel se supone que ya la conocen del curso anterior, así que le dedican muy poco espacio en el texto.

Término:	**SESGADO**
Diccionario	*Manuales universitarios*
Oblicuidad o torcimiento de una cosa hacia un lado, o en el corte, o en la situación, o en el movimiento.	*MO*. El diseño de un estudio es sesgado si favorece sistemáticamente ciertos resultados.
TEXTOS	
T2. "Cuando un estimador tenga ausencia de sesgo lo llamamos insesgado". Y luego define estimador insesgado: "cuando su media coincide con el valor del parámetro que se va a estimar".	

Cuando estamos realizando un estudio estadístico, es importante que conozcamos los sesgos que se producen. Pero para comprender este concepto, hay que trabajar varias situaciones y poner distintos ejemplos de estudios sesgados. Creemos que un término como éste no se puede citar sin ilustrar su significado. Además, SM no lo vuelve a utilizar más.

El resto de los libros de texto no hablan de esta propiedad de los estimadores.

Término:	**EFICIENCIA**
Diccionario	*Manuales universitarios*
Capacidad de disponer de alguien o de algo para conseguir un efecto determinado.	(No lo definen.)
TEXTOS	
T2. "Cuando su varianza es mínima." No da más explicaciones.	

Los manuales universitarios no describen ninguna de las propiedades de los estimadores, salvo el sesgo. Esto es muy significativo, pues realmente nos transmite que debemos conocer otras herramientas y conceptos antes que estas propiedades de los estimadores.

Los demás libros de texto no hablan de esta propiedad.

Término:	**PROPORCIÓN MUESTRAL**
Diccionario	*Manuales universitarios*
(No lo define.)	*MO*. De una muestra aleatoria simple de tamaño n de una gran población que contenga una proporción p de éxitos, se llama $\hat{p}$ a la proporción muestral de éxitos $\hat{p} = \frac{\text{recuento de éxitos en la muestra}}{n}$
TEXTOS	
T1. "Decir que la probabilidad de un suceso es p es lo mismo que decir que en la población que resulta de repetir esa experiencia aleatoria una infinidad de veces, la proporción de ocasiones en las que se da el suceso es p. Por tanto, una probabilidad puede ser considerada como una proporción en una población infinita."	

Establece la equivalencia entre proporción, frecuencia relativa y probabilidad, cuando repetimos un suceso una infinidad de veces.

Los demás utilizan este concepto, pero no hacen una definición explícita de él, sino que trabajan con él como si fuera la proporción muestral equivalente a la probabilidad de la muestra y de la población.

Término:	**CONTRASTE DE HIPÓTESIS**
Diccionario	*Manuales universitarios*
(No lo define.)	*ME*. El objetivo de una prueba estadística es el de examinar una hipótesis relacionada con los valores de uno o más parámetros poblacionales. *MO*. Los intervalos de confianza son uno de los dos procedimientos de inferencia estadís-

	tica más ampliamente utilizados. El segundo procedimiento de inferencia [...], llamado *pruebas de significación*, tiene otro objetivo: valorar la evidencia proporcionada por los datos en favor de alguna hipótesis sobre la población.
TEXTOS	

T1. "Un *test estadístico* es un procedimiento para, a partir de una muestra *aleatoria y significativa*, extraer conclusiones que permitan aceptar o rechazar una hipótesis previamente emitida sobre el valor de un parámetro desconocido de esa población." Aquí se define el término "contraste de hipótesis", pero, al hacerlo, habla de una muestra *significativa*. En ningún momento ha definido este término. Como veremos más adelante, este término varía su significado según el contexto.

T2. "*Contraste de hipótesis*: procedimiento estadístico mediante el cual se investiga la verdad o falsedad de una hipótesis acerca de una población o poblaciones."

