

LOGROÑO DEL 6 AL 8 DE
SEPTIEMBRE DE 2023

Investigación en Educación Matemática XXVI

Edición:

Clara Jiménez Gestal
Ángel Alberto Magreñán Ruiz
Edelmira Badillo Jiménez
Pedro Ivars Santacreu



CASIO
División Educativa

UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

CONEXIONES MATEMÁTICAS EN LA RESOLUCIÓN DE TAREAS DE ÁREA POR ESTUDIANTES DE 13-14 AÑOS	
<i>Caviedes, S., De Gamboa, G. y Badillo, E.</i>	187
RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE GENERALIZACIÓN POR UN ALUMNO DE 5° DE PRIMARIA CON SÍNDROME DE ASPERGER	
<i>Chico, A., Climent, N., Gómez-Hurtado I. y Polo-Blanco, I.</i>	195
¿QUÉ INTENCIONES DIDÁCTICAS MUESTRAN LOS FUTUROS MAESTROS CUANDO TRANSFORMAN PROBLEMAS?	
<i>Chico, J., Martín-Díaz, J. P., Montes, M. y Badillo, E.</i>	203
EL MODELO DE DEMANDA COGNITIVA PARA IDENTIFICAR ESTUDIANTES CON ALTA CAPACIDAD MATEMÁTICA	
<i>Contreras, D. A., Jaime, A. y Gutiérrez, Á.</i>	211
ERRORES EN LA FORMULACIÓN DE PROBLEMAS DE FRACCIONES Y EFEC- TOS DE LA VARIABLE SITUACIÓN EN FUTUROS DOCENTES DE PRI- MARIA	
<i>Embid, S., Perdomo-Díaz, J., Bruno, A., García-Alonso, I. y Sosa-Martín, D.</i>	219
COMPETENCIA MIRAR PROFESIONALMENTE EL PENSAMIENTO MATE- MÁTICO DE ESTUDIANTES DE UN GRUPO DE PROFESORES EN FOR- MACIÓN	
<i>Espinoza-González, J., Buforn, Á. y Llinares, S.</i>	227
COMPETENCIAS DE INDAGACIÓN Y MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN CON- TEXTOS HISTÓRICOS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA	
<i>Falcó Solsona, P. J., Sala-Sebastià, G., Ledezma, C. y Font, V.</i>	235
CAMBIO EN VARIABLES CUANTITATIVAS POR ALUMNOS DE 4 AÑOS DES- DE UN ENFOQUE FUNCIONAL	
<i>Fuentes, S., Cañadas, M. C. y Anglada, L.</i>	243
LOS PARADIGMAS DIDÁCTICOS COMO COMPONENTES ESENCIALES DE LA INFRAESTRUCTURA DEL ESTUDIO DE CLASES	
<i>García, F. J., Gascón, J., Nicolás, P. y Sierra, T. A.</i>	251
USO DE LA CONFIGURACIÓN EPISTÉMICA PARA CONTRASTAR EL ESTA- DO HIPOTÉTICO E IMPLEMENTADO DE LA INSTRUCCIÓN MATEMÁ- TICA	
<i>García-Mora, E. y Díez-Palomar, J.</i>	259
COMPETENCIA DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICA PARA IDEN- TIFICAR PRÁCTICAS, OBJETOS Y PROCESOS MATEMÁTICOS	
<i>Giacomone, B. y Verón, M. A.</i>	267

ERRORES EN LA FORMULACIÓN DE PROBLEMAS DE FRACCIONES Y EFECTOS DE LA VARIABLE SITUACIÓN EN FUTUROS DOCENTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Errors on posed problems involving fractions and effects of the variable situation by prospective primary school teachers

Embid, S., Perdomo-Díaz, J., Bruno, A., García-Alonso, I. y Sosa-Martín, D.

