

DETECCIÓN DE PERIODOS ALCISTAS Y BAJISTAS EN MERCADOS FINANCIEROS

**(Detection of bull and bear phases in financial
markets)**

MEMORIA DEL TRABAJO DE FIN DE GRADO

Autores: Josué Pérez García y Samuel Poleo Dorta

Tutor: D. Javier Giner Rubio

Grado en Contabilidad y Finanzas

Facultad de Economía, Empresa y Turismo

Curso académico 2020/ 2021

Convocatoria de junio de 2021

En San Cristóbal de La Laguna a 09 de junio de 2021

RESUMEN

En este trabajo de fin de grado realizamos una aproximación a los diferentes términos y métodos más utilizados en la detección de periodos alcistas y bajistas en los mercados financieros.

Desde un punto de vista práctico, tendremos como objetivo principal analizar la evolución de las rentabilidades del índice americano S&P durante un periodo temporal concreto (1944-2015), utilizando el método del algoritmo de fechas y el método de las Cadenas de Markov mediante un lenguaje de programación específico, para así obtener sus diferentes periodos alcistas y bajistas. Posteriormente corroboraremos la exactitud con la que ambos métodos identifican los periodos bajistas, con las crisis globales de mayor relevancia.

El estudio realizado y que plasmamos en este trabajo, creemos que aporta una perspectiva práctica del análisis de activos financieros para la detección de sus fases según las rentabilidades obtenidas, y que pueden ser determinantes a la hora de diseñar estrategias de inversión o desinversión en base al mejor conocimiento de las fases alcista y bajista del mercado financiero en base a sus datos históricos.

Palabras clave: caminos aleatorios, puntos de inflexión, Cadenas de Markov, alcistas y bajistas.

ABSTRACT

In this paper, we have focused initially from a theoretical point of view, performing an approach to the different terms and methods most used in the bull and bear detection of the financial markets.

From a practical point of view, our main objective will be to analyse the returns evolution of the American S&P Index through a specific programming language, in order to obtain its bull and bear periods. Subsequently, we will corroborate the accuracy with which both methods identify their bear periods, with the most relevant global crisis.

We believe that the study carried out and presented in this paper provides a practical perspective on the analysis of financial assets, for the detection of their phases according to the returns obtained, which can be decisive when making an investment or disinvestment based on their historical data.

Keywords: random walks, turning points, Markov Chains, upwards and downwards.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1. Introducción.....	1
2.Situación económica actual en España y crisis financieras históricas.....	1
2.1. Situación económico-financiera actual de España y su relación con el trabajo.....	1
2.2 Cronología de los principales periodos de crisis durante 1944-2015.....	2
3. Método de Pagan y Sossounov.....	7
3.1 Metodología.....	7
3.2 S&P en el periodo 1857-2015.....	9
3.3 Modelos de generación de datos.....	13
4. Método de las Cadenas de Markov.....	14
4.1 Algoritmo de detección Viterbi.....	19
4.2 Lenguaje de programación R.....	20
4.3 Simulación y detección de periodos Bull&Bear.....	20
5. Resultados del S&P con Cadenas de Markov durante 1944-2015.....	25
5.1 Resultados principales de la simulación B&B y principales periodos de crisis identificados en el subperiodo.....	25
5.2 Distribución de las rentabilidades y principales estadísticos.....	27
5.3 Principales diferencias de ambos métodos.....	29
6. Conclusiones.....	30
7. Referencias bibliográficas.....	31

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Mercados alcistas y bajistas durante todo el periodo 1857 - 2015.....	10
Tabla 2: Estadísticas descriptivas de los mercados alcistas y bajistas durante todo el periodo, y distinguiendo ambos subperiodos.....	12

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Principales periodos de crisis durante el subperiodo 1944 - 2015.....	6
Figura 2: Mercados alcistas y bajistas durante el subperiodo 1857 - 1943.....	11
Figura 3: Mercados alcistas y bajistas durante el subperiodo 1944 - 2015.....	11
Figura 4: Amplitud versus duraciones de un modelo random walk simulado en mercados alcistas estadounidenses.....	14
Figura 5: Procesos estocásticos estacionarios versus procesos estocásticos no estacionarios.....	16

Figura 6: Probabilidades de cambio de estado en una matriz de transición.....	17
Figura 7: Ejemplo diagrama de transición de estados.....	17
Figura 8: Ejemplo matriz de transición de un paso.....	18
Figura 9: Estados de probabilidad actuales y siguientes.....	18
Figura 10: Explicación de elementos en diagrama de transición de estados HMM.....	19
Figura 11: Estados de las cotizaciones según el momento temporal.....	23
Figura 12: Estados alcistas o bajistas sombreados en color.....	24
Figura 13: Rendimientos acumulados, estados y probabilidades implicadas en el subperiodo 1944 – 2015.....	25
Figura 14: Rendimientos acumulados y fases según el método de las Cadenas de Markov durante el subperiodo 1944 – 2015.....	26
Figura 15: Función de densidad de probabilidad para el estado 1 y 2, según las Cadenas de Markov.....	28
Figura 16: Rendimientos acumulados y fases según el método de Pagan y Sossounov durante el subperiodo 1944 – 2015.....	29

1. Introducción.

El estudio sobre la detección de periodos alcistas y bajistas en los niveles de precios de activos e índices del mercado financiero es un tema que siempre ha suscitado gran interés. Siguiendo el artículo de referencia “A Simple Framework for Analysing Bull and Bear Markets” (Pagan y Sossounov, 2003), analizaremos el método más utilizado en la práctica para detectar los periodos de tiempo en los que las rentabilidades de los activos aumentan (periodos alcistas) o disminuyen (periodos bajistas).

El artículo de Pagan y Sossounov (2003) establece un marco teórico de referencia sobre lo previamente expuesto, incluyendo distintos términos de suma importancia como son los turning points, random walks o los diferentes límites establecidos para cambiar de una fase a otra mediante un algoritmo de fechas, y así a posteriori analizar más fácilmente las diferentes fases del mercado.

Aplicando este marco teórico de referencia, pero con ligeras modificaciones, presentamos el segundo artículo de relevancia en el trabajo “Market Timing with Moving Averages: The Anatomy and Performance of Trading Rules” (Valeriy Zakamulin, 2017), el cual sigue la metodología de Pagan y Sossounov y podría considerarse como el análisis empírico más extenso y actual que existe sobre el mercado americano.

En este Trabajo de Fin de Grado intentaremos ir un poco más allá en el análisis, y plantaremos la detección de estos periodos mediante Cadenas de Markov y el algoritmo de Viterbi.

En los apartados finales de la memoria, realizaremos un análisis de los datos del índice S&P mediante lenguaje de programación R, el cual tendrá como objetivo intentar estimar con buena exactitud los diferentes periodos bajistas y alcistas. En última instancia, trataremos de identificar estas fases bajistas más prolongadas con las distintas crisis económico-financieras más relevantes, comparando las dos metodologías anteriormente expuestas, utilizando para ello una serie de gráficas que harán visualmente más sencillo la identificación de estas crisis durante el periodo de tiempo estudiado, tratando así de elegir cuál de las dos metodologías de asemeja en mayor medida a la realidad.

2. Situación económica actual en España y crisis financieras históricas.

En esta sección comentaremos brevemente la situación económico-financiera española actual y su relación con nuestro trabajo de fin de grado, analizaremos con cierto detalle la cronología de las principales crisis financieras identificadas durante el subperiodo 1944-2015, y que relacionaremos posteriormente con los periodos bajistas detectados por los métodos de detección automática utilizados.

2.1. Situación económico-financiera actual de España y su relación con el trabajo.

Como breve introducción a la situación económico-financiera que estamos atravesando actualmente, debemos resaltar la crisis producida por la pandemia del **Covid-19** en España desde **finales del primer trimestre del año 2020**. Esta crisis sanitaria ha sido de gran magnitud a nivel mundial, lo que ha hecho que el **comercio de bienes** se haya visto fuertemente **debilitado** debido a la interrupción de la actividad productiva, además de la adopción de medidas extraordinarias para limitar la movilidad de las

personas entre diferentes áreas geográficas. Todo esto ha provocado el **cese** en muchos **sectores económicos** que **no son de primera necesidad** como el sector turístico y la hostelería, produciéndose un importante efecto negativo en el ámbito laboral. Sin embargo, gracias a los expedientes de regularización temporal de empleo (ERTE) y diversas ayudas provenientes de las entidades públicas, estos efectos se han mitigado de forma notoria. Adicionalmente, todo esto se ha visto reflejado en los diferentes **mercados financieros con fuertes variaciones de los precios de los activos**, caídas a la baja de gran magnitud al principio de la pandemia (hasta mediados de marzo de 2020), pero hemos visto posteriormente como se han recuperado y en líneas generales en estos momentos nos encontramos ante un periodo claramente alcista con grandes subidas en los precios de las cotizaciones. Empresas como Amazon, Netflix o grandes farmacéuticas como Pfizer se han visto beneficiadas de importantes incrementos en sus cotizaciones debido a la favorable situación que ha tenido la pandemia en el aumento de la demanda de los productos ofrecidos por estas grandes corporaciones.

Durante el tercer y cuarto trimestre del año 2020, se produjo un **repunte de la economía y una disminución de la incertidumbre** debido principalmente al levantamiento de las medidas de contención en la mayoría de los países y el **desarrollo** de las diferentes **vacunas** para prevenir este virus. Con respecto a la evolución del **PIB** en la economía española durante la pandemia podemos comentar que durante el segundo trimestre hubo una fuerte caída desde el -5,2% hasta un -17,8%, pero durante el tercer trimestre remontó severamente, alcanzando un 16,7%, es decir, un aumento de 34,5 pp. Por último, en el cuarto trimestre observamos nuevamente una caída de 16pp pasando desde un 16,4% hasta un 0,4%.

Según los pronósticos, la actividad económica debería de verse **recuperada** con fuerza a partir de **inicios del tercer trimestre de este año 2021**, cuando se vayan **completando** los procesos de **vacunación** y el **levantamiento de las restricciones**. Todavía es pronto para fijar una fecha concreta al fin de esta crisis sanitaria y económica mundial, producida por el nombrado anteriormente Covid-19, pero creemos que en un futuro cercano cuando esto ocurra y estén disponibles las **cotizaciones históricas** de este periodo, en índices como el S&P 500, podremos observar y **detectar** mediante nuestra metodología a través de las **Cadenas de Markov** el fuerte periodo bajista (bear) que atravesamos desde inicios de la pandemia (finales del 1er trimestre de 2020), seguido de un periodo alcista de gran magnitud debido principalmente al apoyo económico proporcionado por parte de las entidades públicas para evitar el derrumbe de la economía, además de la situación propicia para la venta de muchos productos que se han vuelto imprescindibles en la pandemia, lo que ha beneficiado a nuevos sectores económicos.

2.2 Cronología de los principales periodos de crisis durante 1944-2015.

Históricamente las **crisis financieras han sido muy diversas y las causas que las producen son muy variadas e impredecibles**, sin embargo, al cabo del tiempo su estudio ha permitido **identificar** algunas **características** y efectos similares entre todas ellas, y como veremos posteriormente, nos ayudarán a identificar estas crisis descritas con los diversos periodos bajistas detectados por el método de las Cadenas de Markov durante el intervalo de tiempo comprendido entre 1944 hasta 2015. Para ponernos en contexto, haremos una breve descripción de la **coyuntura político, social y económica** que motivó la aparición de algunas de las crisis más importantes, en conjunción con la **duración temporal** de cada una de ellas, y que posteriormente resumiremos en la Figura 1.

Período de posguerra de la Segunda Guerra Mundial (1945 - 1947)

La recesión de 1945-1947 fue el resultado directo del **período de posguerra**. El conflicto **involucró a más de 70 países**, causó daños drásticos a la economía mundial, particularmente en Europa, Japón y Estados Unidos (BBC, 2020).

Crisis del Petróleo (16 octubre de 1973 - 17 de marzo 1974)

La Organización de **Países Árabes Exportadores de Petróleo** (OPEP) llevó a cabo un **embargo petrolífero** y una importante **subida unilateral** de los **precios del petróleo a los países occidentales** (especialmente a Estados Unidos y a los Países Bajos) **que habían apoyado a Israel durante la guerra de Yom Kippur**, conflicto que enfrentaba a Israel con Siria y Egipto. Dos años antes, Nixon había abandonado el patrón oro y el dólar se devaluó varias veces. La subida del precio del crudo originó un fuerte aumento de la inflación (Crisis del Petróleo de 1979, 2021).

Los países de la OPEP nacionalizaron las empresas petrolíferas y aumentaron sus ingresos considerablemente, pero por otro lado se produjo una **mayor inflación** y muchos países entraron en una etapa de **bajo crecimiento económico**, estableciéndose el término de “**estanflación**” **debido a esa alta inflación y estancamiento económico** (Miguelés, 2020). El **17 de marzo de 1974** los ministros de los diferentes países de la OPEP (excepto Libia) cancelaron la reducción de producción de petróleo, **anunciando el fin del embargo petrolífero contra Estados Unidos**.

Burbuja Financiera e Inmobiliaria de Japón (1986 - 1991)

Desde finales de los años ochenta, **Japón entró en una época de estancamiento**. El crecimiento anual pasó de niveles cercanos al 10% en años anteriores a situarse por debajo del 1% a comienzos de los noventa. La economía asiática se había **estructurado en torno al factor suelo** desde 1985, lo que provocaba un **aumento de los préstamos bancarios** y del **precio del suelo**. Además, durante estos años la **apreciación del yen japonés** provocó que las **exportaciones**, uno de los pilares de la economía, se volvieran más caras y **menos competitivas** comparándolas con otros países.