T3. "Está muy relacionado con la estimación por intervalos y se basa en los conceptos de probabilidad y de distribución. Mientras que los intervalos de confianza se utilizan para estimar parámetros, los *contrastes de hipótesis* se van a usar para tomar decisiones acerca de características de la población. Una hipótesis estadística es cualquier afirmación, verdadera o falsa, sobre una característica desconocida de la población. Cuando va referida al valor de un parámetro desconocido se denomina *contraste paramétrico* y es el caso que estudiamos." Cuando define "contraste de hipótesis" comienza indicando que está relacionado con el cálculo de intervalo de confianza, pero da una diferencia: "el contraste se va a *usar para tomar decisiones acerca de las características de la población* y no para estimar parámetros. A lo largo de todo el capítulo utilizaremos el contraste de hipótesis para tomar una decisión sobre la *estimación del parámetro*".

Por otro lado, esta editorial indica que "el contraste de hipótesis no establece la verdad de la hipótesis, sino un criterio de aceptación de ésta", esto pone de manifiesto que la decisión puede variar si la muestra es otra. En este caso dice que se comete un error, pero no profundiza en esta idea y no se pone de manifiesto en ninguno de los ejercicios que propone posteriormente.

T4. "*Contraste de hipótesis* es un procedimiento estadístico mediante el cual tratamos de cuantificar las diferencias o discrepancias entre una hipótesis estadística y una realidad de la que poseemos una información muestral, estableciendo una regla de decisión para juzgar si las discrepancias son excesivamente grandes y, por tanto, rechazamos la hipótesis." La definición que aporta este libro sobre contraste de hipótesis se diferencia de las demás por indicar que se trata de comparar y tener una regla de decisión. En ninguna de las definiciones anteriores se nombra la necesidad de fijar una regla de decisión.

Es importante tener en cuenta que, como indica Moore (2005), "los razonamientos utilizados con las pruebas de significación, al igual que los utilizados con los intervalos de confianza, se basan en preguntar lo que ocurriría si repitiéramos el muestreo o el experimento muchas veces".

Este hecho no se pone de manifiesto en ninguna de las editoriales estudiadas, salvo en la de Santillana.

Término:	**HIPÓTESIS NULA**
Diccionario	*Manuales universitarios*
(No lo define.)	ME. La hipótesis nula, indicada simbólicamente como H_0, establece la hipótesis que será sometida a prueba. Así, H_0 especifica valores hipotéticos para uno o más parámetros de población. *MO*. La afirmación que se contrasta en una prueba estadística se llama *hipótesis nula*. Las pruebas de significación se diseñan para valorar la fuerza de la evidencia en contra de la hipótesis nula. En general, la hipótesis nula es una afirmación de "ausencia de efecto" o de "no diferencia".

TEXTOS

T1. "La hipótesis emitida se designa por H_0 y se llama *hipótesis nula.*" Esta editorial indica que siempre aparecerá una hipótesis de partida o emitida y que será la que se va a denominar hipótesis nula. Para aclarar esto, realiza una tabla que utiliza para diferenciar: hipótesis/resultado a partir de la muestra/interrogante. Aunque sólo lo utiliza una vez.

T2. "Es la hipótesis que se formula y que se quiere contrastar; es, por tanto, la hipótesis que se acepta o se rechaza como consecuencia del contraste."

T3. "Establecemos una hipótesis que se considera provisionalmente como verdadera denominada hipótesis nula H_0, porque parte del supuesto de que la diferencia entre el valor verdadero de la media y su valor hipotético es nula." Esta definición no nos indica cómo debemos escoger la hipótesis, sino que no debe haber diferencia entre la hipótesis y el valor de la media. ¿Cómo cuantificamos esta diferencia?

T4. "Es la hipótesis que deseamos contrastar, considerada en principio como verdadera y que aceptaremos o rechazaremos como consecuencia de este contraste."

Término:	NIVEL DE SIGNIFICACIÓN
Diccionario	*Manuales universitarios*
(No lo define.)	*ME*. La probabilidad α de cometer un error de tipo I se llama a menudo el nivel de significación de la prueba.
TEXTOS	
T1. Lo define como: "el nivel de significación de una hipótesis α es el valor complementario del nivel de confianza de una estimación $1 - \alpha$".	
T2. Lo define como: "la diferencia entre la certeza y el nivel de confianza deseado".	

