

## MEMORIA DEL TRABAJO FIN DE GRADO

ANÁLISIS EMPÍRICO DE LA PARIDAD DEL PODER DE COMPRA ENTRE LA UNIÓN  
EUROPEA Y ESTADOS UNIDOS  
(EMPIRICAL ANALYSIS OF PURCHASING POWER PARITY BETWEEN THE EUROPEAN  
UNION AND UNITED STATES)

Autoría: Alberto Felipe Valdés

Tutorizado por: Julio Ángel Afonso Rodríguez

Grado en ECONOMÍA  
FACULTAD DE ECONOMÍA, EMPRESA Y TURISMO  
Curso Académico 2023/2024

San Cristóbal de La Laguna a 09/07/2024

## RESUMEN

Este trabajo tiene como propósito obtener evidencia empírica suficiente sobre la verosimilitud de la hipótesis de la Paridad del Poder de Compra (PPC) para el tipo de cambio real euro-dólar estadounidense, durante el periodo comprendido entre enero de 1999 y diciembre de 2023, a través de la implementación de las metodologías de tres propuestas. La Unión Europea (UE) es considerada como economía doméstica y Estados Unidos (EE.UU.) como la economía extranjera. En primer lugar, se implementa la propuesta por Kapetanios y otros (2003) de un procedimiento para el contraste de la hipótesis nula de no estacionariedad  $I(1)$  y la alternativa estacionaria  $I(0)$  lineal y no lineal. En segundo lugar, la propuesta de Kruse (2011), que generaliza la prueba de Kapetanios y otros (2003). Finalmente, se implementará una parte de los procedimientos propuestos por Christopoulos y León-Ledesma (2010), utilizando dos de los tres procedimientos de contraste que utilizan estos autores.

Palabras clave: Paridad del Poder de Compra, tipo de cambio, índice de precios, modelo autorregresivo.

## ABSTRACT

The purpose of this paper is to obtain sufficient empirical evidence on the plausibility of the Purchasing Power Parity (PPP) hypothesis for the real euro-US dollar exchange rate over the period January 1999 to December 2023 by implementing the methodologies of three proposals. The European Union (EU) is considered as the domestic economy and the United States (US) as the foreign economy. First, the proposal by Kapetanios et al. (2003) of a procedure for testing the null hypothesis of non-stationarity  $I(1)$  and the linear and non-linear stationary alternative  $I(0)$  is implemented. Second, the proposal of Kruse (2011), which generalises the test of Kapetanios et al (2003). Finally, a part of the procedures proposed by Christopoulos and León-Ledesma (2010) will be implemented, using two of the three contrasting procedures used by these authors.

Keywords: Purchasing Power Parity, exchange rate, price index, autoregressive model.

## ÍNDICE

1. Introducción.....	5
2. Paridad del Poder de Compra.....	5
3. Revisión de la literatura empírica de la PPC.....	9
3.1. Primeros estudios.....	10
3.2. Estudios de larga duración y estudios de panel.....	11
3.3. Elección del índice de precios.....	13
3.4. Estimación de la vida media de shocks aleatorios.....	14
3.5. Sesgo de productividad. Efecto Harrod-Balassa-Samuelson (HBS).....	14
3.6. El rompecabezas de la PPC.....	15
3.7. Cambio estructural y ajuste no lineal de tipos de cambio reales.....	15
3.8. Estudios de la PPC en la UE.....	19
3.9. Literatura más reciente.....	20
4. Aplicación empírica al tipo de cambio real.....	22
4.1. Descripción de los datos.....	22
4.2. Metodología.....	22
4.3. Aplicación al tipo de cambio real euro-dólar estadounidense.....	28
5. Conclusiones.....	32
6. Bibliografía.....	33

### **ÍNDICE DE GRÁFICOS**

Gráfico 1. Tipo de cambio nominal. Dólar estadounidense por euro.....	39
Gráfico 2. Índice de precios al consumo (EE. UU.) e índice de precios al consumo armonizado (U.E.).....	39
Gráfico 3. Tipo de cambio real. Moneda doméstica el euro y moneda extranjera el dólar estadounidense.....	40

### **ÍNDICE DE CUADROS DE RESULTADOS**

Cuadro de resultados 1. Criterio de información MAIC.....	40
Cuadro de resultados 2. Prueba Dickey - Fuller y prueba ADF.....	41
Cuadro de resultados 3. Prueba propuesta por Kapetanios y otros (2003).....	41

Cuadro de resultados 4. Prueba de la versión aumentada propuesta por Kapetanios y otros (2003).....	41
Cuadro de resultados 5. Prueba propuesta por Kruse (2011). .....	42
Cuadro de resultados 6. Prueba de la versión aumentada propuesta por Kruse (2011). .....	42
Cuadro de resultados 7. Suma de residuos al cuadrado usando una frecuencia de 1-5.....	42
Cuadro de resultado 8. Estimación por MCO para $k = 1$ .....	43
Cuadro de resultados 9. Prueba propuesta por Christopoulos y León-Ledesma (2010) utilizando la propuesta del modelo no lineal de Kapetanios y otros (2003).....	43
Cuadro de resultados 10. Prueba propuesta por Christopoulos y León-Ledesma (2010) utilizando la propuesta del modelo no lineal de Kruse (2011). .....	43

## 1. Introducción

El objetivo de este trabajo es analizar la evidencia empírica sobre la verosimilitud de la hipótesis de la PPC entre la UE y EE. UU. La elección de estas economías surge de la idea de que son dos de las tres mayores economías del mundo, según últimos informes proporcionados por el Parlamento Europeo, con alrededor del 17,5% y 25,7% del producto interior bruto mundial en 2023. Los EE.UU. encabeza a los principales socios de exportación de la UE y en segundo lugar, detrás de China, como socio en importación (Iglar, 2024). Este análisis empírico se centra en un periodo que comienza en enero del 1999 y finaliza en diciembre de 2023.

La PPC tiene una larga historia en economía, que se remonta siglos atrás. Comenzando en la “Escuela de Salamanca” en el siglo XVI, siglo en el que se aportaron importantes hallazgos a la teoría económica, donde se formula una teoría monetaria de divisas, Paridad del Poder Adquisitivo (PPA), basada en la diversidad del poder adquisitivo entre los países a partir del efecto sobre la oferta, niveles de precios y tipos de cambio de la entrada del oro desde el recién descubierto continente americano. Sin embargo, la terminología específica de PPC se introduce en los años posteriores a la Primera Guerra Mundial durante el debate de política internacional sobre el nivel apropiado para los tipos de cambio nominales entre los principales países industrializados, después de las inflaciones a gran escala causadas durante y después de la guerra. Esta hipótesis fue enunciada formalmente por el economista Cassel (1918) y ha sido objeto de estudio en numerosas y repetidas ocasiones a lo largo del tiempo a nivel internacional. Taylor y Taylor (2004) ofrecen una definición de la idea general detrás de la hipótesis de la PPC, la Ley del Precio Único (LPU), en la que una unidad monetaria debe poder comprar la misma cesta de productos (bienes o servicios) en una economía doméstica que la cantidad equivalente de moneda extranjera, al tipo de cambio vigente, puede comprar en una economía extranjera.

La estructura de este trabajo se presenta de la siguiente manera: en primer lugar, se plantean los fundamentos teóricos de la hipótesis de la PPC. En este apartado se establece la diferencia entre las versiones absoluta y relativa de la hipótesis. También se definen la forma fuerte y débil, denominación que se le da a la formulación y los supuestos que dan lugar a dos aproximaciones básicas para el contraste de la hipótesis. En segundo lugar, podremos encontrar un apartado sobre la literatura empírica de la PPC. En tercer lugar, se describen los datos a utilizar, las metodologías propuestas que se van a llevar a cabo y una presentación de los principales resultados de los contrastes para el caso particular del tipo de cambio real euro-dólar estadounidense. En cuarto lugar, se concluye.

## 2. Paridad del Poder de Compra.

La versión denominada PPC absoluta se obtiene extendiendo la Ley del Precio Único (LPU). Esta ley esencialmente postula que una cesta de productos (bienes o servicios) con la misma

ponderación en la construcción de los niveles de precios en cada par de economías consideradas debería de tener el mismo precio si se expresa en términos de una misma moneda. Es decir, un mismo producto debería de tener un precio idéntico en diferentes lugares, ajustado por los niveles relativos de precios, lo que implica que el tipo de cambio real sería constante. La justificación detrás de esta ley se basa en la idea de que el arbitraje competitivo debe igualar los precios de un mismo bien en términos de una misma moneda. Sin embargo, la existencia de barreras arancelarias, tarifas y costes de transporte impiden que los precios se igualen. Esto implica que la LPU no se cumpla y por tanto presente oportunidades de arbitraje.

Se puede ilustrar esta ley, considerando el precio de la moneda doméstica ( $P_{kt}$ ) y el precio de la moneda extranjera ( $P_{kt}^*$ ) de un producto  $k$  (bien o servicio), en el momento  $t$ , y  $S_t$  el tipo de cambio nominal, de la forma

$$P_{kt} = S_t P_{kt}^*, t = 1, \dots, T [1]$$

de manera que el precio de la moneda doméstica en el momento  $t$  de un producto  $k$  se iguala al precio de esa misma moneda del producto  $k$  elaborado en el país extranjero. De la ecuación [1] podemos obtener una implicación inmediata que establece que el tipo de cambio nominal es igual a la relación de los precios doméstico y extranjero de forma que el tipo de cambio nominal entre un par de monedas debería recoger, únicamente, la diferencia en los niveles de precios en cada país del par considerado, es decir:

$$S_t = \frac{P_{kt}}{P_{kt}^*}, t = 1, \dots, T [2]$$

Para que esta ecuación tenga sentido los precios del país doméstico y extranjero deben referirse a la misma cesta de productos con características idénticas. Debido a la existencia de barreras y fricciones en el comercio mencionadas anteriormente, el tipo de cambio nominal no suele igualarse a la relación de los niveles de precios en un determinado periodo. Partiendo de esta idea, los primeros trabajos empíricos sobre el contraste de esta hipótesis han utilizado diversos modelos estimables a partir de la ecuación (1). Crucini y otros (2005) estudian las desviaciones respecto a la LPU de más de 5000 bienes y servicios entre los países de la Unión Europea para diferentes años. Estos autores parten de la especificación lineal

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i, i = 1, \dots, N [3]$$

Donde  $y_i$  es la dispersión de precios del bien considerado entre países,  $x_i$  es el vector de variables explicativas y  $u_t$  es el término de error. Sin embargo, lo que impide estimar [3] es que sus observaciones sobre  $x$  están agregadas en mayor medida que las de  $y$ . Su solución es estimar una regresión de  $y$  sobre la media muestral dentro del grupo para  $x_i$ . Donde ahora  $u_i$  es una regresión. A partir de esta estimación, a través de dos enfoques, cada uno de los cuales

produce resultados similares. Se requiere contrastar la hipótesis de significación conjunta donde la hipótesis nula (H0) de contraste de la LPU sería  $\beta_0 = 0$  y  $\beta_1 = 1$ , frente a la hipótesis alternativa (H1) donde  $\beta_0 \neq 0$  y  $\beta_1 \neq 1$ .

Una forma adicional de cumplimiento de esta hipótesis es considerar que el tipo de cambio real relacionado con un producto específico  $k$  que se produce en cada uno de los países considerados (no es el tipo de cambio real bilateral global de la moneda doméstica) debería ser igual a uno o igual a cero si se utiliza el cambio real en su versión logarítmica (Pérez Jurado y Vega, 1993).

Dado que el análisis inicial enfrenta principalmente el desafío de la arbitrariedad en la selección de un producto idéntico en ambas economías, así como las restricciones en el alcance de interpretación de resultados al utilizar un único producto, se recurre a la versión absoluta de la PPC como una generalización de la LPU. Officer (1978) emplea variables representativas de los niveles de precios,  $I_t$  y  $I_t^*$ , que son el índice de precios del país doméstico y el índice de precios del país extranjero que definiremos respectivamente como:

$$I_t = \sum_{k=1}^N w_{kt} P_{kt} \quad [4]$$

y

$$I_t^* = \sum_{k=1}^N w_{kt}^* P_{kt}^* \quad [5]$$

Siendo  $w_{kt}$  y  $w_{kt}^*$  el peso del precio del producto  $k$  en el nivel de precios del país doméstico y extranjero. Para definir la versión absoluta de la PPC se requiere que todos los productos empleados en la construcción de ambos niveles de precios sean los mismos. El peso del precio no tiene porque ser el mismo ya que estas dependen básicamente del nivel relativo de consumo de cada producto en cada país. De manera alternativa, considerando el mismo conjunto y número de productos de estos índices de precios y partiendo de la ecuación [1] se obtiene:

$$I_t = S_t \sum_{k=1}^n \left( \frac{w_{kt}}{w_{kt}^*} \right) w_{kt}^* P_{kt}^* = S_t I_t^* + S_t \sum_{k=1}^n \left( \frac{w_{kt}}{w_{kt}^*} - 1 \right) w_{kt}^* P_{kt}^* \quad [6]$$

La **versión absoluta** de la hipótesis de la PPC entre este par de monedas se reduce a una equivalencia similar de [1] cuando  $w_{kt} = w_{kt}^*$  para todo  $k = 1, \dots, n$ . Si dividimos la expresión anterior [6] por el nivel de precios doméstico  $I_t$  se tiene:

$$Q_t = 1 - S_t \left( \frac{\sum_{k=1}^N (w_{kt} - w_{kt}^*) P_{kt}^*}{\sum_{k=1}^N w_{kt} P_{kt}} \right) \quad [7]$$

Donde obtenemos que el tipo de cambio real entre ambas monedas, expresado en unidades de la moneda doméstica para la cesta de productos considerada sea:

$$Q_t = S_t \left( \frac{I_t^*}{I_t} \right) [8]$$

Por otro lado, tenemos la **versión relativa** de la PPC, menos restrictiva que la versión absoluta de la PPC y lograr un análisis más general considerando una cierta cesta de productos bajo unas determinadas restricciones, en vez de formular la hipótesis basada en un caso específico del cumplimiento de la LPU. Para poder abordar esta versión de la PPC emplearemos como variables el índice de precios del país doméstico y el índice de precios del país extranjero de la misma cesta de productos:

$$I_t = S_t I_t^*, t = 1, \dots, T [9]$$

Donde tenemos que:

$$I_t = \sum_{K=1}^N w_{kt} P_{kt} [10]$$

y

$$I_t^* = \sum_{K=1}^N w_{kt}^* P_{kt}^* [11]$$

Son los índices de precios generales de ambos países o economías. La ausencia de consenso sobre cuál es el índice de precios más apropiado, se enfatiza en la importancia de utilizar diferentes alternativas, en especial aquellas que tengan en cuenta sectores como el manufacturero o industrial. Habitualmente se emplea el índice de precios al consumidor (IPC).

