

Universidad de La Laguna
Facultad de Ciencias
Departamento de Física



**Medida de Permitividades en Línea
Coaxial Parcialmente Llena de Dieléctrico**

Tesis Doctoral

por

Gumersindo Vera Casanova

La Laguna, 1.977

163

UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE FISICA

FRANCISCO RUBIO ROYO, Catedrático de Electricidad y Magnetismo, Director del Departamento de Física de La Universidad de La Laguna.

CERTIFICA: Que la presente Memoria titulada "Medida de permitividades en línea coaxial parcialmente llena de dieléctrico" que presenta el Licenciado en Ciencias Físicas D. Gumersindo Vera Casanova, constituye su Tesis Doctoral para optar al Grado de Doctor en Ciencias Físicas.

Para que así conste, firmo el presente certificado en La Laguna a diez de Enero de mil novecientos setenta y siete.



Mi agradecimiento a todos aquellos que de una u otra forma han contribuido al desarrollo del presente trabajo. Especialmente al Prof. Dr. D. Maximino Rodríguez Vidal bajo cuya dirección se llevó a cabo. Igualmente al Prof. Dr. D. Ernersto Martín Rodríguez, Codirector, por su importante ayuda y estímulo en todo momento.

A mis compañeros de la Cátedra de Electricidad y Magnetismo de la Facultad de Ciencias Físicas de la Universidad de Madrid. Finalmente a los miembros del Departamento de Física de la Universidad de La Laguna por su aliento y colaboración en la fase final de la presente Memoria.

A don Angel Pérez García

en reconocimiento a su amplia y especial
labor como enseñante de la Física.

INDICE

	<u>Página</u>
INTRODUCCION.....	1
I. METODOS DE MEDIDA DE LA PERMITIVIDAD.....	2
1.1. Introducción	2
1.2. Métodos a transitorios	5
1.3. Métodos de puente	6
1.4. Métodos de resonancia	12
1.4.a. Método de variación de la resistencia	14
1.4.b. Método de variación de la susceptancia	15
1.4.c. Método de variación de frecuencia.	18
1.4.d. Método de medida de la relación de tensión.....	19
1.5. Métodos de osciladores	21
1.5.a. Métodos de batido heterodino	21
1.5.b. Métodos de osciladores LC y RC ...	22
1.6. Generalidades sobre los métodos de medida a microondas	23
1.7. Revisión de los métodos de medida a microondas	25
1.7.1. Métodos de líneas o guías	25
1.7.2. Métodos de puente	28
1.7.3. Métodos de cavidades resonantes ..	32
1.7.4. Métodos de propagación en el espacio libre	35
II. LINEAS DE TRANSMISION. LINEA COAXIAL.....	39
2.1. Introducción	39
2.2. Ecuación de la línea de transmisión	40
2.2.1. Obtención de las ecuaciones de la línea de transmisión	40

	<u>Página</u>
2.2.2. Análisis en modo normal de las ecuaciones	46
2.3. Resolución de la distribución transversal del campo electromagnético	52
2.4. Campo electromagnético en línea coaxial..	56
2.4.1. Modos superiores	60
2.5. El modo TEM como degenerado TM_{00}	64
2.6. Línea cortocircuitada llena de dieléctrico	68
2.6.1. Fundamento. Método de Roberts Von Hippel	68
2.6.2. Condiciones de contorno	69
2.6.3. Ecuaciones del método en función de parámetros experimentales	73
 III. LINEA COAXIAL PARCIALMENTE LLENA DE DIELECTRICO	 77
3.1. Introducción	77
3.2. Corrección estática	78
3.2.1. Introducción	78
3.2.2. Corrección de la constante dieléctrica	80
3.2.3. Corrección de las pérdidas dieléctricas	81
3.3. Estudio de los modos híbridos	85
3.4. Condiciones de Continuidad. Ecuación de dispersión	88
3.5. Análisis de las pérdidas	94
3.5.1. Introducción	94
3.5.2. Línea parcialmente llena	97
 IV. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL. MEDIDAS. FUENTES DE ERROR	 104

	<u>Página</u>
4.1. Introducción	104
4.2. Dispositivo experimental	104
4.3. Parámetros experimentales	108
4.4. Tratamiento de las fuentes de error	111
4.4.1. Errores procedentes del oscilador.	111
4.4.2. Errores procedentes de la prueba..	112
4.4.3. Errores debidos al detector y al Stub	113
4.4.4. Errores debidos al mecanizado de la muestra	115
4.5. Pérdidas en las paredes de la línea	116
4.6. Influencia de la ranura en la línea coa- xial	117
4.7. Resultados	118
4.7.1. Tablas resumen I-IV	123
4.7.2. Tabla resumen V (perd.dieléctricas)	127
 RESUMEN Y CONCLUSIONES	 128
 APENDICE I. PROGRAMA R-VH COAXIAL PARA EL CASO DE UNA MUESTRA	 134
 APENDICE II. PROGRAMA EPSH1 PARA LA DETERMINACION DE LA PARTE REAL DE LA PERMITIVIDAD SEGUN TECNICA LSM	 136
 APENDICE III. PROGRAMA PERD2 PARA DETERMINACION DE LAS PERDIDAS SEGUN TECNICA LSM.....	 140
 APENDICE IV. TABLAS DETALLADAS DE DATOS EXPERIMEN- TALES	 143
 BIBLIOGRAFIA	 149

INTRODUCCION

El trabajo desarrollado en esta memoria estudia la medida de la permitividad eléctrica compleja utilizando líneas de transmisión parcialmente llenas de dieléctrico. Se ha realizado en los laboratorios de la Cátedra de Electricidad y Magnetismo de la Facultad de Ciencias Físicas de la Universidad Complutense de Madrid, bajo la dirección del Catedrático Prof. D. Maximino Rodríguez Vidal, como aportación a los trabajos sobre Caracterización de materiales en otros rangos y con técnicas diferentes.

La determinación de la permitividad juega un papel importante en el estudio de materiales dieléctricos utilizados en multitud de aplicaciones prácticas. Nuestra aportación en este sentido ha sido básicamente el desarrollo del estudio y medida de la permitividad en líneas coaxiales parcialmente llenas, caso de frecuente aparición en la práctica.

En el capítulo III se estudian los fundamentos del método, concluyendo las ecuaciones que rigen ambas partes de la permitividad. Estas ecuaciones han exigido el desarrollo de técnicas numéricas de solución que se exponen en los apéndices II y III. Finalmente se tratan los errores experimentales en el capítulo IV. Los resultados confirman la existencia del modo propagante fundamentalmente LSM, así como la bondad del método en cuanto precisión.

CAPITULO I: METODOS DE MEDIDA DE LA PERMITIVIDAD

1.1.- INTRODUCCION

A continuación se describen los fundamentos de los diferentes métodos de medida de la permitividad dieléctrica, prestando interés especial a los métodos usados a frecuencias de microondas por su relación con el objeto del presente trabajo.

Como es sabido, la descripción macroscópica de las propiedades eléctricas de un material dieléctrico se hace a través de su permitividad dieléctrica compleja $\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon''$. Este parámetro eléctrico depende de muchas variables, siendo las más significativas la frecuencia, temperatura, presión y la intensidad del campo eléctrico aplicado. La variable que fundamentalmente determina el método de medida es la frecuencia de trabajo, dada la marcada dependencia que la permitividad presenta con dicha variable. Además, los dispositivos usados en los distintos rangos suelen presentar características diferentes como se verá más adelante. Se requieren métodos especiales para los casos en que las restantes variables difieren mucho de sus valores ordinarios.

La permitividad eléctrica compleja de un material se define mediante la relación constitutiva $\vec{D} = \epsilon^* \vec{E}$, donde \vec{E} es el campo eléctrico aplicado y \vec{D} es el desplazamiento eléctrico. Normalmente \vec{D} es el desplazamiento resultante en estado estacionario de la aplicación de un campo eléctrico sinusoidal. La respuesta de la muestra viene dada por la magnitud y fase de \vec{D} , para \vec{E} conocido.

Destaquemos que en el rango comprendido entre continua y centenares de MHz, la longitud de onda es generalmente mayor que las dimensiones geométricas del dispositivo de medida, con lo que la propagación puede considerarse instantánea y el sistema es representable por un circuito a parámetros localizados. A frecuencias superiores, hasta los 50 GHz aproximadamente, las dimensiones geométricas del sistema se hacen del orden de la longitud de onda, con lo que la representación del circuito se hace a parámetros distribuidos. Para frecuencias aun más elevadas la longitud de onda es bastante menor que las dimensiones de la muestra, siendo necesario acudir a métodos ópticos.

Aunque la permitividad ϵ^* se define en términos de campos eléctricos sinusoidales, pueden emplearse experimentos que usan otros tipos de dependencia temporal. En el rango de 10^{-3} - 10^3 Hz, puede determinarse ϵ^* por métodos a transitorios. El dieléctrico se introduce entre las placas de un condensador plano - paralelo que constituye la célula de medida. Estos métodos se basan en el estudio de la respuesta del material al ser sometido a campos dependientes de tiempo, en forma de escalón o rampa.

En el rango de 10^{-3} - 10^7 HZ, la célula puede ser tratada como una impedancia con dos o tres terminales, según que uno de ellos esté conectado a tierra o no, respectivamente. Se usan entonces puentes para la medida de la impedancia. El diseño de puentes varía mucho con la frecuencia. A frecuencias muy bajas, el tiempo requerido para recorrer un ciclo es grande, requiriéndose puentes de medida rápida. A frecuencias de unos pocos MHz, la condición de que las dimensiones de la muestra sean pequeñas comparadas con la longitud de onda, deja de cumplirse, pudiendo aparecer impedancias parásitas, hecho que se tiene en cuenta en el diseño de puentes.

En el margen de radiofrecuencias citaremos también los métodos de osciladores (12), en los que la célula de medida forma parte del circuito de sintonía. Presentan como ventajas la sencillez de operación y la precisión en las medidas, ya que éstas se efectúan normalmente recuperando una frecuencia.

Continuando el rango de frecuencias hasta unos 200 MHz, y empleando conceptos de teoría de circuitos, se utilizan los métodos de resonancia. La constante dieléctrica se determina a partir de la variación de capacidad necesaria para recuperar la resonancia después de introducir la muestra en un circuito tipo RLC; las pérdidas dieléctricas pueden determinarse a partir de la geometría de la curva de resonancia.

En el siguiente rango de frecuencias (hasta unos 50 GHz) la muestra ocupa una parte apreciable de la longitud

de onda; se hace necesario confinar el campo electromagnético entre conductores y analizar el sistema en términos de la distribución espacial de los campos. La determinación de la permitividad ϵ^* se hace a través de la interacción de la onda propagante con la muestra colocada en el sistema (línea o guía). Los métodos que aquí se utilizan se denominan métodos a microondas, los que presentan para nosotros un gran interés, puesto que en dicho rango operan los métodos que se describen en el presente trabajo.

El límite superior en los métodos a microondas viene establecido por la dificultad de construir componentes de geometría precisa (entre 50 y 75 GHz). Por encima de este rango se usan métodos ópticos en los que se requiere que la muestra sea grande comparada con la longitud de onda; la onda electromagnética interacciona con la muestra en el espacio libre.

1.2.- MÉTODOS A TRANSITORIOS

Ocurre frecuentemente que las frecuencias en las que las pérdidas dieléctricas son grandes se reducen a unos cuantos ciclos para materiales como polímeros y líquidos a bajas temperaturas. Para completar la respuesta de estos materiales en estado estacionario se recurre a los métodos a transitorios. La relación entre el estado estacionario y el comportamiento transitorio es precisamente una transformación de Laplace (8). El estudio de la variación de la polarización de la muestra cuando se aplica o desconecta repentinamente un campo eléctrico suministra información equivalente a la que se obtiene con medidas de la permitivi

dad ϵ^* frente a la frecuencia .

Normalmente la muestra se coloca entre las placas de un condensador plano-paralelo, entre las cuales se aplica la tensión variable con el tiempo. Se hacen repentinas aplicaciones de voltajes tipo escalón o rampa y se analizan las dependencias temporales de la corriente de carga. Una forma adecuada para desarrollar un tratamiento útil es analizar cada forma de voltaje usado suponiendo que el comportamiento del dieléctrico es tipo Debye, con función de retardo exponencial en el tiempo, y entonces distribuir el resultado, usando la función de distribución de tiempos de retardo (tiempos de relajación macroscópica) apropiada al dieléctrico en cuestión.

Se ha usado funciones de distribución diferentes, surgidas unas de cálculos mecanoestadísticos, y otras empíricamente.

Para el estudio de la relajación se recurre a la sustitución del condensador con dieléctrico por su circuito equivalente capacidad-resistencia, estando ésta relacionada con el tiempo de retardo . Con voltajes tipo escalón y rampa se han obtenido resultados satisfactorios sobre materiales tipo polímeros y cristales a bajas temperaturas. Muchos autores, no obstante, han estudiado la respuesta de la muestra utilizando formas de voltajes más complicados (13,14)

1.3.- MÉTODOS DE PUENTE

En el rango de frecuencia de 10^{-2} - 10^{+7} HZ se utili-

zan dispositivos tipo puente dada la facilidad y precisión con que pueden operar. En esencia son métodos de cero que permiten medir en general una impedancia problema a partir de las relaciones que rigen el equilibrio del dispositivo (15).

Normalmente se obtiene de forma directa o indirecta el valor de la admitancia problema $Y=G+jB$, o equivalentemente de la impedancia $Z=R+jX$, que ofrece la célula con el dieléctrico. Conocido el valor de la capacidad en vacío C_0 puede deducirse la permitividad de la muestra

$$\epsilon'_r = \frac{B}{\omega C_0} \quad ; \quad \epsilon''_r = \frac{G}{\omega C_0} \quad (1-1)$$

o las correspondientes en el caso de conocer la impedancia

$$\epsilon'_r = - \frac{X}{\omega C_0} \frac{1}{R^2+X^2} \quad ; \quad \epsilon''_r = \frac{R}{\omega C_0} \frac{1}{R^2+X^2} \quad (1-2)$$

Muy corrientemente los dispositivos usados nos permiten obtener directamente la capacidad, bien sea en serie C_s o paralelo C_p , y el factor de disipación D , o su inversa, el factor de calidad Q . En estas condiciones se tiene directamente el ángulo de pérdidas.

$$\operatorname{tg} \delta = D = \frac{1}{Q} \quad (1-3)$$

La constante dieléctrica se obtiene a través de su propia definición

$$\epsilon_r' = \frac{C_p}{C_o} \quad (1-4)$$

si bien en el caso de medir directamente C_s se obtendría

$$\epsilon_r'' = \frac{C_s}{C_o(1+D^2)} \quad (1-5)$$

Destaquemos que a frecuencias del orden de HZ, una consideración en el diseño de puentes para la medida de permitividades es la facilidad de la medida. En la bibliografía consultada (18) se dan amplias referencias sobre este tipo de puentes usados con amplificadores operacionales y gran facilidad de operación.

En los rangos de audio y radiofrecuencia el diseño de puentes corresponde a la extensión del puente de Wheatstone para el caso de impedancia complejas, tal como se indica en la figura 1-1. Una dificultad común en este tipo de dispositivo está en el hecho de pueden aparecer acoplos indeseables entre el generador, el detector y los restantes elementos. Estas dificultades se corrigen normalmente con el uso de apantallamientos en las partes fundamentales del sistema.

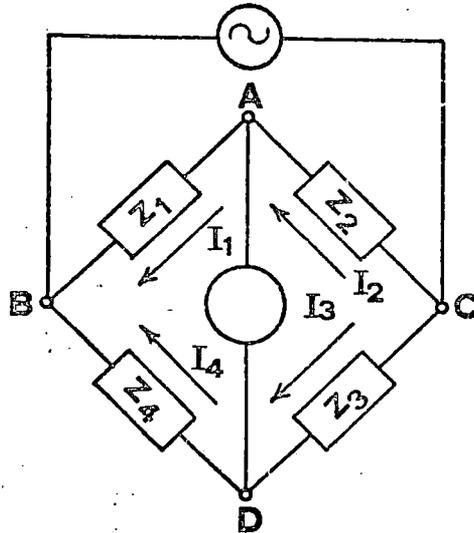


FIG.1-1

En general aparecen capacidades a tierra desde los puntos A, B, C y D. El equilibrio del puente se consigue cuando los puntos A y D están al mismo potencial y cuando $I_1=I_2$, $I_3=I_4$. En estas condiciones se verifica la condición de equilibrio.

$$Z_1 \cdot Z_3 = Z_2 \cdot Z_4 \quad (1-6)$$

y la impedancia desconocida puede ser determinada a partir de las otras tres. No obstante, la igualación de tensiones en A y D y la obtención de corriente nula en el detector no es suficiente. Los puntos A y D deben ser conectados a

tierra para asegurar que no existen corrientes a tierra a través, de las capacidades parásitas.

Aparte los detalles de tipo constructivo, podemos hacer una clasificación de los puentes en dos clases: los que usan inductores para dos brazos (Z_1 y Z_2) y los que usan capacidades y resistencias. Un ejemplo del segundo tipo lo constituye el comunmente usado puente de Shering (16). Z_1 es una resistencia fija R_1 con una capacidad paralelo C_1 . Z_2 es una resistencia fija con un condensador C_2 en paralelo. Z_3 es un condensador variable C_3 , y Z_4 es la impedancia incógnita que puede ser interpretada como la combinación serie C_s - R_s o bien paralelo C_p - R_p . Estos parámetros están relacionados por las expresiones

$$R_s = \frac{R_p}{1+w^2 C_p^2 R_p^2} ; \quad C_s = \frac{(1+w^2 C_p^2 R_p^2)}{w^2 C_p R_p} \quad (1-7)$$

La condición de equilibrio conduce a la determinación de los siguientes parámetros

$$C_s = \frac{C_3 R_2}{R_1 (1+w^2 C_1 C_3 R_2 R_s)} ; \quad R_s = R_1 \left(\frac{C_2}{C_3} - \frac{C_1}{C} \right) \quad (1-8)$$

Normalmente se establece $R_1=R_2$. Para materiales de bajas pérdidas se puede lograr una medida precisa por sustitución. Primeramente se coloca un condensador variable de precisión e paralelo con la célula vacía y se equilibra el puente. Puesto que $R_1=R_2$, $C=C_3$ y $C_1=C_2$. Se introduce entonces la muestra y se restablece el equilibrio variando el conden

sador en paralelo con la muestra ($C=C_3$ puesto que $\omega^2 C_1 C_3 R_2 R \ll 1$), pudiendo obtenerse R_s según

$$R_s = R_1 \frac{C_2}{C_3} \quad (1-9)$$

Puesto que

$$\operatorname{tg} \delta = \omega C_2 R_2 = \frac{1}{\omega C_p R_p} \quad (1-10)$$

es posible entonces calibrar C_2 para leer directamente en términos de $\operatorname{tg} \delta$. Sin embargo, si se desean medir pérdidas altas, los términos cruzados en la ec (1-6) han de tenerse en cuenta, lo que requiere una determinación independiente de C_1 .

Los efectos de capacidades parásitas a tierra sobre el equilibrio del puente pueden ser evitados usando brazos inductivos. Este tipo de puente no utiliza tierra de Wagner, siendo incluso más sensible que el puente de Shering a frecuencias bajas; son especialmente útiles para el uso con células de tres terminales.

A.M. Thompson (16) ha descrito un puente de brazos inductivos que opera con resultados satisfactorios entre 5HZ y 160 KHZ. Dicho puente equilibra la conductancia por ampli-ficación en cuadratura del voltaje tomado de un circuito di-visor de tensión colocado en uno de los brazos. La salida del amplificador ataca a un condensador Standart cuya lectu-ra se usa para equilibrar. Los equilibrios de la capacidad

y la conductancia son fáciles de conseguir. Las ecuaciones a usar son

$$\epsilon' = \frac{C'}{C_0}, \quad \epsilon'' = \frac{C''}{C_0} \quad (1-11)$$

donde C' y C'' son leídos directamente en el dial del condensador Standart.

1.4.- METODOS DE RESONANCIA

Normalmente la utilización de puentes en la región de MHz está muy limitada debido a la presencia de admitancias parásitas que aumentan con la frecuencia, aunque éstas puedan ser reducidas o eliminadas por medidas de sustitución. La medida se realiza a base de circuitos RLC serie o paralelo, alimentadas por un generador con acoplo capacitivo, inductivo o resistivo. La observación de la resonancia sin muestra y con ella permite deducir la impedancia equivalente de la misma, y a partir de ella se estudian las características dieléctricas (17).

Generalmente la resonancia se detecta por la indicación externa, máximo o mínimo, de un voltímetro colocado entre los extremos de un condensador de ajuste. Al quitar la muestra se pierde la resonancia, pudiendo ser recuperada por variación de la capacidad de ajuste, magnitud relacionada con la capacidad paralelo de la célula con dieléctrico.

Logicamente se prefiere trabajar con circuitos RLC,

serie para obtener indicación de máximo. No obstante, una dificultad práctica común a este tipo de circuitos es la detección de una magnitud en condiciones de sensibilidad mínima, sobre todo en curvas de resonancia con máximo poco acusado (pérdidas elevadas). En este caso se recurre a la utilización de un método de doble resonancia. Una solución para el caso anterior es aprovechar la simetría de la curva de resonancia y obtener el máximo como semisuma de dos valores de igual indicación.

El esquema básico para la observación de la resonancia es el que se indica en la figura 1-2. El oscilador está acoplado al circuito resonante secundario de manera que la frecuencia del oscilador y la corriente de salida no se modifican al sintonizar el circuito secundario.

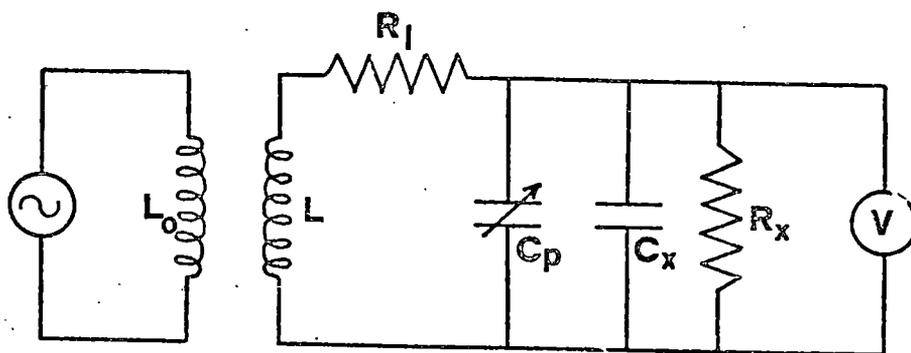


FIG.1-2

El método de doble resonancia propuesto por Ichijo (39) es apto para medidas de dieléctricos con pérdidas pequeñas. Un primer circuito resonante de Q alta se acopla mediante un condensador o inducción a un segundo circuito resonante de Q baja, conteniendo la muestra con pérdidas. El circuito primario está controlado a frecuencia fija por un oscilador de cristal en el rango de 1-10MHZ. El detector forma parte del circuito primario mediante un acoplo inductivo. El circuito primario establece una indicación de resonancia en el circuito secundario.

Detalles completos han sido dados por Ichijo (41), obteniendo una precisión de $\pm 1\%$ en la constante dieléctrica y 1% en $\text{tg } \delta$ para materiales con ϵ'_r entre 3.1 y 21.8 y valores de $\text{tg } \delta$ entre 0.007 y 1. El método presenta una gran sensibilidad, si bien tiene los inconvenientes propios de localización del punto de resonancia e inestabilidad.

Según el procedimiento usado en la determinación de la parte resistiva, Von Hippel (4) propone la calificación de los distintos métodos de la forma siguiente

a) Método de variación de la resistencia.

Una vez que se ha conseguido una cierta indicación del voltímetro en la resonancia con muestra, se quita ésta y se recupera la indicación original introduciendo una resistencia en paralelo con el condensador calibrado.

La resistencia añadida R evita que el condensador C y la inductancia L pueden ponerse a tierra. La capacidad

introducida a través de la resistencia añadida cuando el condensador Standart está a tierra introduce errores que aumentan con la frecuencia y hacen el método indeseable.

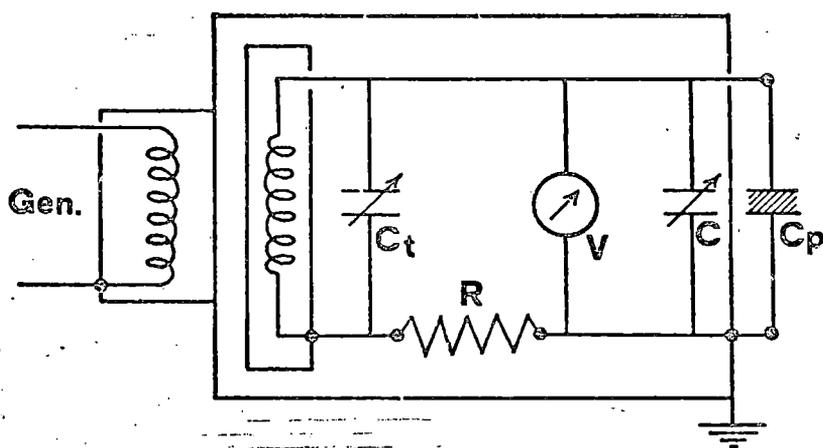


FIG.1-3

b) Método de variación de la susceptancia o de Harsthon-Ward.

