

DEPARTAMENTO DE ASTROFISICA

Universidad de La Laguna

**MAPA SINÓPTICO DE FLUJOS  
TRANSVERSALES EN LAS CAPAS ALTAS DE LA  
ZONA DE CONVECCIÓN SOLAR**

Memoria que presenta  
D<sup>a</sup>. Irene E. González Hernández  
para optar al grado de  
Doctora en Astrofísica.

INSTITUTO D ASTROFISICA D CANARIAS  
mayo de 1998

# Resumen

Modelos teóricos de estructura y evolución estelar indican que en el Sol actual la convección térmica debe extenderse desde la superficie hacia el interior, formando una zona que ocupa del orden del 30% del radio en la cual los movimientos convectivos transportan prácticamente toda la energía que emerge del interior radiativo.

El conocimiento de la distribución y evolución de los campos de velocidades a gran escala en la superficie solar, es una de las claves hacia la comprensión de mecanismos tanto de transporte energético, dígame la convección, como de fenómenos magnéticos, actividad, dinamo solar, etc. Sin embargo, y a pesar de que la teoría predice la existencia de celdas de convección gigantes, existen muy pocas o ninguna evidencia observacional de dichas estructuras. Desde hace unos años se ha venido aplicando la técnica de los *diagramas de anillos*, englobada en la denominada *heliosismología local* y que está basada en el desplazamiento producido en los espectros de potencias de los modos de oscilación solares por los campos de velocidades, como herramienta para obtener tales campos de velocidades. Hasta ahora este método ha estado prácticamente en prueba dando resultados muy positivos. El trabajo que se presenta muestra, por un lado, la validez de este método de análisis de datos heliosismológicos y, por otro, su capacidad para reproducir propiedades locales del Sol que, combinadas, nos pueden brindar al mismo tiempo información acerca de las propiedades globales.

# Summary

Theoretical models of stellar structure and evolution predict that in the present Sun the thermal convection must be extended from the surface through the interior, reaching about 30% of the solar radius where local convective motions transport the energy which comes from the radiative interior.

The knowledge of the distribution and evolution of the large scale velocity fields in the solar surface, is one of the milestones towards the understanding of the very important questions about energy transport mechanisms, like convection, or about magnetic features, like the solar dynamo.

The theory predicts the existence of giant convective cells. Nevertheless, there are very few or none evidences of such a structures. In the last few years, the *ring diagram analysis* technique has been applied to helioseismological data. This method is part of a new branch of the *Helioseismology*, the *local helioseismology*, and it is based on the study of the frequency shifts of the solar acoustic modes produced by local velocity fields. Up to now, this method, which is still under revision, has been producing very positive results. The work presented here consolidates this technique at the same time that shows its ability to reproduce the local properties of the Sun, and some global results obtained as a combination of the local ones.

# Índice

Resumen	ii
Summary	iii
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 La Heliosismología . . . . .	2
1.1.1 Heliosismología de luz integral . . . . .	4
1.1.2 Heliosismología de alta resolución. El diagrama $k-\omega$ . . . . .	5
1.2 Movimientos de materia a gran escala . . . . .	9
<b>2 El método de los Diagramas de Anillos. Aplicación a datos de SOI/MDI</b>	<b>15</b>
2.1 El método de los Diagramas de Anillos . . . . .	16
2.1.1 Los modos propios de oscilación del Sol . . . . .	16
2.1.2 Aproximación de ondas planas. El espectro tridimensional de potencias	21
2.1.3 Modelo y ajuste de los anillos . . . . .	24
2.1.4 Inversiones . . . . .	26

2.2	Aplicación a datos de SOI/MDI . . . . .	29
2.2.1	Descripción de los datos . . . . .	29
2.2.2	Obtención de los espectros . . . . .	35
2.2.3	Ajuste de los espectros . . . . .	40
2.2.4	Inversión de las velocidades . . . . .	44
<b>3</b>	<b>Hacia la consolidación del método</b>	<b>47</b>
3.1	Algoritmos de ajuste e inversión . . . . .	48
3.1.1	Ajuste de espectros de potencia artificiales . . . . .	48
3.1.2	Reducción del número de parámetros de ajuste . . . . .	50
3.1.3	Comparación de métodos de inversión . . . . .	54
3.2	Resultados comparativos . . . . .	59
3.2.1	Comparación de resultados obtenidos a partir de diferentes instrumentos	59
3.2.2	Pruebas de efectos de proyección . . . . .	66
3.2.3	Evolución temporal de los flujos . . . . .	72
<b>4</b>	<b>Mapa sinóptico subsuperficial de velocidades</b>	<b>75</b>
4.1	Los datos . . . . .	76
4.2	Tratamiento de los datos y resultados . . . . .	76
4.3	Sobre los resultados . . . . .	95

<b>5</b>	<b>Resultados globales</b>	<b>99</b>
5.1	La rotación solar . . . . .	100
5.2	Flujos meridionales . . . . .	107
5.3	Estabilidad temporal de los flujos meridionales . . . . .	111
<b>6</b>	<b>Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>115</b>
6.1	Conclusiones . . . . .	116
6.1.1	Sobre el método de los diagramas de anillos . . . . .	116
6.1.2	Sobre los resultados del trabajo . . . . .	117
6.2	Trabajos futuros . . . . .	118

# Capítulo 1

## Introducción

El interior solar, entendido como la zona bajo la fotosfera, se divide en tres regiones bien diferenciadas: el núcleo, donde tienen lugar las reacciones nucleares que generan la energía, la zona radiativa, en la que la energía es transportada por radiación y la zona convectiva, donde los movimientos de materia son los encargados de transportar la energía hasta la superficie. Dicha energía es la que, en forma de radiación electromagnética, se propaga hasta la tierra y la única capaz de transportar la información sobre el Sol hasta nosotros. Durante mucho tiempo esto supuso una limitación a la investigación solar, incapaz de ahondar más allá de las capas de donde provenía la luz estudiada. El estudio de las ondas estacionarias o modos de oscilación solares supuso un avance hacia la comprensión de la física del Sol bajo su superficie. Conocer cada una de las regiones resulta imprescindible para tener una idea global de lo que está sucediendo en el interior solar.

En particular, la zona convectiva es un sistema muy complejo de movimientos en todas las escalas, tanto espaciales como temporales. Está probablemente afectada por rotación diferencial tanto en latitud como en profundidad y dividida en celdas convectivas que podrían estar relacionadas con la actividad magnética. Conocer la estructura de esta zona es de vital importancia para el entendimiento de fenómenos tales como el ciclo solar. El estudio de esta región se desarrolla en base a la teoría de la *longitud de mezcla* que presenta la ventaja de simplificar considerablemente su tratamiento tanto analítico como numérico. Sin embargo, al no ser una derivación rigurosa de las ecuaciones hidrodinámicas del plasma, hay que ser cuidadosos a la hora de interpretar sus predicciones.

El objetivo principal de esta tesis es ampliar observacionalmente el conocimiento de la zona convectiva solar por medio de la obtención de un mapa de velocidades horizontales en tres dimensiones de la parte superior de la zona de convección. Para ello se utilizará la técnica de los *diagramas de anillos* englobada dentro de la *Heliosismología*. En este capítulo se hará un breve repaso de la Heliosismología en general y del método de los diagramas de anillos en particular, y se introducirán los objetivos planteados para el trabajo de tesis y sus implicaciones físicas.

## 1.1 La Heliosismología

El estudio de la generación y propagación de las ondas acústicas en la zona de convección y atmósfera solares comenzó a finales de 1940 con el convencimiento de que tales ondas podrían transportar energía mecánica de la zona de convección a la cromosfera y corona y con ello explicar el aumento de temperatura en las zonas altas de la atmósfera solar. El descubrimiento a principio de los 60 de una oscilación de 5 minutos en el espectro de frecuencias de desplazamiento Doppler (Leighton *et al.*, 1962), fue el primer paso de la que sería una de las principales ramas de la física solar.

La *Heliosismología* propiamente dicha nació en 1975, cuando la conocida como *oscilación de 5 minutos* mostró un espectro de frecuencias discreto que fue definitivamente asociado a la superposición de muchos modos de oscilación propios del Sol (Deubner, 1975). Tales modos de oscilación fueron identificados como ondas acústicas (modos  $p$ ) cuya principal fuerza de restauración es el gradiente de la presión. La teoría predice, además, oscilaciones de baja frecuencia con periodos de una hora o mayores, pero su identificación en términos de oscilaciones producidas por ondas gravitatorias (o modos  $g$ ) queda, al menos hasta el momento, por confirmar.

Desde entonces y hasta nuestros días, la *Heliosismología* ha sido la herramienta más eficaz para extraer información del interior solar mediante la observación, en su superficie, de las frecuencias de los modos de oscilación. Es posible relacionar la distribución de tales frecuencias, en función del grado y orden del modo, con las propiedades del interior solar utilizando modelos solares y técnicas de inversión.

A modo de breve repaso, diremos que cada modo de oscilación está caracterizado por una



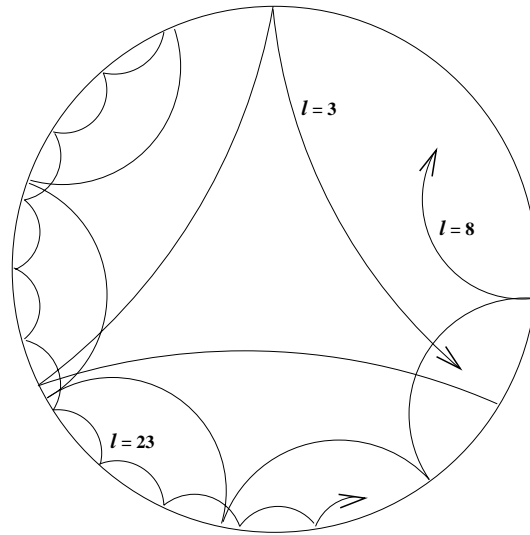


Figura 1: Dibujo esquemático de la propagación de las ondas de sonido en el interior solar

serie de parámetros  $(\ell, m, n)$  asociados a un armónico esférico que describe su distribución espacial, y por una frecuencia temporal  $\nu$  (Deubner and Gough, 1984). Los valores  $\ell$ ,  $m$  y  $n$  determinan el número de líneas nodales de cada modo (regiones donde las oscilaciones tienen amplitud nula) en la dirección radial ( $n$ ), y sobre la superficie ( $\ell$  y  $m$ ).

El parámetro  $\ell$ , o grado del modo, está directamente relacionado con el número de veces que una onda rebota en la superficie y con la profundidad hasta la que se propaga dicho modo (ver figura 1); para  $\ell$  altos es aproximadamente proporcional al módulo del vector número de ondas horizontal ( $k$ ), que es la frecuencia espacial asociada a un modo de oscilación ( $\ell = k \cdot R_{\odot}$ ). Debido al incremento de la velocidad del sonido con la profundidad, las partes más profundas del frente de ondas avanzan más rápidamente, lo que hace que la onda se refleje a una cierta profundidad, creando un límite inferior a la zona de propagación de un determinado modo. Por otra parte, existe un límite superior debido al descenso de la densidad, que puede situarse en la base de la fotosfera. Cada modo de oscilación presenta, por tanto, una cavidad en la que se propaga, coincidiendo aproximadamente el límite superior para todos los modos y haciéndose cada vez menos profundo el inferior, a medida que aumenta  $\ell$ .

Si el Sol no girase y no tuviese campo magnético, modos con los mismos valores  $(n, \ell)$  estarían degenerados en frecuencia respecto a los distintos posibles valores de  $m$ . La rotación

solar rompe esta degeneración dando lugar a multipletes en el espectro de potencia para un determinado par  $(n, \ell)$  que exhibe un desdoblamiento en frecuencias  $\Delta\nu_{n,\ell,m} = \nu_{n,\ell,m} - \nu_{n,\ell}$ , algo análogo al desdoblamiento Zeeman o Stark en los niveles energéticos del átomo de Hidrógeno. El desdoblamiento producido por la rotación es mayor que el debido a otras causas físicas, tales como los campos magnéticos. Así que, en primera aproximación, estas otras contribuciones pueden despreciarse.

Las técnicas de detección de modos de oscilación son diferentes según estén enfocadas a modos de  $\ell$  alto o bajo. Esto es debido a que los patrones con los que se manifiestan las oscilaciones sobre la superficie solar presentan escalas espaciales muy distintas. Así, mientras que los modos con  $\ell = 0, 1, 2, 3$  pueden detectarse integrando la luz de toda la superficie, para identificar modos de un grado  $\sim 1000$  se necesita un tamaño mínimo de píxel en el detector del orden de 2 segundos de arco.

### 1.1.1 Heliosismología de luz integral

Según lo visto, los modos de bajo  $\ell$  penetran más profundamente en el Sol, portando valiosísima información acerca de su interior (Pallé *et al.*, 1988; Roca Cortés *et al.*, 1995). Sin embargo, el número de dichos modos que penetra hasta las cercanías del núcleo es tan escaso, y los que lo hacen van tan deprisa, que es muy difícil inferir resultados físicos con buena resolución en esta región. Esto podría resolverse mediante el estudio de los modos  $g$ , que oscilan con periodos superiores a 40 minutos, y que se encuentran confinados en la zona radiativa. El problema es que tales modos se vuelven energéticamente evanescentes en la zona convectiva, alcanzando la superficie con una amplitud tan pequeña que es difícilmente detectable; este es el objetivo principal del experimento GOLF (Gabriel *et al.*, 1995a) a bordo del satélite SOHO.

El estudio de modos de  $\ell$  bajo se realiza a partir de medidas de luz integral, esto es, sin resolución sobre la superficie solar. Los detectores de modos de  $\ell$  bajo observan desplazamiento Doppler sin resolución espacial. El principal instrumento usado con este fin es el espectrómetro por scattering resonante, que produce una señal promediada sobre todo el disco solar visible (Fossat and Ricort, 1971; Brookes *et al.*, 1978; Gabriel *et al.*, 1995b). Las oscilaciones con valores de  $\ell$  alto contribuirán poco, porque los efectos debidos a áreas de fase opuesta se cancelarán mutuamente. Los espectros de potencia obtenidos a partir

de este tipo de observaciones se han ido depurando a medida que avanzan las técnicas de detección y la longitud de las series de datos, con lo que aumenta la resolución en frecuencia y la relación señal a ruido.

### 1.1.2 Heliosismología de alta resolución. El diagrama $k-\omega$

Por el contrario, los modos de  $\ell$  alto presentan la característica de muestrear cada vez más finamente las capas más externas, de tal forma que el estudio de las frecuencias de estos modos de oscilación permite un conocimiento mucho más detallado de la zona en que se propagan (Harvey, 1985), y para el caso que nos ocupa, las capas altas de la zona de convección, son los más apropiados.

Un gran paso hacia la interpretación de las oscilaciones solares se dió en 1966 con la aplicación, por primera vez, del espectro de potencia bidimensional o *diagrama de diagnóstico* (Mein, 1966). En estos diagramas se representa la potencia observada en función del módulo del vector de ondas  $k$  y de la frecuencia temporal de la onda  $\omega$ , y el resultado son unas franjas de potencia correspondientes a modos acústicos con diferentes órdenes  $n$  (fig. 2). Estas franjas fueron predichas por los modelos de ondas acústicas atrapadas bajo la fotosfera (Ulrich, 1970; Leibacher and Stein, 1971), y por tanto tales diagramas han podido usarse, por medio de procesos de inversión, para inferir las condiciones físicas del interior del Sol. En la figura 2 puede verse un diagrama bidimensional  $\ell-\nu$  obtenido a partir del estudio de imágenes Doppler solares. Los diagramas  $k-\omega$  y  $\ell-\nu$  son equivalentes, ya que el número de ondas  $k$  es directamente proporcional al grado  $\ell$  del modo y  $\omega = 2\pi\nu$ .

Una de las aplicaciones más importantes de los diagramas  $\ell-\nu$  bidimensionales ha sido su aportación al estudio de la variación de la rotación con la profundidad (Deubner, 1979; Thompson *et al.*, 1996). El desplazamiento en frecuencias depende de la velocidad de rotación del gas en el rango en profundidad en el cual el modo se propaga. Teniendo en cuenta que cada modo se propaga únicamente en una porción del total del volumen, las diferencias respecto a la frecuencia asociada a cada modo en una situación sin rotación darán un promedio pesado sobre la región muestreada por el modo.

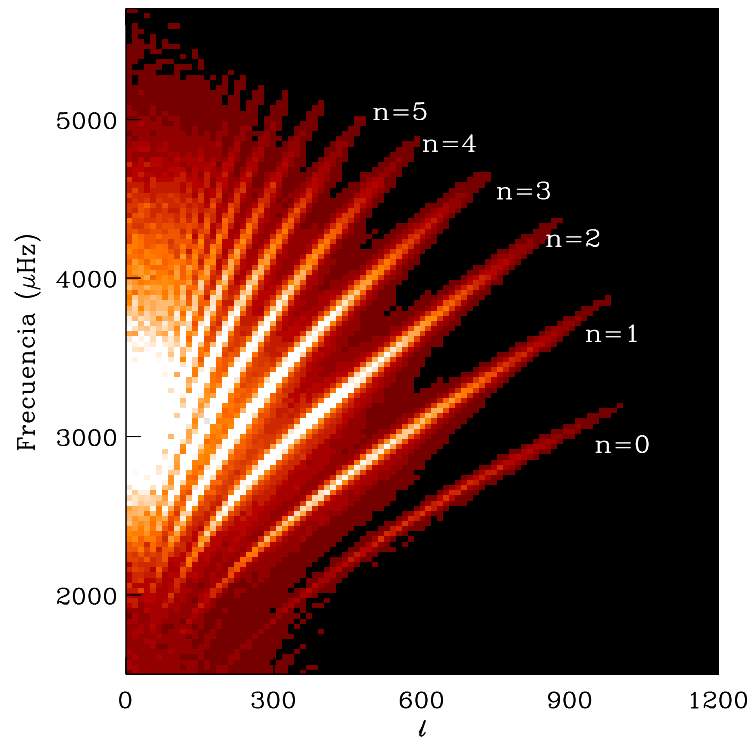


Figura 2: Diagrama de diagnóstico  $\ell - \nu$  de los modos  $p$  de las oscilaciones solares. Cada franja de potencia corresponde a un orden  $n$  diferente. Ha sido obtenido a partir de imágenes tomadas por el instrumento MDI, del proyecto SOI a bordo del satélite SOHO (Scherrer *et al.*, 1994).

### Heliosismología local

Una de las nuevas corrientes de la Heliosismología se ha denominado *Heliosismología local* y es uno más de los numerosos recursos que ha demostrado poseer esta poderosa herramienta para escudriñar el interior solar.

La heliosismología local se basa en el estudio de modos de oscilación de grado  $\ell$  medio-alto y es capaz de extraer información de regiones concretas sobre la superficie solar. En ella se engloban técnicas como la heliosismología *tiempo-distancia* (Duvall, 1993a), que extrae información del interior solar a partir del tiempo de viaje y distancia asociados a las diferen-

tes ondas acústicas, y el *método de los diagramas de anillos* (Hill, 1988a), en el que se basa el trabajo realizado en esta tesis.

## Diagramas de anillos

El análisis de diagramas tridimensionales es un método relativamente nuevo para abordar la difícil tarea de extraer información del interior solar (Patrón *et al.*, 1992; Patrón, 1994). Al no promediar sobre el módulo del vector número de ondas, se recupera información espacial contenida en las componentes  $k_x$  y  $k_y$  de dicho vector sobre movimientos horizontales.

La forma de estos diagramas tridimensionales se puede reproducir girando, en torno al eje en que se representa la frecuencia temporal, un diagrama típico  $k - \omega$  (por ejemplo el de la figura 2), de tal forma que las superficies de revolución obtenidas recuerdan la parte anterior, o bocina, de una trompeta. El corte a una determinada frecuencia de este diagrama da lugar a una serie de anillos de potencia, que han dado el nombre de *método diagramas de anillos* a este tipo de estudios (ver el dibujo de la figura 3). El desplazamiento de dichos anillos respecto al eje de simetría está relacionado directamente con los flujos de velocidad horizontales existentes en la zona donde el modo asociado a un determinado anillo se propaga.

Si el diagrama tridimensional ha sido construido a partir del estudio de los modos de oscilación en una región concreta sobre la superficie solar, se puede conseguir confinar las velocidades obtenidas a una determinada zona del Sol. De esta forma, mediante el estudio de un mosaico de regiones sobre la superficie, es posible reproducir un mapa de velocidades horizontales con una resolución espacial determinada por la cantidad de regiones y con una resolución en profundidad asociada al grado  $\ell$  de los modos en estudio. Es imprescindible contar con imágenes solares de alta resolución espacial a la hora de aplicar la técnica de los diagramas de anillos. Esto es debido, por una parte, a que es la única manera de resolver los modos de  $\ell$  alto, necesarios para utilizar la aproximación de ondas planas en la que se basa este método, y por otra, para contar con suficientes píxeles de información cuando se limite la región a estudiar. Recientemente se ha desarrollado una red heliosismológica de alta resolución espacial, TON (Taiwan Oscillation Network) que toma imágenes en intensidad del disco solar (Chou *et al.*, 1995). Así mismo, el proyecto SOI/MDI (Solar Oscillation

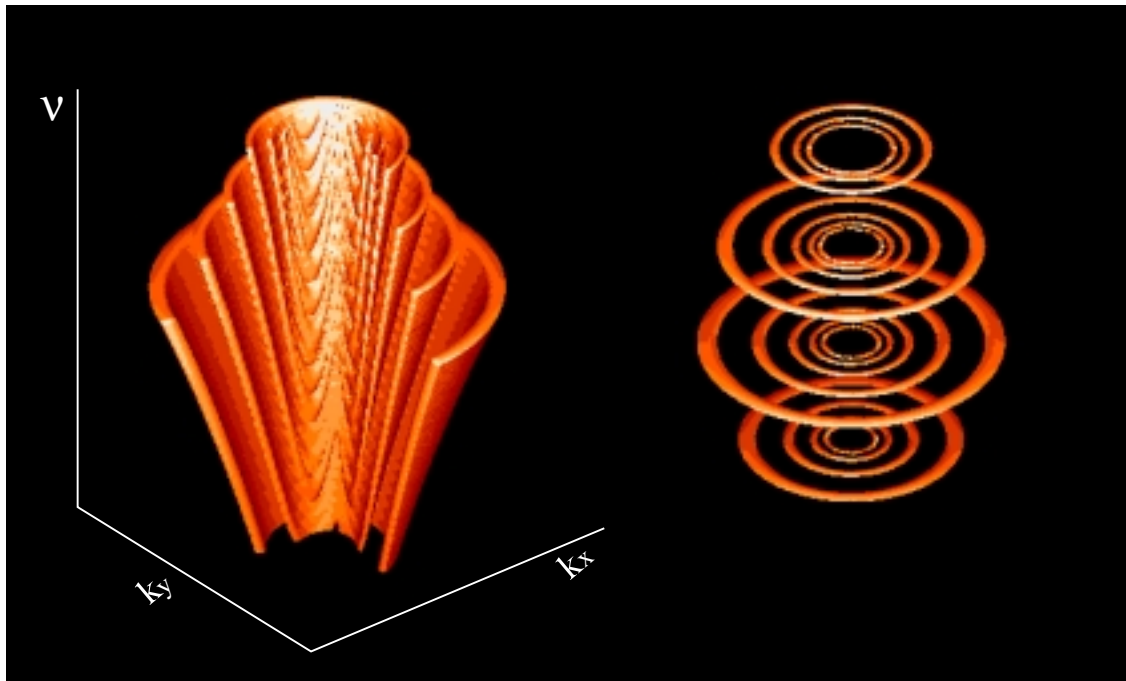


Figura 3: Simulación de un espectro tridimensional de potencias de los modos de oscilación acústicos solares. A la derecha pueden observarse los anillos de potencia a los que dan lugar cortes de este espectro a determinadas frecuencias temporales.

Investigation / Michelson Doppler Imager), a bordo del satélite SOHO, está proporcionando, en su programa dinámico, imágenes Doppler de alta resolución de manera ininterrumpida durante más de dos meses al año. Son imágenes de una altísima calidad, libres de efectos atmosféricos y sin interrupción por el ciclo día-noche (Scherrer *et al.*, 1994).

Las primeros trabajos realizados con este tipo de diagramas mostraban su capacidad para reproducir tanto condiciones termodinámicas bajo la fotosfera solar (Hill, 1988b), como flujos de velocidades horizontales en dicha zona (Hill, 1988a). Un trabajo posterior más concienzudo presentaba el primer mapa de velocidades horizontales en las capas altas de la zona de convección para una determinada región de la superficie solar, con dependencia tanto en profundidad como en posición sobre la superficie (Patrón, 1994; Patrón *et al.*, 1995). Las velocidades encontradas como resultado de la aplicación de este método podrían servir como base de comprobación de modelos teóricos.

En los capítulos 2 y 3 se hará un estudio detallado tanto de la teoría en la que se basa

esta técnica como de los mecanismos de aplicación para extraer la información a partir de imágenes solares de alta resolución espacial.

## 1.2 Movimientos de materia a gran escala

El origen del campo magnético solar presenta aún numerosos interrogantes. Los modelos parten de la generación de campo magnético en fluidos conductores y rotantes. El mecanismo de *dinamo*, responsable de la interacción entre el campo magnético y los movimientos de materia, es una de las principales fuentes de estudio de la física solar. Las manifestaciones del campo magnético en forma de manchas solares, *flares*, etc. en la superficie solar constituyen, junto al estudio de los modos de oscilación, uno de los medios de comprobación de los modelos teóricos del interior solar. Recientes observaciones heliosismológicas han sugerido la solución a la inconsistencia anterior de los modelos de dinamo mediante una rotación diferencial dependiente no sólo en latitud sino en profundidad. Dichas observaciones indican que la dinamo solar podría operar no en toda la zona de convección sino en una fina capa entre esta zona y el interior radiativo (DeLuca, 1991). Las principales cuestiones sobre la dinamo son: dónde está situada exactamente y qué movimientos de fluido son los de mayor importancia en ella. Por esto, conocer la dinámica del material en la zona de convección supondría un avance decisivo de la investigación, y el trabajo que se propone pretende ser un paso en este sentido. En particular, las capas más superficiales de la zona convectiva podrían jugar un papel importante en la configuración final del campo magnético en la superficie solar.

### Rotación y flujos meridionales

Como principales movimientos a gran escala cabe mencionar la rotación diferencial del Sol en torno a su eje y los flujos meridionales, movimientos de materia desde el ecuador hacia los polos. En ambos casos, hasta hace muy poco tiempo los estudios se basaban en el movimiento de singularidades en la superficie solar, tales como manchas solares, lo que limitaba el conocimiento del comportamiento del plasma solar a las capas donde se encontraban anclados dichos fenómenos, o en el desplazamiento Doppler de líneas espectrales

en diferentes puntos de la superficie. El uso de la heliosismología, más concretamente del desplazamiento de la frecuencia temporal de los modos de oscilación por flujos de velocidades en la zona donde los modos se propagan, permite realizar estudios de estos movimientos en función del radio, o de la profundidad geométrica a partir de la superficie.

El efecto no lineal de la rotación y la convección en una esfera de gas compresible ha sido modelado (Glatzmaier, 1987). Eligiendo los parámetros adecuadamente se puede reproducir correctamente la rotación diferencial en la superficie. En estos modelos la rotación disminuye con la profundidad de tal forma que resulta aproximadamente constante en cilindros en torno al eje de rotación. Sin embargo, la velocidad de rotación observada en manchas y otras manifestaciones magnéticas es superior al de la fotosfera, lo cual indica que la rotación aumenta en las capas inmediatamente debajo de la superficie. Así mismo, los resultados heliosismológicos revelan un perfil para la rotación que aumenta justo debajo de la superficie (Thompson *et al.*, 1996).

Tanto los modelos teóricos de rotación solar como la migración observada de las manchas solares hacia el ecuador durante el ciclo solar, sugieren flujos meridionales de unos pocos  $ms^{-1}$ . La manifestación más obvia de estos flujos es el cambio de posición del centro de la zona de actividad durante el ciclo solar que se corresponde con un desplazamiento promedio en la dirección de los polos al ecuador del orden de  $\sim 1ms^{-1}$ . Por otro lado, las predicciones teóricas apuntan hacia la existencia de flujos meridionales desde el ecuador hacia los polos que transporten el momento angular para mantener la rotación diferencial observada (Gilman, 1974). Los resultados observacionales sobre flujos meridionales siguen presentando gran ambigüedad, cambiando no sólo el orden de magnitud de los flujos encontrados con el trabajo realizado (Hathaway, 1996; Komm *et al.*, 1993; Duvall, 1979), sino el signo de estos flujos. Choudhuri *et al.* (1995) muestran que la migración de las manchas hacia el ecuador durante el ciclo solar es compatible con una circulación meridional desde el ecuador hacia los polos.

Se encuentra, además, cierta variabilidad tanto en la rotación diferencial (Howard and Labonte, 1980) como en los flujos meridionales (Ribes, 1986), que podría estar asociada en



ambos casos con el ciclo solar.

### **Movimientos convectivos. Supergránulos y celdas gigantes de convección**

Los movimientos convectivos de materia parecen obedecer a una escala de tamaños determinada. Desde la granulación, que presenta una escala espacial de entre 700-1400 km aproximadamente hasta las celdas gigantes de convección de un tamaño supuesto de  $\sim 100$  Mm, pasando por la mesogranulación ( $\sim 5-10$  Mm) y la supergranulación ( $\sim 32$  Mm). Si bien el método de diagramas de anillos es insensible a las velocidades asociadas a la granulación, ya que su tamaño espacial y su tiempo de vida escapan a la resolución de esta técnica, es posible detectar velocidades asociadas a supergránulos y celdas gigantes.

Mientras que el conocimiento actual de los supergránulos de convección solares está basado casi exclusivamente en resultados observacionales, las celdas gigantes de convección han sido postuladas teóricamente y tienen muy poca o ninguna confirmación observacional. Las simulaciones sin simetría axial, basadas en la teoría de longitud de mezcla, sugieren la existencia en el Sol de movimientos convectivos de tamaños del orden de  $10^6$ m (Howard *et al.*, 1991).

Desgraciadamente, el método de diagrama de anillos es incapaz de diferenciar entre distintos tipos de velocidades horizontales, es decir, las velocidades encontradas usando esta técnica serán la superposición de todos los campos de velocidades existentes en una región, los cuales afectarán de una manera determinada a las frecuencias de los modos de oscilación. Por tanto, las velocidades obtenidas son un promedio y están asociadas al conjunto de movimientos de materia existentes en una determinada zona, de manera que sólo una coherencia espacial y/o temporal podrían diferenciar algunos de estos movimientos. En la construcción del mapa y en un intento de aislar al menos los efectos de velocidades locales, se extraerá lo que se asociará a un promedio de la rotación con la profundidad a diferentes latitudes.

El acoplamiento entre rotación y convección puede dar lugar a movimientos ciclónicos ligados a la fuerza de Coriolis. Tales movimientos tienen direcciones opuestas en ambos hemisferios. En la figura 4 puede verse el dibujo de celdas tipo bananas, a la izquierda, y de

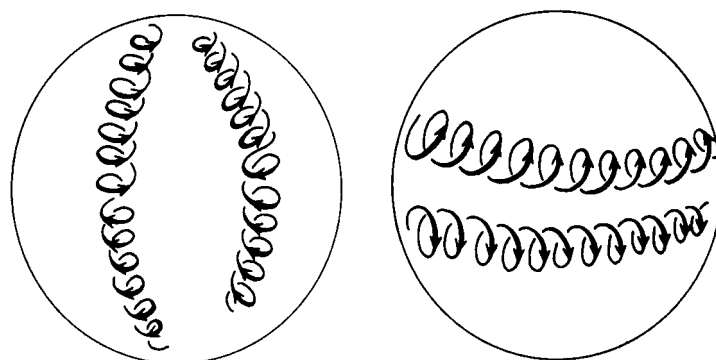


Figura 4: Celdas convectivas a gran escala. A la izquierda celdas tipo *bananas*, a la derecha celdas *roll-shaped*. Ambos tipos de celdas podrían coexistir dando lugar, por superposición, a movimientos espirales de materia. (Esquema extraído de Cox *et al.*, 1991)

celdas "roll-shaped" a la derecha, que predice la teoría. Nótese que ambas configuraciones tienen sentidos inversos en ambos hemisferios. Ambos tipos de celdas podrían coexistir dando lugar, por superposición, a movimientos espirales. En este sentido, el trabajo realizado por Patrón (1994), mostraba evidencias observacionales de movimientos espirales a partir del análisis de datos heliosismológicos utilizando la técnica de los diagramas de anillos. Se encontraban, además, máximos de velocidad a ciertas profundidades que podrían asociarse a los mecanismos de excitación de los modos acústicos, así como a posibles fuentes de inestabilidad causantes de fenómenos convectivos como la granulación, aunque cuantitativamente los resultados no coinciden con trabajos anteriores (Kumar, 1992; Duvall, 1993b). Otro resultado interesante de este trabajo relacionado con el comportamiento espiral que muestran los flujos de velocidades encontrados, es que podría englobarse en teorías sobre convección turbulenta en un fluido compresible y rotante (Brummell *et al.*, 1993). Este movimiento espiral produciría a su vez flujos ciclónicos postulados como el origen de la helicidad del campo magnético y del proceso de dinamo (DeLuca, 1991). En este trabajo comprobaremos si estos resultados se reproducen con datos que se corresponden a un periodo temporal diferente y a partir de imágenes con unas características distintas.

La memoria de la tesis ha sido estructurada en 5 capítulos más. El capítulo 2 resume el fundamento teórico del método de los diagramas de anillos y su aplicación a imágenes Doppler de alta resolución espacial. En el capítulo 3 se valida y consolida el método presentando una serie de pruebas realizadas. El mapa de velocidades horizontales, objetivo final de

la tesis, se recoge en el capítulo 4. Resultados globales sobre rotación y flujos meridionales derivados del trabajo realizado se muestran en el capítulo 5 y, finalmente, el capítulo 6 se dedica a las conclusiones a las que se ha llegado y a posibles trabajos futuros.



## Capítulo 2

# El método de los Diagramas de Anillos. Aplicación a datos de SOI/MDI

El análisis de diagramas tridimensionales es un método relativamente nuevo para abordar la difícil tarea de extraer información del interior solar (Hill, 1990; Patrón, 1994). Al no trabajar con el módulo del vector número de ondas ( $k$ ), sino con las componentes  $k_x$  y  $k_y$  de dicho vector, se recupera información espacial contenida en las mismas sobre movimientos horizontales.

La teoría del método de los diagramas de anillos utiliza la aproximación de ondas planas para modos de  $\ell \geq 100$ , que permite una descomposición local más simple de los modos en funciones seno y coseno, en lugar de la típica descomposición en armónicos esféricos. Basándose en dicha aproximación, se encuentra una relación entre el desplazamiento en frecuencia temporal de un modo de oscilación concreto y las velocidades horizontales en la región en la que se propaga dicho modo, de manera que las medidas de las frecuencias nos pueden decir mucho acerca de estos flujos de velocidades.

En este capítulo desarrollaremos los fundamentos teóricos del método, derivados de las ecuaciones fundamentales de la heliosismología aplicadas a modos de oscilación de  $\ell$  medio-alto. Así mismo, estudiaremos la manera de aplicar este método de análisis a imágenes

obtenidas por el instrumento SOI/MDI.

## 2.1 El método de los Diagramas de Anillos

### 2.1.1 Los modos propios de oscilación del Sol

El estudio de las oscilaciones solares se desarrolla a partir del sistema de ecuaciones generales de la hidrodinámica aplicado a una estrella en equilibrio, asumiendo las siguientes aproximaciones: se considera un medio continuo, la gravedad se supone la única fuerza de volumen existente, se desprecian la presión turbulenta y, en general, los efectos dinámicos de la convección presentes en el Sol. Por último se impondrá la ausencia de intercambio térmico entre las diferentes partes del fluido en los tiempos de escala de las oscilaciones, o sea, que el movimiento a través del fluido es adiabático. Teniendo en cuenta todo esto, el sistema de ecuaciones resultante es: la **ecuación de movimiento**,

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \rho \nabla \Phi, \quad (1)$$

donde  $\mathbf{v}$  es la velocidad del fluido,  $p$  es la presión,  $\rho$  la densidad y  $\Phi$  el potencial gravitatorio determinado por la **ecuación de Poisson**,

$$\nabla^2 \Phi = -4\pi G \rho, \quad (2)$$

la **ecuación de continuidad**,

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \mathbf{v}, \quad (3)$$

y la **ecuación de la energía**,

$$\frac{1}{p} \frac{Dp}{Dt} = \Gamma_1 \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt}, \quad (4)$$

donde

$$\Gamma_1 = \left( \frac{\partial \ln p}{\partial \ln \rho} \right)_{ad} \quad (5)$$

se denomina primer exponente adiabático.

Las amplitudes de las oscilaciones observadas en el Sol son muy pequeñas comparadas con las escalas solares características, por tanto es posible tratar los modos de oscilación dentro

de la teoría lineal de perturbaciones al estado de equilibrio. Haciendo además las hipótesis en el modelo sin perturbar de simetría esférica y equilibrio hidrostático, con lo que desaparece la dependencia temporal de las magnitudes en el equilibrio, y eliminando las variaciones de segundo orden y superiores en el sistema de ecuaciones, se pueden separar las magnitudes perturbadas en funciones dependientes del tiempo, del radio y de las coordenadas angulares ( $\theta$  y  $\phi$ , latitud y longitud heliográficas). Para las magnitudes escalares y la componente radial del desplazamiento de las oscilaciones se tiene:

$$f(r, \theta, \phi, t) = \sqrt{4\pi} Re[f(r)Y_l^m(\theta, \phi)e^{-i\omega t}] \quad (6)$$

donde, por simplicidad, hemos representado como  $f$  tanto la variación radial de la perturbación,  $f(r)$ , como la perturbación completa.  $\omega$  es la frecuencia temporal de la oscilación y  $Y_l^m(\theta, \phi)$  son los armónicos esféricos,

$$Y_l^m(\theta, \phi) = (-1)^m C_{lm} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (7)$$

donde  $P_l^m(\cos \theta)$  son los polinomios asociados de Legendre y  $C_{lm}$  es una constante de normalización.

El grado del armónico,  $\ell$ , es un entero positivo y  $m$  es el orden acimutal, con  $|m| \leq \ell$ . Físicamente,  $\ell$  da el número total de líneas nodales en la superficie solar ( $f = 0$ , en cualquier instante), y  $m$  el número de líneas nodales perpendiculares al ecuador del sistema de coordenadas. Esto produce un patrón de perturbaciones positivas y negativas alternativamente a cada lado de las líneas nodales y diferente para cada combinación de  $\ell$  y  $m$ , dando lugar, por superposición, a una señal aparentemente aleatoria en la superficie solar. En la figura 5 puede verse la señal teórica, en velocidad radial, asociada a diferentes modos de oscilación actuando aisladamente. Las zonas azules representan movimiento de materia hacia el observador y las rojas movimiento en sentido contrario.

Utilizando la aproximación de Cowling, esto es, despreciando las perturbaciones del potencial gravitatorio  $\Phi'$ , y la aproximación de capas localmente plano-paralelas bajo gravedad constante, se llega a un problema de autovalores, cuya ecuación es la ecuación de ondas, y a partir de su solución se deduce la relación de dispersión para la componente radial del número de ondas,

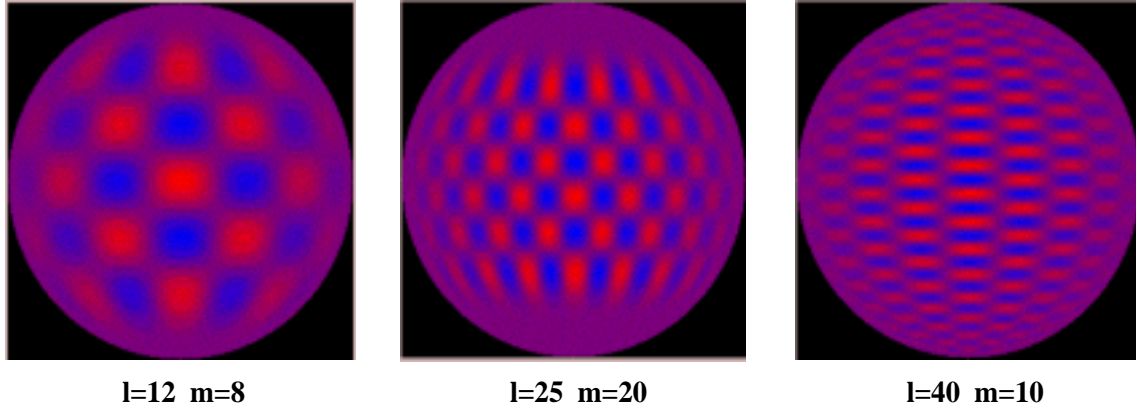


Figura 5: Componente radial de los modos propios de oscilación solares asociados a diferentes valores de  $\ell$  y  $m$  en un instante determinado.

$$k_r^2 = \frac{\omega^2 - \omega_{co}^2}{c^2} + \frac{S_l^2}{\omega^2} \left( \frac{N^2 - \omega^2}{c^2} \right), \quad (8)$$

con  $S_l^2 = c^2 k_h^2$ , donde  $k_h^2 = \frac{l(l+1)}{r^2}$  es el cuadrado de la componente horizontal del número de ondas;  $\omega_{co}$  es la frecuencia de corte y viene dada por  $\omega_{co}^2 = \frac{c^2}{4H} \left( 1 - \frac{2dH}{dr} \right)$ , siendo  $H$  la escala de altura en densidad y  $c$  la velocidad local del sonido;  $N^2$  y  $S_l^2$  corresponden a las frecuencias de Brunt-Vaisälä y Lamb respectivamente, y están asociadas físicamente con las dos fuerzas restauradoras dominantes en las oscilaciones, el empuje y las fluctuaciones de la presión. Esta relación es válida siempre que  $k_r(r)$  varíe mucho más lentamente que las autofunciones. Esto es cierto salvo en capas muy cercanas a la superficie.

Los modos vendrán representados por funciones oscilatorias en aquellas regiones en que  $k_r^2 > 0$ , y tendrán un comportamiento aproximadamente exponencial fuera de estas, esto es, se vuelven energéticamente evanescentes. La región del Sol en la que un modo tiene un comportamiento oscilatorio, en el sentido espacial, delimita una *cavidad resonante*. En general la densidad de energía de un modo de oscilación tendrá una amplitud grande dentro de la cavidad resonante y decrecerá exponencialmente fuera de esta. Así, la frecuencia del modo viene principalmente determinada por la estructura del Sol dentro de esta región.

Lejos de la superficie, en la mayoría de los casos  $S_l^2 \gg \omega_{co}^2$  y  $S_l^2 \gg N^2$ , mientras que cerca de la superficie  $\omega_{co}^2 \gg S_l^2$ , salvo para valores de  $\ell$  muy grandes. Con estas consideraciones,



la condición  $k_r^2 > 0$  se cumple si:

$$\text{(a)} \quad \omega^2 > S_l^2 \text{ y } \omega^2 > \omega_{co}^2$$

$$\text{(b)} \quad \omega^2 < N^2.$$

El caso **(a)** limita una zona en el interior solar desde un punto en el interior hasta justo debajo de la superficie. En esta zona se propagan los **modos**  $p$ , ondas acústicas cuya fuerza restauradora es la presión. Si se combina la suposición  $S_l^2 \gg N^2$ , hecha por encontrarnos lejos de la superficie, con  $\omega^2 > S_l^2$ , tenemos que  $\frac{N^2}{\omega^2} \ll 1$  en esta región (lo cual es una buena aproximación para las oscilaciones de 5 minutos, cuyas frecuencias son del orden de 3000  $\mu\text{Hz}$ ), la relación de dispersión se simplifica a:

$$\omega^2 = c^2(k_r^2 + k_h^2). \quad (9)$$

El punto de retorno interno depende únicamente de  $\omega/L$  y el externo coincide aproximadamente con el punto en que  $\omega = \omega_{co}$ .

