Sección de Matemáticas
Universidad de La Laguna

Carlos Baena Mármol

Análisis del sistema de gestión de stocks de una empresa vinícola.

Analysis of the stock management system of a winery company.

Trabajo Fin de Grado
Grado en Matemáticas
La Laguna, Mayo de 2024

Dirigido por
Dr. D. Joaquín Sicilia Rodríguez

Dr. D. Joaquín Sicilia Rodríguez
Departamento de Matemáticas,
Estadística e Investigación
Operativa
Universidad de La Laguna
38200 La Laguna, Tenerife

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi familia por el apoyo y cariño que me han dado en todo momento durante estos años, ayudándome a superar todos los obstáculos.

Agradecer a Ana, que me ha apoyado siempre y me dado fuerzas en los peores momentos para conseguir llegar hasta aquí.

A mis amigos de Montilla, Málaga y diferentes lugares de España por compartir todas las experiencias que he vivido y que tanto he disfrutado junto a ellos.

A Joaquín por ser un fantástico tutor y enseñarme una nueva rama de la Investicación Operativa.

Por último, gracias a todos esos profesores que me han enseñado y guiado durante estos años.

Carlos Baena Mármol
La Laguna, 21 de mayo de 2024

Resumen · Abstract

Resumen

El objetivo de este Trabajo Fin de Grado es analizar la gestión del stock de algunos productos comercializados por una empresa vinícola localizada en la provincia de Córdoba. Se realiza el estudio sobre cuatro tipos de vinos elaborados en la bodega de dicha empresa.
Tras el cálculo de los costes reales que le supone a la empresa la gestión del inventario durante el año 2021, se estudia la demanda de cada producto a lo largo del tiempo y se obtiene, para cada artículo, la relación entre la demanda media y la demanda máxima en cada periodo de tiempo. Se determina la función que recoge dicha relación, mediante el ajuste de una curva de regresión a los datos disponibles de cada producto.
Dado que no se permite la falta de existencias en el sistema, se describen algunos modelos de gestión de stock donde no se consideran las roturas. Así, se podría estudiar la gestión del inventario de estos productos aplicando un modelo probabilístico de periodo de gestión.
Tras el análisis de la demanda, se calculan los costes que se obtendrían con la gestión del inventario de cada producto si se hubiera aplicado la política de gestión óptima del sistema probabilístico de periodo de gestión a los productos de la empresa.
Finalmente, se establece una comparación con los costes reales de la empresa, destacando el ahorro que obtendría en su gestión del inventario si se utilizara el modelo teoríco propuesto.

Palabras clave: *Inventario – Política – Coste – Vino.*

Abstract

The objective of this final degree project is to analyse the stock management of certain products, which were merchandised by a winery company located in the province of Córdoba. The study is conducted on four types of wines produced in the winery of this company.
After calculating the actual costs incurred by the company for the inventory management throughout the year 2021, the demand of each product over time is studied. For each item, the relationship between average demand and maximum demand is determined in each time period. The function that collects this relationship is determined by fitting a regression curve to the available data for each product.
Due to the fact that stockouts are not allowed in the system, several inventory management models are described where stockouts are not considered. Thus, the inventory management of these products could be studied using a probabilistic management period model.
After analysing the demand, the costs that would be obtained with the inventory management of each product are calculated as if the optimal management policy of the probabilistic management period system had been applied to the company's products.
Finally, a comparison is established with the real costs of the firm, highlighting the saving that would be obtained in its inventory management if the proposed theoretical model were used.

Keywords: *Inventory – Policy – Cost – Wine*

Contenido

Introducción

El estudio y análisis metódico de ciertos problemas operacionales en las empresas y organizaciones se remonta al comienzo de la Revolución Industrial, donde los pequeños talleres artesanos se convirtieron en grandes centros productivos, gracias a la división del trabajo y la separación de las responsabilidades administrativas de las coorporaciones. En esa época, cada uno de los departamentos de las entidades tenían sus propios objetivos, aunque en determinadas ocasiones había interrelación entre ellos. A medida que estos problemas fueron aumentando en complejidad y especialización, fue más difícil asignar las distintas actividades a los departamentos correspondientes y por tanto, surgió la necesidad de encontrar la mejor forma para resolver la asignación de tareas y la planificación de las operaciones a la hora de realizar y ejecutar dichas actividades.

Con el comienzo de la Segunda Guerra Mundial, aparece la necesidad de asignar adecuadamente los recursos escasos a distintas maniobras militares. Para ello, tanto Estados Unidos como Gran Bretaña, convocaron a un grupo de científicos para que investigaran sobre diferentes actividades y operaciones militares. Estas investigaciones, tuvieron un papel importante en la victoria de la campaña del Atlántico Norte y, gracias al gran éxito de estos grupos de científicos, surgió el interés de aplicar el análisis y la distribución de operaciones y actividades a ámbitos distintos de los militares. Así, comenzaron a aplicarse nuevos métodos y técnicas operacionales a partir del inicio de la década de los cincuenta en organizaciones industriales, comerciales y gubernamentales.

Estas técnicas y métodos aplicados a la planificación y resolución de problemas operacionales se recogen en lo que hoy conocemos como **Investigación Operativa**. Desde entonces, esta disciplina científica se ha desarrollado con gran rapidez y, gracias a la llegada de los ordenadores, el proceso se aceleró aún más, a partir de la década de los noventa.
Dentro de la Investigación Operativa, se encuentran los Modelos de Gestión y Control de Inventarios, los cuales estudian la mejor forma de reponer el inven-

tario y mantener el stock de productos para satisfacer la demanda de los clientes.

A finales del siglo XX, se produjo una notable mejora en las telecomunicaciones, con el auge de internet y el correo electrónico. Así, las empresas se encuentran mejor interconectadas, lo cual favorece la obtención de datos relacionados con las compras y ventas de artículos y, por ende, el conocimiento de la evolución de los niveles de inventario de los artículos.
Con la entrada del siglo XXI, la aparición de nuevos ordenadores con mayor capacidad de procesamiento y de almacenamiento de datos, ha propiciado el estudio de nuevos modelos de gestión de stock, los cuales pueden ajustarse a las características del sistema de inventario de la organización o empresa que se desea analizar. Todo ello, ha permitido el análisis y desarrollo de métodos específicos para abordar problemas de inventarios que llevan a la obtención de políticas de actuación más eficientes.

En este Trabajo Fin de Grado se estudia la gestión del stock de varios productos que elabora y vende una empresa vinícola ubicada en la provincia de Córdoba. Para ello, se dispone de las ventas y reposiciones diarias de cuatro tipos de vinos durante el año 2021. Se recoge la evolución del nivel de inventario de cada producto, lo que permite calcular los costes anuales de mantenimiento y reposición de cada uno de los tipos de vino comercializados.

Como alternativa, se propone la gestión del stock de estos productos siguiendo las políticas eficientes propuestas por el sistema probabilístico de periodo de gestión. Calculando los costes correspondientes se deduce que si se hubieran aplicado estas políticas de inventario a los diferentes tipos de vino, le hubiera supuesto a la empresa un notable ahorro en los costes de gestión del inventario.

La presente memoria se estructura en cinco capítulos y un apéndice donde se recogen los datos semanales de las ventas, reposiciones y los niveles de stock para cada uno de los artículos analizados.
El primer capítulo recoge los fundamentos de la gestión de inventarios y presenta algunos modelos teóricos de gestión de stock donde no se permiten roturas o falta de existencias.
El segundo capítulo describe el planteamiento del problema de inventario de la empresa vinícola y determina los costes de la gestión del stock de los cuatro tipos de vino.
El tercer capítulo recoge el análisis de la demanda de cada uno de los productos, estableciendo la expresión que refleja la relación ente la demanda máxima y la demanda media para cada producto a lo largo del tiempo.
El cuarto capítulo, presenta la aplicación del sistema probabilístico de periodo de gestión a los productos seleccionados y determina la política óptima que de-

bería aplicarse a cada producto.
Finalmente, en el quinto capítulo se comparan los resultados obtenidos al aplicar la política eficiente del modelo teórico seleccionado con los resultados proporcionados por la empresa, comprobándose que la aplicación del modelo teórico hubiera supuesto un ahorro considerable en el coste de la gestión del inventario de los productos considerados.

1

Fundamentos teóricos

Se introducen los fundamentos teóricos necesarios para comprender, analizar y aplicar los modelos de gestión de inventarios que mejor se ajusten al problema que diferentes empresas pueden plantear con el objetivo de reducir sus costes y por ende, aumentar sus ganancias.

1.1. Conceptos básicos

En muchas empresas donde se comercializan diversos productos o artículos, una parte fundamental de sus actividades es la administración y control del inventario. Una mala gestión de este puede suponer una pérdida económica, debido a la falta de existencias del producto, o por el coste derivado del mantenimiento de una gran cantidad de bienes almacenados, lo cual requiere un coste elevado. Esa cantidad de stock almacenado, puede no corresponderse con las ventas esperadas del producto. Por ello, estas empresas podrían beneficiarse de distintas técnicas de gestión de inventarios a la hora de determinar la cantidad que se debería mantener en stock y el periodo de tiempo que debería transcurrir entre reposiciones consecutivas del inventario.

El costo anual asociado con el almacenamiento y mantenimiento de los inventarios puede ser muy alto, luego reducir este costo puede suponer un ahorro considerable y una mejora notable en la competitividad de cualquier empresa.

Para ello, se debería conocer primero el comportamiento de la demanda, de forma que se pueda estimar las posibles ventas del producto. Luego se debería realizar un estudio sobre el inventario de distintos bienes almacenados, y conocer cuando se debe realizar su reposición, ya sea mediante la producción de dichos productos o la compra de los mismos al fabricante o productor. El objetivo debe ser determinar qué cantidad reponer y cada cuánto tiempo solicitar nuevos productos de forma que se minimice el coste correspondiente.

A continuación, se definen los conceptos básicos relacionados con la gestión de inventarios:

Inventario. Conjunto de bienes almacenados y ordenados pertenecientes a la empresa, listos para ser utilizados y que pueden venderse para obtener un beneficio económico.

Periodo de gestión. Tiempo que transcurre entre la solicitud de dos reposiciones consecutivas. En general, este tiempo puede ser fijo o puede ir variando.

Tiempo de retardo. Periodo que transcurre desde que se solicita el reabastecimiento hasta la reposición de los productos.

Para mejorar la gestión de los inventarios de las empresas, se debe estudiar cuándo y qué cantidad se debe solicitar para reabastecer el inventario. Antes de determinar dichos valores se debe realizar previamente un análisis exhaustivo que siga los siguientes pasos:

1. Estudiar el comportamiento de las reposiciones y ventas para diseñar un modelo matemático que represente, en la medida de lo posible, el sistema real de inventario.

2. Formular matemáticamente el problema, estableciendo el objetivo a optimizar, las variables de decisión correspondientes y las posibles restricciones.

3. Desarrollar la política óptima de inventarios y aplicar dicha política para determinar cuándo y cuánto reponer.

1.2. Componentes de los modelos de inventarios

Se pueden considerar cuatro componentes generales relacionados con los modelos de inventarios:

Demandas. Cantidad de bienes solicitados por los consumidores que se extraen del inventario después de la realización de un pago determinado por el precio del producto. Hay dos tipos de demanda:

Demanada determinista. Se conoce la demanda y puede ser constante o variable respecto al tiempo.

Demanda probabilística. No se conoce la demanda exactamente, pero sigue una cierta distribución de probabilidad.

Reposiciones. Cantidad de bienes solicitados por la empresa para ser añadidas al inventario, de forma que posteriormente puedan cubrir las demandas de los clientes.

Costos. Son los gastos relacionados con la reposición, mantenimiento y rotura o falta de existencias de los artículos. En general, se pueden agrupar en tres tipos:

Costo de mantenimiento(C_1). Costo asociado a conservar y mantener los bienes en el inventario hasta que estos se demanden. En dicho coste, se incluye el coste de alquiler del almacén, luz, seguridad, limpieza, etc.

Costo de rotura(C_2). Costo que aparece cuando las cantidades que se demandan es mayor que las disponibles en el inventario. Hay dos tipos:

Recuperables. Los demandantes están dispuestos a esperar por una nueva reposición de los productos.

No recuperables. No vuelve la demanda y no se realiza la venta. En este caso, habría pérdida de ventas y esta recoge el beneficio perdido.

Como ejemplo se tiene la pérdida de clientes, horas extraordinarias, coste de pedidos adicionales, etc.

Costo de reposición(C_3). Gasto derivado de la reposición de los productos en el inventario. Por ejemplo, transporte, impuestos, programación del pedido, etc.

Restricciones. Son limitaciones físicas, administrativas o económicas que condicionan al resto de componentes. Por ejemplo, el almacén donde se guardan los artículos tiene una capacidad limitada. También, por cuestiones de agenda, el proveedor solo suministra una vez por semana.