Todos los elementos de circuito se disponen en paralelo con uno de sus terminales conectado a tierra, como se indica en la figura 1-4

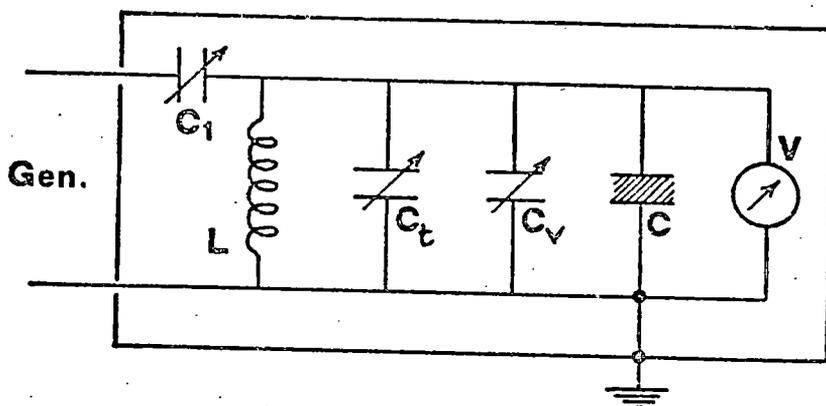


FIG.1-4

En este procedimiento se hace uso del hecho de que la forma de la curva de resonancia, concretamente la anchura, representa una medida del factor de disipación del circuito. Primeramente se lleva el circuito a la resonancia obteniendo así los valores de la capacidad C y el voltaje V_r . A continuación se desintoniza el circuito y se lleva ambos lados de la frecuencia de resonancia a un valor del voltaje más bajo V correspondiente a valores de capacidad

C_1, C_2 . El factor de disipación del circuito es

$$D = \frac{P\Delta C}{2(C+C_e)(1-P^2)^{1/2}} \quad (1-12)$$

donde $P = V/V_r$, $C = C_2 - C_1$, y C_e es la capacidad parásita del circuito. A veces es útil conseguir $P = \sqrt{2}/2 = 0.707$, reduciéndose entonces la expresión anterior a la siguiente:

$$D = \frac{\Delta C}{2(C+C_e)} \quad (1-13)$$

El cambio en la capacidad C requerido para desintonizar el circuito es feneralmente muy pequeño, del orden de unos F, y se logra con el condensador especial C_v del tipo de electrodo micrométrico. Aunque puede usarse este condensador para sintonizar el circuito con la muestra, resulta más útil disponer de otro condensador de sintonía C_t para este propósito.

Empleando este método, una célula práctica ha sido descrita por Marconi Instruments (41). El dispositivo opera sobre el rango de frecuencias de 50KHZ a 100MHZ, consiguiendo una precisión de $\pm 0.1\%$ en \mathcal{E}' y de $\pm (2\% + 5 \times 10^{-5})$ en $\text{tg} \delta$. Una medida más precisa de $\text{tg} \delta$ puede lograrse con este dispositivo observando la variación en el voltaje en resonancia cuando la muestra se quita, aumentando la precisión hasta $\pm 10^{-5}$.

Un método aun más preciso basado en el principio de Hartshorn-Ward ha sido desarrollado por Barrie (42) consiguiendo una precisión de $\pm(4\%+3 \times 10^{-6})$ para $\text{tg} \delta < 2 \times 10^{-4}$. Utiliza un registro de la salida mediante un galvanómetro de alta sensibilidad como detector.

A frecuencias altas pueden surgir dificultades con impedancias distribuidas, que pueden ser resueltas con el uso de cavidades reentrantes. Para el método de variación de la susceptancia es necesario solamente que la capacidad a medir sea localizada, mientras la inductancia y la capacidad en el circuito de sintonía pueden ser distribuidas. Una cavidad de este tipo opera satisfactoriamente con el circuito resonante hasta una frecuencia límite de 1 GHz.

c) Método de variación de frecuencia.

Normalmente se usa el circuito paralelo descrito en el método anterior sin el condensador C_v y se aprovecha el hecho de que la geometría de la curva de resonancia de un circuito resonante representa una medida del factor de disipación del circuito. El circuito se lleva a la resonancia obteniendo la frecuencia de resonancia f_r y el valor máximo del voltaje V_r . A continuación se varía la frecuencia a ambos lados de la de resonancia hasta obtener un mismo valor de V a dos frecuencias diferentes f_1 y f_2 . El factor de disipación del circuito es entonces

$$D = \frac{P(f_2 - f_1)}{f_r (1 - P^2)^{1/2}} \quad (1-14)$$

donde $P=V/V_r$, supuesto $f_2 \approx f_1$. Resulta cómodo obtener valores de $P=1/\sqrt{2}=0.707$, con lo cual la expresión se simplifica

$$D = \frac{f_2 - f_1}{f_r} \quad (1-15)$$

Dado que el cambio relativo de frecuencia es el factor D del circuito, la calibración en frecuencia del generador debe estar hecha con extrema precisión. Normalmente se usan medios especiales para lograr estas diferencias de lectura, debiendo por tanto disponerse de un oscilador estabilizado en frecuencia.

d) Método de medida de la relación de tensión o de Q-metro.

Este método hace uso del hecho de que al excitar un circuito resonante con una tensión alterna V_e , la relación con la tensión que aparece en extremos del condensador en la resonancia V_r es una medida aproximada del factor de disipación del circuito. Una vez que el circuito se lleva a la resonancia, se obtienen los valores de la tensión V_r y de la corriente I_g del generador. El factor de disipación se obtiene por la sencilla relación

$$D = I_g \frac{R}{V_r} \quad (1-16)$$

donde R es la resistencia de acoplo, tal como se indica en la figura 1-5.

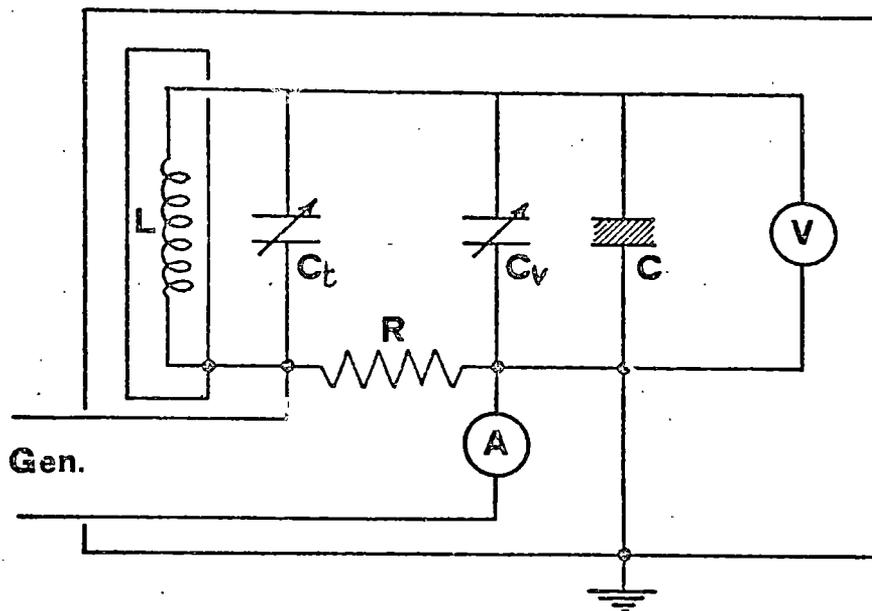


FIG.1-5

La medida de V_e suele hacerse indirectamente a través de un amperímetro térmico que mide la intensidad que suministra el generador a través de una resistencia bajísima, valor que se aprovecha como multiplicador de la escala del voltímetro colocado en paralelo con el condensador. De esta forma puede lograrse un calibrado para detectar valores de D ó Q .

Es posible la automatización de estos métodos, si bien no resulta demasiado simple por las complicaciones que surgen al modificar por procedimientos mecánicos los valores

de resistencia y capacidad. Otra alternativa es recurrir a osciladores de barrido que permitan recorrer enteramente la curva de resonancia. En general hay que llegar a conocer el valor mínimo tanto para su empleo directo como para deducir la anchura media, proceso éste que puede complicar aún más la automatización.

1.5.- MÉTODOS DE OSCILADORES

A radiofrecuencias se utilizan también los métodos de osciladores, en los que la célula de medida forma parte del circuito de sintonía. Puede deducirse la permitividad de la sustancia problema a partir de las modificaciones en las condiciones de oscilación producidas al introducir la célula en vacío y con la sustancia.

Pueden clasificarse estos métodos de medida en dos tipos fundamentales (18).

a) Métodos de batido heterodino.

El principio de operación es bastante simple y ha sido ampliamente usado por autores como Chien (43). Se utiliza un oscilador de frecuencia fija controlado por un cristal de cuarzo, cuya señal es mezclada con la procedente de otro oscilador de frecuencia variable. La frecuencia diferencia ataca un detector y mediante un instrumento de cero puede lograrse la igualación de ambas frecuencias, una vez con la célula en vacío y otra con la célula llena. La igualación se consigue por variación adecuada de un condensador calibrado en paralelo con la célula. La diferencia de capacidades nos permite determinar la parte real de la per

mitividad de la sustancia problema.

El método resulta útil para la determinación de la constante dieléctrica en sustancias de pérdidas bajas. Una dificultad práctica que suele presentarse es la tendencia al bloqueo que presentan los osciladores cuando oscilan a frecuencias muy próximas, dando lugar a un cero de frecuencia muy ancho, con la pérdida de sensibilidad consiguiente. Esta dificultad puede evitarse detectando una diferencia de frecuencia determinada y reproduciendo esa frecuencia resultante desde el exterior.

b) Métodos de osciladores LC y RC

La limitación inherente al método anterior de no poder medir las pérdidas dieléctricas ha sido resuelta por M. Rodríguez Vidal y F. Calvo (12), que han desarrollado un método que básicamente consta de un oscilador LC cuyo circuito de sintonía contiene la célula de medida. El método hace uso de la relación entre la intensidad consumida por el oscilador y la impedancia del circuito oscilante que contine la célula. Una característica importante del método es la posibilidad de hacer medidas de pérdidas en líquidos usando una célula de capacidad variable que sólo se utiliza para la reproducción de la frecuencia de oscilación con la célula de vacío.

La posibilidad de hacer medidas de forma automática de la parte real de la permitividad ha sido realizada por M. Rodríguez y J.A. Vallés (17). El condensador variable ha sido sustituido por un diodo de capacidad variable

(varicap) polarizado mediante un proceso realimentado al valor adecuado para que no se modifique la frecuencia de oscilación.

Dentro de estos métodos de osciladores destaquemos el propuesto por M. Rodríguez Vidal y H. Ayala (18); presenta la particularidad de determinación de las partes real e imaginaria de la permitividad introduciendo la célula de medida en sustitución de las configuraciones serie o paralelo de la rama de realimentación de un oscilador de Wien tipo RC. El valor de la permitividad se obtiene a partir de la frecuencia de oscilación y los valores de los elementos de la rama no sustituida. El puente, como tal, es un medidor de capacidades apto en una banda de frecuencias relativamente ancha (hasta el orden de MHz), que presenta la característica de que en sus condiciones de equilibrio interviene la frecuencia de la alimentación. Esta es precisamente la propiedad que se utiliza en el fundamento del método, que, por otra parte, no hace fácil la utilización del puente como mediador de capacidades de uso frecuente.

1.6.- GENERALIDADES SOBRE LOS METODOS DE MEDIDA A MICROONDAS.

La característica más relevante de este rango de frecuencias es el hecho de que la longitud de onda es comparable a las dimensiones del sistema físico. E. Martín (1) establece una comparación entre los métodos usados en este rango y en rangos inferiores ya descritos, concluyendo que existen semejanzas de principio en los diferentes métodos. No obstante, existen bastantes diferencias en cuanto a pro-

cedimiento operativo, instrumentación y tratamiento de datos.

La diferencia fundamental respecto a los métodos de medida a frecuencias inferiores está en el hecho de que aquí se necesita un confinamiento del campo electromagnético de forma que se evite la radiación de energía electromagnética. De aquí la necesidad de usar sistemas tipo líneas de transmisión, guías de onda o cavidades resonantes. Por otra parte existen métodos sin analogía directa respecto a las de otras frecuencias, basados en la influencia que tiene el dieléctrico en la propagación de la onda a través del sistema. Es por ello que la medida de permitividades a frecuencias de microondas constituye un campo de estudio propio, aunque el problema se haya estudiado en los restantes rangos de frecuencia.

En orden a sistematizar el estudio de los métodos de medida en el rango de microondas, y de lo expuesto anteriormente, podemos establecer la siguiente clasificación:

- a) Métodos de líneas o guías
- b) Métodos de puente
- c) Métodos de cavidades resonantes
- d) Métodos de propagación en el espacio libre.

Los más ampliamente utilizados son los métodos de los apartados a) y c) dada la precisión y versatilidad que los caracteriza, aunque el tratamiento de los datos experimentales es en general tedioso. Los métodos tipo b) presentan las ventajas características de este tipo de dispositivo, como son la facilidad y rapidez en la obtención de resulta-

dos. Pueden presentarse dificultades, no obstante, debidas fundamentalmente a calibración del dispositivo. Por último, los métodos del tipo d) se utilizan a frecuencias bastante elevadas, con objeto de aproximarse a las condiciones ópticas; normalmente requieren muestras de gran tamaño en relación con el resto de los métodos.

1.7.- REVISION DE LOS METODOS DE MEDIDA A MICROONDAS

A continuación efectuamos la descripción general de los métodos de medida utilizados a estas frecuencias que previamente hemos clasificado. Se describen brevemente el fundamento, procedimiento operativo, instrumentación, así como detalles relativos a precisión, utilidad, etc.

1.7.1.- Métodos de líneas o guías

En este apartado pueden incluirse muchos de los métodos encontrados en la bibliografía sobre los métodos a microondas. Aunque basicamente todos ellos hacen uso del hecho de la propagación limitada, distinguiremos entre métodos de transmisión y de reflexión.

En general la realización de estos métodos implica dos pasos comunes. Por una parte, la imposición de condiciones de contorno para la muestra fijas en cada caso; y por otra, la medida de la influencia que la muestra introduce una vez que el sistema ha sido excitado.

De entre los métodos de transmisión destacamos los de tipo puente (27); uno de los brazos contiene la muestra

del material en estudio y otro está constituido por un atenuador y un desfasador. La parte real de la permitividad se determina mediante el desfase producido por la introducción de la muestra, medido a través de recuperación de mínimos. La determinación de las pérdidas se hace mediante la medida de potencia detectada en un sistema básico oscilador-muestra-detector. Se utiliza también una variante de este procedimiento consistente en colocar una carga adaptada detrás de la muestra y medir razones de onda estacionarias a ambos lados de la muestra (24). Diferentes métodos de transmisión en guías se describen en (25), en el que se analiza un procedimiento para la medida de pérdidas basado en la determinación calorimétrica de la energía absorbida por la muestra. En (26) se describe la determinación de ambas partes de la permitividad para muestras líquidas a través de la variación del coeficiente de transmisión con el espesor de la muestra.

Los métodos basados en la reflexión en guías hacen la determinación de la permitividad a través del coeficiente de reflexión. Concretamente ϵ' se obtiene a través del módulo y ϵ'' a partir de la medida de su argumento. Estos métodos son los de uso más frecuente en la práctica, como más tarde comprobaremos. Destacaremos como método básico de entre ellos el de Roberts Von Hippel, que se analiza con detalle en el próximo capítulo, dada su versatilidad.

Este método en esquema hace uso de una línea o guía de sección ranurada, un oscilador de pequeña potencia y una célula conteniendo el dieléctrico que termina en cortocircuito. Tal como se detallará en el capítulo siguiente, se

miden parámetros básicos como frecuencia, razón de ondas estacionarias en el medio anterior a la muestra y distancia del primer mínimo a la muestra. Mediante tratamiento numérico de estos datos utilizando la técnica desarrollada por E. Martin puede obtenerse el resultado de la permitividad compleja.

Para la obtención de medidas precisas es de destacar que se necesitan sólo cantidades pequeñas del material bajo estudio, justificado por una parte porque las razones de onda estacionarias son grandes (mínimos muy precisos) y también porque la muestra es atravesada dos veces por la onda. Otra ventaja del método es el hecho de que la muestra se coloca al final de la línea, con lo cual es factible hacer medidas con variaciones de parámetros externos, tales como temperatura. Son factibles también medidas con muestra líquidas con el único requisito de colocar la línea verticalmente.

También destaquemos el hecho de que el detector funciona normalmente en su ley cuadrática dado que al trabajar en torno a mínimos los niveles de potencia son bajos.

Las fuentes de error existentes en esta técnica pueden ser controladas. A diferencia de los métodos de transmisión en que las reflexiones pueden ser muy diversas, aquí la única fuente de reflexión es la prueba móvil de campo, perturbación que puede ser prácticamente eliminada sacándola convenientemente. Citemos, por último que la diferencia fundamental entre métodos por transmisión y por reflexión es que en estos últimos toda la potencia no detectada es ab

sorbida por la muestra, mientras que en los métodos de transmisión la potencia no detectada puede ser o bien absorbida o bien reflejada. En este caso el control de errores se hace difícil teniendo que recurrir al uso de muestras con cortes especiales, muestras con un determinado número de semilongitudinales de onda, etc.

Como precaución fundamental que hay que tener en cuenta en este tipo de método, está el hecho de una preparación precisa de la muestra. También, el hecho de tener que conocer previamente un valor aproximado de la permitividad del material. Si así no fuese es preciso realizar medidas en muestras de diferentes longitudes, lo que por otra parte exige efectuar un buen desacople oscilador-carga. A frecuencias muy altas el procedimiento presenta inconvenientes, mas bien inherentes a la falta de precisión del mecanizado de las secciones ranuradas. Es entonces cuando son aconsejables los métodos de espacio libre, que ya trataremos, complementándose ambos en lo que a rango de frecuencias se refiere.

Aquí conviene destacar que la técnica propuesta de medida LSM encaja en este tipo de métodos pues hace uso de los mismos procedimientos experimentales, si bien el tratamiento de los datos experimentales es diferente tal como se expone en el capítulo III.

1.7.2.- Métodos de puente

Este tipo de dispositivo a frecuencias de microondas representa la extensión de los métodos de puente descritos a frecuencias de radio. Funcionan como comparadores de impedan

cia y detectan por nulo, con lo cual se evitan las anomalías que pudieran derivarse de la respuesta del detector.

Este hecho no siempre es una ventaja puesto que se requiere una buena sensibilidad en la detección y, por otra parte, se necesita una buena precisión en la determinación de la posición de los mínimos. Se necesitan patrones de impedancia, que son difíciles de construir con precisión a microondas. Los atenuadores variables, que actúan como patrones de resistencia, tienen, no obstante el inconveniente de que producen desfases cuando varía el nivel de potencia, sobre todo en la región por debajo de los 3 GHz que es la zona de uso corriente. Los elementos de referencia del puente deben ser calibrados por otro procedimiento, lo que resta rapidez en la obtención de las medidas.

La mayoría de los puentes usan estructuras simétricas que simplifican las condiciones de equilibrio. No obstante, puesto que las uniones de las líneas de transmisión no son ideales, ello conduce a la existencia de reactancias entre los brazos del puente, fuertemente dependientes de la frecuencia, lo que puede afectar a las ecuaciones de equilibrio. Pequeñas asimetrías en la construcción pueden también afectar significativamente a las ecuaciones de equilibrio. Operando a frecuencia única, la simetría puede recuperarse por medio de acoplos convenientes.

En (28) se describe un puente que utiliza guías de onda conservando una entera similitud con los puentes descritos a radiofrecuencia, si bien utiliza una unión simétrica de sus ramas, difícil de construcción. Las ramas van conecta-

das al generador, detector, impedancia incógnita y a tres impedancias patrón fijas o variables. El generador y el detector deben estar bien acoplado a sus líneas de transmisión, y se consigue que no haya paro de potencia desde el generador al detector, como en el puente de radio-frecuencias ideal.

Por facilidad de construcción suelen utilizarse uniones simétricas de cuatro brazos, que pueden utilizarse como elementos de mezcla en los circuitos puente, dado que sólo se necesita uno de los brazos para la impedancia de referencia. Dentro de este tipo de estructura es muy empleada la denominada "T mágica", cuyo funcionamiento viene determinado por una matriz que relaciona las amplitudes de los campos eléctricos incidentes con las amplitudes de los campos eléctricos acoplados a los cuatro brazos. En (29) se describe ampliamente el tratamiento de esta estructura.

Hufnagel y Klages (30) han diseñado un puente con guías de onda para medida de pérdidas dieléctricas de disoluciones, a base de dos brazos simétricos en Y. El dispositivo opera en torno a unos 20 GHz \pm 2%.

Mopsik y Cole (31,32) han descrito un puente a microondas con resultados satisfactorios para líquidos, obteniendo medidas de 1 a 9 GHz con una precisión de \pm 1% en ϵ' y \pm 3% en ϵ'' (entre las mejores obtenidas por cualquier procedimiento para líquidos a estas frecuencias). El elemento de mezcla es un "acoplador por iris circular de Bethe" (Bethe hole coupler) que acopla una línea de transmisión coaxial primaria (conectando el generador a una impedancia desconocida) a una línea coaxial secundaria (conectando una carga fija al detec-

tor). El dispositivo se caracteriza por su simplicidad de operación y por el hecho de que el procedimiento representa un método absoluto independiente de las admitancias variables.

En sistemas coaxiales el mezclado de la señal en el puente suele hacerse por medio de una unión T de cuatro líneas, una para el generador, dos para patrones de susceptancia y conductancia y otra correspondiente al detector. Un puente de este tipo se describe con detalle el (33).

1.7.3.- Métodos de cavidades resonantes.

De nuevo este tipo de método usado a frecuencias de microondas representa una extensión de los métodos resonantes a radio-frecuencias. la cavidad resonante está constituida por una región cerrada de paredes altamente conductoras que puede almacenar en su interior un material dieléctrico. Para frecuencias características y determinadas distribuciones espaciales de campo electromagnético, la cavidad almacena energía electromagnética durante intervalos de tiempo grandes comparados con el periodo de la onda. Esta energía se disipa lentamente por pérdidas dieléctricas y por conducción en las paredes de la cavidad.

La cavidad puede acoplarse adecuadamente a un generador y a un detector sin alterar apreciablemente la distribución del campo en la resonancia. Cuando se varía la frecuencia del generador, la respuesta en el detector varía lentamente hasta que se llega a la resonancia. Bajo condiciones ideales de pequeño acoplo, perfecta geometría, alta conductividad y bajas pérdidas dieléctricas, la potencia P en el detector como función de la frecuencia f de la entrada viene dada por (34)

$$\frac{P}{P_{\text{máx}}} = \frac{1}{1+4Q^2(f-f_{\text{máx}})^2/f_{\text{máx}}^2} \quad (1-17)$$

donde $f_{\text{máx}}$ es la frecuencia a la cual se alcanza la máxima potencia P_{max} en el detector. Esta ecuación es análoga a la que rige el circuito de la figura 1-2. La Q de la cavidad viene dada en función de los elementos equivalentes de circuito:

$$Q = 2\pi C f_{\max}/G_x \quad (1-18)$$

factor que a frecuencias de microondas presenta un valor típico del orden de 10^4 .

Cuando el dieléctrico se introduce en la cavidad ocurre que varía la frecuencia de resonancia y también una disminución de la Q de la cavidad. La variación de la frecuencia de resonancia es debido a que en el dieléctrico disminuye la longitud de onda, hecho que nos determinará ϵ' ; la variación de la Q es debido a la absorción de energía por el dieléctrico, lo que permite determinar ϵ'' .

La determinación experimental de la permitividad se hace normalmente por dos procedimientos básicos. El primero de ellos consiste en colocar la muestra que llena toda o parte apreciable de la cavidad. Para obtener la permitividad en función de la frecuencia de resonancia y de la Q se requiere un análisis exacto de la distribución del campo electromagnético con la muestra introducida.

El otro procedimiento se basa en introducir sólo una pequeña parte de la muestra en la cavidad. Se requiere entonces, para obtener la permitividad, hacer un análisis perturbativo, partiendo de la distribución de campo en ausencia de la muestra. Este procedimiento analítico más largo que el descrito anteriormente. No obstante, resulta de utilidad para investigación pues requiere cantidades pequeñas del material en estudio y además, en muchos casos no se requiere un mecanizado muy preciso de la muestra. Sólo importan su volu-

men y su localización dentro de la cavidad. La gran ventaja de este procedimiento radica en que la muestra puede colocarse en zonas de la cavidad en la que existe concentración del campo electromagnético.

En la bibliografía consultada (35) se encuentran descritas técnicas concretas basadas en los dos procedimientos citados. Citemos que se requiere una elevada estabilidad en la frecuencia del oscilador para la medida de la Q de cavidades. Para salvar este inconveniente se recurre a procedimientos de "barrido en frecuencia", recorriendo así la curva de resonancia de la cavidad y llevando la respuesta a un sistema de registro.

Para lograr estabilidades en frecuencia altas en los métodos de sintonía usuales, se necesita controlar la señal del oscilador. Se usa normalmente una señal de referencia de una cavidad de alta Q o algún procedimiento similar. También es conveniente trabajar en onda continua, lo que requiere sistemas de detección en continua. Por último, se requiere un buen desacople oscilador-carga de manera que las diferencias de impedancia que se producen al sintonizar la cavidad no afectan a la salida del oscilador, tanto en amplitud como en frecuencia.

Por último destaquemos que aparte la forma geométrica de la cavidad, se diferencian dos tipos de cavidad, según que sean de dimensiones fijas o variables. En la primeras se efectúan las medidas por variación de frecuencia, mientras que en las segundas se pueden hacer medidas variando las dimensiones (normalmente a base de un tornillo micro-

métrico). Este procedimiento se usa fundamentalmente en medidas de laboratorio por procedimiento perturbativo, variando muy poco las dimensiones de la cavidad.

En la bibliografía consultada (36) se describen procedimientos de medida de la permitividad basados en los fundamentos citados, aptos para líquidos, sólidos y gases de bajas pérdidas. PITT y SMITH (37) describen una técnica de medida válida para líquidos de bajas pérdidas, en el rango de 0.5 a 3.0 GHz con una precisión de $\pm 0.5\%$ en ϵ' y $\pm 3\%$ en ϵ'' .

1.7.4.- Métodos de propagación en el espacio libre.

Cuando la frecuencia de la señal va aumentando, los métodos de líneas o guías empiezan a hacerse imprecisos debido fundamentalmente a las dificultades en la fabricación de componentes a estas frecuencias. Además, las técnicas de espacio libre se hacen interesantes al quedar reducidas las dificultades relacionadas con difracción.