Levitch (1985) señala que, si los factores que causan que la PPC absoluta no se cumplen, sean costes o bienes no comercializables constantes en el tiempo, entonces la PPC relativa puede mantenerse, aunque no lo haga la absoluta.

A continuación, se definirán las formas fuerte y débil de la versión relativa de la hipótesis de la PPC. Considerando que las variables representativas de los precios vienen dadas por el índice general de precios [8] o en su forma logarítmica ( $q_t$ ):

$$q_t = \ln S_t + \ln \left( \frac{I_t^*}{I_t} \right) = \ln S_t + \ln I_t^* - \ln I_t [12]$$

Asumiendo que la serie temporal del logaritmo del tipo de cambio real admite una representación básica de manera que:

$$q_t = \alpha + \eta_t [13]$$

Con  $\alpha$  como nivel constante y  $\eta_t$  el componente estocástico. El cumplimiento de la LPU requiere que el nivel constante sea cero o muy pequeño y el componente estocástico deba de ser estacionario. De esta manera se busca contrastar la versión relativa de la PPC. No obstante, existen diferentes enfoques para implementar un análisis o contrastación de esta hipótesis. Uno de ellos se describe a continuación, dando lugar a la definición de las formas fuerte y débil de la



PPC. Combinando las ecuaciones [12] y [13] obtenemos un modelo explicativo del logaritmo del tipo de cambio nominal y a partir de este se obtiene la siguiente regresión simple estimable, que sirve como regresión auxiliar del contraste de la versión relativa de la PPC:

$$\ln S_t = \alpha + \beta \ln \frac{I_t}{I_t^*} + u_t; t = 1, 2, \dots, T \quad [14]$$

El término de error lo denotaremos como  $u_t$  y viene dado por

$$u_t = \eta_t + (1 - \beta) \ln \left( \frac{I_t}{I_t^*} \right) \quad [15]$$

A partir de esta formulación se pueden describir las dos formas de contraste de la versión relativa de la PPC. La **forma débil** requiere de un análisis previo sobre las propiedades que poseen las series temporales de las tres variables integrantes de este análisis (tipo de cambio bilateral nominal y los dos índices de precios relativos). Siendo las tres variables no estacionarias  $I(1)$ , y el diferencial de las variables de índices de precios en logaritmos, sean no estacionarios  $I(1)$  y no cointegradas. Para este análisis se presenta como herramienta la siguiente regresión cointegrante (regresión lineal estática entre variables no estacionarias).

$$s_t = \alpha + \beta (p_{kt} - p_{kt}^*) + u_t \quad [16]$$

La condición necesaria favorable para el cumplimiento de la forma débil, en el largo plazo, es que sea una regresión de cointegración estacionaria, requiere que el término de error,  $u_t$ , sea estacionario  $I(0)$ , representando desviaciones transitorias respecto de un equilibrio estable a largo plazo entre las variables no estacionarias. Es decir, se debe contrastar la existencia de la relación de cointegración entre las variables tipo de cambio nominal y el diferencial de los índices de precios de la economía doméstica y extranjera. Procedimientos para el contraste hay muchos y muy diferentes. Por otra parte, la **forma fuerte** de contraste de la versión relativa de la PPC además de requerir para el cumplimiento de la misma la existencia de cointegración entre las variables, evidencia empírica favorable a la restricción  $(\alpha, \beta) = (0, 1)$ . Combinando [12] y [16] podemos observar la relación existente en el término de error del tipo de cambio nominal, el diferencial de precios y el tipo de cambio real. Por lo tanto, para contrastar directamente la forma fuerte de la PPC, es una condición necesaria y suficiente encontrar evidencia de estacionariedad  $I(0)$  del tipo de cambio real.

### 3. Revisión de la literatura empírica de la PPC

Pese a la amplia literatura sobre la PPC los análisis empíricos sobre esta hipótesis han arrojado veredictos contradictorios sobre su validez tanto en el corto plazo como en el largo plazo. Los

economistas que han estudiado esta hipótesis han tendido a encontrar puntos débiles en metodologías utilizadas en estudios anteriores que la rechazan y han desarrollado nuevas siempre que había oportunidad de superar estos inconvenientes. Como consecuencia, los datos empíricos obtenidos sobre la PPC han podido evolucionar a la par que los avances metodológicos que han propuesto con los años.

### 3.1. Primeros estudios

Los primeros estudios sobre la PPC se basan en el análisis de series mediante simples pruebas de regresión de la versión absoluta y relativa de la PPC durante la década de 1970 y 1980. Estudiaban la PPC en un marco univariante donde las pruebas estadísticas para determinar si hay una raíz unitaria mostraban un resultado de significancia bajo (Lothian y Taylor, 1996). Taylor (2006) presenta diversas deficiencias de estos modelos. En primer lugar, las técnicas estadísticas actuales demuestran que la comprobación de la validez de la hipótesis debería incluir pruebas de estacionariedad de las variables y análisis de cointegración. En segundo lugar, la suposición de la relación causal entre los precios relativos y el tipo de cambio nominal que surge de los defensores del enfoque monetario del tipo de cambio (un supuesto central de este enfoque es que la PPC se mantiene continuamente). El interés por este enfoque generó una oleada de estudios empíricos sobre la PPC y el modelo monetario en general. Como consecuencia del fracaso de los estudios econométricos de los modelos empíricos de tipos de cambio basados en el modelo monetarios después de 1978 se hizo evidente que la PPC no se mantenía de manera continua (Taylor, 1995).

Bilson (1978) analiza la validez de un modelo monetario simple de determinación del tipo de cambio en un mercado de activos. Se caracteriza como “monetario” porque se basa en dos supuestos asociados con el “enfoque monetario de la balanza de pagos” y se traslada por la forma sugerida por Johnson (1973) sobre el estudio de tasas flexibles. Estos dos supuestos son que la demanda del dinero es una función estable de un número limitado de variables económicas y que la LPU se mantiene en el mercado internacional. La validez de este modelo se prueba en una muestra mensual de la República Federal de Alemania y el Reino Unido en un periodo comprendido entre abril de 1970 y mayo de 1977. El objetivo de este trabajo es probar la hipótesis relativa sobre los tipos de cambio bilateral del marco alemán-libra esterlina (proporcionando una descripción detallada de su comportamiento). Frenkel (1976) expone las bases de la teoría monetaria de la siguiente manera: el equilibrio del tipo de cambio se logra cuando se mantiene de forma voluntaria la existencia del precio relativo de los dos activos. Por ello considera que tiene sentido abordar esta teoría que determina el precio relativo de los dos activos en términos de oferta y demanda. Los resultados propuestos por el trabajo de Bilson (1978) sugieren que el comportamiento del tipo de cambio real del marco alemán-libra esterlina es coherente con la predicción del modelo monetario. Sin embargo, las pruebas realizadas no son lo suficiente sólidas como para arrojar una conclusión afirmativa indiscutible sobre la validez

del modelo. De las diversas limitaciones destacan el no tener en cuenta la relación causal entre las variables de la función de demanda de dinero, el lento ajuste de los precios de las materias primas y la influencia del riesgo sobre la demanda relativa de las monedas consideradas. Pese a este tipo de limitaciones, el enfoque monetario, que se había aplicado solo en análisis de largo plazo o situaciones donde la expansión monetaria era la causa de la depreciación en el tipo de cambio puede ser útil en un análisis en el corto plazo.

Krugman (1978) examina pruebas sobre la relación de los precios y el tipo de cambio nominal. Las pruebas de regresión simple son inadecuadas cuando estas variables no se consideran exógenas, como es el caso. Pruebas que reconocen la endogeneidad entre los precios y los tipos de cambio muestran resultados favorables, aunque no definitivos, sobre la PPC. Este autor construye un modelo del tipo de cambio real con precios flexibles en el que las autoridades monetarias intervienen sobre las perturbaciones reales mediante políticas monetarias expansivas, provocando inflación. Este modelo lleva a rechazar la hipótesis de la PPC.

Corbae y Ouliaris (1988) resaltan que las pruebas que existen de la PPC pasan por alto la no estacionariedad en los tipos de cambio nominal y los niveles de precios al consumo, invalidando así el uso de métodos convencionales para el contraste de esta hipótesis. En este trabajo proponen el contraste de la versión absoluta de la PPC utilizando los estadísticos de Dickey-Fuller aumentado (siglas en inglés ADF) y los estadísticos Z de Phillips y Perron (propuestos por Phillips y Perron (1988) como una versión con corrección semiparamétrica por autocorrelación que amplían los estadísticos de Dickey-Fuller propuestos por Phillips (1987)), no pudiendo rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria para el tipo de cambio real. Concluyendo que se rechaza la versión absoluta en el largo plazo de la PPC.

### **3.2. Estudios de larga duración y estudios de panel**

En la década de 1990 con la utilización de series de mayor duración y junto con el análisis de datos de panel implicaron un aumento considerable de las observaciones incluidas en el análisis, se llegan a conclusiones diferentes. Dutt y Ghosh (1995) tratan la hipótesis de la PPC en el Sistema Monetario Europeo (SME), especialmente los participantes en el mecanismo de tipos de cambio. El tipo de cambio bilateral para las diferentes monedas que consideraron se define como la moneda del país integrante del SME por unidad de marco alemán. Para ello emplean el procedimiento de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) modificados por Phillips-Hansen (1990) que por primera vez permite realizar una prueba de cointegración sin restricciones sobre la PPC. En su análisis aplican pruebas de no estacionariedad de Phillips-Ouliaris (1990) en los residuos de la regresión de Phillips-Hansen. Esta prueba utiliza los estadísticos de Wald totalmente modificados por Phillips-Hansen. Evaluando así la forma débil y la forma fuerte de la PPC. Se encuentran pruebas de cointegración entre el tipo de cambio nominal y el índice de precios, es

decir, se cumple la forma débil de la hipótesis de la PPC, exceptuando el franco belga. La forma fuerte de la PPC no se cumple para ninguna de las monedas estudiadas.

Existe a su vez una amplia y variada literatura sobre diversos procedimientos de estimación de las propiedades básicas de las series temporales, tipos de cambio bilaterales reales. Trabajos como Lothian y Taylor (1996) o Sarno y Taylor (1998) emplean procedimientos estándar de análisis de series temporales, el trabajo de Ho (2002) introduce un procedimiento para el tratamiento conjunto de varias series de tipo de cambio real. Procedimientos menos habituales como los usados por Amara y Papell (2006) y Elliott y Pesavento (2006) que emplean contrastes respectivamente del tipo “Covariate Augmented Dickey- Fuller” (CADF) y “Covariate Augmented Feasible Point Optimal” (CPT) que proponen usar regresores adicionales (covariables) en las regresiones auxiliares de los contrastes de raíz unitaria de tipo ADF. Crownover y otros (1996) tratan de comprobar la validez de la versión absoluta de la PPC, a diferencia de investigadores anteriores que han utilizado índices de precios tratando de comprobar la versión relativa de la PPC, estos autores utilizan datos que miden los niveles de precios. Puesto diversos estudios de la época examinan la persistencia de desviaciones de los tipos de cambio nominales y la relación de precios, los investigadores comprueban la existencia de raíces unitarias. Los resultados de este trabajo concluyen que la PPC puede mantenerse, pero no persiste indefinidamente.

Taylor (1988) realiza un análisis empírico de la PPC en el largo plazo para cinco tipos de cambio, empleando para el contraste de estas hipótesis técnicas econométricas consideradas recientes sobre la cointegración de series temporales, sus resultados no son favorables a la PPC incluso teniendo en cuenta errores en la medición y costes de transportes. Sugiere que lejos de encontrar una relación estable en el largo plazo entre los tipos de cambio, estos tienden a separarse sin límites.

Sarno y Taylor (2002) que realizan una revisión amplia de la literatura empírica sobre la PPC. Discuten temas de gran relevancia como la validez de esta hipótesis en el largo plazo donde concluyen que pese a que algunos encontraban evidencias a favor, otros lo rechazaban (particularmente durante el periodo posterior a Bretton Woods). Pese a que varios estudios apoyan la validez de la PPC en el largo plazo, todavía no se ha llegado a un consenso. Estos autores abordan una prometedora línea de investigación que contribuye a la literatura, investigando el papel de modelos no lineales en el ajuste del tipo de cambio real en el largo plazo.