1.3. Políticas de inventario

En la resolución de un problema de inventario, se pueden seguir distintas estrategias para buscar la mejor decisión que optimice la gestión del inventario. Para elegir correctamente la estrategia a seguir, se debería responder a las siguientes preguntas:
¿Cuándo se debe reponer el inventario y qué cantidad de producto hay que solicitar en cada reposición?
A la primera pregunta se puede responder con las siguientes alternativas:

1. Se repone el stock cuando la cantidad en el inventario es menor que una determinada cantidad fijada s.

2. Se repone el inventario tras un periodo de tiempo determinado t.

Para la segunda pregunta se tienen las siguientes posibles respuestas:

1. El tamaño del lote solicitado para cada reposición es de q unidades.

2. Se repone el inventario con una cantidad tal que suba el nivel de inventario hasta un cierto valor S (Nivel de inventario).

Así, dichas políticas se denotan a partir de un par ordenado que establece cuánto y cuándo se solicita la reposición. Teniendo en cuenta las diferentes alternativas expuestas para responder a las preguntas planteadas, se pueden considerar las diferentes estrategias o políticas de gestión de inventarios:

Política (s, q)**:** Se repone con una cantidad de q unidades cuando el nivel de inventario sea de s o menos productos.

Política (t, S)**:** Cuando transcurra un período de tiempo t, se solicita la cantidad de producto necesaria para llegar al nivel de inventario establecido S.

Política (s, S)**:** Cuando el nivel de stock llegue a s, se solicita la cantidad necesaria de producto para llegar al nivel de inventario S.

Política (t, q)**:** Se repone una cantidad fija de q unidades de producto cada t unidades de tiempo.

1.4. Modelos de gestión de stock sin rotura

1.4.1. Sistema determinístico clásico de tamaño del lote. (Modelo EOQ básico)

Características del modelo:

1. Periodo de gestión o ciclo de inventario t.

2. Demanda conocida $x(t)$ durante el periodo de tiempo t.

3. Demanda determinista con una razón de demanda τ constante dada por $\tau = \frac{x(t)}{t}$.

4. Tamaño del lote q, es la variable de decisión del problema.

5. Reposición instantánea (razón de reposición $p = \infty$).

6. No se permiten roturas, por tanto, el punto de reposición es $s = 0$.

7. Tiempo de retardo nulo ($L = 0$).

8. Patrón de demanda uniforme, esto es, la demanda es de τ unidades por unidad de tiempo.

9. Los costos unitarios son:
   - Costo unitario de mantenimiento $c_1 = \frac{[Euros]}{[Unidad\, y\, Tiempo]}$.
   - Costo de rotura $c_2 = 0$ debido a que no se permiten roturas.
   - Costo unitario por reposición $c_3 = \frac{[Euros]}{[Reposición]}$.

Representación gráfica:

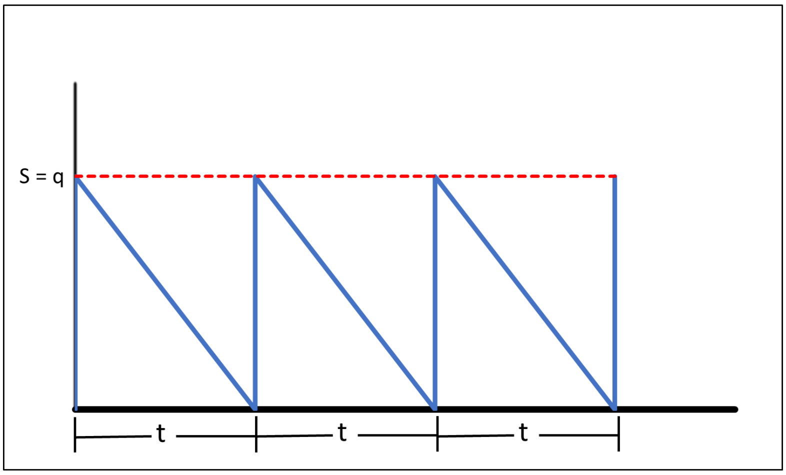

Figura 1.1. Evolución del nivel de inventario para el sistema determinístico EOQ.

Teniendo en cuenta las características anteriores, el nivel de inventario a lo largo del periodo $[0, t]$, viene dado por la siguiente expresión, $I(T) = S - \tau T$ donde $T \in [0, t]$. Este nivel de inventario se representa en la Figura 1.1. En lo que sigue, se determina la mejor política para este sistema de inventario. Debe tenerse en cuenta que en el ciclo del inventario t, la cantidad pedida o solicitada para reponer el inventario (q), debe coincidir con la cantidad total demandada

$(x = \tau t)$. Luego $q = x(t) = \tau t$.
El número medio de artículos en stock $I_1 = \frac{Cantidad\,en\,stock}{Periodo\,de\,gesti\acute{o}n} = \frac{q\frac{t}{2}}{t} = \frac{q}{2}$.

El número medio de reposiciones $I_3 = \frac{N\acute{u}mero\,de\,reposiciones}{Periodo\,de\,gesti\acute{o}n} = \frac{1}{t} = \frac{\tau}{q}$.

La función de coste total viene dada por

$$C(q) = c_1(q) + c_3(q) = c_1 I_1 + c_3 I_3 = c_1 \frac{q}{2} + c_3 \frac{\tau}{q}\,, \quad q > 0.$$

El objetivo principal de dicho sistema consiste en minimizar la función de coste total $C(q) = c_1 \frac{q}{2} + c_3 \frac{\tau}{q}\,, \quad q > 0$.
Para ello, derivando respecto a la variable q e igualando a cero, se obtiene:

$$C'(q) = 0 \;\Rightarrow\; \frac{c_1}{2} - \frac{c_3 \tau}{q^2} = 0 \;\Rightarrow\; q^2 = \frac{2c_3\tau}{c_1} \;\Rightarrow\; q_0 = \sqrt{\frac{2c_3\tau}{c_1}}$$

Calculando su segunda derivada, se observa:

$$C''(q) = \frac{2c_3\tau}{q^3} > 0$$

Por tanto, q_0 es un mínimo de la función de coste total $C(q)$.
Consecuentemente, $q_0 = \sqrt{\frac{2c_3\tau}{c_1}}$ es el tamaño de lote óptimo.
El ciclo óptimo de inventario es:

$$t_0 = \frac{q_0}{\tau} = \frac{1}{\tau}\sqrt{\frac{2c_3\tau}{c_1}} = \sqrt{\frac{2c_3\tau}{\tau^2 c_1}} = \sqrt{\frac{2c_3}{\tau c_1}}$$

Sustituyendo q_0 en la función de coste total $C(q)$, se obtiene el coste mínimo del sistema C_0,

$$C_0 = C(q_0) = \frac{c_1 q_0}{2} + \frac{c_3\tau}{q_0} = \frac{c_1}{2}\sqrt{\frac{2c_3\tau}{c_1}} + \frac{c_3\tau}{\sqrt{\frac{2c_3\tau}{c_1}}} = \frac{2c_3\tau}{\sqrt{\frac{2c_3\tau}{c_1}}} = \sqrt{\frac{(2c_3\tau)^2 c_1}{2c_3\tau}} = \sqrt{2\tau c_1 c_3}$$

Nótese que el coste óptimo de mantenimiento es

$$C_1(q_0) = c_1 \frac{q_0}{2} = \frac{c_1}{2}\sqrt{\frac{2c_3\tau}{c_1}} = \sqrt{\frac{c_1 c_3 \tau}{2}}$$

El coste óptimo de reposición es

$$C_3(q_0) = \frac{c_3\tau}{q_0} = \frac{c_3\tau}{\sqrt{\frac{2c_3\tau}{c_1}}} = \sqrt{\frac{c_1 c_3\tau}{2}}$$

1.4.2. Sistema probabilístico de periodo de gestión

Representación gráfica:

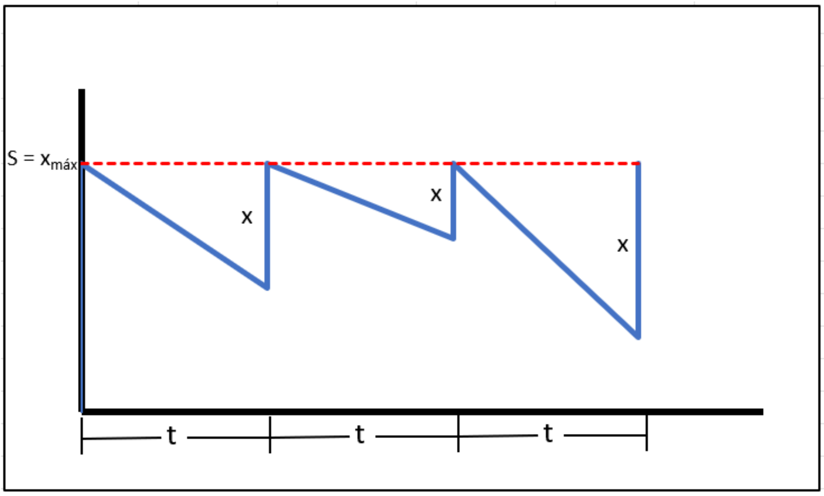

Figura 1.2. Evolución del nivel de inventario para el sistema probabilístico de periodo de gestión.

Las características del modelo probabilístico de periodo de gestión son:

1. La demanda de los clientes en un periodo t es una demanda aleatoria representada por la variable $x(t)$.

2. La demanda máxima se representa por $x_{máx}(t)$ y la demanda mínima es $x_{mín}(t) = 0$.

3. $f_t(x)$ es la función de densidad de la demanda de $x \in [0, x_{máx}(t)]$ en el periodo t y cuya media es $\mu(t)$.

4. Razón media de demanda $r = \frac{\mu(t)}{t}$ se asume constante.

5. No se permiten roturas.

6. La reposición es instantánea ($p = \infty$).

7. La cantidad de producto a reponer q no es constante, pero debe coincidir con la cantidad x demandada en ese periodo. Por tanto, $q \leq x_{máx}(t)$.

8. Tiempo de retardo nulo ($L = 0$).

9. El nivel de inventario al comienzo del periodo, S_0 coincide con la demanda máxima $S_0 = x_{máx}(t)$.

10. Patrón de demanda uniforme.

11. El periodo de gestión t, es la variable a determinar.

Tipo 1: Sistema probabilístico de periodo de gestión con coste fijo de reposición por pedido.

Los costos unitarios son:

- Costo unitario de mantenimiento $c_1 = \frac{[Euros]}{[Unidad]\,[Tiempo]}$.
- Costo de rotura $c_2 = 0$, debido a que no se permiten roturas.
- Costo unitario por reposición $c_3 = \frac{[Euros]}{[Reposición]}$.

El número medio de artículos en stock

$$I_1(x) = \frac{x\frac{t}{2} + (S_0 - x)t}{t} = \frac{x}{2} + S_0 - x = S_0 - \frac{x}{2} = x_{máx} - \frac{x}{2}$$

La cantidad de producto media esperada en el inventario

$$I_1(t) = E(I_1(x)) = \int_0^{x_{máx}} I_1(x) f(x)\,dx = \int_0^{x_{máx}} (S_0 - \frac{x}{2}) f(x)\,dx =$$

$$= S_0 \int_0^{x_{máx}} f(x)\,dx - \frac{1}{2}\int_0^{x_{máx}} x f(x)\,dx = S_0 - \frac{\mu(t)}{2} = x_{máx} - \frac{\mu(t)}{2}$$

El número medio de reposiciones $I_3(t) = \frac{Número\,de\,reposiciones}{Periodo\,de\,gestión} = \frac{1}{t}$.
Se crea una función $A(t)$ que ofrece la relación que existe entre $x_{máx}(t)$ y $\mu(t)$. Esto permite encontrar el periodo de gestión óptimo.
Se supone $x_{máx}(t) = \mu(t)A(t) = rtA(t), \quad A(t) \geq 1$.

La función de coste total esperado por unidad de tiempo viene dada por

$$C(t) = c_1 E(I_1(x)) + c_3\frac{1}{t} = c_1 rt(A(t) - \frac{1}{2}) + c_3\frac{1}{t}$$

Se pueden considerar distintos casos especiales para la función $A(t)$.