Fundamentalmente podemos distinguir dos tipos de procedimiento: reflexión y transmisión (1,35). El primero de ellos es el más usado en los métodos de propagación libre; el dieléctrico cambia la fase de la onda incidente y por otra parte absorbe energía de dicha onda. La medida del desfase introducido por la muestra está relacionada con la parte real de la permitividad, mientras que la absorción de energía de información de la parte imaginaria de la misma. Normalmente se hace preciso comparar la reflexión de la muestra con la producida por una fuente conocida, tal como una lámina metálica de propiedades ya estudiadas.

Consideraciones semejantes son válidas para los métodos del apartado a), aunque en el caso de propagación libre, para obtener una buena sensibilidad en la medida de pérdidas se requiere que la muestra posea un espesor igual a una semilongitud de onda (38). Esto hace que este tipo de método sea conveniente para la medida de ϵ' y, cuando el material es de bajas pérdidas, puede determinarse a posteriori la longitud de onda en la muestra; se le puede dar entonces a la muestra un espesor de una semilongitud de onda y poder medir posteriormente las pérdidas. Sin embargo, esta última medida no resulta práctica por este procedimiento y normalmente se recurre a los procedimientos del apartado a) con un mecanizado conveniente de la muestra.

El dispositivo experimental requerido en este tipo de técnica es básicamente el de todo trabajo en microondas, si bien, se necesita, además, una buena adaptación entre la guía y el medio libre, normalmente a base de dos "horns", uno desempeñando el papel de emisor y otro el de receptor.

Como es sabido, en la práctica el problema se concreta en la determinación de la permitividad de una muestra suministrada generalmente en planchas de un cierto espesor, del cual se sabe a priori que es de bajas pérdidas. La medida se puede efectuar utilizando un montaje tipo puente, conectando entre el generador y detector dos ramas, una de ellas con un atenuador variable y la otra conteniendo la muestra colocada entre los dos "horns".

Si ambos adaptadores están situados a una distancia tal que, sin muestra, el detector aprecia un mínimo, y al

colocar la muestra se necesita variar la distancia entre las antenas (micrometricamente) una cantidad t , la permitividad de la muestra viene dada por (27).

$$\epsilon' = \left(1 + \frac{t}{d}\right)^2$$

siendo d el espesor de la muestra.

Fundamentalmente lo que así se consigue es medir desfases en el espacio libre: el procedimiento resulta sencillo y preciso si se toman las debidas precauciones. Además no se necesita un calibrado previo del dispositivo, lo cual hace apto para medidas de rutina.

Este tipo de método tiene la ventaja sobre los de guías o cavidades de eliminar todos los errores y problemas relacionados con la disposición de la muestra. La precisión es tanto mayor cuanto mayor sea el tamaño de la muestra; ocurre lo mismo con la disminución de la longitud de onda puesta que así se minimizan los efectos de difracción, pudiendo lograrse precisiones del orden del 0.1%, supuesto que se dispone de un oscilador altamente estabilizado.

Estos métodos resultan inadecuados en el caso de muestras no disponibles en cantidad grande, así como los que no son factibles de mecanizar en planchas, tales como vidrios, materiales de bajas densidad, ciertos laminados, materiales no homogéneos rigurosamente, etc. La precisión aumenta con la frecuencia, lo que trae como consecuencia que en las frecuencias inferiores del campo de microondas los errores de medida son grandes y debidos fundamentalmente a difraccio-

ción y radiaciones parásitas; precisamente en estos rangos se consigue mejor precisión con los métodos de guías, líneas y cavidades.

En la bibliografía consultada (34,35) se presentan métodos análogos basados en propagación libre por transmisión (44), por transmisión en líquidos de espesor variable (27) y por reflexión (45). GARG, KILP and SMYTH (46) han conseguido un dispositivo para materiales de bajas pérdidas, que también resulta útil en el caso de líquidos. El dispositivo es el equivalente a microondas del interferómetro de Michelson.

CAPITULO II.- LINEAS DE TRANSMISION. LINEA COAXIAL

2.1.- INTRODUCCION

Este capítulo se dedica al estudio de las líneas de transmisión, tanto en lo referente a las ecuaciones básicas que las rigen, como a la técnica de medida de permitividades básica normalmente usada.

Se hace primeramente una revisión de las ecuaciones de la línea, efectuando un análisis de las mismas en modos normales, lo que permite analizar separadamente las dependencias transversal y longitudinal del campo electromagnético. Se pasa entonces a la resolución de la distribución transversal del campo electromagnético, con lo que se llega a reducir el problema a uno TEM en dos dimensiones al cual se pueden aplicar las técnicas estáticas usuales.

Nos centramos entonces en la línea coaxial utilizada en este trabajo, analizando en ella el modo fundamental y los posibles modos superiores que pudieran generarse. Se procede entonces al análisis del modo TEM, probándose que puede obtenerse, en términos de campos, como caso degenerado del modo TM_{00} .

Finalmente se estudian las ecuaciones básicas del método de Roberts Von Hippel para línea cortocircuitada, como método usual de medida para muestras que llenan la sección transversal.

2.2.- ECUACIONES DE LA LINEA DE TRANSMISION

2.2.1.- Obtención de las ecuaciones de la línea de transmisión.

La forma más generalizada de utilización de las líneas de transmisión es operando su modo fundamental TEM. Dado que la distribución transversal del campo electromagnético, para estos modos, se reduce a la resolución de un problema tipo estático, nos centraremos en este apartado en el análisis de la propagación en la dirección longitudinal, lo que encuentra un tratamiento apropiado en términos de la teoría de circuitos a parámetros distribuidos. Desde este punto de vista se caracteriza a la línea en términos de su capacidad y autoinducción por unidad de longitud equivalentes, asociadas respectivamente a las energías de tipo eléctrico y magnético que el sistema puede almacenar por unidad de longitud, así como por la resistencia asociada a los cables o conductancia entre cables., también por unidad de longitud, parámetros asociados a la disipación que tendrá lugar en la línea. Conviene destacar que este análisis será también útil para los problemas de propagación en guías, debido a la línea equivalente que puede asociarse a cada modo de transmisión.

A continuación vamos a particularizar la obtención de las ecuaciones de las líneas de transmisión para el caso de ondas TEM, y posteriormente desarrollaremos su estudio en términos de los modos normales.

Particularizando las ecuaciones generales de sistemas con si

metría cilíndrica (9,23) para la situación correspondiente a ondas TEM, $E_z=0$ y $H_z=0$, una vez multiplicada vectorialmente por \vec{u}_z , se obtiene:

$$\frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} = \mu \vec{u}_z \times \frac{\partial \vec{H}_t}{\partial t} \quad (2-1)$$

$$\frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z} = -\epsilon \vec{u}_z \times \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial t}$$

En la práctica, el medio entre conductores suele ser dieléctrico no magnético, $\mu = \mu_0$, mientras que dicho dieléctrico en general tendrá unas pérdidas que vendrán reflejadas por una permitividad compleja $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$. La parte imaginaria, ligada a las pérdidas, frecuentemente se suele representar en términos de una conductividad equivalente que, como fácilmente se comprueba, vendrá dada por

$$\sigma = \omega \epsilon'' \quad (2-2)$$

quedando la segunda de las ecuaciones (2-1) en la forma

$$\frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z} = -\epsilon' \vec{u}_z \times \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial t} - \sigma \vec{u}_z \times \vec{E}_t$$

Separando las dependencias del campo en la forma usual:

$$\begin{aligned} \vec{E}_t &= \vec{e}_t(x_1, x_2) v(z, t) \\ \vec{H}_t &= \vec{h}_t(x_1, x_2) i(z, t) \end{aligned} \quad (2-3)$$

las expresiones (2-1) toman la forma

$$\begin{aligned} \vec{e}_t \frac{\partial v}{\partial z} &= \mu (\vec{u}_z \times \vec{h}_t) \frac{\partial i}{\partial t} \\ \vec{h}_t \frac{\partial i}{\partial z} &= -\epsilon' (\vec{u}_z \times \vec{e}_t) \frac{\partial v}{\partial t} - \sigma \vec{u}_z \times \vec{e}_t v \end{aligned} \quad (2-4)$$

Desde un punto de vista formal, puede suponerse que \vec{e}_t es el campo debido a un potencial unidad entre conductores (constante y uniforme a lo largo de toda la línea). Si nos referimos a un sistema tipo como el de la Figura (2-1), el potencial v vendría entonces determinado por:

$$v(z,t) = \int_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

efectuándose la circulación del campo a lo largo de cualquier línea, en el plano transversal, que una a los dos conductores

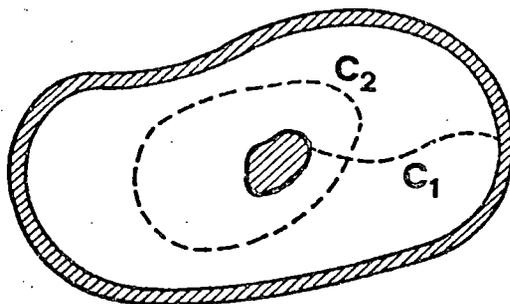


FIG.2-1

De forma análoga puede suponerse que \vec{h}_t corresponde a la distribución de campo magnético debida a una corriente unidad (en la Figura 2-1 esta situación correspondería a corrientes iguales y opuestas en ambos conductores), de forma que la intensidad vendría dada por

$$i(z,t) = \oint_{C_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

Teniendo en cuenta la definición de los campos normalizados, (9,4.68) que conduce a que

$$\int_{C_1} \vec{e}_t \cdot d\vec{l} = \oint_{C_2} \vec{h}_t \cdot d\vec{l} = 1$$

Las dos ecuaciones (2-4), integradas respectivamente a lo largo de las líneas C_1 y C_2 quedan en la forma

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -L \frac{\partial i}{\partial t}$$

$$\frac{\partial i}{\partial z} = -C \frac{\partial v}{\partial t} - Gv$$

donde se han utilizado las definiciones siguientes para los parámetros de la línea C , L y G

$$C = \epsilon' \oint_{C_2} (\vec{u}_z \times \vec{e}_t) \cdot d\vec{l} \quad (\text{Farad/m})$$

$$L = -\mu \int_{C_1} (\vec{u}_z \times \vec{h}_t) \cdot d\vec{l} \quad (\text{Henry/m}) \quad (2-5)$$

$$G = \sigma \oint_{C_2} (\vec{u}_z \times \vec{e}_t) \cdot d\vec{l} \quad (\Omega \text{ m})^{-1}$$

que puede comprobarse coinciden con la capacidad, autoinduc-

ción y conductancia de la línea por unidad de longitud.

Destaquemos aquí que los parámetros introducidos pueden calcularse por procedimientos estáticos, una vez determinada la geometría y el medio constitutivo del sistema, aun que los valores de dichos parámetros a alta frecuencia no coincidirán en general con los de frecuencias estáticas o baja frecuencia. Estas discrepancias son debidas básicamente a que las distribuciones de corrientes en los conductores, así como las propiedades del medio, serán diferentes en general a baja y alta frecuencia; no obstante, en el rango de alta frecuencia los valores de dichos parámetros permanecen prácticamente constantes en los márgenes usuales de utilización de las líneas.

Desde un punto de vista formal, la hipótesis de campo TEM no nos ha permitido introducir en el análisis las posibles pérdidas correspondientes a la resistencia de los conductores, ya que una conductividad finita de los mismos llevaría automáticamente asociada una componente longitudinal del campo eléctrico como se verá mas adelante. En la práctica la conductividad asociada a las paredes que conforman al sistema es finita si bien muy elevada; las ecuaciones ya obtenidas siguen siendo válidas pero hay que complementarlas con el término debido a la caída de potencial asociada a la resistencia de los conductores. Teniendo esto en cuenta, las ecuaciones de línea de transmisión quedan en la forma conocida

$$\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial z} &= - Ri - \frac{\partial i}{\partial t} \\ \frac{\partial i}{\partial z} &= - Gv - \frac{\partial v}{\partial t}\end{aligned}\tag{2-6}$$

siendo R la resistencia por unidad de longitud de la línea.

Estas ecuaciones pueden justificarse con un modelo circuital apropiado. En la figura (2-2) se representa a la línea utilizando el simbolismo usual de dos cables (uno considerado activo y otro de referencia), así como el circuito equivalente correspondiente a un tramo Δz del sistema. Aplicando las ecuaciones básicas de los circuitos al modelo propuesto se obtiene

$$v(z,t) = v(z+\Delta z,t) + L\Delta z \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} + R\Delta z i(z,t)$$

$$i(z,t) = i(z+\Delta z,t) + C\Delta z \frac{\partial v(z,t)}{\partial t} + G\Delta z v(z,t)$$

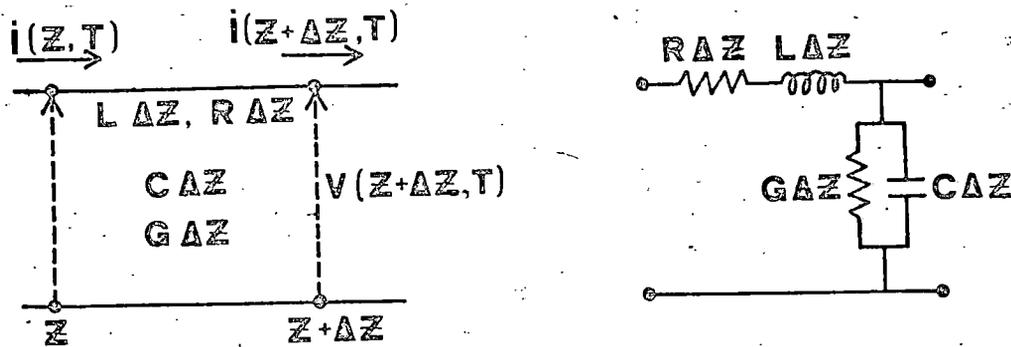


FIG.2-2

Desarrollando v e i en $z+\Delta z$ en términos de sus valores en z y pasando al límite cuando Δz tiende a cero, se confirman fácilmente las ecuaciones básicas de las líneas de transmisión ya expuestas en (2,6). Para situaciones correspondientes a alimentación armónica, como son las que tratamos normalmente, dichas ecuaciones quedan en la forma

$$\frac{\partial v(z)}{\partial z} = - Z_e I(z)$$

$$\frac{\partial I(z)}{\partial z} = - Y_e V(z) \tag{2-7}$$

donde V e I son los fasores correspondientes a v e i , y representando Z_e e Y_e a la impedancia y admitancia equivalentes de la línea, dadas por

$$\begin{aligned} Z_e &= R + j\omega L \\ Y_e &= G + j\omega C \end{aligned} \tag{2-8}$$

Puede comprobarse que las ecuaciones (2-7) coinciden formalmente con las correspondientes al análisis general de guías que rigen el comportamiento de los modos normalizados en lo que a su dependencia con z se refiere.

2.2.2.- Análisis en modo normal de las ecuaciones

La utilización de las magnitudes tensión e intensidad para describir la propagación en líneas de transmisión está justificada como continuación de la sistemática clásica de la teoría de circuitos. Para el estudio de las ecuaciones de línea de transmisión conviene sin embargo utilizar magnitudes transformadas, combinaciones lineales de V e I , de forma que se obtengan ecuaciones separadas para dichas magnitudes, conservando sin embargo ecuaciones de primer orden. A esta técnica de análisis se la suele denominar "análisis en modo normal", y las nuevas magnitudes, modos normales, vendrán ligados, como veremos, a las ondas incidente y reflejada que en general van a coexistir en la línea. De esta forma se obtiene una descripción más natural de la propagación en la línea, aunque conviene conservar la correspondiente a V, I y parámetros relacionados, con objeto de poder aplicar directamente los resultados de la teoría de circuitos.

Definamos como magnitud auxiliar para describir la propagación, la combinación lineal siguiente

$$a(z) = v(z) + Z I(z)$$

siendo A una constante que determinaremos a partir de una condición de simplificación en nuestras ecuaciones transformadas. Combinando apropiadamente las ecuaciones (2-7) obtenemos:

$$\frac{\partial}{\partial z} (V + A I) + A Y_e \left(V + \frac{Z_e}{A Y_e} I \right) = 0$$

Dado la libertad que tenemos para definir A, escojamos

$$A = \frac{Z_e}{A Y_e} \Rightarrow A = \pm \sqrt{\frac{Z_e}{Y_e}} = \pm Z_0 \quad (2-9)$$

siendo Z_0 la denominada impedancia característica, que constituye un parámetro importante en la caracterización de la línea, como posteriormente precisaremos.

Con la determinación de A efectuada, los modos normales quedan definidos en la siguiente forma

$$\begin{aligned} a^+ &= V + Z_0 I \\ a^- &= V - Y_0 I \end{aligned} \quad (2-10)$$

siendo $Y_0 = Z_0^{-1}$, la admitancia característica de la línea. En términos de los modos normales las magnitudes V e I vienen dadas por:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} (a^+ + a^-) \\ I &= \frac{1}{2} Y_0 (a^+ - a^-) \end{aligned} \quad (2-11)$$

Por otra parte, las nuevas magnitudes obedecen a las siguientes ecuaciones separadas:

$$\frac{\partial a^+}{\partial z} + \sqrt{Z_e Y_e} a^+ = 0 \quad (2-12)$$

$$\frac{\partial a^-}{\partial z} - \sqrt{Z_e Y_e} a^- = 0$$

cuyas soluciones se observa son de la forma

$$\begin{aligned} a^+ &= a_0^+ e^{j(\omega t - \beta z)} \\ a^- &= a_0^- e^{j(\omega t + \beta z)} \end{aligned} \quad (2-13)$$

siendo a_0^\pm constantes y viniendo definida la constante de propagación como

$$\beta = -j \sqrt{Y_e Z_e} = -j \sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)} \quad (2-14)$$

Facilmente se relacionan a^+ y a^- con los modos propagantes según z creciente o decreciente, es decir, con ondas incidente y reflejada respectivamente.

Las características básicas de una línea quedan precisadas en cuanto se conozcan los parámetros correspondientes a su circuito equivalente Z_e , Y_e . A partir de estos parámetros se ha introducido la impedancia característica

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z_e}{Y_e}} = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{\frac{1+R/(j\omega L)}{1+G/(j\omega C)}} \quad (2-15)$$

cuyo significado podemos determinar sin dificultad. Si suponemos una línea uniforme, indefinida, alimentada por un ex-

tremo, es lógico suponer que, dada la ausencia de fuentes de reflexión, en dicha línea sólo se propagará la onda progresiva incidente, que hemos simbolizado por a^+ . De esta forma, fijando $a^- = 0$, se obtiene

$$V = \frac{1}{2} a^+(z) \quad , \quad I = \frac{1}{2} Y_0 a^+(z)$$

Definiendo entonces la impedancia en la línea como cociente entre los fasores V e I ,

$$Z(z) \equiv \frac{V(z)}{I(z)} \quad (2-16)$$

resultará que, en la situación que hemos supuesto, dicha impedancia será independiente de la posición en la línea y tendrá por valor Z_0 . De esta forma, si cortamos la línea en un punto y la terminamos con una impedancia igual a Z_0 , la línea se comportará como si fuera indefinida. Teniendo esto en cuenta, la impedancia característica de una línea será aquella que colocada terminando a la misma, absorbe toda la energía que sobre ella incida, no dando lugar por tanto a reflexiones.

De la expresión (2-15) que define a la impedancia característica en términos de los parámetros de la línea, se deduce que, en el caso de una línea sin pérdidas, la impedancia característica es real y tiene por valor

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \equiv R_0 \quad (2-17)$$

dado que G y R se consideran nulos; simbolizamos por R_0 precisamente al valor de Z_0 para una línea sin pérdidas. Frecuentemente la línea tiene pérdidas pero estas son bajas en

en el sentido de que a las frecuencias de operación R/wL y G/wC son muy inferiores a la unidad; en esta situación, desarrollando la expresión (2-15) y quedándonos con los términos significativos se obtiene:

$$Z_o \approx R_o \left[\left(1 + \frac{RG}{4w^2 LC}\right) + j \left(\frac{G}{2wC} - \frac{R}{2wL}\right) \right]$$

con lo cual las pérdidas dan lugar a una modificación muy pequeña, de segundo orden, en la parte real de Z_o y traen consigo la aparición de una componente imaginaria, en Z_o , de primer orden. Frecuentemente, en transmisiones a larga distancia, por cables submarinos, etc., la componente de pérdidas asociada al cable, R/wL , es superior a las pérdidas debidas al dieléctrico, G/wC : en estas circunstancias y en un margen adecuado de frecuencias puede lograrse la cancelación del término imaginario en la expresión de Z_o si se eleva adecuadamente el valor de L de forma que se obtenga

$$\frac{G}{C} = \frac{R}{L} \quad (2-18)$$

Este objetivo se puede lograr por ejemplo intercalando regularmente a distancias apropiadas autoinducciones, actualmente con núcleo de ferrita, colocadas en serie en los dos conductores de la línea; a este procedimiento se le denomina "pupinización", tomando el nombre del científico que lo desarrolló.

El interés del procedimiento citado queda claro si se observa su repercusión en la constante de propagación. A

partir de la relación (2-14) que define la constante de propagación en términos de los parámetros de la línea, se obtiene que

$$\beta^2 = - Z_e Y_e = w^2 LC \left(1 - j \frac{R}{wL}\right) \left(1 - j \frac{G}{wC}\right)$$

que, con la condición expresada en (2-18), toma la forma de un cuadrado perfecto, con lo cual resulta,

$$\beta = w \sqrt{LC} \left(1 - j \frac{R}{wL}\right)$$

Desdoblando β en sus componentes de fase y atenuación

$$\beta = \beta' - j\beta'' \quad (2-19)$$

se obtienen los siguientes valores para ambas componentes

$$\begin{aligned} \beta' &= w \sqrt{LC} \\ \beta'' &= \frac{w \sqrt{LC}}{wL/R} = \sqrt{RG} \end{aligned} \quad (2-20)$$

En estas condiciones la línea posee una velocidad de fase y una atenuación constantes en el rango de frecuencias deseado, lo cual la hace prácticamente equivalente a una línea ideal no dispersiva, que no introduce ni distorsión de fase ni de amplitudes, aspecto de enorme interés a efectos de transmisión de información.

2.3.- RESOLUCION DE LA DISTRIBUCION TRANSVERSAL DEL CAMPO ELECTROMAGNETICO

Trataremos ahora la resolución del campo transversal originado en una línea de transmisión funcionando en el modo fundamental TEM. Suponemos implícitamente que el sistema presenta condiciones ideales, esto es, uniformidad axial e invariancia de las propiedades transversales según el eje del sistema.

El modo TEM presenta solamente campos transversales, $E_z=0$, $H_z=0$. A partir de las ecuaciones que relacionan las componentes del campo transversales con las longitudinales, se deduce la condición $\nabla_n^2=0$, para cualquier solución distinta de la trivial. Esto se traduce en que

$$\beta^2 = k^2 = \omega^2 \mu \epsilon \quad (2-21)$$

Así, un modo TEM en un sistema de transmisión tiene la misma constante de propagación que tendría la onda en el medio libre.

Este modo de transmisión posee una especial importancia por diferentes razones; por un lado es el modo fundamental en líneas de transmisión y sin embargo no puede propagarse en sistemas monoconductores (guía de ondas), como probaremos a continuación.

En efecto, a partir de las ecuaciones de Maxwell modificadas para componentes transversales y longitudinales,

deducimos

$$\nabla_t \cdot A_t = 0 \quad (2-22)$$

$$\nabla_t \times A_t = 0$$

donde A_t representa indistintamente E_t o H_t .

Observamos que para el caso de la guía hueca la imposibilidad de condiciones de contorno homogéneas nos conduciría a campo idénticamente nulo en el interior.

También queda reflejado en las ecuaciones (2-22) que el problema de resolución transversal del campo electromagnético de una onda TEM reducido a un problema estático en dos dimensiones. Dada la irrotacionalidad de los campos conviene introducir un potencial escalar de manera que

$$\vec{A}_t = -\vec{\nabla}\phi \quad (2-23)$$

donde A_t pudiera representar el campo eléctrico y, consiguientemente, ϕ representaría al potencial escalar eléctrico que verificará la ecuación de Laplace

$$\nabla^2\phi = 0 \quad (2-24)$$

correspondiente, por otra parte, a la anulación del parámetro γ_m en la ecuación de ondas. También puede destacarse el hecho de que la imposición de que ϕ fuese constante en el contorno nos conduciría a que ϕ fuera uniforme en toda la guía y, equivalentemente, a que el campo fuese idénticamente nulo. Para propagar el modo TEM en cualquier estructura se hace necesario la presencia de otro conductor, como ocurre en líneas; soportaría otro potencial diferente así

como la corriente que equilibre a la del primer conductor.

A partir de las ecuaciones (9,4.15,4.16) que relacionan los campos transversales, imponiendo que $E_z=0$, $H_z=0$, podemos obtener los campos en un sistema que propague el modo TEM.

$$\begin{aligned}\vec{E}_t &= -\nabla_t \phi e^{-j\beta z} \\ \vec{H}_t &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \vec{u}_z \times \vec{E}_t\end{aligned}\quad (2-25)$$

donde hemos hecho uso de que la constante de propagación para una onda TEM coincide con la correspondiente a la onda en el medio libre, $\beta = k$. Se observa que en estas condiciones los campos eléctrico y magnético son perpendiculares entre sí y están relacionados por medio de la impedancia de onda

$$Z_{\text{TEM}} = \frac{E_t}{H_t} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}\quad (2-26)$$

resultando ampliamente conocido para la propagación libre y que toma el valor $Z_0 = 376.7 \Omega$ para la propagación en el vacío.

Como ejemplo de línea de transmisión vamos a considerar una línea de dos conductores, tal como se indica en la figura 2-3, para la que obtendremos la solución TEM en términos de potencial y de campo.