Con la llegada de la nueva década, estalló la burbuja, el **incremento de los tipos de interés** provocó que el **precio del suelo** finalmente **se derrumbara** y provocara una situación financiera desastrosa. El siguiente acontecimiento relevante fue el **desplome** de la **Bolsa de valores japonesa**, por lo que las empresas comenzaron a tener problemas a la hora de lograr financiación puesto que las entidades bancarias tenían la mayoría de su capital en acciones o en propiedades inmobiliarias, y estas **cesaron la concesión de préstamos hipotecarios** (Burbuja financiera e inmobiliaria de Japón, 2021).

Lunes Negro (19 de octubre de 1987)

Millones de inversores se lanzaron en masa a **vender sus acciones** en la Bolsa de Nueva York debido a la creencia generalizada del **manejo inapropiado de la información confidencial** y la **adquisición de empresas con dinero procedente de créditos**. Ese día el índice Dow Jones de Industriales se desplomó 508 puntos (-22,6%), Hacia finales de octubre, los mercados de valores de Hong Kong ya habían caído un 45,8 %, Australia un 41,8%, el Reino Unido un 26,4 %, Estados Unidos un 22,6 % y Canadá un 22,5 %. El impacto fue especialmente duro en los mercados de Nueva Zelanda, que

cayeron un 60 % desde el máximo de 1987, y del que tardaron varios años en recuperarse (Lunes Negro (1987), 2021).

Efecto Tequila (1 de enero de 1994 - 1995)

El 1 de enero de 1994 entró en vigor el **Tratado de Libre Comercio de América del Norte** (TLCAN) entre México, Estados Unidos y Canadá. El **gobierno mexicano** se **endeudó con bonos** referidos al **dólar** para mejorar infraestructuras y atraer la inversión. Los **inversionistas** buscaron formas de **desvincularse del país**: temían **que no pudieran sustentar las exigencias inmediatas** (incluyendo privadas y públicas) **en moneda extranjera**. Cuando el peso se hundió, la deuda se hizo impagable y arrastró a la economía, siendo este el primer acontecimiento que puso en duda las virtudes de la globalización.

Se hizo necesario constituir un **paquete financiero** por más de 50 mil millones de dólares que el país logró obtener mediante el firme apoyo de organismos financieros internacionales, el gobierno de Estados Unidos, el Banco de Canadá y el Banco de Pagos Internacionales, constituyéndose como uno de los **primeros mega rescates financieros a escala internacional** (Migueles, 2020).

Crisis Financiera Asiática (2 de julio 1997 - 1998)

Lo que hasta el momento se había llamado el “milagro económico asiático” se derrumbó, entre otras cosas por la **debilidad de sus monedas frente al dólar**. La **devaluación** de la moneda tailandesa fue la primera. Le siguieron las monedas de Malasia, Indonesia y Filipinas. El **contagio** se notó en casi todos los países de **Asia y en las bolsas a nivel global**, lo que llevó a llamarla la “**primera gran crisis de la globalización**” (Álvarez y Álvarez, 2018).

Una vez ocurrida esta crisis asiática, los **inversionistas** internacionales **eran reacios a prestar dinero a países en desarrollo** debido a las posibles consecuencias negativas que podrían ocurrir a nivel global, lo que llevó a fuertes ralentizaciones económicas en muchas partes del mundo (Migueles, 2020).

Burbuja Puntocom (1997 - 2001)

Atraídos por las nuevas empresas de internet y **la economía digital**, los inversores encontraron en esta nueva industria el **lugar perfecto para invertir**. Los **grandes movimientos especulativos** y el fuerte **crecimiento de estas empresas** convirtieron rápidamente este mercado en una **burbuja**. Al no dar los resultados esperados los inversores huyeron y en el año 2000 empezó la decadencia de esta industria, produciéndose la **quiebra de muchas empresas vinculadas a Internet** (cerca de 5.000 empresas). En Estados Unidos, una de las caídas más destacadas fue la del NASDAQ (bolsa de empresas electrónicas) pasó de cotizar por encima de los 5.000 puntos en el año 2000 a 1.300 puntos en octubre de 2002 (Álvarez y Álvarez, 2018).

Crisis del Vodka (1998)

La **Crisis Financiera Asiática** golpeó a **Rusia** en 1998 debido al **declive** de los **precios** mundiales de las **materias primas** (un descenso entorno al 40% de su precio) en el **petróleo, el gas natural, los metales y la madera**, los cuales **conformaban** más de **80%** de las **exportaciones rusas**, dejando al país vulnerable a las oscilaciones de los precios mundiales (Cinco Días, 2015), lo que se tradujo en una enorme **devaluación del rublo y un impacto sobre la deuda de ese país** (en particular los **GKO**, bonos estatales de cupón cero a corto plazo).

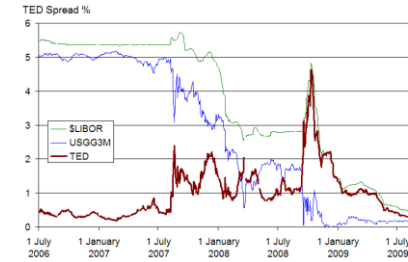
El deterioro profundo en el precio del petróleo afectó severamente a Rusia; sin embargo, esta no fue la causa primordial de la crisis financiera rusa, sino el resultado de la **falta de pago de los impuestos por parte de la industria energética y manufacturera**.

Esta crisis se produjo al comienzo de una desaceleración económica mundial. La crisis sobre los GKO ocasionó a nivel mundial una carrera hacia la liquidez y una huida hacia la calidad (Migueles, 2020). Wall Street también registró caídas abultadas del 20% ese verano. Además, esta crisis **produjo un efecto dominó en otros países sudamericanos**, comenzando en **Brasil** (Crisis Samba en 1999) y esta crisis brasileña se llevó por delante a su principal socio comercial, **Argentina** (Crisis Tango 2001-2002).

Crisis Financiera Global (15 de septiembre de 2008)

El colapso de la **burbuja inmobiliaria en Estados Unidos** (2006) fue el precedente a la **crisis de las hipotecas subprime** (octubre de 2007) también en Estados Unidos, esto unido a décadas de desregulación financiera, provocaron el 15 de septiembre de 2008 que los bancos de inversión **Lehman Brothers y Bear Stearns** quebraran.

Las autoridades económicas desde el inicio de la crisis optaron por diferentes soluciones: la **inyección de liquidez** desde los bancos centrales, la **intervención y la nacionalización de bancos**, la **ampliación de la garantía de los depósitos** y de la deuda bancaria. Su objetivo era **mantener la solvencia** de las **entidades financieras**, y calmar las turbulencias bursátiles existentes. Más tarde las **bolsas** de todo el planeta **cayeron, se congeló el crédito** y cerca de 30 países arrancaron una crisis económica que hoy en día todavía no se ha podido superar (Migueles, 2020).



1973-1974
CRISIS DEL PETRÓLEO

1987
LUNES NEGRO

1997-1998
CRISIS FINANCIERA ASIÁTICA
BURBUJA PUNTOCOM
1997-2001

2008
CRISIS FINANCIERA GLOBAL

1945-1947
PERIODO DE POSGUERRA DE LA SEGUNDA GUERRA MUNDIAL

1986-1991
BURBUJA FINANCIERA E INMOBILIARIA DE JAPÓN

1994-1995
EFEECTO TEQUILA

1998
CRISIS DEL VODKA

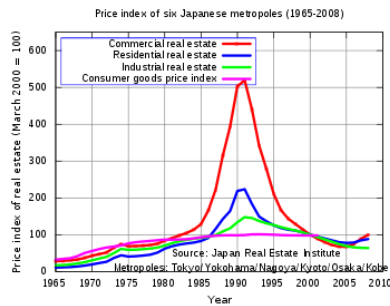


Figura 1: Principales periodos de crisis durante el subperiodo 1944 - 2015.

3. Método de Pagan y Sossounov.

Adrian R. Pagan and Kirill A. Sossounov en su artículo “Simple Framework for Analysing Bull and Bear Markets” del año 2003, a diferencia de otras investigaciones realizadas anteriormente que hicieron hincapié en variables como las ganancias de mercados de acciones, la prima de riesgo, la volatilidad acumulada o las colas de gran densidad, los autores de este artículo se centraron en analizar la **extensión de los periodos de tiempo** cuando los precios de las acciones aumentan (periodos **alcistas**) o disminuyen (periodos **bajistas**). Gracias a ello podremos proporcionar un marco de referencia y analizar estos periodos en el mercado.

Hay que tener en cuenta los momentos de tiempo en los que se pasa de un periodo a otro, los llamados **puntos de inflexión** (turning points), los cuales según los autores del artículo se asimilan a los producidos en los **ciclos económicos** (business cycle), que son las diferentes fluctuaciones del PIB entorno a su tendencia de crecimiento a largo plazo.

Para Pagan y Sossounov (2003), el estudio de estos periodos bull and bear se puede hacer según diferentes modelos estadísticos para generar una serie de datos (**DGP, data generating process**) y así poder adecuar el modelo a los datos reales. Nosotros usaremos principalmente el método random walk, es decir, **camino aleatorio de media y varianza constante para los periodos alcistas y bajistas**.

3.1 Metodología.

Antes de detallar la metodología de identificación de periodos alcistas y bajistas según Pagan y Sossounov, indicar que no existe una definición clara y concreta en la literatura financiera generalmente aceptada para la identificación de estos **mercados alcistas y bajistas**. Pagan y Sossounov establecen que un **periodo es alcista** (bull, toro en español) cuando existe un aumento sostenido (desde un valor mínimo) de más de un 10/20% durante al menos 2/3 meses, y un **periodo es bajista** (bear, oso en español) cuando existe una disminución sostenida (desde un valor máximo) de más de un 10/20% durante al menos 2/3 meses. Esta definición no descarta secuencias de movimientos negativos en mercados alcistas o positivos en mercados bajistas, pero proporciona normas iniciales para limitar e identificar estos movimientos.

Con esta definición será de vital relevancia ser capaces de describir los **puntos de inflexión**, siendo importante reconocer que el estudio de periodos alcistas y bajistas es básicamente un **reconocimiento de patrones** que busca aislar los patrones mediante una serie de normas que tratarán de no eliminar **valores atípicos** (outliers) como si se hace en el ciclo económico, pero que si se eliminaran supondrían una importante pérdida de información en las fluctuaciones de las cotizaciones. Para poder describir tanto las fases como los puntos de inflexión hay que seguir **dos pasos principalmente**, y son los que exponemos a continuación:

1º El criterio para localizar los **potenciales máximos y mínimos en los datos no procesados** (raw data), intentando identificar puntos que sean más altos o más bajos que los de una **ventana imaginaria** (la cual tendrá una duración de 6 meses, pero por prudencia se establecerá una extensión tanto por encima como por debajo de los datos estudiados de $\tau_{\text{ventana}} = 8$ meses) para los precios de los activos que los rodea, y así poder **identificar** estos **máximos y mínimos**, además de los **puntos de inflexión**.

2º Medir la duración entre estas fases alcistas y bajistas, adoptándose un **conjunto de normas u operaciones de censura** (censuring operations) que **limitan la longitud** de estas, y así cumplir la condición de **alternancia de los puntos de inflexión** seleccionando el máximo más alto de los diferentes picos y el mínimo más bajo de los diferentes existentes. Estas operaciones de censura pretenden eliminar:

- ♦ Las **fases** con una duración inferior a $\tau_{\text{fases}} = 4$ meses (a menos que el precio absoluto en esa fase cambie en un único mes sobrepasando un 20% tanto de aumento o de disminución).
- ♦ Los **picos y puntos mínimos** que desde su comienzo hasta su final tienen una amplitud de $\tau_{\text{censura}} = 6$ meses o menos.
- ♦ Los **ciclos** (un ciclo indica dos fases sucesivas, una al alza y la consiguiente fase descendente, o bien la fase descendente y la consiguiente fase al alza) que duren menos de $\tau_{\text{ciclos}} = 16$ meses.

Otros autores como Gonzalez, Powell, Shi and Wilson (2005) **establecen diferentes duraciones temporales** ($\tau_{\text{ventana}} = 6$ meses; $\tau_{\text{ciclos}} = 15$ meses; y $\tau_{\text{fases}} = 5$ meses). A pesar de las diferencias temporales, los mercados alcistas y bajistas estudiados por Gonzalez et al. (2005) en gran medida coinciden con los estudiados por Pagan y Sossounov (2003).

Para las cotizaciones bursátiles (acciones de activos e índices bursátiles) además hemos de tener en cuenta la **Dow Theory**, desarrollada por Charles Dow a principios del siglo XX y popularizada por Hamilton (1919) en editoriales del Wall Street Journal, que distingue tres movimientos diferentes en los mercados de valores: en primer lugar la **fluctuación diaria de cotizaciones**; en segundo lugar **pequeños movimientos decrecientes en un mercado alcista o agudas recuperaciones en un mercado bajista**; y en tercer lugar el **movimiento principal** que decidirá la tendencia sobre un periodo de varios meses.

