UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA

FACULTAD DE PSICOLOGÍA

Departamento de Psicología Educativa, Evolutiva y Psicobiología

Área de Psicología Evolutiva y de la Educación

¿ES RELEVANTE LA DISCREPANCIA CI-RENDIMIENTO EN EL DIAGNÓSTICO DE LAS DA EN ARITMÉTICA?

Tesis Doctoral presentada por Ana Isabel García Espinel

Dirigida por

Dr. D. Juan E. Jiménez González

A Juan

A mi niña

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo no hubiera sido posible sin la inestimable colaboración de diversas personas a las que quiero transmitir mi más sincero agradecimiento.

En primer lugar, quiero hacer constar mi mayor agradecimiento al director de esta Tesis, Dr. D. Juan E. Jiménez González por sus cualidades como científico y como formador que le han permitido realizar una admirable labor de dirección, en particular, agradezco su disponibilidad y el entusiasmo con que la ha ejercido.

Deseo agradecer a Elisa Negrín, Pilar Sosvilla, Candelaria Palmero, Pilar MO García, Elena González, Nuria Armas, Margot Fontán, Elena Moreno, Elsa Cabrera, Faustina Sosa, MO del Carmen Cruz, Rosa Walló y Emma Deniz por su valiosa colaboración en la costosa recogida de datos de esta investigación.

Quiero expresar mi mayor agradecimiento a los siguientes centros escolares: Camino Largo, Chapatal, y Ramiro de Maeztu y a los niños y niñas que participaron en esta investigación, sin cuya colaboración no hubiera sido posible realizar este trabajo.

A mi compañero Gustavo M. Ramírez por la rigurosidad con que ha realizado los análisis estadísticos de esta investigación, he de agradecerle también, su amabilidad y sentido del humor, que han hecho más llevadero este trabajo.

Asimismo quiero mencionar en este apartado, a mis compañeros Sergio Hernández, Bernardo Báez, Saro Ortíz, Gladys Yánez, Stephany Hess que han demostrado su interés por *la marcha de este trabajo y me han alentado en los momentos más delicados. En particular quiero expresar mi agradecimiento a Jose Tomás Bethencour por la bibliografía y la relación de personas expertas para la recogida de los datos de este trabajo que amablementeme me facilitó.*

Agradezco también la desinteresada colaboración de mi cuñado Guillermo Afonso y sus colegas de G.A.P. por el esmero con que han realizado el dibujo y diseño de las figuras de este trabajo. A José Chinea por su desvelo y dedicación al maquetado a los cuales debe su digna apariencia. A Ignace Vermaes por su participación en la elaboración de gráficas y tablas.

A mi querida amiga Ana Ruiz por su valiosa ayuda en la minuciosa elaboración de las referencias biliográficas.

Por último, debo mencionar el papel fundamental que para mí ha tenido la colaboración, preocupación y apoyo de mi familia. Especialmente la de mi pareja, por su ánimo e incondicional apoyo y sobre todo, por haber asumido el doble papel de padre y madre de mi hija. Con todo mi cariño, gracias, Juan.

Í N D I C E

I. INTRODUCCIÓN GENERAL

"Cada vez parece menos posible y será imposible, para un alumno del año 2000, afirmar que la matemática no le atañe directamente" (Vergnaud, en D'Amore, 1997, p. 9).

Con estas palabras de Vergnaud, se enfatiza la relevancia que encierra una adecuada adquisición de las habilidades matemáticas básicas como instrumento indispensable en nuestra sociedad. Contar objetos, leer y escribir números, realizar cálculos aritméticos y razonar con números son aspectos de muchas de las tareas más sencillas con las que se enfrentan cada día las personas adultas. Además de su importancia como herramienta para adaptarnos a las exigencias que demanda nuestro entorno, el dominio de las primeras nociones aritméticas es un primer paso para la adquisición de los conocimientos matemáticos de nivel superior que se exigen en ámbitos laborales o académicos de nuestra sociedad, cada vez más tecnificada.

Sin embargo, a pesar de su importancia, los resultados en la enseñanza de esta disciplina ponen de manifiesto la existencia de un alto índice de fracaso escolar, convirtiéndose en una asignatura poco atractiva que no se ajusta a los intereses, motivaciones y posibilidades de los niños. Esto puede ser debido, en parte, a que las matemáticas son una asignatura muy compleja que ejerce, además, una gran cantidad de demandas cognitivas, que no siempre son tenidas en cuenta en la metodología para su enseñanza, o no están presentes, en el repertorio de habilidades de los sujetos en el momento de su aprendizaje.

Por otra parte, a esto se une el hecho de que, tradicionalmente se ha considerado, que de los individuos que fracasan, cierto número de ellos, evidencian una incapacidad específica para las matemáticas. Así, diversos estudios (v.g., Badian, 1983; Kosc, 1974) coinciden en encontrar que aproximadamente un 6,4% de los niños manifiestan dificultades específicas (DA) para las matemáticas o discalculia. Hemos de hacer un paréntesis en este punto, para precisar una cuestión relativa al término DA que consideramos importante hacer notar, y es que los términos DA en matemáticas y DA en aritmética son utilizados indistintamente por los investigadores.

Los fracasos específicos en la aritmética se deben considerar como causados por factores de índole muy diversa, que unidos a la amplia gama de funciones que entran en juego en el aprendizaje de esta disciplina, nos pueden dar una idea de la complejidad del problema y de la dificultad a la hora de encontrar una explicación de su etiología. Por otro lado, el mismo término DA ha sido objeto de controversia por parte de los investigadores.

La cuestión más reciente que ha suscitado la polémica, ha sido la consideración de si el Cociente Intelectual (CI) debe ser tenido en cuenta como criterio de selección de los sujetos con DA, es decir, si éstos muestran un rendimiento insatisfactorio respecto a la capacidad que tienen para aprender, o lo que es lo mismo, si la discrepancia entre la habilidad intelectual, medida por el CI y el rendimiento en aritmética es el criterio decisivo para identificar a estos sujetos.

Uno de los supuestos sobre los que se sostiene este criterio consiste en afirmar que los procesos cognitivos involucrados en la aritmética son diferentes en los niños con DA y alto CI frente a los niños que alcanzan un rendimiento bajo en aritmética y también un bajo CI.

La validez de la discrepancia CI-rendimiento como criterio para el diagnostico de las Da ha quedado en entredicho a través de diversas investigaciones, en el área de la lectura, que han demostrado que los procesos cognitivos involucrados en la lectura son más importantes que el CI a la hora de identificar a niños DA en lectura.

Nuestro trabajo, pretende encontrar resultados similares en relación con la aritmética, ya que hasta el momento existen escasos trabajos en este sentido. Por ello, estudiaremos si existen diferencias en la resolución de problemas verbales aritméticos entre niños que presentan un rendimiento bajo en aritmética y niños que han sido clasificados en función del criterio de discrepancia CI-rendimiento.

Consideramos que este trabajo, tiene especial relevancia en la comprensión de la naturaleza de las DA ya que nos permitiría esclarecer cuáles son las características diferenciadoras de estos sujetos, que debemos tener en cuenta para poder así introducir mejoras en su aprendizaje. Asimismo, esperamos que contribuya al esclarecimiento de un término tan controvertido como el de DA.

Exponemos, seguidamente, el esquema que hemos seguido en la organización de este trabajo el cual consta de dos partes fundamentales: Marco teórico y Tratamiento experimental.

El Marco Teórico comprende tres capítulos que tratan de aproximarse al problema que nos ocupa en esta investigación.

En el *primer capítulo* hacemos, en primer lugar, un breve recorrido por los principales enfoques teóricos que mayor influencia han tenido en la explicación del desarrollo del aprendizaje de la aritmética, para seguidamente ofrecer una panorámica de las operaciones de suma y resta por su implicación en la resolución de problemas verbales aritméticos. A continuación abordaremos estos problemas verbales aritméticos dando a conocer su estructura, variables que afectan a su resolución y la progresión evololutiva que manifiestan los niños en su habilidad para resolverlos. Posteriormente, nos dedicamos a las distintas estrategias aditivas y substractivas de cuantificación infantil.

Otro acercamiento a los objetivos de nuestra investigación se hace en el *segundo capítulo*, donde nos ocupamos de la delimitación conceptual del término DA, y del concepto de discrepancia, que como vimos más arriba han estado íntimamente relacionados. De igual manera, planteamos aquí la cuestión de la relevancia del empleo del criterio de discrepancia en el diagnóstico de las DA en aritmética.

El *tercer capítulo*, nos permite adentrarnos en el campo específico del tema objeto de estudio, las DA en aritmética. En una primera parte de este capítulo, presentamos cual es la situación actual de la investigación acerca de las DA en aritmética. En una segunda parte, nos centramos en las aportaciones que, desde diferentes perspectivas teóricas, se han hecho al estudio de las dificultades específicas para la aritmética. Desde una de ellas, la perspectiva neurológica, se enfatizan los aspectos biológicos, relacionando las DA con alteraciones del funcionamiento cerebral de los sujetos. La perspectiva cognitiva, en cambio, adopta una postura más neutral en cuanto a la etiología última de las DA y se centra fundamentalmente en cómo se adquiere la información y qué procesos están involucrados en el rendimiento matemático. Desde este modelo, abordamos el estudio de las diferencias individuales en la resolución de problemas verbales aritméticos y en la elección de estrategias de cuantificación. Por último, la perspectiva educativa y evolutiva, enfatiza el papel de las variables más directamente relacionadas con el proceso de enseñanza-aprendizaje, como aspectos instruccionales, motivacionales, y del entorno sociocultural de los niños en el rendimiento en aritmética.

En la parte de Tratamiento Experimental, tras el planteamiento del problema e hipótesis, se incluyen tres estudios. El *primer estudio*, tiene como principal objetivo la selección adecuada de los sujetos a estudiar, asignándolos a cada uno de los tres grupos que conformarán nuestra investigación (rendimiento normal, discrepantes y no-discrepantes), además de analizar la influencia de algunas variables relevantes como la edad, sexo, rendimiento en aritmética, memoria de trabajo, e inteligencia. Mediante el *segundo estudio*, analizamos las diferencias individuales en la resolución de problemas verbales aritméticos en función de la estructura semántica y del lugar que ocupa la incógnita en los problemas. El *tercer estudio*, se ocupa de un análisis cualitativo de las estrategias de cuantificación que emplean los niños pertenecientes a cada grupo para la resolución de los problemas verbales aritméticos.

Finalizamos este trabajo con una discusión general y las conclusiones más relevantes que se derivan de los estudios realizados.

II. MARCO TEÓRICO

1. EL APRENDIZAJE DE LA ARITMÉTICA

1.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo haremos un breve análisis de las teorías explicativas del aprendizaje de la aritmética desde la perspectiva de la psicología del desarrollo. En primer lugar, describiremos los dos principales modelos explicativos que los investigadores suelen tomar con mayor frecuencia como referencia en relación a la adquisición del concepto de número en el niño, sus principios generales y adquisiciones básicas. En una segunda parte, nos adentraremos en las operaciones aritméticas elementales de adición y sustracción por estar éstas implicadas en la resolución de problemas verbales aritméticos. Analizaremos de éstos últimos, su clasificación, evolución y variables que afectan a su resolución. Dedicándonos principalmente, a las variables semánticas y el lugar en que se sitúa la incógnita en estos problemas, para posteriormente, dedicarnos a las distintas estrategias de resolución de tareas aditivas y sustractivas que emplean los niños encontradas a través de diversos trabajos mediante el método de entrevistas.

1.2. DESARROLLO TEMPRANO. DE LO INTUITIVO A LO FORMAL

Los seres humanos desde muy temprana edad, parecen estar preparados biológicamente para percibir y diferenciar cantidades (Karmiloff-Smith, 1992). Esto que durante un período bastante amplio de la psicología del desarrollo, parecía impensable, ha venido a demostrarse en diversos trabajos críticos surgidos como reacción a las concepciones del modelo piagetiano desde el que resultaba inconcebible atribuir principios relacionados con el número a los niños pequeños.

Diversos autores (Antel y Keating 1983; Cooper, 1984; Curtis y Strauss, 1982, 1983; Gelman, 1982; Starkey y Cooper, 1980; Starkey, Spelke y Gelman, 1980; Starkey, Spelke y Gelman, 1983; Strauss y Curtis, 1984) se han interesado por estudiar la adquisición del concepto de número como un proceso de dominio específico. En sus trabajos estos autores han confirmado la existencia de ciertas predisposiciones numéricas en los niños lo que denota un cierto *conocimiento intuitivo* del número. El paradigma de habituación-deshabituación ha sido uno de los más utilizados con la finalidad de determinar la naturaleza de estas disposiciones. Starkey y Cooper (1980) estudiaron las respuestas que ofrecían bebés de 4 a 6 meses y de 6 a 8 meses ante imágenes proyectadas en transparencias, que eran en las primeras presentaciones de 2 y 3 objetos, al tiempo que se emitía una secuencia de golpes igual al número de objetos presentados visualmente. El bebé interesado por este nuevo estímulo, fijaba la mirada en las imágenes y concentraban sistemáticamente su atención sobre la que tenía el mismo número de elementos que los golpes emitidos, es decir, podía hacer correspondencias intermodales basándose en la numerosidad de las representaciones. Tras varias presentaciones seguidas de 3 objetos, la novedad desaparecía y la atención por parte del niño disminuía. En este momento, se introducía un concepto numérico nuevo (v. g., cuatro objetos) acompañado del mismo número de golpes. Si el niño no se daba cuenta de la diferencia seguiría sin prestar atención. Sin embargo, los niños prestaban de nuevo atención, indicando que se daban cuenta de la diferencia. Tal como observaron los autores, parece que es la cualidad de *"tres"* la que dejaban de encontrar interesante. Este experimento también demuestra la capacidad de los niños de detectar correspondencias numéricas intermodales entre 2 y 3 objetos. Al parecer los niños poseen un proceso de correspondencia o numeración que les permite distinguir entre pequeños conjuntos de objetos. Estas conclusiones son verificadas por un estudio de seguimiento llevado a cabo por Starkey, Spelke y Gelman (1980), quienes le presentaban a niños de 6 a 8 meses muestras heterogéneas de objetos extraídas del entorno familiar del niño. La distribución espacial se varía de ensayo a ensayo. Los resultados cumplen las expectativas con respecto a la fase de deshabituación al prestar los niños más atención hacia muestras de diferente cantidad de objetos que en la de habituación.

Por su parte, Antell y Keating (1983), siguiendo este mismo paradigma, presentaban a niños recién nacidos tarjetas que contenían el mismo número de puntos, pero variaban en la longitud de las líneas y la densidad de los puntos. Después de habituarse a estos estímulos se presentaba a los niños una tercera tarjeta con un número distinto de puntos y se mantenía la longitud de la línea o la densidad de los puntos de las presentaciones a las que ya se habían habituado. Al igual que sucedía en los estudios ya descritos, los bebés mostraban atención renovada ante los cambios de número pero no cuando los cambios eran de longitud de la línea o densidad de los puntos. Sin embargo, esta capacidad desaparecía cuando los conjuntos eran demasiado grandes. Para estos autores la capacidad demostrada por los niños requeriría alguna forma de representación icónico-esquemática que parece estar muy alejada del punto de vista tradicional piagetiano sobre las capacidades numéricas de los bebés.

El conjunto de estos resultados indica que las respuestas discriminatoria de los bebés tiene que deberse a su capacidad de atender a los cambios que afectan al número de elementos en las representaciones y desechar otras características perceptivas. Parece que, aunque los bebés son capaces de discriminar perfectamente el color y la forma, los niños en las presentaciones donde existen cambios numéricos desechan los cambios de éstas características y atienden a los aspectos numéricos del estímulo (Karmiloff-Smith, 1992).

En torno a los dos años, surgen los primeros intentos de usar los números convencionales en situaciones muy concretas o a hacer uso de un *conocimiento informal* de las matemáticas (Bermejo, 1994). Los niños encuentran que el conocimiento intuitivo no es suficiente para abordar tareas cuantitativas, por lo que se apoyan cada vez más en instrumentos más precisos y flexibles, como los números y contar. Hacia los dos años y medio empiezan a utilizar la palabra *"dos"* para referirse a las pluralidades de dos o más objetos (Wagner y Walter, 1982). Hacia los dos años y medio empiezan a utilizar la palabra "tres" para designar *"muchos"* (más de dos objetos). Posteriormente mediante el empleo de la percepción directa junto con la actividad de contar, los niños descubren que las etiquetas numéricas como *"tres"* no están ligadas a la apariencia de conjuntos y son útiles para especificar conjuntos equivalentes. Contar ofrece a los niños el vínculo entre la percepción directa concreta y las ideas matemáticas abstractas, pero generales. Contar coloca el número abstracto y la aritmética elemental al alcance del niño pequeño (Baroody, 1988).

La actividad de contar y la aritmética informal se hacen cada vez menos útiles a medida que los números se hacen mayores. A medida que los números aumentan, los métodos informales se van haciendo cada vez más propensos a error. La matemática escrita y simbólica que se imparte en las escuelas supera las limitaciones de la aritmética informal. La *matemática formal* permite al niño pensar de una manera más abstracta y poderosa y abordar con eficacia los problemas en los que intervienen números grandes.

Resumiendo, la matemática informal de los niños es el paso intermedio crucial entre su conocimiento intuitivo, limitado e impreciso y basado en su percepción directa, y la matemática poderosa y precisa basada en símbolos abstractos que se aprenden en la escuela. Puesto que el aprendizaje implica una construcción a partir de conocimientos anteriores, el conocimiento informal es la base del aprendizaje significativo de la matemática formal. La investigación cognitiva indica que, independientemente de cómo se introduzcan las técnicas, símbolos y conceptos matemáticos en la escuela, los niños tienden a interpretar y abordar la matemática formal en función de su matemática informal (Hierbert, 1984; Ginsburg, 1997).

1.3. LA CONSTRUCCIÓN DEL NÚMERO

Existen dos explicaciones diferentes acerca de la adquisición del concepto de número en los niños. Desde una de ellas, el modelo piagetiano (Piaget y Szeminska, 1941), la capacidad para comprender y emplear el número sólo es posible en la medida que se adquieren una serie de conceptos y actividades previas, o, lo que es lo mismo; la capacidad de pensamiento lógico, por lo que antes de esta adquisición (hacia los siete años de edad) los niños son incapaces de comprender el número y la aritmética (Piaget, 1965). La otra alternativa, la del modelo de integración de habilidades (v. g., Gelman, 1972; Gelman y Gallistel, 1978; Kintsch, 1988), considera que la capacidad tanto para el empleo como para la comprensión del número se desarrolla directamente en el niño a partir de la experiencia de contar que tienen éstos. Contar desde ésta perspectiva es esencial para el desarrollo de la comprensión del número por parte del niño.

1.3.1. El concepto de número en Piaget

Durante la década de los sesenta cobran una gran importancia los trabajos del epistemólogo genético Jean Piaget sobre el desarrollo del conocimiento numérico en el niño. Piaget (Piaget y Szeminska, 1941) demostró que los niños construyen de forma activa una serie de estructuras necesarias para la comprensión del número. El concepto de número se basa en la síntesis de la clasificación de objetos equivalentes y la relación de los mismos. Estos autores llevan a cabo numerosos experimentos para probar como hipótesis principal que la construcción del número es correlativa al desarrollo de la lógica misma. Esta es la base que sustenta el concepto de número y no tiene nada que ver con los cálculos que realiza el niño durante los primeros años en el marco de la escolaridad formal. Los resultados de sus trabajos confirman esta idea. El número se va organizando etapa por etapa. Así, de su teoría es posible extraer las siguientes cuatro fases esenciales para su aprendizaje: 1) Fundamentación lógica, 2) Conservación del número, 3)

Coordinación cardinal-ordinal, 4) Aplicaciones del número.

1.3.1.1. Fundamentación lógica

Desde el modelo piagetiano se entiende el número como objeto de conocimiento construido a partir de la síntesis de las operaciones lógicas. El número se va organizando en estrecha relación tanto con la operación de **inclusión jerárquica**, como con la de **relaciones asimétricas** que deben ser aprendidas antes de cualquier planteamiento sobre el número.

La **inclusión jerárquica** se apoya fundamentalmente en la propia labor de formación de conjuntos (tareas de clasificación; que consisten en poder asignar una serie de objetos a un conjunto correcto según sus cualidades equivalentes) y en la relación de inclusión de clases (una clase es la suma de sus partes [subclases] y, por lo tanto, es mayor que cualquiera de ellas). Sin embargo, los más pequeños tienen dificultades para resolver los problemas de inclusión. La operación de inclusión no se completa hasta los seis o siete años en la etapa de las operaciones concretas y, por lo tanto, hasta esta etapa los niños son incapaces de comprender verdaderamente el número (Piaget, 1965).

Las **relaciones asimétricas** se fundamentan en las labores de seriación cualitativa (o clasificación de los elementos de un conjunto según sus diferencias de magnitudes tanto discretas como continuas) que aunque no se apoyan en la formación de conjuntos, sí lo hacen en una capacidad de discriminación de cualidades (Maza, 1989b). De esta manera, los números presentarían las siguientes propiedades: a) abstracción de cualidades, de manera que todos los objetos son equivalentes; b) orden, a fin de poder diferenciar entre objetos equivalentes; c) inclusión, de forma que, por ejemplo, tres contiene como subclases uno y dos y, a su vez, es una subclase de números mayores (Bermejo, 1990).

En resumen, Piaget afirmaba que el número no puede ser entendido en términos de un único concepto lógico, sino que es la unión de los conceptos de **seriación** y **clasificación** ya que enumerar un conjunto implica tratar todos los elementos como miembros de una misma clase al mismo tiempo que diferencia dentro del conjunto el primer elemento, el segundo etc. Además, los números forman un orden y constituyen una jerarquía de clases (Baroody, 1988).

1.3.1.2. Conservación

La conservación del número es una adquisición fundamental, y se consigue a través de un instrumento y un desarrollo cognitivo determinado. El instrumento será la formación de una **correspondencia uno-a-uno** entre conjuntos presentes o bien entre un conjunto y él mismo en distinta disposición (Maza, 1989b). La correspondencia uno-a-uno es la manera más simple de determinar la equivalencia entre conjuntos. Dos conjuntos son equivalentes o pertenecen a una misma clase, si se puede establecer una correspondencia biunívoca entre sus elementos respectivos. La equivalencia y la correspondencia biunívoca son el fundamento de la matemática formal y se consideran el fundamento psicológico del aprendizaje de las matemáticas (Baroody, 1988). La situación experimental empleada por Piaget para determinar si un niño es capaz de conservar el número, consiste en colocar un número de objetos equidistantes formando una fila. A continuación, se coloca otra fila de objetos formada exactamente por el mismo número, de manera que se establezca una correspondencia uno a uno entre ambas. Una vez que el niño admite que ambas hileras contienen el mismo número de elementos, introducimos un cambio puramente perceptivo consistente en modificar la densidad/longitud (i.e., estirar los objetos de una fila de manera que formen una fila más larga) y preguntamos al niño si sigue habiendo el mismo número de objetos en cada fila. Los niños menores de cinco años siempre sostienen que una de las filas (normalmente la más larga o según la presentación la más densa) tiene ahora más objetos que la otra (Piaget, 1968).

Para Piaget, la conservación de la cantidad es un indicador de la comprensión del número ya que sólo es inteligible en la medida en que éste permanece idéntico a sí mismo. Los mecanismos mentales que van a permitir la conservación son los de compensación e inversión, a su vez, ambos mecanismos están basados en la reversibilidad del pensamiento infantil. Según Piaget y Szeminska (1941), la conservación de la cantidad indica la comprensión de que una vez establecida la equivalencia entre dos conjuntos, los cambios de configuración no modificarían la relación de equivalencia, es decir, las relaciones de equivalencia se conservan a través de cualquier transformación no relevante en la apariencia física de un conjunto.

En general, se encuentra que los niños pequeños fracasan tanto en la situación de conservación como de correspondencia uno-a-uno, apreciándose una evolución para ambas nociones en función de la edad, con tres etapas diferentes. La primera finaliza en torno a los cinco años, se caracteriza por la ausencia de ambas nociones. En esta etapa, los niños consideran que los cambios perceptivos conllevan un cambio en la cantidad. La segunda etapa iría desde los cinco a los seis años y medio o siete. Se trata de una etapa de transición caracterizada por la existencia de respuestas intermedias de modo que estas serán erróneas a medida que se acentúan las diferencias entre los dos conjuntos. Finalmente, la tercera etapa se manifiesta a partir de los seis años y medio o siete, cuando el niño afirma sin dudarlo tanto la conservación como la equivalencia con independencia de la situación experimental. Los argumentos de los niños para justificar la conservación son de tres tipos: (1) de identidad, que puede ser simple (v. g., cuando el niño dice *"son las mismas fichas"*, o *"...los mismos caramelos"*, etc.) o aditivo (v. g., cuando dice: *"no se ha añadido ni quitado nada"*, (2) de reversibilidad, cuando señalan que puede volverse a la situación inicial; (3) argumento de compensación, cuando el niño indica, por ejemplo, que aunque la línea sea más corta también es la más densa y que la transformación es meramente espacial y no afecta al número.

1.3.1.3. Coordinación Cardinal-Ordinal

El criterio de cardinalidad se refiere a que el niño sepa aplicar la regla de cardinalidad, es decir, que sepa aplicar el proceso de recuento para llegar al tamaño de una colección y considerar el propio tamaño del conjunto como una propiedad estable de la colección (Piaget y Szeminska, 1941). Pero, no basta con la aplicación del criterio ordinal. Es necesario establecer un orden sobre los elementos que son objeto de recuento. Si no se hiciera así podrían quedar elementos sin contar o alguno podría ser contado más de una vez. Así pues, son dos los aspectos numéricos presentes en la determinación del número correspondiente a un conjunto:

1. Un aspecto cardinal, en relación con la correspondencia construida.

2. Un aspecto ordinal, en relación con el orden impuesto y la posición relativa de los elementos, unos respecto a otros (Maza, 1989b).

Por tanto, desde la concepción piagetiana, el número se adquiere sólo en la medida en que los aspectos cardinal y ordinal se coordinan entre sí, de forma que un elemento determinado de un conjunto se relacione con la serie numérica definida.

Esta coordinación entre lo cardinal y ordinal se fundamenta en la fase anterior de correspondencia del número donde se consolida la clasificación y seriación. El número se construye como una síntesis de dos actividades lógicas, siendo entonces evidente para Piaget, que esta construcción no es de naturaleza intuitiva sino operativa puesto que se rige por una serie de operaciones matemáticas anteriormente descritas.

La adquisición de este principio pasa también por una evolución en etapas. Estas son deducidas a partir de los experimentos piagetianos en los que se le propone al niño realizar una tarea de ordenación y correspondencia de dos conjuntos de elementos (un conjunto de bastones y otro de hombrecillos) en los que el tamaño era creciente en ambos, en la que además; debía ser capaz de reconstruir el valor ordinal (espaciando o invirtiendo la serie) de los distintos elementos, una vez que se deshacía la correspondencia inicial, y asignar un valor ordinal correspondiente al elemento propuesto por el experimentador.

En la primera etapa el niño es, en muchos casos, incapaz de realizar la seriación, realizando los emparejamientos de forma arbitraria o emparejando de forma global grandes con grandes y pequeños con pequeños. Cuando se deshace la correspondencia, el niño es incapaz de emparejar adecuadamente los elementos.

En la etapa segunda, el niño es capaz de realizar espontáneamente cualquier seriación. Sin embargo, al distanciarse las series, el niño se deja llevar por la percepción para determinar la posición relativa del elemento sobre el que se le pregunta (v. g., un hombrecillo) inclinándose a atribuir a éste elemento señalado un valor ordinal distinto del que atribuye al elemento del otro conjunto (v.g., un bastón). Este problema surge de una falta de coordinación entre lo cardinal y lo ordinal del número (Piaget y Szeminska, 1941).

Por último, en una tercera etapa, la seriación se realiza sin tanteos de forma que pueden incorporarse nuevos elementos a ambas series ordenadas, observando ya que dichos elementos no sólo pueden ser mayores que el anterior sino menores que el posterior. De igual forma es capaz de atribuir simultáneamente un valor cardinal y ordinal a un número determinado.

1.3.1.4. Aplicaciones del número

La última fase consiste en las diversas aplicaciones del número, fundamentalmente en torno a la composición y descomposición de números en tarea sencillas de suma y resta. Hasta esta última fase la mayoría de los niños han adquirido un cierto conocimiento operatorio de los números naturales pequeños que se completará hacia los siete años aproximadamente.

1.3.2. La oposición al punto de vista de Piaget

Los problemas a los que se enfrentan las ideas piagetianas sobre el número provienen, principalmente, de los diversos trabajos que se han centrado en demostrar que la adquisición del número sería más precoz de lo pretendido por Piaget. Para ello, los investigadores han empleado una gran cantidad de variantes experimentales de las tareas clásicas piagetianas (Bryant, 1974; Donalson; 1982; Kanno, 1979; Mehler y Bever, 1967).

Mehler y Bever (1967) afirman que, incluso, los niños de dos años y medio a tres años y dos meses, muestran ya el esquema de conservación aunque esta capacidad declinará de los tres años y dos meses a los cuatro años y seis meses debido a la emergencia, en este período del desarrollo infantil, de una estimación de criterios perceptivos que no existía anteriormente. Esta interpretación ha estado sujeta a críticas ya que los criterios perceptivos no parece que estén ausentes desde tan temprana edad (Gelman, 1972). También, para Bryant (1974), los preescolares se comportan como verdaderos conservadores siempre que la situación experimental no presente confictividad entre indicios perceptivos relevantes e irrelevantes para el número. Por ello, si el experimento se diseña camuflando aspectos perceptivos relevantes e irrelevantes de la situación, la edad a que se resuelve la tarea puede descender. Sin embargo, en trabajos posteriores Katz y Beilin (1976) obtienen resultados que contradicen la postura de Bryant. Además, y como ha subrayado Beilin (1989), la conservación no equivale a no hacer caso de la disposición espacial de los elementos, sino a centrarse específicamente en las transformaciones y razonar sobre ellas. No obstante, Gelman (1982) demostró que la disposición espacial es uno de los problemas con los que se encuentran los niños pequeños. Diseñó una tarea en la que las filas de objetos no se colocaban unos debajo de otros sino unos junto a otros, de esta forma, al cambiar la disposición espacial, no se alteraba directamente la correspondencia uno a uno entre los dos grupos de objetos. En este estudio, los niños tenían que seguir la pista de adiciones y sustracciones de objetos en cada uno de los dos grupos cuya disposición espacial cambiaba. Gelman demostró que siempre que se tratara de conjuntos reducidos de elementos, los niños de edad preescolar sabían que la operación de adición y sustracción alteran el tamaño del grupo mientras que cambiar la disposición espacial no tiene efecto sobre éste.

A raíz de una de sus más importantes investigaciones, Gelman y Gallistel (1978) sostienen que los niños pequeños tienen la capacidad de contar espontáneamente, si las condiciones de la prueba no inhiben el recuento. Sus conocidos "experimentos mágicos" consistían básicamente en colocar ante el niño dos platos con pequeños conjuntos de juguetes de plástico, añadiendo o quitando subrepticiamente a uno de los platos cubiertos uno o más elementos, observaban la reacción infantil al descubrirse el plato y se les pedía una explicación de la misma en caso de que mostrasen sorpresa. Gelman demostró que aunque no eran capaces de indicar exactamente cuántos elementos se habían modificado, los niños se daban cuenta del cambio sufrido. Además, éstos mismos niños consideraban irrelevante las modificaciones que afectaban sólo a la configuración espacial de los conjuntos o a atributos perceptivos tales como el color de los objetos. El niño, por tanto, se percataba de que había cambiado el número de juguetes en un plato mientras la transformación irrelevante no lo cambiaba. La observación por parte del niño del cardinal del conjunto se deduce del mismo hecho de que el niño utilice el recuento. A raíz de estos resultados, los autores deducen que existe un conocimiento a edad temprana de la regla de identidad y, por tanto, de conservación numérica de la cardinalidad. Sin embargo, estas conclusiones no han estado exentas de críticas. Una de las más importantes son las de Silverman y Briga (1981), según ellos no se puede afirmar que el niño sea conservador a partir de estos experimentos. Estos autores descubren que los niños fracasan en su estimación utilizando sólo dos o tres objetos, si se ocultan dos elementos de un conjunto en el momento de dar la respuesta, en cambio, los sujetos aciertan si solamente se les oculta un objeto. El niño, opinan, ante el ocultamiento de una parte de los elementos, no reacciona representando mentalmente el conjunto entero y procediendo luego a cuantificarlo, sino contando separadamente las partes cubierta y descubierta tratando después de sumarlos. Esto hace suponer a los autores que el éxito infantil en esta tarea se asentaría sobre pilares empíricos y no tanto lógicos como afirmaran Gelman y Gallistel. Este trabajo obliga a admitir que la conservación numérica en el niño sobre conjuntos pequeños no es una conservación rigurosa, sino una aproximación empírica a la misma. Y es empírica porque se basa en una representación numérica no establecida sobre apoyos lógicos (Maza, 1989b). El niño mayor, por el contrario, se funda en la correspondencia uno-a-uno, independientemente de la numerosidad o del cardinal de los conjuntos. Por tanto, para conservar no es necesario conocer el número exacto de objetos que hay en un conjunto. Si al principio se ha establecido la correspondencia uno-a-uno se puede trabajar con cantidades no especificadas. Lo que debe hacer el niño es centrarse en lo que ocurre durante la transformación, no en el producto final de ésta (Piaget y Szeminska, 1941). De hecho, como encontró Gold (1987), los tiempos de reacción de niños de menor edad en tareas de conservación con números pequeños son significativamente más elevados que los de los niños mayores en las mismas tareas con números grandes.

Gelman y Gallistel (1978) y Gelman (1982) consideran la existencia de dos niveles en la conservación:

1. En el primero, se utiliza fundamentalmente el recuento para determinar si dos cantidades pequeñas tienen igual valor numérico. Ello implica el entendimiento de que dos conjuntos numéricamente iguales sí tienen el mismo valor cardinal.

2. En el segundo, el uso y entendimiento de la correspondencia uno-a-uno conlleva a la habilidad para razonar sobre valores no especificados de grandes cantidades numéricas.

1.4. LA ESTIMACIÓN DEL NÚMERO

Como acabamos de ver, han existido diversas opiniones en contra de que sea la conservación el fenómeno explicativo de la adquisición del número en el niño. Pero en lo que se refiere a la forma en que construimos representaciones numéricas aún quedan muchos interrogantes por resolver. En relación a la representación de números grandes, existe unanimidad en considerar el recuento como el proceso fundamental (Maza, 1989b). Por lo que respecta a conjuntos reducidos, que como ya hemos visto, el niño pequeño es capaz de discriminarlos sin saber contar, existe una discusión aún no resuelta sobre los procesos cognitivos responsables de esta discriminación. Klarh y Wallace (1976) proponen tres tipos de operadores de cuantificación: la estimación, la subitización y el conteo. Otros añaden un cuarto operador la cardinación o emparejamiento (Brainnerd, 1979; Cowan, 1984; Fuson, Secada y Hall, 1983).

1.4.1. La estimación

La estimación sería un proceso cognitivo de alto nivel que se emplearía cuando no fuese posible la percepción inmediata o no hubiese tiempo para el conteo (Bermejo, 1990). Sin embargo, numerosos estudios suponen que el conteo incide en la estimación. Piaget y Szeminska (1941) negarían cualquier relación entre ambos procesos, ya que el conteo, según estos autores no jugaría ningún papel en el desarrollo del número. Para Newman y Berger (1984), sin embargo, el conteo o sus diferentes estrategias son un instrumento que ayudaría a la estimación numérica a los niños de seis a nueve años. Estos autores encuentran que existe una evolución de la estimación de la numerosidad relativa con la edad. En cambio, otros como Cowan (1987), no encuentran relación entre el nivel de conteo y la exactitud en la estimación de la numerosidad relativa en niños de tres a seis años y observa que los errores aumentan cuando se usan conjuntos grandes (hasta dieciséis elementos) que cuando se trata de conjuntos pequeños. No obstante, Cowan en sus experimentos encontró que los juicios cambiaban notablemente con la edad, sobre todo, cuando los niños superaban los seis años. Para éste autor es fundamental el papel desempeñado por la combinación subitización-conteo en la estimación de la numerosidad.

1.4.2. La subitización

La subitización, es aquel proceso rápido de apreciación de números pequeños que funciona con gran exactitud para cantidades de hasta cinco elementos (Kaufman, 1949). Mandler y Shebo (1882) y Gelman y Gallistel (1978) sostienen que la subitización es un proceso de alto nivel que es el resultado de procesos de recuento. Mientras que von Glasersfeld (1982) considera que es una operación puramente perceptiva que no implica procedimientos numéricos. Esta última postura sostiene que la subitización sería la capacidad de recitar la palabra correspondiente a un número en asociación a un determinado patrón visual. Pero, para los opositores de esta postura, el número no se percibe de forma similar a como, por ejemplo, se percibe el color. El número es algo que la mente impone sobre la realidad y cuando no se utilizan disposiciones espaciales privilegiadas, la subitización debe basarse en un rápido recuento y no sólo en procesos perceptivos. En su investigación, Mandler y Shebo (1982) constatan la existencia de dos procesos diferenciados de cuantificación, uno basado en la subitización y otro en el recuento. Estos procesos se presentan de forma similar en los adultos y en los niños. Su trabajo va en la línea de los de Gelman y Gallistel (1978) quienes consideran que la subitización llega a través del recuento y que consiste en la utilización de los denominados modelos canónicos (agrupaciones de objetos en estructuras regulares como, por ejemplo, las que aparecen en las caras de los dados o en las fichas del dominó) que se adquieren de forma paulatina y se utilizan para facilitar el recuento. Gelman y Gallistel defienden que el niño prefiere el recuento a la subitización y suponen que dadas las dificultades para tratar con recuento de números grandes, se inclinará a contar números pequeños, y con la secuencia de adquisición sería la siguiente: 1º) recuento de números pequeños, 2º) subitización de números pequeños, 3º) recuento de números grandes.

1.4.3. La cardinación o emparejamiento

Nos referiremos a los trabajos de Fuson (1988) en relación con la estimación del número por medio de la cardinación o el emparejamiento. Fuson encuentra un predominio de estrategias perceptivas (emparejamiento) sobre el conteo entre los niños más jóvenes (de tres y medio a cuatro años), que irán descendiendo progresivamente a medida que avanza la edad. Pero, cuando se utilizan en los experimentos criterios como la longitud, los niños de cuatro a cinco años se fundamentan más en este criterio que en el conteo. Aunque, cuando se cambia la instrucción pidiéndoles que señalen en qué hilera parece que hay más o en qué hilera hay realmente más, el niño emplea con más frecuencia el conteo que el emparejamiento.

Para terminar este apartado acerca de la estimación del número por parte de los niños, nos referiremos al conteo. Ya hemos mencionado que, desde la concepción piagetiana, se le resta todo interés al acto de contar. Piaget, no consideraba importante su conocimiento para la construcción del número por parte del niño. Decía que tenía un marcado origen social y que su uso aparecía conjuntamente con un aparente desconocimiento de los fundamentos lógicos del número. Sin embargo, a partir de las críticas al modelo piagetiano, existe una consideración diferente acerca de la importancia del conteo, debido fundamentalmente a los esfuerzos realizados por diversos investigadores por comprender los fundamentos del procedimiento de conteo. Este se entiende actualmente como una actividad compleja y que encierra en sí misma, diversos recursos lógicos y psicológicos (Maza, 1989b).

Desde el punto de vista cognitivo, el conteo sería anterior a la conservación del número e influirá en su adquisición posterior. Así Saxe (1979) descubre que los niños de cuatro a seis años adquieren primero el conteo y después la conservación, ya que los niños que conservan saben contar, pero no todos los que cuentan tienen adquirida la conservación. Para Saxe esta habilidad no está vinculada de forma directa. Y la exactitud en el conteo no sería crucial en el desarrollo de la conservación. Esto explicaría porqué algunos niños que tienen problemas de aprendizaje cuentan de forma incorrecta a pesar de ser buenos conservadores. Wagner y Walters (1982) afirman que el niño no llega a la conservación a través del conteo. En cambio, otros como Pennington, Wallach y Wallach (1980) sugieren que los niños de ocho a diez años pueden realizar operaciones de suma, resta y multiplicación sin haber adquirido de forma completa la conservación. Esta, sugieren, se va completando gradualmente a lo largo de los años. Hay autores que en sus investigaciones han encontrado una correlación positiva entre la conservación del número y el rendimiento en operaciones aritméticas (v.g., Hierbert y Carpenter, 1982). A pesar de ello, al igual que para la mayor parte de los investigadores en este área (Bermejo y Lago, 1988; Fuson, 1988; Hierbert, Carpenter y Moser, 1982) no es considerada como un prerrequisito para la adquisición de habilidades numéricas.

1.5. LA HABILIDAD DE CONTAR

El recuento o conteo es una de las actividades más frecuentes a que se dedican los niños en el nivel de Educación Infantil. A medida que aprenden la secuencia numérica, a través de su medio social la aplican a diversas situaciones de forma espontánea (Maza, 1989b). Existen diferentes concepciones teóricas de cómo adquiere el niño esta habilidad. Para unos sus inicios se fundamentan en una comprensión mecánica o en un aprendizaje memorístico carente de sentido (Baroody y Ginsburg, 1986, Briar y Siegler, 1984; von Glasersfeld, 1982). Desde este punto de vista, los conceptos numéricos y el conteo significativo se desarrollan de manera gradual, y son el resultado de aplicar técnicas para contar y conceptos de una sofisticación cada vez mayor. A su vez, esta sofisticación creciente desemboca en una comprensión también mayor. Así el desarrollo de técnicas y conceptos estaría entrelazado (Baroody, 1988).

Desde una perspectiva opuesta, (Gelman y Gallistel, 1978; Gelman y Meck 1986, Greeno, Riley y Gelman, 1984) defienden la existencia de unos principios que guiarían la adquisición del conocimiento cada vez más elaborado de la habilidad de contar. El modelo de Gelman y Gallistel (1978) es uno de los más representativos de esta orientación. Según éste modelo, el conteo estaría integrado en cinco principios: (1) correspondencia uno-a-uno; (2) orden estable; (3) cardinalidad; (4) abstracción; (5) orden irrelevante.

Desde el esquema propuesto por los autores, estos principios no se adquirirían como un bloque unitario. Esto permite estudiar los procesos cognitivos implicados en el procedimiento de conteo, así como la forma en que se adquieren cada uno de ellos. Además de determinar, en caso de una ejecución deficiente, en qué componentes se localizarían los problemas o si estos están en la integración de los mismos (Bermejo y Lago, 1990).

1.5.1. Correspondencia uno-a-uno

Este principio consiste esencialmente en la capacidad de asignar a cada elemento de un conjunto una sola palabra numérica y a cada palabra hacerle corresponder un sólo elemento. Este principio conlleva la coordinación de dos procesos: el de partición y el de etiquetación. La partición permite establecer las diferencias entre el conjunto de elementos que han sido contados y el conjunto de elementos que aún están sin contar. El paso de elementos de un conjunto de una categoría a otra puede realizarse mediante la separación física (señalamiento) o mental cuando el niño ha interiorizado la acción de señalar. La etiquetación requiere la existencia de un conjunto de etiquetas que se harían corresponder una sola vez con cada objeto. Se considera que el niño cumple este principio si señala y asigna una etiqueta a cada uno de los objetos del conjunto. Los niños son capaces de realizar esta asignación desde los dos años, pero cuando no se domina esta habilidad se cometen una serie de errores. Los encontrados por los autores en los ya mencionados experimentos mágicos, pertenecen principalmente al proceso de etiquetación o al de la coordinación entre ambos procesos y fundamentalmente son debidos a los problemas que plantea la finalización del conteo en los niños pequeños. Los errores de partición tienen lugar con más frecuencia cuando se cuentan conjuntos grandes. Se han identificado (Bermejo y Lago, 1990) cuatro categorías que exponemos aquí en orden decreciente de ocurrencia: 1ª) omitir objetos: dejar algún elemento sin etiquetar; 2ª) repeticiones de elementos: un elemento es contado más de una vez; 3ª) regresar a un ítem cuando éste y los próximos a él ya habían sido contados y; 4ª) finalizar el conteo cuando aún no han sido contados todos los elementos del conjunto.

Con posterioridad a los trabajos de Gelman y Gallistel sobre la correspondencia uno-a-uno, otros investigadores (Briars y Siegler, 1984; Gelman y Meck, 1986) han tratado el hecho de que, aunque esta es esencial para que se de un recuento correcto, puede no ser la única característica fundamental para el niño a la hora de contar, lo que ha dado lugar al planteamiento de ciertas dudas sobre su papel de principio inspirador del comportamiento infantil en el recuento. En el trabajo de Briars y Siegler (1984) los niños debían juzgar la ejecución de una muñeca que contaba varios elementos de un conjunto de objetos y que transgredía una serie de características tanto elementales (v. g., omitir elementos, asignar dos numerales a un mismo elemento, etc) como irrelevante (v. g., comenzar a contar de derecha a izquierda) para el recuento. Entre los hallazgos más importantes estaría el hecho de que los niños de cuatro y cinco años, consideran esencial para el conteo aquellas características relevantes, pero también consideraban que la muñeca cometía errores cuando transgredía las características irrelevantes. Concluyen, que esto es un indicador de que el principio uno a uno no guía el pensamiento infantil, sino que el niño aprende primero a ejecutar el recuento estándar y, después, va discriminando de forma gradual las características relevantes de las que no lo son. En un estudio posterior de similares características al de Briars y Siegler, Gelman y Meck (1986) encuentran una mayor proporción de aciertos por parte de los niños al considerar los errores cometidos durante el recuento por parte de la muñeca. Los autores atribuyen esta diferencia a variables de tipo metodológico, ya que en el trabajo de Briars y Siegler se les anticipaba a los niños que la muñeca sabía contar. Gelman y Meck, consideran que éste y otros estudios que han cuestionado el modelo de conteo propuesto, pueden estar realizando excesivas demandas sobre la competencia de utilización y de procedimiento de los niños y, en consecuencia, enmascararían su verdadera competencia conceptual.

Fuson (1988) ha llevado a cabo un análisis de la correspondencia uno-a-uno en el que destaca que el establecimiento de las correspondencias entre un conjunto de objetos y otro de etiquetas numéricas verbales, representa una actividad más compleja de lo reflejado en la definición propuesta por Gelman y colaboradores. Propone la existencia de dos correspondencias; una **espacial** entre el objeto y el acto de indicación (v. g., tocar o señalar con el dedo) y otra **temporal**, formada entre el acto de indicación y la etiqueta emitida. Estableciendo la siguiente clasificación de errores:

a) Errores relacionados con la no correspondencia temporal numeral-señalamiento como: (1) no etiquetar aunque se señale el objeto; (2) asignar más de una etiqueta a un ítem señalado sólo una vez; (3) asignación incompleta de la etiqueta: se señala un objeto al mismo tiempo que se emite la sílaba de la etiqueta que se termina de pronunciar en el siguiente ítem y; (4) decir una etiqueta sin señalar ningún ítem.

b) Errores relacionados con la inadecuada correspondencia espacial señalamiento-objeto como: (1) omisión de objetos o pasar de largo un objeto que no es señalado ni etiquetado; (2) repetición de un objeto que se señala o etiqueta más de una vez y; (3) contar sin que el numeral emitido corresponda a ningún objeto señalado.

c) Errores en los que se transgreden ambas correspondencias o errores duales como: (1) señalamientos múltiples ante una sola etiqueta; (2) señalamientos múltiples a un objeto sin que le sea asignada etiqueta alguna; (3) etiquetar sin señalar el objeto; (4) el niño hace un movimiento rasante con el dedo a lo largo de los ítems sin realizar señalamientos específicos, del mismo modo que las etiquetas son emitidas sin aparente conexión con los objetos y; (5) múltiples señalamientos dirigidos hacia el conjunto de objetos y no hacia los elementos del mismo, al tiempo que se emiten diversos numerales sin conexión con los señalamientos.

d) Errores que hacen referencia al conteo por segunda vez de un objeto después de haber sido contados otros elementos distintos de la muestra como: (1) invertir el conteo para volver a un elemento que ya había sido contado, y seguir con el recuento normal y; (2) recontar después de contar un objeto que había sido omitido.

La coordinación espacial (señalamiento-objeto) resulta más compleja para los niños pequeños (tres y medio a seis años) que la temporal (numeral-señalamiento). Los errores que cometen los niños más frecuentemente, según el estudio de Fuson, corresponden, por tanto, a la categoría señalamiento-objeto y son: la repetición de objetos, éstos son señalados y etiquetados dos veces, con una ocurrencia del 71% y, con un 66% la omisión de un objeto que no ha sido señalado ni etiquetado. Por lo que se refiere a la correspondencia temporal, se da frecuentemente (58%), el error de señalar un objeto sin asignarle etiqueta alguna.

1.5.2. Orden estable

El modelo de Gelman y Gallistel (1978) determina que la secuencia empleada para contar debe ser repetible y estar integrada por etiquetas numéricas. (i.e., los números se recitan siempre en el mismo orden). Aunque el niño pequeño tiene un conocimiento lingüístico limitado de la serie numérica completa, es capaz de utilizar este principio empleando una lista de numerales no convencional como, por ejemplo, : *"uno, dos, tres, ocho..."*. Esta es utilizada de forma estable en el recuento y se presenta conjuntamente con la correspondencia uno-a-uno correcta. Este principio, neutral con respecto al tipo de etiqueta, sólo requiere que éstas sean aplicadas de forma estable. Pero, ¿cómo es construida esta secuencia de números por parte del niño?. Basados en un estudio posterior al de Gelman y colaboradores, Fuson, Richards y Briars (1982) han elaborado una de las principales teorías explicativas del proceso de adquisición del recuento infantil dividiéndolo en dos fases fundamentales: de adquisición y de elaboración. Aunque estas fases son diferentes pueden solaparse debido a la necesidad de un largo período para adquirir y consolidar la secuencia estable de numerales.

Durante la fase de **adquisición** se inicia el aprendizaje de la secuencia convencional y el niño comienza a aplicarla en el recuento. En el transcurso de este período, la secuencia numérica funciona como una estructura global unidireccional que consta de tres fragmentos:

a) El primero de ellos es la parte inicial, que es estable y convencional. Suele llegar hasta diez o catorce en los niños de tres a cuatro años. De cuatro años y medio a cinco, la secuencia llega de catorce a veinte, mientras que próximo a los seis se pueden alcanzar los setenta primeros números.

b) El segundo fragmento del recuento, es una parte no convencional pero que es empleada de forma consistente por el niño. Esta parte contiene, fundamentalmente, palabras numéricas en el orden convencional, pero presentando ocasionalmente omisiones, repeticiones o inversiones locales del orden tradicional.

c) El tercer fragmento del recuento es la parte final que no es estable ni convencional. Se trata de producciones aleatorias, aunque es posible registrar durante ellas ciertas regularidades junto a palabras sin relación alguna con el orden convencional, lo que permite suponer a los autores que sirven de ensayo para su incorporación posterior a la parte estable. Según Fuson y colaboradores, falta aún una explicación de la naturaleza lógica y cognoscitiva del principio de orden estable, así como mayor evidencia en caso de postular su existencia.

En la segunda fase, la de **elaboración**, Fuson y col. (1982) distinguen cinco niveles:

1. Nivel de secuencia. En éste las palabras numéricas aparecen indiferenciadas dentro de la secuencia de manera que aquellas sólo pueden ser enunciadas dentro del recitado de la secuencia, entendida ésta como un todo. En esta etapa el niño no reflexiona sobre los numerales, resultando de

ello una no correspondencia entre el recitado de la secuencia, los actos motores y las unidades a contar. No se da, por tanto, la coordinación que supone el principio de correspondencia uno-a-uno (Maza, 1989b). Según Gelman y Gallistel este nivel sería anterior a los dos años y medio.

2. Nivel de cadena irrompible. En este nivel las palabras numéricas ya son distinguibles de las demás y permite ya establecer una correspondencia uno-a-uno en él. Aunque el recuento sigue siendo unidireccional, Fuson y sus colaboradores plantearon a niños de tres y cuatro años el problema de continuar con la secuencia numérica a partir de una palabra, o bien, de dos o tres palabras consecutivas. El número de aciertos aumentaba con la edad (que permitía desligar en mayor medida trozos dentro de la secuencia numérica tradicional) y con el número de palabras (que facilitaba la conciencia de la dirección del recuento).

3. Nivel de cadena fragmentable. En éste nivel, aparecería entre los tres años y medio y los cinco años (con números menores que diez) y los seis años (con números mayores que diez). Se da una mayor comprensión de las relaciones existentes entre las palabras numéricas. Esto permite al niño el recuento a partir de un punto cualquiera de la secuencia de numerales y el recuento desde un número dado hasta otro.

4. Nivel de cadena numerable. En este nivel, los numerales adquieren un mayor grado de abstracción, ya que éstos son tomados como objetos contables en sí mismos. Este nivel posee la característica específica de posibilitar al niño el poder numerar trozos de la secuencia numérica, lo que hace que pueda contar desde un número hasta otro, averiguando el número de palabras entre ambos, y contar un número específico de numerales a partir de uno determinado.

5. Nivel de cadena bidireccional. Se caracteriza por la culminación del proceso de

elaboración. La dirección no afecta al procedimiento de recuento pudiendo emitirse cambios de dirección en el recuento hacia delante y hacia detrás de forma rápida y flexible. Los dos últimos niveles se dominarían en edades posteriores a las de la Educación Infantil (Maza, 1989b).

1.5.3. Cardinalidad

Este principio asigna un significado especial a la última etiqueta numérica empleada en el recuento, al presentar no sólo el último objeto contado, sino también el número total o la suma de elementos. Los tres criterios considerados por Gelman y Gallistel (1978) para detectar el principio cardinal son tres: 1) el niño formulaba el recuento y repetía la última palabra numérica (v. g.,*"uno-dos-tres-tres"*); 2) marcar énfasis en el último numeral y, 3) asignar el valor correcto numéricamente sin dar muestras de haber contado. Los autores consideran que, incluso los niños de dos años y medio pueden aplicar este principio, aunque no sean capaces de llegar a una representación plena del mismo.

La edad de adquisición de este principio y los criterios de adquisición, han sido objeto de numerosas críticas por parte de los psicólogos del desarrollo. En lo referente a los criterios, algunos autores (Frydman y Bryant, 1988; Fuson, 1988) los han considerado demasiado laxos, fundamentalmente, por dos razones: a) porque consideran que su adquisición implicaría, no sólo aplicar el numeral correspondiente al cardinal del conjunto, sino también permitir hacer correspondencias numéricas entre conjuntos; y esto es algo que se desarrolla más adelante en el niño, y b) porque, como opinan otros (Fuson y Pergament, 1985), los dos primeros criterios pueden revelar la presencia del principio cardinal o simplemente, ser fruto de un aprendizaje en el que se asocia la pregunta *"¿Cuántos hay?"* a un tono diferente o a una repetición de la última palabra emitida en el recuento. Por otro lado, como ya hemos visto puede existir otro procedimiento diferente para determinar el cardinal de un conjunto como la subitización o la estimación (Bermejo y Lago, 1990)

En su trabajo, Fuson y Pergament (1985) examinaron la relación entre los principios de correspondencia uno-a-uno y orden estable con el de cardinaldad analizando las respuestas de los niños de distintas edades al solicitarles la respuesta de cardinalidad ante conjuntos de diferente tamaño (cuatro elementos, entre cuatro y siete, y más de siete). Consideraban únicamente como válido el último criterio propuesto por Gelman y Gallistel. Sus resultados no parecen demostrar que se diese el principio de cardinalidad junto con los otros dos principios por parte de los niños en ninguna de las tres cantidades. La relación entre los tres principios de conteo variaba según el tamaño del conjunto empleado. Todo ello revela, según Fuson y colaboradores que existe una independencia entre los tres principios de modo que el principio de cardinalidad no requiere de los dos anteriores. El hecho de que las respuestas dependan del tamaño de los conjuntos y de la edad de los niños, se debe a que éstos no seguían una regla relacionada con la cardinalidad del conjunto sino con una asociación fruto del aprendizaje de la pregunta *"¿Cuántos hay?"*.

Por lo que se refiere a la secuencia de evolutiva de adquisición de este principio, también existe desacuerdo con las propuestas de Gelman y Gallistel. Algunos autores (Bermejo y Lago, 1990; Frydmam y Bryant, 1988; Wynn, 1990) consideran que no se daría una aparición tan temprana de este principio en los conocimientos del niño acerca del número, sino que la comprensión del mismo supone un proceso evolutivo más o menos largo. En este sentido, Wynn (1990) demostró que los niños menores de dos años y medio parecen ignorar que el recuento produce una cardinalidad determinada cada vez que se cuenta. Si se les preguntaba *"¿Cuántos hay?"* los niños de dos años contaban correctamente, pero después no repetían la última etiqueta. Más aún: si a los niños de dos años que saben contar hasta cinco, les pedía que cojan "cinco objetos" de un montón, lo que hacen es coger un puñado y nunca recurrían espontáneamente al procedimiento de recuento para resolver la tarea. En cambio, no sucede así cuando esto mismo se les pide a niños de tres años. Wynn cree que la adquisición de este principio requiere aún otro año de desarrollo. Para otros autores, sin embargo, este principio aparecería aún más tarde. Bermejo y Lago (1990) han sistematizado las respuestas de niños e identifican seis niveles en la adquisición de la cardinalidad: (1) incomprensión de la situación y respuesta al azar; (2) repetición de la secuencia de conteo utilizada la cuál otorgan como respuesta; (3) volver a contar. Los niños establecen explícitamente una nueva correspondencia entre objetos y numerales para responder; (4) aplicación de la regla de "cuántos". El niño responde a la pregunta *"¿Cuántos hay?"* de forma mecánica con el último numeral de la secuencia numérica empleada en el conteo, independientemente del orden en que se haya emitido dicha secuencia (v. g., en la situación de conteo hacia atrás); (5) responder con el numeral mayor de la secuencia, sea o no el último y, (6) respuesta correcta de cardinalidad.

Podemos decir, a modo de resumen, que aún no están claramente establecidas las relaciones de este principio con otros procesos. Este puede surgir de la coordinación de principios que se apoyan mutuamente o depender de la aparición de principios más simples, organizándose jerárquicamente (Bermejo, 1990).

1.5.4. Abstracción

Los principios que hemos visto anteriormente, se refieren a los procedimientos de conteo o a cómo se cuenta. El cuarto principio, el de abstracción, hace referencia a qué es lo que se cuenta y establece que los principios anteriores pueden ser aplicados a cualquier colección de objetos, independientemente de la naturaleza de sus elementos. Steffe, von Glasersfeld y Richards (1983) han diferenciado cinco etapas en el desenvolvimiento de este principio, que consisten en la consideración, por parte del niño, de cuatro unidades diferentes de recuento que son progresivamente más abstractas.

1. **Unidades perceptivas**. Los objetos que se pueden contar en primer lugar son aquellos que estarían dentro del campo perceptivo infantil.

2. **Unidades figurales**. Son unidades que no están disponibles de forma directamente perceptiva pero que son representaciones (imágenes) de las mismas.

3. **Unidades motoras.** Se utilizan en el recuento de las unidades perceptivas y figurales. Son los actos motores y la pronunciación de forma secuencial de los numerales. En esta etapa, el numeral adquiere entidad por sí mismo, transformándose en objeto susceptible de ser contado.

4. **Unidades abstractas.** El niño ya aplica un modelo de recuento prescindiendo de las ayudas externas a su memoria, y toma ya una conciencia plena de la cantidad numérica, pudiendo hacer uso de estrategias sofisticadas de conteo.

1.5.5. Orden Irrelevante

Este principio afirma que el orden en que se enumeran los elementos de un conjunto no afecta a la determinación del cardinal de ese conjunto. Según el modelo de Gelman y Gallistel, los tres primeros principios son necesarios para comprender la irrelevancia del orden, aunque no son suficientes, ya que todos los niños que comprendían la irrelevancia del orden eran capaces de seguir los tres principios precedentes pero esto no sucedía al contrario. Esto fue confirmado por el estudio de Briars y Siegler (1984) comentado más arriba, según el cual los niños en edad preescolar consideraban el orden una característica relevante del conteo, lo que significa que éste es necesario a esta edad en la que se asientan los tres primeros principios.

En conclusión, para Gelman y Gallistel (1978) el desarrollo de estas cinco subhabilidades (correspondencia uno-a-uno, orden estable, cardinalidad, abstracción y orden irrelevante) debe fomentarse durante la etapa de la Educación Infantil, ya que sin ellos es imposible el progreso en la comprensión y utilización de las habilidades numéricas. La capacidad de contar se desarrollaría de forma que estos principios se irían integrando paulatinamente. Mediante la práctica los niños automatizarían la habilidad de contar y mediante ésta van tomando conciencia de la cualidad acumulativa de la secuencia numérica lo que daría paso tanto a la estimación y comprensión de magnitudes, como a las relaciones de equivalencia, sin depender ya de criterios perceptivos para comparar dos conjuntos.

1.6. OPERACIONES ARITMÉTICAS ELEMENTALES

1.6.1. La operación de sumar

La operación de sumar puede entenderse, desde el punto de vista formal, o bien como operación binaria, o bien como una operación unitaria (Weaver, 1982). La definición de la suma como operación binaria es la definición matemática más usual, y se explica como la combinación de dos conjuntos disjuntos o cardinales distintos, donde ambos ejercen el mismo papel. En cambio, la definición de la suma como una operación unitaria, entiende ésta como un cambio de estado de una cantidad inicial que se transforma en una cantidad mayor al añadírsele una segunda cantidad, aquí las dos cantidades ejercen papeles diferentes, una es la cantidad inicial y otra es la que viene a adoptar el papel de operador al transformar la inicial en el resultado final.

En un principio, el niño tiene una concepción unitaria de la suma. (Baroody y Ginsburg, 1983; Weaver 1982) Así, por ejemplo, entiende que 2 + 6 no es lo mismo que 6 + 2. Ambas operaciones, son psicológicamente diferentes para el niño, que no espera obtener el mismo resultado en ambas. Posteriormente el niño entiende que ambas operaciones son equivalentes, ya que llevan al mismo resultado. Sólo cuando esto sucede, podemos decir que el niño comprende el significado de la propiedad conmutativa de la suma. Los niños van descubriendo esta propiedad a medida que tienen experiencia en la resolución de algoritmos de sumar (Bermejo, 1994).

1.6.1.1. Propiedades de la suma

Ya hemos visto como la propiedad conmutativa de la suma hace referencia a que el orden en que sean añadidos los sumandos no altera el resultado de la suma. Además, existen otras dos propiedades de la suma que al igual que la conmutativa el niño va adquiriendo con la resolución del algoritmo. La primera es la propiedad de identidad, ésta establece que cualquier número más el cero da lugar a ese mismo número. La segunda propiedad, la asociativa hace referencia a los diversos agrupamientos que se pueden realizar para resolver una adición con múltiples sumandos. El conocimiento y aplicación de estas tres propiedades va a permitir al niño obtener combinaciones más fáciles de ejecutar a la hora de resolver un problema, así como la adquisición de los hechos numéricos (Bermejo, 1994).

1.6.2. La operación de restar

La sustracción suele ser considerada como una operación compleja para los niños y su enseñanza se posterga habitualmente en el curriculum escolar con respecto a la adición. Es considerada como propia de los primeros años escolares. Sin embargo, una serie de autores han encontrado que niños de tres y cuatro años son capaces de determinar la cantidad substraída a un conjunto, cuando la acción comprendía de 2 a 5 objetos. Por lo tanto, antes de iniciar la escolaridad formal los niños pueden realizar restas sencillas, sin que ello implique una comprensión perfecta de esta operación (Bermejo, 1994). Esta capacidad se limita frecuentemente a aquellas situaciones en las que los niños pueden manipular objetos para representarse las acciones o cantidades propuestas en los problemas. Por otra parte, existe cierto tipo de tareas de restar que suponen un alto grado de dificultad para los niños incluso en cursos superiores de la enseñanza como 3º o 4º(Bermejo, 1990). Esto implica que el aprendizaje de la resta sigue un proceso lento y progresivo durante el cual el niño llega a comprender el alcance de dicha operación. Esta comprensión por parte del niño pasa por la adquisición de los cuatro principios básicos que fundamentan la operación de restar (Resnick y Omanson, 1987):

1. Composición aditiva de las cantidades. Se refiere al conocimiento de las diferentes formas en que se pueden descomponer los términos de la substracción, por ejemplo, en la resta 9 - 5, es preciso que el niño conozca que el minuendo puede descomponerse en 5 y 4.

2. Valor posicional. Se refiere a la comprensión por parte del niño de los distintos valores que toman los dígitos dependiendo del lugar que ocupen en la cifra, así en 15, el 1 significa el valor de la decena y el 5 el de las unidades. Además estos valores son diferentes en las "llevadas" según la columna sobre la que se sitúen.

3. Realización de cálculos con partes. Este principio permite que se opere entre las unidades, decenas, centenas, etc.

4. Recomposición y conservación del minuendo. Este último principio señala que en caso de que el substraendo sea mayor que el minuendo, se tome prestada una unidad de la columna siguiente para evitar que el resultado sea negativo en alguna de las columnas, garantizándose el valor total del minuendo

1.6.2.1 Concepto formal de la resta

Por su naturaleza, la resta es una operación unidireccional y de carácter unitario, es decir la resta parte de una cantidad inicial de elementos de la que posteriormente es retirada otra cantidad que pasa a transformar la primera. En este caso, los papeles de las dos cantidades nunca son intercambiables. La operación de restar no encierra la idea estática de simultaneidad sino la dinámica de cambio de estado. Es por ello que esta operación parece ajustarse más al concepto de operación unitaria (Maza, 1989a).

Las concepción que hemos visto, de la suma y resta como dinámicas y estáticas tendrá una importante repercusión en el planteamiento de los problemas verbales, como tendremos ocasión de ver más adelante.

1.7. PROBLEMAS VERBALES ARITMÉTICOS

Desde inicio de la década de los ochenta se insiste en la relevancia de los problemas verbales en la formación matemática de los niños. Hasta ahora los problemas verbales se empleaban como ejercicios de aplicación de los algoritmos de suma y resta por existir la asunción común de que los problemas verbales eran difíciles para los niños de todas las edades y que debían dominar las operaciones de adición y sustracción antes de resolver incluso sencillos problemas verbales. Sin embargo, hoy en día, el mayor énfasis recae en el aprendizaje de la resolución de los problemas verbales, porque se sabe que éste da sentido a la adición y sustracción y representa una vía alternativa para el desarrollo de los conceptos de adición y sustracción en la escuela (Carpenter y Moser, 1982). De hecho, los niños pequeños son capaces de resolver problemas sencillos de adición y sustracción cuando disponen de objetos concretos para representarlos. Además, desde el punto de vista de la motivación y de la significación del aprendizaje, la introducción de los problemas verbales en los programas de los primeros cursos escolares aproxima las matemáticas a las experiencias extraescolares de los niños y a sus aprendizajes informales. Ello facilita el aprendizaje de conceptos, operaciones y símbolos aritméticos. Estos hechos han llevado a los educadores a considerar la enseñanza de la resolución de los problemas verbales aritméticos como un principio didáctico fundamental en la enseñanza de la aritmética alrededor del cual giran todos los componentes didácticos (Maza, 1989a).

El estudio de la manera como los niños resuelven los distintos problemas verbales, ha sido una de las áreas de la psicología cognitiva del aprendizaje de la aritmética que más atención ha recibido por parte de los investigadores. Esto ha sido consecuencia de las dificultades que estos presentan para los niños, de modo que incluso los que resuelven eficazmente los algoritmos, se encuentran con frecuencia con obstáculos a la hora de aplicar estos procedimientos a los problemas verbales (Bermejo, 1990). Así, se ha encontrado que los escolares cometían de forma reiterada errores en la resolución del problema a la hora de aplicar correctamente la operación aritmética demandada por el mismo. Estos fallos parecían derivar de dificultades conceptuales previas en la forma de interpretar las acciones y relaciones implícitas en el problema que les indicase la operación idónea para solucionarlo.

1.7.1. Estructura de los problemas de suma y resta

A consecuencia de los errores de los niños en la resolución de problemas verbales, surgen numerosas investigaciones destinadas a examinar la relación entre las distintas variables presentes en el problema respecto a la capacidad infantil de resolución. Existen diferentes enfoques teóricos según el tipo de variables examinadas. Estos se refieren principalmente a las variables sintácticas y lingüísticas, lugar ocupado por la incógnita y estructura semántica.

1.7.1.1. Variables sintácticas y lingüísticas

Los principales estudios sobre los aspectos sintácticos de los problemas verbales han sido realizados por Jerman y sus colaboradores en el marco de un programa de instrucción aritmética asistida por ordenador (Jerman, 1974, Jerman y Rees, 1972, Jerman y Mirman, 1974). Los componentes sintácticos forma parte de la estructura superficial del problema y tiene que ver con la disposición y características gramaticales de los enunciados presentes en el problema. Puede ser descrita en función de diferentes variables de las que citaremos la clasificación hecha por Barnett (1979):

a) El tamaño del problema, que se puede medir por el número de caracteres (i.e., letras o números), de las palabras o frases.

b) La complejidad gramatical, que puede referirse al número de sustantivos, calificativos, pronombres... etc., o al tipo de oraciones que constituyen el texto del problema (i.e, coordinadas, subordinadas, pasivas, etc.)

c) La forma de presentación de los datos, mediante números, símbolos o palabras.

d) La situación de la pregunta en el texto del problema, (i.e.; si está aislada de la parte informativa del texto o el texto es toda una pregunta).

e) La secuencia o el orden de presentación de los datos, fundamentalmente si el orden en que aparecen en el texto del problema se corresponde con el orden en que estos han de ser considerados al efectuar las operaciones necesarias para la solución del problema.

Loftus (1970), Jerman (1971) y Jerman y Rees (1972), pudieron constatar que las variables sintácticas como longitud del problema, complejidad gramatical de los enunciados, orden de estos enunciados afectaban a la facilidad de resolución.

Las principales variables lingüísticas hacen referencia al tipo y tiempo de los verbos empleados en los enunciados de los problemas. No existen estudios sistemáticos sobre la influencia del tiempo de los verbos, pero sí se ha considerado el hecho de que determinados verbos son más adecuados que otros para referirse a una operación determinada (Maza, 1989a). El niño puede asociar la operación de sumar a los verbos añadir, unir, juntar o reunir, mientras que para la resta los verbos más adecuados se consideran quitar, descontar, perder (González y col., 1986, citado en Maza, 1989a)

1.7.1.2. Tipos de sentencias según el lugar de la incógnita

Algunos estudios se han dirigido a considerar el efecto que tiene la posición ocupada por la incógnita o "término desconocido" sobre el planteamiento del problema (Hierbert, 1982; Groen y Poll; 1973, Grouws, 1972; Lindvall e Ibarra, 1980; Rosenthal y Resnick, 1974;). Se pueden formular tres tipos de sentencia para cada una de las operaciones de suma o resta:

	Suma	**Resta**
I	a + b = ?	a - b = ?
II	a + ? = c	a - ? = c
III	? + b = c	? - b = c

	Suma	Resta

Figura 1: Tipos de sentencias (tomado de Maza, 1989).

Se ha comprobado (Grouws, 1972; Lindvall e Ibarra, 1980) que el tipo de sentencia en el que están formulados los problemas -cuando se presentan las operaciones ya elaboradas a través de símbolos exclusivamente- ejerce influencia en su resolución, de modo que las sentencias canónicas (I) son más fáciles de resolver que las no canónicas (II y III).

Carpenter y Moser (1983) resumen los resultados obtenidos en varios estudios realizados con niños de 1º a 3º de E.G.B. sobre los niveles de dificultad correspondientes a esta clasificación de las proposiciones:

1. Las sentencias canónicas de adición y substracción (a + b = ?, a - b = ?) son generalmente menos difíciles que las no canónicas.