Universidad de La Laguna

Resumen

En este trabajo se estudia la formulación de problemas de fracciones por parte de estudiantes del Grado en Maestro en Educación Primaria. El objetivo es analizar los errores y la ausencia de información de los enunciados planteados en función de la situación inicial de la que parten. Se solicita a 205 futuros docentes plantear problemas a partir de dos situaciones iniciales diferentes: datos numéricos ($1/4$ y $3/8$) y un contexto (un viaje escolar). Se analizaron 274 problemas extraídos de una muestra de problemas de fracciones procedentes de un estudio más amplio, donde se utilizan distintos significados de fracción (Sosa-Martín et al., enviado). Los resultados muestran dificultades asociadas al significado de la unidad de referencia de la fracción en los casos parte-todo que indican la necesidad de incidir en ello a lo largo de la formación inicial de los docentes.

Palabras clave: *invención de problemas, variables, fracciones, futuros docentes*

Abstract

In this research we study fraction problem posing with preservice primary teachers. The aim is to analyze the mistakes and the lack of information in the posed statements based on the given initial situation. A total of 205 prospective teachers are asked to pose problems from two different initial situations: numerical data ($1/4$ and $3/8$) and a context (a school trip). We analysed 274 problems extracted from a sample of problems of fractions from an extended research, where different meanings of fraction are used (Sosa-Martín et al., submitted). The results show difficulties associated with the meaning of the reference unit of the fraction in the part-whole case that indicate the need to influence it throughout the initial training of teachers.

Keywords: *problem posing, task variables, fractions, pre-service teachers*

INTRODUCCIÓN

En esta investigación, utilizamos la expresión formulación de problemas (en inglés, *problem posing*) para referirnos a la actividad mediante la cual una persona diseña, crea o inventa problemas matemáticos; esto incluye tanto la generación de problemas completamente nuevos como la reformulación de problemas dados (Silver, 1994). En los últimos años, numerosos investigadores se han interesado por la formulación de problemas, analizando tanto la naturaleza de ésta como el papel que desempeña en el aula de matemáticas (por ejemplo, Singer et al., 2013). La formulación de problemas por parte de los estudiantes de cualquier nivel educativo es considerada como una actividad efectiva, pues contribuye a la construcción de conocimiento a partir de la integración de estructuras matemáticas ya existentes (Kiliç, 2015). Señalan Singer et al. (2013) que para que el profesorado genere espacios dedicados a la formulación de problemas, previamente debe haber experimentado esta actividad con el fin de reconocer las características relevantes a tener en cuenta. Cai y Hwang (2020) indicaron que son necesarias más investigaciones acerca de cómo el

profesorado formula problemas y cómo lo integra en la enseñanza de las matemáticas. En España, tenemos varios ejemplos de investigaciones en esta línea (García-Alonso et al., 2022; Sosa-Martín et al., enviado; Torregrosa et al., 2021). En el estudio que se presenta a continuación se analizan problemas de fracciones de futuros docentes de Educación Primaria con el objeto de observar sus principales errores, teniendo en consideración la situación que se les ofrece para su formulación.

MARCO TEÓRICO

Las actividades de formulación de problemas pueden presentar distintas estructuras. Cai et al. (2022) distinguen dos partes en la tarea de formulación de problemas: la situación y el *prompt*. La situación se refiere a la información inicial a partir de la cual se formula el problema. Por ejemplo, una situación puede ser un conjunto de datos, un contexto o incluso un problema. El *prompt*, comprende las condiciones para dicha formulación. Por ejemplo, “formular tantos problemas como te sea posible”. Un mismo *prompt* puede ir precedido por distintas situaciones y viceversa.