Kalyoncu y Kalyoncu (2008) después de realizar una revisión literaria sobre el uso de técnicas de estacionariedad de varios autores destacan que se ha demostrado que casi todas las pruebas de raíz unitaria univariante sobre el tipo de cambio real concluyen la existencia de raíz unitaria. Sin embargo, la introducción de cambios estructurales para países concretos, el tipo de cambio real es estacionario, apoyando así la hipótesis de la PPC. El estudio de pruebas de raíz unitaria en

datos de panel se ha aplicado para examinar esta estacionariedad de los tipos de cambio reales en el largo plazo. Varios economistas concluyen que los tipos de cambio reales siguen un proceso estacionario. En este estudio se comprueba la validez de la PPC para 25 países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) durante un periodo de más de dos décadas. Para ello se comprueba la estacionariedad de las series de tipo de cambio real mediante la prueba de ADF encontrando que todos los tipos de cambios reales de los países tienen raíz unitaria. Dado que estos autores pretenden aprovechar la información adicional que proporciona la combinación de series temporales y datos transversales y las ventajas de potencia que tiene la prueba de raíz unitaria de datos de panel aplican la prueba recomendada por Im y otros (2003). Obteniendo como conclusión que los tipos de cambio reales de estos países son estacionarios y apoyan la hipótesis de la PPC en el largo plazo.

Wagner (2008) combina el análisis de raíces unitarias y cointegración y el enfoque del modelo factorial propuesta por Bai y Ng (2004) para realizar un estudio de la PPC en cuatro paneles de tipos de cambio real bilateral.

El estudio de panel sobre la PPC y en particular los más antiguos emplean las denominadas pruebas de raíz unitaria de panel de primera generación (Lyhagen, 2000), diseñadas para paneles transversalmente independientes. La aplicabilidad de este supuesto en el caso de paneles de tipo de cambio real es poco probable. Gengenbach y otros (2006) realizan el análisis tanto para la primera generación como pruebas de raíz unitaria de panel de segunda generación más restrictiva.

Como ya hemos mencionado, Wagner (2008) realiza un análisis empírico para cuatro conjuntos de datos mensuales, con país doméstico EE.UU. y los índices de precios al consumo. Los conjuntos de datos de los países que considera extranjero los divide en cuatro conjuntos: zona euro (11 países), europa central y oriental (11 países), países industriales (29 países) y países no pertenecientes a la zona euro (57 países). Los resultados tras la realización de diversas pruebas (pruebas que siguen uno de estos dos enfoques: corrección no paramétrica de Phillips y Perron (1988) o corrección autorregresiva paramétrica de la prueba de ADF) muestran un gran número de rechazos de la hipótesis de raíz unitaria, especialmente para los datos de europa central y oriental. Los rechazos son menores en el conjunto de datos de la zona euro y países industriales. Las principales conclusiones que se obtienen son la inexistencia de pruebas de la PPC y la presencia de componentes comunes no estacionarios cuando se aplican pruebas de raíz unitaria de panel de primera o segunda generación, puede afectar negativamente los resultados.

### **3.3. Elección del índice de precios**

En la literatura empírica se puede resaltar puntos que tienen en común los diversos estudios. Una de las cuestiones fundamentales que tienen en común es “¿Qué índice de precios utilizar

para el de un análisis de la versión relativa de la PPC?”. Xu (2003) aborda la cuestión de las pruebas de la PPC utilizando índices de precios agregados. La elección de un índice de precios adecuado tanto para las pruebas de la PPC como para la predicción del tipo de cambio real. En este estudio, demuestra como los índices de precios más utilizados, índice de precios al consumo e índice de precios del comercio mayorista, no son adecuados para las pruebas de la PPC, ni para la previsión del tipo de cambio. Los resultados revelan que el índice de precios del comercio es el más apropiado, cuando se incluye este índice en el modelo la predicción sobre los tipos de cambio real mejora. Aunque las desviaciones estimadas de la PPC tienen una duración estimada de dos años para el uso de índices de precio al consumo e índice de precios al comercio mayorista, esta duración se reduce en un año para los tipos de cambio reales basados en el índice de precios del comercio.

### **3.4. Estimación de la vida media de shocks aleatorios**

Los datos que nos ofrecen los siguientes autores son una estimación sobre la evidencia empírica favorable a la hipótesis de la PPC de las vidas medias de shocks aleatorios bajo reversión a la media. Rogoff (1996) nos muestra como el promedio necesario es de tres a cinco años para cerrar la brecha entre el tipo de cambio real y su valor en el largo plazo. Vo y Vo (2023) corroboran la idea de que los tipos de cambio “sobrepasan” los precios relativos en el corto plazo, mientras que los precios y el tipo de cambio tienen la misma variabilidad después del sexto año. Kim y Lima (2010) analizan las propiedades estadísticas de los tipos de cambio real del dólar estadounidense frente a una serie de monedas durante el periodo posterior a Bretton Wood, desde 1973 a 2001. Estos autores consideran un proceso intermedio entre raíz unitaria y procesos estacionarios tradicionales llamado “persistencia local”, generalizando así los modelos considerados en otros trabajos. Los resultados empíricos sugieren que el tipo de cambio real cambia a lo largo del tiempo de manera que existe persistencia en un periodo de tiempo, lo que implica que la PPC se mantiene a largo plazo, aunque haya shocks temporalmente persistentes. Estimando así que la vida media de los shocks de la PPC es de 2,3-3,2 años, siendo dos de los tres casos de 3,1 y 3,2 dentro del rango de los 3 a 5 años sugerido anteriormente.

### **3.5. Sesgo de productividad. Efecto Harrod-Balassa-Samuelson (HBS)**

Entre los diferentes modelos que se han desarrollado para explicar las desviaciones a medio y largo plazo en la PPC y la prevalencia de resultados diferentes que se ha mantenido a lo largo del tiempo, una de las contribuciones más importantes sobre la explicación de desviaciones de la PPC proviene del efecto HBS asociado con los trabajos de Harrod (1933), Balassa (1964) y Samuelson (1964). Estos autores destacan, aunque en contribuciones diferentes, que los países desarrollados los niveles de precios son más altos que los países no desarrollados. Esto se debe a que en los países desarrollados la productividad es más alta en general, especialmente en la producción de bienes comercializables en relación con el sector no comercializable. Es decir, que la productividad en el sector de bienes comercializables impulsa los salarios de toda la economía

mientras que en los sectores de bienes no comercializables sólo serían capaces de alcanzar esos salarios más altos aumentando los precios relativos de los bienes no comercializables.

### **3.6. El rompecabezas de la PPC**

Taylor y Taylor (2004) apoyados en el artículo de Rogoff (1996) consideran que la prevalencia de desviaciones de la PPC son manifestaciones de un “rompecabezas” que tiene una naturaleza dual. Su primer aspecto hace referencia a su validez en el largo plazo, mientras que el segundo se refiere a la aparente larga vida de las desviaciones de la PPC es inconsistente con los ajustes de rigidez de los precios nominales. En la PPC, el tipo de cambio es proporcional a los precios si la hipótesis de la PPC es válida, entonces cualquier desviación de esta relación debe ser de corta duración. Por ende, una prueba directa de la PPC implicaría un estudio de estacionariedad y de cointegración. Las herramientas econométricas para abordar esta primera cuestión las podemos dividir en pruebas de raíz unitaria empleados durante la década de 1980, destacamos estudios como Huizinga (1987), Officer (1980) y Enders (1988), o pruebas de raíz unitaria de panel llevadas a cabo durante la década de 1990, trabajos como el de Pérez Jurado y Vega (1993), Kalyoncu y Kalyoncu (2008) y Wagner (2008). En cuanto al segundo aspecto, Vo y Vo (2024) plantean que un enfoque para entender la velocidad del ajuste de los precios nominales que se basa en la idea de que los costes fijos y variables del comercio pueden conducir a que las diferencias de precios no sean lo suficientemente grandes como para que no se produzca arbitraje en el comercio internacional. Sólo cuando los precios se alejan lo suficiente comienza la convergencia hacia la PPC. Esto implica que el proceso de ajuste es no lineal. Variantes como los modelos autorregresivos de umbral o autorregresivos de transición suave producen estimaciones de velocidad de ajuste más altas que la de modelos lineales.

### **3.7. Cambio estructural y ajuste no lineal de tipos de cambio reales**

La utilización de series temporales extensas, no únicamente debidas a un gran número de observaciones sino también cuando la muestra que utilizamos abarca un largo período, existe la posibilidad de detectar cambios estructurales. Esta consideración apunta al incremento de la posibilidad de incluir subperíodos con comportamientos distintos que deben ser incorporados en el modelo mediante cambios en los valores de parámetros del mismo. Es relevante tener en cuenta que esto puede afectar de manera significativa a los resultados de los procedimientos de contrastes de cualquier forma de análisis de la hipótesis de la PPC. Hegwood y Papell (1998) prueban y encuentran múltiples rupturas estructurales entre tres de los cinco tipos de cambio real del conjunto de datos de Lee (1976) 1900-1990, y en ambos tipos de cambio real del conjunto de datos de Lothian y Taylor (1996) de casi 200 años.

Para ello emplean una versión modificada de la versión aumentada de Dickey-Fuller propuesto por Perron y Vogelsang (1992). Donde el tipo de cambio bilateral real se presenta como un



proceso generador de datos de un modelo con un posible cambio abrupto y permanente en el nivel de la serie.

Esta versión modificada de la regresión auxiliar para el contraste de ADF incorpora dos tipos de función indicador del posible efecto y localización del posible cambio estructural. Incluidos los cambios estructurales en el modelo encuentran que la vida media de las desviaciones para la PPC es más corta. Sin embargo, esto no sucede de forma general, los valores estimados de las vidas medias de shocks aleatorios sobre el tipo de cambio real sean inferiores o superiores sucede si se encuentra evidencia de estacionariedad del componente estocástico. En caso contrario, la vida media de las desviaciones es infinita. El conjunto de datos del tipo de cambio real dólar estadounidense-libra esterlina rechaza la raíz unitaria en la prueba de ADF en el conjunto de datos de Lee (1976), pero para el caso de Lothian y Taylor (1996) no pudo rechazarse. Dando evidencia contraria a lo que debería de suceder si las desviaciones son temporales. Las muestras más largas dan potencia a la prueba y por tanto debería de rechazarse la raíz unitaria. Para el caso concreto, dólar estadounidense- libra esterlina, las rupturas estructurales en la muestra más larga pero no en la más corta dan este resultado.

Estos resultados muestran lo que ellos denominan Cuasi Paridad del Poder de Compra (con siglas en inglés, QPPP), que consideran como “reversión a una media que está sujeta a cambios ocasionales”. Este concepto fue formalizado por Dornbusch y Vogelsang (1991). La implementación de este procedimiento se basa en un procedimiento secuencial propuesto por Bai y Perron (1998) los cuales consideran en su trabajo cuestiones relacionadas con múltiples cambios estructurales que se producen en momentos desconocidos. Consideran el caso de un modelo de cambio estructural parcial en el que todos los parámetros están sujetos a desplazamiento, a su vez proponen un procedimiento que les permite contrastar la hipótesis nula (de un número de cambios  $n$ ) frente a la hipótesis alternativa (de  $n+1$  cambios). Siendo de especial utilidad ya que les permite estimar sucesivamente cada punto de ruptura.

Hegwood y Papell (1998) al tener en cuenta una mayor amplitud en el periodo de tiempo y la presencia tanto de los obstáculos comerciales como los cambios estructurales permiten reflejar de manera más precisa las condiciones reales de los mercados que se pretenden estudiar. Por ello se han obtenido cambios en los resultados de análisis empírico, mostrando resultados de la hipótesis de la PPC favorables.

Papell y Prodan (2006) realizan un análisis empírico de la PPC tratando de comprobar el grado en el que la hipótesis de la PPC se sostiene en el largo plazo cuando los cambios estructurales son restringidos, para ello desarrollan pruebas de raíz unitaria que restringen los coeficientes de variables ficticias que representan desviaciones que evitan una tendencia constante en el largo plazo. Los análisis empleados de simulación refuerzan dos conclusiones: en primer lugar, las pruebas de ADF tienen una potencia baja para rechazar la hipótesis de raíz unitaria en los



procesos que incorporan cambios estructurales. En segundo lugar, su prueba tiene una potencia bastante buena cuando el proceso incorpora cambios estructurales que sea coherente con la hipótesis de la PPC, pero una baja o moderada potencia en otros casos. Los resultados apoyan que esta hipótesis se sostiene en el largo plazo cuando los cambios estructurales son graduales o limitados entre las economías que se analicen. Es decir, que la PPC no depende de que estos cambios estructurales sean nulos dependen de que cambien de manera gradual o limitada. Estos autores incorporan una serie de nuevos conceptos: llaman Paridad del Poder de Compra Tendencial, con las siglas en inglés TPPP (Trend Purchasing Power Parity) al rechazo de la hipótesis nula de raíz unitaria a favor de la hipótesis alternativa de estacionariedad en un modelo que no considera tendencia temporal. Paridad del Poder de Compra Cualificada, con las siglas en inglés QPPP (Qualified Purchasing Power Parity) al rechazo de la hipótesis nula a favor de la hipótesis alternativa de estacionariedad de nivel en función del régimen. Paridad del Poder de Compra Cualificada por Tendencia, con las siglas en inglés TQPPP (Trend Qualified Purchasing Power Parity) al rechazo de la hipótesis nula de raíz unitaria a favor de la alternativa de estacionariedad de tendencia en función del régimen.