Hamilton (1919) consideró simplemente al **movimiento principal** como extensos movimientos alcistas o bajistas con duración mínima de tres meses, aunque Pagan y Sossounov (2003) finalmente lo establecieron en cuatro meses, mientras que el **movimiento secundario** fue una importante caída en un mercado alcista primario o el repunte de un mercado bajista primario, con una duración mínima de tres semanas.

Dado los bruscos movimientos que se ven en los precios de las acciones se necesitan algunas **limitaciones añadidas** a las normas anteriores. La primera de ellas es no permitir que los periodos alcistas o bajistas duren menos de 3 meses, lo que hará que tengamos menos ciclos engañosos, de ahí la limitación finalmente impuesta de una duración mínima de 4 meses para las fases, pudiéndose ignorar si el precio de las acciones cae un 20% en un único mes lo que también se agregará como segunda regla adicional.

Considerando todas estas normas y detalles a la hora de analizar las cotizaciones en activos, este método básicamente se trata de un **algoritmo de fechas (dating algorithm)**, el mismo método de fechas utilizado para identificar los puntos de inflexión en un ciclo económico pero con ciertas modificaciones. Algunas de las características a considerar son las que mostramos a continuación:

- 1) La **duración promedio de cada fase**.

2) La **amplitud promedio de cada fase**. Definimos amplitud como la **distancia existente en las cotizaciones desde un punto de inflexión a otro**. Esta amplitud no produce una medida exacta del cambio porcentual en los precios de las acciones durante una fase debido a que existen movimientos que a veces son más largos y por lo tanto la aproximación $\ln(1+x) = x$ se rompe.

3) El **promedio de movimientos acumulados** en el $\ln P_t$ de cada fase.

Adicionalmente hay que tener en cuenta que el **algoritmo** hace que los **puntos de inflexión se alternen**, así que los números de **máximos** y puntos **mínimos serán los mismos** o podrán **diferir en uno** como mucho. Considerando la teoría asintótica (teoría donde el tamaño de la muestra n puede crecer indefinidamente, las propiedades de los estimadores y las pruebas se evalúan bajo el límite de $n \rightarrow \infty$) siempre existen el mismo número de máximos que de puntos mínimos.

3.2 S&P en el periodo 1857-2015.

En el libro “Market Timing with Moving Averages: The Anatomy and Performance of Trading Rules” **del año 2017, el investigador Valeriy Zakamulin se decantó por usar el método de algoritmo de fechas de Pagan y Sossounov (2003)** debido principalmente a dos consideraciones: la primera se debe a que este algoritmo es el **más consolidado** y reconocido en la literatura financiera, y en segundo lugar porque **no identifica** las **fases** relativamente **cortas** de duración en los mercados. Por ejemplo en el algoritmo de Lunde y Timmermann (2000) con frecuencia se producen muchas fases del mercado con duración de 2 o 3 meses (muy cortas), siendo este uno de los motivos como comentamos anteriormente por el que se descartan este tipo de algoritmos.

Según Pagan y Sossounov se observa que los **periodos alcistas tienden a ser más largos que los periodos bajistas**, concordando esta idea con la atribuida a Hamilton (1919) la cual exponía que los mercados alcistas tienen una duración media de 25 meses mientras que los mercados bajistas tienen una duración media de 17 meses. A lo largo del tiempo parece que los **periodos bajistas** tienden a hacerse **más cortos y débiles** (muy pocos logran obtener caídas de más de un 20%) mientras que los **periodos alcistas** cada vez son **más fuertes y largos** (la mayoría de estos periodos superan aumentos de un 20%). Otra característica observada es que en el mercado de valores americano las expansiones y contracciones se desvían bastante de una forma triangular y esta tendencia podrá acentuarse más a lo largo del tiempo.

En la Tabla 1 se muestran los datos de los mercados alcistas y bajistas durante el periodo de muestreo desde Junio de 1857 a Diciembre de 2015 (Zakamulin, 2017). Adicionalmente, la tabla muestra la **duración de cada fase** (medida en número de **meses**) y la **amplitud** (definida como el **% de cambio** en el **índice del precio** de las acciones, sin ajustar los dividendos desde el anterior pico o punto mínimo).

Tabla 1: Mercados alcistas y bajistas durante todo el periodo 1857 - 2015.

(Fuente: Zakamulin, 2017)

Bull markets			Bear markets		
Dates	Duration	Amplitude	Dates	Duration	Amplitude
Nov 1857-Mar 1858	5	45	Jan 1857-Oct 1857	10	-45
Jul 1859-Oct 1860	16	57	Apr 1858-Jun 1859	15	-15
Jun 1861-Mar 1864	34	176	Nov 1860-May 1861	7	-24
Apr 1865-Oct 1866	19	18	Apr 1864-Mar 1865	12	-26
May 1867-Aug 1869	28	33	Nov 1866-Apr 1867	6	-9
Jan 1870-Apr 1872	28	21	Sep 1869-Dec 1869	4	-1
Dec 1873-Apr 1875	17	2	May 1872-Nov 1873	19	-22
Jul 1877-May 1881	47	119	May 1875-Jun 1877	26	-39
Feb 1885-Nov 1886	22	33	Jun 1881-Jan 1885	44	-35
Apr 1888-May 1890	26	18	Dec 1886-Mar 1888	16	-16
Aug 1891-Feb 1892	7	7	Jun 1890-Jul 1891	14	-18
Aug 1893-Aug 1895	25	25	Mar 1892-Jul 1893	17	-38
Sep 1896-Aug 1897	12	35	Sep 1895-Aug 1896	12	-27
May 1898-Apr 1899	12	34	Sep 1897-Apr 1898	8	-7
Jul 1900-Aug 1902	26	52	May 1899-Jun 1900	14	-9
Oct 1903-Jan 1906	28	63	Sep 1902-Sep 1903	13	-29
Nov 1907-Sep 1909	23	57	Feb 1906-Oct 1907	21	-36
Aug 1910-Sep 1912	26	13	Oct 1909-Jul 1910	10	-18
Aug 1914-Oct 1916	27	51	Oct 1912-Jul 1914	22	-24
Dec 1917-Oct 1919	23	29	Nov 1916-Nov 1917	13	-31
Sep 1921-Feb 1923	18	33	Nov 1919-Aug 1921	22	-22
Aug 1923-Aug 1929	73	295	Mar 1923-Jul 1923	5	-14
Jul 1932-Jan 1934	19	83	Sep 1929-Jun 1932	34	-85
Apr 1935-Feb 1937	23	95	Feb 1934-Mar 1935	14	-21
Apr 1938-Dec 1938	9	36	Mar 1937-Mar 1938	13	-53
May 1942-Jun 1943	14	52	Jan 1939-Apr 1942	40	-38
Dec 1943-May 1946	30	64	Jul 1943-Nov 1943	5	-6
Mar 1948-Jun 1948	4	11	Jun 1946-Feb 1948	21	-24
Jul 1949-Dec 1952	42	77	Jul 1948-Jun 1949	12	-11
Sep 1953-Jul 1956	35	112	Jan 1953-Aug 1953	8	-12
Jan 1958-Jul 1959	19	45	Aug 1956-Dec 1957	17	-16
Nov 1960-Dec 1961	14	29	Aug 1959-Oct 1960	15	-10
Jul 1962-Jan 1966	43	60	Jan 1962-Jun 1962	6	-20
Oct 1966-Nov 1968	26	35	Feb 1966-Sep 1966	8	-16
Jul 1970-Apr 1971	10	33	Dec 1968-Jun 1970	19	-30
Dec 1971-Dec 1972	13	16	May 1971-Nov 1971	7	-6
Oct 1974-Dec 1976	27	45	Jan 1973-Sep 1974	21	-45
Mar 1978-Nov 1980	33	58	Jan 1977-Feb 1978	14	-15
Aug 1982-Jun 1983	11	41	Dec 1980-Jul 1982	20	-21
Jun 1984-Aug 1987	39	115	Jul 1983-May 1984	11	-7
Dec 1987-May 1990	30	46	Sep 1987-Nov 1987	3	-28
Nov 1990-Jan 1994	39	49	Jun 1990-Oct 1990	5	-15
Jul 1994-Aug 2000	74	231	Feb 1994-Jun 1994	5	-5
Oct 2002-Oct 2007	61	75	Sep 2000-Sep 2002	25	-43
Mar 2009-Apr 2011	26	71	Nov 2007-Feb 2009	16	-50
Oct 2011-Dec 2015	51	63	May 2011-Sep 2011	5	-16

Siguiendo el método de Pagan y Sossounov, Zakamulin (2017) analiza los eventos más importantes del mercado bursátil americano durante los 159 años (1857-2015) de estudio, tal como se muestra en la Tabla 1. Algunos de los acontecimientos más destacados son los siguientes. El **mercado alcista más fuerte y el segundo más largo** en la historia ocurrió durante el denominado “Roaring Twenties” (**los felices años 20**) (agosto de 1923 hasta agosto de 1929, 295% de amplitud y 73 meses de largo). Además, la **década que siguió a la Primera Guerra Mundial** trajo consigo la tercera fase bajista más larga y grave (septiembre de 1929 hasta junio de 1932, -85% de amplitud y 34 meses de largo). La **segunda fase alcista más larga y grave** se denominó “Dot-Com bubble” (**Burbuja Puntocom**) y ocurrió en los últimos años de 1990 (julio de 1994 hasta agosto de 2000, con un 231% de amplitud y 74 meses de largo). También destacamos como la **segunda fase bajista más grave**, pero relativamente corta en duración a la “**Global Financial Crisis of 2007-2008**” (la Crisis Financiera Global de 2007-2008 que todos nosotros vivimos) (desde noviembre de 2007 hasta febrero del año 2009, con un -50% de amplitud y 16 meses de largo). En las siguientes Figuras 2 y 3 se muestran gráficamente los registros mensuales de los precios del índice Standard and Poor’s durante los dos subperiodos: 1857-1943 y 1944-2015, indicando las diferentes fases de los subperiodos (siendo las áreas sombreadas las fases bajistas).

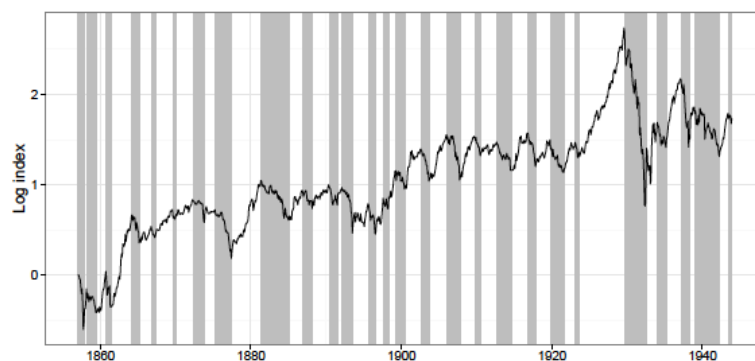


Figura 2: Mercados alcistas y bajistas durante el subperiodo 1857 - 1943.

(Fuente: Zakamulin, 2017)

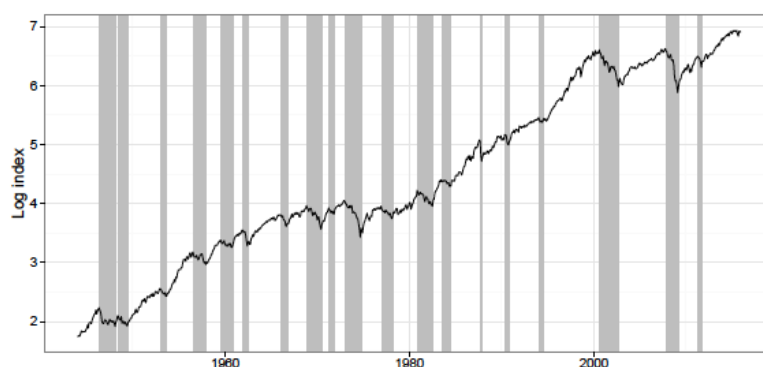


Figura 3: Mercados alcistas y bajistas durante el subperiodo 1944 - 2015.

(Fuente: Zakamulin, 2017)

Otros datos interesantes se muestran en la Tabla 2 donde se describe estadísticamente los mercados alcistas y bajistas para todo el periodo (1857-2015), diferenciando además los dos subperiodos (1857-1943 y 1944-2015). Durante el periodo completo, hubo **46 fases alcistas y 46 fases bajistas** en total. Por separado, podemos observar que en el primer subperiodo hubo 26 fases alcistas y 27 fases bajistas, encontrándonos en el segundo subperiodo, que es más corto que el primero, con 20 fases alcistas y 19 fases bajistas. Durante todo el periodo en su conjunto, el **promedio de longitud** de una fase **alcista** se sitúa cerca de **27 meses**, mientras que el promedio de longitud de los mercados **bajistas** se sitúa en torno a los **15 meses**, lo que significa que el **promedio de la duración de los mercados alcistas supera el promedio de la duración de los mercados bajistas** por un factor multiplicador de 1.8. **Los periodos alcistas** tienden a ser **más largos que los mercados bajistas**, y las duraciones de las fases concuerdan muy de cerca con las indicadas por Pagan y Sossounov (2003) y Gonzalez et al.(2005). Además en la comparación de longitudes de las fases alcistas y bajistas del mercado bursátil del primer y segundo subperiodo sugiere que a lo largo del tiempo los **mercados alcistas tienden a hacerse más largos** (pasando de 23.6 en el primer subperiodo a 31.3 en el segundo subperiodo) mientras que los **periodos bajistas tienden a hacerse más cortos** (pasando de 16.6 en el primer subperiodo a 12.5 en el segundo subperiodo). Entrando en más detalle sobre esta observación podemos ver que en el

“Detección de Periodos Alcistas y Bajistas en Mercados Financieros”

primer subperiodo el ratio de longitud promedio de los periodos alcistas comparado con el promedio de longitud de los periodos bajistas asciende a 1.4 (23.6 / 16.6), y para el segundo subperiodo este ratio asciende a 2.5 (31.3 / 12.5), por lo tanto podemos concluir que este **ratio** casi se ha **duplicado a lo largo del tiempo aumentando en duración** los periodos **alcistas** y **disminuyendo** los **bajistas**. También se observa en promedio, que el precio en el índice de las acciones se ha incrementado en un 60% durante los mercados alcistas y disminuido en un 24% durante los mercados bajistas, este resultado sugiere que a lo largo del tiempo el promedio de **amplitud de los mercados alcistas tiende a incrementarse**, mientras que el promedio de amplitud de los mercados bajistas tiende a disminuir.

