

Lorenzo J. Blanco Nieto,
Nuria Climent Rodríguez,
María Teresa González Astudillo,
Antonio Moreno Verdejo,
Gloria Sánchez-Matamoros García,
Carlos de Castro Hernández
y Clara Jiménez Gestal
(Eds.)



A p o r t a c i o n e s a l d e s a r r o l l o d e l c u r r í c u l o d e s d e l a i n v e s t i g a c i ó n e n e d u c a c i ó n m a t e m á t i c a

eug EDITORIAL
UNIVERSIDAD
DE GRANADA



SOCIEDAD ESPAÑOLA
DE INVESTIGACIÓN
EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA

© Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)
© UNIVERSIDAD DE GRANADA
Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática.
Campus Universitario de Cartuja
Colegio Máximo, s.n., 18071, Granada
Tlfs.: 958 24 39 30 - 958 24 62 20
www: editorial.ugr.es
ISBN(e) 978-84-338-7038-4
Edita: Editorial Universidad de Granada
Campus Universitario de Cartuja. Granada
Descriptores: investigación, educación matemática, desarrollo curricular,
práctica en el aula.
Preimpresión: TADIGRA, S.L. Granada
Diseño de cubierta: José María Medina Alvea. Granada

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra sólo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley.

Índice

La SEIEM ante los retos de la educación matemática en todos los niveles educativos	7
Parte 1. El currículum de matemáticas	14
Introducción.....	15
Reflexiones curriculares desde la historia de la educación matemática en la segunda mitad del siglo XX	17
Consideraciones acerca de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas	37
Sentido matemático Escolar.....	55
La evaluación en Matemáticas	80
Parte 2. Las matemáticas en los niveles escolares	104
Introducción.....	105
Matemáticas en la Educación Infantil.....	107
Matemáticas en la Educación Primaria.....	148
Matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria	172
Matemáticas en el Bachillerato	199
Matemáticas en la Universidad	224
Matemáticas en la Formación Profesional	260
Las Matemáticas en la educación de personas adultas.....	285
Pensemos en unas matemáticas para todo el alumnado.....	322

Parte 3. Cuestiones transversales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	348
Introducción.....	349
Tensiones y prácticas inclusivas en la enseñanza de las matemáticas	352
Desarrollar las competencias de resolución de problemas y modelización para aprender matemáticas.....	373
Entornos tecnológicos para el desarrollo del pensamiento computacional y de la competencia en resolución de problemas	399
Recursos didácticos para el aula de Matemáticas.....	425
Matemáticas transversales.....	453
Parte 4. Formación y desarrollo profesional del profesorado de matemáticas	480
Introducción.....	482
Parte A. Formación Inicial.....	485
A.1. Interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes para decidir sobre la enseñanza	485
A.2. Oportunidades de aprendizaje y tareas matemáticas escolares	498
A.3. Criterios de idoneidad didáctica para orientar el rediseño de la planificación e implementación de secuencias didácticas	506
Parte B. Acceso a la Formación docente.	515
Parte C. Desarrollo profesional	516
C.1. Desarrollo profesional en el contexto de investigaciones colaborativas.....	517
C.2. Uso combinado de Lesson Study y los Criterios de Idoneidad Didáctica	522
Parte D. Cuestiones transversales: Dominio Afectivo.....	523

Matemáticas transversales

Cross-disciplinary mathematics

Arce, M.^a, Arnal-Palacián, M.^b, Conejo, L.a, García-Alonso, I.^c y Méndez-Coca, M.^d

^a Universidad de Valladolid,

^b Universidad de Zaragoza,

^c Universidad de La Laguna,

^d Universidad Complutense de Madrid

Resumen

Más allá de su carácter instrumental, las matemáticas forman parte del acervo cultural de la humanidad, y tienen un papel fundamental en la comprensión, representación y construcción del mundo, lo que también debe reflejarse en la actividad de aula. Este capítulo pretende proporcionar ideas, claves y propuestas para trabajar otros aspectos relacionados con las matemáticas, como son las conexiones de esta con otras disciplinas; el tratamiento desde las matemáticas de problemáticas y desafíos de la sociedad actual, como los Objetivos de Desarrollo Sostenible o la perspectiva de género; la presencia de las matemáticas en espacios distintos a la clase reglada, como las experiencias de matemáticas fuera del aula; o la importancia de fuentes más allá del currículo, como son las actividades de divulgación.

Palabras clave: Proyectos interdisciplinarios, ODS, Matemáticas al aire libre, Género y matemáticas, Divulgación matemática.

Abstract

Beyond its instrumental nature, mathematics is part of the cultural heritage of humanity. Mathematics plays a fundamental role in the understanding, representation, and construction of the world, and this should also be reflected in classroom activity. This chapter aims to provide ideas, keys, and proposals to work on other aspects related to mathematics, in particular the following: the connections between mathematics and other disciplines; the mathematical approach to problems and challenges of today's society, such as the Sustainable Development Goals or a gender-sensitive approach; the presence of mathematics in different spaces, like the mathematical experiences outside the classroom; or the importance of sources beyond the curriculum, like dissemination activities.

Keywords: Interdisciplinary projects, SDG, Open-air mathematics, Gender and mathematics, Mathematics dissemination.

INTRODUCCIÓN

VIVIMOS EN UN MUNDO COMPLEJO y cambiante que cada vez nos exige mayor responsabilidad en el ejercicio de nuestra ciudadanía. La UNESCO, en su Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible, identifica a los docentes como los verdaderos actores del cambio, de cara a construir una sociedad comprometida y que respete las necesidades de la sociedad futura. La LOMLOE incorpora este enfoque en el nuevo currículo, que promueve entre el alumnado empatía hacia el entorno natural y social.

Las matemáticas poseen un papel de enorme relevancia en la formación de la ciudadanía, no solo por su propio papel en la formación científica e intelectual, sino porque las matemáticas contribuyen a la comprensión y construcción de un mundo mejor desde diferentes escenarios. Este capítulo pretende proporcionar algunas ideas y propuestas en este sentido. Dada la amplitud de este propósito, el desarrollo se centra en algunos aspectos, que constituyen los apartados del capítulo, y que enumeramos a continuación. Por una parte, se presentan ideas y sugerencias para trabajar las matemáticas conectadas con otras disciplinas, así como con el contexto real, con actividades para desarrollar tanto dentro como fuera del aula ordinaria. Además, se mostrará cómo las matemáticas conectan con desafíos actuales como la sostenibilidad o la promoción de estudios científicos entre las niñas y adolescentes. Finalmente, se hablará de la divulgación matemática como campo con un enorme potencial formativo, tanto para el alumnado como el profesorado, que contribuye a popularizar las matemáticas y a hacer consciente a la sociedad de su papel fundamental en el mundo actual.

MATEMÁTICAS INTERDISCIPLINARES

Las *conexiones* son uno de los ejes que organizan las competencias específicas en matemáticas del currículo de la LOMLOE. Las conexiones son todas aquellas relaciones que pueden establecerse tanto de tipo intramatemático (es decir, relaciones de los diferentes bloques de contenido matemático entre sí) como de los contenidos matemáticos con otras áreas de conocimiento o con otros entornos o contextos no matemáticos (Alsina, 2019). Los estándares del *National Council of Teachers of Mathematics* estadounidense (NCTM, 2003) también reconocen las conexiones como uno de los estándares de proceso indicando que “los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a todos los estudiantes para reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos” (p. 68). Esta idea es recogida en una de las competencias específicas vinculadas al eje de conexiones en los nuevos decretos curriculares, por lo que se espera que los estudiantes sean capaces de identificar y reconocer las matemáticas presentes en situaciones reales y en otras disciplinas, y establecer conexiones que permitan, también, reconocer la aportación de las matemáticas para resolver problemas y retos de la sociedad actual.

Como indica Lehrer (2021, citado en Tytler et al., 2021) las propuestas interdisciplinarias posibilitan la transferencia de conocimiento entre las matemáticas y otras disciplinas, enfatizan la relevancia del conocimiento de cada disciplina para resolver problemas importantes, y permiten construir un sistema de conocimiento estructurado y conectado que favorezca la resolución de problemas. No obstante, Tytler et al. (2021) marcan la necesidad, y el desafío, de que se mantenga la integridad de cada disciplina involucrada, y de sus características para generar conocimiento.

Las orientaciones curriculares del nuevo decreto mencionan el trabajo por proyectos como una aproximación metodológica que favorece la generación de conexiones de las matemáticas con el contexto real y con otras disciplinas. También se sitúa a la resolución de problemas (ver capítulo 3.2 del libro) como otro de los ejes fundamentales de la enseñanza de las matemáticas, y como un objetivo de su aprendizaje. Al igual que sucede con la resolución de problemas (Blanco y Cárdenas, 2013), existen al menos dos formas diferentes de concebir el trabajo interdisciplinar por proyectos:

- Diseñar e implementar proyectos que permitan aplicar en contextos nuevos contenidos matemáticos ya enseñados, para generar conexiones a través de su aplicación (más cercano a una *enseñanza de las matemáticas para la resolución de problemas*).
- Diseñar e implementar proyectos con situaciones que den sentido a la propia introducción y desarrollo de contenidos matemáticos a través del proyecto (más cercano a una *enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas*).