Caso A1. $A(t) = k$ constante.
La función de coste total queda definida como

$$C(t) = c_1 r t (k - \frac{1}{2}) + \frac{c_3}{t}$$

Para calcular el periodo de gestión óptimo, se deriva la función de coste respecto de la variable t y se iguala a cero,

$$C'(t) = c_1 r (k - \frac{1}{2}) - \frac{c_3}{t^2} = 0 \Rightarrow \; c_1 r (k - \frac{1}{2}) = \frac{c_3}{t^2} \; \Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{c_3}{c_1 r (k - \frac{1}{2})}}$$

El coste mínimo es

$$C_0 = C(t_0) = c_1 r t_0 (k - \frac{1}{2}) + \frac{c_3}{t_0} = c_1 r \sqrt{\frac{c_3}{c_1 r (k - \frac{1}{2})}} (k - \frac{1}{2}) + \frac{c_3}{\sqrt{\frac{c_3}{c_1 r (k - \frac{1}{2})}}} =$$

$$= \sqrt{c_1 c_3 r (k - \frac{1}{2})} + \sqrt{c_1 c_3 r (k - \frac{1}{2})} = 2\sqrt{c_1 c_3 r (k - \frac{1}{2})}$$

El coste óptimo de mantenimiento es

$$C_1(t_0) = c_1 r t_0 (k - \frac{1}{2}) = c_1 r \sqrt{\frac{c_3}{c_1 r (k - \frac{1}{2})}} (k - \frac{1}{2}) = \sqrt{c_1 c_3 r (k - \frac{1}{2})}$$

El coste óptimo de reposición es

$$C_3(t_0) = \frac{c_3}{t_0} = \sqrt{c_1 c_3 r (k - \frac{1}{2})}$$

El nivel de inventario óptimo es

$$S_0 = x_{máx} = k r t_0 = k \sqrt{\frac{r c_3}{c_1 (k - \frac{1}{2})}}$$

Caso B1. $A(t) = \alpha + \frac{\beta}{t}, \quad \alpha \geq 1, \quad \beta > 0.$
En este caso, la función de coste quedaría,

$$C(t) = c_1 (\alpha + \frac{\beta}{t} - \frac{1}{2}) r t + \frac{c_3}{t} = (\alpha - \frac{1}{2}) c_1 r t + c_1 \beta r + \frac{c_3}{t}$$

Para calcular el periodo de gestión óptimo, se deriva la función de coste respecto de la variable t y se iguala a cero,

$$C'(t) = (\alpha - \frac{1}{2}) c_1 r - \frac{c_3}{t^2} = 0 \Rightarrow (\alpha - \frac{1}{2}) c_1 r = \frac{c_3}{t^2} \; \Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{c_3}{(\alpha - \frac{1}{2}) c_1 r}}$$

El coste mínimo es

$$C_0 = C(t_0) = (\alpha - \frac{1}{2})c_1 r t_0 + c_1\beta r + \frac{c_3}{t_0} = (\alpha - \frac{1}{2})c_1 r\sqrt{\frac{c_3}{(\alpha - \frac{1}{2})c_1 r}} + c_1\beta r + \frac{c_3}{\sqrt{\frac{c_3}{(\alpha - \frac{1}{2})c_1 r}}} =$$

$$= \sqrt{c_1 r c_3(\alpha - \frac{1}{2})} + c_1\beta r + \sqrt{c_1 r c_3(\alpha - \frac{1}{2})} = 2\sqrt{c_1 r c_3(\alpha - \frac{1}{2})} + c_1\beta r$$

El coste óptimo de mantenimiento es

$$C_1(t_0) = (\alpha - \frac{1}{2})c_1 r t_0 + c_1\beta r = (\alpha - \frac{1}{2})c_1 r\sqrt{\frac{c_3}{(\alpha - \frac{1}{2})c_1 r}} + c_1\beta r = \sqrt{c_1 r c_3(\alpha - \frac{1}{2})} + c_1\beta r$$

El coste óptimo de reposición es

$$C_3(t_0) = \frac{c_3}{t_0} = \sqrt{c_1 r c_3(\alpha - \frac{1}{2})}$$

El nivel de inventario óptimo es

$$S_0 = x_{m\tilde{A}!`x} = (\alpha + \frac{\beta}{t_0})r t_0 = (\alpha + \frac{\beta}{\sqrt{\frac{c_3}{(\alpha - \frac{1}{2})c_1 r}}})r\sqrt{\frac{c_3}{(\alpha - \frac{1}{2})c_1 r}} = \alpha\sqrt{\frac{c_3 r}{(\alpha - \frac{1}{2})c_1}} + \beta r$$

Tipo 2: Sistema probabilístico de periodo de gestión con coste de reposición dependiente de la cantidad solicitada.

Los costos unitarios son:

- Costo unitario de mantenimiento $c_1 = \frac{[Euros]}{[Unidad]\,[Tiempo]}$.
- Costo de rotura $c_2 = 0$, debido a que no se permiten roturas.
- Costo unitario por reposición $c_3 = K_1 + K_2 q$, donde la cantidad solicitada q coincide con la cantidad demandada x, esto es, $c_3 = K_1 + K_2 x$.
  Por tanto, el coste esperado por reposición es $E(c_3) = K_1 + K_2 \cdot E(x) = K_1 + K_2 \cdot \mu(t)$ en un periodo t.

El número medio de artículos en stock es el mismo que el sistema anterior 1.4.2, esto es

$$I_1(x) = S_0 - \frac{x}{2} = x_{máx} - \frac{x}{2}$$

También, la cantidad de producto media esperada en el inventario será

$$I_1(t) = E(I_1(x)) = \int_0^{x_{máx}} I_1(x) f(x)\, dx = S_0 - \frac{\mu(t)}{2} = x_{máx} - \frac{\mu(t)}{2}$$

El número medio de reposiciones $I_3(t) = \frac{Número\,de\,reposiciones}{Periodo\,de\,gestión} = \frac{1}{t}$.
Se considera una función $A(t)$ que ofrece la relación que existe entre $x_{máx}(t)$ y

$\mu(t) = rt$, lo cual permitirá encontrar el periodo de gestión óptimo.
Se supone $x_{máx}(t) = \mu(t)A(t) = rtA(t), \quad A(t) \geq 1$.

La función de coste total esperado por unidad de tiempo viene dada por

$$C(t) = c_1E(I_1(x)) + \frac{E(c_3)}{t} = c_1rt(A(t) - \frac{1}{2}) + \frac{K_1}{t} + \frac{K_2\mu(t)}{t} = c_1rt(A(t) - \frac{1}{2}) + \frac{K_1}{t} + K_2r$$

Se pueden considerar distintos casos especiales para la función $A(t)$.

Caso A2. $A(t) = k$ constante.

La función de coste total queda definida como

$$C(t) = c_1rt(k - \frac{1}{2}) + \frac{K_1}{t} + K_2r$$

Para calcular el periodo de gestión óptimo, se deriva la función de coste respecto de la variable t y se iguala a cero,

$$C'(t) = c_1r(k - \frac{1}{2}) - \frac{K_1}{t^2} = 0 \Rightarrow c_1r(k - \frac{1}{2}) = \frac{K_1}{t^2} \Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{K_1}{c_1r(k - \frac{1}{2})}}$$

El coste mínimo es

$$C_0 = C(t_0) = c_1rt_0(k - \frac{1}{2}) + \frac{K_1}{t_0} + K_2r = \sqrt{c_1r(k - \frac{1}{2})K_1} + \sqrt{c_1r(k - \frac{1}{2})K_1} + K_2r =$$

$$= 2\sqrt{c_1r(k - \frac{1}{2})K_1} + K_2r$$

El coste óptimo de mantenimiento es

$$C_1(t_0) = c_1rt_0(k - \frac{1}{2}) = \sqrt{c_1r(k - \frac{1}{2})K_1}$$

El coste óptimo de reposición es

$$C_3(t_0) = \frac{K_1}{t_0} + K_2r = \sqrt{c_1r(k - \frac{1}{2})K_1} + K_2r$$

El nivel de inventario óptimo es

$$S_0 = x_{máx} = krt_0 = kr\sqrt{\frac{K_1}{c_1r(k - \frac{1}{2})}} = k\sqrt{\frac{K_1r}{c_1(k - \frac{1}{2})}}$$

Caso B2. $A(t) = \alpha + \frac{\beta}{t}$, $\alpha \geq 0$, $\beta > 0$.
En este caso, la función de coste quedaría,

$$C(t) = c_1 rt(\alpha + \frac{\beta}{t} - \frac{1}{2}) + \frac{K_1}{t} + K_2 r = c_1 rt(\alpha - \frac{1}{2}) + c_1 r\beta + \frac{K_1}{t} + K_2 r$$

Para calcular el periodo de gestión óptimo, se deriva la función de coste respecto de la variable t y se iguala a cero,

$$C'(t) = c_1 r(\alpha - \frac{1}{2}) - \frac{K_1}{t^2} \Rightarrow c_1 r(\alpha - \frac{1}{2}) = \frac{K_1}{t^2} \Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{K_1}{c_1 r(\alpha - \frac{1}{2})}}$$

El coste mínimo es

$$C_0 = C(t_0) = c_1 rt_0(\alpha - \frac{1}{2}) + c_1 r\beta + \frac{K_1}{t_0} + K_2 r = \sqrt{c_1 rK_1(\alpha - \frac{1}{2})} + c_1 r\beta + \sqrt{c_1 rK_1(\alpha - \frac{1}{2})} + K_2 r =$$

$$= 2\sqrt{c_1 rK_1(\alpha - \frac{1}{2})} + c_1 r\beta + rK_2$$

El coste óptimo de mantenimiento es

$$C_1(t_0) = c_1 rt_0(\alpha - \frac{1}{2}) + c_1 r\beta = \sqrt{c_1 rK_1(\alpha - \frac{1}{2})} + c_1 r\beta$$

El coste óptimo de reposición es

$$C_3(t_0) = \frac{K_1}{t_0} + K_2 r = \sqrt{c_1 rK_1(\alpha - \frac{1}{2})} + K_2 r$$

El nivel de inventario óptimo es

$$S_0 = x_{máx} = (\alpha + \frac{\beta}{t_0})rt_0 = \alpha rt_0 + r\beta = \alpha\sqrt{\frac{K_1 r}{c_1(\alpha - \frac{1}{2})}} + r\beta$$

Una vez introducidos los conceptos básicos y los modelos de gestión de stock sin roturas, en el siguiente capítulo 2, se plantea el problema de inventario y se calculan los costes reales generados por los distintos artículos proporcionados por la empresa.

2

Planteamiento del problema y cálculo de los costes

En el primer capítulo introdujimos los conceptos básicos y los distintos modelos de gestión de stock sin rotura que podrían aplicarse en la gestión del stock de la empresa. A continuación, se plantea el problema de inventario y se calculan los costes reales que le ha supuesto la gestión del inventario a dicha entidad, los cuales nos serán de utilidad cuando comparemos con los resultados teóricos.

2.1. Descripción de la empresa

Para el desarrollo de este proyecto, hemos trabajado con los datos de cuatro artículos proporcionados por una bodega de vinos ubicada en la provincia de Córdoba, bajo la denominación de origen Montilla-Moriles. La empresa nos ha proporcionado una gran cantidad de datos relacionados con las ventas y reposiciones de los productos, junto con los costes de mantenimiento y reposición de dichos productos para la realización del estudio.

Se trata de un pequeño lagar, encargado de la elaboración y venta de sus propios vinos, fundado a finales del siglo XX. Ofrecen más de diez productos distintos obtenidos mediante la realización de una vendimia cada mes de septiembre. Ellos son los encargados de su elaboración, conservación y venta de dichos productos, realizando todas estas actividades en sus mismas instalaciones.

Considerando esta selección de vinos, el objetivo de nuestro trabajo es gestionar de forma eficiente la producción, almacenamiento y venta de estos artículos para satisfacer la necesidad de los clientes con el menor gasto posible. Vamos a determinar cuáles son las mejores políticas óptimas, aplicando el modelo teórico de gestión de stock que mejor se adapta a su demanda. Finalizaremos el estudio, comparando los resultados obtenidos teóricamente con los manejados por la empresa.

2.2. Introducción al problema

Utilizando los datos de ventas y reposiciones a lo largo del año 2021 de los cuatro productos seleccionados (Vino Palo Cortado (botella), Vino Fino (Bag in box 5l, esto es, bolsa en caja), Vino Tinaja (Bag in box 15l) y Vino Amontillado (botella)), podemos observar la variación a lo largo de ese año del stock de cada producto. En general, siempre disponen de productos almacenados para su posterior venta. No obstante, la política de gestión que siguen los responsables, prácticamente no permite roturas, ya que si en algún momento se realiza un pedido mayor al disponible en stock, todos los clientes están dispuestos a esperar unas pocas horas para recoger su demanda. Esto es debido a la capacidad que dispone la empresa para envasar rapidamente el vino y reponer unidades en stock. Por tanto, para nuestro estudio, vamos a centrarnos en los costos de mantenimiento C_1 y reposición C_3 ya que el coste de rotura se considera nulo.

Para el cálculo del costo de almacenamiento, hemos solicitado a la empresa distintos datos que conlleva el mantenimiento del almacén y con ello, podemos estimar cuál es el costo de mantener en el inventario cada uno de los distintos productos. Los gastos que supone el lugar de almacenaje son:

Arrendamiento del almacén: 2640€/año.

Costo de la alarma y del seguro del almacén: 2000€/año.