El caso **(b)** se corresponde con una región entre el núcleo solar y la zona de convección, en ella se propagan los **modos**  $g$  cuya fuerza restauradora es la gravedad, y están caracterizados por valores de  $\omega$  pequeños. La relación de dispersión se simplifica quedando:

$$k_r^2 = \frac{S_l^2}{c^2} \left( \frac{N^2}{\omega^2} - 1 \right). \quad (10)$$

Al propagarse en las capas más profundas se hacen muy difíciles de detectar, ya que su energía disminuye considerablemente en la zona convectiva, con lo que llegan a la superficie con muy poca amplitud.

En la figura 6 puede verse que un modo de oscilación con una frecuencia cíclica determinada queda atrapado, normalmente, en una única cavidad resonante, existiendo dos tipos diferentes de estas que se corresponden con los casos **(a)** (como ejemplo la línea roja) y **(b)** (línea verde) respectivamente.

La onda, generada en un punto del interior solar, comienza su viaje en cualquier dirección, sin embargo, debido a la estratificación de la densidad y al gradiente de temperaturas, se ve refractada a medida que avanza. En la propagación se producen dos reflexiones; en el caso de los modos  $p$ , una de ellas se produce en la superficie, debida a la rápida variación de la escala de alturas cerca de la superficie solar, y la otra en el interior. Esta última reflexión

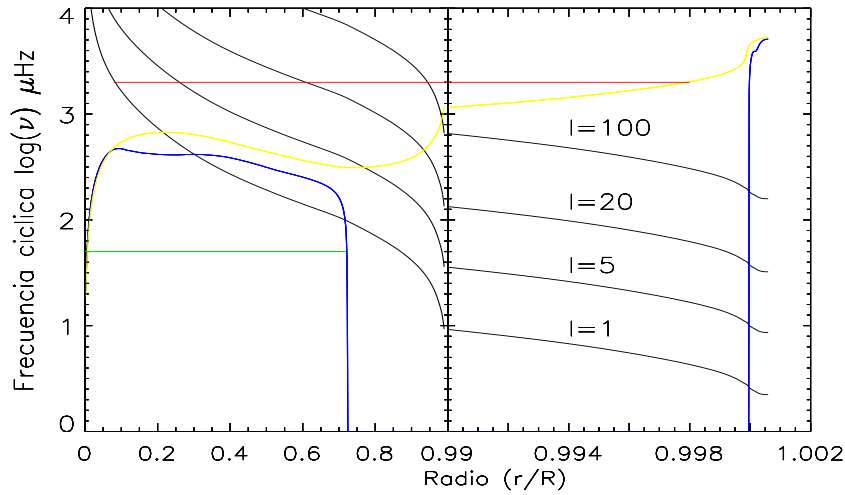


Figura 6: Frecuencias características  $S_l/2\pi$  (en negro),  $N/2\pi$  en azul y frecuencia acústica de corte  $\omega_{co}/2\pi$  (en amarillo) en función de la frecuencia cíclica y el radio. La línea roja horizontal indica la región en que se encuentra atrapado un modo  $p$  de grado  $\ell = 1$  y frecuencia  $2000\mu\text{Hz}$ , y la línea verde la correspondiente a un modo  $g$  de  $50\mu\text{Hz}$ . (Cortesía de A. Eff-Darwich).

depende del modo asociado a la onda y se corresponde con el punto en el que la refracción es completamente horizontal lo que hace que la onda vuelva a subir. Sólo los modos que resuenan entre estos dos puntos sobreviven a una interferencia destructiva, y esto sólo sucede cuando un número concreto de número de ondas verticales ajusta en la cavidad definida por esos dos puntos. Aplicando el análisis JWKB, se obtiene una relación aproximada para el número de ondas vertical:

$$\int_{r_0}^{r_1} k_r dr = n\pi + \epsilon, \quad (11)$$

donde  $r_0$  y  $r_1$  son los puntos de retorno en el interior (que como hemos visto depende de  $\omega/L$ ) y en la superficie respectivamente,  $k_r$  es el número de ondas vertical y  $\epsilon$  es un desfase en las zonas de reflexión. El orden radial  $n$  da cuenta del número de ceros de la función de onda en la cavidad en la que se propaga el modo.

Se tiene, por lo tanto, cada modo caracterizado por tres números fundamentales  $n$ ,  $\ell$  y  $m$  y por la frecuencia temporal de oscilación  $\nu$  que es dependiente de estos otros.

El presente trabajo está centrado en el estudio de modos  $p$ , que son, por un lado, los que pueden detectarse en la superficie solar y, por otro, los únicos capaces de resonar en la zona convectiva, que es la que se pretende analizar.

### 2.1.2 Aproximación de ondas planas. El espectro tridimensional de potencias

Haciendo una restricción a un análisis local de la señal, y para modos de grado  $\ell$  elevado, la distribución espacial horizontal de las oscilaciones en una sección del disco solar se parecerá a lo mostrado en la figura 7.

Teóricamente, esto se traduce en la semejanza a ondas planas que adquieren los armónicos esféricos en su aproximación asintótica cuando  $\ell$  aumenta. Así, la amplitud de la señal en una posición dada,  $(S_x, S_y)$  y en un instante determinado sobre unos ejes perpendiculares desde un punto tomado como origen del análisis, vendrá dada por:

$$A(S_x, S_y) = A_o \cdot \cos(2\pi k_x S_x) \cos(2\pi k_y S_y) \quad (12)$$

donde  $k_x$  y  $k_y$  son las componentes horizontales del vector número de ondas espacial  $\mathbf{k}$  y están relacionadas con  $\ell$  y  $m$  aproximadamente según

$$k_x \cong \frac{m}{R_\odot}, \quad (13)$$

$$k_y \cong \frac{(\ell^2 - m^2)^{1/2}}{R_\odot}, \quad (14)$$

con  $R_\odot$  el radio solar. La aproximación de ondas planas permite el tratamiento de los datos con transformadas de Fourier en vez de la descomposición en armónicos esféricos usual, ya que las variaciones se suponen únicamente de carácter seno-cosenoidal, tanto temporal como espacialmente. Esta aproximación es válida para  $\ell \geq 200$  y su utilización es adecuada a la hora de obtener diagramas bidimensionales  $\ell - \nu$  cuando la resolución espacial es suficientemente alta (Libbrecht, 1988).

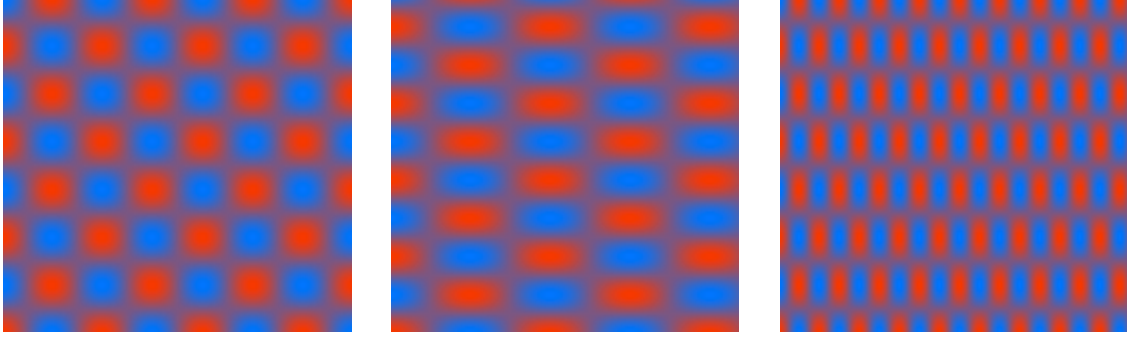


Figura 7: Componente radial de modos de grado  $\ell$  alto con diferentes combinaciones de  $\ell$  y  $m$  vistos únicamente en una sección del disco solar.

En esta representación, la componente radial de las oscilaciones vendrá dada como suma de las contribuciones de todos los modos:

$$V_r(t, S_x, S_y) = \mathcal{R} \left[ \sum_{n,l,m} A_{n,l,m} e^{i(\omega t + \phi_{n,l,m} - \mathbf{k}_h \cdot \mathbf{x})} \right], \quad (15)$$

donde  $\mathcal{R}$  simboliza la parte real,  $A_{n,l,m}$  es la amplitud del modo considerado y  $\omega = 2\pi\nu_{n,l,m}$ , siendo  $\nu_{n,l,m}$  la frecuencia de vibración del modo.  $\mathbf{k}_h$  es el vector número de ondas horizontal y  $\mathbf{x}$  el vector de posición en un sistema de coordenadas horizontal sobre la superficie solar.  $S_x$  y  $S_y$  son las componentes de  $\mathbf{x}$  y  $\phi_{n,l,m}$  es la fase del modo.

Para un instante dado  $t_0$  se puede aislar la componente espacial de la forma:

$$V_r(t_0, S_x, S_y) = \mathcal{R} \left[ \sum_{l,m} \left[ \sum_n A_{n,l,m} e^{i(\omega t_0 + \phi_{n,l,m})} \right] e^{-i\mathbf{k}_h \cdot \mathbf{x}} \right], \quad (16)$$

y tomando  $C_{l,m} = \sum_n A_{n,l,m} e^{i(\omega t_0 + \phi_{n,l,m})}$  como los coeficientes espaciales para el instante  $t_0$ , se tiene:

$$V_r(t_0, S_x, S_y) = \mathcal{R} \left[ \sum_{l,m} C_{l,m} e^{-i(k_x S_x + k_y S_y)} \right]. \quad (17)$$

La idea consiste en transformar primero esta función mediante Fourier en las coordenadas  $S_x$  y  $S_y$  y luego, una vez obtenidos los coeficientes  $C_{l,m}$  para cada par  $k_x, k_y$ , transformar

en la coordenada temporal estos coeficientes y obtener la frecuencia temporal ( $\nu_{n,l,m}$ ) y la amplitud ( $A_{n,l,m}$ ) de cada modo de oscilación.

Estas tres transformadas de Fourier, dos espaciales y una temporal, dan lugar a un diagrama tridimensional en el que se representa la potencia frente a las frecuencias espaciales,  $k_x$  y  $k_y$ , y la temporal,  $\nu$  (ver figura 8).

Como se ha visto en el apartado anterior, los modos p presentan una relación de dispersión de la forma  $\omega^2 = c^2(k_r^2 + k_h^2)$  cuando  $\omega$  crece. Se suele utilizar una relación empírica que relaciona la frecuencia con el número de ondas horizontal,  $\omega = ck_h^{\frac{1}{2}}$  (Hill *et al.*, 1991), cuya representación gráfica produce el conocido *diagrama de diagnóstico k- $\omega$*  de los modos p solares (fig 8).

Dado un orden radial  $n$ , la relación de dispersión en función de las componentes del número de onda horizontal quedará:

$$\omega = c \left( k_x^2 + k_y^2 \right)^{\frac{1}{4}} \quad (18)$$

La representación tridimensional de esta ecuación se muestra en la figura 8 y no es otra cosa que las superficies de revolución a que da lugar un giro sobre el eje de frecuencia temporal del diagrama bidimensional  $k-\omega$ .

El corte a una determinada frecuencia  $\nu$  de este diagrama de diagnóstico tridimensional, son anillos correspondientes a una pareja  $(n, \ell)$  determinada y que, en ausencia de campos externos de velocidades, tienen su centro en el eje  $\omega$ .

La presencia de un campo de velocidades horizontal, perturbaría la frecuencia por advección del frente de ondas (Gough & Toomre 1983), y producirá un aparente desplazamiento Doppler  $\Delta\omega = \mathbf{k} \cdot \mathbf{U} = k_x U_x + k_y U_y$ , con lo que la relación de dispersión quedaría de la forma,

$$\omega' = \omega - \Delta\omega = c \left( k_x^2 + k_y^2 \right)^{\frac{1}{4}} - (k_x U_x + k_y U_y) \quad (19)$$

haciendo que los centros de los anillos ya no estén sobre el eje de frecuencias. En la figura 9 se muestra como se vería afectado el espectro de potencias por un campo de velocidades  $\mathbf{U}$  paralelo al eje  $x$  e independiente de la profundidad en el Sol en la que se encuentre. Cabe destacar que el desplazamiento en frecuencias depende de la dirección y sentido del flujo

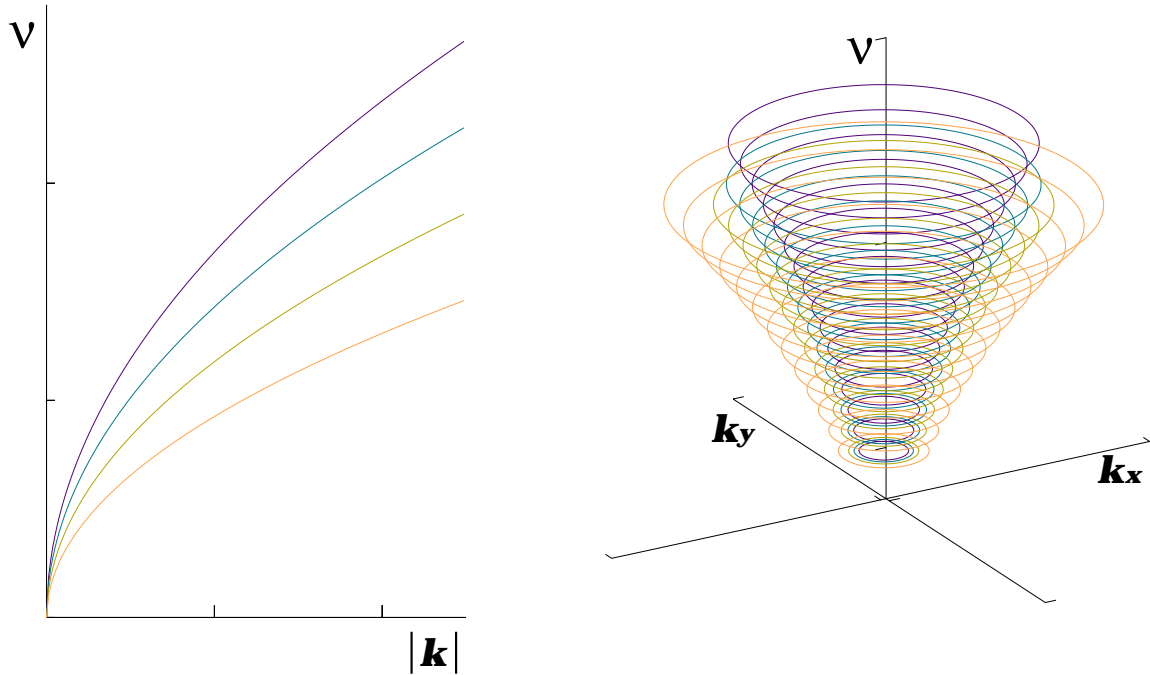


Figura 8: La gráfica de la izquierda muestra el dibujo esquemático de un diagrama  $\ell - \nu$ , la de la derecha un diagrama tridimensional seccionado a diferentes frecuencias, mostrando los anillos a que daría lugar.

de velocidades. En el ejemplo de la figura 9, la cantidad  $\Delta\omega$  es positiva para  $k_x > 0$ , pero negativa para  $k_x < 0$ .

### 2.1.3 Modelo y ajuste de los anillos

Se ha visto, en los apartados precedentes, la forma del espectro de potencia tridimensional y su deformación para el caso de que existan campos de velocidades horizontales. Ajustando los anillos resultantes, dado un modelo para el perfil de los picos, se podrá obtener información tanto de las componentes de dichos campos de velocidades ( $U_x, U_y$ ), como sobre propiedades termodinámicas asociadas a la constante  $c$  de la relación de dispersión (Hill, 1988b).

El modelo de ajuste está basado en el trabajo de Anderson *et al.* (1990) para el ajuste

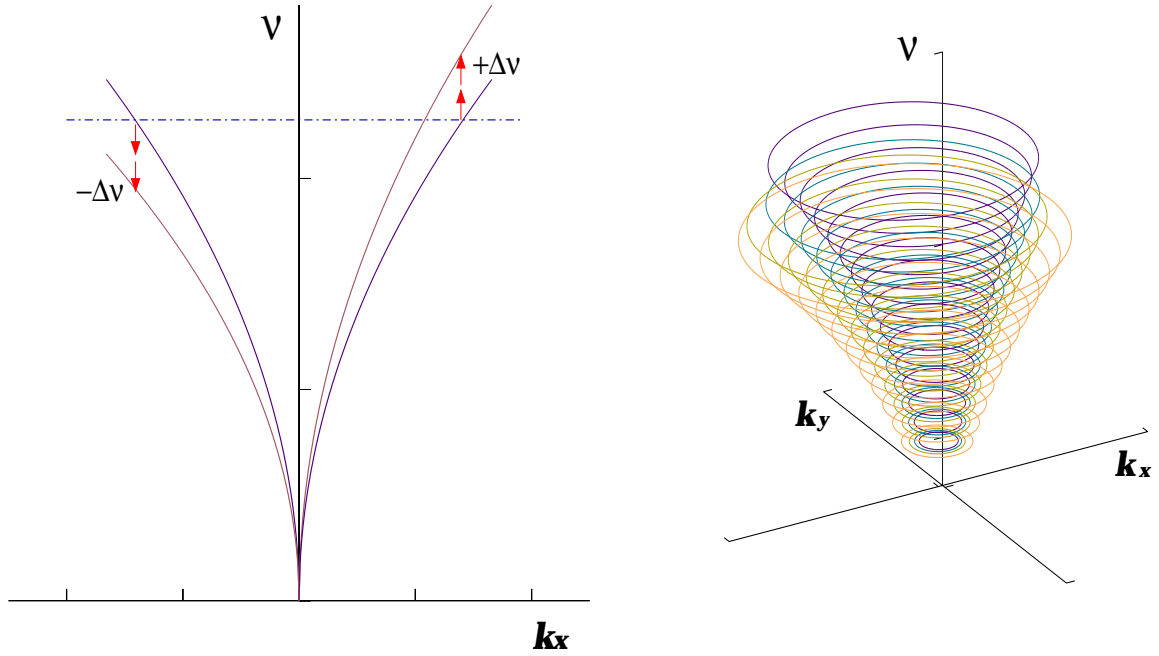


Figura 9: Dibujo esquemático de un diagrama tridimensional afectado por un campo de velocidades en el eje  $x$ , constante con la profundidad. A la izquierda se ha representado como se vería desplazada en frecuencia una determinada franja perteneciente a un orden  $n$  en plano  $k_x - \nu$ . A la derecha puede apreciarse la asimetría respecto al eje  $\nu$ .

de picos en frecuencia de un diagrama clásico  $k - \omega$  en el que el perfil de los picos se asume como Lorentziano. En nuestro caso se ha adaptado para que, además de la dependencia en  $\omega$ , tenga en cuenta la dependencia en  $k_x$  y  $k_y$  (Patrón, 1994). Así, el espectro de potencia correspondiente a la contribución de un único orden radial  $n$ , vendrá dada por:

$$P_n(\nu, k_x, k_y) = \frac{A_n^2}{\left[\nu - \left(c_n k^{\frac{1}{2}}\right) + \frac{U_x k_x + U_y k_y}{2\pi}\right]^2 + \sigma_n^2} + b_1 k^{-3} + b_2 k^{-4}, \quad (20)$$

donde  $A_n$  es la amplitud,  $\sigma_n$  la semianchura a media altura de la Lorentziana y  $c_n$  la constante de proporcionalidad que relaciona  $\omega$  y  $k$  según la ecuación 18. Los términos que incluyen  $b_1$  y  $b_2$  dan cuenta del nivel de ruido de fondo en el espectro.

Si el volumen de puntos utilizado para hacer el ajuste incluye más de un único orden  $n$ , habrá que tener en cuenta las contribuciones al modelo de todos los órdenes presentes, con

lo cual tendríamos un sumatorio de la forma,

$$P(\nu, k_x, k_y) = \sum_{j=1}^N \frac{A_j^2}{\left[ \nu - \left( c_j k^{\frac{1}{2}} \right) + \frac{U_x^j k_x + U_y^j k_y}{2\pi} \right]^2 + \sigma_j^2} + b_1 k^{-3} + b_2 k^{-4}. \quad (21)$$

La máxima bondad del ajuste se asume como la máxima densidad de probabilidad, tomando como modelo para la densidad de probabilidad del espectro de potencia de oscilaciones solares la dada por Duvall & Harvey (1986),

$$\delta_i = \frac{1}{P_i} \exp\left(\frac{-O_i}{P_i}\right), \quad (22)$$

donde  $P_i$  es el valor del modelo para unas coordenadas dadas  $k_x$ ,  $k_y$  y  $\nu$ ,  $O_i$  es la potencia observada en dicho punto y el subíndice  $i$  denota cada punto del conjunto de datos utilizado. La función de probabilidad,  $L$ , viene dada por el producto de las probabilidades individuales de cada punto. Por tanto habrá que buscar maximizar  $L$  o, definiendo  $S$  como:

$$S = -\ln(L) = \sum_i \left( \ln(P_i) + \frac{O_i}{P_i} \right), \quad (23)$$

minimizar la función  $S$  para el conjunto de parámetros del modelo.

Como resultado de esto se obtendrá un ajuste de los parámetros al modelo de la ecuación 21,  $A_j$ ,  $c_j$ ,  $\sigma_j$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  y las dos componentes del vector velocidad horizontal, en función de los modos de oscilación presentes en el ajuste, caracterizados por el orden radial  $n$  y una frecuencia  $\nu$  (por la relación de dispersión, dada  $\nu$  y  $n$ , fijamos el grado  $\ell$  del modo).

### 2.1.4 Inversiones

La inversión de los datos heliosismológicos, como en cualquier otro campo, pasa por tres etapas. La primera consiste en solucionar el *problema directo*, y en el caso de la heliosismología, el cálculo de las frecuencias propias de un estado de equilibrio teórico. En una segunda etapa se intentan entender los resultados de forma empírica, comprobando cómo varían las frecuencias cuando varía un parámetro dado de los definidos en el modelo en equilibrio o, analíticamente, por expansión asintótica en casos de órdenes o grados límites. Es



necesario tener una buena idea de cómo un cambio en los parámetros afecta a las frecuencias antes de entrar en el más complicado tercer paso, el *problema inverso*. Por último, este problema inverso consiste en encontrar un modelo de equilibrio consistente con las frecuencias observadas.

En el problema directo, los datos ( $d_i$ , donde  $i$  representa un modo de oscilación particular) son funciones de una cantidad física determinada, dependiente de la profundidad,  $f(r)$ , y debe estar pesada por unas funciones núcleo, que a partir de ahora se denominarán *kernels* ( $K_i(r)$ ), que dan cuenta de la sensibilidad de cada modo de oscilación a dicha cantidad física a una determinada profundidad. El conjunto de kernels puede determinarse a partir de un modelo del interior solar. La siguiente expresión relaciona dichas magnitudes:

$$d_i = \int_0^R K_i(r) f(r) dr. \quad (24)$$

Para el caso que se trata,  $d_i$  se correspondería con la velocidad horizontal en función de la frecuencia,  $U_i$ , encontrada tras el proceso de ajuste, y  $f(r)$  con la velocidad horizontal en función de la profundidad,  $V(r)$  ( $V_x(r), V_y(r)$ ), que es la cantidad buscada. Por tanto, se necesita invertir el proceso para obtener la función contenida en la integral, lo que suele ser un problema bastante delicado y normalmente produce oscilaciones de alta frecuencia que deben ser evitadas. Este problema ha sido solucionado utilizando diferentes métodos que pueden ser clasificados en dos grupos: RLS (Regularized Least Squares, Craig & Brown, 1986) y OLA (Optimal Localized Averages, Backus & Gilbert, 1970). Una comparación de estas técnicas puede encontrarse en Christensen-Dalsgaard & Thompson (1990). Ambos métodos dan una solución como combinación de los datos, pero de diferente manera. El método RLS requiere una discretización de la integral que va a ser invertida, de manera que la ecuación 24 se transforma en una relación matricial. El método OLA introduce el concepto de *kernels promedio*, definidos, para una profundidad determinada  $r_0$ , como una combinación lineal de kernels  $K_i(r)$ , con coeficientes  $c_i$ :

$$\mathcal{K}(r; r_0) \equiv \sum_{i \in D} c_i(r_0) K_i(r), \quad (25)$$

donde  $i$  puede tomar cualquier valor disponible en el conjunto  $D$  de manera que  $\mathcal{K}(r; r_0)$  es pequeño en cualquier sitio excepto en el entorno de  $r = r_0$ . Se cumple además que su modulo es la unidad  $\int_0^R \mathcal{K}(r; r_0) dr = 1$ . En este caso, puede definirse una función  $\bar{V}(r)$  para  $r_0$  tal que:

$$\bar{V}(r_0) \equiv \sum_{i \in D} c_i(r_0) U_i = \int_0^R \mathcal{K}(r; r_0) V(r) dr, \quad (26)$$

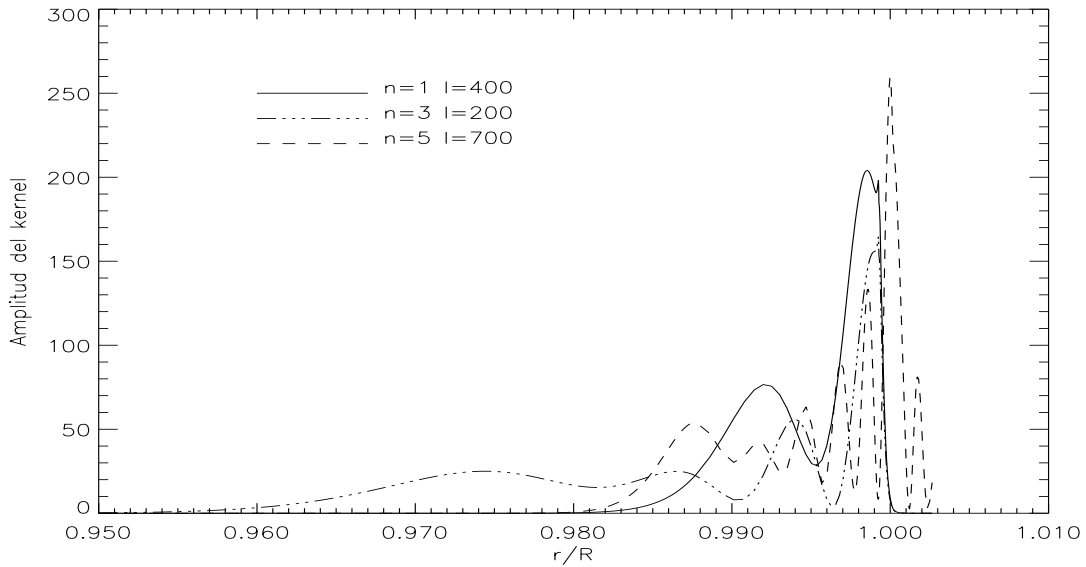


Figura 10: Amplitud de los kernels asociados a diferentes modos de oscilación.

es decir,  $\bar{V}(r_0)$  representa el promedio de la función real  $V(r)$  en torno al valor  $r_0$  pesado por los kernels promedio. Cuanto más cerca se encuentre  $\mathcal{K}(r; r_0)$  a una función delta de Dirac ( $\delta(r - r_0)$ ), menor será el efecto del promedio en la función  $\bar{V}(r)$  y más se parecerá a la función real. La limitación en este acercamiento viene dada por el compromiso entre la anchura de  $\mathcal{K}(r; r_0)$  y la propagación de los errores del proceso. Este compromiso se cuantifica con un parámetro de suavizado  $\lambda$ . Cuanto menor se toma este parámetro, menor es el promedio y mayor la propagación de errores asociada.

El método de inversión a emplear en el presente trabajo fue desarrollado por Frank Hill y Douglas Gough. Se basa en una combinación de los dos métodos, OLA y RLS, y ha sido utilizado con éxito en trabajos anteriores (Patrón, 1994; Patrón, 1995). La descripción detallada de este método puede consultarse en Patrón (1994). En este trabajo se utiliza un conjunto de kernels obtenidos por Bahcall & Ulrich (1988) para un modelo solar estándar. En la figura 10 pueden verse kernels asociados a varios modos de oscilación.

## 2.2 Aplicación a datos de SOI/MDI

En esta sección se intentará dar una visión detallada de la aplicación del método a los datos utilizados durante este trabajo. Pretende dar un ejemplo del tratamiento práctico de los datos, desde su estado inicial como imágenes del disco solar, hasta la consecución de las velocidades horizontales finales en función de la profundidad que conformarán el mapa sinóptico de flujos transversales en las capas altas de la zona de convección solar. Se desarrollan detenidamente cada uno de los pasos técnicos necesarios para la obtención de los resultados. En los capítulos posteriores se presentarán resultados estudiando diferentes regiones sobre la superficie solar, habiendo sido tratadas cada una de ellas de la misma manera que la descrita en esta sección.

### 2.2.1 Descripción de los datos

Como se ha reseñado en apartados anteriores, la necesidad de contar con datos heliosismológicos de alta resolución espacial se hace requisito indispensable para la elaboración de este trabajo.

Las imágenes utilizadas han sido tomadas por el instrumento MDI (Michelson Doppler Imager) del proyecto SOI (Solar Oscillation Investigation) que vuela a bordo del satélite SOHO (Solar and Heliospheric Observatory). Puede decirse, sin lugar a dudas, que las imágenes tomadas por este instrumento son, en la actualidad, las que cuentan con una mayor calidad y precisión en su género.

SOI/MDI es uno de los doce experimentos a bordo del satélite SOHO, que fue lanzado el 2 de Diciembre de 1995. SOHO ha sido diseñado para estudiar la estructura interna del Sol, su extensa atmósfera y el origen del viento solar. Orbita a unos 1.5 millones de kilómetros de la Tierra, en torno al punto L1 de Lagrange. Inicialmente la misión pretendía observar el Sol ininterrumpidamente durante 2 años. Este objetivo ha sido alcanzado con éxito y las últimas noticias apuntan a una extensión de la misión por unos seis años más.

El instrumento SOI/MDI toma imágenes del Sol en una cámara CCD a través de una serie de filtros de banda muy estrecha. Los dispositivos finales son un par de interferómetros Michelson, que son el corazón del instrumento y conforman el Tacómetro de Fourier, que

permiten a SOI/MDI obtener imágenes con un ancho de banda de 100 mÅ. Normalmente se obtienen 20 de estas imágenes centradas en 5 longitudes de onda diferentes sobre la línea del Ni I (6768 Å), que son usadas para calcular las señales en velocidad y en continuo. La resolución es de aproximadamente 4 segundos de arco cuadrados ( $2'' \times 2''$ ) sobre toda la imagen (Scherrer *et al.* 1994).

Estas imágenes de alta resolución son enviadas a la tierra, tras un procesamiento inicial, durante ocho horas al día la mayor parte del tiempo, pero durante 60 días al año (programa dinámico) se envían de forma ininterrumpida a razón de una por minuto.

Parece interesante resaltar las principales ventajas de trabajar con el instrumento SOI/MDI:

- Primero, estas imágenes son tomadas desde el espacio, con lo que se salvan las contrariedades impuestas a las observaciones por la atmósfera terrestre. Las observaciones de modos de alto  $\ell$  desde la tierra están afectadas del efecto del *seeing* atmosférico. Como ha sido discutido por Hill (1984), los desplazamientos de la imagen y las distorsiones producidas por la turbulencia óptica en la atmósfera terrestre, producen una degradación considerable en la señal de las oscilaciones de alto  $\ell$ . Las simulaciones numéricas indican que dichos efectos se hacen perceptibles a partir de  $\ell = 200$  y que para  $\ell \geq 400$  la potencia se reduce un factor del orden de 20 incluso para condiciones óptimas de *seeing*.
- Segundo, estas observaciones se realizan ininterrumpidamente, es decir, no están afectadas del ciclo día-noche que aporta señales indeseadas que se transforman, en el espectro de potencias, en picos cercanos a los de las oscilaciones, al tiempo que empeora la relación señal a ruido. Nuevas redes heliosismológicas de resolución media-alta, tales como GONG (Global Oscillation Network Group) o TON, poseen diferentes estaciones a lo largo del globo terráqueo. Esto permite realizar observaciones con un elevado porcentaje de continuidad a lo largo de extensos períodos de tiempo. Sin embargo, estas redes están sujetas a la inclemencias del tiempo. Presentan, además, el inconveniente de tener que diseñar un método para unir las series provenientes de diferentes estaciones, este problema ha sido abordado con notable éxito en el caso de GONG (Willians *et al.*, 1995).
- Tercero, el hecho de contar con imágenes Doppler de una gran precisión. El instrumento ha sido diseñado con la intención de que sean los movimientos aleatorios

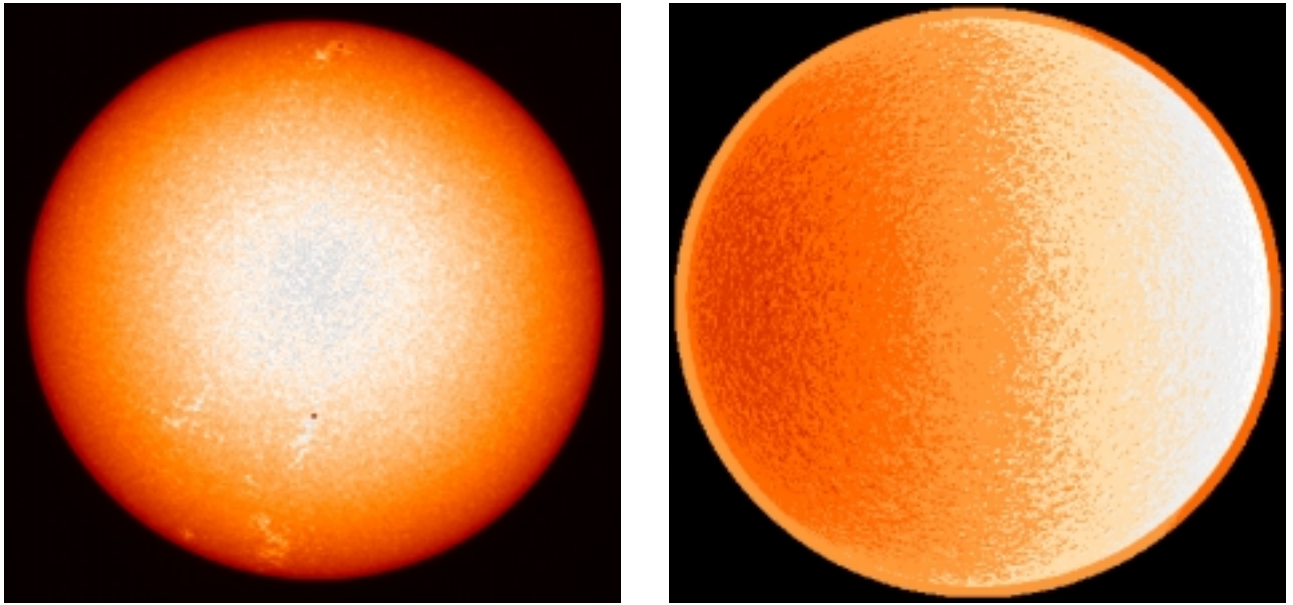


Figura 11: A la izquierda puede verse una imagen en intensidad tomada por el instrumento TON (en el Observatorio del Teide), mientras que a la derecha se muestra una imagen en velocidad obtenida por el instrumento SOI/MDI (nótese la velocidad de rotación).

en la superficie solar los que limiten las medidas, para lo que se necesita una alta estabilidad y sensibilidad al desplazamiento Doppler observable. Esto se consigue con el Tacómetro de Fourier, corazón del instrumento. En la figura 11 pueden verse dos imágenes solares, una en intensidad tomada por el instrumento TON y otra de velocidad Doppler obtenida por el instrumento SOI/MDI.

Respecto a este tercer punto, la calidad del instrumento SOI/MDI quedaba garantizada, incluso antes de iniciar su actividad, por la eficiencia demostrada por la red terrestre GONG (Harvey *et al.*, 1987), con menor resolución espacial ( $8 \times 8$  segundos de arco) pero que toma imágenes tanto en intensidad como de velocidad Doppler, basándose en un instrumento similar al que luego se utilizó en el proyecto SOI/MDI, el interferómetro de Michelson (Harvey and the GONG Instrument Development Team, 1988).

Aprovechando la dualidad intensidad-velocidad de los datos del instrumento GONG, se llevó a cabo un trabajo de comparación de los espectros tridimensionales obtenidos a partir de imágenes en intensidad y en velocidad con dicho instrumento, lo cual permitió predecir

la mejora en la relación señal a ruido que se encontraría con las imágenes de SOI/MDI. Debido a que el instrumento GONG tiene una resolución espacial mucho menor, al elegir una sección pequeña sobre el disco solar se tendría la información contenida en pocos píxeles, de forma que el intervalo en frecuencia espacial en el dominio transformado que se consigue en este caso es muy pequeño y el método resultaría poco ventajoso. Por otro lado se tendría un muestreo muy pobre a la hora de utilizar las transformadas discretas de Fourier. Por esto, se necesita tomar una sección mayor para el estudio. Para este trabajo se utilizaron las imágenes en intensidad y en velocidad tomadas los días 16, 17 y 18 de Mayo de 1996 por la estación GONG situada en el observatorio del Teide y se estudió una sección de  $60^\circ \times 60^\circ$  en torno al centro solar (unos  $100 \times 100$  píxeles).

Los resultados obtenidos se muestran en las gráficas de la figura 12. La baja resolución espacial del instrumento se traduce en un rango menor en  $\ell$  en el espectro de potencia, y por tanto, atendiendo a las relaciones (13) y (14), en un menor rango en  $k$ . Los anillos de la izquierda corresponden a cortes a diferentes frecuencias del diagrama tridimensional conseguido a partir de imágenes en intensidad y los de la derecha, a cortes a las mismas frecuencias del diagrama obtenido con las imágenes en velocidad. Los promedios acimutales se muestran en las gráficas de la figura 13. En el apartado siguiente se detallará el proceso a seguir para conseguir estos espectros de potencias.

Salta a la vista la mejora de la relación señal al ruido para el caso de anillos obtenidos a partir de imágenes en velocidad. La definición de los anillos de potencia se acentúa considerablemente en este caso, sobre todo en frecuencias temporales extremas. En los promedios acimutales se ve que los datos en intensidad permiten detectar modos de oscilación a muy altas frecuencias temporales, superando incluso la frecuencia de corte.

Estos tres puntos resumen básicamente la elección de las imágenes de SOI/MDI como datos a utilizar durante el desarrollo de este trabajo.

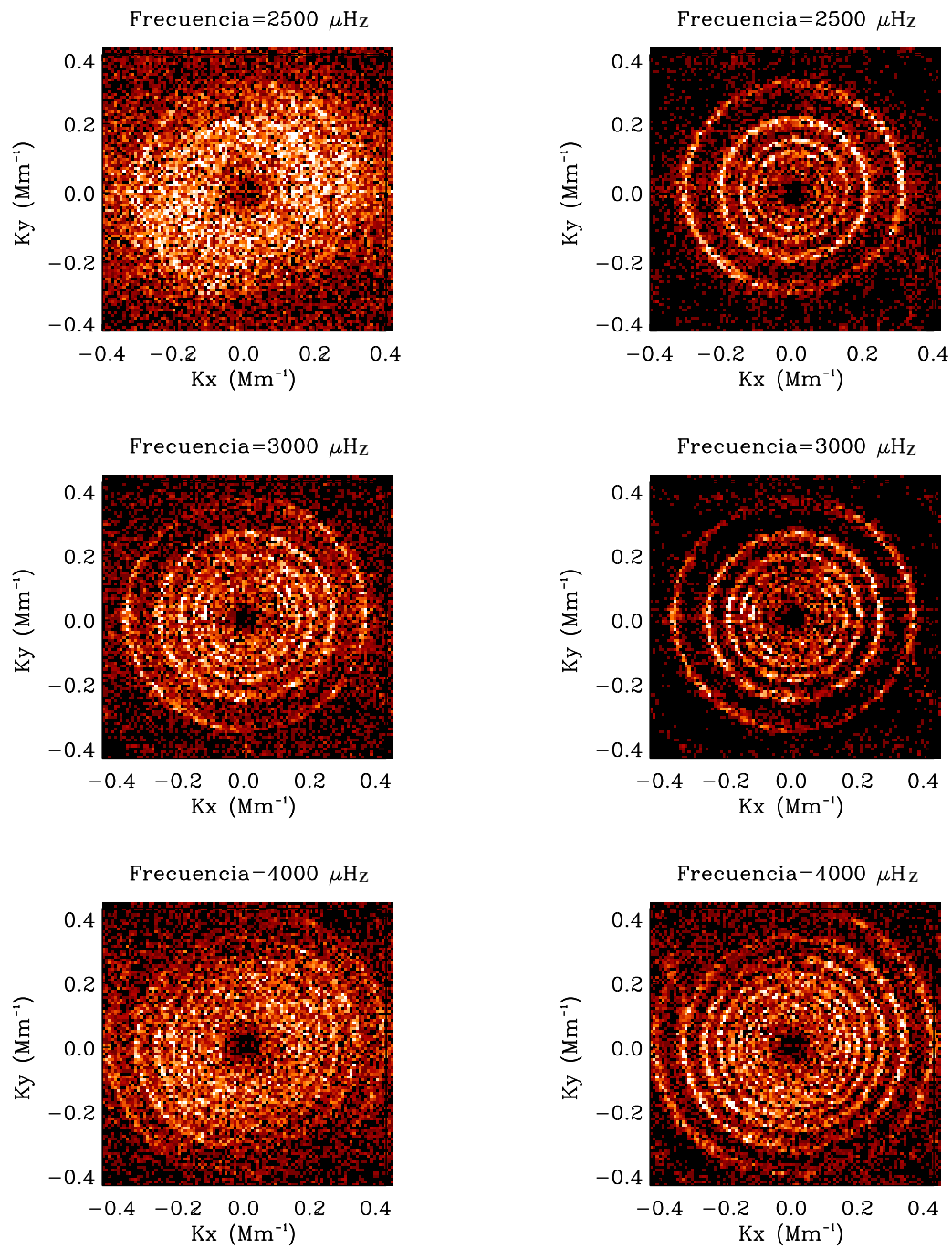


Figura 12: Las gráficas de la izquierda muestran cortes a diferentes frecuencias del diagrama tridimensional obtenido a partir de las imágenes en intensidad del GONG. Las de la derecha, cortes a las mismas frecuencias del diagrama correspondiente a las imágenes en velocidad.

