IMPLICACIONES FILOSÓFICAS DEL MÉTODO AXIOMÁTICO

ROBERT BLANCHÉ, *L'axiomatique*, PUF, 1955. (Versión castellana de ANA PULIDO RULL, *La axiomática*, FCE, México D.F., 2002).

«La constitución y el desarrollo del método axiomático no interesan exclusivamente al trabajo científico sino que se proyectan también sobre problemas filosóficos cuyo alcance va ensanchándose: la filosofía de las matemáticas, la filosofía de las ciencias, la filosofía del conocimiento». Con estas palabras comienza Robert Blanché el capítulo quinto (y último) de *La axiomática*, y con ellas muestra bien a las claras el enfoque filosófico desde el que aborda distintos aspectos del método axiomático en una obra que, si bien vio la luz por vez primera hace ahora cincuenta años, no ha mermado en interés en cuanto a sus consideraciones y análisis sobre el tema del que se ocupa.

Este tratamiento de la lógica, las matemáticas, la ciencia y el conocimiento en general, desde un punto de vista filosófico, basado en un racionalismo crítico y riguroso, es característico del filósofo de la ciencia francés Robert Blanché (1898-1975), cuyos estudios se centran precisamente en la teoría del conocimiento, la filosofía de la lógica y las matemáticas y la filosofía de la ciencia (sobre todo de la física). La obra que ahora nos ocupa describe y analiza, con elegancia y precisión, uno de los métodos de conocimiento más importantes e influyentes a lo largo de la historia: el método axiomático.

Por «método axiomático» podemos entender un tipo de deducción que parte de unos enunciados determinados (propios de la teoría de que se trate) denominados axiomas o postulados. Estos enunciados de partida se escogen en función de un determinado criterio de racionalidad; a partir de ahí, y de acuerdo con este método, no se puede admitir en la teoría en cuestión sino aquellos enunciados que se hayan deducido de los axiomas por inferencia lógica, considerándose entonces los enunciados así obtenidos teoremas de la teoría en cuestión. Si se trata de una teoría formalizada intervienen las llamadas reglas de formación (que establecen qué enunciados están bien formados y excluyen a los que no lo estén). Además, en el proceso de deducción de los teoremas a partir de los axiomas intervienen las definiciones y las reglas de transformación o de derivación (que garantizan la validez de las deducciones o inferencias)[1].

Los orígenes de la axiomática se remontan a Aristóteles (en lógica) y a Euclides (en geometría). Aristóteles, quien concibe la lógica como una propedéutica a la ciencia, sostiene que el razonamiento científico culmina en teoremas, y como la deducción de éstos no puede remontarse *ad infinitum*, tiene que haber unas proposiciones primeras, indemostrables y autoevidentes, a las que denomina axiomas y a partir de las cuales se deducen lógicamente los teoremas. Por su parte, Euclides en *Los Elementos* presenta axiomáticamente la geometría plana[2]. Esta obra consta de una serie de axiomas (verdades primeras y postulados con contenido intuitivo, es decir, que no son ni meramente formales ni convencionales), definiciones (que se van introduciendo según van siendo necesarias), teoremas (consecuencias que se deducen de los elementos anteriores) y problemas geométricos con sus respectivas soluciones (pues no hay que olvidar que *Los Elementos* es, en principio, un libro de texto para estudiantes).

En el primer capítulo de *La axiomática* R. Blanché describe cómo a partir del s. XIX, con el descubrimiento de las geometrías no euclidianas, los matemáticos comenzaron a desconfiar de la intuición espacial, parte fundamental de la geometría clásica euclidiana[3], y trataron de encon-

---

[1] Para la caracterización del método axiomático me baso, en parte, en la exposición del mismo que se ofrece en M. GARRIDO, *Lógica simbólica*, Tecnos, Madrid, 1997, p. 285 y ss. También las referencias históricas a las que aludo a continuación están tomadas, en su mayor parte, de esta misma obra (pp. 285 y 286), así como del libro de Blanché objeto de esta reseña (especialmente del capítulo primero).

[2] Apolonio de Pérgamo, en su obra sobre las *Cónicas*, completará el trabajo de Euclides axiomatizando la geometría curva. La obra de ambos autores conforma la denominada «geometría clásica».

[3] Como pone de manifiesto R. BLANCHÉ (pp. 15-17), el recurso a la intuición es continuo en la geo-

trar el fundamento último de la geometría (y de la matemática en general) en la precisión y rigor propios de los desarrollos lógicos. En este intento de fundamentar axiomáticamente las matemáticas destacan nombres como los de Frege, Peano, Russell y Hilbert.