Costo de luz: 360€/año.

Costo de agua: 100€/año.

Impuesto sobre Bienes Inmuebles: 3000€/año.

Tasa de Basura: 500€/año.

Limpieza: 1000€/año.

La suma de estos gastos, suponen un costo anual de 9600€ (26.3€/día) para el mantenimiento del almacén. Las dimensiones del local disponible para almacenar los productos, se estima que dispone de unos $20m^2$ y una altura máxima para apilar 10 bag in box de 15l de vino que supone una altura de 3.2m. En definitiva, se dispone de un volumen total de $64m^3$. Las dimensiones de los productos a estudiar son:

Botella: 7.5 x 7.5 x 29 cm (largo x ancho x altura)

Bag in box 5l: $18\,x\,15\,x\,23\,\mathrm{cm}$

Bag in box 15l: $22\,x\,23\,x\,32\,\mathrm{cm}$

A continuación, calculamos el costo unitario de cada artículo, dependiendo del volumen que ocupa en el almacén, debido a que la empresa dispone de más productos diferentes a los estudiados. Los volúmenes son:

Botella: $0.00163125m^3$

Bag in box 5l: $0.00621m^3$

Bag in box 15l: $0.016192m^3$

Llamamos c_{1i} al coste de mantener el producto i-ésimo en el almacén. Así, se tiene:

Botella: $c_{11} = c_{14} = \frac{26.3 \cdot 0.00163125}{64} \cdot 7 = 0.00469$€$/unidad\,y\,semana$

Bag in box 5l: $c_{12} = \frac{26.3 \cdot 0.00621}{64} \cdot 7 = 0.01785$€$/unidad\,y\,semana$

Bag in box 15l: $c_{13} = \frac{26.3 \cdot 0.016192}{64} \cdot 7 = 0.04655$€$/unidad\,y\,semana$

A continuación, vamos a proceder a calcular el costo de reposición(c_3). En nuestro caso, como la empresa produce y vende los productos, el costo de reposición equivale al costo de producción de cada producto. El precio de compra de los distintos tipos de envases es 0.9€/botella y 1.2€/bag in box. Dependiendo del tipo de vino de cada artículo, se tiene un costo de 1€/litro para el vino de tinaja, 1.2€/litro para el vino fino, 5€/litro para el vino palo cortado y 7€/litro el vino amontillado. Cada envasado tiene un coste distinto dependiendo del tipo de vino que hay que producir en cada lote de artículos. Cuando hay que envasar vino fino, se produce una pérdida de 11€/lote, para el vino de tinaja la pérdida es de 10€/lote, para el vino palo cortado la pérdida de es 12€/lote y para el vino amontillado la pérdida es de 12,5€/litro. Aparte, se encuentra un gasto en limpieza de 1000€/año y un seguro y mantenimiento de la maquinaria de 500€/año.

Por tanto, el costo de reposición de cada uno de los artículos tiene dos partes, un costo fijo y uno variable que depende del número de artículos que se repongan por lote. Nuestra empresa, repone una media de 120 lotes de estos cuatro productos a lo largo del año, lo cual nos permite calcular el coste fijo que presenta la reposición de un lote de cada producto. El tamaño de cada lote depende de varios aspectos como puede ser la disponibilidad de producto para su envasado o la demanda que hay que cubrir. Los costes asociados a dichos artículos son:

- **Vino Palo Cortado (botella 75cl):**

$$c_{31}(q) = K_{11} + K_{21} \cdot q = (\frac{1500}{120} + 12) + (0.9 + 5 \cdot 0.75)q = 24.5 + 4.65q \quad €/lote$$

- **Vino Fino (Bag in box 5l):**

$$c_{32}(q) = K_{12} + K_{22} \cdot q = (\frac{1500}{120} + 11) + (1.2 + 1.2 \cdot 5)q = 23.5 + 7.2q \quad €/lote$$

- **Vino Tinaja (Bag in box 15l):**

$$c_{33}(q) = K_{13} + K_{23} \cdot q = (\frac{1500}{120} + 10) + (1.2 + 1 \cdot 15)q = 22.5 + 16.2q \quad €/lote$$

- **Vino Amontillado (botella 75cl):**

$$c_{34}(q) = K_{14} + K_{24} \cdot q = (\frac{1500}{120} + 12.5) + (0.9 + 7 \cdot 0.75)q = 25 + 5.25q \quad €/lote$$

2.3. Coste total real de los productos

Con el objetivo de poder realizar un buen análisis y obtener resultados aceptables para ofrecérselos a la empresa, vamos a proceder primero a calcular los costos de mantenimiento y reposición de cada uno de los productos a estudiar. Para ello, necesitamos calcular las áreas bajo la gráfica del nivel de stock de cada uno de los productos y contabilizar el número de reposiciones de cada uno durante el año.

2.3.1. Vino Palo Cortado (Botella)

La Figura 2.1, representa la cantidad de botellas de Palo Cortado en stock por semana durante el año 2021. Para el cálculo del coste de mantenimiento, obtenemos el valor del área bajo la gráfica del nivel de stock 2.1, para multiplicarla por el costo de mantenimiento del Vino Palo Cortado que es de 0.00469€ por unidad y semana. El coste de reposición lo calculamos contando el número de reposiciones y la cantidad de botellas (q) que se reponen en cada una. Con la suma de ambos costes, obtenemos el coste total real que ha tenido la empresa durante el año 2021 con este producto.

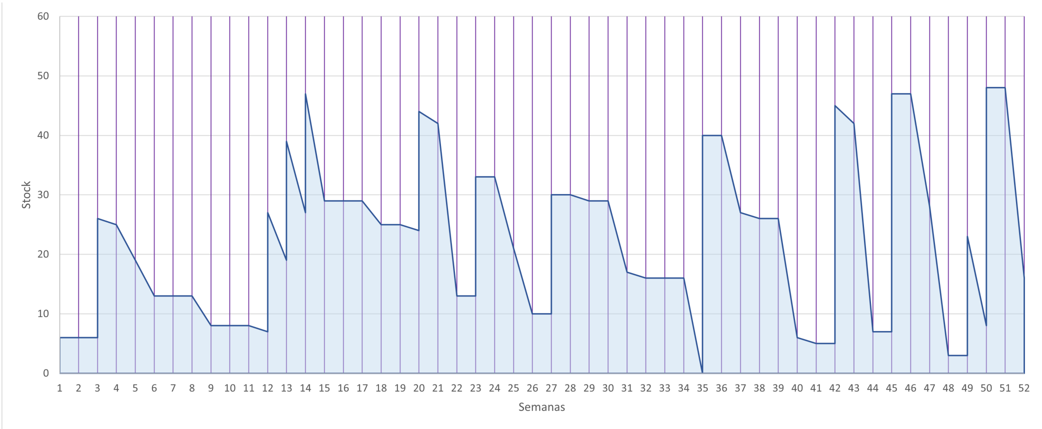

Figura 2.1. Evolución del nivel de inventario del Vino Palo Cortado a lo largo del 2021.

- **Coste de mantenimiento:**

$$\acute{A}rea \cdot 0.00469 = 1287 \cdot 0.00469 = 6.04€$$

- **Coste de reposición:**
Se realizan un total de 12 reposiciones a lo largo del año,

$$\sum_{i=1}^{12}(24.5 + 4.65 \cdot q_i) = 12 \cdot 24.5 + 4.65 \cdot (q_1 + q_2 + \ldots + q_{12}) = 1782€$$

Por tanto, el coste total real de la gestión del inventario del Vino Palo Cortado, le supone a la empresa un gasto anual de 1788.04€.

2.3.2. Vino Fino (Bag in box 5l)

La Figura 2.2, representa la cantidad de bag in box de 5l de Vino Fino en stock por semana durante el año. Para el cálculo del coste de mantenimiento, obtenemos el valor del área bajo la gráfica del nivel de stock 2.2, para multiplicarla por el costo de mantenimiento del Vino Fino que es de 0.01785€ por unidad y semana. El coste de reposición lo calculamos contando el número de reposiciones y la cantidad de bag in box (q) que se reponen en cada una. Con la suma de ambos costes, obtenemos el coste total real que ha tenido la empresa durante el año 2021 con este producto.

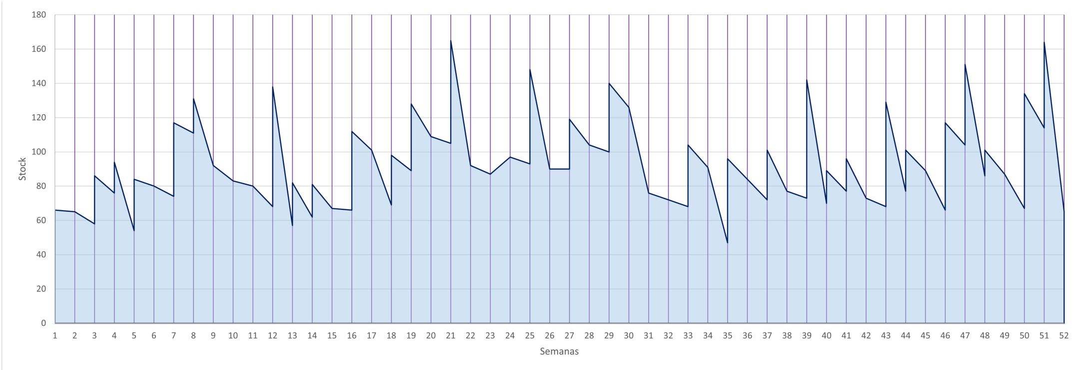

Figura 2.2. Evolución del nivel de inventario del Vino Fino a lo largo del 2021.

- **Coste de mantenimiento:**

$$\acute{A}rea \cdot 0.01785 = 5235.5 \cdot 0.01785 = 93.45€$$

- **Coste de reposición:**
  Se realizan un total de 58 reposiciones a lo largo del año,

$$\sum_{i=1}^{58}(23.5 + 7.2 \cdot q_i) = 58 \cdot 23.5 + 7.2 \cdot (q_1 + q_2 + \ldots + q_{58}) = 7915€$$

Por tanto, el coste total real de Vino Fino, le supone a la empresa un gasto de 8008.45€.

2.3.3. Vino Tinaja (Bag in box 15l)

La Figura 2.3, representa la cantidad de bag in box de 15l de Vino Tinaja en stock por semana durante el año 2021. Para el cálculo del coste de mantenimiento, obtenemos el valor del área bajo la gráfica del nivel de stock 2.3, para multiplicarla por el costo de mantenimiento del Vino Tinaja que es de 0.04655€ por unidad y semana. El coste de reposición lo calculamos contando el número de reposiciones y la cantidad de bag in box (q) que se reponen en cada una. Con la suma de ambos costes, obtenemos el coste total real que ha tenido la empresa durante el año 2021 con este producto.

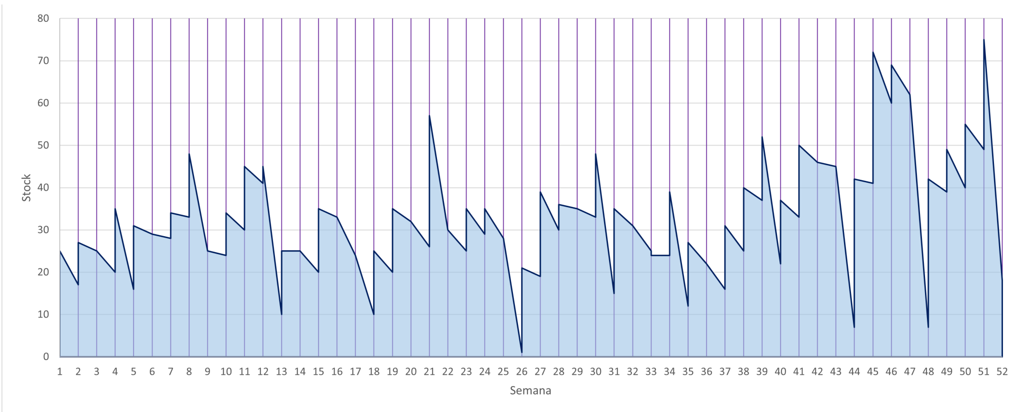

Figura 2.3. Evolución del nivel de inventario del Vino Tinaja a lo largo del 2021.

- **Coste de mantenimiento:**

$$\acute{A}rea \cdot 0.04655 = 1942.5 \cdot 0.04655 = 90.42€$$

- **Coste de reposición:**
  Se realizan un total de 41 reposiciones a lo largo del año,

$$\sum_{i=1}^{41}(22.5 + 16.2 \cdot q_i) = 41 \cdot 22.5 + 16.2 \cdot (q_1 + q_2 + \ldots + q_{41}) = 10107.9€$$

Por tanto, el coste total real de Vino Tinaja, le supone a la empresa un gasto anual de 10198.32€.