2. Las sentencias canónicas de substracción son generalmente más difíciles que las sentencias canónicas de adición.

3. No hay diferencias claras de dificultad entre las tres sentencias siguientes. a + ? = c, ? + b = c, a - ? = c.

4. La sentencia de minuendo desconocido (? - b = c) es significativamente más difícil que las demás.

5. Las sentencias con la operación en el lado derecho del signo igual (por ejemplo, c = a + ?, o ? = a + b) son significativamente más difíciles que las paralelas con la operación a la izquierda. Ello está en relación con la influencia de la variable sintáctica del orden de los enunciados (Maza, 1989a).

1.7.1.3. Estructura semántica

Los problemas verbales aritméticos se distinguen también por tener una estructura semántica característica. Diferentes trabajos empíricos han demostrado que la estructura semántica es una variable más relevante que la sintaxis para determinar los procesos que usan los niños en la solución de los problemas (Carpenter, Hiebert y Moser, 1981; Carpenter y Moser, 1982). Carpenter y Moser (1982) identifican tres dimensiones o criterios fundamentales que determinan la clasificación semántica de los problemas: 1ª) una dimensión dinámica-estática, que explica la relación existente entre los conjuntos de objetos implicados en la tarea, de manera que, en algunos casos, la operación incluye un cambio de una cantidad inicial que es transformada en otra mediante una acción; mientras que en otros las cantidades se relacionan de forma estática, 2ª) esta dimensión se refiere a la relación inclusiva parte-todo, en el sentido de que en algunos problemas dos cantidades son subconjuntos de una tercera, 3ª) la última dimensión tiene lugar en los problemas que implican acción, ésta puede ser de aumento o disminución de la cantidad inicial propuesta. A partir de estos criterios Carpenter y Moser, (1983) proponen una clasificación diferenciando cuatro grandes categorías de problemas: problemas de Cambio, Combinación, Comparación, e Igualación. Está taxonomía es consensuada por la mayoría de los autores (Carpenter y Moser, 1982, 1983, 1984, 1985; Fuson, 1992; Heller y Greeno, 1978; Kintsch y Greeno, 1985; Riley, 1981; Riley, Greeno y Heller, 1983). Además, cada uno de estos cuatro tipos de problemas puede variar de acuerdo a una cuarta característica; el tipo de sentencia que implique su enunciado que puede ser canónica o no canónica, según la incógnita se sitúe en el resultado o en alguno de los términos de la operación.

Pasamos seguidamente, a describir con más detalle cada uno de ellos.

a) Problemas de Cambio

Están referidos a situaciones dinámicas y se caracterizan por la acción implícita o explícita de transformación sobre una cantidad inicial, la cuál experimenta un cambio (incremento o decremento) y resulta una cantidad final. Las tres cantidades presentes en el problema reciben, por tanto, los nombres de cantidad inicial, final y de cambio o diferencia entre la inicial y la final. Otros autores como Vergnaud (1982), califican a estos problemas con la etiqueta de ETE: estado-transformación-estado.

Existen seis subtipos de problemas de Cambio que son resultado del producto de los tres lugares en que se puede encontrar la incógnita del problema (resultado desconocido, cambio desconocido y cantidad inicial desconocida) por las dos posibles acciones de transformación (aumento vs. disminución). Así los problemas de Cambio 1, 3 y 5 suelen agruparse bajo la denominación de Cambio/Unión ya que suponen un aumento de la cantidad inicial, para distinguirlos de los restantes, llamados de Cambio/Separación que suponen una disminución. Los problemas de Cambio 1 y Cambio 6 se resuelven mediante una suma y los demás mediante una resta. Su clasificación se hace más evidente al examinar los ejemplos que siguen a continuación:

Resultado desconocido

Acción: incremento

Cambio 1: Juan tenía 3 boliches, María le dió 5 boliches más. ¿Cuántos boliches tiene ahora Juan?

Acción: decremento

Cambio 2: Juan tenía 8 boliches y dió 3 a María. ¿Cuántos boliches tiene ahora Juan?

Cambio desconocido

Acción: incremento

Cambio 3: Juan tenía 8 boliches. Después, María le da algunos más. Ahora Juan tiene 8 boliches ¿ Cuántos boliches le dió María?

Acción: decremento

Cambio 4: Juan tenía 8 boliches. Después, le dió algunos boliches a María. Ahora Juan tiene 3 boliches ¿ Cuántos boliches le dio a María?

Inicio desconocido

Acción: incremento

Cambio 5 : Juan tenía algunos boliches. Después María le dió 5 Boliches más. Ahora Juan tiene 8 boliches ¿ Cuántos boliches tenía Juan al principio?

Acción : decremento

Cambio 6: Juan tenía algunos boliches. Después le dió 5 boliches a María y se quedó con 3 boliches. ¿Cuántos boliches tenía Juan al principio?

b) Problemas de Combinación

Se incluyen en esta categoría los problemas en los que se describe una relación entre conjuntos que responde al esquema parte-parte-todo. Es decir, se refieren a situaciones estáticas en las que se proponen dos cantidades disjuntas que se combinan, pudiendo ser consideradas aisladamente o como parte de un todo, sin que haya ningún tipo de acción transformadora sobre ellas. Existen dos subtipos de problemas de Combinación según la incógnita se encuentre en el valor de la combinación o en alguno de sus dos subconjuntos. Los problemas de Combinación 1 se resuelven mediante una suma y los de Combinación 2 mediante una resta. Veamos un ejemplo de cada tipo:

Valor de combinación desconocido

Combinación 1: Juan tiene 3 boliches. María tiene 5 boliches. ¿Cuántos boliches tienen entre los dos?

Subconjunto desconocido

Combinación 2: Juan y María tienen juntos 8 boliches. Juan tiene 3 boliches. ¿Cuántos boliches tiene María?

c) Problemas de Comparación

Están referidos también a situaciones estáticas en las que se establece una relación comparativa entre dos cantidades disjuntas, bien para determinar la diferencia existente entre ellas, o bien para averiguar una de las cantidades conociendo la otra y la diferencia entre ellas. Las cantidades presentes en el problema se denominan cantidades de referencia o referente, cantidad comparada y diferencia. La cantidad comparada aparece a la izquierda de la expresión *"más que"* o *"menos que"* (según el sentido de la comparación) y la cantidad de referencia a su derecha. Existen seis subtipos de problemas de Comparación que obedecen, igualmente al producto de los tres lugares en que puede situarse la incógnita (diferencia desconocida, cantidad comparada desconocida, o referente desconocido) por los dos tipos posibles de relación comparativa que se establezca (*"más que"* o *"menos que"*). Los problemas de Comparación 3 y 6 se resuelven con una suma y los demás mediante una resta. Ofrecemos seguidamente un ejemplo de cada tipo:

Diferencia desconocida

Dirección: más que.

Comparación 1: Juan tiene 8 boliches. María tiene 5 boliches. ¿Cuántos boliches tiene Juan más que María?

Dirección: menos que.

Comparación 2: Juan tiene 8 boliches. María tiene 5 boliches. ¿Cuántos boliches tiene María menos que Juan?

Cantidad comparada desconocida

Dirección: más que.

Comparación 3: Juan tiene 3 boliches. María tiene 5 boliches más que Juan. ¿Cuántos boliches tiene María?

Dirección: menos que.

Comparación 4: Juan tiene 8 boliches. María tiene 5 boliches menos que Juan. ¿Cuántos boliches tiene María?

Referente desconocido

Dirección: más que.

Comparación 5: Juan tiene 8 boliches. El tiene 5 boliches más que María. ¿Cuántos boliches tiene María?

Dirección: menos que.

Comparación 6: Juan tiene 3 boliches. El tiene 5 boliches menos que María. ¿Cuántos boliches tiene María?

d) Problemas de Igualación

Las tres categorías anteriores son las categorías básicas; algunos autores (v. g., Carpenter y Moser, 1983) distinguen una cuarta categoría: problemas de Igualación. Estos se caracterizan por tener elementos de los de Cambio y Comparación, en donde se plantean situaciones en las que hay una acción implícita de transformación o cambio de una de las cantidades disjuntas, de modo que al establecerse la comparación entre ellas, ambas queden igualadas. De nuevo, hay seis tipos de problemas en esta clase ya que la incógnita o término desconocido puede ser la cantidad necesaria para igualar los dos conjuntos (Igualación 1 y 2),o bien, uno de los conjuntos a igualar. En este último caso, la acción se realiza sobre el conjunto conocido (Igualación 3 y 6) o sobre el conjunto desconocido (Igualación 4 y 5). Los problemas de Igualación en los que la acción supone un incremento de una de las cantidades (Igualación 1, 3, y 5) se denominan Igualación/añadir para diferenciarlos de los problemas de Igualación quitar en los que la acción supone un decremento de alguna de las cantidades (Igualación 2, 4, 6). Los problemas de Igualación 3 y 4 se resuelven con una suma y los demás con una resta. Exponemos, igualmente, un ejemplo de cada tipo:

Diferencia desconocida

Acción: incremento

Igualación 1: Juan tiene 3 boliches. María tiene 8 boliches. ¿Cuántos boliches necesita Juan para tener los mismos boliches que María?

Acción: decremento

Igualación 2: Juan tiene 8 boliches. María tiene 3 boliches. ¿Cuántos boliches tiene que regalar Juan para tener los mismos boliches que María?

Se desconoce uno de los conjuntos

Acción en conjunto conocido: Incremento.

Igualación 3: María tiene cuatro boliches. Si coge 3 más tendrá igual número de boliches que Juan. ¿Cuántos boliches tiene Juan?.

Acción en conjunto desconocido: Decremento.

Igualación 4: María tiene 4 boliches. Si Juan deja 3 tendrán ambos igual número de boliches. ¿Cuántos boliches tiene Juan?

Acción en conjunto desconocido: Incremento.

Igualación 5: Juan tiene 7 boliches. Si María coge 3 más tendrá igual número de boliches que Juan. ¿Cuántos boliches tiene María?

Acción en conjunto conocido: Decremento.

Igualación 6: Juan tiene 7 boliches. Si deja 3 tendrá igual número de boliches que María ¿ Cuántos boliches tiene María?

1.7.1.4. Dificultad relativa de los problemas

Numerosos investigadores han encontrado diferencias sistemáticas entre los niños respecto al nivel de ejecución de los problemas verbales. Estas diferencias se explican fundamentalmente en función de tres factores: la estructura semántica, el lugar ocupado por la incógnita y la formulación verbal del problema.

En cuanto a la **estructura semántica**, la mayoría de los autores (Bermejo y Rodríguez 1987; Carpenter y Moser, 1983, 1984, 1988; De Corte y Verschaffel, 1978; Ibarra y Lindvall, 1979 Riley, 1981; Vergnaud, 1982) sugieren que los problemas de Cambio, probablemente por implicar una concepción unitaria de la suma, resultan más fáciles, siguiéndoles en dificultad los de Combinación, y finalmente, los de Comparación. Briars y Larkin (1984), señalan, sin embargo, que las diferencias entre los problemas de Combinación y Cambio tienden a desaparecer debido a la similitud entre ambas categorías de problemas, ya que los de Combinación podrían ser solucionados por los niños empleando un esquema unitario. Los problemas de Igualación resultan más complejos que los de comparación. En su trabajo, Bermejo y Rodríguez (1987) encontraron que los problemas de Igualación resultaban más complejos que los de Combinación tanto para los niños de primero de preescolar como para los de primero de E.G.B.

No obstante, si en estos análisis de la dificultad relativa tenemos en cuenta el **lugar ocupado por la incógnita**, podemos establecer una clasificación más rica de los distintos tipos de problemas según su grado de dificultad como la encontrada a través de diversos estudios con niños de preescolar (Tamburino, 1980), de primer grado (Carpenter, Hiebert y Moser, 1981) y de preescolar, primero, segundo y tercer grado (Riley, 1981). Los datos de estos estudios se obtuvieron aplicando los problemas de forma individual a los niños. Se les facilitaba el uso de objetos físicos, como bloques manipulables. Tanto en el estudio de Riley (1981) como en el de Tamburino (1980), se incluyeron en los problemas cantidades del orden de las unidades, es decir, no había cantidades iguales o superiores a las decenas. En cambio, en el estudio de Carpenter y col.(1981), las cantidades dadas fueron del orden de las decenas (del 11 al 15). Exponemos seguidamente una síntesis de los resultados mediante un esquema (Maza, 1989a) donde aparecen organizados en orden decreciente de dificultad:

4) Comparación 5	**:** Comparación 6	
3) Comparación 2	**:** Comparación 3	**:** Cambio 5
" Comparación 4	**:** Combinación 2	**:** Cambio 6
2) Comparación 1	**:** Cambio 3	**:** Cambio 4
1) Combinación 1	**:** Cambio 1	**:** Cambio 2

A la vista de estos cuatro niveles indicativos se podría deducir que las estructuras semánticas se irían desarrollando progresivamente en el niño (Maza, 1989a). Así, los problemas de Cambio 1, Cambio 2, y Combinación 1, se manifiestan como el escalón más básico de adquisición por parte del niño. Los problemas de Cambio 5 y 6 son los más difíciles de todos los de Cambio, tal es así que aún en el tercer grado hay una cierta cantidad de alumnos incapaces de comprender y resolver los mismos (5% en para Cambio 5 y el 20% para cambio 6 según el estudio de Riley, 1981). Los problemas de Comparación son más difíciles en general, a diferencia de los problemas de Igualación 1 y 2 estudiados por Hiebert y Moser (1981), que obtienen que tanto el tipo 1 como el 2 son solucionados correctamente por el 91% de los alumnos de primer curso.

Si observamos en el esquema las variaciones de los problemas dentro de los distintos niveles, estas obedecen al tipo de sentencia implicada en el problema. En un primer nivel de análisis de esta variable, podemos decir que los problemas son más sencillos de resolver cuando la incógnita se sitúa en el resultado independientemente del tipo de problema planteado.

En otro de sus trabajos, Riley y col. (1983) encuentran que la dificultad aumenta en los problemas de Cambio cuando la incógnita se sitúa en el conjunto de partida, en lugar de hacerlo en el conjunto de Cambio o en el resultado. Asimismo, el éxito de los niños desciende claramente en los problemas de Combinación y Comparación aditivos cuando la incógnita se encuentra en uno de los sumandos. Esta dificultad alcanza el máximo nivel cuando se desconoce el primer sumando. Cuando la operación propuesta por el problema es una resta, los problemas de Cambio, en general, resultan más sencillos que los de Combinación y estos a su vez que los de Comparación. Además, cuando se desconoce el minuendo, es decir el primer número presentado en la formulación del problema, entonces la dificultad suele aumentar dentro de cada categoría de problemas.

Además, de estos estudios, Carpenter y Moser (1979, 1983, 1984) y Carpenter (1985) parecen confirmar que los niños más jóvenes, inicialmente resuelven los problemas de adición y sustracción por medio de modelado representando mediante objetos las acciones y relaciones del problema. Los problemas más difíciles para los niños son aquellos que no pueden representarse mediante modelos directamente, por ejemplo, los problemas de Cambio de inicio desconocido en los que no hay una cantidad inicial que aumente o disminuya. El desconocimiento de la cantidad inicial hace que los niños usen un proceso de resolución erróneo. Por lo tanto, los problemas que no pueden ser fácilmente modelados son significativamente más difíciles que los que lo pueden ser. Otras investigaciones encuentran resultados similares (Gibb, 1956; Lindvall e Ibarra, 1980)

De todo lo expuesto, podemos deducir que el ordenamiento en dificultad de los problemas según su estructura semántica esta íntimamente ligado al ordenamiento según el tipo de sentencia, ya que los datos obtenidos (Grows, 1972; Lindvall e Ibarra, 1980) en relación al ordenamiento de las sentencias según la ubicación de la incógnita, coinciden en gran medida.

En conclusión, tipo de sentencia y estructura semántica son variables fundamentales en la determinación de la dificultad de un problema (Maza, 1989a).

El último factor citado al principio de este apartado, que también puede facilitar o dificultar la tarea a los niños de resolver con éxito los problemas verbales es la **formulación verbal del problema**. (De Corte Verschaffel y De Win, 1985; Cummins, 1991; Hudson, 1983; Lindvall e Ibarra, 1980). La forma en que es expresado el problema, puede hacer variar el grado en que se explicitan las relaciones entre las cantidades conocidas y desconocidas del mismo. Por ejemplo, Hudson (1983) presenta a niños de 4 años problemas de comparación acompañados de dibujo. Pocos de los niños fueron capaces de resolver tales problemas cuando se presentaron con la formulación habitual, como. *"Hay 5 pájaros y 3 gusanos. ¿Cuántos pájaros más que gusanos hay?"*. Sin embargo, la respuesta de solución correcta aumentaba considerablemente cuando se reformulaba la pregunta del problema como, *"Cuántos pájaros se quedarán sin gusano?"*. Las conclusiones de este y otros trabajos (De Corte y col., 1985; Mayer, 1982) sugieren que las dificultades de los niños más jóvenes en los problemas formulados de manera usual se deben a que no tienen un suficiente dominio de los esquemas semánticos subyacentes a los problemas, formándose, en consecuencia, una representación inadecuada de la tarea encomendada. Este fracaso en la representación resulta de la interpretación por parte de los niños de los términos comparativos como estamentos de simple posesión o asignación. Así, "María tiene 5 boliches más que Juan" es interpretado como "María tiene 5 boliches". Por el contrario, la presentación de los problemas reformulados facilitaría la comprensión y la representación adecuada por parte del niño.

Aparte de estos tres factores, existen una serie de variables generales tales como la presencia de ayudas y el tamaño de las cantidades, que pueden mediar la ejecución correcta en los problemas verbales (v. g., Bermejo y Lago, 1990,; Bermejo y Rodríguez, 1987, Carpenter y Moser, 1982; Carpenter, Hiebert y Moser, 1981; De Corte y Verschaffel, 1985; Riley y col.,1983). La presencia de objetos concretos o dibujos facilita el proceso de representación, y esto da lugar a un mayor éxito infantil en la solución. La magnitud de las cantidades sugeridas en los problemas, ha sido estudiada en relación con los problemas aditivos. Siegler y Robinson (1982), Carpenter y Moser (1982) encuentran que los niños más jóvenes resuelven mejor los problemas cuando el segundo sumando es menor que el primero, después los problemas con sumandos de igual tamaño, y, finalmente, los problemas en los que el segundo sumando es mayor que el primero.

El análisis de la dificultad asociada a los problemas verbales aritméticos, no debe hacerse sin considerar conjuntamente el análisis del tipo de estrategia de resolución utilizada por los escolares, ya que, en muchas ocasiones, la interpretación de los mismos hechas por los niños solo se puede deducir a partir de la estrategia utilizada por el niño para resolver el problema. La investigación viene demostrando que:

1. Ante un mismo problema los niños emplean diversas estrategias de resolución.
2. Que un mismo niño cambia de estrategia según la edad (Maza, 1989a).

Parece existir una cierta correspondencia entre la estructura semántica del problema y la estrategia de resolución empleada por el sujeto. Así:*"... el tipo de problema planteado al niño va a determinar en gran medida, no solo el éxito o el fracaso en su respuesta sino también el tipo de estrategia empleada en la resolución de la tarea y, sobre todo, los procesos cognitivos que han de hacer posible la comprensión y adecuada solución del problema"* (Bermejo, 1990, p. 163).

1.8. ESTRATEGIAS INFANTILES DE CUANTIFICACIÓN NUMÉRICA

Mediante el método de entrevistas es posible evaluar los procesos empleados por los niños en el momento de resolver un problema aritmético elemental. A través de entrevistas individuales, el investigador puede determinar la estrategia (correcta o errónea) utilizada por el niño vigilando atentamente el modo de contar, observando sus acciones con los dedos, movimientos de cabeza o pies, verbalizaciones espontáneas y solicitando explicaciones al niño de la forma en cómo ha ejecutado la tarea.

1.8.1. Evolución general de las estrategias

A través del método por entrevistas se ha encontrado que el niño, puede emplear cuatro formas diferentes de resolución de tareas aditivas o sustractivas:

1. Primeramente, los miembros de la operación han de estar representados por objetos concretos que el niño pueda manipular adecuadamente. Estos objetos constituyen un apoyo externo imprescindible para la memoria en este nivel evolutivo que correspondería al de contadores de ítem unitarios perceptivos y figurales (Steffe,von Glasersfeld Richars y Cobb, 1983).

2. En el siguiente nivel, el niño emplea los dedos como marcadores de los pasos ejecutados más que representaciones de las cantidades de la operación. Este nivel corresponde al de contadores de ítem unitarios motores (Steffe y col. 1983),y requiere al igual que el anterior una ayuda externa a la memoria infantil.

3. En tercer lugar, el niño utiliza una serie de estrategias de recuento mental en el que se

prescinde de todo tipo de ayuda a la memoria. Los elementos a contar aquí son los denominados por Steffe ítems unitarios verbales o abstractos en los cuales la palabra numérica, sustituye al acto motor anteriormente citado.

4. Por último, el niño utiliza para la resolución de la operación hechos numéricos almacenados en la memoria largo plazo, bien para recuperar la solución directamente, bien para derivarla partiendo de una serie de reglas conocidas por él.

1.8.2. Taxonomía de estrategias

La literatura psicológica se ha mostrado bastante prolífica en cuanto a trabajos de investigación sobre las estrategias de cuantificación y las distintas subrutinas que pueden ser analizadas en su seno. Carpenter y Moser (1983, 1984); De Corte y Verschaffel (1987) han considerado tres grandes categorías de estrategias:

* Estrategias materiales o de modelado. Consisten en la utilización por parte del niño de objetos físicos para representar las cantidades que aparecen en el enunciado y mediante su manipulación obtienen la respuesta.

* Estrategias verbales o de conteo. El niño utiliza los dedos para ayudarse como si fuera un registro o control de la secuencia verbal, en sentido creciente o decreciente. Puede ser totalmente oculta (golpeteos de cabeza, con el pie, lápiz etc.) o manifiesta.

* Estrategias mentales basadas en hechos o combinaciones numéricas. Estas pueden ser de dos tipos:

a) Estrategias basadas en el recuerdo directo: no presentan dificultades porque hay combinaciones numéricas almacenadas en la memoria a largo plazo automatizadas.

b) Estrategias basadas en el uso o aplicación de reglas de derivación: reglas de composición y descomposición numéricas.

Seguidamente pasamos a describir cada una de las subrutinas correspondientes para la adición y la sustracción.

1.8.2.1. Estrategias aditivas

a) Estrategias de modelado

La estrategia más elemental que es posible encontrar en la edad preescolar para resolver problemas de suma es la que se denomina **"Recuento de todos con modelos"** (Resnick, 1983). Por ejemplo, para realizar una suma de los sumandos 6 + 2, el niño sigue los siguientes pasos:

1º Representa con objetos la 1ª cantidad del problema.

2º Representa con objetos la 2º cantidad del problema.

3º Junta todos los objetos y los cuenta todos de nuevo.

1º	**o o o o o o**	2º	**o o**
	1 2 3 4 5 6		1 2

3º **o o o o o o o o**

1 2 3 4 5 6 7 **8**

b) Estrategias de conteo

Las estrategias de conteo que se utilizan para resolver problemas de suma pertenecen al modelo "conteo aditivo" o "conteo hacia arriba"(Carpenter y Moser, 1984). Fuson (1982) y Secada, Fuson y Hall (1983) distinguen entre dos formas evolutivas de conteo, cuya transición supone e implica una considerable mejora en la resolución de problemas de adición y sustracción:

Conteo total es aquel en el que el resultado está determinado por el conteo de todos y cada uno de los sumandos empezando siempre desde el número 1. Groen y Parkman (1972) llamó a esta subrutina elemental "Modelo SUM" y Mayer (1982), "Modelo de enumeración completa" o "Contar todos" (Carpenter y Moser,1984). Así en el caso de 2 + 4 el niño contaría: 1, 2, 3, 4, 5, **6.**

Conteo parcial es un proceso más eficiente y rápido. No se empieza a contar desde el número 1 sino desde uno de los sumandos. Hay varias estrategias de conteo parcial:

* *Contar a partir del primer sumando*. Mayer (1986) lo denomina "Modelo de enumeración de continuación". En él la enumeración empieza a partir del primer sumando (no desde el número 1) y continua hasta que el segundo sumando ha sido enumerado. En el caso de 2 + 4 cuenta cuatro pasos a partir del 2: 3(1º), 4(2º), 5(3º), **6**(4º). Contando el primer sumando del problema de forma estrictamente verbal y ayudarse con los dedos (a modo de marcadores) para el segundo sumando

* *Contar a partir del sumando mayor*. Esta estrategia es también denominada "Modelo MIN" por Groen y Parkman (1972) y Groen y Resnick (1977). Consiste en contar a partir del sumando mayor. En el caso de 2 + 4, el niño cuenta dos pasos a partir del 4: 5(1º), **6**(2º).

Esta última estrategia supone un desarrollo importante para el niño, ya que su uso correcto implica una concepción binaria de la adición, así como la comprensión de la propiedad conmutativa de la adición (Bermejo, 1994).

La forma en cómo se produce la transición de una estrategia a otra no está del todo determinada. Parece ser que el conteo se desarrolla según la siguiente pauta evolutiva: **"Contar todo"** (conteo total), **"Contar a partir del primer sumando"**, **"Contar a partir del sumando mayor"** (conteo parcial) (Carpenter y Moser, 1984; Riley Greeno y Heller, 1983). Existen algunos trabajos al respecto de como se produce el paso en el niño de la utilización de "Contar Todo" a la estrategia de "Contar a partir de uno de los sumandos". Groen y Resnick (1977) afirman que los preescolares utilizan espontáneamente el procedimiento de "contar a partir de uno de los sumandos", después de 12 a 20 semanas de experiencia. Otros autores (v.g. Carpenter y col. 1981, Secada, Fuson y Hall, 1983) encuentran resultados similares. Posteriormente vendría el paso a la estrategia de "Contar a partir del sumando mayor". Recientemente, se han hecho más precisiones (Baroody, 1984) que han tornado más compleja esta evolución. Así, después de la estrategia de "Contar todos" vendría la estrategia **"Contar todos empezando por el primer sumando"**. En ella el recuento de modelos (objetos o dedos) vendría combinado con el recuento mental, de modo que para resolver la suma 3 + 5 se seguirían los siguientes pasos: primero, se comenzaría por la 1º cantidad del problema a través de un recuento mental (uno, dos, tres,) y, segundo, se representa con objetos (o dedos) la 2º cantidad o agrupamiento. Posteriormente, esta estrategia sería progresivamente sustituida por la denominada "**Contar todos empezando por el sumando mayor"**, en la que 3 + 5 se comenzaría por el primer sumando. Así, la suma 5 + 3 se resolvería de modo similar al anterior pero comenzando por el sumando mayor: primero, se selecciona cuál es la cantidad mayor y se empieza el recuento a partir de esta (uno, dos, tres, cuatro, cinco); segundo, se representa con objetos (o dedos) la cantidad menor del problema (seis, siete, ocho).

c) Estrategias mentales o de hechos numéricos

Finalmente, existen otras estrategias aditivas distintas al modelado o al conteo. Los niños aprenden ciertos hechos numéricos tanto dentro como fuera del colegio que les ayudan a la resolución de los problemas, aunque el conocimiento de hechos numéricos apropiados no asegura que el modelado o el conteo no sea utilizado (Carpenter, 1985). Estas estrategias están basadas en la memorización y en el conocimiento de reglas o principios. Se han propuesto algunos modelos sobre la organización de hechos numéricos en la memoria (v.g., Ashcraft, 1982; Baroody, 1984). El Modelo de "recuperación de red" de Ashcraft (1982) señala que los hechos numéricos están representados mentalmente en la memoria a largo plazo en forma de una red matricial de manera que cada combinación numérica de dos sumandos se encontraría en la intersección de una fila y una columna de dicha red. El tiempo que se necesita para encontrar un determinado hecho numérico esta determinado por el nivel de accesibilidad de dicha combinación numérica, que a su vez está en función de la frecuencia de utilización, así como del grado de aprendizaje de esta información. Este modelo atribuye la producción eficiente de hechos numéricos a procesos netamente reproductivos. El modelo propuesto por Baroody (1984) sugiere que estos procesos de recuperación mental, son más elaborados ya que el niño puede utilizar además de los procesos reproductivos, otros de tipo reconstructivo, para generar combinaciones numéricas mediante el conocimiento y aplicación de reglas o principios (v.g., cualquier número sumado a 9 es igual al resultado de sumar ese mismo número a 10 - 1) que se integran en un conocimiento aritmético general. Esto resulta más económico a nivel cognitivo, que el tener que almacenar asociaciones numéricas individuales.

En la actualidad, no se pone en duda el hecho de que tanto el almacenamiento como la recuperación de la información de hechos numéricos es realizado por la memoria de manera activa. Este aprendizaje es construido por el niño desde los primeros años de la escolaridad (París y Lindauer, 1976 cit. en Maza, 1989a). Desde esta perspectiva, sería necesario potenciar las estrategias basadas en la relación de los hechos numéricos tanto para una más fácil memorización de los mismos como para su rápida recuperación (Kamii, 1986, 1990). Las estrategias de aprendizaje de los hechos numéricos son de distinto tipo, existiendo distintos niveles de dificultad. Así, por ejemplo, el aprendizaje de los dobles ocuparía el primer lugar por su facilidad para el niño, a su vez su dificultad, se ve incrementada por el tamaño de los sumandos -a excepción de 5 + 5 que parece más fácil dada la posibilidad de representación a través de los dedos de las dos manos-. Otra estrategia es la de utilización de dobles más/menos uno, se utiliza sobre aquellas sumas donde uno de los sumandos excede al otro en una unidad, por ejemplo 3 + 2 puede representarse como la suma de 2 + (2+ 1). Por último, la utilización de las decenas cuando el niño ya conoce el valor posicional, le posibilita utilizar estrategias como, por ejemplo, la de compensación, cuando uno de los sumandos es 9, de esta forma, para 9 + 4 trasladaría mentalmente un elemento del sumando 4 para completar una decena "compensando" lo restado con lo añadido al otro sumando. Así: 9+4--> (9+1)+3-->10+3=3

Hemos visto, hasta aquí, las estrategias para la suma, no obstante, existe otra clasificación de estrategias de adición hecha por Siegler (Siegler 1986; Siegler y Robinson, 1982; Siegler y Shrager, 1984), dentro de su modelo de elección de estrategias, y que, aunque corresponde en gran medida con la que hemos descrito anteriormente, no hemos querido pasar por alto dada su consideración en diversos trabajos que citamos más adelante. La particularidad de esta clasificación está en que estos autores consideran que tres de ellas son visibles o audibles y son: (a) **"Contar dedos".** Los niños usan sus dedos para representar físicamente las unidades del problema y entonces cuentan sus dedos para buscar el resultado de la suma. (b) **"Dedos".** Los niños usan sus dedos para representar las cantidades pero no los cuentan visiblemente antes de dar una respuesta. (c) **"Conteo verbal".** Los niños cuentan en voz alta o mueven sus labios como si contaran de forma implícita. La cuarta estrategia, refleja la recuperación de la respuesta de adición de la memoria a largo plazo (Siegler y Shrager, 1984).

1.8.2.2. Estrategias sustractivas

Cada uno de los tres niveles de abstracción descritos para las estrategias aditivas existe también en los problemas de resta (Carpenter, 1985; Carpenter y Moser, 1983)

a) <u>Estrategias de modelado</u>

Separar de. Usando objetos o dedos el niño sigue los siguientes pasos:

1º Se representa la cantidad mayor o minuendo.

2º Se van retirando tantos objetos como indique la cantidad menor o substraendo.

3º Se cuenta la cantidad de objetos restantes.

Ejemplo: 6 - 2

1º. o o o o o 2º. o o o o... o...o 3º. **o o o o = 4**

Separar a. Es una estrategia similar a la anterior con la excepción de que en este caso se separan los objetos del conjunto mayor hasta que quede exactamente representado el conjunto menor, y seguiría los siguientes pasos:

1º. Se representa la cantidad mayor o minuendo.

2º. Se separan objetos hasta que quede la cantidad menor representada.

3º. Se cuentan los objetos separados, encontrando así la respuesta.

Ejemplo: 6 - 2

1º. o o o o o o 2º. o o ---> **o o o o** 3º. **o o o o** = **4**

Añadir a.

Se siguen los pasos siguientes:

1º. Se representa el conjunto mayor.

2º. Representamos la cantidad menor.

3º. Añadimos (sin contar) tantos objetos como sean necesarios hasta llegar a la cantidad mayor, igualando ambos conjuntos.

4º. Se cuentan los elementos añadidos, encontrando así la respuesta.

Ejemplo. 6 - 2

1º. o o o o o o 2º. o o

3º. o o <--- **oooo** 4º. o o **oooo** = **4**

Emparejamiento.

Esta estrategia se basa en establecer una correspondencia uno-a-uno entre los términos de la resta para determinar el resultado mediante los objetos no emparejados. Así, en 6 - 2 se procedería del modo siguiente:

1º Se representa la cantidad mayor.

2º Ponemos al lado la cantidad menor.

3º Contamos los que no tienen pareja, encontrando así la respuesta.

Ejemplo. 6 - 2

1º. o o o o o o

2º o o . . . .

3º 1 2 3 **4**

b) Estrategias de conteo

Contar hacia atrás a partir de.

Es una estrategia paralela a la de "Separar a" pero fundada en el conteo. El niño pronuncia la cantidad mayor, a partir de ella hace una pausa para comenzar el conteo hacia atrás, retrocediendo tantas veces como indica la cantidad menor. Así, en 6 - 2 el niño procedería: "seis" 5(1º), **4**(2º)

Contar hacia atrás.

El niño aquí también cuenta hacia atrás. El niño pronuncia la cantidad mayor (minuendo), desciende en la secuencia numérica (y a la vez puede ir abriendo dedos) hasta que llega a la cantidad menor (substraendo), entonces detiene la secuencia, contando los decrementos (o dedos que ha utilizado durante el conteo hacia atrás) para encontrar la respuesta. Así, en 6 - 2 el niño procedería: "seis" 5(1º), 4(2º), 3(3º), 2(**4**º).

Contar hacia adelante desde lo dado.

En este caso, el niño cuenta a partir del número más pequeño dado, o substraendo, hasta alcanzar el número mayor. Con los dedos va registrando los incrementos que va produciendo para obtener la respuesta deseada. Así, en el caso de 6 - 2, el niño procedería de la forma siguiente: "dos" 3(1º), 4(2º), 5(3º), 6(**4**º).

Elección.

Es una combinación de las estrategias "Contar hacia atrás a partir de" y "Contar hacia adelante desde lo dado", de tal modo que el niño empleará una u otra en función del problema planteado. Así, elegiría la una o la otra según se trate de restar 8 - 2 u 8 - 6.

c) Estrategias mentales basadas en hechos o combinaciones numéricas

Hiebert, Carpenter y Moser (1982) consideran dos estrategias **hecho conocido**, cuando la respuesta del niño se basa en el recuerdo de la combinación numérica que es inmediatamente recuperada de la memoria a largo plazo, sin conteo aparente. (v.g., 4- 2 = 2, porque 2 + 2 = 4) y **hecho derivado**, cuando averigua la respuesta aplicando reglas de composición o descomposición numéricas para derivar la solución correcta, o suma total derivada de un hecho numérico conocido (v. g., 11 - 5 = 6, porque 5 + 5 = 10, lo que permite encontrar la respuesta añadiendo simplemente uno más. De Corte y Verschaffel (1987) enumeran las estrategias mentales del modo siguiente:

Hecho conocido directamente substraído. El niño encuentra inmediatamente un hecho conocido directamente basándose en su memoria a largo plazo. Por ejemplo, ante el problema 12 - 5, el niño hace : "12 menos 5 igual a siete".

Hecho conocido indirectamente substraído. En este caso, el niño recupera de la memoria un hecho conocido indirectamente substraído: " 12 menos 7 igual a 5".

Hecho conocido indirectamente aditivo. En este caso, el niño hace: " 5 más 7 igual a 12".

Hecho derivado directamente substraído. El niño resuelve el problema haciendo, por ejemplo: "12 menos 2, menos 3 es igual a 7".

Hecho derivado indirectamente substraído. Basándose en la recuperación de hechos numéricos, el niño encuentra la respuesta averiguando la cantidad que tiene que restar del número mayor, para obtener el número menor así el niño dice: "12 menos 2 igual 10 y 10 menos 5 igual a 5, luego 2 más cinco es la respuesta, esto es, 7.

Hecho derivado indirectamente aditivo. Esta estrategia consiste en que el niño emplea la adición mental para obtener la respuesta. Así, por ejemplo, diría:" 5 más 5 igual 10, y 10 más 2 igual 12; luego la respuesta es 2 más 5, es decir 7".

1.8.3. Niveles evolutivos en la resolución de problemas

La habilidad de los niños para solucionar problemas de adición y sustracción se ha organizado en distintos niveles evolutivos (Baroody, 1984, 1987; Baroody y Ginsburg, 1986; Carpenter y Moser, 1984, 1985):

1.8.3.1. Nivel 1

Los niños en este primer nivel, están limitados al modelado usando objetos concretos para resolver tanto problemas de suma como de resta. De esta forma, los problemas de Cambio 1 y Combinación 1 son resueltos por "Contar todos" mientras que los de Cambio 2 por "Separar de". Los problemas que no pueden ser fácilmente modelados (Cambio 5 y 6, por ejemplo) no pueden ser resueltos por los niños en este nivel. Si los problemas de Comparación reflejan una estructura suficientemente transparente los niños usan "Emparejamiento" para su solución. Aunque no está del todo resuelto, existe cierta evidencia (Riley y col.,1983)de que los niños de este nivel son incapaces de resolver los problemas de Cambio 3 y 4, pero de hacerlo, emplearían una habilidad que los niños están desarrollando en ese nivel, basada también en la representación de objetos; "Añadir".

1.8.3.2. Nivel 2

En el nivel 2 encontramos un período de transición donde el niño puede emplear estrategias de modelado pero también de conteo como "Conteo hacia adelante desde lo dado", el recuento hacia atrás es menos frecuente. No obstante, pueden retroceder ocasionalmente al uso de estrategias menos evolucionadas cuando hay material disponible, ya que no existe una consistencia en el uso de estrategias en esta etapa.

1.8.3.3. Nivel 3

En el nivel 3 los niños se basan en las estrategias de conteo, si bien no desaparecen del todo las de modelado mediante objetos. Las estrategias de conteo llegan a adquirir un grado de abstracción suficiente como para independizarse progresivamente de la estructura semántica. La mayoría de los niños son capaces de emplear el "Conteo hacia abajo" pero son pocos los que la usan de forma consistente. En este nivel usan la estrategia de "Elección" para resolver problemas de resta, ellos eligen "contar hacia abajo " o "contar hacia arriba" dependiendo de la que requiera menos pasos que de la estructura semántica del problema. Continua habiendo bastante variabilidad en la elección de estrategias, aunque generalmente eligen la más fácil o más eficaz. Por otra parte, el grado de abstracción alcanzado por las estrategias le permite hacer uso del simbolismo de las operaciones efectuadas.

1.8.3.4. Nivel 4

En el nivel final, los niños resuelven problemas de adición y sustracción, no solo estrategias de conteo sino fundamentalmente por el uso de hechos numéricos. Estas han sido aprendidas a lo largo de los niveles anteriores.

Según los datos aportados por Carpenter y Moser (1984) durante el primer año de escolaridad las dos terceras partes de los niños se hallaban en el nivel uno o inferior, pero al final del mismo el 60% aproximadamente estaban en el nivel tres y el resto se repartía entre los niveles uno (10%) y dos (30%).

Al final del segundo año de escolaridad la mitad estaban situados en el nivel tres y la otra mitad en el cuatro.

1.8.4. Elección de estrategias

La elección de estrategias depende de varios factores como la edad de los niños, la estructura semántica, y otros factores cognitivos. Los resultados de numerosos estudios muestran que las estrategias que usan los niños están en relación con las relaciones y las acciones descritas en los problemas. Así, De Corte y Verschaffel (1984) señalan que los niños tienden a "Contar a partir del sumando mayor" en los problemas de Combinación y "Contar a partir de primer sumando" en los problemas de Cambio.

Carpenter y Moser (1979, 1983, 1984) realizan un estudio longitudinal con cantidades comprendidas entre 11 y 16, y con la presencia de objetos para ser utilizados por parte de los niños si así lo deseaban. Los resultados son los siguientes:

Para los niños de primero, la respuesta estaba estrechamente ligada a la estructura del problema. La mayoría de ellos resolvieron con éxito los problemas de Cambio usando estrategias de Separar de para los problemas de Cambio/Separación y la de Contar a partir de lo dado para los de Cambio/Unión. Los resultados no fueron tan claros para los problemas de Comparación, pero la mayoría de los que responden correctamente a ellos, emplean la estrategia de emparejamiento. En cuanto a los problemas de Combinación ,los niños se comportan de manera similar a como lo hicieron en los problemas de cambio.

Los alumnos de segundo basan alrededor de un tercio de sus respuestas en hechos numéricos y el efecto de la estructura semántica aquí no fue tan dominante; sin embargo, continúa ejerciendo influencia para un gran número de niños de este curso. En los problemas de Cambio, el 34% de los niños emplean la estrategia de "Separar de" y un 8% "Contar hacia atrás a partir de". En los problemas de Comparación, la estrategia de Emparejamiento desciende, muchos de los niños de este nivel abandonaron esta estrategia por otras más eficientes como "Separar de" o "Contar hacia adelante partir de lo dado".

Para tercero, alrededor de los dos tercios de las respuestas estaban basadas en hechos numéricos, y eran más flexibles en la elección de las estrategias. Hay una mayor independencia de la estructura del problema. La estrategia más usada fue "Contar hacia adelante a partir de lo dado" en todos los problemas, seguida de "Separar de". Se han encontrado resultados similares en otros estudios (Blume, 1981; De Corte y Verschaffel, 1989, Hiebert, 1982).

1.8.5. Modelo de elección de estrategias

Según el modelo de elección de estrategias propuesto por Siegler, (Siegler 1986; Siegler y Robinson, 1982; Siegler y Shrager, 1984), la elección de una estrategia específica estaría gobernada por la fuerza de las asociaciones entre los términos de la operación (v.g., 2 + 3) y las respuestas candidatas (v.g., 5, 4, 6, 7, etc.). *"En una distribución leptocúrtica la preponderancia de la fuerza asociativa es concentrada en una respuesta singular (el pico de la distribución), mientras que para una distribución plana, la fuerza de la asociación es* *distribuida entre varias respuestas potenciales"* (Siegler 1988, p. 834). La elección de estrategias depende de dos parámetros: (a) un **criterio de confianza**. Este criterio, representa un estándar interno contra el que el niño calibra la confianza en la corrección de la respuesta recuperada, y, el rigor de ese criterio parece variar de niño a niño (Siegler, 1988). Cuando una respuesta candidata tiene una fuerza suficientemente alta para sobrepasar el criterio de confianza puede ser recuperada de la memoria a largo plazo y es la más utilizada para resolver el problema. Además del criterio de confianza está mediado por (b) un **criterio de longitud de búsqueda**, que indica el máximo número de intentos de recuperación que un niño podría hacer antes de elegir una estrategia alternativa. Se intenta entonces la recuperación. Esta dura tanto como el valor del criterio de confianza exceda la fuerza de la asociación de cada respuesta recuperada, y, tanto como el número de búsquedas no exceda el valor del parámetro de longitud de búsqueda. Si ninguna respuesta sobrepasa el valor del criterio de confianza y se excede el valor del parámetro de longitud de búsqueda, el niño se involucra en sucesivos intentos o puede, entonces, resolver retroceder empleando una estrategia menos evolucionada incrementándose el tiempo de respuesta (Siegler, 1988). Aquí los niños mayores pueden emplear una estrategia verbal, aunque algunos niños pueden utilizar ocasionalmente los dedos o el apoyo del modelado mediante los dedos (Siegler, 1987).

Geary y Burlingham-Dubree (1989) han proporcionado evidencia de la validez externa del modelo de elección de estrategias, mostrando correlaciones entre la elección adaptativa de estrategias para solucionar problemas aditivos y el subtest de aritmética del Wide Range Achievement Test (WRAT) y el Arithmetic, Geometric Design, and Mazes subtest del Wechsler Preschool and Primary Scale of Intelligence (WPPSI).

La resolución adecuada de los problemas verbales no esta únicamente en función de un procedimiento adecuado de ejecución sino de la representación del problema. Ambos factores deben desarrollarse coordinadamente. En este sentido, se han postulado una serie de Modelos explicativos de cómo se realizan éstas.

1.9. MODELOS DE SIMULACIÓN

1.9.1. Modelos de resolución de problemas verbales

El rendimiento de los niños en la resolución de problemas verbales aritméticos varía en función de la estructura semántica del problema y de la edad de los niños (v. g., Carpenter y col., 1881; Cummins, Kintsch, Reussser, y Weimer, 1988). Atendiendo a esta variabilidad, los investigadores se han centrado principalmente en dos cuestiones, la primera se refiere a qué conocimiento es necesario para resolver los distintos tipos de problemas o qué estructuras cognitivas subyacen a su resolución, y, la segunda, a cómo (y cuándo) se adquieren estos conocimientos. Para responder a estas cuestiones se han propuesto varios modelos que han utilizado la simulación por medio de ordenadores (Briars y Larkin, 1984; De Corte y Verschaffel, 1985; Dellarosa, 1986; Kintsch y Greeno, 1985; Reusser, 1989, 1990; Riley y Greeno, 19888; Riley y col., 1983), que intentan modelar la forma de cómo el procesamiento del texto y el conocimiento matemático son integrados para resolver los problemas verbales. Todos ellos coinciden en que las dificultades que presentan los niños se deben más a la construcción inadecuada de la representación inicial del problema planteado que a la ejecución del problema correspondiente.

El modelo ofrecido por **Riley Greeno y Heller** (1983) asume que existen tres tipos de conocimientos implicados en la solución adecuada de un problema (a) el esquema del problema, (b) los esquemas de acción, que relacionan la representación de la situación de un problema con sus procedimientos de resolución y (c) el conocimiento de estrategias. El éxito en la resolución de los problemas depende de la disponibilidad en la memoria de las representaciones conceptuales o "esquemas del problema" que corresponderían con cada uno de los distintos tipos de problemas. Este "esquema del problema" consiste en un sistema organizado de elementos y relaciones, de forma que esos elementos están estructurados en términos de relaciones cuantitativas, temporales y lógicas (Cobb, 1987; Morales, Shute y Pellegrino, 1985). Cuando el niño dispone de los esquemas apropiados, puede hacer corresponder la información extraída del enunciado del problema con dichos esquemas asignando correctamente las cantidades específicas. Desde este modelo, las dificultades en la ejecución de un tipo determinado de problema se deberán bien a que el niño no tiene el esquema completo para ese problema, bien a la presencia de obstáculos en el momento de llevar a cabo la correspondencia necesaria.

Riley y col (1983) contemplan tres niveles evolutivos. En el Nivel 1, los niños están limitados a representaciones externas de los problemas, empleando objetos físicos para su solución. Son incapaces de resolver problemas con la incógnita en uno de los sumandos, así como estrategias diferentes a la de "contar todo" (Carpenter y Moser, 1982). En el Nivel 2, el niño ya es capaz de construir redes semánticas que le permiten representar conjuntos que se mencionan en el texto del problema, cuyas cantidades no están definidas, facilitándose mediante ellas la resolución de problemas donde se desconoce uno de los sumandos. Por último, en el Nivel 3, el niño adquiere el esquema parte-todo, para representar las relaciones entre las cantidades del problema. En este nivel, ya no precisa de representaciones externas y es capaz de utilizar cualquier tipo de estrategia.

El modelo CHIPS de **Briars y Larkin** (1984), simula los procesos que el niño pone en marcha cuando soluciona un problema si emplease objetos (fichas) para representar de forma concreta las cantidades del problema. La forma de operar de este modelo, consiste en la formulación de una lista de estructuras, cada una de las cuales representa una ficha o chips que sirve para construir la representación del problema. El CHIPS tiene tres niveles de conocimiento matemático: contadores de función simple, contadores de doble función y de doble representación.

Los dos primeros niveles son muy similares a los propuestos por Riley y col. (1983). Sin embargo, en el tercer nivel, existen diferencias fundamentales entre ambos modelos, ya que establecen hipótesis acerca de estructuras de conocimiento diferentes (Bermejo, 1990; Cummins, 1991; Riley, Greeno y Heller, 1983). En este nivel, el CHIPS tiene disponibles dos esquemas principales: un esquema de transferencia y un esquema de equivalencia de subconjuntos. Mediante el esquema de transferencia es posible almacenar el número de fichas de un conjunto inicial, el número transferido dentro y fuera de él, y el número de fichas existente en el conjunto final. El esquema de equivalencia de subconjuntos es similar al esquema parte-todo de Riley y col (1983) en el tercer nivel. Desde el modelo CHIPS, la adquisición de estructuras lógicas de conocimiento tales como la equivalencia entre subconjuntos, la reversibilidad de ciertas operaciones en el tiempo y el cardinal de un conjunto, determina directamente las estrategias elegidas para la solución de un problema (Cummins, 1991). A pesar de la similitud entre el modelo de Briars y Larkin (1984) y el de Riley y col (1983), existen tres diferencias principales entre ellos:

1. El CHIPS tiene carácter singular, es decir, representa cada elemento que aparece en el enunciado del problema (v.g., 8 canicas son representadas cada una con un contador). El CHIPS no conoce conjuntos sino contadores, mientras que en el modelo de Riley y col. representa el valor cardinal de los conjuntos implicados en el problema. Esto hace que el modelo CHIPS sea considerado más próximo a las habilidades primitivas de los niños más pequeños (Cummis, 1991).

2. En el modelo de Riley y col (1983) cada categoría del problema requiere un esquema diferente, mientras que en el CHIPS todos los problemas son tratados como problemas de cambio.

3. El CHIPS considera que la adecuada competencia en la resolución de problemas por parte de los niños deriva tanto de los conocimientos matemáticos como lingüísticos, mientras que el modelo de Riley no hace una distinción explícita de ellos.

Los dos modelos comentados hasta ahora asumen que para la representación adecuada de un problema es fundamental el conocimiento conceptual, que conduce a la selección apropiada de un esquema de acción para la solución. Ahora bien, estos modelos no cuentan con el apoyo de la evidencia empírica (Carpenter y Moser, 1984; Riley y Greeno, 1988), que no parece concordar completamente con ellos. Además, son aproximaciones en general, demasiado simplistas a la representación del conocimiento infantil ya que sólo describen algunos aspectos de lo que ocurre realmente en la mente del niño, olvidando otros que pudieran ser tan importantes o más que los descritos, como el proceso de selección que conduce a la elección de estrategias de solución o la forma en que se derivan las representaciones conceptuales del texto del problema y es precisamente esto último, lo que analizan en su modelo explicativo Kintsch y Greeno (1985).

El Modelo de **Kintsch y Greeno** (1985) se fundamenta en la teoría general de comprensión de textos de Kintsch y van Dijk (1978). La idea básica de este modelo consiste en que la comprensión del texto de una tarea verbal supone la construcción de una representación conceptual de la misma sobre la que puedan operar los procesos de resolución del problema. Son dos los componentes principales de este modelo: un conjunto de estructuras de conocimiento, y un conjunto de estrategias destinadas a utilizar dichas estructuras de conocimiento a la hora de construir la representación y durante la resolución del problema. Por otra parte, la representación es igualmente doble:

Primeramente, el input verbal se transforma en una lista de proposiciones (representación conceptual del problema), que se organizan a su vez en una macroestructura cuyo cometido es el de desentrañar los conceptos y relaciones principales que aparecen en el texto. Se constituye de ésta forma, el texto base. A partir de este texto base se elabora una representación abstracta del problema o modelo del problema, que contiene la información relevante del mismo y conduce a las estrategias de cálculo apropiadas para su solución. El paso de una representación a otra se produce a través de estrategias que son desencadenadas por las proposiciones del texto base y que requieren de esquemas de alto orden (esquema de transferencia, esquema parte-todo y esquemas *"más que"* o *"menos que"*) para posibilitar el establecimiento de relaciones entre los conjuntos y asignar los papeles correspondientes en el modelo del problema. Dichas estrategias son cuatro: (a) la estrategia de *"hacer conjunto"* inducida por la proposición cuantitativa acerca de alguna clase de objetos (v.g.,*"cinco"*, *"cuántas"*); (b) estrategia de "conjunto transferido", inducida por una proposición "da", junto con la existencia de un conjunto que es asociado a uno de los individuos implicados en la proposición; (c) estrategia de diferencia, inducida por la proposición *"tienen más que"* o *"tiene menos que"* y (d) estrategia de *"conjunto principal"* inducida por la proposición *"tienen juntos"*.

Veamos brevemente, cada uno de los esquemas de alto orden y su relación con los distintos problemas verbales:

El esquema de transferencia es necesario para la representación de los problemas de cambio ya que como vimos más arriba, en ellos hay un conjunto de partida con ciertos objetos, un grupo de objetos que se transfiere al conjunto de partida y un conjunto resultado.

El esquema parte-todo implica también tres conjuntos: dos conjuntos tienen el papel de subconjuntos y un tercero la función de conjunto total. De ese modo los subconjuntos se asocian con las proposiciones "tiene" de los poseedores y el papel del conjunto total es asignado a un conjunto perteneciente a dos individuos. Este tipo de esquema es típico de los problemas de combinación.

Los esquemas *"más que"* y *"menos que"* se ponen en marcha en los problemas de comparación, que incluyen un conjunto grande, un conjunto pequeño y una diferencia. La proposición *"tiene más que"* denota la diferencia y especifica los conjuntos a los que debería asignarse los papeles de conjunto grande y pequeño (descrito en Bermejo, 1990, p. 123, 124.).

De Corte y Verschaffel (1985) proponen un modelo en el que el procesamiento semántico también tiene gran importancia. Este modelo consta de cinco fases. La más importante es la que corresponde a la de representación interna del problema. Veamos cada uno de estos pasos:

1. Representación global del problema en términos de los conjuntos y las relaciones existentes entre los mismos.

2. Selección de una operación aritmética formal o una estrategia informal de conteo para encontrar el elemento desconocido en la representación del problema.

3. Ejecución de la operación o estrategia.

4. Reactivación de la representación inicial del problema a fin de sustituir el elemento desconocido por el resultado obtenido en el tercer paso.

5. Verificación de la solución.

En la primera fase hay dos esquemas que desempeñan un papel fundamental en el desarrollo de las habilidades de solución de problemas: el esquema semántico, y el esquema de las palabras del problema o WPS (*"word-problem-schema"*). Al igual que en el modelo de Riley y col (1983), mediante el esquema semántico son especificadas de forma coherente el conjunto de relaciones descritas por el problema. El propósito general del WPS es el de descubrir reglas implícitas, suposiciones y convenciones concernientes a los problemas verbales típicos que permiten interpretar correctamente las ambigüedades y compensar las insuficiencias del texto; orientando así, su lectura hacia ciertos conceptos y relaciones que son esenciales para la construcción de conjuntos y relaciones de conjuntos. En otras palabras, el WPS encarna los aspectos pragmáticos del problema, mientras que el esquema semántico encarna el dominio de las estructuras semánticas de los problemas.

De acuerdo con los modelos lógico-matemáticos de solución de problemas, los problemas verbales aritméticos difieren en los requerimientos matemáticos necesarios para su solución. Algunos problemas pueden ser representados por modelos externos y requieren solamente procedimientos basados en el conteo, mientras que otros demandan la transformación del texto del problema en relaciones parte-todo.

La visión lógico-matemática del desarrollo de habilidades aritméticas tiene sus raíces en las observaciones de Inhelder y Piaget (1964) acerca del razonamiento infantil en términos de inclusión de clases. Estos autores concluyen que los niños fallan en los problemas de inclusión porque ellos no comprenden las relaciones parte-todo. Los proponentes del punto de vista lógico-matemático usan argumentos similares para explicar el rendimiento pobre de los niños en ciertos problemas verbales aritméticos (v.g., Briars y Larking, 1984; Nesher, 1982; Riley y col., 1983). De acuerdo con el modelo de Riley y col. (1983) este pobre rendimiento en ciertos problemas verbales refleja la ausencia de suficiente conocimiento de las relaciones parte-todo. Y de forma más directa, la adquisición de este conocimiento tiene influencia sobre la representación del problema que se pueda hacer quien lo resuelve (Cummins, 1991).

Cummins y col (Cummins, Kintsch, Reusser, y Weimer,1988) y Reusser (1989, 1990), proponen un modelo explicativo basado en la importancia del procesamiento del texto en la interpretación que hacen los niños de los problemas verbales aritméticos. Según Cummins (1991):*"La explicación desde el punto de vista lógico-matemático de como se puede enlazar este conocimiento con la resolución de un problema pueden ser debido a que.(a) un problema verbal puede ser resuelto por la simple proyección de las palabras del problema hacia los procedimientos de resolución o por hacer corresponder las proposiciones del texto dentro del conocimiento de la estructura parte-todo, la que a su vez, dispara el procedimiento de solución mediante la constitución de un esquema semántico en el que las relaciones entre los conjuntos del problema son especificadas de forma coherente en aras a una correcta solución. Una segunda explicación, (b) es la que describe a un "resolutor" de problemas de menor habilidad. Aquí solamente están disponibles las proyecciones que proceden de las palabras del problema hacia el procedimiento o estrategia de solución. La proyección esquemática de las proposiciones del texto no puede ser proyectada (o no completamente) hacia el esquema parte-todo debido a la ausencia de un suficiente conocimiento de las relaciones parte-todo"* (Cummis, 1991. p. 625). El mayor problema que plantea el asumir este punto de vista lógico-matemático del desarrollo en aritmética es que la evidencia empírica sugiere que los niños, a menudo, conocen más de las relaciones lógicas entre conjuntos de lo que las apariencias hacen suponer. Así lo demuestran los estudios el de Hudson (1983) o de De Corte y Verschaffel (1985) sobre la reformulación de problemas verbales. Los datos de estos estudios parecen indicar que tal conocimiento existe, pero simplemente no es accesible al niño cuando los problemas son expresados de determinadas maneras.

Para evidenciar esto, el modelo De Corte y Verschaffel anteriormente comentado, sugiere que el desarrollo de las habilidad de solucionar problemas depende de la adquisición al igual que el de Riley (1983) de un *"esquema semántico"* y además de un esquema más general *"el esquema de las palabras del problema"*.

En la misma línea que De Corte y Verschaffel (1983), Cummins y col (1988) sugieren que son dificultades de tipo lingüístico las que subyacen a una pobre ejecución en la resolución de problemas verbales. Ciertas palabras y frases son ambiguas para el niño y el uso de tales términos en los problemas verbales facilita una representación incoherente de los mismos.

Los términos a los que se refieren los autores son en primer lugar los comparativos. Argumentan que el bajo rendimiento de los niños en los problemas de inclusión de clases y problemas verbales que contienen comparativos indica que a menudo los niños tienen dificultades para interpretarlos. Esta hipótesis se apoya en el hecho de que los niños en muchas ocasiones los transforman en simples posesivos (Cummins y col., 1988) o simplemente los omiten cuando leen frases que los contienen (De Corte y Verschaffel, 1986), y que rinden mejor cuando los problemas son reformulados de forma que no se incluyan estos términos (De Corte y col., 1985; Hudson, 1983).

Otro término considerado problemático para los niños, según Cummins y col.(1988), es *"juntos"* ("altogether"). Los autores sugieren que los niños interpretan esta conjunción en este contexto como *"cada"* ("each"). Finalmente, Cummins y col (1988) encuentran que el término *"algunos"* ("some") es también interpretado de forma inadecuada por los niños como si se tratase de un indicador de cantidad.

En resumen, la visión del desarrollo lingüístico sugiere que la mayor causa de dificultad que encuentran los niños cuando resuelven problemas verbales aritméticos es precisamente la interpretación de ciertas palabras o frases en términos de conjuntos y relaciones lógicas entre conjuntos. Desde esta perspectiva, existe un acuerdo general en que los niños poseen al menos una tácita comprensión de las relaciones parte-todo, que se aprende a través de la instrucción o una mayor familiarización con el lenguaje, que permite que la estructura verbal del problema se corresponda con esas relaciones. Según esta nueva explicación (c) (ver Fig. 2 en la página siguiente), el niño conoce la base de las relaciones parte-todo y el significado operacional de ciertas palabras empleadas en los problemas verbales aritméticos (v.g.,*"menos"* significa decremento y *"más"* significa incremento). Perdiendo, sin embargo, las interpretaciones de ciertas frases en términos de relaciones parte-todo.

Con el propósito de proporcionar más información acerca de las interpretaciones de los niños y comprobar las dos explicaciones de los errores de los niños al solucionar los problemas, Cummins (1991) llevó a cabo dos experimentos con una muestra de 24 y 11 niños de primer curso respectivamente. Se les pedía a los niños resolver una serie de problemas y entonces dibujar y seleccionar dibujos que representaran la estructura del problema. En el Experimento 1, los niños tenían que elegir y dibujar la situaciones descritas en problemas verbales de Cambio 6, Combinación 2, Comparación 4 y 6; que usaban términos comparativos y palabras como *"juntos"* y *"algunos"*. Se encontró que la soluciones variaban sistemáticamente con la naturaleza de las representaciones dibujadas y elegidas.

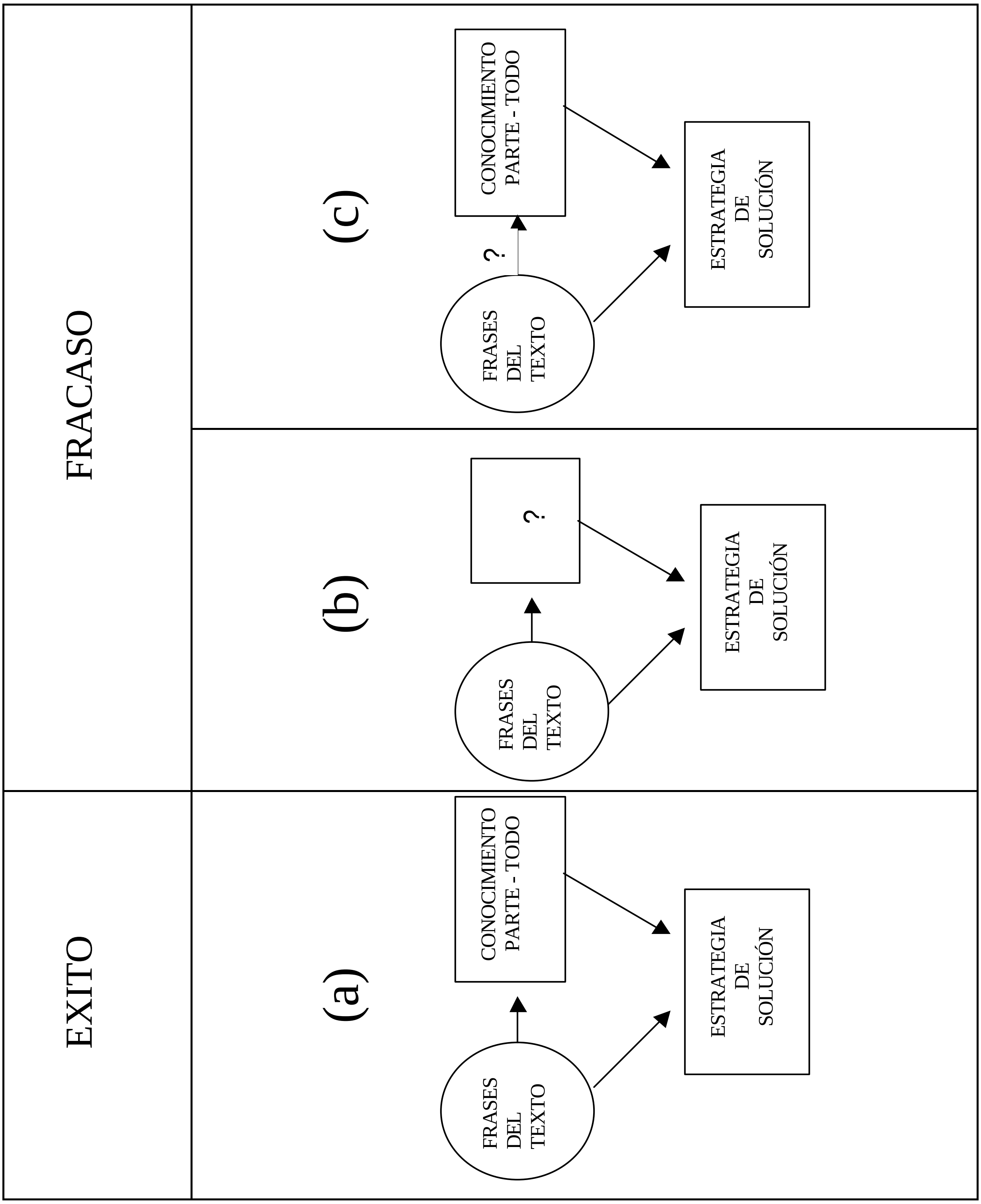


Figura 2
Esquema explicativo del éxito y fracaso en la resolución de problemas verbales.

El determinante crucial del éxito en la solución fue la interpretación que el niño asignaba a ciertas frases usadas en los problemas. El Experimento 2, se diseñó para eliminar la posibilidad de que las inadecuadas de los niños fuesen debidas a que ellos no poseyeran suficiente conocimiento conceptual de las relaciones parte-todo. Encontraron que la exactitud en los dibujos y en la solución era incrementada significativamente por los problemas (Combinación 2) cuando eran reformulados para evitar ambiguedades lingüísticas. Estos resultados en conjunto implican que: (a) los errores en la solución de problemas son causados por interpretaciones inadecuadas de ciertas expresiones verbales utilizadas comúnmente en los textos de los problemas y, (b) esas interpretaciones inadecuadas son el resultado de la pérdida o inadecuada proyección de esas expresiones verbales al conocimiento de la estructura parte-todo.

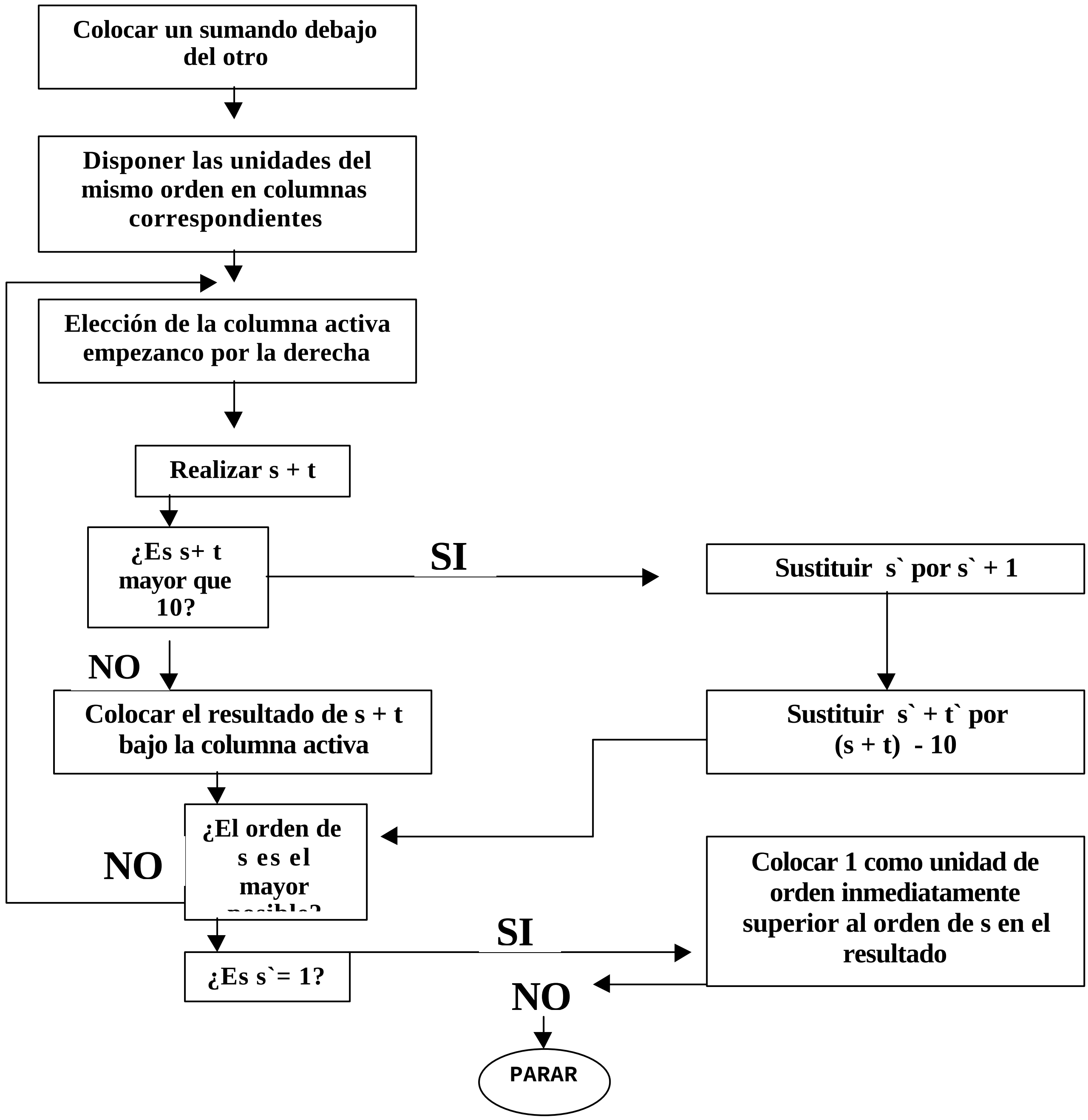
1.9.2. Modelos de algoritmos

Otro tipo de modelos que han aparecido en relación con las operaciones de suma y resta son los modelos de algoritmo que se limitan a representar esquemáticamente el proceso que sigue el escolar cuando resuelve éstas operaciones. A veces, hacen referencia sobre todo al procedimiento, mientras que otros aunan aspectos conceptuales y de procedimiento. Es por ello por lo que nos limitaremos a una breve descripción de los más destacados.

1.9.2.1. Modelos algorítmicos para la adición

En el procedimiento de resolución de la suma propuesto por Resnick (1982), la suma de dos números cualquiera trabaja con una columna de unidades del mismo orden (unidades con unidades, decenas con decenas, etc.) que será denominada en cada momento "columna activa", En cada columna hay un dígito en la parte superior (s) y otro en la parte inferior (t). la columna del siguiente orden tiene los dígitos s' y t' arriba y abajo respectivamente y, de igual manera, que se escribirán s" y t" los dígitos de la columna de orden inmediatamente superior, todos ellos en caso de existir. Con estas notaciones es posible plantear el procedimiento que constituye el algoritmo de la suma (ver Fig. 3).

Figura 3. Modelo de algoritmo de la suma. Resnick (1992), (tomado de Maza, 1989):



1.9.2.2. Modelos algorítmicos para la sustracción

Mayer (1985) presenta dos modelos relativos a los algoritmos de conteo para solventar problemas simples de substracción en la forma A - B = ? : el modelo de incrementación y el modelo de decremento.

El modelo de incrementación (ver Fig. 4 en la página siguiente) consiste en poner la cantidad en un contador e incrementar éste contador hasta que el número alcanzado sea igual a la cantidad mayor. Por ejemplo, la operación 7 - 3 se resuelve marcando 3 en el contador e incrementando éste hasta alcanzar 7, es decir, recitando 4, 5, 6, 7, lo que es igual a 4 pasos.

El modelo de decremento (ver Fig. 5 en la página siguiente) es similar al anterior pero se realiza una operación inversa. Se coloca la cantidad mayor en el contador y se va disminuyendo hasta que aparezca en el mismo la cantidad menor. El número de pasos necesarios para llegar a ésta última posición nos da la solución deseada.

Tanto en lo que respecta a la sustracción como a la adición, estos modelos son fundamentalmente sintácticos, ya que tratan de un conjunto de reglas que prescriben cómo se debe escribir el problema, qué orden debe seguirse en la ejecución de las operaciones, etc., pero no suponen necesariamente la comprensión de la operación que se está realizando. Al igual que sucedía con la adición, los problemas verbales han merecido mayor atención que la simple ejecución del algoritmo. De ahí, el limitado interés que tienen estos modelos si no van acompañados de modelos conceptuales o semánticos como los expuestos anteriormente (Bermejo, 1990)

Poner B en el contador

Cuando se trata de restar números mayores de tres o más cifras, lo cual supone realizar la operación de restar columna por columna, contamos con el modelo de algoritmo sintáctico propuesto por Resnick (1982), y Resnick y Omanson (1987) (ver Fig. 6 en la página siguiente).