Papell y Prodan (2006) considerando que una serie experimente tanto cambio estructural como reversión a la media. Desarrollan pruebas de raíz unitaria que restringen los coeficientes de las variables que presentan desviaciones para producir una tendencia constante en el largo plazo. Se encuentran pruebas de que la prueba de ADF tiene potencia baja para rechazar la raíz unitaria en procesos que incorporan cambio estructural en TPPP, QPPP y TQPPP. Por lo tanto, rechazos mediante pruebas de ADF proporcionan pruebas de TPPP sin cambio estructural. Como ocurre con la hipótesis de la PPC, la prueba restringida desarrollada por estos autores tiene buena potencia cuando el proceso tiene cambio estructural coherente con la hipótesis de la TPPP. Teniendo en cuenta los resultados obtenidos se encuentran pruebas a favor de la PPP y de la TPPP en 14 de los 16 países considerados. Al incluirse países que presentan cambios estructurales compatibles con estas hipótesis en el largo plazo, se encuentra evidencia para cinco países más que con las pruebas convencionales de raíz unitaria.

La mayor parte de la literatura que comprueba la validez de la hipótesis de la PPC ha empleado especificaciones lineales. Siguiendo la línea de desarrollo de metodologías aplicada a la PPC a finales de la década de 1990 y principios de los años 2000 tal y como Taylor (2006) especifica, existen al menos tres fuentes potenciales de no linealidad en los tipos de cambio real. Rogoff (1996) muestra como las no linealidades pueden surgir de fricciones debidas a costes de transporte, aranceles y barreras no arancelarias que pueden afectar en forma de desviaciones frente al hipotético equilibrio que representa la PPC, dando una mayor potencia. Kilian y Taylor (2003) sugieren una segunda fuente, la no linealidad. Existe una amplia gama de opiniones sobre el nivel adecuado del tipo de cambio nominal, esta opinión tiende a un mayor grado de consenso a medida que aumenta el grado de desalineación. Es decir, dado unos precios de bienes (relativamente rígidos) cabe esperar que el grado de reversión a la media del tipo de

cambio real aumente a medida que aumenta el grado de desalineación con respecto a la hipótesis de la PPC.

Assaf (2008) contribuye a la literatura empírica aportando nuevos datos sobre la estacionariedad de los tipos de cambios reales bilaterales, teniendo en cuenta los cambios estructurales. Para ello utiliza las pruebas de raíz unitaria propuestas por Saikkonen y Lütkepohl (2002) y por Lanne y otros (2002) de varios países entre 1973-2001. Los resultados obtenidos confirman la no estacionariedad de las series de tipo de cambio real y la no validez de la PPC, incluso considerando los cambios estructurales (cambios que ocurren principalmente en las últimas décadas del siglo pasado). Pese a que la PPC en el largo plazo es rechazada por ambas pruebas, los estadísticos de las pruebas proporcionan diferentes fechas estimadas de ruptura. Camarero y otros (2008) comprueban la validez empírica de la PPC aplicando dos tipos de prueba de raíz unitaria. En primer lugar, utilizan pruebas empleadas por Bierens (1997) que generalizó la hipótesis alternativa a la estacionariedad no lineal. En segundo lugar, es el enfoque propuesto por Leybourne, Newbold y Vougas (1998) que emplean una especificación no lineal tanto para la intercepción como para la pendiente con el fin de desestacionalizar las series. Los resultados del primer enfoque tienen como resultado que no se puede rechazar la hipótesis nula para Argelia, Marruecos y Egipto. Sin embargo, el segundo enfoque no encuentra evidencia a favor de la hipótesis. Los autores concluyen que las pruebas a favor de la hipótesis aumentan cuando utilizamos alternativas no lineales y que la caracterización estadística adecuada de los componentes deterministas es fundamental para probar la validez de la PPC.

Se puede destacar cómo ha evolucionado claramente a lo largo del tiempo la metodología para evaluar la credibilidad de esta hipótesis. En un primer lugar se estudió la PPC en un marco univariante donde las pruebas estadísticas para determinar si hay una raíz unitaria mostraban un resultado de significancia bajo (Lothian y Taylor (1996)). Por otra parte, las pruebas basadas en un modelo no lineal, autorregresivos de umbral y autorregresivos de transición suave, arrojan estimaciones de velocidad de ajuste que son mucho más altas que las que emplean modelos lineales ya que se tiene en cuenta los cambios estructurales y las desviaciones suaves en este tipo de pruebas. De hecho, utilizando una versión suave de modelo autorregresivo no lineal con efecto de transición suave que permita un rango continuo de costes de transacción, Taylor (2001) rechaza la hipótesis de raíz unitaria a favor de la hipótesis alternativa. Los autores conjeturaron que el segundo aspecto podría resolverse en parte al observar las velocidades de ajuste asimétricas. Cuando las desviaciones en los tipos de cambio reales no son muy grandes, el tiempo que toma para que la economía se ajuste es menor de tres años, Sin embargo, cuando los cambios son más significativos, el tiempo estimado de ajuste es más corto. (Vo y Vo, 2023).

Entre los modelos no lineales, cabe destacar el modelo denominado autorregresivo de transición suave, conocido por las siglas en inglés STAR (Smooth Transition Autoregressive) desarrollado

por Teräsvirta (1994, 1998). Para una descripción más detallada podemos consultar el trabajo de Taylor (2001) previamente nombrado o el desarrollo posterior de Kapetanios y otros (2003).

Kapetanios y otros (2003) proponen un procedimiento para detectar la presencia de no estacionariedad en modelos autorregresivos exponenciales de transición suave no lineales, conocido por las siglas en inglés ESTAR (Exponential Smooth Transition Autoregressive). Estos autores proporcionan una importante contribución a la literatura existente en tres sentidos. En primer lugar, derivaron la distribución no estándar límite de las pruebas que han propuesto. En segundo lugar, empleando simulaciones de Monte Carlo, Comprobaron que bajo la alternativa de un proceso ESTAR, el test propuesto tiene mayor potencia que el ADF. En tercer lugar, ofrecen una aplicación a los tipos de cambio reales bilaterales, concluyendo que su prueba es capaz de rechazar la raíz unitaria mientras que las pruebas lineales de Dickey-Fuller fallan, proporcionando evidencia de reversión a la media no lineal en los tipos de cambio.

Christopoulos y León-Ledesma (2010) destacan el papel de dos fenómenos, los cambios estructurales y el ajuste no lineal inducido por los costes de transacción, que pueden llevar al rechazo de la hipótesis de la PPC. Desarrollan así pruebas de raíz unitaria que tienen en cuenta estos fenómenos. Los autores modelan los cambios estructurales mediante la función de Fourier y el ajuste no lineal mediante un modelo ESTAR, teniendo como objetivo examinar los datos sobre la PPC teniendo en cuenta tanto los cambios estructurales (compatible con el largo plazo) como la reversión a la media no lineal. Aplican estas pruebas a un conjunto de 15 tipos de cambio reales bilaterales en dólares estadounidenses para un periodo posterior a Bretton Woods. Los resultados nos muestran evidencia a favor de la PPC en 14 casos en los que se rechazan la nulidad de una raíz unitaria. También estos resultados indican que los tipos de cambio reales experimentan una reversión a la media, esta reversión es más rápida cuanto más se aleja del equilibrio.

Kruse (2011) propone generalizar la prueba de raíz unitaria para un modelo ESTAR previamente desarrollada por Kapetanios y otros (2003) con respecto a la utilización de un parámetro de localización distinto de cero. Los resultados de este trabajo sugieren que la prueba es generalmente superior en términos de potencia dado que su aplicación empírica al tipo de cambio real de la UE corrobora su utilidad.

### **3.8. Estudios de la PPC en la UE**

A principios de la década de los 2000 un número limitado de trabajos académicos estudian la PPC para el euro. Koedijk y otros (2004) proponen estudiar el impacto de la introducción del euro en 1999 sobre el comportamiento de los tipos de cambio reales. Comprobando la validez de la PPC para un panel de datos que comprende el periodo de 1973-2003. Para ello utilizan una ampliación de la metodología de regresión heterogénea aparentemente no relacionada (con siglas en inglés, SUR) empleada por Flôres y otros (1999) para comprobar la PPC. Como las

series del tipo de cambio nominal euro-dólar estadounidense sólo están a partir de 1999, emplean datos del euro “sintético” elaborado por el Banco Central Europeo. Encuentran pruebas a favor de la PPC en todo el panel de datos. Sin embargo, cuando se relaja la restricción de un coeficiente común de reversión a la media se rechaza la hipótesis de raíz unitaria para el tipo de cambio real euro-franco suizo. Concluyen como se ha producido un claro proceso de convergencia a la PPC dentro de la zona euro durante la última década considerada en el estudio.

Schnatz (2006) estudia las no linealidades en el ajuste del tipo de cambio del euro hacia la PPC. En este trabajo se confirma la presencia de un comportamiento no lineal para dos tipos de cambio real bilateral del euro con un mayor peso en el tipo de cambio real, es decir, el euro-dólar estadounidense y el euro-libra esterlina. En “*Chart 1: Real USD/EUR, GBP/EUR and euro effective Exchange rate (EER-12)*” de este trabajo se puede observar las fluctuaciones del tipo de cambio euro-dólar han sido más fuertes que en el caso del tipo de cambio euro-libra esterlina. Sin embargo, ambos tipos de cambio se han normalizado de modo que el nivel medio de cada serie durante el periodo de la muestra sea cien. Sugiriendo que en el largo plazo estas series temporales parecen volver a un nivel medio. Pese a estas observaciones, pruebas estadísticas estándar más rigurosas no logran confirmar la presencia de reversión a la media para los tipos de cambio del euro. La utilización de un modelo ESTAR encuentran pruebas de que la velocidad de reversión a la media de los tipos de cambio real del euro aumenta de forma no lineal con la magnitud de las desviaciones. Dado el mayor nivel de volatilidad en las tasas de cambio entre el euro y el dólar, las desviaciones respecto de la PPC para este par de monedas deben ser más grandes para que la tasa de cambio real se ajuste de la misma manera que para otras monedas.

Cuaresma y Orthofer (2010) evalúan si formulaciones no lineales alternativas superan, a efecto de pronóstico, a los modelos tradicionales. Para su análisis empírico emplean datos del tipo de cambio nominal euro-dólar estadounidense y los índices de precios de los productores para la UE y EE.UU. en un periodo comprendido entre enero de 1990 y diciembre de 2009. Los resultados evidencian la presencia de no linealidades relacionadas con el ajuste de tipo de cambio nominal, además sugieren que los responsables de la política monetaria podrían mejorar su capacidad para prever movimientos en los tipos de cambio si emplearan modelos que tuvieran en cuenta la dinámica del ajuste no lineal.

### **3.9. Literatura más reciente**

Vo y Vo (2023) destaca entre los artículos más recientes sobre la ilustración del funcionamiento de la PPC. Mostrando su uso práctico y su relación con la economía de tipos de cambio. Este artículo contribuye de diversas maneras a la literatura.

En primer lugar, estos autores proponen una investigación del proceso de ajuste la PPC empleando una base de datos que cubre las últimas cinco décadas de un número considerable

de países. Además, se resaltan las predicciones de Froot y Rogoff (1995) consideraron que más años de datos sobre los tipos de cambio flotantes pueden proporcionar una imagen más clara de si los tipos de cambio convergen a la PPC y con que rapidez. Este artículo evidencia que la PPC no solo se sostiene en el largo plazo, sino que las volatilidades de los tipos de cambio y los precios también se igualan en horizontes que coinciden con los propuestos por datos anteriores.

En segundo lugar, con evidencias sobre los mismos datos, muestran cómo pueden surgir desviaciones de la paridad del tipo de cambio real en el corto plazo como diferencias de productividad entre los sectores de los bienes que son comercializables y no comercializables. En particular, una mayor productividad y salarios en el primer sector implican un mayor nivel de precios en el segundo y en general en la economía.

En tercer lugar, analiza cómo la diferencia de productividad entre sectores de bienes comercializables y el sector de bienes no comercializables puede generar desviaciones temporales sobre la hipótesis de la PPC, especialmente en países con niveles de renta diferentes. Suponiendo que la productividad crece en el sector comercial (las empresas se expanden, amplían sus plantillas y pagan salarios más altos) y suponiendo que la productividad en el sector no comercial se mantenga sin cambios, los salarios más altos que se deben de pagar en este sector, elevando así los costes y precios del sector. Dando un resultado final donde una mayor productividad conduce a un nivel general de precios más alto. Esto genera una subida de los índices de precios, aunque el tipo de cambio y precios no cambien. Según la hipótesis de la PPC un aumento (disminución) de la productividad conducirá a una apreciación (depreciación) real de la moneda nacional (efecto HBS). El efecto HBS pese a que un extenso cuerpo de literatura lo apoye, no está completamente exento de controversia, siendo cuestionado incluso en la actualidad.

En cuarto lugar, los autores nos ofrecen una amplia revisión de temas empíricos importantes en la economía del tipo de cambio. Discuten estudios recientes sobre el lento ajuste de precios (conocido comúnmente como "rigidez nominal"), siendo esta una regularidad que ayuda a explicar el efecto de los shocks monetarios de corto plazo sobre la producción y los tipos de cambio. Factores como la fijación de precios de mercado contribuyen a la rigidez de los precios. También analizan cómo la igualación de los precios es mayor dentro de los países que entre ellos, el llamado "efecto frontera". Gráficamente revelan cómo en el corto plazo, los tipos de cambio son más volátiles que los precios. Esta conclusión puede interpretarse como una transmisión incompleta de los tipos de cambio a los precios. El efecto HBS puede reducir el tiempo de transmisión al darle mayor importancia a los bienes no comercializables, dando lugar a que las fluctuaciones en el tipo de cambio se trasladen de manera menos frecuente a los precios.