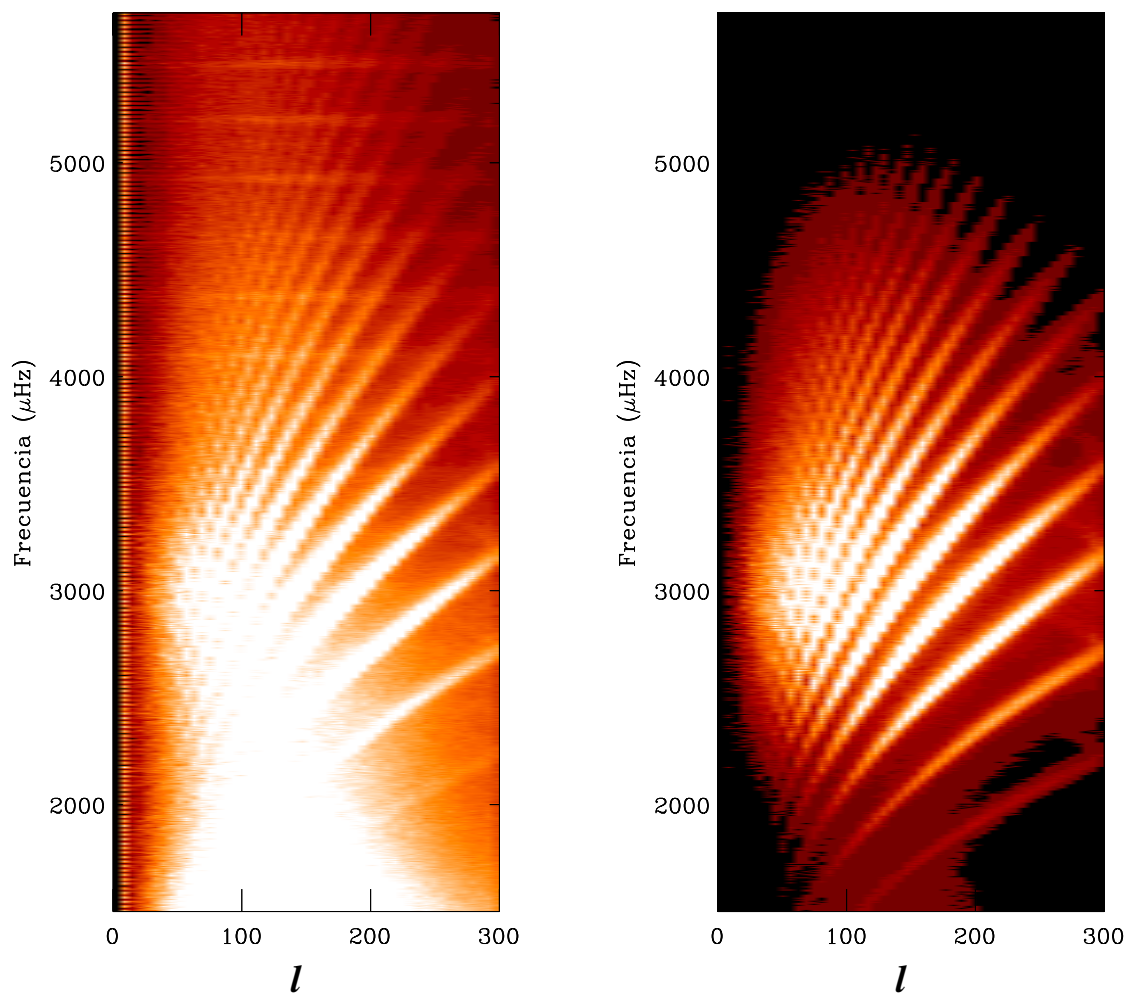


Figura 13: Diagramas  $\ell-\nu$  obtenidos como promedios acimutales de los tridimensionales. El de la izquierda corresponde a la serie de imágenes en intensidad y el de la derecha a las de velocidad.



### 2.2.2 Obtención de los espectros

Parece razonable hablar en este apartado del tipo de sección que se estudiará de manera sistemática durante toda la tesis. El tipo de sección ha sido seleccionado en base a tres requisitos fundamentales: **a)** minimizar los efectos de proyección al nuevo sistema de coordenadas, **b)** garantizar la aproximación a ondas planas, y **c)** conseguir una resolución espacial adecuada en el mapa final de velocidades.

La manera más eficaz de disminuir los efectos de proyección es utilizar secciones en torno al centro del disco solar en cada instante. Debido al continuo movimiento rotacional del Sol, la posición de una sección sobre la superficie del disco observable varía con el tiempo, de manera que pasa una vez en cada rotación ( $\sim 27$  días) por el meridiano central del disco. La idea es utilizar secciones en un período de tiempo tal que se encuentren lo más centradas posibles en torno a este meridiano.

Uno de los parámetros más importantes en los estudios realizados con diagramas de anillos es el tamaño de la sección a estudiar. Cuanto mayor sea la sección, mayor resolución en el dominio de frecuencias; sin embargo, las velocidades obtenidas serán un promedio sobre esta sección y por tanto se perderá resolución en este sentido. Además, cuanto mayor es la región considerada, peor se cumplen las condiciones de aproximación a ondas planas. Por tanto, es necesario llegar a un compromiso óptimo entre las resoluciones en ambos dominios. Para el trabajo que nos ocupa se decidió utilizar secciones de aproximadamente  $15^\circ \times 15^\circ$ . Aprovechando la máxima resolución del instrumento SOI/MDI en el centro del disco  $\sim 2''$ , la dimensión en número de píxeles para dichas secciones se eligió de  $128 \times 128$  píxeles, potencias exactas de 2 ( $2^7$ ) que facilitan el cálculo de la transformada de Fourier.

Finalmente, la elección de la extensión temporal de la serie, salvo en experimentos aislados, está relacionada con la necesidad de comparar los flujos sobre toda la superficie en tiempos lo más cercanos posibles en todas las secciones. De esta manera se evita que hayan evolucionado demasiado y se añadan otros factores dinámicos a la comparación. Por otra parte, cuanto más larga sea la serie temporal, mayor será la resolución en el dominio de frecuencias, pero el vector velocidad encontrado estará integrado sobre un período más largo de tiempo. Además, en relación al punto mencionado antes sobre los efectos de proyección, es necesario seguir la sección en torno al instante en que ésta pasa por el centro del disco. Por ello las series temporales elegidas para el mapa tienen 1536 minutos de extensión ( $1536 = 3 \cdot 2^9$ ),

a imagen por minuto, lo que permite que la sección no se aleje del centro solar más de 7.7 grados en cada dirección (ver figura 15).

### **Seguimiento, proyección y cambio de coordenadas**

Es necesario mantener un seguimiento de la sección en estudio sobre toda la serie de imágenes solares utilizadas. Debido a la rotación diferencial, la posición de la sección determinará el ritmo de rotación a utilizar para dicho seguimiento. En este trabajo, y para todas las regiones presentadas en esta memoria, se ha supuesto una función polinómica en coseno de la colatitud,  $\phi$ , para la rotación superficial:

$$\Omega = a_0 - a_2 \cdot \cos^2(\phi) - a_4 \cdot \cos^4(\phi) - s_o , \quad (27)$$

con los coeficientes dados por Snodgrass (1984),  $a_0 = 452.0 \text{ nHz}$ ,  $a_2 = 49.0 \text{ nHz}$ ,  $a_4 = 84.0 \text{ nHz}$ .  $s_o = 31.7 \text{ nHz}$ , es la diferencia entre la rotación sinódica y la sidérea.

Los análisis de anillos realizados anteriormente presentaban problemas a medida que la sección en estudio se alejaba del centro del disco. Esto se debe a la proyección en un plano usando como ejes cartesianos magnitudes angulares (latitud-longitud), lo cual degrada los anillos considerablemente. La razón de este deterioro es que las ondas planas, base de la aproximación local en la que trabajamos, considera una distribución sobre distancias lineales, y no angulares, sobre la superficie. Una nueva forma de cartografiar las imágenes surge a partir de la idea de que las ondas planas se distribuyen a lo largo de la superficie solar siguiendo líneas geodésicas, con lo que parece natural adoptar un sistema de coordenadas basado en círculos máximos sobre la esfera. Atendiendo al análisis local, se elige como origen de coordenadas el punto central de la sección en estudio y como sistema de ejes el meridiano que pasa por dicho punto y el círculo máximo perpendicular a este. El nuevo muestreo necesario en esta proyección ( $S_x$  y  $S_y$ ) se hará en unidades de longitud de arco, es decir en unidades de longitud espacial y no angular.

Con todas estas consideraciones se ha desarrollado un nuevo código (Haber, 1995a). El nuevo programa lleva a cabo el seguimiento del punto central de la sección en estudio a lo largo de la serie temporal utilizando para ello la longitud de Carrington de dicho punto y la rotación diferencial medida por Snodgrass (1984). Una vez determinado este punto, se

toma como origen del nuevo sistema de coordenadas. Por último, se produce una matriz que contiene datos equiespaciados sobre este nuevo sistema de ejes, interpolando las imágenes originales. El resultado es una imagen tridimensional cuya tercera dimensión es el tiempo, y donde cada banda da cuenta de la sección en un instante dado.

En un trabajo previo a la existencia de imágenes de SOI/MDI, mostrábamos la mejora resultante al aplicar este nuevo método de proyección. Para ello se utilizó una serie de datos de TON tomados con el instrumento situado en el Observatorio del Teide los días 8-9-10 de Noviembre de 1994, que fueron seleccionados atendiendo a la calidad y a la cantidad de horas útiles de datos, aproximadamente 10 horas por día. Las imágenes fueron tomadas a intervalos regulares de 1 minuto, y tanto los huecos producidos por las noches, como las imágenes de mala calidad, fueron rellenados con ceros, de modo que la longitud total de la serie temporal era de 3456 minutos. Se eligió, para su estudio, una sección de aproximadamente  $15^\circ \times 15^\circ$ , centrada en latitud en torno al ecuador solar y cuya longitud de Carrington permaneciera lo más centrada posible a lo largo de la secuencia de imágenes.

La figura 14 muestra la comparación entre los anillos obtenidos con este nuevo método y con el antiguo, para distintas secciones sobre la superficie solar. Como se ve, en el caso del cartografiado en latitud-longitud, los anillos se deforman apareciendo como elipses en lugar de circunferencias, mientras que aquellos anillos obtenidos proyectando en círculos máximos conservan mejor sus características en cuanto a forma se refiere. Las discontinuidades en la distribución de potencias a lo largo de un anillo, presentes en todos los casos, es un efecto de proyección originado por la pérdida de resolución a medida que nos alejamos del centro del disco solar y que hasta el momento no se ha podido solucionar (Hill & Patrón, 1992).

Un código FORTRAN realiza conjuntamente el seguimiento y cambio de coordenadas de la sección elegida en cada instante. Esto disminuye el número de interpolaciones necesario a la hora de buscar la posición de un punto concreto sobre el disco solar y transformarlo al nuevo sistema de coordenadas, disminuyendo de esa forma la propagación de errores. La figura 15 muestra la situación relativa de una sección como la descrita anteriormente respecto al centro del disco para los instantes inicial y final de la serie temporal de 1536 minutos, y su aspecto una vez realizado el cambio de coordenadas. La salida se almacena como una imagen tridimensional que contiene toda la información de la sección en el intervalo de tiempo considerado.

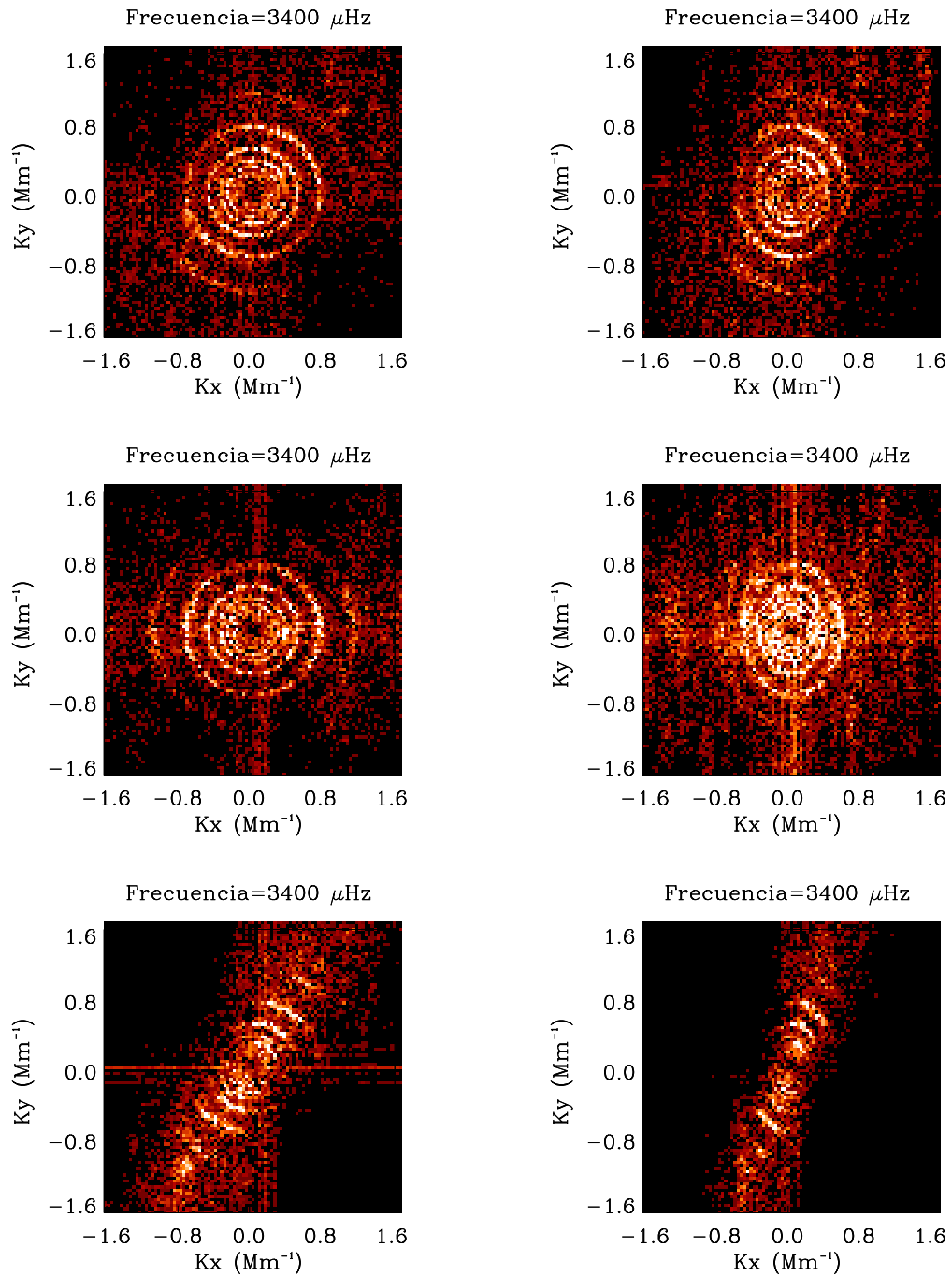


Figura 14: Comparación entre cortes a las mismas frecuencias de un diagrama tridimensional obtenido a partir de las imágenes de TON utilizando círculos máximos (a la izquierda) y en *latitud-longitud* (a la derecha). De arriba a bajo se muestran los resultados para las secciones centradas en  $(-47.7^\circ, 37.5^\circ)$ ,  $(0^\circ, -45^\circ)$  y  $(50^\circ, -50^\circ)$ .

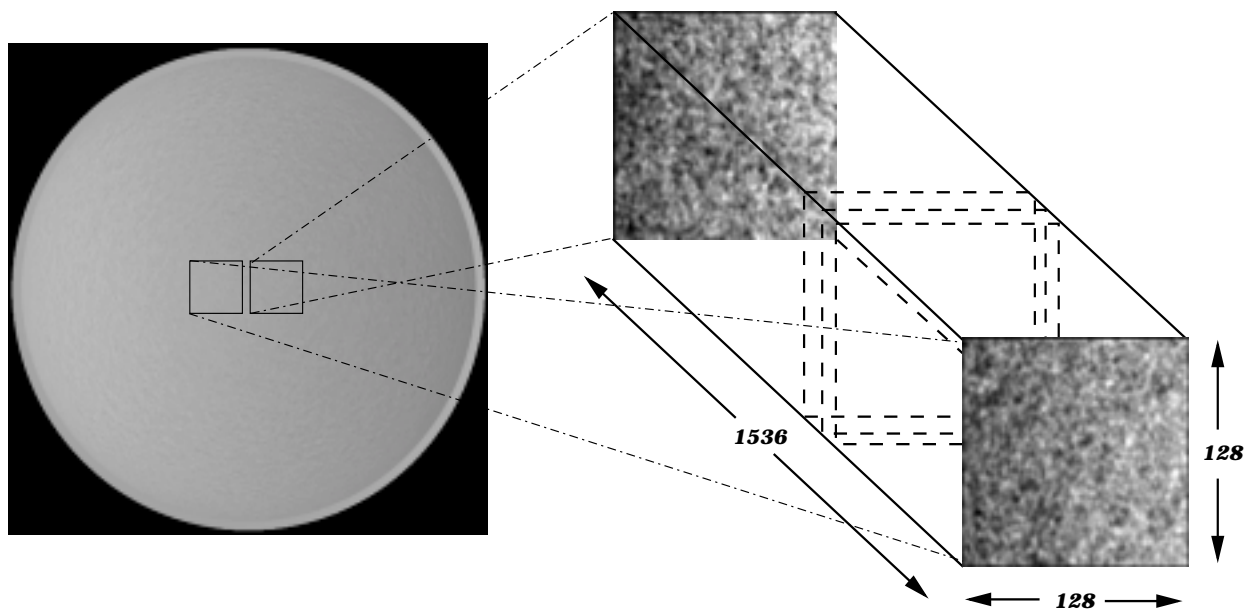


Figura 15: A la izquierda se muestran las posiciones relativas de la sección respecto al centro del disco al principio y final de la serie temporal. A la derecha, estas mismas secciones en la imagen tridimensional obtenida tras aplicar el código de seguimiento y cambio de coordenadas.

### Transformación al dominio de frecuencias

Como resultado de los pasos previos se tiene una imagen tridimensional de  $128 \times 128 \times 1536$  donde cada banda da cuenta de la sección en el nuevo sistema de coordenadas en cada instante. Según se vió en el apartado 2.1.2, la transformación por Fourier es inmediata tanto en las coordenadas espaciales como en la temporal. Para evitar los efectos producidos por la ventana de datos, se realiza un suavizado de los bordes en la dirección espacial (6.3 %) y en la dirección temporal (3.2 %).

El tamaño de las secciones, en unidades lineales, es de aproximadamente 186.65 Mm lo cual se traduce en una resolución en el dominio de frecuencias espaciales de  $3.37 \times 10^{-2} \text{ Mm}^{-1}$ . La extensión temporal de 1536 minutos produce una resolución en frecuencia temporal de  $10.85 \mu\text{Hz}$ . Por otro lado, cada píxel abarca una superficie de  $2.13 \text{ Mm}^2$ , lo que permite abarcar un rango en frecuencia espacial tal que  $0 \leq k \leq 2.16 \text{ Mm}^{-1}$  ( $0 \leq \ell \leq 1500$ ) y la resolución temporal de un minuto proporciona un rango en frecuencias temporales de

$$0 \leq \nu \leq 8333.3 \mu\text{Hz}.$$

El resultado de aplicar las transformadas de Fourier en las tres direcciones es un cubo que contiene un espectro tridimensional como el modelo en la figura 3. A pesar de que teóricamente el rango en frecuencias tanto espaciales como temporales debe alcanzar el cero, debido a las limitaciones impuestas por la resolución de las imágenes y el tamaño de sección estudiada, que aumentan el ruido a bajas frecuencias, esto es, para modos de  $\ell$  bajo, y determinan una resolución en el diagrama tridimensional para la que las franjas se acercan unas a otras excesivamente a bajas frecuencias, de manera que no pueden ajustarse, el rango real de frecuencias temporales tiene un límite inferior de aproximadamente  $1800 \mu\text{Hz}$  y para el caso de frecuencia espacial, del orden de  $0.24 \text{ Mm}^{-1}$  ( $\ell = 165$ ). De la misma forma, la amplitud de los modos disminuye para modos con valores de  $(\ell, \nu)$  altos lo cual impone, así mismo, una limitación a la cantidad de modos ajustados.

### 2.2.3 Ajuste de los espectros

El código de ajuste del espectro de potencias es quizás uno de los puntos más delicados en el tratamiento de los datos, tanto por la precisión de los datos buscados, como por el alto coste en tiempo de cálculo requerido. En el apartado 3.1.2 se verá como disminuir dicho tiempo de ejecución. Por ahora se describirá para el caso de ajustar los doce parámetros mencionados en el planteamiento teórico de la sección 2.1.3.

El modelo de ajuste para la potencia descrito en el apartado 2.1.3 determinará un valor de las componentes  $x$  e  $y$  de la velocidad  $(U_x, U_y)$  para cada frecuencia temporal y orden radial  $n$ . Según esto podría ajustarse cada banda  $(\nu_i)$  del espectro tridimensional con todas los órdenes  $n$  incluidos en ésta y obtener los valores tanto de la velocidad como del resto de los parámetros. Sin embargo, este ajuste es bastante inestable y parece más apropiado usar volúmenes de datos a ajustar que comprendan varias bandas en frecuencia en torno a  $\nu_i$  y limitar el número de órdenes en el ajuste (Patrón *et al.*, 1992). Así mismo, resulta superfluo ajustar puntos del espectro que no contengan información más que del nivel de ruido, cosa que, a su vez, aumentaría los errores. Por último, lo que se pretende es medir desplazamientos en frecuencia temporal, lo cual nos obliga a analizar varios niveles en frecuencia al mismo tiempo para poder detectarlos. Con todas estas consideraciones se decidió utilizar volúmenes de datos contenidos en  $i \pm 4$  bandas en torno a una frecuencia

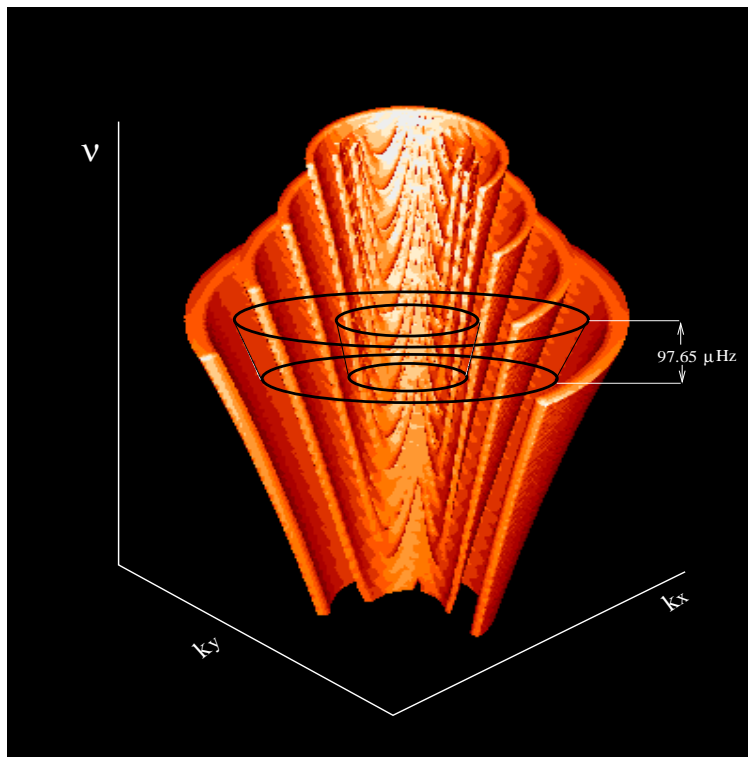


Figura 16: Esquema del volumen de datos ajustados simultáneamente por el programa de ajuste sobre un espectro de potencias simulado. Este volumen contiene 9 bandas en frecuencia temporal y dos órdenes  $n$ .

temporal central y dos órdenes  $n$  consecutivos.

La figura 16 muestra esquemáticamente el volumen de datos ajustados en cada ejecución: todos aquellos puntos del espectro delimitados por el volumen dibujado. A pesar de que la cantidad de bandas en frecuencia temporal que entran en el ajuste es siempre constante e igual a 9, el número de puntos que entran en el ajuste depende de la frecuencia central del volumen de datos a ajustar, aumentando a medida que ésta crece.

El resultado del ajuste son valores de las componentes de la velocidad  $U_x^j$  y  $U_y^j$ , y de los parámetros  $A_j$ ,  $\sigma_j$ ,  $c_j$  (con  $j$  variando para cada orden  $n$ ),  $b_1$  y  $b_2$  como funciones de la frecuencia temporal. Por la relación de dispersión, cada modo de oscilación  $(n, \ell)$  está caracterizado por una única frecuencia, por tanto se puede decir que se tiene la velocidad en función del modo de oscilación.

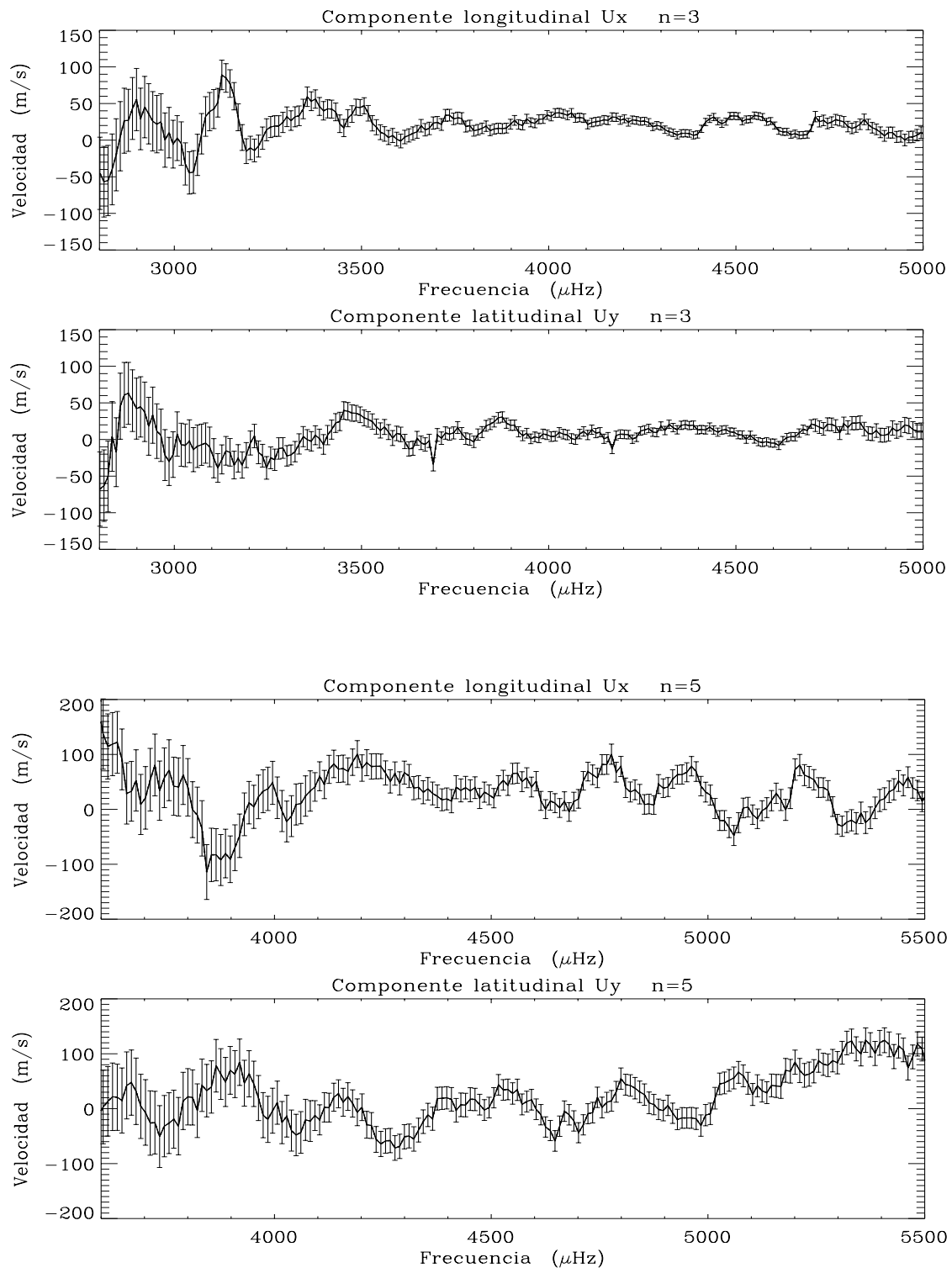


Figura 17: Componentes Este-Oeste y Sur-Norte de la velocidad en función de la frecuencia para  $n = 3$  (arriba) y  $n = 5$  (abajo). Las velocidades positivas corresponden a flujos de Este a Oeste y de Sur a Norte.



La figura 17 muestra un ejemplo de las velocidades en función de la frecuencia ( $U_x, U_y$ ) obtenidas tras ajustar el espectro tridimensional de una sección solar como la descrita en este capítulo, centrada en el ecuador (latitud =  $0^\circ$ ) y longitud de Carrington =  $0^\circ$ . Se considerarán positivas las velocidades en la dirección  $U_x$  en el sentido Este-Oeste y en la dirección  $U_y$  en el sentido Sur-Norte.

En realidad, salvo para los casos de  $n$  extremos (0 y 7 en este caso), el ajuste de cada orden  $n$  es redundante, pues la forma de tomar órdenes consecutivos es  $(n, n + 1)$ ,  $(n + 1, n + 2)$ , etc (con  $N = 2$  en el modelos de la ecuación 20). Los valores de las velocidades frente a la frecuencia dados finalmente son el promedio de los obtenidos para un determinado  $n_i$  a partir de los dos ajustes independientes. Hay que subrayar que, en todos los casos, los valores redundantes obtenidos son prácticamente idénticos, lo cual es otra manera de comprobar la robustez del método de ajuste.

El código de ajuste minimiza la función  $S$  descrita en el apartado 2.1.3. Usa un algoritmo basado en el método *downhill simplex* para funciones multidimensionales no lineales (Press *et al.*, 1992). El método requiere estimaciones iniciales de los parámetros a ajustar que proporcionen un valor inicial de  $S$ . Cuanto más próximo sea este valor de  $S$  a un mínimo de la función más rápido convergerá el método de ajuste. El proceso de ajuste resulta bastante caro en consumo de CPU, por ello se introducirá una modificación en la función a ajustar que se explicará en el apartado 3.1.2.

Los errores de las velocidades obtenidas tras el ajuste de los espectros serán la superposición de aquellos propios de la señal solar, como la excitación estocástica de los modos, los introducidos por el detector, los cometidos durante el proceso de reducción de datos hasta la obtención de los espectros y finalmente los asociados al proceso de ajuste. En el espectro de potencias, los errores arrastrados se ven reflejados además en el ruido de fondo del espectro, y este se contempla en el modelo dado por la ecuación 20.

Asumiendo que el ajuste que se realiza es del tipo de *regresión múltiple*, se pueden obtener las incertidumbres como los elementos diagonales de la inversa de la matrix Hessiana ( $\alpha$ ) de la matriz  $S$ , cuyos elementos vienen dados por

$$\alpha_{k,l} \equiv \frac{\delta^2 S}{\delta a_k \delta a_l},$$

donde  $a_k$  y  $a_l$  son los parámetros ajustados y  $1 \leq k, l \leq n$ , siendo  $n$  el número de parámetros ajustados.

## 2.2.4 Inversión de las velocidades

El significado físico de la velocidad como función del modo de oscilación está relacionado con el hecho de que cada modo posee su propia *cavidad resonante*, es decir, se propaga en un determinado rango de profundidades desde la superficie hasta un punto de retorno interior. La velocidad asociada a un modo de oscilación es el promedio de las velocidades del material en aquella zona en la que el modo se propaga. Se necesita, por tanto, un mecanismo de conversión de estas velocidades, que dependen de la frecuencia, a una función de la profundidad. Para ello es necesario tener en cuenta las contribuciones de los diferentes modos que alcanzan una profundidad específica, lo cual se realiza por medio de los kernels promedio (ecuación 25). Las secciones estudiadas proporcionan información acerca de 1526 modos de oscilación con valores de  $0 \leq n \leq 7$  y  $183 \leq \ell \leq 999$ . Estos límites vienen determinados por aquellas zonas del espectro en las cuales la potencia de los modos ha permitido el ajuste de las velocidades. El código de inversión determina automáticamente el rango en profundidad muestreado por dichos modos, que en este caso resulta ser significativo para  $0.95 \leq r/R_\odot \leq 1.0$ . El punto de retorno interior ( $r_t$ ) se ha calculado mediante la relación:

$$\frac{c(r_t)}{r_t} = \frac{\omega}{L}, \quad (28)$$

siendo  $c(r_t)$  la velocidad del sonido a profundidad  $r_t$  y  $L = \sqrt{\ell(\ell + 1)}$ .

Usando una relación tabulada entre la velocidad del sonido y la profundidad (calculada a partir del mismo modelo solar con el cual se generan las funciones núcleo), se calcula el valor mínimo de  $r_t$  utilizando el valor  $\omega/L$  asociado a la serie de modos considerados en las inversiones.

El código de inversión calcula los kernels promedio a partir de los kernels asociados a cada modo de oscilación y calculados para un modelo solar (ver apartado 2.1.4), teniendo en cuenta los modos a utilizar durante la inversión. La figura 18 muestra como ejemplo los kernels promedio ( $\mathcal{K}(r; r_0)$ ) obtenidos por el programa de inversión para las profundidades  $r_0 = 0.970 r/R_\odot$  y  $0.998 r/R_\odot$ , determinados por los modos de oscilación que se estudiarán en este trabajo.

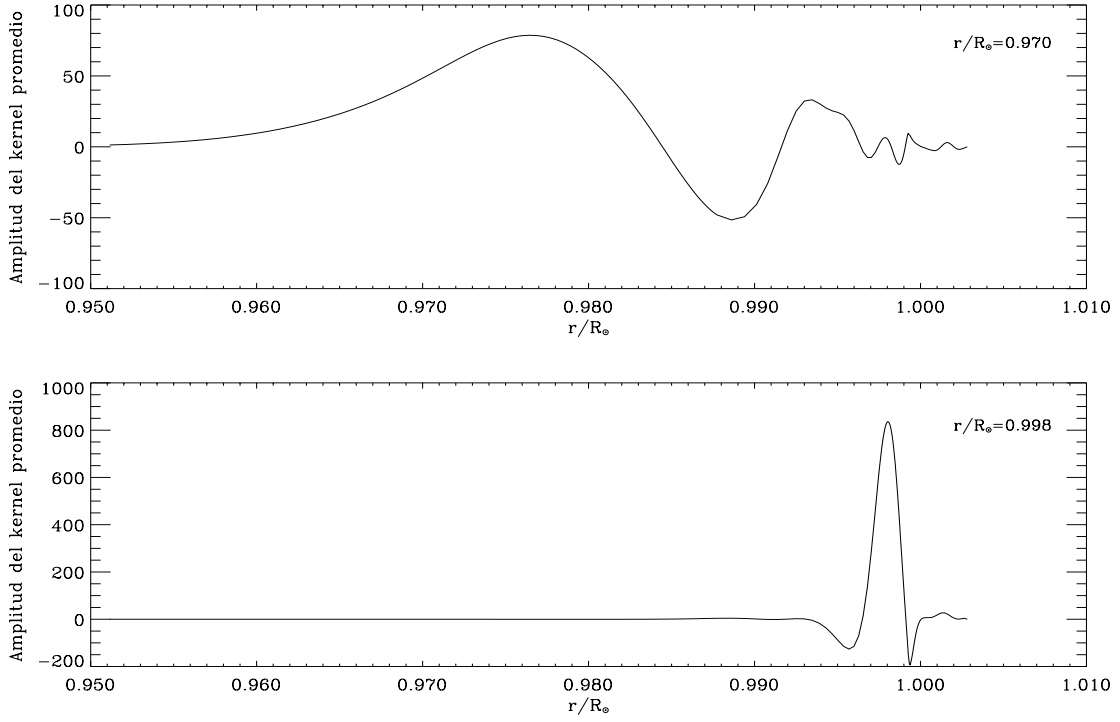


Figura 18: Amplitud de los kernels promedio ( $\mathcal{K}(r; r_0)$ ) para las profundidades  $r_0 = 0.970 r/R_{\odot}$  y  $0.998 r/R_{\odot}$  asociados a los modos de oscilación con  $0 \leq n \leq 7$  y  $183 \leq l \leq 999$ .

Existen dos parámetros fundamentales en el proceso de inversión: el parámetro de suavizado  $\lambda$ , que da una medida del compromiso entre la resolución en profundidad, esto es, de la anchura del kernel promedio y el error de los resultados, y el número de puntos de resolución en profundidad.

Si se aplica el método de inversión al conjunto de velocidades en función del modo de oscilación obtenidas como resultado del ajuste, se consiguen las componentes Este-Oeste y Sur-Norte del vector velocidad horizontal como función de la profundidad. En la figura 19 pueden verse dichas velocidades para el caso  $\lambda = 10$ . Se han utilizado en ambos casos 56 puntos de resolución en profundidad.

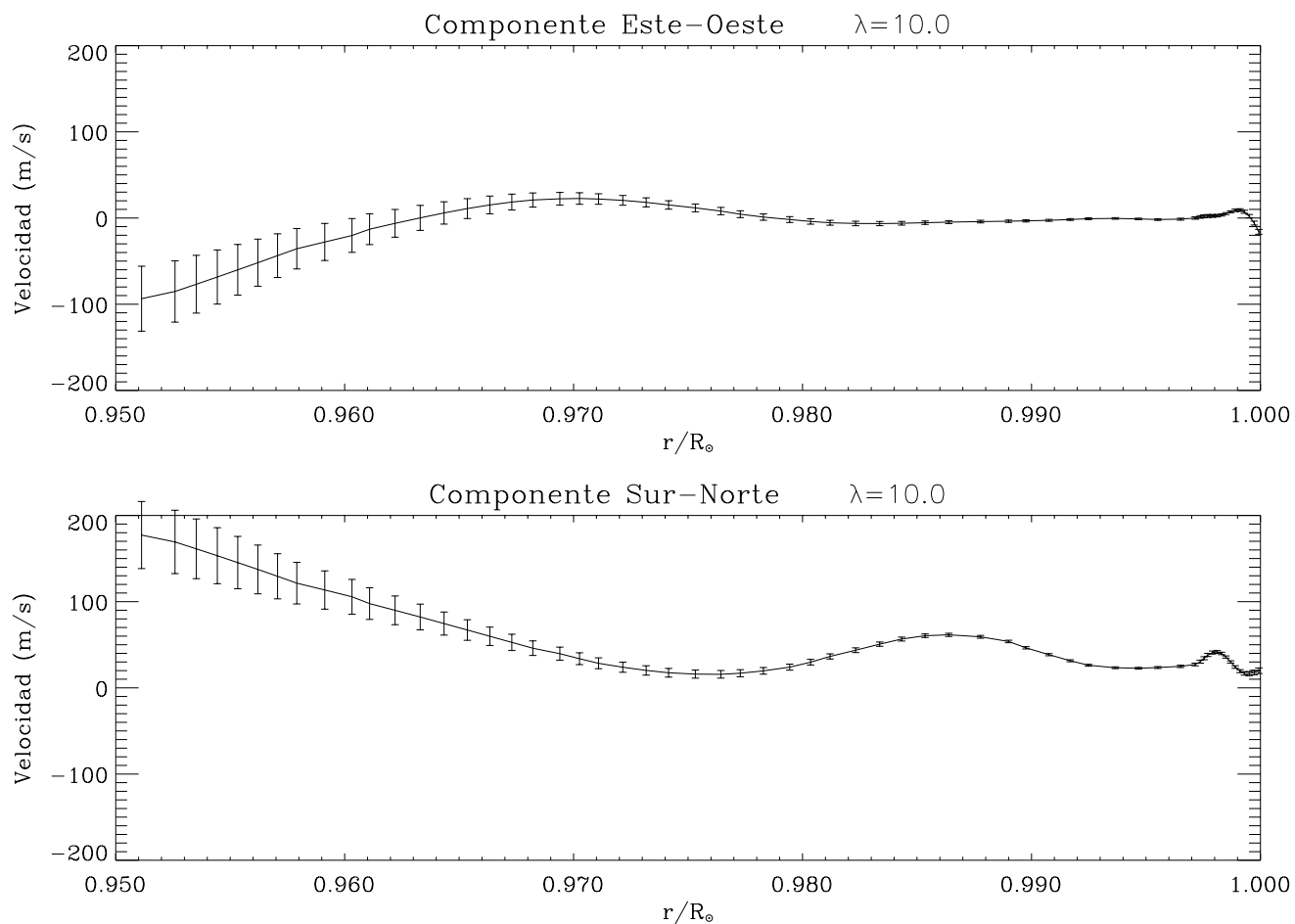


Figura 19: Componentes Este-Oeste (arriba) y Sur-Norte (abajo) de la inversión de las velocidades obtenidas del proceso de ajuste.

## Capítulo 3

# Hacia la consolidación del método

En este capítulo demostraremos que, a pesar de las aproximaciones realizadas en el desarrollo teórico, del marco tan preciso de incrementos de frecuencias en el que nos movemos a la hora de obtener las velocidades a partir del ajuste del diagrama tridimensional, y de los cambios de coordenadas y seguimiento de las secciones, el método de los diagramas de anillos presenta una alta fiabilidad y robustez.

Para ello se han comprobado tanto los códigos utilizados en la reducción de datos, como los propios datos. Se ha realizado un análisis de los resultados, haciendo incapié en aquellas cuestiones más controvertidas que puedan presentarse a la hora de la utilización de esta técnica, tales como los efectos residuales de la proyección al nuevo sistema de coordenadas, del método de seguimiento o de la influencia del ruido intrínseco de los datos. Se llevarán también a cabo experimentos basados en el comportamiento de los flujos de velocidades encontrados, en cuanto a la coherencia de los cambios de estas velocidades con la posición y el tiempo.

## 3.1 Algoritmos de ajuste e inversión

Para probar la consistencia del método es necesario saber, antes de nada, si se cuenta con herramientas suficientemente precisas para encontrar, a partir de lo que en principio consideraremos buenos datos, la información buscada. Por ello, el primero de los experimentos realizados se enfoca en este sentido. El objetivo: comprobar la fiabilidad y robustez del método de ajuste y la bondad del método de inversión.

### 3.1.1 Ajuste de espectros de potencia artificiales

La primera de las pruebas consiste en recuperar el campo de velocidades introducido artificialmente en un espectro tridimensional de potencias. Los espectros fueron creados artificialmente por un colaborador externo, el Dr. Frank Hill del NSO, Tucson, Arizona, con la idea de tener los menos datos posibles acerca de su origen. Son un conjunto de 4 espectros tridimensionales de  $128 \times 128 \times 361$  píxeles con una resolución temporal de  $23.148 \mu\text{Hz}$  y una resolución espacial de  $0.0338 \text{ Mm}^{-1}$ . Se introdujeron, al margen de las dos componentes horizontales de los flujos, el ruido solar intrínseco, asociado a la fuerza aleatoria que excita los modos de oscilación y el ruido instrumental. El ruido intrínseco solar de los modos se calcula según la manera descrita por Anderson *et al.* (1990) y que viene dado por:

$$r_A = -P(\nu, k_x, k_y) \cdot \ln Y$$

donde  $Y$  es un número aleatorio que varía entre 0 y 1, y  $P(\nu, k_x, k_y)$  es la potencia descrita por el modelo de la ecuación 20.

Para el ruido instrumental se supone una dependencia suave en las frecuencias espacial ( $k$ ) y temporal ( $\nu$ ) de la forma:

$$r_B = A_1 + A_2 \cdot k^{-4} + A_3 \cdot \nu^{-2}$$

Por simplicidad denominaremos:

Serie **0** A las velocidades artificiales introducidas en los espectros. Y a los cuatro espectros trabajados:

Serie **1** Al espectro de potencias con las velocidades sin ruido.

Serie **2** Al espectro de potencias con las velocidades y ruido intrínseco de las oscilaciones.

Serie **3** Al espectro de potencias con las velocidades y ruido instrumental.

Serie **4** Al espectro de potencias con las velocidades y ambos ruidos.

Los resultados obtenidos directamente del ajuste de los espectros, esto es, las velocidades frente a las frecuencias, se muestran en las gráficas de la figura 20. El comportamiento es similar en todos ellos, aumentando el ruido a medida que cambiamos de ruido solar a instrumental y a ambos a la vez; sin embargo están centrados en torno a las velocidades reales introducidas artificialmente en el espectro. Para los casos **1** y **2**, las velocidades tras el ajuste son muy similares a las introducidas en los espectros, mientras que en los casos **3** y **4**, la dispersión es bastante significativa. Tras la inversión de estas velocidades, procedimiento durante el cual el comportamiento ruidoso se suaviza considerablemente, los resultados son mucho más aceptables. La figura 21 presenta la comparación de dichos resultados.