1.10. ERRORES EN EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO

En este apartado haremos una breve descripción de los errores característicos en la adición y sustracción y haremos referencia, en primer lugar, a los errores que se cometen cuando se solucionan problemas verbales aritméticos, y, en segundo lugar, a los registrados cuando se emplean procedimientos algorítmicos.

1.10.1. Errores en la solución de problemas verbales

Los errores que cometen los niños tienen un gran poder explicativo de los procesos de resolución de las tareas aditivas y sustractivas. Estos pueden ser fundamentalmente de dos clases, errores de ejecución y errores de representación (Bermejo, 1990). Los primeros se manifiestan en la resolución de la operación aritmética, que serán comentados cuando nos dediquemos al algoritmo. Los errores de representación surgen cuando los niños construyen una representación inadecuada del problema planteado, cabe diferenciar los siguientes tipos:

1. Inventar la respuesta. Aparece cuando los niños no comprenden el problema o cuando se encuentran cansados para resolverlo.

2. Selección de una operación inadecuada. Consiste en aplicar la forma canónica "a + b = ? " cuando la incógnita del problema se sitúa en uno de los sumandos. Este error se encuentra presente en las cuatro categorías semánticas de problemas, debido fundamentalmente a tres razones: (a) Los niños no entienden la indefinición relativa a uno de los sumandos (cuando se emplea el término *"algunos"*) asignándole la cantidad que figura a continuación en el enunciado del problema; (b) no comprenden la relación temporal expresada en el texto del problema; y (c) no entienden la proposición comparativa que determina la cuantía del término desconocido (problemas de Comparación) (Bermejo y Rodríguez, 1990, citado en Bermejo, 1990). Otras investigaciones (De Corte y Verschaffel, 1985, Shoenfeld, 1982) apuntan que este error se produce porque o bien los niños se centran en una palabra clave que esta asociada con una operación aritmética determinada (i.e., *"más que"* con sumar) o bien porque al no comprender el problema utilizan la operación que les resulta más fácil.

3. Repetir una de las cantidades propuestas en el problema. Este error se observa frecuentemente en los distintos tipos de problemas, aunque aparece especialmente en los problemas de Cambio, Combinación y Comparación (Bermejo y Rodríguez, 1987; Carpenter y Moser, 1983; De Corte y Verschaffel, 1985).

En los problemas de Cambio este error es cometido por los niños que estarían situados en un nivel de desarrollo cognitivo que les impide representarse los conjuntos de partida y de cambio de forma diferenciada (Riley y col., 1983).

A. Buscar la columna
más a la derecha.
Marcala como activa.

Figura 6. Algoritmo sintáctico de substracción (Resnick, 1982).(Tomado de Bermejo 1990

En los problemas de Combinación, algunos de los modelos explicativos del desarrollo de habilidades aritméticas (Briars y Larkin, 1984, Riley y col., 1983) atribuyen estos errores a una mala interpretación por parte de los niños que no comprenden el problema en términos de relaciones parte-todo, y a su vez, fallan en comprender el problema en estos términos porque adolecen del conocimiento concerniente a tales relaciones, esto es; no disponen de este esquema de alto orden.

En lo referente a los problemas de Igualación hay pocos trabajos al respecto. Bermejo y Rodríguez (1987) encuentran que los niños muestran dificultades para construir la representación mental adecuada, a pesar de disponer de ayudas concretas. Los autores aluden a dos razones: la estructura no canónica de los problemas de Igualación, y la ausencia de la enseñanza de estos problemas en la escuela.

En cuanto a los problemas de Comparación, las explicaciones ofrecidas por De Corte y Verschaffel (1985) y Mayer (1982) apuntan a que la representación deficiente se produce porque el niño interpreta la proposición de relación como una proposición de asignación. Otras explicaciones más recientes, ponen un mayor énfasis en el procesamiento de las palabras del texto de los problemas de Comparación (Cummins, 1991; Cummins, Kintsch, Reusser, y Weimer,1988; Reusser 1989, 1990). Así, Cummins (1991) encuentra que los niños mal interpretan los problemas por un desconocimiento lingüístico de ciertos términos que aparecen en los textos de los problemas y que impiden que el niño haga corresponder el enunciado del problema con el conocimiento matemático.

También, en la línea de los modelos de comprensión de las palabras del texto en los problemas verbales, se encuentra el trabajo de Stern (1993). Este se centra en los factores responsables de las dificultades encontradas en la interpretación de problemas aritméticos comparativos con la incógnita en el conjunto referente (v.g., Briars y Larking, 1984; Lewis y Mayer, 1987; Riley y col.,1983). Estos parecen más difíciles para los niños que cuando lo que se desconoce es el conjunto comparado. Para determinar las razones de tales dificultades, realiza 6 experimentos con niños de preescolar y primero en los que analiza la influencia de tres factores lingüísticos:

a) El uso de los pronombres personales en el texto. La autora considera la hipótesis de que en los problemas de comparación donde se desconoce el conjunto referente, el uso de los pronombres puede confundir a los niños y dificultarles su solución.

b) El uso por parte de los niños de estrategias basadas en las *"palabras claves"* del problema (*"keywords"*) que aluden a operaciones aritméticas (De Corte y Verschaffel, 1985; Nesher y Teubal,1975), (v. g., *"más"*, que significaría para los niños que tienen que sumar y *"menos"* que deben restar). Para Stern (1993) estas pueden facilitar la solución correcta cuando se desconoce el conjunto comparado pero no cuando se desconoce el referente.

c) La comprensión por parte de los niños, de la simetría del lenguaje implicado en comparaciones cuantitativas. Esto es, el hecho de que la diferencia entre dos conjuntos puede ser expresada tanto de la manera: *"en el conjunto x hay n objetos más que en el conjunto y"* o *"en el conjunto y hay n objetos menos que en el conjunto x"*. Para la autora, aunque los niños son capaces de entender los términos *"más"* y *"menos"* separadamente, no conocen, sin embargo, su significado contrastado.

Los resultados de sus experimentos revelan que ni las dificultades en el procesamiento de pronombres personales ni el uso de "palabras claves" como estrategia, pueden explicar las diferencias en dificultad entre los problemas comparativos. Por otra parte, confirmó que los escolares no eran conscientes de que las diferencias entre dos conjuntos pueden expresarse de las dos maneras antes comentadas. Es la ausencia al acceso a un uso flexible del lenguaje (i.e., simetría de las relaciones comparativas) lo que hace que los problemas de comparación con el conjunto referente desconocido sean difíciles para los niños.

1.10.2. Errores en la resolución del algoritmo

Se ha comprobado que errores de cálculo de los niños no son aleatorios sino que resultan de la aplicación de estrategias sistemáticas denominados *"bugs"* (Brown y Burton, 1978; Ginsburg, 1977, Resnick, 1982, Resnick y Omanson, 1987; Siegler y Shrager, 1984). Estos ocurren porque los niños tiene un conocimiento parcial de los procedimientos matemáticos. Estos errores sistemáticos indican la presencia de conocimiento matemático por parte del niño, que trata de resolver activamente la tarea dotándola de significado y coherencia. Esto ocurre, por ejemplo, cuando el niño siempre resta el número más pequeño del más grande independientemente de la posición que ocupe. Esto podría considerarse como consecuencia de una mala interpretación de lo que el profesor puede haber dicho *"Siempre hay que restar el número menor del mayor"*, pero el error procedimental resulta de un intento de dar sentido a nuevos problemas aplicando el conocimiento que tiene disponible (Ginsburg, 1997).

1.10.2.1. Adición

Los errores que cometen los niños al sumar pueden afectar al componente sintáctico de la adición, al semántico o ambos a la vez. (Brown y Burton, 1978; Bermejo y Rodríguez, 1986). Bermejo y Rodríguez (1986, comentado en Bermejo, 1990) encuentran que los niños de segundo de preescolar y primero de E.G.B. cometen errores pertenecientes a ambas categorías. Los niños más pequeños cometían más errores cuando el segundo sumando era mayor que el primero y las cantidades del problema no se podían representar con los dedos de una sola mano. En primero, la mayor parte de los errores semánticos se originan en las "llevadas", al tener los niños de este nivel, dificultades relativas al intercambio entre las columnas. Los errores de tipo cometidos consistían en anotar el valor absoluto como resultado de la adición de los dígitos de una columna, olvidando que solo puede colocarse una cifra por columna hasta llegar a la última de la izquierda.

1.10.2.2. Sustracción

Numerosos autores se han ocupado de analizar los errores cometidos por los niños en las tareas sustractivas (Brown y Burton, 1978; Resnick, 1982, Resnick y Omanson, 1987). Describimos seguidamente, algunos de los errores más frecuentes en la resolución de algoritmos sustractivos de dos columnas (Brawn y Burton, 1978)

1. Sustraer el número menor del mayor sin tener en cuenta su pertenencia al minuendo o al substraendo.

2. Cuando nos llevamos 1 de una columna del minuendo, ocupada por el 0, el niño escribe 9, pero no se lleva la otra unidad de la columna inmediatamente a su izquierda.

3. Cuando el minuendo contiene un 0, se anota como resultado el mismo 0 o el número que figura en el substraendo.

4. Cuando hay que llevar 1 de una columna del minuendo ocupada por el 0, se salta esta columna y se toma la llevada de la columna siguiente.

5. Si el 0 se encuentra en el substraendo los niños tienden a anotar como resultado directamente 0.

6. En caso de que el valor del substraendo supere al del minuendo anotan 0 como respuesta.

7. Cuando hay que llevar 1 de una columna del minuendo ocupada por el 0, el niño la lleva de la misma columna del substraendo.

1.11. CONCLUSIÓN

Desde la perspectiva de la psicología del desarrollo, hemos podido contemplar algunos de los enfoques teóricos de mayor repercusión para la comprensión del aprendizaje de la aritmética en el niño. Tras la teoría piagetiana sobre el número, se han realizado muchos trabajos posteriores que corrigen sus conclusiones y aportan nuevos conocimientos sobre la construcción infantil del número. Muchos de estos trabajos confluyen en lo que se conoce como el *modelo de integración de habilidades* desde el que se concede una gran importancia al acto de contar. Este adquiere el rango de habilidad básica sobre la que se sustentará la posterior comprensión y aplicación del número.

Podríamos resumir, los principios de este modelo, empleando las palabras de Bermejo (1990): *"... desde el modelo de integración de habilidades se afirma que las habilidades numéricas tales como el conteo, suponen procesos cognitivos complejos que podrían desempeñar un papel crucial constructivo, tanto en el desarrollo del número como en el de las operaciones lógicas del niño"... "en consecuencia, la alternativa entre enseñar al niño* *operaciones lógicas como clasificación, orden y conservación, o habilidades numéricas como el conteo, no parece justificarse" "... la integración entre ambos tipos de enseñanza parece la actitud más adecuada, ya que la presencia de ciertas actividades de clasificación y orden resulta casi imprescindible en una enseñanza integral del número"* (Bermejo, 1990, p. 54).

También, en este capítulo, nos hemos aproximado a las operaciones elementales de adición y sustracción, y a las conclusiones más importantes que se han aportado desde las investigaciones de la psicología en torno al aprendizaje de la aritmética elemental, desde la que se considera la formulación de los problemas verbales aritméticos como el eje vertebral de dicho proceso de aprendizaje. Tanto la estructura de los problemas, como las estrategias infantiles para su resolución, han sido objeto de un gran interés por parte de los estudiosos en esta área, por lo que basamos en ellas nuestro trabajo actual. Hemos recogido en este capítulo distintos modelos que, basándose en la simulación por medio del ordenador, explican los procesos que sigue el niño en la resolución de problemas verbales aritméticos. La mayoría de ellos enfatizan la importancia del dominio lingüístico, y la construcción de un modelo mental de la situación descrita en el problema como la clave de su adecuada ejecución.

Por otro lado, el estudio de los errores cometidos tanto en la ejecución de los problemas verbales como de los distintos procedimientos algorítmicos, tiene una relevancia fundamental desde la psicología cognitiva, ya que son el *"extremo de la madeja"* desde el que debemos *"tirar"* para desentrañar la naturaleza del pensamiento matemático infantil.

2. CONCEPTO DE DISCREPANCIA EN EL DIAGNÓSTICO DE LAS DA

2.1. INTRODUCCIÓN

Un importante objetivo, tanto desde el ámbito escolar como de la clínica, es la identificación de niños con necesidades educativas especiales. En cualquiera de los aprendizajes instrumentales básicos como lectura, escritura y aritmética podemos encontrar distintos niveles o grados de deficiencia. Así, por ejemplo, en una aula ordinaria, entre los designados como menos habilidosos para la aritmética se encuentran aquellos que muestran un retraso en esta área unido a un retraso general y los que están uno o dos años por debajo del nivel de aritmética que les corresponde, a pesar de tener un CI medio o por encima de la media. El primer grupo podría ser etiquetado como con retraso general y el segundo grupo de niños correspondería al que tiene retraso específico en matemáticas, también llamados discalcúlicos. Pero esta clasificación que a primera vista parece fácil, tiene sus problemas a la hora de marcar criterios para distribuir los niños con bajo rendimiento en aritmética en uno u otro grupo. Uno de los fundamentos teóricos en los que los investigadores se han apoyado para identificar una dificultad de aprendizaje (DA) lo encontramos en los modelos basados en la denominada "discrepancia" entre habilidad intelectual, medida por el CI, y el rendimiento en los distintos aprendizajes instrumentales básicos.

Los modelos basados en la discrepancia presuponen la existencia de medidas independientes y definitivas para el diagnóstico de las DA a través de diferentes métodos para su cálculo (Frankenberger y Fronzaglio, 1991). Estos modelos son actualmente cuestionables a causa de una serie de problemas, entre ellos están los de índole metodológica debidos a la dificultad de encontrar el método idóneo para cuantificar la discrepancia (Schuerholz, Harris, Baumgardner, Reis, Freund, Church, Mohr y Bridge, 1995). A esto se suman otras importantes aportaciones (Rispens, van Yperen y van Duijn, 1991; Siegel, 1989) que consideran la irrelevancia del CI en la identificación de las DA dado que las medidas de CI son multifactoriales además de altamente influenciadas por las oportunidades culturales y factores socioeconómicos. Por ello, es razonable para estos autores cuestionar la contribución que este tipo de medida puede representar para el proceso de identificación de DA. Por ello, consideran que los niños con bajo CI y problemas de aprendizaje podían, al haberse tenido en cuenta su CI como un elemento importante de identificación, quedar excluidos de una posible reeducación.

Por otra parte, los modelos basados en la discrepancia se fían de la predictibilidad de las comparaciones del rendimiento frente la habilidad intelectual. Sin embargo, cada vez cobran mayor importancia en la predicción del éxito académico las variables de procesamiento, tal como sucede entre el rendimiento en lectura y las habilidades de procesamiento fonológico (Fletcher, 1992; Siegel, 1992, 1993; Vellutino, 1979). Esta aproximación cognitiva considera que un mínimo de habilidad intelectual es necesario para el éxito académico, pero una alta habilidad no es necesariamente una condición para el éxito, esto es, tener más inteligencia no presupone un mayor éxito en la lectura u otras habilidades académicas (Siegel, 1989). Seguidamente, abordaremos de forma más detallada cada uno de estos aspectos que comprometen la definición del concepto de DA basada en la discrepancia CI- rendimiento.

2.2. CONCEPTO DE DISCREPANCIA O DA

El término "Learning disabilities" (dificultades de aprendizaje) es un constructo polémico, objeto constante de estudio, siendo muy problemática la delimitación de su contenido. El único elemento de su definición en el que hay acuerdo general es en el bajo rendimiento escolar (Frankling, 1987 cit. en Suárez, 1995), aunque existe bastante coincidencia en excluir de esta categoría a los escolares con bajo rendimiento debido primeramente a deficiencias sensoriales, deficiencia mental, trastornos emocionales graves, deprivación sociocultural o falta de oportunidades educativas (Suárez, 1995).

En los años 60, Kirk introduce el término DA para aquellos niños que teniendo un C.I. normal no rinden en la escuela (Kirk y Kirk, 1983).

En los años 70, la Conferencia Internacional de la Association for Children with Learning Disabilities (ACLD) propuso que fueran consideradas causa de DA las desventajas socioculturales.

En 1979, Kirk y Gallagher describen tres criterios para diagnosticar la DA: discrepancia entre la capacidad intelectual y el rendimiento, necesidad de tratamiento especializado y exclusión etiológica.

Según el DSM-IV (American Psychiatric Association, 1995) para la identificación de la existencia de una DA se utiliza como referencia la discrepancia entre el potencial del alumno y su rendimiento, es decir, entre lo que se supone que es capaz de aprender y lo que de hecho aprende o rinde, y este desajuste no es atribuible a déficits sensoriales, físicos, motores o falta de oportunidades educativas.

De acuerdo con el National Joint Committee on Learning Disabilities (NJCLD): *"DA es un término general que se refiere a un grupo heterogéneo de desórdenes, manifestados en dificultades significativas en la adquisición y uso de las capacidades de comprensión oral, expresión oral, lectura, escritura, razonamiento o para las habilidades matemáticas. Estos desórdenes son intrínsecos al individuo, presumiblemente debidos a una disfunción del sistema nervioso central, y pueden ocurrir a lo largo de toda la vida. Los problemas en los comportamientos en los que se requiere autocontrol, percepción social e interacciones* *sociales pueden coexistir con las DA, pero no constituyen en sí mismos dificultad en el aprendizaje. Aunque las dificultades en el aprendizaje pueden ocurrir concomitantemente con otras condiciones incapacitantes (por ejemplo, deficiencias sensoriales, retraso mental, desequilibrios emocionales serios) o con influencias extrínsecas (tales como diferencias culturales, instrucción insuficiente o inapropiada), no son resultado de estas condiciones o influencias"* (NJCLD, 1994, p.65)

En resumen, podemos decir que un alumno tiene DA cuando existe una fuerte discrepancia entre su rendimiento escolar y su habilidad intelectual en una o varias de las siguientes áreas: expresión oral, comprensión auditiva, expresión escrita, habilidades lectoras básicas, comprensión lectora, cálculo y razonamiento matemático. De esta forma, este grupo está claramente diferenciado de los alumnos con retraso general cuyo rendimiento es el previsto de acuerdo con su baja capacidad. A partir de esta clasificación se desarrollan expectativas, pronósticos y programas educativos distintos según vayan dirigidos a uno u otro grupo de alumnos.

Las últimas definiciones que hemos visto, tienen en cuenta uno de los conceptos de mayor relevancia en la operacionalización del concepto DA, el criterio de **discrepancia**, llegando éste a ser sinónimo de DA para muchos profesionales (Mather y Healey, 1990).

En nuestro país, sin embargo, a pesar de que muchos de los textos publicados sobre el tema incluyen esta definición y los métodos cuantitativos para calcular tal discrepancia (Alfaro, 1986; Miranda, 1986; Monedero, 1984; Romero, 1993), aún no ha sido incorporado el criterio de discrepancia CI-rendimiento para la identificación de las DA al no haberse contemplado desde la legislación las DA como categoría específica de diagnóstico (Jiménez y Hernández, en prensa). En cambio, en los países de mayor tradición en la investigación de las DA, como es el caso de Norteamérica, los diferentes estados se ven obligados a determinar qué escolares pertenecen a esta categoría concreta y cuáles no, ya que la idea de discrepancia entre el rendimiento y la inteligencia, ha sido incorporada a la legislación reguladora de la educación especial para la identificación de esta categoría de diagnóstico (Frankenberger y Fronzaglio, 1991). El criterio de discrepancia suele operacionalizarse en una fórmula o **Cociente de Discrepancia**. Cuando la discrepancia supera un punto de corte prefijado, el escolar es considerado oficialmente con DA.

Sin embargo, ninguna de las definiciones antes mencionadas de las DA ha surgido de la investigación empírica, es decir, no han sido objeto de análisis de validez y fiabilidad (Fletcher y Morris, 1986). Esto supone una serie de problemas, entre ellos, el uso de las definiciones basadas en la discrepancia. En primer lugar, inquieta el hecho de que según sean las medidas psicométricas adoptadas, resulta una distribución distinta de los niños con DA. Esto es una consecuencia de la dificultad que entraña el cálculo de la discrepancia dado el número de decisiones estadísticas que hay que tomar. Una de estas decisiones se refiere a cómo puede ser calculada esta discrepancia o cuál es el método que debemos utilizar. La segunda se refiere a qué puntuaciones de la escala de CI (verbal vs. manipulativa) hay que considerar para su cálculo. Por último, es necesario delimitar la cantidad de discrepancia que debe considerarse como significativa (Siegel, 1992).

Los métodos para el cálculo de la discrepancia entre habilidad y rendimiento, pueden ser clasificados en cuatro grupos:

a) desviación respecto al nivel o grado (v. g., puntuaciones de rendimiento dos grados por debajo del nivel escolar en que se encuentra el alumno).

b) discrepancia basada en puntuaciones de edad. Consiste en considerar la diferencia con respecto a sus compañeros de su misma edad, y se obtiene mediante el uso de una serie de fórmulas, como por ejemplo, la que nos permite hallar el Cociente de Aprendizaje : CA = Edad en lectura/Edad esperada x 100. (Myklebust, 1967).

c) discrepancia basada sobre puntuaciones estándar que expresa la distancia de la puntuación a la media del grupo en unidades de desviación (v. g., puntuaciones de rendimiento dos o más desviaciones estándar por debajo de las puntuaciones de CI) y

d) discrepancia entre potencial y rendimiento basada en el análisis de regresión (v. g., desviación por debajo de la línea de regresión para el rendimiento y el CI al menos en 1.5 desviaciones estándar) (Frankenberger y Fronzaglio, 1991).

El uso de cualquiera de estos métodos implica un compromiso con los distintos factores que pueden ampliar o estrechar la distancia entre habilidad y rendimiento y las propiedades estadísticas de los instrumentos particulares usados para cuantificar las habilidades, el rendimiento y la discrepancia. (Schuerholz y col., 1995). Los investigadores tienen todavía problemas en la variabilidad del número de niños identificados por diferentes aproximaciones metodológicas a la discrepancia. Los estudios sobre el tema se centran principalmente en si debe ser medida con una fórmula de regresión en la que se incluyen las correlaciones entre el CI y las puntuaciones de rendimiento o, por el contrario, se debe calcular mediante el uso de un nivel absoluto de diferencia entre el CI y el nivel de rendimiento (Siegel, 1992). La investigación de Fletcher, Espy, Francis, Davidson, Rourke, y Shaywitz (1989), es un ejemplo de esta situación, ya que se compararon dos medidas psicométricas para definir la dificultad lectora. Una utilizó puntuaciones de corte que representan la discrepancia entre los niveles aceptables de inteligencia obtenidos en el WISC-R y el nivel de rendimiento lector sobre el Wide Range Achievement Test (WRAT). La otra medida psicométrica utiliza técnicas de regresión para ajustar estas puntuaciones a sus intercorrelaciones. Los resultados revelaron claramente que los niños que se identifican como con retraso específico en lectura varían según la definición empleada. Así, cuando se utilizaba el criterio de discrepancia basado en las puntuaciones estándar, muchos malos lectores no eran elegidos para el servicio de reeducación por no poseer un C.I. lo suficientemente alto. En cambio, si se utilizaba el procedimiento de regresión, muchos de estos niños podían ser elegidos para tal servicio. Sin embargo, un hecho a destacar es que Fletcher y col (1989), comprobaron las escasas diferencias en las habilidades cognitivas que aparecían entre los niños agrupados de acuerdo con las distintas definiciones.

En una investigación más reciente en esta misma línea, Francis, Espy, Rourke y Flecher (1990) encontraron también que, en ausencia de ajustes de regresión, en los modelos basados en la discrepancia CI-rendimiento, son identificados un mayor número de niños con DA con alto CI y bajo rendimiento en lectura que cuando no se tienen en cuenta estos ajustes usando el método basado en las puntuaciones estándar. Claritzio y Phillips (1992) compararon los métodos basados en las puntuaciones estándar con un procedimiento basado en la regresión para determinar la cantidad de sujetos identificados como con DA. Llegaron a la conclusión de que el método de regresión hace disminuir el número de estudiantes identificados con DA y que la mera selección de sujetos con bajo rendimiento, podría haber producido los mismos resultados en la toma de decisiones como los obtenidos mediante el enfoque basado en la discrepancia.

Por su parte, Schuerholz y col (1995) compararon la incidencia de DA calculada través de dos métodos diferentes, el método de regresión (MR) y el método basado en las puntuaciones estándar o de fiabilidad (MPE). Determinaron el CI mediante la escala de Wechsler y el rendimiento en lectura, escritura y aritmética mediante la batería de Woodcock y Johnson en una muestra de 210 sujetos con edades comprendidas entre los 6 y 12 años. Establecieron rangos de CI con la finalidad de comprobar la influencia de éste en la clasificación. Analizaron, además, variables de procesamiento lingüístico (conciencia fonológica) y la existencia de sintomatología neurológica (déficit atencional) en los sujetos clasificados por uno y otro método.

Sus resultados van en la línea siguiente: existen diferencias en el número de niños identificados con los dos métodos. El MPE identifica un 32 % más de niños con DA en lectura y matemáticas que el MR. Esto, afirman, es debido al efecto de tener en cuenta medidas estadísticas que reducen el posible error producido por los instrumentos de medida, lo que hace reducir cuantitativamente la magnitud de la discrepancia requerida para alcanzar el criterio de DA. Los autores consideran que es importante comprender que todos los niños identificados con el MR fueron identificados con el MPE.

En cuanto a los resultados de establecer distintos rangos de CI, encontraron que en el grupo de sujetos con bajo CI tanto en relación a las dificultades en matemáticas como en escritura, hubo concordancia entre los dos métodos en el número de niños identificados. En lectura, sin embargo, se identifican un número de niños dos veces mayor con el MPE cuando el CI es bajo. En cambio, cuando se incrementa el CI, el MR identifica, en general, una menor proporción de niños que el MPE.

El total de los 87 niños identificados con DA por ambos métodos, mostraban patrones similares de conciencia fonológica. En cuanto a las variables neurológicas, este estudio no permite a los autores encontrar una relación pura (sólo un 36.6%) entre las dificultades lectoras de estos sujetos clasificados con variables de procesamiento lingüístico.

Schuerholz y col (1995) hacen notar que la diferencia en porcentaje de niños clasificados diferencialmente por los dos métodos, ilustra el porqué desde la administración norteamericana, la aproximación a la regresión es una práctica favorable para aquellos estados que buscan contener el número de niños identificados dentro de límites más manejables. Las diferencias entre ambos métodos estarían expresadas en el grado de intensidad en que esos niños necesitarían de los servicios de reeducación o lo que es lo mismo, en los distintos niveles de severidad que podemos encontrar en la población de niños con DA.

Para concluir, debemos decir en relación al uso de uno y otro método para el cálculo de la discrepancia CI- rendimiento, que ambos siguen siendo utilizados indistintamente por los investigadores. No obstante, hemos de destacar la existencia de posiciones más extremas que cuestionan la necesidad de su empleo dadas las diferencias mínimas encontradas entre la proporción de niños determinada mediante los métodos que toman el CI como referencia y los que excluyen el uso del CI (Rispens, Van Yperen y Van Duijn, 1991). O, como ya hemos visto, las que consideran que con una baja puntuación en un test de rendimiento escolar debería ser suficiente (Siegel, 1992).

Otro aspecto metodológico que no está claro cuando se usa el criterio de discrepancia, es qué puntuación de CI debe tenerse en cuenta, esto es, la puntuación de la escala verbal del WISC, el total de la escala u otros test de inteligencia. Algunos autores recomiendan el uso de la escala total dejando a voluntad del examinador el uso de la puntuación más alta de las dos (Wechsler, 1992). El trabajo de Humphries y Bone (1993) es una muestra de esta preocupación. Analizan los problemas que pueden estar asociados a la identificación de una DA cuando el CI verbal se encuentra por debajo del CI manipulativo. Se determinó si existían perfiles cognitivos distintos entre niños con DA con puntuaciones bajas en el CI verbal y altas en el CI manipulativo y niños de aprendizaje lento quienes tenían puntuaciones bajas tanto en su CI verbal como su CI manipulativo. Compararon una muestra de 24 sujetos con DA y 33 sujetos de aprendizaje lento (entre 6 y 13 años). La discrepancia CI-rendimiento se obtuvo comparando las puntuaciones obtenidas en el WRAT-R con la puntuación del WISC. Los criterios fueron más de una desviación típica en uno o más de los subtest de la prueba de rendimiento y el punto de corte en relación con el CI fue de 12 o más puntos para considerar a un sujeto con DA. Las comparaciones entre los dos grupos de sujetos revelaron muy pocas diferencias cognitivas. Los grupos tampoco se diferenciaron en lectura, escritura y aritmética.

Un último punto en relación con las decisiones estadísticas al utilizar la discrepancia se refiere a la magnitud de la discrepancia que debe considerarse significativa. No existe un nivel de discrepancia universal al que podamos remitirnos. De hecho, es un criterio aplicado inconsistentemente en la toma de decisiones sobre la identificación de los sujetos con DA por parte de los equipos multidisciplinares (Mc Lesly, 1989). Además, la dificultad para determinar el uso de un determinado nivel de discrepancia se incrementaría con los niños de mayor edad con DA (Torgesen, 1989). Por otro lado, el punto de corte que se decida aplicar como válido, establecería una relación muy estrecha entre el número de niños clasificados con DA. Este criterio se podría adoptar como una decisión administrativa de modo que se ajustase la proporción de niños con DA obtenida a la oferta de los servicios especiales de educación de dicha administración (Frankerberger y Fronzaglio, 1991; Schuerholz y col., 1995).

2.3. ¿ES RELEVANTE EL CI EN EL DIAGNÓSTICO DE LAS DA?

Cada vez existe un mayor número de investigadores que coinciden en cuestionar la relevancia de las puntuaciones de CI obtenidas por los niños para la determinación de una DA. Esto ha sido debido, en gran parte, a las aportaciones de Siegel (1989) y Stanovich (1989) tras las que se ha abierto una gran polémica sobre qué es el CI y lo que realmente mide (Stanovich, 1989; Torgesen, 1989). Esto afecta profundamente al Cociente de Discrepancia. Como consecuencia de ello, muchos investigadores no están de acuerdo con el uso de este Cociente para identificar a los alumnos con DA (Reynols, 1984).

Concretamente, Siegel (1988, 1989, 1992) plantea abiertamente la polémica y presenta un informe que pone en entredicho la utilidad del CI en el diagnóstico de las DA e ilustra sus argumentos mediante estudios en el área de las dificultades en lectura, pero los considera también extensibles a las DA en otras áreas como aritmética o la escritura. Analiza el concepto de discrepancia y critica los cuatro principios básicos en que se fundamenta: 1) los test de CI miden inteligencia; 2) inteligencia y rendimiento son independientes, y la presencia de DA no afecta a las puntuaciones de CI; 3) el CI predice el rendimiento lector; 4) los disléxicos definidos a partir del criterio de discrepancia son cualitativamente diferentes de los lectores retrasados quienes tienen bajas puntuaciones en CI, esto es, los procesos cognitivos en sujetos con DA con bajas puntuaciones en el CI son diferentes de aquellos con DA y altas puntuaciones en el CI (Siegel, 1989).

Siegel (1988) compara buenos y malos lectores y trata de determinar si niños con distinto CI se diferencian en su rendimiento en una serie de tareas de deletreo, lectura, lenguaje, memoria y test de aritmética. El diseño de investigación utilizado incluía el control de dos variables: rendimiento lector y CI. Los sujetos se distribuyeron en cuatro grupos según su rango de CI, menos de 80, de

80 a 90, de 91 a 109 y más de 109. Se comparaba el rendimiento de los niños con y sin dificultad lectora con estos CI. Un niño se consideró mal lector cuando había conseguido una puntuación por debajo o igual al percentil 25 en el test de lectura WRAT. Este test incluye la lectura de palabras aisladas y es interesante para detectar lectores con dificultad porque se supone que los problemas en las habilidades de decodificación constituyen la base del problema de lectura (Siegel, 1984). Una de las cuestiones importantes de su investigación era determinar si los niños con dificultad lectora con diferentes niveles de CI diferían en su nivel de habilidad lectora. Si las puntuaciones de CI son importantes entonces encontraría diferencias. Si no es así, se esperarían similares patrones de lectura a lo largo de la variedad de niveles de CI.

En la lectura de palabras aisladas, Siegel encontró que los niños sin dificultad lectora con un CI por encima de 109 obtenían mejor rendimiento que los de menor cociente del mismo grupo. Esto se explica, porque los niveles más avanzados del WRAT, requerían la lectura de palabras de baja frecuencia, convirtiéndose este, afirma la autora, en un test de vocabulario más que de habilidad lectora. Entre los malos lectores no había diferencias significativas en función de su CI y las habilidades de reconocimiento de la palabra eran generalmente más pobres. En la tarea de reconocimiento de pseudopalabras tampoco había diferencias, en función del CI, en niños con dificultad lectora. En general, los buenos lectores mostraban unas buenas habilidades fonológicas que eran superiores en los de mayor CI. Asimismo, en la tarea de lectura de palabras regulares e irregulares, no había diferencias entre los malos lectores en función de su CI. Los lectores con dificultad en todos los niveles de CI tenían significativamente puntuaciones peores que los niños sin dificultad. Resultados similares se obtuvieron en tareas de decisión léxica, fonológicas y de deletreo. En definitiva, los sujetos malos lectores rendían en un nivel significativamente por debajo de los buenos lectores. Sin embargo, no había diferencias producidas por los distintos niveles de CI.

Siegel también estudió los aspectos sintácticos y de comprensión lectora en ambos grupos de sujetos, encontrando que el rendimiento de los malos lectores era significativamente más bajo que el de los buenos lectores. En ningún caso los CI fueron predictores significativos del rendimiento en los niños con dificultad lectora. En cuanto a la comprensión lectora, Siegel pudo observar que, en algunos casos, los niños sin dificultad lectora y con puntuaciones altas en el CI superaban en rendimiento a los niños del mismo grupo con menores puntuaciones en su CI. Sin embargo, ésta no fue la tendencia entre los sujetos con dificultad lectora, que rindieron mal, independientemente de su CI. Un patrón similar se encontró en las tareas de memoria a corto plazo.

En resumen, los hallazgos más destacados se refieren a que las habilidades que los niños muestran en las diferentes tareas de lectura no están en función de su CI y que los niños con dificultad lectora de cualquier CI alcanzan similares puntuaciones en las distintas tareas cognitivas. Esto viene a demostrar que la tarea puede ser más discriminativa que el CI a la hora de diagnosticar las DA. A la luz de estos resultados, Siegel revisa los cuatro principios, antes enunciados, que subyacen al constructo de Discrepancia y llega a las siguientes conclusiones:

1) No está tan claro que el CI mida la inteligencia. El término inteligencia implica habilidad para solucionar problemas, razonamiento lógico y adaptación al entorno. El CI es un constructo y no la medida real de una función o estructura. El mero hecho de que no haya acuerdo entre los diferentes autores sobre lo que es la inteligencia, nos aconseja que tengamos prudencia a la hora de utilizarla como criterio para determinar las DA. En opinión de Siegel (1989) y de Stanovich (1989), el error fundamental radica en la creencia compartida por muchos psicómetras, psicólogos evolutivos y educativos de que el CI es una medida válida de la inteligencia potencial. Como mucho, las puntuaciones del CI son medidas generales de funciones cognitivas generales. La puntuación de

un test de inteligencia no debe ser interpretada como la medida del potencial del individuo. A la difusión de esta mala interpretación ha contribuido la práctica de medir la discrepancia a partir del CI.

2) Otro principio implícito del criterio de discrepancia es que la inteligencia puede ser medida independientemente del rendimiento. Un bajo CI puede ser consecuencia de una DA y las puntuaciones en CI pueden subestimar la inteligencia que realmente tiene el sujeto. Esto es debido a que cierto mínimo de capacidades cognitivas deben estar presentes al comienzo de la lectura, pero una vez que se inicia ésta, el acto lector por sí mismo desarrolla aún más estas capacidades. Esta relación bidireccional es conocida como el "Matthews effect" (Stanovich, 1986). Los CI obtenidos a partir de un test estandarizado miden habilidades de lenguaje expresivo, memoria a corto plazo, velocidad de procesamiento y conocimientos específicos. Muchos estudios demuestran que estas funciones son deficientes en sujetos que padecen DA. Hay evidencia de que los niños que tienen dificultad de aprender a leer tienen menos experiencia con la letra impresa, baja motivación y estimación propia. Esto les causa más problemas en el desarrollo de la habilidad lectora además de una disminución del CI como consecuencia de no tener las mismas oportunidades de enfrentarse a los textos escritos.

3) El tercer principio que asume el criterio de discrepancia, es que hay una fuerte correlación entre la lectura y el CI. Es decir, si un sujeto tiene baja puntuación en el CI. deberá ser un mal lector. Si, por el contrario, tiene puntuaciones altas, deberá ser un buen lector. Sin embargo, se han identificado un número significativo de niños hiperléxicos que pueden leer palabras y pseudopalabras a pesar de tener un bajo CI (Siegel, 1984), y los malos lectores lo son independientemente de su CI.

4) El último punto sobre el que reflexiona Siegel se refiere a que los procesos cognitivos en sujetos con DA con bajas puntuaciones en el CI son diferentes de aquellos con DA y altas puntuaciones en el CI. Esta afirmación se apoya en el estudio epidemiológico de Rutter y Yule (1975) y es la evidencia empírica más importante que posibilita el concepto de dislexia y de dificultad lectora. Sin embargo, estos hallazgos no han sido replicados. por el contrario, estudios que comparan disléxicos y niños con retraso lector -en los que nos centraremos más adelante- en un número de tareas cognitivas relacionadas con la lectura han producido resultados opuestos.

Siegel nos invita a abandonar el CI en el diagnóstico de las DA y considera necesario buscar otras alternativas al empleo del criterio de discrepancia ya que al utilizar este criterio muchos niños que deberían ser definidos como lectores con dificultad, no lo son. Propone que debería estudiarse el procesamiento fonológico en los sujetos con dificultad lectora por considerar que éste está en el centro de todo problema de lectura (Siegel, 1989).

2.4. ¿LA MEDIDA DE LA DISCREPANCIA ES ADECUADA PARA IDENTIFICAR INDIVIDUOS CON PROBLEMAS DE APRENDIZAJE DE DISTINTA ETIOLOGÍA?

La posibilidad de identificar un único grupo de individuos con problemas de aprendizaje que es diferente de otro que no presenta discrepancia (i.e., bajo CI y bajo rendimiento lector), ha sido la prueba más importante de la credibilidad y justificación de la definición de discrepancia (Toth y Siegel, 1994).

Desde el comienzo de la investigación sobre las DA se ha asumido la existencia de diferencias etiológicas, neurológicas y cognitivas, entre los lectores retrasados de alto y bajo CI. Esta diferente etiología sería la demostración de que los lectores con dificultades con alta inteligencia forman un grupo diferenciado. Pero como Pennington, Gilger, Olson y DeFries (1992) argumentan: *"... el problema a resolver es si la dificultad lectora es "el extremo inferior" de una distribución normal de la habilidad lectora determinada multifactorialmente o si algunos casos de DA en lectura representan un desorden etiológicamente distinto"* (Pennington y col., 1992, p. 562).

El asunto de la etiología diferencial entre los lectores normales y con dificultades, se ha llevado al campo de la genética. Así, los estudios con gemelos proporcionan bases para el establecimiento de distinta causa para algunos casos de dificultad lectora (Olson, Wise, Conners, Rack y Fulker, 1989). Además, existe evidencia empírica de algunos casos de transmisión genética en un patrón autosómico dominante para la dificultad lectora (Pennington, 1990; Smith, Kimberling y Pennington, 1991).

También se ha intentado explicar estas diferencias en base a estudios neuroanatómicos (ver para una revisión Hynd, Marshall y González, 1991; y Hynd, Marshall y Semrud-Clikeman, 1991). Por ejemplo, los estudios post mortem y en vivo han indicado que una asimetría atípica en el plano temporal está asociada con la dificultad lectora (Galaburda, 1991; Galaburda, Sherman Rosen, Aboitz y Geschwind, 1985, Steinmetz y Galaburda, 1991).

Todos estos hallazgos, aunque proporcionan fundamentos para soportar el concepto tradicional de dislexia, no son suficiente justificación para una definición práctica de uso común. Así, la identificación de sujetos con dificultad lectora según el criterio de discrepancia ha sido vista como una manera fácil de distinguir a esos niños caracterizados por su etiología diferente (Stanovich, 1994).

Sin embargo, no existe evidencia empírica de que haya diferencias etiológicas, ya sean éstas de naturaleza genética, neurológica o cognitiva entre sujetos disléxicos y con retraso lector. Por ejemplo, estudios sobre el origen genético (Olson, Rack, Conners, DeFries y Fulker, 1991) encuentran que la heredabilidad (i.e, grado en que la dificultad lectora es determinada genéticamente) del grupo de gemelos con déficits lectores y alto CI era más alta (.67) que la del grupo de gemelos con déficits lectores y bajo CI (.40), pero esa diferencia no fue estadísticamente significativa. Un análisis paralelo basado en las puntuaciones de CI verbal en lugar de las de la escala total reveló valores de heredabilidad de .59 y .49, una diferencia que nuevamente no fue significativa.

Por otra parte, Pennington y col (1992) mediante un análisis de regresión múltiple encuentran puntuaciones de heredabilidad de .46 y .49 para el grupo de discrepantes y el de no-discrepantes respectivamente. Para estos autores esto es indicativo de que aproximadamente el 50% de los déficits de ambos grupos son debidos a factores genéticos. Aunque consideran que estos resultados, en principio, son consistentes con la hipótesis de que los mismos genes influyen en cada genotipo diagnóstico; sin embargo, ello no es suficiente para probar la hipótesis de que los dos grupos tienen la misma etiología ya que los estudios con gemelos no son informativos del modo de transmisión genética. Serían necesarios diferentes métodos de análisis genético para poder afirmar la existencia de igual etiología.

Tampoco estos autores encuentran indicadores de que las anomalías neuroanatómicas que están asociadas a la dificultad lectora sean más características de los sujetos con alto CI que los de bajo CI.

Por tanto, la dificultad lectora, definida a partir del criterio de discrepancia no está asociada a la existencia de factores genéticos o anomalías neuroanatómicas. La mayoría de los investigadores han seleccionado a los sujetos en función del criterio de discrepancia, pero no comprobaron si en los sujetos no-discrepantes se encontraban los mismos correlatos (Stanovich, 1994). En resumen, como afirma Fletcher (1992): *"... Los hallazgos encontrados por todos estos estudios no refutan la existencia de una posible base biológica para la dificultad lectora, sólo la hipótesis de que esa base biológica es diferente para los niños que son encontrados en base al criterio de discrepancia"* (Fletcher, 1992, p. 547).

En relación a las diferencias cognitivas entre los grupos con alto y bajo CI contamos con los hallazgos encontrados por Siegel (1988, 1989, 1992, 1993) donde se demuestra que no existen diferencias entre estos sujetos en el área de la lectura.

Siegel (1992) llevó a cabo una revisión exhaustiva de estudios que han tratado de averiguar si existen diferencias en los procesos cognitivos entre sujetos con DA que difieren en CI, no encontrándose diferencias estadísticamente significativas. Además realiza un estudio de metaanálisis sobre una muestra de 1657 niños con edades comprendidas entre los 6 y 7 años. De esta muestra inicial 465 fueron identificados con dificultad lectora cuando su rendimiento lector medido por el subtest de lectura del WRAT era inferior al percentil 25. Estos, a su vez, fueron divididos en dos grupos basándose en la diferencia en su CI. Utilizó para ello las puntuaciones del WISC-R y las del subtest de lectura del WRAT. Los niños eran considerados disléxicos si su puntuación estándar era de más de 15 puntos sobre su puntuación de CI y con retraso lector fueron clasificados aquellos cuyas puntuaciones en lectura estaban por debajo de los 15 puntos. Además, realizó un análisis alternativo en el que se emplearon las puntuaciones de regresión para el CI. Emplea una serie de tareas de naturaleza fonológica (lectura de pseudopalabras, deletreo de pseudopalabras, reconocimiento visual de formas y sonidos, además de una tarea visual y fonológica) para demostrar que tampoco existen diferencias entre disléxicos y lectores retrasados cuando se utiliza el criterio de discrepancia.

Las conclusiones más importantes de este estudio son la no necesidad de hacer una distinción entre estos dos grupos de malos lectores, en términos de los procesos básicos subyacentes a su capacidad lectora. Tampoco encuentra diferencias entre la discrepancia medida con respecto al uso de la diferencia absoluta entre el CI y el nivel lector y la determinada por la aplicación de una formula de regresión. Por lo que concluye, que no se encuentran diferencias entre disléxicos y lectores retrasados cuando se utiliza el criterio de discrepancia y que para el diagnóstico de la dificultad lectora, parece ser una medida más apropiada tener en cuenta el rendimiento en tareas de procesamiento fonológico.

En otro de sus trabajos (Siegel, 1993) examinó la relativa contribución del CI a las habilidades lectoras. En esta ocasión mediante un análisis de regresión múltiple, seleccionó una muestra de 1493 niños que incluía tanto niños con dificultad lectora como niños con rendimiento normal. Se les aplicó una variedad de tareas fonológicas como lectura de pseudopalabras, deletreo, reconocimiento de la forma visual de las pseudopalabras y tarea de decisión léxica fonológica que incluía decidir si una pseudopalabra podría ser pronunciada como una palabra inglesa así como medidas de comprensión lectora. Predijo que las correlaciones del procesamiento fonológico y las habilidades lectoras deberían ser significativamente más altas que las correlaciones de los CI y las habilidades lectoras. Los resultados indicaron que la habilidad de leer pseudopalabras estaba más altamente correlacionada con el reconocimiento de la palabra y la comprensión lectora y que el CI contribuyó muy poco a la habilidad lectora.

Más recientemente, Toth y Siegel (1994) revisaron 21 estudios donde se compararon grupos de disléxicos y lectores retrasados y encontraron muy pocas diferencias en las distintas tareas cognitivas y lectura. Todos los estudios mostraron diferencias significativas en CI entre los lectores retrasados y disléxicos, lo cual era de esperar puesto que se utilizó el criterio basado en la discrepancia para la formación de los grupos. En cambio no se encontraron diferencias significativas entre disléxicos y lectores retrasados en las tareas relacionadas directamente con la lectura, tales como reconocimiento de palabras y decodificación, conciencia fonológica, comprensión lectora y procesamiento ortográfico.

Por su parte, Fletcher y col (Fletcher, Shaywitz, Shankweiler, Katz, Liberman, Stuebing, Francis, Fowler y Shaywitz, 1994) examinaron la validez de distinguir entre 199 niños (de edades comprendidas entre 7.5 y 9.5 años) con dificultades de acuerdo a definiciones basadas en la discrepancia y bajo rendimiento. Los niños fueron comparados en nueve variables cognitivas relacionadas con la eficiencia lectora. Los resultados no apoyan la validez de las definiciones basadas en la discrepancia. Los indicadores más robustos de diferencias entre sujetos con impedimentos lectores y normales fueron las medidas de conciencia fonológica independientemente de cómo fue definida la dificultad lectora.

En otro trabajo, Stanovich y Siegel (1994) mediante un método análogo al diseño de nivel de lectura, comprobaron si los perfiles cognitivos de malos lectores con discrepancia inteligencia-rendimiento difieren de aquellos sin discrepancia. Fueron comparados un total de 907 niños (de entre 7 y 16 años) en una variedad de tareas fonológicas, ortográficas memoria y lenguaje. Sus resultados indican que las variables de procesamiento fonológico son el centro de toda dificultad lectora.

También en nuestro país, se han llevado a cabo algunos estudios en este sentido. Así, por ejemplo, Jiménez y Rodrigo (1994) estudiaron si las diferencias de acceso al léxico entre lectores normales y lectores retrasados podían explicarse por la influencia del CI. Se manipularon diferentes parámetros psicolingüísticos en las palabras (i. e., longitud, frecuencia silábica posicional y frecuencia léxica), y en las pseudopalabras (i. e., longitud, frecuencia silábica posicional) para estudiar las rutas utilizadas por los dos grupos. Encontraron que el CI no explica las diferencias en procesamiento léxico entre lectores normales y lectores retrasados, y que los parámetros léxicos y subléxicos tenían mayor influencia en los lectores retrasados. Esto significa que estos sujetos acceden con más dificultad al léxico por problemas de mediación fonológica. Asimismo, utilizando una tarea de nombrar con un diseño similar al anteriormente descrito, Rodrigo y Jiménez (remitido para su publicación) encontraron resultados convergentes con los de la tarea de decisión léxica, ya que tampoco en la tarea de nombrar se detectó ninguna interacción significativa entre el CI y el nivel lector.

Más recientemente, Jiménez y Rodrigo (remitido para su publicación) para comprobar si el criterio basado en la discrepancia CI-rendimiento, es útil en la definición de dislexia, seleccionaron a una muestra de sujetos disléxicos, lectores retrasados y lectores normales, utilizando el método de la discrepancia basado en la comparación de puntuaciones estándar. Los grupos se compararon entre sí con el fin de analizar si existían diferencias en procesos cognitivos que están involucrados en la lectura, tales como el acceso al léxico, así como en tareas de lectura y escritura. No había diferencias significativas entre disléxicos y lectores retrasados en la ejecución de tareas de acceso al léxico (i.e., decisión léxica y nombrar), ni tampoco en tareas de lectura y escritura. Se concluye que el criterio de discrepancia CI-rendimiento no sería relevante cuando se pretende diferenciar ambos grupos de sujetos con dificultad lectora. Esto indica que el CI no tiene una influencia decisiva en el acceso al léxico y que el acceso al léxico, como módulo de procesamiento estaría operando de automáticamente y de forma independiente de la habilidad cognitiva general de los sujetos. Asimismo, los hallazgos obtenidos cuestionan la validez de uno de los principios que subyace al concepto de discrepancia en la dificultad lectora, el cuál asegura la existencia de diferencias en los procesos cognitivos entre lectores retrasados con diferente CI.

Esta situación y otras semejantes, han propiciado el que los investigadores se planteen si no sería más razonable, para identificar un niño con DA, centrar la atención en los procesos cognitivos que están involucrados en la lectura (Brown y Campione, 1986).

Por todo lo visto hasta ahora, podemos afirmar, que existe gran acuerdo entre los investigadores en considerar que la mayoría de los casos de dificultad lectora surgen en el proceso de reconocimiento de palabras (Perfetti, 1985; Siegel, 1985; Siegel y Faux, 1989; Snowling, 1991, Stanovich, 1981, 1986, 1988). Y que esas dificultades son, a su vez, debidas a deficiencias en el proceso de decodificación fonológica donde los patrones de las letras son transformados a un código fonológico. Estos problemas en decodificación fonológica se manifiestan en uno de los mayores síntomas de dificultad lectora, esto es, la dificultad de leer pseudopalabras (Olson y col., 1989; Siegel, 1989; Siegel y Ryan, 1988). Este déficit en la lectura de pseudopalabras es uno de los indicadores más distintivos del grupo de lectores con dificultades (Olson y col, 1989, Rack, Snowling y Olson, 1992; Stanovich y Siegel, 1994). Este indicador primario no distingue entre lectores con dificultades discrepantes y no-discrepantes (Stanovich, 1994).

Sin embargo, en el área de las dificultades en aritmética existen muy pocos estudios en relación a las diferencias entre sujetos clasificados según el criterio de discrepancia CI- rendimiento y sin discrepancia. Al igual que en la lectura existen estudios que establecen relación entre la discalculia con anormalidades en el funcionamiento de los hemisferios cerebrales (Gordon, 1992; O' Hare, Brown y Aitken, 1991). También se ha intentado establecer correlatos de naturaleza genética para estos sujetos (Gillis y DeFries, 1995). Pero, por el momento, no contamos con estudios que evidencien la existencia de diferencias etiológicas entre los sujetos con dificultad en aritmética con diferente CI.

2.5. CONCLUSION

A modo de conclusión, podemos decir, que existe un gran cuerpo de investigaciones que analizan y critican los modelos basados en la discrepancia como única vía en el diagnóstico de las DA. Se ha sugerido como alternativa, una aproximación multidimensional al diagnóstico de las DA (Fletcher, 1992). Deberíamos basarnos tanto en aspectos de procesamiento como tener en cuenta factores relativos al funcionamiento del cerebro de estos sujetos (Schuerholz y col., 1995).

De los estudios revisados, podemos deducir que los disléxicos, definidos a partir de la discrepancia CI-rendimiento son similares a los lectores retrasados en todas las tareas cognitivas que están altamente relacionadas con la lectura, y, sin embargo, difieren unos de otros precisamente en tareas relacionadas con el CI. Según esto no parece muy relevante la inclusión del CI en la definición de dislexia. Y por lo mismo, no tendría sentido la distinción hecha tradicionalmente entre estos dos grupos de lectores con dificultades según el criterio de discrepancia.

Aunque los estudios genéticos y neuroanatómicos se han apoyado en un síndrome de DA, ya sea este referido a la lectura, la escritura o la aritmética, éste no parece estar relacionado de manera exclusiva a la población de niños con discrepancia CI-rendimiento.

3. DIFICULTADES DE APRENDIZAJE EN ARITMÉTICA

3.1. INTRODUCCIÓN

Las matemáticas elementales junto con la lectura y la escritura constituyen los aprendizajes instrumentales básicos de los primeros años de la escolaridad y, por tanto, la base sobre la que se sustenta la adquisición de conocimientos más complejos. El conocimiento matemático, es necesario para poder responder a las situaciones que se presentan en la vida cotidiana, así como, cada vez más, para ser capaces de desenvolvernos en nuestra sociedad.

En las últimas décadas, ha habido un interés creciente por parte de los profesionales en torno al estudio de la naturaleza del pensamiento matemático, y ello se refleja en el surgimiento de nuevas revistas sobre el tema como, por ejemplo, Mathematical Cognition o Journal of Research in Mathematics Education. Asimismo, gran parte de la investigación en este terreno, adoptando una perspectiva basada en el procesamiento de la información, se ha centrado en la descripción de la naturaleza del conocimiento y de la adquisición de subhabilidades y destrezas que permiten al niño una competencia adecuada en las matemáticas. No obstante, a pesar de este interés general, no podemos considerar suficiente el número de trabajos en relación con un aspecto tan importante como es el de las DA en aritmética, dado el alto índice de fracaso escolar en esta área.

Históricamente, el estudio de las DA se ha centrado en la lectura. En contraste, ha sido poca la atención dedicada a las alteraciones que se producen en la adquisición de habilidades aritméticas (Badian, 1993; Bratchelor, Gray y Raymond, 1990; Ginsburg, 1997) y esta ausencia de interés ha sido el reflejo, quizás, de factores culturales y sociales. Se ha sugerido, por ejemplo, que la falta de habilidades matemáticas ha sido generalmente considerada más socialmente aceptable que tener un problema con la lectura (Gordon, 1992). Esto, tal vez sea debido a la falta de disposición hacia el trato con las matemáticas por parte de la cultura occidental. En particular, Ginsburg (1997) se ha referido a la cultura de Estados Unidos como *"math-fobic"* o fobia hacia las matemáticas. Por otra parte, se da la circunstancia de que éste es uno de los países que han estado en cabeza en la investigación en psicología y, en concreto, sobre las DA. Estos hechos contrastan con la demanda cada vez mayor de conocimientos matemáticos que caracterizan a una sociedad tecnificada como la nuestra (Rivière, 1990).

Son varios los autores que se han preocupado por determinar la incidencia de las DA en las matemáticas. Por ejemplo, según un estudio comparativo del nivel de rendimiento en una prueba objetiva de matemáticas en distintos países (Lapointe, Mead & Phillips, 1989) en España, tan sólo el 57% de los niños de 13 años alcanzan un nivel funcional mínimo que se requiere para una mediana comprensión de los aspectos matemáticos que se nos demandan cotidianamente en nuestro entorno. El resto, un alto 43% no llegan a adquirir el nivel necesario de competencia que les permita poseer esta habilidad en su nivel instrumental básico. Kosc (1974) identificó al 6.4% de una amplia muestra de estudiantes de quinto grado en Checoslovaquia como discalcúlicos (Kosc, 1974). Badian (1983) encuentra un grado de incidencia idéntico al de Kosc en una muestra de 1.476 niños de 1º hasta 8º grado quienes obtenían una puntuación por debajo del percentil 20 en el test de rendimiento de Stanford.

Las demandas de conocimientos matemáticos por parte del sistema educativo unidas a esta alta incidencia de problemas con las matemáticas hacen evidente la necesidad de mayor investigación en esta área. Se han tenido en cuenta diversos factores explicativos del hecho de que los niños no aprendan adecuadamente. Desde un punto de vista educativo, podría obedecer a factores externos como la dificultad inherente a esta disciplina o la que plantea su enseñanza (Cokcroft, 1985). En cuanto a los factores internos, tendríamos que referirnos a la existencia de una dificultad específica para el aprendizaje de las matemáticas en algunas personas, conocida con la denominación de discalculia. Este trastorno, de origen incierto, impide el aprendizaje de las operaciones matemáticas más elementales, como el procesamiento de los números, el cálculo aritmético o la resolución de problemas.

La aproximación tradicional para identificar a los niños con DA en aritmética es la de seleccionar a sujetos con CI normal quienes obtienen unas puntuaciones bajas en su rendimiento escolar ordinario. En la práctica, los investigadores eliminan de esta consideración a los niños emocionalmente perturbados, con antecedentes de escolarización inadecuada para diferenciarlos de aquellos quienes presentan un retraso en las matemáticas o "garden variety" (Ginsburg, 1997).

Exponemos, a continuación, los criterios establecidos por el DSM-IV (DSM-IV, 1995) para el diagnóstico de los trastornos del cálculo:

A. Discrepancia entre el rendimiento esperado y el real: "La capacidad para el cálculo evaluada mediante pruebas normalizadas administradas individualmente, se sitúa sustancialmente por debajo de la esperada dados la edad cronológica del sujeto, su coeficiente de inteligencia y la escolaridad de su propia edad".

B. Implica una alteración significativa de la vida cotidiana. "El trastorno del criterio A interfiere significativamente el rendimiento académico o las actividades de la vida cotidiana que requieren la capacidad de cálculo."

C. La dificultad no se debe a déficits sensoriales, baja inteligencia o problemas de escolarización: "Si hay un déficit sensorial las dificultades para el rendimiento en cálculo exceden de las habitualmente asociadas a él".

"Las DA en aritmética van a incidir en diversas actividades como la comprensión y el empleo de nomenclatura matemática, comprensión o denominación de operaciones matemáticas, y la codificación de problemas representados con símbolos matemáticos, como el reconocimiento o la lectura de símbolos numéricos o signos aritméticos, y la agrupación de objetos en conjuntos, como copiar figuras correctamente en las operaciones matemáticas básicas, recordar el número que "llevamos" y que tenemos que añadir a cada paso, y observar los signos de las operaciones y habilidades como el seguimiento de las secuencias de cada paso en las operaciones matemáticas, contar objetos y aprender las tablas de multiplicar" (APA, 1990, p. 49).

A pesar de estas definiciones, no existe un acuerdo por parte de los investigadores, en cuanto a la aceptación de los criterios que definen el término DA, ya que como veremos más adelante carece de rigurosidad, hecho que es reconocido incluso por los autores que defienden la necesidad del término (Grahan & Harris, 1889; Lyon, 1989; Torgesen, 1989). Aún así, en muchas ocasiones el término discalculia es empleado de forma poco prudente por muchos médicos y psicólogos para referirse a los niños que no alcanzan los objetivos educativos básicos en matemáticas. El rendimiento pobre en matemáticas, resulta sin duda de condiciones diversas (Huges, Kolstad & Briggs, 1994). La explicación de un fracaso tan amplio en las matemáticas no se puede basar solamente en criterios internos. Es difícil asignar una causa única y de tipo orgánico a un trastorno en el que entran en juego tantos factores (Fernández, 1991) y habría que buscar los problemas asociados a este aprendizaje como aspectos culturales, la escuela, los profesores, los libros de texto y métodos instruccionales que constituyen la educación de un país (Ginsburg, 1997). Por otra parte, se hace necesaria la delimitación de niños a los que se les podría clasificar como discalcúlicos reales de aquellos cuyo fracaso podría ser explicado sobre la base de una inadecuada instrucción, pobre motivación u otros factores. Actualmente, existen distintas perspectivas teóricas explicativas de la etiología de la discalculia. Inicialmente, este término se comenzó a utilizar en el campo de la neurología. Por ejemplo, Kosc (1974) sugiere que la discalculia se debía a una alteración genética de las zonas cerebrales que constituyen un substrato neurológico de las matemáticas. La utilización del enfoque neurológico ha sido criticado desde la perspectiva educativa y evolutiva, ya que tiende a medicalizar el problema y además adolece de las mismas ambigüedades e inconvenientes que tiene la definición general de DA (Defior, 1996). Ginsburg (1997) sugiere ante el gran número de explicaciones neurológicas, que primero sería necesario identificar qué procesos cognitivos son la causa inmediata de las DA en matemáticas y después, si es posible, dar una explicación neurológica para ellos. Desde la perspectiva cognitiva, se pretende comprender los procesos que subyacen a la construcción de las habilidades matemáticas. Aunque, por el momento es poco el volumen de la investigación acerca de estos procesos, este enfoque parece ser uno de los más adecuados para explicar la naturaleza de las DA en matemáticas así como para ayudar a resolverlas (Rivière, 1990).

3.2. DIFICULTADES DE APRENDIZAJE EN ARITMÉTICA

3.2.1. Perspectiva neurológica y neuropsicológica

Los primeros en relacionar el cerebro humano con la habilidad para el cálculo fueron Gall y Spurzheim (ver para una revisión Levin, Goldstein, y Spiers, 1993) que mediante su teoría frenológica intentaban ofrecer las primeras nociones de localización de funciones cerebrales impulsando, de esta manera, al resto de la comunidad científica a abandonar el uso de técnicas utilizadas hasta entonces como la ablación. Los trabajos posteriores de Broca en 1860, demostraron la localización del habla en la tercera circunvolución del hemisferio izquierdo. A partir de entonces, comienza el estudio científico de la localización de funciones en el cerebro humano (Rourke y Conway, 1997). Lewandowsky y Stadelmann fueron los primeros en publicar un detallado estudio sobre la alteración en la habilidad para el cálculo, distinta de la afasia y resultante de un daño cerebral localizado. Describieron un tipo de alexia para los números que consideraban independiente de la alexia para las letras o palabras (Levin y col., 1993).

En 1920 el sueco Henschen (cit. en Fernández, 1991, p. 12) fue el primero en aplicar el término de "acalculia" a dificultades para el cálculo asociadas con daño cerebral. Seguido por los trabajos de Berger (1926) quien propuso la distinción entre acalculia primaria y secundaria según los trastornos que acompañan a una u otra. La acalculia primaria se refiere a una alteración específica de la habilidad de cálculo que no puede ser atribuida a dificultades más genéricas o prerrequisitos de ésta, tales como memoria a corto plazo o a la capacidad de mantener la atención. La acalculia secundaria, por otra parte, se refiere a los síntomas resultantes de un déficit primario, (v. g. la afasia) u otras alteraciones más permanentes de las funciones cerebrales.

Luria (1974), demostró de forma concluyente que pueden producir alteraciones y pérdidas de capacidades de representación numérica y cálculo, asociadas a lesiones en determinadas áreas corticales (parieto-occipital, parietal inferior, zonas frontal, etc.). En su trabajo sobre la clasificación de las acalculias, Hécaen (Hécaen, 1967; Hécaen, Angelergues, y Houillier, 1961) realizan un análisis pormenorizado de los errores que cometían los sujetos y proponen una clasificación basada en los mecanismos neuropsicológicos subyacentes a cada tipo. Distinguen esencialmente tres grupos:

Tipo 1. Acalculia resultante de alexia y agrafía para los números, en la que los pacientes son incapaces de leer o escribir los números requeridos para calcular correctamente.

Tipo 2. Acalculia espacial, asociada con impedimentos en la organización espacial de los números. (v. g. problemas para considerar los números agrupados en columnas, inversiones, dificultades para mantener el lugar del decimal... etc).

Tipo 3. Anaritmetría, referida a las dificultades de cálculo, ésta era considerada por Berger (1926) como acalculia primaria.

Esta clasificación sigue siendo de gran valor para muchos investigadores que continúan empleando este esquema con pequeñas modificaciones en el estudio de las alteraciones de la aritmética. Para Rourke y Conway (1997) : *"El trabajo de Hécaen y col. ejemplifica la moderna aproximación neurológica, en la cual el cálculo es analizado dentro de sus procesos componentes, los tipos específicos de discalculia derivan de la naturaleza de los errores característicos de cada paciente"* (Rourke y Conway, 1997, p. 36).

A partir de los estudios con adultos, ha surgido la duda de si sería plausible generalizar estas relaciones entre el cerebro y la conducta en niños con problemas de aprendizaje. Esta aproximación podría facilitar un primer paso en el desarrollo de una clasificación clínica de las dificultades en la aritmética que presentan los niños (Denkla, 1973). Sin embargo, para Rourke y Conway (1997): *" Las manifestaciones conductuales de los adultos resultantes de daño cerebral, difieren dramáticamente de aquellas observadas en los niños." "Esto* -afirman- *es consecuencia de un número de factores interactuantes como la naturaleza del daño, su localización en el Sistema Nervioso Central y las habilidades previas del individuo. Además, los adultos traen consigo* *una historia de funciones establecidas y habilidades aprendidas que les diferencia no sólo en términos de sus habilidades y consecuentes estrategias, sino además en términos de la cantidad de cambios que es esperada en el tiempo. Mientras que los adultos exhiben conexiones cerebro-conducta relativamente estáticas, tales relaciones en los niños son mucho más dinámicas. En los niños, el asunto más relevante es el impacto que varios impedimentos del desarrollo neurológico tengan en el orden, rango y nivel de futuro desarrollo y capacidad de aprendizaje." "Esta claro,* -continúan- *que la conceptualización de algunos subtipos de DA en aritmética está enlazada en gran medida con las clasificaciones hechas en adultos con daño cerebral. Sin embargo, se da el caso de que los niños que exhiben algún subtipo de DA en aritmética son mejor conceptualizados en términos de desarrollo neurológico, que poco tienen que ver con los modelos neurológicos de la acalculia"* (Rourke y col., 1997, p. 38). El efecto que una disfunción o un daño en el SNC podrá tener en el rendimiento aritmético de un niño es en gran medida una función de las actuales y futuras demandas de desarrollo del niño como de las características neuropatológicas del daño (Rourke, Bakker, Fisk, & Strang, 1983).

3.2.1.1. Discalculia evolutiva

La discalculia evolutiva ha sido menos estudiada comparada con la acalculia de los adultos. Como vimos, existe una ausencia de criterios ampliamente aceptados por los investigadores acerca de su definición. Los estudiantes con discalculia manifiestan impedimentos en su habilidad para rendir adecuadamente en tareas matemáticas, aunque la causa específica de este desorden no es conocida.

Kosc (1974) pone mayor énfasis en factores genéticos o congénitos que pueden comprometer la integridad de los substratos neuronales de la habilidad para el cálculo. El impedimento para las matemáticas depende más de la secuencia de desarrollo en la adquisición y perfeccionamiento de los sistemas neurológicos que del cálculo en sí mismo, lo que contrasta con la visión más estática de un impedimento en los centros cerebrales para el cálculo. Kosc clasifica seis subtipos de discalculia de desarrollo. Algunos de ellos tienen una gran similitud a las formas de acalculia encontradas en adultos (Hécaen y col., 1961) como: (a) la "discalculia pratognóscica", referida a dificultades para enumerar, comparar o manipular objetos matemáticamente; (b) la "discalculia ideognóstica", o dificultades en hacer operaciones mentales y en la comprensión de conceptos matemáticos; y (c) la "discalculia operacional", o dificultades en la ejecución de cálculos numéricos y operaciones.

Otras parecen reflejar solamente aspectos evolutivos del desorden como cuando se refiere a: (a) la "discalculia verbal", o dificultad para nombrar términos matemáticos y sus relaciones; (b) la "discalculia léxical" con impedimento para leer símbolos matemáticos incluidos dígitos, números y signos de operar; y (c) la "discalculia grafical" en relación con la escritura de símbolos matemáticos.

Otro investigador, como Badian (1983), identifica cuatro tipos distintos de discalculia evolutiva: (a) discalculia espacial; (b) anaritmetría; (c) discalculia atencional-secuencial; y (d) alexia y agrafia para los números. Sin embargo, existe oposición por parte de algunos autores (Hooper y Willis, 1989) a estas clasificaciones manifestando la falta de soporte empírico que pueda validarlas.

El rendimiento pobre en matemáticas, ha sido explicado de formas muy diversas. Farnham-Diggory (1992) considera que una característica crucial de los niños con DA en aritmética es la dificultad de coordinar datos de diferentes modalidades (v. g. kinestésicas o táctiles) o procedentes de diferentes canales (v. g. auditivo o visual). Cohn (1961), formula la hipótesis de que las DA en aritmética formarían parte de una disfunción lingüística general, producida por una falta de coordinación de sistemas neurológicos complejos. Otros investigadores consideran estas alteraciones de aprendizaje independientes de las alteraciones de lenguaje o la lectura. Por ejemplo, Money (1973) sugiere que la discalculia se relaciona con dificultades en funciones viso-espaciales dependientes de los lóbulos parietales.

Las aproximaciones más recientes desde la perspectiva neurológica acerca de la naturaleza de las dificultades aritméticas relacionan la habilidad matemática con la asimetría cerebral. Se han abandonado las nociones frenológicas y han sido sustituidas por explicaciones más sofisticadas de cómo el cerebro puede mediar entre esas conductas y las habilidades (Rourke y Conway, 1997). Aunque el hemisferio izquierdo siempre se ha considerado como el responsable en la mediación de los sistemas de símbolos numéricos, recuperación de hechos numéricos, de la memoria semántica y ecuaciones simples (Geary, 1993; Lezak, 1983; Spiers, 1987), el hemisferio derecho indudablemente tiene un papel muy importante en el pensamiento matemático que requiere razonamiento adaptativo y/o organización viso-espacial de los elementos del problema (Rourke y Conway, 1997).

Rourke y Finlanson (1978) llevaron acabo un estudio sobre 45 niños de nueve a catorce años de edad con DA. Tras aplicarles el WISC y los subtest de deletreo, lectura y aritmética del WRAT los clasificaron en tres grupos: Grupo 1 aquellos que eran deficientes en lectura, deletreo y aritmética, Grupo 2 los que eran mejores en aritmética (aunque por debajo de lo esperado por los autores) que en lectura y deletreo y Grupo 3 aquellos quienes su lectura y deletreo eran buenas, pero que tenían dificultades en aritmética. El rendimiento de los dos primeros grupos era mejor que el tercero en medidas neurológicas de habilidades viso-perceptivas y viso-espaciales, el tercer grupo era mejor que los otros dos en habilidades verbales y auditivas-perceptivas como era de esperar. Además, los niños de los Grupos 1 y 2 exhibían un patrón de CI verbal menor, mientras que el grupo tres mostraba un patrón opuesto obteniendo puntuaciones en la escala manipulativa menores que en la escala verbal. Estos resultados fueron interpretados como un reflejo de impedimentos hemisféricos diferentes en los tres grupos. Esto es, los resultados fueron consistentes con la hipótesis de que los niños de los Grupos 1 y 2 tenían alguna disfunción del hemisferio izquierdo, mientras que el Grupo 3 mostraba los efectos en los que estaba comprometido el hemisferio derecho.

Para explorar la posibilidad de que estos tres grupos estuviesen exhibiendo patrones diferentes de los hemisferios derecho vs. izquierdo, Rourke y Strang (1978) examinaron el rendimiento de estos tres grupos en medidas de habilidades motoras, psicomotoras y habilidades táctiles-perceptivas. Los resultados indicaron que el grupo tres era deficiente en relación tanto a su grupo de edad normativo como a los Grupos 1 y 2, en habilidades complejas táctiles y psicomotoras, especialmente cuando se utilizaba la mano izquierda. Esto proporciona mayor evidencia en apoyo a la hipótesis de que los niños del grupo 3 experimentan dificultades en matemáticas como resultado de una deficiencia de los sistemas que rige el hemisferio derecho en oposición al Grupo 2 de niños, cuyas dificultades surgen aparentemente de sistemas en los que es rector el hemisferio izquierdo.