Este término se enmarca dentro de la *fase de planteamiento,* definida en García Alonso y García Cruz (2003). Es fundamental para la realización del contraste y, como se pudo comprobar en dicho artículo, los estudiantes confunden a veces la hipótesis nula de un problema de contraste unilateral con uno bilateral, con lo que el problema se resuelve incorrectamente.

Como hemos podido observar, en la definición de este término no se evidencia cómo escoger la hipótesis nula, pero sí lo hace y de manera muy clarificadora Moore: "la hipótesis nula es una afirmación de 'ausencia de efecto' o de 'no diferencia'", esto es, la hipótesis nula no modifica lo que ya conocemos de la población. Ése es el criterio para decidirnos por cuál es la hipótesis nula y que los manuales no recogen.

El nivel de significación es muy importante cuando trabajamos contraste de hipótesis, pues se trata de acotar un error que vamos a cometer. Esto no se cita adecuadamente en los textos, con lo cual el estudiante no puede comprender su significado.

En cambio, los textos actúan de la misma manera que con nivel de confianza, este término se define en función del nivel de confianza y viceversa.

Término:	HIPÓTESIS ALTERNATIVA
Diccionario	*Manuales universitarios*
(No lo define.)	*ME*. También denominada *hipótesis de investigación*. Se trata de la hipótesis que el científico desea "probar" (es decir, apoyar o demostrar). Para lograr esto, el científico somete a prueba a la opuesta de la hipótesis de investigación (la hipótesis nula).

	MO. La afirmación en relación con la población sobre la cual queremos hallar evidencia a favor es la *hipótesis alternativa* H_a.
TEXTOS	
T1. "La hipótesis contraria se designa por H_1 y se llama *hipótesis alternativa.*" *T2.* "Cualquier otra hipótesis que difiera de la formulada y que nos sitúe frente a H_0, de modo que si se rechaza H_0 se acepta H_1, y si se acepta H_0 se rechaza H_1." *T3.* "La complementaria de la hipótesis nula es la hipótesis alternativa H_1, debiendo ser las dos hipótesis mutuamente excluyentes y complementarias, de modo que el verdadero valor del parámetro esté incluido en la hipótesis nula o en la hipótesis alternativa." *T4.* "Es cualquier otra hipótesis que nos sitúe frente a H_0 y que aceptaremos si, como consecuencia del contraste, rechazamos H_0."	

Tenemos que destacar un hecho fundamental que se recoge en los manuales universitarios y no así en los libros de texto: la hipótesis alternativa es la hipótesis que tratamos de probar que es cierta. Es la hipótesis que nos ha hecho sospechar que las cosas no son como pensábamos y, por tanto, es la que justifica que nos planteemos el contraste de hipótesis. Esto no se recoge en los libros de texto, sino que, como única característica apreciable, se da que sea complementaria de la hipótesis nula.

Término:	**ERROR DE TIPO I**
Diccionario	*Manuales universitarios*
(No lo define)	*ME.* En una prueba estadística, decimos que se comete un *error de tipo I* cuando se rechaza la hipótesis nula siendo ésta cierta. La probabilidad de cometer un error de tipo I se denota por el símbolo α. *MO.* El nivel de significación α de cualquier prueba de significación con un nivel predeterminado es la probabilidad de un *error tipo I.* Es decir, α es la probabilidad de que la prueba rechace la hipótesis nula H_0 cuando en realidad H_0 es cierta.

TEXTOS
T1. "Se comete cuando la hipótesis nula es verdadera y, como consecuencia del contraste, se rechaza."
T2. "El que cometemos al rechazar la hipótesis nula siendo verdadera."
T3. "...Estamos rechazando una hipótesis que es verdadera. El error que cometemos es de tipo I."
T4. "Error de tipo I es el que se produce cuando rechazamos la hipótesis nula siendo cierta."

Llama la atención que no se hagan suficientes ejercicios donde se planteen los problemas en términos del error tipo I y las consecuencias que esta decisión puede llegar a tener. No se explota suficientemente este concepto.