A pesar de no ser concluyentes, ya que el espectro ha sido creado con el mismo modelo utilizado para el ajuste, los resultados obtenidos en esta sección permiten establecer la independencia del método de los posibles ruidos que se encuentren afectando al espectro de potencias. En trabajos anteriores se ha mostrado la capacidad del método para reproducir velocidades reales del orden de la rotación solar (Hill, 1988a). En dicho trabajo se recuperaba la velocidad de rotación a partir del estudio de una región sobre la superficie solar a la que no se le realizó el seguimiento sobre la serie de imágenes utilizada.

Si bien las velocidades obtenidas a partir del ajuste del espectro presentan una dispersión bastante alta respecto a las velocidades originales, una vez realizada la inversión la similitud de las curvas de velocidad con la profundidad en ambas direcciones aumenta considerablemente, y de manera independiente del ruido aplicado. En la tabla 1 pueden consultarse las correlaciones de Spearman de las velocidades Este-Oeste y Sur-Norte entre las velocidades originales y las obtenidas del ajuste de cada uno de los espectros, así como la significancia (probabilidad de que dos series con un determinado número de datos y el coeficiente

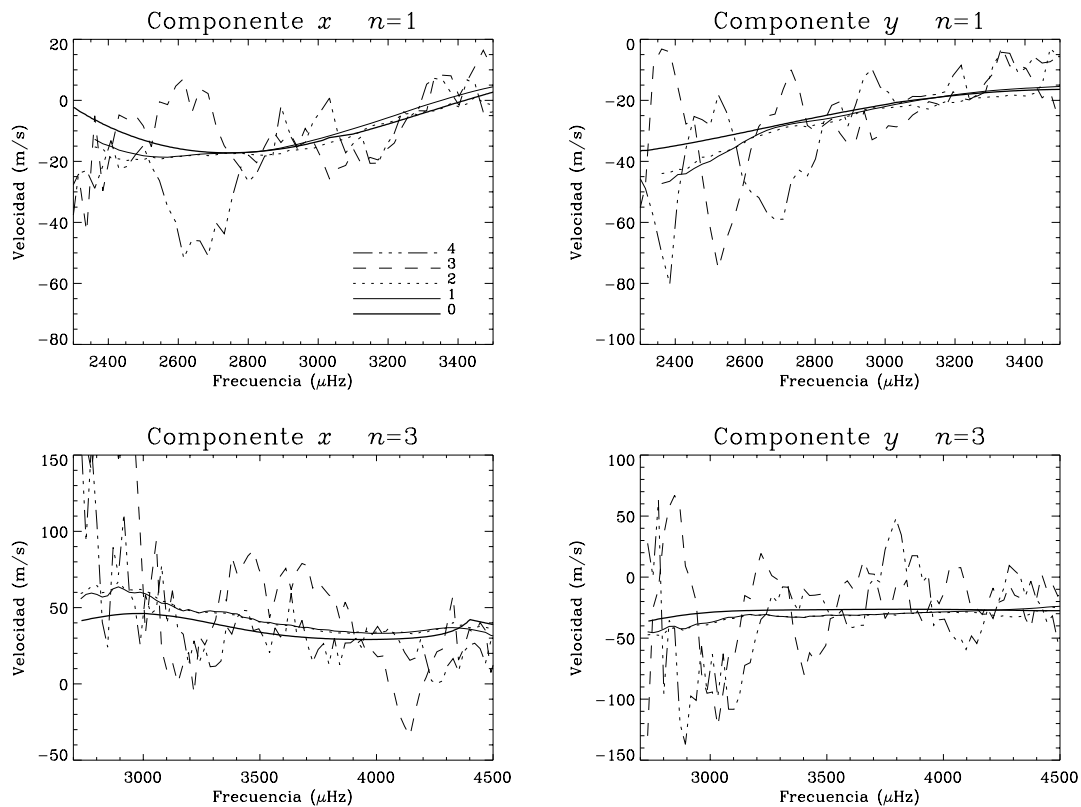


Figura 20: Velocidades obtenidas tras ajustar los espectros de potencia artificiales afectados de diferentes ruidos.

de correlación dado no estén correlacionadas). Para la componente  $V_x$  la correlación es prácticamente 1, mientras que para la componente  $V_y$  la correlación es bastante alta en aquellos espectros sin ruido instrumental y menor en los que sí están afectados de este tipo de ruido.

### 3.1.2 Reducción del número de parámetros de ajuste

Como se ha señalado en la teoría, el ajuste de las lorentzianas deja, en principio, 12 parámetros libres. El método de ajuste utiliza un volumen de datos del espectro tridimensional que incluye 9 píxeles en frecuencia y dos franjas de órdenes radiales consecutivos ( $n$  y  $n + 1$ ). Esto eleva la cantidad de puntos a utilizar en cada ejecución, aumentando la



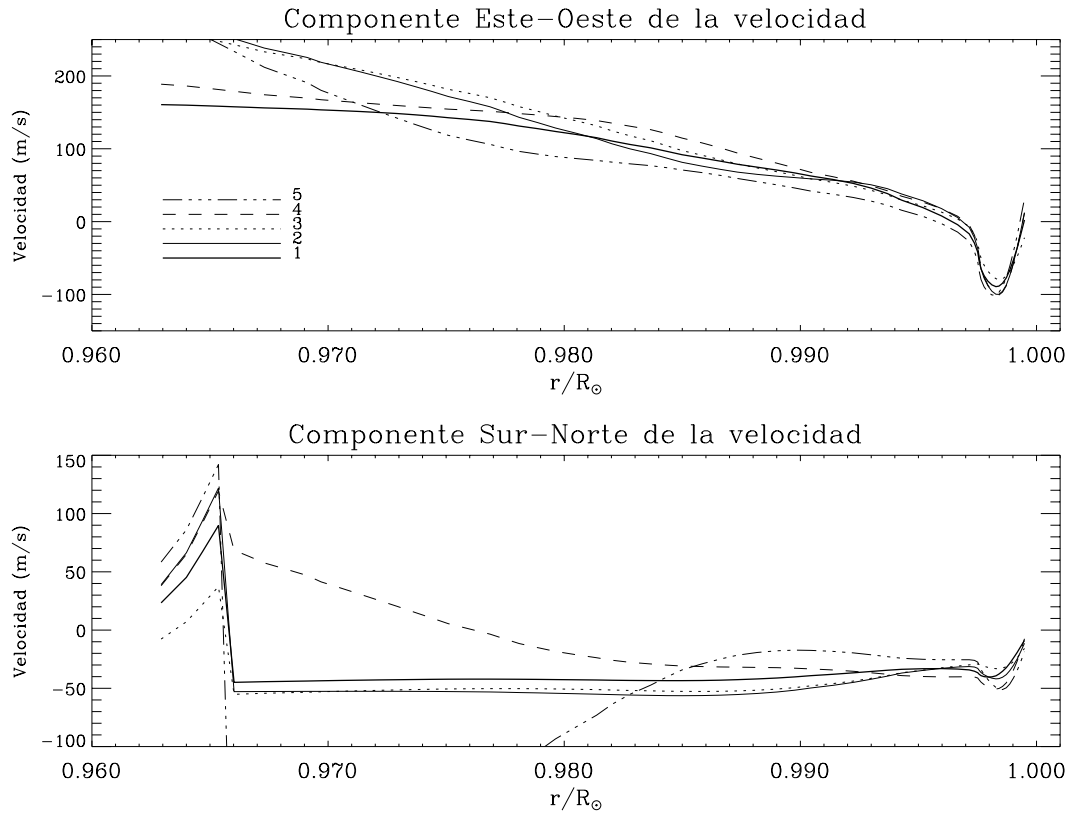


Figura 21: Velocidades en función de la profundidad obtenidas del proceso de inversión para los diferentes espectros artificiales.

	Correlación $V_x$	Significancia $V_x$	Correlación $V_y$	Significancia $V_y$
<b>0-1</b>	0.999	0.00	0.852	$1.55 \times 10^{-18}$
<b>0-2</b>	0.998	0.00	0.949	$5.71 \times 10^{-32}$
<b>0-3</b>	0.999	0.00	-0.386	$1.90 \times 10^{-03}$
<b>0-4</b>	0.998	0.00	0.692	$4.41 \times 10^{-10}$

Tabla 1: Coeficientes de correlación de Spearman y significancia de las velocidades frente a la profundidad obtenidas tras invertir los diferentes espectros artificiales.

estabilidad de los resultados. Por contra, el tiempo de ejecución es altísimo, impracticable para el trabajo que se propone llevar a cabo en el desarrollo de la tesis.

Una de las ideas para reducir este consumo de tiempo es la de mantener constantes los parámetros amplitud  $A$ , constante  $c$ , semianchura  $\sigma$  y ruido de fondo, de manera que sólo queden como parámetros libres las velocidades. Experimentos anteriores descritos en Patrón *et al.* (1997) o Haber *et al.* (1995b), mostraban la validez de esta simplificación. En ellos se ajusta previamente el diagrama bidimensional obtenido como promedio acimutal del espectro tridimensional en cuestión, obteniéndose los parámetros  $A$ ,  $c$ ,  $\sigma$  y ruido de fondo que se utilizan como constantes a la entrada del ajuste del espectro completo.

Aún más sencillo, pero no menos efectivo, es lo que se propone en este trabajo. Basándonos en la idea de que en espectros de potencias obtenidos a partir de datos similares (esto es, regiones de la misma extensión en imágenes solares del mismo tipo) deben conservarse, muy aproximadamente, la amplitud, anchura de la línea y constantes, lo que se hizo fue ajustar una de las secciones con el método de ajuste de los doce parámetros y utilizar los valores de las amplitudes, constantes  $c$ , anchuras y ruido de fondo obtenidos de este ajuste, como constantes a la entrada del ajuste del resto de las secciones. Con esto el tiempo de ajuste de un espectro de potencias se reducía del orden de un 75% respecto al necesario para el ajuste de todos los parámetros.

Los resultados son asombrosos por su similitud, como puede verse en las gráficas en la figura 22, y revelan una mayor eficacia que aquellos en los que se ajustaba primero el diagrama bidimensional. No es extraño que así sea, ya que el diagrama bidimensional se obtiene como promedio acimutal del tridimensional, y es el primero el que era ajustado para obtener los parámetros fijos, con lo que el resultado se alejaba más del original. En el caso aquí presentado sólo se detectan pequeñas diferencias para frecuencias muy bajas que corresponden a zonas del espectro en las que los distintos órdenes  $n$  se encuentran prácticamente unidos y existe una peor relación señal a ruido, lo que dificulta la tarea de ajuste. Por otra parte, esta manera de reducir el número de variables en el ajuste es también mucho más específica, pues daría cuenta únicamente de espectros con la misma resolución y relación señal a ruido. Es decir, para otro conjunto de espectros habría que realizar nuevamente un ajuste tridimensional previo y luego conservar los parámetros constantes.

Se comprobó repetidas veces que los resultados eran estrictamente iguales, dentro de los errores, entre los ajustes de 4 y 12 parámetros para secciones con localizaciones diferentes

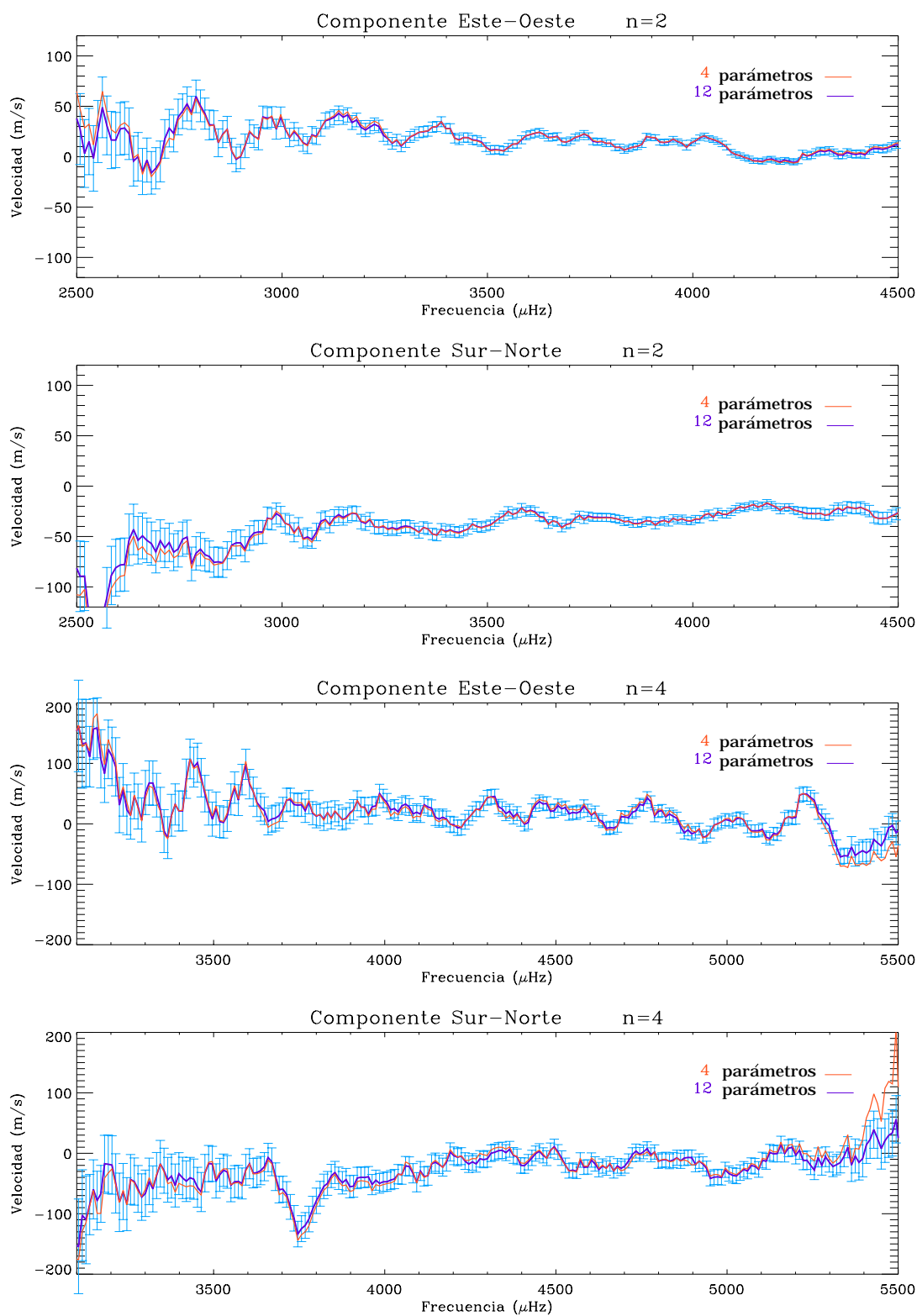


Figura 22: Comparación de los métodos de ajuste de 12 y 4 parámetros. Las gráficas superiores muestran las componentes Este-Oeste y Sur-Norte de la velocidad en función de la frecuencia del orden radial  $n = 2$ . Las inferiores presentan los mismos resultados para  $n = 4$ .

sobre el disco y en series temporales alejadas, llegándose siempre a resultados similares a los mostrados en la figura 22.

El ajuste de todas las secciones que conduce al mapa de velocidades presentado en el capítulo 4 se realizó utilizando esta reducción del número de parámetros, que en tiempo real supuso una disminución en tiempo de CPU de 960 horas a 180 horas en el *CRAY supercomputer* del Jet Propulsion Laboratory en Pasadena (California).

### 3.1.3 Comparación de métodos de inversión

En esta sección demostraremos la eficacia del método de inversión descrito en los apartados 2.1.4 y 2.2.4 Para ello compararemos sus resultados sobre series de datos de velocidades generadas artificialmente con los resultados obtenidos usando otro método.

Este otro método de inversión, que combina también el OLA y el RLS, fue desarrollado por Eff-Darwich (1996) en su trabajo de tesis y en él se utilizó para obtener la distribución radial de la densidad y la velocidad el sonido en el interior solar (Eff-Darwich & Pérez Hernández, 1997). Por simplicidad llamaremos método **A** al descrito en los apartados 2.1.4 y 2.2.4 y método **B** al nuevo que intentamos comparar (Eff-Darwich, 1996).

Para comparar ambos métodos de inversión se creó un campo de velocidades artificiales en el Sol en función de la profundidad, que simulan los resultados a los que se llegaría tras invertir. Utilizando la ecuación 24, que da cuenta del *problema directo*, es posible generar, a partir de la velocidad como función del radio, las velocidades asociadas a cada modo de oscilación. Recuérdese que, por la relación de dispersión, es lo mismo que generar velocidades como función de la frecuencia, esto es, las velocidades que se obtendrían tras el ajuste de los espectros tridimensionales.

A estas series de velocidades se les ha añadido un ruido aleatorio de manera que la señal original  $S_o$  se viera alterada según:

$$S' = S_o + \mathcal{N} \cdot S_o \quad (29)$$

donde  $0 \leq \mathcal{N} \leq 1$ . Este tipo de ruido se asemeja al encontrado en las velocidades reales

con la salvedad de que en estas el ruido depende además de la frecuencia para un orden  $n$  determinado. El error que se le ha incorporado a las velocidades artificiales es el error de series de velocidades reales obtenidas de ajustar secciones como las descritas en el apartado 2.2.2.

En las gráficas de la figura 23 se muestra como ejemplo una de las velocidades artificiales en función de la profundidad y las velocidades en función de la frecuencia para cuatro valores de  $n$  diferentes a que dió lugar. Existen regiones en frecuencia donde es imposible recuperar el valor de la velocidad a partir del problema directo por la inexistencia de kernels en tales zonas. Esta ausencia de kernels, que es debida a problemas de inestabilidad en el modelo que los genera, afectará así mismo a los resultados de las inversiones. Las velocidades así obtenidas serán la entrada a ambos métodos de inversión. En todos los casos se intentó reproducir lo más posible las situaciones reales, barriendo el rango de frecuencias en el que se trabaja para cada  $n$  sobre espectros pertenecientes a secciones de aproximadamente  $15^\circ \times 15^\circ$ . Las pruebas iban enfocadas a la fiabilidad del método para reproducir determinadas singularidades de los flujos de velocidades, especialmente en las capas más superficiales.

La resolución del método de inversión a distintas profundidades está directamente relacionada con el conjunto de kernels utilizado. Así, y por la misma razón por la que los modos reales se concentran espacialmente a medida que aumenta el grado  $\ell$ , los kernels del modelo barren de una manera más rigurosa las regiones más cercanas a la superficie. Sin embargo, la aproximación adiabática comienza a fallar en dicha zona (Unno *et al.*, 1989), volviéndose ésta especialmente delicada a la hora de aplicar el proceso de inversión. Por ello, en las velocidades artificiales utilizadas se ha situado una discontinuidad cerca de la superficie solar con objeto de comprobar la respuesta de ambos métodos a dicho cambio.

Se realizaron pruebas con 6 campos de velocidades diferentes que se consideraron representativos dentro de un amplio abanico de posibilidades. Algunos de ellos son funciones puramente escalón, y otras están basados en estudios previos que apuntaban hacia la existencia de fuertes flujos en las capas altas. Como ejemplo se muestran en la figura 24 los resultados de invertir con ambos métodos (**A** y **B**) dos de estas velocidades, junto con la velocidad artificial de partida.

El primer rasgo a destacar, a la vista de los resultados, es la concordancia de ambos métodos de inversión para profundidades entre  $0.97$  y  $0.995 r/R_\odot$ . Esto es, al menos por el momento, una prueba de que los métodos de inversión están trabajando de manera similar

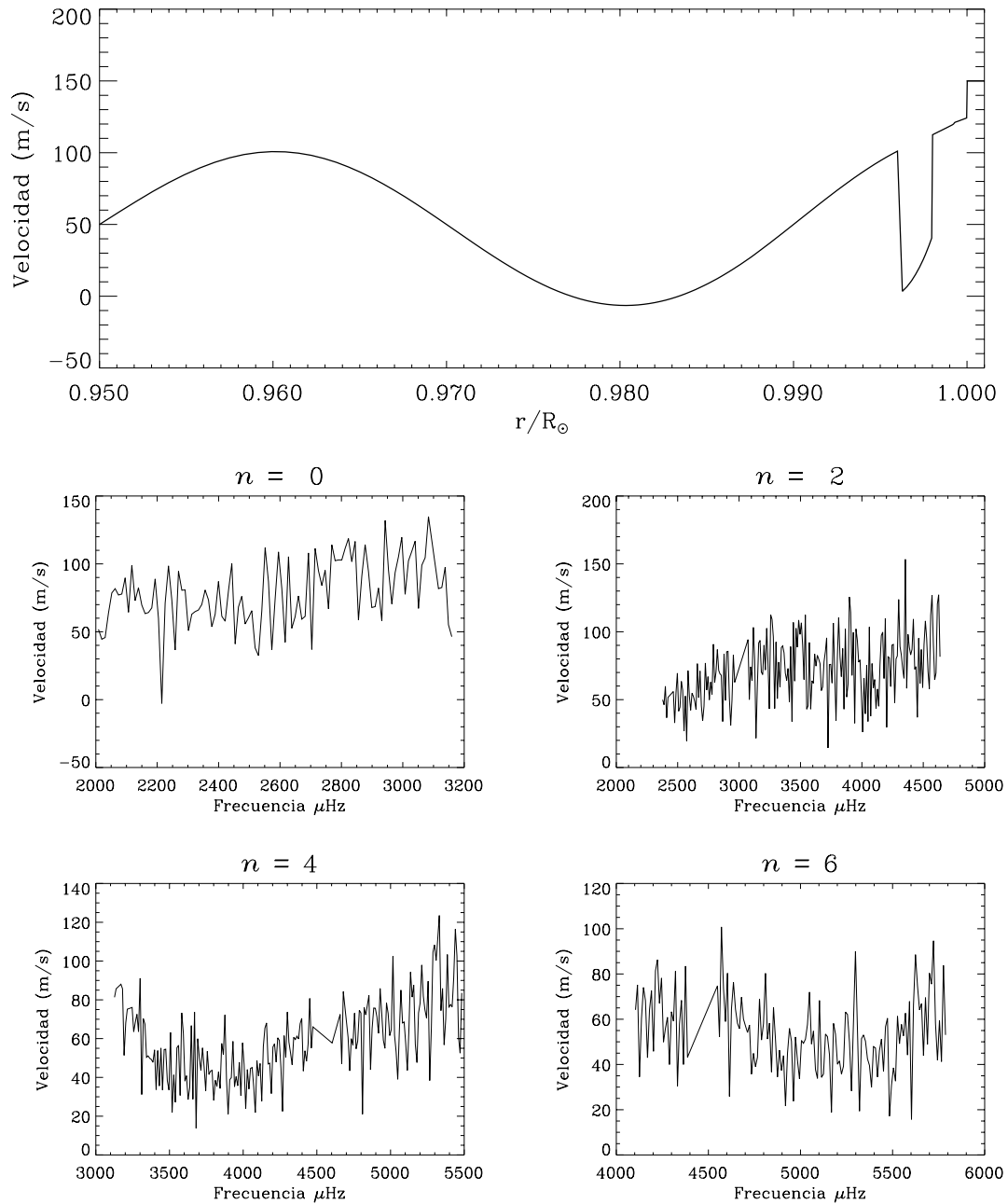


Figura 23: Velocidades artificiales creadas con el fin de probar los métodos de inversión. La gráfica superior muestra la velocidad en función de la profundidad y las inferiores las correspondientes velocidades como función de la frecuencia para diferentes órdenes  $n$ .

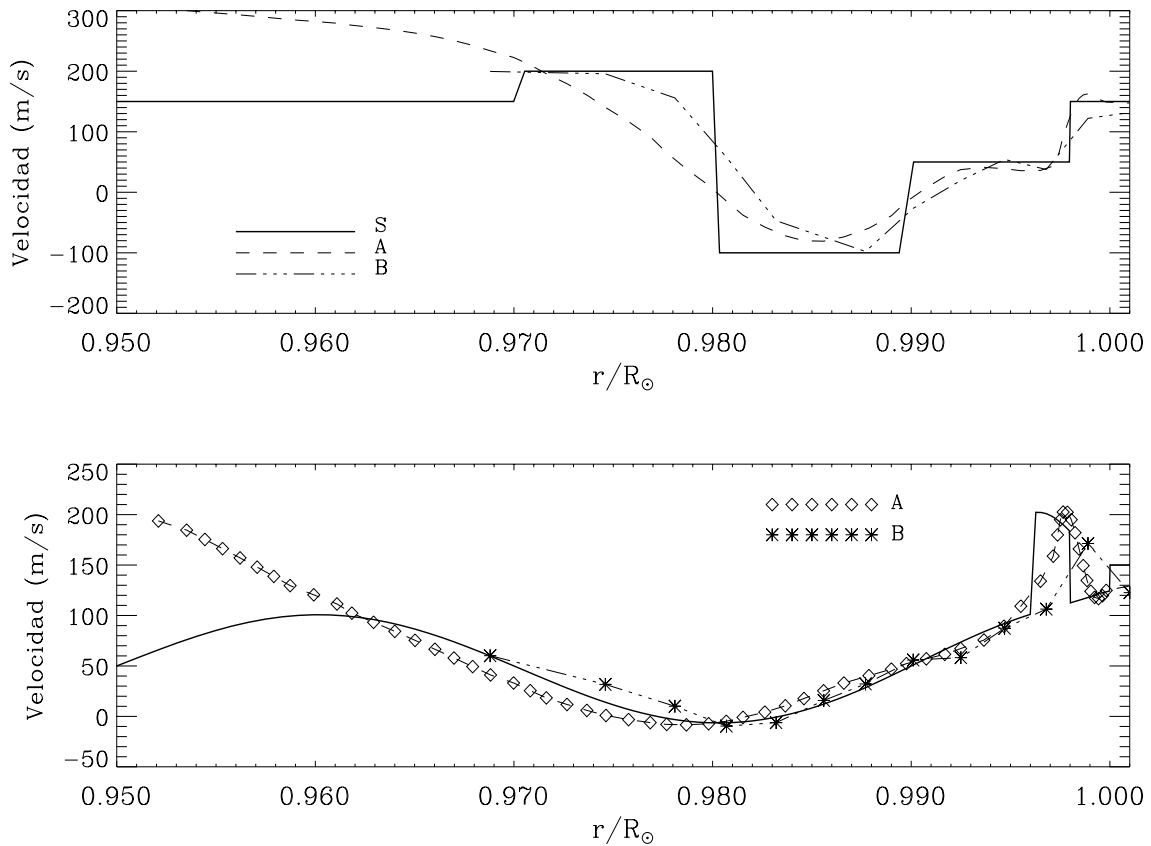


Figura 24: Comparación de los métodos de inversión. Las letras **A** y **B** representan las velocidades recuperadas utilizando los dos diferentes métodos de inversión, mientras que la **S** simboliza las velocidades originales en función de la profundidad.

a estas profundidades. La gráfica inferior de la figura 24 muestra la resolución de ambos métodos. Esta es quizás la clave para entender sus diferencias en las capas más superficiales.

En el método **A** se ha introducido una innovación cambiando la resolución respecto a la utilizada en trabajos anteriores (Patrón, 1994). Hasta la fecha, la resolución del método de inversión era proporcional en cada zona a la cantidad de kernels correspondientes a dicha zona. Esto elevaba la resolución cerca de la superficie y submuestreaba las zonas más profundas. Se ha cambiado la resolución de manera que esté equiespaciada, pero con distinto intervalo de muestreo por encima y por debajo de  $0.997 r/R_{\odot}$ . De esta manera se conservan los detalles cerca de la superficie pero sin exigir demasiado al método, que era lo

que ocurría anteriormente, de forma que no introduzca rasgos inexistentes en las velocidades reales, como podía ocurrir anteriormente.

El estudio de los métodos de inversión más apropiados, así como de la resolución óptima es un tema suficientemente extenso como para salir fuera de los objetivos de esta tesis doctoral. Las investigaciones realizadas en este sentido y presentadas en este apartado pretenden ser únicamente un ejemplo de las futuras mejoras a introducir en la inversión de los datos. Pero si que se ha comprobado que el método de inversión utilizado reproduce razonablemente las velocidades en función de la profundidad.



## 3.2 Resultados comparativos

### 3.2.1 Comparación de resultados obtenidos a partir de diferentes instrumentos

En esta sección estudiaremos pruebas realizadas por comparación de resultados utilizando diferentes instrumentos de adquisición de datos, con objeto de descartar el ruido observacional como fuente principal en la obtención de los resultados finales (campos de velocidades). El experimento realizado consiste en comparar los flujos de velocidades horizontales obtenidos para una misma sección en el Sol a partir de series de datos tomadas simultáneamente por instrumentos distintos. La idea inicial era, por supuesto, demostrar que la señal encontrada es de origen solar y no debida únicamente a ruido presente en los espectros de potencias, tales como el ruido instrumental, atmosférico y “ambiental” de orígenes diferentes en cada instante.

Para ello se eligieron dos instrumentos similares en resolución pero completamente diferentes en la técnica utilizada, el método de adquisición de datos y, finalmente, en su ubicación.

El primero de los instrumentos es SOI/MDI que, como se vió en la sección 2.2, se utilizará para obtener el mapa de velocidades, y que ya ha sido descrito anteriormente. El segundo es TON (Taiwan Oscillation Network), una red heliosismológica terrestre. Es un proyecto fundado por “the National Research Council of ROC” para medir oscilaciones solares en intensidad. Tiene su sede central en el departamento de Física de Tsing Hua University, Hsinchu, (Taiwan). TON ha sido diseñado para obtener información de modos  $p$  solares de grado  $\ell$  alto. Usa un sistema telescópico de 3.5-pulgadas tipo Maksutov y observa en la línea K II del calcio (393 nm). Toma una imagen por minuto en un CCD de 1152×1100 píxeles, de los cuales la imagen ocupa 1080×1080, dando una resolución espacial de 1.8 segundos de arco por píxel, lo cual se traduce en la posibilidad de estudiar modos de hasta  $\ell = 1600$ . Puede encontrarse una descripción más completa en Chou *et al.* (1995). Existen cuatro estaciones de este instrumento trabajando en la actualidad situadas en distintas posiciones sobre el globo terráqueo. En particular, uno de los instrumentos está situado en el Observatorio del Teide y ha estado tomando imágenes desde agosto de 1993. A esta estación pertenecen las imágenes que se utilizarán en el desarrollo de esta prueba.

	SOI/MDI	TON
<b>Tamaño del píxel</b>	2"	2"
<b>Señal</b>	Velocidad	Intensidad
<b>Línea</b>	Ni 677 nm	Ca 393 nm (K II)
<b>Formación de la línea</b>	Fotosfera	Cromosfera
<b>Ubicación del instrumento</b>	Espacio	Tierra

Tabla 2: Principales diferencias y similitudes entre los instrumentos SOI/MDI y TON a tener en cuenta para la comparación

Las principales diferencias y similitudes de estos dos instrumentos, a considerar durante la comparación, se muestran resumidas en la tabla 2.

Los datos usados son dos series de imágenes del disco completo tomadas simultáneamente por ambos instrumentos el día 1 de Junio de 1996 entre las 9:00 y las 17:31 horas. Ambas series tienen un total de 512 minutos y las imágenes fueron tomadas a intervalos de 60 segundos. Tanto las imágenes defectuosas como los huecos han sido sustituidos o rellenados con ceros.

Para realizar esta comparación se utilizó una región de  $30^\circ \times 30^\circ$  sobre la superficie solar en torno al ecuador y que se mantuviera lo más centrada posible en longitud durante el tiempo de observación, esto es, que se encuentre en el centro del disco en la imagen central de la serie. En una serie de 512 minutos esto significa que lo más lejos que se encontrará la sección del centro del disco es, aproximadamente, unos 2.3 grados en longitud. El seguimiento de la sección se realizó utilizando la misma función de rotación diferencial descrita en la sección 2.2.2.

El cambio de coordenadas a círculos máximos se realiza siguiendo el proceso detallado en la sección 2.2.2. Los resultados del seguimiento y cambio de coordenadas fueron almacenados en una imagen tridimensional de  $256 \times 256 \times 512$ . Cada banda corresponde a la sección en un instante determinado, presentando una resolución espacial de aproximadamente 1456 km por píxel medidos sobre la superficie solar. Las imágenes tridimensionales fueron posteriormente

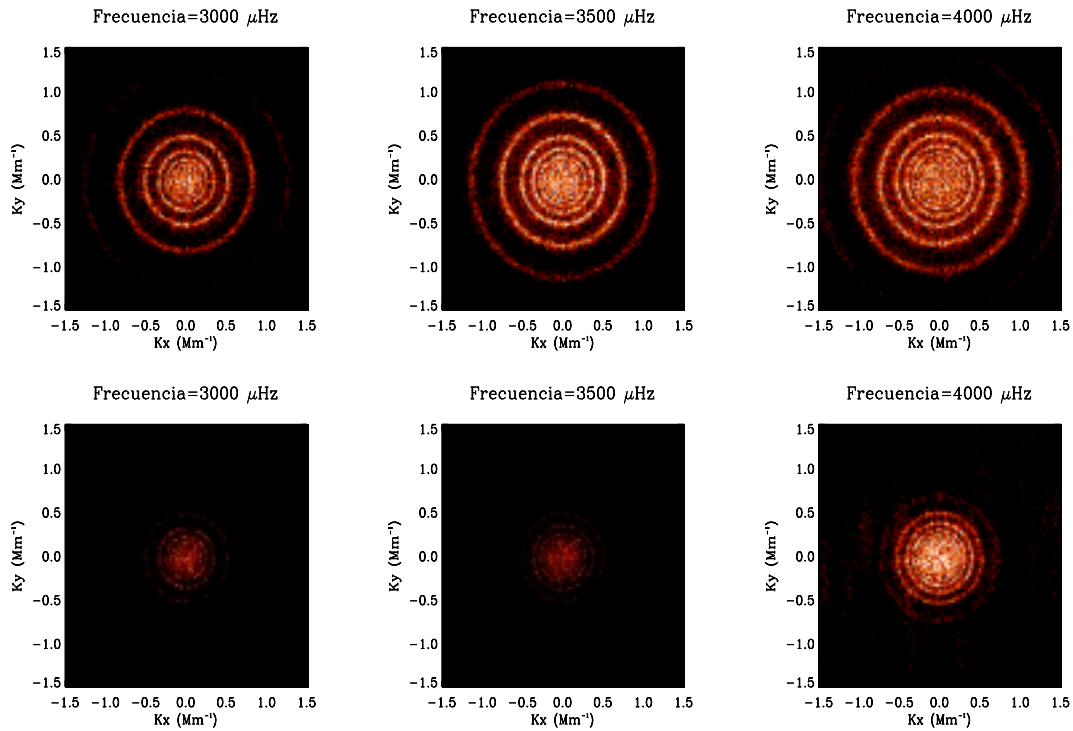


Figura 25: Cortes a distintas frecuencias de los diagramas tridimensionales obtenidos procesando imágenes de los instrumentos SOI/MDI (gráficas superiores) y TON (gráficas inferiores).

filtradas restando el promedio de 21 imágenes a cada banda para eliminar señales provocadas por variaciones lentas de, por ejemplo, actividad magnética local o extinción atmosférica. Finalmente se aplicó la transformada de Fourier en ambos ejes espaciales (componentes Sur-Norte y Este-Oeste) y temporal. La resolución en frecuencia temporal del espectro era de  $32.55 \mu\text{Hz}$  y la resolución en frecuencia espacial de  $0.017 \text{ Mm}^{-1}$ .

Los espectros obtenidos se muestran en la figura 25. Se observa claramente una mayor relación señal a ruido en los anillos de SOI/MDI para altas frecuencias espaciales, permitiendo así alcanzar anillos correspondientes a frecuencias temporales mayores para los  $n$  más bajos que las alcanzadas en el caso de TON. Por otra parte, TON posee una mayor definición a bajas frecuencias espaciales y altas frecuencias temporales. Los diagramas  $\ell-\nu$  obtenidos como promedios acimutales de los espectros tridimensionales se muestran en la figura 26 y pueden resultar más ilustrativos a la hora de comparar frecuencias muy altas

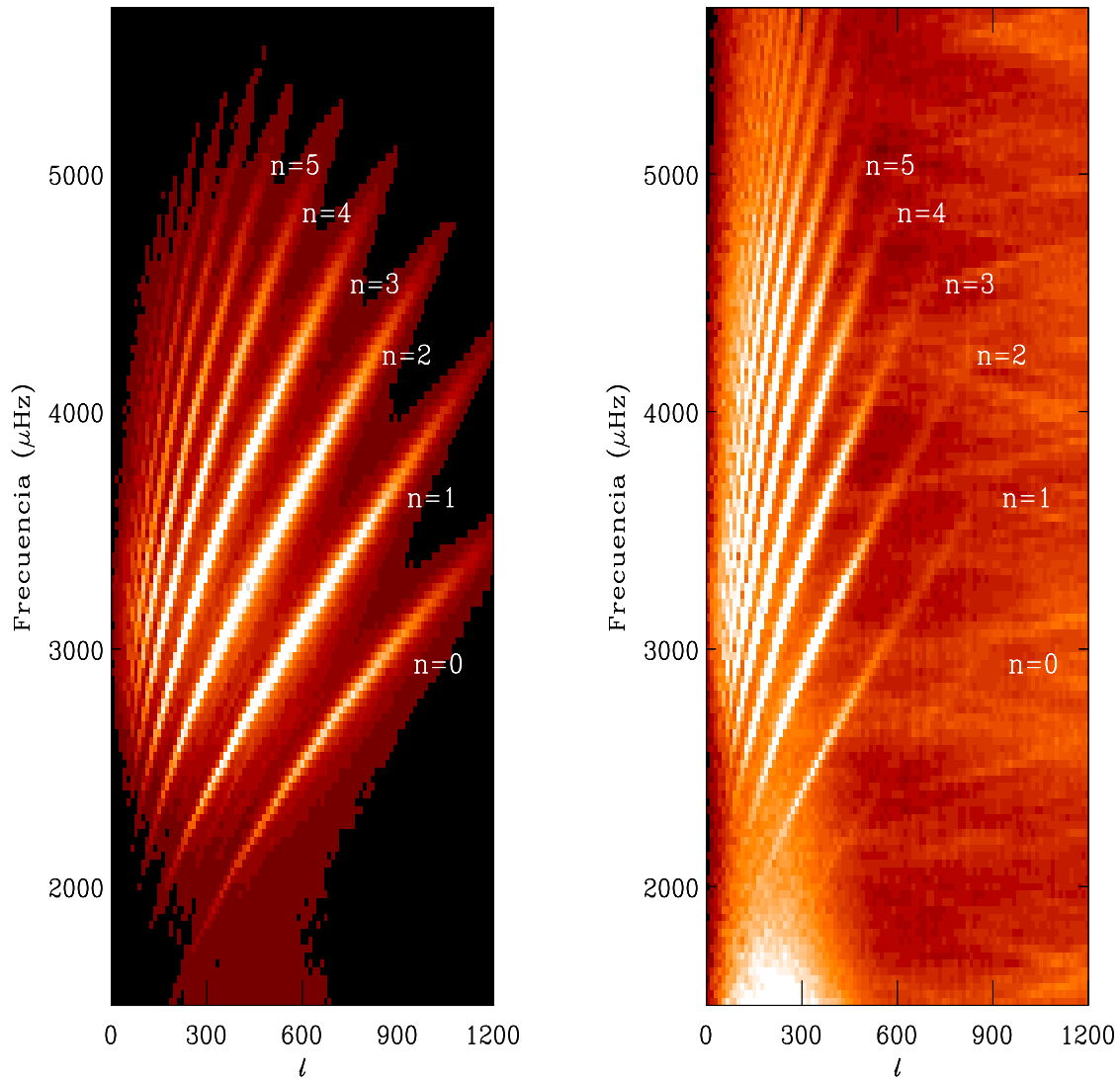


Figura 26: Diagramas  $\ell - \nu$  obtenidos como promedios acimutales de los tridimensionales correspondientes a SOI/MDI (izquierda) y TON (derecha). En ambos la potencia ha sido realzada multiplicando por  $k^2$ . Las etiquetas de los órdenes radiales han sido colocadas en las mismas posiciones en ambos diagramas para servir de referencia al lector.

o muy bajas. El diagrama de TON presenta un ruido bastante elevado debido, probablemente, a condiciones atmosféricas. Esto no es habitual en los datos adquiridos por este instrumento, por lo general sus imágenes son de una mejor calidad (González *et al*, 1995).

El siguiente paso consiste en ajustar los espectros en busca de las velocidades en función de la frecuencia. El proceso es el descrito en el apartado 2.2.3 para datos de SOI/MDI con la única diferencia de las características propias de estos dos espectros que poseen diferente resolución tanto espacial como temporal respecto a los descritos en dicho apartado. Debido a la distinta relación señal a ruido, el rango de frecuencias utilizable es distinto en los dos casos. En general, la potencia de los anillos de SOI/MDI permite ir más lejos en frecuencias espaciales, mientras que los de TON poseen una mayor definición a altas frecuencias temporales. Por ello, los resultados de los ajustes de ambos espectros no están asociados exactamente a los mismos modos de oscilación. Nos limitaremos a comparar los resultados en aquellos rangos de frecuencias en los que se solapan dichos resultados.

En la figura 27 se muestran los resultados de estos ajustes. Se han representado únicamente las velocidades correspondientes a los órdenes  $n=3$  y 5, por ser estos representativos del comportamiento general del resto de ajustes. En la tabla 3 se presentan los coeficientes de correlación y significancia de todos los órdenes ajustados. La correlación es, en general, aceptable, al margen de inestabilidades locales, pero, antes de dar conclusiones definitivas, es necesario realizar el proceso de inversión. Para ello se utiliza el método y el conjunto de kernels descritos en el apartado 2.1.4. Fueron usados un total de 339 modos con  $1 \leq n \leq 7$  y  $131 \leq \ell \leq 706$ . Dicho rango permite estudiar profundidades entre  $r = 0.91R_{\odot}$  y la superficie solar. El resultado de las inversiones para las componentes  $V_x$  y  $V_y$  se muestra en la figura 28.

A pesar de las importantes diferencias entre los datos utilizados, las velocidades encontradas tras el ajuste presentan un comportamiento muy similar, sobre todo en aquellas zonas en las que la relación señal a ruido del espectro es mayor, es decir, en las zonas centrales de las bandas de frecuencia y en aquellos órdenes mas centrales. Después de la inversión las velocidades siguen presentando similitudes en la mayor parte del rango de profundidad, pero presentan diferencias notables cerca de la superficie (en el último 0.5 %). Una de las razones de estas discrepancias podría ser la utilización para la inversión de todas las velocidades obtenidas tras el ajuste de los espectros, de forma que aquellas zonas en las que la resolución o la relación señal a ruido no son tan buenas influyan diferencialmente en los resultados de ambos instrumentos, lo cual ocurre de forma notable en los datos del TON.