Tras comentar las deficiencias de la geometría clásica, Blanché presenta, en el capítulo segundo, dos ejemplos ya clásicos de teorías axiomáticas, ambas desarrolladas hace ahora poco más o menos un siglo: la axiomática de Peano para los números naturales y la axiomatización de Hilbert de la geometría euclidiana. Es interesante subrayar aquí la observación de Blanché (p. 45) de que al axiomatizar una teoría, como ocurre en los dos casos anteriores, lo que se hace es tornar su carácter concreto, material e intuitivo (propio del estadio preaxiomático) en otro más abstracto, formal y lógico (característico de las teorías ya axiomatizadas). Podemos, por tanto, afirmar que el propósito último de la axiomatización es el de suplantar la intuición por la lógica, con lo cual creamos un armazón formal general que posteriormente puede concretarse en múltiples modelos dentro de cada rama de la ciencia.

Al abordar las propiedades que debe reunir un sistema axiomático, R. Blanché describe y explica, de forma sucinta y comprensible, las nociones de consistencia, completud, decidibilidad, independencia de los postulados y economía o simplicidad (pp. 47-53).

Si, como expusimos hace un momento, lo que se persigue al axiomatizar una teoría es alejarla de las significaciones concretas e intuitivas, «y esto con el fin de hacer aparecer en forma clara el esquema lógico abstracto —o, dicho de otro modo— de despojar de todo contenido intuitivo la armadura lógica de la teoría» (p. 55), es evidente que tanto la simbolización como la formalización desempeñan un papel primordial en el proceso de axiomatización de una teoría, pues con ellas se consigue precisamente ganar en rigor expresivo y conceptual, requisito indispensable en cualquier desarrollo de la lógica. A la simbolización y la formalización, como requisitos *sine qua non* de la axiomatización de las teorías, dedica Blanché las primeras páginas del capítulo tercero, pudiéndose también destacar, en este capítulo, la parte del mismo en la que trata la axiomatización de la lógica (p. 69 y ss.). Y es que con la lógica aconteció algo parecido a lo que previamente había ocurrido con la geometría cuando ésta fue puesta en forma axiomática, a saber, que igual que la geometría se pluralizó con la aparición de las geometrías no euclidianas (con lo cual la geometría clásica dejó de ser la única geometría posible), la axiomatización de la lógica acarreó y aceleró el desarrollo de las denominadas lógicas no clásicas, las cuales, a su vez, ponen de relieve el pluralismo lógico y rompen con la concepción de una lógica única y de validez general como se presuponía que era la lógica clásica.

En un primer momento, nos dice Blanché, muchos matemáticos no veían en el método axiomático «sino poco más que un procedimiento elegante de hacer una exposición, cuyo refinamiento era muy superfluo, casi una especie de juego intelectual apto para satisfacer espíritus en exceso escrupulosos en lo que respecta al rigor lógico, pero que se encontraba al margen del trabajo científico y verdaderamente productivo» (p. 75). Ahora bien, las ventajas de la axiomatización de las teorías no tardaron en hacerse notar, y el propio Blanché las resume en el capítulo cuarto (pp. 75-78), destacando las siguientes: a) las teorías axiomatizadas constituyen una herramienta enormemente poderosa y útil para la abstracción y el análisis; b) la mayor generalización trae consigo la creación de un instrumento intelectual «plurivalente» que rinde sus frutos en todas las teorías isomorfas a la teoría de partida, es decir, que una teoría axiomatizada puede contemplarse como una especie de «molde» de teorías más concretas; c) la axiomática favorece una «economía importante de pensamiento», pues el englobar diversas teorías en una sola axiomatizada trae como resultado que «lo múltiple se piensa en uno»; d) también permite un progreso en el conocimiento, en tanto que la axiomática, al poner de manifiesto analogías formales, reve-

---

metría euclidiana, como lo muestra la introducción de numerosas figuras geométricas en el desarrollo de las pruebas.

la relaciones, muchas veces no evidentes, entre dominios de una misma ciencia o incluso entre ciencias distintas; e) asimismo, los cálculos axiomáticos confieren seguridad y objetividad a la hora de obtener resultados a partir de las hipótesis de partida; f) finalmente, Blanché señala, denotando no poco entusiasmo aun dentro de su estilo sobrio y ponderado, que mediante la axiomatización de teorías «las grandes computadoras de EUA están pasando a ser, si no 'máquinas de pensar' verdaderas, al menos auxiliares científicos cuyas aptitudes superan muy ampliamente la ejecución de las operaciones o problemas que son puramente numéricos [...] Tales usos aún son nuevos y sus desarrollos aún imprevisibles» (p. 78)[4].