En una tercera investigación, Strang y Rourke (1983) excluyen de sus comparaciones al Grupo 1 por considerar que exhibía un subtipo más complejo de DA (Fisk y Rourke, 1979) y compararon el rendimiento solamente del Grupo 2 con el 3, que tenían un déficit similar en aritmética, en su rendimiento en el Halstead Category Test, una medida de formación de conceptos no verbales y de razonamiento abstracto, así como la de habilidad para beneficiarse de feedback positivo y negativo. Como esperaban los autores, el Grupo 3 tuvo significativamente más errores que el Grupo 2. Estos resultados son interpretados, como un reflejo de alteraciones en el patrón de desarrollo en términos de la teoría piagetiana (Piaget, 1954), de modo que sus déficits -reflejo de un relativo malfuncionamiento del hemisferio derecho- les impiden beneficiarse de sus experiencias sensoriomotrices tempranas de fundamental importancia para la transición a estadios posteriores de desarrollo cognitivo y adquisición de habilidades cognitivas de alto orden.

Basados en los resultados de estos tres estudios, Rourke y Conway (1997) concluyen que es obvia la necesidad de establecer subtipos en el estudio de las DA. Una conceptualización basada en un único término no sería adecuado para la comprensión o el desarrollo de programas de intervención adecuados. Las DA en aritmética pueden resultar de, al menos, dos clases de impedimentos neuropsicológicos, uno basado en deficiencias verbales (probablemente reflejo de disfunción de los sistemas del hemisferio izquierdo) y otro basado en deficiencias no verbales (el cuál parece reflejar el origen fenotípico de impedimentos tempranos, o de falta de acceso a sistemas dentro de hemisferio derecho). Estudios de potenciales evocados en niños que exhiben estos subtipos de DA evidencian estos resultados (ver para una revisión, Dool, Stelmack y Rourke, 1993).

3.2.2. Perspectiva cognitiva

La preocupación fundamental, desde la perspectiva cognitiva, en el estudio de las DA en aritmética es profundizar en los procesos mentales que empleamos para efectuar una operación aritmética o en el conocimiento de qué estructuras cognitivas se debe poseer para poder realizarla.

Desde este enfoque, neutral con relación al origen último de las DA en aritmética; el interés está centrado en qué información es adquirida y cómo, o qué procesos y estrategias utiliza la persona mientras resuelve problemas o asimila conceptos matemáticos. Sus principios son aplicados a todos los sujetos y, gran parte de sus estudios, se basan en el análisis de los errores sistemáticos que cometen los alumnos, estableciendo una relación entre éstos y los procesos normales de aprendizaje (Rivière, 1990).

Entre los problemas de origen cognitivo que exhiben los niños con pobre rendimiento matemático, se han encontrado problemas atencionales (Siegel y Heaven, 1986; Strang y Rourke, 1985; Zental y Ferkis, 1993), dificultades viso-espaciales (Garnett, 1992), problemas de procesamiento auditivo y dificultades motoras (Smith, 1994), problemas de memoria (Strang y Rourke, 1985; Siegel y Ryan, 1989a; Zental y Ferkis, 1993), y de procesamiento de información (Torgesen, 1990). Estos déficits pueden afectar de distintas maneras el rendimiento matemático. Veamos algunos de ellos, recogidas por Meller y Mercer (1997):

Déficits atencionales: 1) Dificultad para mantener la atención para poder seguir los pasos en los algoritmos o en la solución de problemas; 2) dificultad para mantener la atención a la instrucción crítica ofrecida por los profesores.

Déficits viso-espaciales: 1) Dificultades para diferenciar entre números (v.g., 6 y 9 o 15 y 51), monedas, símbolos y manecillas del reloj; 2) dificultades para escribir sin desviarse en la línea del papel; 3) dificultades para leer aspectos direccionales de las operaciones matemáticas, como por ejemplo, en problemas que implican la dirección de arriba a abajo (v.g., el algoritmo de la suma), de izquierda a derecha (reagrupamientos), y alineamiento de números; y 4) dificultades para manejar la serie numérica.

Déficits en procesamiento auditivo: 1) Dificultades para repetir oralmente secuencias aprendidas mediante la repetición (v. g., tablas de multiplicar); y 2) Dificultades para contar a partir desde un punto de la secuencia numérica.

Problemas de memoria: 1) Dificultades para retener hechos numéricos o información nueva; 2) olvidarse de los pasos en los algoritmos, 3) problemas para decir la hora; 4) dificultades para resolver problemas de pasos múltiples.

Dificultades motoras: 1) Su escritura de números es lenta, ilegible e incorrecta; 2) los estudiantes tienen problemas en la escritura de números en espacios pequeños.

Además de las características generales descritas anteriormente, los niños con DA en aritmética tienen dificultad en los procesos cognitivos y metacognitivos (Miller y Mercer, 1997), es decir, no son conscientes de las habilidades, estrategias y recursos que son necesarios para ejecutar una tarea y cuando fallan, no usan mecanismos de autorregulación para terminar la tarea. Varios investigadores (Kulak, 1993; Swanson, 1990) defienden que este déficit es sólo parcial, en el sentido de que muchos estudiantes con DA en aritmética intentan usar estrategias cognitivas, pero éstas no son suficientes para resolver el problema.

3.2.2.1. Necesidad de establecer subtipos

Los intentos para identificar la base cognitiva de las DA en aritmética ha demostrado la necesidad de distinguir entre diferentes subtipos a los que pueden pertenecer estos niños. La clasificación de niños con DA en grupos relativamente homogéneos puede ser el primer paso que nos ofrezca información acerca de cómo abordar diferentes programas de remedio por síntomas y subtipos (Shafir y Siegel, 1994). Se han encontrado patrones cognitivos diferentes en niños con DA en aritmética según se vean o no afectadas otras habilidades académicas (Fletcher, 1985; Rourke y Finlaynson, 1978; Siegel y Linder, 1984, Siegel y Ryan, 1988, Strang y Rourke, 1985).

En el trabajo pionero de Johnson y Myklebust (1967), se identificaron subtipos con problemas de lenguaje y no verbales dentro de la población de niños con DA. Utilizando las puntuaciones obtenidas en lectura, deletreo y aritmética a través de la prueba Wide Range Achievement Test (WRAT) Rourke y colaboradores (Rourke, 1985, 1991; Rourke y Finlayson, 1978; Rourke y Strang, 1983) y Siegel y colaboradores asociados (Morrison y Siegel, 1991; Siegel y Heaven, 1986; Siegel y Ryan, 1988, 1989a, 1989b) han explicado y redefinido la original conceptualización de Johnson y Myklebust. Siegel y Heaven (1986) proponen un esquema de clasificación de los niños en tres tipos de DA, denominados, con trastornos lectores, con trastornos en aritmética y escritura y con déficit atencional. Estos déficits pueden resumirse del modo siguiente:

1. Los niños con **dificultades lectoras** "tienen dificultades para reconocer palabras, lectura de pseudopalabras, asociación de letras con sonidos y procesamiento y producción de lenguaje" (Siegel y Heaven, 1986, p.112).

2. Los niños con **dificultades aritméticas y de lenguaje escrito** "tienen una constelación de problemas...bajas puntuaciones en los test de aritmética, problemas de memoria a corto plazo, dificultad de coordinación oculo-motriz, dificultad para la escritura de palabras y para leer la hora" (Siegel y Heaven, 1986, p. 112).

3. Finalmente, los niños con **déficit atencional** tienen problemas de "atención y concentración, impulsividad y, a menudo, dificultades con sus pares y conducta social inmadura" (Siegel y Heaven, 1986, p.112).

En otro estudio, Fletcher (1995) encuentra los siguientes subgrupos:

1. **Trastornos de lectura y deletreo**, que se caracterizaría por puntuaciones menores al centil 31 en estas áreas, y con resultados por encima del centil 30 en aritmética pero, siempre por encima de una desviación típica y media del nivel de lectura.

2. **Trastornos de lectura, deletreo, y aritmética**, que presentarían resultados por debajo del centil 31 en las tres subescalas.

3. **Trastornos en la aritmética y deletreo**, tendrían puntuaciones bajas en estas subescalas, inferiores al centil 31, en lectura por encima del centil 39 y una desviación típica por encima de la media.

4. **Trastornos aritméticos**, presentaba déficits en el subtest de aritmética y puntuaciones adecuadas en lectura y una distancia de, al menos, una desviación típica respecto al subtest de aritmética.

Shafir y Siegel (1994) prueban la hipótesis de que el esquema de clasificación de subtipos de niños con DA, cuando es aplicado a jóvenes y adultos, podría resultar similar resultando grupos relativamente homogéneos en términos de funcionamiento cognitivo y rendimiento. Compararon tres subgrupos de patrón similar al encontrado por Fletcher (1985) con sujetos de rendimiento normal en una variedad de tareas cognitivas. Los principales hallazgos fueron los siguientes: a) cada uno de los grupos difiere significativamente de los otros en test de lectura, deletreo, memoria y otras medidas cognitivas; b) tanto el grupo de dificultades lectoras como el de dificultades lectoras y de aritmética muestran déficits en procesamiento fonológico, vocabulario, deletreo, y memoria a corto plazo; c) el grupo con DA en aritmética rindió de manera similar al de rendimiento normal en lectura de pseudopalabras y procesamiento fonológico, pero fue más pobre que éstos en lectura y vocabulario; d) en muchas tareas, el grupo con dificultades en ambas tareas académicas rindió de forma más pobre que los otros grupos y e) el grupo con dificultades en aritmética y lectura y el grupo con dificultades únicamente en aritmética rindieron peor que el grupo de rendimiento normal y que el de dificultades lectoras en la tarea viso-espacial propuesta. Este estudio demuestra la validez de este esquema de clasificación de subtipos de DA en adolescentes y en adultos.

3.2.2.2. La memoria de trabajo en las DA en aritmética

El papel de la memoria de trabajo en relación a las DA en aritmética se ha visto confirmado en distintas investigaciones. Russell y Ginsburg (1984) presentan un perfil cognitivo del niño de cuarto curso con DA en aritmética. Estos autores comparan la ejecución del grupo de niños con DA en aritmética con otros dos grupos de niños sin dificultades, uno del mismo curso, y un tercer grupo de un curso inferior. Para ello plantean cinco tipos de pruebas para evaluar la competencia de los niños en diferentes aspectos del conocimiento matemático: 1) conceptos matemáticos básicos y procedimientos no algorítmicos; 2) conceptos sobre base diez; 3) aritmética escrita; 4) hechos numéricos, y 5) solución de problemas. De los resultados obtenidos destacamos aquí, a modo de síntesis los siguientes:

Respecto a los conceptos matemáticos y procedimientos algorítmicos no se encontraron diferencias sustanciales entre los sujetos pertenecientes al mismo curso, apareciendo la mayoría de las dificultades cuando debían aplicar conceptos básicos o habilidades aritméticas al operar con números grandes.

En la aritmética escrita, el comportamiento de los sujetos con DA en aritmética fue similar al de los niños más jóvenes, en el sentido de cometer errores propios de éstos.

Por lo que respecta a la resolución de problemas verbales, un hallazgo importante en este trabajo fue encontrar que el comportamiento de los niños con DA en aritmética era significativamente inferior a los otros dos. Pero, a nuestro juicio, el resultado más significativo, fue el encontrar que los sujetos con DA en aritmética se distanciaron del resto, de modo que incluso los más pequeños obtenían mejor rendimiento en la resolución de tareas que implicaban el conocimiento de hechos numéricos en las que la memoria juega un papel central. Este resultado coincide con las explicaciones que, recientemente, se están ofreciendo acerca de cuales podrían ser las funciones cognitivas deficitarias en los sujetos con dificultades para las matemáticas. En este sentido, existen datos favorables a la hipótesis de que los problemas de estos niños estarían relacionados con una dificultad específica para mantener información numérica en la memoria de trabajo (Hitch y McAuley, 1991; Siegel y Ryan, 1989; Swanson, 1994).

El constructo de memoria de trabajo, ha sido utilizado para explicar una amplia variedad de tareas cognitivas (Baddeley, 1983, Hitch, 1978). Este hace referencia a un almacén temporal de información mientras es procesada la información de entrada y se recupera información de la memoria a largo plazo. La memoria de trabajo está compuesta de un sistema central que hace las funciones de coordinador ejecutivo y uno o más sistemas subsidiarios (Baddeley, 1983). El sistema ejecutivo central estaría compuesto de otros dos componentes más especializados:

a) Uno de los componentes denominado bucle articulatorio ("articulatory loop") implicado en el almacén temporal de información verbal (Baddeley y Logie, 1992; Baddeley, Thomsom, y Buchanan,1975; Salamé y Baddeley, 1982). Hoy existe un considerable cuerpo de evidencia que sugiere que el bucle articulatorio comprende dos subsistemas: uno activo, de ensayo subvocal, muy próximo al sistema de producción del habla y un proceso pasivo basado en un almacén fonológico (Baddeley, 1992, Baddeley y Logie, 1992).

b) El segundo componente, conocido como apuntes viso-espaciales ("visuoespatial scratch pad") sirve a un propósito similar al de un almacén para material espacial y visual (Baddeley y Lieberman, 1980; Logie, 1986, 1989, 1991). A su vez, este componente viso-espacial se compone de dos subsistemas: uno que retiene material visual, como el color y la forma, y otro que retiene información espacial como, por ejemplo, los movimientos a través del espacio.

El ejecutivo central asume el control de las funciones y los sistemas subsidiarios asumen el almacenamiento de información específica de los ítems que están siendo procesados. Así, la memoria de trabajo requiere el procesamiento simultáneo de la información de entrada y la recuperación de otra información. La memoria de trabajo se caracteriza por su limitada capacidad, de modo que si se están aumentando las demandas del controlador central habrá menos espacio y energía cognitiva disponible para los sistemas subsidiarios (Baddeley, 1983).

Logie, Gilhooly y Wynn (1994) encuentran que el componente ejecutivo central de la memoria de trabajo estaría implicado en la resolución de cálculos requeridos para adición mental y para la producción de respuestas próximas a la solución correcta. Los recursos viso-espaciales de la memoria de trabajo también podrían estar implicados en las aproximaciones a la solución correcta. Además, sugieren que el componente de la memoria de trabajo de ensayo subvocal proporciona los medios para mantener la precisión durante el proceso de cálculo mental.

Una de las investigaciones más importantes en relación a la memoria de trabajo y las DA es la de Siegel y Ryan (1989). En este trabajo, compararon a niños (de 7 a 13 años) sin dificultades con tres grupos de niños con DA: niños con dificultades lectoras, con déficit atencional, y con DA en aritmética. Se estudió el desarrollo de la memoria de trabajo tanto en los niños normales como en los tres subgrupos de DA, mediante la aplicación de dos tareas diferentes que implicaban memoria de trabajo: a) una de carácter verbal, basada en el procedimiento utilizado por Daneman y Carpenter (1980) que implicaba completar con una palabra las frases que se presentaban de forma oral (v. g., *"En verano hace mucho...", "La gente va a ver los monos al..."*). Al final de la serie de frases debían recordar en el mismo orden, todas las palabras con las que las habían completado, b) la otra tarea, de carácter numérico, basada en un procedimiento desarrollado por Case, Kurland y Golberg (1982), consistía en contar los puntos amarillos distribuidos al azar sobre un patrón irregular, en unas tarjetas que contenían puntos azules y amarillos, recordando después en el mismo orden, el número de puntos amarillos que habían contado en cada tarjeta. Siegel y Ryan (1989) encontraron un incremento significativo de la memoria de trabajo en función de la edad de los sujetos. También, parece que la memoria de trabajo podría no tener un componente significativo de naturaleza atencional, ya que los niños con déficit atencional obtuvieron puntuaciones similares a las de los sujetos normales, con excepción de los más jóvenes en la tarea de frases. El hallazgo más importante en relación a la DA en aritmética fue que mientras los niños con alteraciones de lectura obtenían puntuaciones bajas en ambas tareas, los niños con DA en aritmética obtenían puntuaciones normales en la tarea de recuerdo verbal y bajas en la de recuerdo numérico. Siegel y Ryan concluyen que las DA, tanto en lectura como en aritmética, están asociadas con una baja capacidad de la memoria de trabajo considerada a nivel general, mientras que la dificultad específica para las matemáticas estaría asociada con una baja capacidad en un tipo de memoria de trabajo especializada en las operaciones aritméticas. Finalizan diciendo. *"Los déficits de la memoria de trabajo parecen estar relacionados con problemas académicos específicos, y es posible encontrar diferentes tipos de déficits de memoria en subtipos de niños con DA"* (Siegel & Ryan, 1989, p. 979).

Una clasificación similar a la formulada por Siegel y Ryan (1989) para los niños con DA, es encontrada por Fletcher (1985), quien reclama que los niños con DA en aritmética muestran déficits de memoria para estímulos no verbales (pero no para estímulos verbales), que los niños con DA para la lectura muestran déficits de memoria para estímulos verbales (pero no para no verbales), y que los niños con trastornos en lectura y en aritmética mostraban déficits de memoria tanto para estímulos verbales como no verbales.

La afirmación de un déficit en un sistema de memoria de trabajo específico para la aritmética en los niños con DA en aritmética, por parte de Siegel y Ryan (1989), encuentra oposición en el trabajo de Hitch y McAuley (1991). Estos profundizan en la naturaleza del déficit de memoria en los niños con DA en aritmética encontrado por Siegel y Ryan. Para ello realizan dos experimentos donde comparan sujetos con DA en aritmética y con un grupo control. En el primero de ellos, examinan el rendimiento de 30 niños (15 DA en aritmética y 15 control) de ocho y nueve años, en un número de tareas que evalúan la capacidad de la memoria de trabajo comparativamente en dos tareas que implican contar, la empleada por Case y col. (1982), y otra tarea de modalidad auditiva, esto es, en lugar de emplear cartas donde se cuentan puntos, los sujetos debían contar el número de golpes (de uno a diez) que el experimentador daba en un objeto de aluminio que estaba fuera de su alcance visual y luego recordar el total. Además, emplearon dos tareas de comparación de estímulos en las modalidades: a) visual, que consistía en comparar una fila de tres cartas que se volvían para que el niño retuviese en cuál de las tres aparecía un diseño diferente. En intentos posteriores, el niño hacía lo mismo para dos filas de cartas, intentando recuperar la localización de la carta diferente en cada fila, empezando por la primera, y b) auditiva, los estímulos eran una serie de tres pseudopalabras de estructura CVC emitidas en un rango de una por segundo, dentro de cada serie una de las formas era diferente (v. g., baf baf bem). Al niño se le pedía escuchar cada serie y repetir la diferente. Posteriormente, los niños hacían lo mismo para dos series sucesivas intentado recuperarlas en el mismo orden de presentación. Los resultados de este primer experimento confirman que los niños con DA en aritmética tienen impedimentos en la memoria de trabajo sólo cuando las operaciones implicaban contar y mostraban que esto se mantenía, independientemente de las características viso-espaciales o auditivo verbales de la tarea. Estos resultados son suficiente demostración para los autores de que las DA en aritmética no están asociadas a un déficit general de la memoria de trabajo. Sin embargo, no consideran, como lo hiciesen -a su juicio prematuramente- Siegel y Ryan, que las DA en aritmética estén asociadas a un déficit en un componente específico para la aritmética de la memoria de trabajo. Con esta finalidad, Hitch y McAuley (1991) se plantean su segundo experimento mediante el que intentan medir separadamente la posibilidad de déficits en el proceso de conteo y la capacidad de retención temporal de información. Para ello, comparan nuevamente el rendimiento de niños normales y con DA en aritmética en las tareas de conteo de puntos (Case y col., 1982) utilizada en el experimento 1, aunque esta vez, para obtener las puntuaciones en velocidad en el recuento y una tarea de repetición de dígitos. Emplean, además, tres tareas complementarias: 1º) recitado de la secuencia numérica que va de 1 a 20, 2ª) recitado de números de dos en dos desde el 2 al 20, 3ª) una tarea de articulación en la que los niños debían repetir una palabra multisilábica (v. g. caterpilar) hasta que se les pidiese que parasen. Los resultados de este experimento muestran que los niños con DA en aritmética tienden a contar más lento y tienen menos span de memoria para recordar dígitos, lo que implica que los impedimentos cognitivos de los niños con DA en aritmética no están restringidos solamente al span de la memoria de trabajo implicada en el conteo, los niños con DA en aritmética tienen dificultades en el conteo en sí mismo y en el span de memoria auditiva lo que argumentaría en contra de la explicación de que estas dificultades estén asociadas solamente a un déficit en la memoria de trabajo para la aritmética. Para que esto fuese así, comentan, *"... sería necesario mostrar que el déficit en span en la tarea de conteo en los niños con DA en aritmética es mayor que el que podría esperarse sobre la base de su déficit en sus procesos componentes de conteo y memoria auditiva para dígitos. Esto es poco probable desde que proporcionalmente, el déficit en span de conteo es casi exactamente el mismo que el de tiempo de conteo de puntos."* (Hitch y Mc Auley, 1991, p. 384)

Aunque la velocidad de articulación no fue significativamente diferente en estos niños con respecto al grupo control, se daba una tendencia del grupo con DA en aritmética a ser más lentos, por lo que consideran prematuro abandonar la idea de la posibilidad de una articulación más lenta en niños con DA en aritmética. Estos resultados, junto a los anteriores, permiten a Hitch y Mc Auley recurrir a otro posible factor explicativo como la dificultad para acceder a las representaciones numéricas en la memoria a largo plazo. Los autores concluyen: *"... aunque los niños con DA en aritmética no sufren una reducción en la capacidad de memoria de trabajo per se, su pobre rendimiento en tareas de memoria de trabajo que implican conteo podría sin lugar a dudas tener implicaciones para su habilidad para realizar tareas aritméticas. Por ejemplo, muchos cálculos simples implican almacenar información temporal de productos numéricos durante su procesamiento, y el conteo es el método de partida para el rendimiento en simples operaciones de suma o resta"* (Hitch y Mc Auley, 1991, p. 385). Para estos autores, los déficits de los niños con DA en aritmética responden a impedimentos selectivos en tareas de memoria en las que esté implicado el conteo, sin apelar a un sistema de memoria especial para la aritmética.

Swanson (1993) investigó si el grado en que se diferencian en memoria entre niños con DA (en lectura vs. matemáticas) y sin DA refleja un déficit específico o generalizado, y si las limitaciones en la mejora del funcionamiento de la memoria de trabajo son atribuibles a procesos de funciones de almacenamiento. Los 123 niños de la muestra (la media de edad era de 10 años) fueron clasificados de acuerdo a dos criterios; el de puntuaciones de edad, y el grado de rendimiento, para determinar su pertenencia o no al grupo con DA. Los sujetos fueron comparados en memoria verbal y viso-espacial. Sus resultados indicaron que los sujetos con DA no se diferenciaron en rendimiento en memoria verbal o viso-espacial. El rendimiento en la memoria de trabajo fue inferior a los clasificados de acuerdo al criterio de edad que quienes lo fueron por su rendimiento tanto en las condiciones iniciales, de ganancia y de mantenimiento. Los niños con DA parecen sufrir un déficit generalizado de la memoria de trabajo, posiblemente debido a limitaciones de almacenamiento en el sistema central ejecutivo.

En un trabajo posterior, Swanson (1994) compara adultos y niños (5 a 42 años) con DA (N= 75) y sin dificultades (N= 86) en tareas de memoria de trabajo y memoria a corto plazo, para evaluar la independencia entre ellas y probar si esas medidas estaban relacionadas de forma independiente con el rendimiento. Mediante un análisis factorial, encontró que para los dos grupos de sujetos, los dos tipos de memoria saturaban en factores diferentes, y que estos factores contribuían de forma separada a la varianza en la comprensión lectora y las matemáticas. Tanto la memoria a corto plazo como la memoria de trabajo fueron importantes para explicar el rendimiento en comprensión lectora y en matemáticas en los sujetos con DA, sin embargo, la memoria de trabajo fue más importante para los niños que para los adultos sin DA. Al contrario que la memoria de trabajo, la memoria a corto plazo contribuyó de forma mínima a la varianza de reconocimiento de palabras en ambos grupos.

3.2.2.3. La memoria de trabajo en la resolución de problemas verbales

En la historia del estudio del rendimiento matemático de los niños, los problemas verbales aritméticos han sido sugeridos como una importante fuente de diferencias individuales. La memoria de trabajo encuentra actualmente un importante nicho en las recientes teorías de los procesos de resolución de problemas verbales (Swanson, Cooney y Brock, 1993).

En su trabajo, Castejón y LLobell (1988) analizan la relación entre memoria de trabajo (span en lectura y span en conteo), compresión lectora y solución de problemas verbales aritméticos en 25 niños de 1º y 25 de 2º curso de E.G.B. Para lo que aplican las tareas experimentales de Span de memoria de trabajo, basada en la técnica de Daneman y Carpenter (1980) y Baddeley y otros (1985) y una adaptación de la tarea de Case y col., 1982). Midieron la comprensión lectora en textos narrativos de 150-200 palabras mediante preguntas. El rendimiento en la resolución de problemas verbales de Cambio 3, Combinación 2, Comparación 3 y Comparación 5, que eran presentados a los niños con el enunciado reformulado de forma que las relaciones semánticas se hiciesen más explícitas (B), y sin reformular (A).

Los resultados sugieren la existencia de fuertes relaciones entre las medidas de memoria de trabajo y las tareas escolares seleccionadas. Mediante análisis de regresión múltiple, encuentran que la medida de Baddeley es un predictor significativo de la comprensión lectora, mientras que la variable que adquiere un papel explicativo mayor es la medida de la memoria de trabajo derivada por Case junto con el nivel de inteligencia general. Esto viene a reforzar -en opinión de los autores-la idea de que la memoria de trabajo no es un sistema general sino que puede especializarse en procesos cognitivos básicos específicos los cuales adquieren predominancia diferencial en las distintas tareas. La tarea de Daneman-Baddeley es de tipo lingüística, mientras la de Case es no lingüística. En cuanto al comportamiento de las distintas medidas de memoria en las diferentes series de problemas, serie A de mayor dificultad y serie B de menor dificultad, según los análisis realizados y en los distintos tipos dentro de cada serie, no parecen modificar los resultados anteriores. En todos los tipos de problemas la solución viene predicha por los mismos factores. Queda por responder la cuestión de en qué forma se produce la relación entre procesos cognitivos básicos y esquemas de conocimiento adquiridos. Los resultados obtenidos en este trabajo no permiten esclarecer esta cuestión al encontrar que el patrón de variables que afectan la solución de las distintas series y tipos de problemas fue semejante.

Swanson y col (1993) plantean que la memoria de trabajo operaría de forma independiente de los procesos de razonamiento utilizados por los niños para solucionar los problemas a diferencia de lo propuesto desde la perspectiva de Piaget e Inhelder (1968), en la que la memoria de los niños se veía afectada por su nivel de razonamiento. Para éstos últimos autores este *"modelo de dependencia"* asume que los recursos de memoria de trabajo son necesarios para activar los esquemas de conocimiento; por lo tanto, la mayor cantidad de recursos de memoria estaría asociada con mayor activación de estructuras de conocimiento (Cooney y Swanson, 1990). Así, los niños rendirían de forma pobre en la resolución de problemas verbales por no poder mantener información crítica el tiempo suficientemente largo para ejecutar la secuencia requerida de operaciones (Dark y Benbow, 1990). Por el contrario, el '*modelo de independencia"* defendido por Swanson y col (1993) propone que los procesos de memoria y de razonamiento son operaciones independientes. El modelo, además, sugiere que los recursos generales de memoria pueden contribuir poco a la exactitud en la solución de los problemas. La solución de los problemas estaría gobernada por la percepción de un patrón general de información y que la exactitud en la solución de los problemas no esta tan ligada a la relación entre razonamiento y memoria de trabajo como a la comprensión por parte de los niños de las operaciones necesarias para resolver el problema, la aplicación de estas operaciones "clave", estipularía en cierto grado la solución del problema.

3.2.2.4. Diferencias individuales en la resolución de problemas verbales aritméticos

Hay pocos estudios empíricos sobre los mecanismos cognitivos que contribuyen a las DA en aritmética, aunque disponemos de un mayor volumen de conocimientos acerca de la adquisición de conceptos básicos y procedimientos en niños académicamente normales (v.g., Fuson, 1988; Ginsburg, 1983; Siegler, 1986). Además, la mayoría de los estudios sobre las DA en aritmética han sido ateóricos, esto es, tales estudios no han sido guiados por modelos teóricos y conceptuales sobre el desarrollo normal de las habilidades aritméticas. La construcción de una teoría cognitiva sobre la resolución de problemas, es útil para la distinción de los procesos involucrados en la construcción de la representación del problema y en su solución (Mayer, 1992). En la actualidad, hay un interés creciente en los procesos de comprensión de problemas ya que existe cada vez más evidencia de que la mayoría de los niños al solucionar problemas tienen más dificultad en la construcción de una representación útil que en la ejecución de las operaciones necesarias para resolver el problema (Cummins, Kintsch, Reusser y Weimer, 1988; Judd y Bilsky, 1989 ; Lewis y Mayer, 1987; Hegarty, Mayer y Monk, 1995; Stern, 1993).

Muchos de los trabajos sobre la resolución de problemas verbales se basan en el estudio de los errores cometidos por los sujetos. Ya hemos comentado la importancia que, desde el enfoque cognitivo, se atribuye al estudio de los errores que cometen los niños en la resolución de las tareas matemáticas. Esto ha sido debido porque además de ser una herramienta útil para descifrar cuales son los procesos cognitivos que subyacen a su ejecución, permitiría el diseño de programas de entrenamiento para su remedio. Así, por ejemplo, Brown y Burton (1978) demuestran que alguno de los errores procedimentales (bugs) que cometen los niños en los problemas sustractivos, suelen repetirse. En cambio, los errores en problemas verbales aritméticos no pueden ser estimados a partir de los errores procedimentales ya que es necesario estudiar aspectos más profundos de su resolución como pueden ser los errores de representación o las inferencias inadecuadas del texto. Varias investigaciones en este sentido se centran en el estudio de la fase en la que el niño lee la frase del problema (Goodstein, Cawley, Gordon y Helfgott, 1971; Jaspers, 1991; van Lieshout, 1988). Por ejemplo, Goodstein y col (1971) encuentran que los niños con alteraciones de aprendizaje, a menudo no leen el problema en su totalidad, y no atienden a la frase interrogativa en la que normalmente se define la cantidad desconocida. En su lugar, los niños tienden a seleccionar las cantidades dadas en el problema y a realizar una operación aritmética con ellas. Asimismo, un análisis superficial del texto del problema les lleva en muchas ocasiones, a aplicar una estrategia basada en palabras claves (*"keyword estrategy"*) que inducen al niño a utilizar una operación aritmética determinada, estas palabras claves hacen que en unas ocasiones (i.e. determinados tipos de problemas), a pesar de no existir un conocimiento adecuado del problema, el niño de una solución correcta, mientras que en otras, pueden ejercer de distractores disparando una operación matemática que no es la requerida para una correcta solución (Jaspers y van Lieshout, 1994). En este contexto, Nesher y Teubal (1975) distinguen entre pistas verbales y distractores verbales (*"verbal cues"* y *"verbal distractors"* respectivamente). Esta es una distinción similar a la que hacen Jaspers y van Lieshout (1994) entre problemas *"directos"* e *"indirectos"*. Las palabras claves en los problemas directos orientan a quien soluciona el problema hacia la operación requerida, mientras que al solucionar los indirectos se tienen que "olvidar" estas palabras si quiere resolver correctamente esos problemas. La resolución de los problemas de tipo indirecto requieren un análisis del texto para comprender el tipo de relaciones que subyacen a esa formulación verbal específica.

Según Judd y Bilsky (1989), el proceso de comprensión/representación es la fuente más importante de diferencias individuales. En su trabajo, analizan la influencia de variables de comprensión y memoria en 48 adolescentes normales y 48 con retraso mental recuperable (RMR) de igual edad mental, en la resolución de problemas verbales de adición (Cambio 1) y de sustracción (Cambio 2). Más concretamente, se centran en explorar la acción recíproca de varias variables como palabras clave (usaron *"juntos"* en la suma o *"dar"* en la resta), contexto del problema (manipularon el grado de abstracción de los elementos del problema), ayudas a la memoria (mediante la presentación o no de puntos en una pantalla de ordenador para representar las cantidades de los problemas) y número de pasos del problema (uno vs. dos). Encuentran, al igual que en estudios previos (Bilsky y Judd, 1986) que los sujetos con RMR experimentan más dificultad con los problemas verbales aritméticos que los no retrasados igualados en edad mental y habilidad computacional. Estos sujetos además experimentan dificultad con ciertos contextos abstractos de los problemas debido a problemas de comprensión. Aunque las claves verbales facilitaron el rendimiento de los dos tipos de sujetos, su uso puede impedir la adquisición de estrategias generalizables para construir la representación del problema que está basada en la comprensión del texto en su totalidad. Finalmente, aunque las ayudas a la memoria aparentemente facilitaron la retención de la información cuantitativa, no afectaron a la comprensión del problema ni a la exactitud en la solución del mismo.

El estudio de Hegarty, Mayer y Green (1992), que citamos a continuación, aunque fue realizado con adultos, tiene implicaciones importantes tanto desde el punto de vista metodológico, por la forma original en que se aborda este tema, como por ser un antecedente del modelo propuesto posteriormente por estos autores (Hegarty, Mayer y Monk, 1995) acerca de diferencias de procesamiento entre sujetos competentes y no competentes solucionando problemas.

Hegarty y col (1992), basándose en el modelo de consistencia propuesto por Lewis y Mayer (1987), estudian las dificultades que tienen los sujetos en resolver problemas verbales comparativos que contienen un término relacional que es inconsistente con la operación aritmética requerida para su solución (v.g. contener el término *"menos"*, y requerir adición) que cuando contienen términos consistentes con la operación necesitada para solucionarlos. Para investigar este efecto de "consistencia" grabaron las fijaciones de los ojos de los sujetos (38 estudiantes del ciclo superior) mientras leían problemas verbales aritméticos. Pretendían comprobar los tres objetivos siguientes: Primero, si este efecto se repite en una situación de resolución de problemas en el que los sujetos deben generar un plan de solución del problema, más que trabajar en la solución del mismo. Los autores asumen en este trabajo, las cuatro fases de resolución de problemas propuestas por Mayer y col. (Mayer, 1985; Mayer, Larking y Kadane, 1984): (a) **traducción del problema**, donde el sujeto construye una representación mental para cada frase del problema; (b) **integración del problema**, donde se integra la información de las frases; (c) **planificación** donde se desarrolla un plan para solucionar el problema y, finalmente, (c) **ejecución** donde se llevan a cabo los cómputos necesarios para la solución previamente determinados en el plan. Hegarty y col preveían un efecto de consistencia en el que los sujetos podían producir más errores en la planificación de la solución que en el proceso mismo de ejecución.

En segundo lugar, pretendían determinar si la consistencia tenía algún efecto en el tiempo de solución. Según el modelo de Lewis y Mayer (1987) la comprensión de términos relacionales en problemas inconsistentes requiere más procesamiento que en uno consistente, por tanto, requiere más tiempo. Este efecto de la consistencia sobre el tiempo de solución ya ha sido previamente comprobado en niños (De Corte, Verschaffel y Pauwels, 1989a, 1989b; Verschaffel De Corte y Pauwels, 1992). Y, tercero, determinar si este procesamiento adicional se producía durante la lectura inicial del problema (donde se "decodifica" la frase) o durante fases posteriores (integración de las frases o planificación de la solución). De Corte y col (1989b) y Verschaffel y col (1992) ya comprobaron con niños que el efecto de consistencia es mucho más fuerte durante la segunda fase de la resolución de un problema (i.e., todo el tiempo que se emplea una vez leído el problema hasta el final del proceso de resolución) que durante la primera fase (i.e., tiempo que se emplea en leer el problema). Los autores predecían que si los estudiantes intentaban construir un modelo del problema, entonces releerían frecuentemente las líneas del problema, concentrándose en los números específicos, nombres de las variables, y términos relacionales. Si los sujetos tenían más dificultad en construir un modelo de los problemas inconsistentes más que de los consistentes, entonces, ellos deberían releer las variables relevantes y los términos relacionales (pero no los números) más a menudo para los problemas inconsistentes que para los consistentes.

Como fue predicho por los autores, los estudiantes con menos exactitud en la resolución de problemas producían más errores de inversión de la operación para los problemas inconsistentes que para los consistentes. Los estudiantes con más éxito tardaban más tiempo para los problemas inconsistentes que para los consistentes. Este tiempo adicional se situaba en la fase de integración/planificación del problema más que en la de su lectura inicial. Los que acertaban requerían la relectura de las palabras para los problemas inconsistentes que para los consistentes. En resumen, este estudio proporciona evidencia de que:

1. El efecto de consistencia ocurre en una situación que excluye el computo aritmético,

sugiriendo que el locus de este efecto existe fuera de la fase de ejecución de la solución del problema.

2. El procesamiento de los problemas inconsistentes requiere un tiempo adicional para los sujetos competentes resolviendo problemas. Los menos competentes emplean el mismo tiempo en los problemas consistentes e inconsistentes cometiendo más errores de inversión de la operación requerida.

3. El efecto de consistencia es causado por un procesamiento adicional durante la integración y planificación de frases implicadas en la construcción de un modelo del problema, y en un plan de solución. Los hallazgos de este estudio son consistentes con el punto de vista de que la comprensión de un problema matemático implica la construcción progresiva de distintos niveles de representación, y únicamente el último de ellos es utilizado para generar un plan de solución (Kintsch y Greeno, 1985).

Además, este trabajo proporciona mayor información acerca de las diferencias de procesamiento entre estudiantes con buenos y malos resultados en la solución de problemas. Al igual que en investigaciones anteriores (Kintsch y Greeno, 1985; Lewis, 1989), se identifican dos estrategias diferentes de abordar la solución de un problema, una vía rápida o de **traducción directa** (*"direct-translation"*) y otra manera más dotada de significado basada en la elaboración de un **modelo del problema.**

Los estudiantes que llegan a la solución del problema por la vía directa, intentan derivar la solución directamente de los componentes verbales del problema usando las palabras claves (keywords) tales como *"más"* para sumar y *"menos"* para restar. Los individuos que optan por un modelo mental de la situación construyen un modelo cualitativo de la situación descrita en el problema del que derivan un plan de solución.

La **traducción directa** constituye el método más frecuentemente elegido por quienes tienen menos éxito solucionando problemas. Esta ha sido referida por algunos autores como *"Calcular primero y pensar después"* (Stigler, Lee y Stevenson, 1990). Estudios sobre las diferencias entre expertos y novatos revelan que los novatos se centran más en el cómputo de la respuesta y que los expertos se preocupan más de la comprensión cualitativa del problema antes de dedicarse a la solución en términos cuantitativos (Chi, Glaser y Farr, 1988; Smith, 1991, Sternberg y Frensch, 1991).

La estrategia de traducción directa realiza mínimas demandas de la memoria de trabajo y no depende del conocimiento de los distintos tipos de problemas. Sin embargo lleva a respuestas incorrectas, cuando la situación implícita en el problema es relevante para la solución, porque los estudiantes que usan esta estrategia fallan en la representación del problema (Hegarty, Mayer y Monk, 1995).

En un trabajo posterior, Hegarty, Mayer y Monk (1995), proponen un modelo explicativo de las diferencias individuales en la solución de problemas verbales. Contrastan las dos aproximaciones anteriores a la solución de un problema por parte de los sujetos que tienen éxito o fracasan en la respuesta de cómo iban a solucionarlo.

De acuerdo con el modelo propuesto, al solucionar un problema construye el texto base, extrae de él una representación matemática específica y desarrolla un plan de solución.

En el primer estadio, en el que se construye el texto base, los autores asumen que esta construcción se realiza de forma creciente, se leen las frases del problema para representar las proposiciones individuales y construir una red semántica. En este proceso, se puede usar el conocimiento de tipos de proposiciones propias de los problemas de matemáticas (Mayer, 1981). Estos incluyen **asignaciones**, que expresan un valor para ciertas variables, **relaciones**, expresan relaciones cuantitativas entre dos variables, y **preguntas**, que expresan qué valor de una determinada variable es desconocido.

En el segundo estadio, la comprensión de cada parte anterior es utilizada para la construcción de una representación de los valores relativos de las variables propuestas en el problema. Es aquí donde los sujetos que usan la estrategia de **traducción directa** difieren de los que emplean una elaboración de un **modelo del problema**.

Hegarty, y col (1995) proponen que en este estadio los sujetos que usan la estrategia de traducción directa "borran" la información del texto base excepto los números y las palabras clave, resultando una proposición que contiene menos información que el texto base. Por el contrario, quienes se basan en la construcción de un modelo del problema, sitúan el valor de las variables del problema a lo largo del continuo de la línea numérica. En este estadio de la comprensión del problema cambian su previa representación basada en proposiciones a una representación basada en objetos. En contraste, los sujetos que usan la traducción directa construyen una representación más improvisada en este estadio que puede estar basada en una relación errónea de la información.

En el tercer estadio, una vez que se representa la información que el sujeto cree relevante para solucionar el problema, está preparado para planificar los cómputos aritméticos necesarios para su solución. Quienes se aproximan a la solución del problema a través de la estrategia de traducción directa, deben basar su solución en las palabras clave tales como *"más"* o *"menos"* llevándoles a cometer errores en muchas ocasiones. Quienes por el contrario, elaboran un modelo previo del problema, tienen una representación más rica del mismo en la que basan su plan de solución. Para ratificar este modelo Hegarty, y col (1995) diseñan dos experimentos:

En el experimento 1, con apoyo de la metodología del registro de los movimientos oculares, estudian las fijaciones de los ojos de los sujetos (38 estudiantes de ciclo superior) cuando resuelven problemas comparativos de uno, dos y tres pasos. Como revelan datos del trabajo de Hegarty y col (1992) después de leer las proposiciones del problema, los sujetos hacían muchas regresiones en las distintas líneas del problema antes de dar una solución. Además, observaron un efecto de selección en las regresiones de manera que se exploraban más los números que las palabras. Este efecto fue estudiado más a fondo en este experimento por considerar los investigadores que puede ser un indicador valioso de la estrategia empleada para comprender el problema. Este efecto de regresiones, lo consideran sintomático del uso de la estrategia de traducción directa, ya que, como vimos, un estudiante que usa esta estrategia centra en mayor medida su atención en los números y términos relacionales que en otras palabras del problema, porque el estudiante basa su plan de solución en esta información. En cambio, el individuo que construye un modelo de la situación del problema prestará más atención a otras palabras como los nombres propios que hacen referencia a cada una de las cantidades del problema, porque construir un modelo cualitativo implica representar las variables de acuerdo a sus magnitudes relativas, y en esta representación los números están ligados a sus cantidades. Aunque los números y las palabras claves son importantes para los sujetos que se aproximan a la solución de un problema a través de un modelo de la situación, inspeccionan a menudo los números y las palabras claves en relación con otras palabras del problema. En consecuencia, la ausencia de un efecto de selección sería reflejo del uso de una estrategia de construcción de un modelo mental.

En el experimento 2, compararon cómo los sujetos competentes e incompetentes resolviendo problemas recuerdan los problemas que ellos han resuelto. Hegarty, y col (1995), predicen que quienes tienen un mejor rendimiento recordarán mejor la situación descrita en el problema porque ellos usan una estrategia basada en la elaboración de un modelo mental para codificarlo, y que quienes cometen errores de inversión de la operación serán más propensos a recordar la formulación de las palabras claves (v.g.,"más" o "menos") porque ellos usan una estrategia de traducción directa para codificar los problemas. Los principales resultados de estos experimentos indican:

1º Los sujetos que no tienen éxito en la solución de los problemas dedican un alto porcentaje de sus fijaciones a los números y a los términos relacionales cuando hacen una relectura del problema en comparación con los sujetos con éxito en los problemas, quienes por el contrario, dedican un gran porcentaje de sus fijaciones a los nombres propios del problema, lo que indica que recurren a la estrategia de construcción de un modelo.

2º Las diferencias en los patrones de errores permanecen estables en estos dos tipos de sujetos en el transcurso de la sesión. No hay evidencia que la práctica cause cambios de estrategia de solución en los sujetos con bajos resultados.

3º Cuando los competentes cometen errores al recordar los problemas, son más propensos a recordar la situación descrita en el problema (v.g. una variable del problema es mayor o menor que otra) que los incompetentes. Y en cambio, recuerdan con menos exactitud las palabras relacionales del enunciado del problema (v. g. *"más"* o *"menos"*) de lo que lo hacen los que cometen más errores en los problemas.

Los autores concluyen que estos experimentos proporcionan evidencia de que los dos tipos de sujetos tienden a utilizar procesos de comprensión cualitativamente diferentes en la solución de problemas verbales. Los menos competentes se enfrentan a los problemas a través de la estrategia de traducción directa y que los competentes lo hacen a través de la construcción de un modelo de la situación descrita en él. La estrategia de traducción directa, confirma el hallazgo (Littlefield y Rieser, 1993; Low y Over, 1989) de que algunos estudiantes tienen menos éxito que otros en diferenciar la información relevante e irrelevante de los problemas verbales. *"Este estudio proporciona una nueva e importante evidencia que nos permite comprender las diferencias individuales"* (Hegarty, y col., 1995 p. 22). *"Aunque los estudiantes que participan en esta investigación son adultos, nuestra teoría puede ser igual de relevante para los aprendices más jóvenes"* (Hegarty, y col., 1995 p. 19).

Jaspers y van Lieshout (1994) analizan la clase de errores cometidos en la resolución de problemas verbales por 66 alumnos de una escuela para niños con RMR de cuarto, quinto, sexto, y séptimo nivel con el propósito de determinar si su conocimiento puede ayudar al establecimiento de un diagnóstico adecuado de sus déficits cognitivos para diseñar posteriormente un programa de remedio asistido por ordenador. Seleccionaron problemas únicamente de tipo indirecto (Cambio 3, 5, y 6; Combinación 2; y Comparación 1, 5, y 6) con el objetivo de eliminar la posibilidad de que los niños diesen una solución correcta de forma casual al orientar su respuesta por las palabras clave (v.g. *"más que," "menos que", "ganó", "entre los dos"* ... etc.). Todos los problemas se construyeron de forma que la respuesta numérica dada pudiese ser clasificada de forma inequívoca.

En cada problema, se incluía un tercer elemento numérico que era irrelevante para la solución correcta del problema, igualmente con el objetivo de eliminar las respuestas correctas azarosas (v. g., problema de Cambio 3: María tenía 3 muñecas. Pedro dio a María algunas muñecas más. Ana tenía 2 muñecas. Ahora María tiene 9 muñecas. ¿Cuántas muñecas le dio Pedro a María?). Se construyeron además 10 tripletas numéricas (v. g., en el problema anterior: 2,3,9) mediante las que era posible controlar la operación realizada sobre la base de la respuesta dada. Además, mediante este sistema, se determinaba si las respuestas eran iguales a uno de los números del texto o resultaban de alguna operación de adición o sustracción con los números dados. La operación realizada, permitía saber si se había hecho una adecuada representación del problema.

Por tanto, los niños podían cometer los siguientes tipos de errores: 1) Dar uno de los números del texto como respuesta; 2) Sumar los tres números del problema; 3) Restar los tres números; 4) Realizar una operación incorrecta con los números relevantes del problema; 5) Responder de forma correcta; 6) Dar un 0 como respuesta; 7) Ninguna respuesta; 8) Añadir números irrelevante a uno relevante; 9) Sustraer un número irrelevante de uno relevante; y 10) Otras respuestas sin clasificar.

Los resultados mostraron que existían diferencias en los distintos niveles escolares en cuanto al número de problemas que solucionaban correctamente. El análisis de los errores reveló una distribución diferente según el grado y tipo de problema. En los niños de cuarto el error más frecuente consistió en dar uno de los números del texto como respuesta. Esta también fue emitida, aunque en menor grado, por los niños de primero y segundo. Los autores interpretan este resultado, basándose en Verschaffel (1984), como una consecuencia de la falta de habilidad de estos niños para construir una adecuada representación de las cantidades descritas en el problema. En la medida que estos niños no entienden el significado de las relaciones descritas en el texto por palabras como *"más que"*, *"menos que"*, o *"juntos"* no construyen una representación adecuada de la situación descrita en el problema. Los niños de cuarto a pesar de saber que se requiere una operación matemática para resolver el problema, como lo revela el error de sumar números irrelevantes, no parecen distinguir las cantidades relevantes del problema. La mayoría de los sujetos de quinto demuestran un conocimiento de que la solución de problemas requiere la aplicación de una operación aritmética. Pero, para los problemas de Comparación 6 y Cambio 3, operan frecuentemente con el número irrelevante, lo que denota que, al igual que los de cuarto, no analizan el problema de forma adecuada. Finalmente, los de quinto y sexto son capaces de determinar la importancia de la descripción de los conjuntos para la solución correcta dada la baja frecuencia del uso que hacen de las cantidades irrelevante. Por otro lado, estos niños cometen errores a la hora de elegir la operación adecuada a pesar del uso de los números relevantes en los problemas de Comparación 5 y 6, particularmente conocidos por su dificultad (Briars y Larking, 1984; Riley y col., 1983). Aunque estos niños se guían por las características del problema, realizan un análisis superficial usando las palabras clave en la decisión de la operación matemática para resolver el problema.

Jaspers y van Lieshout (1994) finalizan considerando que este procedimiento diagnóstico de la solución de problemas verbales es adecuado y que el análisis de los errores obtenidos por éste, puede ser utilizado para el diseño de un programa de entrenamiento que se ajuste a los errores y déficits de conocimiento de cada niño.

3.2.2.5. Diferencias individuales en la elección de estrategias de cuantificación

La investigación sobre la adquisición de estrategias ha revelado no sólo una secuencia evolutiva general en el desarrollo de estrategias, sino también sustanciales diferencias dentro de un mismo grupo de edad en los patrones de respuesta. Algunas de estas diferencias son relativas al tiempo en las distintas fases de la secuencia (Goldman, Mertz y Pellegrino, 1989). Diversos estudios empleando el método cronométrico han tratado de determinar el tipo de variables que son los mejores predictores de la latencia de respuesta. Por ejemplo, Groen y Parkman (1972) informan que el modelo Min fue la estrategia que mejor se adaptó a los datos de los niños en su estudio: La respuesta de latencia era una función lineal del tamaño del sumando menor. Por lo que se refiere a las diferencias individuales en la latencia de respuesta, Kaye, Post, Hall, y Dineen (1986) encuentran que el decremento de la función de latencia de respuesta relativa al sumando menor era de 600 ms. menos para los procesadores rápidos que para los lentos. También Geary, Widaman, Little y Cormier (1987) encontraron diferencias entre cursos en el funcionamiento de la estrategia Min, pero mostraron que las diferencias entre procesadores rápidos y lentos era menor en sexto grado que en segundo.

Siegler (1988) identificó tres grupos de estudiantes de primero como *"buenos"*, *"no tan buenos"* y *"perfeccionistas"*. Los estudiantes *"buenos"* y los *"perfeccionistas"* mostraron asociaciones fuertes entre la respuesta correcta y hechos numéricos de problemas básicos de adición. Sin embargo, los *"perfeccionistas"*, tenían un criterio de confianza[1] muy alto, comparados con los *"buenos"* lo que les hacía incrementar el tiempo de latencia de respuesta. Los estudiantes *"no tan buenos"* tenían un mayor número de asociaciones con fuerza similar y un criterio de confianza más bajo, obteniendo éstos unos resultados menos exactos y que implicaban más tiempo

1 [1] Como vimos de forma más extensa en el capítulo 1, según el modelo de Siegler (Siegler, 1986; Siegler y Robinson, 1982; Siegler y Shranger, 1984), la elección de estrategias depende de dos parámetros: (a) un criterio de confianza, este criterio representa un estándar interno contra el que el niño calibra la confianza en la corrección de la respuesta recuperada. Además de (b) un criterio de longitud de búsqueda, que indica el máximo número de intentos de recuperación que un niño podría hacer antes de elegir una estrategia alternativa. La recuperación dura tanto como el valor del criterio de confianza exceda la fuerza de la asociación de cada respuesta recuperada y tanto como el número de búsquedas no exceda el

que los otros grupos.

Goldman, Pellegrino y Mertz (1988) identificaron en una muestra de niños con DA la existencia de cuatro grupos (denominados A, B, C y D) de estudiantes que diferían en su velocidad de procesamiento y en el conjunto de estrategias aditivas utilizadas para la recuperación de hechos numéricos. Cada uno de esos cuatro grupos se vio afectado diferencialmente por la práctica en hechos numéricos básicos.

En un trabajo posterior, Goldman y col (1989) evalúan los efectos de la práctica (a lo largo de 12 semanas) en la recuperación de hechos numéricos en niños de tercero y cuarto curso, seleccionados por el criterio de los profesores sobre la base de la necesidad que percibían en los niños de incrementar su velocidad en la recuperación de hechos numéricos para la adición y la multiplicación. Seleccionaron tres grupos que diferían en la mezcla de estrategias utilizadas: 1) *Recuperación + Min*, que usaba la recuperación de hechos numéricos y la estrategia *Min*; 2) *Min*, este grupo empleaba en mayor medida la estrategia *Min*; y 3), el grupo *Min + Sum* que alternaba la estrategia *Min y la Sum*. Se encontró un efecto positivo de la práctica. Este efecto estaba relacionado, a su vez, con la latencia media previa de los sujetos y el conjunto de estrategias empleadas por cada uno de los tres grupos. Los autores compararon el comportamiento de estos sujetos con el de los grupos de niños con DA del estudio de Goldman y col. (1988) y encuentran que el grupo que emplea la estrategia de *recuperación* conjuntamente con la *Min* es superior al mejor de los grupos de niños con DA del estudio de Goldman (grupo A). El grupo en que predominaba únicamente la estrategia *Min* tenía una latencia media de respuesta que se encontraba entre los grupos A y B del estudio precedente. La media de latencia para el grupo que mezclaba las estrategias *Min y Sum*, era similar al grupo C de Goldman y col. (1988). La práctica enfatizó tanto

valor del parámetro de longitud de búsqueda.

la velocidad de respuesta como la exactitud. Esta tuvo mayores efectos en los grupos *Min* y *Min + Sum* que en el grupo *Recuperación + Min*. En general, hubo un decremento de la latencia de respuesta con la práctica que sirvió para reducir las diferencias entre los tres grupos. Sin embargo, se encontraron diferencias en la forma de las curvas de aprendizaje de los sujetos, indicando que en una alta proporción de casos, el patrón de latencia sobre las sesiones no fue lineal. Los autores interpretan este hecho debido a una decisión prematura acerca de la utilidad de continuar con la práctica en esos casos, al tomar como referencia un número pequeño de sesiones prácticas iniciales. Esto pudo ser inadecuado, porque tales datos pudieron tener un pobre efecto acumulativo a largo plazo sobre la modificación de la estrategia usada.

Geary (1990), comparó niños normales y con DA en aritmética de primero y segundo curso en la distribución de estrategias usadas para resolver un conjunto de problemas simples de adición. Las estrategias empleadas en la solución de problemas, y sus tiempos de solución asociados, fueron grabados y clasificados de acuerdo con el modelo de elección de estrategias (Siegler, 1986, Siegler y Robinson, 1982; Siegler y Shrager, 1984). Esta tarea fue administrada al final del año académico. Durante ese año académico, todos los niños con DA en aritmética recibieron instrucción en matemáticas. Los sujetos con DA en aritmética fueron divididos en grupos de acuerdo con el criterio de las puntuaciones obtenidas después del entrenamiento. De modo que el grupo con mejoras fue aquel que se había beneficiado del entrenamiento en matemáticas y el grupo sin cambios, incluía niños que necesitaban continuar con la reeducación en ésta área. La comparación entre niños con rendimiento normal y los del grupo que mejoraron indicaba que no existían diferencias sustantivas en la distribución de elección de estrategias, características de las estrategias (v. g. número de errores) o en el nivel de procesamiento de información. Aunque los sujetos que no se beneficiaron del entrenamiento tendían a usar las estrategias de recuperación de hechos numéricos menos frecuentemente que el resto de los niños, tanto la distribución general de elección de estrategias y la velocidad en el procesamiento de la información, tales como el nivel de estrategias verbales de conteo, no diferían significativamente cuando se comparaba el grupo sin cambios con el normal y el grupo que había mejorado.

Un análisis más detallado de las características de las estrategias empleadas (v. g., errores) y el tiempo de ejecución reveló, sin embargo, varias diferencias significativas entre los grupos. De forma más concreta, las características del grupo que no obtuvo cambios en relación con los dos grupos restantes, incluyen frecuentes errores en el conteo verbal y en la recuperación de hechos numéricos, frecuente uso de la estrategia Sum, una proporción variable en el uso de estrategias de conteo verbal y el tiempo medio de recuperación de los hechos numéricos fue más largo y asistemático. Estos resultados son interpretados por los autores de este trabajo dentro del contexto del modelo de elección de estrategias (Siegler, 1988) como un indicador de un criterio de confianza más tolerante y una distribución relativamente plana de asociaciones de hechos numéricos. Estos argumentos estaban basados específicamente en los hallazgos de que el grupo que no obtuvo mejoría, tendía a cometer errores cuando ellos recuperaban hechos numéricos y mostraban un patrón asistemático del tiempo de solución en sus intentos de recuperación correcta de hechos numéricos. Finalmente, los patrones de correlación entre elección de estrategias y características del problema sugieren que el uso de estrategias inmaduras de conteo por el grupo que no mejoró tras el tratamiento, puede estar relacionado con pobres recursos de memoria de trabajo (Geary, 1990).

En un trabajo continuación del de Geary (1990), Geary, Brown y Samaranayake (1991) llevaron a cabo un estudio longitudinal para evaluar el desarrollo de las habilidades para la suma de 26 niños normales y 12 niños con DA en aritmética de primer y segundo grado. Las estrategias usadas por los niños fueron clasificadas de acuerdo con las descritas por Siegler y Robinson

(1982): (a) contar dedos, (b) dedos, (c) conteo verbal, (d) recuperación de hechos numéricos. En el primer momento de medida los niños resolvieron 40 problemas simples de adición. Diez meses más tarde, se les readministraron a todos los sujetos las tareas aritméticas y se midieron sus recursos de memoria. El grupo normal mostró un incremento del criterio de confianza en el uso de recuperación de hechos numéricos de la memoria y una disminución de estrategias de conteo para resolver los problemas aditivos, así como un aumento en la velocidad de conteo y en la recuperación de hechos de la memoria a largo plazo. Estos hallazgos son interpretados por los autores desde el modelo de elección de estrategias de Siegler (Siegler, 1986, 1988) como un reflejo de cambios en los parámetros de distribución de asociaciones entre un problema y su respuesta y en el criterio de confianza. El desarrollo de los cambios a través del tiempo en la frecuencia con que es usada la estrategia de recuperación de hechos numéricos de la memoria, refleja un aumento en el *"pico"* o proximidad de la distribución de asociaciones y un cierto aumento del nivel de exigencia del criterio de confianza.

El grupo con DA en aritmética no mostró cambios significativos en el conjunto de estrategias o en el nivel de ejecución de estrategias de conteo ni de hechos numéricos. Finalmente, se encontraron diferencias significativas en favor del grupo normal en el índice de recursos de la memoria de trabajo.

Este patrón de cambios a través del tiempo, combinado con las diferencias encontradas en los grupos en la distribución de estrategias elegidas por los niños, sugiere que un factor contribuyente al rendimiento en matemáticas reside en el desarrollo de la organización de hechos numéricos básicos en la memoria a largo plazo y que una dificultad de aprendizaje en matemáticas esta relacionada en parte con la ausencia o quizás anómalo desarrollo de la organización de esos hechos (Geary, 1990; Geary y Brown, 1991; Golman y col., 1988, 1989). Para los niños con DA en aritmética, el fracaso no parece ser debido a una inadecuada experiencia, porque la distribución de asociaciones entre un problema y su respuesta correcta parece desarrollarse automáticamente con el uso de estrategias de conteo, o al menos, así sucede en los niños normales (Siegler, 1986). Los niños con DA en aritmética, en el segundo tiempo de medición, usan estas estrategias de forma más frecuente que lo que lo hicieron los niños normales, pero su ejecución aparentemente no produjo cambios sustantivos en la fuerza asociativa entre el problema y su respuesta correcta.

Geary y Brown (1991), añaden que los resultados en el test de memoria de dígitos sugieren que unos recursos relativamente pobres de la memoria de trabajo es un segundo factor contribuyente a las DA en aritmética. De hecho, para los niños con DA en aritmética, los recursos pobres de memoria de trabajo han contribuido al aparente fracaso en el desarrollo de adecuadas representaciones de hechos numéricos en la memoria. De este modo, la distribución de asociaciones en la memoria entre un problema y su respuesta puede permanecer plana. Es decir, las asociaciones entre un problema y su respuestas puede no desarrollarse en la memoria a largo plazo.

Paralelamente al trabajo que acabamos de comentar, Geary y Brown (1991) evaluaron las diferencias en la elección de estrategias y el procesamiento de la información en la resolución de problemas simples de adición entre niños superdotados (n= 40), normales (n= 12) y con DA en aritmética (n= 15) de cuarto curso. Las estrategias usadas por los niños fueron clasificadas de acuerdo con las descritas por Siegler y Robinson (1982): (a) contar dedos, (b) dedos, (c) conteo verbal, (d) recuperación de hechos numéricos. Se grabaron las estrategias y el tiempo de solución empleadas por los sujetos. Se encontraron claras diferencias en relación a la madurez de la elección de estrategias para los tres grupos. El grupo de niños superdotados demostró una mayor madurez en el conjunto de estrategias empleadas y en el nivel de conteo verbal, seguido por el grupo de niños normales y por el de niños con DA en aritmética. En términos de velocidad de procesamiento, el grupo superdotado mostró un nivel de conteo verbal que era similar al de los adultos y en un 50% menor que el nivel de conteo para los otros dos grupos, pero el grupo de superdotados y el normal no difieren en el nivel de recuperación de hechos numéricos de la memoria a largo plazo. Las diferencias encontradas entre estos dos grupos en conteo, pero no en recuperación de hechos numéricos, indican que la velocidad en sí misma no es una característica diferenciadora de estos dos grupos, tampoco parece ser principal factor subyacente a las DA en aritmética.

Los resultados de este trabajo fueron interpretados dentro del contexto del modelo de elección de estrategias (Siegler, 1986, Siegler y Robinson, 1982; Siegler y Shragler, 1984) sugiriéndose que las diferencias entre los sujetos en el nivel de maestría de adquisición de habilidades numéricas tempranas son explicadas por la madurez de la organización de los hechos numéricos básicos en la memoria a largo plazo.

En síntesis, las investigaciones en el área de las dificultades de matemáticas sugieren que los niños con DA en aritmética difieren de los normales en dos dimensiones. Primero, el conjunto de estrategias utilizadas por los niños con dificultades tienden a ser evolutivamente inmaduras; esto es, estos niños tienden a usar estrategias que son a menudo usadas por los niños normales más jóvenes (Fleischner, Garnett y Shepherd, 1982; Garnett y Fleischner, 1983, Geary, 1990; Geary y Brouwn, 1991; Geary, Brown y Samaranayake, 1991; Geary, Widaman, Little y Cormier, 1987; Goldman y col., 1988). Segundo, el uso de estrategias de solución de problemas menos maduras está relacionado, en parte, con un inmaduro o anormal desarrollo de las representación de los hechos numéricos en la memoria. Dicho de otro modo, los niños con DA en aritmética no pueden recuperar muchos hechos numéricos como $3 + 4 = 7$, de la memoria a largo plazo, incluso hasta cuando están en los últimos años de la escuela elemental (Garnett y Fleischner, 1983, Geary y col., 1987; Goldman y col., 1988).

3.2.3. Perspectiva educativa y evolutiva

Existe la opinión generalizada de que las matemáticas es una materia difícil y una de la que más problemas plantea a los niños. Cockcroft (1985), en su conocido informe afirma que las matemáticas son una asignatura difícil de enseñar y de aprender. Han sido varios los factores que se han relacionado con el fracaso infantil en las matemáticas, pasemos a analizar brevemente alguno de los más importantes.

3.2.3.1. Factores educativos

Los niños no aprenden de forma aislada, sino que su aprendizaje está inmerso en un contexto educativo en el que a su vez influyen numerosas variables ecológicas. Así, la cultura sería uno de los factores que establecen las principales diferencias en la adquisición de habilidades matemáticas. Por ejemplo, las matemáticas son valorizadas diferencialmente por la cultura occidental y la oriental. En esta última, la tradición religiosa de respeto hacia quien las imparte, las expectativas positivas en relación a su logro, o el énfasis en la comprensión más que en el computo correcto podrían explicar parte de las diferencias encontradas en distintos estudios comparativos (Lapointe y col. 1989, Stevenson y Stigler, 1992).

Otro factor educativo que, sin duda, contribuye a un rendimiento pobre en matemáticas entre los estudiantes con dificultades es el referido al curriculum y la instrucción (Baroody y Hume, 1991, Carnine, 1991). Las creencias erróneas acerca de la enseñanza de las matemáticas por parte de los profesores hace que muchas veces se impartan sin tener en cuenta las características cognitivas de los alumnos. Muchos profesores todavía consideran que el aprendizaje de las matemáticas debe ser fundamentalmente memorístico y acumulativo como respuesta a una concepción tradicional de corte asociacionista. Por otra parte, los contenidos escolares, muchas veces excesivamente rigurosos y exigentes, debieran ajustarse a las posibilidades evolutivas de los alumnos y no a la estructura lógica de las matemáticas, como lo que sucede a consecuencia de seguir el principio de que lo lógicamente previo debe ser pedagógicamente anterior (Rivière, 1990). La aplicación de los programas instruccionales de cada curriculum muchas veces van acompañados de libros de texto que son utilizados a modo de guía, éstos frecuentemente son confusos, carentes de sentido (Ginsburg, 1977; Meller y Meyer, 1997).

Resumimos las condiciones ambientales educativas que favorecen la aparición de DA en aritmética con las palabras de Ginsburg, en relación a los niños americanos: *"... podríamos decir que los niños se educan a merced de a) una cultura que devalúa las matemáticas, b) escuelas inhóspitas, c) profesores que enseñan mal, d) y libros sin sentido..."* (Ginsburg, 1977, p. 23).

3.2.3.2. Factores motivacionales

Ciertos aspectos propios de la materia, como la precisión, la lógica, la solución de problemas...etc. (Richarson y Woolfolk, 1980), producen ansiedad en algunas personas y, a su vez, esta ansiedad produce efectos negativos en el aprendizaje (Ashcraft y Faust, 1994). Así, las matemáticas se convierten para muchas personas en algo difícil y aburrido que puede generar en ellas inseguridad respecto a su capacidad para resolver, incluso, las operaciones matemáticas más elementales (Rivière, 1990). A consecuencia de esto, muchas personas desarrollan en su vida escolar, actitudes negativas hacia las matemáticas, que pueden condicionar sus elecciones escolares y profesionales por sus dificultades para dominarlas (Cockcroft, 1985).

Una de las explicaciones de esta falta de interés generalizado por las matemáticas ha sido explicado, entre otras causas, por una falta de conexión entre los conocimientos previos con los que llegan los niños a la escuela, y los nuevos conceptos o procedimientos a aprender en ella (Baroody, 1987; Baroody y Ginsburg, 1988; Ginsburg, 1997; Rusell y Ginsburg, 1984). Los niños tienen una capacidad natural para aprender y están intrínsecamente motivados para ello. Aprenden porque sus mentes están biológicamente diseñadas para desarrollar conceptos y modos de pensar útiles para adaptarse al ambiente (Piaget, 1936). Los niños no se limitan a absorber la información del mundo y a ser modelados por el ambiente, sino que construyen activamente conceptos, estrategias y modos de pensar (Nodding, 1990). La mente de los niños se desarrolla en un ambiente tanto físico como social que les proporciona experiencias matemáticas importantes. Es el encuentro con estos aspectos cuantitativos del ambiente lo que posibilita la construcción de una forma elemental de conocimiento matemático que los autores arriba citados denominan *"informal", debido en parte a que no se expresa en términos formales como notaciones escritas, y en parte, a que no es adquirido a través de un proceso de instrucción formal"* (Ginsburg, 1977, p. 21). De esta forma, los niños desarrollan nociones de más y menos, añadir y quitar, forma, tamaño, frecuencia relativa y muchas otras (Ginsburg, 1989). Los niños desarrollan una matemática informal debido a que ellos encuentran una utilidad práctica en ello, es divertido y les refuerza positivamente.

Estos conocimientos previos constituyen la base para la adquisición y comprensión de otros nuevos. Desgraciadamente, muchas veces los profesores no saben conectarlos con los contenidos escolares, o incluso, desconocen su existencia (Ginsburg, 1997). Por lo tanto, cuando el niño comienza en la escuela con las matemáticas formales, se enfrenta al contraste entre un sistema científico que es coherente, explícito, organizado y lógico frente al sistema espontáneo, de naturaleza intuitiva, emocional, que está implícito y ligado a la vida cotidiana (Vygotsky, 1986). Las matemáticas demandan de los niños, desvincular su pensamiento de propósitos e intenciones humanas (Donaldson, 1978). Esto hace que niños tengan que desligar su pensamiento de lo intencional para comprender las relaciones matemáticas y adquirir los conocimientos requeridos en la escuela. Las dificultades que encuentran los niños para lograr la adquisición de las matemáticas formales, ha hecho que muchos teóricos del desarrollo (Resnick, Levine, y Teastey, 1991) desafíen el punto de vista dominante que asume que el pensamiento cognitivo es independiente del contexto y la intención. (Ginsburg, 1977) *"...la tesis de que cada acto cognitivo debe ser visto como una respuesta específica a un conjunto específico de circunstancias, tiene relevancia en las teorías explicativas de las DA, que comparten con la ciencia cognitiva la creencia en un núcleo cognitivo (deficiente)."* (Ginsburg, 1997, p. 22).

En suma, podemos decir, que desde esta visión se hace necesaria la consideración de conceptos nuevos como pensamiento formal e informal, pensamiento contextualizado, para ayudar a los investigadores a comprender el desarrollo de las DA y poder aplicar así nuevos métodos innovadores que permitan a los investigadores estudiarlas. Desde este enfoque se sugiere el abandono de los modelos de déficits y utilizar nuevos métodos de investigación más sensibles como estudios etnográficos, entrevista clínica, y estudios longitudinales para examinar los distintos aspectos de la adquisición del conocimiento matemático de los niños a través del tiempo.

3.2.3.3. Demandas cognitivas

Las razones que explicarían desde la perspectiva cognitiva la dificultad inherente al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, pasa por la consideración de las demandas cognitivas que requiere su aprendizaje. Rivière (1990) realiza un análisis de estas demandas que sintetizamos a continuación:

a) Las matemáticas exigen desvincular el pensamiento de propósitos e intenciones humanas, un esfuerzo considerable de abstracción que obliga al niño a desligar su pensamiento de lo intencional y significativo para él. Esto, como vimos más arriba, está alejado de sus experiencias previas a la escolarización y es causa de DA en aritmética.

b) La exigencia de abstracción. La capacidad de desligar los conceptos de sus contextos de adquisición es relativamente tardía en los niños. La exigencia de abstracción de las matemáticas puede ser excesiva para algunos alumnos que aún dependen de referentes perceptivos o materiales para su comprensión.

c) Las matemáticas demandan generalización. Este es el verdadero indicador de la comprensión. El niño deberá, por tanto, generalizar los esquemas y estrategias aprendidas no sólo a las tareas enseñadas sino a otras nuevas.

d) Exigencia de dominio de códigos simbólicos especializados. La naturaleza misma de las representaciones matemáticas es para muchos alumnos fuente de DA en aritmética. Por ejemplo, las construcciones que se realizan en el plano de la acción, han de reconstruirse en un nuevo plano, el de la simbolización, a esto se añade la dificultad que presentan algunos niños para hacerse una representación mental del problema.

e) Por último, las matemáticas exigen un esfuerzo de atención selectiva, mayor que el que demandan otras materias que se transmiten en lenguaje natural. Precisamente esta capacidad ha sido considerada como uno de los déficits cognitivos de los niños con DA en aritmética (Siegel y

Heaven, 1986).