Ambas aproximaciones tienen su espacio, pero la segunda añade más oportunidades para desarrollar procesos propios de la generación y construcción de conocimiento matemático, ayudando a generar una concepción más completa de qué son las matemáticas y cómo se construyen.

Para desarrollar un trabajo interdisciplinar por proyectos, es necesario realizar un estudio detallado de la *fenomenología* de cada concepto y estructura matemática (Freudenthal, 1983), compuesta por aquellos fenómenos para los cuales el concepto o estructura seleccionada sirve de medio para su organización y desarrollo, dotándole de sentido. Por ejemplo, los números enteros organizan fenómenos discretos asociados a un criterio de compensación o equilibrio entre estados (balances contables, deportivos...) así como fenómenos asociados a la expresión de escalas, medidas, posiciones o cantidades orientadas con un punto de referencia relativo o “cero” (temperaturas, coordenadas, magnitudes vectoriales...) (Arce et al., 2019). No todos los contenidos curriculares ofrecen las mismas posibilidades para desarrollar un trabajo interdisciplinar. Lo importante es detectar y aprovechar aquellas oportunidades donde estas relaciones surjan con mayor naturalidad. Si partimos de los seis sentidos presentes en el nuevo currículo, el sentido de la medida tiene presencia habitual en muchos proyectos interdisciplinarios (elección de unidades, uso de instrumentos de medida, detección y comprensión de relaciones entre magnitudes...), así como el

sentido estocástico (sobre todo el tratamiento, presentación e interpretación de datos, y la toma de decisiones). El trabajo en el aula de estos sentidos puede ganar riqueza y significatividad si se hace con proyectos interdisciplinarios, superando enfoques centrados en la aritmetización de la medida o del tratamiento de la información.

Recogemos algunas claves resaltadas por la investigación educativa sobre las potencialidades y factores limitantes de las propuestas interdisciplinarias:

- Los proyectos deben focalizarse en contenidos cuya integración cree sinergias entre disciplinas, así como contar con una adecuada orientación y andamiaje en su desarrollo, evitando proyectos excesivamente abiertos (Benjumeda et al., 2015; Tytler et al., 2021). Cómo generar integraciones sinérgicas sigue siendo un tema que precisa de más investigación (Toma y García-Carmona, 2021).
- La implementación de proyectos interdisciplinarios genera un impacto positivo en aspectos afectivos, actitudinales y transversales (Diego-Mantecón et al., 2021; Toma y García-Carmona, 2021). Los resultados positivos sobre el aprendizaje de los contenidos involucrados son algo menos concluyentes.
- Es necesaria una implementación continuada de este tipo de proyectos para percibir sus efectos (Diego-Mantecón et al., 2021), dada la ruptura que provocan en la concepción de las matemáticas escolares que suele tener buena parte del alumnado. Ante estos proyectos, muchos estudiantes tienen dificultades para percibir que están haciendo matemáticas. Es útil hacer al alumnado consciente de los contenidos matemáticos involucrados y aprendizajes conseguidos (Benjumeda et al., 2015).
- Es necesario tener presente que el diseño y gestión exitosa de un proyecto interdisciplinario demanda a los docentes un conocimiento disciplinar y didáctico amplio de las áreas de conocimiento involucradas (Tytler et al., 2021; Toma y García-Carmona, 2021), y que la organización de la docencia en España hace que existan menos restricciones institucionales para llevar a cabo estos proyectos en aulas de Educación Infantil (enseñanza globalizada) y Primaria (figura del profesorado tutor) que en niveles superiores.

ALGUNOS EJEMPLOS DE PROPUESTAS INTERDISCIPLINARIAS

Mostramos en este apartado una selección de propuestas interdisciplinarias que involucran a las matemáticas. Muchas se basan en el desarrollo de proyectos STEM (iniciales en inglés de Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas) o STEAM (incluyendo también las Artes), basadas en un trabajo integrado de algunas de estas disciplinas, y en muchos casos vinculadas también a la sostenibilidad (ver siguiente apartado).

Alsina (2020) recoge varias propuestas de actividades STEAM para Educación Infantil que tratan de promover conexiones de las matemáticas con otras disciplinas

y con el entorno, enfatizando un enfoque globalizado. Un ejemplo es *Land Art Maths*, vinculando matemáticas, naturaleza y arte. En ella, se parte de una recolección de materiales sensorialmente ricos del entorno natural. Con ellos, el alumnado puede analizar sus cualidades y realizar comparaciones y clasificaciones de sus cualidades y atributos. Posteriormente, se muestran ejemplos de *Land Art* (composiciones artísticas creadas con material del entorno natural cercano) para que el alumnado participante, en diferentes grupos, reflexione sobre cómo diseñar su propia composición y la construya siguiendo algún patrón lógico determinado pactado con ellos para, finalmente, enriquecer la composición y poder representar la misma en un mural. En la Figura 1 puede verse un ejemplo creado.



Figura 1. Ejemplo de Land Art construido al implementar esta propuesta (tomado de Alsina, 2020, p. 187)

En Educación Primaria, el proyecto europeo *STEM4MATH*, en el que han participado miembros de la Universidad de Valladolid, ha generado 20 proyectos donde los conocimientos y habilidades matemáticas se trabajan integrados con contenidos de otras disciplinas y con contextos reales o significativos para el alumnado. La página web <https://www.stem4math.eu/es> contiene todos los proyectos y materiales generados, junto con orientaciones para su implementación. Los proyectos se inician con una situación o motivación inicial para resolver, llegando generalmente a la construcción de algún producto como resultado del proyecto. Un ejemplo es *Pasta de dientes*, en el que se parte del problema de la caries en infantes generada por una incorrecta higiene bucodental, a través de una historieta. Posteriormente, los estudiantes recogen datos sobre su higiene bucodental usando un cuestionario creado para ello y, por grupos, analizan la información, la representan haciendo uso de tablas y gráficos y proponen sugerencias para mejorar los hábitos de la clase. En la segunda parte, los estudiantes, por grupos, crean su propia pasta de

dientes, buscando previamente información para ello, y diseñan un embalaje y un logotipo para la misma.

En Educación Secundaria destacamos, por una parte, los proyectos europeos *KIKS* y *STEM for Youth*, con participación de miembros de las Universidades de Cantabria y de Santiago de Compostela. Estos proyectos buscan promover el interés de los estudiantes hacia las áreas STEAM, a través del diseño de actividades y proyectos que puedan implementarse en el aula y donde, además, los resultados que se obtengan puedan ser presentados y discutidos con estudiantes homólogos de otros países participantes, formando parte de una comunidad educativa. Una muestra del impacto del proyecto KIKS puede verse en Diego-Mantecón et al. (2021). Las páginas web <https://www.kiks.unican.es/> y <https://stemforyouth.unican.es/> contienen información detallada sobre ambos proyectos y los materiales generados. Por ejemplo, encontramos actividades y proyectos vinculados a la construcción de rampas para garantizar la accesibilidad, el número áureo o la modelización de situaciones físicas como la ley de Hooke en un muelle.

Otro ejemplo es el proyecto europeo COMPASS, en el que ha participado la Universidad de Jaén. Este proyecto busca apoyar a los docentes en la implementación de actividades que conecten las matemáticas y las ciencias entre sí, así como con el entorno cercano, haciendo uso de metodologías basadas en la resolución de problemas y el aprendizaje por indagación. La página web <http://www.compass-project.eu/> recoge toda la información sobre el proyecto.

El libro de Ortega (2005) contiene también un buen número de propuestas de actividades y situaciones para conectar las matemáticas con otras disciplinas y con situaciones cotidianas.

DESARROLLO SOSTENIBLE A TRAVÉS DE LAS MATEMÁTICAS

En relación con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS), los docentes de matemáticas tienden a pensar, en general, que trabajar la sostenibilidad en el aula consiste en desarrollar, a través de proyectos, la conciencia medioambiental orientada al cuidado del entorno natural (Vásquez et al., 2020) indicando que, para ello, no cuentan con las herramientas didácticas y disciplinares necesarias. Pero integrar la sostenibilidad en la clase de matemáticas o llevar a cabo una enseñanza orientada a la educación para el desarrollo sostenible trae consigo más implicaciones que la sensibilización sobre aspectos medioambientales.

Cuando la UNESCO presenta la Agenda 2030 (UNESCO, 2015) reta a toda la humanidad a lograr 17 objetivos centrados en torno a tres ámbitos principales, económico, social y ambiental, con los que conseguir que la sociedad actual disfrute de los recursos y bienes que aporta el planeta sin poner en riesgo el bienestar y los recursos de las generaciones futuras.