Una vez planteados los problemas, las investigaciones se han interesado en observar diferentes características. Por ejemplo, Cankoy y Özder (2017) analizaron aspectos como la resolubilidad, razonabilidad, estructura matemática, contexto y lenguaje. La resolubilidad está relacionada con la clasificación de Grundmeier (2015), quien distingue entre problema: a) *no plausible* si contiene afirmaciones no válidas y no es resoluble aun cuando se añada más información; b) *plausible sin información suficiente* si puede resolverse aunque el enunciado sobreentiende (o no hace explícita) parte de la información; c) *plausible con información suficiente de una tarea* si para resolverlo se requiere un único paso; y d) *plausible con información suficiente de varias tareas matemáticas* si requiere más de un paso. La razonabilidad hace referencia a si la información o los datos del enunciado son realistas y tienen sentido en el contexto en el que se formula el problema. La estructura matemática refiere a la actividad matemática implicada (p.ej., tipos de incógnitas del problema). En el contexto se distingue si corresponde a temas habituales en las tareas de aula y, por último, en el lenguaje se puede observar si este es claro y comprensible. Por su parte, en García-Alonso et al. (2022) se analizaron 52 problemas de fracciones formulados por 18 futuros profesores de educación primaria, observando la plausibilidad, la demanda cognitiva, esto es, la graduación de la dificultad de la resolución de los problemas, distinguiendo entre conocer, aplicar y razonar (Mullis et al., 2021), el significado del concepto de fracción (parte-todo, operador, medida, cociente y razón) y la estructura matemática (ordenación, adición y multiplicación). Los resultados mostraron un alto número de problemas plausibles, de aplicar, predominando el significado parte-todo con estructura aditiva; no aparecieron significados de las fracciones como cociente o razón.

En un estudio posterior de los autores (Sosa-Martín et al., enviado), se analizaron 1217 problemas de fracciones formulados por 205 futuros docentes de educación primaria. Se observó para cada problema formulado: la plausibilidad, la razonabilidad en relación con el contexto, la estructura matemática y el significado de fracción. Los resultados mostraron que la mayoría de los problemas (75,7%) eran plausibles tal y como se habían formulado. Sin embargo, un 22,5% presentaba algún tipo de error matemático (lo que los convertía en no plausibles), o bien, requería que se añadiera cierta información para poder ser resueltos. El resto (1,8%) eran problemas cuya resolución no requería del uso de fracciones. Si bien los resultados pueden tener una lectura positiva, preocupa que casi la cuarta parte de los problemas formulados por los futuros maestros no fueran resolubles. Por esa razón, nos planteamos un estudio profundo sobre las razones que los hacen no plausibles.

OBJETIVOS

El objetivo del presente estudio es analizar los problemas sobre fracciones planteados por futuros docentes de primaria, a partir de dos situaciones distintas, en concreto:

1. Identificar los tipos de errores que presentan los problemas no plausibles.

2. Identificar el tipo de información que falta en aquellos problemas que, siendo plausibles, requieren de la incorporación de algún dato para ser resueltos.
3. Explorar relaciones entre el tipo de situación que se presenta en la tarea de formulación de problemas, los tipos de errores y la información necesaria, aunque omitida.

METODOLOGÍA

Participantes e instrumento

La investigación se llevó a cabo con 205 estudiantes de la asignatura Didáctica de la Numeración, de la Estadística y el Azar, de 3º del Grado en Maestro en Educación Primaria de la Universidad de La Laguna. Estos estudiantes en ningún momento previo a este estudio recibieron formación específica sobre formulación de problemas. Se diseñó un cuestionario con tres actividades de formulación de problemas. Cada actividad presentaba una situación inicial diferente: datos numéricos proporcionados de forma aislada ($1/4$ y $3/8$), información contextualizada (*Viaje escolar*) y un problema a resolver. La primera actividad se tomó de Kiliç (2015) y la segunda se diseñó por los autores buscando que fuera un contexto escolar. Las dos actividades se plantearon con un mismo *prompt*: “formula tres problemas de diferente dificultad”. Los estudiantes debían distinguir el nivel de dificultad aplicando lo aprendido en la asignatura, si bien, podían tener su propio criterio como resolutores experimentados. En este trabajo, presentamos el análisis de esas dos actividades, que hemos denominado PP-Num y PP-Context, haciendo referencia al tipo de situación inicial (Figuras 1 y 2). Esto nos permite analizar los posibles efectos de la situación en los errores y la información ausente (objetivo 3).