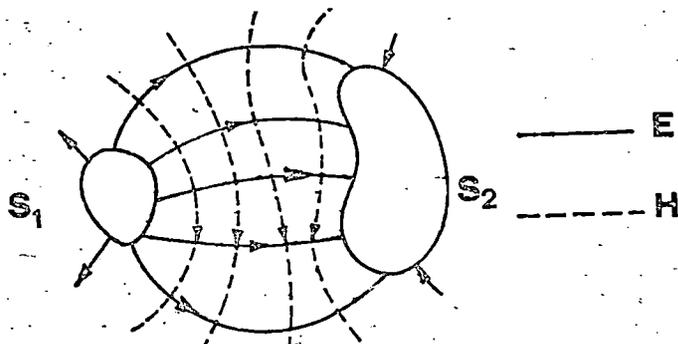


FIG.- 2-3

Si se considera que el conductor 1 está a potencial $V_1=V_0$ y que el conductor 2 está a $V_2=0$. Necesitamos hallar la solución de la ecuación

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (2-27)$$

con las condiciones de contorno anteriores. Para una solución de ϕ existirá un modo TEM propagante, cuyos campos transversales con dependencia z explicitada, serán

$$\begin{aligned} \vec{E}_t &= \vec{e}_t e^{-j\beta z} = -\vec{\nabla}_t \phi e^{-j\beta z} \\ \vec{H}_t &= Y_0 \vec{u}_z \times \vec{E}_t \end{aligned} \quad (2-28)$$

la integral de línea de \vec{e}_t entre los dos conductores vale

$$\int_{z=1}^{z=2} \vec{e}_t \cdot d\vec{l} = \int_{z=1}^{z=2} -\vec{\nabla}_t \phi \cdot d\vec{l} = -V_0 \quad (2-29)$$

resultando que asociado al campo eléctrico hay una única onda de tensión

$$V = V_0 e^{-j\beta z} \quad (2-30)$$

La intensidad de corriente a través de un conductor puede encontrarse fácilmente puesto que $\vec{n} \times \vec{H} = \vec{J}_s$. Dado que $\vec{H} = H_t \vec{u}_1$, $H_t = J_s$, se obtiene

$$I_0 = \oint_L J_s dl = \oint_L H_t dl \quad (2-31)$$

Asociado al campo magnético existe una única onda de corriente:

$$I = I_0 e^{-j\beta z} \quad (2-32)$$

Puesto que el potencial ϕ no depende de la frecuencia,

los campos transversales \vec{e}_t y \vec{h}_t no dependen tampoco de la frecuencia y son de hecho, distribuciones de campo estáticas. Las líneas de campo coinciden en este caso con las equipotenciales, puesto que \vec{e}_t y \vec{h}_t son normales entre sí.

2.4.- CAMPO ELECTROMAGNETICO EN LINEA COAXIAL

Una de las estructuras más familiares en la propagación guiada es la línea de transmisión convencional tal como la línea de dos conductores y la línea coaxial. Como ya hemos visto, el modo fundamental de propagación en líneas de transmisión es el TEM. En el caso ideal de conductores considerados de conductividad infinita y sin pérdidas en el dieléctrico el modo propagante es básicamente TEM. El efecto de una conductividad finita de los conductores se traduce en una desviación del modo TEM puro, pudiendo encontrarse una pequeña componente axial para el campo eléctrico. La mayoría de las líneas prácticas operan con pérdidas tan pequeñas que pueden considerarse como líneas ideales y, en el peor de los casos, aquellas representan una perturbación al caso ideal tratable por cálculo perturbativo.

Puesto que el modo propagante que vamos a considerar es el TEM, las relaciones que nos definían los diferentes parámetros ya han sido establecidas, limitándonos ahora al exclusivo estudio de la línea de transmisión coaxial. Ondas de cualquier frecuencia, desde DC, pueden propagarse en el modo fundamental. Pueden propagarse modos superiores solamente por encima de las frecuencias de corte correspondientes, que dependen de la sección transversal de la línea y del modo que se trate. La posibilidad de propagación de

de modos superiores normalmente limita el uso de la línea coaxial para funcionar a frecuencias por debajo de la frecuencia de corte más baja de los modos superiores.

En la figura representamos una sección transversal de la línea coaxial que, en principio, supondremos ideal para su análisis. Dada la geometría que presenta utilizaremos coordenadas cilíndricas r , θ , z ,. La ecuación de Laplace se reduce ahora a la siguiente ecuación de dos dimensiones:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = 0 \quad (2-33)$$

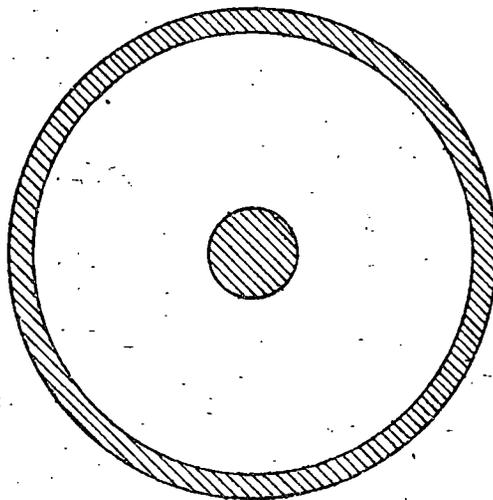


FIG.-2-4

Debido a la simetría angular que presenta el problema, el potencial ϕ debe ser independiente de la variable θ , obteniéndose

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = 0 \quad (2-34)$$

Esta ecuación puede ser integrada inmediatamente, teniendo como condiciones de contorno $\Phi = V_0$, $r=a$; $\Phi=0$, $r=b$.

La solución resulta ser:

$$\Phi(r) = \frac{V_0}{\ln \frac{a}{b}} \ln \frac{r}{b} \quad (2-35)$$

A partir de una solución podemos construir un modo TEM propagándose en la dirección +Z.

$$\begin{aligned} \vec{E}_t &= -\vec{u}_r \frac{\partial \Phi}{\partial r} e^{-j\beta z} = \frac{V_0}{\ln \frac{b}{a}} \frac{\vec{u}_r}{r} e^{-j\beta z} \\ \vec{H}_t &= Y_0 \vec{u}_z \times e = \frac{Y_0 V_0}{\ln \frac{b}{a}} \frac{\vec{u}_\theta}{r} e^{-j\beta z} \end{aligned} \quad (2-36)$$

Evidentemente la onda de tensión es:

$$V = V_0 e^{-j\beta z} \quad (2-37)$$

la densidad de corriente en el interior es

$$\vec{J}_s = \vec{n} \times \vec{H} = \vec{u}_r \times \vec{H} = \frac{Y_0 V_0}{\ln \frac{b}{a}} \frac{\vec{u}_z}{a} e^{-j\beta z} \quad (2-38)$$

con lo que la corriente total, sin el factor $e^{-j\beta z}$, valdrá:

$$I_0 = \frac{Y_0 V_0}{a \ln \frac{b}{a}} \int_0^{2\pi} a d\theta = \frac{2\pi Y_0 V_0}{a \ln \frac{b}{a}} \quad (2-39)$$

Puede demostrarse fácilmente que por el conductor exterior circula una intensidad I_0 en sentido contrario, o sea, en la dirección -z. Por tanto, la onda de corriente asociada al campo magnético es

$$I = I_0 e^{-j\beta z} \quad (2-40)$$

En estas condiciones es factible calcular la energía transmitida a lo largo de la línea en función de los valores de tensión e intensidad

$$P = \frac{1}{2} R_e \int_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{H}^* \cdot d\vec{s} \quad (2-41)$$

donde Σ representa la superficie transversal de la línea.

Facilmente se obtiene el valor

$$P = \frac{\pi Y_o V_o^2}{\ln \frac{b}{a}} \quad (2-42)$$

Puede obtenerse el resultado anterior a partir de las expresiones de la tensión e intensidad ya resueltas

$$\frac{1}{2} R_e (VI^*) = \frac{1}{2} V_o I_o = \frac{1}{2} \frac{V_o^2 2\pi Y_o}{\ln \frac{b}{a}} \quad (2-43)$$

Por otra parte, la impedancia característica de la línea viene definida por la relación

$$Z_c = \frac{V_o}{I_o} \quad (2-44)$$

pudiendo entonces expresarse la potencia transmitida en función de los parámetros habituales en teoría de circuitos

$$P = \frac{1}{2} Z_c I_o^2 = \frac{1}{2} Y_c V_o^2 \quad (2-45)$$

donde Y_c es la admitancia característica de la línea,

$$Y_c = Z_c^{-1}$$

2.4.2.- Modos superiores

Tal como hemos indicado la línea de transmisión se caracteriza porque propaga como modo fundamental el TEM, aunque pueden también propagarse modos superiores de tipo TE y TM a frecuencias suficientemente altas. La presencia de estos modos habrá de tenerse en cuenta a la hora de delimitar el límite superior de frecuencias a las que deja de propagarse el modo TEM exclusivamente, y también en operación a frecuencias altas.

Como es bien conocido, estos modos tienen unas frecuencias de corte características por debajo de las cuales no pueden propagarse, dependiendo aquellas del modo particular y de la sección transversal del sistema.

Este sistema, esquematizado en la figura 2-4, se analiza de forma análoga a como se hace en la guía circular o cilíndrica, con la circunstancia adicional de que ahora existe un segundo conductor sobre el que hay que imponer condiciones de contorno nuevas. Formalmente, las funciones de onda soluciones para el campo electromagnético han de coincidir con las expuestas en la guía cilíndrica, debiendo incluirse ahora las funciones de Bessel de 2ª especie debido a que el origen de distancia no pertenece a la región donde se calcula el campo ($a=r=b$). Además, este tipo adicional de funciones es necesario para que se puedan imponer las condiciones de contorno completas.

De esta forma, las componentes longitudinales del campo serán en la forma

$$\begin{cases} h_{zn} \\ e_{zn} \end{cases} = A_n J_n(\gamma_n r) + B_n N_n(\gamma_n r) e^{jn\theta} \quad (2-46)$$

Los autovalores se obtendrán a partir de las condiciones de contorno correspondientes. Así, para modos TE, la condición de contorno $\frac{\partial h_z}{\partial r} = 0$ en $r=a, b$, nos conduce a las ecuaciones

$$\begin{aligned} A_n J'_n(\gamma_n a) + B_n N'_n(\gamma_n a) &= 0 \\ A_n J'_n(\gamma_n b) + B_n N'_n(\gamma_n b) &= 0 \end{aligned} \quad (2-47)$$

sistema homogéneo cuya solución no trivial exige la anulación del determinante formado por los coeficientes

$$J'_n(\gamma_n a) N'_n(\gamma_n b) - J'_n(\gamma_n b) N'_n(\gamma_n a) = 0 \quad (2-48)$$

De forma completamente análoga, para modos TM, la condición de contorno $e_z = 0$ para $r=a, b$, nos conduce a

$$J_n(\gamma_n a) N_n(\gamma_n b) - J_n(\gamma_n b) N_n(\gamma_n a) = 0 \quad (2-49)$$

Estas dos ecuaciones obtenidas son, para cada valor de n , ecuaciones trascendentes con multiplicidad de raíces; la raíz m -sima, para un valor dado de n , origina un autovalor γ_{nm} del modo TE o TM respectivamente. Para la obtención de las raíces de estas ecuaciones existen algunas técnicas válidas sólo para casos particulares, teniendo que recurrir en general a técnicas numéricas para su resolución (22).

No obstante, existe una situación para la que puede

obtenerse una solución analítica aproximada, que ocurre cuando los conductores de la línea están muy próximos, o sea, cuando

$$b-a \ll \frac{1}{2} (a+b) \equiv r_0 \quad (2-50)$$

siendo r_0 el radio medio de la línea. El análisis de esta situación no tiene gran interés práctico, aunque conceptualmente resulta interesante por la información que suministra sobre los modos.

Hemos de efectuar el análisis partiendo de la ecuación base que determina la dependencia radial de las soluciones; ésta es justamente la ecuación de Bessel, que particulazizada para $r = r_0$ se transforma en la siguiente

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r_0} \frac{dR}{dr} + \left(\gamma_n^2 - \frac{n^2}{r_0^2} \right) R = 0 \quad (2-51)$$

Esta ecuación puede simplificarse aún más al poner la condición de que las soluciones han de verificar las mismas condiciones de contorno en puntos próximos. En efecto, el término curvatura predominará sobre el término en $\frac{dR}{dr}$, lo que puede comprobarse a posteriori, quedando la ecuación reducida a la siguiente

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \left(\gamma_n^2 - \frac{n^2}{r_0^2} \right) R = 0 \quad (2-52)$$

La solución de esta ecuación puede obtenerse inmediatamente. Teniendo en cuenta las condiciones de contorno para $r = a, b$, se obtiene para las componentes longitudinales del

campo

$$\begin{Bmatrix} h_{z\ mn} \\ e_{z\ mn} \end{Bmatrix} = C_{mn} \begin{Bmatrix} \text{Cos} \frac{m(r-a)}{b-a} \\ \text{Sen} \frac{m(r-a)}{b-a} \end{Bmatrix}$$

con la condición adicional

$$\gamma_{nm}^2 = \left(\frac{n}{r_0} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b-a} \right)^2 \quad (2-53)$$

Puede observarse desde las ecuaciones anteriores que no son posibles los modos TM_{n0} , pero si son posibles los TE_{n0} con $n \neq 1$. El modo TE_{10} es el de frecuencia de corte inferior entre los TE y TM, siendo la constante de corte

$$\gamma_{10} = \frac{1}{r_0} \quad (2-54)$$

Este resultado es generalizable para valores cualesquiera de a y b . Destaquemos que los ceros de la ecuación (2-48), que dan lugar a los modos TE_{n0} son las raíces de orden cero de dicha ecuación para un valor dado de n . De esta forma, a partir de los valores de a y b se puede determinar la frecuencia de corte del modo TE_{10} , lo que establece el límite superior de operación de la línea de transmisión con el modo fundamental TEM exclusivamente.

Para destacar la dependencia del parámetro γ_{nm} respecto de los radios a y b de la línea de transmisión, puede observarse que la ecuación (2-53) con la condición supuesta (2-50), para $m \neq 0$ resulta

$$\gamma_{nm} \approx \frac{m\pi}{a-b} \quad (2-55)$$

con lo cual, en una representación $\mathcal{D}_{nm}(b-a)$ frente a b/a , las curvas correspondientes a diferentes n se agrupan, para cada valor de m , en torno al punto $m\pi$, cuando $\frac{b}{a}$ tiende a la unidad (9)

2.5.- EL MODO TEM COMO MODO DEGENERADO TM₀₀

Trataremos en este apartado el modo TEM de la línea de transmisión dentro del conjunto de modos analizados previamente. Comprobaremos que el modo TEM de la línea puede obtenerse como caso límite o degenerado del modo TM₀₀.

El autovalor correspondiente al modo TEM no se obtiene como solución de la ecuación (2-49), característica de los modos TM, puesto que corresponde realmente a la solución trivial con los coeficientes A_n y B_n nulos. Aunque las componentes longitudinales se anulan ($E_z=0$, $H_z=0$) se obtiene un campo electromagnético no idénticamente nulo.

El procedimiento normal de obtención de modos no es el adecuado para el tratamiento del modo TEM, puesto que allí se obtiene el campo a través de las componentes longitudinales, supuestas nulas en este caso. Para construir nuestra solución haremos uso de una técnica diferente a partir de unos potenciales de Hertz adecuados, camino que suele usarse en problemas de guías no homogéneas constituidas por varios medios parcialmente homogéneos(1).

Los potenciales de Hertz (9) se definen básicamente para campos \vec{E} y \vec{H} solenoidales

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{H} &= 0\end{aligned}\tag{2-56}$$

lo que ocurre en medios homogéneos e isótropos en ausencia de cargas libres.

Suponemos además que no existen corrientes de conducción y que la alimentación es armónica, de frecuencia ω , con lo cual las dos ecuaciones de Maxwell restantes son

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H} \quad (2-57)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon \vec{E} \quad (2-58)$$

A partir de la ecuación (2-56) se define el potencial de Hertz eléctrico $\vec{\Pi}_e$ de la forma

$$\vec{H} = j\omega\epsilon \nabla \times \vec{\Pi}_e \quad (2-59)$$

con lo cual, desde la ecuación (2-58), puede expresarse \vec{E} en función de $\vec{\Pi}_e$, resultando

$$\vec{E} = \nabla \times \nabla \times \vec{\Pi}_e \quad (2-60)$$

El campo \vec{E} así deducido verifica las ecuaciones de Maxwell (2-56) a (2-58) si $\vec{\Pi}_e$ cumple la ecuación homogénea de ondas

$$(\nabla^2 + k^2) \vec{\Pi}_e = 0 \quad (2-61)$$

Observamos que $\vec{\Pi}_e$ hace las veces de un superpotencial puesto que a partir de él, como única magnitud descriptiva, puede deducirse la totalidad del campo electromagnético.

De forma completamente análoga se define el potencial de Hertz magnético en los siguientes términos:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -j\omega\mu \nabla \times \vec{\Pi}_m \\ \vec{H} &= \nabla \times \nabla \times \vec{\Pi}_m \end{aligned} \quad (2-62)$$

verificando $\vec{\Pi}_m$ la ecuación homogénea de ondas

$$(\nabla^2 + k^2) \vec{\Pi}_m = 0$$

las condiciones de contorno que deben cumplir los potenciales de Hertz se deducirán a partir de las correspondientes a los campos eléctrico y magnético.

La construcción de soluciones a partir de potenciales se basa en el hecho de que si dicho potencial se escoge en una dirección determinada, los campos deducidos de su rotacional no tendrán componentes en dicha dirección. Así, a partir de las ecuaciones (2-59) y (2-62) observamos que la elección de potenciales de Hertz eléctricos o magnéticos con una única componente en la dirección radial nos conduce a campos con $H_z = 0$ ó $E_z = 0$, esto es, modos TM o TE respectivamente.

Para obtener el modo TEM vamos a partir de los modos TM_{0m} , es decir, los que presentan simetría angular. Escogemos un potencial de Hertz eléctrico de la forma

$$\vec{\Pi}_e = \Pi_e(r, z) \vec{u}_r = \Pi(r) e^{-j\beta z} \vec{u}_r \quad (2-64)$$

donde implícitamente se supone la dependencia temporal $e^{j\omega t}$.

Los campos se deducirán de las ecuaciones (2-59) y (2-60) operando en coordenadas cilíndricas, obteniéndose

$$\begin{aligned} E_r &= \beta^2 \Pi_e \\ E_z &= -j\beta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Pi_e) \\ H_\theta &= \omega \epsilon \beta \Pi_e \end{aligned}$$

lo que nos comprueba por otra parte que el potencial de Hertz escogido genera en modo TM. Observamos que un campo TEM puede obtenerse si se cumple la siguiente condición

$$\nabla \rightarrow \frac{C}{r} \quad (2-65)$$

siendo C una constante finita. Esta condición nos lleva a obtener el campo TEM de la línea de transmisión

$$\begin{aligned} E_r &= \beta^2 \frac{C}{r} e^{-j\beta z} = j\beta \frac{M}{r} e^{-j\beta z} \\ H_\theta &= \omega\epsilon\beta \frac{C}{r} e^{-j\beta z} = j\omega\epsilon \frac{M}{r} e^{-j\beta z} \end{aligned} \quad (2-66)$$

con $M = -j\beta C$

expresiones que coinciden con las que ya conocíamos para el modo TEM. Teniendo en cuenta que la condición adicional $\beta = K = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$, las componentes del campo, que son ortogonales, están relacionadas en cada punto por la impedancia de onda

$$\frac{|E_r|}{|H_\theta|} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (2-67)$$

Para finalizar debemos probar la existencia de un potencial de Hertz, solución de la ecuación de Helmholtz y que verifique la condición (2-65). En efecto, utilizando la expresión del potencial de Hertz radial elegido, y sustituyendo en la ecuación (2-61) se obtiene

$$\nabla(r) = A' J_1(Kr) + B' N_1(Kr) \quad (2-68)$$

Utilizando las expresiones límite de las funciones de Bessel para argumento pequeño se obtiene

$$A' J_1(K_c r) + B' N_1(K_c r) \longrightarrow A' \frac{K_c r}{2} - B' \frac{2}{\Gamma(K_c)} \frac{1}{r} \quad (2-69)$$

que tenderá a $\frac{C}{r}$ si se cumple que

A está acotado

$$\frac{-2B'}{\Gamma K_c} = C, \text{ finito} \quad (2-70)$$

Facilmente se comprueba que los coeficientes $A = -j\beta K_c A'$ y $B = -j\beta K_c B'$ de la expresión E_z tienden a cero, y que $E_z \equiv 0$, como era de esperar.

2.6.- LINEA CORTOCIRCUITADA LLENA DE DIELECTRICO

2.6.1.- Fundamento. Método de Roberts Von Hippel

En el estudio de dieléctricos a frecuencias de microondas es de gran utilidad la técnica de medida de la línea cortocircuitada o método de Roberts Von Hippel (abreviadamente R-VH). A continuación se exponen los fundamentos del mismo y la deducción formal de las ecuaciones.

El método requiere un oscilador de baja potencia y cantidades pequeñas del material dieléctrico en estudio. El montaje experimental y la obtención de datos resultan sencillos, si bien el tratamiento de los datos es relativamente largo debido a que las ecuaciones que rigen el método no son resolubles de forma inmediata. Esta circunstancia obliga a un tratamiento numérico de la solución tal como se estudia en el apéndice I.

En este método la muestra se coloca en el interior de la línea* de modo que quede ajustada perfectamente al contorno de la misma y termine en contacto con un cortocircuito colocado en el extremo de la línea.

En la figura 2-5 el medio 1 es el aire y el medio 2 el

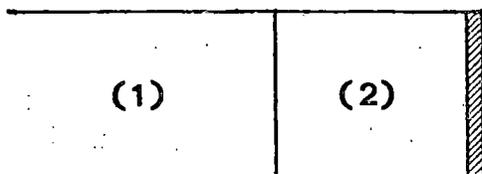


FIG.2-5

dieléctrico. La onda estacionaria que se propaga sufre un acortamiento de su longitud de onda en el dieléctrico, pudiendo incluso resultar atenuada debido a las posibles pérdidas dieléctricas.

A partir de esta perturbación de la onda por la presencia del dieléctrico puede deducirse información a cerca de la muestra con medidas efectuadas fuera de ella. Los parámetros que se han de obtener experimentalmente son la longitud de onda en el medio 1, la posición del primer mínimo o más próximo a la muestra y la razón de ondas estacionarias. Realmente, los primeros parámetros dan información sobre la longitud de onda en el medio 2, y el tercero sobre la atenuación, factores ligados a las partes real e imaginaria de la permitividad de la muestra.

2.6.2.- Condiciones de contorno

A continuación se analizan las ecuaciones del modo

* El procedimiento es exactamente el mismo para guías.

fundamental propagante en la línea con el fin de hacer cumplir las condiciones de contorno en la discontinuidad y en el cortocircuito. Se llega a la ecuación básica del método a partir de la cual podrá determinarse la permitividad de la muestra.

El modo propagante es TEM, cuyos campos (2-28) en función de las coordenadas empleadas en la figura 2-5 son

$$\begin{aligned} \vec{E}_t &= -\nabla\Phi e^{-j\beta z} \\ \vec{H}_t &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \vec{u}_{zx} \vec{E}_t \end{aligned} \quad (2-71)$$

Separando las partes longitudinal y transversal resulta una expresión manejable en nuestro caso.

$$E_i = E_0(r) e^{-j\beta_1 z} \quad (2-72)$$

siendo β_1 la constante de propagación en el medio 1, y E_0 el fasor correspondiente a la amplitud del campo eléctrico incidente. La presencia de la discontinuidad pudiera dar lugar a la aparición de nuevos modos, de los cuales los inferiores pudieran propagarse en el medio dieléctrico. Sin embargo, dada la simetría de la discontinuidad se da lugar a una onda incidente del tipo anterior, pudiéndose establecer las condiciones de contorno sólo con modos TEM.

La onda incidente, al llegar a la discontinuidad, se refleja parcialmente hacia medio 1 y el resto se transmite hacia el medio 2, reflejándose ésta totalmente en el cortocircuito. De nuevo ocurrirá reflexión y transmisión de esta onda en la discontinuidad, y así sucesivamente, como se indica en la figura 2-6-a.

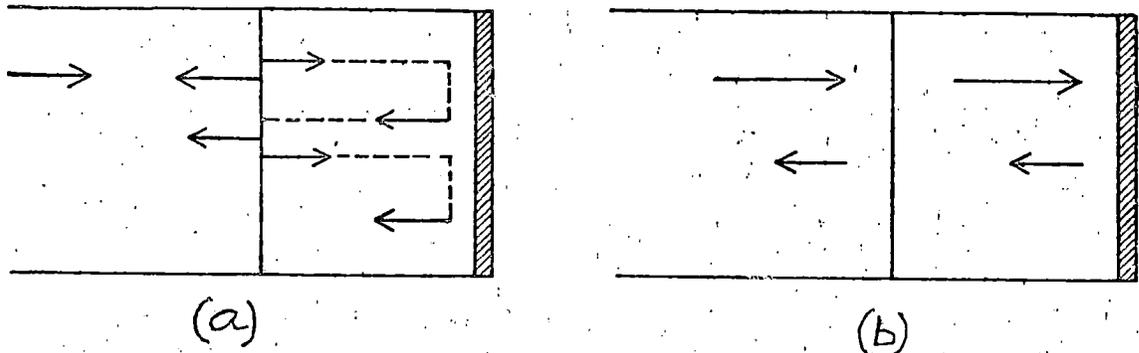


FIG.2-6

En la figura 2-6-b se han esquematizado todas las ondas existentes englobando todas las que posean una misma dependencia con z en una sola. Los campos existentes en cada medio son

$$E_1 = A_1(e^{-j\beta_1 z} + R_1 e^{j\beta_1 z}) \quad (2-73)$$

$$E_2 = A_2(e^{-j\beta_2 z} + R_2 e^{j\beta_2 z}) \quad (2-74)$$

donde R_1 y R_2 representan los coeficientes de reflexión (en general complejos) en la discontinuidad y en el cortocircuito respectivamente. Imponemos que en el cortocircuito ($z=d$) el campo eléctrico debe ser nulo:

$$0 = A_2(e^{-j\beta_2 d} + R_2 e^{j\beta_2 d})$$

con lo que se obtiene

$$R_2 = e^{-2j\beta_2 d}$$

El campo eléctrico E_2 puede entonces ponerse en la forma

$$E_2 = A_2 e^{-j\beta_2 d} \left[e^{-j\beta_2(z-d)} - e^{j\beta_2(z-d)} \right] \quad (2-75)$$

En la discontinuidad ($z=0$) impondremos las condiciones

de contorno para los campos eléctrico y magnético. Puesto que el campo eléctrico es transversal a la muestra hacemos cumplir su continuidad en la superficie de la discontinuidad, resultando

$$A_1(1+R_1) = A_2 e^{-j\beta_2 d} (e^{j\beta_2 d} - e^{-j\beta_2 d}) \quad (2-76)$$

o bien

$$A_1(1+R_1) = -2jA_2 e^{-j\beta_2 d} \text{sen}(\beta_2 d) \quad (2-77)$$

Para eliminar los parámetros A_1 y A_2 imponemos la condición de contorno para el campo magnético transversal, relacionado con el eléctrico a través de la impedancia de onda

$$H_\theta = \frac{E_r}{Z} \quad (2-78)$$

donde Z representa en este caso la impedancia del modo TEM, cuyo valor para los dos medios resulta ser

$$Z_1 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}, \quad Z_2 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} \quad (2-79)$$

Se ha supuesto que los medios son no magnéticos y que el dieléctrico tiene una permitividad ϵ .