Figura 2. Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS). Fuente: UNESCO (2017a)

Podemos inferir que la consecución de estos objetivos está directamente relacionada con el papel de la Educación, pues es quien tiene en sus manos la generación del futuro y quien posee la capacidad de desarrollar la concienciación social en torno a estos objetivos. Pero, para ello, debe tener en cuenta que se hace a través de una formación con unas características particulares, que se denomina Educación para el Desarrollo Sostenible (EDS), es decir, una educación comprometida con la sensibilización y la promoción de los ODS en nuestro entorno y nuestra vida y que compromete a todos los educadores. Será, por tanto, una enseñanza holística, integradora y transformadora (UNESCO, 2017a), con capacidad para incorporar en su práctica habitual los distintos enfoques de enseñanza en sostenibilidad (UNESCO, 2012, p. 13):

- **Integrador:** estudiar desde sus tres dimensiones los ODS y cómo se contribuye a ellos desde las matemáticas.
- **Crítico:** tomando conciencia de alternativas, en sintonía con los ODS, al paradigma dominante, promoviendo el pensamiento crítico.
- **Transformador:** la matemática como instrumento para profundizar en el conocimiento de nuestro entorno y como modulador de cambios de hábitos.
- **Contextual:** la matemática nos explica el contexto con una finalidad transformadora.

Estos enfoques promueven una enseñanza de las matemáticas que vaya más allá del aprendizaje de cálculos mecánicos y procedimientos estándar, sugiriendo una

enseñanza donde los datos tienen un sentido realista que llevan al planteamiento de nuevas preguntas que despierten la capacidad crítica (Barwell, 2018, p. 151). No en vano, el lenguaje de las matemáticas provoca cambios en el comportamiento humano (Skovsmose, 1999), pues una vez conocido el modelo explicativo, ajustamos nuestro comportamiento a dicho modelo. Así pues, debemos tratar el conocimiento matemático como aquel con capacidad para transformar la sociedad moderna.

Los ODS aglutinan necesidades individuales y colectivas, así como necesidades actuales y necesidades futuras. El conocimiento matemático va a contribuir a analizar las demandas existentes y buscar posibles soluciones a estas tensiones (UNESCO, 2017b).

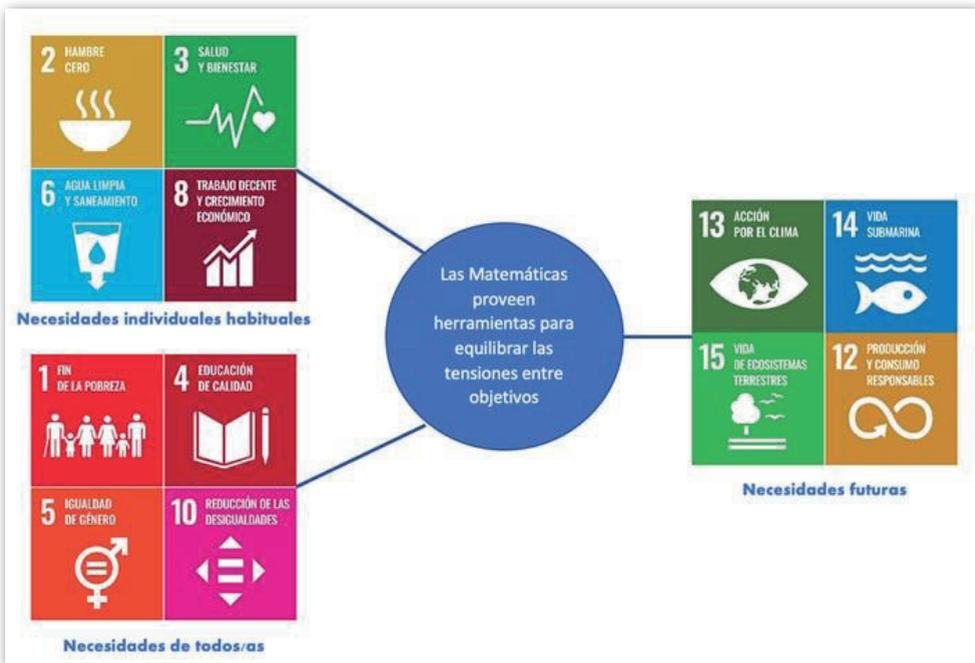


Figura 3. Las Matemáticas equilibran las diferentes necesidades humanas.
Fuente: UNESCO (2017b)

¿Cómo abordar este desafío en las aulas de matemáticas?

Para llevar a cabo esta transformación en el aula, se propone que la EDS se desarrolle de forma intencional y embebida en la práctica de aula por parte de todas las materias y no como una materia nueva, separada del resto (UNESCO, 2017b, p. 17). Desde esta perspectiva, la enseñanza de las matemáticas se debe desarrollar siguiendo los enfoques anteriores y con un propósito relevante desde el punto de vista social y global, pero sin perder de vista la construcción necesaria del contenido disciplinar.

La actividad humana dedicada a contar, medir y localizar proviene, de hecho, de la conexión de los individuos con su entorno, por lo que un enfoque adecuado permitirá construir una enseñanza de las matemáticas alineada con la EDS en cualquier nivel educativo. Es más, las matemáticas también desarrollan: la construcción de algoritmos y patrones, un lenguaje preciso y exacto, la fundamentación de las decisiones, la descripción de la belleza y la armonía. Todo lo anterior contribuye en el desarrollo de las competencias en sostenibilidad: *pensamiento sistémico, anticipación, normativo, estratégico, de colaboración, pensamiento crítico, autoconciencia y de resolución de problemas.*

Algunos principios a tener en cuenta en el diseño o selección de actividades matemáticas con enfoque a la EDS (UNESCO, 2017b) son:

- **Evitar la simplificación.** La realidad no es simple y, como indicamos antes, los contextos son fuente de aprendizaje, lo que dará mayor significado al aprendizaje de las matemáticas. Además, un mismo escenario puede llevar a diferentes decisiones y la argumentación será la clave para el desarrollo del conocimiento. Por ejemplo, ante un recuento de una votación se puede preguntar por las condiciones para ser votante, cómo tener en cuenta los votos nulos y votos en blanco o cómo estudiar las cuotas de poder al elegir un líder...
- **Trabajar con los problemas “ricos” que contiene el contexto,** y no sólo mediante la contextualización de los problemas verbales. Es decir, que se elaboren preguntas propias dentro del contexto, tratando los aspectos de forma significativa. Para ello, se puede orientar la enseñanza matemática a procesos matemáticos fundamentales (organización, comparación, modelización, predicción, medida, representación, diseño de algoritmos, generalización...) y a partir de ahí estudiar los contextos, o bien, entrar en los contextos de la EDS y a partir de ahí estudiar los procesos matemáticos.
- **Desarrollar el pensamiento crítico,** a través del trabajo en equipo cooperativo, que permite abordar un mismo problema desde diferentes perspectivas y con distintos argumentos.
- **Compromiso docente con los retos de la EDS.** Pues, aunque parece obvio, los docentes deben ser los primeros en tomar consciencia de la necesidad de introducir este enfoque en su enseñanza, y acompañar este compromiso con la necesaria reflexión matemática para reorientar su enseñanza.

Las investigaciones nos señalan que, aparte de la necesaria reflexión y compromiso docente, también se deben desarrollar líneas formativas específicas para los docentes, como principales promotores de los cambios exigidos (García-Alonso y Vásquez, 2021). La lectura de publicaciones especializadas es una buena fuente de formación continua, así como la lectura de monográficos. A modo de ejemplo, están las revistas *Uno: Revista de Educación Matemática* o *Profesorado: Revista de currículum y formación de profesorado*. Las actas de los congresos de Educación Matemática o los artículos de investigación también pueden ser fuente de formación o de intercambio

de experiencias para docentes en activo o en formación. La UNESCO también está haciendo un esfuerzo por la difusión de trabajos orientados a la EDS, existiendo publicaciones con ejemplos de temáticas para llevar al aula de matemáticas y experiencias implementadas en las aulas (UNESCO, 2017b, p. 47 y siguientes).

En España, recientemente se ha publicado un trabajo para desarrollar en Educación Primaria y Secundaria para tomar conciencia en torno al consumo del agua y los desperdicios que generamos, que puede encontrarse en:

<https://marzomates.webs.ull.es/matematicas-y-sostenibilidad/>

El estudio de contextos reales necesita de fuentes de información confiables y reales, que permitan el análisis de nuestro entorno, y que nos lleven a acciones relevantes (ver ejemplos en el libro UNESCO, 2017b, p. 48). La humanidad se enfrenta a un reto que, necesariamente, debemos abordar, pues de nuestro esfuerzo de hoy dependen las generaciones futuras y el bienestar global. Pero los docentes tenemos una responsabilidad mayor, pues formamos a la ciudadanía del futuro. Los docentes de matemáticas, además, promovemos un conocimiento que permite entender y construir un mundo mejor, un mundo sostenible.

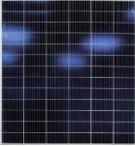
A modo de ejemplificación del trabajo de los ODS en el aula de matemáticas, proponemos una tarea que aborde el modelo energético que poseemos en nuestra vivienda o nuestro colegio o instituto. Esta temática se puede enmarcar en el ODS-7 (Energía asequible y no contaminante), aunque será el enfoque que el docente decida lo que determinará el ODS abordado.

El contexto de la energía renovable supone un tema de actualidad pues estamos ante un cambio de paradigma energético en el planeta. La tarea que se plantee a los estudiantes puede dirigirse al análisis del consumo individual o familiar de energía, a estudiar la huella de carbono de la energía que el estudiante utiliza diariamente, o incluso a realizar un presupuesto de lo que costaría cambiar el modelo energético de su vivienda familiar, colegio o instituto.