Término: **ERROR DE TIPO II**	
Diccionario	*Manuales universitarios*
(No lo define)	*ME*. En una prueba estadística, decimos que se comete un *error de tipo II* cuando se acepta la hipótesis nula siendo ésta falsa. La probabilidad de cometer un error de tipo II cuando alguna alternativa específica es cierta se denota con el símbolo β. MO. La probabilidad de que una prueba con un nivel de significación predeterminado a rechace H_0 cuando el parámetro toma un cierto valor alternativo se llama potencia de la prueba con esta alternativa. La potencia de una prueba con cualquier alternativa es 1 menos la probabilidad de error tipo II para esta alternativa.
TEXTOS	
T1. "Se comete cuando la hipótesis nula es falsa y, como consecuencia del contraste, se acepta."	
T2. "El que cometemos al aceptar la hipótesis nula siendo falsa."	

T3. "Si aceptamos como verdadera una hipótesis falsa, cometemos un error de tipo II."

T4. "Error de tipo II es el que se produce cuando aceptamos la hipótesis nula siendo falsa."

La potencia de un contraste queda fuera del alcance del objetivo del curso y, por tanto, se da la definición, pero no se realiza ningún ejercicio en el que se trabaje la potencia del contraste.

CONCLUSIONES

A lo largo del trabajo hemos seleccionado los términos específicos relacionados con la inferencia estadística y los hemos clasificado según tres categorías, atendiendo a su significado en dos tipos de contexto (cotidiano y matemático) y según se presente su significado en cada contexto.

La primera categoría son los *términos con el mismo significado en ambos contextos* y que, por tanto, no deberían presentar dificultad a los estudiantes, por aparecer de manera habitual en el lenguaje cotidiano. En este caso, la mayoría de los textos analizados han dado la definición correcta de los términos. Aunque hay algunos que, en ocasiones, añaden términos en la definición modificando sensiblemente su significado.

La segunda categoría son los *términos con distinto significado en ambos contextos*; éstos aparecen tanto en el contexto cotidiano como en el matemático, pero en este último modifican su significado y, en ocasiones, pasa inadvertido para estudiantes y profesores. Este hecho puede provocar que el estudiante aprenda este concepto matemático con errores. Apreciamos que la mayoría de los textos analizados utilizan las definiciones dadas en el contexto cotidiano, en vez de usar la definición del contexto matemático. Esto es algo que nos parece grave, puesto que el libro de texto, como herramienta de trabajo en el aula, tiene que ayudar a salvar los posibles obstáculos que se produzcan en el proceso de enseñanza y aprendizaje y presentar al estudiante los conceptos matemáticos correctos.

La tercera categoría son los *términos propios del contexto matemático* que, por tanto, el estudiante desconoce y deben ser introducidos por primera vez en el libro de texto. Encontramos que muchos de los textos no los definen, ya sea porque entienden que los estudiantes los conocen o por creer que de esta manera pueden simplificar el proceso de enseñanza y aprendizaje. En otros casos, hemos observado que algunos textos introducen términos propios de la inferencia estadística que después no vuelven a utilizar o que utilizan el concepto con otro término. Creemos que esto puede provocar confusión o, al menos, nos indica que el libro de texto es inconsistente, por no continuar utilizando los términos que define.