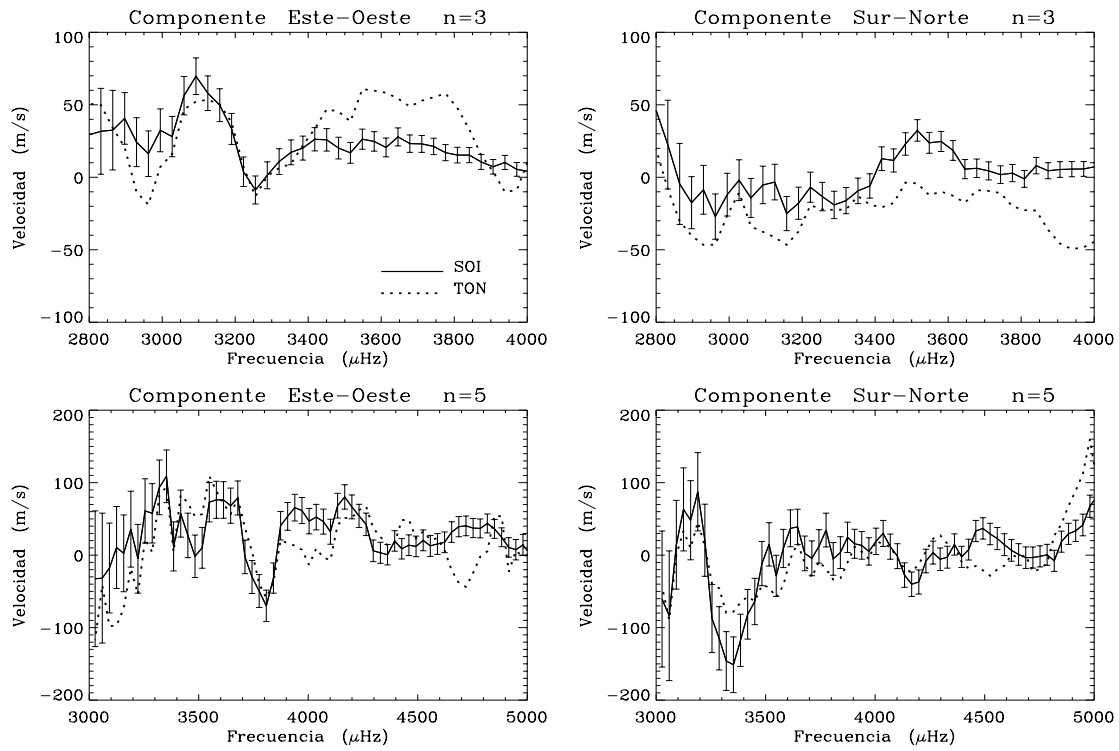


Figura 27: Comparación de las velocidades frente a las frecuencias obtenidas tras el ajuste de los diagramas tridimensionales de TON y SOI/MDI para los órdenes  $n=3$  y  $5$ .

$n$	$N^\circ$ puntos	Correlación $U_x$	Significancia $U_x$	Correlación $U_y$	Significancia $U_y$
1	36	-0.28	1.0e-01	-0.15	3.8e-01
2	42	0.35	2.4e-02	0.70	1.9e-07
3	38	0.54	5.0e-04	0.54	4.6e-04
4	42	0.75	1.1e-08	0.61	1.7e-05
5	63	0.57	1.4e-06	0.67	1.7e-09
6	62	0.52	1.7e-05	0.37	3.5e-03
7	56	0.35	7.3e-03	0.38	3.8e-03

Tabla 3: Coeficientes de correlación y significancia de las velocidades frente a frecuencia obtenidas entre ambos instrumentos para diferentes valores de  $n$ .

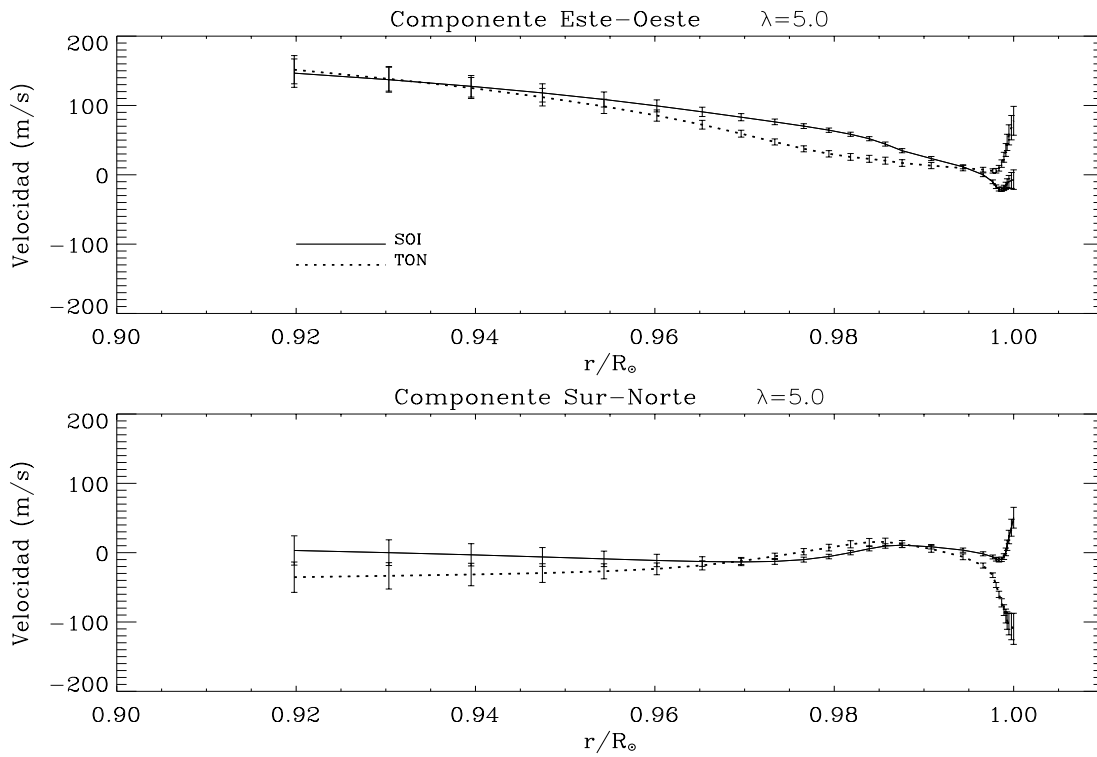


Figura 28: Velocidades en función de la profundidad tras el proceso de inversión.

Una versión más detallada de este trabajo de comparación puede consultarse en González Hernández *et al.* (1997).

En conclusión, a pesar de que la correlación entre las velocidades obtenidas con ambos instrumentos después de la inversión no es muy buena, entendemos que es debido principalmente a la inclusión, en el proceso de inversión, de velocidades obtenidas del ajuste de regiones del espectro con baja relación señal a ruido. En las zonas en que dicha relación es mayor, tales como las franjas  $n=4$  y  $5$ , la correlación es bastante buena y podemos decir que el resultado de la aplicación de los diagramas de anillos es realmente información solar y queda por encima del ruido.

### 3.2.2 Pruebas de efectos de proyección

Una de las controversias existentes en la utilización de este método de análisis apuntaba en la dirección de los errores cometidos tanto en el seguimiento como en la manera de proyectar los datos. Cada sección en estudio se sigue sobre la superficie solar asumiendo la velocidad de rotación correspondiente a la latitud del punto central de dicha sección. Esto implica que existe un error diferencial sistemático para el resto de los puntos de esa región en los que debe permanecer una velocidad de rotación residual y que se traduce en una superposición sobre la componente  $V_x$ .

De la misma forma, el deterioro de los anillos a medida que nos alejábamos del centro del disco debido a los efectos de proyección, se ha solucionado considerablemente gracias a la utilización del nuevo sistema de coordenadas basado en círculos máximos sobre la esfera. La comparación entre diagramas tridimensionales obtenidos utilizando este sistema de ejes en lugar del de magnitudes angulares (latitud-longitud) puede verse en la figura 14 y más detalladamente en González Hernández, (1996).

Si el error asociado a estos efectos de proyección fuera considerable, los resultados obtenidos a partir del estudio de secciones situadas en posiciones simétricas o iguales respecto al centro del disco deberían mantener relaciones de simetría/antisimetría. Por ello se han realizado una serie de pruebas comparando las velocidades obtenidas a partir de secciones situadas en la misma posición respecto al centro del disco, así como en posiciones simétricas tanto en longitud como en latitud.

Otro factor a tener en cuenta a la hora de proyectar es el ángulo  $B_0$ , que representa la latitud heliográfica del centro del disco en un instante determinado, pero en el periodo en el que se tomaron los datos que se utilizaron en este trabajo, este ángulo varió entre  $-1.34$  grados como valor mínimo y  $1.77$  grados de máximo, haciendo despreciable su contribución a los errores de proyección.

La primera de las pruebas consiste en comparar flujos de velocidades obtenidos a partir de secciones situadas en la misma posición respecto al centro del disco cuando fueron estudiadas. En la figura 29 se muestran las componentes  $V_x$  y  $V_y$  de la velocidad horizontal de tres secciones con diferentes longitudes de Carrington situadas a  $15^\circ$  y otras tres a  $-30^\circ$  en latitud a su paso por el meridiano central. En ambos casos, el campo de velocidad mostrado



presenta comportamientos diferentes para cada una de las secciones individuales, quedando fuera del error, que ha sido superpuesto únicamente a una de las velocidades para aclarar la gráfica.

Otras dos pruebas de comparación entre velocidades obtenidas a partir de secciones situadas simétricamente respecto al ecuador en latitud y respecto al meridiano central en longitud, requerían de secciones estudiadas en series temporales en las que éstas no pasaran por el centro del disco. Por ello se obtuvieron los espectros de potencias de 9 secciones como las mostradas en la figura 30 en un intervalo de tiempo simultáneo para todas ellas. Los resultados se muestran en las figuras 31 y 32. Puede verse que para las secciones situadas en posiciones simétricas en longitud no se encuentra ningún rasgo característico, o de comportamientos simétricos, en las componentes  $V_x$  o  $V_y$ . Sin embargo, existe un carácter notablemente antisimétrico en la componente  $V_y$  para las secciones situadas simétricamente respecto al ecuador. Teniendo en cuenta que el efecto de proyección actúa de la misma manera respecto a ambos ejes cartesianos (y respecto a cualquier otro que atraviere el centro solar) y que, de existir errores en este sentido deberían ser similares y no antisimétricos en torno al centro del disco, estas singularidades de  $V_y$  sólo pueden relacionarse con fenómenos físicos reales, flujos de velocidades horizontales bajo la superficie que van desde el ecuador a los polos. Un estudio en profundidad de estos posibles flujos meridionales se realizará en el apartado 5.2 del capítulo dedicado a resultados globales.

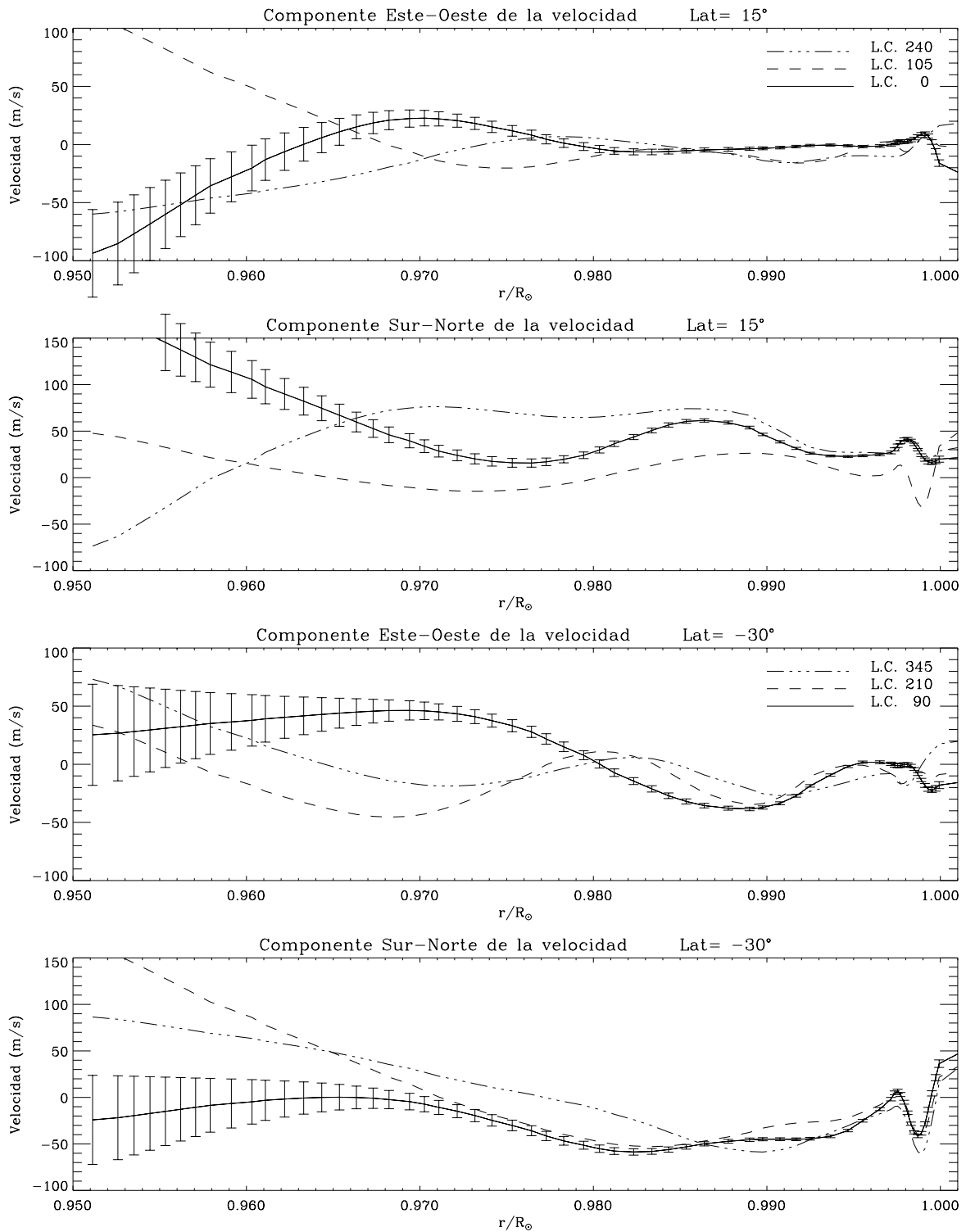


Figura 29: Componentes  $V_x$  y  $V_y$  de los flujos de velocidades horizontales encontrados para tres secciones situadas a  $15^\circ$  (gráficas superiores) y  $-30^\circ$  (gráficas inferiores) respecto al ecuador solar. En cada triada de secciones se observa la misma zona del disco solar.

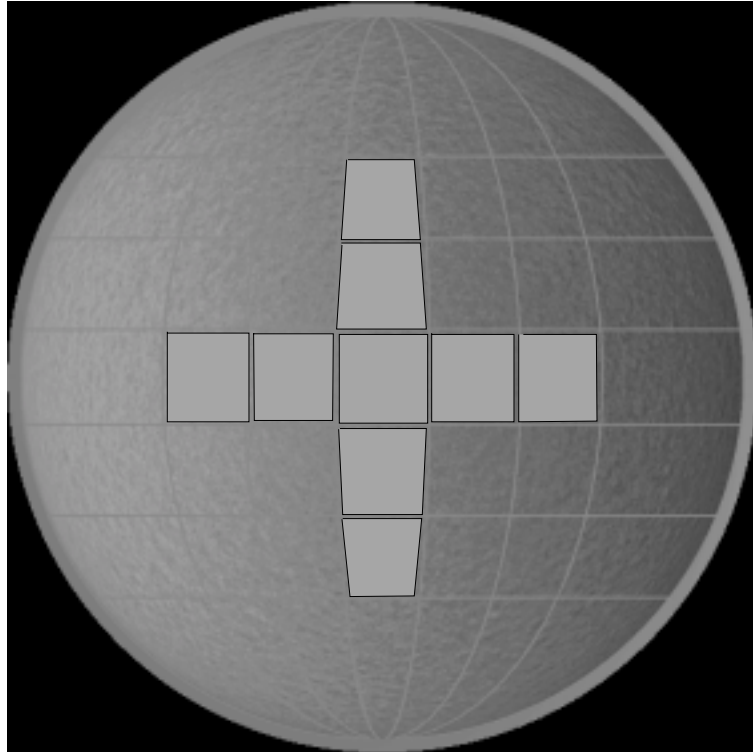


Figura 30: Posición sobre el disco solar de las secciones estudiadas en el apartado 3.2.2 con objeto de estudiar los posibles efectos de proyección en el método de los diagramas de anillos.

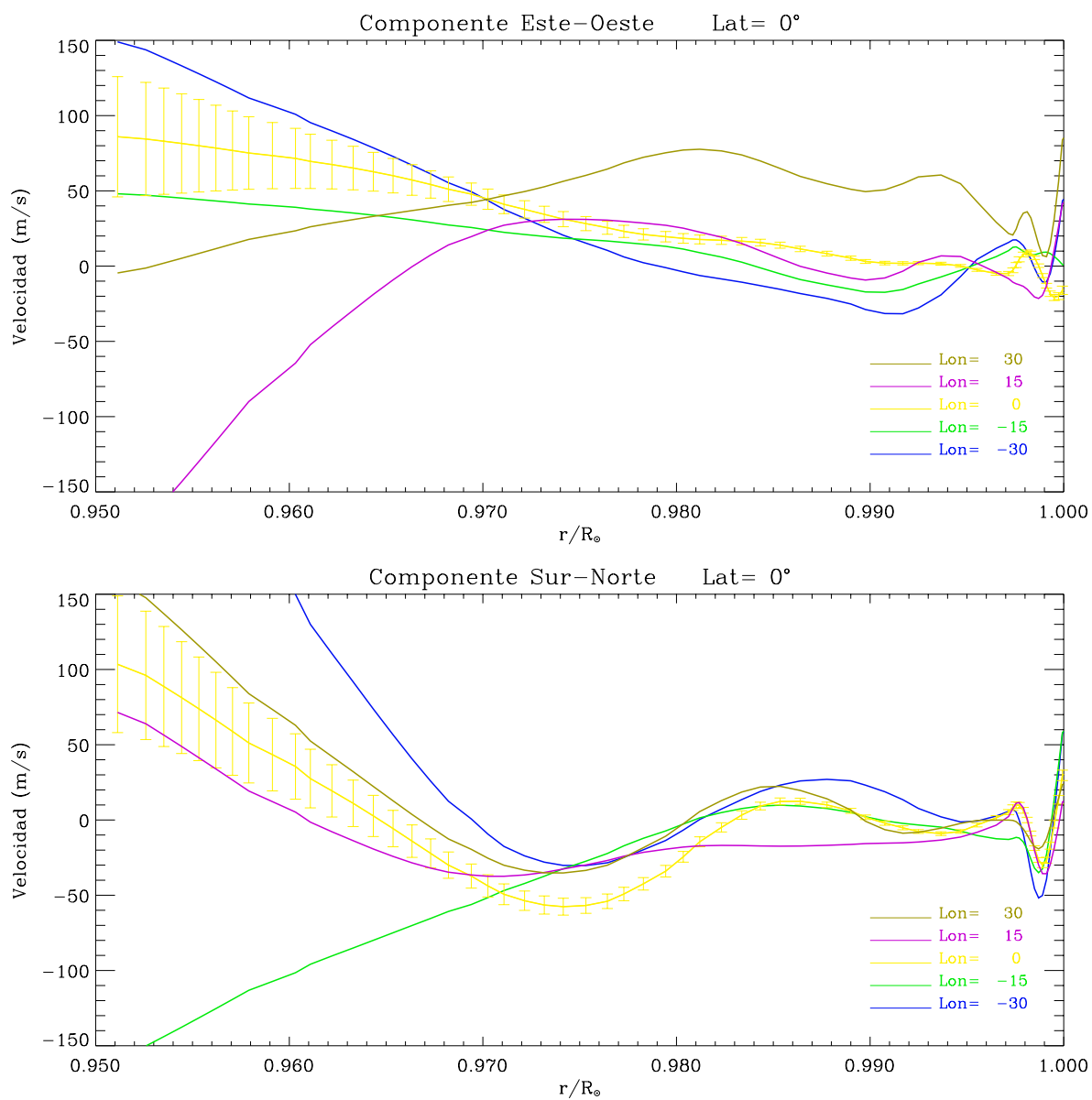


Figura 31: Componentes  $V_x$  y  $V_y$  de las velocidades asociadas a secciones situadas sobre el ecuador a distintas longitudes relativas al meridiano central.

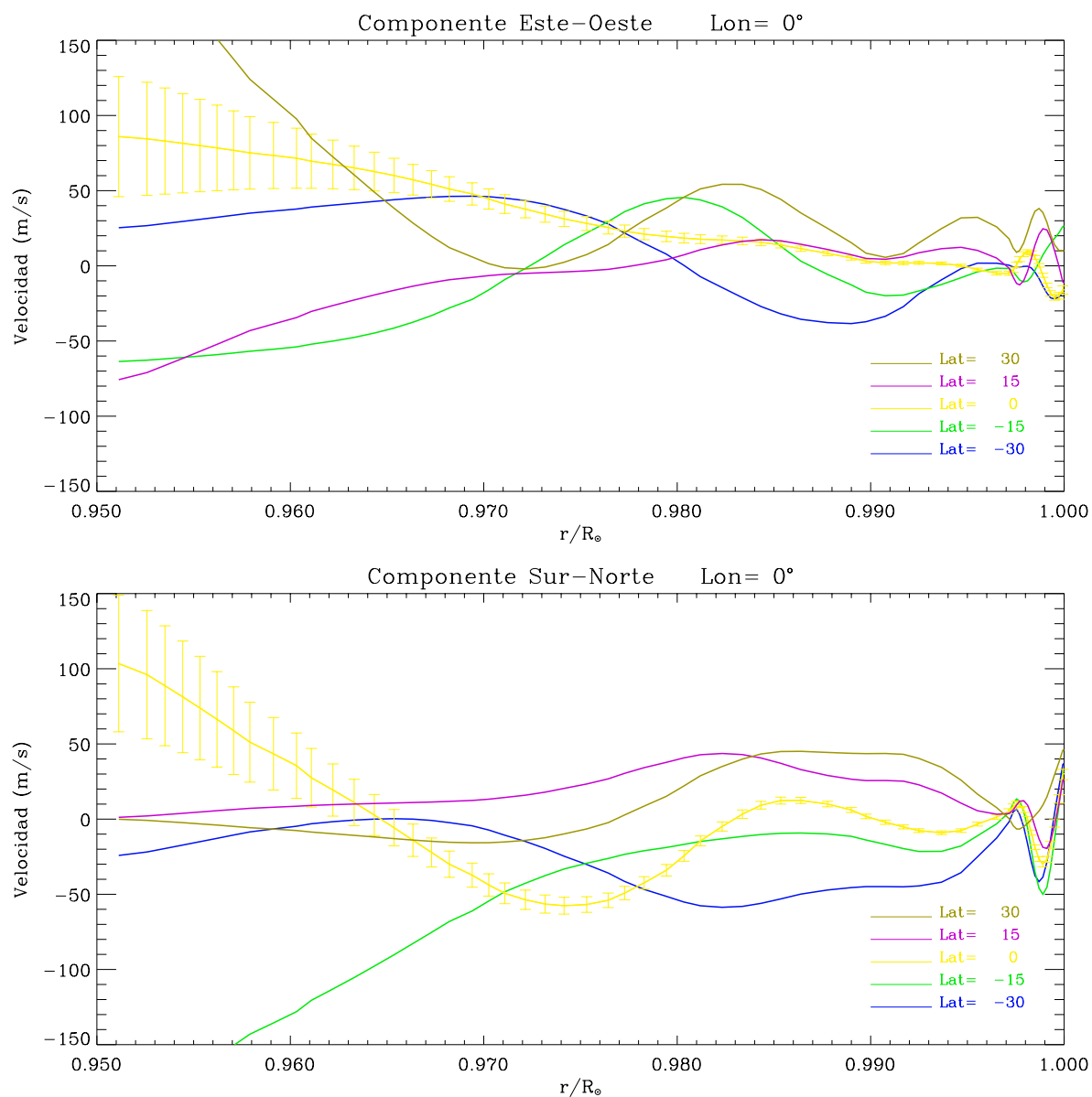


Figura 32: Componentes  $V_x$  y  $V_y$  de las velocidades asociadas a secciones situadas sobre el meridiano central a distintas latitudes respecto al ecuador solar.

### 3.2.3 Evolución temporal de los flujos

Los flujos de velocidades que se pretenden estudiar están confinados en una región de la zona convectiva solar en la que el movimiento de materia domina frente a cualquier otra forma de transporte de energía. Por ello es importante conocer la evolución de dichos movimientos y las escalas de variación tanto temporales como espaciales.

Un intento de conocer estos cambios en los flujos de velocidades, al tiempo que se realizaba una nueva prueba al método de análisis, se presenta en este apartado. Se ha seguido la evolución de los flujos de velocidad horizontales en una sección de  $15^\circ \times 15^\circ$ , centrada en torno al ecuador solar, a lo largo de un periodo de aproximadamente cinco días, dando los resultados para cinco series de 1536 minutos. Su longitud de Carrington es  $90^\circ$  y pertenece a la rotación número 1910. En este caso, la posición de la sección respecto al centro del disco varía según el intervalo de tiempo estudiado, de manera que en la serie central la sección pasa por el centro del disco. En las series extremas, la sección alcanza un máximo de alejamiento respecto al centro del disco de  $37.7^\circ$ .

Tanto el seguimiento de la sección como la obtención de los espectros y la inversión de las velocidades se han desarrollado siguiendo las pautas descritas en apartados anteriores. Las velocidades obtenidas, tanto la componente Este-Oeste ( $V_x$ ) como la componente Sur-Norte ( $V_y$ ), se muestran en la figura 33. Los distintos tipos de líneas indican las diferentes posiciones de la sección respecto al centro del disco del instante central en las cinco series.

Los resultados para  $V_x$  reflejan una marcada evolución en los cinco días estudiados, si bien cerca de la superficie la tendencia general es similar, en profundidad se observa un fuerte incremento de la velocidad a medida que pasa el tiempo. Para  $V_y$  sin embargo, existe una región en la que los flujos son claramente estables, entre la superficie y una profundidad de  $0.997 r/R_\odot$ . Esto nos invita a pensar nuevamente en la posibilidad de flujos meridionales que presenten además una alta estabilidad temporal. A profundidades mayores es difícil establecer, al menos en este caso, una tendencia clara en el comportamiento de las velocidades con el tiempo.

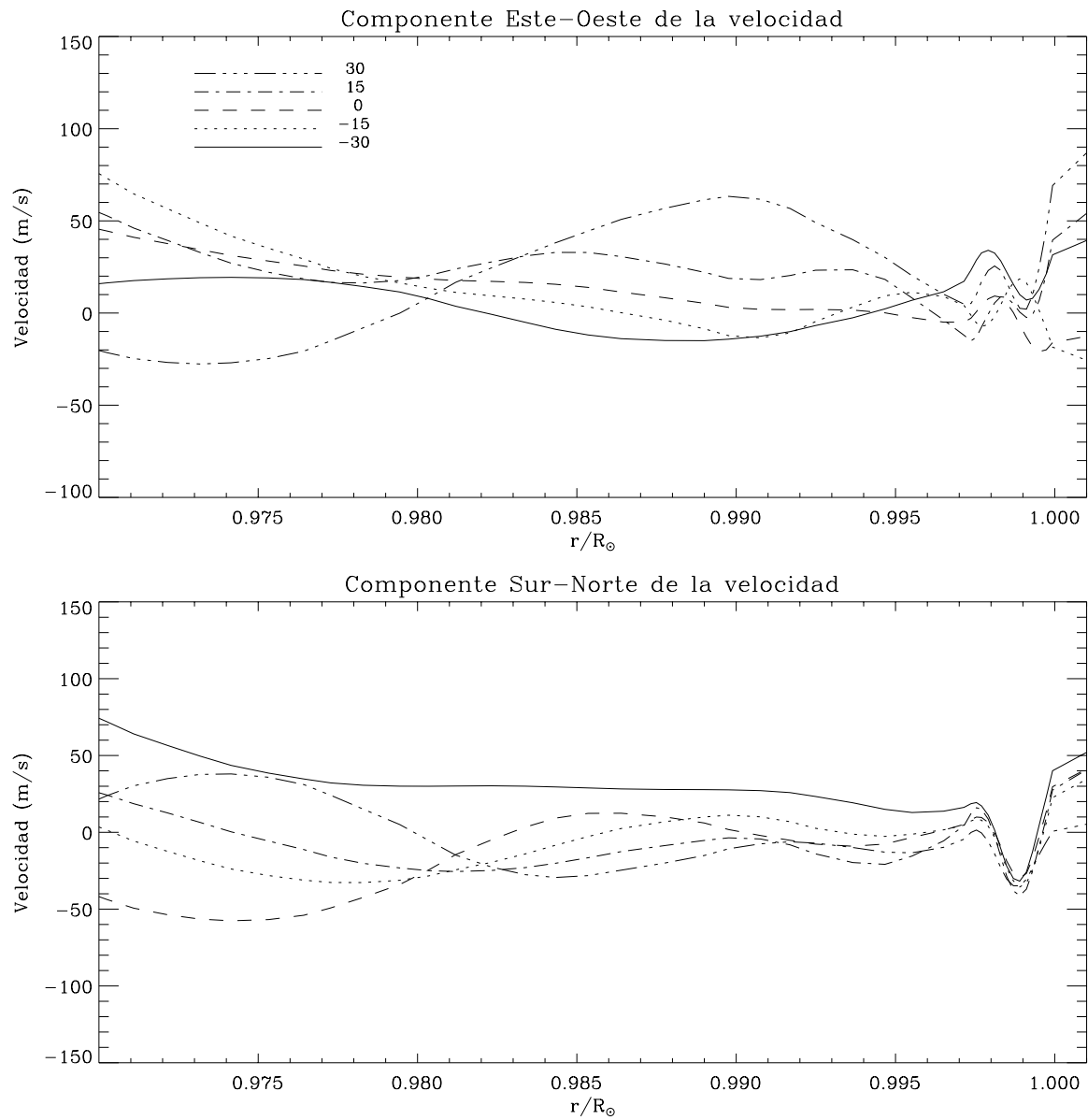


Figura 33: Evolución de los flujos de velocidades horizontales en una sección de  $15^\circ \times 15^\circ$ , centrada en el ecuador solar y con longitud de Carrington 90 grados.





## Capítulo 4

# Mapa sinóptico subsuperficial de velocidades

Los capítulos precedentes han servido para encauzar la investigación hacia la consecución final de un mapa de velocidades horizontales en función de la profundidad de buena parte de la superficie solar. Por ello se han descrito y probado tanto el método a utilizar como las imágenes Doppler que servirán como datos del trabajo. Una vez garantizada la fiabilidad y la calidad, respectivamente, de ambos componentes puede procederse con cierta seguridad a concluir la tarea.

Para crear el mapa sinóptico, que entenderemos como una visión simple de una gran extensión de superficie y un determinado intervalo en profundidad, se han obtenido las velocidades horizontales promedio asociadas a 120 secciones localizadas a intervalos equiespaciados 15 grados en longitud, cubriendo todo el perímetro ecuatorial (24 secciones), y 15 grados en latitud, en las posiciones  $0^\circ$ ,  $\pm 15^\circ$  y  $\pm 30^\circ$  (5 secciones), de forma que la latitud máxima considerada es 37.5 grados respecto al ecuador. El rango en profundidad cubre entre aproximadamente  $0.95 r/R_\odot$  y la superficie solar. En este capítulo se presentará dicho mapa de velocidades e intentará interpretarse en base a teorías dinámicas de las capas superiores de la zona convectiva.

## 4.1 Los datos

Ya se ha descrito en la sección 2.2.1 el tipo de imágenes que se utilizará en el presente capítulo para la elaboración del mapa. Son imágenes Doppler de SOI/MDI y fueron tomadas por este instrumento entre los días 26 de Mayo de 1996 y 22 de Junio de 1996 a razón de una imagen por minuto. Cinco secciones situadas a las latitudes  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $-15^\circ$  y  $-30^\circ$ , se estudian simultáneamente utilizando la misma serie temporal de imágenes de 1536 minutos, 25.6 horas, en la que las cinco secciones se encuentran lo más centradas posible en torno al meridiano central del disco. El primer conjunto de secciones estudiadas corresponden a la longitud de Carrington  $75^\circ$  de la rotación de Carrington 1909, y el último a la longitud de Carrington  $90^\circ$  de la rotación de Carrington 1910. El proceso se repite para 24 grupos de cinco secciones cada uno. Entre dos grupos de secciones existe una separación en longitud de  $15^\circ$ , hasta completar una rotación solar. La figura 34 muestra la superficie del disco cubierta con la mitad de las secciones estudiadas. En la tabla 4 puede consultarse el instante temporal en que cada una de las longitudes de Carrington seleccionadas pasan por el centro del disco. Las series temporales de imágenes se eligen de tal forma que la imagen central de la serie corresponda a este instante.

## 4.2 Tratamiento de los datos y resultados

El seguimiento de las cinco secciones sobre el disco solar a través de la serie temporal se realiza simultáneamente. El procedimiento utilizado es el descrito en el capítulo 2 utilizando, para cada sección, la velocidad de rotación dada por los coeficientes de Snodgrass (1984) correspondientes a la latitud del píxel central. La rotación diferencial produce un pequeño desplazamiento entre los píxeles dentro de la misma región que corresponden a distintas latitudes. Sin embargo, para las regiones extremas, es decir, las situadas a  $\pm 30^\circ$ , el desplazamiento máximo entre un píxel situado en el centro de la sección y uno en el extremo superior no supera, para el caso de un intervalo de 1536 minutos, los 3.5 píxeles. Por ello se considera que el error introducido por asumir una rotación rígida para cada sección es despreciable. En cualquier caso, el efecto de esta aproximación debería ser igual para secciones con latitudes simétricas respecto al ecuador, y como se ha mostrado en el apartado 3.2.2 del capítulo anterior, no se encuentra este tipo de efectos.

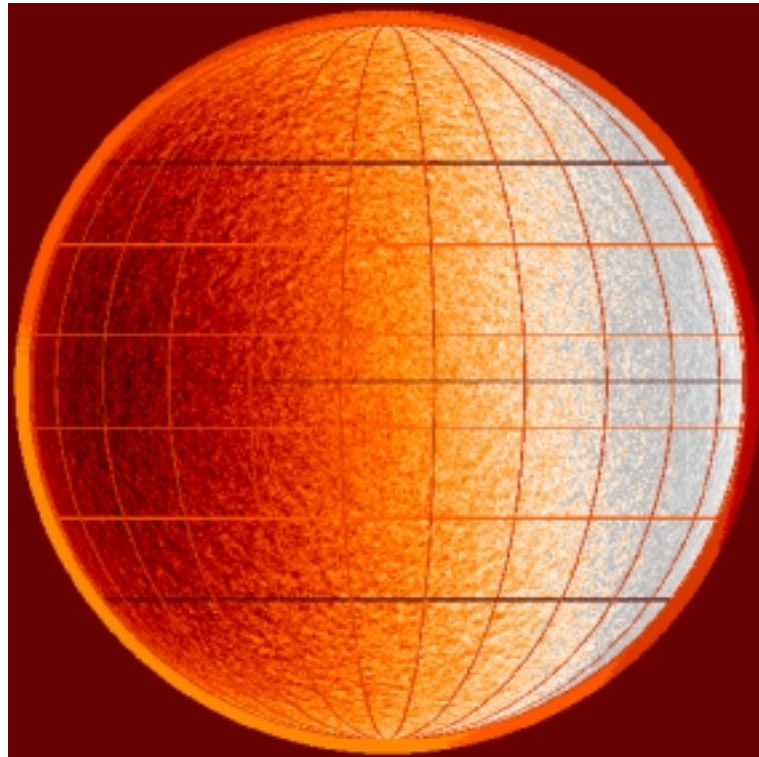


Figura 34: Superficie del disco cubierta por 60 de las 120 secciones estudiadas para la realización del mapa. Las líneas más oscuras representan el ecuador solar y los extremos,  $-37.5^\circ$  y  $37.5^\circ$  en latitud.

Carrington longitude	Rotation number	Date	Time
<b>75°</b>	1909	26 / 5	19:41
<b>60°</b>	“	27 / 5	22:54
<b>45°</b>	“	29 / 5	02:07
<b>30°</b>	“	30 / 5	05:20
<b>15°</b>	“	31 / 5	08:33
<b>0°</b>	“	1 / 6	11:46
<b>345°</b>	1910	2 / 6	14:59
<b>330°</b>	“	3 / 6	18:12
<b>315°</b>	“	4 / 6	21:25
<b>300°</b>	“	5 / 6	24:38
<b>285°</b>	“	7 / 6	03:51
<b>270°</b>	“	8 / 6	07:04
<b>255°</b>	“	9 / 6	10:17
<b>240°</b>	“	10 / 6	13:30
<b>225°</b>	“	11 / 6	16:43
<b>210°</b>	“	12 / 6	19:56
<b>195°</b>	“	13 / 6	23:09
<b>180°</b>	“	15 / 6	02:22
<b>165°</b>	“	16 / 6	05:35
<b>150°</b>	“	17 / 6	08:48
<b>135°</b>	“	18 / 6	12:01
<b>120°</b>	“	19 / 6	15:14
<b>105°</b>	“	20 / 6	18:27
<b>90°</b>	“	21 / 6	21:40

Tabla 4: Instante temporal correspondiente al paso por el meridiano central del disco solar de cada una de las longitudes de Carrington consideradas en la elaboración del mapa de flujos transversales.

Tras el seguimiento simultáneo, las cinco secciones son almacenadas individualmente en imágenes tridimensionales de  $128 \times 128 \times 1536$  píxeles. A estas imágenes se les aplica la transformada de Fourier, tal y como se detalla en el apartado 2.2, en las direcciones espacial y temporal, y se obtienen los espectros de potencia tridimensionales asociados a cada una de ellas. Los espectros poseen una resolución en frecuencia espacial de  $3.37 \times 10^{-2} \text{ Mm}^{-1}$  y en frecuencia temporal de  $10.85 \mu\text{Hz}$ .

Una vez obtenidos los espectros tridimensionales, estos se ajustan utilizando el código descrito en el apartado 2.2.3. El ajuste de los 120 espectros se realiza en el CRAY *supercomputer* del Jet Propulsion Laboratory en Pasadena. Se requiere un total de tiempo de CPU del orden de 240 horas. El ajuste de los espectros devuelve las componentes  $U_x$  y  $U_y$  de la velocidad en función de la frecuencia temporal y del orden  $n$ , es decir, en función del modo de oscilación. La figura 35 muestra como ejemplo las velocidades, asociadas a diferentes órdenes  $n$ , obtenidas del ajuste de la sección centrada en la longitud de Carrington  $105^\circ$  y en la latitud  $15^\circ$ .

El siguiente paso consiste en invertir estas velocidades en función del modo de oscilación y obtener la velocidad en función de la profundidad. Para ello se utiliza el método de inversión referido en la sección 2.2.4 en cada una de las diferentes secciones. Se utilizan un total de 1526 modos con unos valores de  $183 \leq \ell \leq 999$  y  $0 \leq n \leq 7$ , que permiten cubrir un rango en profundidad de  $0.95 \leq r/R_\odot \leq 1.0$ . El parámetro de suavizado usado es  $\lambda = 10$ .

El diagrama tridimensional que ajustamos posee una determinada resolución en  $k$ , de forma que las velocidades que se obtienen del ajuste se encuentran asociadas a unos valores de  $k_x$  y  $k_y$  que se corresponden con el valor central del píxel de resolución en cada caso. Combinando las ecuaciones 13 y 14 se encuentra la relación entre  $k$  y  $\ell$  de manera que no todos los valores de  $k$  se corresponden con valores enteros de  $\ell$ . Por ello, a partir del ajuste se obtienen velocidades asociadas a modos de oscilación cuyo grado  $\ell$  es un número fraccional. Para solucionar esto, el método de inversión interpola entre dos modos de  $\ell$  entero para obtener el *kernel* correspondiente a la solución, puesto que los *kernels* dados por el modelos sólo han sido elaborados para valores enteros de  $\ell$ .

Los resultados de la inversión se expresarán en función del radio relativo  $r/R_\odot$ , donde  $R_\odot$  es el radio fotosférico (o simplemente radio solar), es decir, el radio para el cual se cumple que:  $L = 4\pi\sigma R_\odot^2 T^4$ , donde  $L$  es la luminosidad del Sol,  $\sigma$  la constante de Stefan-Boltzmann y  $T$  la temperatura en dicho radio.

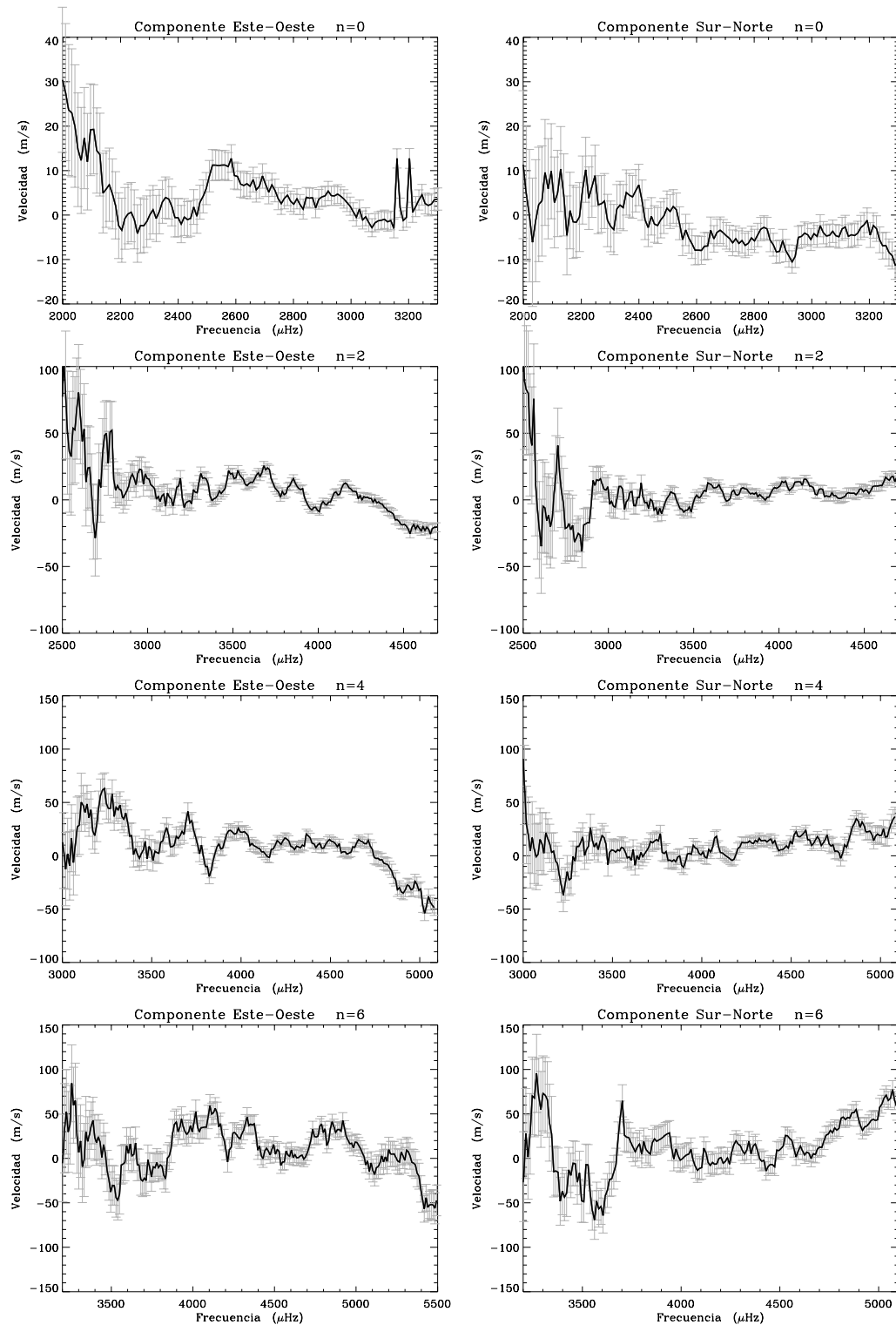


Figura 35: Componentes  $U_x$  y  $U_y$  de la velocidad horizontal en función de la frecuencia, para los órdenes  $n = 0, 2, 4$  y  $6$ , obtenida del ajuste del espectro de potencia tridimensional de la sección centrada en la longitud de Carrington  $105^\circ$  y en la latitud  $15^\circ$ .