Finalmente, se lleva a cabo un amplio estudio de la literatura existente, donde divide las publicaciones en tres categorías (teoría, empírica y econométrica). Utilizan Google Académico para encontrar las publicaciones más citadas en cada categoría. Seleccionan dos trabajos más citados de cada una de las categorías. Presentando las clasificaciones por el número de citas y la clasificación de tasas por crecimiento de citas. En esta sección revelan que aproximadamente la mitad del recuento de citas entre investigaciones destacadas sobre los tipos de cambio son atribuibles a estudios que se dedica a probar la validez empírica de la PPC. Resaltan la existencia de un creciente interés en las investigaciones empíricas de formas funcionales no lineales de ajuste en los tipos de cambio utilizando una muestra de datos amplia.

#### **4. Aplicación empírica al tipo de cambio real**

##### **4.1. Descripción de los datos**

Este trabajo se centra en llevar a cabo un análisis de los datos que conforman la serie temporal del tipo de cambio real. Para ello, se han empleado los datos (mensuales) del tipo de cambio (nominal) en dólar estadounidense por euro, así como los índices de precios al consumidor (IPC) y el índice de precios al consumidor armonizado (IPCA). Las series abarcan un periodo que comprende desde enero del año 1999 hasta diciembre de 2023.

[Insertar Gráfico 1]

[Insertar Gráfico 2]

Las fuentes empleadas para la obtención de las tres variables necesarias, es decir, del tipo de cambio (nominal) de dólar estadounidense por euro, la serie temporal del IPC pertenece a EE.UU. y la serie temporal del IPCA perteneciente a la UE como un indicador estadístico equivalente al de EE.UU. que une y compara los índices nacionales de los países que pertenecen a la UE en la actualidad, son respectivamente el Banco de España, FRED y Eurostat. Teniendo como año base 2015=100. Esta elección de periodo y frecuencia de los datos nos ofrece una amplia y detallada perspectiva sobre cómo evoluciona el tipo de cambio real. Al analizar esta serie temporal a lo largo de más de dos décadas podremos observar cómo reacciona en respuesta a los sucesos económicos, políticos y sociales que ocurrieron en este periodo.

##### **4.2. Metodología**

En este trabajo se llevará a cabo un análisis de la muestra descrita previamente que abarca entre enero de 1999 a diciembre de 2023. Comprobando si existe evidencia sobre la verosimilitud de la forma fuerte de la versión relativa de la PPC, aplicado al tipo de cambio real bilateral entre el euro y el dólar estadounidense. Para ello se implementará procedimiento propuesto por Kapetanios y otros (2003) de un contraste paramétrico para discriminar entre la hipótesis nula de no estacionariedad  $I(1)$  lineal frente a la alternativa de un modelo ESTAR. En

segundo lugar, se implementará el procedimiento propuesto por Kruse (2011) que generaliza la prueba existente de Kapetanios y otros (2003) con respecto a un parámetro de localización distinto de cero. Este autor propone el uso de una versión modificada del estadístico de contraste de Wald basada en el trabajo de Abadir y Distaso (2007). En tercer lugar, se implementará una parte de los procedimientos propuestos por Christopoulos y León-Ledesma (2010), los referidos al tratamiento del nivel de la serie posiblemente cambiante y de una forma particular, utilizando dos de los tres procedimientos de contraste que utilizan estos autores.

Se parte de la construcción del tipo de cambio real, de acuerdo con la ecuación [8], considerando como economía doméstica la UE y como economía extranjera a EE.UU.

[Insertar Gráfico 3]

Considerando el modelo autorregresivo de transición suave STAR, extensión del modelo autorregresivo no lineal de primer orden con regímenes determinados por un efecto umbral denominado TAR, en inglés, "Threshold Autorregresion" que permite observar no linealidades en la dinámica temporal de una serie. Tsay (1989) considera dos modelos autorregresivos no lineales como una base para la formulación de los procedimientos de contraste de no estacionariedad I (1). El modelo SETAR (self-exiting threshold autorregresive) y el modelo MTAR (momentum TAR). Este tipo de modelos se puede aplicar a series temporales que tienen un comportamiento de regímenes.

Como la principal referencia del análisis econométrico en este tipo de modelos tenemos a Teräsvirta (1994) quien propuso el modelo STAR como una extensión del modelo TAR. Sin embargo, varios economistas discuten previamente este tipo de modelos. Chan y Tong (1986) proponen generalizar el modelo SETAR para hacer la transición entre los regímenes más suaves. La generalización de este modelo es el modelo STAR. Proponen utilizar pruebas de razón de verosimilitud para probar la linealidad frente a los modelos SETAR. Debido a las irregularidades de la función de verosimilitud la distribución de los estadísticos debe determinarse por simulación por separado en cada aplicación. Este trabajo ofrece un conjunto de pruebas que se pueden emplear para probar la linealidad en las diferentes formas del modelo STAR y realiza una discusión de estas pruebas no lineales frente a pruebas lineales. Estas pruebas parecen tener una potencia razonable incluso cuando el modelo es SETAR. Pudiendo concluir que la potencia de estas pruebas depende de si los regímenes tienen la misma intercepción o no.

Luukkonen y otros (1988) presentan tres pruebas para probar linealidad frente a un modelo STAR o SETAR y discutiendo sus propiedades. Una de las pruebas es similar a la prueba estadística de Tsay (1986), recomendándose solo en un caso particular, cuando no hay cambios en la intercepción entre dos regímenes. Las otras dos pruebas restantes con mayor aplicabilidad, una es superior a la otra en muestras pequeñas. Los autores investigan la potencia de estas



pruebas cuando la alternativa es un modelo logístico STAR. En cuanto a los modelos SETAR, las pruebas propuestas por estos autores son más prácticas que las propuestas por Chang y Tong (1986) ya que la distribución nula asintótica es alcanzable sin simulación.

El modelo STAR nos permite considerar cambios graduales y suaves en la dinámica de la serie temporal a medida que una variable explicativa atraviesa ciertos umbrales. Estos umbrales representan puntos críticos en el comportamiento de la serie temporal. La especificación de un modelo autorregresivo de primer orden no lineal para el componente estocástico,  $\eta_t$ , de una serie temporal viene dado por la forma

$$\eta_t = (\alpha + \phi G_{t-d}(\gamma))\eta_{t-1} + v_t [17]$$

Donde  $G_{t-d}(\gamma)$  es una función de transición continua que viene dada por un parámetro que determina el grado o la velocidad de transición entre estados  $\gamma \geq 0$  sobre la que tiene sentido considerar un cierto valor  $d \geq 1$  del parámetro de retardo. El término de error ( $v_t$ ) se asume que tiene  $E[v_t] = 0$  y es débilmente estacionario, pudiendo presentar autocorrelación. Existen dos opciones básicas de especificación paramétricas concretas para esta función de transición determinadas fundamentalmente por el valor que toma el parámetro de transición  $\gamma$ .

1. Función de transición logística y modelo LSTAR:

$$G_{t-d}(\gamma) = \frac{1}{1 + \exp[-\gamma(\eta_{t-d} - c)]} [18]$$

2. Función de transición exponencial y modelo ESTAR:

$$G_{t-d}(\gamma) = 1 - \exp[-\gamma(\eta_{t-d} - c)^2] [19]$$

Cuando en el modelo LSTAR se tiene que el parámetro de transición es cero tenemos que  $G_{t-d}(0) = \frac{1}{2}$ , de forma que [17] determina una autorregresión de primer orden con coeficientes autorregresivos constantes  $\alpha + \phi/2$  y  $\lim_{\gamma \rightarrow \infty} G_{t-d}(\gamma) = 1$  lo que se corresponde con una autorregresión de primer orden con coeficiente  $\alpha + \phi$ . La función de transición exponencial está acotada entre 0 y 1 y tiene las propiedades  $G_{t-d}(0) = 0$  y  $\lim_{\gamma \rightarrow \infty} G_{t-d}(\gamma) = 1$ . Teniendo forma de U simétrica en torno a 0. Una alternativa de propuesta de la ecuación [19] utilizada en algunos trabajos es la función de transición logística presentada como

$$G_{t-d}(\gamma) = \frac{2}{1 + \exp[-\gamma(\eta_{t-d} - c)]} - 1 [20]$$

Donde  $c$  se identifica como un parámetro de localización. Escribano y Jordá (2001) proponen un procedimiento de selección para elegir entre las funciones de transición logística y exponencial



cuando la hipótesis alternativa, denominado EJP (Escribano-Jordá) cuando la hipótesis alternativa al rechazo de linealidad es un modelo no lineal de tipo STAR.

Para la consideración de plantear un tipo de especificación autorregresiva no lineal como alternativa a un proceso estacionario I (1), se centran en un modelo ESTAR (1), que bajo la restricción  $\alpha = 1$  y  $\gamma = \infty$  resulta una especificación de la forma

$$\Delta \eta_t = \phi \eta_{t-1} (1 - \exp(-\gamma(\eta_{t-d} - c)^2)) \eta_{t-1} + v_t [21]$$

La cual nos proporcionaría una solución globalmente estacionaria si  $-2 < \phi < 0$ , siendo localmente no estacionario en el sentido de que contiene una raíz unitaria cuando  $\gamma = 0$ , o cuando  $\eta_{t-d} = c$  para un instante de tiempo dado. El proceso para  $\eta_t$  es no estacionario bajo la restricción  $\phi = 0$ , pero este modelo el contraste de esta restricción no sea factible puesto que  $\gamma$  no está identificado cuando se contrasta  $H_0: \phi = 0$  y  $H_1: \phi > 0$ . Por lo que la aproximación empleada en la literatura por Kapetanios y otros (2003) y Kruse (2011) es la de emplear una aproximación en serie de Taylor de la función de transición exponencial en torno a  $\gamma = 0$ . El modelo se puede definir tomando  $c = 0$ , el valor esperado de  $\eta_{t-d}$  es cero por construcción y si no hay error en la especificación del componente determinista como

$$\Delta \eta_t = \phi G_{t-d}(\gamma) \eta_{t-1} + v_t = \rho \eta_{t-1} \eta_{t-d}^2 + \lambda \eta_{t-1} \eta_{t-d}^4 + \xi_t [22]$$

Donde  $\rho = \phi \gamma$ ,  $\lambda = -\frac{\phi \gamma^2}{2} \xi_t = v_t + \phi R_{t-d}(\gamma) \eta_{t-1}$ , de modo que  $\eta_{t-1} \eta_{t-d}^{2k}$  para  $k = 1$  y  $2$ , incorporan la no linealidad ESTAR. Para hacer operativa esta representación a efectos de estimación se requiere estimar un valor para el parámetro de retardo  $d$  y se corresponde con la misma especificación para la serie que observamos,  $y_t$ , solo en el caso de que el componente determinista sea cero, se puede escribir como

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} y_{t-d}^2 + \lambda y_{t-1} y_{t-d}^4 + \xi_t [23]$$

En el caso de componentes deterministas en la representación de componentes inobservados de la serie temporal, se propone reemplazar  $\eta_{t-1}$  y  $\eta_{t-d}^{2k}$  para  $k = 1$  y  $2$  por los mismo retardos y potencias de los residuos del ajuste MCO por estos componentes. Kapetanios y otros (2003) proponen emplear un modelo resultante de una aproximación de la serie de Taylor de primer orden al modelo ESTAR bajo nulidad con  $d = 1$  obteniendo la regresión auxiliar del contraste

$$\Delta \hat{\eta}_t = \rho \hat{\eta}_{t-1}^3 + \zeta_t [24]$$

con resultados de la estimación por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) dados por

$$\hat{\rho}_T = \frac{\sum_{t=2}^T \hat{\eta}_{t-1}^3 \Delta \hat{\eta}_t}{\sum_{t=2}^T \hat{\eta}_{t-1}^3} [25]$$

y  $\hat{\sigma}_{\zeta,T}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=2}^T \hat{\zeta}_{t-1}^2$  con  $\hat{\zeta}_t = \Delta \hat{\eta}_t - \rho \hat{\eta}_{t-1}^3$ ,  $t = 2, \dots, T$ . Para el contraste de la hipótesis nula de raíz unitaria autorregresiva los autores emplean el estadístico tipo T-ratio. Al igual que con la versión T-ratio del estadístico de Dickey-Fuller cuando se trata de valores grandes y más negativos que el correspondiente valor crítico, se rechaza la hipótesis nula. Dado que la distribución es no estándar, los valores críticos se determinan mediante simulación. Los valores críticos propuestos por Kapetanios y otros (2003) se pueden consultar en "Table 1" en la página 364 del trabajo de estos autores.

Kruse (2011) considera el mismo procedimiento anterior para un valor no nulo del parámetro de localización  $c \neq 0$ . Considera también la aproximación de primer orden de la función, con  $\rho_1 = \rho_2 = 0$ , renumerando los coeficientes da lugar a

$$\Delta \eta_t = \rho_1 \eta_{t-1} \eta_{t-d}^2 + \rho_2 \eta_{t-1} \eta_{t-d} + \rho_3 \eta_{t-1} + \zeta_t \quad [26]$$

y considerando la restricción  $\rho_3 = 0$  para aumentar la potencia de este contraste, con el valor del retado  $d=1$ , se tiene la regresión auxiliar del contraste

$$\Delta \hat{\eta}_t = \rho_1 \hat{\eta}_{t-1}^3 + \rho_2 \hat{\eta}_{t-1}^2 + \zeta_t \quad [27]$$

donde la hipótesis nula de raíz unitaria se reescribe como  $H_0: \rho_1 = \rho_2 = 0$  frente a la alternativa de estacionariedad global del modelo ESTAR dada por  $H_1: \rho_1 < 0$  o  $H_2: \rho_2 \neq 0$ . Este autor propone el uso de una modificación del contraste de Wald basado en el trabajo de Abadir y Distaso (2007). La distribución asintótica nula de este estadístico es no estándar, por lo tanto, también se rechaza la hipótesis nula para valores grandes de este estadístico, los valores críticos se determinan mediante simulación. Los valores críticos propuestos por Kruse (2011) se pueden consultar en "Table 1" en la página 77 del trabajo de este autor.