En especial las matemáticas se han visto beneficiadas de su axiomatización, la cual ha permitido establecer correlaciones interesantes entre diversas teorías matemáticas y entre la matemática y la lógica. Además de la lógica y las matemáticas, se ha intentado axiomatizar, con diferente fortuna, diversas teorías de las denominadas ciencias empíricas, en particular en la física (que es donde se han logrado resultados más prometedores), en la biología y en la economía[5]. Pero para que una ciencia pueda ser conveniente y fructíferamente axiomatizada, sostiene Blanché, es necesario que haya alcanzado un grado de desarrollo y madurez adecuado, y es que, en su opinión, existe una ley del desarrollo de las ciencias que las hace pasar por cuatro fases sucesivas, a saber: la descriptiva, la inductiva, la deductiva y la axiomática (p. 84). Me parece dudoso que hoy podamos seguir manteniendo esta tesis de Blanché que, por otro lado, refleja una confianza inquebrantable en el progreso de la ciencia. En todo caso, que las cuatro etapas anteriores describan aceptablemente el devenir histórico de algunas ciencias, no permite en absoluto inferir que ése sea precisamente el esquema de desarrollo que haya de aplicarse genéricamente a cualquier rama o disciplina científica.

Pese a lo apuntado con anterioridad, Blanché reconoce que no sólo la abstracción que propicia la axiomatización, sino también los contenidos que suministra la intuición sensible, constituyen elementos indispensables para el desarrollo de la ciencia. En este sentido, aduce que «resulta sin duda más justo solicitar a la intuición sensible y al formalismo que se controlen mutuamente, garantizando así el formalismo contra los errores de una intuición intemperante, aunque con la condición de que él mismo quede sometido a la vigilancia de una intuición aminorada» (p. 90).

El capítulo quinto lo dedica R. Blanché a analizar las consecuencias de la axiomática para la filosofía de las matemáticas, la filosofía de la ciencia y la filosofía del conocimiento. En relación con la primera, apunta las ventajas que presentó la reconstrucción axiomática de las matemáticas llevada a cabo por Zermelo ante la crisis de fundamento de las matemáticas que se abrió a principios del siglo XX (pp. 92-97)[6]. En cuanto a la filosofía de la ciencia, señala Blanché que el método axiomático permite superar la dicotomía estricta entre ciencias formales y ciencias empíricas, en tanto que la axiomatización hace patente que en toda ciencia que esté lo suficientemente desarrollada (como para recibir una organización deductiva) cabe distinguir entre una parte racional o lógica y una parte experimental o intuitiva (pp. 97-103). Finalmente, con relación a la filosofía del conocimiento, Blanché defiende que con la axiomática la tradicional dicotomía entre «pensamiento» y «realidad» se atenúa, y se genera un proceso de ida y vuelta que vincula ambos aspectos del conocimiento humano, aspectos entre los cuales no pocas veces parece mediar un abismo insalvable.

---

4 No perdamos de vista que esto último lo afirmaba Robert Blanché hace ahora la friolera de cincuenta años, que para el desarrollo de la inteligencia artificial puede considerarse un período de tiempo colosal.

5 Cf. R. Blanché, *op. cit.*, pp. 83-86 y M. Garrido, *op. cit.*, p. 324.

6 Resulta cuando menos llamativo el apunte que hace R. Blanché en la nota 36 (p. 97) según el cual desde el materialismo dialéctico se rechazaba el formalismo, pues se veía en él «una manifestación del 'idealismo burgués'». Curiosa mixtura de ideología y concepción de la ciencia cuyos frutos desconozco (y mucho me temo que nunca hayan existido).

En suma, *La axiomática* de Robert Blanché saca a relucir, sin ningún género de dudas, las interesantes repercusiones que el método axiomático acarrea para la reflexión filosófica. La influencia de este método, y de su ideal de búsqueda de conocimientos seguros, es manifiesta en algunos de los más destacados nombres de la historia de la filosofía. Baste citar aquí a Descartes, quien se inspiró en el método de las matemáticas para construir conocimientos sólidos, a Spinoza y su *Ética* «demostrada según el orden geométrico» y a Leibniz y su anhelo de sustituir el razonamiento ordinario por el cálculo axiomático.

José Rafael HERRERA GONZÁLEZ