En el trabajo de clase se pueden plantear diferentes preguntas que pueden partir de aspectos más relacionados con el individuo, como puede ser su consumo diario o familiar, o bien, la lectura de un recibo eléctrico real así como la previsión de consumo eléctrico anual. Se puede profundizar más en el tema, haciendo que los estudiantes indaguen sobre los elementos necesarios para contar con un sistema de autoabastecimiento eléctrico para su vivienda familiar y, según el nivel educativo, que identifiquen y seleccionen dónde instalarlos, además de generar un presupuesto de dicha instalación. La Tabla 1 muestra un ejemplo de información que podría facilitarse al alumnado para realizar una tarea de este tipo. Como cierre de la tarea, se recomienda que los estudiantes lleven a cabo una reflexión acompañada de alguna acción sobre su entorno individual o social. En este sentido, se puede analizar el coste de la instalación de un sistema de autoabastecimiento energético en su colegio, o en algún edificio de carácter público en su ciudad. Y aprovechar esto para elevar a sus representantes en el centro o en la ciudad la propuesta que hayan decidido, basando sus argumentos en el estudio matemático llevado a cabo en clase.

Tabla 1. Ejemplo de información facilitada a los estudiantes para realizar la tarea (utilizando una unidad monetaria inventada como los zeds).

Fuente: Elaboración propia

<p>Consumo generado en un trimestre: Potencia contratada: 5.75 kW Consumo mes 11: 385 kWh Consumo mes 12: 650 kWh Consumo mes 01: 612 kWh</p>		<p>Ingresos familiares: Nóminas: 1750 zeds al mes Ahorro: 250 zeds al mes</p>	
<p>Precio: 3.26 zeds por kW contratado 0.10 zeds por kWh</p>			
<p>Consumo medio: Consumo medio de 3.21 zeds Consumo medio en los últimos 14 meses: 2.36 zeds Consumo acumulado en el último año: 5725 kWh</p>		<p>Superficie del tejado: 12 metros cuadrados</p>	
			
34,99 zeds cada 100 m	34.95 zeds 2000 ciclos 12V/14Ah	189 zeds 445 W 217.8 x 99.6 cm	229 zeds 540 W 238 x 35 cm

Con este ejemplo hemos mostrado cómo una actividad matemática habitual, de cálculo, se convierte en una estrategia de EDS, a través del contexto seleccionado y con una acción como muestra del compromiso de cambio adquirido. Además, en este mismo contexto, las decisiones del docente no son únicas y se pueden seleccionar diferentes focos: concienciación acerca del consumo energético, impacto del modelo energético actual, cambio de modelo en nuestro centro o ciudad...

Ahora bien, la matemática implicada en la tarea no sólo aborda el cálculo, sino que incluye la estimación y la toma de decisiones con base en los resultados que obtenemos. Es más, no existe una única solución o respuesta válida, sino que encontraremos respuestas bien argumentadas, con una correcta interpretación de los cálculos en el contexto seleccionado.

MATEMÁTICAS FUERA DEL AULA

Abordamos aquí tres aspectos: las matemáticas al aire libre, las matemáticas en los museos y las rutas matemáticas en la ciudad.

Matemáticas al aire libre

El nuevo currículo de Educación Infantil en España determina que en esta etapa se debe atender de manera progresiva al descubrimiento del entorno, incluyendo a los seres vivos que conviven en él y algunas características físicas y sociales del medio. Es por esta determinación del currículo por lo que consideramos al aire libre el lugar adecuado en el que poder descubrir el entorno de una manera más natural que dentro del aula.

La educación al aire libre no es nueva del nuevo currículum y tampoco del presente siglo. Las escuelas al aire libre nacieron en España a principios del siglo XX (Bernal, 2012) en un contexto higiénico-sanitario para infantes débiles y con alguna enfermedad. Fournié (1928) pretendió extender estas escuelas a toda la infancia, permitiendo más libertad de pensamiento y acción a los infantes, acompañado de nuevas perspectivas metodológicas. En la actualidad, las escuelas al aire libre, principalmente para la etapa de Educación Infantil, son un modelo educativo implantado en Europa, Estados Unidos y Asia. En ellas, el alumnado pasa la mayor parte del tiempo fuera del aula, especialmente en lugares rodeados de bosque (Bruchner, 2012).



Figura 4. Paseo en el bosque en una escuela al aire libre en Alemania (tomado de Zotes y Arnal-Palacián, 2019, 2022)

La formación al aire libre, especialmente en la etapa de Educación Infantil, permite la experimentación en un contexto rico, facilitando oportunidades para el desarrollo y la resolución autónoma de diferentes situaciones complejas (Sánchez y González, 2016). Algunos estudios, como el de Wells (2000), determinan que los efectos sobre el desarrollo cognitivo del alumnado son positivos.

Particularizando en estudios al aire libre en la educación matemática, desde la SEIEM se ha dado espacio para la presentación de algunos estudios. En el grupo Investigación en Educación Matemática Infantil (IEMI), Zotes y Arnal-Palacián (2019) presentaron cinco actividades desarrolladas íntegramente en el bosque involucrando a diferentes nociones matemáticas de lógica, aritmética, geometría y medida. Asimismo, en el XXIV Simposio de la SEIEM que tuvo lugar en Valencia, Salvador-Beltri et al. (2021) presentaron un póster en el que analizaban cómo los huertos escolares podían desarrollar los contenidos de las asignaturas de matemáticas y de ciencias naturales para la Educación Infantil y Educación Primaria, resultando gratificante para toda la comunidad educativa que se implicaba en él.

Si bien es cierto que no todo son bondades en estos lugares para la formación del alumnado. Zotes y Arnal-Palacián (2022), en un estudio realizado en Alemania sobre la adquisición de las magnitudes, concluyeron que es posible anticipar la edad del manejo de la longitud y el área, sin embargo, existen mayores dificultades para el volumen y la masa que en un aula convencional.

Matemáticas en los museos

En relación con las experiencias no formales de formación, como puede ser la visita a museos, la *National Science Teachers Association* de EE.UU. (1998) declaró que este tipo de experiencias influyen en el aprendizaje del alumnado de manera positiva tanto a nivel cognitivo como afectivo.

Las actividades que involucren a nociones matemáticas han sido trabajadas más en otro tipo de museos que no son los matemáticos. Un ejemplo de ello es el estudio de Segal y Segal (2019), en el que analizaron cómo los estudiantes identificaban las formas geométricas, los patrones repetitivos en la decoración, los volúmenes de las herramientas y el peso de cada tipo de piedra en el Museo de Arqueología en Gan HaShlosa (Israel). En el ámbito universitario, en particular en la formación del profesorado, y aprovechando la reforma del sistema educativo en Serbia y el enfoque por proyectos en todos los niveles del sistema educativo, Milinkovic et al. (2021) desarrollaron un programa experimental en el Museo de Arte Africano de Belgrado (Serbia) en el que los infantes de preescolar descubrían ideas matemáticas en actividades de proyectos, y analizaron entrevistas a futuros docentes para reflexionar sobre esta experiencia.

En España, existen museos destinados exclusivamente a las matemáticas, como son el Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA), <https://mmaca.cat/es>; el

Museo de Matemáticas de Aragón, <https://planetariomat.planetariodearagon.com>; la recientemente inaugurada La Casa-Museo de la Matemática Divulgativa y Educativa de Gran Canaria, <http://sineyton.es/la-casa-de-las-matematicas/>; así como otros más pequeños gestionados por sociedades de profesores. El MMACA fue creado en 2014 y, además de la exposición permanente en el Palau Mercader en Cornellà de Llobregat (Barcelona), cuenta con exposiciones itinerantes y ferias a nivel nacional e internacional, tanto en el ámbito de la educación como de la divulgación matemática. Las actividades propuestas en la exposición permanente se organizan en dos líneas: desde 1.º hasta 4.º de Educación Primaria (6-10 años) y otra para grupos desde 5.º de Educación Primaria en adelante (desde 10 años hasta adultos). El museo se organiza de la siguiente manera: a) cálculo y número de oro; b) ilusiones ópticas y espejos; c) combinatoria, grafos, estrategia y puente Leonardo; d) geometría, curvas, poliedros y fórmulas inductivas; e) estadística y probabilidad; y f) espacio para los primeros años de la escuela primaria. El Museo de Matemáticas de Aragón fue inaugurado en 2019 en el Monasterio de Casbas (Huesca). Durante unos meses, coincidiendo con el confinamiento, permaneció cerrado, y su nueva ubicación es el Planetario de Huesca.



Figura 5. Imágenes extraídas de las páginas web del Museu de Matemàtiques de Catalunya y del Museo de Matemáticas de Aragón, respectivamente

Además, existen otros museos de ciencias con exposiciones permanentes en matemáticas o con un papel importante de las mismas. Por ejemplo, el Museo Didáctico e Interactivo de Ciencias de la Vega Baja del Segura (Alicante) y el Museo de la Ciencia de Valladolid.

En Europa, existen otros museos destinados en exclusiva a las matemáticas: Quaregnon (Bélgica), Beaumont-de-Lomagne (Francia), Giessen (Alemania) y Florencia (Italia).