2.3.4. Vino Amontillado (Botella)

La Figura 2.4, representa la cantidad de botellas de Vino Amontillado en stock por semana durante el año 2021. Para el cálculo del coste de mantenimiento, obtenemos el valor del área bajo la gráfica del nivel de stock 2.4, para multiplicarla por el costo de mantenimiento del Vino Amontillado que es de 0.00469€ por unidad y semana. El coste de reposición lo calculamos contando el número de reposiciones y la cantidad de botellas (q) que se reponen en cada una. Con la suma de ambos costes, obtenemos el coste total real que ha tenido la empresa durante el año 2021 con este producto.

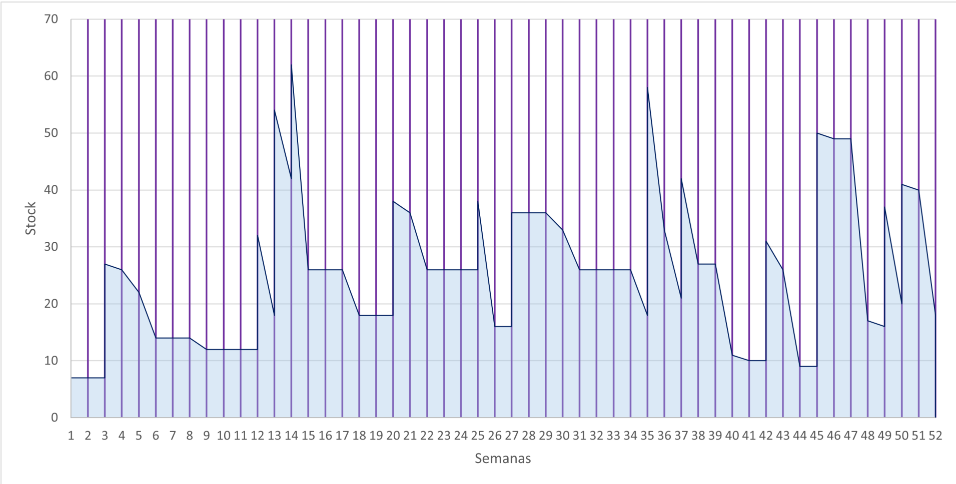

Figura 2.4. Evolución del nivel de inventario del Vino Amontillado a lo largo del 2021.

- **Coste de mantenimiento:**

$$\acute{A}rea \cdot 0.00469 = 1442.5 \cdot 0.00469 = 6.765325€$$

- **Coste de reposición:**
  Se realizan un total de 13 reposiciones a lo largo del año,

$$\sum_{i=1}^{13}(25 + 5.25 \cdot q_i) = 13 \cdot 25 + 5.25 \cdot (q_1 + q_2 + \ldots + q_{13}) = 1942€$$

Por tanto, el coste total real de Vino Amontillado, le supone a la empresa un gasto anual de 1948.77€.

3

Análisis de la demanda

Utilizando los datos proporcionados por la empresa sobre las ventas de cada uno de los artículos y con la ayuda de Excel, calculamos la función $A(t) = \alpha + \frac{\beta}{t}$, agrupando la demanda para t semanas, y generando una tabla que recoja la demanda agrupada según el número t de semanas elegido. Luego, calcularemos la demanda media $\mu(t)$, la demanda máxima $x_{máx}(t)$ y el correspondiente valor $A(t) = \frac{x_{máx}(t)}{\mu(t)}$. Además, hallaremos el valor de la razón de demanda $r = \frac{\mu(t)}{t}$ para cada uno de los cuatro tipos de vino considerados en este trabajo.

3.1. Vino Palo Cortado (Botella)

Nº de semanas (t)	$\mu(t)$	$x_{máx}(t)$	$A(t) = \frac{x_{máx}(t)}{\mu(t)}$	$r(t) = \frac{\mu(t)}{t}$
1	5,961538462	35	5,870967742	5,961538462
2	11,92307692	44	3,690322581	5,961538462
3	16,35294118	44	2,690647482	5,450980392
4	23,84615385	47	1,970967742	5,961538462
5	27,8	59	2,122302158	5,56
6	32,875	82	2,494296578	5,479166667
7	37,57142857	82	2,182509506	5,367346939
8	43,83333333	83	1,893536122	5,479166667
9	54,66666667	109	1,993902439	6,074074074
10	55,6	98	1,762589928	5,56
11	65,6	109	1,661585366	5,963636364
12	65,75	103	1,566539924	5,479166667
13	83,5	150	1,796407186	6,423076923

Tabla 3.1. Cálculo de demanda media, demanda máxima, función $A(t)$ y razón de demanda para diferentes periodos de tiempo.

Para comprobar que nuestra función $A(t)$ es del tipo $\alpha + \frac{\beta}{t}$, utilizaremos una curva de regresión para determinar los parámetros α y β que mejor aproximan la función $A(t) = \alpha + \frac{\beta}{t}$ a los datos del vino Palo Cortado (Botella). Como la función anterior no es una recta, podemos realizar el cambio de variable $w = \frac{1}{t}$

para aplicar la regresión lineal y nos quedaría $A(t) = \alpha + \beta w$. Con la ayuda de Excel, generamos la figura 3.1 y representamos la recta de regresión.

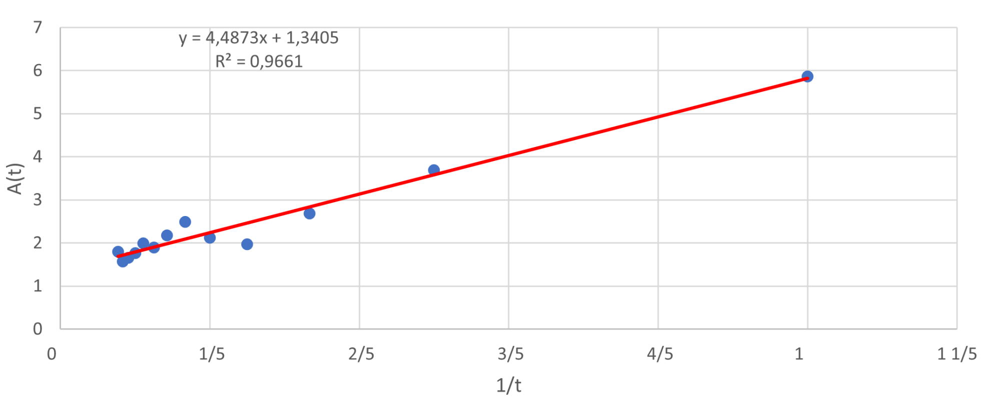

Figura 3.1. Recta de Regresión del Vino Palo Cortado.

Nos devuelve los valores de $\alpha = 1.3405$ y $\beta = 4.4873$ con un coeficiente de determinación $R^2 = 0.9661$ muy cercano a 1, lo cual nos indica que el ajuste es bueno. Realizando el cambio de variable, nos queda que

$$A(t) = 1.3405 + 4.4873 \cdot w = 1.3405 + \frac{4.4873}{t}$$

y al representar dicha curva, vemos como se ajusta a nuestros valores reales de $A(t)$ (figura 3.2).

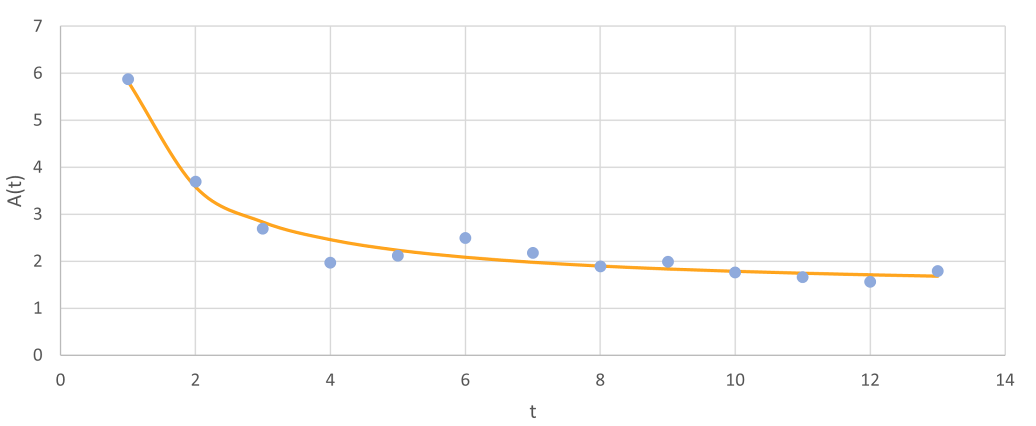

Figura 3.2. Curva de Regresión del Vino Palo Cortado.

En la tabla 3.1, observamos que el valor de r varía poco en el tiempo, por lo que podemos asumir dicho valor como constante, tomando la media $r = 5.747786929$.

3.2. Vino Fino (Bag in box 5l)

Nº de semanas (t)	$\mu(t)$	$x_{máx}(t)$	$A(t) = \frac{x_{máx}(t)}{\mu(t)}$	$r(t) = \frac{\mu(t)}{t}$
1	17,23076923	90	5,223214286	17,23076923
2	34,46153846	101	2,930803571	17,23076923
3	47,41176471	88	1,856079404	15,80392157
4	68,92307692	126	1,828125	17,23076923
5	79,5	108	1,358490566	15,9
6	96,25	135	1,402597403	16,04166667
7	110,7142857	152	1,372903226	15,81632653
8	128,3333333	152	1,184415584	16,04166667
9	151,8333333	224	1,475301866	16,87037037
10	159	203	1,27672956	15,9
11	183,2	232	1,266375546	16,65454545
12	192,5	245	1,272727273	16,04166667
13	224	340	1,517857143	17,23076923

Tabla 3.2. Cálculo de demanda media, demanda máxima, función $A(t)$ y razón de demanda para diferentes periodos de tiempo.

Podemos ver que $A(t)$ tiene un comportamiento parecido al producto anterior. Realizamos el mismo procedimiento para calcular la recta de regresión

$$A(t) = \alpha + \beta z, \quad z = \frac{1}{t}$$

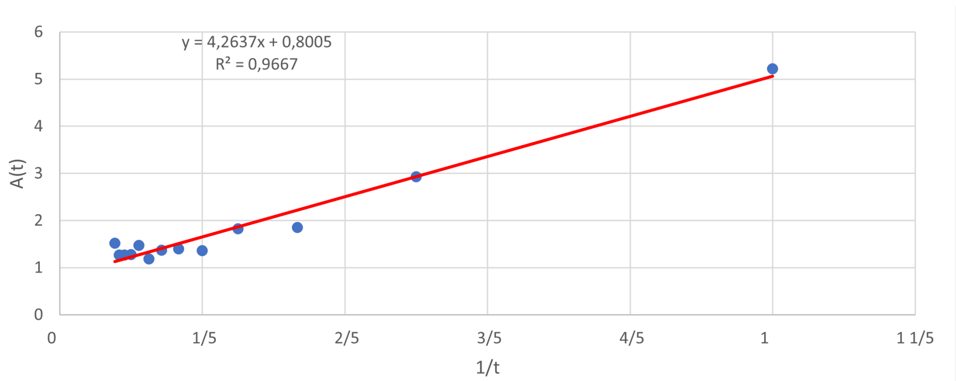

Figura 3.3. Recta de Regresión del Vino Fino.

Analizando la regresión lineal calculada en la figura 3.3, obtenemos los valores $\alpha = 0.8005$ y $\beta = 4.2637$ con un coeficiente de determinación $R^2 = 0.9667$, lo que implica un ajuste muy bueno, al estar muy próximo a 1. Con ello, podemos establecer que la función es

$$A(t) = 0.8005 + \frac{4.2637}{t}$$

Vemos en la figura 3.4 como esta curva se ajusta a los valores reales calculados.

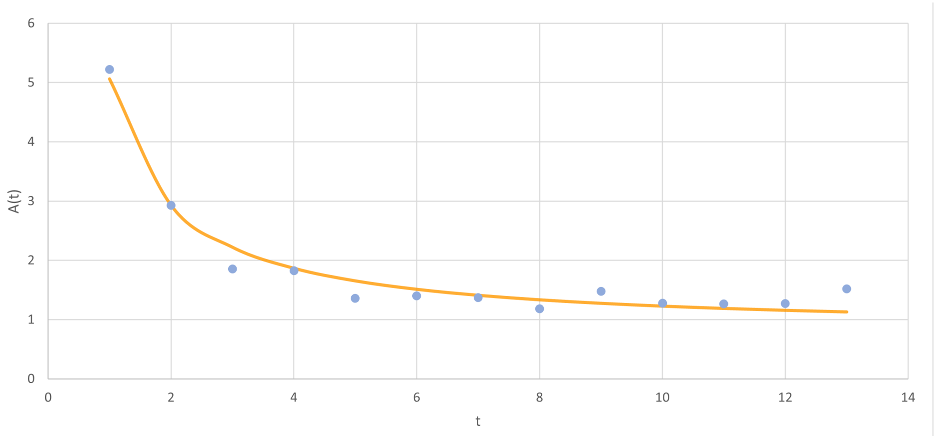

Figura 3.4. Curva de Regresión del Vino Fino.