Tabla 2: Estadísticas descriptivas de los mercados alcistas y bajistas durante todo el periodo, y distinguiendo ambos subperiodos¹.

(Fuente: Zakamulin, 2017)

Statistics	1857-2015		1857-1943		1944-2015	
	Bull	Bear	Bull	Bear	Bull	Bear
Number of phases	46	46	26	27	20	19
Minimum duration	4	3	5	4	4	3
Average duration	26.8	14.7	23.6	16.6	31.3	12.5
Median duration	26	14	23	14	30	12
Maximum duration	74	44	73	44	74	25
Average amplitude, %	59.9	-23.9	56.7	-27.0	63.7	-20.6
Average cum. return, %	89.6	-22.5	88.3	-24.9	90.3	-20.0
Mean monthly return, %	27.6	-21.4	30.5	-21.2	24.4	-21.6
Standard deviation, %	15.3	17.7	17.6	19.3	12.6	14.4

Por otra parte, todos los mercados alcistas del periodo supusieron rendimientos positivos mientras que los mercados bajistas supusieron rendimientos negativos. Algo curioso de remarcar, es que a lo largo de los **dos subperiodos los rendimientos mensuales supusieron prácticamente lo mismo durante los periodos bajistas** (-21.2% y -21.6% respectivamente), pero sin embargo, los **rendimientos mensuales** durante los **mercados alcistas fueron mayores en el primer subperiodo** que en el segundo subperiodo (30.5% y 24.4% respectivamente). El significado económico en el valor de las desviaciones estándar de ambos rendimientos tanto en los mercados alcistas como en los bajistas a través de los datos de los subperiodos, reside en que el mercado fue mucho **más volátil durante el primer subperiodo** (17.6% para los mercados alcistas y 19.3% para los mercados bajistas) que durante el segundo subperiodo (12.6% para los mercados alcistas y 14.4% para los mercados bajistas). Es habitual asumir que en un mercado bajista se obtiene un menor rendimiento y alta volatilidad, mientras que por otro lado un mercado alcista tiene mayor rendimiento y poca volatilidad, aunque en este caso nos encontramos con que la **volatilidad en ambos subperiodos durante los mercados bajistas fue mayor** que durante los **mercados alcistas**, la diferencia fue insignificante (un resultado similar a este lo obtuvo Gonzalez et al.(2005)). Como ejemplo ilustrativo, durante el segundo subperiodo la **desviación estándar** de los rendimientos se situó ligeramente por debajo de un 13% durante los mercados alcistas y ligeramente por encima de un 14% durante los mercados bajistas. Este hecho implica que los **mercados alcistas difieren de los mercados bajistas** principalmente en términos de los **rendimientos** que suponen, y que realmente **no se diferencian en términos de desviación estándar**, siendo prácticamente la misma en ambos

¹Duración medida en meses y amplitud medida como el % de cambio en el índice del precio de las acciones sin ajustar los dividendos.

Estos resultados, abogan que las **propiedades de los ciclos** en los precios de las acciones **han cambiado** significativamente **a lo largo del tiempo**, esta presencia de **roturas en la estructura** podría ser de crucial importancia para las transacciones de trading por ejemplo. Para ello se **analizó** si existían **cambios estadísticos** significantes en la distribución de parámetros de los mercados alcistas y bajistas a lo largo del tiempo, los resultados de estos tests **confirmaron la presencia de una rotura** en la estructura de las dinámicas en los mercados alcistas y bajistas a lo largo del tiempo.

3.3 Modelos de generación de datos.

Es muy importante hacer hincapié en el estudio del **promedio y volatilidad de las rentabilidades**, $\Delta \ln P_t$ siendo P_t el precio de una acción. Slutsky (1937) y Fisher (1925) resaltaron que, aunque los aumentos y disminuciones de precios parecen ser regulares, muchas de las veces pueden simplemente surgir de una **variación estocástica** (fortuita), efecto que Fisher calificó como ‘El ciclo de Monte Carlo’. Por otro lado, Malkiel (1973) señaló que un simple camino aleatorio en los precios de las acciones puede producir ciclos, de ahí la conexión del fenómeno bull and bear en los mercados, y estos dos momentos siguen presentando valores promedio μ y desviación estándar σ para $\Delta \ln P_t$.

El modelo de generación de datos **DGP** de $\Delta \ln P_t$ es la clave para entender los mercados alcistas y bajistas. Para este fin debemos categorizar los potenciales DGP’s en los que las ganancias de capital siguen un proceso estocástico **martingala** (el siguiente valor esperado en la secuencia es igual al valor presente independientemente de los valores previos) y los que no lo siguen. La **martingala más simple es el camino aleatorio** (random walk) **con media y desviación constantes**.

$$\Delta \ln P_t = \mu + \sigma \varepsilon_t$$

Algunas extensiones al camino aleatorio básico están motivadas por el hecho de que este modelo implica que las ganancias de capital están distribuidas normalmente, mientras que realmente la muestra se excede por **kurtosis** o mayor concentración (densidad) de valores de la variable tanto muy cerca de la media de la distribución (pico) como muy lejos de ella (colas), con la consecuencia de que deberíamos adoptar un DGP que en el $\Delta \ln P_t$ tenga en cuenta **densidades variables** y que no estén distribuidas normalmente. Una respuesta a esto sería cambiar la densidad de ε_t a otras con colas más gordas, pero es más interesante generar el exceso de kurtosis de forma endógena (que se origina por causas internas), algunas formas para ello serían los modelos autorregresivos **GARCH y EGARCH**.

En los modelos anteriormente nombrados se percibe una **dependencia lineal** en el $\Delta \ln P_t$, lo que motiva la búsqueda de algunas **estructuras no lineales** para poder tener en cuenta la diferencia martingala. Para ello pueden encajar algunos modelos no lineales como las redes neuronales o el umbral de autorregresiones, pero de alguna manera sería mejor producir la no linealidad en un marco que preserve la esencia del contenido estudiado, siendo útil para ello el uso de las **de las Cadenas de Markov**.

En conclusión, podemos decir que las amplias características de los mercados alcistas y bajistas pueden ser consecuencia de las particularidades relativas a los **caminos aleatorios** (random walks) y las formas que siguen estos mercados en sus cotizaciones difícilmente pueden estar bien simuladas por cualquier modelo estadístico, aunque es

necesario conocerlas para su estudio, siendo probable que se produzcan asimetrías en la densidad condicional del proceso de ganancias de capital.

Se han usado numerosos modelos estadísticos y econométricos para evaluar si eran capaces de reproducir los distintos mercados alcistas y bajistas que se habían producido durante un largo periodo de tiempo en cotizaciones de activos estadounidenses (como observamos en la Figura 4).

Para ello se comenzó definiendo la idea de **máximos y mínimos locales** en los precios de los activos, además de usar los **puntos de inflexión locales** para delimitar las diferentes fases. En siguiente lugar podemos observar en las definiciones propuestas, que las características de dichos mercados proceden de **procesos estocásticos** (aquellos cuyo comportamiento no es determinista, en la medida en que el subsiguiente estado del sistema se determina tanto por las acciones predecibles del proceso como por los elementos aleatorios) de fluctuación de las ganancias de capital.

Además de otros modelos que se pueden usar para **simular ganancias de capital** y que al incorporarse al procesamiento de datos proporcionan las características dadas por los aumentos y disminuciones en mercados alcistas y bajistas respectivamente, nosotros nos centraremos en el índice americano **Standard & Poor's (S&P 500)**, el cual **analizaremos con** otro método similar denominado las **Cadenas de Markov**.

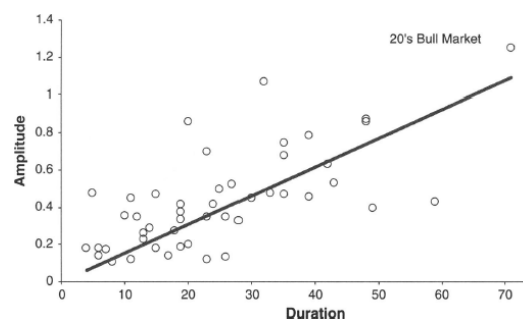


Figura 4: Amplitud versus duraciones de un modelo random walk simulado en mercados alcistas estadounidenses.

(Fuente: Pagan y Sossounov, 2003)

4. Método de las Cadenas de Markov.

Las Cadenas de Markov también conocidas como modelos o procesos de Markov fueron desarrolladas por el matemático ruso Andréi Márkov en 1907, tratándose de un concepto desarrollado dentro del área de conocimiento de la estadística y la probabilidad. Son una buena herramienta para describir situaciones que ocurren con mucha frecuencia en la naturaleza, en la actividad económica, en el comportamiento humano, etc. En las Cadenas de Markov principalmente se establece la **dependencia entre dos eventos, el evento futuro X_{n+1} y su evento inmediatamente anterior (el estado actual) X_n** , asumiendo independencia de los eventos anteriores.

En los estudios de estadística es habitual el análisis de series temporales desde el punto de vista de regresiones, bien de una variable frente a otra (**MCO, mínimos**

cuadrados ordinarios), aunque también de una variable respecto a ella misma referida a periodos anteriores (**AR, modelo autorregresivos**).

Si queremos entender cómo funciona cualquier proceso estocástico como puede ser el movimiento de las cotizaciones de acciones, no basta con dar una explicación y aceptarla tal cual. La explicación o modelo propuesto ha de ser suficientemente buena para que nos permita simular series temporales sintéticas, y podamos comprobar que las propiedades estadísticas del modelo como las de la realidad sean coincidentes. **Media, varianza, kurtosis, skewness** (asimetría de la probabilidad de la distribución), son parámetros estadísticos característicos que deben coincidir. Igualmente la **fdp** (función de densidad de probabilidad) de las simulaciones debe ser parecida a la fdp original que encontramos en la realidad. Y un paso más allá todavía, la **función de autocorrelación** para diferentes retardos de las simulaciones debe coincidir también con la de la realidad.

En ausencia de variables externas explicativas, podemos decir que la mayor parte de los modelos explicativos de series temporales se basan en modelos AR (modelos autorregresivos), **ARMA o ARIMA**, siendo modelos de posición dominante en la estadística y la econometría. Sin embargo, generalmente las cosas no funcionan así, y son las **MC** (Cadenas de Markov) las que mejor representan la realidad. Básicamente existe una estacionariedad cambiante en los procesos que hacen que los **ARMA solo sean válidos en determinados subperiodos específicos**. Hay periodos estables, crecientes, decrecientes, turbulentos, otros estables, y en estos periodos los parámetros cambian radicalmente en los procesos, siendo además periodos relativamente largos que llegan para quedarse hasta que un nuevo cambio de estado se produzca. La mejor descripción podría ser bipolar, estar o no estar, ser o no ser, tener o no tener cierta característica, y esto vendría a ser una **2-states Markov Chains** (estados Bull&Bear).

Principalmente, las Cadenas de Markov se usan para analizar el comportamiento de **procesos estocásticos**, es decir, procesos que estudian el movimiento de variables aleatorias que obedecen leyes probabilísticas, por lo que cada variable aleatoria tiene su propia distribución de probabilidad. Estas variables aleatorias **dependen del momento del tiempo**, estableciendo diferentes estados a lo largo del tiempo discreto ej: $n=0,1,2,3,4,5\dots$. Por ejemplo, en el caso de querer generar datos sintéticos representativos del viento, simular datos que sean parecidos a los que vemos cuando medimos la velocidad del viento en diferentes momentos del tiempo, o también en el caso de los rendimientos diarios de las **acciones en los mercados bursátiles** que son un **proceso estocástico** de tipo **no estacionario**, es decir, un proceso cuya **distribución de probabilidad varía** a lo largo de un cierto periodo de tiempo, por lo que en cada estado cambiarán los parámetros del modelo. Así por ejemplo, según el rango de variación de las rentabilidades de las acciones (ej: rango de variación de -1% a 2% en un periodo de 100 días), **no podremos predecir** la variación exacta en un día en específico, pero **podremos estimar** (sin confirmar) el rango de valores en los que con cierta probabilidad se situará la variable. La Figura 5 ilustra las diferencias gráficas entre diferentes procesos estocásticos estacionarios y no estacionarios.

En los **procesos estocásticos** en los que es posible conocer su desarrollo histórico, podemos **describir su probabilidad futura**, pues en estos procesos estocásticos la probabilidad de que algo suceda depende de su **desarrollo histórico**, tal como comentamos anteriormente depende únicamente de lo ocurrido en el evento inmediatamente anterior, y por ello se dice que las Cadenas de Markov cuentan con cierta memoria.