A partir del análisis de diferentes propuestas didácticas, Guisasaola et al. (2005) afirman que los museos, en especial los de ciencias, son espacios de aprendizaje no formal donde los docentes pueden llegar a no tener el control sobre las nociones involucradas y las experiencias que sus estudiantes allí tengan. Para evitarlo, estos autores abogan por que el profesorado disponga de material didáctico que facilite la visita y oriente el aprendizaje de su alumnado.

Rutas matemáticas en la ciudad

Considerando la definición proporcionada por Shoaf et al. (2004), una ruta o paseo matemático es aquel en el que se pueden analizar, resolver y formular tareas matemáticas en las que su resolución requiere la interacción con el lugar en el que se localiza la actividad. Estos paseos no surgieron con el objetivo de desarrollar nociones matemáticas, sino de realizar tareas de divulgación para toda la sociedad (Blane, 1989). Desde la investigación, Olmos y Martí-Contreras (2021) proponen las siguientes categorías que permiten analizar las rutas y problemas propuestos en ellas: tipos de problemas a tratar, contexto, formulación del problema, tarea matemática y solución.

En España, la posibilidad de conocer la ciudad con ojos matemáticos ha sido promovida desde diferentes sociedades de profesores de matemáticas: *Rutas Matemáticas por Madrid: el eje de la Castellana*, a cargo de la SMPM Emma Castelnuovo; *Un paseo matemático por Compostela*, organizado por AGAPEMA; *Paseo Matemático X Zaragoza*, promovida por la SAPM, entre otros.

Desde 2012, las rutas matemáticas se trabajan también desde un contexto tecnológico. *MathCityMap*, <https://mathcitymap.eu/es/>, es una plataforma mundial, desarrollada en la Universidad Goethe, en la que poder crear y utilizar actividades que requieran de una ruta matemática. España se encuentra entre los países más activos en la aplicación, contando con más de 200 rutas y actividades propuestas (véase Figura 6).



Figura 6. Rutas públicas en España en *MathCityMap*

Cada una de ellas cuenta con un descargable en .pdf, además de una primera información en línea (Figura 7) en la que se muestran las nociones matemáticas involucradas, los cursos para los que ha sido diseñada, el número de tareas previstas para ser realizadas por el alumnado, la duración aproximada y la longitud del recorrido.

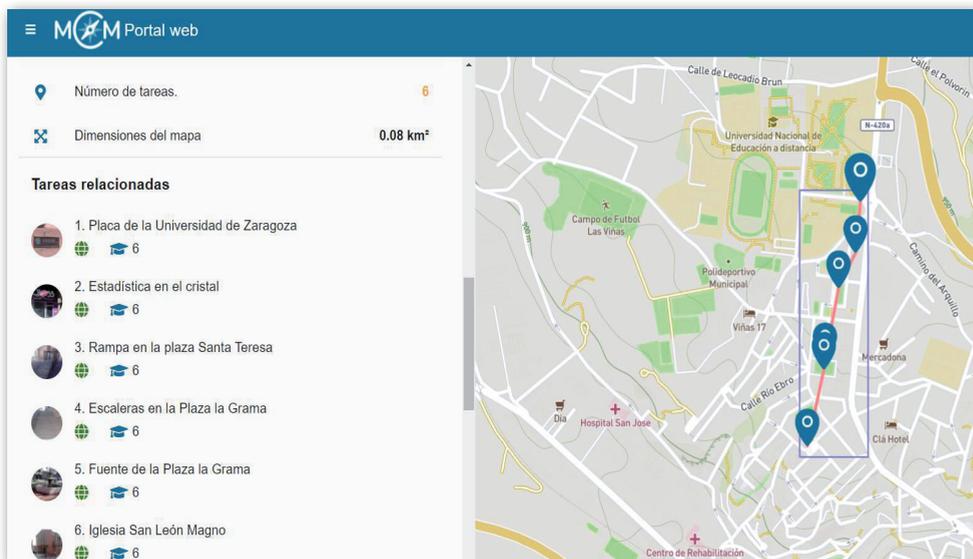


Figura 7. Ruta “Matemáticas por el barrio San León de Teruel” en MathCityMap

Desde una revisión bibliográfica, destacamos los manuales de Chamoso y Rawson (2003) y Blanco-Nieto (2021). El primero de ellos, *Matemáticas en una tarde de paseo* (Chamoso y Rawson, 2003) presenta, en forma de diálogo, las conversaciones de dos profesores en una tarde de paseo. En ellas se ofrecen estrategias para la resolución de problemas en situaciones cotidianas. Más recientemente fue publicado el libro *Mirar la ciudad con ojos matemáticos* (Blanco-Nieto, 2021), en el que se presentan referencias históricas, patrimoniales y culturales y en el que las matemáticas actúan como hilo conductor, destacando este tipo de actividades como un recurso de enseñanza-aprendizaje fundamental en un ambiente ameno y divertido pero sin perder el rigor que las matemáticas merecen.

MATEMÁTICAS CON PERSPECTIVA DE GÉNERO

Se tratan aquí tanto algunos estereotipos sobre el aprendizaje de las matemáticas, como la motivación de las alumnas hacia las matemáticas y la visibilización de la mujer en matemáticas.

Estereotipos sobre el aprendizaje de las matemáticas

Los avances tecnológicos, de la información y de la comunicación se suceden rápidamente, sin embargo, persisten las diferencias de género en la elección de los estudios superiores de las áreas de conocimiento STEM. En la motivación de esta selección no solo influyen los procesos psicológicos, sino también las creencias y los principios de cada uno.

La creencia de que *la inteligencia no cambia* puede influir al alumnado. Pensar que el éxito o el fracaso en matemáticas o en ciencias dependen de unas capacidades cognitivas fijas, estáticas, que no pueden desarrollarse con el tiempo ni con la práctica afecta a la actitud del alumnado ante el estudio de las asignaturas (Degol et al., 2018). Estas ideas conducen a no valorar ni considerar el esfuerzo y el trabajo porque el éxito y el fracaso están predeterminados por sus capacidades, favoreciendo una conducta en el alumnado, en muchos casos, de “huir de las matemáticas”. Las investigaciones muestran que las mujeres y las niñas con estas creencias se pueden ver más afectadas que los hombres y los niños con las mismas ideas, aunque pueden responder más positivamente a entrenamientos de cambio de estas (Blackwell et al., 2007; Dweck, 2007). Además de a los estudiantes, pensar que una persona es *bueno en matemáticas* o *mala en matemáticas* puede afectar al profesorado y a las familias también. Estas ideas se traslucen cuando las familias dicen de sus hijas que obtienen buenas notas porque trabajan y se esfuerzan mucho, pero que en cambio sus hijos las alcanzan porque son brillantes en matemáticas.

La elección de los grados de áreas de conocimiento STEM puede estar condicionada por los valores y principios personales, así como por la falta de confianza en las propias habilidades para aprender matemáticas. La investigación respalda que el asociar las carreras STEM con valores de menor relación con los demás, más alejados del cuidado de otras personas y de ciertos beneficios altruistas aleja a las mujeres de la elección de estos estudios (Wegemer y Eccles, 2019). El Libro Blanco de la Real Sociedad Matemática Española (RSME) recoge una encuesta realizada a 741 personas. El 65% de mujeres trabajando en empresas estaban de acuerdo con la siguiente afirmación: “Las matemáticas no son percibidas como útiles para dar servicio a la sociedad, suponiendo un elemento desmotivador para que las mujeres jóvenes elijan las matemáticas como futuro profesional” (Macho et al., 2020, p. 384).

Motivación de las alumnas hacia las matemáticas

La motivación es un aspecto que no podemos dejar de atender cuando se busca mejorar la calidad de la educación, ODS-4 de la Agenda 2030 de la UNESCO (2015). El alumnado motivado tiene una conducta más activa ante su aprendizaje que el desmotivado. A menudo el profesorado comenta que sus estudiantes no se involucran en la actividad matemática del aula o fuera de ella. La motivación

puede tener diferente graduación, percibiéndose en la conducta del alumnado desde una desmotivación hasta una conducta motivada intrínsecamente, pasando por diferentes grados intermedios (Ryan y Deci, 2000). La motivación intrínseca se caracteriza porque un estudiante hace tareas, estudia y experimenta prácticas matemáticas que elige, porque las disfruta, les gustan y/o siente un reto en ellas que quieren vivir.

Las necesidades psicológicas de competencia, autonomía y relación afectan a la motivación de una forma directa (Ryan y Deci, 2020). La satisfacción de estas necesidades mejora la motivación intrínseca y el detrimento de ellas la disminuye. La necesidad de competencia es la urgencia de sentir que uno es capaz de hacer algo, que es “bueno” en esa tarea o que “puede” con esa actividad. La necesidad de autonomía se vincula con la posibilidad de decidir, de elegir libremente, sin presión. La necesidad de relación está asociada a sentir que pertenece a un grupo y que está estableciendo relaciones con otros. Se puede desarrollar la motivación hacia las matemáticas, a través de mejorar la satisfacción de estas tres necesidades, durante los procesos de enseñanza de las matemáticas.