Para este producto, tomamos como la razón de demanda fija, la media dada por $r = 16.46101853$.

3.3. Vino Tinaja (Bag in box 15l)

Nº de semanas (t)	$\mu(t)$	$x_{máx}(t)$	$A(t) = \frac{x_{máx}(t)}{\mu(t)}$	$r(t) = \frac{\mu(t)}{t}$
1	10,71153846	57	5,321364452	10,71153846
2	21,42307692	63	2,940754039	10,71153846
3	29,41176471	74	2,516	9,803921569
4	42,84615385	75	1,750448833	10,71153846
5	49,4	86	1,740890688	9,88
6	60,25	114	1,892116183	10,04166667
7	69,28571429	117	1,688659794	9,897959184
8	80,33333333	122	1,518672199	10,04166667
9	95,5	165	1,727748691	10,61111111
10	98,8	134	1,356275304	9,88
11	114,6	166	1,448516579	10,41818182
12	120,5	167	1,385892116	10,04166667
13	139,25	227	1,63016158	10,71153846

Tabla 3.3. Cálculo de demanda media, demanda máxima, función $A(t)$ y razón de demanda para diferentes periodos de tiempo.

En la tabla 3.3, si observamos la función $A(t)$, vemos que tiene un comportamiento similar a los productos anteriores, lo cual nos permitiría utilizar la misma función $A(t) = \alpha + \frac{\beta}{t}$ aproximando con los nuevos valores de α y β. Calculamos la recta de regresión, realizando el cambio $\delta = \frac{1}{t}$.

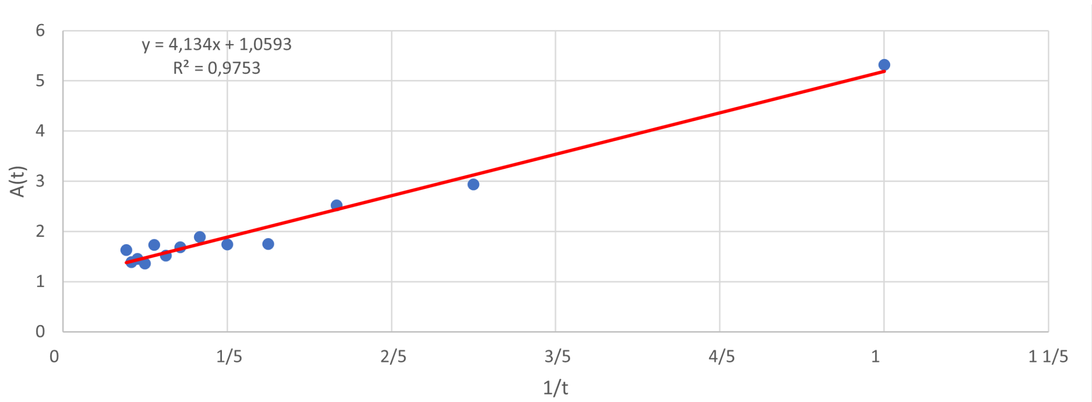

Figura 3.5. Recta de Regresión del Vino Tinaja.

En la figura 3.5, obtenemos los valores de $\alpha = 1.0593$ y $\beta = 4.134$ con un coeficiente de determinación $R^2 = 0.9753$ muy próximo a 1, lo que implica que sea una buena aproximación para $A(t)$, por lo que establecemos la función,

$$A(t) = 1.0593 + \frac{4.134}{t}$$

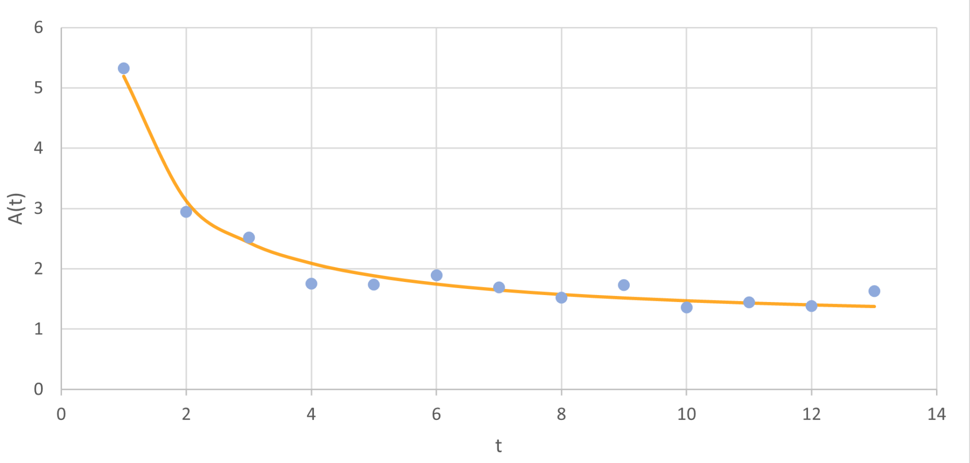

Figura 3.6. Curva de Regresión del Vino Tinaja.

Observamos en la figura 3.6 que la curva $A(t)$ se ajusta correctamente a nuestros datos y como la razón de demanda para cada agrupación de semanas toma valores muy parecidos, podemos tomar un valor fijo $r = 10,26633289$ (valor medio).

3.4. Vino Amontillado (Botella)

Nº de semanas (t)	$\mu(t)$	$x_{máx}(t)$	$A(t) = \frac{x_{máx}(t)}{\mu(t)}$	$r(t) = \frac{\mu(t)}{t}$
1	6,346153846	36	5,672727273	6,346153846
2	12,69230769	36	2,836363636	6,346153846
3	16,88235294	62	3,672473868	5,62745098
4	25,38461538	62	2,442424242	6,346153846
5	28,7	69	2,404181185	5,74
6	33,75	70	2,074074074	5,625
7	38,71428571	68	1,756457565	5,530612245
8	45	75	1,666666667	5,625
9	53	80	1,509433962	5,888888889
10	57,4	82	1,428571429	5,74
11	63,6	97	1,525157233	5,781818182
12	67,5	96	1,422222222	5,625
13	82,5	109	1,321212121	6,346153846

Tabla 3.4. Cálculo de demanda media, demanda máxima, función $A(t)$ y razón de demanda para diferentes periodos de tiempo.

Para comprobar que nuestra función $A(t)$ es del tipo $\alpha+\frac{\beta}{t}$, utilizaremos una curva de regresión para determinar los parámetros α y β que mejor aproximan la función $A(t) = \alpha + \frac{\beta}{t}$ a los datos reales. Como la función anterior no es una recta, podemos realizar el cambio de variable $\zeta = \frac{1}{t}$ para aplicar la regresión lineal y nos quedaría $A(t) = \alpha + \beta\zeta$. Con la ayuda de Excel, generamos la figura 3.7 y representamos la recta de regresión.

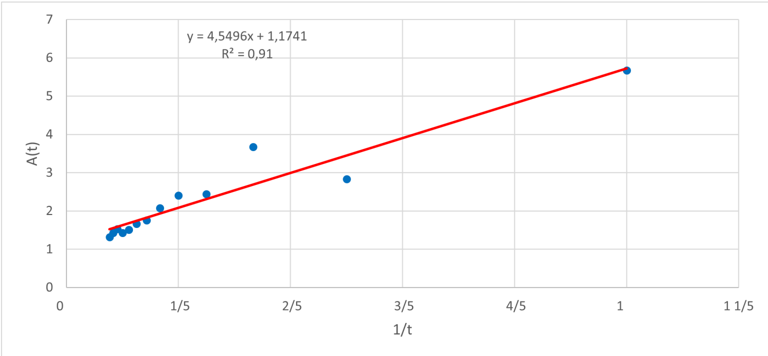

Figura 3.7. Recta de Regresión del Vino Amontillado.

Nos devuelve los valores de $\alpha = 1.1741$ y $\beta = 4.5496$ con un coeficiente de determinación $R^2 = 0.91$ muy cercano a 1, lo cual nos indica que el ajuste es bueno. Realizando el cambio de variable, nos queda que

$$A(t) = 1.1741 + 4.5496 \cdot \zeta = 1.1741 + \frac{4.5496}{t}$$

y al representar dicha curva, vemos como se ajusta a nuestros valores reales de $A(t)$ (figura 3.8).

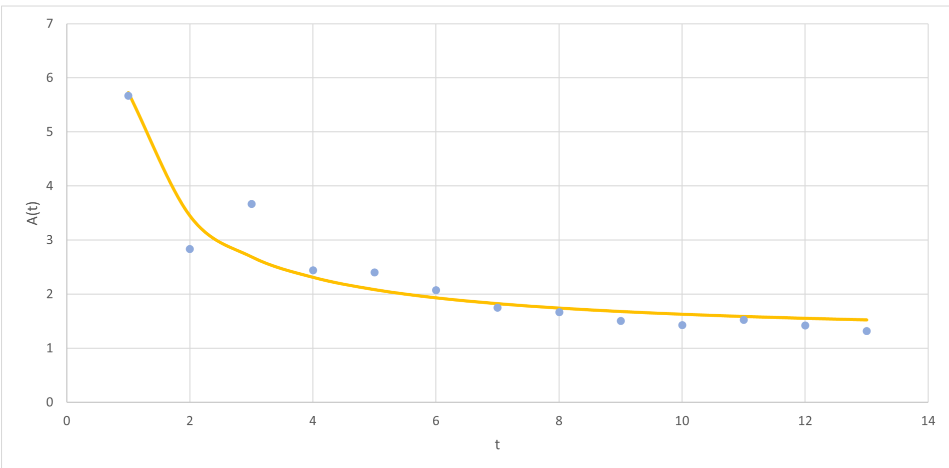

Figura 3.8. Curva de Regresión del Vino Amontillado.

En la tabla 3.4, observamos que el valor de r varía poco en el tiempo, por lo que podemos asumir dicho valor como constante, tomando la media $r = 5.8898758$.

4

Aplicación del modelo teórico de gestión de stock

Para resolver el problema y obtener una buena política de inventario, utilizaremos el sistema probabilístico de periodo de gestión presentado en la sección 1.4.2. Como en nuestro caso, el coste de reposición no es fijo, debemos utilizar el modelo con coste de reposición dependiente de la cantidad solicitada (Tipo 2). Gracias al análisis realizado en el apartado anterior 3 y a la obtención de la función $A(t)$, buscamos las soluciones de cada problema aplicando el modelo descrito en el Caso B2 de la sección 1.4.2.
A continuación, calculamos las políticas eficientes para cada uno de los diferentes artículos.

4.1. Política para el producto *Vino Palo Cortado (Botella)*

En la siguiente tabla 4.1 se recogen los datos calculados para el producto Vino Palo Cortado (Botella), necesarios para determinar el periodo de gestión óptimo (t_0), el nivel de inventario óptimo (S_0) y el coste mínimo (C_0).

Variables	Valor
c_{11}	0.00469€/*unidad y semana*
K_{11}	24.5€/*reposición*
K_{21}	4.65€/*artículo*
α	1.3405
β	4.4873
r_1	5.747786929

Tabla 4.1. Datos relacionados con el Vino Palo Cortado.

El periodo de gestión óptimo es

$$t_0 = \sqrt{\frac{K_{11}}{c_{11} r_1 (\alpha - \frac{1}{2})}} = \sqrt{\frac{24.5}{0.00469 \cdot 5.747786929 \cdot (1.3405 - \frac{1}{2})}} \approx 32.8835 \ semanas$$

Nivel de inventario óptimo es

$$S_0 = \alpha\sqrt{\frac{K_{11}r_1}{c_{11}(\alpha-\frac{1}{2})}}+r_1\beta = 1.3405\cdot\sqrt{\frac{24.5\cdot 5.747786929}{0.00469\cdot(1.3405-\frac{1}{2})}}+5.747786929\cdot 4.4873 =$$

$$= 1.3405\cdot\sqrt{\frac{140.8207798}{0.003941945}} + 25.79204429 \approx 279.156 \approx 280\ botellas$$

Costo mínimo por semana es

$$C_0 = C(t_0) = 2\sqrt{c_{11}r_1K_{11}(\alpha-\frac{1}{2})} + c_{11}r_1\beta + r_1K_{21} =$$

$$= 2\cdot\sqrt{0.00469\cdot 5.747786929\cdot 24.5\cdot(1.3405-\frac{1}{2})}+0.00469\cdot 5.747786929\cdot 4.4873+$$

$$+5.747786929\cdot 4.65 = 1.490111 + 0.120965 + 26.72720922 = 28.34€/semana$$

El coste anual será

$$\tilde{C}_1 = 28.34\cdot 52 = 1473.59€$$

Para realizar la gestión óptima de dicho producto, debemos realizar una reposición cada 32 semanas elevando el nivel de inventario hasta 280 botellas. Supone un coste de mantenimiento anual de 45.03€, y el coste de reposición es de 1428.56€ al año.