3.3. CONCLUSIÓN

En resumen, podemos decir que el intento por clarificar la naturaleza de las DA en aritmética, pasa por la consideración de perspectivas etiológicas diferentes, que parecen confluir en la consideración de los procesos deficitarios en los individuos con DA en aritmética. Desde el modelo neurológico, se intenta determinar el substrato fisiológico del funcionamiento cognitivo de estos sujetos, no obstante, se aleja cada vez de más de la visión netamente organicista que entendía las DA en aritmética como una manifestación puramente clínica, propugnando la necesidad de un acercamiento multidisciplinar al estudio de este trastorno (Shalev y Gross-Tsur, 1993; Temple, 1991). Las perspectivas cognitiva y educativa se nutren del amplio cuerpo de investigación sobre la naturaleza de la adquisición del pensamiento matemático existente en las últimas décadas. La primera, se interesa fundamentalmente por la descripción de los procesos cognitivos básicos que subyacen al rendimiento matemático como núcleo explicativo de las DA en aritmética. Desde la perspectiva educativa no se rechazan estas explicaciones, pero se insiste, en la importancia, muchas veces olvidada, de la consideración por parte de los profesionales de las variables contextuales asociadas al aprendizaje de las matemáticas, como el entorno educativo, familiar y sociocultural en el que se desenvuelven los sujetos.

III. TRATAMIENTO EXPERIMENTAL

4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA E HIPÓTESIS

La adquisición del concepto de número y su relación con el aprendizaje de las primeras nociones aritméticas ha sido conceptualizado desde distintas perspectivas teóricas. Nos hemos situado desde la más reciente, el modelo cognitivo, para llevar a cabo nuestra investigación.

Integrados en esta perspectiva, han existido dos enfoques teóricos de gran relevancia que contemplan el proceso de adquisición del número en el niño. Desde el primero, el modelo Piagetiano (Piaget y Szeminska, 1941), se considera que para la adquisición del número es fundamental haber superado la etapa de las operaciones concretas. El número es considerado como una síntesis de las operaciones lógicas de seriación y clasificación, por lo tanto, éstas son un prerrequisito sin el cual el niño no es capaz de comprender el número. Desde la segunda perspectiva, el modelo de integración de habilidades (Gelman ,1972; Gelman y Gallistel, 1978; Gelman y Meck, 1986; Kintsh, 1988), se le da una mayor importancia a la actividad de contar mediante la cual el niño va adquiriendo la comprensión del número dándose un proceso inverso al considerado por Piaget, es decir, el conteo podría ayudar al niño a la construcción y comprensión del número e indirectamente a la adquisición de las operaciones lógicas, aunque éstas no se descartan para el aprendizaje del número, por lo que se considera que deben estar integradas en la enseñanza.

El niño va adquiriendo la noción de número, aplicándolo, primero informalmente mediante experiencias que le son próximas en su entorno natural (v.g., Baroody, 1988; Ginsburg, 1977) y, posteriormente, en el marco de la enseñanza reglada.

La aritmética es uno de aprendizajes instrumentales básicos de los primeros años de la escolaridad que permite al niño comenzar a aplicar y consolidar sus conocimientos numéricos. Es la base, por lo tanto, sobre la que se sustenta la adquisición de conocimientos matemáticos más complejos. De ahí, la importancia de su adecuada adquisición. Pero, por desgracia, los resultados de este proceso no son siempre satisfactorios, y la aritmética es, precisamente, uno de los aprendizajes que más problemas plantea al los estudiantes quienes no llegan a alcanzar, en muchas ocasiones, el nivel funcional mínimo necesario para poder responder a las situaciones cotidianas de nuestro entorno que demandan este tipo de conocimientos.

Las investigaciones en el campo de las diferencias individuales en la aritmética se enfrentan con el problema de la selección de la muestra. Así, podemos encontrar distintos niveles o grados de deficiencia. Por ejemplo, en una aula ordinaria, entre los designados como menos habilidosos para la aritmética se encuentran aquellos que muestran un retraso en esta área unido a un retraso general y los que están uno o dos años por debajo del nivel de aritmética que les corresponde, a pesar de tener un CI medio o por encima de la media. El primer grupo podría ser etiquetado como con retraso general y el segundo grupo de niños correspondería al que tiene retraso específico en matemáticas, también llamados discalcúlicos. Como expusimos en el capitulo 2, esta clasificación, que a primera vista parece sencilla, encierra una serie de problemas a la hora de marcar criterios para distribuir los niños con bajo rendimiento en aritmética en uno u otro grupo.

Hasta ahora, el criterio más utilizado para detectar niños con dificultad específica para la aritmética ha sido la existencia de "discrepancia" entre habilidad intelectual, medida por el CI y el rendimiento en aritmética. Uno de los supuestos básicos en que se fundamenta el concepto de discrepancia consiste en afirmar que los procesos cognitivos involucrados en la aritmética son diferentes en los niños con DA en aritmética y alto CI frente a los niños que tienen bajo rendimiento en aritmética y bajo CI.

La validez de la discrepancia ha quedado en entredicho a partir de diversas investigaciones que, especialmente en el área de la lectura, han demostrado que los procesos cognitivos involucrados en la lectura son similares para los niños con problemas lectores independientemente de su capacidad intelectual (Jiménez y Rodrigo 1994; Rodrigo y Jiménez (remitido para su publicación); Siegel, 1989, 1992; Stanovich, 1989; Stanovich y Siegel, 1994).

Hasta el momento, los investigadores no han demostrado la utilidad del criterio de discrepancia en la comprensión de la base cognitiva de las DA. Desde el principio de la investigación sobre las DA, se ha asumido que los procesos cognitivos entre niños clasificados según el criterio de la discrepancia entre su inteligencia y rendimiento, eran diferentes de los que no entraban a formar parte de este grupo debido a sus puntuaciones inferiores en CI. Se ha considerado la presencia de diferencias etiológicas, tanto de origen neurológico (v.g. Gordon, 1992; Gillis y De Fries; 1995, O'Hare, Brown y Aitken, 1991; Rourke y Strang, 1978; Strang y Rourke, 1985) como cognitivo entre los sujetos con DA en aritmética y los sujetos normales (v.g. Garnett y Fleischner, 1983; Geary y Brown, 1991; Geary y col., 1987; Goldman y col., 1988; Hitch y MacAuley, 1991; Russell y Ginsburg, 1984; Siegel y Ryan, 1989; Smith, 1994; Swanson, 1993, 1994; Zental y Ferkis, 1993). Sin embargo, no existe evidencia empírica de la existencia de diferencias etiológicas entre individuos con DA y con retraso en aritmética. La mayoría de los investigadores han seleccionado a los sujetos con DA en función del criterio de discrepancia, pero no comprobaron si en sujetos no-discrepantes se daban los mismos correlatos (Stanovich, 1994). Obviamente, desde el principio, los investigadores debían haber incluido niños con y sin discrepancia en sus muestras para así poder probar la validez de la discrepancia (Stanovich y Siegel, 1994).

Hemos creído importante dedicarnos al estudio del rendimiento en los problemas verbales aritméticos de los niños con DA por dos razones fundamentales: en primer lugar, porque desde una concepción constructivista del aprendizaje de la aritmética se ha considerado la enseñanza de la resolución de los problemas verbales aritméticos como un principio didáctico fundamental en la enseñanza de la aritmética, que dota de sentido al aprendizaje y desarrollo de los conceptos de adición y sustracción (Carpenter y Moser, 1982). En segundo lugar, porque la resolución de los problemas verbales aritméticos ha sido considerada como una importante fuente de diferencias individuales (Cummins y col. 1988; Cummins y col. 1991; Hegarty y col., 1992; Hegarty y col., 1995; Jaspers y van Lieshout, 1994; Swanson y col., 1983) así como una de las áreas deficientes en los niños con DA en aritmética (Miller y Mercer, 1997; Russell y Ginsburg, 1984).

Las investigaciones sobre la resolución de problemas verbales aritméticos explican las diferencias individuales en torno a los procesos de representación mental de los problemas y, esta representación está, a su vez, relacionada con la estructura semántica y el tipo de sentencia de los enunciados que establecen un grado mayor o menor de dificultad.

En la actualidad, en el estudio de las DA en aritmética cobra gran importancia las explicaciones relacionadas con el funcionamiento de la memoria de trabajo de estos sujetos, debido a su implicación en el desarrollo y consolidación de las estrategias de cuantificación empleadas por los niños a la hora de resolver simples operaciones aritméticas. Se sabe que existe una secuencia evolutiva de adquisición de estrategias y que también el patrón de estrategias varían dentro de un mismo grupo de edad según su competencia aritmética (Geary 1990, Geary y Brown, 1991; Groen y Parkman, 1972; Siegler, 1986, Siegler y Robinson, 1982).

Por todo lo expuesto, dado el reducido número de estudios que incluyan sujetos sin discrepancia en sus controles experimentales (Stanovich y Siegel, 1989), además de la ausencia de trabajos dedicados a verificar las críticas existentes en torno a la discrepancia en el área de la aritmética, nos hemos propuesto, mediante la presente investigación, probar la validez del criterio de discrepancia para la identificación de las DA en aritmética. Por tanto, esperamos encontrar, mediante nuestros estudios, que los procesos cognitivos implicados en la resolución de problemas verbales aritméticos, tales como las estrategias de cuantificación empleadas para solucionar problemas verbales aritméticos, son similares en niños con DA en aritmética con independencia de la existencia o no de discrepancia.

Asimismo, se espera que existan diferencias entre los sujetos con normal y bajo rendimiento en el tipo de estrategias de resolución de problemas, en el sentido de que los primeros harán mayor uso de estrategias mentales y verbales más evolucionadas.

De la misma manera, se esperan diferencias en el sentido de que los niños con rendimiento normal resuelvan mejor los problemas verbales aritméticos en función de la estructura semántica del problema y del lugar que ocupa la incógnita, y, que a los dos grupos con bajo rendimiento, les afecte de forma similar ambos tipos de variables.

5. MÉTODO

5.1. SUJETOS

Se seleccionó una muestra de 148 sujetos de 2º y 3º de Primaria procedentes de zona urbana y de nivel socioeconómico medio que asisten a tres colegios públicos (Camino Largo, Chapatal y Ramiro de Maeztu) de La Laguna y S/C de Tenerife. La edad media de los sujetos fue de 7 años y 8 meses (M = 7.81; DT = .67) con un rango de edad que oscila entre 7.01 y 9.04.

5.1.1. Criterios de selección

Los sujetos con DA en aritmética fueron clasificados en dos grupos en función del criterio de discrepancia. Para calcular la discrepancia se utilizó el método basado en la comparación de las puntuaciones estándar, esto es, teniendo en cuenta la diferencia entre las puntuaciones de CI obtenidas a través de la Escala de Inteligencia de Weschler para niños (WISC) (Weschler, 1989) y la puntuación estándar en el subtest de Aptitud para el Cálculo de la Batería de Aptitudes Diferenciales y Generales (BADYG) (Yusté, 1985). Los sujetos se consideraban discalcúlicos (24 niñas, 36 niños) si su puntuación CI era de 15 o más puntos por encima de la puntuación estándar alcanzada en aritmética y su puntuación de CI era superior a 80 (N= 60). Los sujetos con retraso en aritmética (22 niñas, 22 niños) obtuvieron una puntuación estándar menor de 15 puntos respecto a la puntuación CI alcanzada, también su puntuación de CI era superior a 80 (N= 44). El resto de los sujetos eran clasificados en la categoría de rendimiento normal en aritmética (15 niñas, 29 niños) si su puntuación estándar en aritmética era superior al percentil 30 en el subtest de Aptitud para el Cálculo del BADYG y su puntuación de CI era superior a 80 (N = 44). Los sujetos que presentaban alteraciones sensoriales, daño neurológico, y otros problemas que tradicionalmente han sido considerados como factores de exclusión de las DA no fueron incluidos en la muestra definitiva. En la tabla 1 se recogen las características de la muestra en relación al sexo, curso, grupo, y centro escolar.

Tabla 1: *Características de la muestra en función del sexo, numero de sujetos, curso, y centro escolar para cada uno de los grupos.*

	discrepante		no discrepante		rendimiento normal	
	segundo	tercero	segundo	tercero	segundo	tercero
Colegio: Ramiro de Maeztu						
Sexo:						
mujer	8	3	4	3	2	2
varón	10	5	5	2	2	8
Camino Largo						
Sexo:						
mujer	2	2	4	4	6	1
varón	4	9	3	5	2	4
El Chapatal						
Sexo:						
mujer	6	3	2	5	2	2
varón	6	2	4	3	7	6

5.2. MATERIAL

5.2.1. Aritmética

5.2.1.1. Batería de Aptitudes Diferenciales y Generales: BADYG

Se aplicó a los sujetos una prueba estandarizada para determinar el nivel de rendimiento en aritmética, esta fue un subtest de aptitud Numérica de la Batería de Aptitudes Diferenciales y

Generales: BADYG (Yusté, 1985). Se aplicaron los niveles correspondientes a 2º (Gráfico - B) y para 3º (Gráfico - C). Ambas pruebas fueron aplicadas a los niños en el aula de forma colectiva, y siguiendo minuciosamente las instrucciones de aplicación.

El test de Aptitud para el Cálculo aplicado a 2º de E.G.B. Consta de 35 ítems con 4 alternativas de respuesta cada ítem y trata de medir la asimilación de los conceptos de suma y resta, propuestos a base de pequeños problemas de cálculo mental. Asimismo, hay ítems de conceptos cuantitativos (Yusté, 1985).

Los ítems se pueden clasificar de la siguiente manera:

A) Problemas de sumar .... 9 ítems.

B) Problemas de restar .... 11 ítems.

C) Problemas de multiplicación (como suma repetida más de dos veces) .... 5 ítems.

D) Conceptos básicos cuantitativos .... 6 ítems.

E) Conjuntos .... 1 ítem.

F) Concepto de repartir .... 3 ítems.

TOTAL .... 35 ítems.

El test de Aptitud para el Cálculo aplicado a 3º de E.G.B., consta de 32 ítems con 5 alternativas de respuesta cada uno, ordenados según un índice de dificultad. El test no mide únicamente aptitud de rapidez para el cálculo, sino también el razonamiento numérico, aplicación de operaciones en problemas lógico-numéricos. Los ítems tampoco pretenden medir el nivel de conocimientos matemáticos adquiridos, sino más bien la maduración de funciones matemáticas básicas (Yusté, 1985).

Los ítems se pueden clasificar de la siguiente manera:

A) Problemas de sumar .... 7 ítems.

B) Problemas de restar .... 11 ítems.

C) Problemas de multiplicar .... 6 ítems.

D) Problemas de dividir .... 3 ítems.

E) Otros conceptos numéricos .... 5 ítems.

TOTAL .... 32 ítems.

5.2.1.2. Batería de Problemas Verbales Aritméticos

Se aplicó a los niños una Batería de Problemas Verbales Aritméticos, diseñada "ad hoc" (ver en anexo 2.2.) Consta de una serie de problemas verbales aritméticos que incluyen a las cuatro categorías semánticas descritas en la literatura Cambio 1 al 6 , Combinación 1 y 2, Comparación 1 al 6 e Igualación 1 al 6. Se diseñaron dos problemas por subcategoría de forma que quedaron conformados unos 40 problemas verbales. Estos problemas eran presentados a los sujetos de forma aleatoria, anidándose las condiciones experimentales, de forma que el orden de presentación no influyese en las respuestas.

Se controló, además, que en los enunciados de los problemas las frases tuviesen una longitud y estructura sintáctica similar, así como un vocabulario sencillo para los niños. La magnitud de las cantidades fue también tenida en cuenta. Así, los problemas incluían sólo combinaciones de unidades y decenas, nunca decenas con decenas.

Los problemas eran leídos a los niños por el experimentador para evitar el efecto de las posibles diferencias en el grado de eficacia lectora de los sujetos. El experimentador repetía el enunciado si así era requerido por el niño. Los problemas fueron aplicados en tres sesiones de 12 o 13 problemas cada una, para evitar así los efectos indeseados que pudiesen producirse a causa del cansancio de los sujetos.

La fiabilidad total de esta batería fue calculada a través del programa Reliability del programa de aplicaciones estadísticas SPSSPC+, y se obtuvo un coeficiente alpha de .93. En los problemas de Cambio se obtuvo un coeficiente Alpha de .85. En los problemas de Combinación se obtuvo un alpha de .64. Este índice de fiabilidad más bajo, fue obtenido al existir un número menor de ítems en esta categoría semántica como consecuencia de que sólo cuenta con dos subcategorías (Combinación 1 y Combinación 2). Probablemente, se hubiese incrementado la fiabilidad incluyendo un mayor número de problemas para estas dos subcategorías. En los problemas de Igualación, se obtuvo un alpha de .77 y en los de Comparación un índice de fiabilidad de .80.

5.2.2. Memoria de Trabajo

La tarea de memoria de trabajo que utilizamos, ha sido adaptada de la prueba "Working Memory-Counting" (Case, Kurland y Golberg, 1982). Consiste en la presentación de tarjetas con puntos azules y amarillos. El sujeto debe contar cuántos puntos amarillos hay en cada tarjeta -estos aparecen en un rango del uno al nueve- y recordar el orden correcto de presentación en cada serie presentada.

Existen cuatro niveles con dos, tres, cuatro, y cinco tarjetas respectivamente que se presentan al sujeto de forma aleatoria, en grupos de tres presentaciones por cada nivel. Así, por ejemplo, en el primer nivel al sujeto se le muestran dos tarjetas para contar en tres ocasiones diferentes (ver en el anexo 2.1. protocolo de aplicación).

Se asigna un punto por cada serie correctamente resuelta. La administración de la prueba se detiene cuando el niño falla en todos los ítems de un nivel, pudiéndose de esta forma situar al sujeto en el nivel que ha completado con éxito.

En la tarea de memoria de trabajo se obtuvo un coeficiente de fiabilidad de .75. El material de esta tarea comprende un total de nueve tarjetas con puntos azules y amarillos dispuestos en un patrón irregular, de cinco por ocho pulgadas cada una.

Cada tarjeta lleva una letra del alfabeto (de la "A" hasta la "I") en la parte posterior que la identifica para facilitar su aplicación, de forma que la tarjeta que lleva la letra A es la que tiene un solo punto amarillo, la B dos puntos amarillos ... así hasta completar las nueve.

5.2.3. Inteligencia

Se empleó la Escala de Inteligencia de Weschler para niños, WISC (Wechsler, 1989) con el fin de calcular el Cociente Intelectual de los sujetos de la muestra. Consta de dos escalas, verbal y manipulativa, cada una de las cuales está dividida en seis pruebas. El conjunto de las pruebas que forman cada escala dan una puntuación del nivel intelectual del sujeto en unidades de CI, con lo que podemos obtener un CI Verbal y un CI manipulativo. La combinación de ambos coeficientes nos da el CI Global del sujeto. Se aplicó el WISC como prueba de inteligencia por ser la más utilizada en las investigaciones en el área de las DA.

5.3. PROCEDIMIENTO

Los sujetos de nuestro estudio fueron seleccionados, en un primer momento, de acuerdo al criterio de los profesores a quienes se les pidió mediante una entrevista individual que indicasen los niños que tenían problemas específicos para la aritmética, quiénes tenían problemas en las distintas áreas escolares en general y quiénes tenían un rendimiento normal. Además, se les indicó que precisaran si alguno de esos niños podría presentar alguna de las características (déficits sensoriales, trastornos emocionales, absentismo escolar,etc.) consideradas tradicionalmente como criterios de exclusión de las DA. La clasificación hecha por los profesores fue confirmada mediante el pase de pruebas posterior. Se aplicó, en primer lugar, el subtest de aritmética de la Batería de Aptitudes Diferenciales y Generales: BADYG (Yusté, 1985) mediante el que obtuvimos un grupo de sujetos de rendimiento normal y otro grupo de rendimiento bajo en aritmética. Tras la aplicación de la prueba de inteligencia WISC a todos los sujetos, los niños con un bajo nivel en aritmética, fueron clasificados en discrepantes y no discrepantes de acuerdo con el criterio de discrepancia CI-rendimiento. Posteriormente, se llevó a cabo el método de entrevistas con el fin de analizar las estrategias empleadas en la resolución de los problemas verbales por los sujetos pertenecientes a los tres grupos resultantes.

El estudio de las estrategias, empleadas por los niños de la muestra, fue llevada a cabo por siete licenciados en psicología familiarizados con el uso del método por entrevistas, al haber cursado un Prácticum impartido por el Departamento de Psicología Educativa, Evolutiva y Psicobiología que constaba de un área específica de aritmética donde se les entrenaba en el diagnóstico e intervención en niños de Educación Primaria con DA. Además, los entrevistadores fueron nuevamente entrenados inmediatamente antes de la recogida de datos. Esta se llevó a cabo de forma individual, en una habitación aislada exenta de distracciones. Se les leían los problemas y se les ofrecían fichas manipulables, lápiz y papel para que los empleasen si así lo creían conveniente. A los niños se les decía que estábamos interesados en saber de qué forma resolvían los distintos problemas. Los entrevistadores, a la vez que observaban las actitudes de los niños ante el problema, les solicitaban, una vez resueltos, explicaciones de la manera en que lo habían realizado, insistiendo en preguntas como: *¿Cómo sabes que esa es la solución?, ¿Cómo lo hiciste?, ¿Qué hiciste primero?, ¿Qué pensaste?...* etc. La interacción con el niño se grabó en un cassette para facilitar la labor de clasificación de las estrategias, que además se recogían en una hoja de registro diseñada al uso.

Las estrategias de resolución de los problemas verbales aritméticos analizadas fueron agrupadas en tres grandes grupos de estrategias:

* **Estrategias materiales o de modelado.** Consisten en que el niño utiliza objetos físicos para representar las cantidades que aparecen en el enunciado y mediante esa manipulación obtienen la respuesta.

* **Estrategias verbales o de conteo**. El niño utiliza los dedos para ayudarse como si fuera un registro o control de la secuencia verbal, en sentido creciente o decreciente. Puede ser totalmente interna o encubierta (siendo posible su detección por parte del observador por los movimientos que realiza el niño como golpeteos de cabeza, con el pie, lápiz, etc.) o manifestarse de forma oral.

* **Estrategias mentales basadas en hechos o combinaciones numéricas.** Existen

dos categorías: a) Estrategias basadas en el recuerdo directo: no presentan dificultades para el niño, porque hay combinaciones numéricas almacenadas en la memoria a largo plazo, automatizadas. b) Estrategias basadas en el uso o aplicación de reglas de derivación: reglas de composición y descomposición numéricas.

5.3.1. Estrategias materiales o de modelado

5.3.1.1. Adición

a) Conteo total. "Recuento de todos con modelos"

1º Se representa con objetos la 1ª cantidad del problema.

2º Se representa con objetos la 2º cantidad del problema.

3º Junta todos los objetos y los cuenta todos de nuevo.

EJEMPLO: 6 + 2

1º.	o o o o o o	2º.	o o
	1 2 3 4 5 6		1 2

3º.	o o o o o o o o
	1 2 3 4 5 6 7 **8**

b) Conteo a partir del primer sumando [2]

[2] En nuestro trabajo hemos recogido estrategias de modelado similares a "Contar todos a partir del primer sumando" y "Contar todos empezando por el sumando mayor" (Baroody, 1884), con la salvedad de que consideramos la posiblilidad de que se representaran de forma concreta (i.e.; mediante

1º Se representa con objetos la 1º cantidad del problema.

2º Se representa con objetos la 2º cantidad o agrupamiento.

3º Se comienza a contar a partir del 1º agrupamiento.

EJEMPLO: 3 + 5

1º.	o o o		2º.	o o o o o
	1 2 3			1 2 3 4 5

3º.	o o o = 3	o o o o o
		4 5 6 7 **8**

c) Conteo a partir del sumando mayor [3]

1º Se representa con objetos la 1ª cantidad del problema.

2º Se representa con objetos la 2º cantidad del problema.

3º Se selecciona cuál es la cantidad mayor y se empieza el recuento a partir de esta.

EJEMPLO: 3 + 5

1º.	o o o	2º.	o o o o o
	1 2 3		1 2 3 4 5

objetos o dedos) tanto el primer como el segundo sumando de ambas categorías.

3º. o o o o o = 5 o o o

6 7 **8**

5.2.1.2. Sustracción

a) <u>Separar desde. "Separar de"</u> [4]

1º Se representa la cantidad mayor o minuendo.

2º Se van retirando tantos objetos como indique la cantidad menor o substraendo.

3º Se cuenta la cantidad de objetos restantes.

EJEMPLO: 6 - 2

1º. o o o o o o 2º. o o o o...o..o 3º. **o o o o** = **4**

b) <u>Separar hasta. "Separar a"</u> [5]

1º Se representa la cantidad mayor

2º Se separan objetos hasta que quede la cantidad menor representada.

3º Se cuentan los objetos separados, encontrando así la respuesta.

[3] Idem nota 1.

[4] Los nombres de las estrategias que aparecen en primer lugar, se corresponden con los empleados por los entrevistadores para registrarlas. Términos con los que estaban familiarizados, que no creímos conveniente cambiar para la recogida de datos. En el resto de nuestro trabajo nos referiremos a los encontrados en la literatura sobre el tema.

EJEMPLO: 6 - 2

1º. o o o o o o   2º. o o --> **o o o o**   3º. **o o o o** = **4**

c) <u>Añadir</u>

1º. Se representa el conjunto mayor.

2º. Representamos la cantidad menor.

3º. Añadimos (sin contar) tantos objetos como sean necesarios hasta llegar a la cantidad mayor, igualando ambos conjuntos.

4º. Se cuentan los elementos añadidos, encontrando así la respuesta.

EJEMPLO: 6 - 2

1º. o o o o o o   2º. o o   3º. o o <-- o o o o

4º. **o o o o** = **4**

d) <u>Emparejamiento</u>

1º. Se representa la cantidad mayor.

2º. Ponemos al lado la cantidad menor.

[5] Idem, nota 3.

3º. Contamos los que no tienen pareja, encontrando así la respuesta.

EJEMPLO : 6 - 2

1º. o o o o o o

2º. o o . . . .

3º. 1 2 3 **4**

5.3.2. Estrategias verbales o de conteo

5.3.2.1. Adición

a) Conteo total

Consiste en contar todos y cada uno de los elementos empezando siempre por el nº 1.

EJEMPLO: 2 + 4

1º 1 2 3 4 5 6

2º 1 2 3 4 5 **6**

b) Conteo parcial

* *Conteo a partir del primer sumando*: La enumeración comienza a partir del primer sumando (no desde el número uno) y continua hasta que el segundo

sumando ha sido enumerado.

EJEMPLO: 2 + 4

Cuenta cuatro pasos a partir del 2: 2 3(1º), 4(2º), 5(3º), **6**(4º). Cuenta la 1ª parte del problema de forma estrictamente verbal y puede ayudarse con los dedos para la 2ª parte.

* *Conteo a partir del sumando mayor*: El niño cuenta en voz alta a partir de la cantidad mayor.

EJEMPLO: 2 + 4

Cuenta dos pasos a partir del 4: 4 5(1º), **6**(2º).

5.3.2.2. Sustracción

a) <u>Conteo hacia atras desde. "Contar hacia atrás a partir de"</u>

1º Se pronuncia la cantidad mayor, a partir de ella.

2º Hace una pausa (a partir de aquí comienza el conteo hacia atrás).

3º Hace tantos decrementos como indica la cantidad menor. Se necesita dedos y verbalización.

EJEMPLO: 6 - 2

"seis" 5(1º), **4**(2º)

[dos decrementos]

b) Conteo hacia atrás hasta. "Contar hacia atrás"

1º Se pronuncia la cantidad mayor.

2º Se desciende en la secuencia numérica (y a la vez puede ir abriendo dedos) hasta que se pronuncia la cantidad menor.

3º Cuenta los pasos (o dedos) que ha utilizado y obtiene así la solución.

EJEMPLO: 6 - 2

1º "seis"

2º 5(1º), 4(2º), 3(3º), 2(**4**º)

3º Cuenta los dedos que indican 4 decrementos.

c) Conteo hacia delante. "Contar hacia delante desde lo dado"

1º Parte de la cantidad menor.

2º Hace incrementos hasta llegar a la cantidad mayor.

3º Con los dedos va registrando los incrementos que va produciendo.

EJEMPLO: 6 - 2

1º "dos"

2º 3(1º), 4(2º), 5(3º), 6(**4**º)

3º Cuenta los dedos que indican 4 decrementos.

5.3.3. Estrategias mentales basadas en hechos o combinaciones numéricas

5.3.3.1. Adición

a) Recuerdo. (Memorización)

La combinación numérica es inmediatamente recuperada de la memoria a largo plazo, sin conteo aparente.

EJEMPLO: 5 + 3 = 8; 4 + 2 = 6

b) Derivación de hechos numéricos (Reglas)

Partiendo de hechos numéricos conocidos que son directamente recuperados se les aplica reglas de composición o descomposición para derivar la solución correcta, o suma total.

b.1) Descomposición

EJEMPLOS:

* El niño verbaliza: "Como sé que cinco y cinco son diez, le quito uno y son nueve".

$5 + 4 = ?$; $5 + 5 = 10 \Longrightarrow 5 + (5 - 1) \Longrightarrow 9$

* Regla de sumas con nueve: todo numero sumado a nueve es ese número más 10 - 1. ($9 + 7 = 7 + 10 - 1$).

b.2) Composición

EJEMPLOS:

* $5 + 6 = ?$; $6 = 5 + 1$; $5 + 6 = 10 + 1$

* Regla de sumas con cero: todo número sumado a cero es ese mismo número.

5.3.3.2. Sustracción

a) Recuerdo (Memorización)

* *Hecho conocido*, cuando la respuesta del niño se basa en el recuerdo de la combinación numérica que es inmediatamente recuperada de la memoria a largo plazo, sin conteo aparente. (v. g., 4 - 2 = 2, porque 2 + 2 = 4).

* *Hecho conocido directamente substraído*. El niño encuentra inmediatamente un hecho conocido directamente basándose en su memoria a largo plazo. Por ejemplo, ante el problema 12 - 5, el niño hace: "12 menos 5 igual a siete".

* *Hecho conocido indirectamente substraído*. En este caso el niño recupera de la memoria un hecho conocido indirectamente substraído: "12 menos 7 igual a 5".

* *Hecho conocido indirectamente aditivo.* En este caso el niño hace: "5 más 7 igual a 12".

b) Derivación de hechos numéricos (Reglas)

* *Hecho derivado*, cuando averigua la respuesta aplicando reglas de composición o descomposición numéricas para derivar la solución correcta, o suma total derivada de un hecho numérico conocido del modo siguiente:

* *Hecho derivado directamente substraído*. El niño resuelve el

problema haciendo, por ejemplo: "12 menos 2, menos 3 es igual a 7".

* *Hecho derivado indirectamente substraído*. Basándose en la recuperación de hechos numéricos, el niño encuentra la respuesta averiguando la cantidad que tiene que restar del número mayor, para obtener el número menor así el niño dice: "12 menos 2 igual 10 y 10 menos 5 igual a 5, luego 2 más cinco es la respuesta, esto es, 7.

* *Hecho derivado indirectamente aditivo.* Esta estrategia consiste en que el niño emplea la adición mental para obtener la respuesta. Así por ejemplo diría: "5 más 5 igual 10, y 10 más 2 igual 12; luego la respuesta es 2 más 5, es decir 7".

6. ESTUDIO 1: SELECCIÓN Y ANÁLISIS DE LA MUESTRA

6.1. OBJETIVOS

Nos planteamos los siguientes objetivos en este estudio:

1. Selección adecuada de los sujetos a estudiar asignándolos a cada uno de los tres grupos que conformarán la muestra de nuestro estudio (discrepantes, no-discrepantes y de rendimiento normal en aritmética).

2. Analizar las variables sexo, edad, rendimiento en aritmética, memoria e inteligencia en relación a los grupos.

6.2. DISEÑO

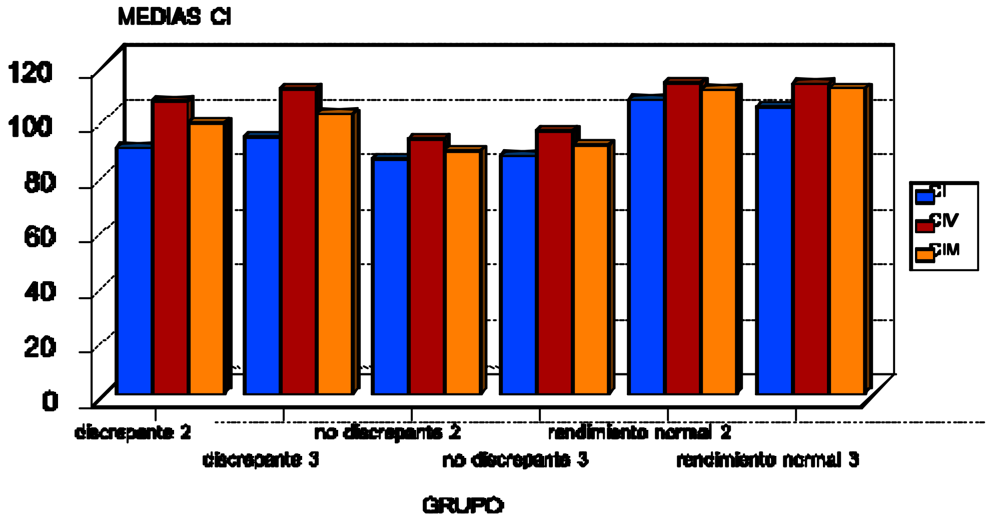
Se empleó un diseño unifactorial intergrupo.

6.3. RESULTADOS

A continuación, pasaremos a describir los resultados en relación a los sujetos de la muestra en las variables sexo, edad, inteligencia, rendimiento en aritmética y memoria de trabajo, con la finalidad de comprobar si existen diferencias entre los grupos en estas variables.

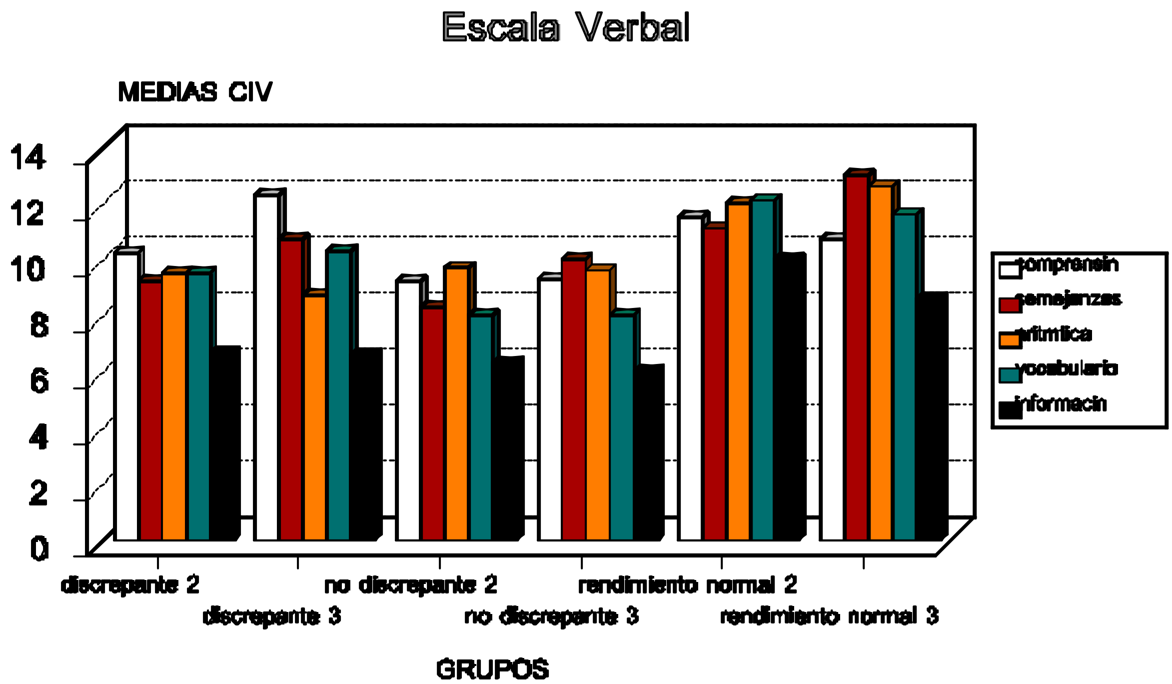
6.3.1. Escala de Inteligencia de Weschler para niños (WISC)

Con el fin de analizar cómo se distribuye la variable inteligencia en los grupos se llevaron a cabo Análisis de Varianza (ANOVAs) para un factor (sujetos con rendimiento normal en aritmética vs. discrepantes vs. no-discrepantes) y pruebas Scheffe de contraste a posteriori que fueron realizadas para todas las variables que mide el WISC. Se consideró que los contrastes eran significativos, cuando el nivel de probabilidad era del 5%. En la Gráficas 1a, 1b, y 1c, se representan las medias y desviaciones típicas correspondientes a las diferentes escalas y subtest del WISC en función de los grupos. También se recogen estos datos en la Tabla 8 (ver anexo 1.2.).



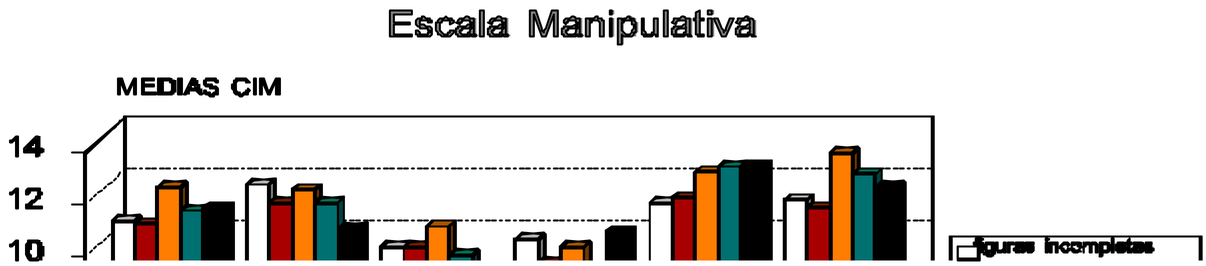
Gráfica 1a: *Medias correspondientes a las escalas del WISC.*

Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: CI Verbal, F(147,2)= 38.539, p<.000; CI Manipulativo, F(147,2)= 24.340, p<.000; CI Total, F(147,2)= 59.372, p<. 000; Información, F(147,2)= 39.162, p<.000; Comprensión, F(147,2)= 5.8885, p<.003; Aritmética, F(147,2)= 21.573, p<.000; Semejanzas, F(147,2)= 15.077,<.000; Vocabulario, F(147,2)= 26.093, p<.000; Figuras incompletas, F(147,2)= 6.819, p<.001; Historietas, F(147,2)= 6.308, p<.002; Rompecabezas, F(147,2)= 9871, p<.000; Cubos, F(147,2)= 16.079, p<.000 y Claves, F(147,2)= 9.808, p<.000. No hubo diferencias significativas entre los sujetos discrepantes y no-discrepantes en CI Verbal, pero en cambio sí las hubo en el CI Manipulativo y CI Total, siendo los primeros significativamente superiores en ambas medidas. Los sujetos con rendimiento normal puntúan de forma significativamente superior a los discrepantes en CI Verbal y CI global pero no en el CI Manipulativo en donde no hubo diferencias significativas. El grupo de no-discrepantes alcanzó puntuaciones significativamente inferiores al grupo normal en las medidas de CI Verbal, CI Manipulativo y CI Total.



Gráfica 1b: *Medias correspondientes a los subtests del WISC.*

No hubo diferencias significativas entre los sujetos discrepantes y no-discrepantes en las siguientes medidas: Semejanzas, Aritmética, Información, Claves. Sin embargo, los individuos discrepantes tuvieron puntuaciones significativamente superiores en los subtest de Comprensión, Vocabulario, Figuras incompletas, Historietas, Rompecabezas y Cubos.

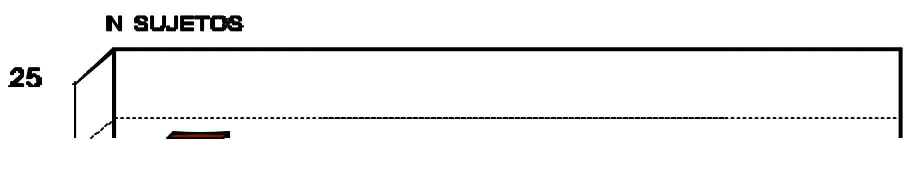


Gráfica 1c: *Medias correspondientes a los subtests del WISC.*

No hubo diferencias estadísticamente significativas entre niños con rendimiento normal y discrepantes en: Comprensión, Figuras incompletas, Historietas, Rompecabezas, Cubos y Claves. En cambio, las diferencias fueron significativas entre los sujetos con un rendimiento normal y no-discrepantes, siendo estos últimos inferiores en todas éstas medidas. Tanto los sujetos discrepantes como no-discrepantes obtuvieron puntuaciones significativamente inferiores a las de los sujetos con rendimiento normal en las siguientes medidas: Semejanzas, Aritmética, Vocabulario, e Información.

6.3.2. Sexo

Con el fin de comprobar la forma de distribución de la variable sexo en los tres grupos se llevó a cabo un análisis de Ji Cuadrado. No se encontraron diferencias significativas en la distribución de los sujetos según el sexo. χ^2 = 2,360, p=. 307. La distribución de la variable sexo es, por tanto, homogénea para los diferentes grupos. En la Gráfica 2, se representan las distribución de la variable sexo para cada uno de los grupos (ver Tabla 9 del anexo 1.2.).

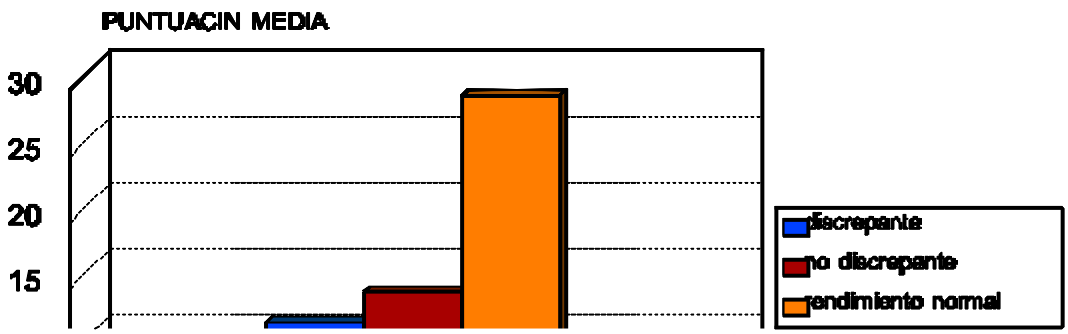


Gráfica 2: *Distribución de sujetos según curso y sexo.*

6.3.3. Rendimiento en aritmética

6.3.3.1. Prueba de rendimiento en aritmética (BADYG)

Para analizar el comportamiento de la muestra en relación a la prueba BADYG, se calcularon las medias para los tres grupos de sujetos y fueron sometidas a análisis de Varianza (ANOVAs) para un factor (sujetos con rendimiento normal en aritmética vs. discrepantes vs. no-discrepantes) y pruebas Scheffe de contraste a posteriori. Se consideró que los contrastes eran significativos, cuando el nivel de probabilidad era del 5%. En la Gráfica 3, se representan las medias y desviaciones típicas correspondientes a la prueba de rendimiento en aritmética para cada uno de los grupos (ver Tabla 10 del anexo 1.2).

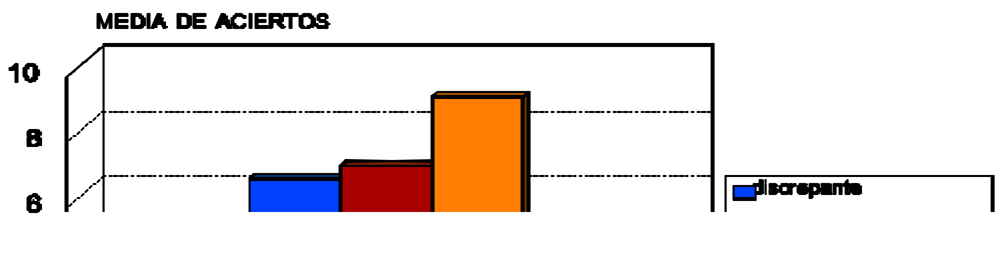


Gráfica 3: *Medias correspondientes a la prueba de aritmética (BADYG).*

El valor F para rendimiento en la prueba fue el siguiente: F(147,2)= 283.756, p<.000. Se encontraron diferencias significativas entre los sujetos discrepantes y no-discrepantes en rendimiento en aritmética, siendo los primeros significativamente inferiores a los segundos. Asimismo, los individuos con rendimiento normal tuvieron puntuaciones significativamente superiores a los discrepantes y no-discrepantes en esta prueba.

6.3.4. Prueba de Memoria de Trabajo

Con respecto a la ejecución en la prueba de Memoria de Trabajo (MT) se calcularon las medias para los tres grupos de sujetos y fueron sometidas a análisis de Varianza (ANOVAs) para un factor (sujetos con rendimiento normal en aritmética vs. discrepantes vs. no-discrepantes) y pruebas Scheffe de contraste a posteriori. Se consideró que los contrastes eran significativos, cuando el nivel de probabilidad era del 5%. En la Gráfica 4 se representan las medias y desviaciones típicas en la prueba de Memoria de Trabajo para los tres grupos (ver Tabla 11 del anexo 1.2.).



Gráfica 4: *Medias correspondientes a la prueba de memoria de trabajo.*

El valor F para la MT fue el siguiente $F(147,2)= 19.685$, $p<.000$. No hubo diferencias significativas entre los sujetos discrepantes y no-discrepantes en MT. Tanto los sujetos discrepantes como no-discrepantes obtuvieron puntuaciones significativamente inferiores en MT a los sujetos con rendimiento normal en aritmética.

Además se hizo un análisis de Covarianza multivariado (MANCOVA) encontrando que la Memoria de Trabajo ejerce un efecto significativo en la resolución de problemas verbales aritméticos sobre los grupos $t=2.387$; $p<.018$.

6.3.5. Edad

También se examinó la influencia de la variable Edad. Para ello se llevaron a cabo Análisis de Varianza (ANOVAs) para un factor (sujetos con rendimiento normal en aritmética vs. discrepantes vs. no-discrepantes) y pruebas Scheffe de contraste a posteriori. Se consideró que los contrastes eran significativos, cuando el nivel de probabilidad era del 5%. En la Tabla 12 se representan las medias y desviaciones típicas para la variable edad en los tres grupos (ver anexo 1.2.).

El valor F para la Edad fue el siguiente F(147,5)= 6,332, P< .002. El grupo de individuos discrepantes es significativamente menor que el grupo no discrepante. También el grupo de rendimiento normal es significativamente mayor que el discrepante. Estas diferencias se deben a que el N de los sujetos de segundo curso discrepantes es mayor que el N del resto de los grupos. No obstante, la distribución de los sujetos es normal para los tres grupos estudiados, obteniéndose unos índices de simetría y curtosis similares en los tres (discrepantes, simetría=.571, curtosis=-.668 no-discrepantes, simetría =.067, curtosis=-.740; rendimiento normal, simetría=.089, curtosis=-1.059) No hubo diferencias estadísticamente significativas entre el grupo de no-discrepantes y el grupo que alcanza un rendimiento normal en aritmética.

Se realizó, además, un análisis de covarianza multivariado (MANCOVA) para la Edad encontrando que esta variable no ejercía efectos significativos sobre la resolución de los problemas verbales aritméticos t=1.131, p=.260;.

6.4. DISCUSIÓN

En el ámbito educativo, tradicionalmente, se han distinguido dos grupos de niños entre los designados con una menor capacidad en la aritmética. Así, se identifican los que tienen un retraso en esta habilidad unida a un retraso general y aquellos que están uno o dos años por debajo del nivel en aritmética que les corresponde a pesar de tener un CI medio o por encima de la media. El primer grupo podría ser etiquetado con retraso general y el segundo correspondería a el grupo con retraso específico en aritmética, los llamados discalcúlicos. Para identificar una dificultad específica se utiliza el criterio de discrepancia entre el potencial intelectual del sujeto y su rendimiento, esto es, la diferencia entre lo que se supone que el sujeto es capaz de aprender y lo que de hecho aprende o rinde. La diferencia fundamental entre estos dos grupos de sujetos está, por lo tanto, en el nivel de CI de ambos. Se ha mantenido a partir de este criterio, la creencia de que estos dos grupos con rendimiento pobre en aritmética y diferente CI, son además cognitiva y neurológicamente diferentes (Stanovich, 1988, 1991; Stanovich y Siegel, 1994). Sin embargo, esta premisa carece de evidencia empírica que dé validez a la distinción entre estos dos grupos de sujetos. Entre otras razones, se ha olvidado la inclusión de niños sin discrepancia en los controles experimentales de los estudios sobre los patrones cognitivos de los niños con DA (Stanovich y Siegel, 1994). Recientemente, algunos investigadores han comenzado a preocuparse por incluir a los sujetos de bajo CI y rendimiento en sus trabajos sobre las DA (v.g. Fletcher y col. 1989; Pennington y col.; Siegel 1988, 1989, 1992). Nuestro propósito al realizar el Estudio 1, fue en primer lugar, seleccionar adecuadamente a los sujetos según sus puntuaciones de CI y su rendimiento en aritmética. Diferenciando a los niños con rendimiento normal frente a los que tienen un rendimiento pobre en aritmética y alto CI (discrepantes) y los que también rinden bajo en aritmética pero tienen un CI bajo (no-discrepantes) para posteriormente, mediante los siguientes estudios 2 y 3, poder comprobar la existencia de diferencias cognitivas entre los tres grupos de sujetos en la resolución de problemas verbales aritméticos. Además, en este estudio, analizamos otras variables como la edad, sexo, y memoria de trabajo que pudiesen estar influyendo en el rendimiento de los sujetos.

En relación al CI, nuestros resultados demuestran que existen diferencias entre discrepantes y no-discrepantes en cuanto a su capacidad intelectual general, observándose además, que los discrepantes alcanzan puntuaciones de CI semejantes a la de los niños normales. Nuestros resultados permiten hacer una distinción entre dos grupos de sujetos de rendimiento bajo en aritmética de acuerdo a sus puntuaciones en el WISC. Un CI manipulativo bajo en relación con el CI verbal, ha sido considerado en diversos estudios como una característica de los niños con DA en aritmética (discrepantes) (v.g. Rourke y Finlanson, 1978). En nuestro estudio, los niños discrepantes no difieren significativamente de los niños normales en cuanto a las puntuaciones que obtienen en la escala manipulativa del WISC.

Tampoco encontramos diferencias entre los discrepantes y no-discrepantes en el CI verbal y, sin embargo, sí fueron diferentes en el CI manipulativo siendo los discrepantes superiores a los niños con retraso.

El WISC es uno de los test de inteligencia tradicionalmente empleados en la clasificación de niños con dificultades de aprendizaje, para diferenciarlos de aquellos con un retraso general. Sin embargo, hemos de recordar que el uso de los tests de CI como medida del potencial intelectual de los sujetos está cada vez más en entredicho a partir de las aportaciones de Siegel (1989) y Stanovich (1989) en las que se cuestiona incluso la independencia del CI de las del rendimiento de los sujetos, es decir, que un CI bajo podría ser el resultado de una dificultad de aprendizaje y no a la inversa. En este sentido, ésta podría ser una explicación válida del hecho de no haber encontrado diferencias en alguno de los subtest del WISC entre discrepantes y no-discrepantes. Así, no encontramos diferencias entre discrepantes y retrasados en aritmética en los subtest de Aritmética, Claves, Semejanzas e Información. La similitud en el rendimiento del subtest de Aritmética es lógicamente explicada dada la baja capacidad para la aritmética común a los dos grupos de sujetos.

También en Claves, donde los sujetos deben hacer uso de la habilidad para relacionar símbolos y números y reproducirlos rápidamente en el papel. Esta tarea se ve afectada en gran medida por la capacidad de la memoria y atención, aspectos encontrados deficientes en los niños con un rendimiento matemático pobre (Siegel y Ryan, 1989; Smith, 1994; Strang y Rourke, 1985; Zental y Ferkis, 1993). Esta prueba también explora la capacidad de coordinación visomotora, también ha sido asociada con las dificultades en matemáticas (Garnett, 1992).

En cuanto a la similitud obtenida en el sustest de Información entre discrepantes y no-discrepantes, podemos decir que el rendimiento en esta prueba está basada en la adquisición y retención de datos generales de información que parecen tener como componentes importantes la curiosidad, motivación e interés de los sujetos hacia la información del ambiente circundante. Es de destacar la circunstancia de que una considerable parte de la información requerida en esta prueba (aproximadamente el 27%) hace referencia al conocimiento de hechos relacionados con aspectos matemáticos, de menor dominio por parte de estos sujetos. Y, probablemente, también objeto de menor interés en sujetos de bajo rendimiento en matemáticas (v.g.; Ginsburg, 1997).

El subtest de Semejanzas, se apoya en la capacidad del sujeto para ordenar y establecer relaciones clasificatorias entre objetos, (i.e. formación de conceptos y la capacidad de integrarlos dentro de otro). Refleja además la capacidad de manejar diferentes grados de abstracción. El nivel de éstas capacidades parece ser similar en estos dos grupos de niños.

Humphies y Bone (1983) encontraron escasas diferencias en rendimiento en aritmética, entre los sujetos discrepantes y no-discrepantes cuando compararon niños discrepantes de bajo CI verbal y alto CI manipulativo y sujetos de aprendizaje lento quienes tenían bajas puntuaciones tanto en CI verbal como Manipulativo. También en nuestro trabajo, aunque los discrepantes fueron superiores a los niños con retraso sólo en el CI manipulativo, no encontramos diferencias en el rendimiento en aritmética entre los dos grupos de niños.

En general, el perfil cognitivo de los niños discrepantes es más similar al de los niños normales que al de los no-discrepantes. Los discrepantes y no-discrepantes se diferencian justamente en aquellas variables del WISC que guardan menos relación con la aritmética, y, se aproximan en aquellas que tienen que ver de alguna manera con ésta. Estos resultados se pueden explicar de acuerdo a la afirmación de Stanovich (1988) de que tanto los niños discrepantes como no-discrepantes tienen déficits en los procesos que están vínculados de alguna manera a la habilidad en la que estos sujetos presentan problemas.

En lo referente a las *medidas de rendimiento en aritmética* en la prueba estandarizada (Aptitud para el cálculo) ésta nos permite diferenciar entre los sujetos que tienen un rendimiento normal y los de bajo rendimiento. Es de destacar que a pesar la mayor capacidad intelectual de los discrepantes, esta no ha servido para compensar sus dificultades en aritmética.

En cuanto a las variables *edad* y *sexo* los análisis estadísticos realizados nos permiten concluir que no existen diferencias entre los grupos en relación a estas variables.

En relación a las *medidas de memoria de trabajo*, hay que resaltar que sí existen diferencias entre los sujetos normales y los de bajo rendimiento. Los niños normales obtienen puntuaciones superiores en memoria de trabajo que los niños discrepantes y con retraso en aritmética. Hemos de destacar también que no se encuentran diferencias significativas en la memoria de trabajo entre discrepantes y con retraso en aritmética. Este hallazgo va en la línea de los estudios de Siegel en relación con la lectura (1989) en los que se explica el rendimiento de los sujetos, por los mismos procesos cognitivos subyacentes independientemente del CI (Siegel, 1989, 1992; Stanovich, 1989) y, en este caso, la memoria de trabajo parece ser uno de éstos procesos (Geary y Brown 1991; Hitch y MacAuley, 1991; Siegel y Ryan, 1989; Swanson, 1993, 1994).

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos, estamos en disposición de llevar a cabo el siguiente estudio mediante el que analizaremos el comportamiento de los tres grupos en la resolución de problemas verbales aritméticos.

7. ESTUDIO 2: DIFERENCIAS INDIVIDUALES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS VERBALES ARITMÉTICOS

7.1. OBJETIVOS

En este estudio llevamos a cabo el análisis de la influencia de las variables: Grupo, Sexo, Curso, Categoría Semántica, y Tipo de sentencia según el lugar ocupado por la incógnita en relación con el rendimiento de los sujetos en la resolución de Problemas Verbales Aritméticos.

7.2. DISEÑO

Se llevaron a cabo los siguientes diseños de investigación:

7.2.1. Diseño 1

Usamos un diseño factorial mixto de medidas repetidas (3 x 2 x 2 x 2 x 4) con las variables Grupo (discrepante vs. no-discrepante vs. rendimiento normal en aritmética), Sexo (varón vs. mujer) Curso (segundo vs. tercero) y el Lugar ocupado por la incógnita (Canónicos vs. no Canónicos) como variables intersujeto y Categoría semántica de los problemas (Cambio vs. Combinación vs. Comparación vs. Igualación) como variable intrasujeto. Como variable dependiente consideramos el número de aciertos en la resolución de los problemas verbales aritméticos.

7.2.2. Diseño 2

Con objeto de determinar la posible influencia de la variable Grupo en relación con el rendimiento de los sujetos en los problemas verbales aritméticos de Combinación, usamos un diseño factorial mixto (3 x 2) con las variables Grupo (discrepante vs. no-discrepante vs.

rendimiento normal en aritmética) como variable intersujeto y la siguiente variable intrasujeto: Problema de Combinación (Combinación uno vs. Combinación dos).

7.2.3. Diseño 3

Para poder determinar la influencia de la variable Grupo en relación con el rendimiento de los sujetos en los problemas verbales aritméticos de Cambio, usamos un diseño factorial mixto (3 x 6) con las variables Grupo (discrepante vs. no-discrepante vs. rendimiento normal en aritmética) como variable intersujeto y la siguiente variable intrasujeto: Problemas de Cambio (Cambio uno vs. Cambio dos vs. Cambio tres vs. Cambio cuatro vs. Cambio cinco vs. Cambio seis).

7.2.4. Diseño 4

Con la finalidad de determinar si la variable Grupo está influyendo en el rendimiento de los sujetos en los problemas verbales aritméticos de Igualación, usamos un diseño factorial mixto (3 x 6) con las variables Grupo (discrepante vs. no-discrepante vs. rendimiento normal en aritmética) como variable intersujeto y la siguiente variable intrasujeto: Problemas de Igualación (Igualación uno vs. Igualación dos vs. Igualación tres vs. Igualación cuatro vs. Igualación cinco vs. Igualación seis).

7.2.5. Diseño 5

Para determinar la influencia de la variable Grupo en relación con el rendimiento de los sujetos en los problemas verbales aritméticos de Comparación, usamos un diseño factorial mixto (3 x 6) con las variables Grupo (discrepante vs. no-discrepante vs. rendimiento normal en aritmética) como variable intersujeto y la siguiente variable intrasujeto: Problemas de Comparación (Comparación uno vs. Comparación dos vs. Comparación tres vs. Comparación cuatro vs. Comparación cinco vs. Comparación seis)

7.3. RESULTADOS

Exponemos, a continuación, los resultados correspondientes a los distintos diseños que llevamos a cabo para lograr los objetivos de este estudio.

7.3.1. Diseño 1

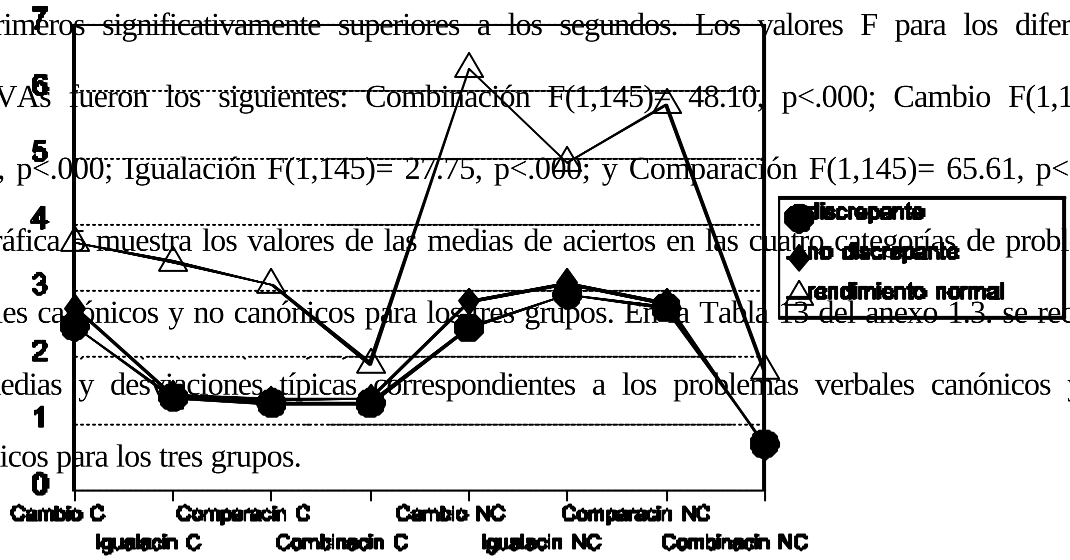
Se llevaron a cabo análisis de varianza ANOVAs con el fin de analizar los efectos de cada variable inter e intrasujeto. Se encontró un efecto principal del Grupo $F(2,136)=64.59$, $p<.000$, Lugar ocupado por la incógnita $F(1,136)= 107.46$, $p<.000$ y Categoría semántica $F(3,408)=147.79$, $p<.000$. No se encontraron efectos principales debidos al Sexo $F(1,136)=.00$, $p=.955$; ni al Curso $F(1,136)=.26$, $p=.610$. Asimismo, encontramos interacciones significativas entre Grupo x Lugar ocupado por la incógnita $F(2,136)=21.63$, $p<.000$ y entre Grupo x Categoría semántica. $F(6,408)= 10.77$, $P<.000$.$F(6, 408)= 10.77$, $P<.000$ pero estaban mediatizadas por una interacción triple Grupo x Lugar ocupado por la incógnita x Categoría Semántica $F(6,408)= 8.92$ $p<.000$. Contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples, confirman que no existen diferencias significativas entre el grupo de sujetos discrepante vs. no-discrepante en la resolución de problemas verbales aritméticos canónicos. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Combinación $F(1,145)= .29$, $p=.589$, Cambio $F(1,145)= 1.70$, $p=.194$; Igualación $F(145,1)=. 02$, $p=.900$; y Comparación $F(1,145)=.04$, $p=.843$. Asimismo, contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples confirman que no existen diferencias significativas en la resolución de problemas verbales aritméticos no canónicos entre los sujetos discrepantes y no-discrepantes. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Combinación F(1,145)=.07, p=.789, Cambio F(1,145)=1.01, p=.316,; Igualación F(145,1)= 26,p =.611,; Comparación F(1,145)= 04, p=.842.

También, contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples confirman que entre los sujetos de rendimiento normal y bajo (discrepantes y no-discrepantes) existen diferencias significativas en la resolución de los problemas verbales canónicos siendo los primeros significativamente superiores a los segundos. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Combinación F(1,145)= 22.67, p<.000; Cambio F(1,145)= 32.05, p<.000; Igualación F(1,145)= 77.31, p<.000; y Comparación F(1,145)= 5.97, p<.000. Asimismo, mediante contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples se confirma que es entre los sujetos de rendimiento normal y bajo (discrepantes y no-discrepantes) donde se producen diferencias significativas en la resolución de los problemas verbales no canónicos siendo los primeros significativamente superiores a los segundos. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Combinación F(1,145)= 64.72, p<.000; Cambio F(1,145)= 109.21, p<.000,; Igualación F(145,1)= 42.28, p <.000; y Comparación F(1,145)= 93.66, p<.000.

Igualmente, mediante contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples se confirma que entre los sujetos de rendimiento normal y los discrepantes se producen diferencias significativas en la resolución de los problemas verbales canónicos siendo los primeros significativamente superiores a los segundos. Los valores de F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Combinación F(1,145)= 21.16, p<.000; Cambio F(1,145)= 33.63, p<.000; Igualación F(1,145)= 64.94, p<.000; y Comparación F(1,145)= 56.03, p<.000. Además, se confirma que entre los sujetos de rendimiento normal y los discrepantes se producen diferencias significativas en la resolución de los problemas verbales no canónicos, siendo los primeros significativamente superiores a los segundos. Los valores de F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Combinación $F(1,145)= 51.57$, $p<.000$; Cambio $F(1,145)= 100.11$, $p<.000$; Igualación $F(1,145)= 38.04$, $p<.000$; Comparación $F(1,145)= 79.22$, $p<.000$.

Además, contrastes ortogonales a posteriori confirman que entre los sujetos de rendimiento normal y los no-discrepantes se producen diferencias significativas en la resolución de los problemas verbales canónicos siendo los primeros significativamente superiores a los segundos. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Combinación $F(1,145)= 14.28$, $p<.000$; Cambio $F(1,145)= 17.52$, $p<.000$; Igualación $F(1,145)= 54.53$, $p<.000$; Comparación $F(1,145)= 46.02$, $p<.000$.

Además, se confirma que entre los sujetos de rendimiento normal y no-discrepantes se producen diferencias significativas en la resolución de los problemas verbales no canónicos, siendo los primeros significativamente superiores a los segundos. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Combinación $F(1,145)= 48.10$, $p<.000$; Cambio $F(1,145)= 70.20$, $p<.000$; Igualación $F(1,145)= 27.75$, $p<.000$; y Comparación $F(1,145)= 65.61$, $p<.000$. La Gráfica 5 muestra los valores de las medias de aciertos en las cuatro categorías de problemas verbales canónicos y no canónicos para los tres grupos. En la Tabla 13 del anexo 1.3. se recogen las medias y desviaciones típicas correspondientes a los problemas verbales canónicos y no canónicos para los tres grupos.

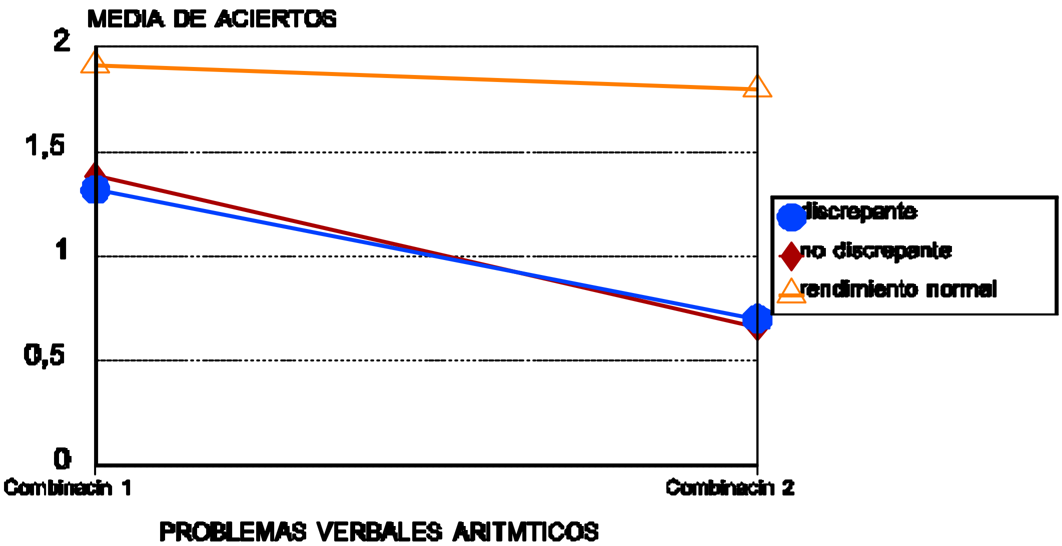


Gráfica 5: *Medias correspondientes a los problemas verbales aritméticos canónicos y no canónicos*

7.3.2. Diseño 2

Encontramos un efecto principal de Problema de Combinación $F(1,136)= 33.35$ $p<.000$ pero estaba mediatizado por una interacción significativa Grupo x Problema de Combinación $F(2,136)= 5.08$, $p<.007$. Contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples confirman que no existen diferencias significativas en la resolución de los problemas de Combinación entre discrepantes y no-discrepantes. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Problemas de Combinación uno $F(1,145)=.29$, $p=.589$; y Problemas de Combinación dos $F(1,145)=.07$, $p=.789$.

Mediante contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples se confirma que entre los sujetos con un rendimiento normal y los de bajo rendimiento (discrepantes y no-discrepantes) existen diferencias significativas siendo los primeros significativamente superiores a los segundos en los dos tipos de problemas de Combinación. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Problemas de Combinación uno $F(1,145)= 22.67$, $p<.000$; y Problemas de Combinación dos $F(1,145)= 64.72$, $p<.000$. Asimismo, mediante contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples se confirma que entre los sujetos con un rendimiento normal y los discrepantes existen diferencias significativas siendo los primeros significativamente superiores a los segundos en los dos tipos de problemas de Combinación. Los valores F para los diferentes ANOVAS fueron los siguientes: Problemas de Combinación uno $F(1,145)= 21.16$, y $p<.000$; Problemas de Combinación dos $F(1,145)= 51.57$, $p<.000$. Además se confirma que entre los sujetos con un rendimiento normal y no-discrepantes existen diferencias significativas siendo los primeros significativamente superiores a los segundos en los dos tipos de problemas de Combinación. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Problemas de Combinación uno $F(1,145)= 14.28$, $p<.000$; y Problemas de Combinación dos $F(1,145)= 48.10$, $p<.000$. La Gráfica 6 muestra los valores de las medias de aciertos en los dos tipos de problemas de Combinación para cada uno de los grupos. En la Tabla 14 del anexo 1.3. se recogen las medias y desviaciones típicas correspondientes a los problemas verbales de Combinación para cada uno de los grupos.