Figura 1. Enunciado de la actividad PP-Num

Actividad 1. Formula tres problemas, de diferente dificultad, en los que aparezcan los números $1/4$ y $3/8$. Cada uno de estos números puede ser un dato o una solución.

Recuerda que puedes añadir cualquier tipo de información (numérica, de contexto...).

Figura 2. Enunciado de la actividad PP-Context

Actividad 2. Formula tres problemas de distinta dificultad, en los que intervengan fracciones y cuyo contexto inicial sea el siguiente: *En un viaje de fin de curso participan 18 estudiantes, la maestra pregunta a qué lugares les gustaría viajar.*

Recuerda que puedes añadir cualquier tipo de información (numérica, de contexto...), sin modificar la dada en el recuadro.

Para responder a cada una de estas actividades, los participantes dispusieron de un máximo de 15 minutos y debían emplear únicamente lápiz y papel.

Proceso de análisis de los datos

Los participantes formularon un total de 1217 problemas, puesto que algunos solo indicaron uno o dos: 603 problemas a partir de la situación PP-Num y 614 problemas a partir de la situación PP-Context. Cada problema se codificó de acuerdo con las categorías de análisis descritas en la Tabla 1 y se realizó un análisis de frecuencias de cada categoría (Sosa-Martín et al., enviado).

Tabla 1. Categorías de análisis de la plausibilidad y suficiencia de datos de los problemas formulados

Categoría	Descripción
NF	No involucra fracciones.
NP	No plausible por contener errores matemáticos.
P1	Plausible con información insuficiente (no explícita) para ser resuelto.
P2	Plausible con información suficiente y una única tarea matemática para ser resuelto.
P3	Plausible con información suficiente y varias tareas matemáticas para ser resuelto.

Se encontraron 94 problemas de la categoría NP y 180 de la categoría P1. En ellos, se realizó un análisis de contenido y un proceso de comparación exhaustiva (Creswell, 2012) para identificar los

errores y la información ausente (objetivos 1 y 2). Se siguió un proceso de codificación múltiple ciego con cuatro codificadores. El análisis de estos 274 problemas se presenta a continuación.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

Tipos de errores en los problemas formulados

Al estudiar los errores matemáticos en los problemas no plausibles (NP), encontramos cuatro tipos principales: *superar la unidad cuando esto es incoherente matemáticamente en el problema formulado* (E1), *identificar el total con una fracción inferior a la unidad* (E2), *operar con fracciones que se refieren a unidades distintas* (E3) y *establecer relaciones erróneas entre distintas partes del total* (E4). Evidenciamos también *errores atribuidos a otras causas* (E5). La tabla 2 muestra la distribución de estos tipos de errores en cada una de las actividades.

Tabla 2. Número (porcentaje) de problemas no plausibles clasificados por sus errores matemáticos

Actividad	Tipo de error					Total
	E1	E2	E3	E4	E5	
PP-Num	7 (14,9)	10 (21,3)	12 (25,5)	3 (6,4)	15 (31,9)	47
PP-Context	33 (70,2)	3 (6,4)	-	-	11 (23,4)	47
Total	40 (42,6)	13 (13,8)	12 (12,8)	3 (3,2)	26 (27,7)	94

Nota. Porcentajes (por filas) respecto al total de problemas formulados en PP-Num, PP-Context y el conjunto total de problemas.

Lo primero que se observa en el análisis de los 94 problemas no plausibles es la diferencia en cuanto a los tipos de errores que aparecen en una y otra situación, habiendo una mayor diversidad en los problemas formulados para PP-Num. Los errores que aparecen con mayor frecuencia están relacionados con superar la unidad (E1). Comparando las dos situaciones, se observa que este error aparece con mayor frecuencia en PP-Context (70,2%) que en PP-Num (14,9%). Mostramos en la figura 3 un ejemplo de error de tipo E1 para PP-Num donde, la solución del problema supera la unidad: $1/4 + 12/4 = 13/4$. En la figura 4 apreciamos otro ejemplo de error de tipo E1 para PP-Context donde se observa el uso de la cantidad $12/6$ que, claramente, supera la unidad.