Las gráficas de la figura 36 representan las componentes  $V_x$  (izquierda) y  $V_y$  (derecha) de las velocidades horizontales en función de la profundidad obtenidas a partir de la inversión de los espectros correspondientes a 4 secciones diferentes.

A la componente longitudinal de la velocidad en todas las secciones se le ha sustraído el promedio de  $V_x$  de todas las secciones a la misma latitud, es decir, para dicha componente consideramos la diferencia con la rotación diferencial en la superficie utilizada en el seguimiento. Esta rotación diferencial en profundidad se estudiará detalladamente en el apartado 5.1 del capítulo siguiente.

En la figura 37 se muestran los vectores velocidad promedio asociado a cada una de las 120 secciones a 28 profundidades elegidas como representativas del total. La resolución real en profundidad del método de inversión (62 puntos en total) puede consultarse en la figura 36 en la que se ha superpuesto, tanto a la componente Este-Oeste como a la componente Sur-Norte, las barras de error de los puntos en los que existen resultados.

La figura 38 intenta dar una visión tridimensional de los flujos de velocidades encontrados. Para ello se seleccionan cubos de  $5 \times 5$  secciones que cubren una superficie total de  $60^\circ \times 60^\circ$  sobre la superficie solar y una profundidad entre  $0.97$  y  $1.0 r/R_\odot$ . Hay que tener en mente que las escalas relativas entre la superficie cubierta y la profundidad no se corresponden en el dibujo, el rango de profundidad es muy estrecho y resultaría imposible representarlo proporcionalmente. En esta figura se ve más claramente el cambio de dirección y módulo de los flujos de velocidades con la profundidad. Si bien estos experimentan una reducción sistemática del módulo a medida que se acercan a la superficie solar, dependiendo de la latitud, existen regiones en profundidad donde se aprecian máximos. Puede observarse, así mismo, coherencia en los flujos a la misma profundidad para regiones consecutivas. Las secciones centradas en el ecuador solar son las que presentan flujos menos intensos, como cabe esperar para el caso en que los flujos meridionales posean una salida cerca del ecuador, de forma que la componente horizontal se hará mínima y aumentará la componente vertical.

Respecto a la componente  $V_x$ , si bien no existe un comportamiento sistemático, pueden notarse cambios en el sentido de los flujos a favor o en contra del sentido de rotación. Esto podría ser indicativo de celdas centradas en un meridiano y movimientos longitudinales de material paralelos al ecuador.

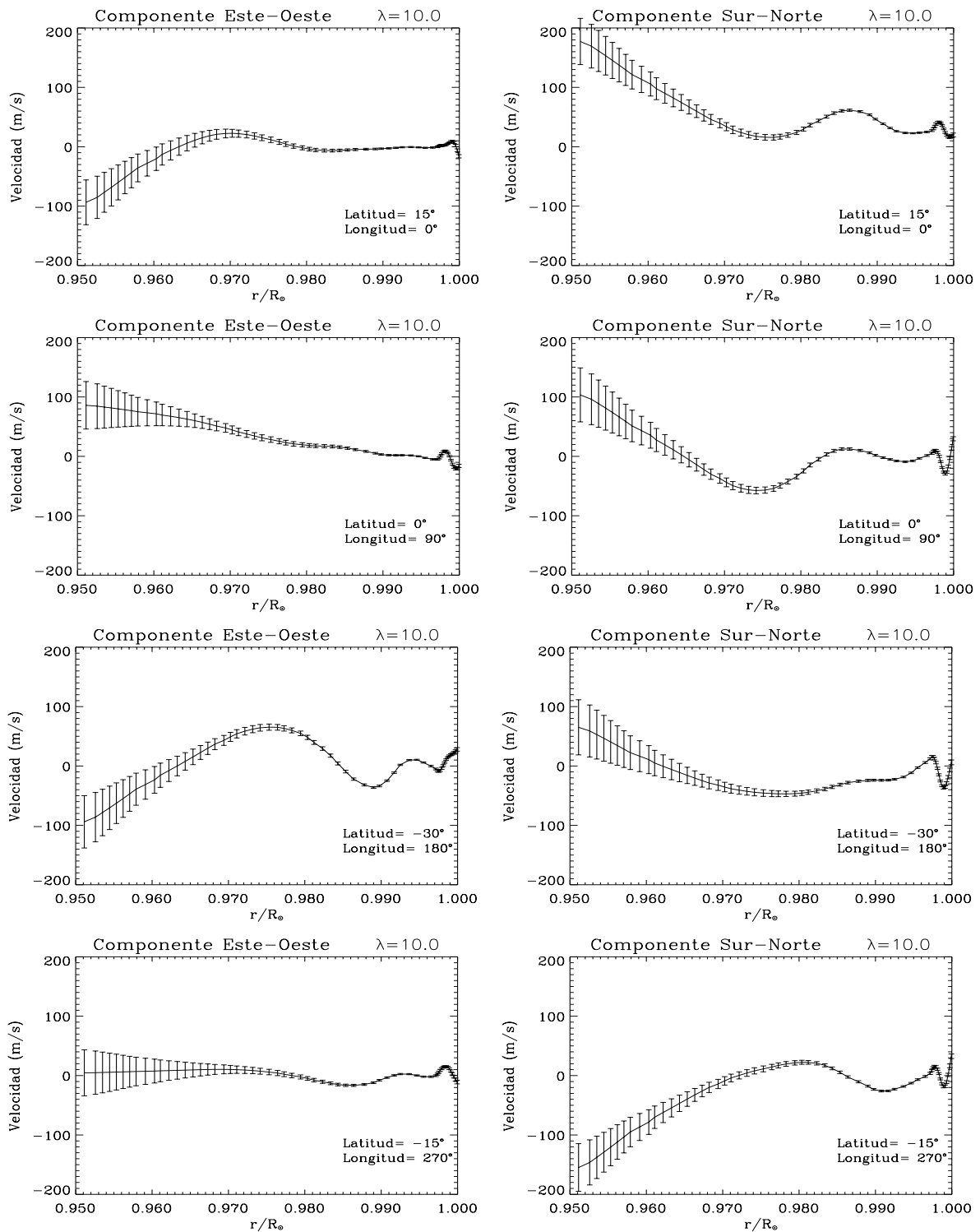


Figura 36: Componentes longitudinal (izquierda) y latitudinal (derecha) de la velocidad en función de la profundidad obtenidas tras la inversión de las velocidades en función de la frecuencia asociadas a 4 secciones diferentes.



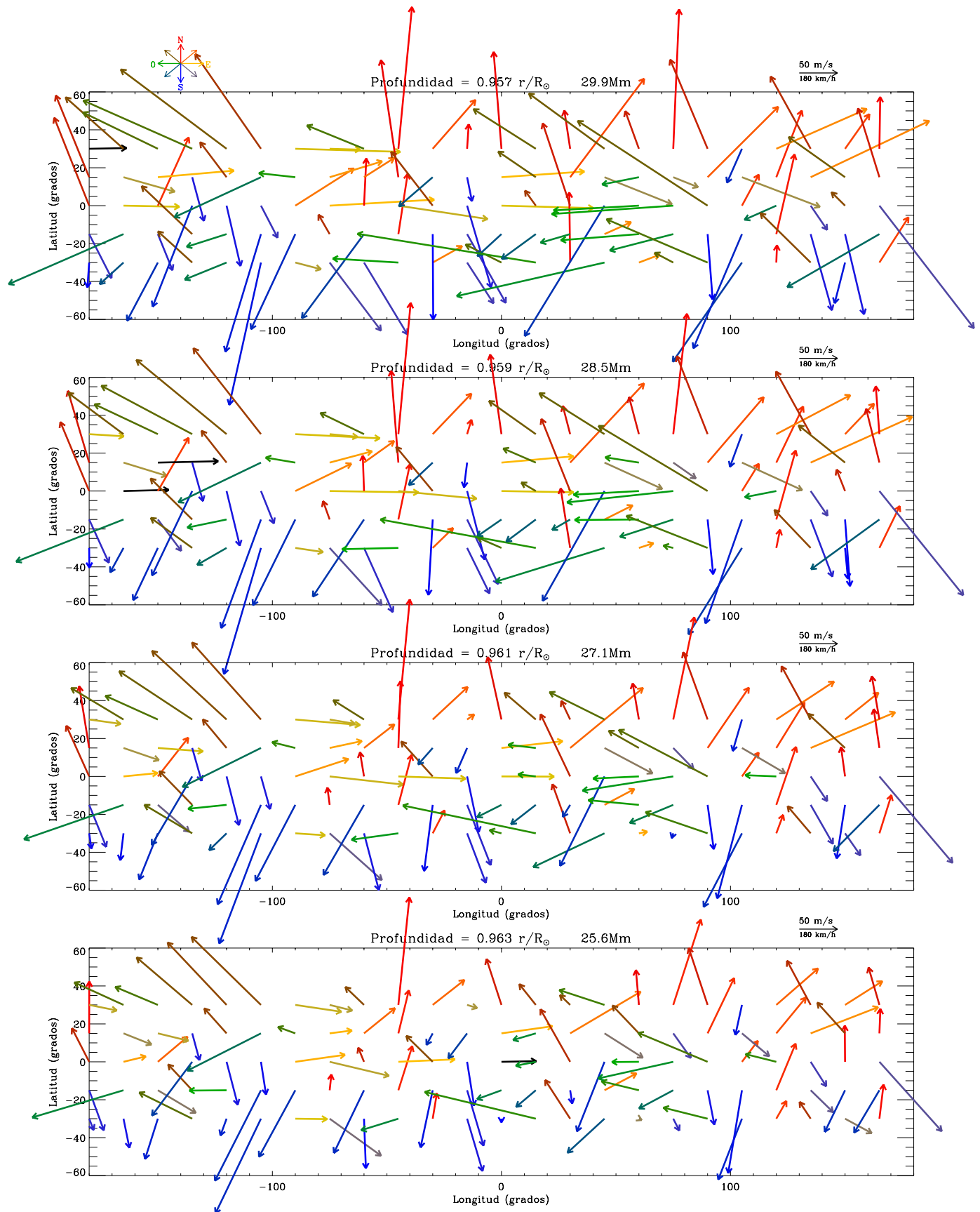


Figura 37: Vectores velocidad horizontal a diferentes profundidades encontrados para las 120 secciones.

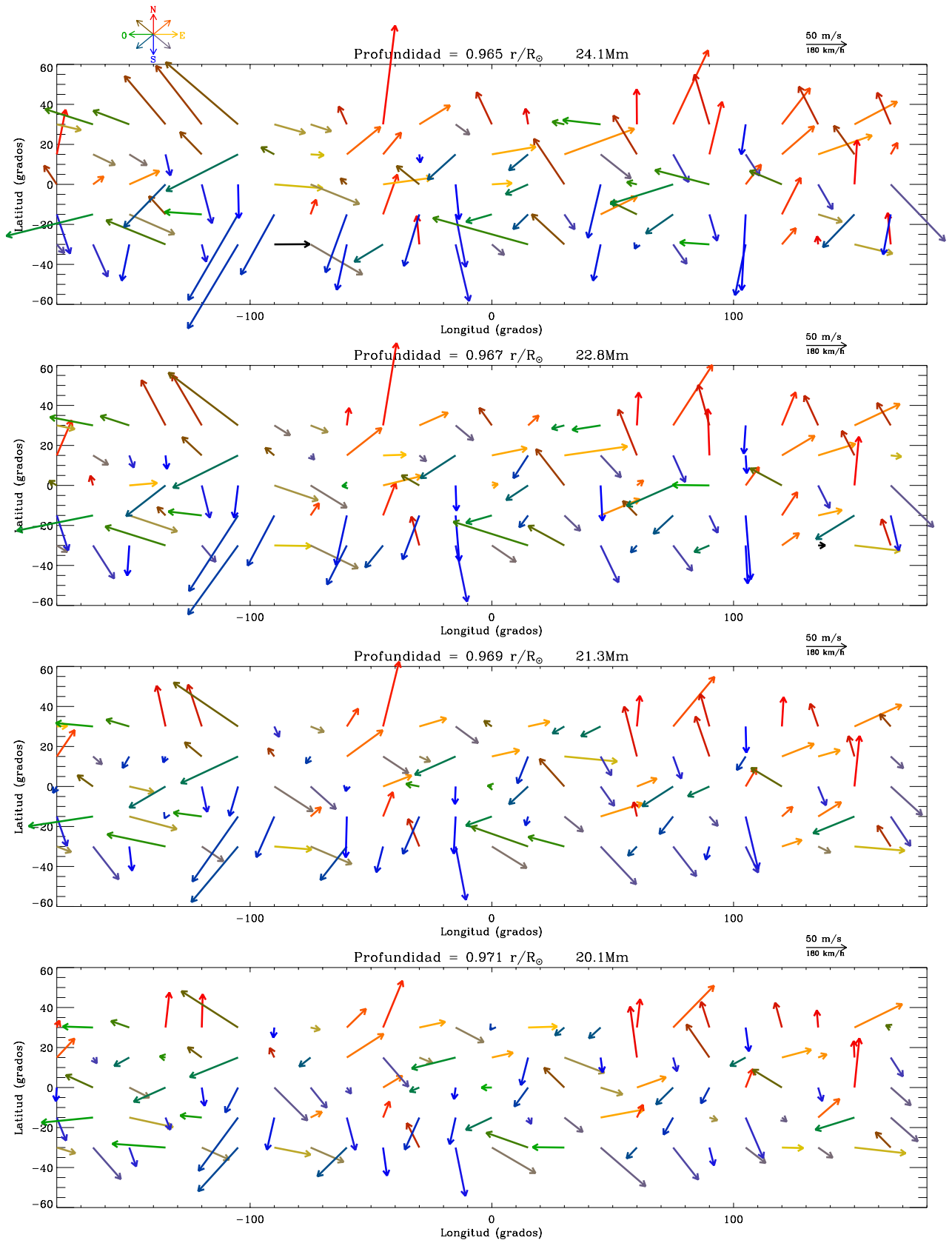


Figura 37: Continuación.

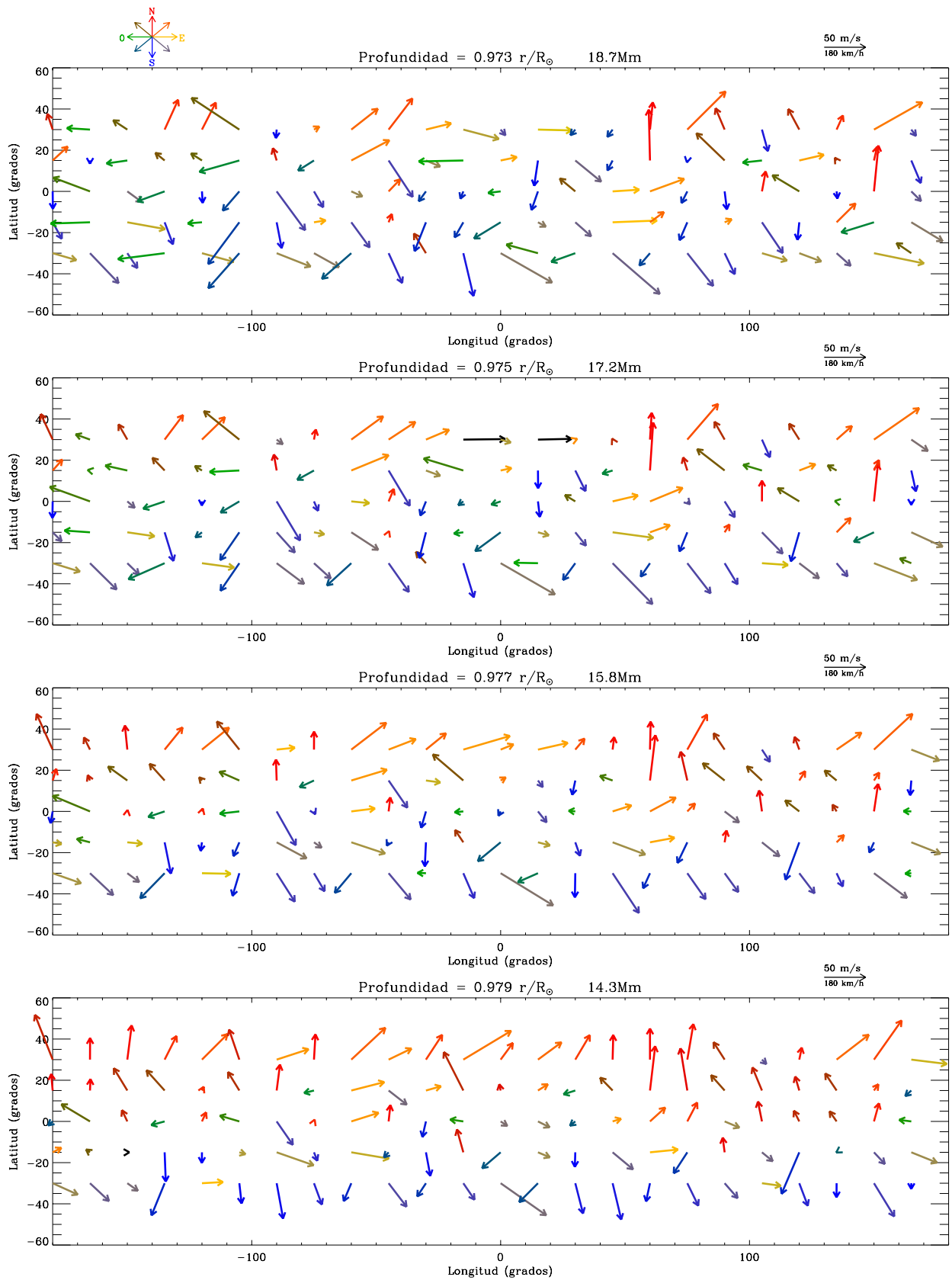


Figura 37: Continuación.

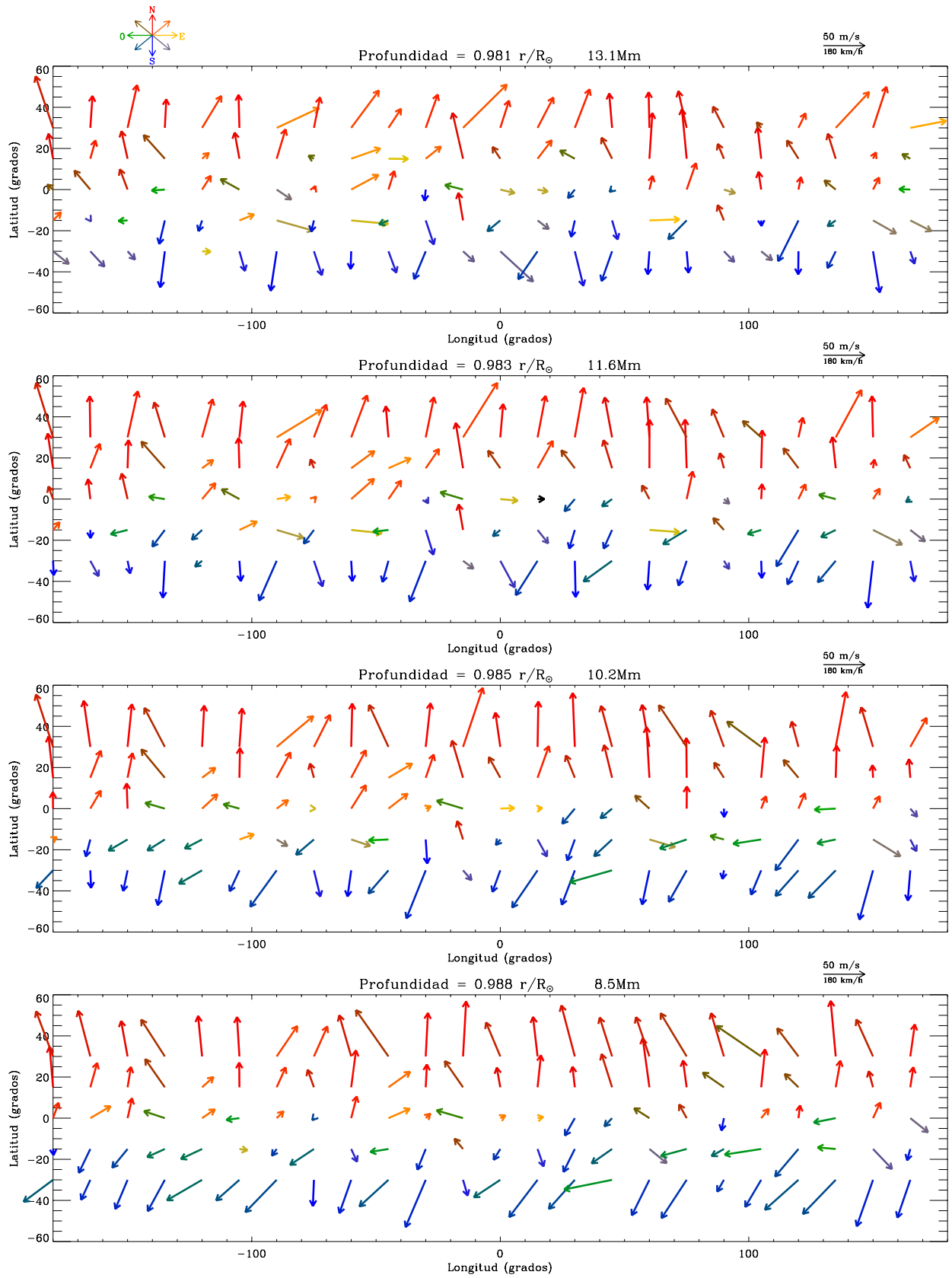


Figura 37: Continuación.

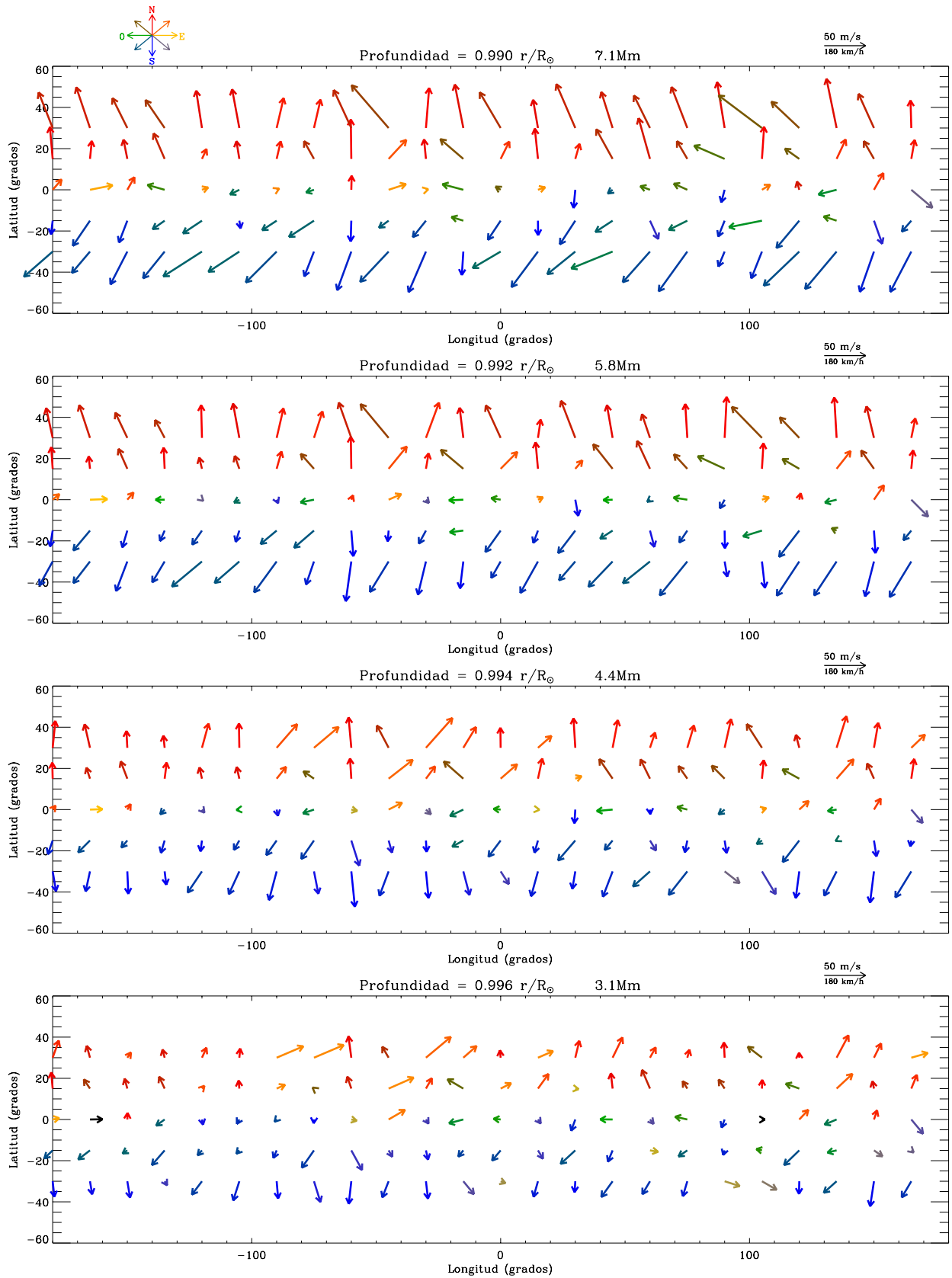


Figura 37: Continuación.

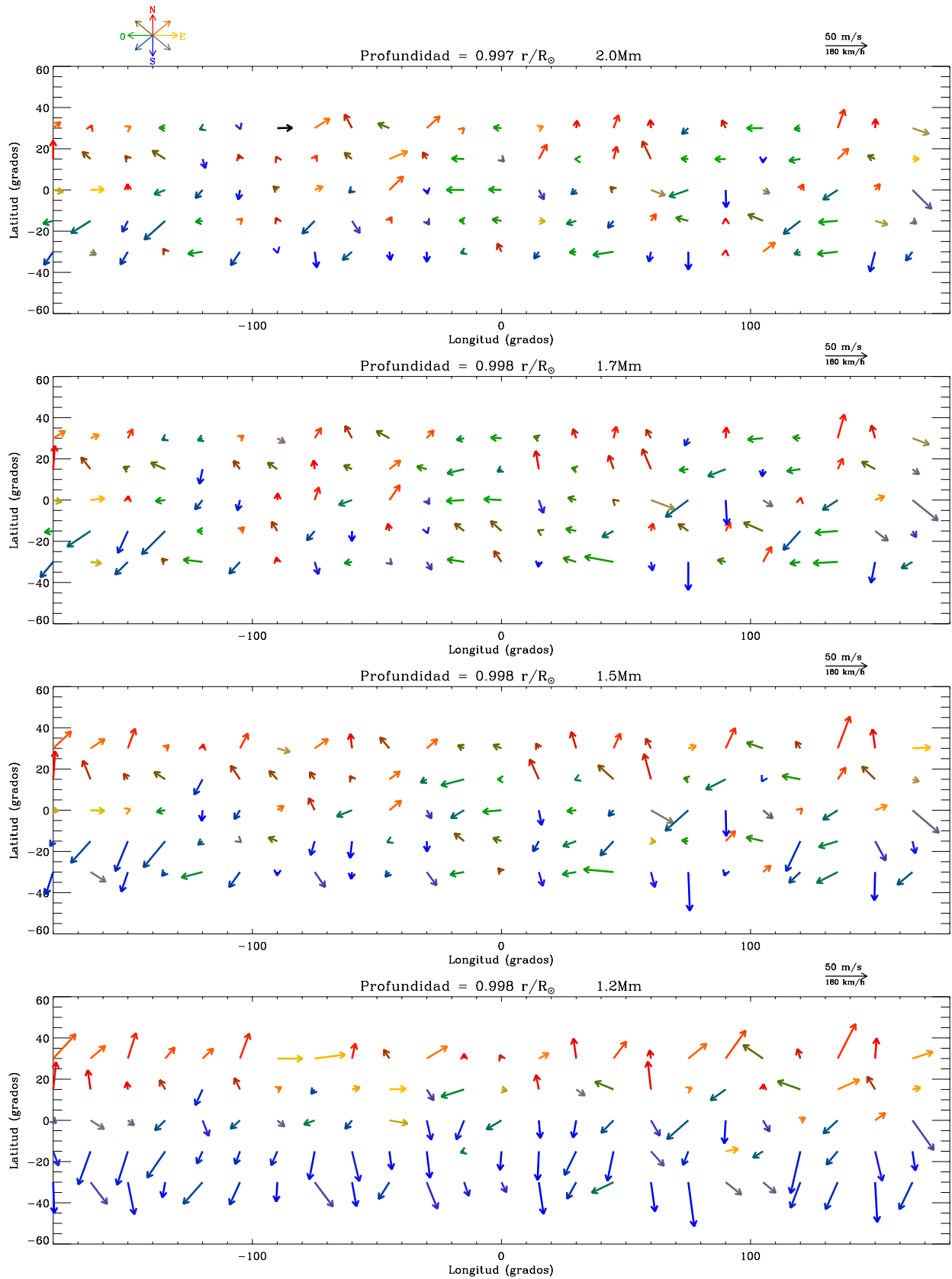


Figura 37: Continuación.

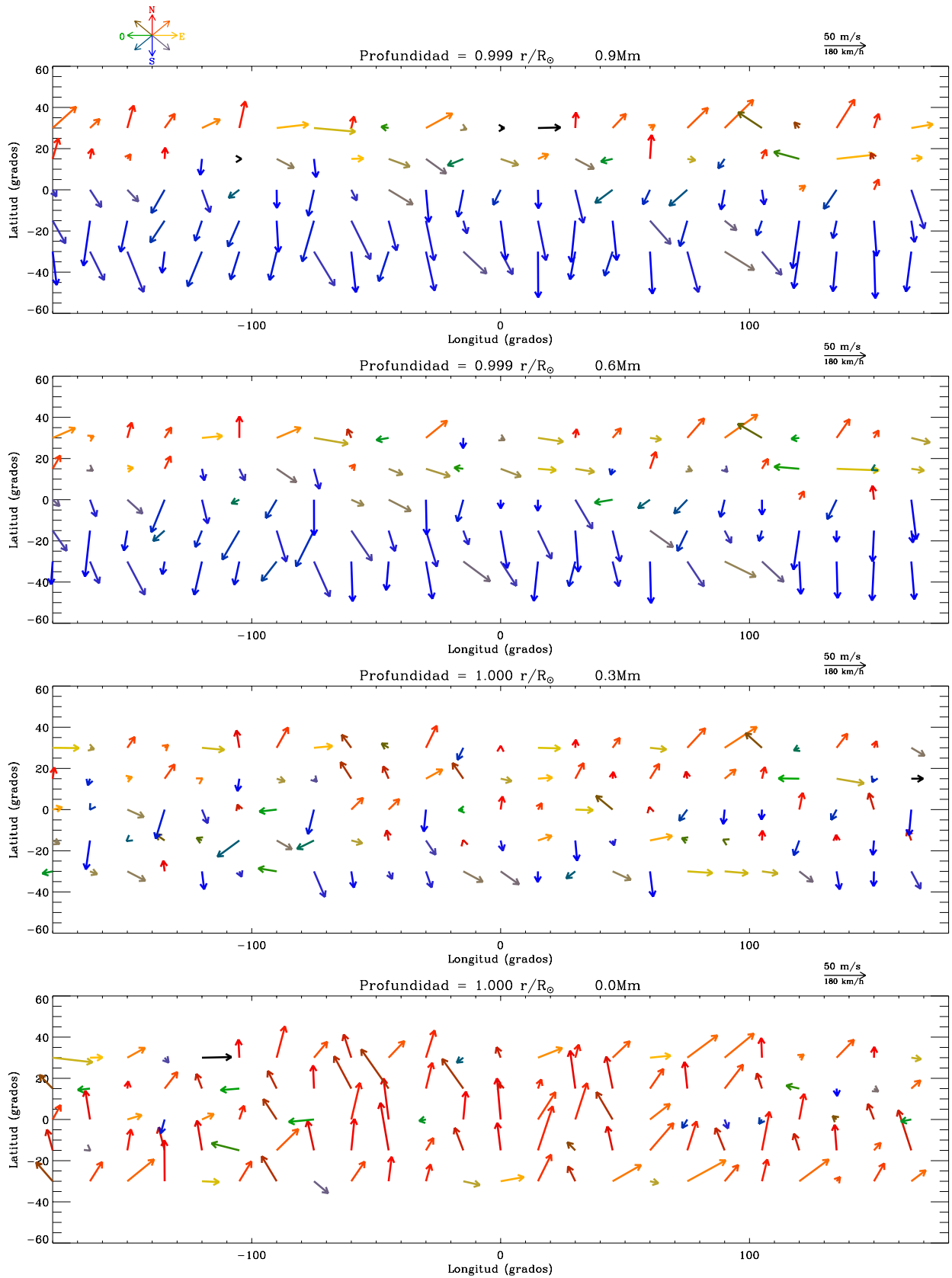


Figura 37: Continuación.

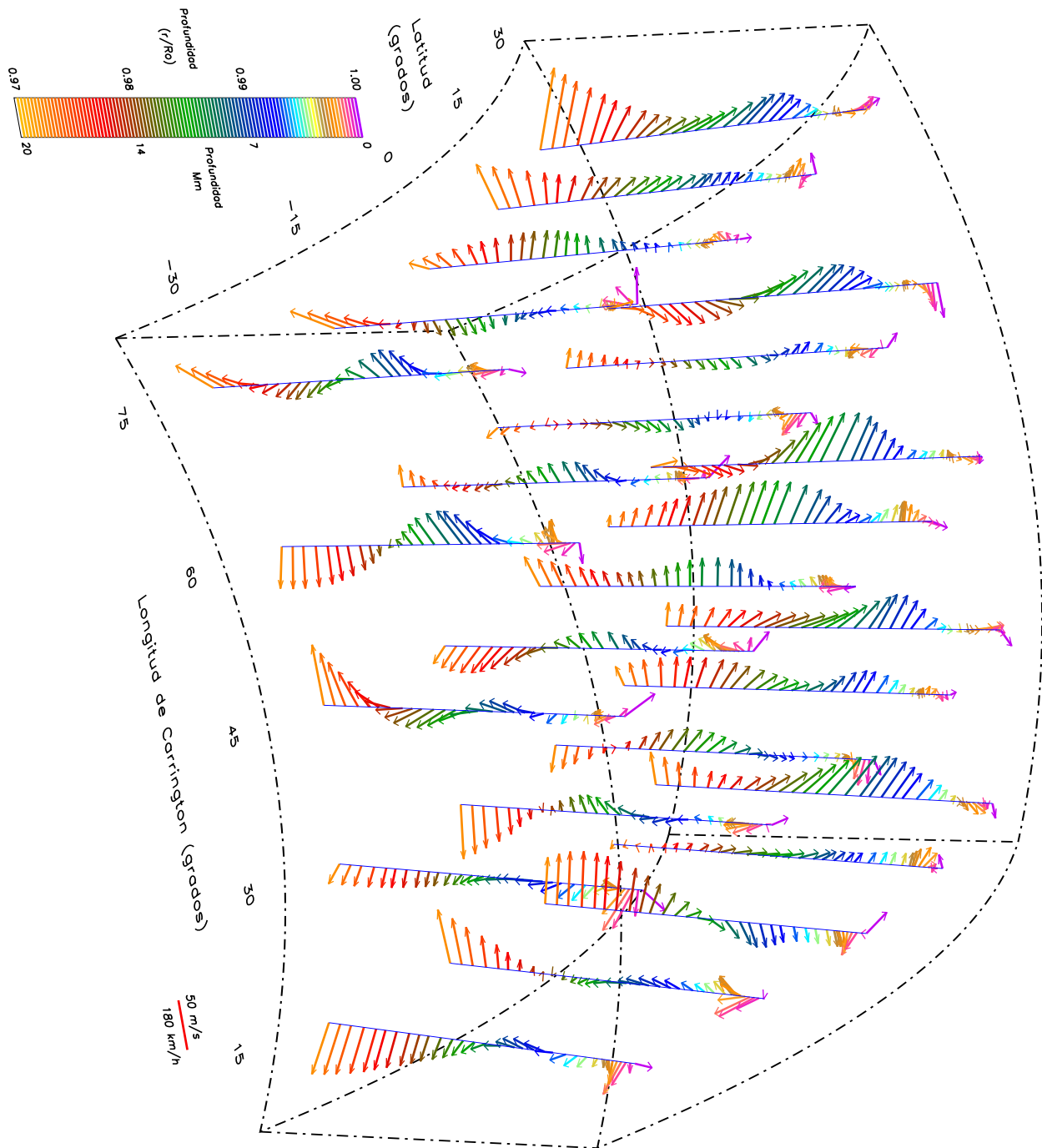


Figura 38: Mapa sinóptico: visión tridimensional de los flujos de velocidades horizontales para un mosaico de  $5 \times 5$  secciones.



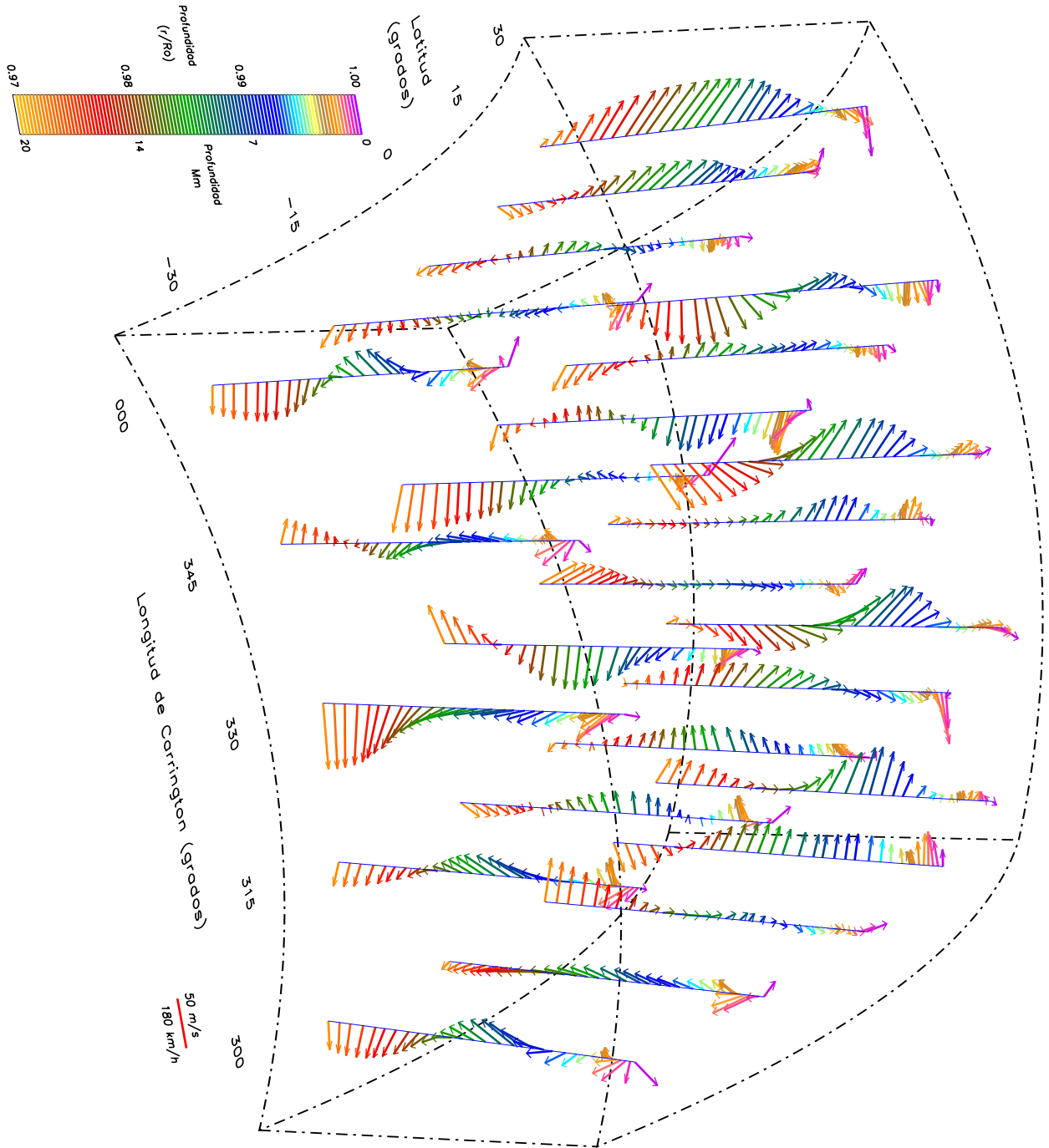


Figura 38: Mapa sinóptico, continuación.

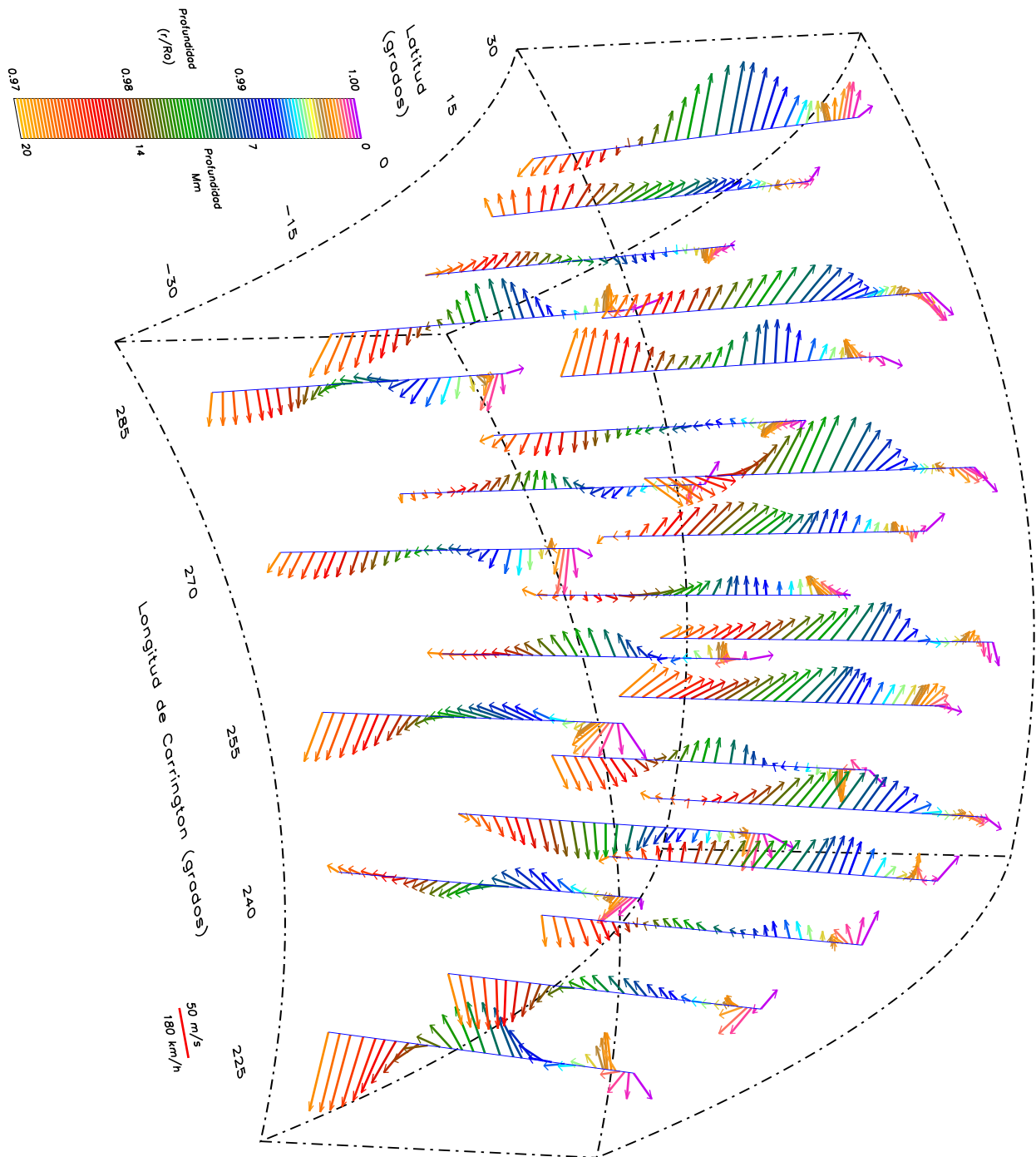


Figura 38: Mapa sinóptico, continuación.