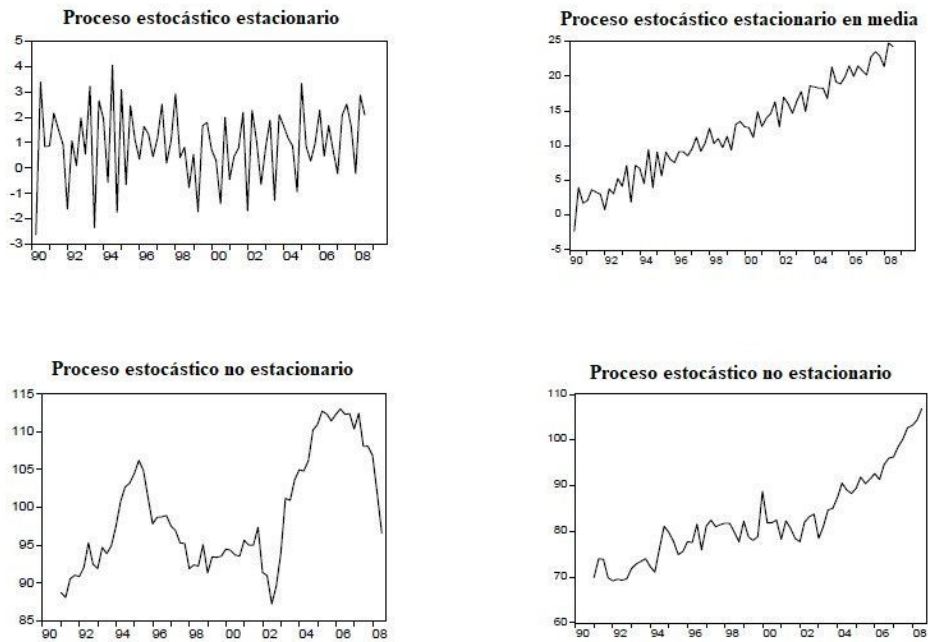


Figura 5: Procesos estocásticos estacionarios versus procesos estocásticos no estacionarios.

(Fuente: Economipedia, 2017)

Se define la **propiedad de Markov** como la condición de que lo que experimenta la cadena en un momento **t+1 solo depende** de lo sucedido en el **momento inmediatamente anterior**, es decir, el momento **t**, **momentos anteriores a t no influirán** (ejemplo t-1 no influirá sobre t+1). Esta propiedad ayuda a estimar la probabilidad de un suceso a largo plazo.

Una vez introducidos los diferentes conceptos, iremos a la demostración matemática. La Cadena de Markov es un proceso estocástico a **tiempo discreto** $\{X_n: n=0,1,2,\dots\}$, con **espacio de los estados (precio o cotización) discreto** $S \{0,1,\dots\}$ y satisface la propiedad de Markov que significa que dado que se conoce la trayectoria hasta el tiempo n de la variable X_n , X_{n+1} depende únicamente del último valor observado X_n y no de los valores anteriores, $P(X_{n+1} = x_{n+1} \mid X_n = x_n)$ En siguiente lugar veremos la distribución de la variable $X_0 \{P(X_0=0), P(X_0=1), \dots\}$ a la que llamaremos **distribución inicial**. A partir de este valor inicial de la Cadena de Markov se generan al azar valores sucesivos de acuerdo a las siguientes probabilidades de transición $P(X_{n+1} = j \mid (\text{dado que}) X_n = i) = P_{ij}(n, n+1)$ y se le llama la **probabilidad de transición** (de paso de un estado a otro) del **estado i (estado actual)** en el tiempo n al **estado j (estado siguiente)** en el tiempo $n+1$. Estas probabilidades de transición son **estacionarias** en el tiempo si no dependen de n , es decir, son idénticas $P_{ij}(n, n+1) = P_{ij}(0, 1) = P_{ij}(1)$ pasar de i a j en un paso = P_{ij} . Al considerar los valores de i y j en los estados se obtiene la **matriz de transición** en un paso para una Cadena de Markov con probabilidades de transición estacionarias. Un ejemplo de estos estados P_{ij} de una matriz de transición lo podemos observar en la Figura 6:

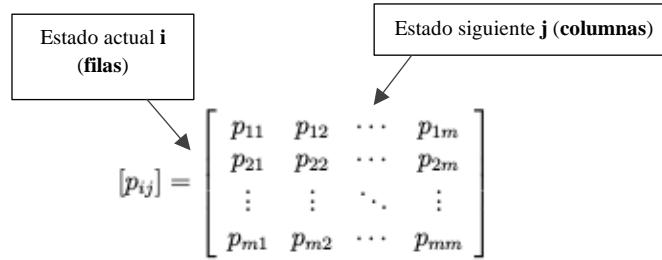


Figura 6: Probabilidades de cambio de estado en una matriz de transición.

(Fuente: elaboración propia)

Además, se establece como condición que la suma de los componentes de cada fila debe sumar 1:

$$p_{11} + p_{12} + \dots + p_{1m} = 1$$

$$p_{21} + p_{22} + \dots + p_{2m} = 1$$

A continuación realizaremos un **ejemplo práctico** ilustrativo en la Figura 7 para poder entender más fácilmente las Cadenas de Markov. Un empresario adquiere un ordenador nuevo cada dos años para su uso personal, el empresario puede elegir entre tres modelos diferentes: Imc, McPro, McAire. Si el modelo que tiene actualmente es un Imc, el siguiente ordenador podrá ser un McPro con probabilidad 0.2, o un McAire con probabilidad 0.15. Si el modelo actual fuera un McPro, las probabilidades de cambiar a Imc y McAire son de 0.6 y 0.25, respectivamente. Pero si el modelo actual fuera un McAire, las probabilidades de comprar los modelos Imc o McPro son 0.5 y 0.1, respectivamente.

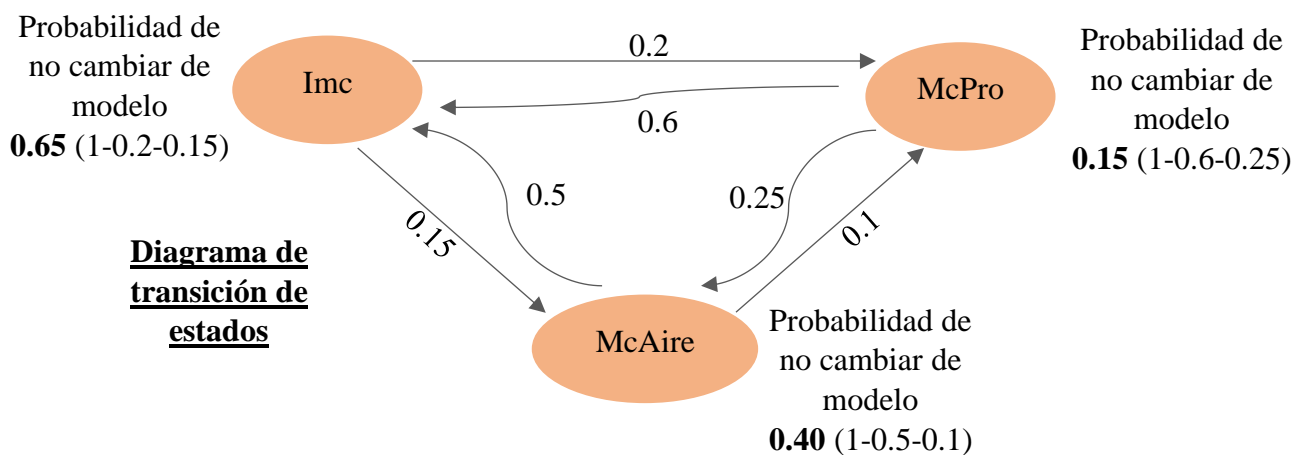


Figura 7: Ejemplo diagrama de transición de estados.

(Fuente: elaboración propia)

Pudiendo observar en este diagrama de transición de estados según las probabilidades, que el empresario se siente más cómodo con el modelo Imc, el cuál tiene la mayor probabilidad (0.65) de volverse a comprar en la siguiente adquisición. Y por otra parte el modelo McPro es el que menos convence al empresario, pues su probabilidad

de volverse a adquirir es la más baja (0.15). Con todos los datos anteriores ya podemos realizar la matriz de transición de un solo paso, la cual reflejamos en la Figura 8:

<u>Matriz de transición de un paso</u>		<u>Estados siguientes</u>				
		↓				
			Imc	McPro	McAire	
Estados actuales →	Imc	[0.65	0.2	0.15	= 1
	McPro		0.6	0.15	0.25	= 1
	McAire		0.5	0.1	0.4	= 1

Figura 8: Ejemplo matriz de transición de un paso.

(Fuente: elaboración propia)

Principalmente se muestra en ella el **estado actual** (ordenador que tenemos actualmente) y **las probabilidades de pasar al estado siguiente** (comprar el mismo ordenador o cualquiera de los otros dos modelos). Debiéndose cumplir como **condición** que el **sumatorio de probabilidades por filas** en cada una de las filas, debe de **ser igual a uno**.

Si por ejemplo nos gustaría pasar del estado 1 (actual) al estado 3 (estado siguiente) en dos pasos, tal como mostramos en la Figura 9, también lo podríamos obtener mediante las probabilidades de transición: $p_{11} p_{13} + p_{12} p_{23} + p_{13} p_{33} + p_{14} p_{43} \dots$. Con la matriz se hace mucho más fácil esta tarea, simplemente si queremos pasar del estado 1 (actual) al estado 3 (estado siguiente) en dos pasos tenemos que multiplicar toda la fila 1 por la columna 3.

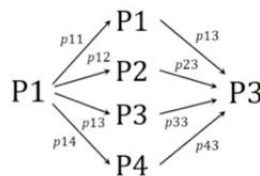


Figura 9: Estados de probabilidad actuales y siguientes.

(Fuente: elaboración propia)

La estimación de las probabilidades de transición es sencilla. Si n_{ij} es el número de transiciones que han ocurrido desde el estado i hasta el estado j en una secuencia de datos con n_i observaciones iniciadas en el estado i , la probabilidad de transición es $p_{ij} = n_{ij}/n_i$.

En teoría parece sencillo de calcular las probabilidades de transición, pero lo que generalmente ocurre en la práctica es que las **observaciones están ‘enmascaradas’ ‘ocultas’** por ruido inevitable que hace que no estemos nunca seguros de qué estado está activo en cada momento. De esta forma entramos en lo que llamamos **HMM (Hidden**

Markov Model, Modelo Oculto de Markov). Para trabajar con las HMM debemos de seguir una serie de pasos:

1. **Identificación de la matriz de transiciones:** ahora no basta con las frecuencias de probabilidades, pues no hay nada que nos diga qué estado está activo en cada momento, existiendo parámetros desconocidos que necesitamos determinar. Una explicación de estos parámetros desconocidos la encontramos en la Figura 10. Posteriormente habrá que **aplicar un algoritmo que pruebe diferentes matrices** y que **elija aquella que maximiza la probabilidad** de que las **secuencias observadas ocurran** (dada esa matriz).

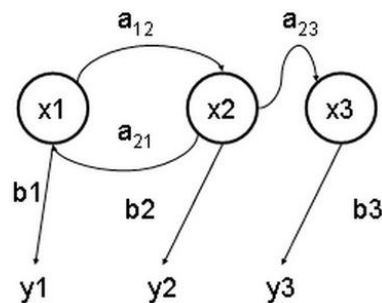


Figura 10: Explicación de elementos en diagrama de transición de estados HMM.

(Fuente: Wikipedia, 2021)

Ejemplo de diagrama de transición de estados en un Modelo Oculto de Markov:

x: estados ocultos **y:** salidas observables **a:** probabilidades de transición
b: probabilidades de salida

2. **Identificación de estados:** se consigue mediante el **algoritmo de Viterbi** siendo la parte más compleja del proceso. Una vez calculada la matriz de transición, cada observación puede asignarse a un estado con una probabilidad determinada, siendo el algoritmo de Viterbi el que asigna a esa observación el estado más probable para ella.

Una cosa que no se nos debe olvidar, es que esta técnica, **no sólo** sirve para **identificar estados**, sino también para **predecir**, al menos **decirnos en momentos de incertidumbre** si el **mercado es de un tipo o de otro**, siendo este nuestro propósito principal, el poder usar la metodología de las Cadenas de Markov para poder identificar con mayor exactitud los periodos activos a partir de las cotizaciones históricas. Expondremos varios ejemplos de la metodología en posteriores apartados del trabajo.

4.1 Algoritmo de detección Viterbi.

El algoritmo de Viterbi es un algoritmo que desarrolló James Viterbi en 1967 como una **técnica de codificación convolucional** diseñada para **reducir la probabilidad**

de transmisión errónea a través de **canales de telecomunicación ruidosos**. Actualmente sigue siendo útil para esos fines (en redes de telefonía celular digital, satélites, comunicaciones espaciales, redes inalámbricas...) y además se ha aplicado para bioinformática o para el reconocimiento de voz, en este caso a cada secuencia de estados (sonidos de voz) le corresponde una secuencia de **etiquetas** (labels) para clasificarlas, es decir, le corresponderían: palabras, caracteres, fonemas, sufijos, etc. Una vez **observada** una determinada **secuencia de estados**, se **deduce la siguiente secuencia** de estados más probable.