Figura 3. Error de tipo E1 (PP-Num)

Problema 1.
 María tiene $\frac{1}{4}$ de pegatinas y Luis tiene $\frac{12}{4}$
 ¿Cuántas pegatinas tienen entre los dos?

Figura 4. Error de tipo E1 (PP-Context)

Problema 1.
 Para viajar a Venecia quedan $\frac{12}{6}$ partes de
 un total de 30 pasajes. ¿Cuántos pasajes
 quedan para viajar?

Los errores tipo E2, sin embargo, aparecen con mayor frecuencia en la situación PP-Num (21,3%) que en PP-Context (6,4%). La figura 5 incluye un problema en la situación PP-Num donde se observa un error tipo E2, ya que se identifica la unidad con una cantidad menor que 1 ($7/8$). La figura 6 proporciona otro ejemplo para PP-Context, donde los alumnos que pueden pagar el viaje se corresponden con $1/4$ del total y los que no con $2/5$, que no completan la unidad: $1/4 + 2/5 = 13/20$.

Figura 5. Error de tipo E2 (PP-Num)

Problema 2. Los padres de Belén se van de viaje y deciden pagarle poco a poco durante tres meses. Si el primer mes paga $\frac{1}{4}$ y el segundo mes $\frac{3}{8}$. ¿Qué fracción le queda por pagar el tercer mes si el viaje cuesta $\frac{7}{8}$?

Figura 6. Error de tipo E2 (PP-Context)

Problema 2.
 $\frac{1}{4}$ de los alumnos se puede costear el viaje a Venecia mientras que $\frac{2}{5}$ partes de los alumnos no pueden pagar. ¿Qué fracción representan estos alumnos en total?

El tercer tipo de error (E3), relacionado con el hecho de ignorar que las fracciones deben referirse a una unidad común para poder operar con ellas o compararlas, aparece únicamente en la situación

PP-Num (25,5%). Un ejemplo de este error se observa en la figura 7, donde se pide operar con pizzas y tartas sin tener en cuenta que obedecen a unidades distintas. El error tipo E4 se produce al establecer relaciones incorrectas entre distintas partes del total y se observó únicamente en la situación PP-Num (6,4%). La figura 8 muestra un ejemplo donde hay una única unidad de referencia para la que aparecen dos supuestos incompatibles matemáticamente: $1/4$ equivale a 80€ (320€ en total); y $3/8$ equivale a 720€ (1920€ en total).

Figura 7. Error de tipo E3 (PP-Num)

Problema 3.
Cristina, en la fiesta de Halloween que dio su hermana se comió $1/4$ de pizza y $3/8$ de tarta. ¿Cuánta comida comió en total ese día?

Figura 8. Error de tipo E4 (PP-Num)

Problema 3. Hay por la mañana me fui de compras y me gaste $3/8$ de mi dinero en un abrigo de 720 euros y un $1/4$ de mi dinero en un pantalón de 80€. ¿Con cuánto dinero volí de compras al principio?

Por último, los errores tipificados como otros (E5), incluyen situaciones donde la pregunta que se formula no tiene sentido desde un punto de vista matemático. La figura 9 muestra un problema donde el futuro maestro confunde la cantidad de fruta y de carne (en kg.) con el volumen de una cesta en PP-Num. En la figura 10 se muestra un ejemplo de problema formulado en PP-Context, donde se realiza una pregunta que no tiene sentido dada la información que se proporciona, puesto que pide obtener la fracción total de personas que viaja, lo que en este caso corresponde con la unidad y para indicarlo no es necesario usar nada de lo que se indica en el enunciado. Este tipo de errores aparece en ambas situaciones siendo más numerosos en PP-Num.