Las expresiones para los campos magnéticos serán:

$$H_1 = \frac{A_1}{Z_1} (e^{-j\beta_1 z} - R_1 e^{j\beta_1 z}) \quad (2-80)$$

$$H_2 = \frac{A_2}{Z_2} e^{-j\beta_2 d} \left[e^{-j\beta_2(z-d)} + e^{j\beta_2(z-d)} \right] \quad (2-81)$$

La condición de continuidad para el campo H será:

$$\frac{A_1}{Z_1} (1-R_1) = 2 \frac{A_2}{Z_2} e^{-j\beta_2 d} \cos(\beta_2 d) \quad (2-82)$$

Eliminamos los parámetros A_1 y A_2 dividiendo miembro a miembro las ecuaciones (2-76) y (2-77)

$$j \operatorname{tg}(\beta_2 d) = \frac{Z_1}{Z_2} \frac{1+R_1}{1-R_1} \quad (2-83)$$

Se obtiene

$$\frac{\operatorname{tg}(\beta_2 d)}{\beta_2 d} = - \frac{j}{\beta_1 d} \frac{1+R_1}{1-R_1} \quad (2-84)$$

Esta ecuación de tipo trascendente es la ecuación fundamental del procedimiento, permitiendo su resolución obtener β_2 a partir de parámetros experimentales medidos exclusivamente en el medio 1 de forma casi inmediata. En concreto, se necesitan en dicho medio el coeficiente de reflexión y la constante de propagación, midiéndose externamente el espesor de la muestra d .

2.6.3.- Ecuaciones del método en función de parámetros experimentales

La ecuación fundamental deducida anteriormente puede expresarse en función de parámetros experimentales y, además, permite obtener la permitividad ϵ de la muestra dada la relación que existe entre ésta y la constante de propagación β_2 en el medio 2. En efecto (9), para el medio 1 y teniendo en cuenta que la propagación es TEM, se verifica

$$k_1^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 = \beta_1^2 \quad (2-85)$$

Analogamente, para el medio 2,

$$k_2^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon = \beta_2^2 \quad (2-86)$$

Considerando que el medio 1 no tiene pérdidas se verifica

$$\beta_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} \quad (2-87)$$

donde λ_1 es la longitud de onda en el medio 1. De las expresiones anteriores se deduce inmediatamente

$$\epsilon_r = \frac{\beta_2^2}{\beta_1^2} = \frac{\beta_2^2}{(\omega/c)^2} \quad (2-88)$$

siendo c la velocidad de la luz en el vacío. Destaquemos que una vez que β_2 se determina a partir de la ecuación (2-84), se obtiene inmediatamente la permitividad ϵ del material en estudio.

Vamos a poner la ecuación (2-84) en función de los parámetros medidos directamente. Para ello debemos expresar el coeficiente de reflexión R_1 en función de la posición del primer mínimo y de la razón de ondas estacionarias en el medio 1.

Las medidas que se hacen en el medio 1 corresponden al campo eléctrico, cuya expresión es:

$$E_1 = A_1 (e^{-j\beta_1 z} + R_1 e^{j\beta_1 z}) \quad (2-89)$$

El coeficiente de reflexión R_1 puede ponerse en la forma:

$$R_1 = |R_1| e^{j\tau} \quad (2-90)$$

con lo que la ecuación (2-89) toma la forma

$$E_1 = A_1 \left[e^{-j\beta_1 z} + |R_1| e^{j(\beta_1 z + \tau)} \right] = A_1 e^{-j\beta_1 z} \left[1 + |R_1| e^{j2(\beta_1 z + \frac{\tau}{2})} \right] \quad (2-91)$$

El primer mínimo más próximo a la muestra se obtendrá para un cierto valor $Z = -Z_0$ tal que

$$2 \left[\beta_1 (-Z_0) + \frac{\tau}{2} \right] = \pi \quad (2-92)$$

o lo que es equivalente

$$\cotg \frac{\tau}{2} = -\text{tg} \frac{2\pi}{\lambda_1} Z_0 \quad (2-93)$$

Recordando la definición de la razón de ondas estacionarias como

$$S = \frac{|E_{\max}|}{|E_{\min}|}$$

se puede obtener, a partir de (2-91),

$$S = \frac{1 + |R_1|}{1 - |R_1|} \quad (2-94)$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (2-93) y (2-94) y operando convenientemente se llega a que

$$\frac{1+R_1}{1-R_1} = \frac{1 - jS \text{tg} \left(\frac{2\pi}{\lambda_1} Z_0 \right)}{S - j \text{tg} \left(\frac{2\pi}{\lambda_1} Z_0 \right)} \quad (2-95)$$

Podemos ahora expresar, finalmente, la ecuación (2-84) en función de los parámetros medida directa.

$$\frac{\operatorname{tg}(\beta_2 d)}{\beta_2 d} = - \frac{j\lambda_1}{2\pi d} \frac{1 - jS \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{\lambda_1} z_0\right)}{S - jtg\left(\frac{2\pi}{\lambda_1} z_0\right)} \quad (2-96)$$

CAPITULO III.- LINEA COAXIAL PARCIALMENTE LLENA DE DIELECTRICO.

3.1.- INTRODUCCION

En este capítulo se desarrolla el estudio de la medida de la permitividad compleja en la estructura de la línea parcialmente llena. Primeramente se trata el problema supuesta la línea casi-llena. Se prueba entonces que es factible un tratamiento TEM, analizándose separadamente las partes real e imaginaria de la permitividad. Se obtienen expresiones de corrección para ambas partes en función de los radios y de las permitividades medidas por técnicas de Roberts Von Hippel.

A continuación se efectúa el estudio general del problema a partir de la técnica propuesta en este trabajo, generando el campo electromagnético en la estructura a partir de modos híbridos. Concretamente se genera el campo a partir de un potencial de Hertz eléctrico radial, obteniéndose como resultado la parte real de la permitividad correcta.

La determinación de las pérdidas dieléctricas se efectúa a través de un procedimiento perturbativo en función de las energías disipada y propagante, resultando válido para pérdidas relativamente pequeñas.

3.2.- CORRECCION ESTATICA

3.2.1.- Introducción.-

En este apartado analizamos la estructura de línea parcialmente llena considerando que el dieléctrico no llena totalmente la línea en dirección radial si bien ocupa toda la longitud de la misma. Esquematisamos un corte transversal en la figura 3-1, donde se presenta el caso de gap exterior; el caso interior se trata de la misma forma sin mas que intercambiar los parámetros por los que figuran entre paréntesis. Se estudia el comportamiento de la permitividad obteniendo las correcciones correspondientes a ambas partes de la misma.

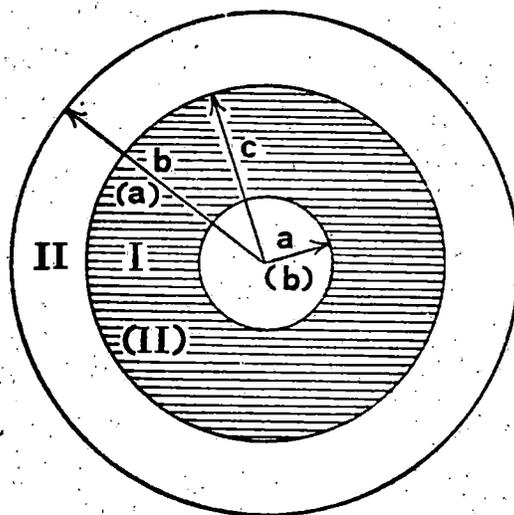


FIG. 3-1

Estableceremos la relación de dispersión en cada medio, teniendo en cuenta que en esta estructura la constante de propagación β , según Z debe ser la misma para ambos medios.

Este hecho se deduce de la necesidad de hacer cumplir las condiciones de contorno para los campos en la superficie de discontinuidad.

Se verificará entonces que

$$\beta^2 = \epsilon_r k_0^2 - k_{c1}^2 = k_0^2 - \gamma_2^2 \quad (3-1)$$

siendo ϵ_r la permitividad relativa del dieléctrico, k_{c1} la constante de corte para el medio 1 y γ_2 la correspondiente al medio 2.

La hipótesis de que la línea este parcticamente llena ($b/c \approx 1$) nos permite aproximar su comportamiento suponiendo que se propaga el modo TEM puro, hipótesis que dejará de cumplirse en cuento que el "gap" de aire existente sea relativamente grande.

Dicha hipótesis de línea practicamente llena conduce a que

$$\beta^2 \approx \epsilon_r k_0^2 \quad (3-2)$$

$$\gamma_2^2 \approx (\epsilon_r - 1) k_0^2 \quad (3-3)$$

y puesto que en estas condiciones el modo propagante es TEM, el problema queda reducido a uno transversal electrostático tratable como se ha expuesto en el capítulo 2.

3.2.2.- Corrección de la constante dieléctrica

Podemos pues analizar el sistema como si se tratase de dos condensadores asociados en serie, uno de ellos conteniendo la muestra y el otro el aire. Refiriéndonos a las capacidades por unidad de longitud, se verificará

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (3-4)$$

donde C representa la capacidad equivalente, relacionada con un valor "medido" de la constante dieléctrica de la muestra (en nuestro caso por una técnica de Roberts Von Hippel). La capacidad C_1 estará relacionada, evidentemente, con el valor correcto de la constante dieléctrica de la muestra.

Desarrollando la ecuación anterior se obtiene:

$$\frac{1}{\epsilon_m} \ln \frac{b}{a} = \frac{1}{\epsilon_c} \ln \frac{c}{a} + \ln \frac{b}{c} \quad (3-5)$$

Podemos relacionar la constante dieléctrica "correcta" con el valor "medido" de la misma, en la forma

$$\epsilon_c = \epsilon_m \frac{\ln \frac{c}{a}}{\ln \frac{b}{a} - \epsilon_m \ln \frac{b}{c}} \quad (3-6)$$

expresión que constituye una fórmula de corrección de la

constante dieléctrica, puesto que una vez que se ha obtenido un valor experimental de la misma puede modificarse dicho valor según los parámetros geométricos del sistema.

Realmente ϵ_m correspondería al valor obtenido según

$$\beta^2 = \epsilon_m K_o^2 \quad (3-7)$$

y ϵ_c a la dada por la expresión

$$\beta^2 = \epsilon_c K_o^2 - K_{c1}^2 \quad (3-8)$$

Las expresiones anteriores pueden usarse para predecir en qué forma va a tender K_{c1} a cero en relación con el radio de la muestra.

$$K_{c1}^2 = (\epsilon_c - \epsilon_m) K_o^2 = \epsilon_c (\epsilon_c - 1) \frac{\ln \frac{b}{c}}{\ln \frac{c}{a} + \epsilon_c \ln \frac{b}{c}} K_o^2 \quad (3-9)$$

3.2.3.- Corrección de las pérdidas dieléctricas

El estudio de las pérdidas dieléctricas puede hacerse de forma relativamente simple en el supuesto de que el único propagante sea TEM. En estas condiciones el problema puede tratarse, tal como se ha visto, como un caso electrostático. La estructura semillena de dieléctrico puede estudiarse a través del circuito paralelo equivalente del dieléctrico, en serie con el condensador equivalente al gap de aire. Se compara este resultado con el que se obtiene

al considerar que la muestra es equivalente a otra que llenará totalmente, y que presenta el correspondiente circuito equivalente paralelo.

En la figura 3-2 se presentan las dos situaciones anteriores.

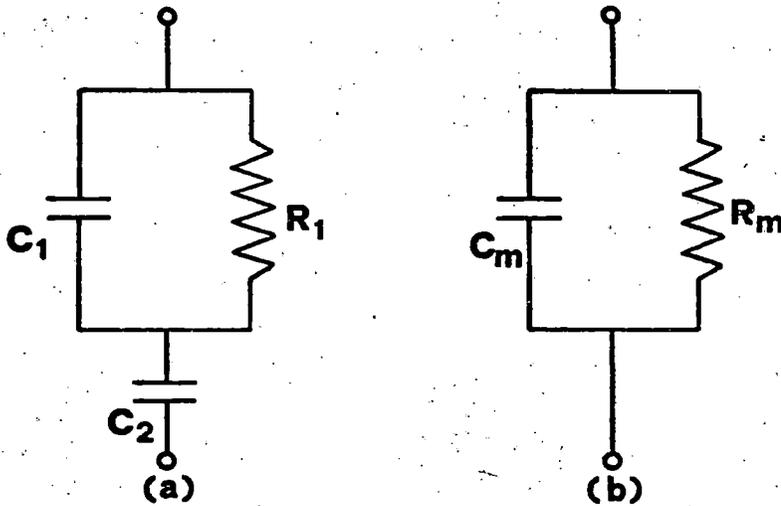


FIG. 3-2

donde se ha representado por C_m y R_m los valores "medidos" equivalentes del dieléctrico.

La impedancia total del circuito de la figura 3-2 (a) es:

$$Z = \frac{1}{j\omega C_0} = \frac{\frac{R_1}{j\omega C_1}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{1 + j\omega (C_1 R_1 + C_2)}{-\omega^2 C_0 C_1 R_1 + j\omega C_0} \quad (3-10)$$

Analogamente, la impedancia total del circuito de la figura 3-2(b) es

$$Z_m = \frac{\frac{R_m}{j\omega C_m}}{R_m + \frac{1}{j\omega C_m}} = \frac{R_m (1 - j\omega R C_m)}{1 + \omega^2 R_m^2 C_m^2} \quad (3-11)$$

Puesto que ambas impedancias Z y Z_m deben ser equivalentes, conviene igualarlas una vez que se hayan separados sus partes real e imaginaria. La igualación de la parte imaginaria nos conduce a la identificación de la capacidad C_m con la equivalente serie de C_1 y C_2 , que es justamente la condición de partida para el apartado anterior.

La igualación de las partes reales se traduce en la siguiente condición

$$C_1^2 R_1 = C_m^2 R_m \quad (3-12)$$

A partir de esta relación puede obtenerse la ecuación correspondiente para las tangentes de pérdidas. En efecto,

$$\operatorname{tg} \delta_c = \frac{1}{\omega R_1 C_1} = \frac{C_1}{\omega R_m C_m^2} = \frac{C_1}{C_m} \operatorname{tg} \delta_m \quad (3-13)$$

donde $\operatorname{tg} \delta_c$ representa el valor "correcto" de la tangente de pérdidas, y $\operatorname{tg} \delta_m$ el correspondiente valor "medido".

Esta ecuación puede transformarse en otra equivalente

que no contenga explícitamente C_m . Puesto que C_m es equivalente a C_1 en serie con C_2 , la ecuación anterior puede ponerse como

$$\operatorname{tg} \delta_c = \left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right) \operatorname{tg} \delta_m \quad (3-14)$$

Expresando las capacidades C_1 y C_2 en función de los radios del sistema y de las constantes dieléctricas de los medios, se deduce inmediatamente

$$\operatorname{tg} \delta_c = \operatorname{tg} \delta_m \left(1 + \epsilon'_c \frac{\log \frac{b}{c}}{\log \frac{c}{a}}\right) \quad (3-15)$$

donde ϵ'_c es el valor corregido de la constante dieléctrica tal como se ha obtenido en el apartado anterior. Esta expresión constituye una fórmula de corrección para la tangente de pérdidas, pues un valor obtenido experimentalmente ($\operatorname{tg} \delta_m$) puede corregirse para obtener el correspondiente valor "corregido" o "más correcto" en función de los parámetros del sistema.

Puede expresarse la fórmula anterior en función de ambas partes de la permitividad, resultando de forma equivalente

$$\epsilon''_c = \epsilon'_c \frac{\epsilon''_m}{\epsilon'_m} \left(1 + \epsilon'_c \frac{\log \frac{b}{c}}{\log \frac{c}{a}}\right) \quad (3-16)$$

expresión que resulta muy útil en la corrección de la permitividad compleja, sujeta a las limitaciones que hemos impuesto en su obtención.

3.3.- ESTUDIO DE LOS MODOS HIBRIDOS

Ya se ha estudiado en el capítulo anterior la generación del modo TEM de la línea como caso límite del modo TM obtenido a partir de un potencial de Hertz eléctrico radial. En el caso de la estructura de línea parcialmente llena se demuestra fácilmente la imposibilidad de propagación del modo TEM puro. En efecto, para hacer cumplir las condiciones de contorno en la superficie de discontinuidad se requiere la existencia de una única constante de propagación, según Z, para ambos medios lo que resulta incompatible con que la propagación de TEM exige $\beta_i = K_i$ para cada medio.

En estas condiciones ha resultado lógico investigar los campos a partir de un potencial de Hertz eléctrico radial, o sea, desde un modo LSM. A priori se puede imponer la hipótesis de independencia angular para dicho potencial. En efecto, el modo incidente (TEM) no depende de la variable angular (θ) y, por la geometría estudiada, no se generará ningún modo que dependa de θ . Los modos dependientes de θ son ortogonales al modo base y un análisis modal de la estructura línea vacía - línea parcialmente parcialmente llena demostraría la impedancia citada.

El potencial de Hertz adecuado se ha tomado de la forma

$$\vec{\Pi}_e = \Pi_e(r, z) \vec{u}_r \quad (3-17)$$

siendo \vec{u}_r un vector unitario en la dirección radial, y don de destacamos la dependencia armónica de z según

$$\vec{\Pi}_e = \Pi(r) e^{-j\beta z} \vec{u}_r \quad (3-18)$$

A partir de las expresiones (2-59) y (2-60) del capítulo anterior pueden obtenerse los campos, resultando

$$E_z = - j\beta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\Pi_e) \quad (3-19)$$

$$E_r = - (j\beta)^2 \Pi_e \quad (3-20)$$

$$H_\theta = - (j\omega\epsilon) (j\beta) \Pi_e \quad (3-21)$$

Notamos que la hipótesis de independencia del potencial de Hertz con θ nos conduce a la identificación de los modos LSM_{om} (nomenclatura (nm), n referente a θ) con los modos TM_{om} , siendo E_z la componente extra que aparece respecto del modo TEM.

Se ha efectuado el análisis LSE del problema obteniéndose componentes del campo complementarias de las anteriores, no fundamentales, que no se excitarán en primer orden.

Para la obtención completa de los campos obtendremos primero la dependencia de Π_e , lo que se hará desde la ecuación

$$\square \cdot \vec{\Pi}_e = 0 \quad (3-22)$$

Descomponiendo el operador \square en sus componentes se llega

a la ecuación siguiente

$$\frac{d^2 \Gamma}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Gamma}{dr} + \left(K_c^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \Gamma = 0; \quad n^2=1 \quad (3-23)$$

que representa una ecuación de Bessel, donde K_c es la constante de propagación de corte, de valor

$$K_c^2 = K^2 - \beta^2 \quad (3-24)$$

Las soluciones de la ecuación (3-23) son del tipo funciones de Bessel de primer orden, obteniéndose

$$\Gamma_e = Z_1(K_c r) e^{-j\beta z} \quad (3-25)$$

Las soluciones $Z_1(K_c r)$ pueden expresarse en la forma

$$Z_1(K_c r) = A' J_1(K_c r) + B' N_1(K_c r) \quad (3-26)$$

Haciendo uso de las fórmulas de diferenciación consultadas en la bibliografía (9), en concreto de la expresión

$$\left[x^n Z_n(x) \right]' = x^n Z_{n-1}(x) \quad (3-27)$$

resultan las expresiones finales para los campos

$$E_z = -j K_c Z_0(K_c r) e^{-j\beta z} \quad (3-28)$$

$$E_r = -(j\beta)^2 Z_1(K_c r) e^{-j\beta z} \quad (3-29)$$

$$H_\theta = -(j\omega\epsilon) (j\beta) Z_1(K_c r) e^{-j\beta z} \quad (3-30)$$

Referente a la constante de propagación, destaquemos que al igual que ocurre en la guía rectangular parcialmente llena, y correspondiendo a los datos experimentales que se poseen es lógico suponer que dicha constante tome un valor intermedio entre las correspondientes a línea totalmente vacía y totalmente llena, esto es, se verificará

$$k_0^2 < \beta^2 < \epsilon_r k_0^2; k_0^2 \equiv \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \quad (3-31)$$

Por otra parte, como la relación de dispersión es

$$\beta^2 = \epsilon_r k_0^2 - k_{c1}^2 = k_0^2 - k_{c2}^2, \quad (3-32)$$

la hipótesis supuesta nos conduce a que

$$k_{c1}^2 > 0, \quad k_{c2}^2 < 0$$

por lo que conviene poner k_{c2} en forma compleja, $k_{c2} = j\sigma_2$. En lo que afecta a las soluciones de la ecuación de Bessel en el medio 2, pasaremos de las funciones J y N a las denominadas funciones de Bessel modificadas I y K de argumento imaginario (20)

La relación de dispersión queda por tanto en la forma

$$k_{c1}^2 + \sigma_2^2 = (\epsilon_r - 1) k_0^2 \quad (3-33)$$

3.4.- CONDICIONES DE CONTINUIDAD. ECUACION DE DISPERSION

A continuación pasamos a la imposición de las condiciones de contorno adecuadas para los campos, lo que nos deter-

minará los coeficientes que están contenidos en las ecuaciones de los campos (3-28 a 3-30). En este caso las condiciones a imponer son

$$E_z = 0, \quad r = a, b \quad (3-34)$$

$$E_{z1} = E_{z2}, \quad r = 0 \quad (3-35)$$

$$H_{\theta 1} = H_{\theta 2}, \quad r = c \quad (3-36)$$

las cuales son suficientes, en el sentido de que las condiciones restantes quedan cumplidas automáticamente.

Las expresiones de los campos en la zona 1 (dieléctrico), excluida la dependencia con z , son las siguientes:

$$E_{z1} = A_1 J_0(K_{c1}r) + B_1 N_0(K_c r) \quad (3-37)$$

$$H_{\theta 1} = \frac{jw\epsilon}{K_{c1}} \left[A_1 J_1(K_{c1}r) + B_1 N_1(K_{c1}r) \right] \quad (3-38)$$

$$E_{r1} = \frac{j}{K_{c1}} \left[A_1 J_1(K_{c1}r) + B_1 N_1(K_{c1}r) \right] \quad (3-39)$$

donde se ha incluido el factor $-j\beta K_c$ en los coeficientes A_1, B_1 .