Como podemos deducir del ejemplo anterior, se trata de un **algoritmo de programación dinámica** que permite hallar la secuencia más probable de los estados ocultos (el llamado camino de Viterbi) que produce y explica una secuencia determinada de observaciones, especialmente cuando usamos como fuente de información las **Cadenas de Markov y los Modelos Ocultos de Markov**. En nuestro caso hemos aplicado este algoritmo para determinar los diferentes periodos alcistas y bajistas del S&P 500 mediante la identificación de patrones específicos en las cotizaciones históricas.

4.2 Lenguaje de programación R.

El lenguaje R es un **lenguaje estadístico-matemático** creado por Ross Ihaka y Robert Gentleman ambos profesores de la universidad de Auckland (Nueva Zelanda), es Open Source (software libre), y se considera al lenguaje R como una **implementación del lenguaje S** desarrollado a mediados de los años 70 en Bell Labs. Como anécdota comentar que se llama lenguaje R debido a que la letra inicial de los nombres de ambos creadores es la R.

Se trata de un lenguaje pensado para la **computación estadística, matemática, simulaciones o la realización de gráficos**, permitiéndonos realizar un análisis sobre ellos, así como el análisis de Cadenas de Markov. Una de sus ventajas es la cantidad de ejemplos disponibles para ayudarnos a aplicar en la práctica, pues contiene **manuales de funcionamiento y paquetes de programación**, y su facilidad de uso con respecto a otros lenguajes como JAVA o C.

Para usar el lenguaje R usaremos **Rstudio** y obtendremos los datos de las cotizaciones directamente de webs contrastadas como Yahoo Finanzas o Investing.

4.3 Simulación y detección de periodos Bull&Bear.

La **detección de periodos** es necesaria cuando intentamos decidir que **estrategia implementar** según el estado actual **del mercado**, sea cual sea su posterior aplicación (trading, inversiones a largo plazo...). Existen periodos de marcada tendencia en los que se deben seguir estrategias de **tendencias**, y en esos casos estas trabajan mejor que las demás estrategias, sin embargo hay casos donde las estrategias de **reversión hacia la media** funcionan mejor.

Para detectar los periodos del mercado adoptaremos el **Modelo de Cambio de Periodos Ocultos de Markov** (cambios entre periodos alcistas y bajistas), usándose para ello como referencia un ejemplo del Modelo de Cambio de Periodos de Markov en MATLAB, adaptándose a posteriori al lenguaje R.

La idea que se encuentra detrás del uso de este Modelo de Cambio de Periodos para identificar los diferentes estados de los mercados, es que las **rentabilidades del**

mercado pudieron haber sido **extraídas de 2 o más distribuciones distintas**. Como base, por ejemplo, podemos suponer que las rentabilidades del mercado son **muestras de una distribución normal $N(\mu, \sigma)$** :

$$\text{Rentabilidad} = \mu + \sigma e, e \sim N(0, \sigma). \quad (e = \text{error o ruido})$$

Seguidamente podemos suponer que las **rentabilidades** del mercado son **muestras de dos distribuciones normales** (las rentabilidades durante un mercado alcistas pueden ser $\sim N(\mu.\text{Bull}, \sigma.\text{Bull})$ y las rentabilidades durante los periodos bajistas pueden ser $N(\mu.\text{Bear}, \sigma.\text{Bear})$).

$$\text{Rentabilidad} = \mu + \sigma e, e \sim N(0, \sigma).$$

$\mu = \mu.\text{Bull}$ para los periodos alcistas y $\mu.\text{Bear}$ para los periodos bajistas

$\sigma = \sigma.\text{Bull}$ para los periodos alcistas y $\sigma.\text{Bear}$ para los periodos bajistas

Afortunadamente **no** tenemos que **establecer manualmente** según los rendimientos obtenidos los **periodos alcistas o bajistas**, nos hemos ayudado de un **paquete de programación** específico en lenguaje R (RHmm para las Capas Ocultas de los Modelos de Markov) que usa un **algoritmo** para **descifrar los Modelos Ocultos de Markov y así establecer los diferentes periodos** (Taramasco y Bauer, 2007). Usando para ello el programa Rstudio que se encarga de ejecutar las líneas de código en lenguaje R introducidas y así poder generar las gráficas correspondientes. Mostramos a continuación diferentes ejemplos ilustrativos sobre lo expuesto en este párrafo:

Ejemplo 1

En este primer ejemplo, inicialmente **generamos** una **serie de datos manualmente** (rentabilidades o rendimientos esperados del mercado), produciendo en este caso un periodo bajista y dos periodos alcistas, que los **identificamos con distribuciones normales** (distribuciones gaussianas) con **longitud temporal, media** (μ) y **varianza** (sigma cuadrada σ^2) determinadas. Especificamos que el **mercado se alterna entre periodos alcistas y bajistas**, por lo que las dos únicas alternativas existentes que nos encontramos fueron las distribuciones normales bajistas y alcistas, asignándoles el **estado 1** para las **bajistas** y el **estado 2** para las **alcistas**. Una vez introducida esta idea principal, pasamos a **unificar todas estas distribuciones** (identificando a “y” como la distribución de todos los rendimientos = $c(\text{bull1}, \text{bear1}, \text{bull2})$) **en un único periodo** más largo y el cual además asigna dos estados diferentes según el tipo de rendimiento generado como nombramos anteriormente, pudiendo así encontrar y diferenciar claramente las diferentes fases alcistas y bajistas:

```
bull1 = rnorm( 100, 0.10, 0.15 )
```

```
bear1 = rnorm( 100, -0.01, 0.20 )
```

```
bull2 = rnorm( 100, 0.10, 0.15 )
```

```
true. states = c( rep(1,100), rep(2,100), rep(1,100) )
```

```
returns = c( bull1, bear1, bull2 )
```

y = returns

Así comienza generando la **matriz de transición** (matriz cuadrada de dimensión 2, es decir, 2x2) **de dos estados**:

```
ResFit = HMMFit (y, nStates=2)
ResFit$HMM$transMat
      Estado 1      Estado 2
Estado 1 0.987705982 0.01229402
Estado 2 0.006724922 0.99327508
```

A la cual se le asignan **dos probabilidades posibles** (la mínima y la máxima, es decir, 0 y 1) $\pi_1 = 7.937524e-37$ y $\pi_2 = 1$, además de fijar unos **parámetros de media y varianza** determinados:

	media	varianza
Estado 1	0.001253249	0.03808439
Estado 2	0.115281126	0.01840920

Una vez realizado todo esto, podemos **aplicar el algoritmo de Viterbi** para poder **estimar** con mayor exactitud el **Modelo Oculto de las Cadenas de Markov** en los rendimientos de las cotizaciones del índice. Obteniendo las **dos gráficas** expuestas en la Figura 11, donde se reflejan claramente los estados que tienen las cotizaciones en cada momento temporal:

```
Plot probabilities and implied states
layout(1:2)
plot(VitPath$states, type='s', main='Estados Implicados', xlab="", ylab='Estado',
frame=FALSE)
matplot(fb$Gamma, type='l', main='Probabilidades suavizadas',
ylab= 'Probabilidad', frame=FALSE)
legend (x='topright', c('Estado 1','Estado 2'), fill=1:2, bty='n')
```

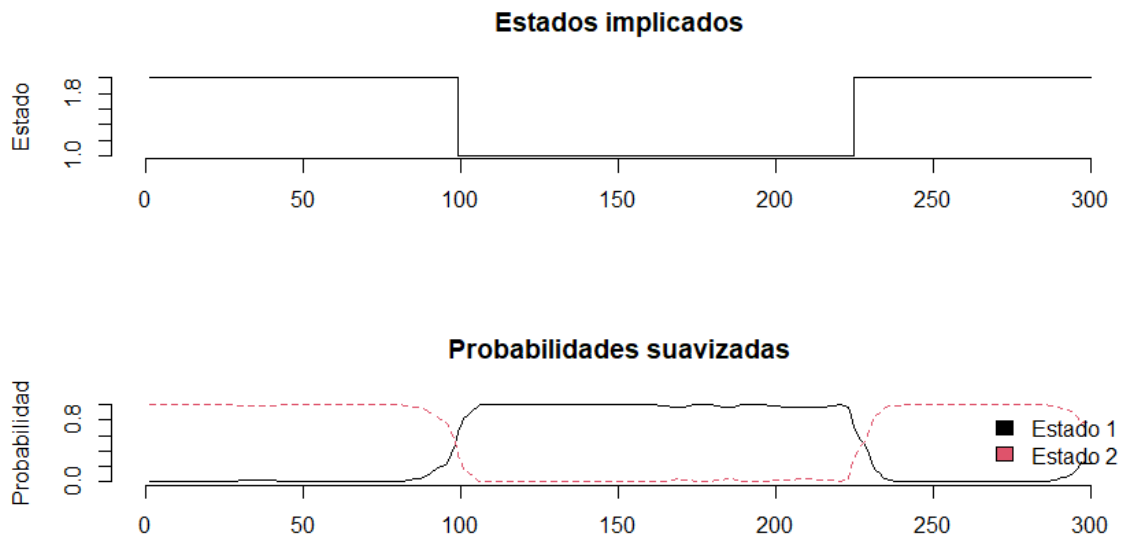


Figura 11: Estados de las cotizaciones según el momento temporal.

(Fuente: elaboración propia)

En la primera gráfica podemos observar cómo el programa diferencia las cotizaciones según los **estados 1 (bajista) o 2 (alcista)**, teniendo por lo tanto **dos intervalos alcistas y un intervalo bajista**. Y por otra parte en la segunda gráfica, se muestra la **probabilidad de encontrarnos en un estado u otro** a lo largo del tiempo, como podemos observar en el periodo (0,100) y (200,300) la probabilidad de estar en fase alcista (estado 2) es mucho mayor pues es prácticamente 1, siendo la probabilidad de estar en fase bajista prácticamente nula en estos periodos, sin embargo en el periodo (100,200) la probabilidad de ser una fase bajista (estado 1) fue mucho mayor con respecto a la de ser una fase alcista.

Ejemplo 2

En este segundo ejemplo comenzamos igualmente **generando una serie de datos manualmente**, esta vez **además de los tres periodos del ejemplo anterior**, nos encontramos **adicionalmente con un periodo alcista y dos periodos bajistas**, que luego unificamos en un único periodo más largo con dos estados diferentes, a la que aplicamos igualmente el algoritmo de Viterbi:

```
bear2 = rnorm( 100, -0.01, 0.20 )
bull3 = rnorm( 100, 0.10, 0.10 )
bear3 = rnorm( 100, -0.01, 0.25 )
y = c( bull1, bear1, bull2, bear2, bull3, bear3 )
VitPath = viterbi(ResFit, y)$states
```

Generando así una **serie de gráficas** representativas de las distribuciones normales generadas que se reflejan en la Figura 12:

```

layout(1:3)
plota.control$col.x.highlight = col.add.alpha(true.states+1, 150)
plota(data, type='h', plotX=F, x.highlight=T)
plota.legend('Returns + True Regimes')
plota(cumprod(1+data/100), type='l', plotX=F, x.highlight=T)
plota.legend('Equity + True Regimes')
plota.control$col.x.highlight = col.add.alpha(VitPath+1, 150)
plota(data, type='h', x.highlight=T)
    
```

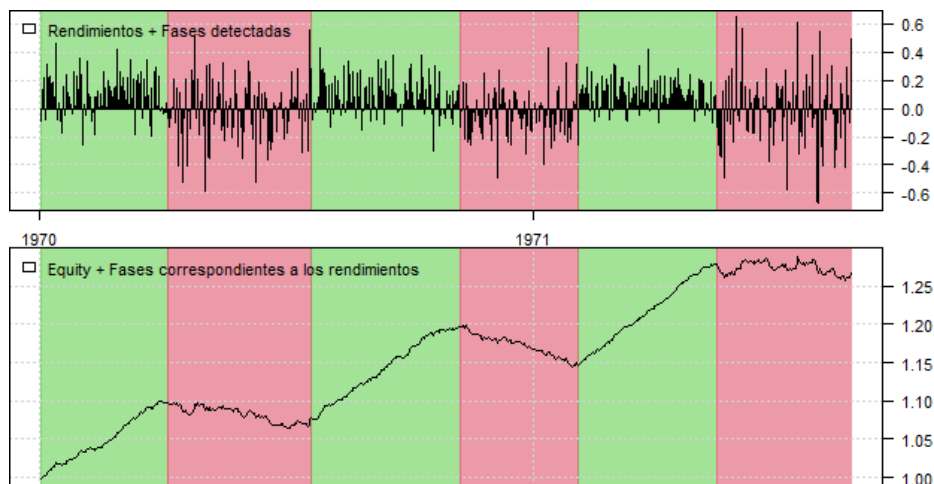


Figura 12: Estados alcistas o bajistas sombreados en color.

(Fuente: elaboración propia)

En los cuales los periodos coloreados en **verde corresponden a periodos alcistas** y los coloreados en **rojo son los periodos bajistas** identificados por el algoritmo de Viterbi en las cotizaciones, pudiendo observar con claridad que **tenemos tres periodos alcistas y tres periodos bajistas**. Analizándolo un poco más, en la **segunda gráfica** destacamos los **grandes aumentos** que se producen durante los **periodos alcistas**, siendo periodos mucho **más estables** pues en la mayoría del tiempo están en crecimiento, en contraste con las **pequeñas disminuciones** que se producen en las cotizaciones a lo largo los **periodos bajistas**, denotando que es un periodo **mucho más inestable** con muchos aumentos y disminuciones en las cotizaciones, haciendo que **su estimación sea más compleja que la de los periodos alcistas**.