Figura 9. Error de tipo E5 (PP-Num)

Problema 2.
Helena tiene que ir a hacer la compra, lleva una cesta vacía al empujar pero cuando llega a su casa se da cuenta de que ha llevado la cesta con $1/4$ de kilo de frutas, $3/8$ de carne. ¿Cuánto espacio le queda para rellenar la cesta? ¿Instituto ha llevado en total.

Figura 10. Error de tipo E5 (PP-Context)

Problema 3. $1/3$ de alumnos quiere ir a Holanda, $3/8$ a Jiraca, se restó a Portugal y es 5 profesores que les acompañan a Marruecos. ¿Qué fracción total de personas van a realizar el viaje?

Tipo de información ausente en los problemas formulados

En cuanto al análisis del tipo de información que falta en los problemas planteados, encontramos omisiones de la *cantidad total* (I1), la *igualdad de las unidades o partes* (I2) y alguna de las *partes del todo* (I3). Asimismo, evidenciamos casos en se observan *combinaciones de ausencias de información* (I4) y *ausencias diferentes a las anteriores* (I5). La tabla 3 muestra un resumen de los resultados al analizar el tipo de información que falta en los problemas codificados como P1.

Tabla 3. Número (porcentaje) de problemas plausibles clasificados por la información faltante

Actividad	Tipo de información que falta					Total
	I1	I2	I3	I4	I5	
PP-Num	48 (32,2)	48 (32,2)	12 (8,1)	18 (12,1)	23 (15,4)	149
PP-Context	-	1 (3,2)	22 (71)	-	8 (25,8)	31
Total	-	48 (26,7)	49 (27,2)	34 (18,9)	31 (17,2)	180

Nota. Porcentajes (por filas) respecto al total de problemas formulados en PP-Num, PP-Context y el conjunto total de problemas.

Lo primero que se observa es una gran diferencia entre la cantidad de problemas en los que falta información para cada una de las dos situaciones; el 24,7% del total de los problemas propuestos a partir de la situación PP-Num carecen de información suficiente (149 de 1217), lo que contrasta con

el 5% en la misma categoría para la situación PP-Context (31 de 1217). Estas diferencias podrían explicarse a partir de la información proporcionada en uno y otro caso, pues en PP-Context se indica un monto o cantidad total (18 estudiantes) sobre el que pueden actuar las fracciones. Todos los problemas codificados como I1 corresponden a la situación PP-Num. Por ejemplo, la figura 11 muestra un problema donde se indican fracciones sobre una cantidad de cromos indeterminada que debe ser dada al resolutor para poder responder a la pregunta. En ocasiones, esta falta de información sobre la cantidad total aparece unida a información ausente de otro tipo. Esta tipología es específica de PP-Num. En la figura 12, se muestra un problema en el que se omite una combinación de información (I4) ya que no se indica ni en el número de trozos de la tarta de cumpleaños (I1) ni el reparto en partes iguales de trozos de igual tamaño (I2).

Figura 11. Información I1 (PP-Num)

Problema 1. Carolina tiene $\frac{1}{4}$ de los cromos de una colección. Samuel tiene $\frac{3}{8}$ de la misma. ¿Cuántos cromos tienen entre los dos de la colección?

Figura 12. Información I4 (PP-Num)

Problema 2. Laura se ha comido $\frac{3}{8}$ de su tarta de cumpleaños, si tenían que repartirla entre 4 personas, ¿cuántos trozos le tocará a los demás?

Por su parte, la igualdad de las partes o unidades se omite, sin combinar con otras omisiones de datos (I2), en el 27,2% del total de problemas formulados. Esta categoría, si bien no es exclusiva de PP-Num, solo contiene un problema de PP-Context (3,2%). En la figura 13 observamos un problema de PP-Num donde no se especifica que, para poder juntar las partes de tarta que sobran, estas deben ser del mismo tamaño (igualdad de las unidades). La figura 14 corresponde a un problema de reparto de PP-Context donde se pide expresar la solución en fracciones (54/18) pero no se indica ni que los trozos de la pizza sean de igual tamaño ni que el reparto sea en partes iguales.