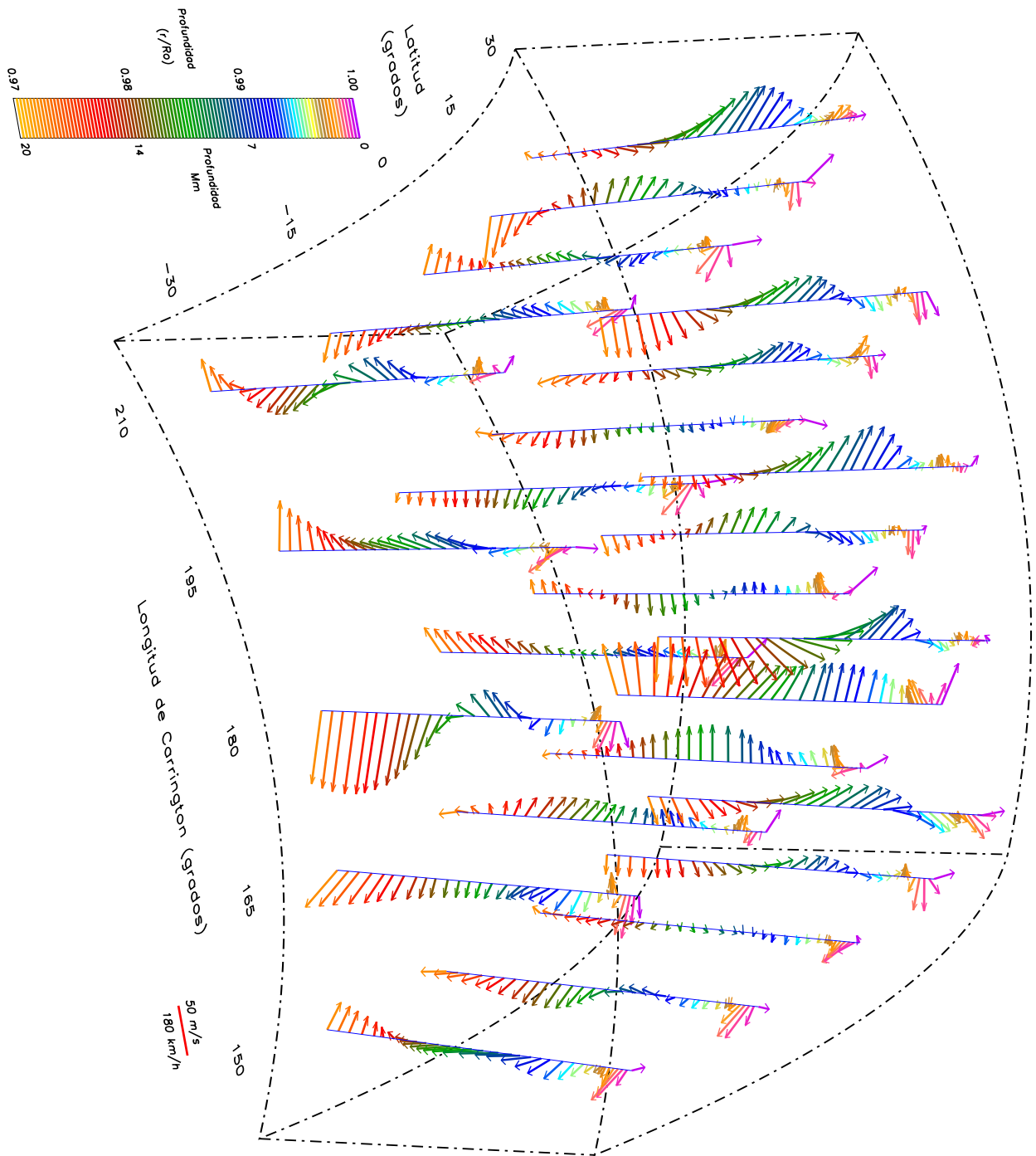


Figura 38: Mapa sinóptico, continuación.

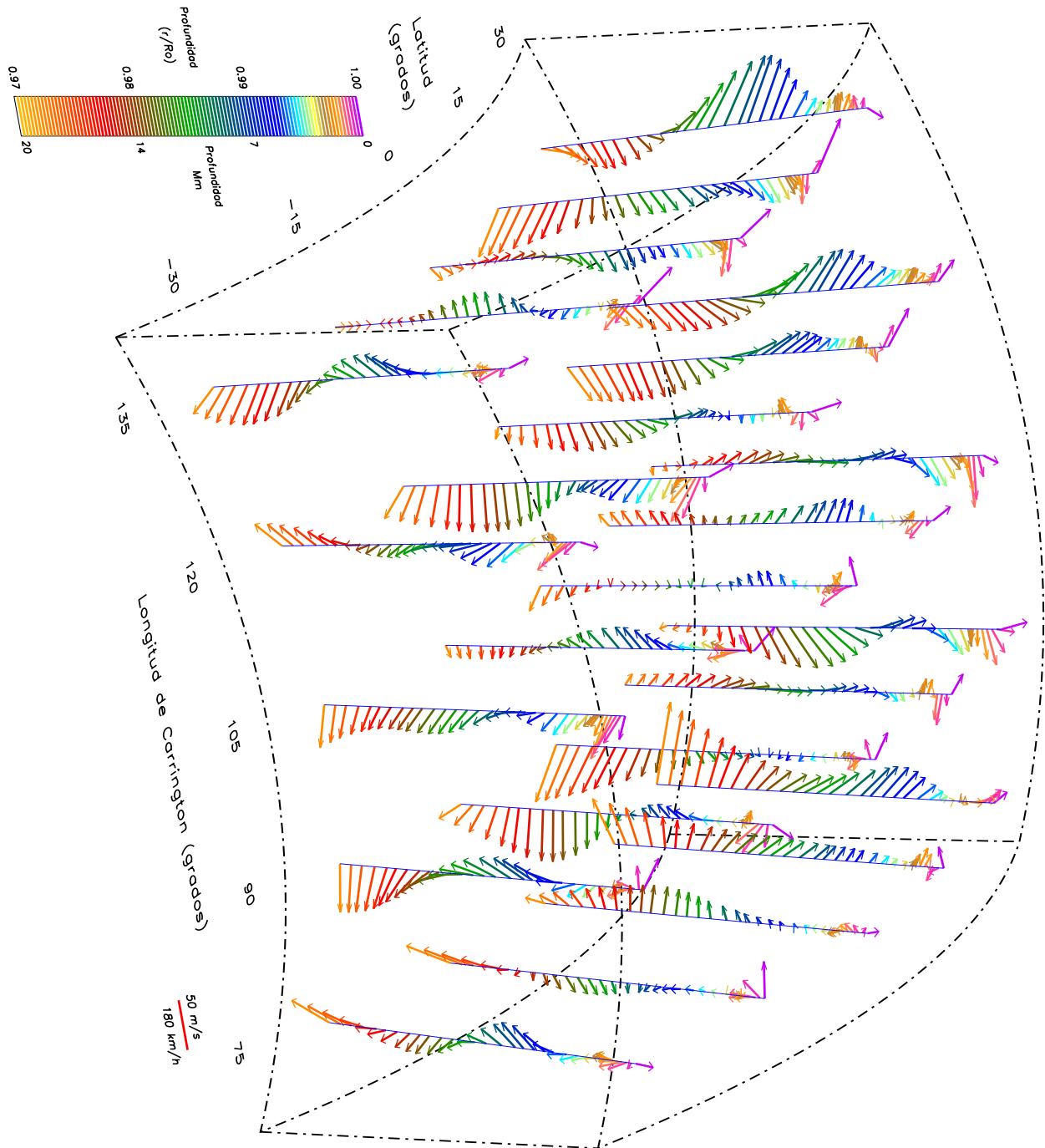


Figura 38: Mapa sinóptico, continuación.

### 4.3 Sobre los resultados

La interpretación de este mapa sinóptico es algo difícil. Por un lado la resolución espacial obtenida es escasa para discernir determinadas estructuras (gránulos, supergránulos). Por otro, debido a que las secciones no han sido estudiadas de una manera estrictamente simultánea, podrían estarse encontrando variaciones temporales junto con las espaciales en algunos casos. Sin embargo, para estructuras mayores, tales como celdas gigantes o flujos meridionales, las escalas de variación temporales pueden ser suficientemente lentas como para poder ser estudiadas con los datos utilizados.

Por debajo de  $0.975 r/R_{\odot}$  ( $\sim 17$  Mm) los vectores de velocidad horizontal muestran un comportamiento básicamente caótico, aunque predomina, en la componente  $V_y$ , la tendencia hacia el Polo Sur y hacia el Polo Norte en los hemisferios Sur y Norte respectivamente. En esta zona además el módulo de la velocidad es visiblemente mayor (en un factor 2-3) que en las capas menos profundas. Por encima de esta profundidad, entre  $0.975$  y  $0.997 r/R_{\odot}$  los flujos se ordenan y son los flujos meridionales los que dominan el vector velocidad, creando una estructura completamente organizada. En esta zona, la componente longitudinal ( $V_x$ ) es bastante menor que la latitudinal ( $V_y$ ) (no debe olvidarse que se ha sustraído la media de todas las velocidades  $V_x$  a la misma latitud) y es difícilmente reconocible una periodicidad en ella. Sin embargo, parece cambiar coherentemente de sentido en unas cuantas secciones, aunque un estudio de la variación de su amplitud a lo largo de todas las longitudes con la profundidad no revela un comportamiento sistemático en esta componente.

Entre  $0.997$  ( $2.08$  Mm) y  $0.998$  ( $1.39$  Mm)  $r/R_{\odot}$  tanto la componente  $V_x$  como la  $V_y$  de las velocidades alcanzan un mínimo en módulo.

Siguiendo hacia la superficie, el comportamiento de la componente  $V_y$  en ambos hemisferios se desacopla. Mientras que los flujos hacia el Norte permanecen con un valor en torno al mínimo alcanzado en las capas anteriores, los del hemisferio Sur aumentan paulatinamente hasta alcanzar otro máximo en torno a  $0.999 r/R_{\odot}$  ( $0.7$  Mm), y es sólo muy cerca de la superficie cuando su amplitud vuelve a disminuir ( $\sim 1 r/R_{\odot}$ ). Aquí los flujos meridionales en el hemisferio Norte aumentan nuevamente y se observa una inversión en el sentido de la componente  $V_y$  de las velocidades en el hemisferio Sur, que ahora apuntan hacia el Polo Norte.

Uno de los rasgos claramente visibles en todas las secciones estudiadas es que tanto la componente latitudinal como la componente longitudinal de los flujos de velocidades muestran sistemáticamente una variación rápida cerca de la superficie ( $r/R_{\odot} \sim 0.9989$ ). La figura 36 muestra un ejemplo de este comportamiento en cuatro de las secciones. La interpretación de este hecho es difícil y se complica con la pérdida de fiabilidad de los modelos a medida que se acercan a la superficie, puesto que la hipótesis adiabática en esta zona comienza a fallar y esto se ve reflejado en los kernels calculados a partir de los modelos. Sin embargo, si se asume que el modelo está funcionando adecuadamente a estas profundidades, las pruebas realizadas al método de inversión demuestran que es capaz de dar cuenta de estos comportamientos de variaciones súbitas. Por otro lado, otros trabajos encaminados a determinar la rotación solar a partir de datos heliosismológicos (Thompson *et al.*, 1996) encuentran máximos de velocidades cerca de la superficie solar. Conviene señalar también el hecho de que la zona de ionización del hidrógeno se encuentra precisamente en esta región ( $\sim 2$  Mm).

Comparando con trabajos anteriores llevados a cabo utilizando los diagramas de anillos (Patrón, 1994), este máximo en las velocidades justo debajo de la superficie parece encontrarse en la misma posición. Sin embargo, su valor absoluto varía, pasando de entre 50 y 100 m/s en dicho trabajo, a un más moderado 20-40 m/s en el presente. En cualquier caso, hay que tener en cuenta que los datos utilizados en el trabajo anterior fueron tomados en 1988, ocho años antes que los datos utilizados en el presente trabajo.

La contribución de los supergránulos a las velocidades observadas es difícil de predecir y cuantificar, en tanto en cuanto la forma y dinámica de estas *burbuja*s de material esta aún bajo estudio. Además, su escala espacial es de aproximadamente 30 Mm, esto hace que en nuestro elemento de resolución en el que promediamos las velocidades, es decir, una sección de  $15^{\circ} \times 15^{\circ}$ , se promedien del orden de 34 supergránulos. Teniendo en cuenta la geometría observada en la superficie y subsuperficie, material ascendente con componentes horizontales en prácticamente todo el espacio y estrechos conductos de material bajante a altas velocidades (Duvall *et al.*, 1997), el efecto que cabría esperar es una especie de velocidad de fondo muy similar en todas las secciones estudiadas y superpuesta a los movimientos de material a gran escala, es decir próximos a celdas gigantes, que sean los que realmente se resuelvan con este tamaño de sección.

La distribución de los flujos en la dirección  $V_y$  parece señalar más hacia una circulación global entre el ecuador y ambos polos, que a celdas gigantes independientes. Sin embargo,

las velocidades encontradas serían compatibles con celdas de material superpuestas a esta circulación global. En este sentido, el papel de la componente  $V_x$  es muy importante. El hecho de que la velocidad  $V_x$  varíe a favor y en contra del sentido de la rotación podría interpretarse como el material moviéndose hacia ambos bordes de la celda (véase el dibujo de la figura 4 sobre las celdas tipo bananas). Para esta componente sí que existen cambios de sentido con la profundidad, aunque, por el momento, es prematuro cuantificar posibles escalas en profundidad. Una forma de interpretar con ciertas garantías la circulación de estas posibles celdas gigantes es realizar un estudio, a partir de la ecuación de continuidad, de la componente radial de la velocidad.

Otro de los efectos que podría ser importante, y que no se ha tenido en cuenta durante la realización de este trabajo, es el debido a campos magnéticos presentes en la región en estudio. Sin lugar a dudas, la presencia de regiones activas afectará al frente de ondas cambiando la velocidad de éste, y esto se verá reflejado en las velocidades obtenidas con el método de los diagramas de anillos. Sin embargo, un trabajo realizado por Jiménez-Reyes *et al.* (1997) sobre desplazamiento en frecuencias de modos de  $\ell$  bajo a lo largo del ciclo solar, muestran unos desplazamientos máximos en las frecuencias de aproximadamente  $0.5\mu\text{Hz}$ . Para  $\ell$  intermedios, los desplazamientos en frecuencias observados son similares a estos de bajo  $\ell$  (Libbrecht & Woodard, 1990). Estos desplazamientos están siendo estudiados en la actualidad como posibles efectos de la red magnética existente en el interior solar (Moreno Insertis, comunicación privada). Si asumimos que, efectivamente, los desplazamientos son debidos al campo magnético, y utilizando la relación 19 entre el desplazamiento en frecuencia y la velocidad que lo provoca, se tiene que la velocidad asociada a estos desplazamientos varía entre  $0.4 \text{ ms}^{-1}$  y  $1.7 \text{ ms}^{-1}$  para modos con  $200 \leq \ell \leq 800$  ( $0.28 \text{ Mm}^{-1} \leq k \leq 1.2 \text{ Mm}^{-1}$ ), que es aproximadamente el rango que se cubre en este trabajo. Por tanto, la influencia del campo magnético podría, al menos en primer orden, despreciarse para este estudio, puesto que queda dentro de los niveles de las barras de error estimadas.





# Capítulo 5

## Resultados globales

Los movimientos de materia a gran escala en el Sol constituyen uno de los problemas más difíciles de la física solar. Una de las aportaciones del método de los diagramas de anillos proviene de su capacidad para proporcionar información a escala global a partir de promedios sobre todas las pequeñas regiones en estudio. Así, por ejemplo, es posible determinar la velocidad de rotación como una función de la profundidad a una determinada latitud promediando las velocidades Este-Oeste locales de cada una de las secciones situadas a esa latitud. Conocer la velocidad de rotación de una manera precisa en el rango de profundidades en el que se propagan los modos de oscilación estudiados permitió, además, eliminar esta contribución de los resultados del mapa sinóptico presentado en el capítulo anterior, enfocado al estudio de movimientos locales de materia.

De la misma forma, es posible hacer un estudio de flujos meridionales utilizando los valores de velocidad encontrados en la dirección Sur-Norte. Con este objeto se realizó un muestreo más fino de secciones, en la dirección Sur-Norte, estudiándose dos series de 13 secciones cada una centradas en dos longitudes de Carrington concretas a latitudes  $0^\circ$ ,  $\pm 10^\circ$ ,  $\pm 15^\circ$ ,  $\pm 20^\circ$ ,  $\pm 30^\circ$ ,  $\pm 40^\circ$ ,  $\pm 50^\circ$ . En este capítulo se presentan los resultados de efectuar estos dos tipos de estudios.

## 5.1 La rotación solar

La rotación del Sol ha sido y sigue siendo un foco de atención de muchos y diferentes estudios en el campo de la física solar. El seguimiento de rasgos superficiales, tales como las manchas solares, ha mostrado que el Sol no gira como un sólido rígido, sino que tiene un período de aproximadamente 25 días en el ecuador y en torno a 33 días en los polos (Libbrecht and Morrow, 1991). Así mismo, la velocidad de rotación de las manchas solares situadas a latitudes bajas y medias es mayor que la que se obtiene a partir de medidas Doppler del plasma superficial. Esto sugiere que el campo magnético de las manchas debe estar anclado a un plasma más profundo en la zona de convección que gira más rápidamente que el superficial (Schröter, 1985).

Desde que se extendió el uso de la heliosismología como un medio de estudio del interior solar, ha existido un gran interés en determinar el perfil de la rotación solar. Un conocimiento preciso de dicha rotación ayudaría a resolver cuestiones del tipo de evolución y estructura interna del Sol, el momento cuadrupolar gravitacional, la transferencia de momento angular en la zona de convección y las propiedades de la *dinamo* solar que está asociada a la actividad magnética en el Sol. A partir de medidas heliosismológicas se ha determinado que la velocidad de rotación, que varía según la latitud en la superficie, conserva este comportamiento en la zona convectiva, mientras que el interior radiativo parece rotar como un sólido rígido (Thompson *et al.*, 1996).

Estudios teóricos indican que la convección turbulenta compresible, junto con la rotación, redistribuyen el momento angular alejándolo del esperable en un sólido rígido y dando lugar a rotación diferencial y flujos meridionales. En la última década, la heliosismología ha provisto nuevos medios para estimar el perfil de la rotación, sin embargo, los resultados obtenidos no son compatibles con las predicciones de la mayoría de los modelos teóricos que incluyen convección turbulenta. Esto plantea serias dudas acerca de nuestro entendimiento de la convección solar.

Los primeros resultados fiables de la rotación, a partir del desdoblamiento que produce en las frecuencias de los modos de oscilación, fueron obtenidos a partir de modos de grado intermedio por Duvall *et al.* (1984a, 1984b). Utilizaban modos *sectoriales* ( $m = \pm\ell$ ) con lo que perdían la dependencia en latitud y obtenían la variación radial de la curva de rotación en la franja ecuatorial. Trabajos más recientes a partir de modos de grado  $\ell$

medio, como el realizado por Thompson *et al.* (1996) utilizando 4 meses de datos de la red GONG, muestran un perfil bastante detallado de la rotación solar hasta una profundidad de aproximadamente  $0.4R_{\odot}$ . Por debajo de esta cota la incertidumbre es mayor, así como la dispersión de resultados (Tomczyk, 1995; Rabello Soares, 1996; Eff-Darwich, 1997).

Con el análisis utilizado en este trabajo, las velocidades finales obtenidas en función de la profundidad están afectadas de esta rotación diferencial. Como se ha mencionado en el capítulo sobre la reducción de datos, las secciones se siguen suponiendo una rotación superficial constante dada por la ecuación 27 con los coeficientes de Snodgrass (1984). Por ello, las velocidades que se obtengan serán la superposición de campos de velocidades locales a una cierta profundidad más la diferencia entre la velocidad de rotación a dicha profundidad con la velocidad de rotación superficial supuesta. Sería conveniente eliminar la contribución de la rotación para aislar los movimientos locales. Desgraciadamente, las medidas de la rotación con la profundidad realizadas hasta ahora con modos de  $\ell$  medio no poseen la suficiente resolución en las capas superficiales como para servirnos de referencia.

No obstante, uno de los resultados a escala global que se puede obtener a partir de un mapa localizado de velocidades es, precisamente, la variación de la rotación con la profundidad para las diferentes latitudes en estudio. Sin más que promediar los flujos de velocidades Este-Oeste obtenidos para cada una de las regiones individuales situadas a la misma latitud, se eliminan los rasgos locales y se consigue un perfil promedio de la rotación en función de la profundidad a esa latitud. Con este fin se han promediado las velocidades de las 24 secciones situadas a la misma latitud para las latitudes  $0$ ,  $15^{\circ}$ ,  $30^{\circ}$ ,  $-15^{\circ}$  y  $-30^{\circ}$ . Luego se ha realizado un nuevo promedio entre latitudes simétricas a ambos lados del ecuador, esto es  $\pm 15^{\circ}$  y  $\pm 30^{\circ}$  para obtener los resultados mostrados en la figura 39. Teniendo en cuenta que durante el proceso de seguimiento de las secciones se sustrae la rotación superficial, para obtener las velocidades de la figura se ha vuelto a añadir esta cantidad, que es dependiente de la latitud.

El comportamiento general coincide bastante bien con los resultados de otros trabajos. Thompson *et al* (1996), utilizando datos de GONG, encontraban un aumento de la velocidad de rotación por debajo de la superficie para latitudes de hasta 30 grados aproximadamente, y para latitudes superiores, una velocidad prácticamente constante con la profundidad, del orden de 440nHz. La comparación entre los resultados obtenidos en dicho trabajo y los del presente trabajo pueden consultarse en la figura 40. Nótese que la resolución en ambos casos es diferente. En el trabajo realizado por Thompson *et al* (1996) se han utilizado imágenes

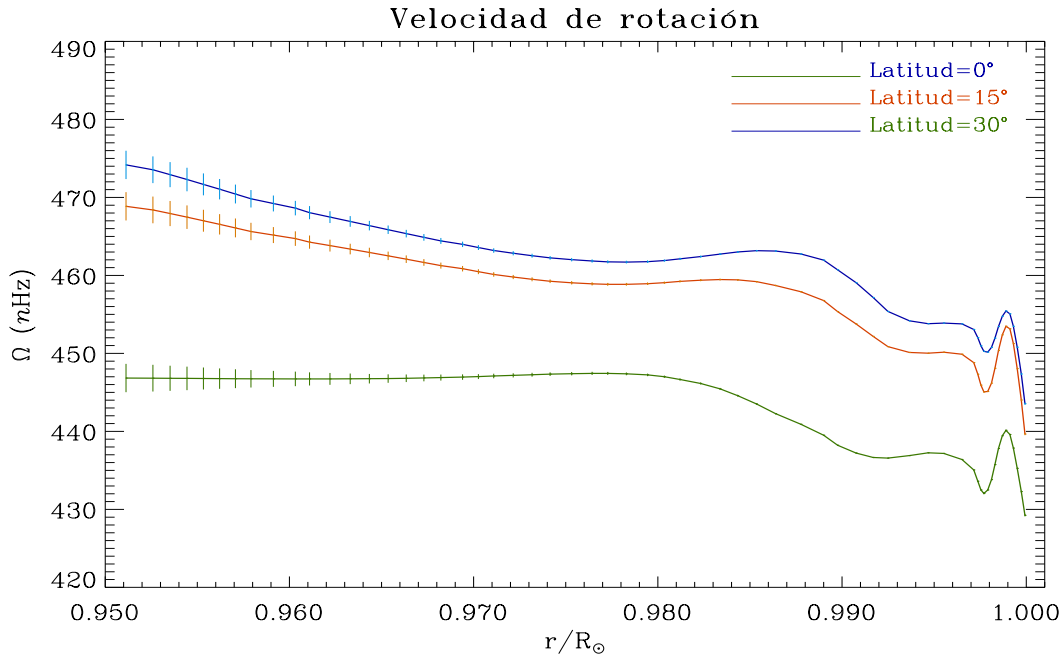


Figura 39: Velocidad de rotación en función de la profundidad para las latitudes de  $0^\circ$ ,  $15^\circ$  y  $30^\circ$ .

del instrumento GONG con menor resolución espacial que el SOI/MDI, lo que proporciona un rango en  $\ell$  diferente, los modos detectados por este instrumento tienen  $\ell$  menores lo que permite extraer información de capas más internas, pero se pierde resolución en la superficie. La figura 41 muestra la comparación, nuevamente, entre los resultados conseguidos en el presente trabajo, con el método de los diagramas de anillos, y los obtenidos por Kosovichev *et al* (1997) a partir de datos de SOI/MDI, imágenes Doppler con un tamaño de píxel de aproximadamente 8 segundos de arco.

En las gráficas de la figura 42 se muestran la velocidad de rotación obtenida independientemente para  $+15^\circ$  y  $-15^\circ$  (izquierda),  $+30^\circ$  y  $-30^\circ$  (derecha). En ambos casos los resultados son muy similares hasta una profundidad de aproximadamente  $0.965 r/R_{\odot}$ , discrepando hacia el interior. Esta diferencia podría ser debida o bien a que el método no es capaz de reproducir exactamente lo que sucede a esas profundidades, o a que realmente la rotación diferencial sea localmente distinta en esa zona.

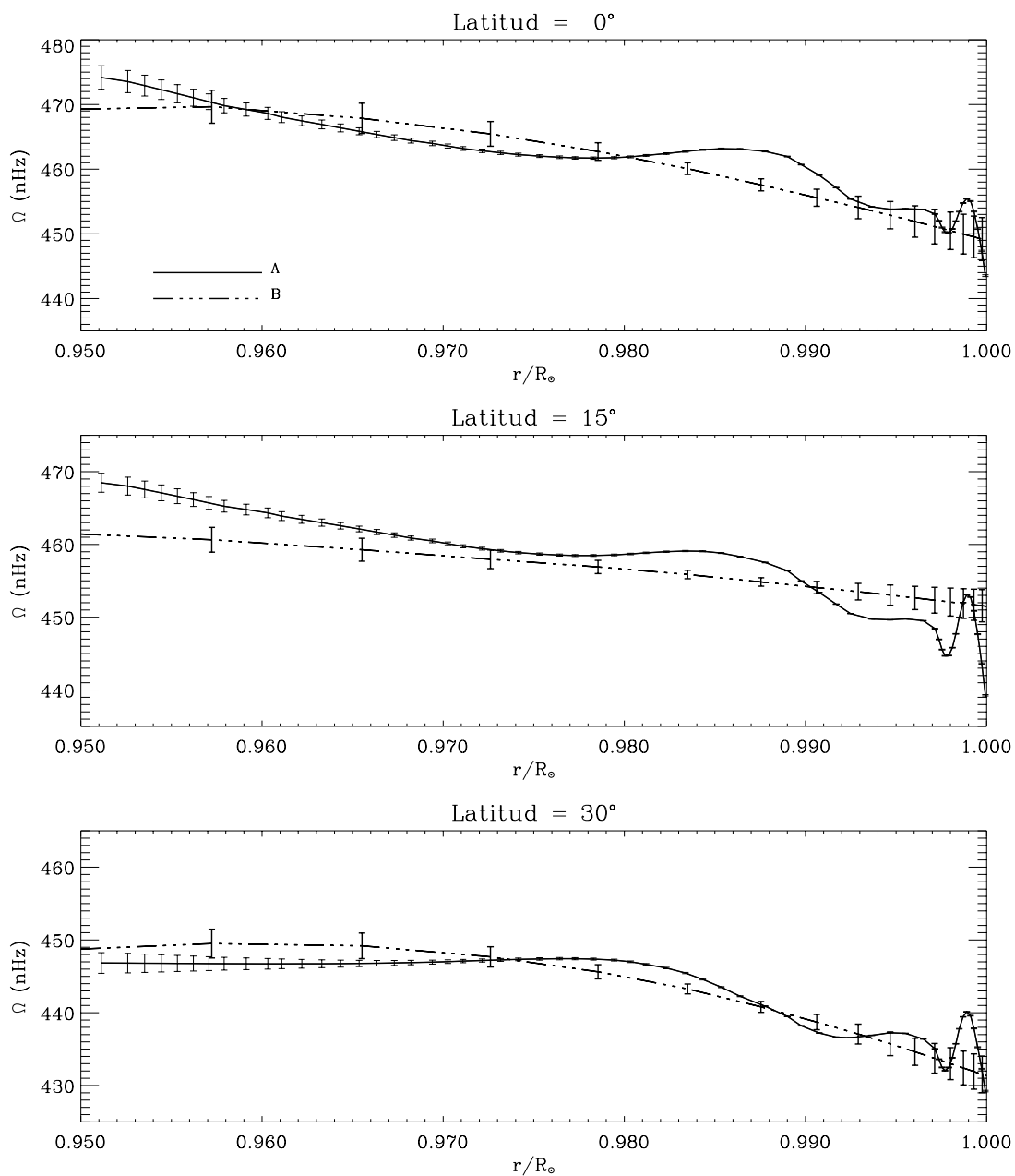


Figura 40: Comparación entre la velocidad de rotación obtenida en el trabajo realizado Thompson *et al* (1996) utilizando datos de GONG (B) y la encontrada en el presente trabajo (A). De arriba a abajo los resultados para las latitudes 0°, 15° y 30°.

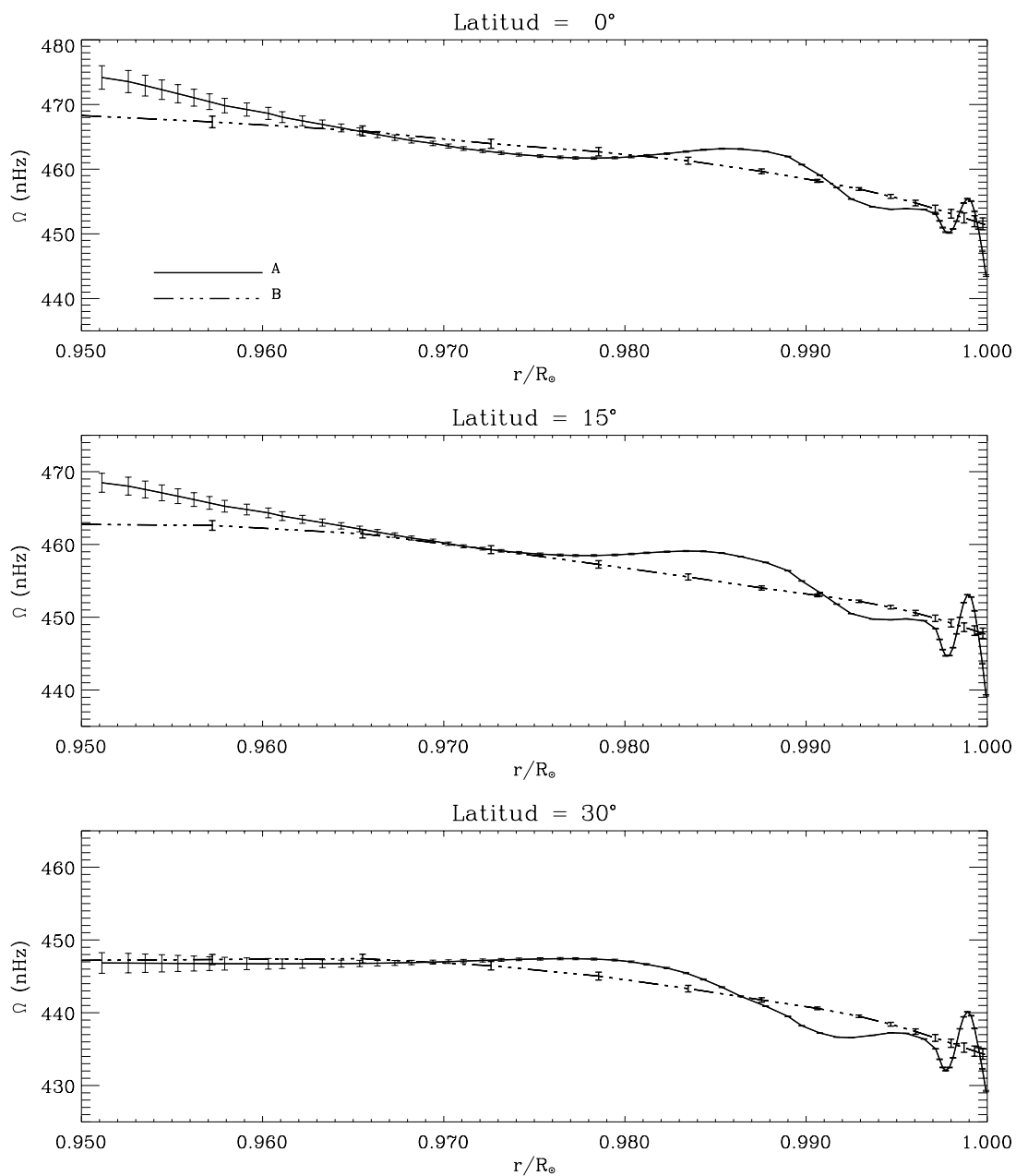


Figura 41: Comparación entre la velocidad de rotación obtenida en el trabajo realizado por Kosovichev *et al* (1997) utilizando datos de SOI/MDI (B) y la encontrada en el presente trabajo (A). De arriba a abajo los resultados para las latitudes  $0^\circ$ ,  $15^\circ$  y  $30^\circ$ .

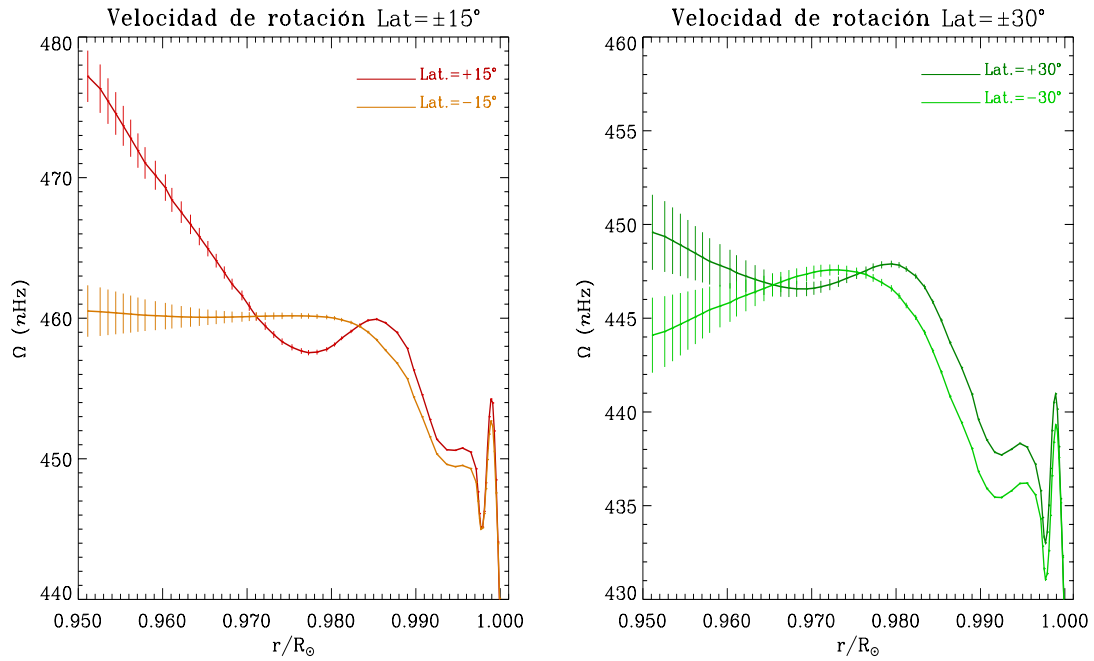


Figura 42: Comparación entre las velocidades de rotación obtenidas para las latitudes  $+15^\circ$  y  $-15^\circ$  (izquierda),  $+30^\circ$  y  $-30^\circ$  (derecha).

Para establecer la estabilidad del resultado, se han promediado, de manera independiente, las 12 primeras secciones y las 12 secciones últimas del total de 24, comparándose los resultados con los promedios obtenidos a partir de las 24 secciones. Los resultados para las longitudes  $+15^\circ$  y  $-30^\circ$  se han dibujado en la figura 43.

Si asumimos que el ritmo de rotación supuesto para la superficie durante el proceso de seguimiento de las secciones es cierto, la *superficie* se correspondería con la profundidad en la que la diferencia entre el ritmo de rotación asumido y la velocidad encontrada se hace cero. En la tabla 5 pueden encontrarse las profundidades en las que se da esta condición para las diferentes latitudes. Curiosamente, mientras el acuerdo es perfecto para las latitudes  $+30^\circ$  y  $-30^\circ$ , las latitudes  $+15^\circ$  y  $-15^\circ$  no dan la misma profundidad para la *superficie*, coincidiendo las latitudes  $0^\circ$  y  $-15^\circ$ .

Esta velocidad de rotación encontrada era requisito indispensable a la hora de obtener el mapa de velocidades subsuperficiales, como se ha mencionado anteriormente. Debido a que esta rotación diferencial está presente en todas las capas, su efecto sobre el desplazamiento

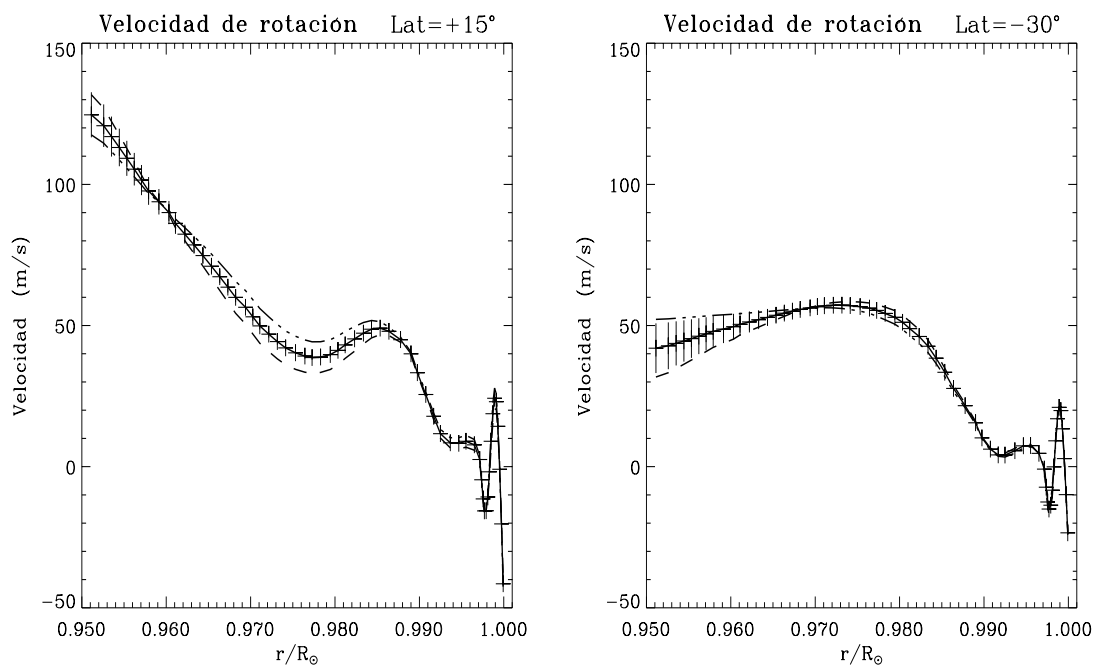


Figura 43: Velocidad de rotación obtenidas como promedio de las 24 secciones (línea continua) situadas a las latitudes  $+15^\circ$  (izquierda) y  $-30^\circ$  (derecha). Se han superpuesto los resultados de promediar independientemente las 12 primeras secciones (en línea discontinua a trazos) y las 12 últimas (línea discontinua de puntos y trazos).

Latitud	Profundidad
$0^\circ$	0.99941
$+15^\circ$	0.99950
$+30^\circ$	0.99957
$-15^\circ$	0.99941
$-30^\circ$	0.99957

Tabla 5: Profundidades a las que la velocidad de rotación local coincide con la supuesta para la superficie.



de las frecuencias de los modos de oscilación es similar al de cualquier otro movimiento de materia (ecuación 19). Por ello afecta a los resultados que se obtienen, dando lugar a un flujo de velocidades superpuesto en la componente Este-Oeste de la velocidad. Por tanto, para aislar los movimientos de materia locales de la rotación diferencial, se sustrajo la velocidad de rotación media encontrada para cada una de las latitudes en los resultados del mapa sinóptico presentado en el capítulo anterior.

## 5.2 Flujos meridionales

Los flujos meridionales, movimientos de materia a gran escala desde el ecuador hacia los polos, son el único movimiento en el Sol, al margen de la rotación, del cual existen ciertas evidencias observacionales (Arévalo *et al.*, 1982; Pérez Garde, 1979). Sin embargo, debido a lo débil de su apariencia, los resultados de estas observaciones son, por el momento, muy contradictorias y apuntan hacia una mayor investigación sobre el tema.

En la mayoría de los casos, el estudio de estos flujos meridionales se realiza o bien siguiendo trazas de fenómenos visibles sobre la superficie solar, tales como manchas, filamentos, elementos magnéticos, etc, o a partir de medidas Doppler a las que se les sustraen, por medio de promedios temporales, la señal de las oscilaciones solares. En ambos casos, los resultados dan cuenta únicamente del movimiento en la superficie o, para el primero de los casos, a la profundidad a la que se enclava dicho fenómeno. Estudios recientes (Hathaway, 1996), han mostrado una variabilidad en la amplitud de los flujos meridionales con el tiempo, e incluso episodios en los que dichos flujos aumentan drásticamente sin llegar a relacionar tales cambios con otros fenómenos solares. Sin embargo, para conocer la verdadera estructura de estas celdas de materia en movimiento es necesario seguir las a través de su excursión hacia el interior convectivo. El estudio de estos flujos con la profundidad es algo novedoso y que se ha comenzado a realizar recientemente a partir de la *Heliosismología Local* (Giles *et al.*, 1997), más concretamente utilizando el método de análisis *tiempo-distancia* (Duvall, 1993a), así como los resultados obtenidos en este trabajo.

Para estudiar los flujos meridionales es necesario contar con una cierta resolución espacial en la dirección perpendicular al ecuador solar. Por ello, en el trabajo que aquí se describe, se obtuvieron los espectros tridimensionales de potencias asociados a 13 secciones centradas en las latitudes  $0^\circ$ ,  $\pm 10^\circ$ ,  $\pm 15^\circ$ ,  $\pm 20^\circ$ ,  $\pm 30^\circ$ ,  $\pm 40^\circ$ ,  $\pm 50^\circ$ , para longitudes de Carrington

$90^\circ$  y  $105^\circ$  de la rotación número 1910. El tamaño de las secciones es de aproximadamente  $15^\circ \times 15^\circ$ , por lo tanto, existen regiones en las que estas se superponen. El tratamiento de los datos, ajuste de los espectros e inversión de las velocidades se realizó siguiendo el proceso descrito en el capítulo 2.