4.2. Política para el producto *Vino Fino (Bag in box 5l)*

Seguiremos los mismos pasos que el apartado anterior para el cálculo del periodo de gestión óptimo (t_0), el nivel de inventario óptimo (S_0) y el coste mínimo (C_0) del artículo Vino Fino (Bag in box 5l).

Variables	Valor
c_{12}	0.01785€/*unidad y semana*
K_{12}	23.5€/*reposición*
K_{22}	7.2€/*artículo*
α	0.8005
β	4.2637
r_2	16.46101853

Tabla 4.2. Datos relacionados con el Vino Fino.

El periodo de gestión óptimo es

$$t_0 = \sqrt{\frac{K_{12}}{c_{12}r_2(\alpha - \frac{1}{2})}} = \sqrt{\frac{23.5}{0.01785 \cdot 16.46101853 \cdot (0.8005 - \frac{1}{2})}} \approx 16.3141 \; semanas$$

Nivel de inventario óptimo es

$$S_0 = \alpha\sqrt{\frac{K_{12}r_2}{c_{12}(\alpha - \frac{1}{2})}} + r_2\beta = 0.8005 \cdot \sqrt{\frac{23.5 \cdot 16.4610185}{0.01785 \cdot (0.8005 - \frac{1}{2})}} + 16.4610185 \cdot 4.2637 =$$

$$= 0.8005 \cdot \sqrt{\frac{386.8339348}{0.005363925}} + 70.18484458 \approx 285.1564 \approx 286 \; bags\, in\, boxes$$

Costo mínimo por periodo es

$$C_0 = C(t_0) = 2\sqrt{c_{12}r_2K_{12}(\alpha - \frac{1}{2})} + c_{12}r_2\beta + r_2K_{22} =$$

$$= 2 \cdot \sqrt{0.01785 \cdot 16.46101853 \cdot 23.5 \cdot (0.8005 - \frac{1}{2})} + 0.01785 \cdot 16.46101853 \cdot 4.2637 +$$

$$+ 16.46101853 \cdot 7.2 = 2.88093611 + 1.252799478 + 118.5193334 = 122.65€/semana$$

El coste anual será

$$\tilde{C}_2 = 122.65 \cdot 52 = 6377.8€$$

Concluimos que para que la gestión del inventario sea óptima, hay que reponer el inventario cada 16 semanas, elevando el número de artículos en stock a 286. Supone un coste de mantenimiento anual de 140.05€y el coste de reposición es de 6237.91€.

4.3. Política para el producto *Vino Tinaja (Bag in box 15l)*

Seguiremos los mismos pasos que los apartados anteriores para el cálculo del periodo de gestión óptimo (t_0), el nivel de inventario óptimo (S_0) y el coste mínimo (C_0) del artículo Vino Tinaja (Bag in box 15l).

El periodo de gestión óptimo es

$$t_0 = \sqrt{\frac{K_{13}}{c_{13}r_3(\alpha - \frac{1}{2})}} = \sqrt{\frac{22.5}{0.04655 \cdot 10.26633289 \cdot (1.0593 - \frac{1}{2})}} \approx 9.1749 \; semanas$$

Nivel de inventario óptimo es

$$S_0 = \alpha\sqrt{\frac{K_{13}r_3}{c_{13}(\alpha - \frac{1}{2})}} + r_3\beta = 1.0593 \cdot \sqrt{\frac{22.5 \cdot 10.26633289}{0.04655 \cdot (1.0593 - \frac{1}{2})}} + 10.26633289 \cdot 4.134 =$$

Variables	Valor
c_{13}	0.04655€$/unidad\, y\, semana$
K_{13}	22.5€$/reposición$
K_{23}	16.2€$/artículo$
α	1.0593
β	4.134
r_3	10.26633289

Tabla 4.3. Datos relacionados con el Vino Tinaja.

$$= 1.0593 \cdot \sqrt{\frac{230.99249}{0.026035415}} + 42.44102017 \approx 142.2192 \approx 143\ bags\, in\, boxes$$

Costo mínimo por periodo es

$$C_0 = C(t_0) = 2\sqrt{c_{13}r_3K_{13}(\alpha - \frac{1}{2})} + c_{13}r_3\beta + r_3K_{23} =$$

$$= 2\cdot\sqrt{0.04655 \cdot 10.26633289 \cdot 22.5 \cdot (1.0593 - \frac{1}{2})} + 0.04655\cdot 10.26633289\cdot 4.134 +$$

$$+ 10.26633289 \cdot 16.2 = 4.904685653 + 1.975629489 + 166.3145928 = 173.19€$$

El coste anual será

$$\tilde{C}_3 = 173.19 \cdot 52 = 9005.88€$$

Como resultado, para la realización de una gestión óptima de inventario, debemos establecer un periodo de gestión de 9 semanas con un nivel máximo de inventario de 143 bag in box. Supone un coste de mantenimiento anual de 230.25€y el coste de reposición es de 8775.88€.

4.4. Política para el producto *Vino Amontillado (Botella)*

En la siguiente tabla 4.4 se recogen los datos calculados para el producto Vino Amontillado (Botella), necesarios para determinar el periodo de gestión óptimo (t_0), el nivel de inventario óptimo (S_0) y el coste mínimo (C_0).

Variables	Valor
c_{14}	0.00469€$/unidad\ y\ semana$
K_{14}	25€$/reposición$
K_{24}	5.25€$/artículo$
α	1.1741
β	4.5496
r_4	5.8898758

Tabla 4.4. Datos relacionados con el Vino Amontillado.

El periodo de gestión óptimo es

$$t_0 = \sqrt{\frac{K_{14}}{c_{14}r_4(\alpha - \frac{1}{2})}} = \sqrt{\frac{25}{0.00469 \cdot 5.8898758 \cdot (1.1741 - \frac{1}{2})}} \approx 36.641\ semanas$$

Nivel de inventario óptimo es

$$S_0 = \alpha\sqrt{\frac{K_{14}r_4}{c_{14}(\alpha - \frac{1}{2})}} + r\beta = 1.1741 \cdot \sqrt{\frac{25 \cdot 5.8898758}{0.00469 \cdot (1.1741 - \frac{1}{2})}} + 5.8898758 \cdot 4.5496 =$$

$$= 1.1741 \cdot \sqrt{\frac{147.246895}{0.003161529}} + 26.79657894 \approx 280.18 \approx 281\ botellas$$

Costo mínimo por semana es

$$C_0 = C(t_0) = 2\sqrt{c_{14}r_4K_{14}(\alpha - \frac{1}{2})} + c_{14}r_4\beta + r_4K_{24} =$$

$$= 2 \cdot \sqrt{0.00469 \cdot 5.8898758 \cdot 25 \cdot (1.1741 - \frac{1}{2})} + 0.00469 \cdot 5.8898758 \cdot 4.5496 +$$

$$+ 5.8898758 \cdot 5.25 = 1.364588332 + 0.125675955 + 30.92184795 = 32.41€/semana$$

El coste anual será

$$\tilde{C}_1 = 32.41 \cdot 52 = 1685.43€$$

Para realizar la gestión óptima de dicho producto, debemos realizar una reposición cada 36 semanas elevando el nivel de inventario hasta 281 botellas. Supone un coste de mantenimiento anual de 42.01€y el coste de reposición es de 1612.22€ al año.

5

Comparación de los resultados y conclusiones

En el segundo capítulo se calcularon los costes de la gestión del inventario de cada uno de los productos que tenía la empresa durante el año 2021. Luego, en el cuarto capítulo se determinan los costes de esos mismos productos si se hubiera seguido, en la gestión del inventario, la política óptima correspondiente al sistema probabilístico de periodo de gestión con coste de reposición dependiente de la cantidad solicitada.

Si comparamos dichos costos teóricos con los costos de la empresa, se obtiene un menor coste de la gestión del inventario para todos los productos. En concreto, para el Vino Palo Cortado, supone un ahorro de $Coste_{2021} - Coste_{Teórico} = 1788.04 - 1473.59 = 314.45$€, lo que significa, un ahorro del 17.59 %. Para el Vino Fino, la política propuesta llevaría a un ahorro de $8008.45 - 6377.8 = 1630.65$€, es decir, un 20.36 %. En el producto Vino Tinaja, se podría ahorrar la cantidad de $10198.32 - 9005.88 = 1192.44$€ (11.69 %). Por último, en el Vino Amontillado se ahorraría, $1948.77 - 1685.43 = 263.34$€ (13.51 %).

Por tanto, en conjunto, si la empresa hubiera seguido esta política de gestión de stock, se hubiera ahorrado un total de 3400.88€, lo que representa el 15.5 % de su coste total real.

Si tuvieramos los datos de la evolución del inventario en los años 2022 y 2023, se podría comprobar si se mantiene esa mejora notable, siguiendo la política óptima correspondiente al sistema probabilístico de periodo de gestión o si, por el contrario, se debería estudiar un nuevo modelo que consiga mejorar la solución presentada.

Tras la realización del análisis y gestión del inventario de esta empresa, y observando los resultados obtenidos en los cuatro artículos elegidos para su estudio, podemos observar el menor coste que supondría aplicar esta nueva política de gestión del inventario.

Esta bodega, como mencionamos anteriormente, comercializa unos diez productos distintos. Por tanto, si se consiguiera convencer a la empresa para que realizase un estudio de todos sus productos, la aplicación de la nueva política reportaría un ahorro significativo si se aplicaran esas políticas de inventario sobre cada uno de los productos. No obstante, debemos tener en cuenta que podrían aparecer algunas restricciones que nos pueden condicionar la gestión del inventario. Por ejemplo, debido a la existencia de una única máquina de envasado, podríamos vernos obligados a aplicar otra política diferente de gestión de inventario. De este modo, se encontrarían resultados distintos.

Evidentemente, es importante realizar el estudio de los modelos de control de stocks y de sus aplicaciones a las empresas, ya que mejoraría la eficacia y el rendimiento de la entidad obteniendo una disminución del coste en la gestión del inventario, lo que se podría traducir en una rebaja del precio de dichos productos, y ello favorecería al consumidor.

Esta empresa, debido a su metodología de trabajo, no permite roturas, pero si se realizara un estudio que permitiera la existencia de dichas roturas, quizá se podría alcanzar un mayor ahorro en la gestión del inventario.

A

Apéndice

A.1. Datos de venta

En las tablas siguientes se recogen los datos de las ventas semanales de los cuatro tipos de vinos analizados en esta memoria.

A.1.1. Vino Palo Cortado (Botella)

Semana	Artículos
1	0
2	0
3	0
4	1
5	6
6	6
7	0
8	0
9	5
10	0
11	0
12	1
13	8
14	12
15	18
16	0
17	0
18	4
19	0
20	1
21	2
22	29
23	0
24	0
25	12
26	11

Semana	Artículos
27	0
28	0
29	1
30	0
31	12
32	1
33	0
34	0
35	16
36	0
37	13
38	1
39	0
40	20
41	1
42	0
43	3
44	35
45	0
46	0
47	19
48	25
49	0
50	15
51	0
52	32

A.1.2. Vino Fino (Bag in box 5l)

Semana	Artículos
1	0
2	1
3	7
4	10
5	40
6	4
7	6
8	6
9	39
10	9
11	3
12	12
13	72

Semana	Artículos
14	11
15	5
16	1
17	2
18	32
19	0
20	10
21	4
22	64
23	5
24	5
25	4
26	49

Semana	Artículos
27	0
28	6
29	4
30	5
31	50
32	4
33	4
34	4
35	44
36	3
37	12
38	15
39	4

Semana	Artículos
40	63
41	3
42	14
43	5
44	43
45	3
46	23
47	4
48	56
49	5
50	20
51	11
52	90

A.1.3. Vino Tinaja (Bag in box 15l)

Semana	Artículos
1	0
2	8
3	2
4	5
5	19
6	2
7	1
8	1
9	23
10	1
11	4
12	4
13	35

Semana	Artículos
14	0
15	5
16	2
17	9
18	14
19	5
20	3
21	6
22	27
23	5
24	6
25	7
26	27

Semana	Artículos
27	2
28	9
29	1
30	2
31	33
32	4
33	6
34	5
35	27
36	5
37	6
38	6
39	3

Semana	Artículos
40	30
41	4
42	4
43	1
44	38
45	1
46	12
47	7
48	55
49	3
50	9
51	6
52	57

A.1.4. Vino Amontillado (Botella)

Semana	Artículos
1	12
2	0
3	0
4	1
5	4
6	8
7	0
8	0
9	2
10	0
11	0
12	0
13	14

Semana	Artículos
14	12
15	36
16	0
17	0
18	8
19	0
20	0
21	2
22	10
23	0
24	0
25	0
26	22

Semana	Artículos
27	0
28	0
29	0
30	3
31	7
32	0
33	0
34	0
35	8
36	25
37	12
38	14
39	0

Semana	Artículos
40	16
41	1
42	0
43	4
44	17
45	0
46	0
47	0
48	32
49	1
50	16
51	0
52	22

A.2. Datos de reposición

A continuación, se recogen las reposiciones semanales de cada producto.