Analogamente, los campos en la zona 2 (aire) son:

$$E_{z2} = A_2 I_0(\mathcal{O}_2 r) + B_2 K_0(\mathcal{O}_2 r) \quad (3-40)$$

$$H_{\theta 2} = \frac{j\omega\epsilon}{\gamma_2} \left[A_2 I_1(\gamma_2 r) - B_2 K_1(\gamma_2 r) \right] \quad (3-41)$$

$$E_{r2} = \frac{j\beta}{\gamma_2} \left[A_2 I_1(\gamma_2 r) - B_2 K_1(\gamma_2 r) \right] \quad (3-42)$$

Usando estas expresiones de los campos en las condiciones de contorno (3-34 a 3-36) se obtienen las siguientes ecuaciones

$$A_1 J_0(K_{c1} a) + B_1 N_1(K_{c1} a) - - - - - = 0 \quad (3-43)$$

$$- - - - - A_2 I_1(\gamma_2 b) + B_2 K_0(\gamma_2 b) = 0 \quad (3-44)$$

$$A_1 J_0(K_{c1} c) + B_1 N_0(K_{c1} c) - \left[A_2 I_0(\gamma_2 c) + B_2 K_0(\gamma_2 c) \right] = 0 \quad (3-45)$$

$$\frac{\epsilon}{K_{c1}} \left[A_1 J_1(K_{c1} c) + B_1 N_1(K_{c1} c) \right] - \frac{\epsilon_0}{\gamma_2} \left[A_2 I_1(\gamma_2 c) - B_2 K_1(\gamma_2 c) \right] = 0 \quad (3-46)$$

sistema de ecuaciones en las incognitas A_1 , A_2 , B_1 , B_2 . Se puede reducir este sistema a otro más sencillo, obteniendo A_1 y A_2 en función de B_1 y B_2 , desde las ecuaciones anteriores

$$A_1 = - \frac{N_0(K_{c1} a)}{J_0(K_{c1} a)} B_1, \quad A_2 = - \frac{K_0(\gamma_2 b)}{I_0(\gamma_2 b)} B_2 \quad (3-47)$$

En efecto, si se sustituyen estas expresiones en las ecuaciones (3-45) y (3-46) se obtiene un sistema de dos ecuaciones en las incógnitas B_1 y B_2

$$\left[N_0(K_{c1c}) - \frac{N_0(K_{c1a})}{J_0(K_{c1a})} J_0(K_{c1c}) \right] B_1 - \left[K_0(\sigma_2c) - \frac{K_0(\sigma_2b)}{I_0(\sigma_2b)} I_0(\sigma_2c) \right] B_2 = 0 \quad (3-48)$$

$$\frac{\varepsilon}{K_{c1}} \left[N_1(K_{c1c}) - \frac{N_0(K_{c1a})}{J_0(K_{c1a})} J_1(K_{c1c}) \right] B_1 + \frac{\varepsilon_0}{\sigma_2} \left[K_1(\sigma_2c) + \frac{K_0(\sigma_2b)}{I_0(\sigma_2b)} I_1(\sigma_2c) \right] B_2 = 0 \quad (3-49)$$

Este sistema puede ponerse de una forma equivalente si se tiene en cuenta que las expresiones entre corchetes son los coeficientes del mismo. Resulta el siguiente sistema equivalente.

$$F_0 B_1 - \phi_0 B_2 = 0 \quad (3-50)$$

$$\frac{\varepsilon}{K_{c1}} F_1 B_1 + \frac{\varepsilon}{\sigma_2} \phi_1 B_2 = 0 \quad (3-51)$$

siendo los coeficientes

$$F_0 = F_0(K_{c1}, c, a) = N_0(K_{c1}c) - \frac{N_0(K_{c1}a)}{J_0(K_{c1}a)} J_0(K_{c1}c) \quad (3-52)$$

$$\phi_0 = \phi_0(\sigma_2, c, b) = K_0(\sigma_2 c) - \frac{K_0(\sigma_2 b)}{I_0(\sigma_2 b)} I_0(\sigma_2 c) \quad (3-53)$$

$$F_1 = F_1(K_{c1}, c, a) = N_1(K_{c1}c) - \frac{N_1(K_{c1}a)}{J_0(K_{c1}a)} J_0(K_{c1}c) \quad (3-54)$$

$$\phi_1 = \phi_1(\sigma_2, c, b) = K_1(\sigma_2 c) + \frac{K_1(\sigma_2 b)}{I_0(\sigma_2 b)} I_1(\sigma_2 c) \quad (3-55)$$

La solución no trivial del sistema de ecuaciones (3-50) y (3-51) exige que se verifique la condición siguiente

$$\frac{\epsilon_0}{2} F_0(K_{c1}, c, a) \phi_1(\sigma_2, c, b) + \frac{\epsilon}{K_{c1}} F_1(K_{c1}, c, a) \phi_0(\sigma_2, c, b) = 0 \quad (3-56)$$

expresión que nos relaciona la permitividad de la muestra con los valores de las constantes de corte K_{c1} y σ_2 .

Desarrollando la ecuación (3-56) se obtiene explicita

mente la siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\epsilon}{\sigma_2} \left[N_0(K_{c1}c) J_0(K_{c1}a) - N_0(K_{c1}a) J_0(K_{c1}c) \right] \cdot \\
 & \left[K_1(\sigma_2c) I_0(\sigma_2b) + K_0(\sigma_2b) I_1(\sigma_2c) \right] + \\
 + & \frac{\epsilon}{K_{c1}} \left[N_1(K_{c1}c) J_0(K_{c1}a) - N_0(K_{c1}a) J_1(K_{c1}c) \right] \cdot \\
 & \left[K_0(\sigma_2c) I_0(\sigma_2b) - K_0(\sigma_2b) I_0(\sigma_2c) \right] = 0 \quad (3-57)
 \end{aligned}$$

ecuación en las incógnitas K_{c1} y σ_2 , relacionadas por las ecuación de dispersión (3-33), supuesto ϵ_r conocido. Normalmente el dato experimental es β , con lo que σ_2 será conocido, resultando de las ecuaciones (3-33) y (3-57) que las incógnitas serán ϵ_r y K_{c1} . Dado el carácter funcional de la ecuación (3-57), se hace necesario recurrir a procedimientos numéricos para su solución, tal como se trata en el apéndice II.

El problema planteado en estos términos sirve para analizar las situaciones de "gap" exterior o interior, sin mas que tener en cuenta que los radios e interior y exterior deben intercambiarse.

3.5.- ANALISIS DE LAS PERDIDAS

3.5.1.- Introducción

Ya se ha descrito (3.2.2) una técnica para la obtención de las pérdidas dieléctricas en la línea de transmisión parcialmente llena, por corrección de las pérdidas obtenidas aplicando una técnica de Roberts Von Hippel. Notamos que aquella corrección era válida sólo en la hipótesis de que el modo propagante fuera el TEM, lo que se cumple experimentalmente sólo en los casos en que el gap de aire es pequeño.

El procedimiento normal de determinación de pérdidas en líneas o guías, apto en los casos en que la muestra llena la estructura, hace uso de la resolución conjunta de la ecuación de dispersión y de la ecuación trascendente básica del método de Roberts Von Hippel (2.5). Otra alternativa usada normalmente es la que requiere un método perturbativo, válido siempre que las pérdidas sean pequeñas (10).

Es este procedimiento perturbativo el que se usa en el presente trabajo, dado que las ecuaciones que se obtienen bajo el tratamiento propuesto LSM no han permitido la resolución de la permitividad directamente en el campo complejo. El método está basado fundamentalmente en que la introducción de una muestra de bajas pérdidas no perturba sustancialmente la distribución del campo respecto al caso en que no hay pérdidas, que ya ha sido tratado en (2.3). Se obtiene entonces la constante de pérdidas en el sistema haciendo un análisis en función de las energías disipada y

propagante, supuesto que los conductores son perfectos.

La distribución del campo libre de pérdidas, ya conocida, se utiliza para la determinación de la constante de atenuación. Si $\epsilon''=0$, la distribución obtenida para el campo es

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}_t \Phi e^{-j\beta z}, \quad \vec{H} = Y \vec{u}_z \times \vec{E} \quad (3-58)$$

donde $\beta' = (\epsilon'_r)^{\frac{1}{2}} \beta_0$, $Y = (\epsilon'_r)^{\frac{1}{2}} Y_0$. (3-59)

si ϵ''_r es pequeño aunque no nulo, da lugar a una conductividad equivalente de valor

$$\sigma = w\epsilon'' = w\epsilon_0 \epsilon''_r \quad (3-60)$$

lo que se traduce en la existencia de una corriente entre los conductores, $\vec{J} = \sigma \vec{E}$. La potencia perdida por unidad de longitud de la línea es

$$P_1 = \frac{1}{2\sigma} \int_{\Sigma} \vec{J} \cdot \vec{J}^* ds = \frac{\sigma}{2} \int_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{E}^* ds \quad (3-61)$$

donde Σ representa la superficie transversal, y \vec{E} representa el campo eléctrico de pérdidas. La potencia transmitida a lo largo de la línea decrece según en factor $e^{-2\beta''z}$, donde β'' es la constante de atenuación para el campo. La razón de decrecimiento de la potencia propagada a lo largo de la línea debe igualar a la razón de potencia perdida. Si la potencia en $Z=0$ es P_0 , entonces en cualquier punto Z será:

$$P(Z) = P_0 e^{-2\beta''Z} \quad (3-62)$$

En consecuencia, la disminución longitudinal de la potencia es

$$-\frac{\partial P}{\partial Z} = P_1 = 2\beta''P_0 e^{-2\beta''Z} = 2\beta''P \quad (3-63)$$

que establece que la potencia perdida en cualquier plano Z es directamente proporcional a la potencia P presente en dicho plano.

Por otra parte, la potencia propagada a lo largo de la línea será

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} R_e \int_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{H}^* \vec{u}_z ds = \\ &= \frac{Y}{2} R_e \int_{\Sigma} \vec{E} \cdot [\vec{u}_z \times \vec{E}^*] \vec{u}_z ds = \frac{Y}{2} \int_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{E}^* ds \end{aligned} \quad (3-64)$$

Comparando la expresión anterior con la obtenida para la potencia perdida, se obtiene el valor de la constante de pérdidas.

$$\beta'' = \frac{P_1}{2P} = \frac{\sigma}{2Y} = \frac{\sigma}{2(\epsilon'_r)^{\frac{1}{2}} Y_0} = \frac{\epsilon''_r}{2(\epsilon'_r)^{\frac{1}{2}}} = K_0 \frac{\epsilon''_r}{2(\epsilon'_r)^{\frac{1}{2}}} \quad (3-65)$$

donde notamos que la constante de pérdidas está relacionada con ambas partes de la permitividad compleja, siendo directamente proporcional a las pérdidas dieléctricas de la muestra.

3.5.2.- Línea parcialmente llena

Como ya se ha indicado, el estudio de las pérdidas dieléctricas en la línea parcialmente llena se hace por el procedimiento perturbativo que se ha descrito para el caso de la muestra que llena.

La atenuación existente en el sistema, en el presente caso de bajas pérdidas, viene dada por el cociente entre la potencia disipada por unidad de longitud en el dieléctrico y la potencia media transmitida (19).

En términos de los campos se tiene

$$\beta'' = \frac{w \epsilon''}{2} \frac{\int_I \vec{E} \cdot \vec{E}^* ds}{\int_{I,II} \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot ds} \quad (3-66)$$

donde las integrales están extendidas a la sección transversal de la línea, en la región dieléctrica (I) y en la totalidad (I, II), y las expresiones de los campos son las correspondientes a la distribución libre de pérdidas.

La expresión anterior para β'' se desarrolla utilizando las componentes de los campos existentes en nuestro caso, resultando

$$\begin{aligned} \beta'' &= \frac{w \epsilon'' \int_I |E|^2 ds}{2 \int_{I,II} E_r \cdot H^* ds} = \frac{w \epsilon'' \int_I (|E_{r1}|^2 + |E_{z1}|^2) ds}{2 \int_I E_{r1} \cdot H_{\theta 1}^* ds + \int_{II} E_{r2} \cdot H_{\theta 2}^* ds} \\ &= \frac{w \epsilon'' \int_I (E_{r1} \cdot E_{r1}^* + E_{z1} \cdot E_{z1}^*) ds}{2 \int_I E_{r1} H_{\theta 1}^* ds + \int_{II} E_{r2} H_{\theta 2}^* ds} \quad (3-67) \end{aligned}$$

Haciendo uso de las expresiones de los campos ya obtenidas para este caso, ecuaciones (3-37) a (3-42), se obtiene

$$\beta'' = \frac{w\epsilon''}{2} \frac{\int_I \left[|A_1|^2 J_1^2 + 2R_e(A_1^* B_1) J_1 N_1 + |B_1|^2 N_1^2 \right] ds}{\int_I \left[|A_1|^2 J_1^2 + 2R_e(A_1^* B_1) J_1 N_1 + |B_1|^2 N_1^2 \right] ds + \int_I \left[|A_1|^2 J_0^2 + 2R_e(A_1^* B_1) J_0 N_0 + |B_1|^2 N_0^2 \right] ds} + \frac{\beta' w \epsilon_2}{\sigma_2^2} \int_{II} \left[|A_2|^2 I_1^2 - 2R_e(A_2^* B_2 I_1^* K_1) + |B_2|^2 K_1^2 \right] ds \quad (3-68)$$

donde A_1, B_1, A_2, B_2 son los coeficientes aparecidos en las soluciones para los campos; por simplicidad de las expresiones que se van obteniendo se han omitido los argumentos de las funciones de Bessel, que se explicitan en las citadas ecuaciones (3-37) a (3-42). Notemos que las permitividades que aparecen en la expresión anterior corresponden a $\epsilon_1 = \epsilon'$, $\epsilon_2 = \epsilon_0$, para la situación esquematizada de gap exterior, y por el carácter del procedimiento perturbativo. Analogamente ocurre para la constante de propagación que en la expresión anterior es $\beta = \beta'$.

Destaquemos que nuestro interés se centra en la obtención del parámetro ϵ'' , puesto que β'' puede ser determinado desde los parámetros experimentales por técnica de Roberts Von Hippel.

El proceso a seguir a continuación es la eliminación de los parámetros A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , dado que físicamente β'' no puede depender de las condiciones de excitación. Esto se puede conseguir a partir de las relaciones entre coeficientes que provienen de las condiciones de contorno (3-43) a (3-46). En efecto, de tales ecuaciones se deducen las siguientes:

$$A_2 = - \frac{K_0(\tau_2^b)}{I_0(\tau_2^b)} B_2 ; \quad A_1 = - \frac{N_0(K_{c1}^a)}{J_0(K_{c1}^a)} B_1 \quad (3-69)$$

$$B_2 = \frac{N_0(K_{c1}^c) - \frac{N_0(K_{c1}^a)}{J_0(K_{c1}^a)} J_0(K_{c1}^c)}{K_0(\tau_2^c) - \frac{K_0(\tau_2^b)}{I_0(\tau_2^b)} I_0(\tau_2^c)} B_1 = C(K_{c1}, \tau_2, a, b, c) B_1 \quad (3-70)$$

donde hemos introducido una nueva constante C para hacer manejables las expresiones de \mathcal{E}'' . Por esta misma razón, en adelante, sobreentendemos los argumentos de las funciones de Bessel en la parte correspondiente a constantes de corte, explicitando la dependencia con los radios exclusivamente.

Para obtener la expresión final de \mathcal{E}'' , o equivalentemente de \mathcal{E}''/β'' , se hace uso de las ecuaciones anteriores expresando todos los coeficientes en función de B_1 , el cual al final es simplificado (quedando excluida la posibilidad $B_1=0$, que no resta generalidad al proceso).

El procedimiento intermedio es ciertamente largo y en gorroso, por lo que nos limitamos a expresar el resultado

$$\begin{aligned}
 \beta'' = & \frac{\epsilon''}{2} \left[\frac{2}{K_{c1}^2} \frac{N_o^2(a)}{J_o^2(a)} \int_a^c r J_1^2 dr + \int_a^c r N_1^2 dr - 2 \frac{N_o(a)}{J_o(a)} \int_a^c r J_1 N_1 dr \right] + \\
 & \left[\frac{2}{K_{c1}^2} \frac{N_o^2(a)}{J_o^2(a)} \int_a^c r J_1^2 dr + \int_a^c r N_1^2 dr - 2 \frac{N_o(a)}{J_o(a)} \int_a^c r J_1 N_1 dr \right] + \\
 & + \frac{N_o^2(a)}{J_o^2(a)} \int_a^c r J_o^2 dr + \int_a^c r N_1^2 dr - 2 \frac{N_o(a)}{J_o(a)} \int_a^c r J_o N_o dr \\
 & + \frac{\beta' \epsilon_o}{\gamma_2^2} c^2 \left[\frac{K_o^2(b)}{I_o^2(b)} \int_c^b r I_1^2 dr + \int_c^b r K_1^2 dr + 2 \frac{K_o(b)}{I_o(b)} \int_c^b r I_1 K_1 dr \right]
 \end{aligned}
 \tag{3-71}$$

En esta expresión aparece la constante C, perfectamente definida en función de los radios del sistema y de las constantes de corte, como se expresa en la ecuación (3-70).

Afortunadamente todas las integrales que aparecen en esta expresión presentan solución analítica, según figura en la bibliografía matemática consultada, (9, Ap.III), (20), (21). No obstante, las integrales de los productos de funciones de Bessel modificadas han tenido que ser resueltas pasándolas previamente a sus equivalentes, funciones de Bessel de primera y segunda clase y funciones de Hankel de primera y segunda clase.

La expresión (3-71) nos permite obtener la expresión de ϵ_r'' de manera inmediata, en función de las constantes de corte en los dos medios, la constante de fase y la parte real de la permitividad corregida según la técnica LSM expresada en (3-57). La expresión final tal como ha resultado para tratarse numericamente, queda en la forma

$$\begin{aligned} \epsilon_r'' = & \frac{\epsilon_r'}{K_{c1}^2} \left[\frac{N_o^2(a)}{J_o^2(a)} \int_a^c r J_1^2 dr + \int_a^c r N_1^2 dr - 2 \frac{N_o(a)}{J_o(a)} \int_a^c r J_1 N_1 dr \right] + \\ & \frac{\beta'^2}{K_{c1}^2} \left[\frac{N_o^2(a)}{J_o^2(a)} \int_a^c r J_1^2 dr + \int_a^c r N_1^2 dr - 2 \frac{N_o(a)}{J_o(a)} \int_a^c r J_1 N_1 dr \right] + \\ & + \frac{c^2}{\sigma_2^2} \left[\frac{K_o^2(b)}{I_o^2(b)} \int_c^b r I_1^2 dr + \int_c^b r K_1^2 dr + 2 \frac{K_o(b)}{I_o(b)} \int_c^b r I_1 K_1 dr \right] \\ & + \left[\frac{N_o^2(a)}{J_o^2(a)} \int_a^c r J_o^2 dr + \int_a^c r N_o^2 dr - 2 \frac{N_o(a)}{H_o(a)} \int_a^c r J_o N_o dr \right] \end{aligned} \quad (3-72)$$

Las soluciones de las integrales que aparecen en la expresión anterior pueden obtenerse desde la bibliografía encontrada (9, Ap. III), (20, pág 254 y ss), obteniéndose

$$(II) \int_a^c r J_1^2(K_{c1}r) dr = \left[\frac{r^2}{2} (J_1^2 - J_o \cdot J_2) \right]_a^c$$

$$(I2) \int_a^c r N_1^2(K_{c1}r) dr = \left[\frac{r^2}{2} (N_1^2 - N_0 \cdot N_2) \right]_a^c$$

$$(I3) \int_a^c r J_1 N_1(K_{c1}r) dr = \left[\frac{r^2}{4} (2J_1 N_1 - J_0 N_2 - J_2 N_0) \right]_a^c$$

$$(I4) \int_a^c r J_0^2(K_{c1}r) dr = \left[\frac{r^2}{2} (J_0^2 + J_1^2) \right]_a^c$$

$$(I5) \int_a^c r N_0^2(K_{c1}r) dr = \left[\frac{r^2}{2} (N_0^2 + N_1^2) \right]_a^c$$

$$(I6) \int_a^c r J_0(K_{c1}r) N_0(K_{c1}r) dr = \left[\frac{r^2}{4} (2J_0 N_0 + 2J_1 N_1) \right]_a^c$$

$$(I7) \int_c^b r I_1^2(\gamma_2 r) dr = \left[\frac{r^2}{2} (I_1^2 - I_0 \cdot I_2) \right]_c^b$$

$$(I8) \int_c^b r K_1^2(\gamma_2 r) dr = \left[\frac{r^2}{2} (K_1^2 - K_0 K_2) \right]_c^b$$

$$(I9) \int_c^b r I_1(\gamma_2 r) \cdot K_1(\gamma_2 r) dr = \frac{1}{4} \left[r^2 (2I_1 \cdot K_1 - I_0 K_2 - I_2 K_0) \right]_c^b$$

Por simplicidad no se explicitan los argumentos de las funciones que aparecen en los segundos miembros, entendiéndose

se que son los mismos que figuran en las funciones que aparecen en los primeros miembros.

Naturalmente, dada la complejidad operativa que presenta el resultado (3-72) se ha hecho imprescindible recurrir al tratamiento númerico del problema, utilizando para ello el lenguaje FORTRAN IV, y haciendo uso de las subrutinas especiales de funciones de Bessel de que disponen los ordenadores IBM 360, IBM 1130 por nosotros utilizados. Se comentan los detalles en el apéndice III

CAPITULO IV.- DISPOSITIVO EXPERIMENTAL, MEDIDAS, FUENTES DE ERROR.

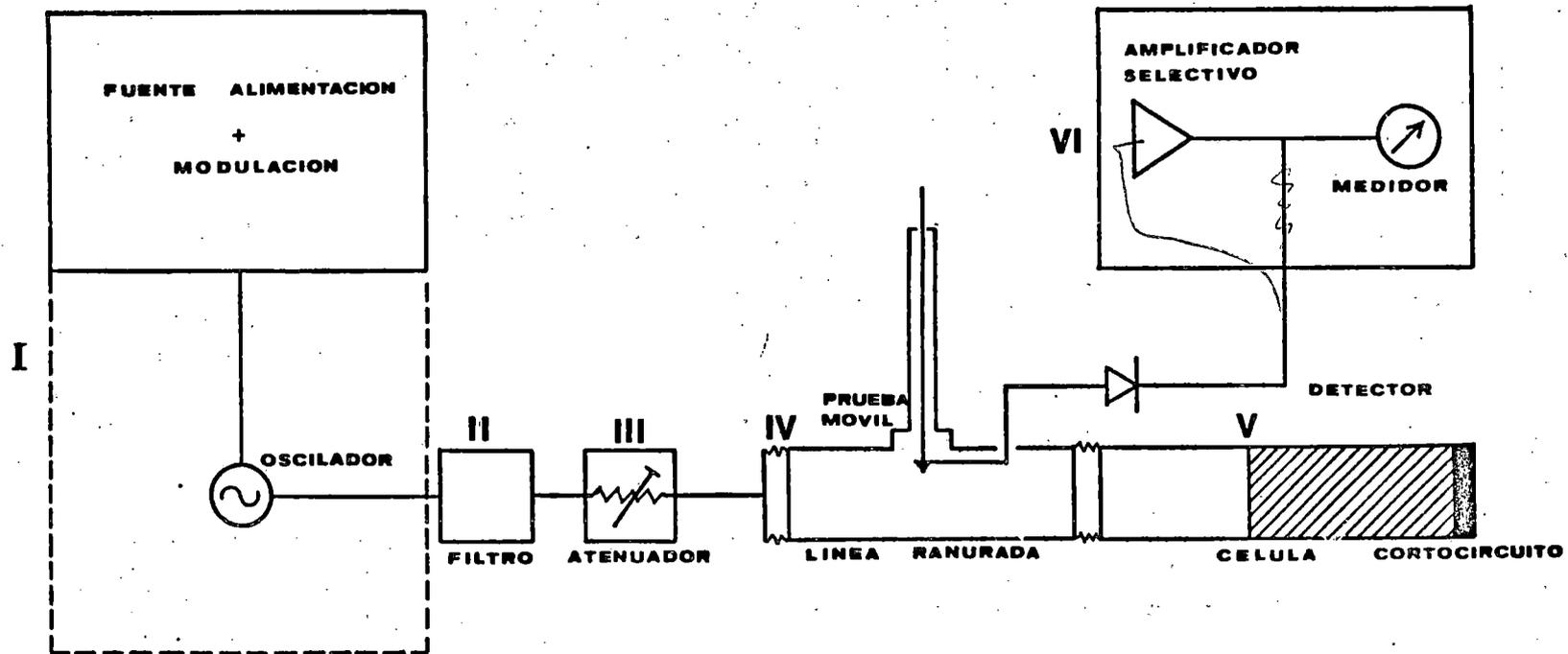
4.1.- INTRODUCCION

En este capítulo se describe el dispositivo experimental utilizado en la realización del presente trabajo y se analizan las medidas obtenidas detallando los parámetros necesarios. Normalmente se hace una discursión de las fuentes de error que afectan a los resultados. Para lograr resultados finales se procede primeramente al tratamiento de las medidas mediante una técnica de Roberts Von Hippel de línea cortocircuitada, aplicando posteriormente el tratamiento LSM desarrollado en el capítulo III. Finalmente se detallan tablas de medidas con comentarios.

4.2.- DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

El dispositivo empleado experimentalmente es básicamente el que ha exigido la técnica de medida en línea cortocircuitada, que se esquematiza en la figura 4-1.

La fuente de alimentación establece las tensiones que alimentan el oscilador y, además, normalmente contiene un



generador de función (cuadrada o sinusoidal) que actúa de modulador de amplitud para la onda generada por el oscilador cuando se utiliza para la detección un amplificador sintonizado a una frecuencia que suele ser de 1KHZ. Este sistema presenta la ventaja de eliminar en gran parte ruido, aunque si la modulación en amplitud es insuficiente puede introducirse componentes de modulación de frecuencia no deseables. Este inconveniente puede superarse si se dispone de potencia suficiente, a costa de utilizar un galvanómetro en la detección.

El generador suele ser básicamente de tipo Klystron o un oscilador de onda regresiva, basados ambos en la modulación de un haz electrónico, bien por una cavidad resonante o por medio de una estructura periódica tipo hélice que hace disminuir la velocidad de la onda hasta que interaccione coherentemente con el haz electrónico.

El aislador es un elemento que permite aislar el generador de la carga, evitando así problemas de cambios en la potencia y en la frecuencia del oscilador cuando se producen cambios en la impedancia de carga. Normalmente se construyen de dos tipos; uno contiene en su interior una forrita que por efecto de rotación de Faraday produce un giro en el plano de polarización de la onda directa, impidiendo el paso de toda onda reflejada y atenuando ligeramente la directa. El mismo efecto se puede lograr con un atenuador a base de la doble atenuación con que llega la onda reflejada; el inconveniente que presenta esta segunda versión es la pérdida de potencia transmitida a la línea desde el oscilador.

Este requerido aislamiento oscilador-carga puede constituir un problema en la práctica si no se toman las debidas precauciones. En la técnica propuesta las medidas se obtienen siempre con la célula acabada en cortocircuito y con muestra en su interior, no teniendo que recurrir a medidas comparativas con y sin muestra. La longitud de onda se obtiene en el medio vacío anterior a la célula con dieléctrico.

A continuación se dispone de un atenuador que permite controlar la potencia de trabajo y, tal como se ha dicho antes, contribuye en parte como elemento aislador.

El elemento de medida está constituido basicamente por la línea de transmisión ranurada con prueba móvil. La prueba consiste en una punta eléctrica de campo, que lleva la intensidad generada a un detector funcionando normalmente en ley cuadrática. La señal detectada pasa, tal como se ha indicado, a un amplificador selectivo y al medidor.