El rechazo de la hipótesis nula se corresponde con evidencia favorable de reversión a la media no lineal.

En las anteriores representaciones de las regresiones auxiliares correspondientes a los procedimientos empleados tanto por Kapetanios y otros (2003) y Kruse (2011)  $\hat{\eta}_{\square}$  hace referencia a los residuos del ajuste de la serie observada por el componente determinista. Salvo que se considere no incluir ningún componente determinista, siendo en ese caso directamente la serie observada  $\hat{\eta}_{\square} = y_t = \eta_t$ .

Christopoulos y León-Ledesma (2010) desarrollan una prueba de raíz unitaria que consideran conjuntamente dos fenómenos que pueden llevar al rechazo de la hipótesis de la PPC (cambio estructural y el ajuste no lineal). Para ello utilizan funciones trigonométricas que capturen grandes cambios en la media del tipo de cambio real junto con funciones de transición suave

para capturar el ajuste no lineal del componente determinista. Considerando la siguiente representación de componentes inobservados

$$y_t = \delta(t) + \eta_t, t=1, \dots, T \quad [28]$$

Donde  $\delta(t)$  es el componente determinista variable en el tiempo y  $\eta_t$  el componente estocástico con una distribución normal con media cero y varianza constante. Estos autores siguiendo las propuestas de Becker y otros (2004), Becker y otros (2006) y Enders y Lee (2004) emplean un desarrollo en serie de Fourier para aproximar un número desconocidos de cambios de forma desconocida en el componente determinista de la forma

$$\delta(t) = \delta_0 + \sum_{k=1}^N \delta_1^k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^N \delta_2^k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad [29]$$

donde  $k$  representa el número de frecuencias de la función de Fourier utilizada para obtener un buen ajuste de la estructura desconocida de  $\delta(t)$ ,  $t$  es el término de tendencia y  $T$  es el tamaño de la muestra.

Un principal problema relacionado con la especificación de [29] es la identificación de un número adecuado de frecuencias de la función de Fourier. Para abordar esta cuestión, se siguen los resultados y recomendaciones de Ludlow y Enders (2000), quienes demostraron que una sola frecuencia en la aproximación del desarrollo de Fourier es suficiente en aplicaciones empíricas para detectar cambios suaves de forma desconocida en el nivel de la serie. Pudiendo escribir [30] de la forma

$$\delta(t) = \delta_0 + \delta_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \delta_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad [30]$$

Con el valor adecuado y conocido de  $k$  se podría comprobar la presencia de rupturas estructurales desconocidas de [28] con la especificación de [30]. Como  $k$  suele ser un valor desconocido se sigue un procedimiento estándar de determinación que consiste en identificar un valor de  $k$  en el intervalo 1-5 que proporcione la menor suma residual de cuadrados. Se emplean frecuencias bajas ya que son las más apropiadas para capturar cambios estructurales frente a ciertos comportamientos cíclicos a corto plazo. El modelo [28] resultante con la especificación del componente determinista de [30] es

$$y_t = \delta_0 + \delta_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \delta_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \eta_t \quad [31]$$

La prueba estadística que proponen estos autores se realiza mediante el siguiente procedimiento. El primer paso consiste en encontrar la frecuencia óptima mediante la estimación del componente determinista no lineal en [31] utilizando MCO para valores de  $k$  entre 1-5. Seleccionando la  $k$  que minimice la suma de los cuadrados de los residuos. En el segundo paso

se implementan diferentes modelos lineales y no lineales de contraste de la hipótesis nula de no estacionariedad  $I(1)$  en los residuos de MCO del primer paso.

#### 4.3. Aplicación al tipo de cambio real euro-dólar estadounidense

Definida la serie temporal del tipo de cambio real y las metodologías. Se realizará el análisis empírico de la serie del logaritmo (neperiano) del tipo de cambio real euro-dólar estadounidense. Para ello se emplea el software Gretl, en el se ejecutan las diferentes pruebas para la muestra que se han considerado (enero de 1999 hasta diciembre de 2023).

En primer lugar, siguiendo la propuesta de Kapetanios y otros (2003) se ejecuta la prueba para comprobar la estacionariedad  $I(0)$  y no estacionariedad  $I(1)$  del tipo de cambio real. La representación de componentes inobservados de la serie temporal del tipo de cambio real que viene dada por [13], con el nivel medio constante y  $\eta_t$  el componente estocástico.

Dickey y Fuller (1979, 1981) proponen una ecuación de regresión alternativa que se puede utilizar para probar la presencia de raíz unitaria. Empleando los residuos del ajuste por MCO por el nivel medio constante,  $\hat{\eta}_t$ , esta regresión auxiliar se puede escribir de la forma

$$\Delta \hat{\eta}_t = \beta \hat{\eta}_{t-1} + v_t \quad [32]$$

donde  $v_t$  es el término de error con propiedades de media nula, varianza constante y puede presentar autocorrelación ( $\mu_v(i) = E[v_t, v_{t+j}] \neq 0$  con  $i = 1, 2, \dots, N$ ). Para el contraste se define la hipótesis nula de no estacionariedad  $I(1)$  de la forma  $H_0: \beta = 0$  y la hipótesis alternativa de estacionariedad  $I(0)$   $H_1: \beta < 0$ . Existe una enorme cantidad de procedimientos para el contraste, la propuesta de Dickey y Fuller (1979, 1981) se basa en solo si existe evidencia estadística suficiente de que  $\mu_v(i) = 0$  para todo  $i \geq 1$  proporciona resultados válidos del contraste. En caso contrario, no es válido el resultado del contraste empleando los valores críticos puesto que la distribución asintótica nula contiene parámetros molestos. Si el término de error  $v_t$  presenta autocorrelación, se propone utilizar la prueba ADF. Said y Dickey (1984, 1985) y Dickey y Pantula (1987) entre otros autores, proponen un ajuste o corrección general de [32]. Que consiste en considerar un valor de retardo ( $k$ ) apropiado para capturar en la nueva estructura autorregresiva toda la autocorrelación significativa de  $v_t$ . Se presenta la regresión auxiliar (en función de  $\hat{\eta}_t$ ) para el contraste de la forma

$$\Delta \hat{\eta}_t = \beta \hat{\eta}_{t-1} + \sum_{j=1}^k \phi_j \Delta \hat{\eta}_{t-j} + \varepsilon_t \quad [33]$$

La regla de decisión de existencia de raíz unitaria para esta prueba se hace empleando el estadístico-t y se corresponde con que si el estadístico-t > valor crítico de ADF, existe raíz unitaria. Sin embargo, si el estadístico t < valor crítico de ADF, no existe raíz unitaria. El número

de términos de  $k$  (retardos) que se incluye se determinan empíricamente siguiendo la idea de incluir los suficientes términos para que el término de error  $v_t$  no presente autocorrelación.

El procedimiento de determinación del número de retardos se basa en la propuesta de criterio de información Akaike (AIC) modificado de Ng y Perron (2001). Como los criterios de información como el AIC o el Bayesiano (BIC) tienden a seleccionar un retardo muy pequeño. En este criterio se selecciona el valor del retardo  $k = 1, \dots, k_{m\acute{a}x}$  que minimiza

$$\text{MIC}(k) = \ln(\hat{\sigma}_k^2) + \frac{C_T (\tau_T(k) + k)}{T - k_{m\acute{a}x}} \quad [34]$$

Donde  $\hat{\tau}_T(k) = \frac{\hat{\beta}^2}{\hat{\sigma}_k^2} \sum_{t=k_{m\acute{a}x}+1}^T \hat{\eta}_{t-1}^2$ ,  $y$   $\hat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{T - k_{m\acute{a}x}} \sum_{t=k_{m\acute{a}x}+1}^T \hat{\varepsilon}_{tk}^2$ . Con  $\hat{\beta}^2$  el estimador por MCO de  $\beta$  y  $\hat{\varepsilon}_{tk}$  los residuos para cada retardo. Cuando  $C_T = 2$  se obtiene el criterio modificado de Akaike (MAIC).

[Insertar Cuadro de resultados 1]

Con la elección del retardo  $k = 2$  por el criterio de información MAIC. Los resultados para los contrastes de Dickey-Fuller y ADF son

[Insertar Cuadro de resultados 2]

Como existe evidencia de autocorrelación en el término de error en el contraste Dickey-Fuller no es válido el resultado del contraste empleando los valores críticos puesto que la distribución asintótica nula contiene parámetros molestos. Para los resultados de ADF con dos retardos y ya que el término de error no presenta autocorrelación, se emplea el estadístico  $t$ , este es mayor que el valor crítico correspondiendo a la existencia de raíz unitaria. Si no se rechaza la hipótesis nula, la serie es no estacionaria. La no estacionariedad  $I(1)$  se interpreta como evidencia contraria de la forma fuerte de la hipótesis de la PPC.

En segundo lugar, se realizará el contraste de la alternativa ESTAR (1) de Kapetanios y otros (2003). Mediante la estimación por MCO del componente estocástico por la regresión auxiliar básica dada por [24] en la que ahora denotaremos a  $\rho = \beta$ .

[Insertar Cuadro de resultados 3]

La existencia de autocorrelación en el término de error de las regresiones auxiliar básica da lugar a que el resultado del contraste no sea válido. Por lo tanto, los valores críticos no son aplicables y se propone realizar una corrección paramétrica. Para ello se considera la versión aumentada de la regresión auxiliar dada por

$$\Delta \hat{\eta}_t = \beta \hat{\eta}_{t-1}^3 + \sum_{j=1}^p \lambda_j \Delta \hat{\eta}_{t-j} + \zeta_t \quad [35]$$

La hipótesis nula está definida por  $H_0: \beta = 0$ , la hipótesis alternativa por  $H_1: \beta < 0$ . Así para el contraste de la hipótesis nula de raíz unitaria autorregresiva y por tanto de no estacionariedad I(1), estos autores proponen emplear el estadístico-t. La hipótesis nula se rechaza para valores negativos grandes, en concreto, para valores más negativos que el correspondiente valor crítico derivado de la distribución asintótica nula. Valores críticos que podemos consultar en el Kapetanios y otros (2003). Los resultados obtenidos mediante la estimación por MCO del componente estocástico por la versión aumentada de la regresión auxiliar [35].

[Insertar Cuadro de resultados 4]

Para el valor crítico -3.48, los resultados revelan que el contraste no puede rechazar la presencia de raíz unitaria para la muestra. Por lo tanto, la no estacionariedad I(1) se interpreta como evidencia contraria de la forma fuerte de la hipótesis de la PPC.

En tercer lugar, se presenta la propuesta de Kruse (2011). Mediante la estimación por MCO del componente estocástico por la regresión auxiliar básica dada por [27] donde  $\rho = \beta$ , obtenemos los siguientes resultados

[Insertar Cuadro de resultados 5]

Como podemos observar hay evidencia de autocorrelación significativa en el término de error. Por ello, como en el caso anterior, tenemos que considerar la versión aumentada de la regresión auxiliar dada por

$$\Delta \hat{\eta}_t = \beta_1 \hat{\eta}_{t-1}^3 + \beta_2 \hat{\eta}_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^p \lambda_i \Delta \hat{\eta}_{t-i} + u_t \quad [36]$$

Ahora, esta generalización del procedimiento de contraste de la hipótesis nula de raíz unitaria autorregresiva exacta tenemos que  $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$  frente a cualquier otra alternativa compuesta  $H_1: \beta_1 < 0$  o  $\beta_2 \neq 0$ . Para ello se propone utilizarla versión modificada del estadístico de contraste de Wald basada en el trabajo de Abadir y Distaso (2007)

$$\widehat{W}_T = \left( \hat{\sigma}_{22}^2 - \frac{\hat{\sigma}_{12}^2}{\hat{\sigma}_{11}^2} \right)^{-1} \left( \hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_1 \frac{\hat{\sigma}_{12}}{\hat{\sigma}_{11}^2} \right)^2 + 1(\hat{\beta}_1 < 0) \frac{\hat{\beta}_1^2}{\hat{\sigma}_{11}^2} \quad [37]$$

Donde  $\hat{\beta}_i$ , ( $i = 1, 2$ ) son las estimaciones por MCO de  $\beta_i$ ,  $\hat{\sigma}_{i,j}^2$  ( $j = 1, 2$ ) son los estimadores por MCO de las varianzas y  $\hat{\sigma}_{i,j}$  los estimadores por MCO de las covarianzas. Para este estadístico se rechaza la hipótesis nula para valores grandes, mayor que los valores críticos.

Los resultados obtenidos de aplicar el contraste por Kruse (2011) a la regresión auxiliar aumentada es el siguiente

[Insertar Cuadro de resultados 6]

El contraste no rechazar la presencia de raíz unitaria para el valor crítico 9.61, la serie es no estacionaria. La no estacionariedad  $I(1)$  es evidencia no favorable de la forma fuerte de la hipótesis de la PPC.

Finalmente, se realiza la prueba de raíz unitaria desarrollada por Christopoulos y León-Ledesma (2010) que como hemos nombrado en el epígrafe anterior, consideran conjuntamente cambio estructural y el ajuste no lineal, fenómenos que pueden llevar al rechazo de la hipótesis de la PPC. El primer paso consiste en encontrar la frecuencia óptima ( $k$ ) mediante la estimación del componente determinista no lineal en [31] por MCO para valores de  $k$  entre 1-5. Consideramos  $y_t$  el logaritmo (neperiano) del tipo de cambio real en [31]. Se selecciona el  $k$  que minimice la suma de los cuadrados de los residuos.