A.2.1. Vino Palo Cortado (Botella)

Semana	Artículos
1	0
2	0
3	0
4	20
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
11	0
12	0
13	20

Semana	Artículos
14	20
15	20
16	0
17	0
18	0
19	0
20	0
21	20
22	0
23	0
24	20
25	0
26	0

Semana	Artículos
27	0
28	20
29	0
30	0
31	0
32	0
33	0
34	0
35	0
36	40
37	0
38	0
39	0

Semana	Artículos
40	0
41	0
42	0
43	40
44	0
45	0
46	40
47	0
48	0
49	0
50	20
51	40
52	0

A.2.2. Vino Fino (Bag in box 5l)

Semana	Artículos
1	33
2	0
3	0
4	28
5	18
6	30
7	0
8	43
9	20
10	0
11	0
12	0
13	61

Semana	Artículos
14	16
15	10
16	0
17	37
18	0
19	20
20	30
21	0
22	51
23	0
24	15
25	0
26	46

Semana	Artículos
27	0
28	20
29	0
30	31
31	0
32	0
33	0
34	27
35	0
36	40
37	0
38	20
39	0

Semana	Artículos
40	60
41	10
42	10
43	0
44	52
45	15
46	0
47	42
48	38
49	6
50	0
51	58
52	41

A.2.3. Vino Tinaja (Bag in box 15l)

Semana	Artículos
1	0
2	10
3	10
4	0
5	15
6	15
7	0
8	6
9	15
10	0
11	10
12	15
13	4

Semana	Artículos
14	15
15	0
16	15
17	0
18	0
19	15
20	15
21	0
22	31
23	0
24	10
25	6
26	0

Semana	Artículos
27	20
28	20
29	6
30	0
31	15
32	20
33	0
34	4
35	15
36	15
37	0
38	15
39	15

Semana	Artículos
40	15
41	15
42	17
43	0
44	0
45	35
46	31
47	9
48	0
49	35
50	10
51	15
52	26

A.2.4. Vino Amontillado (Botella)

Semana	Artículos
1	0
2	0
3	0
4	20
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
11	0
12	0
13	20
14	36
15	20
16	0
17	0
18	0
19	0
20	0
21	20
22	0
23	0
24	0
25	0
26	12
27	0
28	20
29	0
30	0
31	0
32	0
33	0
34	0
35	0
36	40
37	0
38	20
39	0
40	0
41	0
42	0
43	20
44	0
45	0
46	40
47	0
48	0
49	0
50	20
51	20
52	0

A.3. Nivel de stock

La evolución semanal del inventario de cada tipo de vino analizado se recoge en las siguientes tablas.

A.3.1. Vino Palo Cortado (Botella)

Semana	Artículos
1	6
2	6
3	26
4	25
5	19
6	13
7	13
8	13
9	8
10	8
11	8
12	27
13	39
14	47
15	29
16	29
17	29
18	25
19	25
20	44
21	42
22	13
23	33
24	33
25	21
26	10
27	30
28	30
29	29
30	29
31	17
32	16
33	16
34	16
35	40
36	40
37	27
38	26
39	26
40	6
41	5
42	45
43	42
44	7
45	47
46	47
47	28
48	3
49	23
50	48
51	48
52	16

A.3.2. Vino Fino (Bag in box 5l)

Semana	Artículos
1	66
2	65
3	86
4	94
5	84
6	80
7	117
8	131
9	92
10	83
11	80
12	138
13	82

Semana	Artículos
14	81
15	67
16	112
17	101
18	98
19	128
20	109
21	165
22	92
23	87
24	97
25	148
26	90

Semana	Artículos
27	119
28	104
29	140
30	126
31	76
32	72
33	104
34	91
35	96
36	84
37	101
38	77
39	142

Semana	Artículos
40	89
41	96
42	73
43	129
44	101
45	89
46	117
47	151
48	101
49	87
50	134
51	164
52	65

A.3.3. Vino Tinaja (Bag in box 15l)

Semana	Artículos
1	25
2	27
3	25
4	35
5	31
6	29
7	34
8	48
9	25
10	34
11	45
12	45
13	25

Semana	Artículos
14	25
15	35
16	33
17	24
18	25
19	35
20	32
21	57
22	30
23	35
24	35
25	28
26	21

Semana	Artículos
27	39
28	36
29	35
30	48
31	35
32	31
33	24
34	39
35	27
36	22
37	31
38	40
39	52

Semana	Artículos
40	37
41	50
42	46
43	45
44	42
45	72
46	69
47	62
48	42
49	49
50	55
51	75
52	18

A.3.4. Vino Amontillado (Botella)

Semana	Artículos
1	7
2	7
3	27
4	26
5	22
6	14
7	14
8	14
9	12
10	12
11	12
12	32
13	54

Semana	Artículos
14	62
15	26
16	26
17	26
18	18
19	18
20	38
21	36
22	26
23	26
24	26
25	38
26	16

Semana	Artículos
27	36
28	36
29	36
30	33
31	26
32	26
33	26
34	26
35	58
36	33
37	42
38	27
39	27

Semana	Artículos
40	11
41	10
42	31
43	26
44	9
45	50
46	49
47	49
48	17
49	37
50	41
51	40
52	18

Bibliografía

[1] Axsäter S. *Inventory control.* Kluwer's International, 2000.

[2] Hadley G. y Whitin T.M. *Analysis of inventory systems.* Prentice-Hall, 1963.

[3] Hax A.C. y Candea D. *Production and inventory management.* Prentice-Hall, 1984.

[4] Hillier F.S. y Lieberman G.J. *Introducción a la Investigación de Operaciones.* Mcgraw-Hill, 2010.

[5] Winston W.L. *Investigación de operaciones. Aplicaciones y algoritmos.* Grupo editorial Iberoamérica, 1994.

[6] Zipkin P.H. *Foundations of inventory management.* Mcgraw-Hill, 2000.

[7] Microsoft Excel 2021. *Programa que permite editar hojas de cálculo.* Microsoft Corporation, Albuquerque, Nuevo México (Estados Unidos). https://www.microsoft.com/es-es/microsoft-365/excel.

Lista de símbolos y abreviaciones

A lo largo de la memoria, se ha utilizado la notación que se describe a continuación.

$\boldsymbol{t}$	Periodo de gestión
$\boldsymbol{x(t)}$	Tamaño de la demanda en el periodo $\boldsymbol{t}$
$\boldsymbol{x_{mín}(t)}$	Demanda mínima en el periodo $\boldsymbol{t}$ (se considera $\boldsymbol{x_{mín}(t) = 0}$)
$\boldsymbol{x_{máx}(t)}$	Demanda máxima en el periodo $\boldsymbol{t}$
$\boldsymbol{\mu(t)}$	Demanda media en el periodo $\boldsymbol{t}$
$\boldsymbol{\tau(t)}$	Razón de demanda $\boldsymbol{\tau(t) = \frac{x(t)}{t}}$
$\boldsymbol{p}$	Razón de reposición (si $\boldsymbol{p = \infty}$, la reposición es instantánea)
$\boldsymbol{f_t(x)}$	Función de densidad de la demanda en el periodo t
$\boldsymbol{r(t)}$	Razón media de demanda $\boldsymbol{r(t) = \frac{\mu(t)}{t}}$
$\boldsymbol{s}$	Punto de reposición
$\boldsymbol{S}$	Nivel de inventario al comienzo del periodo
$\boldsymbol{q}$	Tamaño del lote a solicitar
$\boldsymbol{L}$	Periodo de retardo
$\boldsymbol{c_1}$	Coste unitario de mantenimiento por unidad de tiempo
$\boldsymbol{c_2}$	Coste unitario de rotura por unidad de tiempo
$\boldsymbol{c_3}$	Coste unitario de reposición por pedido
$\boldsymbol{C_1}$	Coste total de mantenimiento por unidad de tiempo
$\boldsymbol{C_2}$	Coste total de rotura por unidad de tiempo
$\boldsymbol{C_3}$	Coste total de reposición por unidad de tiempo
$\boldsymbol{I(T)}$	Nivel de inventario en el instante $\boldsymbol{T}$

$\boldsymbol{I_1}$	Nº medio de artículos en stock
$\boldsymbol{I_3}$	Nº de reposiciones por periodo de gestión
$\boldsymbol{I_1(x)}$	Nº medio de artículos en stock cuando hay una demanda aleatoria de x unidades
$\boldsymbol{I_1(t)}$	Cantidad media esperada en el inventario
$\boldsymbol{I_3(t)}$	Nº medio de reposiciones
$\boldsymbol{C(t)}$	Función de coste total

Analysis of the stock management system of a winery company.

Carlos Baena Mármol

Facultad de Ciencias • Sección de Matemáticas
Universidad de La Laguna
alu0101610498@ull.edu.es

Abstract

The objective of this final degree project is to analyse the stock management of certain products, which are merchandised by a winery company located in the province of Córdoba. The study is conducted on four types of wines produced in the winery company.
Finally, a comparison is established between the theoretical costs and the real costs, providing the company with the significant savings it would achieve in its inventory management.

1. Introduction

Inventory management models study the best way to replenish inventory and maintain stock of products to meet costumer demand. The probabilistic model of scheduling period is applied with replenishment cost that depends on the quantity requested. The main objective is to find the best policy that fits the company's inventory management, providing the company with considerable savings.

2. Probabilistic system of scheduling period

The main characteristics of this model are based on having random demand, no stockouts allowed, and instantaneous replenishment. Also, the replenishment costs of the company depend on the quantity requested. The inventory level has a behavior similar to that represented in the Figure 1.

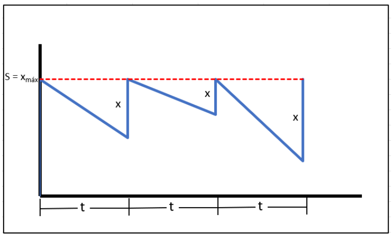

Figure 1: *Inventory level evolution for the probabilistic system of scheduling period.*

Given a scheduling period t, it is considered a function $A(t)$ that provides a relationship between the maximum demand $x_{máx}(t)$ and the mean demand $\mu(t) = rt$.
It is assumed that $x_{máx}(t) = \mu(t)A(t) = rtA(t), \quad A(t) \geq 1$.
The regression curve is calculated $A(t) = \alpha + \frac{\beta}{t}$ to obtain the values of α and β. In the optimal management policy, the following is obtained:

Optimal scheduling period:

$$t_0 = \sqrt{\frac{K_1}{c_1 r(\alpha - \frac{1}{2})}}$$

Minimum cost:

$$C_0 = 2\sqrt{c_1 r K_1(\alpha - \frac{1}{2})} + c_1 r\beta + rK_2$$

Optimal inventory level:

$$S_0 = \alpha\sqrt{\frac{K_1 r}{c_1(\alpha - \frac{1}{2})}} + r\beta$$

3. Cost calculation and analysis of demand

Data provided by the company are organized weekly. Calculations are made for the maintenance and replenishment costs of each item. From the demand data, the best regression curve of type $A(t) = \alpha + \frac{\beta}{t}$ is determined, which is necessary for calculating the optimal inventory policy.

4. Application of the model and comparison

After applying the probabilistic system of scheduling period with replenishment cost that depends on the packaged quantity to each of the four studied products, the optimal scheduling period, optimal inventory level, and minimum annual cost for each type of wine are obtained.
When comparing the previous results with the results that the company obtained in 2021, it is observed that, in general, implementing the new stock management policy results in a cost saving of (15.5%) across these four products.

References

[1] Axsäter S. *Inventory control.* Kluwer's International, 2000.

[2] Hadley G. y Whitin T.M. *Analysis of inventory systems.* Prentice-Hall, 1963.

[3] Hax A.C. y Candea D. *Production and inventory management.* Prentice-Hall, 1984.

[4] Hillier F.S. y Lieberman G.J. *Introducción a la Investigación de Operaciones.* Mcgraw-Hill, 2010.

[5] Winston W.L. *Investigación de operaciones. Aplicaciones y algoritmos.* Grupo editorial Iberoamérica, 1994.

[6] Zipkin P.H. *Foundations of inventory management.* Mcgraw-Hill, 2000.

[7] Microsoft Excel 2021. *Programa que permite editar hojas de cálculo.* Microsoft Corporation, Albuquerque, Nuevo México (Estados Unidos). https://www.microsoft.com/es-es/microsoft-365/excel.