La instrumentación utilizada en la realización del presente trabajo, relativa a la figura 4-1, es la siguiente:

- I: HP 612A (Unidad osciladora 0.1-1.2 GHZ)
- HP 8616A (" " 1.8-4.2 GHZ)
- GR 1267A (fuente de alimentación y modulación)
- GR 1210 (unidad osciladora 0.9-2.0 GHZ)
- II: GR 874FL (Filtro)
- III: GR 874-G10L (atenuador fijo)
- IV: GR 900-LB (línea de transmisión ranurado)
- V: GR 900-LZ15 (célula de medida cortocircuitada)

VI: HP 415B (medidor de SWR)
GR 1232A (detector de cero)

4.3.- PARAMETROS EXPERIMENTALES.

Los parámetros experimentales que hemos de determinar en nuestro caso son los comunes a los métodos de línea cortocircuitada donde se necesita la caracterización de una onda estacionaria: longitud de onda, frecuencia, razón de onda estacionaria, posición de mínimos y distancia del primer mínimo a la muestra.

La medida de la longitud de onda se hace por el procedimiento rutinario de determinación de mínimos sucesivos de la onda estacionaria. En el sistema que se ha usado de línea ranurada cortocircuitada esta determinación es cómoda puesto que los mínimos quedan perfectamente determinados; en este tipo de medidas no se miden normalmente máximos puesto que es éstos las perturbaciones debidas a la penetración de la prueba son mayores, excepto si la prueba está poco introducida. Además, las condiciones de sensibilidad del detector son mayores en torno a los mínimos que a los máximos. Para obtener una mejor precisión de las posiciones de los mínimos es aconsejable tomar parejas de valores en cada uno para la obtención de un valor promedio.

En el sistema utilizado por nosotros la medida de la frecuencia se ha tenido que obtener por detección de mínimos consecutivos, puesto que no disponíamos de frecuencímetro en este rango de frecuencia. Por recuperación de mínimos consecutivo se obtiene un conjunto de valores correspondiente a semilongitudes de onda, medidas en diferentes puntos de la

línea, con los cuales se obtiene un valor promedio para la frecuencia de operación. Dada la homogeneidad del sistema usado, la medida de la frecuencia ha podido realizarse sin dificultad, limitándose la precisión a la correspondiente a la medida de longitudes sobre la escala de la línea (10^{-3} cms).

El otro parámetro interesante en la práctica es la razón de ondas estacionarias, puesto que este parámetro, junto con la longitud de onda y la posición de un mínimo concreto caracterizan la onda en el sistema. Se define la razón de ondas estacionarias S como la relación entre el valor del campo en un máximo al valor en un mínimo,

$$S = \frac{E_{\text{máx}}}{E_{\text{mín}}} \quad (4-1)$$

Normalmente el detector funciona en su zona cuadrática, y puesto que las lecturas obtenidas en el medidor son proporcionales a las intensidades que lo atraviesan, puede calibrarse el medidor de forma que mida directamente razones de onda estacionaria.

Ahora bien, la ley cuadrática del detector se cumple sólo en los casos de baja potencia, lo que hace que para valores altos de la razón de onda estacionaria no pueda efectuarse la medida directa con precisión. Se utilizan entonces medidas en puntos intermedios entre el máximo y el mínimo; si los puntos elegidos son los de potencia doble respecto del mínimo, y se mide una separación d entre ellos, la razón de onda estacionaria es (51)

$$S = 1 + \frac{1}{\text{Sen}^2 \frac{\pi d}{\lambda}} \quad (4-2)$$

siendo λ la longitud de la onda en la línea o guía. Para valores de S grandes como citábamos la relación anterior se simplifica teniendo en cuenta que

$\text{Sen} \frac{\pi d}{\lambda} \approx \frac{\pi d}{\lambda}$, obteniéndose

$$S = \frac{\lambda}{\pi d} \quad (4-3)$$

relación de frecuente uso y denominada "relación de doble mínimo".

En el sistema usado por nosotros, la obtención de cualquiera de los parámetros citados requiere abundante sensibilidad en la detección. Para ello la línea dispone de un Stub sintonizable a la frecuencia de operación, el cual debe ser ajustado para obtener máxima salida.

Normalmente hay que tener la precaución de no efectuar la sintonía de armónicos que pudieran generarse, circunstancia que puede eliminarse teniendo presente que los máximos de los armónicos son de amplitud inferior a los de la frecuencia fundamental. No obstante para asegurar una buena sintonía a la frecuencia del generador, se sintonizan dos máximos consecutivos variando el cilindro giratorio del Stub; sobre la escala del mismo debe comprobarse que la distancia entre dichos máximos corresponde a una semilongitud de onda original.

4.4.- TRATAMIENTO DE LAS FUENTES DE ERROR.

Seguidamente hacemos un análisis de algunas de las fuentes de error que pueden tener mayor incidencia en las medidas. Así, se analizan errores procedentes del oscilador, prueba, detector stub, y corte de la muestra. También se analizan aparte las pérdidas y los errores propios debidos a la construcción del sistema empleado como línea ranurada.

4.4.1.- Errores procedentes del oscilador.

Usualmente los errores debidos al oscilador son consecuencia de inestabilidades en la frecuencia; el nivel de potencia no es tan importante siempre que el sistema de detección sea lo suficientemente sensible. Estas dificultades surgen por variaciones en la carga del oscilador, las cuales pueden ser múltiples y de diversa índole, por lo que se requiere en el proceso de medida un buen aislamiento entre el oscilador y la carga. La forma más simple de dispositivo aislador es el de tipo resistivo. Así por ejemplo, un atenuador de 10 db, reduce reflexiones desde la carga como mínimo de 20 db antes de llegar al oscilador. En este sentido son muy usados aisladores de ferrita dada la ventaja de que no presentan pérdidas apreciables para la onda incidente. Puesto que la frecuencia interviene como factor cuadrático en la ecuación que rige la permitividad (3-32), un error relativo en la frecuencia se duplica traducido a la permitividad.

Otra de las fuentes de error debidas al oscilador está en la inestabilidad de las tensiones de continua en la alimentación, lo que suele estar resuelto en equipos de cierta

precisión como los usados. Por otra parte, como fuente de error debemos citar la posible modulación en frecuencia que suele afectar a la salida del generador, si éste está trabajando con modulación para aumentar la sensibilidad en la detección. Este problema puede quedar solucionado usando modulación de amplitud tipo onda cuadrada. En estas condiciones el sistema detector responde solamente a la componente fundamental de la frecuencia de modulación.

4.4.2.- Errores procedentes de la prueba.

Como ya se ha indicado la prueba se utiliza para obtener información del campo eléctrico en la línea, debiendo estar suficientemente sacada para que no distorsione el diagrama de campo original. De hecho la admitancia asociada cuando penetra demasiado en la línea puede ser importante, y en medidas de precisión se haría preciso un tratamiento de su contribución. Esta perturbación es mayormente importante en torno a los máximos, si bien puede originar desplazamientos en las posiciones de los mínimos.

Cualquier irregularidad en los conductores de la línea se traduce en variación de la penetración de la prueba a lo largo de la línea. Esta variable se denomina corrientemente "flatness" (15) y se expresa en su razón de onda estacionaria equivalente. Estas variaciones ocasionan cambios en la salida de la prueba que enmascaran las medidas. La especificación de "flatness" determina la mínima razón de ondas estacionarias medible con los indicadores convencionales.

Otro de los errores procedentes de la prueba lo cons-

tituyen las reflexiones a que la misma puede dar lugar, lo que se traduce de nuevo en una salida errónea; de nuevo por esta razón se hace necesario la existencia de un buen desacoplo oscilador- carga. La reflexión en la prueba depende básicamente de la penetración, frecuencia, sintonía de stub y características del diodo detector.

La mayor precaución que se ha tenido que observar en nuestro sistema está en la penetración de la prueba. Por ello se ha trabajado normalmente con la prueba poco introducida, consiguiendo además operar el detector a niveles bajos de potencia eliminando así un doble error. Se comprobó que operando con gran penetración se variaban las posiciones de los mínimos y las razones de onda estacionaria, si bien no se modificaban sensiblemente los resultados obtenidos. En definitiva, hay que llegar a un compromiso entre la penetración de la prueba y la sintonía del stub, como ya comentaremos.

Otro efecto que hemos de destacar es que la posición de los mínimos en la línea vacía era correcta, aunque las expresiones teóricas dejaban de verificarse con precisión. El hecho se explica desde las pérdidas propias del sistema, que tienen un efecto importante para razones de onda estacionaria grandes...

4.4.3.- Errores debidos al detector y al stub.

En orden a detectar la señal original es necesario convertirla, directa o indirectamente, en alguna otra forma de energía mecánica o visible. El medio por nosotros em

pleado ha sido el diodo semiconductor como elementos rectificador. Esto hace posible convertir la señal de microonda a otra de baja frecuencia o de continua las cuales pueden ser tratadas por los diversos procedimientos convencionales. Este tipo de rectificador es el más ampliamente usado dada su simplicidad, facilidad de colocación mecánica en el sistema, versatilidad, y ley de funcionamiento, si bien esta última característica puede llevar a incertidumbres.

El detector se hace funcionar normalmente a bajo nivel, llevando su salida a un medidor dependiente del tipo de modulación que se emplee (en nuestro caso modulación cuadrada de 1KHZ). Los parámetros fundamentales que han de tenerse en cuenta como posibles fuentes de error son la ley de respuesta, la impedancia dinámica y la sensibilidad (47), parámetro éste que puede depender aún de otros relativamente incontrolables como la temperatura fundamentalmente.

El stub funciona como elemento de sintonía en el sistema, a base de una cavidad de longitud variable mediante émbolos. Los errores procedentes de este dispositivo son debidos fundamentalmente a la posible sintonía de armónicos y a la desviación de la ley cuadrática del detector que puede originar. Para evitar esta última circunstancia se hace necesario reajustar la sintonía de manera que la salida del diodo sea inferior a unos 2 mV.

El stub usado en nuestro sistema se ha comprobado que efectúa una buena sintonía si previamente a las medidas se calibra utilizando una impedancia standart de 50 Ohm. a frecuencia que se va a trabajar. En la referencia (15) se mues

tran las curvas de resonancia del dispositivo, en las cuales puede seleccionarse el punto adecuado de funcionamiento. Para evitar la sintonía de posibles armónicos, debe tenerse en cuenta que por ejemplo, los máximos en los armónicos son de amplitud menor que los correspondientes a la frecuencia fundamental.

4.4.4.- Errores debidos al mecanizado de la muestra.

La forma geométrica de las muestras ha venido impuesta por el tipo de célula empleada, en nuestro caso líneas de aire tipo GR 900 LZ terminadas en cortocircuito. Ciertamente el mecanizado de este tipo de muestras se hace difícil cuando se exige precisión. Las mayores precauciones han de tomarse en el corte transversal no cortocircuitado. De lo contrario pueden generarse modos superiores al fundamental (LSM en nuestro caso) que, si la muestra es de permitividad elevada, pudieran propagarse. En nuestro caso las permitividades son bajas, pues los materiales bajo estudio han sido plásticos tipo metacrilato.

De todas formas la generación de nuevos modos puede dar lugar a reflexiones anómalas que puedan perturbar las medidas tomadas en el medio vacío. Otra de las precauciones que hay que tomar en evitación de errores es garantizar el contacto de la muestra por el lado del cortocircuito, evitando la existencia de gaps de aire que hacen las medidas completamente anómalas.

Tomando las precauciones citadas, las medidas efectuadas en nuestro caso no han sido afectadas por la generación de modos superiores, tal como se ha podido confir-

mar por la coincidencia de los resultados teóricos con los experimentales (Ap. IV, tablas de resultados). En cualquier caso, esto confirma que si efectivamente se generaban modos superiores, estos eran evanescentes, sin propagación efectiva.

4.5.- PERDIDAS EN LAS PAREDES DE LA LINEA.

Las pérdidas en las paredes de la línea sin fuentes de error por lo que respecta a la medida de pérdidas dieléctricas. Fundamentalmente son debidas a la conductividad finita del material empleado y a los defectos propios de la mecanización.

En la bibliografía encontrada (18 y 51), se analizan métodos de corrección que están basados en el hecho de que la constante de propagación de la onda representa la suma de las correspondiente al dieléctrico, β^d , y a la línea vacía, β^v .

Este hecho traducido a la tangente de pérdidas propias del dieléctrico, $\text{tg} \delta$, serán las medidas, $\text{tg} \delta_m$, menos las de las paredes, $\text{tg} \delta_p$, esto es::

$$\text{tg} \delta = \text{tg} \delta_m - \text{tg} \delta_p \quad (4-4)$$

Estas pérdidas $\text{tg} \delta_p$ representan por tanto un término subtractivo de corrección que afectará a todos los resultados, y por otra parte representa el límite máximo de sensibilidad en la determinación de pérdidas.

Otro hecho a tener en cuenta es que las medidas con

razón de onda estacionaria grande pueden ser afectadas por las pérdidas de la línea. Para minimizar estos errores, en el sistema utilizado por nosotros, los conductores de la línea están dotados de una capa externa de plata pura. Las pérdidas en los correctores usados, tipo 900 BT son prácticamente las mismas que las presentadas por una línea de aire de igual longitud; las pérdidas en los contactos son realmente despreciables (15). En esta referencia figura además una gráfica de las pérdidas en función de la frecuencia y de la distancia de la línea de aire equivalente, resultando $\text{tg } \delta_p \approx 10^{-4}$.

4.6.- INFLUENCIA DE LA RANURA EN LA LINEA COAXIAL.

La finalidad de la ranura practicada en la línea coaxial es la de permitir extraer información de las características de la onda estacionaria transmitiéndose en el sistema. Pueden derivarse errores de la existencia de la ranura respecto de la línea cerrada.

La presencia de la ranura afecta a la distribución del campo en la línea, originando así errores, fundamentalmente en la longitud de onda y en la impedancia.

La ranura en el conductor exterior origina una disminución de la capacidad por unidad de longitud y, consiguientemente, un pequeño aumento en la impedancia característica en la sección bajo la ranura. En (15) se describe la variación en la impedancia, pudiendo corregirse según la expresión:

$$\frac{\Delta Z_0}{Z_0} = \frac{w^2}{4\pi^2(a^2 - b^2)} \quad (4-5)$$

donde w representa la anchura de la ranura y a , b , los radios de los conductores interior y exterior respectivamente. En el sistema usado en este trabajo se opera con una cifra del cambio fraccional en la longitud de onda dentro del 1%. El error correspondiente a la parte real de la permitividad es del orden del 0.1%.

4.7.- RESULTADOS

A continuación se dan unas tablas resumidas de resultados; se detallan los obtenidos según la técnica propuesta LSM y comparativamente los que corresponden a la corrección estática, frente a los obtenidos experimentalmente. Las medidas detalladas de parámetros experimentales se exponen en el apéndice IV.

El material bajo estudio ha sido plástico comercial tipo metacrilato, suministrado por la firma RESOPAL de Madrid.

TABLA RESUMEN I

GAP INTERIOR

f=1.0 GHZ .

MUESTRA	ϵ'_{ISM}	ϵ'_M
MIO	-----	2.620
MI5	0.240261E 01	2.389
MI10	0.212266E 01	2.128
MI20	0.191504E 01	1.910
MI25	0.175439E 01	1.731
MI30	0.168956E 01	1.637

TABLA RESUMEN II

GAP EXTERIOR

f=3.0 GHZ

MUESTRA	ϵ'_{LSM}	ϵ'_M
ME0	-----	2.626
ME5	0.236152E 01	2.328
ME10	0.221675E 01	2.193
ME15	0.196139E 01	1.948
ME20	0.184780E 01	1.809
ME25	0.174206E 01	1.731
ME30	0.155095E 01	1.522

TABLA RESUMEN III

GAP EXTERIOR

$$\epsilon'_C = 2.620$$

ME30 (C=0.500)

FRECUENCIA (GHZ)	ϵ'_{CE}	ϵ'_{LSM}	$\Delta\epsilon'$
1.000	1.54759	1.54796	0.234E-03
3.000	1.54759	1.55095	0.216E-02
5.000	1.54759	1.55698	0.602E-02
7.000	1.54759	1.56614	0.118E-01
9.000	1.54759	1.57859	0.196E-01

TABLA RESUMEN IV

GAP EXTERIOR

$\epsilon'_c = 9.000$

ME30 (G=0.500)

FRECUENCIA (GHZ)	ϵ'_{GE}	ϵ'_{LSM}	$\Delta\epsilon'$
1.000	0.203530E 01	0.204013E 01	0.237E-02
3.000	0.203530E 01	0.207988E 01	0.214E-01
5.000	0.203530E 01	0.216777E 01	0.611E-01
7.000	0.203530E 01	0.232867E 01	0.125E-00
9.000	0.203530E 01	0.260837E 01	0.219E-00

4.7.1.- Tablas resumen I-IV

I.- Aquí el tipo de muestra se denota empezando por MI, lo que se refiere a muestra con gap interior, mientras el número que sigue corresponde al tanto por ciento de gap. El subíndice LSM indica el valor obtenido según esta técnica y el mismo parámetro con M se refiere al valor medido experimentalmente de la constante dieléctrica.

Se detallan los resultados correspondientes a muestras con gap interior hasta del 30% (MI30). Para la obtención del valor experimental se ha hecho uso de la técnica numérica R-VH coaxial para una muestra, como se detalla en el apéndice I. El valor obtenido para la muestra MIO, corresponde al valor correcto de la constante dieléctrica del material, tal como se comprueba en las tablas que figuran en bibliografía (4) y en (1, Ap I).

Los valores de ϵ'_{LSM} presentados son los correspondientes a la técnica propuesta en el capítulo III, utilizando el valor correcto de la constante dieléctrica dado por la muestra MIO y obteniendo el valor previsto en esta técnica. Evidentemente el proceso se puede utilizar funcionando a la inversa, si bien se ha decidido la presentación en esta forma por la mejor precisión que se ha obtenido con las funciones de Bessel implicadas utilizando los argumentos correspondientes a los parámetros experimentales; las diferencias en los valores medidos y los teóricos son inferiores siempre al 3%.

Tales diferencias pueden ser debidas al mecanizado no perfecto de la muestra y por otra parte a los errores en los parámetros experimentales, fundamentalmente en las medidas

de razones de onda estacionaria (normalmente valores altos); como es conocido, el método de Roberts Von Hippel exige un corte perfecto de la muestra por el lado no cortocircuitado de la línea

El problema de la multivaluidad en la ecuación básica del método de Roberts Von Hippel (2-84) se ha podido subsanar dado el conocimiento aproximado que se posee en general del material a estudiar; en caso contrario se requieren aproximaciones por tanteo.

II.- Se detallan ahora los resultados correspondientes a muestras con gap exterior (ME) de hasta el 30% como en el caso anterior, presentando los resultados a la frecuencia de 3.0. GHZ.

La situación aquí presentadas es completamente análoga a la de la tabla anterior, tal como se esquematiza y comenta en el apartado 3-2, lo que facilita enormemente el tratamiento. Los requerimientos y objeciones han quedado tratados anteriormente, obteniéndose en este caso diferencias entre los valores teóricos y medidas inferiores al 1.8%.

III.- En esta tabla se ha elegido para estudio la muestra ME30 como caso más desfavorable, obteniendo teóricamente los valores de la permitividad prevista en un barrido de frecuencias entre 1.0 y 9.0GHZ. Como medida de referencia se ha procedido a obtener el valor de corrección estática, según la técnica descrita en el apartado 3-2.

Naturalmente todos los resultados no han podido tener una confirmación experimental por limitaciones prácticas de los osciladores disponibles e incluso por llegar al límite en que la línea puede operar con precisión.

Se hace patente desde los resultados expuestos que para permitividades bajas y frecuencias no muy elevadas (inferiores a 4GHZ) la coincidencia de los resultados estáticos y LSM es bastante acusada. La diferencia mayor (0.0310) se obtiene naturalmente a la mayor frecuencia de operación (9 GHZ). También es de destacar el hecho de que en este tipo de medida por variación de la frecuencia, la corrección estática sólo proporciona un valor constante. En efecto, esto corresponde al hecho de que tal técnica sólo considera un valor aproximado (medido) de la permitividad y los parámetros geométricos de la línea y la muestra.

Como consecuencia de lo dicho anteriormente, es claro que las componentes del campo en modo LSM se diferencian tanto más respecto a las del modo TEM cuanto mayores son el gap de la muestra y la frecuencia de operación.

IV.- Se estudia de nuevo la muestra ME30 considerada de alta permitividad ($\epsilon'_0 = 9.00$) y se procede a obtener el valor previsto de su permitividad. Análogamente al caso anterior se obtiene el valor correspondiente a la corrección estática primeramente y se compara con el valor LSM propuesto.

Es de destacar la marcada diferencia que se obtiene según estas dos técnicas en situaciones de porcentajes de gaps altos y frecuencias diferentes. La diferencia mayor (0.57307) corresponde naturalmente a la frecuencia más alta estudiada (9.0 GHZ), lo que refleja la bondad del tratamiento LSM aún en el caso de permitividades altas.

TABLA RESUMEN V

GAP EXTERIOR

f=3. GHZ.

$\epsilon' = 2.620$

MUESTRA	$\epsilon''/\beta''(\text{cm})$	$\beta''(\text{cm}^{-1})$	ϵ''_{LSM}	ϵ''_{M}
ME5	2.73	-0.5432E-02	-0.0148	-0.0264
ME10	4.02	-0.4240E-02	-0.0170	-0.0200
ME15	6.97	-0.2725E-02	-0.0189	-0.0121
ME20	8.85	-0.1780E-02	-0.0157	-0.0076
ME25	11.00	-0.3373E-02	-0.0371	-0.0141
ME30	17.20	-0.2128E-02	-0.0366	-0.0084

4.7.2.- Tabla resumen V de pérdidas dieléctricas.

En esta tabla se presentan los resultados de las pérdidas dieléctricas correspondientes a las diferentes muestras con gap exterior que se han usado. La técnica usada ha sido la utilización de un procedimiento perturbativo basado en el tratamiento LSM, tal como se ha desarrollado en el capítulo III.

La ecuación fundamental obtenida utiliza los resultados que se obtienen de la constante dieléctrica y, de nuevo, la complejidad funcional ha hecho necesario la solución del problema por tratamiento numérico.

Los resultados obtenidos están sujetos a las limitaciones inherentes al método aproximado, puesto que en él se parte de las soluciones de campo libre de pérdidas. Otra fuente de error importante corresponde al hecho de que en las múltiples soluciones integrales usadas, los resultados vienen afectados de errores numéricos que pudieran ser importantes. En efecto, las subrutinas de las funciones de Bessel operan con precisión limitada a los argumentos usados. Por último citemos que otro parámetro que puede inducir errores grandes es la determinación de la razón de onda estacionaria, sobre todo en casos como el presente donde tienen valores altos y no se hace posible la medida directa. En nuestro caso la medida de este parámetro se hizo por la técnica de doble mínimo en los diversos mínimos alcanzables en la línea.

RESUMEN Y CONCLUSIONES

- 1.- Dado el interés que presenta el conocimiento de la permitividad eléctrica de la materia, se hace una revisión bibliográfica de los métodos de medida de dicho parámetro. Se hace una clasificación de los mismos según el rango de frecuencia de operación, por ser éste el factor que determina la interacción de la onda con el material y, en definitiva, el tipo de dispositivo a emplear.
- 2.- Se dedica especial atención a los métodos que operan a microondas, por la relación de los mismos con el objeto del presente trabajo. Se ha hecho una revisión crítica bibliográfica en función de las características básicas de cada y uno en concreto de su versatilidad en la aplicación experimental.
- 3.- Se efectúa el tratamiento teórico del modo TEM a partir de un modo híbrido LSM. El resultado es la obtención del modo TEM como modo degenerado TM_{00} , con las únicas componentes radial para el campo eléctrico y angular para el magnético.
- 4.- Se trata el método de Roberts Von Hippel para línea cortocircuitada con muestra que llena, llegando a obtener las ecuaciones fundamentales del mismo. El análisis se hace en función de las componentes fundamentales del campo en modo TEM, requiriendo el procedimiento un ajuste preciso de la muestra con las paredes de la línea y un corte perfecto de la misma por el lado no cortocir-

cuitado. El incumplimiento de estos dos requisitos se traduce en la posible generación de modos superiores con propagación efectiva, haciendo erróneos los resultados obtenidos.

- 5.- Posteriormente se expone el método de corrección estática para muestras que no ajustan a las paredes de la línea. A partir de consideraciones puramente electrostáticas y geométricas se estudian separadamente las situaciones correspondientes a las partes real e imaginaria de la permitividad. Se deducen las expresiones que permiten pasar de valores obtenidos con técnica de guía llena (valores aproximados) a valores corregidos estaticamente. Este tipo de técnica supone la propagación exclusiva del modo TEM, teóricamente imposible como se prueba en el capítulo III. No obstante, los resultados conseguidos han resultado aceptables para gaps pequeños y frecuencias relativamente bajas.

- 6.- Se estudia el problema de la línea semillena efectuando un tratamiento en modos híbridos. Por las condiciones del problema se comprueba que el potencial de Hertz adecuado es de tipo eléctrico, originando un modo LSM, del cual se obtienen las componentes del campo, apareciendo una componente extra respecto al modo TEM de la línea totalmente llena. A partir de la relación de dispersión y de las condiciones de contorno se obtienen las ecuaciones fundamentales del método. Dado el carácter funcional relativamente complejo de la ecuación final, se ha hecho necesario analizar separadamente los tratamientos de las partes real e imaginaria de la permitividad. Los resultados obtenidos confirman el modo

LSM como fundamental en la línea semillena.