Figura 13. Información I2 (PP-Num)

Problema 2. Para mi cumpleaños he comprado dos tartas, y he comido de $\frac{1}{4}$ y de la otra $\frac{3}{8}$. Si las juntamos, ¿qué fracción de tarta obtendremos?

Figura 14. Información I2 (PP-Context)

Problema 3. Y les dice que el sábado día nuestra pizza para cenar. Han encargado su trozo de pizza para los 18 alumnos. ¿Cuántos trozos comen por cabeza? Representalo con fracciones.

La omisión de una de las partes del todo (I3) se observa en casi un 20% del total de problemas formulados por los futuros maestros; se recoge en el 8.1% de los problemas de PP-Num y el 71% de PP-Context. Esta diferencia podría estar mediada por el contexto del viaje, ya que muchos futuros docentes podrían estar sobreentendiendo que al preguntar por un destino que no aparece en el listado, necesariamente debe ser el escogido por los estudiantes que no han votado. Lo ilustramos en las figuras 15 y 16. En la figura 15 mostramos un ejemplo de PP-Num donde se señala la composición de una pizza con al menos cuatro ingredientes, pero únicamente se da información sobre tres de ellos. Esto es análogo a lo que se muestra en la figura 16: con tres posibles destinos para PP-Context e información sobre únicamente dos de ellos. Por último, la información de otro tipo (I5), responde a elementos de los más variados, en los que no ha sido posible identificar un patrón común. Por ejemplo, en un problema de PP-Context habría que especificar que los estudiantes que prefieren la playa son los únicos que votan viajar a una isla.

Figura 15. Información I3 (PP-Num)

Problema 3. María se pidió una pizza de diferentes sabores:

- $\frac{3}{8}$ era de champiñones
- $\frac{1}{8}$ de aceitunas
- $\frac{2}{8}$ de cuatro quesos

¿Qué fracción de pizza era de jamón?
Escribe el resultado más simplificado que puedas




Figura 16. Información I3 (PP-Context)

Problema 2.

En un viaje de fin de curso participan 17 estudiantes
 $\frac{1}{6}$ dice Madrid, $\frac{3}{6}$ dice París. ¿Cuál es la fracción
de los estudiantes que dicen Londres?

Conclusiones

Este estudio nos ha permitido profundizar en el análisis sobre la forma en que los futuros maestros de primaria abordan la formulación de problemas de fracciones, centrando la atención en los errores que cometen (objetivo 1) y la información que omiten (objetivo 2). Además, nos ha permitido explorar posibles relaciones entre la situación a partir de la cual se les pedía formular los problemas frente a los errores y el tipo de información ausente (objetivo 3). El estudio se realizó a partir de dos actividades de formulación de problemas con un mismo *prompt* (formula tres problemas de diferente dificultad) y diferentes situaciones iniciales: datos numéricos $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{8}$ (PP-Num) y la realización de un viaje (PP-Context). En relación con los errores (objetivo 1), se encontraron cuatro tipos principales: superar la unidad cuando esto es incoherente matemáticamente en el problema formulado, identificar el total con una fracción inferior a la unidad, operar con fracciones que refieren a unidades distintas y establecer relaciones erróneas entre distintas partes del total. Al comparar los errores presentes en las situaciones PP-Num y PP-Context (objetivo 3), se aprecian diferencias, siendo más variados en PP-Num (Tabla 2). En esta situación aparecen errores que no se observaron en la situación PP-Context, relacionados con operar con fracciones que refieren a unidades distintas y establecer relaciones erróneas entre distintas partes del total. Superar la unidad cuando esto es incoherente matemáticamente en el problema formulado, es un error que aparece con más frecuencia en problemas que parten de PP-Context; mientras que el resto de errores aparece con más frecuencia en la situación PP-Num. Al analizar el tipo de información que falta en algunos de los problemas planteados por los futuros maestros (objetivos 2 y 3) se observa que la situación de partida condiciona tanto la cantidad de problemas con falta de información como el tipo de información que falta. El 24,7% del total de los problemas propuestos a partir de una situación PP-Num carecían de información suficiente frente al 5% en la misma categoría para la situación PP-Context. Esto está en consonancia con estudios previos donde se constata que los futuros docentes crean mejores problemas cuando se les da información previa (Crespo, 2003). En la situación PP-Num, las principales ausencias de información tenían que ver con la cantidad total y la igualdad de las unidades o partes; mientras que en la situación PP-Context con una de las partes del todo (Tabla 3). Consideramos que el maestro en formación puede tomar estos aspectos como algo “dado”, lo que le llevaría a no matizar la composición de las partes de la unidad (o la unidad misma).