5. Resultados del S&P con Cadenas de Markov durante 1944-2015.

5.1 Resultados principales de la simulación B&B y principales periodos de crisis identificados en el subperiodo.

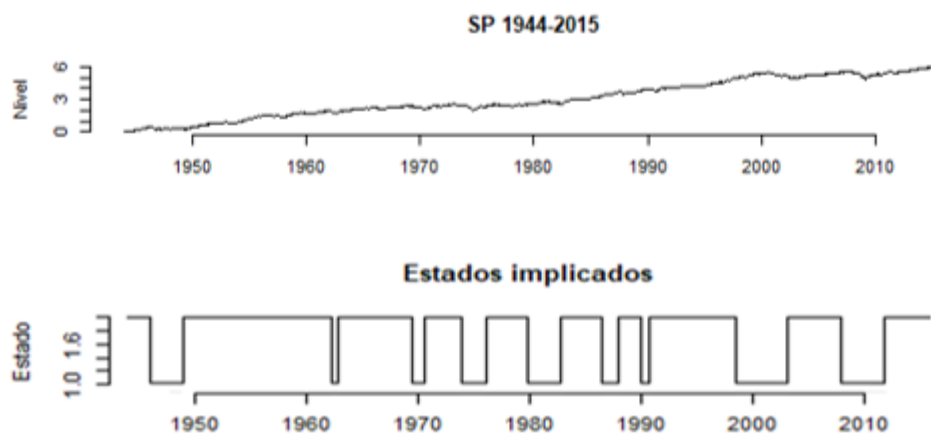
Tras la breve introducción de la simulación B&B en lenguaje R realizada anteriormente, la aplicaremos para llegar a los resultados deseados del índice S&P durante el periodo de tiempo estudiado (1944-2015). Comenzamos cargando la librería RHmm (Taramasco y Bauer, 2007), **generando** una serie de **datos provenientes de documentos** de texto externos (obtenidos de páginas webs contrastadas), en los que tendremos todos los datos de 1944-2015 del índice S&P, asignando el **estado 1** a los periodos bajistas y el **estado 2** a los periodos alcistas.

```
dat <- read.table("21_HMM_SPYa.txt")
y <- dat[,2]
d <- dat[,1]
```

Luego se crearán las **matrices de transición** correspondientes, a la que aplicamos igualmente el algoritmo de Viterbi:

```
ResFit = HMMFit(y, nStates=2)
ResFit$HMM$transMat
ResFit$HMM
ResFit$HMM$distribution
VitPath = viterbi(ResFit, y)
head(VitPath)
```

A continuación, tras realizar algunas modificaciones en RStudio, ya podremos obtener las **gráficas** correspondientes al **segundo subperiodo** del índice S&P 1944-2015, que veremos evidenciadas en la Figura 13:



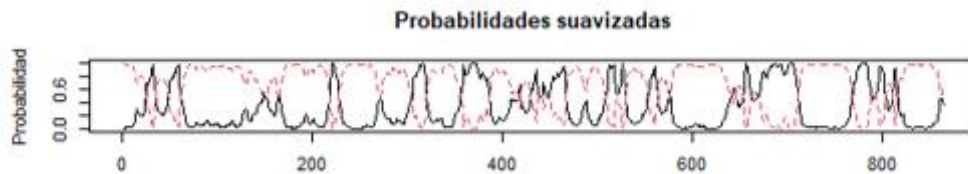


Figura 13: Rendimientos acumulados, estados y probabilidades implicadas en el subperiodo 1944 – 2015.

(Fuente: elaboración propia)

En la primera gráfica podemos observar el **desarrollo del índice S&P**, durante este subperiodo, concluyendo que **aumentó y multiplicó casi por 6 su cotización** inicial desde 1944, en cambio en la segunda gráfica se muestran los **diferentes estados** que hubo durante este subperiodo, identificando al estado 1 con fases bajistas y al estado 2 con fases alcistas. Y en último lugar, en la tercera gráfica se refleja la **probabilidad estimada de encontrarnos en un estado u otro** según el momento temporal en el que nos situáramos, en este caso el eje x no se divide en años, sino en el número de meses transcurridos desde el inicio del subperiodo hasta su finalización.

La **matriz de transición que optimiza la detección de periodos** es $P = (0.984 \ 0.0163 / 0.036 \ 0.964)$. De esta forma, tal como se observa en la Figura 13, el **número de periodos alcistas y bajistas** es considerablemente **menor que con el algoritmo de fechas**, 10 periodos alcistas y 9 periodos bajistas. En consecuencia, la **duración** de los periodos alcistas y bajistas es considerablemente **mayor que con el algoritmo de fechas**, teniendo en los periodos alcistas una duración media de 61 meses y en los periodos bajistas una duración media de 28 meses.

Teniendo en cuenta los resultados anteriormente expuestos, pasaremos a observar las **similitudes entre las crisis** popularmente **reconocidas** (Figura 1) y los **diferentes periodos bajistas** obtenidos con el método de las **Cadenas de Markov** los cuales mostramos en la Figura 14:

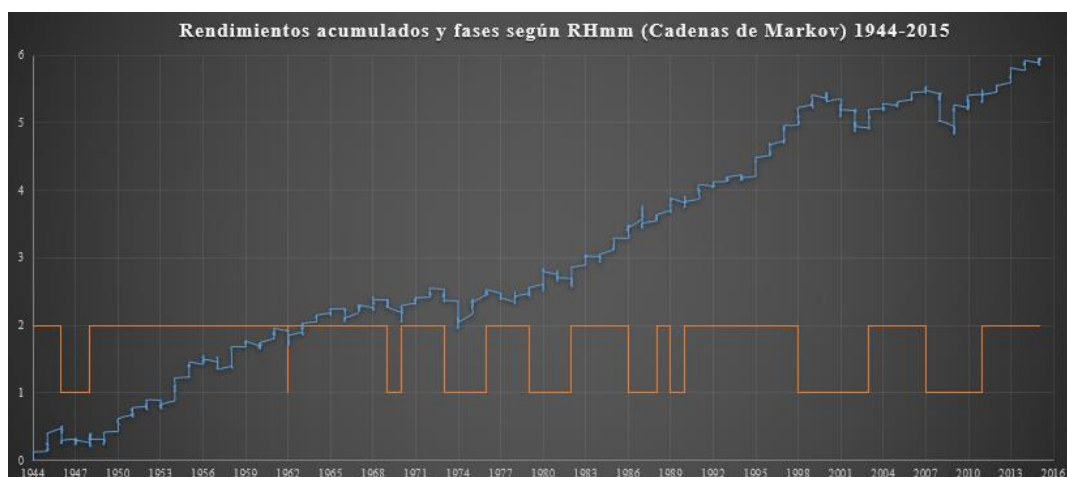


Figura 14: Rendimientos acumulados y fases según el método de las Cadenas de Markov durante el subperiodo 1944 – 2015.

(Fuente: elaboración propia)

Comenzaremos en **orden cronológico ascendente** (es decir, de izquierda a derecha) de la gráfica naranja identificando los **periodos bear con las crisis económico-financieras** desde 1944 hasta 2015. Indicar inicialmente que debido a las dificultades existentes para recuperarse económicamente cuando una de estas crisis golpea con severidad, muchos de las depresiones económicas van un poco más allá que la temporalidad de las crisis estrictamente definidas anteriormente.

En primer lugar, detectamos un periodo bajista posterior a **1944 y anterior a 1947**, que se refleja sin lugar a duda con la crisis del **período de posguerra de la Segunda Guerra Mundial** (1945 - 1947) y que, si precisamos vemos como se alarga a un poco más allá de 1947. Los siguientes dos periodos bajistas de pequeña extensión que aparecen en la gráfica, tanto el de **1962**, como el de **1969** (aproximadamente), **no los podemos identificar con crisis de relevancia mundial**, seguramente se hayan producido por movimientos económicos a nivel nacional o de menor escala. La siguiente depresión producida en **1973**, es causa de la importante **Crisis del Petróleo** (1973 - 1974), además en **1978 hasta 1981**, se produjo la **segunda Crisis del Petróleo** que fue de menor relevancia global para la economía y por lo tanto no la tuvimos en cuenta para el eje cronológico, pero que también se observa en esta gráfica explícitamente. A posteriori, desde **1986 y hasta prácticamente 1991**, vemos como aparece la **Burbuja Financiera e Inmobiliaria de Japón** (1986 - 1991), existiendo un pequeño **repunte al alza en 1988 hasta 1990** posiblemente consecuencia de la decisión del Banco Central de Japón, que ante el riesgo inflacionista de la economía y la depreciación del yen frente al dólar decidió aumentar el tipo de interés bancario, que pasó del 2,5% al 6% (Burbuja financiera e inmobiliaria en Japón, 2021). Posteriormente hasta el año 1992 los precios de las acciones sufrieron un fuerte descenso y los precios de los bienes inmuebles cayeron. Por su parte, el **Lunes Negro** (19 de octubre de 1987) **no se ve de forma tan explícita**, debido a la concurrencia con el mismo periodo bajista que el de la Burbuja Financiera e Inmobiliaria de Japón. Respecto a la crisis del **Efecto Tequila** (1994 – 1995), **no podemos hacerla corresponder** con ninguno de los **periodos bear obtenidos, siendo esta la principal deficiencia del método**. El siguiente periodo bajista, podemos ajustarlo indudablemente con la **Crisis Financiera Asiática (1997 – 1998)** y la **Burbuja Puntocom (1997 – 2001)**, apuntando como hicimos en el caso del Lunes Negro, la **Crisis del Vodka** (1998) al coincidir con el periodo bajista de estas crisis de mayor duración, **no se puede ver expresamente** en la gráfica, pero creemos que las Cadenas de Markov también la identifica. En último lugar localizamos a la **Crisis Financiera Global (2008)** de manera expresa teniendo un fuerte impacto a la baja como podemos observar en la gráfica de color azul, en la cual durante ese año se produjo un importante descenso en los rendimientos de ganancias de capital acumulados.

5.2 Distribución de las rentabilidades y principales estadísticos.

El periodo de estudio, conformado por 864 meses o 72 años (1944 - 2015), presenta una **rentabilidad anual media** de +8.2324% y una rentabilidad mensual media +0.6860%. Estas rentabilidades medias **positivas reflejan la tendencia alcista** seguida durante todo el periodo de estudio. El número de **meses** en los que se ha **mantenido un periodo alcista** en el segundo subperiodo (614 meses), **duplica** en exceso los meses en los que se ha **mantenido un periodo bajista** (250 meses), confirmando así la idea sugerida inicialmente de que los periodos alcistas son de mayor duración respecto a los bajistas en la mayoría de las ocasiones. Además, desgranándolo un poco más vemos como la **rentabilidad media anual** de los periodos **alcistas** es de +12.8331%, siendo de mayor

magnitud (alejándose mucho más de 0) comparado con la rentabilidad media anual de los periodos **bajistas** -3.0670%.

Fijándonos en las **varianzas mensuales del segundo subperiodo**, vamos a desgranarlas tanto para sus fases alcistas como bajistas. En primer lugar, si analizamos las varianzas **alcistas** siendo de 0.0995% mensual y de 1.1943% anualmente (desviación típica anual 10.9%), podemos determinar que ambas se tratan de varianzas **de pequeño calibre**, considerándose periodos alcistas de rentabilidades **estables y con un riesgo bastante aceptable** a la hora de entrar en el mercado con este tipo de fases. En relación con las fases **bajistas**, a la hora de detallar sus varianzas, tenemos un porcentaje mensual de 0.3352% y un porcentaje anual de 4.0222% (desviación típica anual 20.1%), esto como podemos comprobar **difiere** de forma notable con respecto **a las varianzas de los periodos alcistas**, siendo una **diferencia 4 veces mayor** la varianza anual bajista respecto a la alcista.

Con todo esto podemos concluir que las **rentabilidades** en las fases **bajistas varían en mayor medida**, siendo **más difícil la estimación** de los **movimientos** que tendrán sus **rentabilidades** y por lo tanto el poder obtener un pronóstico que se asemeje a la realidad. En cambio, en las **fases alcistas** se hace mucho **más sencilla** la tarea de **estimar los movimientos que tendrán sus rentabilidades** en un futuro cercano debido a las varianzas de menor magnitud.

Para este apartado adicionalmente, generamos **dos gráficas de densidades de probabilidad** expuestas en la Figura 15, según los **estados uno (bajista) o dos (alcista)**, en las cuales la **línea negra** corresponde a la curva de **densidades de probabilidad** de una **distribución normal**, y la **línea verde** a la **distribución** de densidades de las **estimaciones realizadas por el algoritmo** de Viterbi en sus cálculos. Podemos observar que las estimaciones, aunque difieren en algunos datos alrededor de la media (siendo algo poco significativo) coinciden en su mayoría con la línea de las distribuciones normales, por lo que podemos concluir que el algoritmo ha hecho un buen trabajo y las podemos considerar buenas estimaciones.