[Insertar Cuadro de resultados 7]

Con la elección de  $k = 1$ , ya que proporciona la menor suma de residuos al cuadrado. Los resultados de la estimación por MCO en [31] son

[Insertar Cuadro de resultados 8]

Con un valor de  $\rho = 0.9703$  y un estadístico de Durbin-Watson de 0.05, indica que existe autocorrelación en los residuos del modelo. La autocorrelación de los residuos puede conducir a una subestimación de los errores estándar, lo que a su vez puede llevar a una sobreestimación de la significancia de los coeficientes del modelo propuesto. La utilización de los mismos para estimar otro modelo puede llevar a conclusiones erróneas sobre la importancia de las variables explicativas y a la validez del modelo en general.

Sin embargo, si se comprueba la presencia de raíz unitaria de los residuos mediante la propuesta de modelo no lineal de Kapetanios y otros (2003). Con la regresión auxiliar aumentada [35] y utilizando los residuos de la estimación por MCO del modelo [31] para  $k = 1$  ( $\hat{\eta}_t(k = 1)$ ), realizamos el contraste de raíz unitaria siguiendo el mismo procedimiento que en la prueba de la versión aumentada propuesta por Kapetanios y otros (2003) y utilizando 2 retardos se obtiene

[Insertar Cuadro de resultados 9]

Para los valores críticos de Christopoulos y León-Ledesma (2010) (valor crítico = - 3.86). Como la hipótesis nula se rechaza para valores negativos grandes y, en concreto, para valores más negativos que el correspondiente valor crítico. El contraste no rechaza la presencia de raíz

unitaria y el tipo de cambio real es no estacionario. Por lo tanto, la no estacionariedad  $I(1)$  es evidencia no favorable de la forma fuerte de la hipótesis de la PPC.

Con  $\hat{\eta}_t(k = 1)$ , se comprueba la presencia de raíz unitaria mediante [37] siguiendo el mismo procedimiento de la versión aumentada propuesta por Kruse (2011) utilizando 2 retardos se obtiene

[Insertar Cuadro de resultados 10]

Con los valores críticos proporcionados por Afonso-Rodríguez (2024) (valor crítico = 10.07). El contraste no rechazar la presencia de raíz unitaria, la serie es no estacionaria. La no estacionariedad  $I(1)$  es evidencia no favorable de la forma fuerte de la hipótesis de la PPC.

## 5. Conclusiones

Con el propósito de obtener evidencia empírica suficiente sobre la verosimilitud de la hipótesis de la PPC para el tipo de cambio real euro-dólar estadounidense, se han implementando contrastes que permiten capturar principalmente dos aspectos del comportamiento de los tipos de cambios reales (no linealidad y cambio estructural).

Los trabajos de Kapetanios y otros (2003) y Kruse (2011) emplean como hipótesis nula para el componente estocástico la propiedad de no estacionariedad  $I(1)$ . La ausencia de evidencia en contra de la hipótesis nula proporciona evidencia suficiente sobre la estacionariedad  $I(0)$ , evidencia a favor sobre la hipótesis de la PPC. La diferencia de estos contrastes frente a la alternativa Dickey-Fuller o ADF, radica en que bajo la hipótesis alternativa, la propiedad de estacionariedad  $I(0)$  es considerada de manera lineal en Dickey-Fuller y ADF, mientras que en los otros se considera de manera no lineal. En el trabajo de Christopoulos y León-Ledesma (2010) se modelizan los posibles cambios estructurales en el componente determinista en forma de cambios temporales suaves en el nivel medio de la serie que son compatibles con la hipótesis de la PPC. Los resultados obtenidos a partir de la aplicación de estos contrastes propuestos por la literatura empírica indican que no se rechaza la hipótesis nula de no estacionariedad  $I(1)$  para la serie temporal del tipo de cambio real entre el euro y el dólar estadounidense durante el periodo analizado. Siendo esto evidencia no favorable de la forma fuerte de la hipótesis de la PPC.

En este trabajo se ha mencionado el efecto HBS como una posible explicación de las desviaciones temporales en los tipos de cambio reales y la no validez de la hipótesis de la PPC. Al no abordar aspectos como las diferencias de productividad entre los sectores comerciables y no comerciables, puede generar desviaciones en los índices de precios de las economías consideradas. Otro aspecto a considerar, es la elección correcta del índice de precios. Si bien el



uso del índice de precios al consumo es ampliamente utilizado, futuras investigaciones podrían explorar si el uso de otro índice de precios proporciona resultados más favorables. Este trabajo podría beneficiarse de un análisis más profundo sobre como el efecto HBS y la elección del índice de precios podrían afectar a los resultados obtenidos y a la validez de estas hipótesis.

Ninguno de los enfoques utilizados para contrastar la PPC podría resolver definitivamente la hipótesis. La falta de evidencia indica que es necesario continuar investigando, utilizando diferentes métodos y contextos económicos, para obtener una comprensión más completa sobre la PPC.

## 6. Bibliografía

Abadir, K.M., W. Distaso (2007). Testing joint hypotheses when one of the alternatives is one-sided. *Journal of Econometrics*, 140 (2), 695-718.

Afonso-Rodríguez, J.A (2024). Modified Wald static for a unit root against ESTAR under Adjustment for Smooth breaks in the level of the series. Mimeo. Universidad de La Laguna.

Amara, J., D.H. Papell (2006). Testing for purchasing power parity using stationary covariates. *Applied Financial Economics*, 16(1-2), 29-39.

Assaf, A. (2008). Nonstationarity in real Exchange rates using unit root tests with a level shift at unknown time. *International Review of Economics and Finance*, 17(2), 269-278.

Bai, J., P. Perron (1998). Estimating and testing linear models with multiple structural changes. *Econometrica*, 66(1), 47-78.

Bai, J., S. Ng (2004) A PANIC attack on unit roots and cointegration. *Econometrica*, 72, 1127–1178

Balassa, B. (1964). The Purchasing Power Parity Doctrine: A Reappraisal. *Journal of Political Economy*, 72(6), 584-596.

Becker, R., W. Enders, S. Hurn (2004). A general test for time dependence in parameters. *Journal of Applied Econometrics*, 19, 899–906.

Becker, R., W. Enders, J. Lee (2006). A stationarity test in the presence of unknown number of smooth breaks. *Journal of Time Series Analysis*, 27, 381–409.

- Bierens, H.J. (1997). Testing the unit root with drift hypothesis against non linear trend stationarity, with an application to the U.S Price level and interestrate, *Journal of Econometrics*, 81, 29-64
- Bilson, J.F.O. (1978). The monetary approach to the Exchange rate: Some empirical evidence. *Staff Papers – International Monetary Fund*, 25(1), 48-75.
- Camarero, M., J.C. Cuestas, J. Ordoñez (2008). Nonlinear trend stationarity of real Exchange rates: The case of the Mediterranean countries. *International Journal of Banking, Accounting and Finance*, Inderscience Enterprises Ltd, 1(1), 30-46.
- Cassel, G. (1918). Abnormal deviations in international exchanges. *The Economic Journal*, 28(112), 413-415.
- Chan, K.S., H. Tong (1986). On estimating thresholds in autoregressive models. *Journal of Time Series Analysis*, 7(3), 179-190.
- Christopoulos, D.K., M.A. León-Ledesma (2010). Smooth breaks and non-linear mean reversion: Post-Bretton Woods real Exchange rates. *Journal of International Money and Finance*, 29(6), 1076-1093.
- Corbae, D., S. Ouliaris (1988). Cointegration and tests of purchasing power parity. *The Review of Economics and Statistics*, 70(3), 508-511.
- Crespo-Cuaresma, J., A. Orthofer (2010). Modeling and predicting the EUR/USD Exchange rate: The role of non linear adjustment to purchasing power parity. *Monetary Policy and the Economy*, Oesterreichische National bank (Austrian Central Bank), 2, 64-76.
- Crownover, C., J. Pippenger, D.G. Steigerwald (1996). Testing for absolute purchasing power parity. *Journal of International Money and Finance*, 15(5), 783-796.
- Dickey, D. A., W.A. Fuller (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*. 74, 427-431.
- Dickey, D. A., W.A. Fuller (1981). Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 49, 1057-1072.
- Dickey, D.A., S.G. Pantula (1987). Determining the order of differencing in autoregressive processes. *Journal of Business and Economic Statistics*, 5(4), 455-461.

- Dornbusch, R., T. Vogelsang (1991). Real Exchange Rates and Purchasing Power Parity. In: de Melo, J., A. Sapir (Eds.), Trade Theory and Economic Reform: North, South, and East, Essays in Honor of Bela Balassa, 1, 3–24. Basil Blackwell, Cambridge. Massachusetts.
- Dutt, S.D., D. Ghosh (1995). Purchasing power parity doctrine: Weak and strong form test. *Applied Economic Letters*, 2(9), 316-320.
- Elliott, G., E. Pesavento (2006). On the failure of purchasing power parity for bilateral Exchange rates after 1973. *Journal of Money, Credit and Banking*, 38(6), 1405-1430.
- Enders, W. (1988). ARIMA and cointegration tests of PPP under fixed and flexible Exchange rate regimes. *The Review of Economics and Statistics*, 70(3), 504-508.
- Enders, W., J. Lee (2004). Testing for a Unit Root with a Nonlinear Fourier Function. In *Econometric Society 2004 Far Eastern Meetings*, 457, 1-47.
- Escribano, A., O. Jordá (2001). Testing nonlinearity: Decision rules for selecting between logistic and exponential STAR models. *Spanish Economic Review*, 3(3), 193-209.
- Flôres, R., P.Y. Preumont, A. Szafarz (1999). Multivariate Unit Root Tests of the PPP Hypothesis. *Journal of Empirical Finance*, 6, 335-353.
- Frenkel, J.A. (1976). A monetary approach to the Exchange rate: Doctrinal aspects and empirical evidence. *The Scandinavian Journal of Economics*, 78(2), 200-224.
- Froot, K.A., K. Rogoff (1995). Perspectives on PPP and long-run real exchanges rates. In: Grossman, G.M., K. Rogoff (Eds.). *Handbook of International Economics*, 3(32), 1647-1688.
- Gadea, M.D., A. Montañés, M. Reyes (2004). The European Union currencies and the US dollar: from post- Bretton-Woods to the Euro. *Journal of International Money and Finance* 23(7-8), 1109-1136.
- Gengenbach, C., F.C. Palm, J.P. Urbain (2006). Panel unit root tests in the presence of cross-sectional dependencies: comparison and implications for modelling. *Econometric Reviews*, 29(2), 111-145.
- Gómez-Aguirre, M. (2009). La paridad del poder de compra una revisión crítica. *Revista Nicolaita de Estudios Económicos*, 4(2) 89- 112.
- Harrod, R. (1933). *International Economics*, Londres: Nisbet y Cambridge University Press.

- Hegwood, N.D., D.H. Papell (1998). Quasi purchasing power parity. *International Journal of Finance and Economics*, 3(4), 279-289.
- Ho, T.W. (2002). Searching stationarity in the real Exchange rates: Application of the SUR estimator. *Open Economies Review*, 13(3), 275-289.
- Huizinga, J. (1987). An empirical investigation of the long-run behavior of real Exchange rates. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 27, 149- 214.
- Igler, W. (2024). La Unión Europea y sus socios comerciales. Fichas técnicas sobre la Unión Europea.
- Im, K.S., M.H. Pesaran, Y. Shin (2003). Testing for Unit Roots in Heterogenous Panels. *Journal of econometrics*, 115(1), 53-74.
- Kalyoncu, H., K. Kalyoncu (2008). Purchasing power parity in OECD countries: Evidence form panel unit root. *Economic Modelling*, 25(3), 440-445.
- Kapetanios, G., Y. Shin, A. Snell (2003). Testing for a unit root in the nonlinear STAR frame work. *Journal of Econometrics*, 112(2), 359-379.
- Kim, S., L.R. Lima (2010). Local persistence and the PPP hypothesis. *Journal of International Money and Finance*, 29(3), 555-569.
- Kruse, R. (2011). A new unit root test against ESTAR based on a class of modified statitcs. *Statistical Papers*, 52(1), 71-85.
- Krugman, P.R. (1978). Purchasing power parity and exchangerates: Another look at the evidence. *Journal of International Economics*, 8(3), 397-407.
- Lanne, M., H. Lütkepohl, P. Saikkonen (2002). Comparison of unit root tests for time series with level shifts. *Journal of Time Series Analysis*, 23,667-685
- Lee, M. (1976). *Purchasing Power Parity*, New York: Marcel Dekker.
- Levitch, R. M. (1985). Empirical studies of Exchanger rates: Price behaviour, rate determination and market efficiency. *Handbook of International Economics*, 2(19), 979-1040.
- Leybourne, S., P. Newbold, D. Vougas (1998). Unit roots and smooth transitions. *Journal of Time Series Analysis*, 19 (1), 83-97.
- López, C., D.H. Papell (2002). Convergence to Purchasing Power Parity at the Commencement of the Euro. *Review of International Economics*, 15(1), 1-16.