En resumen, este estudio muestra que la formulación de problemas pone de manifiesto qué comprenden y qué dificultades tienen los futuros maestros (Xie y Masingila, 2017). El trabajo ha servido para identificar los aspectos conceptuales que es necesario discutir en la formación inicial de maestros relacionados con las fracciones y la formulación de problemas. Así, se muestra la necesidad de profundizar en la enseñanza de la unidad (Valdemoros, 2001), alertando de la exigencia de incluir cierta información en los problemas formulados. Finalmente, se refleja la importancia de promover acciones formativas para que los docentes desarrollen sus habilidades de formulación de problemas y sepan cómo implementarlas en su trabajo de aula (Ellerton, 2013).

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por el proyecto ProID2021010018, del Gobierno de Canarias, cofinanciado por el Programa Operativo FEDER Canarias 2014-2020.

Referencias

- Cai, J. y Hwang, S. (2020). Learning to teach mathematics through problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, 102, 1-8. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.01.001>
- Cai, J., Koichu, B., Rott, B., Zazkis, R. y Jiang, C. (2022). Mathematical problem posing: Task variables, processes and products. En C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez y N. Planas (Eds.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 119-145). PME.
- Cankoy, O. y Özder, H. (2017). Generalizability Theory Research on Developing a Scoring Rubric to Assess Primary School Students' Problem Posing Skills. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 2423-2439. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01233a>
- Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 243-270.
- Creswell, J. W. (2012). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research*. Pearson.
- Ellerton, N. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 87-101. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9449-z>
- García-Alonso, I., Bruno, A., Almeida, R., Sosa-Martín, D. y Perdomo-Díaz, J. (2022). Problemas de fracciones formulados por futuros profesores: algunas características. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 295-304). SEIEM.
- Grundmeier, T. A. (2015). Developing the problem-posing abilities of prospective elementary and middle school teachers. En F. M. Singer, N. Ellerton, y J. Cai (Eds), *Mathematical problem posing* (pp. 411-431). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_20
- Kiliç, C. (2015). Analyzing pre-service primary teachers' fraction knowledge structures through problem posing. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(6), 1603-1619. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1425a>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O. y von Davier, M. (2021). TIMSS 2023 Assessment Frameworks. En I. V. S. Mullis, M. O. Martin, y M. von Davier. (Eds.), *TIMSS 2023 Assessment Frameworks*.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Singer, F. M., Ellerton, N. y Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: New questions and directions. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 1-7. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9478-2>
- Sosa-Martín, D., Perdomo-Díaz, J., Bruno, A., Almeida, R. y García-Alonso, I. (enviado). Situations and plausibility when prospective teachers pose problems.
- Torregrosa, A., Albarracín, L. y Deulofeu, J. (2021). Resolución e invención de problemas: la estrategia de resolución con relación al problema inventado. En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo, y D. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 595 – 602). SEIEM.
- Valdemoros, M. (2001). Las fracciones, sus referencias y los correspondientes significados de unidad: Estudio de casos. *Educación matemática*, 13(1), 51-67. <https://doi.org/10.24844/EM1301.04>
- Xie, J. y Masingila, J.O. (2017). Examining interactions between problem posing and problem solving with prospective primary teachers: A case of using fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 96, 101-118. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9760-9>