La *Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos* (OCDE) organiza, cada tres años, la evaluación internacional PISA (*Programme for International Students Assessment*), para evaluar las competencias matemática, científica y lingüística del alumnado de 15 años de los países participantes, centrándose principalmente en una de las competencias en cada edición. La última edición focalizada en la competencia matemática fue en el año 2012 y esta incluía una medición del índice de motivación intrínseca del alumnado, de media 0 y desviación típica 1, de todos los países que participaron:

El “índice de motivación intrínseca para aprender matemáticas” es negativo en España (-0,14) lo que indica un menor interés hacia las matemáticas que en la OCDE. Existen diferencias entre chicos y chicas en este índice. Tanto en España, como en la OCDE y en la UE, el índice refleja un menor interés de las alumnas por las matemáticas. La diferencia entre chicos y chicas es algo superior en España que en la OCDE. Las chicas, con -0,23 puntos, obtienen 0,12 puntos menos que las de la OCDE (Instituto Nacional de Evaluación Educativa INEE, 2014, p. 151).

Uno de los factores que influye en la conducta del alumno, en concreto, en su aprendizaje de las matemáticas, es la percepción de la propia competencia. El informe muestra que “los chicos tienen mejor concepto de sus capacidades matemáticas que las chicas, tanto en España como en la OCDE y la UE” (INEE, 2014, p. 161). A menudo podemos escuchar en el aula “no soy buena en matemáticas”, “las matemáticas no son para mí”, “no valgo para las matemáticas”. Propuestas que promuevan actitudes, creencias y emociones positivas hacia las matemáticas y su aprendizaje son necesarias (Gil et al., 2005); así como fomentar tareas matemáticas en el aula para realizar grupalmente, que les hagan disfrutar de las matemáticas y les hagan valorarlas (Méndez et al., 2019).

Visibilización de mujeres matemáticas

Las propuestas para mejorar el aprendizaje de las matemáticas que encontramos en el Libro Blanco de la RSME (Macho et al., 2020, p. 386-388) son:

- Fomentar la intervención de las chicas en clase, incidiendo en que el error es también un elemento del proceso de aprendizaje.
- Facilitar ambientes de enseñanza de las matemáticas no competitivos.
- Fomentar la divulgación de las matemáticas como un elemento con énfasis en la utilidad y la aportación a las mejoras sociales.
- Elaborar material para ayudar al profesorado a favorecer vocaciones científicas entre las alumnas y contrarrestar los estereotipos.
- Crear juegos educativos matemáticos con un claro perfil social que rompan estereotipos de género.
- Conceder, desde la RSME, medallas virtuales de calidad a los centros de enseñanza para distinguirlos por su labor real en HACER MATEMÁTICAS EN FEMENINO.
- Visualizar el trabajo de las mujeres en el ámbito de las matemáticas en los centros de Educación Primaria y Secundaria.

La visualización y visibilización de modelos de mujeres se puede explorar a través de la lectura (ver Tabla 2) y de películas. A través del conocimiento de mujeres matemáticas se fomenta la motivación de las alumnas hacia el estudio de las matemáticas y el cambio de los estereotipos.

Tabla 2. Libros sobre mujeres matemáticas

Título	Autor/a	Editorial	Año	Páginas
Mujeres matemáticas. Trece matemáticas, trece espejos	Marta Macho Stadler (Coord.)	SM-RSME	2019	212
Mujeres matemáticas	María Concepción Romo Santos	CultivaLibros	2010	158
Mujeres, manzanas y matemáticas	Xaro Nomdedeu Moreno	Nivola	2000	192
Mujeres matemáticas: las grandes desconocidas	Amelia Verdejo Rodríguez	Universidad de Vigo	2017	294

Título	Autor/a	Editorial	Año	Páginas
Ada Magnífica, científica (Pequeños creativos) (para alumnado de 4 a 8 años)	Andrea Beaty	Beascoa	2021	40
Pequeña y grande Rosa Parks (para alumnado de 6 a 8 años)	M ^a Isabel Sánchez Vegara	Alba	2019	32
La ingeniosa Maryam Mirzakhani (para alumnado de 6 a 10 años) http://nm.cmm.uchile.cl/libros/	Matías Celedón y Paloma Valdivia		2017	17
Mujeres de ciencia: 50 pioneras intrépidas que cambiaron el mundo (para alumnado de 9 a 12 años)	Rachel Ignotofsky	Loquileo	2018	123

También hay películas que pueden mejorar la visibilidad de las mujeres en las ciencias. Algunos ejemplos son *Ágora*, de 2009 y dirigida por Alejandro Amenábar (duración: 126 minutos); *El viaje de Jane*, de 2010 (Lorenz Knauer, 106 minutos); *An invisible sign*, de 2011 (Marilyn Agrelo, 93 minutos); *Gravity*, de 2013 (Alfonso Cuarón, 91 minutos); *Codegirl*, de 2015 (Lesley Chilcott, 107 minutos) y *Figuras ocultas*, de 2016 (Theodore Melfi, 127 minutos).

El cine, además de dar la oportunidad de hacer visible a las mujeres matemáticas y poder ser utilizado de forma divulgativa, también proporciona a los docentes problemas y tareas matemáticas así como contextos para diseñar tareas que pueden resultar motivadores. Por ejemplo, la película *Ágora* muestra a Hipatia, una mujer con unos conocimientos matemáticos sobresalientes y con una destacada vocación por aprender y enseñar. A partir de diferentes escenas de la película, que se describen a continuación, se pueden diseñar prácticas de enseñanza que se podrían proponer en el aula para mejorar la comprensión de las cónicas:

- El dibujo de cónicas a partir de la experiencia que se describe en la película: En el minuto 68, Hipatia dibuja en la arena un círculo colocándose en el centro con la ayuda de un palo, comentando que todos los puntos de la circunferencia son equidistantes del centro. En el minuto 102, Hipatia dibuja en la arena una elipse colocando dos antorchas como focos y una cuerda atada a las dos y, con un palo que tensa la cuerda, va dibujando una elipse haciendo ver que la suma de las distancias de cualquier punto de la elipse a los focos es constante.
- La construcción y utilización de material manipulativo para visualizar las cónicas: En el minuto 78, Hipatia muestra el cono de Apolonio para ver las distintas curvas como intersección entre el cono y un plano: círculo, parábola, elipse e hipérbola.

- La utilización de la realidad para estudiar las cónicas: En los minutos 2 y 102 Hipatia describe la circunferencia y la elipse como las trayectorias de las estrellas y los planetas.

Para conocer más tareas matemáticas relacionadas con el cine y/o los contextos que este proporciona a los docentes para el diseño de problemas, se pueden consultar los libros de José María Sorando Muzás (por ejemplo, Sorando, 2018). Algunos ejemplos disponibles se pueden analizar en la página web <https://matematicasentumundo.es/CINE/100escenas.htm>

DIVULGACIÓN Y MATEMÁTICAS

La divulgación científica se entiende como el conjunto de actividades que interpretan y hacen accesible el conocimiento científico o, en particular, matemático, al público general. Según describen Ibáñez et al. (2020), la divulgación de las matemáticas es una actividad reciente en España, en comparación con la tradición divulgativa de otros países del entorno como Francia, Alemania o Reino Unido. Sin embargo, y tomando como referencia el año 2000, año proclamado como Año Mundial de las Matemáticas, se ha observado un esfuerzo creciente en poner en marcha eventos y actividades divulgativas a lo largo de todo el territorio español, con el objetivo de que las matemáticas se entiendan “como parte de la cultura, accesibles a todo el mundo, independientes de la edad, el sexo, la situación social o económica, la ubicación física, el nivel de estudios o cualquier otro elemento diferenciador que se pueda considerar” (Ibáñez et al., 2020, p. 422).

Si bien la divulgación matemática, así como la divulgación de la didáctica de la matemática, puede tener un papel muy relevante en la enseñanza de esta ciencia, no está diseñada con un fin didáctico de aula, sino que son los propios docentes de las diferentes etapas educativas los que pueden tomar como referencia este material en dos sentidos: como fuente de actividades para su alumnado, y en las que en ocasiones será necesario que el docente haga una adaptación del material de divulgación a su actividad de aula, o como recurso para el desarrollo profesional docente, tanto desde el punto de vista de la propia matemática como de la didáctica de la matemática. A continuación, se presentan algunas ideas y fuentes que pueden ser útiles en cada uno de estos dos sentidos.

La divulgación como recurso para el aula

El uso de material de divulgación como fuente de recursos para el aula se alinea con una de las competencias descritas en los actuales currículos de la LOMLOE, sobre la identificación de las matemáticas como ciencia implicada en otras áreas o

en la vida cotidiana, así como con la competencia clave en conciencia y expresión culturales, pues promueve el conocimiento y respeto por el patrimonio cultural de cualquier época, y en ese patrimonio están las matemáticas.