La idea consiste en el estudio de la componente latitudinal,  $V_y$ , de las velocidades obtenidas para cada una de las secciones a diferentes profundidades. En la figura 44 se muestran las velocidades frente a la latitud para ocho profundidades diferentes y las dos longitudes de Carrington. Se ha superpuesto, en línea discontinua, la media de las secciones situadas a la misma latitud para las dos longitudes.

Entre las profundidades  $0.979$  (14.6 Mm) y  $0.999 r/R_\odot$  (0.7 Mm), el comportamiento de la velocidad Sur-Norte es claramente meridional, con una circulación desde el ecuador a los polos. A profundidades más superficiales o más profundas, se pierde este carácter global (ver figura 44). Cabe destacar que la latitud en la que el flujo de velocidad es cero no se corresponde con el ecuador, sino que varía con la profundidad.

De la figura 44 se puede extraer también información acerca de la estabilidad de estos flujos tanto en el espacio como en el tiempo. La media superpuesta en cada una de las profundidades muestra que la velocidad Sur-Norte es muy parecida en secciones situadas a la misma latitud, lo que confirma la estabilidad espacial (recordar que la separación espacial es de  $15^\circ$ ). Por otro lado, las secciones se estudiaron a su paso por el centro del disco, lo cual implica que existe una diferencia de aproximadamente 25 horas entre las secciones situadas a la longitud de Carrington  $90^\circ$  y las correspondientes a  $105^\circ$ , lo que da idea de su estabilidad temporal.

En el rango de profundidades estudiado, no parece existir una profundidad en la que los flujos retornen desde los polos hacia el ecuador. Parece imprescindible, puesto que no existe acumulación de la materia en los polos, que exista un flujo neto en sentido inverso, desde los polos hacia el ecuador. El no encontrar evidencia de dichos flujos entre la superficie y  $0.95 r/R_\odot$  puede deberse a que tales flujos en sentido inverso se encuentren confinados en capas más profundas.

Lo que sí se observa es que a partir de aproximadamente  $0.999 r/R_\odot$  (0.7 Mm) hacia la superficie los flujos de velocidades desde el ecuador hacia el Polo Sur son aparentemente más intensos que hacia el Polo Norte. Esto puede sugerir un límite superior a diferente

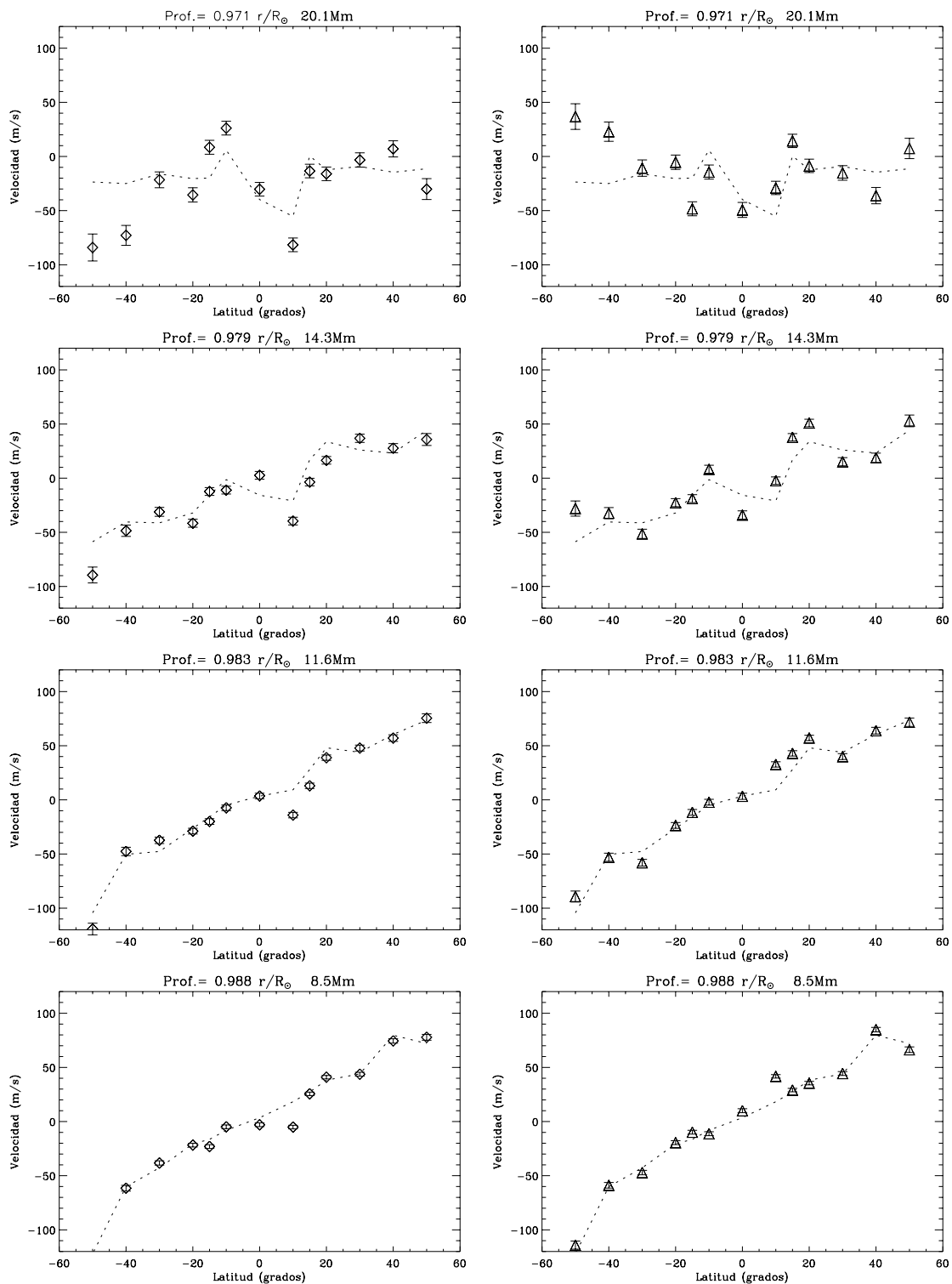


Figura 44: Componente Sur-Norte de la velocidad horizontal para distintas latitudes. De arriba a abajo se muestran diferentes profundidades. Las gráficas de la izquierda son los resultados de las secciones con Longitud de Carrington  $90^{\circ}$  y las de la derecha para Longitud de Carrington  $105^{\circ}$ . La línea discontinua es el promedio de ambas secciones.

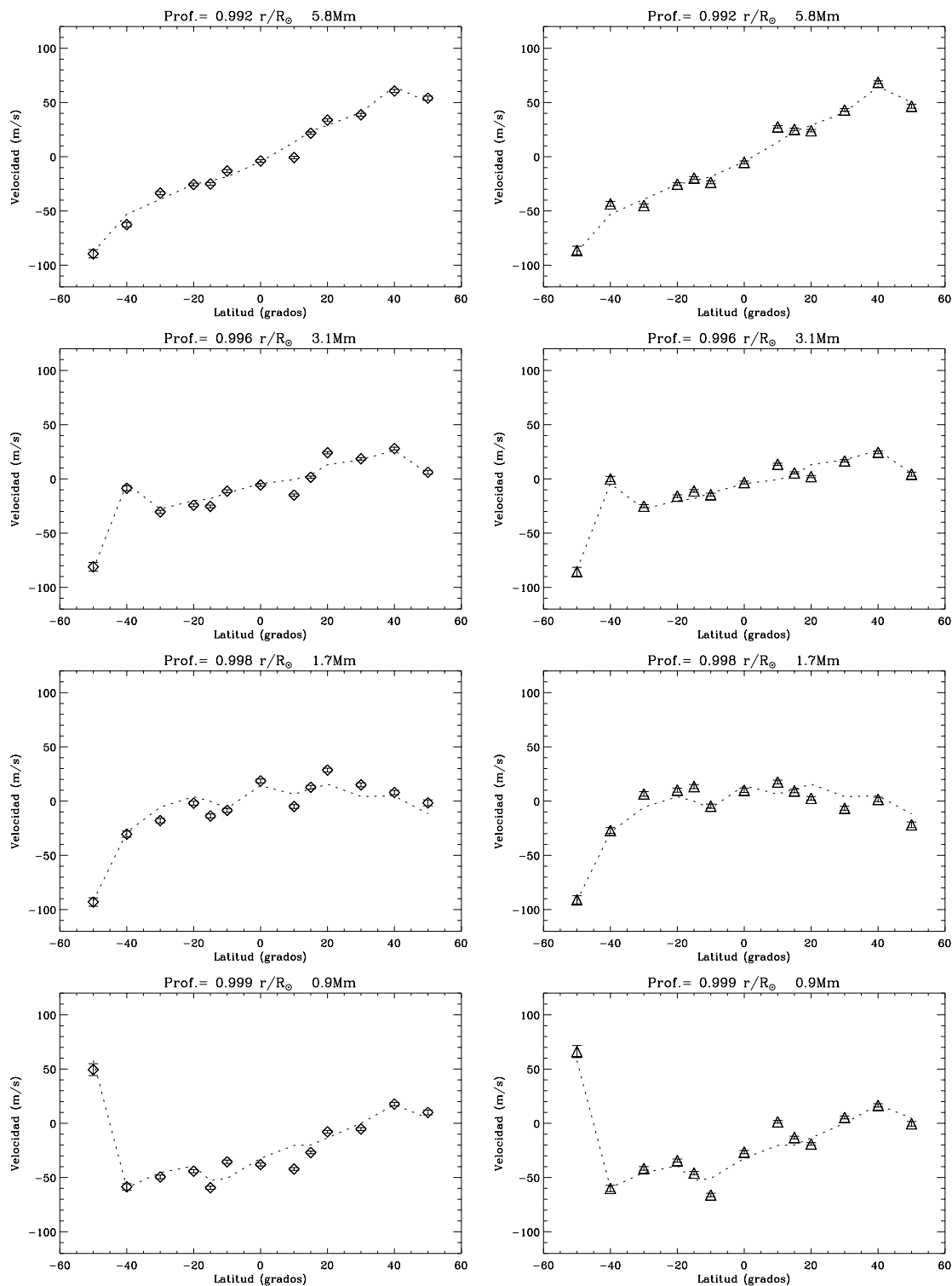


Figura 44: Continuación.

profundidad según el hemisferio para la circulación meridional. De hecho, el máximo de amplitud de los flujos en el hemisferio Norte se encuentra en la superficie (0.0 Mm), mientras que en el Sur es a una profundidad aproximada de  $0.999 r/R_{\odot}$  (0.7 Mm).

En la figura 45 puede contemplarse un dibujo de los flujos meridionales obtenidos interpolando 8 profundidades entre las reales. Nótese que la escala en profundidad no se corresponde con la real, que se muestra, aproximadamente, en el dibujo superior de la derecha. La gráfica inferior de la derecha muestra la posición geométrica de la salida de los flujos meridionales, la latitud que se correspondería con un flujo de velocidades nulo a cada profundidad, obtenida como la ordenada en el origen, a una determinada profundidad ( $r_0$ ), de la recta  $V_y(r_0) = a + b \cdot \text{latitud}$ , ajustada al promedio de las velocidades de las dos longitudes.

### 5.3 Estabilidad temporal de los flujos meridionales

En la realización del mapa sinóptico mostrado en el capítulo anterior, se estudiaron secciones situadas a cinco latitudes diferentes sobre la superficie solar en el intervalo de tiempo correspondiente a una rotación solar. Pese a que un promedio de las componentes  $V_y$  de todas las secciones situadas a la misma latitud no tendrá la misma resolución en latitud que los flujos meridionales mostrados hasta ahora, si que servirá de referencia para hacer un estudio de su estabilidad con el tiempo. A partir del mapa completo puede obtenerse un promedio de tales flujos sobre toda la superficie para las cinco latitudes estudiadas. La figura 46 muestra el resultado de este promedio y superpuesto el encontrado en la sección anterior, con más resolución en latitud pero promediando únicamente dos longitudes. Puede observarse que los resultados son bastante similares, lo que indica que el comportamiento de estos flujos es bastante estable. Para las capas más profundas, entre  $0.97$  y  $0.98 r/R_{\odot}$ , el resultado del promedio de todas las latitudes es mucho más suave, lo cual parece lógico. Por debajo de esta profundidad los flujos meridionales siguen siendo coherentes y presentando el mismo comportamiento, con la salvedad de que el máximo en amplitud de los flujos hacia el ecuador se encuentra a la latitud de  $-15^\circ$  en lugar de a  $-30^\circ$  como en las capas superiores. Esta coherencia no se encuentra para el caso de promediar únicamente dos latitudes, en el cual para profundidades por debajo de  $0.97r/R_{\odot}$  los flujos se vuelven aleatorios.

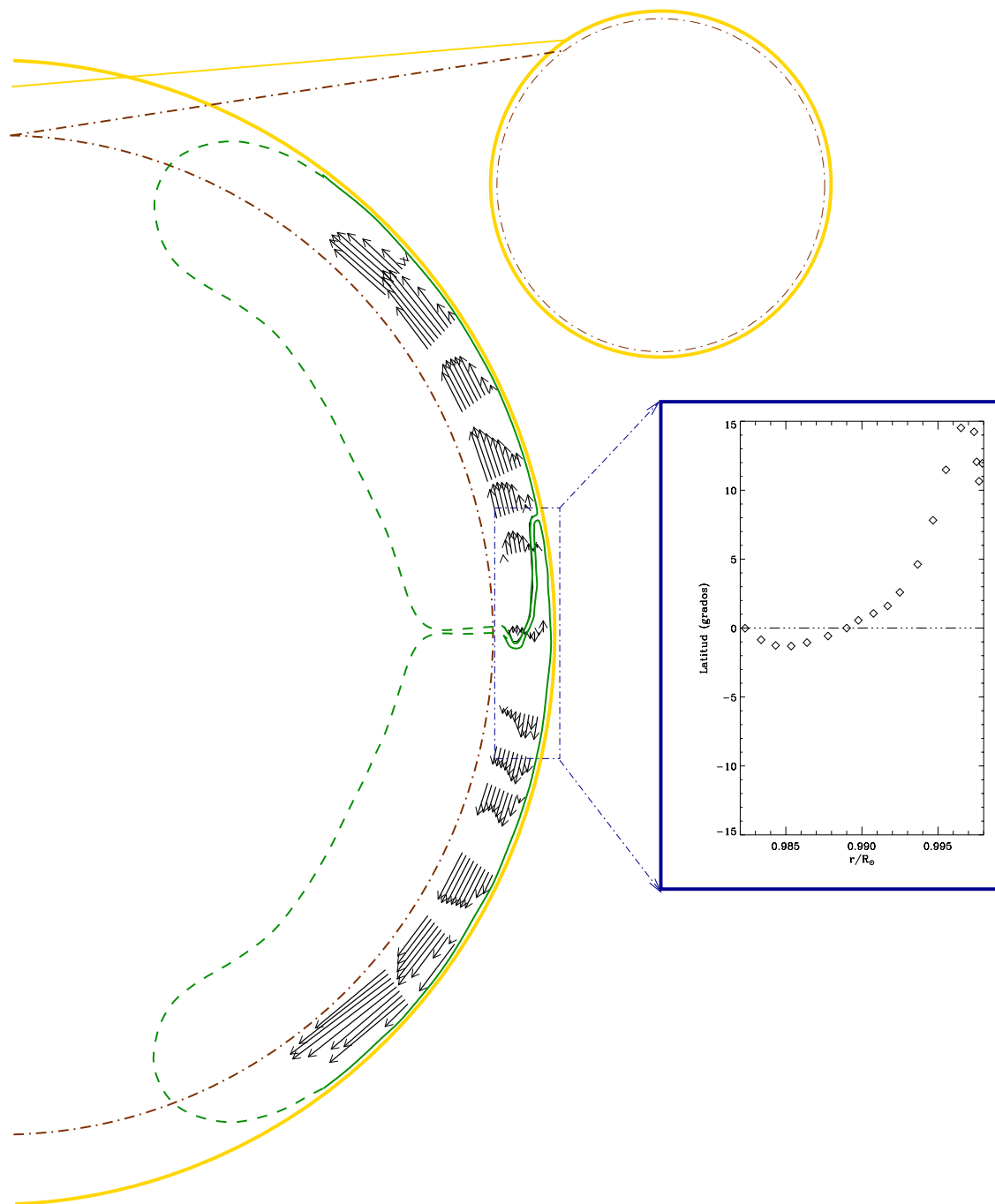


Figura 45: Dibujo de los flujos meridianales obtenidos a partir del promedio de las componente  $V_y$  de las dos secciones a las latitudes  $-50^\circ$ ,  $-40^\circ$ ,  $-30^\circ$ ,  $-20^\circ$ ,  $-15^\circ$ ,  $-10^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$  y  $50^\circ$ . Los vectores representados son una interpolación a 9 profundidades de los resultados reales a cada profundidad. En el recuadro de la derecha se amplía la región en la que se sitúa la salida geométrica de los flujos a cada profundidad.

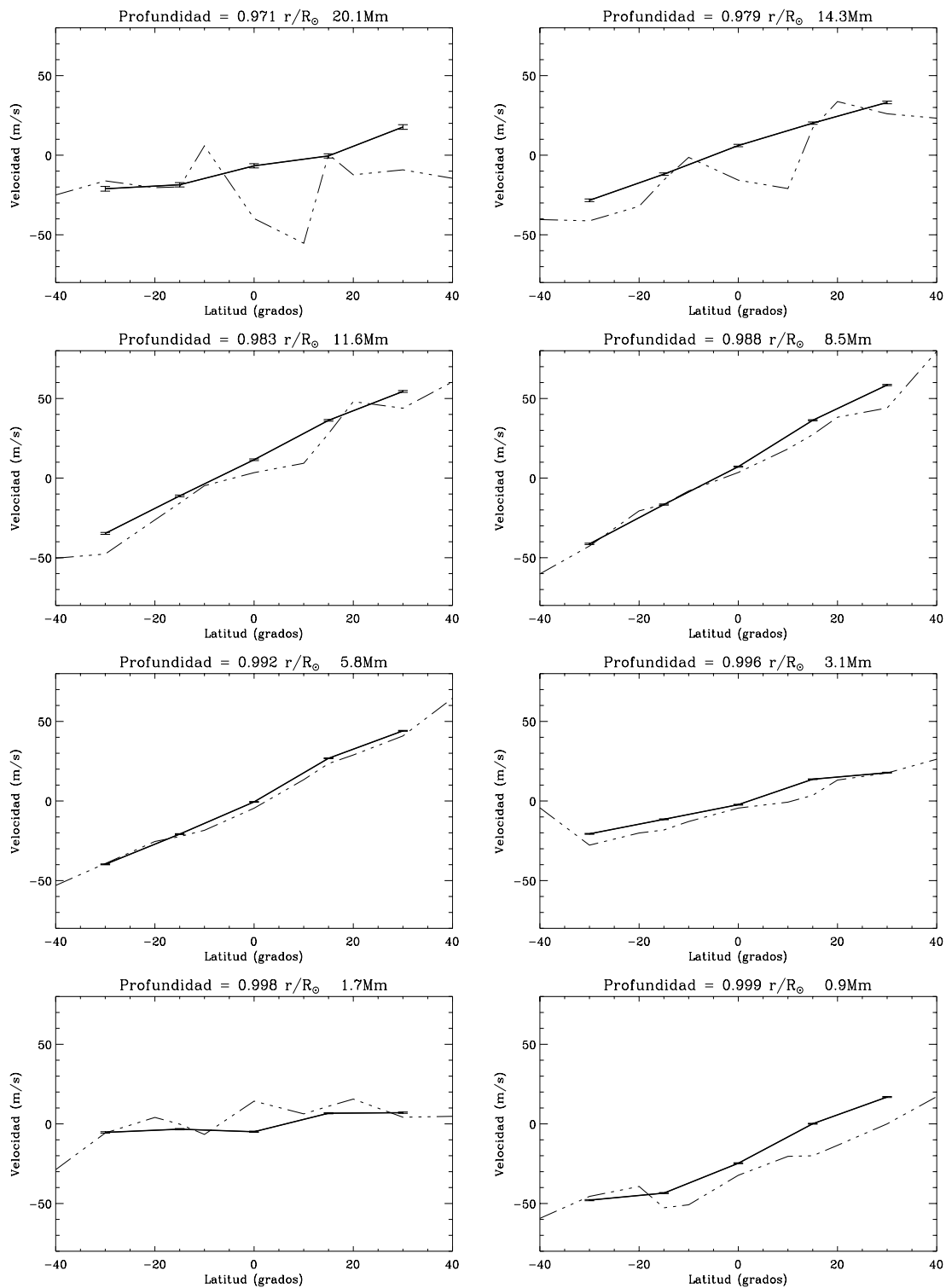


Figura 46: Componente latitudinal de las velocidades horizontales a diferentes profundidades, obtenidas como promedio de todas las secciones estudiadas a la misma latitud. En línea discontinua se muestran los resultados encontrados en la sección anterior.

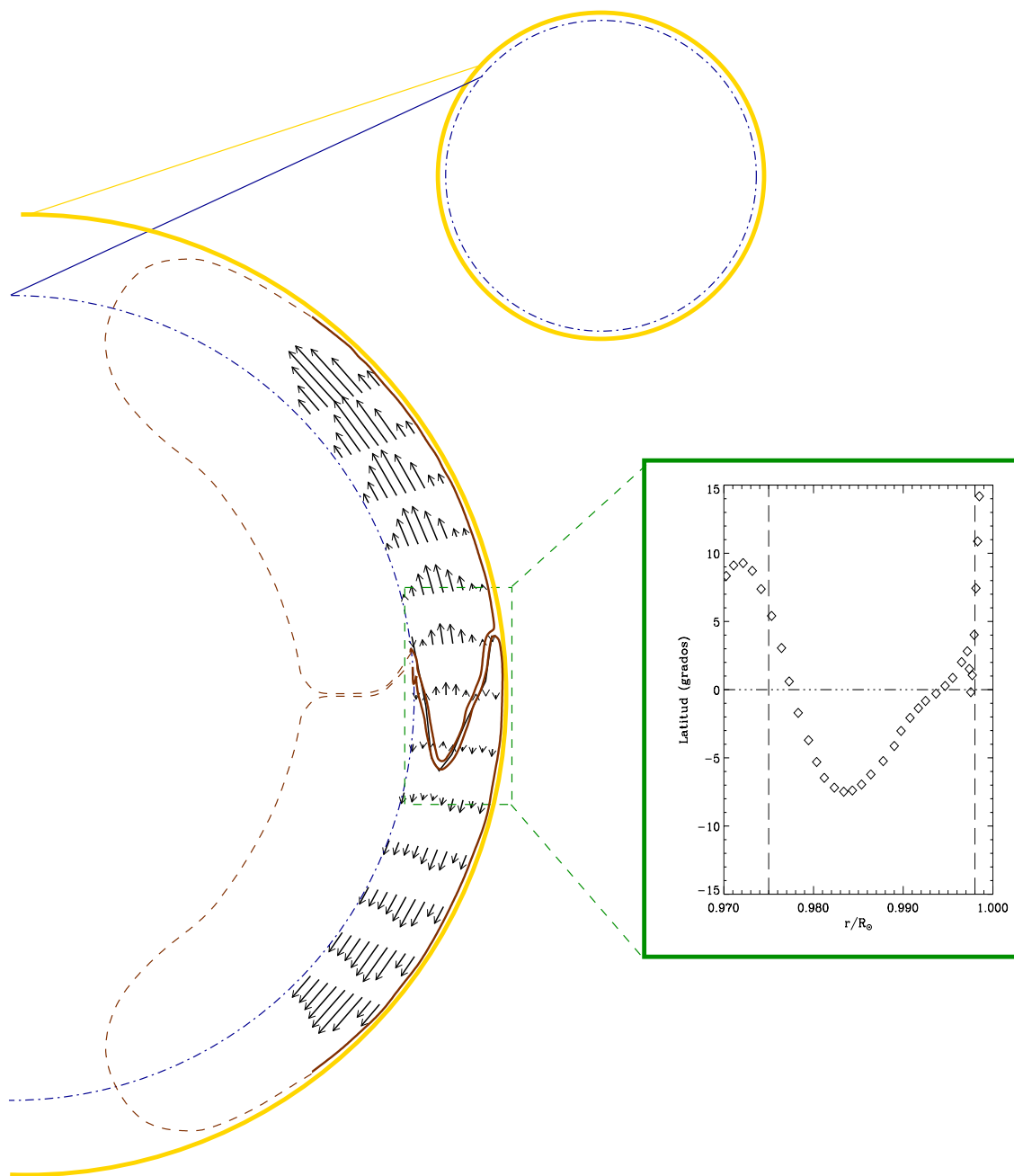


Figura 47: Dibujo de los flujos meridionales obtenidos a partir del promedio de las componente  $V_y$  de todas las secciones a las latitudes  $-30^\circ$ ,  $-15^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $15^\circ$  y  $30^\circ$ . Los vectores representados son una interpolación a 9 profundidades del ajuste de los resultados reales a rectas para cada profundidad. En el recuadro de la derecha se amplía la región en la que se sitúa la salida geométrica de los flujos a cada profundidad. Las líneas verticales limitan la zona que ha sido dibujada.



# Capítulo 6

## Conclusiones y trabajos futuros

El objetivo de esta tesis era doble. Por un lado se pretendía consolidar el método de análisis de los diagramas de anillos como una herramienta valiosa a la hora de estudiar características locales en el Sol. Para ello se han realizado numerosas pruebas a los códigos utilizados, a los datos e incluso a los resultados. Por otro, utilizar dicho método de análisis para obtener la distribución de los flujos de velocidades en las capas más altas de la zona de convección. En este capítulo se hará un breve resumen de los resultados obtenidos, tanto en lo referente a la comprobación del método y su capacidad para reproducir las condiciones solares, como a los resultados obtenidos y se propondrán los trabajos a corto plazo necesarios para continuar la línea de investigación.

## 6.1 Conclusiones

### 6.1.1 Sobre el método de los diagramas de anillos

- Se ha comprobado el código de ajuste de los diagramas tridimensionales de potencia de los modos de oscilación acústicos solares utilizado por el método de diagramas de anillos. Hemos demostrado, mediante el ajuste de espectros simulados, que el código es capaz de recuperar las velocidades introducidas artificialmente a dichos espectros.
- Un nuevo código de ajuste, que mantiene fijos los parámetros  $A$ ,  $c$ ,  $\sigma$  y ruido de fondo, y que agiliza la consecución de las velocidades en función del modo de oscilación, ha sido implementado. Esto ha disminuido el tiempo de cálculo del orden de un 80%.
- El último paso en el proceso de análisis ha sido estudiado encontrándose que el método de inversión, descrito en el capítulo 2, ha resultado ser el más apropiado para la función requerida. Introduciendo un conjunto de velocidades creadas artificialmente, se ha observado que, si bien las velocidades recuperadas por diferentes métodos para capas internas son muy similares, cerca de la superficie, zona en la que actúa la técnica de los diagramas de anillos, el método elegido presenta mayor resolución.
- Se han realizado diferentes pruebas con secciones situadas estratégicamente en torno al punto central del disco solar con objeto de comprobar los efectos sistemáticos de la proyección. Estas pruebas señalan hacia unos resultados independientes de la posición sobre el disco, al menos para secciones a longitudes y latitudes no demasiado cercanas al limbo solar donde los problemas de proyección impiden el estudio de las mismas.
- En definitiva, este método se consolida como el procedimiento más adecuado para la consecución de un mapa sinóptico de velocidades horizontales subfotosféricas en el Sol.

### 6.1.2 Sobre los resultados del trabajo

- Se ha obtenido la velocidad de rotación en función de la profundidad, para la región comprendida entre  $0.95 r/R_{\odot}$  y la superficie solar, asociada a cada una de las tres latitudes estudiadas,  $0^{\circ}$ ,  $15^{\circ}$  y  $30^{\circ}$  con mejor resolución en profundidad que existe.
- Hemos encontrado evidencias irrefutables de que los flujos meridionales existen, realizando un muestreo fino en la dirección latitudinal. Los resultados obtenidos apuntan hacia una circulación global estable en el tiempo desde el ecuador hacia ambos polos, de una máxima amplitud a una profundidad de un 1%. En la superficie estos flujos tienen poca amplitud y se desorganizan, razón que explica la disparidad de resultados encontrados hasta la fecha. Entre  $0.95 r/R_{\odot}$  y la superficie solar, no se ha encontrado el punto en que los flujos meridionales vuelven desde los polos hacia el ecuador, lo que hace pensar en una zona más profunda como sede del retorno de dichos flujos.
- Debido a la magnitud y naturaleza organizada de los flujos meridionales, resulta difícil resolver otras estructuras convectivas en la región solar estudiada, cuyos movimientos de material serían de inferior magnitud en estas profundidades. Sin embargo, el estudio de un mapa sinóptico como el presentado permite ver que las componentes longitudinales ( $V_x$ ) de las velocidades cambian de dirección de Este a Oeste, lo que podría ser compatible con celdas de material tipo *bananas*. Las celdas de material denominadas *roll-shaped* tienen una forma tal que su existencia quedaría enmascarada por los flujos meridionales.

## 6.2 Trabajos futuros

- Para conseguir un mapa sinóptico aun más detallado de los flujos de velocidades bajo la superficie solar es necesario contar con una resolución espacial suficiente para resolver determinadas estructuras, dígame supergránulos, que parecen determinantes en los movimientos de materia. Si bien el método propuesto posee una limitación al tamaño de sección estudiada, manteniendo constante el tamaño de píxel de la imagen, es posible estudiar los flujos asociados a secciones superpuestas, de forma que se obtenga una estructura más detallada de las velocidades.
- En el trabajo realizado en esta tesis, se han estudiado las secciones a su paso por el meridiano central, lo que produce un intervalo temporal entre dos series de cinco secciones consecutivas de aproximadamente 25.6 horas, y un intervalo total entre las primeras y las últimas del orden de 25 días. Por ello, pese a que las estructuras encontradas, en cuanto a rotación y flujos meridionales se refiere, parecen ser muy estables en el tiempo, sería conveniente estudiar velocidades asociadas a secciones coetáneas, de manera que se pueda entender lo que ocurre simultáneamente en la mayor parte posible de la superficie solar. En este sentido, el avance supuesto por la incorporación del cartografiado a círculos máximos resulta especialmente importante, ya que puede extenderse la región en estudio a zonas más alejadas del centro del disco solar.
- La dinámica del material en la zona estudiada quedaría mejor definida si se tuviera información sobre la componente vertical de la velocidad. Por ello se propone realizar un estudio de dicha componente a partir de las componentes horizontales y haciendo uso de la ecuación de continuidad. Rigurosamente, esto sólo sería factible si conociéramos las componentes horizontales en el mismo instante temporal. Si hacemos la aproximación de estabilidad temporal para movimientos a gran escala, lo que parece aceptable, podría encontrarse una estimación de esta componente vertical.
- Otra información relevante acerca de los movimientos de material en la zona convectiva es, sin lugar a dudas, la evolución temporal de los flujos de velocidades. Estudiar esta evolución con el método de los diagramas de anillos es, si bien trabajosa, posible. En este sentido ya existe un primer trabajo de Patrón *et al.* (1998) sobre la evolución temporal de los flujos de velocidades en una región en diferentes rotaciones solares. En dicho trabajo se encuentra muy poca dependencia en las velocidades de la misma región

tras una rotación, lo que revela la necesidad de realizar un seguimiento a intervalos menores en tiempo de las velocidades asociadas a una región.

- El código de inversión, si bien ha sido comprobado, ha mostrado ligeras variaciones en los resultados, dependiendo tanto de la resolución en profundidad como del parámetro de suavizado. Ambos son problemas asociados a cualquier código de inversión, pero la tendencia actual es hacia códigos de inversión que evalúen y determinen estos valores automáticamente dependiendo de los datos introducidos.



# Bibliografía

- [1] Anderson, E.R., Duvall, T.L., Jr. and Jefferies, S.M., 1990 *Ap. J.*, **364**, 699.
- [2] Arévalo, M.J., Gómez, R., Vázquez, M., Balthasar, H. and Wöhl, H. 1982, *Astron. Astrophys.*, **111**, 266-271.
- [3] Backus, G. and Gilbert, F. 1970, *Phil. Trans. Ser. A*, **266**, 123
- [4] Bahcall, J. N., & Ulrich, R. K. 1988, *Rev. Mod. Phys.*, **60**, 297
- [5] Brookes, J.R., Isaak, G.R., and van der Raay, H.B. 1978, *Mon. Not. R. astr. Soc.*, **185**, 1-17
- [6] Brown, T.M., Mihalas, B.W. and Rhodes, E. J. Jr. 1986, en *Physics of the Sun, Vol I: The solar interior*, ed P.A. Sturrock, T.E. Molzer, D.M. Mihalas y R.K. Ulrich (Dordrecht:Reidel), capítulo 7, 177.
- [7] Brummell, N.H., Hurlburt, N.E., and Toomre, J. 1993, en **PASP** Conference Series, *GONG 1992: Seismic Investigation of the Sun and Stars*, ed Timothy M. Brown, Vol. **42**, 437.
- [8] Christensen-Dalsgaard, J., and Thompson, M.J. 1990, *Mon. Not. R. astr. Soc.*, **242**, 353-369
- [9] Chou, D.-Y., *et al* 1995, *Solar Physics*, **160**, 237
- [10] Cox, J.P. 1980, *Theory of Stellar Pulsation*, (Princeton: Princeton University Press).
- [11] Cox A.N., Livingston W.C. and Matthews M.S., editors. 1991 *The Solar Interior and Atmosphere*, (The University of Arizona Press).

- [12] Craig, I.J.D. and Brown, J.C. 1986. *Inverse Problems in Astronomy: A Guide to Inversion Strategies for Remotely Sensed Data*. (Bristol:A. Hilger).
- [13] DeLuca, E.E. and Gilman, P.A. 1991, en *The Solar Interior and Atmosphere*, ed A.N. Cox, W.C. Livingston and M.S. Matthews, (The University of Arizona Press), 275.
- [14] Deubner, F. L. 1975, *Astron. Astrophys.*, **44**, 371
- [15] Deubner, F.L., and Gough, D. 1984, *Ann. Rev. Astr. Ap.*, **22**, 593
- [16] Deubner, F.L., Ulrich, R.K., and Rhodes, E.J.,Jr. 1979, *Astron. Astrophys.*, **72**, 177-185
- [17] Duvall, T.L. Jr 1979, *Solar Physics*, **63**, 3.
- [18] Duvall, T.L. Jr, Dziembowski, W.A., Goode,P.R., Gough, D.O., Harvey, J.W., and Leibacher, J.W. 1984b, *Nature*, **310**, 22.
- [19] Duvall, T.L. Jr and Harvey, J.W. 1984a, *Nature*, **310**, 19.
- [20] Duvall, T.L.,Jr., and Harvey, J. W., 1986, en *Seismology of the Sun and Distant Stars*, ed D.O.Gough (Dordrecht:Reidel), 105.
- [21] Duvall, T.L.,Jr., Jefferies, S.M., Harvey, J.W. and Pomerantz, M.A. 1993a, *Nature*, **362**, 430-432.
- [22] Duvall, T.L.,Jr., Jefferies, S.M., Harvey, J.W., Osaki, Y. and Pomerantz, M.A. 1993b, *Ap. J.*, **410**, 829.
- [23] Duvall, T.L.,Jr., Kosovichev, A.G. and Scherrer, P.H. 1997, en *Proceedings of the IAU: Sounding Solar and Stellar Interiors* eds. J. Provost and F.-X. Schmider. 83-89
- [24] Eff-Darwich, A. 1996, *Tesis doctoral*, Universidad de la Laguna.
- [25] Eff-Darwich, A. and Pérez Hernández, F. 1997, *Astron. and Astrophys. Supp. series*, **125**, 391-398
- [26] Fossat, E. and Ricort, G. 1971, *Solar Phys.*, **28**, 311.
- [27] Gabriel, A.H. 1995a, *Solar Physics*, **162**, 61-99
- [28] Gabriel, A.H. et al. 1995b, en *The SOHO Mission, 61* eds. B. Fleck, V. Domingo and A. Poland.



- [29] Giles, P.M., Duvall, T.L., Jr., Scherrer, P.H., Bogart, R.S. 1997, *Nature*, **390**, 52-54.
- [30] González Hernández, I. 1996, *Proyecto de Tesis Doctoral*, Universidad de la Laguna.
- [31] González, I., Patrón, J., and the TON Team 1995, en *Proceedings of the IV SOHO Workshop: Helioseismology.*, eds J.T.Hoeksema, V. Domingo, B. Fleck and B. Battrick, ESA SP-376, p.137.
- [32] González Hernández, I., Patrón, J., Chou, D.-Y. and the TON team 1997, *Ap.J.*, **501**, en imprenta.
- [33] Gilman, P.A. 1974, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **12**, 47-70.
- [34] Glatzmaier, G. A. 1987 en *The Internal Solar Angular Velocity: Theory, Observations and Relationship to Solar Magnetic Fields*, eds. B.R. Durney and S. Sofia (Dordrecht:D. Reidel), 263-274.
- [35] Gough, D.O. and Toomre, J. 1983, *Solar Physics*, **82**, 401.
- [36] Haber, D., Toomre, J., Hill, F., Gough, D. 1995a, en *GONG'94 Helio and Asteroseismology from the Earth and Space*, ASP Conference Series, Vol **76**, eds. R.K. Ulrich, E.J. Rhodes, Jr. and W. Dappen., 276.
- [37] Haber, D., Toomre, J., Hill, F., Gough, D. 1995b, en *Proceedings of the IV SOHO Workshop: Helioseismology*, eds J.T. Hoeksema, V. Domingo, B. Fleck and B. Battrick, ESA SP-376, p. 141-146.
- [38] Harvey, J.W. 1985, en *Future Missions in Solar, Heliospheric, and Space Plasma Physics*, ed. E.J. Rolfe and B. Battrick (Paris: ESA SP-235), 199
- [39] Harvey, J. and the GONG Instrument Development Team 1988, en *Seismology of the Sun and Sun-Like Stars*, ed E.J.Rolfe, ESA SP-286, p.203.
- [40] Harvey, J.W., Kennedy, J.R., Leibacher, J.W. 1987, 'GONG: To See Inside Our Sun', *Sky & Telescopes*, November 1987.
- [41] Hathaway, D.H. 1996, *ApJ*, **460**, 1027-1033
- [42] Hill, F. 1984, *Solar Seismology From Space*, NASA JPL Publ. 84-84, 255-262.
- [43] Hill, F. 1988a, *Ap.J.*, **333**, 996-1013

- [44] Hill, F. 1988b, en *Seismology of the Sun and Sun-like stars* ed E.J.Rolfe (Paris:ESA,SP-286), 103-108
- [45] Hill, F. 1990, *Solar Physics*, **128**, 321.
- [46] Hill, F., Deubner R.-L., and Issak, G. 1991, en *The Solar Interior and Atmosphere*, ed. A.N. Cox, and W.C. Livingston, (The University of Arizona Press), 479.
- [47] Hill, F., and Patrón, J. 1992, *BAAS*, **24**, 736.
- [48] Howard, R.F., Kichatinov, L.L., Bogart, R.S. and Ribes, E. 1991, en *The Solar Interior and Atmosphere*, ed A. N. Cox, and W.C. Livingston, (The University of Arizona Press), 748.
- [49] Howard, R.A., and LaBonte, B.J. 1980, *Ap.J.*, **239** L33-L36.
- [50] Jiménez-Reyes, S.J., Régulo, C., Pallé, P.L. and Roca Cortés, T. 1997, *Astron. and Astrophys.*, **329**, 1119-1124.
- [51] Komm, R.W., Howard, R.F. and Harvey J.W. 1993, *Solar Physics*, **147**, 207-223.
- [52] Kosovichev, A.G. *et al.* 1997, *Solar Physics*, **170**, 43-61.
- [53] Kumar, P. 1992, en **PASP** Conference Series, *GONG 1992: Seismic Investigation of the Sun and Stars*, ed Timothy M. Brown, Vol. **42**, 15.
- [54] Leibacher, J.W., and Stein, R.F. 1971, *Astrophys. Lett.*, **7**, 191.
- [55] Leighton, R.B., Noyes, R.W., and Simon, G.W. 1962, *Ap. J.*, **135**, 474
- [56] Libbrecht, K.G. and Kaufman, J.M. 1988, *Ap. J.*, **324**, 1172-1183
- [57] Libbrecht, K.G. and Morrow, C. A. 1991, en *The Solar Interior and Atmosphere*, ed. A.N. Cox, and W.C. Livingston, (The University of Arizona Press), 329.
- [58] Libbrecht, K.G. and Woodard, M.F. 1990, *Nature*, **345**, 779.
- [59] Mein,P. 1966, *Ann. Astrophys*, **29**, 153-191
- [60] Pallé, P.L., Hernández, F.P., Régulo, C. and Roca Cortés, T. 1988, en *Seismology of the Sun and Sun-Like Stars*, ed E.J.Rolfe, ESA SP-286, p. 125-130.
- [61] Patrón, J. 1994, *Tesis doctoral*, Universidad de La Laguna.

- [62] Patrón, J., González Hernández, I., Chou, D.-Y. and the TON team 1997, *Ap.J.*, **485**, 869-874.
- [63] Patrón, J., González Hernández, I. and the TON Team 1998, *Ap.J.*, enviado.
- [64] Patrón, J., Hill, F., Rhodes, E.J., Jr., Korzennik, S.G., Cacciani, A. and Brown, T.M. 1992, en **PASP** Conference Series, Vol. **42**, *GONG 1992: Seismic Investigation of the Sun and Stars*, ed Timothy M. Brown, 437.
- [65] Patrón, J., Hill, F., Rhodes, E.J., Korzennik, S.G. 1995, *Ap.J.*, **455**, 746-757.
- [66] Pérez Garde, M. 1979, *Tesis doctoral* Universidad de La Laguna.
- [67] Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P. 1992, en *Numerical Recipes in FORTRAN*, Capítulo 10. (Cambridge University Press), 289.
- [68] Rabello Soares, M.C. 1996, *Tesis doctoral*, Universidad de La Laguna.
- [69] Ribes, E. 1986. *Adv. Space Res.* 6:221-228
- [70] Roca Cortés, T., Pallé, P.L., and Régulo, C. 1995, en *Proceedings of the IV SOHO Workshop: Helioseismology*, eds J.T.Hoeksema, V. Domingo, B. Fleck and B. Battrick, ESA SP-376, p. 103-105.
- [71] Scherrer, P.H., Bogart, R.S., Bush, R., Hoeksema, J.T., Milford, P., Shou, J., Rosenberg, W., Tarbell, T., Title, A., Wolfson, J., Zayer, I. 1994, en *GONG'94 Helio and Asteroseismology from Earth and Space*, eds. R. K. Ulrich, E. J. Rhodes, Jr. and W. Dap-pen.
- [72] Shröter, E.H. 1985, *Solar Physics*, **100**, 141.
- [73] Snodgrass, H.B. 1984, *Solar Physics*, **94**, 13.
- [74] Thompson, M.J. *et al.* 1996, *Science*, vol 272, 1300-1305.
- [75] Tomcsyk, S., Schou, J. and Thompson M.J. 1995, *Ap. J.*, **488**, L57.
- [76] Ulrich, R.K. 1970, *Ap. J.*, **162**, 993-1002.
- [77] Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H. and Shibahashi, H. 1989, *Nonradial Oscillation of Stars*, 2nd ed. (Tokyo: Univ. of Tokyo Press).

- [78] Williams, W. E., Toner, C. and Hill, F. 1995, *Proceedings of the IV SOHO Workshop: Helioseismology*, eds J.T.Hoeksema, V. Domingo, B. Fleck and B. Battrock, ESA SP-376, p. 185.