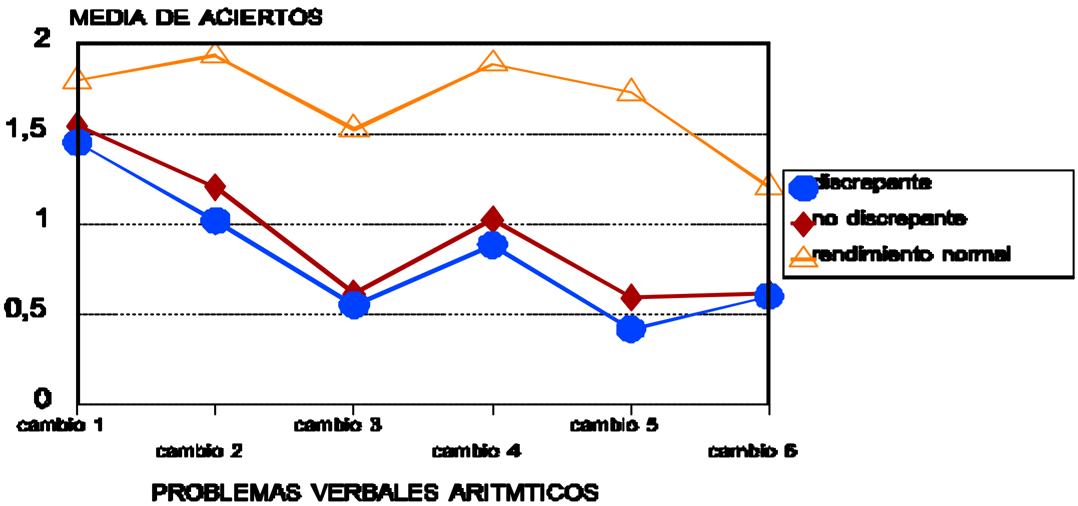


Gráfica 6: *Medias correspondientes a los problemas de Combinación.*

7.3.3. Diseño 3

Encontramos un efecto principal de Problema de Cambio $F(5,680)= 28.66$ $p<.000$ pero estaba mediatizado por una interacción significativa Grupo x Problema de Cambio $F(10,680)=$

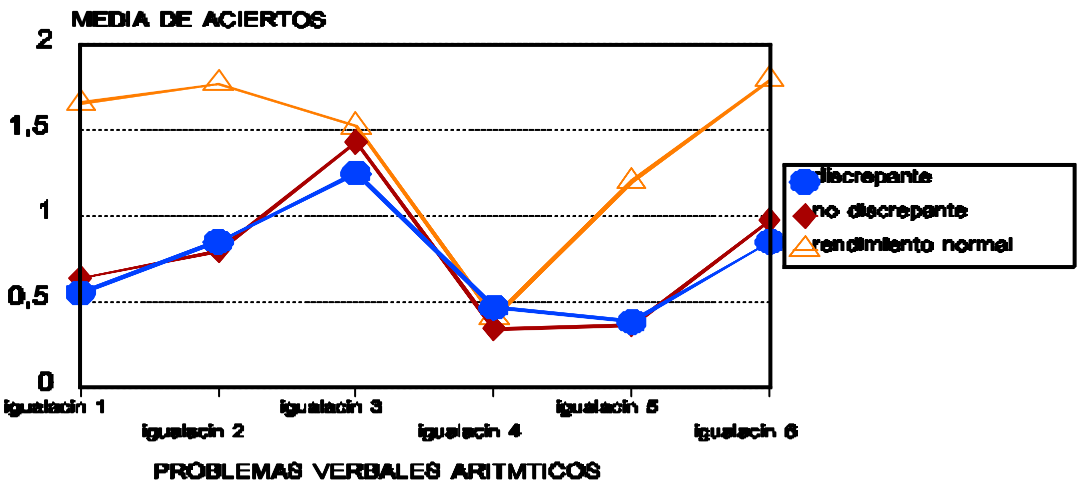
3.44, $p<.000$. Contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples confirman que entre el grupo discrepante vs. no-discrepante no existen diferencias significativas en la resolución de los problemas de Cambio. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Cambio uno $F(1,145)=.53$,$p =.467$ Cambio dos $F(1,145)=1.61$, $p =.207$; Cambio tres $F(1,145)=.15$, $p=.697$; Cambio cuatro $F(1,145)=.88$, $p= .351$; Cambio cinco $F(1,145)=1.40$, $p=.239$; y Cambio seis $F(1,145)= .01$, $p=.932$. Asimismo mediante contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples se confirma que entre los dos grupos de sujetos con bajo rendimiento (discrepantes y no-discrepantes) vs. sujetos de rendimiento normal se producen diferencias significativas en el rendimiento en los problemas de Cambio. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Cambio uno $F(1,145)= 6,27$,$p <.013$; Cambio dos $F(1,145)= 37.09$, $p <.000$; Cambio tres $F(1,145)= 40.10$, $p<.000$; Cambio cuatro $F(1,145)= 47.52$, $p< .000$; Cambio cinco $F(1,145)= 83.34$, $p<.000$; y Cambio seis $F(1,145)= 16.92$, $p<.000$. Asimismo mediante contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples se confirma que entre los sujetos discrepantes vs. sujetos de rendimiento normal se producen diferencias significativas en el rendimiento en los problemas de Cambio. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Cambio uno $F(1,145)= 6.98$, $p <.009$; Cambio dos $F(1,145)= 38.09$, $p <.000$; Cambio tres $F(1,145)= 35.44$, $p<.000$; Cambio cuatro $F(1,145)= 45.39$, $p< .000$; Cambio cinco $F(1,145)= 79.08$, $p<.000$; y Cambio seis $F(1,145)= 14.31$, $p<.000$. Además se confirma que entre los sujetos de rendimiento normal vs. no-discrepantes se producen las diferencias significativas en el rendimiento en los problemas de Cambio dos, Cambio tres, Cambio cuatro y Cambio cinco. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Cambio dos $F(1,145)= 20.85$, $p <.000$; Cambio tres $F(1,145)= 26.83$, $p<.000$; Cambio cuatro $F(1,145)= 29.16$, $p< .000$; Cambio cinco $F(1,145)= 51.53$, $p<.000$; y Cambio seis $F(1,145)= 11.85$, $p<.001$. Sin embargo, no existen diferencias significativas entre los sujetos de rendimiento normal en aritmética vs. no-discrepantes en los problemas de Cambio uno; F(1,145)= 3.17,p =.077. La Gráfica 7 muestra los valores de las medias de aciertos en los seis tipos de problemas de Cambio para cada uno de los grupos. En la Tabla 15 del anexo 1.3. se recogen las medias y desviaciones típicas correspondientes a los problemas verbales de Cambio para cada uno de los grupos.



Gráfica 7: *Medias correspondientes a los problemas de Cambio.*

7.3.4. Diseño 4

Encontramos un efecto principal de Problema de Igualación F(5,680)= 36.34, p<.000 pero estaba mediatizado por una interacción significativa Grupo x Problema de Igualación F(10,680)= 6.10, p<.000. Contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples confirman que entre el grupo discrepante vs. no-discrepante no existen diferencias significativas en la resolución de los problemas de Igualación. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Igualación uno F(1,145)= .34, p =.561; Igualación dos F(1,145)=.12, p =.731; Igualación tres F(1,145)=1.28, p=.260; Igualación cuatro F(1,145)=.84, p=.361; Igualación cinco F(1,145)=.02, p<.894; e Igualación seis F(1,145)= .75, p=.389. Contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples confirman que entre los sujetos con un rendimiento normal y con bajo rendimiento (discrepantes y no-discrepantes) donde se producen las diferencias en el rendimiento es en los problemas de Igualación de tipo uno, dos, cinco y seis siendo los primeros significativamente superiores a los segundos. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Igualación uno $F(1,145)=62.50$, $p<.000$; Igualación dos $F(1,145)=43.41$, $p <.000$; Igualación cinco $F(1,145)= 38.66$, $p<.000$; Igualación seis $F(1,145)=43.38$, $p<.000$. En cambio, no existen diferencias significativas entre el grupo de sujetos con un rendimiento normal y con bajo rendimiento (discrepantes y no-discrepantes) en la resolución de los problemas de Igualación tres $F(1,145)=1.55$, $p=.215$; Igualación cuatro $F(1,145)=.00$, $p=.966$. Contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples confirman que entre los sujetos con un rendimiento normal y los discrepantes donde se producen las diferencias es en los problemas de Igualación de tipo uno, dos, cinco y seis siendo los primeros significativamente superiores a los segundos. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Igualación uno $F(1,145)= 55.95$, $p<.000$; Igualación dos $F(1,145)= 33.87$, $p <.000$; Igualación cinco $F(1,145)= 31.21$, $p<.000$; Igualación seis $F(1,145)= 41.24$, $p<.000$. En cambio, no existen diferencias significativas entre el grupo de sujetos con un rendimiento normal y los discrepantes en el rendimiento en los problemas de Igualación tres $F(1,145)= 2.28$, $p<.092$; Igualación cuatro $F(1,145)= .18$, $p<. 676$. Además, los contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples confirman que entre los sujetos con un rendimiento normal y los no-discrepantes existen diferencias en el rendimiento en los problemas de Igualación de tipo uno, dos, cinco y seis siendo los primeros significativamente superiores a los segundos. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Igualación uno $F(1,145)= 41.23$, $p<.000$; Igualación dos $F(1,145)= 32.92$, $p <.000$; Igualación cinco $F(1,145)= 28.37$, $p<.000$; e Igualación seis $F(1,145)= 26.76$, $p<.000$. En cambio, no existen diferencias significativas entre el grupo de sujetos con un rendimiento normal y los no-discrepantes en el rendimiento en los problemas de Igualación tres F(1,145)= .28, p=.599; Igualación cuatro F(1,145)= .21, p=. 645. La Gráfica 8 muestra los valores de las medias de aciertos en los problemas de Igualación para cada uno de los tres grupos. En la Tabla 16 del anexo 1.3. se recogen las medias y desviaciones típicas correspondientes a los problemas verbales de Igualación para cada uno de los grupos.



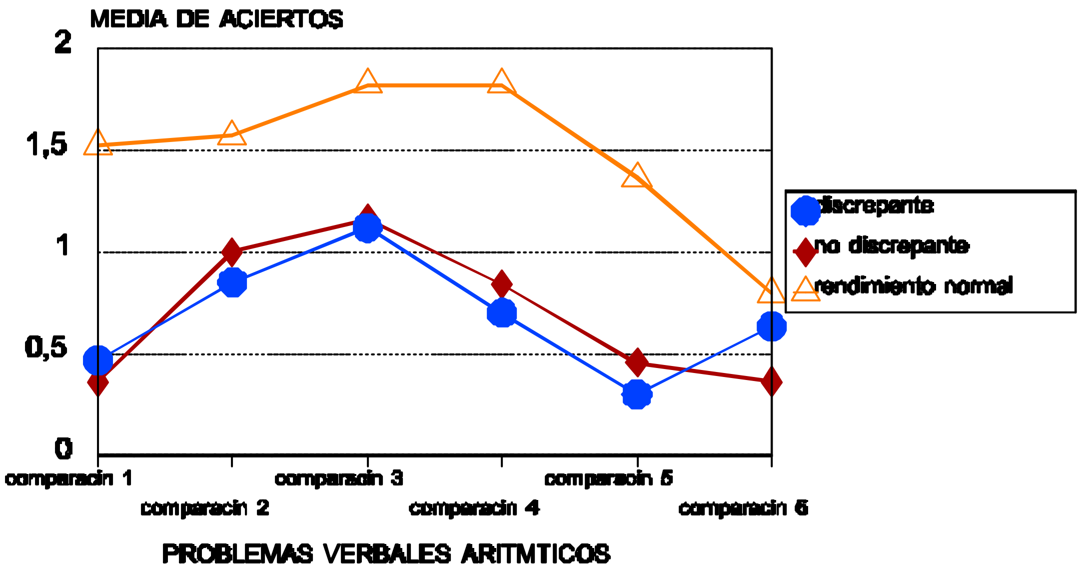
Gráfica 8: *Medias correspondientes a los problemas de Igualación.*

7.3.5. Diseño 5

Encontramos un efecto principal de Problema de Comparación F(5,680)= 23.80, p<.000 pero estaba mediatizado por una interacción significativa Grupo x Problema de Comparación F(10,680)= 2.94, p<.001. Contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples confirman que entre el grupo discrepante vs. no-discrepante no existen diferencias significativas en la resolución de los problemas de Comparación. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Comparación uno F(1,145)=.54, p =.463; Comparación dos F(1,145)=.94, p =.335; Comparación tres F(1,145)=.07, p=.785; Comparación cuatro F(1,145)=.92, p=.338; Comparación cinco F(1,145)= 1.26, p=.263; Comparación seis F(1,145)=2.75, p=.099.

Contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples confirman que entre los sujetos con un rendimiento normal y los de bajo rendimiento (discrepantes y no-discrepantes) se producen diferencias en el rendimiento en los problemas de Comparación siendo los primeros significativamente superiores a los segundos. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Comparación uno $F(1,145)=75.75$, $p<.000$; Comparación dos $F(1,145)=20.82$, $p<.000$; Comparación tres $F(1,145)=23.25$, $p<.000$; Comparación cuatro $F(1,145)=61.83$, $p<.000$; Comparación cinco $F(1,145)=62.14$, $p<.000$; Comparación seis $F(1,145)= 4.04$, $p<.046$.

Asimismo, mediante contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples se confirma que entre los sujetos con un rendimiento normal y los discrepantes se producen las diferencias en el rendimiento en los problemas de Comparación de tipo uno, dos, tres, cuatro, y cinco, siendo los primeros significativamente superiores a los segundos. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Comparación uno $F(1,145)= 56.94$, $p.000 <$.; Comparación dos $F(1,145)= 21.47$, $p<.000$; Comparación tres $F(1,145)= 20.44$, $p<.000$; Comparación cuatro $F(1,145)= 58.23$, $p<.000$; Comparación cinco $F(1,145)= 59.75$, $p<.000$. En cambio, no existen diferencias significativas entre el grupo de sujetos con un rendimiento normal y los discrepantes en el rendimiento en los problemas de Comparación seis; $F(1,145)= .99$, $p=.320$. Además, mediante contrastes ortogonales a posteriori de los efectos simples se confirma que entre los sujetos con un rendimiento normal y los no-discrepantes se producen las diferencias en el rendimiento en los problemas de Comparación, siendo los primeros significativamente superiores a los segundos. Los valores F para los diferentes ANOVAs fueron los siguientes: Comparación uno $F(1,145)= 59.45$, $p.000 <$.; Comparación dos $F(1,145)= 11.64$, $p<.001$; Comparación tres $F(1,145)=15.64$, $p<.000$; Comparación cuatro $F(1,145)= 38.85$, $p<.000$; Comparación cinco $F(1,145)= 37.83$, $p<.000$; y Comparación seis $F(1,145)= 6.11$, $p<.015$. La Gráfica 9 muestra los valores de las medias de aciertos en los problemas de Comparación para los diferentes grupos. En la Tabla 17 del anexo 1.3. se recogen las medias y desviaciones típicas correspondientes a los problemas verbales de Comparación para cada uno de los grupos.



Gráfica 9: *Medias correspondientes a los problemas de Comparación.*

7.4. ANÁLISIS DE LA DIFICULTAD DE LOS PROBLEMAS VERBALES

7.4.1. Análisis de la dificultad de los problemas verbales canónicos

7.4.1.1. Objetivo

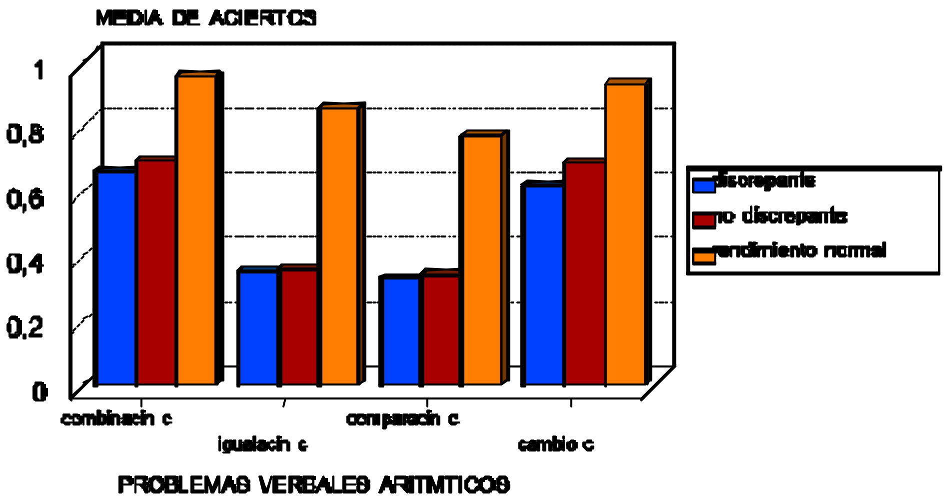
Mediante este estudio pretendemos analizar el comportamiento de cada uno de los grupos de sujetos por separado, con el fin de analizar la dificultad que plantean cada una de las cuatro categorías semánticas de problemas verbales aritméticos canónicos

7.4.1.2. Diseño

Se empleó un diseño unifactorial intergrupo

7.4.1.3. Resultados

Con el fin de determinar el grado de dificultad que presentan los distintas categorías semánticas de tipo canónico (Cambio, Combinación, Comparación e Igualación para cada uno de los tres grupos de sujetos de la muestra, se realizaron Análisis de Varianza (ANOVAs) y pruebas de Scheffe de contraste a posteriori. Se consideró que los contrastes eran significativos cuando el nivel de probabilidad era de 5%. En la Gráfica 10 se representan los valores de las medias de aciertos de los sujetos pertenecientes a los tres grupos, para las cuatro categorías de problemas canónicos (ver Tabla 18 del anexo 1.3.).



Gráfica 10: *Medias de los aciertos para las cuatro categorías de problemas verbales de tipo canónico.*

Cambio vs. Combinación (canónicos)

No hubo diferencias significativas para los sujetos pertenecientes a cada uno de los tres grupos en cuanto a la dificultad de los problemas, cuando se compararon los problemas canónicos de Cambio vs. Combinación. Los valores F para los diferentes ANOVAS fueron los siguientes: Discrepantes $F(1, 145)=.97$, $p=.326$; No-discrepantes $F(1, 145)=.01$, $p=.909$; Rendimiento normal $F(1,145)=.21$, $p=.646$.

Cambio vs. Igualación (canónicos)

No hubo diferencias significativas en los sujetos de rendimiento normal en cuanto a la dificultad de los problemas, cuando se compararon los problemas canónicos de Cambio vs. Igualación. Sin embargo, sí las hubo tanto en discrepantes como en no-discrepantes, siendo los problemas de Cambio significativamente más fáciles que los de Igualación para estos sujetos. Los valores F para los diferentes ANOVAS fueron los siguientes: Discrepantes $F(1, 145)=39.84$, $p<.000$; No-discrepantes $F(1, 145)= 44.62$, $p<.000$; Rendimiento normal $F(1,145)= 2.24$, $p=.137$.

Cambio vs. Comparación (canónicos)

Hubo diferencias significativas para los sujetos pertenecientes a los tres grupos en cuanto a la dificultad de los problemas, cuando se compararon los problemas canónicos de Cambio y Comparación. Siendo los problemas de Cambio significativamente más fáciles que los de Comparación. Los valores F para los diferentes ANOVAS fueron los siguientes: Discrepantes $F(1, 145)=40.76$, $p<.000$; No-discrepantes $F(1, 145)=43.44$, $p<.000$; Rendimiento normal $F(1,145)=9.15$, $p<.003$.

Combinación vs. Igualación (canónicos)

No hubo diferencias significativas en los sujetos pertenecientes al grupo con rendimiento normal en aritmética en cuanto a la dificultad de los problemas canónicos, cuando se compararon los problemas de Combinación e Igualación. Sin embargo, sí las hubo, para los sujetos pertenecientes al grupo discrepante y no-discrepante, siendo los problemas de Combinación significativamente más fáciles para éstos sujetos que los de Igualación. Los valores F para los diferentes ANOVAS fueron los siguientes: Discrepantes $F(1, 145)=37.27$, $p<.000$; No-discrepantes $F(1, 145)=32.31$, $p<.000$; Rendimiento normal $F(1,145)=2.68$, $p=.104$.

Combinación vs. Comparación (canónicos)

Hubo diferencias significativas en los sujetos pertenecientes a los tres grupos en cuanto a la dificultad de los problemas, cuando se compararon los problemas canónicos Combinación y Comparación. Siendo los problemas de Combinación significativamente más fáciles que los de Comparación. Los valores F para los diferentes ANOVAS fueron los siguientes: Discrepantes F(1, 145)=41.62, p<.000; No-discrepantes F(1, 145)=34.96 p<.000; Rendimiento normal F(1,145)= 9.31, p<.003.

Comparación vs. Igualación (canónicos)

No hubo diferencias significativas en los sujetos pertenecientes a los tres grupos, en cuanto a la dificultad de los problemas, cuando se compararon los problemas canónicos de Igualación y Comparación. Los valores F para los diferentes ANOVAS fueron los siguientes: Discrepantes F(1, 145)= .23, p=.631; No-discrepantes F(1, 145) =.11, p=.737; Rendimiento normal F(1,145)= 2.84, p=.094.

7.4.2. Análisis de la dificultad de los problemas verbales no canónicos

7.4.2.1. Objetivo

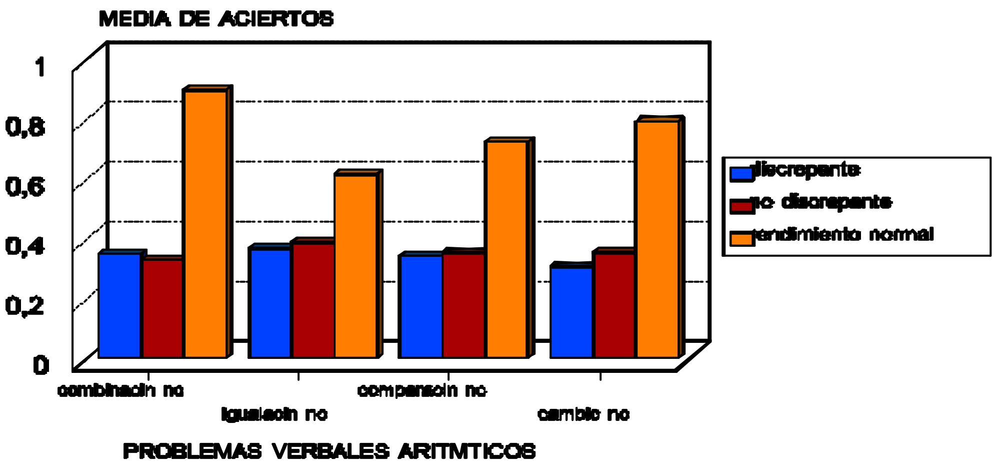
Mediante este estudio pretendemos analizar el comportamiento de cada uno de los tres grupos de sujetos en relación a la dificultad de cada una de las cuatro categorías semánticas de problemas verbales aritméticos no canónicos

7.4.2.2. Diseño

Se empleó un diseño unifactorial intergrupo

7.4.2.3. Resultados

Con el fin de determinar el grado de dificultad que presentan los distintas categorías semánticas de tipo no canónico (Cambio, Combinación, Comparación e Igualación) para los tres grupos de sujetos de la muestra, se realizaron Análisis de Varianza (ANOVAs) y pruebas de Scheffe de contraste a posteriori. Se consideró que los contrastes eran significativos cuando el nivel de probabilidad era de 5%. En la Gráfica 11 se representan las medias y desviaciones típicas de los aciertos de los sujetos pertenecientes a los tres grupos, para las cuatro categorías de problemas no canónicos. (ver Tabla 19 del anexo 1.3.).



Gráfica 11: *Medias de los aciertos para las cuatro categorías de los problemas verbales de tipo no canónico.*

Cambio vs. Combinación (no canónicos)

No hubo diferencias significativas para los sujetos pertenecientes al grupo discrepante ni al no-discrepante en cuanto a la dificultad de los problemas, cuando se compararon los problemas de Cambio y Combinación no canónicos. Sin embargo, sí las hubo, para los sujetos pertenecientes al grupo de rendimiento normal, siendo los problemas de Combinación significativamente más fáciles para éstos sujetos que los de Cambio. Los valores F para los diferentes ANOVAS fueron los siguientes: Discrepantes $F(1, 145)=.99$, $p=.322$; No-discrepantes $F(1, 145)=.25$, $p<= 620$; Rendimiento normal $F(1,145)=4.17$, $p<.043$.

Cambio vs. Igualación (no canónicos)

No hubo diferencias significativas para los sujetos pertenecientes al grupo discrepante ni al no-discrepante en cuanto a la dificultad de los problemas no canónicos, cuando se compararon los problemas de Cambio y Igualación no canónicos, sí las hubo, para los sujetos pertenecientes al grupo de rendimiento normal, siendo los problemas de Cambio significativamente más fáciles para estos sujetos que los de Igualación. Los valores F para los diferentes ANOVAS fueron los siguientes: Discrepantes $F(1, 145)= 3.40$, $p=.067$; No-discrepantes $F(1, 145)=.74$, $p=.391$; Rendimiento normal $F(1,145)= 19.78$, $p<.000$.

Cambio vs. Comparación (no canónicos)

No hubo diferencias significativas en los sujetos pertenecientes a los tres grupos en cuanto a la dificultad de los problemas, cuando se compararon los problemas no canónicos Cambio y Comparación. Los valores F para los diferentes ANOVAS fueron los siguientes: Discrepantes $F(1, 145)=1.15$, $p<.284$; No-discrepantes $F(1, 145)=.00$, $p<.945$; Rendimiento normal $F(1,145)= 2.80$, $p<.097$.

Combinación vs. Igualación (no canónicos)

No hubo diferencias significativas para los sujetos pertenecientes al grupo discrepante ni al no-discrepante en cuanto a la dificultad de los problemas no canónicos, cuando se compararon los problemas de Combinación e Igualación no canónicos. Sin embargo, sí las hubo, para los sujetos pertenecientes al grupo de rendimiento normal, siendo los problemas de Combinación significativamente más fáciles para éstos sujetos que los de Igualación. Los valores F para los diferentes ANOVAS fueron los siguientes: Discrepantes $F(1, 145)=.15$, $p=.696$; No-discrepantes $F(1, 145)=1.14$, $p=.288$; Rendimiento normal $F(1,145)= 25.30$, $p<.000$

Combinación vs. Comparación (no canónicos)

No hubo diferencias significativas para los sujetos pertenecientes al grupo discrepante ni para los del grupo no-discrepante en cuanto a la dificultad de los problemas no canónicos, cuando se compararon los problemas de Combinación y Comparación no canónicos. Sin embargo, sí las hubo, para los sujetos pertenecientes al grupo de rendimiento normal, siendo los problemas de Combinación significativamente más fáciles para éstos sujetos que los de Comparación. Los valores F para los diferentes ANOVAS fueron los siguientes: Discrepantes $F(1, 145)=.01$, $p=.904$; No-discrepantes $F(1, 145)=.14$, $p=.707$; Rendimiento normal $F(1,145)=8.28$, $p<.005$.

Comparación vs. Igualación (no canónicos)

No hubo diferencias significativas para los sujetos pertenecientes al grupo discrepante ni para los del grupo no-discrepante en cuanto a la dificultad de los problemas no canónicos, cuando se compararon los problemas de Comparación e Igualación no canónicos, sí las hubo, para los sujetos pertenecientes al grupo de rendimiento normal, siendo los problemas de Comparación significativamente más fáciles para éstos sujetos que los de Igualación. Los valores F para los diferentes ANOVAS fueron los siguientes: Los valores F para los diferentes ANOVAS fueron los siguientes: Discrepantes $F(1, 145)=.92$, $p=.339$; No-discrepantes $F(1, 145)=1.47$, $p=.227$; Rendimiento normal $F(1,145)=12.59$, $p=<.001$.

La Tabla 20 representa un cuadro comparativo de la dificultad de las cuatro categorías semánticas canónicas y no canónicas en función de los grupos.

Tabla 20: *Cuadro comparativo de la dificultad de la distintas categorías semánticas canónicas y no canónicas en función de los grupos.*

Combinación	**Igualación**	**Comparación**	**Cambio**	
	1, 2 3	*1, 2, 3* 3	- 3	**Combinación**
		- 3	*1, 2* 3	**Igualación**
			1, 2, 3 -	**Comparación**
				Cambio

1: grupo discrepante; 2: grupo no discrepante; 3 grupo de rendimiento normal
cursiva = canónicos
subrayado = no canónico

7.5. DISCUSIÓN

El propósito de este estudio fue comprobar si existen diferencias en el nivel de competencia entre niños discrepantes y no-discrepantes y con rendimiento normal cuando se enfrentan a la realización de problemas verbales aritméticos. Ya hemos visto, que para identificar la existencia de una DA, ya sea ésta en lectura, escritura o aritmética, se ha utilizado como referencia la discrepancia entre el potencial intelectual de un alumno y su rendimiento, es decir, el alumno alcanza un nivel de rendimiento que es significativamente inferior al esperado de acuerdo con su edad cronológica y su nivel intelectual. Sin embargo, los trabajos de Siegel (1989, 1992) y de Stanovich (1989) cuestionan seriamente los cuatro principios en los que tradicionalmente se ha basado este criterio. La distinción misma entre niños con DA y niños con retraso se ha fundamentado en uno de estos principios. Este ha afirmado que los discalcúlicos definidos a partir del criterio de discrepancia son cualitativamente diferentes de los niños con retraso en aritmética quienes tienen bajas puntuaciones en CI (i.e., no discrepancia), esto es, los procesos cognitivos en sujetos con DA con bajas puntuaciones en CI son diferentes de aquellos con DA y altas puntuaciones en CI (Siegel, 1989, Toth y Siegel, 1994). El problema de si existen diferencias cognitivas entre estos dos grupos de sujetos, tiene que ver con el hecho de si los procesos cognitivos relacionados con la DA se desarrollan de manera diferente para los niños no-discrepantes y discrepantes. Así, los primeros exhibirían un retraso en el desarrollo de los procesos cognitivos involucrados en las habilidades escolares como la lectura, escritura o la aritmética, mientras que los segundos mostrarán un déficit en estos procesos.

Desde el comienzo de la investigación sobre las DA se han asumido diferencias etiológicas, neurológicas y cognitivas entre los sujetos con problemas de aprendizaje de alto y bajo CI. Sin embargo, esta premisa carece de evidencia empírica que dé validez a la distinción entre estos dos grupos de sujetos. Si bien en la lectura se confirma cada vez más la inexistencia de diferencias en los procesos cognitivos subyacentes a la habilidad lectora o en el rendimiento en tareas involucradas en la lectura entre discrepantes y no-discrepantes (Jiménez y Rodrigo 1994; Rodrigo y Jiménez en prensa; Siegel, 1989, 1992; Stanovich, 1989; Stanovich y Siegel, 1994) en aritmética, en cambio, no contamos con investigaciones previas en este sentido. Es precisamente por este motivo, que nos hemos planteado la realización del Estudio 2, mediante el que analizamos las diferencias en el nivel de competencia solucionando problemas verbales aritméticos entre los dos grupos de sujetos con problemas de aprendizaje comparándolos con los individuos que alcanzan un rendimiento normal. Para llevar a cabo este objetivo estudiamos la influencia de las variables como el sexo, el curso, la categoría semántica y el tipo de sentencia en relación con el rendimiento de los tres grupos en los problemas verbales aritméticos.

Los hallazgos encontrados en este segundo estudio demuestran que el curso no ejerce influencia en la resolución de problemas verbales aritméticos. La variable sexo ha sido considerada como una fuente de variabilidad en la habilidad matemática (ver para una revisión, Geary, 1996).

Sin embargo, en nuestro estudio, esta variable no está determinando las diferencias entre los grupos en la resolución de problemas verbales aritméticos. En cambio, las variables que sí tienen un poder explicativo de las diferencias individuales en la resolución de problemas verbales aritméticos son el lugar ocupado por la incógnita, y la estructura semántica de los problemas.

En un primer nivel de análisis relativo a la estructura semántica de los problemas y el lugar ocupado por la incógnita, los resultados demuestran que como habíamos predicho en nuestras hipótesis, los niños discrepantes y no-discrepantes tienen un rendimiento similar a la hora de solucionar los problemas verbales aritméticos. Estos dos grupos no difieren en el nivel de competencia en los problemas según su estructura semántica. Tampoco difieren según sea el tipo de sentencia en estos problemas. Los niños con rendimiento normal son superiores a los discrepantes y no-discrepantes solucionando las cuatro categorías de problemas ya sean canónicas o no canónicas.

Aún cuando estudiamos la influencia de cada una de las categorías semánticas por separado, encontramos resultados similares. No hay diferencias dignas de señalar en el rendimiento en los problemas verbales aritméticos en ninguna de las cuatro categorías semánticas entre los dos grupos de niños con problemas en aritmética, y los que tienen un rendimiento normal superan a los de rendimiento bajo. Sin embargo, hemos de hacer notar que se dieron algunas excepciones. En particular, en los problemas de Cambio 1, Comparación 6, e Igualación 3 y 4. En los problemas de Cambio 1 se da un nivel de competencia similar entre los niños normales y los no-discrepantes. Estos resultados coinciden con trabajos anteriores en la consideración de los problemas de Cambio 1 como uno de los que menor dificultad plantean a los niños (Bermejo y Rodríguez, 1988; Carpenter y Moser, 1983, 1984; De Corte y Verschaffel, 1978; Ibarra y Lindvall, 1979; Riley, 1981; Vergnaud, 1982) lo que explicaría la inexistencia de diferencias entre estos dos grupos. Los problemas de Comparación con la incógnita en el referente (Comparación 5 y 6) son particularmente conocidos por su dificultad (Briars y Larking, 1984; Cummins 1991; Riley y col., 1983). En nuestro caso, los problemas de Comparación 6, parecen ser uno de los que plantean mayor dificultad a los tres grupos. Así, discrepantes y con rendimiento normal, no se diferencian en las puntuaciones obtenidas y los niños no-discrepantes obtienen un número significativamente menor de aciertos que el resto. Aunque existe un número reducido de trabajos al respecto, sobre todo en relación a los niveles escolares de nuestro estudio, algunos investigadores consideran los problemas de Igualación como los más complejos para los niños de 1º y preescolar (Bermejo y Rodríguez, 1987). Hierbert y Moser, (1981), por el contrario, consideran más fáciles para los niños de 1º, los problemas de Igualación 1 y 2 que los de Comparación. En nuestro estudio no hubieron diferencias entre los grupos en Igualación 3 que no supuso dificultad, ni en Igualación 4, que fue igual de complejo para los tres grupos.

Los hallazgos de este estudio van en la línea de lo esperado en cuanto a descartar las diferencias entre los sujetos discrepantes y no-discrepantes definidos de acuerdo a la diferencia entre su capacidad y rendimiento. La estructura semántica determina por igual la ejecución de estos dos grupos en los problemas verbales aritméticos.

En relación al nivel de dificultad asociado al tipo de sentencia, según el lugar ocupado por la incógnita, cuando analizamos por separado los problemas de tipo canónico encontramos que para los niños de rendimiento normal los problemas de Cambio son similares a los de Combinación y este ordenamiento parece de acuerdo con la afirmación de Briars y Larking (1984) de que las diferencias entre los problemas de Combinación y Cambio tienden a desaparecer debido a la similitud entre ambas categorías de problemas, ya que ambos podrían ser solucionados haciendo uso de un esquema unitario. A los problemas anteriores siguen los de Comparación e Igualación de semejante dificultad para estos sujetos, como vimos anteriormente no esta del todo clara la jerarquía entre estos dos tipos de problemas. Sin embargo, para los niños con pobre rendimiento aritmético (tanto discrepantes como no-discrepantes) los problemas de Igualación parecen más difíciles comparados con los de Cambio o los de Combinación. En el resto de las categorías, no se diferencian de los niños de rendimiento normal.

Cuando estudiamos sólo los problemas no canónicos, comprobamos que no existen diferencias en la dificultad que presentan los problemas no canónicos para los niños con bajo rendimiento (discrepantes y no-discrepantes) según su estructura semántica, con la única excepción de Comparación vs. Cambio que presentan el mismo grado de dificultad para los tres grupos de sujetos. Los niños con un rendimiento normal sí encuentran diferente dificultad a la hora de solucionar los problemas no canónicos según su estructura semántica, de manera que son más fáciles para ellos los de Combinación, entre Cambio y Comparación no hay diferencias y ambos son más fáciles que los de Igualación.

El hecho de haber encontrado diferencias según el tipo de sentencia (canónica y no canónica) en los problemas, nos ratifica que el lugar de la incógnita tiene influencia sobre todo para los niños con un pobre rendimiento en aritmética para quienes aumenta la complejidad cuando la incógnita no se encuentra en el resultado. Este hallazgo, además, nos confirma que las sentencias no canónicas son más complejas sólo para los niños discrepantes y no-discrepantes que no se diferencian en su capacidad de resolución en este tipo de problemas verbales.

Nuestros resultados confirman al igual que en trabajos precedentes (Carpenter y Moser, 1983, 1984, Carpenter 1985, Gibb, 1956; Lindvall e Ibarra, 1980) que tanto el tipo de sentencia como la estructura semántica son variables fundamentales en la determinación de la dificultad de un problema verbal aritmético.

Hemos de destacar, además, que estos resultados son indicativos a nivel general, de la que la distinción entre discalcúlicos y retrasados en aritmética es inapropiada también en relación con las habilidades de solución de problemas verbales aritméticos. Este hallazgo, en la línea de los trabajos sobre la lectura (Jiménez y Rodrigo 1994; Rodrigo y Jiménez en prensa; Siegel, 1989, 1992; Stanovich, 1989; Stanovich y Siegel, 1994), apoyan nuestra hipótesis en relación a la inexistencia de diferencias cognitivas entre los dos grupos de sujetos a pesar de su CI. El CI, no parece contribuir a las habilidades aritméticas de estos individuos. Por lo tanto la discrepancia no sería un criterio válido para distinguir estos dos grupos de sujetos de rendimiento pobre en aritmética. Y, por lo mismo, no tendría sentido la distinción hecha entre estos dos grupos de sujetos.

Debemos recurrir a otros factores explicativos de las diferencias entre sujetos competentes y no competentes en la resolución de problemas verbales. La dificultad de los problemas según su estructura semántica está íntimamente ligada al tipo de sentencia para estos sujetos, lo que significa que las causas de su fracaso estén explicadas en mayor medida por errores en la comprensión e interpretación de estos problemas más que por errores de tipo procedimental (Cummins, 1991; Cummins y col., 1988; Judd y Bilsky, 1989; Lewis y Mayer, 1987; Mayer, 1995; Stern 1993). Para un mayor estudio de los procesos implicados en la resolución de los problemas verbales aritméticos, hemos llevado a cabo un nuevo estudio en el que analizamos cuáles son las estrategias de cuantificación empleadas por los niños, así como un análisis de las estrategias cuando son empleadas de forma errónea.

8. ESTUDIO 3: ESTUDIO SOBRE LAS ESTRATEGIAS EMPLEADAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS VERBALES ARITMÉTICOS

8.1. OBJETIVO

Una vez visto el comportamiento de los diferentes grupos en relación con los problemas verbales y la dificultad que para ellos encierran, nos preguntamos acerca de las distintas estrategias que emplean para su solución, lo que nos lleva a realizar un análisis cualitativo de estrategias utilizadas tanto a nivel inter como intragrupo. Hemos considerado además la necesidad de analizar diferencialmente el uso de estas estrategias tanto cuando se tiene éxito como cuando se fracasa en la resolución de los problemas dada la importancia de este nivel de análisis para la consecución de nuestros objetivos de investigación.

8.2. DISEÑO

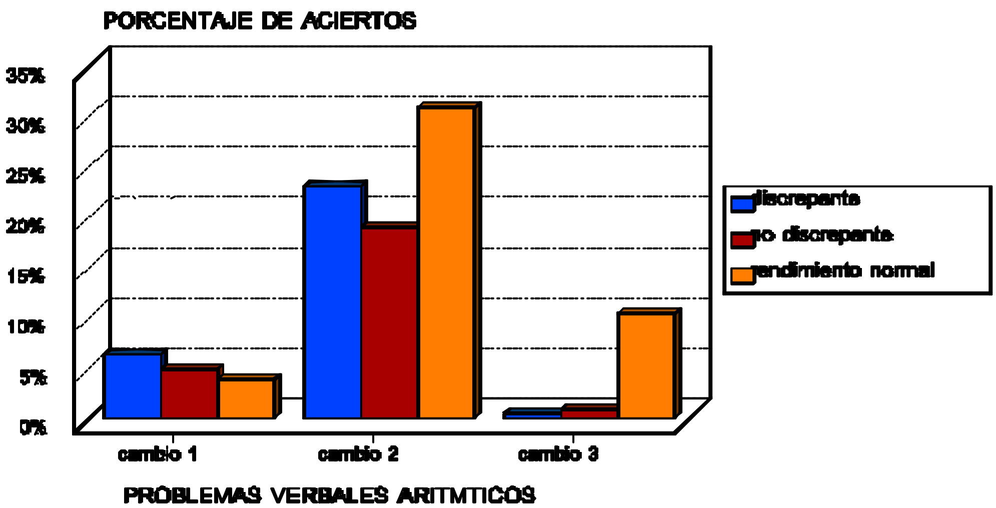
Se empleó un diseño unifactorial intergrupo.

8.3. ANÁLISIS GENERAL DE LAS ESTRATEGIAS CUANDO SE ACIERTA

8.3.1. Resultados

En primer lugar, debemos destacar un claro predominio de las estrategias de conteo por parte de los sujetos pertenecientes a los tres grupos (tanto en 2º como en 3º) frente a las de modelado, independientemente de la categoría de problema que se les plantea. En segundo lugar, no existen diferencias destacadas entre los discrepantes y no-discrepantes en cuanto al tipo de estrategias que emplean unos y otros. Y tercero, el uso de estrategias mentales, de forma exclusiva, por los niños de rendimiento normal (ver Tabla 21 del anexo 1.3.).

Los problemas de Cambio, como podemos observar en la Gráfica 12, son resueltos por el conteo en su mayor parte (23.1% discrepantes, 19% no-discrepantes y 30.9% normales). Le sigue el modelado (6.4% discrepantes, 4.9% no-discrepantes y 3.9% normales). Las estrategias mentales son empleadas para solucionar estos problemas, únicamente por los niños de rendimiento normal (10.4%).

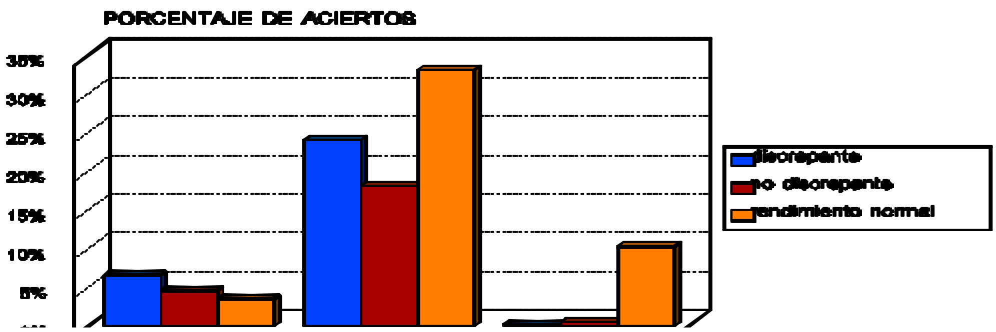


Gráfica 12: *Estrategias empleadas cuando se aciertan los problemas de Cambio.*

En los problemas de Combinación, como se ve en la Gráfica 13, se repite la pauta anterior; el Conteo es el más empleado por los tres grupos (discrepantes 25.7%, no-discrepantes 19.3% y normales 29.9%) seguido del modelado (discrepantes 6.4%, no-discrepantes 4.3% y normales 2.7%). Las estrategias mentales son características del grupo normal (11%) nuevamente.

Gráfica 13: *Estrategias empleadas cuando se aciertan los problemas de Combinación.*

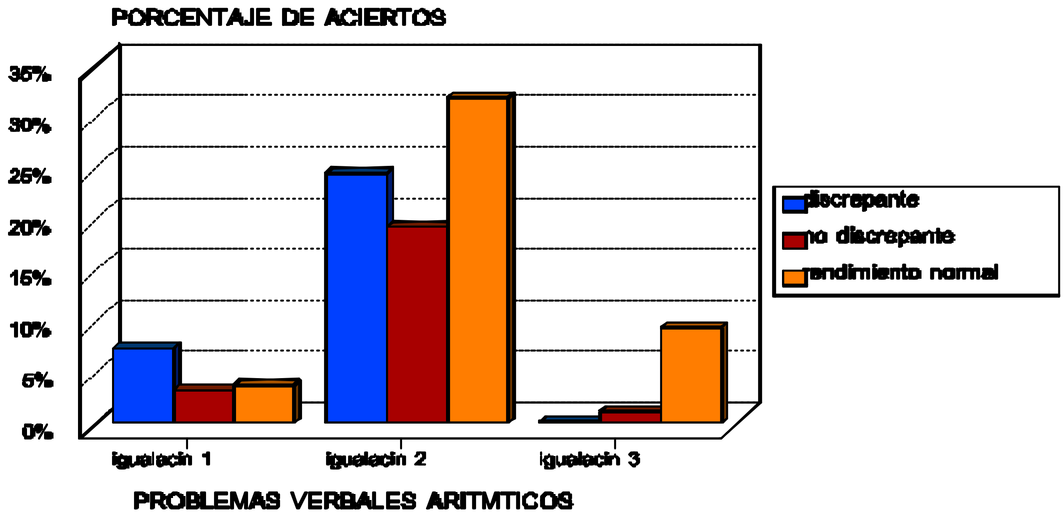
En lo referido a los problemas de Comparación, como podemos comprobar en la Gráfica 14, encontramos unos resultados similares a los anteriores. Los niños emplean mucho más el conteo (discrepantes 23.9%, no-discrepantes 18% y normales 33%) que el modelado (discrepantes 6.5%, no-discrepantes 4.5% y normales 3.4%). Los niños de rendimiento normal hacen uso exclusivo de las estrategias mentales en un 10.2% de las ocasiones.



Gráfica 14: *Estrategias empleadas cuando se aciertan los problemas de Comparación.*

Por último, los problemas de Igualación, como vemos en la Gráfica 15, son resueltos de la misma manera que los anteriores por los tres grupos; esto es; predominio del conteo (discrepantes 24.4%, no-discrepantes 19.2% y normales 31.8%) sobre el modelado (discrepantes 7.3%, no-discrepantes 3.2% y normales 3.7%) y sobre las estrategias mentales (niños de rendimiento normal

9.3%).



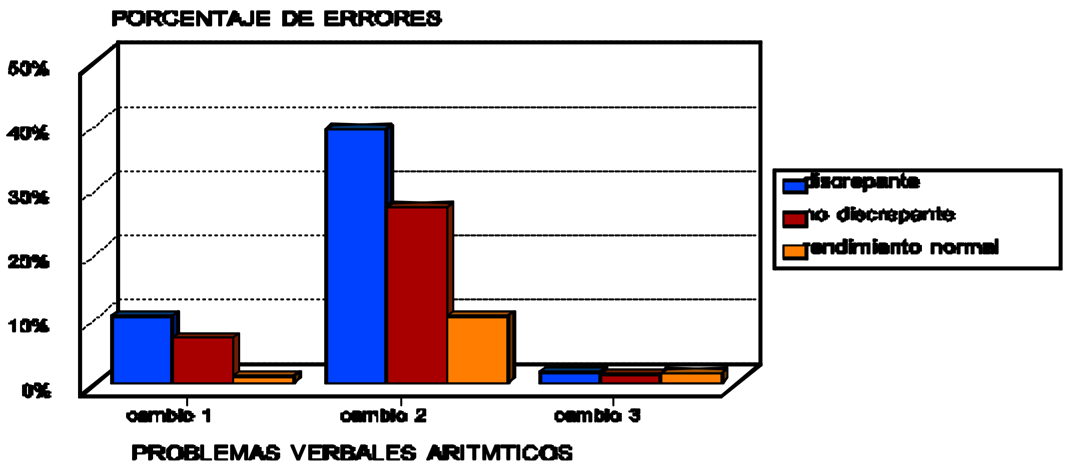
Gráfica 15: *Estrategias empleadas cuando se aciertan los problemas de Igualación.*

8.4. ANÁLISIS DE LAS ESTRATEGIAS CUANDO NO SE TIENE ÉXITO EN LA SOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS

Abordamos ahora, el análisis de las estrategias utilizadas mayoritariamente por los niños cuando no solucionan con éxito los problemas. Las estudiaremos de forma global, esto es, agrupadas en estrategias de modelado, conteo y mentales (ver Tabla 22 del anexo 1.4.).

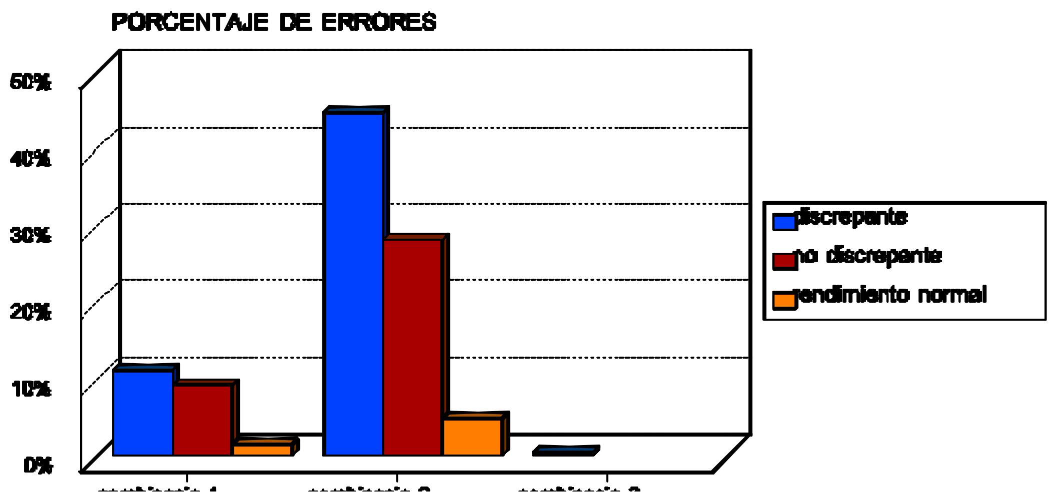
8.4.1. RESULTADOS

En los problemas de Cambio, se recurre a un mayor uso de estrategias de conteo tanto por parte de los niños discrepantes (39.3%) frente a un uso menor de las estrategias de modelado (10.4%). También los no-discrepantes hacen mayor uso del conteo (27.2%) que del modelado, utilizado en menor medida por este grupo (7%). Cuando en el grupo de rendimiento normal se cometen errores se emplea también el conteo (10.4%). Los niños recurren muy poco a las estrategias mentales cuando se equivocan en los problemas de Cambio (1.7% los discrepantes, 1.4% los no-discrepantes y 1.5 % los normales).



Gráfica 16: *Estrategias empleadas cuando no se aciertan los problemas de Cambio.*

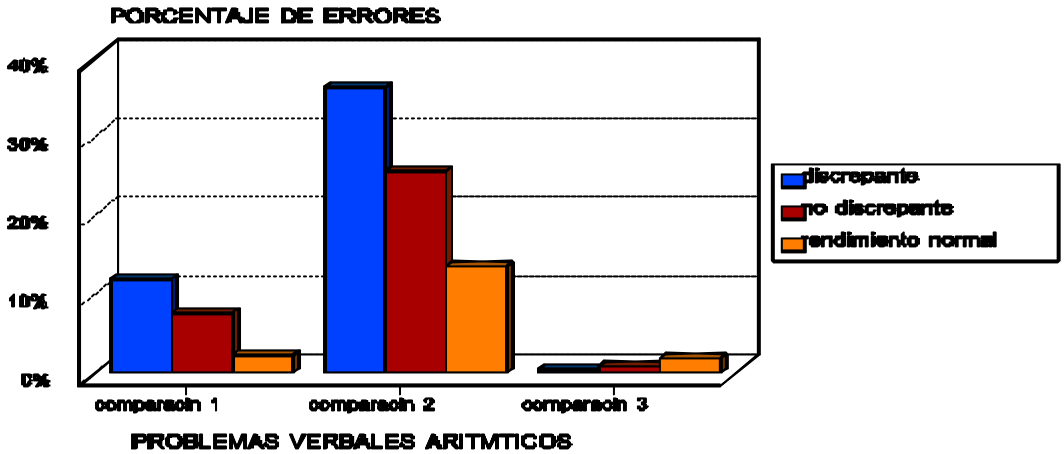
Cuando fracasan al solucionar problemas de Combinación, las estrategias de conteo de nuevo son empleadas en más ocasiones por los niños (discrepantes 44.7%, no-discrepantes 28.2% y normales 4.9%) que el modelado (discrepantes 11.2%, no-discrepantes 9.2% y normales 1.5%). No se recurre a las estrategias mentales para solucionar este tipo de problemas cuando se ha fracasado.



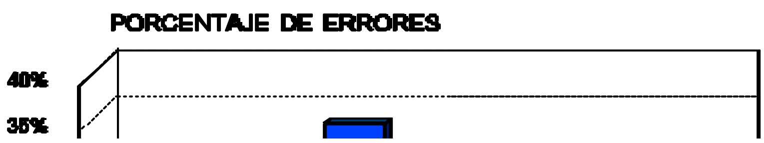
Gráfica 17: *Estrategias empleadas cuando no se aciertan los problemas de Combinación.*

Cuando no se tiene éxito en los problemas de Comparación, se da un claro uso del conteo en los tres grupos de sujetos frente a otras estrategias (discrepantes 36.2%, no-discrepantes 25.6% y normales 13.5%) como el modelado (11.9% los discrepantes, 7.6% los no-discrepantes y 2.2% los normales). Las estrategias mentales son utilizadas sólo por los niños de rendimiento normal (1.8%).

Gráfica 18: *Estrategias empleadas cuando no se aciertan los problemas de Comparación.*



Por último, en relación a los problemas de Igualación podemos decir que es nuevamente el conteo lo más utilizado tanto por los discrepantes (34.2%) como los no-discrepantes, (24.7%) y los niños de rendimiento normal (14.1%). El modelado es utilizado en este tipo de problemas, sobre todo, por los niños discrepantes (12.5%) y los no-discrepantes (8.7%). En cambio, los niños normales recurren muy poco a esta categoría de estrategias (1.2%), además de ser los únicos en utilizar las de tipo mental (3.3%).



Gráfica 19: *Estrategias empleadas cuando no se aciertan los problemas de Igualación.*

Podemos concluir, después de observar estos resultados, que parece confirmarse la tendencia generalizada a emplear el conteo, más que otra estrategia, independientemente de la estructura semántica del problema. El uso del modelado también es empleado, aunque en menor medida, sobre todo por los sujetos discrepantes y no-discrepantes. Las estrategias mentales no suelen utilizarse cuando se cometen errores.

Nos detenemos ahora en un análisis más pormenorizado del tipo de *estrategia empleada cuando los sujetos cometen errores* según cada subcategoría de problema. Presentamos los porcentajes agrupando las puntuaciones de 2º y 3º en cada uno de los tres grupos de sujetos, haciéndolas explícitas únicamente, cuando el comportamiento varíe dentro del grupo según el curso.

8.4.1.1. Estrategias empleadas para los problemas de Cambio

Cambio 1. La estrategia a la que recurren con mayor frecuencia, para resolver este problema aditivo, los niños discrepantes (2º y 3º) fue "Contar hacia delante desde lo dado" el

15.4% de las veces, nótese que se trata de una estrategia sustractiva. En igual medida (7.7%) emplean "Contar a partir del mayor" y "Conteo total", que aunque sí se corresponde a la operación demandada por el problema, no les sirvió para llegar a la solución correcta.

Los no-discrepantes de 3º, emplean también "Contar hacia delante desde lo dado" (7.7%), mientras que en los de 2º se reparte entre la estrategia adecuada "Contar a partir del primer sumando" (5.1%) y la inadecuada "Separar de" (5.1%).

Los niños de rendimiento normal de 2º emplearon; por igual (2.6%) la estrategia errónea "Contar hacia atrás desde", y la acertada "Contar a partir del mayor". En 3º recurren en igual proporción (2.6%) a "Contar hacia delante desde lo dado" y "hecho conocido directamente substraído", ambas inadecuadas al problema.

Cambio 2. Es un problema que se resuelve mediante la sustracción. Los sujetos discrepantes utilizan en mayor medida la estrategia aditiva "Contar a partir del mayor" (16%) seguida de "Contar hacia delante desde lo dado" (10%) que sí es sustractiva. Los niños del grupo no discrepante emplearon erróneamente "Contar desde el primer sumando" (8%) y, sólo en 2º, restan al "Contar hacia delante desde lo dado" (6%). Cuando cometen errores -y esto sucede sólo a los de 2º- los sujetos de rendimiento normal, utilizan por igual (2%) la estrategia aditiva "Contar a partir del mayor" y la sustractiva "Contar hacia delante desde lo dado".

Cambio 3. Este problema demanda para su solución correcta la operación de restar. La estrategia más utilizada fue aditiva al "Contar a partir del mayor" (discrepantes 14%, no-discrepantes 11.8% y los de rendimiento normal 4.7%). Cuando recurren al modelado, tanto los discrepantes como no-discrepantes hacen uso del la estrategia también aditiva "Recuento de todos con modelos" (4.7%).

Cambio 4. A pesar de tratarse de un problema de resta "Contar a partir del mayor" es la estrategia más usada por los niños discrepantes (12.5%) y los no-discrepantes (7.8%) para resolver los problemas de Cambio 4 junto con "Contar a partir del primer sumando" (discrepantes de 2º 3.1% y no-discrepantes 6.3%). Por lo que se refiere a los niños de rendimiento normal, no hay una estrategia que destaque de forma particular, empleando en igual proporción (1.6%) estrategias sustractivas como "Contar hacia delante desde lo dado" o "Contar hacia atrás desde", "Contar hacia atrás a partir de" y "Separar de". Las estrategias de modelado en las que confían los niños en este caso son también aditivas "Recuento de todos con modelos" (discrepantes 4.7% y no-discrepantes de 2º curso 3.1%). Los niños de rendimiento normal recurren a la resta mediante "Separar de" (1.6%).

Cambio 5. Cuando resuelven sin éxito este tipo de problemas de sustracción, tanto los discrepantes como los no-discrepantes hacen uso en igual proporción (15.3%) de la suma al "Contar a partir del mayor" que es empleada en menor medida (2.4%) por los niños de rendimiento normal junto con "Contar desde el primer sumando" también en un 2.4% de las ocasiones. Los niños discrepantes y no-discrepantes cuando recurren al modelado utilizan en mayor medida la adición mediante el "Recuento de todos con modelos" (4.7%).

Cambio 6. Este problema aditivo, es resuelto por los tres grupos mediante la resta al "Contar hacia delante desde lo dado". Los discrepantes la emplean en un 17.9% de las veces, los no-discrepantes un 12.6% y los de rendimiento normal un 11.6%. La estrategia de modelado en la que confían es "Separar de" (discrepantes 5.3%, no-discrepantes 4.2% y normales 2.1%), también sustractiva.

La Tabla 23 del anexo 1.4. recoge los porcentajes de estrategias empleadas por cada uno de los tres grupos en los problemas de Cambio (ver Cuadro 1 en la página siguiente).

Cuadro 1: Resumen de las estrategias empleadas por cada uno de los grupos cuando no resuleven problemas de Cambio

Problema verbal	**Operación demandada**	**% de estrategias empleadas cuando no se aciertan los problemas**		
		discrepantes	**no-discrepantes**	**rendimiento normal**
Cambio 1	adición	-contar hacia delante desde lo dado...* -contar a partir del mayor... 15.4 -conteo total... 7.7 7.7	-contar hacia delante desde lo dado...* 7.7 -contar desde el 1º sumando... -separar de...* 5.1 5.7	-contar hacia atrás desde...*/** 2.6 -contar a partir del mayor... 2.6 -contar hacia delante desde lo dado...*/** -separar de...* 2.6 -hecho conocido, direct. sustraido...* 2.6 2.6
Cambio 2	sustracción	-contar a partir del mayor... 16 -contar hacia delante desde lo dado...* 10	-contar desde el 1º... 8 -contar hacia delante desde lo dado...* 6	-contar a partir del mayor...** 2 -contar hacia delante desde lo dado...*/** 2
Cambio 3	sustracción	-contar a partir del mayor... 14 -recuento de todos con modelos... 4.7	-contar a partir del mayor... 11.8 -recuento de todos con modelos... 4.7	-contar a partir del mayor... 4.7
Cambio 4	sustracción	-contar a partir del mayor... 12.5 -contar a partir del 1º sumando... 3.1	-contar a partir del mayor... 7.8 -contar a partir del 1º sumando... 6.3	-contar hacia delante desde lo dado...* -contar hacia atrás desde...*/** 1.6 -contar hacia atrás a partir de...* 1.6 -separar de...*/** 1.6 -hecho conocido direct. sustraido...* 1.6 1.6
Cambio 5	sustracción	-contar a partir del mayor... 15.3 -recuento de todos con modelos... 4.7	-contar a partir del mayor... 15.3 -recuento de todos con modelos... 4.7	-contar a partir del mayor... 2.4
Cambio 6	adición	-contar hacia delante desde lo dado...* -separar de...* 17.9 5.3	-contar hacia delante desde lo dado...* 12.6 -separar de...* 4.2	-contar hacia delante desde lo dado...* -separar de...*/** 11.6 2.1

(* = Estrategia sustractiva; ** = Estrategia empleada sólo por los niños de 2º)

8.4.1.2. Estrategias empleadas para los problemas de Combinación

Combinación 1. Se resuelve correctamente cuando se suma. El grupo de discrepantes emplea dos estrategias diferentes, ambas en un 16 % de las veces, así, suma con "Contar a partir del mayor" y resta con "Contar hacia delante desde lo dado", además de la adecuada "Recuento de todos con modelos" (6.5%) y la inadecuada "Contar hacia atrás a partir de" (6.5%). Los no-discrepantes no destacan por el empleo de una estrategia particular, así restan cuando usan tanto "Contar hacia delante desde lo dado" (6.5%), y suman con "Recuento de todos con modelos" (6.5%) y "Contar a partir del mayor" (6.5%). Los niños de rendimiento normal cuando cometieron errores usaron en igual proporción (3.2%) "Conteo total" (aditiva) y "Separar de" (sustractiva).

Combinación 2. Para resolver este problema de resta, la estrategia a la que más recurren los niños discrepantes (13.9%) y los no-discrepantes (12.5%) es "Contar a partir del mayor" nótese que se trate de una estrategia aditiva, y, por lo tanto, de nuevo inadecuada a las demandas del problema. El grupo de rendimiento normal la emplea en un 2.8% de las ocasiones. También es empleada "Contar hacia delante desde lo dado" (discrepantes 6.9% y no-discrepantes 2.8%) que es sustractiva, y "Contar a partir del primer sumando" (discrepantes 2.8% y no-discrepantes 4.2%) nuevamente aditiva. Cuando dependen del modelado, los niños de rendimiento bajo también suman usando "Recuento de todos con modelos" (discrepantes 4.2% y no-discrepantes 6.9%).

La Tabla 24 del anexo 1.4. recoge el porcentaje de estrategias empleadas por cada uno de los tres grupos en los problemas de Combinación (ver Cuadro 2 en la página siguiente).

8.4.1.3. Estrategias empleadas para problemas de Comparación

Comparación 1. Son problemas que se resuelven restando. Sin embargo, los tres grupos de sujetos suman tanto cuando recurren a "Contar a partir del mayor" (discrepantes 19.5%, no-discrepantes 17.2% y normales 4.6%) como cuando se auxilian mediante objetos y emplean el "Recuento de todos con modelos" los discrepantes (5.7%) y los no-discrepantes (4.6%).

Comparación 2. Al igual que el anterior, debe resolverse mediante la resta. Los discrepantes hacen uso de una operación errónea al "Contar a partir del mayor" el 16.4 % de la veces, también la emplean los niños no-discrepantes (7.5%) y los de rendimiento normal (4.5%) aunque, estos últimos sí restan, ya que emplean también "Contar hacia delante desde lo dado" (6%). El "Recuento de todos con modelos", es nuevamente la estrategia de modelado más empleada por los niños de bajo rendimiento (discrepantes 6%, no-discrepantes 3%) que tampoco se ajusta a las demandas del problema.

Cuadro 2: Resumen de las estrategias empleadas por cada uno de los grupos cuando no resuelven problemas de Combinación

Problema verbal	Operación demandada	% de estrategias empleadas cuando no se aciertan los problemas					
		Discrepantes		no-discrepantes		rendimiento normal	
Combinación 1	adición	-contar hacia delante desde lo dado...*		-contar hacia delante desde lo		-conteo total...**	3.2
		-contar a partir del mayor...	16	dado...*	6.5	-separar de...*/**	3.2
		-recuento de todos con modelos...	16	-contar a partir del mayor...	6.5		
		-contar hacia atrás a partir de...*	6.5	-recuento de todos con modelos...			
			6.5		6.5		
Combinación 2	sustracción	-contar a partir del mayor...	12.5	-contar a partir del mayor...	13.9	-contar a partir del mayor...	2.8
		-contar hacia delante desde lo dado...*		-contar hacia delante desde lo			
		-recuento de todos con modelos...	6.9	dado...*	2.8		
			4.2	-contar a partir del 1º sumando...			
				-recuento de todos con modelos...	4.2		
					6.9		

(* = Estrategia sustractiva; ** = Estrategia empleada sólo por los niños de 2º)

Comparación 3. Cuando se les plantean a los niños estos problemas aditivos, el grupo discrepante considera adecuado "Contar hacia delante desde lo dado" (11.3%), "Contar hacia atrás a partir de" (5.7%) y "Separar de" (5.7%), todas sustractivas. Recurren también a "Contar a partir del mayor" (5.7%) pero, esta forma de sumar, no les conduce a una solución correcta del problema. El grupo no discrepante emplea por igual (7.5%) "Contar hacia delante desde lo dado" y "Contar a partir del mayor". Los niños de rendimiento normal emplean "Contar hacia delante desde lo dado" (3.8%).

Comparación 4. Son problemas de resta. La estrategia más empleada es de tipo aditiva "Contar a partir del mayor" tanto para discrepantes (13.7%) como no-discrepantes (6.8%), seguida de la sustractiva "Contar hacia atrás a partir de" (discrepantes 8.2% y no-discrepantes 5.5%). Los niños de rendimiento normal tienden a restar y usan "Contar hacia delante desde lo dado" (2,7%). La estrategia de modelado más empleada de nuevo es "Recuento de todos con modelos" (sólo discrepantes 5.5% y no-discrepantes 2,7%) con la que reiteran en su error al sumar.

Comparación 5. También requieren restar. Los tres grupos de sujetos recurren a la suma ya que usan "Contar a partir del mayor" cuando intentan resolver estos problemas mediante el conteo (21.4% discrepantes, 16.3% no-discrepantes y un 7.1% los niños normales). "Recuento de todos con modelos" es la estrategia de modelado más frecuente para los dos grupos de rendimiento bajo (3.1%).

Comparación 6. Deben ser resueltos mediante la suma. Los niños se basan en mayor proporción (discrepantes 12.9%, no-discrepantes 11.9% y normales 7.9%) en "Contar hacia delante desde lo dado", luego le sigue "Contar hacia atrás a partir de" (discrepantes 5.9%, no-discrepantes 6.9% y normales 6.9%) También hacen uso de "Separar de" los niños discrepantes (4%), no-discrepantes (5.9%) y los niños de 2º de grupo de rendimiento normal (4%). Todas estas estrategias son sustractivas.

La Tabla 25 del anexo 1.4. recoge el porcentaje de estrategias empleadas por cada uno de los tres grupos en los problemas de Comparación. (ver Cuadro 3 en la página siguiente).

8.4.1.4. Estrategias empleadas para problemas de Igualación

Igualación 1. Son problemas que demandan la operación de restar para ser solucionados adecuadamente. Sin embargo, los niños recurren con mayor frecuencia a la suma al "Contar a partir del mayor" (discrepantes 32.4%, no-discrepantes 9.5% y normales 5.4%) y además al "Recuento de todos con modelos" que es un recurso tanto para el grupo de niños discrepantes (8.1%) como para no-discrepantes (4.1%).

Igualación 2. Para resolver estos problemas de resta, los niños reiteran en su error cuando emplean "Contar a partir del mayor" (discrepantes 12.5%, no-discrepantes 6.9% y normales de 2º curso 4.2%) y "Recuento de todos con modelos" (discrepantes 5.6% y no-discrepantes 8.3%).

Cuadro 3: Resumen de las estrategias empleadas por cada uno de los grupos cuando no resuelven los problemas de Comparación.

Problema verbal	Operación demandada	% de estrategias empleadas cuando no se aciertan los problemas		
		discrepantes	no-discrepantes	rendimiento normal
Comparación 1	sustracción	-contar a partir del mayor... 19.5 -recuento de todos con modelos... 5.7	-contar a partir del mayor... 17.2 -recuento de todos con modelos... 4.6	-contar a partir del mayor... 4.6
Comparación 2	sustracción	-contar a partir del mayor... 16.4 -recuento de todos con modelos... 6	-contar a partir del mayor... 7.5 -recuento de todos con modelos... 3	-contar a partir del mayor...** 4.5 -contar hacia delante desde lo dado...* 6
Comparación 3	adición	-contar hacia delante desde lo dado...* -contar hacia atrás a partir de...* 11.3 -separar de...* 5.7 -contar a partir del mayor... 5.7 5.7	-contar hacia delante desde lo 7.5 dado...*/*** -contar a partir del mayor... 7.5	-contar hacia delante desde lo dado...* 3.8
Comparación 4	sustracción	-contar a partir del mayor... 13.7 -contar hacia atrás a partir de...* -recuento de todos con modelos... 8.2 5.5	-contar a partir del mayor... 6.8 -contar hacia atrás a partir de...* -recuento de todos con modelos... 5.5 2.7	-contar hacia delante desde lo dado...* 2.7
Comparación 5	sustracción	-contar a partir del mayor... 21.4 -recuento de todos con modelos... 3.1	-contar a partir del mayor... 16.3 -recuento de todos con modelos... 3.1	-contar a partir del mayor... 7.1
Comparación 6	adición	-contar hacia delante desde lo dado...* -contar hacia atrás a partir de...* 12.9 -separar de...* 5.9 4	-contar hacia delante desde lo dado...* 11.9 -contar hacia atrás a partir de...* -separar de...* 6.9 5.9	-contar hacia delante desde lo dado...* 7.9 -contar hacia atrás a partir de...*/** -separar de...* 6.9 4

(* = Estrategia sustractiva; ** = Estrategia empleada sólo por los niños de 2º; *** = Estrategia sustractiva empleada sólo por los niños de 3º)

Igualación 3. La operación adecuada es la suma en este tipo de problemas. Los niños dependen para solucionar estos problemas de "Contar a partir del mayor" (discrepantes 9.8%, no-discrepantes 5.9% y normales 7.8%), "Contar hacia delante desde lo dado" (discrepantes 7.8%, no-discrepantes 5.9%, normales 9.8%) y "Recuento de todos con modelos" (discrepantes 7.8% y no-discrepantes 2%). Aquí observamos que se recurre a ambas operaciones aritméticas, aunque sin éxito a pesar de emplearse la idónea para solucionar este problema.

Igualación 4. También se deben resolver sumando, son resueltos por los niños mediante "Contar hacia delante desde lo dado" (discrepantes 12.8%, no-discrepantes 8.5%, normales 10.3%) y "Separar de" (discrepantes 6.8%, no-discrepantes 5.1%, normales de 2º curso, 2.6%), nuevamente inadecuadas, al ser sustractivas.

Igualación 5. Nuevamente los niños prefieren sumar y "Contar a partir del mayor" (discrepantes 18.5%, no-discrepantes 14.9% y normales 7.7 %) para llevar acabo estos problemas de resta. El "Recuento de todos con modelos" es ocasionalmente empleado por los niños discrepantes (4.8%), los no-discrepantes (4.8%) y normales (1%).

Igualación 6. Es otro de los problemas que se deben resolver restando. Los sujetos discrepantes suman cuando emplean "Contar a partir del mayor" (18.3%), y restan al "Contar hacia atrás a partir de" (7.%) y 'Separar de" (5.6%). Los no-discrepantes que tampoco parecen tener una estrategia dominante alternan la sustracción con la adición usando "Contar hacia adelante desde lo dado" (7%), y en igual proporción (5.6%) "Contar a partir del primer sumando", "Contar a partir del mayor", "Contar hacia atrás a partir de" y "Separar de". Los niños de rendimiento normal, usan un 2.8% de las veces la resta mediante "Contar hacia atrás a partir de" y la suma al "Contar a partir del mayor" también un 2.8% (sólo los de 2º).

La Tabla 26 del anexo 1.4. recoge el porcentaje de estrategias empleadas por cada uno de los tres grupos en los problemas de Igualación. (ver Cuadro 4 en la página siguiente).

Podemos observar a partir de estos resultados referidos a las estrategias empleadas cuando no se acierta en los problemas, que el tipo de errores cometidos parecen debidos, en gran parte, al uso de una operación inadecuada para solucionar el problema, lo que significa que estos sujetos cometen más errores debido a una inadecuada representación del problema que a la realización de la operación en si misma.

Por lo que respecta a los problemas de *Cambio,* cuando son aditivos se recurre la mayor parte de las veces a estrategias sustractivas tanto por parte de los niños discrepantes y no-discrepantes, los niños de rendimiento normal también cometen este tipo de error aunque en menor proporción que los otros dos grupos. Por lo que se refiere a los problemas sustractivos, se comete el mismo tipo de error, esto es, el empleo de una operación inadecuada, al recurrir a estrategias aditivas. Los niños con rendimiento normal, cometen este error, de nuevo en una menor proporción (sólo en Cambio 3 y Cambio 5) que los niños de rendimiento bajo, el resto, de sus errores se sitúan más en cuestiones de procedimiento

Cuadro 4: Resumen de las estrategias empleadas por cada uno de los grupos cuando no resuelven los problemas de Igualación.