Un buen punto de partida para localizar elementos de divulgación en matemáticas lo constituyen las asociaciones y sociedades relacionadas con las matemáticas. Por ejemplo, la Real Sociedad Española Matemática (RSME, <https://www.rsme.es/>) es una sociedad con el objetivo de estimular la investigación en matemáticas, la transferencia del conocimiento, la mejora de su enseñanza y la difusión e impacto social de esta ciencia, entre otros. En su página web podemos encontrar difusión de sus iniciativas, actividades, conferencias... Por ejemplo, actualmente tienen activa la sección *El problema del mes*, iniciativa orientada hacia escolares y sus profesores y en la que cada mes se propone una serie de problemas, por niveles desde 5.º/6.º de Educación Primaria hasta Bachillerato, y en la que los participantes pueden enviar sus soluciones, de forma que aquellas más originales, rigurosas e ingeniosas pueden ser premiadas y publicadas. También cuenta con una sección de divulgación y difusión, donde se pueden consultar diversas iniciativas, como por ejemplo las actividades propuestas para el Día Internacional de las Matemáticas (14 de marzo, por el número π). Otro ejemplo es el Centro virtual de divulgación de las matemáticas, divulgaMAT (<https://www.divulgamat.net/>), dependiente de la RSME, donde podemos encontrar información y materiales interesantes, como pueden ser libros de divulgación, retos, o la sección de recursos, en la que se muestran actividades que pueden ser de utilidad en el aula. Por último, cabe destacar que la RSME organiza la Olimpiada Matemática Española, orientada a estudiantes de Bachillerato, y que puede suponer una actividad extracurricular muy interesante cuyo objetivo es promover el talento matemático.

Otra asociación de gran interés es la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM, <https://fespm.es/>), que aglutina a las sociedades y asociaciones autonómicas de profesores de matemáticas. La FESPM (o sus sociedades) organiza y promueve tanto actividades orientadas al alumnado, como son la Olimpiada matemática para escolares de últimos cursos de Primaria y de Secundaria, o el Día escolar de las matemáticas.

También cabe destacar la Red de Divulgación Matemática (DiMa, <http://dima.icmat.es/>), plataforma formada por personas divulgadoras de las matemáticas de España, que cuenta con el apoyo de instituciones (universidades y centros de investigación) y de sociedades matemáticas. Un ejemplo de iniciativa interesante es el proyecto Marzo, mes de las matemáticas, iniciativa desarrollada en colaboración con la Fundación Española para la Ciencia y la Tecnología - Ministerio de Ciencia e innovación (FECYT) a lo largo del año 2021 (<https://marzomates.webs.ull.es/author/marzomates/>). En su página web puede encontrarse información sobre eventos, recursos (papiroflexia, *escape rooms*...), exposiciones o conferencias que fueron desarrollados a lo largo del proyecto.

Por último, cabe destacar la utilización de algunos medios de divulgación como herramienta de actividades de aula, como los blogs. Según Sánchez y Vargas (2016),

esta herramienta ha sido bastante utilizada en el aula, y son varios los estudios que muestran que su empleo resulta eficaz como estrategia didáctica facilitadora de la adquisición de contenidos. En su estudio, ellas proponen el blog como recurso para el desarrollo de la capacidad de comunicación matemática en Educación Secundaria y, aunque no facilita el uso del lenguaje matemático al no permitir la escritura directa de símbolos o representaciones gráficas, sí que permite la comunicación del pensamiento matemático, la organización de este, y propicia el debate virtual a partir de los comentarios, así como la explicación y justificación.

La divulgación en el desarrollo profesional docente

Aunque en un principio la divulgación matemática está orientada hacia un público más general, muchas veces podemos encontrar actividades de divulgación que pueden contribuir en la formación continua como profesionales de la docencia en el área de las matemáticas, ya sea porque profundizan en temas de la matemática escolar menos conocidos, o porque sirven de difusión y transferencia de las novedades en el campo de la investigación en educación matemática.

Una fuente de información interesante lo constituyen los blogs educativos, que ya habíamos indicado que se pueden utilizar como herramientas para utilizar con el alumnado, pero que constituyen un medio de divulgación de experiencias de aula o cuestiones matemáticas muy accesible. En las siguientes dos direcciones podemos consultar listados de blogs, en el primer caso principalmente orientados hacia la divulgación matemática, y que pueden ser útiles para los docentes y, en el segundo, blogs de matemáticas para Educación Primaria que en gran medida recogen experiencias llevadas a cabo en centros educativos (<https://www.edu-casio.es/10-blogs-espanoles-de-divulgacion-matematica-para-docentes/> y <https://www.educaciontrespuntocero.com/recursos/matematicas-para-primaria-blogs-que-visitar/>).

También en las redes sociales podemos encontrar información interesante para el desarrollo profesional docente, sobre todo en el ámbito de la educación matemática. Algunos ejemplos de estos investigadores-divulgadores en el área de Didáctica de la Matemática son Pablo Beltrán-Pellicer (<https://tierradenumeros.com/>), profesor de la Universidad de Zaragoza, o José Ángel Murcia (<http://www.tocamates.com/>), profesor de la Universidad Complutense, que también ofrecen información útil para el diseño de actividades para el aula, con el valor añadido de basar su divulgación en aportaciones de la investigación en Didáctica de la Matemática en diferentes niveles, aunque especialmente en las etapas de Educación Primaria y Educación Secundaria Obligatoria. Su actividad se divulga también a través de la red social Twitter, en la que además podemos encontrar otros investigadores en educación matemática o a matemáticos que comparten ideas y conocimiento, y debaten sobre aspectos relacionados con la enseñanza de las matemáticas (@pbeltranp; @druizaguilera; @MsIdeasMnosCtas; @SergioMJGR; @clabelbal; @carloshedma; @lrguezmuniz; @

Matias_ArceSan; @AngelAlsinaP; @IreneFerrando1; @MatJuanmi; @qsaurio; @RocioDidMat; @bpalop; @GoCalero..., entre otros).

Por último, cabe destacar a las páginas webs de instituciones o universidades que divulgan recursos e investigaciones en el campo de la educación matemática. Algunos ejemplos interesantes son los siguientes: la red *Development and Research in Early Math Education*, de la Universidad de Stanford (<https://dreme.stanford.edu/>), cuyo objetivo es avanzar en el campo de la investigación en educación matemática temprana (desde el nacimiento hasta los 8 años aproximadamente) y cuyos miembros dirigen investigación básica y aplicada y desarrollan herramientas innovadoras en torno a la educación matemática temprana. Otro ejemplo es la Cooperativa de matemáticas tempranas del *Erikson Institute* (<https://earlymath.erikson.edu/es/>), cuyo objetivo es aumentar la calidad de la educación matemática temprana a través del desarrollo profesional de docentes, formadores y administradores, realizando investigaciones en torno a la enseñanza de las matemáticas en infantes y como fuente de información sobre las matemáticas fundamentales. Otro ejemplo de gran interés es la página web de *Nrich Mathematics* (<https://nrich.maths.org/>), de la Universidad de Cambridge, que resulta de la colaboración entre las Facultades de Matemáticas y de Educación de dicha universidad. En ella se recogen cientos de recursos matemáticos online libres dirigidos a estudiantes desde los 3 a los 18 años, así como breves artículos sobre diferentes aspectos de la educación matemática que pueden ser de gran utilidad para los docentes.

A MODO DE CONCLUSIÓN

Una de las concepciones más habituales de las matemáticas, también presente en el nuevo currículo de la LOMLOE, es la de su carácter instrumental, como disciplina que proporciona herramientas que se aplican en otras disciplinas, áreas o situaciones. Ese carácter está, obviamente, muy presente al trabajar las matemáticas en los diferentes niveles escolares. Sin embargo, se puede correr el riesgo de considerar las matemáticas escolares como una preparación propedéutica para aplicaciones que se trabajarán después y en las otras áreas (por ejemplo, física, química...). Esto puede dificultar la generación en el alumnado de una percepción adecuada sobre la importancia de las matemáticas como parte del acervo cultural de la humanidad, así como su papel indispensable en la sociedad.

En este capítulo se han mostrado diferentes ideas clave y propuestas para considerar e implementar unas matemáticas escolares con un mayor carácter transversal, entendida la transversalidad en diferentes sentidos, que favorezca en el alumnado la consideración de los roles cultural, social y público de las matemáticas. Por una parte, se ha mostrado cómo el trabajo interdisciplinar y situado en el propio entorno ayuda a dar sentido y promover la necesidad de introducir y trabajar ideas y conceptos matemáticos. También hemos ejemplificado el diseño y planteamiento de propuestas para trabajar, desde las matemáticas, aspectos transversales del currículo, como son la

sostenibilidad y la perspectiva y los roles de género. Y, por último, a través también de la posible explotación de diferentes recursos de tipo divulgativo, ya sea sobre las matemáticas o sobre la propia educación matemática.

Hemos abordado una temática muy amplia y somos conscientes de que esto es solo una pincelada del alcance de las matemáticas en el aprendizaje con enfoque en otros contextos. Queda en manos de los lectores seguir profundizando y ampliando su concepción y aplicación de las matemáticas en los diferentes niveles educativos, y lograr así consolidar en el aula su carácter transversal.