Hemos comprobado que existen libros de texto que no hacen un esfuerzo por dar la definición de los términos que les corresponde en el contexto matemático. En otras ocasiones, el libro de texto adorna la definición o, simplemente, da una definición errónea. Estas diferencias en las definiciones no son fácilmente localizables y los estudiantes no poseen los conocimientos necesarios para identificar el error. Además, el profesorado admite que utiliza el libro de texto como instrumento de formación en estos conceptos relativos a la inferencia estadística, con lo que la única definición que conoce de los términos es la que aparece en dichos libros de texto. Esto hace que el docente no tenga criterio para decidir cuáles términos están bien definidos y cuáles no, dejando a los libros de texto toda la responsabilidad sobre los términos relativos a la inferencia estadística. Con este estudio, también hemos podido comprobar que, efectivamente, el lenguaje que se utiliza en este nivel educativo está compuesto, en gran medida, por términos matemáticos específicos. Debemos ser conscientes de que estos estudiantes se están preparando para comenzar el estudio de una matemática superior, por lo que los conceptos, y por tanto los términos, son fundamentales y deben estar bien definidos. En particular, el tema de *contraste de hipótesis* necesita muchos términos propios del lenguaje matemático para poder construir el contraste. Son muchos conceptos nuevos que el estudiante debe comprender correctamente para así entender el razonamiento y el procedimiento necesario para resolver adecuadamente un contraste de hipótesis.

En conclusión, en el análisis de los libros de texto sobre aquellos términos relativos a la inferencia estadística, hemos encontrado que el contexto de trabajo es determinante en el significado de los términos y que, en ocasiones, la definición de estos términos que aparece en los libros de texto no corresponde a la propia del contexto matemático, sino más bien a la del contexto cotidiano. Y por otro lado, el libro de texto no sólo es un instrumento de apoyo al estudiante, sino que también es un recurso más que puramente didáctico para el docente. Muchos de los docentes aprenden los contenidos en los libros de texto.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Colera, J., M. J. Oliveira y R. García (2001), *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II,* Madrid, Anaya.

García Alonso, I. y J. A. García Cruz (2003), "Algunos resultados sobre la actuación de los alumnos en las cuestiones de estadística en la PAU", en *Actas de las XI Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM),* pp. 733-738.

Kahnemann, D., P. Slovic y A. Tversky (1982), *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases,* Cambridge, Cambridge University Press.

Mendenhall, W. (1982), *Introducción a la probabilidad y la estadística,* Kentucky, Wadsworth.

Moore, D. (2005), *Estadística aplicada básica,* Barcelona, Antoni Bosch Editor.

Moreno, A. J. y A. Vallecillos (2002), "Exploración heurística y concepciones iniciales sobre el razonamiento inferencial en estudiantes de secundaria", *Educación Matemática,* vol. 14, núm. 1, pp. 62-84.

NCTM (2000), *Principles and standards for school mathematics,* Reston, Virginia, National Council of Teachers of Mathematics.

Nortes, A., P. Jiménez, F. Lozano, A. Miñano y J. Ródenas (2003), *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales,* Madrid, Santillana.

Paz Fernández, J., M. T. Cámara Meseguer y M. F. Monteagudo Martínez (1998), *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II,* Edelvives.

Pepin, B., B. Grevholm y Straesser (2006), "DG07: The mathematics textbook –A Critical Artefact?", en Novotná *et al., Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Charles University en Praga, Facultad de Educación, vol. 1, p. 193.

Real Academia Española (2001), *Diccionario de la lengua española,* Madrid, Espasa-Calpe.

Shuard, H. y A. Rothery (eds.) (1984), *Children reading mathematics,* Londres, Murray.

Vallecillos, A. y C. Batanero (1997), "Conceptos activados en el contraste de hipótesis estadísticas y su comprensión por estudiantes universitarios", *Recherches en Didactique des Mathématiques,* vol. 17, núm. 1, pp. 29-48.

Vallecillos, A. (1999), "Some empirical evidences on learning difficulties about testing hypotheses", en *Proceedings of the 52nd Session of the International Statistical Institute,* Países Bajos, International Statistical Institute, vol. 2, tomo LVIII, pp. 201-204.

Vizmanos, J. R. y M. Anzola (2003), *Algoritmo: matemáticas aplicadas a las ciencias sociales 2*, Madrid, Editorial SM.

DATOS DE LOS AUTORES

Israel García Alonso
Departamento de Análisis Matemático,
Universidad de La Laguna, España
igaralo@gobiernodecanarias.org

Juan Antonio García Cruz
Departamento de Análisis Matemático,
Universidad de La Laguna, España
jagcruz@ull.es
jagarciacruz@gmail.com