Problema verbal	Operación demandada	% de estrategias empleadas cuando no se aciertan los problemas		
		discrepantes	**no-discrepantes**	**rendimiento normal**
Igualación 1	sustracción	-contar a partir del mayor... 32.4 -recuento de todos con modelos... 8.1	-contar a partir del mayor... 9.5 -recuento de todos con modelos...** 4.1	-contar a partir del mayor... 5.4
Igualación 2	sustracción	-contar a partir del mayor... 12.5 -recuento de todos con modelos... 5.6	-contar a partir del mayor... 6.9 -recuento de todos con modelos... 8.3	-contar a partir del mayor... 4.2
Igualación 3	adición	-contar a partir del mayor... 9.8 -contar hacia delante desde lo dado...* -recuento de todos con modelos... 7.8 7.8	-contar a partir del mayor... 5.9 -contar hacia delante desde lo dado...* 5.9 -recuento de todos con modelos... 2	-contar a partir del mayor... 7.8 -contar hacia delante desde lo dado...* 9.8
Igualación 4	adición	-contar hacia delante desde lo dado...* -separar de...* 12.8 6.8	-contar hacia delante desde lo dado...* 8.5 -separar de...* 5.1	-contar hacia delante desde lo dado...* 10.3 -separar de...*/** 2.6
Igualación 5	sustracción	-contar a partir del mayor... 18.3 -recuento de todos con modelos... 4.8	-contar a partir del mayor... 14.4 -recuento de todos con modelos... 4.8	-contar a partir del mayor... 7.7 -recuento de todos con modelos...** 1
Igualación 6	sustracción	-contar a partir del mayor... 18.3 -contar hacia atrás a partir de...* 7 -separar de...* 5.6	-contar a partir del mayor... 5.6 -contar hacia atrás a partir de...* -contar hacia delante desde lo 5.6 dado...* -contar a partir del 1º sumando... 7 -separar de...* 5.6 5.6	-contar hacia atrás a partir de...* 2.8 -contar a partir del mayor...** 2.8

(* = Estrategia sustractiva; ** = Estrategia empleada sólo por los niños de 2º)

ya que hacen uso de estrategias adecuadas (en Cambio 2 y Cambio 4) a pesar de que no les han servido para solucionar el problema de forma correcta.

Por lo que se refiere a los problemas de *Combinación*, vemos que nuevamente es la elección de una operación inadecuada el error más característico de los niños de bajo rendimiento y en un menor proporción también de los niños de rendimiento normal, tanto de lo problemas aditivos (Combinación 1), como de los sustractivos (Combinación 2). Hemos de destacar, sin embargo, que en los problemas de Combinación 1, parecen repartirse los errores entre los que acabamos de comentar y los de tipo procedimental probablemente por ser este un problema más fácil de representar para los niños.

En los problemas de *Comparación* se persiste en el mismo tipo de error que hemos ido encontrando en las anteriores categorías semánticas tanto en los problemas de tipo aditivo como sustractivos, es decir, se emplea una estrategia que no se adecua a la operación demandada por el problema. Esto les sucede con mucha mayor frecuencia en los niños discrepantes y no-discrepantes que a los niños de rendimiento normal, no obstante, el aumento de porcentaje de este error en los problemas de Comparación 6 con respecto al resto de problemas de Comparación por parte de los niños de rendimiento normal denota la mayor dificultad que este supone para los sujetos en general.

Cuando nos detenemos en los problemas de *Igualación*, observamos una gran similitud en los resultados respecto a la norma general, los problemas sustractivos son resueltos por una estrategia para la suma, y los aditivos con una estrategia de resta. Nuevamente en el grupo de rendimiento normal se da en menos ocasiones esta situación, salvo en igualación 4 donde parece incrementarse la dificultad para estos sujetos.

En resumen, de estos resultados podemos concluir, en primer lugar, que los fallos en la resolución de los problemas verbales consisten en una tendencia mayoritaria de los sujetos tanto discrepantes y no-discrepantes a emplear estrategias erróneas que no corresponden a las demandas del problema, esto es un indicador de una inadecuada representación de los problemas por parte de los sujetos. Cuando cometen errores, el grupo de sujetos de rendimiento normal, aunque similares a los sujetos de bajo rendimiento, vemos, que las estrategias que emplean no están tan diferenciadas como en los otros dos grupos probablemente por ser sus fallos menos sistemáticos. Además muchas veces se da el caso de que las estrategias erróneas son utilizadas únicamente por los niños más jóvenes de este grupo.

En líneas generales, se tiende a recurrir al mismo grupo de estrategias aditivas y sustractivas con independencia de los problemas planteados. Así las más utilizadas son las de conteo, en concreto emplean para sumar "Contar a partir del sumando mayor" y para restar "Contar hacia delante desde lo dado" y ocasionalmente "Contar hacia atrás a partir de". Cuando se recurre al modelado, las estrategias de más uso son "Recuento de todos con modelos" para la adición y "Separar de" para la sustracción.

No parece que el comportamiento de los niños discrepantes frente al de los no-discrepantes se diferencie en cuanto al uso de estrategias, ambos tienden a utilizar las mismas estrategias de conteo aditivas o sustractivas que mencionamos arriba.

Los niños de rendimiento normal se diferencian de los otros dos en una ausencia de modelado con la excepción de los problemas de Igualación y Cambio citados donde aumenta ligeramente en los niños de 2º, aunque en menor proporción que los niños de bajo rendimiento.

El lugar de la incógnita no parece determinar una gran variación en el uso de estrategias.

8. 5. DISCUSIÓN

Nuestro propósito al realizar este tercer estudio fue comprobar si las estrategias que emplean los niños con bajo rendimiento en aritmética y alto CI (discrepantes) difieren de los que tienen bajo rendimiento y también bajo CI (no-discrepantes) cuando resuelven problemas verbales aritméticos. Para ello, comparamos el comportamiento de estos entre si y con los niños de rendimiento normal. Analizamos, además, las estrategias que emplearon cuando no dieron con la solución de los problemas ya que éstas nos podrían explicar el orígen de los fallos cometidos.

Las investigaciones en el área de las DA en aritmética sugieren que los niños con DA difieren de los normales en que utilizan estrategias menos evolucionadas o iguales a las empleadas por niños normales más jóvenes (Fleischner, Garnett y Shepherd, 1982; Garnett y Fleischner, 1983, Geary, 1990; Geary y Brouwn, 1991; Geary, Widaman, Little y Cormier, 1987; Goldman y col., 1988). Los resultados de nuestro estudio nos permiten ratificar este hecho, los niños discrepantes y no-discrepantes emplean básicamente estrategias menos evolucionadas que los niños con un rendimiento normal ya que recurren fundamentalmente al conteo y en ocasiones al modelado, pero no a las estrategias de tipo mental que precisan la recuperación de hechos numéricos de la memoria a largo plazo. Por el contrario, los niños de rendimiento normal, recurren a las estrategias mentales de forma importante para solucionar los problemas verbales aunque también hacen un uso más frecuente que el resto de los niños de las estrategias de conteo.

El hallazgo más relevante de este estudio fue encontrar que discrepantes y no-discrepantes no diferían sustancialmente en la elección de estrategias a la hora de solucionar los problemas verbales aritméticos. Este hecho nos reafirma en la premisa de que estos dos grupos no son cualitativamente diferentes, ya que los mismos procesos cognitivos son la base de su rendimiento.

El uso de estrategias de solución de problemas menos evolucionadas ha sido explicado por un desarrollo inmaduro o anormal de las representación de los hechos numéricos en la memoria. Dicho de otra forma, los niños con DA en aritmética no pueden recuperar muchos hechos numéricos de la memoria a largo plazo (Garnett y Fleischner, 1983, Geary y col., 1987; Goldman y col., 1988). Además, se ha sugerido que un segundo factor contribuyente a las DA en aritmética es el hecho de la existencia de unos recursos relativamente pobres de la memoria de trabajo (Geary y Brown 1991; Hitch y MacAuley, 1991; Siegel y Ryan, 1989; Swanson, 1993, 1994). Nuestros hallazgos van en la misma línea de estas investigaciones. Como vimos en el primer estudio, los niños con un rendimiento pobre en aritmética ya sean discrepantes o no-discrepantes obtienen unas puntuaciones inferiores en la memoria de trabajo que las obtenidas por los niños de rendimiento normal. Para Hitch y MacAuley (1991) los déficits de los niños con DA en aritmética responden a impedimentos selectivos en tareas de memoria en las que está implicado el conteo. Así, explican que el conteo es el método previo para realizar operaciones aritméticas simples como la suma, la resta y cálculos simples que implican almacenar información temporal de productos numéricos durante su procesamiento y el conteo es el método de partida para simples operaciones de suma y resta" (Hitch y MacAuley, 1991, p. 385). Este déficit en la memoria de trabajo hace que los niños que tienen un rendimiento pobre en aritmética no se vean capaces de retener el tiempo suficiente la información numérica mientras realizan las operaciones para solucionar los problemas, lo que hace que estos niños tengan que fiarse de estrategias menos dependientes de la memoria. Su alteración no les ha permitido hacerse con un bagaje de hechos numéricos en la memoria a largo plazo que puedan recuperar, lo que explicaría que los niños con dificultades no recurren a la recuperación de esta información numérica que no han tenido oportunidad de almacenar. La familiaridad que manifiestan en el uso de estrategias de conteo no parece haber contribuido a desarrollar las asociaciones entre un problema y su solución en la memoria a largo plazo (Geary y col., 1991; Siegler, 1986).

Un estudio más detallado de las estrategias empleadas por los niños cuando no solucionan adecuadamente los problemas nos revela que los errores cometidos por los niños discrepantes y no-discrepantes siguen, nuevamente, una pauta muy similar. Estos fallos consisten la mayor parte de las veces en que emplean una estrategia que no corresponde con la operación que se solicita en el problema. Este error se da de forma más frecuente que el cometido cuando se recurre a una estrategia adecuada pero se falla en el procedimiento de cálculo. Esto es un claro indicador de que los problemas de los niños de rendimiento pobre en aritmética son debidos a una inadecuada representación mental del problema. Nuevamente parece que las causas del fracaso en la resolución de problemas verbales aritméticos estén explicadas en mayor medida por errores en la comprensión e interpretación de estos problemas más que por errores de tipo procedimental (Cummins, 1992; Cummins y col., 1988; Judd y Bilsky, 1989; Lewis y Mayer, 1987; Hegarty, Mayer, y Monk 1995; Stern 1993).

Ambos grupos de sujetos recurren al mismo tipo de estrategias aditivas y/o sustractivas con independencia de la estructura semántica del problema planteado. Las estrategias mayoritariamente empleadas son las de conteo seguidas por las de modelado a las que recurren sobre todo en los problemas más difíciles.

Cuando comete errores, el grupo de niños con rendimiento normal, observamos que existe una casi total ausencia del modelado siendo empleado únicamente por los niños más pequeños (2º curso) en los problemas de Igualación 4 y 5, Comparación 6, Combinación 1 y Cambio 1, 4 y 6. Observamos que los errores, aunque en porcentaje mucho menor, son de la misma naturaleza que para los sujetos con rendimiento bajo.

En síntesis, podemos concluir diciendo que no parece adecuada la distinción entre los sujetos de bajo rendimiento clasificados de acuerdo al criterio de discrepancia, por lo que apoyamos las críticas hechas por Siegel (1989) al cuarto supuesto en el que se ha venido apoyando el empleo de este criterio en la clasificación de sujetos con DA. No parece que los sujetos de bajo rendimiento y alto CI difieran de los de bajo rendimiento y bajo CI en los procesos cognitivos que subyacen a la resolución de problemas verbales de aritméticos.

IV. DISCUSIÓN GENERAL

La presente investigación ha tenido como objetivo demostrar si existen diferencias en el empleo de estrategias de resolución de problemas verbales aritméticos entre niños discalcúlicos y con retraso en aritmética. Este trabajo se plantea a partir de las aportaciones de Siegel (1989, 1992) y Stanovich (1989) que ponen en tela de juicio el criterio de discrepancia entre la inteligencia y el rendimiento para la identificación de niños con DA. Estos autores han criticado los cuatro principios en los que se ha fundamentado tradicionalmente el criterio de discrepancia. Concretamente, Siegel (1989, 1992) plantea abiertamente la polémica y presenta un informe que pone en entredicho la utilidad del CI en el diagnóstico de las DA e ilustra sus argumentos mediante estudios en el área de las dificultades en lectura, pero los considera también extensibles a las DA en otras áreas como aritmética o la escritura. Analiza el concepto de discrepancia y critica los principios básicos en que se fundamenta. En general, el criterio de discrepancia CI-rendimiento asume cuatro principios (Siegel, 1989; Toth y Siegel, 1994): 1) los test de inteligencia son capaces de medir capacidad intelectual; 2) la inteligencia y el rendimiento son independientes, y la presencia de DA no afecta a las puntuaciones de CI; 3) el CI predice el rendimiento, y ; 4) los procesos cognitivos en sujetos con DA con bajas puntuaciones en el CI son diferentes de aquellos con DA y altas puntuaciones en el CI.

En nuestro trabajo nos centramos fundamentalmente en demostrar, como ya se ha hecho en relación a la lectura (Jiménez y Rodrigo 1994; Rodrigo y Jiménez, remitido para su publicación; Siegel, 1989, 1992; Stanovich, 1989; Stanovich y Siegel, 1994), la validez del cuarto y último principio que acabamos de mencionar aunque esta vez referido a la aritmética.

Hasta el momento, los investigadores no han demostrado la utilidad del criterio de discrepancia en la comprensión de la base cognitiva de las DA. Desde el principio de la investigación sobre las DA, se ha asumido que los procesos cognitivos entre niños clasificados según el criterio de la discrepancia entre su inteligencia y rendimiento eran diferentes de los que no entraban a formar parte de este grupo debido a sus puntuaciones inferiores en CI. Se ha considerado la presencia de diferencias etiológicas, tanto de origen neurológico (v.g., Gordon, 1992; Gillis y De Fries, 1995, O'Hare, Brown y Aitken, 1991; Rourke y Strang, 1978; Strang y Rourke, 1985) como cognitivo entre los sujetos con DA en aritmética y los sujetos normales (v.g., Garnett y Fleischner, 1983, Geary y Brown, 1991; Geary y col., 1987; Goldman y col., 1988; Hitch y MacAuley, 1991; Russell y Ginsburg, 1984, Siegel y Ryan, 1989; Smith, 1994; Swanson, 1993, 1994; Zental y Ferkis, 1993). Sin embargo, no existe evidencia empírica de la existencia de diferencias etiológicas entre individuos discalcúlicos y con retraso en aritmética. La mayoría de los investigadores han seleccionado a los sujetos en función del criterio de discrepancia, pero no comprobaron si en sujetos discrepantes se daban los mismos correlatos (Stanovich, 1994). Obviamente, desde el principio los investigadores debían haber incluido niños con y sin discrepancia en sus muestras para así poder probar la validez de la discrepancia (Stanovich y Siegel, 1994).

Para la consecución de nuestro objetivo, hemos iniciado el proceso de investigación mediante el Estudio 1, seleccionando tres grupos, esto es, niños que mostrasen un rendimiento normal en aritmética, niños con discrepancia entre su inteligencia y rendimiento, y niños sin discrepancia entre estas dos medidas. La elección de estos tres grupos nos pareció justificada por dos motivos fundamentales: en primer lugar, por el reducido número de estudios que han incluido a los sujetos sin discrepancia en sus controles experimentales (Stanovich y Siegel, 1994), y segundo, por la ausencia de estudios dedicados a verificar las críticas existentes en torno a la discrepancia en el área de la aritmética.

Los resultados del Estudio 1, nos permiten corroborar que existen diferencias entre los grupos en cuanto al perfil intelectual. Encontramos que, efectivamente, los niños sin discrepancia obtienen puntuaciones de inteligencia que son significativamente más bajas que los discrepantes y los de rendimiento normal a excepción de los subtest relacionados de alguna forma con el rendimiento en aritmética donde las diferencias no fueron significativas. Este hecho, como ya explicamos en la discusión del estudio 1, podría deberse a la ausencia de una total independencia entre las pruebas de inteligencia y el rendimiento de los sujetos (Siegel, 1989; Stanovich, 1989). Debemos añadir una explicación a este hecho, en la línea del razonamiento de Stanovich (1988) en relación a las diferencias entre niños con y sin discrepancia, que aunque referidas al área de la lectura, es extensible a otras habilidades. Stanovich afirma que tanto los niños discrepantes como no discrepantes, tienen déficits en una amplia variedad de procesos que están ligados a la habilidad en cuestión (v.g.; lectura, aritmética... etc.) y que, algunos de ellos (v.g., la memoria) son procesos no modulares, que repercutirían, a su vez, sobre el rendimiento de los sujetos en pruebas estandarizadas de inteligencia.

Por lo general, los sujetos discrepantes muestran un perfil cognitivo más próximo al de los niños con rendimiento normal que al de los niños sin discrepancia.

Por otro lado, el estudio 1 nos aporta información referente a la memoria de trabajo de los grupos. Al igual que en otros estudios (Geary y Brown, 1991; Hitch y MacAuley, 1991; Siegel y Ryan, 1989a; Swanson, 1993, 1994) se confirma la existencia de un rendimiento pobre en tareas de memoria de trabajo que implican recuerdo numérico (Fletcher, 1985; Siegel y Ryan, 1989a) o en las que está implicado el conteo (Hitch y MacAuley, 1991) en niños con DA en aritmética. En nuestro caso, tanto los niños discrepantes como no discrepantes de nuestra investigación manifiestan déficits en estas capacidades ya que ambas son recogidas en la tarea de memoria propuesta. Ambos grupos se diferencian de modo significativo de los niños con rendimiento normal en aritmética. Interpretamos este resultado en el marco de la no existencia de diferencias cualitativas entre estos grupos, tal como es concebido por Siegel y Stanovich (Siegel, 1989, 1992 y Stanovich, 1989; Stanovich y Siegel, 1994) aproximándose estos sujetos en los procesos cognitivos subyacentes al rendimiento en aritmética a pesar de las diferencias de CI.

Por otra parte, el estudio 2 nos sirvió para demostrar la inexistencia de diferencias entre discrepantes y no discrepantes en su competencia al solucionar problemas verbales aritméticos. El CI no modula las diferencias individuales en la resolución de problemas verbales aritméticos. Tal como esperábamos, no se dan diferencias entre los dos grupos de bajo rendimiento en función de la estructura semántica ni del lugar ocupado por la incógnita en los problemas. Los niños con rendimiento normal resuelven mejor los problemas en función de estas variables.

La influencia de la estructura semántica está en función del tipo de sentencia de los problemas. Estas dos variables conjuntamente determinan el grado de dificultad de los problemas. Los problemas en los que la incógnita no está en el resultado ocasionan las diferencias entre los niños competentes e incompetentes independientemente de la estructura semántica. Los resultados de este estudio, son indicativos al igual que los llevados a cabo por otros investigadores (Carpenter y Moser 1983, 1984, Carpenter 1985, Gibb, 1956; Lindvall e Ibarra, 1980) de que existe una interdependencia entre la categoría semántica y el lugar ocupado por la incógnita a la hora de determinar el nivel de dificultad asociada a los problemas verbales aritméticos. Esta se pone de manifiesto, sobre todo, en los niños menos competentes, ya sean discrepantes o no discrepantes, que se ven más afectados por los problemas no canónicos en comparación a los niños de rendimiento normal. El fracaso en la resolución de problemas verbales aritméticos ha sido explicado en diversos trabajos a causa de problemas en la comprensión e interpretación más que por errores de tipo procedimental (Cummins, 1991; Cummins y col., 1988; Judd y Bilsky, 1989; Lewis y Mayer, 1987; Mayer, 1995; Stern 1993). Algunos estudios (Cummins, 1991; Stern, 1993) explican estas diferencias debido a un inadecuado conocimiento por parte de los niños pequeños de los términos de la frase del problema que definen las relaciones entre las cantidades y los elementos a que deben asignarse. Se sugiere que ciertas palabras y frases (v.g. *"algunos, "los dos juntos", "más/menos que"*, etc.) son ambiguas para los niños, lo que facilita la representación incoherente de los problemas. En nuestro caso, pensamos que la cuestión no esté tanto limitada únicamente a aspectos de interpretación de términos lingüísticos, debido a la edad de los niños y la capacidad verbal que manifiestan, como al nivel de profundidad del análisis necesario para la construcción adecuada de un modelo mental que llevará al sujeto decidir la operación aritmética a aplicar, como lo revela el hecho de que a los niños de bajo rendimiento le cuesten más los problemas de estructura no canónica. Por otro lado, los resultados del estudio 3, coinciden con esta interpretación, ya que cuando analizábamos las estrategias de los niños, parece confirmarse, por el tipo de errores cometidos, que los fallos de los niños con pobre rendimiento aritmético están fundamentalmente basados en un análisis superficial del problema que les impide hacer una adecuada representación. Así, el error que aparece más frecuentemente consiste en aplicar una operación inadecuada a la solicitada en el enunciado del problema. Jaspers y van Lieshout (1994) explican que los niños cometen este tipo de error por hacer uso de las "*palabras claves*" del problema en vez de detenerse en un análisis del texto para comprender el tipo de relaciones que subyacen a esa formulación verbal.

Según el modelo de Clements (1890) el error en la solución de un problema puede manifestarse en una de las fases siguientes: 1) lectura del problema, 2) comprensión o traducción del problema, 3) transformación del texto en un modelo matemático, 4) aplicación de procedimientos aritméticos de resolución, 5) codificación de la respuesta. Para este autor el fallo de los niños que no saben resolver problemas se da en las tres primeras fases, que preceden a la aplicación aritmética. Hegarty y col (1992) demuestran que de las cuatro fases de resolución de problemas propuestas por Mayer (Mayer, 1985; Mayer, Larkin y Kadane, 1984) - 1) traducción del problema 2) integración del problema y 3) planificación y 4) ejecución- los sujetos invierten más tiempo en las fases de integración/planificación implicadas en la construcción de un modelo mental del problema. El niño menos competente parece hacer uso de una visión más superficial del enunciado del problema (Hegarty col., 1992; Hegarty col., 1995) guiándose fundamentalmente por los números que aparecen en él, por los términos relacionales como "*más que, "menos que"* y por ciertos verbos como *"dió", "dejó"*, etc. desde los que derivan la operación necesaria para solucionar el problema. Recurrir a estos términos les lleva, por tanto, al fracaso en la solución. Esta estrategia irreflexiva, denominada de *"traducción directa"* (Hegarty col., 1992; Hegarty col., 1995), les lleva a cometer errores frecuentemente, sobre todo en el caso de los problemas en los que no hay coincidencia entre las palabras que aparecen en el enunciado y la operación necesaria, en los que la información implícita de la situación descrita en el enunciado es relevante para su solución. La estrategia de *"traducción directa"* efectúa demandas mínimas de la memoria de trabajo, y no depende de un extenso conocimiento de los tipos de problemas (Hegarty y col. 1995). En cambio, los sujetos que tienen éxito solucionando los problemas hacen un análisis más profundo del texto, prestando una atención particular a los nombres propios o sustantivos que hacen referencia a las cantidades del problema mediante los que construyen un modelo de la situación descrita en él. (Hegarty col., 1992; Hegarty col., 1995; Kinst y Greeno, 1985, Mayer, 1992).

Los déficits metacognitivos parecen estar relacionados con estos problemas, afectando negativamente al uso efectivo de estrategias de representación y ejecución de los problemas verbales (Montague, 1997). Aunque los estudiantes son capaces de usar numerosas estrategias, para solucionar los problemas verbales, carecen de un conocimiento, durante el proceso de solución, de las estrategias asociadas a la representación de los problemas (Montague, 1997; Montague y Applegate, 1993; Montague, Bos y Doucette, 1991).

Por otro lado, las diferencias encontradas en el presente estudio, en relación a la madurez de las estrategias elegidas por los niños de rendimiento normal frente a los niños con DA aritmética, también fueron encontradas en los trabajos de Geary y col (1991) y Geary y Brawn (1991). Este patrón de elección de estrategias es el mismo en los niños discrepantes y no discrepantes. Estos resultados han sido explicados como una manifestación de los déficits de memoria de trabajo unido a una incapacidad para la recuperación de los hechos numéricos en la memoria a largo plazo (Geary y col., 1991).

En síntesis, podemos decir, que los resultados de nuestro trabajo confirman la totalidad de nuestras hipótesis. La confluencia de los resultados de nuestros tres estudios nos permite cuestionar la validez del criterio de discrepancia en la clasificación de niños con DA. Los resultados no proporcionan un soporte empírico de la existencia de diferencias críticas entre niños con y sin discrepancia aptitud-rendimiento ni en la competencia en la resolución de problemas, ni en las estrategias empleadas para solucionarlos. Tanto el análisis de la dificultad que suponen los problemas según su estructura semántica y el lugar ocupado por la incógnita, como el de los errores que cometen, ponen de manifiesto que el fallo de los niños que no solucionan bien los problemas está en la incapacidad para hacer una adecuada representación de la situación del problema que les lleva al uso inadecuado de estrategias de solución de los mismos. Por otra parte, cuando son comparados con los individuos que solucionan adecuadamente los problemas, estos sujetos manifiestan diferencias en cuanto a las estrategias que emplean. Estás son más inmaduras, eludiendo el uso de las que dependen exclusivamente de la recuperación de hechos numéricos de la memoria.

Los déficits en la memoria de trabajo llevan a estos niños a depender de estrategias menos evolucionadas en relación con su edad. Recurriendo incluso, en ocasiones, a la representación concreta de las cantidades del problema. La naturaleza de estos problemas relacionados con la memoria no está del todo clara, parece existir una interdependencia entre un adecuado funcionamiento de la memoria de trabajo en tareas en las que están implicados los números y la posibilidad del almacenamiento de hechos numéricos en la memoria a largo plazo (Geary y col., 1991).

Implicaciones educativas.

Consideramos que este trabajo tiene importantes implicaciones en el ámbito educativo, por cuanto demuestra la irrelevancia del CI en el diagnóstico de las DA en aritmética.

A partir de nuestro trabajo, y de los precedentes ya mencionados en esta investigación, abogamos por la búsqueda de otros criterios como los basados en aspectos de procesamiento de la información de estos sujetos. Sería necesario un mayor número de investigaciones en este sentido.

Abandonar el criterio de discrepancia CI-rendimiento en la conceptualización de las DA, tiene importantes repercusiones en el ámbito educativo porque implicaría una consideración teórica diferente de las DA y ello tendría consecuencias tanto a la hora de establecer un diagnóstico como a la hora de diseñar programas de intervención. Otorgar un papel central a la inteligencia ha enfatizado el valor del producto frente al proceso, desde la perspectiva de los modelos centrados en la discrepancia, donde se ha dado excesiva importancia al CI en la identificación de las DA, cuando lo realmente, lo verdaderamente determinante son los procesos cognitivos subyacentes a las habilidades académicas de los sujetos.

El conocimiento de la importancia de estos procesos subyacentes permite a los profesionales de la educación (psicólogos, pedagogos, orientadores ...etc) situarse desde la perspectiva del modelo centrado en los déficits cognitivos, para tomar las decisiones adecuadas a la hora de seleccionar estudiantes con necesidades educativas especiales. Este modelo propone soluciones para el diagnóstico que inciden en el conocimiento del funcionamiento cognitivo de los niños, es decir, se basa en el conocimiento de aspectos procedurales implicados en el rendimiento en aritmética como, por ejemplo, qué estrategias emplean los niños para solucionar operaciones aritméticas, qué hechos numéricos desconocen, qué operaciones aritméticas no dominan, qué errores cometen... etc. Lo expuesto hasta ahora, puede aplicarse de igual manera a un diseño adecuado de programas de remedio, y es en esta línea, donde se debe insistir para reeducar tanto a los niños con problemas de aprendizaje discrepantes como no discrepantes, ya que, cualitativamente, la base de su comportamiento académico es la misma.

Por último, no debemos olvidar que los aspectos educativos juegan un papel importante en la prevención de la aparición de estas dificultades. El conocimiento de los aspectos cognitivos implicados en el aprendizaje de la aritmética tiene implicaciones importantes a la hora del diseño de programas instruccionales. Si la instrucción es adecuada al funcionamiento cognitivo de los niños, se insistirá en potenciar aquellas habilidades que son el núcleo de la adquisición de estas habilidades escolares básicas.

Por otra parte, el garantizar una adecuada instrucción en el aprendizaje de la aritmética desde el principio, es de gran utilidad en la identificación precisa de los niños que padecen DA específicas a pesar de esta instrucción, ya que como bien afirma Ginsburg (1997), la identificación de niños que presentan DA "reales", pasa por la observación de las prácticas de los profesores en sus clases, ya que, en muchas ocasiones, los fallos de los niños son debidos a una inadecuada instrucción, pobre motivación, y otros factores no cognitivos. La motivación hacia el aprendizaje, o los aspectos afectivos asociados a las DA en aritmética son variables que deben ser consideradas en la investigación.

Aún queda por demostrar la existencia de diferencias etiológicas de base biológica entre niños discalcúlicos (discrepantes) y con retraso en aritmética (no discrepantes), pero, en relación a las variables cognitivas implicadas en el rendimiento aritmético de estos individuos, no parece que puedan ser tratados como grupos diferentes, y esto, como acabamos de ver, tiene importantes repercusiones para su reeducación.

V. CONCLUSIONES

Los hallazgos obtenidos, en la presente investigación, nos permiten extraer las siguientes conclusiones:

1) Las diferencias individuales en la resolución de problemas verbales aritméticos se explican tanto por la influencia de la estructura semántica como por el lugar que ocupa la incógnita.

2) A los alumnos con bajo rendimiento en aritmética (i.e., discrepantes y no-discrepantes) les afecta por igual tanto la estructura semántica como el lugar que ocupa la incógnita.

3) Existen diferencias en el uso de estrategias de cuantificación entre alumnos con rendimiento normal y alumnos con bajo rendimiento (i.e., discrepantes y no-discrepantes) en la resolución de problemas verbales aritméticos.

4) Los alumnos con rendimiento normal hacen un mayor uso de estrategias mentales en comparación a los alumnos de bajo rendimiento en aritmética (i.e., discrepantes y no-discrepantes).

5) Entre los alumnos con bajo rendimiento en aritmética (i.e., discrepantes y no-discrepantes) no existen diferencias muy marcadas en el empleo de las estrategias verbales y de modelado. En cambio, estos alumnos se caracterizan por un escaso uso de estrategias basadas en hechos numéricos.

6) En el análisis de errores, en la resolución de problemas verbales aritméticos, los alumnos con bajo rendimiento se caracterizan por el empleo de operaciones inadecuadas a las demandas de los problemas cuando son comparados con alumnos que alcanzan un rendimiento normal.

7) Las diferencias entre sujetos discrepantes y no-discrepantes aparecen fundamentalmente

en aquellos subtests del WISC que no miden aspectos directamente relacionados con el dominio específico de la aritmética. En cambio, tanto en memoria de trabajo como en aquellos subtests del WISC que sí se relacionan con la aritmética, no existen diferencias entre los grupos.

8) En consecuencia, y, a la vista de los hallazgos obtenidos en la presente investigación, no encontramos suficiente apoyo empírico sobre la validez del criterio de discrepancia CI-rendimiento en el diagnóstico de las dificultades de aprendizaje en aritmética.

VI. BIBLIOGRAFÍA

Alfaro, I. (1986). Dificultad en el aprendizaje: Una revisión desde la práctica educativa. Valencia, Promolibro.

American Psychiatric Association (1990). Diagnostic and statistical manual of mental disorders (3rd, rev.). Washington, Dc: Author.

Antell, E., y Keating, D. P. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. Child Development, 54, 695-701.

Ascraft, M. H., y Faust, M. W. (1994). Mathematics anxiety and mental arithmetic performance: An exploratory investigation. Cognition and Emotion, 8, 97-125.

Ashcraft, M. H. (1982). The development of mental arithmetic: A chronometric approach. Developmental Review,, 2 213-236.

Baddeley, A. D. (1983). Working memory. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 311-324.

Baddeley, A. D. (1992). Is working memory working?. The fifteenth Bartlett Lecture. Quarterly Journal of Experimental Psychology, 44, 1-31.

Baddeley, A. D., y Lieberman, K. (1980). Spatial working memory. En R. S. Nickerson (Ed.), Attention and performance VIII (pp. 521-539). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Baddeley, A. D., Logie, R. H., Nimmo-Smith, I., y Brereton, N.(1985). Components of fluent reading. Journal of Memory & Language, 24, 119-131.

Baddeley, A. D., y Logie, R. H. (1992). Auditory imagery and working memory. En D. Reisberg (Ed.), Auditory imagery (pp. 179-197). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Baddeley, A. D., Thomsom, N., y Buchanan, M. (1975). Word length and the structure of short-term memory. Journal of Verbal Learning & Verbal Behavior, 14, 575-589.

Badian, N. A. (1983). Dyscalculia and nonverbal disorders of learning. En H. R. Myklebust (Ed.). Progress in learning disabilities, Vol. 5 (pp. 235-264). New York: Grune & Stratton.

Barnett, J. C. (1979). The study of Syntax Variables. En G. A. Goldin y C. E. McClintock (Eds.), Task Variables in Mathematical Problem Solving. Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC.

Baroody, A. J. (1984). The case of Felicia: A young child's strategies for reducing memory demands during mental addition. Cognition and Instruction, 1, 109-116.

Baroody, A. J. (1987). The development of counting strategies for single-digit addition. Journal for Research in Mathematics Education, 18, 141-157.

Baroody, A. J. (1988). El pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial. Madrid, Visor Aprendizaje.

Baroody, A. J., y Ginsburg, H. P. (1983). The effects of instruction on children's understanding of the "equal" sign, The Elementary School Journal, 84, 199-212.

Baroody, A. J., y Ginsburg, H. P. (1986). The relationships between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. En J. Hiebert (comp.) Conceptual and procedural knowledge. The case of mathematics. (pp. 75-112). Hilldale, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates.

Baroody, A. J., y Hume, J.(1991). Meaningful mathematics instrucción : The case of fractions. Remedial and Special Education, 12, 54-68.

Benton, A. J. (1971). Introducción a la neuropsicología. Barcelona, Fontanella.

Beilin, H. (1989). "Piagetian theory". Annals of Child Development, 6, 85-131.

Berger, H. (1926). Ueber Rechenstöerungerbei. Herder Rran Rungen des Grosshirns. Archiv Fuer Psychiatrie, 78, 238-263.

Bermejo, V. (1990). El niño y la aritmética.Instrucción y construcción de las primeras nociones aritméticas. Barcelona, Paidós.

Bermejo, V., y Lago, M. O. (1990). Developmental processes and stages in the acquisition of cardinality. International Journal of Behavioral Development, 13, 231-250.

Bermejo, V., y Lago, M. O. (1991). Aprendiendo a contar. Su relevancia en la comprensión y fundamentación de los primeros conceptos matemáticos. Madrid, MEC.

Bermejo, V., Lago. M. O., y Rodriguez P. (1994). Desarrollo del pensamiento matemático. En V. Bermejo (Ed.). Desarrollo Cognitivo. (p.p. 379-396). Madrid, Síntesis Psicología.

Bermejo, V., y Rodríguez, P.(1986, junio). El esquema parte-todo en la conservación y adición, II Jornadas Internacionales de Psicología y Educación, Madrid.

Bermejo, V. y Rodríguez, P. (1987). Estructura semántica y estrategias infantiles en la solución de problemas verbales de adición, Infancia y Aprendizaje, 39-40, 71-81.

Bermejo, V., y Rodríguez, P. (1987b). Fundamentos cognitivos de la adición, Psiquis, 3, 21-30.

Bermejo, V., y Rodríguez, P. (1988). La genèse de l'opération d'addition. Analyse de quelques variables signifivatives dans la résolution de problèmes additifs, European Journal of Psychology of Education, 75-76.

Bermejo, V., y Rodríguez, P. (1990). La operación de sumar. En V. El niño y la aritmética (pp. 107-151) Barcelona, Paidós

Bilsky, L. H., y Judd, T. (1986). Sources of difficulty in the solution of verbal arithmetic problems by mildly retarded and nonretarded individuals. American Journal of Mental Deficiency, 90, 395-402.

Blume, G. (1981). Kindergartem and first-grade Childrens'strategies for solving addition and sustraction and missing addent problems in simbolic and verbal problems contexts. Tesis doctoral sin publicar. University of Winsconsin. Madison.

Brainerd, C. J. (1979). The origins of the number concept, New York, Praeger.

Bratchelor, E. S., Gray, J. W. y Raimond, S. D. (1990). Empirical testing of a Cognitive model to account for neuropsychological functioning underlying aritmetic problem solving. Journal of Learning Disabilities, 38-42

Briars, D. J., y Larkin, J.H. (1984). An integrated model of skill in solving elementary word problems. Cognition and Instruction, 1, 245-296.

Briars, D., y Siegler, R. S. (1984). A featural analysis of preschoolers' counting knowledge, Developmental Psychology, 20, 607-618.

Brown, A. y Campione, J. (1986). Psychological therory and the study of learning disabilities. American Psychologist, 14, 1059-1068.

Brown, J. S., y Burton, R. R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. Cognitive Science, 2, 155-191.

Bryant, P. E. (1974). Perception and understanding in young children. Methuen. London.

Carnine, D. (1991). Curricular interventions for teaching higher order thinking to all students: Introduction to the special series. Journal of Learning Disabilities, 24, 261-269.

Carpenter, T. P. (1985). Learning to add and subtract: An exercise in problem solving. En E.A. Silver (Ed.) Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple reseach Perspectives. (pp. 17-40). Hilsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Carpenter, T. P., Hiebert, J., y Moser, J. M. (1981). The effect of problem structure on first-grader's initial solution processes for simple addition and subtraction problems, Journal for Research in Mathematics Education, 12, 27-39.

Carpenter, T. P., Hiebert, J., y Moser, J. M. (1983). The effect of instruction on children's solution of addition and subtraction word problems, Educational studies in mathematics. 14, 53,72.

Carpenter, T.P., y Moser, J. M. (1979). An investigation of the learning of addition and subtraction, Madison, Wisconsin Research and Development Center for Individualised Schooling.

Carpenter, T.P., y Moser, J. M. (1982). The development of addition and subtraction problem solving-skills. En T. P. Carpenter, J.M. Moser, y T, A, Romberg (Eds). Addition and subtraction: A cognitive perspective (pp. 9-24). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Carpenter, T.P., y Moser, J.M. (1983). The acquisition of addition and subtraction concepts. En R. Lesh & M. Landau (Eds.), Acquisition of mathematical concepts and processes (pp. 7-44) New York: Academic Press.

Carpenter, T.P., y Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. Journal for Research in Mathematics Education, 15, 179-202.

Case, R, Kurland, D. M., y Golberg, J. (1982). Operational efficiency of short-term memory span. Journal of Experimental Psychology, 33, 386-404.

Castejón, J. L. y LLobell, J. (1988). Procesos cognitivos en la adquisición de conocimientos: lectura y solución de problemas. Revista de Psicología, 2, 43-59.

Claritzio, H., y Phillips, S. (1992). A comparison of severe discrepancy formula: Implications for policy consultation. Journal of Educational and Psychological Consultation, 3, 55-68.

Clemens, K. (1980). Analyzing children's errors on written mathematical tasks, ESM, vol. 11.

Cobb, P. (1987). An investigation of young children's academic arithmetic contexts. Educational Studies in Mathematics, 188, 109-124.

Cockcroft, W. H. (1985). Las matemáticas sí cuentan. Madrid, MEC.

Cohn, R. (1961). Dyscalculia. Archives of Neurology, 4, 301-307.

Cooney, J. B., y Swanson, H. L. (1990). Individual differences in memory for mathematical story problem: Memory span and problem perception. Journal of Educational Psychology, 82, 570-577.

Cooper, R. G. (1984). Early number development: Discovering number space with addition and subtraction, en C. Sophian (comp.), Origins of cognitive skills, (pp. 157-192). Hilldale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cowan, R. (1984). Children's relative number judgments: One-to-one correspondence, recognition of noncorrespondence, and the influence of cue conflict, Journal of Experimental Child Psychology, 38, 515-532.

Cowan, R. (1987). When do children trust counting as a basis for relative number judgment?, Journal of Experimental Child Psychology, 43, 328-345.

Cummins, D.D. (1991). Children's interpretations of arithmetic word problems. Cognition and instruction, 8, 261-289.

Cummins, D.D., Kintsch, W., Reusser, K., y Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems, Cognitive Psychology, 20, 405-438.

Curtis, L. E., y Strauss, M. S. (1982). Development of numerosity discrimination abilities, International Conference of Infant Studies, Tejas.

Curtis, L. E., y Strauss, M. S. (1983). Infant numerosity abilities: Discrimination and relative numerosity, Society for Research in Child Development, Detroit.

Chi, M. T. H., Glaser, T., y Farr, M. J. (Eds.). (1988). The nature of expertise. Hilsdale, NJ: Erlbaum.

Daneman, M., y Carpenter, P. A. (1980). Individual differences in working memory and reading. Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior, 19, 450-466.

D'Amore, B. (1997). Problemas. Pedagogía y Psicología de la matemática en la actividad de resolución de problemas. Madrid. Síntesis.

Dark, V.J., y Benbow, C.P. (1990). Enhaneed problem translation and short-term memory: Components of mathematical talent. Journal of Educational Psychology, 82, 420-429.

De Corte, E., y Verschaffel, L. (1984). First graders' solution strategies of addition and subtraction word problems, En J. Moser, (comp.), Proceedings of the Sixth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 15-20). Madison, Wisconsin Center for Education Research.

De Corte, E., y Verschaffel, L. (1985). Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems, The Journal of Mathematical Behavior, 4, 3-21.

De Corte, E., y Verschaffel, L. (1986, April). Eye-movement data as access to solution processes of elementary addition and subtraction problems. presentado en el congreso anual de la American Educational Research Association, San Francisco.

De Corte, E., y Verschaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on first graders' strategies for solving addition and subtraction word problems, Journal for Research in Mathematics Education, 18, 363-381.

De Corte, E., y Verschaffel, L. (1988).Computer simulation as a tool in research on problem solving in subject-matter domains. International Journal of Educational Research, 12, 49-69.

De Corte, E., y Verschaffel, L. (1989). Teaching word problems in the primary school: What research has to say to the teacher. En B. Greer y G. Mulhern (Eds.): New directions in mathematics education.(pp. 85-106) London: Routledge.

De Corte, E., Verschaffel, L., y De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions, Journal of Educational Psychology, 77, 460-470.

De Corte, E., Verschaffel, L., y Pauwels, A. (1989a).Third-graders' comprehension of compare problems: Empirical validation of Lewis and Mayer's consistency hypothesis, (manuscrito sin publicar), University of Leuven, Belgium.

De Corte, E., Verschaffel, L., y Pauwels, A. (1989b).Comprehending compare word problems: Empirical validation of Lewis and Mayer's consistency hypothesis. (manuscrito sin publicar) University of Leuven, Belgium.

Defior, S.C. (1996) Dificultades de aprendizaje de las matemáticas. Discalculia. En Las dificultades de aprendizaje: Un enfoque cognitivo. Lectura escritura y matemáticas. (pp.181-213). Málaga. Ediciones Aljibe.

Dellarosa, D.(1986). A computer simulation of children's arithmetic word problem solving. Behavior Research, Methods, Instruments, and Computers, 18, 147-154

Donaldson, M. (1978). Chidren's minds. Londres, Fontana [Trad. cast.: La mente de los niños, Madrid, Morata ,1979].

Dool, C.B., Stelmack, R.M. y Rourke, B.P. (1993). Event-related potentials in children with learning disabilities. Journal of Clinical Child Psychology, 22, 387-398.

DSM-IV (1995). Manual de diagnóstico y estadístico de los trastornos mentales (Coordinador: P. Pichot). Barcelona, Masson.

Farnham-Diggory, S. (1992). Learning disability. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Fernández, F. (1991). Matemáticas básicas: Dificultades de Aprendizaje y Recuperación. Santillana, Madrid.

Fisk, J. L., y Rourke B. P. (1979). Identification of subtypes of learning- disabled children at three age levels: A neuropsychological, multivariate approach. Journal of clinical neuro psychology, 1, 298-310.

Fleischner, J. E., Garnett, K., y Shepherd, M. J. (1982). proficiency in arithmetic basic fact computacion of learning disabled and non disabled children. Focus on Learning Problems in Mathematics,, 4, 47-56.

Fletcher, J. M. (1985). External validity of learning disabilities subtypes. En B. P. Rourke (Ed.). Neuropsychology of learning disabilities: Essentials subtype analysis (pp.187-211). New York: Guilford Press.

Fletcher, J. M. (1992). The validity of distinguishing children with language and learning disabilities according to discrepancies with IQ: Introduction to the Special Series. Journal of Learning Disabilities, 25, 546-548.

Fletcher, J. M., Espy, K. A., Francis, D. J., Davidson, K. C., Rourke, B. P., y Shaywitz, S. E. (1989). Comparisons of cutoff and regressions-based definitions of reading disabilities. Journal of Learning Disabilities, 22, 334-338.

Fletcher, J. M., Francis, D. J., Rourke, B. P., Shaywitz, S. E., y Shaywitz, B. A. (1992). Validity of discrepancy-based definitions of reading disabilities. Journal of Learning Disabilities, 25, 555-561.

Fletcher, J. M., y Morris, R. (1986). Classification of disabled learners: Beyond exclusionary definitions. En S. Ceci (Ed.), Handbook of cognitive, social and neuropsychological aspects of learning disabilities Vol.1, (pp. 55-80). New York: Erlbaum.

Fletcher, J. M., Shaywitz, S. E., Shankweiler, D. P., Katz, L., Liberman, I. Y., Stuebing, K. K., Francis, D. J., Fowler, A. E., y Shaywitz, B. A. (1994). Cognitive profiles of reading disability: Comparisons of discrepancy and low achievement definitions. Journal of Educational Psychology, 1, 6-23.

Francis, D. J., Espy, K. A., Rourke, B. P., y Flecher, J. M. (1990). Vality of intelligence test scores in the definition of learning disability. A critical analysis. In B. P. Rourke (Ed.), Validity issues in learning disabilities (pp. 15-44). New York: Guilford.

Frankenberger, W., y Fronzaglio, K. (1991). A review of states'criteria and procedures for identifying children with learning disabilities. Journal of Learning Disabilities, 24, 495-500.

Fryman, O. Y Bryant, P. (1988). Sharing and understanding of number equivalence by young children. Cognitive Development, 3, 323-339.

Fuson, K. (1988). Children's counting and concepts of number. New York: Springer-Verlag.

Fuson, K. C. (1982). An analysis of the counting-on solution procedure in addition. En T. P. Carpenter, J. M. Moser & T. A. Romberg (Eds), Addition and subtraction: A cognitive perspective (pp. 67-82). Hillsdale, NY: Lawrence Erlbaum Associates.

Fuson, K. C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. En D. A. Grouws (Ed.) Handbook of research on mathematics teaching and learning. A project of the National Conuncil of Teacher of Mathematics. (pp. 243-275). New York: Mac Millan Publishing Company.

Fuson, K. C., y Pergament, G. G. (1985): Collection terms and preschooler's use of the cardinality rule. Cognitive Psychology, 17, 315-323.

Fuson, K., Secada, W. S., y Hall, J. W. (1983). Matching, counting, and conservation of numerical equivalence, Child Development, 54, 91-97.

Galaburda, A. (1991). Anatomy of dyslexia: Argument agains phrenology. In Duane , y D. Gray

(Eds.), The reading brain: The biologics basis of dyslexia (pp.119-131). Parkton, MD: York Press.

Galaburda, A., Sherman, G., Rosen, G., Aboitz, f., y Geschwind,N. (1985). Developmental dyslexia: Four consecutive patinas with cortical anomalies. Annals of Neurology, 18 222-233.

Garnett, K. (1992). Developing fluency with basic number facts: Intervention for students with learning disabilities. Learning Disabilities Research & Practice, 7, 210-216.

Garnett, K., y Fleischner, J. E. (1983). Automatization and basic fact performance of normal and learning disabled children. Learning Disabilities Quarterly, 6, 223-230.

Geary, D. C. (1990). A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. Journal of Experimental Child Psychology, 49, 363-383.

Geary, D. C., y Brown, S. C. (1991). Cognitive addition: Strategy choice and speed-of-processing differences in gifted, normal, and mathematically disabled children. Developmental Psychology, 27, 398-406.

Geary, D. C., Brown, S. C., y Samaranayake, V. A. (1991). Cognitive addition: A short longitudinal study of strategy choice and speed of processing differences in normal and mathematically disabled children. Developmental Psychology, 27, 789-797.

Geary, D. C., y Burlingham-Dubree, M. (1989). External validation of the strategy choice model for addition. Journal of Experimental Child Psychology, 47, 175-192.

Geary, D. C., Widaman, K. F., Little, T. D., y Cormier, P. (1987). Cognitive addition: Comparison of learning disabled and academically normal elementary school children. Cognitive Development, 2, 249-269.

Gelman, R. (1972). Logical capacity of very young children: number invariance rules. Child Development, 43, 75-90.

Gelman, R. (1982). Accessing one-to-one correspondence: Still another paper about conservation. British Journal of Psychology, 73, 209-220.

Gelman, R., y Gallistel, C. R. (1978). The child's understanding of number. Cambridge, Massachusetts, Harvard University Press.

Gelman, R., y Meck, E. (1986). The notion of principle: The case of counting, En J. Hiebert (comp.), Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics (pp. 26-57), Hilldale, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates.

Gibb, E. G. (1956). Children's thinking in the process of subtraction. Journal of Experimental Education, 25, 71-80.

Gillis, L., y De-Fries, J. (1995). Comorbidity of reading and mathematics disabilities: genetic and environmental etiologies. Journal of Learning Disabilities, 2, 96-106.

Ginsburg, H. P. (1977). Children's arithmetic: The learning process, New York, D. Van Nostrand.

Ginsburg, H. P. (1983). The development of mathematical thinking. San Diego, CA: Academic Press.

Ginsburg, H. P. (1989). Children's arithmetic: How they learn it and how you teach it. (2nd. ed.). Austin, TX: PRO-ED.

Ginsburg, H. P.(1997). Mathematics learning disabilities: a view from developmental psychology. Journal of Learning disabilities, 30, 20-33.

Gold, R. S. (1987). The description of cognitive development: Three Piagetian themes. Oxford University Press.

Goldman, S. R., Mertz, D. L., y Pellegrino, J. W. (1989). Individual differences in extended practice functions and solution strategies for basic additions facts, Journal of Educational Psychology, 81, 481-496.

Goldman, S. R., Pellegrino, J. W., y Mertz, D. L. (1988). Extended practice of basic addition facts: Strategy changes in learning disabled students, Cognition & Instruction, 5, 223-265.

Goodstein, H. A., Cawley, J. F., Gordon, S., y Helfgott, J. (1971). Verbal problem solving among educable mentally retarded children. American Journal of Mental Deficiency, 76, 238-241.

Gordon, N. (1992). Children with developmental dyscalculia. Developmental Medicine and Child Neurology, 5, 459-463.

Graham, S. y Harris, K. R. (1989). The relevance of IQ in the determination of learning disabilities: abandoning scores as decision makers. Journal of Learning Disabilities, 22, 500-503.

Greeno, J. G., Riley, M. S., y Gelman, R. (1984). Conceptual competence and children's counting, Cognitive Psychology, 16, 94-143.

Groen, G. J., y Parkman, J. M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. Psychological Review, 79, 329-343.

Groen, G. J., y Poll, M. (1973). Subtraction and the solution of open sentence problems. Journal of Experimental Child Psychology, 16, 292-302.

Groen, G. J., y Resnick, L. B. (1977). Can preschool children invent addition algorithms?. Journal of Educational Psychology, 69, 645-652.

Grouws, D. A. (1972). Differential performance of third-grade children in solving open sentences of four types. Dissertation Abstracts International, 32, 3860A.

Hécaen, H. (1967). Brain mechanisms suggested by studies of parietal lobes. In L. Darley (Ed.), Brain mechanisms underlying speech and language, (pp. 146-166). New York: Grune & Stratton.

Hécaen, H., Angelergues, R. y Houllier, S. (1961). Les variétiés cliniques des acalculies au cours des lésions rétrorolandiques: Approche statistique du problème. Revue Neuroloique, 105, 85-103.

Hegarty, M., Mayer, R. E., y Green, C. E. (1992). Comprehension of arithmetic word problems: Evidence from students' eye fixations. Journal of Educational Psychology, 84, 76-84.

Hegarty, M., Mayer, R. E., y Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problems solvers. Journal of Educational Psychology, 87, 18-32.

Heller, J. I., y Greeno, J. G. (1978). Semantic processing of arithmetic word problem solving, Congreso anual de la Midwestern Psychological Association, Chicago.

Hiebert, J. (1982). The position of unknown set in children's solutions of verbal arithmetic problems, Journal for Research in Mathematics Education, 13, 341-349.

Hiebert, J. (1984). Children's mathematics learning: The struggle to link from and understanding. Elementary School Journal, 84, 497-513.

Hiebert, J., Carpenter, T. P., y Moser, J. M. (1982). Cognitive development and children's solutions to verbal arithmetic problems, Journal for Research in Mathematics Education, 13, 83-98.

Hitch, G. H. (1978). The role of short-term working memory in mental arithmetic. Cognitive

Psychology, 10, 302-323.

Hitch, G. H., y McAuley, E. (1991). Working memory in children with specific arithmetical learning difficulties. British Journal of Psychology , 82, 375-386.

Hooper, S. R., y Willis, W.G. (1989). Learning disability subtyping: Neuropsychológical foundations, conceptual models, and issues in clinical diferentiation. New York: Springer Verlag.

Hudson, T. (1983). Correspondences and numerical differences between disjoint sets. Child Development, 54, 84-90.

Hughes, S., Kolstad, R., y Briggs, L. D. (1994). Dyscalculia and Mathematics Achievement. Journal of Instructional Psychology, 21, 64-67.

Humpries, T., y Bone, J. (1993). Use of IQ criteria for evaluating the uniqueness of the learning disability profile. Journal of Learning Disabilities, 26, 348-351.

Hynd, G.S. Marshall, R., y Gonzalez, J. (1991). Learning disabilities and presumed central nervous system dysfunction. Learning Disability Quarterly, 14, 283-296.

Hynd, G.S. Marshall, R., y Semrud-Clikerman, M. (1991). Developmental dyslexia, neurolinguistic theory and devations in brain morphology. Reading and Writing: An Interdisciplinary Journal, 3, 345-362.

Ibarra, C. G., y Lindvall, C. M. (1979, abril). An investigation of factors associated with children's comprehension of simple story problems involving addition and subtraction prior to formal instruction on these operations, The Annual Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics, Boston.

Inhelder, B., y Piaget, J. (1964). The early growth of the child. New York: Harper & Row.

Jaspers, M. W. M. (1991). Prototypes of computer-assisted instruction for arithmetic word-problem solving. Unpublished doctoral dissertation, University of Nijmegen, The Netherlands.

Jaspers, M. W. M., y van Lieshout, E. C. D. M. (1994). Diagnosing wrong answers of children with learning disorders solving arithmetic word problems. Computers in Human Behavior, 10, 7-19.

Jerman, M. (1971). Instruction in problem solving and an analysis of structural variables that contribute to problem-solving difficulty. Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences. Stanford.

Jerman, M. (1974). Problem Length as a Structural Variable in Verbal Arithmetic Problems. Educational Studies in Mathematics, 5, 109-123.

Jerman, M., y Mirman, S. (1974). Linguistic and Computational Variables in Problem Solving in

Elementary Mathematics. Educational Studies in Mathematics, 5, 317-362.

Jerman, M., y Rees, R. (1972). Predicting the Relative Difficulty of Verbal Arithmetic Problems. Educational Studies in Mathematics, 4, 306-323.

Jiménez, J. E., y Hérnandez, I. A Spanish Perspective on Learning Disabilities Journal of Learning Disabilities.(en prensa).

Jiménez, J. E., y Rodrigo, M. (1994). Is it true that the differences in reading performance between students with and without LD cannot be explained by IQ?. Journal of Learning Disabilities, 27, 155-163.

Jiménez, J. E., y Rodrigo, M. Es relevante la discrepancia CI-rendimiento en la definición de dislexia?. (Remitido para su publicación).

Johnson, D. J., y Myklebust, H.R. (1967). Learning disabilities: Educational principles and practice.New York: Grune & Stratton.

Judd, T. P., y Bilsky, L. H. (1989). Comprehension and memory in the solution of verbal arithmetic problems by mentally retarded and nonretarded individuals. Journal of Educational Psychology, 81, 541-546.

Kamii, C. (1986). Place Value: An Explanation of Its Difficulty and Educational Implications for the Primary Grades. Journal of Research in Childhood Education, 1, 75-86.

Kamii, C., y Joseph, L. (1990). La enseñanza del valor posicional de la edición en dos columnas. Comunicación, Lenguaje y Educación, 6, 27-35.

Kanno, Y. (1979). Conservation, transitivity, and class inclusion of number, Tohoku Psychologica Folia, 38, 8-17.

Karmiloff- Smith, A. (1992). Beyond modularity. A developmental perspective on cognitive science. Massachusetts Institute of Technology (trad. Cast. Más allá de la modularidad) Madrid, Alianza Editorial.

Katz, H., y Beilin, H. (1976). A test of Bryant's claims concerning the young child's understanding of quantitative invariance, Child Development, 47, 877-880.

Kaufman, E. L., y otros (1949). The discrimination of visual number. American Journal of Psychology, 62, 498-525.

Kaye, D. B., Post, T. A., Hall, V. C., y Dineen, J. T. (1986). Emergence of information-retrieval strategies in numerical cognition: A developmental study. Cognition and Instruction, 3, 127-150.

Kintsch, W. (1988). The role of knowledge in discourse comprehensive: A construction integration model. Psychological Review, 92, 163-182.

Kintsch, W., y Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. Psychological Review, 92, 109-129.

Kintsch, W., y Van Dijk, T. A. (1978). Towards a model of text comprehension and production, Psychological Review, 85, 363-394.

Kirk, S., y Gallager, J. (1979). Educational exceptional children. Boston, Houghton Mofflin.

Kirk, S., y Kirk, W. (1983). On defining learning disabilities. Journal of Learning Disabilities, 16, 20-21.

Klahr, D., y Wallace, J. (1976). Cognitive development: An information processing view. Hilldale, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates.

Kosc, L. (1974). Developmental Dyscalculia. Journal of Learning Disabilities, 7, 164-177.

Kouba, V. (1974, abril). How young children solve multiplication and division word problems. Ponencia presentada en la sesión previa de investigación del National Council of Teachers of Mathematics, Washington, DC.

Kulak, A. G. (1993). Parallels between math and reading disability: Common issues and aproaches. Journal of Learning Disabilities, 26, 666-673

Lapointe, A. E., Mead, N. A., y Philips, G. V. (1989). A world of differences. Princeton, NJ: Educational Testing Service. [Trad. cast.: Un mundo de diferencias]. Madrid: CIDE.

Levin, H. S., Goldstein, F. C., y Spiers, P. A. (1993). Acalculia. In R. M. Heilman & E. Valenstein (Eds.). Clinical neuropsychology (pp. 91-122). New York: Oxford University Press.

Lewis, A. B. (1989). Training students to represent arithmetic word problems. Journal of Educational Psychology, 81, 521-531.

Lewis, A. B., y Mayer, R. E. (1987). Students miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. Journal of Educational Psychology, 79, 363-371.

Lindvall, C. M. e Ibarra, C. G. (1980). Incorrect procedures used by primary grade pupils in solving open addition and subtraction sentences, Journal for Research in Mathematics Education, 11, 50-62.

Lindvall, C. M., e Ibarra, C. G. (1980, abril). A clinical investigation of the difficulties evidenced by kindergarten children in developing A models for the solution of arithmetic story problems, Ponencia presentada en el congreso anual de la American Educational Research Association, Boston. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 193077).

Littlefield, J., y Rieser, J. J. (1993). Semantic features of similarity and children's strategies for identification of relevant information in mathematical story problems. Cognition & Instruction, 11, 133-188.

Loftus, E. J. (1970). An analysis of the structural variables that determine problem solving difficulty on a computer-based teletype. Institute for mathematical Studies in the Social Sciences.

Stanford.

Logie, R. H. (1986). Visuo-spatial processing in working memory. Quarterly Journal of Experimental Psychology, 38, 229-247.

Logie, R. H. (1989). Characteristics of visual short-term memory. European Journal of Cognitive Psychology, 1, 275-284.

Logie, R. H. (1991). Visuo-spatial short-term memory: Visual working memory or visual buffer?. In C. Cornoldi & M. McDaniel (Eds.), Imagery and cognition (pp. 77-102). Berlin: Springer-Verlag.

Logie, R. H., Gilhooly, K. J., y Wynn, V. (1994). Counting on working memory in arithmetic problem solving. Memory & Cognition, 22, 395-410.

Low, R., y Over, R. (1989). Detection of missing and irrelevant information within algebraic story problems. British Journal of Educational Psychology, 59, 296-305.

Luria, A. R. (1974). Lenguaje y comportamiento. Madrid: Fundamentos.

Lyon, G. R. (1989). I.Q. is irrelevant to the definition of learning disabilities: A position in search of logic and data. Journal of Learning of Disabilities, 22, 504-512.

Mandler, G., y Shebo, B. J. (1982). Subitizing: an analysis of its component processes. Journal of Experimental Psychology, 111, 1-22.

Mather, N., y Healey, R. (1990). Deposing aptitude-achievement discrepancy as the imperial criterion for learning disabilities. Learning Disabilities: A Multidisciplinary Journal, 1, 40-48.

Mayer, R. E. (1981). Frequency norms and structural analysis of algebra story problems. Instructional Science, 10, 135-175.

Mayer, R. E. (1981). Memory for algebra story problems, Journal of Educational Psychology, 2, 199-216.

Mayer, R. E. (1986). Capacidad matemática. En R. J. Stenberg (ed.). Las capacidades humanas. Un enfoque desde el procesamiento de la información. Barcelona, Labor; pp. 165-194.

Mayer, R. E. (1985). Mathematical ability. En R. J. Esternberg (Ed). Human abilities: An information processing approach. Nueva York: Freeman.

Mayer, R. E., Larkin, J. H., y Kadane, J. B. (1984). A Cognitive analysis of mathematical problem-solving ability. En R. J. Sternberg (Ed.), Advances in the psychology of human intelligence (pp. 231-273). Hilldale, NJ: Erlbaum.

Mayer, R. E. (1992). Thinking, problem solving, cognition. New York: Freeman.

Maza, C. G. (1989a). Sumar y restar. El proceso de enseñanza/aprendizaje de la suma y de la resta. Madrid, Visor Aprendizaje.

Maza, C. G. (1989b). Conceptos y numeración en la educación infantil. Madrid, Síntesis.

Mc. Lesly, J. (1989). The influence of level of discrepancy on the identification of students with learning disabilities. Journal of Learning Disabilities, 22, 435-444.

Mehler, J., y Bever, T. G. (1967). Cognitive capacity of very young children, Science, 158, 141-142.

Miebert, J. (1982). The position of the unknown set and children's solutions of verbal arithmetic problems. Journal for Research in Mathematics Education, 13, 341-349.

Miranda, A. (1986). Introducción a las dificultades de aprendizaje. Valencia, Promolibro.

Miller, P. S., y Mercer, C. D. (1997). Educational Aspects of mathematics disabilities. Journal of Learning Disabilities, 30, 47-56.

Monedero, C. (1984). Dificultades en el aprendizaje escolar: una perspectiva neuropsicologica. Madrid, Pirámide.

Money, J. (1973). Turner's syndrome and parietal lobe functions. Cortex, 9, 387-393.

Montague, M. (1997). Cognitive strategy instruction in mathematics for students with learning disabilities. Journal of Learning Disabilities, 30, 164-177.

Montague, M., y Applegate, B. (1993). Middle school students' mathematical problem solving: An analysis of think-aloud protocols. Learning Disability Quarterly, 16, 19-30.

Montague, M., Bos, C., y Doucette, M. (1991). Affective, cognitive, and metacognitive attributes of eighth-grade mathematical problem solvers. Learning Disabilities Research & Practice, 6, 145-151.

Morales, R. V., Shute, V. J., y Pellegrino, J. W. (1985). Developmental differences in understanding and solving simple mathematics word problems, Cognition and Instruction, 2, 41-57.

Morrison, S. R., y Siegel, L. S. (1991). Arithmetic disability: Theoretical considerations and empirical evidence for this subtype. En L. V. Feagans, E. J. Short, & L. J. Meltzer (Eds.), Subtypes of learning disabilities (pp. 198-208). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Moser, J. M. (1984). Does mathematics teaching have to be so awful?. Arithmetic teacher, 31, 2.

Myklebust (1967). Learning disabilities: Definition and overview. En H. R. Myklebust (Ed.) Progress in Learning disabilities, Vol. 1. New York: Grune & Stratton.

National Joint Committee on Learning Disabilities (1994). Collective perspectives on issues affecting learning disabilities. Austin, TX: PRO-ED.

Nesher, P.(1982). Level of description in the analisis of addition and subtraction word problems, en

T. P. Carpenter, J. M. Moser, y T.A. Romberg (Eds.) Addition and subtraction: A cognitive perspective. (pp. 25-28). Hillsdale, NJ: Laurence Erlbaum Associates.

Nesher, P., y Teubal, E. (1975). Verbal cues as an interfering factor in verbal problem solving. Educational Studies in Mathematics, 6, 41-51.

Newman, R. S., y Berger, C. F. (1984). Children's numerical estimation: Flexibility in the use of counting, Journal of Educational Psychology, 76, 55-64.

Noddings, N. (1990). Constructivism in mathematics education. En R.B. Davis, C. A. Maher, & N. Noddings (Eds.), Constructivist views on the teaching and learning of mathematics (pp. 7-18). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

O'Have, A., Brown, J., y Aitken, K. (1991). Dyscalculia in children. Developmental Medicine and Child Neurology, 4, 356-361.

Olson, R. K., Rack, J., Conners, F., De Fries, J., y Fulker, D. (1991). Genetic etiology of individual differences in reading disability. En L. Feagans, E. Short, y L. Meltzer (Eds.), Subtypes of learning disabilities (pp.113-135). Hilldale, NJ: Erlbaum.

Olson, R. K., Wise, B., Conners, F., Rack, J., y Fulker, D. (1989). Specific deficits in component reading and language skills: Genetic and environmental influences. Journal of Learning Disabilities, 22, 339-348.

Pennington, B. F. (1990). The genetics of dyslexia. Journal of Child Psychology and Psychiatry, 31, 193-201.

Pennington, B. F., Gilger, J., Olson, R. K., y DeFries, J.C. (1992). The external vality of age- versus IQ- discrepancy definitions of reading disability : Lessons from a twin study. Journal of Learning Disabilities, 25, 562-573.

Pennington, B. F., Wallach, L., y Wallach, M. A. (1980). Nonconservers' use and understanding of number and arithmetic. Genetic Psychology Monographs, 101, 231-240.

Perfetti, C. A. (1985). Reading ability. New York: Oxford University Press.

Piaget, J. (1936). La naissance de l'intelligence chez l'enfant . Neuchâtel, Suiza, Delachaux et Niestlé [Trad. en castellano: El nacimiento de la inteligencia en el niño. Madrid, Aguilar, 1969].

Piaget, J. (1959). La genèse des structures logiques élémentaires. Clasifications et sériations. Neuchâtel de la Chaux et Niestlé.

Piaget, J., y Inhelder, B. (1968). Memoire et intelligence. París: PUF. [Trad. cast.: Memoria e inteligencia. Buenos Aires, El Ateneo, 1972].

Piaget, J., y Szeminska, A. (1941). La genèse du nombre chez l'enfant. , Neuchâtel, Suiza, Delachaux et Niestlé [Ed. en castellano: Génesis del número en el niño. Buenos Aires, Guadalupe, 1982].

Rack, J. P., Snowling, M. J., y Olson, R. K. (1992). The nonword reading deficit in developmental dyslexia: A review. Reading Research Quarterly, 27, 28-53.

Resnick, L. B. (1982). Syntax and semantics in learning to subtract, en T. Carpenter, J. Moser, & T. Romberg (comps.), Addition and subtraction: A Cognitive perspective.(pp.136-155). Hilldale, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates.

Resnick, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding, en H, Ginsburg (comp.), The development of mathematical thinking.(pp. 109-151), New York, Acadamic Press.

Resnick, L. B., Levine, J. M., y Teasley, S. D. (Eds.). (1991). Perspectives on socially shared cognition. Washington, DC: American Psychological Association.

Resnick, L. B., y Omanson, S. F. (1987). Learning to understand arithmetic, en R. Glaser (comp.), Advances in instructional psychology (pp. 41-95), Hilldale, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates.

Reusser, K. (1989). Textual and situational factors in solving mathematical word problems (Research Rep. No. 7). Bern, Switzerland: University of Bern, Department of Educational Psychology.

Reusser, K. (1990). From text to situation to equation: Cognitive simulation of understanding and solving mathematical word problems. In H. Mandl, E. De Corte, N. Bennett, & H. F. Friedrich (Eds.), Learning and instruction: Vol. 2.2. Analysis of complex skills and complex knowledge domains (pp. 477-498). Elmsford, NY: Pergamon Press.

Reynols, C. R. (1984). Critical measurement issues in learning disabilities. The Journal of Special Education, 18, 451-476.

Richardson, F. C., y Woolfolk, R. L. (1980). Mathematics anxiety. En I. G. Saranson (comp.), Test anxiety: Theory research and application (pp. 271-288) Hillsdale, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates.

Riley, M. S. (1981). Conceptual and procedural knowledge in development. Tesis Doctoral sin publicar. Universidad de Pittsburgh.

Riley, M. S., Greeno, J. G., y Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), The development of mathematical thinking (pp. 153-196). New York: Academic Press.

Rispens, J., Van Yperen, T. y van Duijn, G. (1991). The irrelevance of IQ to the definition of learning disabilities: Some empirical evidence. Journal of Learning Disabilities, 24, 434-438.

Rivière, A (1990). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva. En A. Marachesi, C. Coll, J. Palacios (comp) Desarrollo psicológico y educación; III Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar. (pp. 155-182), Madrid, Alianza Psicología.

Rodrigo, M., y Jiménez, J. E. IQ or Phonological recoding in explaining differences between reading disabled and normal readers in word recognition: Evidence from a naming task (remitido para su publicación).

Romero, J. (1993). Dificultades en el aprendizaje: Desarrollo histórico, modelos, teorías y definiciones. Valencia, Promolibro.

Rosenthal, D. J., y Resnick, L. B. (1974). Children's solution processes in arithmetic word problems. Journal of Educational Psychology, 66, 817-825.

Rourke, B. P. (1985). Overview of learning disabilities subtypes. In B. P. Rourke (Ed.), Neuropsychology of learning disabilities: Essentials of subtype analysis (pp. 3-14). New York, Guildford.

Rourke, B. P. (1991). Validation of learning disabilities subtypes: An overview. In B. P. Rourke (Ed.), Neuropsychological validation of learning disability subtypes (pp. 3-11). New York, Guilford.

Rourke, B. P., y Conway, J. A. (1997). Disabilities of aritmetic and mathematical reasoning: perspectives from Neurology and Neuropsychology. Journal of Learning Disabilities, 30, 34-46.

Rourke, B. P., y Bakker, D. J., Fisk, J. L., y Strang, J. D.(1983). Child neuropsychology: An introduction teory, research, and clinical practice. New York, Guilford Press.

Rourke, B. P., y Finlayson, M. A. (1978). Neuropsychological significance of variations in patterns of academic performance: Verbal and visual-spatial abilities. Journal of Abnormal Child

Psychology, 6, 121-133.

Rourke, B. P., y Strang, J. D. (1983). Subtypes of reading and arithmetic disabilities: A neuropsychological analysis. In M. Butler (Ed.), Developmental neuropsychiatry (pp. 473-488). New York, Guilford.

Rusell, R., y Ginsburg, H. (1984). Cognitive analysis of children's mathematics difficulties. Cognition and Instruction, 1, 217-244.

Rutter, M., y Yule, W. (1975). The concept of specific reading retardation. Journal of Child Psychology and Psychiatric,, 16, 181-187.

Riley, M. S. (1981). Conceptual and procedural knowledge in development. Tesis Doctoral sin publicar. Universidad de Pittsburgh.

Riley, M. S., y Greeno, J. G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems, Cognition and Instruction, 5, 49-101.