REFERENCIAS

- Alsina, À. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Graó.
- Alsina, À. (2020). Conexiones matemáticas a través de actividades STEAM en Educación Infantil. *UNIÓN*, 58, 168-190.
- Arce, M., Conejo, L. y Muñoz-Escolano, J. M. (2019). *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*. Síntesis.
- Barwell, R. (2018). Some Thoughts on a Mathematics Education for Environmental Sustainability. En P. Ernest (Ed.), *The Philosophy of Mathematics Education Today*. ICME-13 Monographs. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77760-3_9
- Benjumeda, F. J., Romero, I. y López-Martín, M. M. (2015). Alfabetización matemática a través del aprendizaje basado en proyectos en secundaria. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 163-172). SEIEM.
- Bernal, J. M. (2012). De las escuelas al aire libre a las aulas de la naturaleza. *Áreas. Revista Internacional De Ciencias Sociales*, 20, 171-182.
- Blackwell, L. S., Trzesniewski, K. H. y Dweck, C. S. (2007). Implicit Theories of Intelligence Predict Achievement Across an Adolescent Transition: A Longitudinal Study and an Intervention. *Child Development*, 78(1), 246-263. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.00995.x>
- Blanco, L. y Cárdenas, J. A. (2013). La resolución de problemas como contenido en el currículo de Matemáticas de Primaria y Secundaria. *Campo Abierto*, 32(1), 137-156.
- Blanco-Nieto, L. (2021). *Mirar la ciudad con ojos matemáticos*. Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.
- Blane, D. (1989). Mathematics trails. En *ICMI Papers on The Popularization of Mathematics* (pp. 126-132). ICMI.
- Bruchner, P. (2012). Escuelas infantiles al aire libre. *Cuadernos de pedagogía*, 420, 26-29.
- Chamoso, J. y Rawson, W. (2003). *Matemáticas en una tarde de paseo*. Nivola.
- Degol, J. L., Wang, M., Zhang, Y. y Allerton, J. (2018). Do growth mindsets in math benefit females? Identifying pathways between gender, mindset, and motivation. *Journal of Youth and Adolescence*, 47, 976-990. <https://doi.org/10.1007/s10964-017-0739-8>
- Diego-Mantecón, J. M., Blanco, T. F., Ortiz-Laso, Z. y Lavicza, Z. (2021). Proyectos STEAM con formato KIKS para el desarrollo de competencias clave. *Comunicar*, 66, 33-43. <https://doi.org/10.3916/C66-2021-03>
- Dweck, C. S. (2007). Is Math a Gift? Beliefs That Put Females at Risk. En S. J. Ceci y W. M. Williams (Eds.), *Why aren't more women in science?: Top researchers debate the evidence* (pp. 47-55). American Psychological Association. <https://doi.org/10.1037/11546-004>

- Fournié, E. (1928). Las escuelas al aire libre desde el punto de vista pedagógico. *Boletín de la Institución Libre de Enseñanza*, 814, 33-37.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Reidel.
- García-Alonso, I. y Vázquez, C. (2021). Educación Estadística en el contexto de la sostenibilidad: una perspectiva de formación con futuros profesores de Educación Primaria. *Tangram. Revista de Educação Matemática*, 4(4), 3-34.
<https://doi.org/10.30612/tangram.v4i4.15407>
- Gil, N., Blanco, L. J. y Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *UNIÓN*, 2, 15-32
- Guisasola, J., Azcona, R., Etxaniz, M., Mujika, E. y Morentin, M. (2005). Diseño de estrategias centradas en el aprendizaje para las visitas escolares a los museos de ciencias. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 2(1), 19-32
- Ibáñez, R., Alegría, P., Blasco, F., Pérez, A. y Timón, A. (2020). Divulgación de las matemáticas. En D. Martín, T. Chacón, G. Curbera, F. Marcellán y M. Siles (Coords.), *Libro blanco de las Matemáticas* (pp. 421-481). Fundación Ramón Areces.
- INEE (2014). *PISA 2012. Programa para la evaluación internacional de los alumnos. Informe Español*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Macho, M., Padrón, E., Calaza, L., Casanellas, M., Conde, M., Lorenzo, E. y Vázquez, M. E. (2020). Igualdad de género en el ámbito de las Matemáticas. En D. Martín, T. Chacón, G. Curbera, F. Marcellán y M. Siles (Coords.), *Libro blanco de las matemáticas* (pp. 375-420). Fundación Ramón Areces.
- Méndez, D., Méndez, M., Anguita, J. M. y Suárez, C. (2019). Motivation in the use of digital platforms for teaching and learning mathematics. En *Proceedings of The International Conference on Modern Research in Education, Teaching and Learning ICMETL 2019* (pp. 53-64). Diamond Scientific Publishing. <https://www.doi.org/10.33422/icmetl.2019.06.295>
- Milinkovic, J., Vorkapic, M. y Stanojevic, I. (2021). Discovering mathematics in the museum of african art. En J. Novotná y H. Moraová (Eds.), *Broadening experiences in elementary school mathematics* (pp. 300-309). Charles University of Prague.
- National Science Teachers Association (1998). *Science for all Americans*. NSTA.
- NCTM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática* (Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, Trad.). Autor (Trabajo original publicado en 2000)
- Olmos, R. y Martí-Contreras, O. (2021). Clasificación de tareas creadas por el alumnado para una ruta matemática históricamente contextualizada. En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo y D. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (p. 667). SEIEM.
- Ortega, T. (2005). *Conexiones matemáticas: motivación del alumnado y competencia matemática*. Graó.
- Ryan, R. M. y Deci, E. L. (2000). Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. *American Psychologist*, 55(1), 68-78.
- Ryan, R. M. y Deci, E. L. (2020). Intrinsic and extrinsic motivation from a self-determination theory perspective: Definitions, theory, practices, and future directions. *Contemporary Educational Psychology*, 61. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2020.101860>
- Salvador-Beltri, A., Lorenzo-Valentín, G., Santágueda-Villanueva, M. y Monferrer-Sales, L. (2021). Los huertos escolares como espacios para aprender matemáticas y ciencias experimentales: una realidad o una innovación educativa en la provincia de Castellón. En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo y D. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (p. 677). SEIEM.

- Sánchez, S. y González, C. (2016). La asamblea en educación infantil: un espacio para crecer como grupo. *Revista Iberoamericana de Educación*, 71, 133–150.
- Sánchez, G. M. y Vargas, C. J. (2016). Uso del blog para el desarrollo de la capacidad de comunicación matemática en la Educación Secundaria. *Revista Complutense de Educación*, 27(3), 1327-1350. http://dx.doi.org/10.5209/rev_RCED.2016.v27.n3.48462
- Segal, R. y Segal, D. (2019). Educational and Experiential Activities for Students and Teachers of Mathematics and Sciences in a Classical Museum of Archeology. En *Conference Proceedings of the 9th International Conference The Future of Education*.
- Shoaf, M.-M., Pollak, H. O. y Schneider, J. (2004). *Math Trails*. COMAP Incorporated.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. (P. Valero, Trad.) Una Empresa Docente (Trabajo original publicado en 1994)
- Sorando, J. M. (2018). *100 escenas de cine y tv para la clase de matemáticas*. Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.
- Toma, R. B. y García-Carmona, A. (2021). “De STEM nos gusta todo menos STEM”. Análisis crítico de una tendencia educativa de moda. *Enseñanza de las Ciencias*, 39(1), 65-80. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3093>
- Tytler, R., Mulligan, J., Prain, V., White, P., Xu, L., Kirk, M., Nielsen, C. y Speldewinde, C. (2021). An interdisciplinary approach to primary school mathematics and science learning. *International Journal of Science Education*, 43(12), 1926-1949. <https://doi.org/10.1080/09500693.2021.1946727>
- UNESCO (2012). *Shaping the Education of Tomorrow: 2012 Report on the UN Decade of Education for Sustainable Development, A bridged*. Autor.
- UNESCO (2015). *Transformar nuestro mundo: la Agenda 2030 para el desarrollo sostenible*. Autor. Recuperado de: https://unctad.org/system/files/official-document/ares70d1_es.pdf
- UNESCO (2017a). *Educación para los objetivos de desarrollo sostenible: objetivos de aprendizaje*. Autor.
- UNESCO (2017b). *Textbooks for sustainable development. A guide to embedding*. Autor.
- Vásquez, C., Seckel, M. J. y Alsina, Á. (2020). Belief system of future teachers on Education for Sustainable Development in Math classes. *UNICIENCIA*, 34(2), 1-30. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.34-2.1>
- Wegemer, C. M. y Eccles, J. S. (2019). Gendered STEM career choices: Altruistic Values, beliefs, and identity. *Journal of Vocational Behavior*, 110, 28-42. <https://doi.org/10.1016/j.jvb.2018.10.020>
- Wells, N. M. (2000). At Home with Nature: Effects of “Greenness” on Children’s Cognitive Functioning. *Environment and Behavior*, 32(6), 775–795. <https://doi.org/10.1177/00139160021972793>
- Zotes, E. y Arnal-Palacián, M. (2019). *Las matemáticas en Educación Infantil en el Modelo Europeo al Aire Libre*. Comunicación en el grupo IEMI de la SEIEM. XXIII Simposio de la SEIEM.
- Zotes, E. y Arnal-Palacián, M. (2022). Matemáticas en Educación Infantil: una mirada al aprendizaje de las magnitudes desde el desarrollo sostenible. *Educación Matemática*, 34(1), 306-334. <https://doi.org/10.24844/EM3401.11>