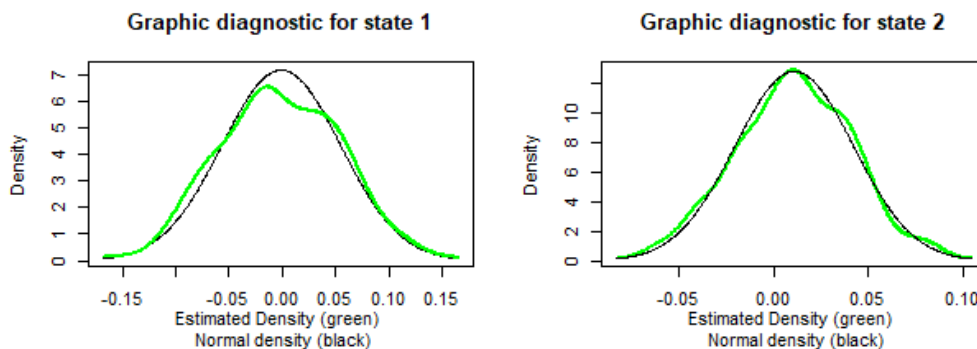


Figura 15: Función de densidad de probabilidad para el estado 1 y 2, según las Cadenas de Markov.

(Fuente: elaboración propia)

5.3 Principales diferencias de ambos métodos.

Podemos destacar principalmente como diferencia entre ambos métodos, la **exactitud con la que el método de las Cadenas de Markov identifica los diferentes periodos bajistas y alcistas en los datos** de cotizaciones estudiados. Como hemos podido observar en el apartado 5.1, las gráficas expuestas por este método son bastante claras y pueden identificar con facilidad los diferentes periodos existentes en los datos. Sin embargo, el método de **Pagan y Sossounov (2003)** es **más inestable** siendo en muchas ocasiones más ardua y **compleja la tarea de identificar** o estimar las diferentes **fases** y sobre todo el lugar exacto **donde se producen los puntos de inflexión** entre una fase y otra, además este método no elimina y tiene en cuenta los **valores atípicos** (outliers) en la fluctuación de las cotizaciones, **obteniendo así más fases comparado** con el método de las **Cadenas de Markov**. Sin embargo, no identifica fases con duraciones demasiado cortas, como si lo hacen métodos de otros autores (por ejemplo, el seguido por Lunde y Timmermann (2000)), apoyamos nuestro argumento con la gráfica evidenciada en la Figura 16:

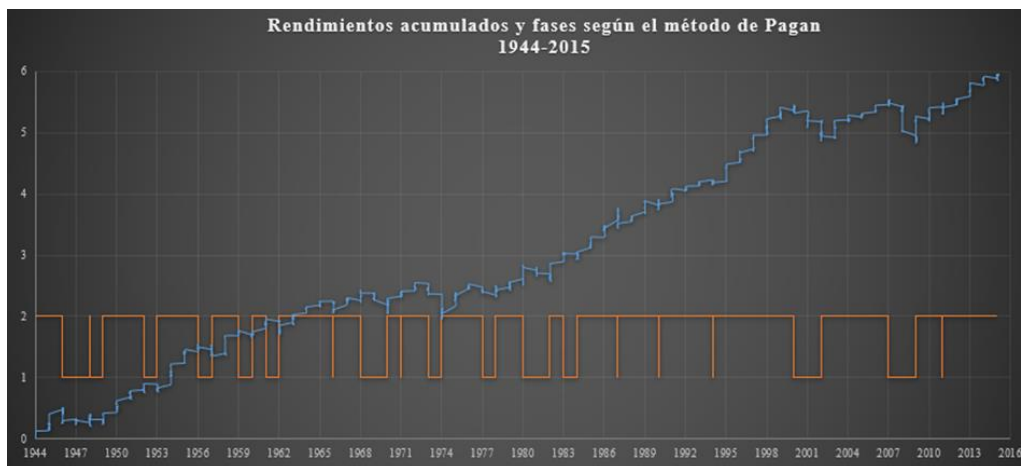


Figura 16: Rendimientos acumulados y fases según el método de Pagan y Sossounov durante el subperiodo 1944 – 2015.

(Fuente: elaboración propia)

En la cual se detectan **19 periodos bajistas y 20 alcistas**, en contraposición con los **9 periodos bajistas y 10 alcistas** que obtenemos en el mismo periodo de tiempo con el método de las **Cadenas de Markov**, siendo evidente la elevada cantidad de fases detectada por el método de Pagan y Sossounov, las cuales **nos pueden llevar a incorrecciones en la estimación de las fases**.

6. Conclusiones.

Para ir dando las últimas pinceladas sobre el desarrollo de nuestra memoria, haremos una síntesis de las principales consideraciones y motivos los cuales nos han llevado paso a paso desde el momento inicial de esta investigación a decidirnos por uno de los dos métodos analizados.

Inicialmente analizamos la **cronología de las principales crisis acontecidas durante 1944-2015**, lo que nos apoyó posteriormente a identificar estas crisis con los diferentes periodos bajistas obtenidos con el método de las Cadenas de Markov. En la evaluación del artículo “Simple Framework for Analysing Bull and Bear Markets”, obtuvimos el **marco de referencia** para trabajar, conociendo las descripciones de cuando un **mercado es alcista o bajista** al aumentar o disminuir el precio de las cotizaciones en un periodo de tiempo prolongado, y los cambios que se producen al pasar de una fase a otra en lo que se considera como **puntos de inflexión**. En relación a esto aparece la necesidad de fijar diferentes **límites** tanto **temporales** como **porcentuales** de la duración y dimensión respectivamente, para así restringir la extensión de estos movimientos al alza o la baja, **sin** que suponga **perder información**, pero **tampoco detectar periodos alcistas o bajistas irrelevantes** en las cotizaciones.

En segundo lugar analizamos el artículo “Market Timing with Moving Averages: The Anatomy and Performance of Trading Rules”, el cual pretende **determinar** los distintos **puntos de inflexión** en el conjunto de **datos** no procesados (raw data) mediante una serie de **normas complejas** que delimitan a estos puntos de inflexión, y adicionalmente establece una serie de **operaciones de censura** que pretenden eliminar máximos, mínimos, ciclos y fases que **no cumplen** con las **condiciones de temporalidad** establecidas. Además, en este apartado recogemos el interesante análisis empírico que el autor realiza sobre datos reales del S&P500 en un periodo de casi 200 años.

Las Cadenas de Markov son una alternativa interesante para la detección de periodos alcistas y bajistas, porque en ellas se establece la dependencia entre dos eventos, el evento futuro y su evento inmediatamente anterior, y con el apoyo del lenguaje de programación R, realizamos una serie de **ejemplos ilustrativos**, para así introducir y comprender mejor la metodología práctica de los cambios entre fases de las rentabilidades de las cotizaciones de índices o acciones del mercado, aplicando finalmente esta metodología a los datos del S&P500 en el periodo 1944-2015.

Con todo ello podemos concluir que si realizamos una breve **comparativa entre el método de Pagan y Sossounov con el de las Cadenas de Markov**, determinamos que el **método de Pagan y Sossounov no es del todo idóneo debido a la gran cantidad de fases que pueden llevar a confusión** a la hora de analizar un determinado índice o activo en el mercado, mientras que el **método de las Cadenas de Markov refleja mejor la realidad** y podemos **fiarnos** en mayor medida de **sus predicciones**. Aunque la interpretación de las Cadenas de Markov no sea tan clara debido a que no responde a reglas sencillas como el algoritmo de fechas, en el caso estudiado ha producido resultados razonablemente buenos lo que para este propósito hace que nos decantemos hacia él.

7. Referencias bibliográficas.

- ◆ Algoritmo de Viterbi. (2021). *Wikipedia, La enciclopedia libre*. Fecha de consulta: 12:28, abril 19, 2021 desde <https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Algoritmo de Viterbi&oldid=133244716>.
- ◆ Álvarez, A. y Álvarez, Y. (2018). Cronología de las crisis y burbujas financieras. Recuperado de: <https://www.elsaltodiario.com/crisis-financiera/cronologia-de-crisis-y-burbujas-financieras-del-capitalismo>
- ◆ Banco de España. (2020). *Boletín Económico*. Recuperado de: https://www.bde.es/bde/es/secciones/informes/boletines/Boletin_economic/index2020.html
- ◆ Banco de España. (2021). *Boletín Económico*. Recuperado de: https://www.bde.es/bde/es/secciones/informes/boletines/Boletin_economic/index2021.html
- ◆ BBC. (2020). Las 14 recesiones de los últimos 150 años (y por qué la del coronavirus sería la cuarta peor). (7 de julio de 2020). Recuperado de: <https://www.bbc.com/mundo/noticias-53303499>
- ◆ Burbuja financiera e inmobiliaria en Japón. (2021). *Wikipedia, La enciclopedia libre*. Fecha de consulta: 08:25, mayo 22, 2021 desde <https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Burbuja financiera e inmobiliaria en Japón&oldid=133755796>
- ◆ Cadena de Márkov. (2021). *Wikipedia, La enciclopedia libre*. Fecha de consulta: 17:49, abril 17, 2021 desde <https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Cadena de M%C3%A1rkov&oldid=134652752>.
- ◆ Crisis del petróleo de 1979. (2021). *Wikipedia, La enciclopedia libre*. Fecha de consulta: 09:18, mayo 22, 2021 desde <https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Crisis del petr%C3%B3leo de 1979&oldid=134952466>.
- ◆ Cinco Días (2015). ¿Cuáles han sido las siete peores crisis financieras de la historia? (28 de agosto de 2015). Recuperado de: <https://www.eleconomista.com.mx/sectorfinanciero/Cuales-han-sido-las-siete-peores-crisis-financieras-de-la-historia-20150828-0044.html>

- ◆ Fisher I. (1925). Our unstable dollar and the so-called business cycle. *Journal of the American Statistical Association* 23: 179-202
- ◆ Gonzalez, L., Powell, J. G., Shi, J., and Wilson, A. (2005). “Two Centuries of Bull and Bear Market Cycles”, *International Review of Economics and Finance*, 14 (4), 469-486.
- ◆ Hamilton WP. (1919). Stock market analysis. *Wall Street Journal* 9 August: 1919. Reprinted in Rhea R. 1932. *The Dow Theory*. Barron’s: New York; 181-182.
- ◆ López, E. (s.f.). Cadenas de Markov. Universidad de Málaga. Recuperado de: <http://www.lcc.uma.es/~ezeqlr/ios/Tema4.pdf>
- ◆ López, J. (2017). Proceso estocástico estacionario. Recuperado de: <https://economipedia.com/definiciones/proceso-estocastico-estacionario.html>
- ◆ Lunde A, Timmermann A. (2000). Duration dependence in stock prices: an analysis of bull and bear markets. Mimeo, University of California, San Diego.
- ◆ Lunes negro (1987). (2021). Wikipedia, La enciclopedia libre. Fecha de consulta: 11:57, junio 6, 2021 desde [https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Lunes_negro_\(1987\)&oldid=134920738](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Lunes_negro_(1987)&oldid=134920738).
- ◆ Malkiel BG. (1973). *A Random Walk Down Wall Street*. Norton: New York.
- ◆ Marín, J. M. (s.f.). Introducción a los Procesos Estocásticos. Universidad Carlos III de Madrid. Recuperado de: <http://halweb.uc3m.es/esp/Personal/personas/jmmarin/esp/PEst/tema2pe.pdf>
- ◆ Migueles R. (2020). Las mayores crisis económicas del mundo. Recuperado de: <https://www.eluniversal.com.mx/cartera/conoce-cuales-fueron-las-crisis-economicas-mundiales-de-los-ultimos-anos>
- ◆ Modelo oculto de Márkov. (2021). Wikipedia, La enciclopedia libre. Fecha de consulta: 21:40, abril 28, 2021 desde https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Modelo_oculto_de_M%C3%A1rkov&oldid=133227731.
- ◆ OpenWebinars. (2018). ¿QUÉ ES EL LENGUAJE R? Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=lnq_Te748-s

- ◆ Pagan, A. R. y Sossounov, K. A. (2003). A Simple Framework for Analysing Bull and Bear Markets. *Journal of Applied Econometrics*, 18 (1), 23-46.
- ◆ Proceso estocástico. (2021). Wikipedia, La enciclopedia libre. Fecha de consulta: 08:02, abril 18, 2021 desde https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Proceso_estoc%C3%A1stico&oldid=134543066.
- ◆ R (lenguaje de programación). (2021). Wikipedia, La enciclopedia libre. Fecha de consulta: 12:13, abril 19, 2021 desde [https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=R_\(lenguaje_de_programaci%C3%B3n\)&oldid=133811268](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=R_(lenguaje_de_programaci%C3%B3n)&oldid=133811268).
- ◆ Sánchez, J. (2016). Cadena de Markov. Recuperado de: <https://economipedia.com/definiciones/cadena-de-markov.html>
- ◆ Slutsky EE. (1937). The summation of random causes as the source of cyclic processes. *Econometrica* 5: 105-146.
- ◆ Systematic Investor. (2012). Regime Detection. [Mensaje en un blog]. Recuperado de: <https://systematicinvestor.wordpress.com/2012/11/01/regime-detection/>
- ◆ Taramasco, O. y Bauer, S. (2007). Simulations and estimations of discrete, univariate or multivariate gaussian, mixture of univariate or multivariate gaussian hidden Markov models. Recuperado de: <http://r-forge.r-project.org/projects/rhmm/>
- ◆ UNALMedellin. (2018). Comportamiento a largo plazo en Cadenas de Markov. Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=Yk5cAopdgHE>
- ◆ Zakamulin, V. (2017). *Market Timing with Moving Averages: The Anatomy and Performance of Trading Rules*. Palgrave Macmillan, Ed. <https://www.amazon.com/Market-Timing-Moving-Averages-Developments/dp/3319609696>