Salamé, P., y Baddeley, A. D. (1982). Disruption of short-term memory by unattended speech: Implications for the structure of working memory. Journal of Verbal Learning & Verbal Behavior, 21, 150-164.

Saxe, G. (1979). Developmental relations between notational counting and number conservation, Child Development, 50, 180-187.

Shafrir, V., y Siegel, L. (1994). Subtypes of learning disabilities in adolescents and adults. Journal of Learning Disabilities, 27, 123-134.

Shalev, R. S. y Gross-Tsur, V. (1993). Developmental dyscalculia and Medical Assessment. Journal of Learning Disabilities, 26, 134-137.

Schuerholz, J. L., Harris, E. L., Baumgardner, T. L., Reis, A. L., Freund, L. S., Church, R.P., Mohr, J., y Brigde, M. B. (1995). An analysis of two discrepancy-based models and a processing-deficit approach in identifying learning disabilities. Journal of Learning Disabilities, 28, 18-29.

Secada, W. G., Fuson, K. C., y Hall, J. (1983). The transition from counting-all to counting-on in addition. Journal for Research in Mathematics Education, 14, 47-57.

Shoenfeld, A. H. (1982). Some thoughts on problem-solving research and mathematics education. En F. K. Lester, Jr., & J. Garofalo (Eds.), Mathematical problem solving: Issues in research (pp. 27-37). Filadelphia, Franklin Institute Press.

Siegel, L. S. (1984). A longitudinal study of a hyperlexic child: Hyperlexia as a language disorder. Neuropsychologia, 22, 577-585.

Siegel, L. S. (1985). Psycholinguistics aspects of reading disabilities. In L. Siegel, & F. Morrison (Eds.), Cognitive development in atypical children (pp. 45-65). New York: Springer Verlag.

Siegel, L. S. (1988). Evidence that IQ scores are irrelevant to the definition and analysis of reading disability. Canadian Journal of Psychology, 42, 201-215.

Siegel, L. S. (1989): IQ IS Irrelevant to the Definition of Learning Disabilities. Journal of Learning Disabilities, 22, 8, 469-486.

Siegel, L. S. (1992) An evaluation of the discrepancy definition of dyslexia. Journal of Learning Disabilities, 25, 618-629.

Siegel, L. S. (1993). Phonological processing deficits as the basis of a reading disability. Developmental Review, 13, 246-257.

Siegel, L. S. (1994). Working Memory and Reading: A life-span perspective. International Journal of Behavioral Development, 17, 109- 124.

Siegel, L. S., y Faux, D. (1989). Adquisition of certain grafeme-foneme correspondences in normally archiving and disabled readers. Reading and Writing: An interdisciplinar Journal, 1, 37-52.

Siegel, L. S., y Heaven, R. K. (1986). Categorization of learning disabilities. En S. J. Ceci (Ed.), Hand book of cognitive, social and neuropsychological aspects of learning disabilities Vol. 1 (pp. 95-121). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Siegel, L. S., y Linder, B. A. (1984). short term memory processes in children with reading and arithmetic learning disabilities. Developmental Psychology, 20, 200-207.

Siegel, L. S., y Ryan, E. B. (1988). Development of grammatical- sensitivity, phonological, and short-term memory skills in normally achieving and learning disabled children. Developmental Psychology, 24, 28-37.

Siegel, L. S., y Ryan, E. B. (1989a). Subtypes of developmental dyslexia: The influence of definitional variables. Reading and Writing: An Interdisciplinary Journal, 1, 257-287.

Siegel, L., y Ryan, E. (1989b). The development of working Memory in normally achieving and subtypes of learning disabled children. Child Development, 60, 973-980.

Siegler, R. S. (1986). Unities across domains in children's strategy choices. En M. Perlmutter (Ed.), Perspectives for intellectual development: Minnesota symposia on child psychology (Vol. 19, pp. 1-48). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Siegler, R. S. (1988). Individual differences in strategy choices: Good students, not-so-good students, and perfectionists. Child Development, 59, 833-851.

Siegler, R. S. (1989). Hazards of mental chronometry: An example from children's subtraction. Journal of Educational Psychology, 81, 497-506.

Siegler, R. S., y Robinson, M. (1982). The development of numerical understandings. En H. Reese y L. P. Lipsitt (Eds.), Advances in child development and behavior Vol. 16, (pp. 241-312). San Diego, CA: Academic Press.

Siegler, R. S., y Shrager, J. (1984). Strategy choices in addition: How do children know what to do?. En C. Sophian (Ed.), Origins of cognitive skills (pp. 229-293). Hilsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Silverman, I. W., y Briga, J. (1981). By what process do young children solve small number conservation problems?. Journal of Experimental Child Psychology, 32, 115-126.

Smith, M. U. (1991). Toward a unified theory of problem solving. View from the content domains. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Smith, S. D., Kimberling, W. J. y Pennington, B. F. (1991). Screening for multiple genes influenmcing dislexia. Reading and Writting: An interdisciplinary Journal, 3, 285-298.

Snowling, M. (1991). Developmental reading disorders. Journal of Child Psychology and Psychiatry, 32, 49-77.

Stanovich, K. E. (1981). Relationships between words decoding speed, general nameretrieval ability, and reading progress in first-grade children. Journal of Educational Psychology, 37, 809-815.

Stanovich, K. E. (1986). Matthew effects in reading: some consequences of individual differences in the acquisition of literacy. Reading Research Quarterly, 21, 360-407.

Stanovich, K. E. (1988). Expleining the differences between dyslexics and the garden variety poor reader: The phonological-core variable- difference model. Journal of Learning Disabilities, 21, 590-612.

Stanovich, K. E. (1989). Has the Learning Field Lost its Intelligence? Journal of Learning Disabilities, 22, 8, 487-492

Stanovich, K. E. (1994). Are discrepancy-based definitions of dyslexia empiricamente defensible? En K.P. van den Bos., L. S. Siegel., D. J. Bakker., & d. L. Share. (Eds), Currents directions in Dyslexia Research (pp. 15-30). Linsse: Swets & Zeitlinger.

Stanovich, K. E., y Siegel, L. S. (1994). The phenotypic performance profile of reading-disabled children: A regression based test of the phonological-core variable-difference model. Journal of Educational Psychology, 86, 1-30.

Starkey, P., y Cooper, R. G. (1980). Perception of number by human infants. Science, 210, 1033-1035.

Starkey, P., Spelke, E., y Gelman, R. (1980, abril). Number competence in infants: Sensitivity to numeric invariance and numeric change, International Conference on Infant Studies, Connecticut.

Starkey, P., Spelke, E., y Gelman, R. (1983). Detection of intermodal numerical correspondences by human infants, Science, 222, 179-181.

Steffe, L. P., Von Glasersfeld, E., Richards, J., y Cobb, P. (1983). Children's counting types. New York: Praeger.

Steinmetz, H. y Galaburda, A. M. (1991). Planumtemporale asymmetry: In- vivo morphometry affords a new paerspective for neuro-behavioral research. Reading and writting: An interdisciplinary Journal, 3, 331-343.

Stern, E. (1993). What makes certain arithmetic word problems involving the comparision of set so difficult for children?. Journal of Educational Psychology, 1, 7-23.

Sternberg, R. J. y French, P. A. (1991). Complex problem solving: Principles and mechanisms. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Stevenson, H., Lee, S. S., y Stigler, J. (1986). The mathematics achievement of Chinese, Japanese, and American children. Science, 56, 693-699.

Stiller, J. W., Lee, S. Y., y Stevenson, H. W. (1990). Mathematical knowledge of Japanese, Chinese, and American elementary school children. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Strang, B. P., y Rourke, B. P. (1985). Arithmetic disability subtypes: The neuropsychological significance of specific learning impairment in childhood. In B. P. Rourke (Ed.), Essentials of subtype Analysis, (pp. 167-183). New York: Guilford Press.

Strauss, M. S. y Curtis, L.E. (1984). Development of numerical concepts in infancy en C. Shopian (comp). Origins of cognitive skills, (pp. 131-156) Hillsdale, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates.

Suárez, A. (1995). Dificultades en el aprendizaje. Un modelo de diagnóstico e intervención. Madrid, Santillana.

Swanson, H. L. (1990). Instruction derived from the strategy deficit model: Overview of principles and procedures. En T. Scruggs & B. Wong (Eds.), Intervention research in learning disabilities (pp. 34-65). New York: Springer- Verlag.

Swanson, H. L. (1993). Working memory in learning disability subgroups. Journal of Experimental Child Psychology, 56, 87-114.

Swanson, H. L. (1994). Short-term memory and working memory: Do both contribute to our understanding of academic achievement in children and adult with learning disabilities?. Journal of Learning Disabilities, 27, 34-50.

Swanson, H. L., Cochran, K. F., y Ewers, C. A. (1990). Can learning disabilities be determined from working memory performance?. Journal of Learning Disabilities, 23, 56-57.

Swanson, H. L., Cooney, J.B., y Brock, S. (1993). The influence of working memory and Classification Ability on Children's Problem Solution. Journal of Experimental child Psychology, 55, 374-395.

Tamburino, J. L. (1980). An analysis of the modelling processes used by kindergarten children in solving simple addition and subtraction story problems. Tesis Doctoral sin publicar. Universidad de Pittsburgh.

Temple, M. C. (1991). Procedural dyscalculia and number fact dyscalculia: Doble dissociation in

Developmental Dyscalculia. Cognitive neuropsychology, 8, 155-176.

Torgesen, J. (1989). Why IQ is relevant to the definition of Learning Disabilities. Journal of Learning Disabilities, 22, 489-486.

Torgesen, J. (1990). Studies of children with learning disabilities who perform poorly on memory span tasks. En J. K. Torgesen (Ed.) Cognitive and behavioral characteristics of children with learning disabilities (pp. 41-58). Austin, TX: PRO-ED.

Toth, G., y Siegel, L. (1994). A critical evaluation of the IQ-achievement discrepancy based definition of dyslexia. En K.P. van den Bos., L. S. Siegel., D. J. Bakker., y D. L. Share. (Eds.), Currents directions in Dyslexia Research (pp. 45-70). Linsse: Swets & Zeitlinger.

Van Lieshout, E. C. D. M. (1988, May). Een metacognitief geriënteerde computergestuurde training ter bevordering van het oplossen van redacriesommen door moeilijk lerende kinderen [A metacognitive-oriented computerized training program for improving word-problem solving in educable mentally retarded children]. Paper presented at the AOnderwijs Researchdagen, Leuven, Belgium.

Vellutino, F. R. (1979). Dyslexia: Theory and research. Cambridge, MA: MIT Press.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems, En T. Carpenter, J. Moser, y T. Romberg (comps.), Addition and subtraction: A Cognitive perspective (pp. 39-59), Hilldale, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates.

Verschaffel, L. (1984). Representatie-en oplossingsprocessen van eersteklassers bij aanvankelijke redactieopgaven over optellen en aftrekken. [First graders' representations and solving proceses on elementary addition and subtraction word problems]. Tesis Doctoral sin publicar. Universidad de Leuven, Bélgica.

Verschaffel, L., De Corte, E., y Pauwels, A. (1992). Solving compare problems: An eye movement test of Lewis and Mayer's consistency hypothesis. Journal of Educational Psychology, 84, 85-94.

Vygotsky, L. S. (1986). Thought and language. MIT Press (Trabajo original publicado en 1934)

Von Glasersfeld, E. (1982). Subziting: The role of figural patterns in the development of numerical concepts, Archives de Psychologie, 50, 191-218.

Wagner, S., y Walters, J. A. (1982). A longitudinal analysis of early number concepts: From numbers to number, en G. Forman (comp.) Action and thought (pp. 137-161). New York, Academic Press.

Weaver J. F. (1982). Interpretations of number operations and symbolic representations of Addition and subtraction. En Carpenter, T. P., Moser, J. M. y Romberg, T. A. (comps.), Addition and Subtraction: A Cognitive perspective. (pp. 60-66), Lawrence Erlbaum. Hillsdale, New Jersey.

Weschler, D. (1989). Escala de inteligencia Weschler para niños. (Weschler Intelligence Scale for children's, Manual), TEA Ediciones, S.A. Madrid.

Weschler, D. (1992). Weschler intelligence individual achievement test. San Antonio, TX: Psychological Corp.

Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. Cognition, 35, 41-68.

Yusté, C. (2985). Batería de Aptitudes Diferenciales Generales. Madrid, Ciencias de la educación preescolar y especial.

Zentall, S. S., y Ferkis, M. A. (1993). Mathematical problem solving for children with ADHD, with and without learning disabilities. Learning Disability Quarterly, 16, 6-18.

VII. ANEXOS

ANEXO 1

1.1. Tablas referidas al Método

Tabla 2: Análisis de fiabilidad para la batería de problemas verbales aritméticos.

	media (item excluido)	varianza (item excluido)	correlación corregida item-total (r_{it})	correlación multiple cuadrada	alpha (item excluido)
Cambio 1-1	19.5743	92.7904	0.3665	-	0.9288
Cambio 1-2	19.4662	93.5023	0.3517	-	0.9288
Cambio 2-1	19.6486	90.3519	0.6129	-	0.9265
Cambio 2-2	19.6284	90.6705	0.5866	-	0.9267
Cambio 3-1	19.8851	90.3609	0.5831	-	0.9267
Cambio 3-2	19.8784	91.1280	0.4986	-	0.9276
Cambio 4-1	19.7432	90.3690	0.5810	-	0.9267
Cambio 4-2	19.6554	90.5947	0.5822	-	0.9268
Cambio 5-1	19.8851	89.6398	0.6622	-	0.9259
Cambio 5-2	19.8784	89.9579	0.6259	-	0.9263
Cambio 6-1	19.9527	93.0930	0.2997	-	0.9295
Cambio 6-2	19.8851	92.3745	0.3656	-	0.9289
Combinación 1-1	19.5203	92.6731	0.4156	-	0.9283
Combinación 1-2	19.5878	92.1623	0.4341	-	0.9282
Combinación 2-1	19.7973	89.7001	0.6479	-	0.9260
Combinación 2-2	19.8108	89.7327	0.6441	-	0.9261
Igualación 1-1	19.8108	90.4946	0.5616	-	0.9269
Igualación 1-2	19.9054	90.3855	0.5849	-	0.9267
Igualación 2-1	19.7973	89.7682	0.6405	-	0.9261
Igualación 2-2	19.7162	90.2318	0.6018	-	0.9265
Igualación 3-1	19.6554	93.3158	0.2783	-	0.9297
Igualación 3-2	19.5811	93.0070	0.3376	-	0.9290
Igualación 4-1	20.1014	96.0237	-0.0104	-	0.9317
Igualación 4-2	20.1081	95.3488	0.0756	-	0.9310
Igualación 5-1	20.0135	91.4148	0.5110	-	0.9275
Igualación 5-2	19.9865	91.4692	0.4916	-	0.9276
Igualación 6-1	19.7905	90.7517	0.5344	-	0.9272
Igualación 6-2	19.6622	90.5926	0.5796	-	0.9268
Comparación 1-1	19.8986	90.4863	0.5722	-	0.9268
Comparación 1-2	19.9730	91.1557	0.5215	-	0.9273
Comparación 2-1	19.7635	90.7804	0.5334	-	0.9272
Comparación 2-2	19.7500	91.6854	0.4376	-	0.9282
Comparación 3-1	19.6689	91.8964	0.4314	-	0.9282
Comparación 3-2	19.6149	92.4969	0.3826	-	0.9286
Comparación 4-1	19.8041	90.0090	0.6142	-	0.9264
Comparación 4-2	19.7432	90.4642	0.5706	-	0.9268
Comparación 5-1	19.9730	91.4142	0.4923	-	0.9276
Comparación 5-2	19.9865	90.2039	0.6369	-	0.9263
Comparación 6-1	19.9932	93.8707	0.2229	-	0.9301
Comparación 6-2	20.0270	94.7067	0.1358	-	0.9308

Tabla 3: Análisis de fiabilidad para los problemas verbales aritméticos de Cambio.

	media (item excluido)	varianza (item excluido)	correlación corregida item-total (r_{it})	correlación multiple cuadrada	alpha (item excluido)
Cambio 1-1	5.9122	10.9242	0.3426	0.2214	0.8468
Cambio 1-2	5.8041	10.9749	0.4208	0.2607	0.8417
Cambio 2-1	5.9865	10.2447	0.5433	0.4207	0.8333
Cambio 2-2	5.9662	10.2506	0.5523	0.4645	0.8327
Cambio 3-1	6.2230	9.7799	0.6750	0.6698	0.8229
Cambio 3-2	6.2162	10.0346	0.5839	0.5858	0.8301
Cambio 4-1	6.0811	10.3471	0.4773	0.4516	0.8382
Cambio 4-2	5.9932	10.1836	0.5617	0.4662	0.8319
Cambio 5-1	6.2230	9.7663	0.6799	0.6591	0.8225
Cambio 5-2	6.2162	9.8033	0.6651	0.6693	0.8237
Cambio 6-1	6.2905	10.9558	0.2931	0.2785	0.8512
Cambio 6-2	6.2230	10.6506	0.3779	0.3449	0.8456

Tabla 4: Análisis de fiabilidad para los problemas verbales aritméticos de Combinación.

	media (item	varianza (item excluido)	correlación corregida	correlación multiple	alpha (item excluido)

	excluido)		item-total (r_{it})	cuadrada	
Combinación 1-1	1.7365	1.2566	0.2799	0.1102	0.6586
Combinación 1-2	1.8041	1.1518	0.3383	0.1620	0.6276
Combinación 2-1	2.0135	0.8706	0.5957	0.4963	0.4316
Combinación 2-2	2.0270	0.9516	0.4865	0.4594	0.5229

Tabla 5: Análisis de fiabilidad para los problemas verbales aritméticos de Igualación.

	media (item excluido)	varianza (item excluido)	correlación corregida item-total (r_{it})	correlación multiple cuadrada	alpha (item excluido)

Igualación 1-1	5.1014	7.3978	0.5359	0.4628	0.7425
Igualación 1-2	5.1959	7.3151	0.5833	0.5317	0.7371
Igualación 2-1	5.0878	7.2916	0.5793	0.5453	0.7373
Igualación 2-2	5.0068	7.2312	0.6183	0.5347	0.7329
Igualación 3-1	4.9459	8.2420	0.2348	0.3696	0.7759
Igualación 3-2	4.8716	8.2215	0.2708	0.4083	0.7712
Igualación 4-1	5.3919	9.0427	-0.0396	0.2815	0.7972
Igualación 4-2	5.3986	8.7856	0.0685	0.3126	0.7879
Igualación 5-1	5.3041	7.6144	0.5086	0.4606	0.7467
Igualación 5-2	5.2770	7.6302	0.4860	0.4518	0.7490
Igualación 6-1	5.0811	7.5036	0.4942	0.4055	0.7475
Igualación 6-2	4.9527	7.5011	0.5265	0.4256	0.7442

Tabla 6: Análisis de fiabilidad para los problemas verbales aritméticos de Comparación.

	media (item excluido)	varianza (item excluido)	correlación corregida item-total (r_{it})	correlación multiple cuadrada	alpha (item excluido)
Comparación 1-1	5.1216	8.7742	0.5793	0.6138	0.7822
Comparación 1-2	5.1959	8.9886	0.5269	0.4744	0.7875

Comparación 2-1	4.9865	9.0066	0.4860	0.4187	0.7911
Comparación 2-2	4.9730	9.1285	0.4442	0.4065	0.7951
Comparación 3-1	4.8919	9.3216	0.3949	0.4126	0.7994
Comparación 3-2	4.8378	9.5382	0.3374	0.3845	0.8041
Comparación 4-1	5.0270	8.7476	0.5776	0.4818	0.7823
Comparación 4-2	4.9662	8.9716	0.5018	0.5053	0.7896
Comparación 5-1	5.1959	9.0838	0.4908	0.4522	0.7908
Comparación 5-2	5.2095	8.8334	0.5942	0.4656	0.7815
Comparación 6-1	5.2162	9.6672	0.2850	0.4567	0.8087
Comparación 6-2	5.2500	9.8486	0.2324	0.4980	0.8125

Tabla 7: Análisis de fiabilidad para la tarea de memoria de trabajo.

	media (item excluido)	varianza (item excluido)	correlación corregida item-total (r_{it})	correlación multiple cuadrada	alpha (item excluido)
N1T1	6.3851	5.5718	0.1158	0.0837	0.7517
N1T2	6.4189	5.3199	0.2801	0.1512	0.7416
N1T3	6.4527	5.3107	0.2145	0.1353	0.7469

N2T1	6.5270	4.9584	0.3508	0.1581	0.7341
N2T2	6.6419	5.0750	0.2000	0.0827	0.7562
N2T3	6.4797	5.1220	0.3083	0.1574	0.7385
N3T1	6.7905	4.3164	0.5440	0.3529	0.7066
N3T2	6.8919	4.2876	0.5543	0.3730	0.7048
N3T3	6.8243	4.1594	0.6256	0.4541	0.6926
N4T1	7.0541	4.4460	0.5282	0.3720	0.7096
N4T2	7.1689	4.7264	0.4719	0.2792	0.7191
N4T3	7.3041	5.3695	0.2532	0.1768	0.7437

1.2. Tablas del Estudio 1

Tabla 8: Medias y desviaciones típicas correspondientes a las diferentes escalas y subtests del WISC en función de los grupos.

	discrepante				no discrepante				rendimiento normal			
	segundo		tercero		segundo		tercero		segundo		tercero	
	M	dt	M	dt	M	dt	M	dt	M	dt	M	dt
Coeficiente intelectual	89.2	11.4	93.1	8.3	85.4	6.4	86.3	8.2	106.7	18.2	104.0	9.1
Coeficiente intelectual verbal	106.3	12.2	110.8	18.8	92.4	9.3	95.6	9.2	112.9	14.9	112.7	12.9
Coef. intelectual manipulativo	98.5	10.0	101.7	9.1	88.3	4.7	90.4	7.9	110.4	9.8	111.0	11.7
Escala verbal:												
Comprensión	10.2	3.4	12.3	2.9	9.2	2.5	9.3	2.7	11.5	2.6	10.7	3.0
Semejanzas	9.2	2.7	10.7	2.3	8.3	2.5	10.0	2.1	11.1	3.5	13.0	2.4
Aritmética	9.5	2.4	8.7	2.8	9.7	2.5	9.6	2.7	12.0	2.1	12.6	2.5
Vocabulario	9.5	3.0	10.3	2.5	8.0	2.2	8.0	2.0	12.1	2.4	11.6	2.4
Información	6.7	1.9	6.6	1.7	6.3	0.9	6.0	1.3	10.0	2.5	8.6	1.7
Escala manipulativa:												
Figuras incompletas	10.8	2.1	12.2	2.5	9.8	1.8	10.1	2.2	11.5	2.1	11.6	2.4
Historietas	10.7	2.4	11.5	2.4	9.8	3.3	9.2	2.8	11.7	3.2	11.3	2.7
Rompecabezas	12.1	2.8	12.0	3.7	10.6	2.8	9.8	3.0	12.7	3.0	13.4	3.1
Cubos	11.2	2.3	11.5	2.9	9.5	2.2	9.0	2.4	12.9	4.4	12.6	3.0
Claves	11.3	3.0	10.5	4.0	8.5	3.0	10.4	3.0	12.9	2.8	12.1	3.1

Tabla 8b: Medias y desviaciones típicas correspondientes a las diferentes escalas y subtests del WISC en función de los grupos.

	discrepante		no discrepante		alto rendimiento		segundo		Tercero	
	M	dt	M	dt	M	dt	M	dt	M	dt
Coeficiente intelectual	90.8	10.4	85.8	7.3	105.3	14.1	92.8	15.1	94.6	11.1
Coeficiente intelectual verbal	108.1	15.2	94.0	9.3	112.8	13.7	104.2	14.5	106.6	16.0
Coef. intelectual manipulativo	99.8	9.7	89.3	6.5	110.8	10.7	98.8	98.8	101.2	12.7
Escala verbal:										
Comprensión	11.0	3.3	9.2	2.6	11.1	2.8				
Semejanzas	9.8	2.6	9.1	2.4	12.1	3.1				
Aritmética	9.2	2.5	9.7	2.6	12.3	2.3				
Vocabulario	9.8	2.8	8.0	2.1	11.8	2.4				
Información	6.7	1.8	6.2	1.1	9.3	2.2				
Escala manipulativa:										
Figuras incompletas	11.3	2.3	10.0	2.0	11.5	2.2				
Historietas	11.0	2.4	9.5	3.0	11.5	2.9				
Rompecabezas	12.0	3.2	10.2	2.9	13.1	3.1				
Cubos	11.4	2.5	9.3	2.3	12.8	3.7				
Claves	11.0	3.4	9.5	3.1	12.5	3.0				

Tabla 9: Distribución de la variable sexo en cada uno de los grupos.

	segundo	tercero

	mujer		varón		mujer		varón	
	sujetos	%	sujetos	%	sujetos	%	sujetos	%
Discrepante	16	44.44	20	46.51	8	32.00	16	36.36
No discrepante	10	27.78	12	27.91	12	48.00	10	22.73
Rendimiento normal	10	27.78	11	25.58	5	20.00	18	40.91
Total	36	100.00	43	100.00	25	100.00	44	100.00

Tabla 10: Medias y desviaciones típicas correspondientes a la prueba de rendimiento en aritmética para cada uno de los grupos.

	discrepante		no discrepante		rendimiento normal	
	M	dt	M	dt	M	dt
Rendimiento aritmético	11.1	4.2	13.4	4.1	28.3	2.8

Tabla 11: Medias y desviaciones típicas correspondientes a la prueba de memoria de trabajo para cada uno de los grupos.

	discrepante		no discrepante		rendimiento normal	
	M	dt	M	dt	M	dt
Memoria de trabajo	6.5	2.0	6.9	2.4	9.0	2.0

Tabla 12: Medias y desviaciones típicas para la variable edad en cada uno de los grupos.

	Segundo						Tercero					
	Grupo 1		Grupo 2		Grupo 3		Grupo 1		Grupo 2		Grupo 3	
	M	dt	M	dt	M	dt	M	dt	M	dt	M	dt
Edad	7.2	0.3	7.5	0.5	7.4	0.5	8.2	0.3	8.4	0.5	8.5	0.5

1= discrepante
2= no discrepante
3= rendimiento normal

1.3. Tablas del Estudio 2

Tabla 13:Medias y desviaciones típicas correspondientes a cada uno de los problemas verbales aritméticos canónicos y no canónicos en función de los grupos.

	discrepante		no discrepante		rendimiento normal		Total	
	M	dt	M	dt	M	dt	M	dt
Cambio C	2.4667	1.3463	2.7500	1.1232	3.7273	0.5440	2.9257	1.2127
Igualación C	1.4000	1.3429	1.4318	1.3189	3.4318	1.1081	2.0135	1.5649
Comparación C	1.3167	1.2688	1.3636	1.0585	3.0909	1.2165	1.8581	1.4334
Cambio NC	2.4500	2.0455	2.8409	1.9403	6.3409	1.8545	3.7230	2.5947
Igualación NC	2.9500	1.6201	3.1136	1.7147	4.9318	1.5158	3.5878	1.8329
Comparación NC	2.7500	1.8832	2.8182	1.6321	5.7955	1.5786	3.6757	2.2015

Tabla 14: Medias y desviaciones típicas correspondientes a los problemas de Combinación en función de los grupos.

	discrepante		no discrepante		rendimiento normal		Total	
	M	dt	M	dt	M	dt	M	dt
Combinación 1	1.3167	0.7477	1.3864	0.7223	1.9091	0.3620	1.5135	0.6948
Combinación 2	0.7000	0.8295	0.6591	0.8337	1.7955	0.5937	1.0135	0.9183

Tabla 15: **Medias y desviaciones típicas correspondientes a los problemas de Cambio en función de los grupos.**

	discrepante	no discrepante	rendimiento normal	Total

	M	dt	M	dt	M	dt	M	dt
Cambio 1	1.4500	0.7686	1.5455	0.6631	1.7955	0.4615	1.5811	0.6702
Cambio 2	1.0167	0.9112	1.2045	0.8235	1.9318	0.2550	1.3446	0.8388
Cambio 3	0.5500	0.8115	0.6136	0.8685	1.5227	0.7921	0.8581	0.9259
Cambio 4	0.8833	0.8456	1.0227	0.8757	1.8864	0.3868	1.2230	0.8636
Cambio 5	0.4167	0.7200	0.5909	0.8161	1.7273	0.6943	0.8581	0.9332
Cambio 6	0.6000	0.7636	0.6136	0.7840	1.2045	0.8781	0.7838	0.8455

Tabla 16: Medias y desviaciones típicas correspondientes a los problemas de Igualación en función de los grupos.

	discrepante		no discrepante		rendimiento normal		Total	
	M	dt	M	dt	M	dt	M	dt

Igualación 1	0.5500	0.7462	0.6364	0.7803	1.6591	0.7134	0.9054	0.8909
Igualación 2	0.8500	0.8987	0.7955	0.8235	1.7727	0.6048	1.1081	0.9045
Igualación 3	1.2500	0.8758	1.4318	0.7594	1.5227	0.7621	1.3851	0.8125
Igualación 4	0.4667	0.7003	0.3409	0.6078	0.4091	0.7569	0.4122	0.6894
Igualación 5	0.3833	0.6662	0.3636	0.6851	1.2045	0.8781	0.6216	0.8281
Igualación 6	0.8500	0.8601	0.9773	0.7921	1.7955	0.4615	1.1689	0.8443

Tabla 17: Medias y desviaciones típicas correspondientes a los problemas de Comparación en función de los grupos.

	discrepante		no discrepante		rendimiento normal		Total	
	M	dt	M	dt	M	dt	M	dt

Comparación 1	0.4667	0.7003	0.3636	0.6135	1.5227	0.7921	0.7500	0.8641
Comparación 2	0.8500	0.8601	1.0000	0.7471	1.5682	0.6954	1.1081	0.8341
Comparación 3	1.1167	0.8847	1.1591	0.8611	1.8182	0.4952	1.3378	0.8375
Comparación 4	0.7000	0.8295	0.8409	0.8053	1.8182	0.4952	1.0743	0.8813
Comparación 5	0.3000	0.5909	0.4545	0.6973	1.3636	0.8096	0.6622	0.8293
Comparación 6	0.6333	0.8227	0.3636	0.7182	0.7955	0.9042	0.6014	0.8309

Tabla 18: **Medias y desviaciones típicas de los aciertos correspondientes a los tres grupos para las cuatro categorías de problemas verbales de tipo canónico.**

	Discrepante		no discrepante		rendimiento normal		Total	
	M	Dt	M	dt	M	dt	M	dt
Combinación C	0.6583	0.3738	0.6932	0.3611	0.9545	0.1810	0.7568	0.3474

Igualación C	0.3500	0.3357	0.3580	0.3297	0.8580	0.2770	0.5034	0.3912
Comparación C	0.3292	0.3172	0.3409	0.2646	0.7727	0.3041	0.4645	0.3583
Cambio C	0.6167	0.3366	0.6875	0.2808	0.9318	0.1360	0.7314	0.3032

Tabla 19: Medias y desviaciones típicas de los aciertos correspondientes a los tres grupos para las cuatro categorías de problemas verbales de tipo no canónico.

	Discrepante		no discrepante		rendimiento normal		Total	
	M	dt	M	dt	M	dt	M	dt
Combinación NC	0.3500	0.4148	0.3295	0.4168	0.8977	0.2969	0.5068	0.4592
Igualación NC	0.3688	0.2025	0.3892	0.2143	0.6165	0.1895	0.4485	0.2291

Comparación NC	0.3438	0.2354	0.3523	0.2040	0.7244	0.1973	0.4595	0.2752
Cambio NC	0.3063	0.2557	0.3551	0.2425	0.7926	0.2318	0.4654	0.3243

1.4. Tablas del Estudio 3

Tabla 21: Porcentaje de estrategias empleadas cuando se aciertan los problemas verbales aritméticos.

		discrepante			no discrepante			rendimiento normal		
		segundo	tercero	Total	segundo	tercero	Total	segundo	tercero	Total
Igualación aciertos	1	4.0%	3.3%	7.3%	1.6%	1.6%	3.2%	3.0%	.6%	3.7%
	2	15.8%	8.5%	24.4%	9.7%	9.5%	19.2%	13.9%	17.9%	31.8%
	3	.0%	.1%	.1%	.2%	.9%	1.1%	3.2%	6.1%	9.3%
Cambio aciertos	1	3.3%	3.2%	6.4%	2.7%	2.2%	4.9%	3.8%	.1%	3.9%
	2	15.9%	7.2%	23.1%	9.5%	9.5%	19.0%	12.4%	18.5%	30.9%
	3	.4%	.1%	.5%	.3%	.6%	.9%	3.9%	6.5%	10.4%
Comparación aciertos	1	2.8%	3.8%	6.6%	2.9%	1.6%	4.5%	3.3%	.4%	3.7%
	2	15.3%	7.8%	23.1%	8.0%	9.4%	17.4%	15.3%	19.1%	34.4%
	3	.0%	.0%	.0%	.0%	.5%	.5%	2.9%	6.9%	9.8%
Combinación aciertos	1	4.0%	2.4%	6.4%	1.9%	2.4%	4.3%	2.1%	.5%	2.7%
	2	17.4%	8.3%	25.7%	8.3%	11.0%	19.3%	13.9%	16.0%	29.9%
	3	.3%	.0%	.3%	.0%	.5%	.5%	4.0%	7.0%	11.0%

1 = modelado
2 = conteo
3 = mental

Tabla 22: Porcentaje de estrategias empleados cuando se cometen errores en la resolución de problemas verbales aritméticos para cada uno de los grupos.

		discrepante			no discrepante			rendimiento normal		
		segundo	tercero	Total	segundo	tercero	Total	segundo	tercero	Total
Cambio errores	1	4.9%	5.5%	10.4%	5.0%	2.0%	7.0%	1.1%	.0%	1.1%
	2	23.4%	15.9%	39.3%	12.2%	15.0%	27.2%	6.6%	3.8%	10.4%
	3	.8%	.9%	1.7%	.2%	1.2%	1.4%	.8%	.8%	1.5%
Igualación errores	1	5.3%	7.2%	12.5%	6.1%	2.6%	8.7%	1.0%	.2%	1.2%
	2	20.3%	14.0%	34.2%	11.1%	13.6%	24.7%	8.0%	6.1%	14.1%
	3	.2%	.4%	.6%	.1%	.5%	.6%	1.1%	2.2%	3.3%
Comparación errores	1	4.6%	7.2%	11.9%	4.9%	2.7%	7.6%	2.1%	.1%	2.2%
	2	24.5%	11.7%	36.2%	11.1%	14.6%	25.6%	7.5%	6.1%	13.5%
	3	.3%	.1%	.4%	.4%	.4%	.8%	.3%	1.5%	1.8%
Combinación errores	1	5.3%	5.8%	11.2%	7.8%	1.5%	9.2%	1.0%	.5%	1.5%
	2	24.3%	20.4%	44.7%	14.1%	14.1%	28.2%	3.4%	1.5%	4.9%
	3	.0%	.5%	.5%	.0%	.0%	.0%	.0%	.0%	.0%

1= modelado
2 = conteo
3 = mental

Tabla 23: Porcentajes de estrategias empleadas por los tres grupos cuando fallan en los problemas verbales aritméticos de Cambio.

		discrepante			no discrepante			rendimiento normal		
		segundo	tercero	total	segundo	tercero	total	segundo	tercero	total
Cambio 1	0	5.1%	5.1%	10.3%	5.1%	2.6%	7.7%			
	1	2.6%	5.1%	7.7%						
	4		2.6%	2.6%	5.1%		5.1%	2.6%		2.6%
	9		2.6%	2.6%	5.1%		5.1%	2.6%		2.6%
	10	2.6%	5.1%	7.7%	2.6%	2.6%	5.1%	2.6%		2.6%
	11							2.6%		2.6%
	12							2.6%		2.6%
	13	2.6%		2.6%						
	14	7.7%	7.7%	15.4%		7.7%	7.7%		2.6%	2.6%
	16							2.6%		2.6%
	19								2.6%	2.6%
Cambio 2	0	6.0%	2.0%	8.0%	4.0%	2.0%	6.0%			
	1		6.0%	6.0%	2.0%	2.0%	4.0%			
	3	2.0%		2.0%						
	4	4.0%	2.0%	6.0%	4.0%		4.0%			
	8					2.0%	2.0%			
	9	2.0%	4.0%	6.0%	6.0%	2.0%	8.0%			
	10	6.0%	10.0%	16.0%	2.0%		2.0%	2.0%		2.0%
	12	4.0%		4.0%		4.0%	4.0%			
	14	8.0%	2.0%	10.0%	6.0%		6.0%	2.0%		2.0%
	19					2.0%	2.0%			
Cambio 3	0	5.9%	5.9%	11.8%	2.4%	3.5%	5.9%			
	1	1.2%	3.5%	4.7%	3.5%	1.2%	4.7%			
	2	1.2%	1.2%	2.4%						
	8	1.2%		1.2%		1.2%	1.2%	1.2%		1.2%
	9	3.5%	3.5%	7.1%	1.2%	3.5%	4.7%	1.2%		1.2%
	10	9.4%	4.7%	14.1%	7.1%	4.7%	11.8%	3.5%	1.2%	4.7%
	11				1.2%		1.2%	1.2%		1.2%
	12	1.2%		1.2%	1.2%	1.2%	2.4%			
	13	1.2%		1.2%						
	14	3.5%	2.4%	5.9%	1.2%	3.5%	4.7%			
	16	1.2%		1.2%				1.2%	1.2%	2.4%
	21		1.2%	1.2%						
	24		1.2%	1.2%						

Tabla 23

		discrepante			no discrepante			rendimiento normal		
		segundo	tercero	total	segundo	tercero	total	segundo	tercero	total
Cambio 4	0	10.9%	7.8%	18.8%	6.3%	4.7%	10.9%			
	1	1.6%	3.1%	4.7%	3.1%		3.1%			
	3	1.6%		1.6%						
	4		3.1%	3.1%		1.6%	1.6%			
	8					1.6%	1.6%	1.6%		1.6%
	9	3.1%		3.1%	1.6%	4.7%	6.3%			
	10	7.8%	4.7%	12.5%	4.7%	3.1%	7.8%			
	11				1.6%		1.6%			
	12				1.6%	1.6%	3.1%			
	14	1.6%	4.7%	6.3%	1.6%	1.6%	3.1%	1.6%		1.6%
	16	1.6%	1.6%	3.1%					1.6%	1.6%
Cambio 5	19					1.6%	1.6%			
	0	7.1%	5.9%	12.9%	2.4%	2.4%	4.7%		1.6%	1.6%
	1	1.2%	3.5%	4.7%	2.4%	2.4%	4.7%			
	2	1.2%		1.2%						
	3	1.2%		1.2%						
	4				2.4%		2.4%			
	8	2.4%		2.4%		1.2%	1.2%			
	9	2.4%	3.5%	5.9%	3.5%	1.2%	4.7%			
	10	9.4%	5.9%	15.3%	8.2%	7.1%	15.3%	2.4%		2.4%
	11				1.2%		1.2%	1.2%	1.2%	2.4%
	12	1.2%		1.2%		1.2%	1.2%	1.2%		1.2%
	14	4.7%	3.5%	8.2%		3.5%	3.5%			
Cambio 6	19		1.2%	1.2%						
	0	7.4%	4.2%	11.6%	3.2%	3.2%	6.3%	1.2%		1.2%
	1	1.1%	1.1%	2.1%	1.1%		1.1%			
	4	3.2%	2.1%	5.3%	2.1%	2.1%	4.2%	1.1%		1.1%
	9	1.1%		1.1%				2.1%		2.1%
	10	1.1%	1.1%	2.1%		1.1%	1.1%			
	11				1.1%		1.1%		1.1%	1.1%
	12	2.1%	1.1%	3.2%	2.1%	1.1%	3.2%			
	13	1.1%		1.1%	1.1%		1.1%	3.2%		3.2%
	14	8.4%	9.5%	17.9%	4.2%	8.4%	12.6%			
	15		1.1%	1.1%				4.2%	7.4%	11.6%
	18		1.1%	1.1%						
	19	1.1%		1.1%		1.1%	1.1%			
	20					1.1%	1.1%			
	22							1.1%		1.1%

Tabla 24: Porcentajes de estrategias empleadas por los tres grupos cuando fallan en los problemas verbales aritméticos de Comparación.

		discrepante			no discrepante			rendimiento normal		
		segundo	tercero	Total	segundo	tercero	Total	segundo	tercero	Total
Comparación 1	0	5.7	5.7	11.5	5.7	2.3	8.0	.0	0	.0
	1	2.3	3.4	5.7	3.4	1.1	4.6	1.1	.0	1.1
	2	.0	.0	.0	.0	1.1	1.1	.0	.0	.0
	3	1.1	.0	1.1	.0	.0	.0	1.1	.0	1.1
	4	1.1	.0	1.1	.0	1.1	1.1	.0	.0	.0
	7	1.1	.0	1.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	8	1.1	.0	1.1	.0	1.1	1.1	1.1	.0	1.1
	9	3.4	1.1	4.6	2.3	1.1	3.4	.0	.0	.0
	10	14.9	4.6	19.5	8.0	9.2	17.2	3.4	1.1	4.6
	11	.0	.0	.0	1.1	.0	1.1	.0	.0	.0
	12	2.3	.0	2.3	.0	.0	.0	1.1	.0	1.1
	14	1.1	1.1	2.3	.0	1.1	1.1	.0	1.1	1.1
Comparación 2	0	4.5	4.5	9.0	4.5	3.0	7.5	.0	.0	.0
	1	1.5	4.5	6.0	3.0	.0	3.0	.0	.0	.0
	2	1.5	.0	1.5	.0	1.5	1.5	.0	.0	.0
	4	1.5	1.5	3.0	.0	.0	.0	1.5	.0	1.5
	8	1.5	.0	1.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	9	4.5	.0	4.5	.0	4.5	4.5	.0	.0	.0
	10	10.4	6.0	16.4	4.5	3.0	7.5	4.5	.0	4.5
	11	.0	.0	.0	1.5	.0	1.5	.0	.0	.0
	12	1.5	.0	1.5	.0	3.0	3.0	1.5	.0	1.5
	13	1.5	.0	1.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	14	4.5	3.0	7.5	1.5	3.0	4.5	1.5	4.5	6.0
	23	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	1.5	1.5
Comparación 3	0	7.5	9.4	17.0	5.7	5.7	11.3	.0	.0	.0
	1	.0	3.8	3.8	.0	1.9	1.9	.0	.0	.0
	2	1.9	.0	1.9	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	4	1.9	3.8	5.7	1.9	.0	1.9	1.9	.0	1.9

	8	.0	.0	.0	.0	1.9	1.9	.0	.0	.0
	9	1.9	.0	1.9	3.8	.0	3.8	.0	.0	.0

		discrepante			no discrepante			rendimiento normal		
		segundo	tercero	Total	segundo	tercero	Total	segundo	tercero	Total
	10	1.9	3.8	5.7	5.7	1.9	7.5	.0	1.9	1.9
	12	3.8	1.9	5.7	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	14	5.7	5.7	11.3	.0	7.5	7.5	1.9	1.9	3.8
	15	.0	.0	.0	1.9	.0	1.9	.0	.0	.0
	23	.0	.0	.0	.0	1.9	1.9	.0	.0	.0
Comparación 4	0	8.2	5.5	13.7	6.8	5.5	12.3	.0	.0	.0
	1	1.4	4.1	5.5	2.7	.0	2.7	.0	.0	.0
	2	1.4	.0	1.4	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	3	1.4	.0	1.4	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	4	.0	2.7	2.7	1.4	1.4	2.7	.0	.0	.0
	8	1.4	.0	1.4	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	9	1.4	1.4	2.7	.0	2.7	2.7	.0	.0	.0
	10	12.3	1.4	13.7	5.5	1.4	6.8	.0	.0	.0
	11	.0	.0	.0	1.4	.0	1.4	.0	.0	.0
	12	5.5	2.7	8.2	1.4	4.1	5.5	.0	1.4	1.4
	13	.0	.0	.0	.0	.0	.0	1.4	.0	1.4
	14	4.1	2.7	6.8	.0	2.7	2.7	1.4	1.4	2.7
Comparación 5	0	6.1	5.1	11.2	3.1	2.0	5.1	.0	.0	.0
	1	.0	3.1	3.1	3.1	.0	3.1	1.0	.0	1.0
	2	.0	.0	.0	.0	1.0	1.0	.0	.0	.0
	3	1.0	.0	1.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	4	.0	1.0	1.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	8	2.0	1.0	3.1	1.0	2.0	3.1	.0	.0	.0
	9	2.0	.0	2.0	.0	1.0	1.0	.0	1.0	1.0
	10	13.3	8.2	21.4	8.2	8.2	16.3	4.1	3.1	7.1
	11	.0	.0	.0	1.0	.0	1.0	.0	.0	.0
	12	3.1	.0	3.1	.0	.0	.0	1.0	.0	1.0
	14	4.1	2.0	6.1	.0	1.0	1.0	1.0	1.0	2.0

	15	.0	.0	.0	1.0	.0	1.0	.0	.0	.0
	16	.0	.0	.0	1.0	.0	1.0	.0	2.0	2.0
Comparación 6	0	6.0	4.0	10.0	4.0	2.0	6.0	.0	1.0	1.0
	1	.0	2.0	2.0	.0	1.0	1.0	.0	.0	.0

		discrepante			no discrepante			rendimiento normal		
		segundo	tercero	Total	segundo	tercero	Total	segundo	tercero	Total
	2	1.0	.0	1.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	4	1.0	3.0	4.0	5.0	1.0	6.0	4.0	.0	4.0
	8	1.0	.0	1.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	9	.0	.0	.0	1.0	.0	1.0	.0	.0	.0
	10	.0	2.0	2.0	1.0	.0	1.0	.0	1.0	1.0
	12	5.0	1.0	6.0	2.0	5.0	7.0	5.0	2.0	7.0
	13	.0	.0	.0	.0	.0	.0	1.0	.0	1.0
	14	7.0	5.0	12.0	4.0	8.0	12.0	2.0	6.0	8.0
	15	.0	.0	.0	1.0	.0	1.0	.0	.0	.0
	19	1.0	.0	1.0	.0	1.0	1.0	1.0	2.0	3.0

0: Ninguna.
1: Modelado, adición: Conteo total

2: " : " Contar a partir del primer sumando.

3: " : " " " " " sumando mayor.

4: Modelado, sustracción: Separar de.

5: " : " a.

6: " " : Emparejamiento.

7: " " : Añadir.

8: Verbales, adición: Conteo total.

9: " " : Contar a partir del primer sumando.

10: " " : " " " " sumando mayor.

11. " " : Conteo encubierto o no especificado.

12: Verbales, sustracción: Contar hacia atrás a partir de.

13: " " : Contar hacia atrás.

14: " " : " " delante desde lo dado.

15: Verbales, sustracción: Conteo encubierto o no especificado.

16: Mentales,adición: recuerdo directo.

17: " , " : derivación por descomposición.

18: " , " : derivación por composición.

19: Mentales,sustacción: hecho conocido directamente sustraido

20: " " : hecho conocido indirectamente sustraido.

21: " " : hecho conocido indirectamente aditivo.

22 " " : hecho derivado directamente sustraido.

23 " " : hecho derivado indirectamente sustraido.

24: " " : hecho derivado indirectamente aditivo.

Tabla 25: Porcentajes de estrategias empleadas por los tres grupos cuando fallan en los problemas verbales aritméticos de Combinación.

		discrepante			no discrepante			rendimiento normal		
		segundo	tercero	Total	segundo	tercero	Total	segundo	tercero	Total
Combinación 1	0	3.2	6.5	9.7	6.5	3.2	9.7	.0	.0	.0
	1	3.2	3.2	6.5	3.2	3.2	6.5	.0	.0	.0
	4	.0	.0	.0	6.5	.0	6.5	3.2	.0	3.2
	8	3.2	.0	3.2	.0	.0	.0	3.2	.0	3.2
	10	9.7	6.5	16.1	.0	6.5	6.5	.0	.0	.0
	12	3.2	3.2	6.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	14	9.7	6.5	16.1	3.2	3.2	6.5	.0	.0	.0
Combinación 2	0	8.3	9.7	18.1	4.2	2.8	6.9	.0	.0	.0
	1	1.4	2.8	4.2	5.6	1.4	6.9	.0	.0	.0
	2	.0	.0	.0	1.4	.0	1.4	.0	.0	.0
	4	.0	2.8	2.8	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	8	2.8	1.4	4.2	.0	2.8	2.8	1.4	.0	1.4
	9	2.8	.0	2.8	1.4	2.8	4.2	.0	.0	.0
	10	9.7	4.2	13.9	9.7	2.8	12.5	1.4	1.4	2.8
	11	.0	.0	.0	1.4	.0	1.4	.0	.0	.0
	12	.0	1.4	1.4	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	14	4.2	2.8	6.9	1.4	1.4	2.8	1.4	.0	1.4
	19	.0	1.4	1.4	.0	.0	.0	.0	.0	.0

0: Ninguna.
1: Modelado, adición: Conteo total
2: " : " Contar a partir del primer sumando.
3: " : " " " " " sumando mayor.
4: Modelado, sustracción: Separar de.
5: " : " a.
6: " " : Emparejamiento.
14: " " : " " delante desde lo dado.
16: Mentales,adición: recuerdo directo.
18: " , " : derivación por composición.
20: " " : hecho conocido indirectamente sustraido.
22 " " : hecho derivado directamente sustraido.
24: " " : hecho derivado indirectamente aditivo.

7: " " : Añadir.
8: Verbales, adición: Conteo total.
9: " " : Contar a partir del primer sumando.
10: " " : " " " " sumando mayor.
11. " " : Conteo encubierto o no especificado.
12: Verbales, sustracción: Contar hacia atrás a partir de.
13: " " : Contar hacia atrás.
15: Verbales, sustracción: Conteo encubierto o no especificado.
17: " , " : derivación por descomposición.
19: Mentales,sustacción: hecho conocido directamente sustraido
21: " " : hecho conocido indirectamente aditivo.
23 " " : hecho derivado indirectamente sustraido.

Tabla 26: Porcentajes de estrategias empleadas por los tres grupos cuando fallan en los problemas verbales aritméticos de Igualación.

		discrepante			no discrepante			rendimiento normal		
		segundo	tercero	total	segundo	tercero	total	segundo	tercero	total
Igualación 1	0	4.1%		4.1%	2.7%	4.1%	6.8%			
	1	1.4%	6.8%	8.1%	4.1%		4.1%			
	2				1.4%		1.4%			
	3	1.4%		1.4%						
	8	2.7%		2.7%	1.4%	1.4%	2.7%	2.7%		2.7%
	9	2.7%	1.4%	4.1%	2.7%	2.7%	5.4%			
	10	18.9%	13.5%	32.4%	4.1%	5.4%	9.5%	2.7%	2.7%	5.4%
	12				1.4%		1.4%			
	14		2.7%	2.7%	2.7%	2.7%	5.4%			
Igualación 2	0	8.3%		8.3%	2.8%	2.8%	5.6%			
	1	1.4%	4.2%	5.6%	5.6%	2.8%	8.3%			
	2				1.4%		1.4%			
	3	1.4%		1.4%						
	4		1.4%	1.4%						
	5	1.4%		1.4%						
	7	1.4%		1.4%						
	8	1.4%	1.4%	2.8%	1.4%	1.4%	2.8%			
	9	1.4%		1.4%	1.4%	2.8%	4.2%			
	10	11.1%	1.4%	12.5%	4.2%	2.8%	6.9%	4.2%		4.2%
	12	4.2%	1.4%	5.6%		4.2%	4.2%		1.4%	1.4%
	13	2.8%	1.4%	4.2%						
	14		6.9%	6.9%	2.8%	2.8%	5.6%	1.4%	1.4%	2.8%
Igualación 3	0	5.9%	3.9%	9.8%	2.0%	2.0%	3.9%			
	1		7.8%	7.8%		2.0%	2.0%			
	2				2.0%		2.0%			
	4	2.0%		2.0%	2.0%	2.0%	3.9%			
	8	2.0%		2.0%						
	9	3.9%		3.9%	2.0%		2.0%			
	10	3.9%	5.9%	9.8%	2.0%	3.9%	5.9%	3.9%	3.9%	7.8%
	11				2.0%		2.0%			
	12	2.0%		2.0%				2.0%		2.0%
	13	2.0%	2.0%	3.9%						
	14	5.9%	2.0%	7.8%	2.0%	3.9%	5.9%	2.0%	7.8%	9.8%
	16							2.0%		2.0%
	23								2.0%	2.0%

discrepante no discrepante rendimiento normal

		segundo	tercero	total	segundo	tercero	total	segundo	tercero	total
Igualación 4	0	6.0%	1.7%	7.7%	1.7%	3.4%	5.1%	1.7%		1.7%
	1	0.9%		0.9%	1.7%		1.7%			
	2		0.9%	0.9%						
	4	1.7%	5.1%	6.8%	3.4%	1.7%	5.1%	2.6%		2.6%
	5	0.9%		0.9%						
	7	0.9%		0.9%						
	9		0.9%	0.9%	0.9%		0.9%			
	10	0.9%	0.9%	1.8%	1.7%	1.7%	3.4%		0.9%	0.9%
	12	1.7%	1.7%	3.4%	2.6%	1.7%	4.3%	4.3%	2.6%	6.9%
	13	0.9%		0.9%					0.9%	0.9%
	14	6.8%	6.0%	12.8%	1.7%	6.8%	8.5%	4.3%	6.0%	10.3%
	16							0.9%		0.9%
	19		0.9%	0.9%	0.9%	1.7%	2.6%	1.7%	4.3%	6.0%
Igualación 5	0	6.7%	1.0%	7.7%	2.9%	1.0%	3.9%	1.0%	1.0%	2.0%
	1	1.9%	2.9%	4.8%	2.9%	1.9%	4.8%	1.0%		1.0%
	2		1.0%	1.0%	1.0%		1.0%			
	3	1.9%		1.9%						
	4		1.0%	1.0%		1.0%	1.0%			
	7	1.0%		1.0%						
	8	1.0%	1.0%	2.0%	1.0%	1.0%	2.0%	1.0%		1.0%
	9	2.9%	1.0%	3.9%	1.9%	1.9%	3.8%			
	10	9.6%	8.7%	18.3%	4.8%	9.6%	14.4%	4.8%	2.9%	7.7%
	11				1.0%		1.0%			
	12	1.9%		1.9%	1.0%	1.9%	2.9%			
	14	2.9%	1.9%	4.8%		1.0%	1.0%		1.0%	1.0%
	16								1.9%	1.9%
	19							1.0%		1.0%
Igualación 6	21								1.0%	1.0%
	0	7.0%		7.0%	2.8%	2.8%	5.6%		1.4%	1.4%
	1	1.4%	2.8%	4.2%	1.4%		1.4%			
	2		1.4%	1.4%	1.4%		1.4%			
	4	4.2%	1.4%	5.6%	1.4%	4.2%	5.6%			
	9	2.8%		2.8%	2.8%	2.8%	5.6%			
	10	8.5%	9.9%	18.4%	2.8%	2.8%	5.6%	2.8%		2.8%
	12	7.0%		7.0%	2.8%	2.8%	5.6%	1.4%	1.4%	2.8%
	14	1.4%	2.8%	4.2%	1.4%	5.6%	7.0%		2.8%	2.8%
	16								1.4%	1.4%

A N E X O 2

2.1. Tarea de Memoria de Trabajo

TAREA DE MEMORIA DE TRABAJO

DESCRIPCIÓN

La tarea consiste en la presentación de tarjetas con puntos azules y amarillos. El sujeto debe contar cuántos puntos amarillos hay en cada tarjeta -estos aparecen en un rango del uno al nueve- y recordar el orden correcto de presentación en cada serie presentada.

Existen cuatro niveles con dos, tres, cuatro, y cinco tarjetas respectivamente que se presentan al sujeto de forma aleatoria, en grupos de tres presentaciones por cada nivel. Así, por ejemplo, en el primer nivel al sujeto se le muestran dos tarjetas para contar en tres ocasiones diferentes. La administración de la prueba se detiene cuando el niño falla en todos los ítems de un nivel.

MATERIAL

Un total de nueve tarjetas con puntos azules y amarillos dispuestos en un patrón irregular, de cinco por ocho pulgadas cada una.

Cada tarjeta lleva una letra del alfabeto (de la "A" hasta la "I") en la parte posterior que la identifica para facilitar su aplicación, de forma que la que lleva la letra A es la que tiene un solo punto amarillo ,la B dos puntos amarillos..., así hasta completar las nueve.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Se asigna un punto por cada serie correctamente resuelta. La administración de la prueba se detiene cuando el niño falla en todos los ítems de un nivel, pudiéndose de esta forma situar al sujeto en el que ha completado con éxito.

INSTRUCCIONES

En primer lugar antes de la aplicación de la prueba se le pasan dos ítems a modo de ejemplo que nos sirven para garantizar la comprensión por parte del niño de las demandas de la tarea y para comprobar si es capaz de contar correctamente.

Se dice:

"Vamos a jugar a un juego de cartas con puntitos azules y amarillos. Vamos a contar sólo los puntos amarillos, ¿ves?, este es amarillo (señalando un punto amarillo en la tarjeta). Hay que contar y recordar. Ahora vamos a contar cuántos puntos amarillos hay ... Uno , dos. Hay dos puntos amarillos en la carta. Ahora recuerda el número dos y vamos a contar los puntos de ésta otra ". Se repite la operación con la otra tarjeta de ocho puntos amarillos y se dice : "En la primera carta había dos puntos amarillos y en la segunda ocho, ¿verdad?, pues tú tienes que decir entonces: dos, ocho."

"Ahora voy enseñarte algunas cartas. Míralas atentamente y cuenta los puntos amarillos que tiene cada una, y cuando hayas terminado, repítelos en el mismo orden". ¿Has comprendido?...¿Sí?. Empezamos:

Seguidamente se le presenta el otro ejemplo y el resto de la prueba. Debemos evitar que el niño cuente nuevamente la tarjetas, por lo que se las iremos retirando a medida que le mostramos la siguiente. Detenemos la administración de la prueba cuando el niño falla en todos los ítems de un nivel.

TAREA DE MEMORIA DE TRABAJO

EJEMPLOS: 2, 8 (tarjetas B y H)

4, 6 (tarjetas D y F)

ELEMENTOS DE APLICACIÓN

NIVEL	SERIE	ORDEN DE APLICACIÓN		
		1º	2º	3º
I	(2)	1,7	3,5	4,9
II	(3)	3,7,1	4,2,9	5,2,3
III	(4)	9,3,7,2,	1,6,5,4	8,3,4,6
IV	(5)	3,2,4,1,8	9,2,1,6,3	5,8,2,7,9

TARJETAS

NIVEL	SERIE	1º	2º	3º
I	(2)	A,G	C,E	D,I
II	(3)	C,G,A	D,B,I	E,B,C
III	(4)	I,C,G,B	A,F,E,D	H,C,D,F
IV	(5)	C,B,D,A,H	I,B,A,F,C	E,H,B,G,I

TAREA DE MEMORIA DE TRABAJO

Hoja de Registro Individual

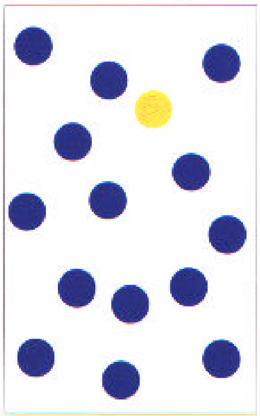
Nombre y apellidos ....

Curso .... Colegio ....

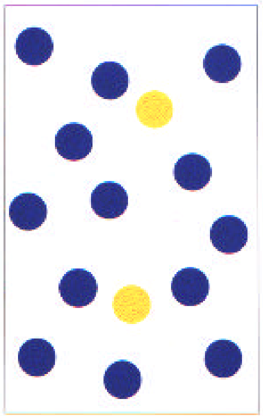
NIVEL	SERIE	1º A E	2º A E	3º A E	Puntuación
I	(2)	() ()	() ()	() ()	___
II	(3)	() ()	() ()	() ()	___
III	(4)	() ()	() ()	() ()	___
IV	(5)	() ()	() ()	() ()	___

TOTAL .... _____

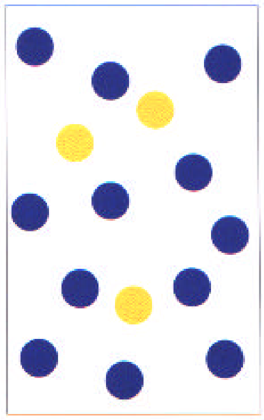
A



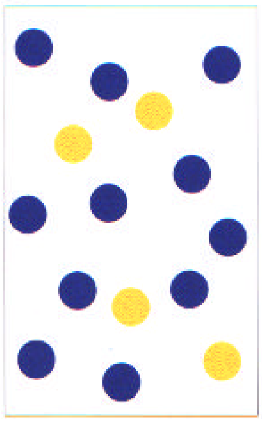
B



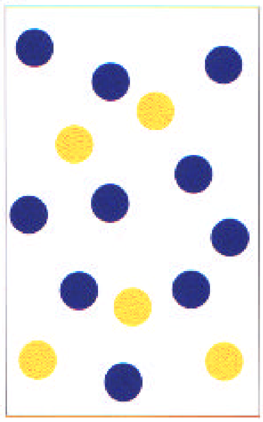
C



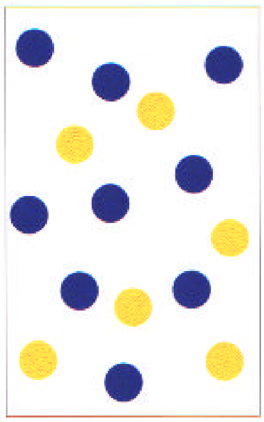
D



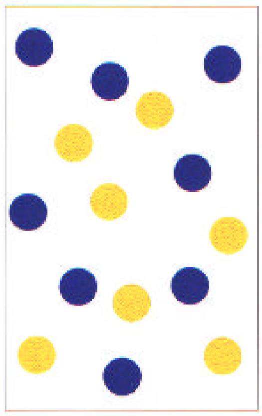
E



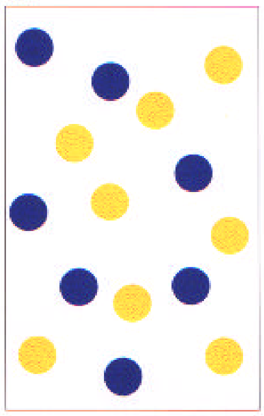
F



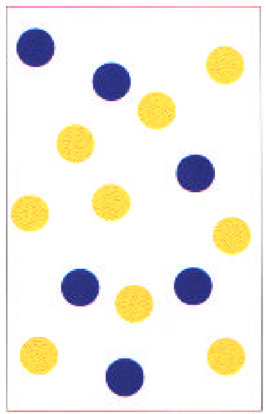
G



H



I



2.2. Batería de Problemas Verbales Aritméticos

BATERÍA DE PROBLEMAS VERBALES ARITMÉTICOS

PROBLEMAS DE CAMBIO

CAMBIO 1 = Resultado desconocido. Acción :Incremento o Unión.

1º) Antonio tenía 18 cromos. Su amigo Paco le regaló 6 cromos que tenía repetidos. ¿Cuántos cromos tiene ahora Antonio?

RESULTADO: 24

2º- Gara tenía 11 pollitos en su casa. Su padre le compró 4 más. ¿Cuántos pollitos tiene ahora Gara?

RESULTADO: 15

CAMBIO 2 = Resultado desconocido. Acción Decremento o Separación.

1º- Zebenzuí tenía 14 pts., pero le dió 3 pts a Jonay. ¿Cuántas pts. tiene ahora Zebenzuí?

RESULTADO: 11

2º En la nevera había 17 huevos. Cogimos 4 para hacer una tortilla. ¿Cuántos huevos quedan en la nevera?

RESULTADO: 13

CAMBIO 3 = Cambio desconocido. Acción Incremento o Unión.

1º- Sara tenía 5 cuentas en su pulsera. Después María le dío algunas más. Ahora hay 12 cuentas en la pulsera de Sara. ¿Cuántas cuentas le dió María?

RESULTADO: 7

2º- Luis quería vender 9 comics viejos en el Mercadillo. Después vino Toño y le dió algunos más. Ahora Luis tiene 17 comics para vender. ¿Cuántos comics le dió Toño?

RESULTADO: 8

CAMBIO 4 = Cambio desconocido. Acción: Decremento o Separación.

1º- La madre de Pablo le hizo 10 bizcochos. Después ella le dió algunos bizcochos a su vecina. Ahora Pablo tiene 7 bizcochos. ¿Cuántos bizcochos le dió su madre a la vecina?

RESULTADO: 3

2º- Joaquín tenía 11 coches de juguete. Después tiró algunos ya rotos a la basura. Ahora Joaquín tiene 6 coches. ¿Cuántos coches tiró Joaquín a la basura?

RESULTADO: 5

CAMBIO 5 = Inicio desconocido. Acción Incremento o Unión.

1º- Mi pecera tenía algunos peces. Después he metido 4 peces más. Ahora tengo 12 peces ¿Cuántos peces tenía al principio?

RESULTADO: 8

2º- Había algunas personas esperando en la cola del cine. Llegaron 3 personas más y ahora hay 12 personas en la cola. ¿Cuántas personas había esperando al principio?

RESULTADO: 9

CAMBIO 6 = Inicio desconocido. Acción decremento o separación.

1º- Por fuera del estanque asomaban algunas ranas. Después se espantaron 16 y sólo quedaron 7. ¿Cuántas ranas había asomadas al principio?

RESULTADO: 23

2º- En una lata había algunas galletas. Después Juanito el glotón se comió 9 galletas y sólo quedaron 14 galletas en la lata. ¿Cuántas galletas había al principio?

RESULTADO: 23

PROBLEMAS DE COMPARACIÓN

COMPARACIÓN 1 = Diferencia desconocida. Dirección: más que.

1º - Juana tiene 12 pelotas de tenis. Irene tiene 5 pelotas de tenis. ¿Cuántas pelotas de tenis tiene Juana más que Irene?

RESULTADO: 7

2º - Mi perro tiene 17 pulgas y mi gato tiene 6 pulgas. ¿Cuántas Pulgas tiene mi perro más que mi gato?

RESULTADO: 11

COMPARACIÓN 2 = Diferencia desconocida. Dirección: menos que

1º - La bicicleta de Oscar tiene 14 marchas y la bicicleta de Anita tiene 9 marchas. ¿Cuántas marchas tiene, la bicicleta de Anita menos que la de Oscar?

RESULTADO: 5

2º - La casa donde vive Mónica tiene 18 pisos y la de Pedro tiene 3 pisos. ¿Cuántos pisos tiene la casa de Pedro menos que la de Mónica?.

RESULTADO: 15

COMPARACIÓN 3 = Elemento comparado desconocido. Dirección: más.

1º - Berto compró un bolígrafo que costó 12 pts; y una libreta que le costó 9 pts más que el bolígrafo. ¿Cuántas pts. le costó la libreta?

RESULTADO: 21

2º - Isabel tiene 17 libros. Susana tiene 5 libros más que Isabel. ¿Cuántos libros tiene Susana?

RESULTADO: 22

COMPARACIÓN 4 = Elemento comparado desconocido. Dirección: menos

1º - Mi tía tiene 17 pares de zapatos y mi abuela tiene 8 pares menos que mi tía. ¿Cuántos pares de zapatos tiene mi abuela?

RESULTADO: 9

2º - Un libro tiene 19 páginas y un cuento tiene 7 páginas menos que el libro. ¿Cuántas páginas tiene el cuento?

RESULTADO: 12

COMPARACIÓN 5 = Conjunto referente desconocido. Dirección: más que.

1º - Sandra tiene 11 primos. Tiene 3 primos más que María. ¿Cuántos primos tiene María?

RESULTADO: 8

2º - Mi padre tiene 15 caballos. Tiene 8 más que mi tío. ¿Cuántos caballos tiene mi tío?

RESULTADO: 7

COMPARACIÓN 6 = Conjunto referente desconocido. Dirección: Menos que.

1º - El suéter de Emilio tiene 19 rayas. Tiene 5 rayas menos que el suéter de Berto. ¿Cuántas rayas tiene el suéter de Berto?

RESULTADO: 24

2º - La familia de María tiene 18 gallinas. Tiene 5 menos que la familia de José. ¿Cuántas gallinas tiene la familia de José?

RESULTADO: 23

PROBLEMAS DE IGUALACIÓN

IGUALACIÓN 1 = Término desconocido: la diferencia. Acción: Incremento.

1º - Juanito lleva 13 años en el equipo de fútbol del barrio y su hermano Francisco lleva 8 años en el mismo equipo. ¿Cuántos años necesita estar en el equipo Francisco para llevar el mismo tiempo que su hermano?

RESULTADO: 5

2º - Román tiene 19 Power Rangers. Ayoze tiene 3 Power Rangers. ¿Cuántos Power Rangers necesita Ayoze para tener los mismos que Román?

RESULTADO: 16

IGUALACIÓN 2 = Término desconocido: la diferencia. Acción: Decremento.

1º - Germán tiene 14 juguetes y Santi tiene 5 juguetes. ¿Cuántos juguetes tendría que dejar Germán para tener igual número de juguetes que Santi?

RESULTADO: 9

2º - En una cesta tengo 12 manzanas y en un saco tengo 9 manzanas. ¿Cuántas manzanas habría que quitar de la cesta para tener las mismas que en el saco?.

RESULTADO: 3

IGUALACIÓN 3 = Se desconoce uno de los conjuntos. Acción sobre el conjunto conocido: Incremento.

1º - Mario tiene 15 pts., si su madre le da 9 más, tendría igual número que David. ¿Cuántas pts. tiene David?

RESULTADO: 24

2º - Felipe pescó 13 peces; si pesca 4 más tendrá el mismo número de peces que Andrés. ¿Cuántos peces pescó Andrés?

RESULTADO: 17

IGUALACIÓN 4 = Se desconoce uno de los conjuntos. Acción sobre el conjunto desconocido: Decremento.

1º - En la guagua para el Sur van 17 personas; si de la guagua para La Laguna se bajan 6 habrá el mismo número de personas que en la guagua para el Sur. ¿Cuántas personas van en la guagua para La Laguna?

RESULTADO: 23

2º - En el aula de 5ºA hay 19 niños; si salen 4 del aula de 5ºB habrá el mismo número de niños que en el aula de 5ºA. ¿Cuántos niños hay en 5ºB?

RESULTADO: 23

IGUALACIÓN 5 = Se desconoce uno de los conjuntos. Acción sobre el conjunto desconocido: Incremento.

1º - Mi vestido tiene 12 botones; si al vestido de mi hermana le ponen 5 más tendrá igual número de botones que el mío. ¿Cuántos botones tiene el vestido de mi hermana?

RESULTADO: 7

2º - Don Manuel recogió 13 kgs. de papas; si Don Angel coge 8 Kg más, tendrá igual cantidad de papas que Don Manuel. ¿Cuántos kgs. de papas recogió Don Angel?.

RESULTADO: 5

IGUALACIÓN 6 = Se desconoce uno de los conjuntos. Acción sobre el conjunto conocido: Decremento.

1º - Nico tiene 13 pijamas; si regala 9, tendrá el mismo número de pijamas que su primo Jesús. ¿Cuántos pijamas tiene Jesús?

RESULTADO: 4

2º - Una margarita tiene 11 pétalos; si se le caen 6, tendrá igual número de pétalos que una rosa. ¿Cuántos pétalos tiene la rosa?

RESULTADO: 5

PROBLEMAS DE COMBINACIÓN

COMBINACIÓN 1 = Se desconoce el conjunto total.

1º - Mi padre tiene 14 tíos y mi madre tiene 5. ¿Cuántos tíos tienen entre los dos?.

RESULTADO: 19

2º - Un gusano tiene 16 patas y una araña tiene 8 patas. ¿Cuántas patas tienen los dos juntos?

RESULTADO: 24

COMBINACIÓN 2 = Se desconoce un subconjunto.

1º - En una camioneta hay 12 ovejitas, 4 son negras y el resto blancas. ¿Cuántas ovejitas blancas hay?

RESULTADO: 8

2º - En el armario hay 15 trajes, 9 son de invierno y el resto de verano. ¿Cuántos trajes de verano hay?.

RESULTADO: 6