- Lothian, J.R., M.P. Taylor (1996). Real Exchange rate behaviour: The recent float from the perspective of the past two centuries. *Journal of Political Economy*, 104(3), 488-509.
- Ludlow, J., W. Enders (2000). Estimating non-linear ARMA model using Fourier coefficients. *International Journal of Forecasting* 16, 333-347.
- Luukkonen, R., P. Saikkonen, T. Teräsvirta (1988). Testing linearity against smooth transition autoregressive models. *Biometrika*, 75(3), 491-499.
- Lyhagen, J. (2000). Why not use standard panel unit root tests for testing PPP (No. 413). SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance.
- Ng, S., P. Perron (2001). Lag length selection and the construction of unit root tests with good size and power. *Econometrica*, 69(6), 1519-1554.
- Officer, L.H. (1978). The relationship between absolute and relative purchasing power parity. *The Review of Economics and Statistics*, 60(4), 562-568.
- Officer L.H. (1980). Effective Exchange rates and prices ratios over the long run: a test of the purchasing power parity theory. *Canadian Journal of Economics*, 13(2), 206-30.
- Papell, D.H., R. Prodan (2006). Additional evidence of long-run purchasing power parity with restricted structural change. *Journal of Money, Credit and Banking*, 38(5), 1329-1349.
- Pérez-Jurado, M., J.L. Vega (1993). Paridad del Poder de Compra: un análisis empírico. Documento de Trabajo No. 9322. Servicio de Estudios, Banco de España.
- Phillips, P.C.B. (1987). Time series regression with a unit root. *Econometrica*, 55(2), 277-301.
- Phillips, P.C.B., P. Perron (1988). Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, 75(2), 335-346.
- Phillips, P.C.B., B.E. Hansen (1990) Statistical inference in instrumental variable regression with I(1) processes, *The Review of Economic Studies*, 57, 99-125.
- Rogoff, K. (1996). The purchasing power parity puzzle. *Journal of Economic Literature*, 34(2), 647-668.
- Said, S.E., D.A. Dickey (1984). Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order. *Biometrika*, 71(3), 599-607.
- Said, S.E., D.A. Dickey (1984). Hypothesis testing in ARIMA (p, 1, q) models. *Journal of the American Statistical Association*, 80(390), 369-374.

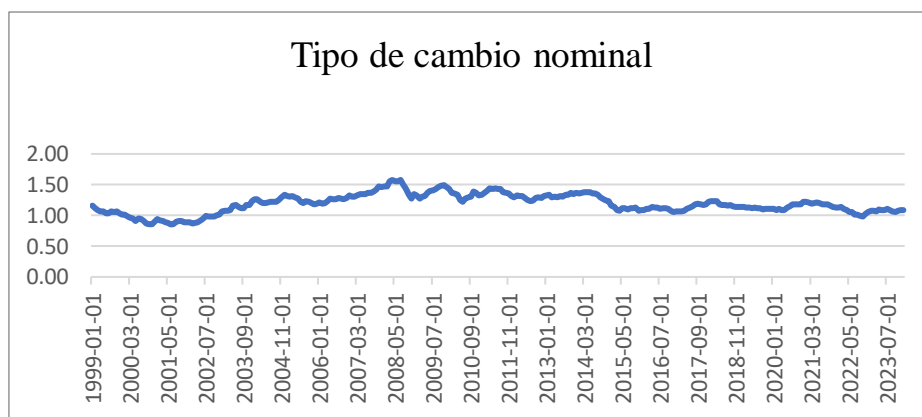
- Saikkonen, P., H. Lütkepohl (2002). Testing for a unit root in a time series with a level shift at unknown time. *Econometric Theory*, 18, 313-348.
- Samuelson, P.A. (1964). Theoretical Notes on Trade Problems. *Review of Economics and Statistics*. 46(2), 145-154.
- Sarno, L., M.P. Taylor (1998). Real Exchange rates under the recent float: Unequivocal evidence of mean reversion. *Economics Letters*, 60(2), 131-137.
- Sarno, L., M.P. Taylor (2002). Purchasing power parity and the real Exchange rate. *IMF Staff Papers*, 4(1), 65-105.
- Schulmeister, S. (2005). Purchasing power parities for tradables, exchange rates and Price competitiveness. *WIFO Studies*, WIFO (Austrian Institute of Economic Research), No. 25656.
- Schnatz, B. (2006). Is reversion to PPP in euro Exchange rates non-linear?. *International Economics and Economic Policy*, 4(3), 281-297.
- Taylor, M.P. (1988). An empirical examination of long-run purchasing power parity using cointegration techniques. *Applied Economics*, 20(10), 1369-1381.
- Taylor, A.M., M.P. Taylor (2004). The Purchasing Power Parity Debate. *Journal of Economic Perspective*, 8(4), 135-158.
- Taylor, M.P. (2006). Real Exchange rates and Purchasing Power Parity: mean-reversion in economic thought. *Applied Financial Economics*, 16(1-2), 1-17.
- Teräsvirta, T. (1994). Specification, estimation, and evaluation of smooth transition autoregressive models. *Journal of the American Statistical Association*, 89(425), 208-218.
- Teräsvirta, T. (1998). Modeling economic relationships with smooth transition regression. *Handbook of Applied Economic Statistics*, 15, 507-552.
- Vo, H.L., D.L. Vo (2023). The purchasing power parity and Exchange rates economics half a century on. *Journal of Economic Surveys*, 37(2), 446-479.
- Vogelsang, T. (1997). Wald-Type test for detecting breaks in the trend function of a dynamic time series. *Econometric Theory*, 13. 818-849.
- Wagner, M. (2008). On PPP, unit roots and panels. *Empirical Economics*, 35(2), 229-249.

Xu, Z. (2003). Purchasing power parity, Price índices, and Exchanges rates forecasts. Journal of International Money and Finance, 22(1), 105-130.

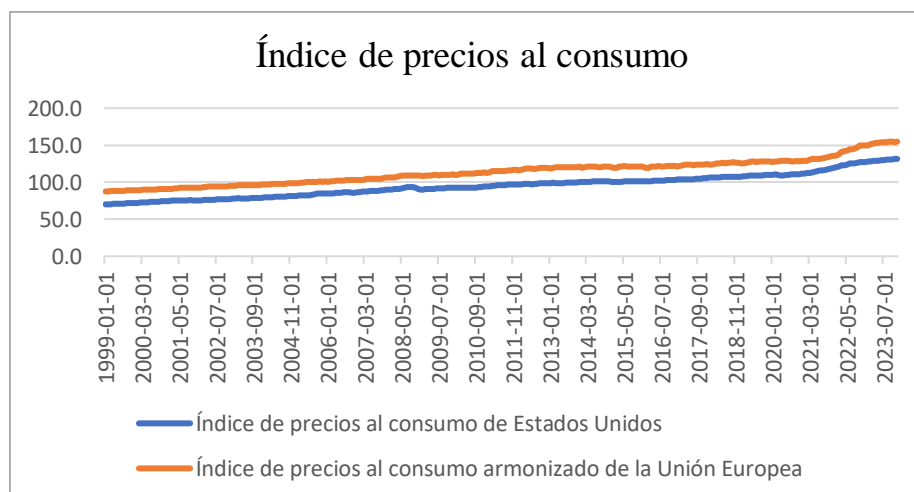
## Apéndice.

### 1. Gráficos

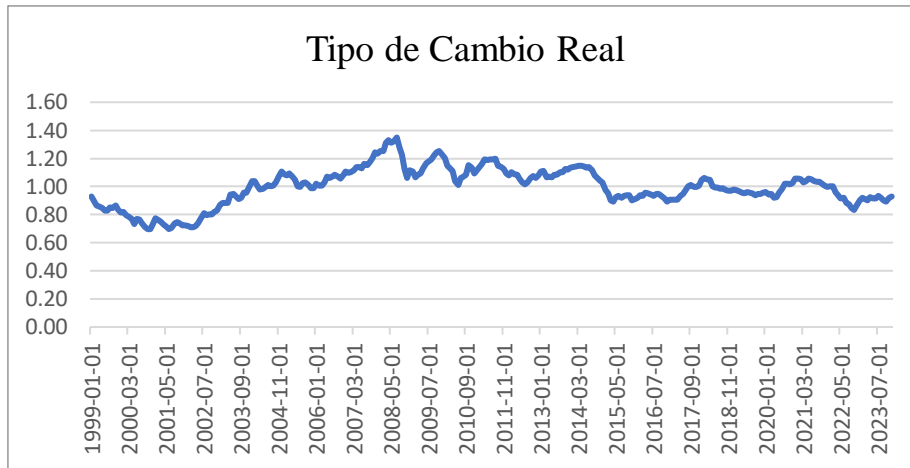
**Gráfico 1.** Tipo de cambio nominal. Dólar estadounidense por euro.



**Gráfico 2.** Índice de precios al consumo (EE. UU.) e índice de precios al consumo armonizado (U.E.).



**Gráfico 3.** Tipo de cambio real. Moneda doméstica el euro y moneda extranjera el dólar estadounidense.



## 2. Cuadros de resultados

**Cuadro de resultados 1.** Criterio de información MAIC.

Retardo	$\hat{\sigma}_k^2$	$\hat{\tau}_T(k)$	$MAIC(k) = \ln(\hat{\sigma}_k^2) + \frac{2(\tau_T(k)+k)}{T-k_{m\acute{a}x}}$
k=1	0.000476	4.0472	MAIC (k =1) = -7.6143
k=2	0.000473	3.5829	MAIC (k =2) = -7.6184
k=3	0.000472	3.9232	MAIC(k=3) = -7.6110
k=4	0.000471	4.2827	MAIC(k=4) = -7.6032
k=5	0.000471	4.4518	MAIC(k=5) = -7.5951
k=6	0.000470	4.8036	MAIC(k=6) = -7.5885
k=7	0.000466	3.9152	MAIC(k=7) = -7.5885
k=8	0.000466	4.3490	MAIC(k=8) = -7.5867
k=9	0.000465	3.9745	MAIC(k=9) = -7.5832
k=10	0.000465	4.4266	MAIC(k=10) = -7.5738



**Cuadro de resultados 2. Prueba Dickey - Fuller y prueba ADF**

	DF(k = 0)		ADF(k ≥ 1)	
	Estimación	Estadístico t	Estimación	Estadístico t
$\beta$	-0.01359	-1.427	-0.0172	-1.889
$\phi_1$	---	---	0.3373	5.848
$\phi_2$	---	---	-0.0782	-1.350
$\rho$	0.3141		0.001857	
$\widehat{ADF}_{\beta,T}(k) = \frac{T \hat{\beta}_T(k)}{1 - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{j,T}}$ $\widehat{ADF}_{\tau,T}(k) = \frac{T \hat{\beta}_T}{\hat{\sigma}_{\beta,T}(k)}$	$D\hat{F}_{\beta,T} = A\widehat{DF}_{\beta,T}(0) = T\hat{\beta}_T(k)$			
	0.0095		-1.889	

**Cuadro de resultados 3. Prueba propuesta por Kapetanios y otros (2003).**

	Estimación	Estadístico t
$\beta$	-0.214718	-1.561
$\rho$	0.313303	
- Durbin-Watson: 1.3645		

**Cuadro de resultados 4. Prueba de la versión aumentada propuesta por Kapetanios y otros (2003).**

	Estimación	Estadístico t
$\beta$	-0.2587	-1.968
$\lambda_1$	0.3380	5.861
$\lambda_2$	-0.0772	-1.332
$\rho$	-0.000021	
- H de Durbin: -0.003316		

**Cuadro de resultados 5.** Prueba propuesta por Kruse (2011).

	Estimación	Estadístico t
$\beta_1$	-0.286	-1.796
$\beta_2$	-0.0405	-0.8908
$\rho$	0.314255	
- Durbin-Watson: 1.3626		

**Cuadro de resultados 6.** Prueba de la versión aumentada propuesta por Kruse (2011).

	Estimación	Estadístico t
$\beta_1$	-0.3454	-2.262
$\beta_2$	-0.0480	-1.114
$\lambda_1$	0.3398	5.893
$\lambda_2$	-0.0729	-1.257
$\rho$	-0.000788	
- H de Durbin: -0.1217		
Matriz de varianzas y covarianzas:		
$\begin{pmatrix} 0.0233 & 0.0034 & -0.0005 & -0.0012 \\ & 0.0019 & -6.9706e-5 & 0.0002 \\ & & 0.0033 & 0.0010 \\ & & & 0.0033 \end{pmatrix}$		
- Estadístico de Wald: $\widehat{W}_T = 5.1173$		

**Cuadro de resultados 7.** Suma de residuos al cuadrado usando una frecuencia de 1-5.

Frecuencia	Suma de residuos al cuadrado
k=1	2.712527
k=2	4.523082
k=3	5.559149
k=4	5.910360
k=5	5.703660

**Cuadro de resultado 8.** Estimación por MCO para  $k = 1$

	Estimación	Estadístico t
$\delta_0$	-0.0150	-2.728
$\delta_1$	-0.1464	-18.76
$\delta_2$	0.0013	-0.1703
$\rho$	0.9703	
- Durbin-Watson: 0.0589		

**Cuadro de resultados 9.** Prueba propuesta por Christopoulos y León-Ledesma (2010) utilizando la propuesta del modelo no lineal de Kapetanios y otros (2003).

	Estimación	Estadístico t
$\beta$	-0.6383	-2.395
$\lambda_1$	0.3335	5.801
$\lambda_2$	-0.0803	-1.386
$\rho$	-0.000413	
- H de Durbin: -0.052864		

**Cuadro de resultados 10.** Prueba propuesta por Christopoulos y León-Ledesma (2010) utilizando la propuesta del modelo no lineal de Kruse (2011).

	Estimación	Estadístico t
$\beta_1$	-0.6382	-2.391
$\beta_2$	0.0019	0.0342
$\lambda_1$	0.3335	5.791
$\lambda_2$	-0.0803	-1.383
$\rho$	-0.000409	
- H de Durbin: -0.0580		
Matriz de varianzas y covarianzas:		
$\begin{pmatrix} 0.0712 & 8.3728e - 5 & -0.0009 & -0.0022 \\ & 0.00304 & -4.0983e - 6 & 9.3778e - 6 \\ & & 0.0033 & 0.0009 \\ & & & 0.0034 \end{pmatrix}$		
- Estadístico de Wald: $\widehat{W}_T = 5.7164$		