- 7.- Para el tratamiento de las pérdidas dieléctricas se ha necesitado recurrir al uso de un método perturbativo. Se estudian las pérdidas dieléctricas a través de la atenuación existente en el sistema, en función de las potencias disipada y propagante en la estructura. La ecuación fundamental obtenida hace uso de resultados parciales del apartado anterior, y, de nuevo, su complejidad funcional ha hecho necesario la solución del problema por vía numérica. Los resultados así obtenidos están sujetos por una parte a las limitaciones intrínsecas del método aproximado, y por otra al hecho de que en las múltiples soluciones integrales usadas numericamente se cometen errores de convergencia, aproximación, etc.
- 8.- En los apéndices II y III se detallan los programas de solución numérica correspondientes a las ecuaciones que rigen ambas partes de la permitividad, recurriendo al uso de la técnica de Newton-Raphson y usando las subrutinas IBM correspondientes a las diversas funciones de Bessel aparecidas.
- 9.- El dispositivo experimental se describe detalladamente, especificando las funciones concretas de cada elemento del mismo. Se hace una descripción detallada de las fuentes de error a que puedan dar lugar los principales elementos, bien sea por imperativos de tipo constructivo, por posibles desviaciones de su comportamiento previsto o por errores accidentales que pudieran producirse.

- 10.- Con objeto de analizar completamente los errores inherentes al dispositivo global, se hace un breve estudio de la influencia de la ranura en la línea y de las pérdidas que se producen por conductividad finita del material usado en las paredes de la línea, concluyéndose que, en lo relativo a medida de la constante dieléctrica, el error en las medidas afecta sólo en un 0.1% aproximadamente.
- 11.- Se exponen unas tablas resumen conteniendo los resultados más significativos. En ellas se exponen resultados correspondientes a situaciones de gap interior y exterior, confirmándose la bondad de la técnica LSM, sobre todo en lo referente a la constante dieléctrica. Los errores que afectan a los resultados se comentan a continuación de dichas tablas resumen siendo debidos a dos hechos fundamentales
- a) Errores de mecanizado de las muestras y de parámetros experimentales.
 - b) Errores de cálculo numérico, introducidos al efectuar las soluciones de las ecuaciones finales para la constante dieléctrica y las pérdidas.

Para subsanar los errores del apartado b) queda en estudio el tratamiento numérico de la ecuación fundamental (3-57) del método LSM, abordando su solución directamente en el plano complejo. Esta previsión pudiera resolver la mejora de las precisiones a obtener en las pérdidas ya que no se requeriría un número tan elevado de soluciones integrales a las funciones de Bessel, sim

plificándose bastante la ecuación (3-72).

- 12.- Para comprobar la potencialidad del procedimiento LSM se ha efectuado una previsión teórica de resultados en condiciones límite. En efecto, para materiales de baja permitividad se ha tomado la muestra con mayor gap (ME30) y se ha estudiado su constante dieléctrica haciendo un barrido en frecuencia entre 1.0 y 9.0 GHZ. Análogamente se ha verificado este estudio considerando un material de alta permitividad en el mismo rango de frecuencia. Los resultados se comparan a los que se obtendrían por la técnica de corrección estática, tomados como referencia. Como era de esperar las mayores diferencias se producen a la frecuencia más alta de 9.0GHZ.

APENDICE I.- PROGRAMA R-VH COAXIAL PARA EL CASO DE UNA MUESTRA.

El presente programa se utiliza fundamentalmente para el cálculo de la constante de propagación β , aunque también se obtiene finalmente un valor aproximado de la permitividad. Para ello se resuelve la ecuación (2-96) básica del método de Roberts Von Hippel, como si la muestra llenara totalmente la línea, según la técnica desarrollada en (1, Ap.III), que permite obtener los parámetros citados directamente en el campo complejo. El valor obtenido de β se utiliza en los apéndices II y III para la determinación de las partes real e imaginaria de la permitividad según la técnica propuesta LSM.

LISTADO DEL PROGRAMA.-

```

      COMPLEX EAP,C,ZO,Z,CO,B
10  READ(5,1,END=20) EAP
      1  FORMAT (2E7.1)
      IF(REAL(EAP).LE.0.) GO TO 20
      WRITE(6,6)
      5  FORMAT(1H1,31HCOMPLEX ELECTRICAL PERMITTIVITY // )
      READ(5,2) BDC,BD,S,DM,
      2  FORMAT(5F8.4)
      BDC=1.E20
C     EAP IS AN STIMATE OF THE COMPLEX DIELECTRIC CONSTANT
C     BDC IS THE CUT-OFF WAVELENGTH
C     S IS THE STANDING WAVE RATIO (SWR)
C BD  IS THE WAVELENGTH IN THE AIR GUIDE REGION
```

```
C      DM IS THE DISTANCE FROM THE SAMPLE TO THE FIRST MINIMUM
C      D IS THE SAMPLE THICKNESS
      DPI=2.*3.1416
      Z=CSQRT((EAP-1.)*(DPI/BDC)**2+(DPI/BD)**2*EAP)*D
      C=(0.,-1.)*(BD/(DPI*D))*CMPLX(1.,-S*TAN(DPI*DM/BD))/CMPLX(S
      , -TAN(
      $DPI*DM/BD))
3      ZO=Z
      Z=ZO-(CSIN(ZO)-ZO*C*CCOS(ZO))/(CCOS(ZO)*(1.-C)+ZO*C*CSIN
      (ZO))
      IF(1.E-6.LT.CABS(Z-ZO)) GO TO 3
      B=Z/D
      CD=((DPI/BDC)**2+(Z/D)**2)/((DPI/BDC)**2+(DPI/BD)**2)
      XOD=CABS(CD)
      DEL=-AIMAG(CD)/REAL(CD)
      WRITE(6,4) BDC, BD, S, DM, D
4      FORMAT(1X,17H EXPERIMENTAL DATA /1X,17H***** //
      $1X,25H CUT-OFF WAVELENGTH (BDC) = ,F7.3,1X,3HCM./
      $1X,41H WAVELENGTH IN THE AIR GUIDE REGION (BD) = ,F7.3,1X,
      3HCM./
      $1X,9HSWR (S) = ,F7.3/
      $1X,36H DISTANCE TO THE FIRST MINIMUM (DM) = ,F7.3,1X,3HCM./
      $1X,22H SAMPLE THICKNESS (D) = ,F7.3,1X3HCM.////)
      WRITE(6,5) CD,XOD,DEL
5      FORMAT(1X,12H FINAL RESULT /1X,12H***** //
      $1X,24H COMPLEX PERMITTIVITY = (F7.3,1H, ,2X,F8.4,1H) /
      $1X,11H MAGNITUDE = ,F7.3/1X,10H ARGUMENT = ,F8.4 )
      WRITE(6,7) B
7      FORMAT(///1X,29H CONSTANTE DE PROPAGACION, B = ,2E13.4)
      WRITE(6,8) C
8      FORMAT(1X,11H TAN(Z)/Z=C = ,2E13.4)
      GO TO 10
20     STOP
      END
```

(IBM 360)

APENDICE II.- PROGRAMA EPSH1 PARA LA DETERMINACION DE LA
PARTE REAL DE LA PERMITIVIDAD SEGUN TECNICA
LSM.

A partir del parámetro β determinado en el apéndice anterior, este programa obtiene el valor de la parte real de la permitividad correcta según la técnica LSM. En esencia obtiene la solución de la ecuación funcional (3-57) utilizando para ello las subrutinas IBM que contienen las funciones de Bessel, y partiendo del valor de la constante de corte $KC1$ contenida en la relación de dispersión (3-1).

LISTADO DEL PROGRAMA.-

```
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*IOCS(CARD,1132PINTER,DISK,TYPEWRITER,KEYBOARD)
  REAL K0,KC1M,KC1,J01,J02,J12,N01,N02,N12,I01,I02,I12,
  K01,K02,K12
  REAL KC1C
  DIMENSION FU(3)
  DATA IMPR/3/
70 READ(2,1)E,F,C
  WRITE(IMPR,2)E,F,C
C   E-PERMITIVIDAD,F-FRECUENCIA EN GHZ,C-RADIO MEDIO EN CM.
  READ(2,4) A
  READ(2,4) B
  4  FORMAT (F8.5)
  IF (B-A) 5,5,0
  5  WRITE(IMPR,7)A,B
  7  FORMAT (1X,'A=',F8.5,3X,'B=',F8.5,3X,'GAP INTERIOR' //)
  GO TO 9
  6  WRITE(IMPR,8)A,B
  8  FORMAT (1X,'A=',F8.5,3X,'B=',F8.5,3X,'GAP EXTERIOR' //)
  9  AA=A
```

```
C A.RADIO EXTERNO,B.RADIO INTERNO,PARA GAP INTERNO
C A.RADIO INTERNO,B.RADIO EXTERNO,PARA GAP EXTERNO
  D-1.E-6
C D.INDICE DE PRECISION EN CALCULO FUNCIONES BESSEL
  DKC1=.01
C DKC1.INCREMENTO EN KC1 PARA DERIVAR NUMERICAMENTE LA FUNCION
C 1FU,EN TECNICA NEWTON-RAPHSON
  ERR=1.E-4
C ERR.INDICE PRECISION RELATIVO PARA FIN ITERACIONES EN LA
  RESOLU
C ICION EC.TRASCENDENTE POR TECNICA NEWTON-RAPHSON
  KO=2.*3.1415926*F/29.96966
  KC1M=1
  KC1C=SQRT(E*(E-1.)*ALOG(B/C)*KO**2/(ALOG(C/A)+E*ALOG(B/C)))
C KC1C.VALOR DE KC1 SUPUESTA VALIDA LA CORRECCION ESTATICA
  KC1=KC1C*.8
  KONT=1
  I=1
  II=1
111 CONTINUE
  G2=SQRT((E-1.)*KO**2-KC1**2)
C KC1,AUTOVALOR RADIAL EN DIELECTRICO
C 1G2,AUTOVALOR RADIAL EN ZONA VACIA (G2=J*KC2,PCR ONDA
  SUPERFICIAL)
  X1=KC1*A
  X2=KC1*C
  Y1=G2*B
  Y2=G2*C
C BES-J,Y,I,K SON LAS SUBROUTINAS PARA CALCULO DE LAS FUNCIONES
C 1PESSEL J,N,I,K DEL SSP DE IBM
  CALL PESJ(X1,0,J01,D,IER1)
  IF(IER1-1)21,22,22
22 WRITE(3,51)IER1
21 CALL PESJ(X2,0,J02,0,IER2)
  IF(IER2-1)23,24,24
24 WRITE(3,52)IER2
23 CALL PESJ(X2,1,J12,D,IER3)
  IF(IER3-1)25,26,26
26 WRITE(3,53)IER3
25 CALL BESY(X1,0,N01,IER4)
  IF(IER4-1)27,28,28
28 WRITE(3,54)IER4
27 CALL BESY(X2,0,N02,IER5)
  IF(IER5-1)29,30,30
30 WRITE(3,55)IER5
```

```
29 CALL PESY(X2,1,N12,IER6)
   IF( IER6-1) 31,32,32
32 WRITE(3,56) IER6
31 CALL PESI(Y1,0,I01,IER7)
   IF( IER7-1) 33,34,34
34 WRITE(3,57) IER7
33 CALL PESI(Y2,0,I02,IER8)
   IF( IER8-1) 35,36,36
36 WRITE(3,58) IER8
35 CALL PESI(Y2,1,I12,IER9)
   IF( IER9-1) 37,38,38
38 WRITE(3,59) IER9
37 CALL BESK(Y1,0,K01,IER10)
   IF( IER10-1) 39,40,40
40 WRITE(3,60) IER10
39 CALL BESK(Y2,0,K02,IER11)
   IF( IER11-1) 41,42,42
42 WRITE(3,61) IER11
41 CALL BESK(Y2,1,K12,IER12)
   IF( IER12-1) 43,44,44
44 WRITE(3,62) IER12
```

C CALCULADAS FUNCIONES BESSEL. SE CALCULA LA FUNCION FINAL

```
43 P1=N02*J01-N01*J02
   P2=N12*J01-N01*J12
   P3=K02*I01-K01*I02
   P4=K12*I01+K01*I12
   FU(I)=(1./G2)*P1*P4+(E/KC1)*P2*P3
   IF(II-2) 210,210,115
210 IF(KONT-2) 200,200,201
200 I=2
   KONT=3
   GO TO 111
201 IF(FU(1)*FU(2)) 202,202,203
203 FU(1)=FU(2)
   DKC1=KC1+DKC1
   GO TO 111
202 IF(ABS(DKC1/KC1)-ERR) 204,204,205
205 DKC1=DKC1/10.
   KC1=KC1-9.*DKC1
   GO TO 111
204 KC1=KC1-DKC1/2.
   II=3
   GO TO 111
115 RF=SQRT(E*K0**2-KC1**2)
   RFC=SQRT(E*K0**2-KC1C**2)
```

```
RE.CONSTANTE PROPAGACION EN DIELECTRICO
G2=SQRT((F-1.)*KO**2-KC1**2)
WRITE(IMPR,3)KC1,KC1C,G2,FU(2),BE
EPSM=(RE/KO)**2
EPSC=(REC/KO)**2
EPSM.CONST-DIEL.QUE SE OBTIENE DEL VALOR DE BE, SUPUESTO QUE LA
1 LINEA ESTUVIERA TOTALMENTE LLENA
WRITE(IMPR,616)EPSM
616 FORMAT(2X,'C.DIEL.GAP(PREDIC.LSM)=' ,E15.6//)
WRITE(IMPR,666)EPSC
666 FORMAT(2X,'C.DIEL.GAP(PREDIC.EST)=' ,E15.6//)
DEL=ABS(EPSC-EPSM)/EPSM
WRITE(IMPR,667)DEL
667 FORMAT(2X,'DIFER.RFLAT(LSM,EST)' ,E12.3//)
GO TO 70
1 FORMAT (3F6.3)
2 FORMAT (1H1,5X, 'C.DIEL.=' ,F6.3,3X, 'FREC.=' ,F6.3,3X, 'RADIO =' ,F6.3
1//)
3 FORMAT(2X,'KC1=' ,E14.6,3X, 'KC1C=' ,E14.6,3X, 'G2=' ,E14.6,3X, 'FUNC='
1,E10.2,4X, 'BETA=' ,E14.6//)
51 FORMAT (///'IER 1=' ,I2)
52 FORMAT (///'IER 2=' ,I2)
53 FORMAT (///'IER 3=' ,I2)
54 FORMAT (///'IER 4=' ,I2)
55 FORMAT (///'IER 5=' ,I2)
56 FORMAT (///'IER 6=' ,I2)
57 FORMAT (///'IER 7=' ,I2)
58 FORMAT (///'IER 8=' ,I2)
59 FORMAT (///'IER 9=' ,I2)
60 FORMAT (///'IER10=' ,I2)
61 FORMAT (///'IER11=' ,I2)
62 FORMAT (///'IER12=' ,I2)
END
```

(IBM 1130)

APENDICE III.- PROGRAMA PERD2 PARA DETERMINACION DE LAS
PERDIDAS DIELECTRICAS SEGUN TECNICA LSM.

Este programa permite obtener las pérdidas dieléctricas según el tratamiento LSM desarrollado en el capítulo III. Corresponde a la solución de la ecuación (3-72) en la forma normalizada ϵ_r''/β'' utilizando las soluciones integrales (I1) a (I9). Nuevamente se utilizan las subrutinas IBM que contienen las funciones de Bessel que figuran en las expresiones y soluciones citadas.

LISTADO DE PROGRAMA.-

```
REAL J0, J1, J2, NO, N1, N2, J, NUM, KO, K1, K2, IO, I1, I2, KC1
DIMENSION ARG(4), JO(4), J1(4), J2(4), NO(4), N1(4), N2(4),
$      IC(4), I1(4), I2(4), VEC(2), KO(4), K1(4), K2(4)
READ(5,1) A, B, F
WRITE(6,3) A, L, F
50 READ(5,2,END=80) C, KC1, G2, BETA1, E1
WRITE(6,9) C, KC1, G2, BETA1, E1
1  FORMAT(2F8.5, E8.2)
2  FORMAT(F6.4, 3E13.6, F7.3)
3  FORMAT(1X, 2HA=, F8.5, 5X, 2HB=, F8.5, 5X, 2HF=, E8.2)
9  FORMAT(1X, 2HC=, F6.4, 5X, 4HKC1=, E12.6, 5X, 3HG2=, E12.6,
$ 5X, 6HBETA1=, E12.6, 5X, 3HE1#, F6.4)
EPS0=8.854E-12
PI=3.141593
ARG(1)=KC1*A
ARG(2)=KC1*C
ARG(3)=G2*B
ARG(4)=G2*C
WRITE(6,17) (ARG(I), I=1,4)
```

```
17 FORMAT(4E12.4)
D=1.E-07
DO 10 I=1,4
X=ARG(I)
CALL BESJ(X,0,J,D,IER0)
IF(IER0.NE.0) WRITE(6,6)IER0
J0(I)=J
CALL BESJ(X,1,J,D,IER1)
IF(IER1.NE.0) WRITE(6,6)IER1
J1(I)=J
CALL BESJ(X,2,J,D,IER2)
IF(IER2.NE.0)WRITE(6,6)IER2
J2(I)=J
CALL BESY(X,0,Y,IER3)
IF(IER3.NE.0)WRITE(6,6)IER3
N0(I)=Y
CALL BESY(X,1,Y,IER4)
IF(IER4.NE.0)WRITE(6,6)IER4
N1(I)=Y
CALL BESY(X,2,Y,IER5)
IF(IER5.NE.0)WRITE(6,6)IER5
N2(I)=Y
6 FORMAT(1X,4HIER=,I4)
10 CONTINUE
WRITE(6,19) (J0(I),J1(I),J2(I),N0(I),N1(I),N2(I),I=1,4)
18 FORMAT(6E12.4)
DO 20 I=3,4
X=ARG(I)
CALL IO(X,V)
IO(I)=V
CALL INUE(X,2,V,VEC)
I1(I)=VEC(1)
I2(I)=VEC(2)
CALL BESK(X,0,BK,IER6)
IF(IER6.NE.0)WRITE(6,6)IER6
K0(I)=BK
CALL BESK(X,1,BK,IER7)
IF(IER7.NE.0)WRITE(6,6)IER7
K1(I)=BK
CALL BESK(X,2,BK,IER8)
IF(IER8.NE.0)WRITE(6,6)IER8
K2(I)=BK
20 CONTINUE
WRITE(6,19) (IO(I),I1(I),I2(I),K0(I),K1(I),K2(I),I=1,4)
```

```
19 FORMAT(6E12.4)
  T1=0.5*(C**2*(J1(2)**2-J0(2)*J2(2))-
  $      A**2*(J1(1)**2-J0(1)*J2(1)))
  T2=0.5*(C**2*(N1(2)**2-N0(2)*N2(2))-
  $      A**2*(N1(1)**2-N0(1)*N2(1)))
  T3=C.25*(C**2*(2.*J1(2)*N1(2)-J0(2)*N2(2)-J2(2)*N0(2))-
  $      A**2*(2.*J1(1)*N1(1)-J0(1)*N2(1)-J2(1)*N0(1)))
  T4=0.5*(C**2*(J0(2)**2+J1(2)**2)-
  $      A**2*(J0(1)**2+J1(1)**2))
  T5=0.5*(C**2*(N0(2)**2+N1(2)**2)-
  $      A**2*(N0(1)**2+N1(1)**2))
  T6=0.5*(C**2*(J0(2)*N0(2)+J1(2)*N1(2))-
  $      A**2*(J0(1)*N0(1)+J1(1)*N1(1)))
  T7=C.5*(B**2*(I1(3)**2-I0(3)*I2(3))-
  $      C**2*(I1(4)**2-I0(4)*I2(4)))
  T8=0.5*(B**2*(K1(3)**2-K0(3)*K2(3))-
  $      C**2*(K1(4)**2-K0(4)*K2(4)))
  T9=0.25*(B**2*(2.*I1(3)*K1(3)-I0(3)*K2(3)-I2(3)*K0(3))-
  $      C**2*(2.*I1(4)*K1(4)-I0(4)*K2(4)-I2(4)*K0(4)))
  COC1=N0(1)/J0(1)
  C1=COC1**2*T1+T2-2.*COC1*T3
  C2=COC1**2*T4+T5-2.*COC1*T6
  COC2=K0(3)/I0(3)
  C3=COC2**2*T7+T8+2.*COC2*T9
  WRITE(6,16) T1,T2,T3,T4,T5,T6,T7,T8,T9,C1,C2,C3
16 FORMAT(12E10.2)
  CTE=(N0(2)-COC1*J0(2))/(K0(4)-COC2*I0(4))
  CTE=CTE*CTE
  NUM=2.*BETA1*(E1*C1/KC1+CTE*C3/C2**2)
  DEN=3BETA1**2*C1/KC1**2+C2
  EB2=NUM/DEN
  WRITE(6,7) EB2
7  FORMAT(////2X,9HRESULTADO//1X,26HCOCIENTE EPS2/BETA2   EB2#,
1E10.3)
  GO TO 50
80 STOP
  END
```

(IBM 360)

APENDICE IV.- TABLAS DETALLADAS DE RESULTADOS EXPERIMENTALES.

Aquí se expresan los datos experimentales correspondientes a las tablas resumen I-II-V, presentando también resultados comparativos según las técnicas CE y LSM.

A continuación se dan las tablas y nomenclaturas de las muestras usadas según se cita en 4.7.1. Los radios de la línea suministrados por el fabricante, son:

$$a = 0.3102_{-}^{+} 1.6 \times 10^{-4} \text{ cms.}$$

$$b = 0.7144_{-}^{+} 5.6 \times 10^{-4} \text{ cms.}$$

GAP INTERIOR

	<u>c(cms)</u>
MIO	0.315
MI5	0.325
MI10	0.350
MI20	0.375
MI25	0.400
MI30	0.412

GAP EXTERIOR

	<u>c(cms)</u>
MEO	0.712
ME5	0.675
ME10	0.650
ME15	0.600
ME20	0.575
ME25	0.550
ME30	0.500

TABLA DETALLADA I

Muestra: MIO

Frecuencia: 1.0 GHZ

Longitud: 10.00 cms

PARAMETROS EXPERIMENTALES

D = 10.00

BD = 29.97

S = 68.14

DM = 14.16

RESULTADOS

ϵ'_{CE} = -----

ϵ'_{LSM} = -----

ϵ'_M = 2.620

Muestra: MI5

Frecuencia: 1.0 GHZ

Longitud: 10.00 cms

D = 10.00

BD = 30.02

S = 107.37

DM = 14.72

ϵ'_{CE} = 0.240254E01

ϵ'_{LSM} = 0.240261E01

ϵ'_M = 2.389

Muestra: MI10

Frecuencia: 1.0 GHZ

Longitud: 10.00 cms

D = 10.00

BD = 30.02

S = 117.97

DM = 0.29

ϵ'_{CE} = 0.212245E01

ϵ'_{LSM} = 0.212266E01

ϵ'_M = 2.128

Muestra: MI20
Frecuencia: 1.0 GHZ
Longitud: 10.00 cms

D = 10.00
BD = 30.02
S = 70.78
DM = 0.87

$\epsilon'_{CE} = 0.191464E01$
 $\epsilon'_{LSM} = 0.191504E01$
 $\epsilon'_M = 1.910$

Muestra: MI25
Frecuencia: 1.0 GHZ
Longitud: 10.00 cms

D = 10.00
BD = 30.02
S = 140.52
DM = 1.44

$\epsilon'_{CE} = 0.175400E01$
 $\epsilon'_{LSM} = 0.175439E01$
 $\epsilon'_M = 1.731$

Muestra: MI30
Frecuencia: 1.0 GHZ
Longitud: 10.00 cms

D = 10.00
BD = 30.02
S = 136.51
DM = 1.78

$\epsilon'_{CE} = 0.168909E01$
 $\epsilon'_{LSM} = 0.168956E01$
 $\epsilon'_M = 1.637$

TABLA DETALLADA II

Muestra: ME20
Frecuencia: 3.0 GHZ
Longitud: 10.02 cms

D = 10.00
BD = 10.00
S = 10.66
DM = 3.97

ϵ'_{CE} = -----
 ϵ'_{LSM} = -----
 ϵ'_M = 2.629

Muestra: ME5
Frecuencia: 3.0 GHZ
Longitud: 10.02 cms

D = 10.00
BD = 10.00
S = 28.17
DM = 4.83

ϵ'_{CE} = 0.236000E01
 ϵ'_{LSM} = 0.236152E01
 ϵ'_M = 2.328

Muestra: ME10
Frecuencia: 3.0 GHZ
Longitud: 10.02 cms

D = 10.00
BD = 10.00
S = 34.23
DM = 5.13
EAP=

ϵ'_{CE} = 0.221385E01
 ϵ'_{LSM} = 0.221675E01
 ϵ'_M = 2.193

Muestra: ME15
Frecuencia: 3.0 GHZ
Longitud: 10.02 cms

D = 10.00
BD = 10.00
S = 39.79
DM = 5.80

$\epsilon'_{CE} = 0.195684E01$
 $\epsilon'_{LSM} = 0.196139E01$
 $\epsilon'_M = 1.948$

Muestra: ME20
Frecuencia: 5.0 GHZ
Longitud: 10.12 cms

D = 10.00
BD = 10.00
S = 53.05
DM = 6.32

$\epsilon'_{CE} = 0.184307E01$
 $\epsilon'_{LSM} = 0.184780E01$
 $\epsilon'_M = 1.809$

Muestra: ME25
Frecuencia: 3.0 GHZ
Longitud: 10.02 cms.

D = 10.00
BD = 10.00
S = 25.46
DM = 6.67

$\epsilon'_{CE} = 0.173756E01$
 $\epsilon'_{LSM} = 0.174206E01$
 $\epsilon'_M = 1.731$

Muestra: ME30

Frecuencia: 3.0 GHZ

Longitud: 10.02 cms

D = 10.00

BD = 10.00

S = 38.82

DM = 7.70

$\epsilon'_{CE} = 0.154759E01$

$\epsilon'_{LSM} = 0.155095E01$

$\epsilon'_M = 1.522$

- 16.- THOMPSON, A.M. Proc. Instn. Elec. Eng. B103, 704 (1955)
- 17.- VALLES, J.A. Tesis. Madrid (1970)
- 18.- AYALA, H. Tesis. Madrid (1970)
- 19.- E. MARTIN, M. RODRIGUEZ VIDAL y J. MARGINEDA. Propagación en guías parcialmente llenas de dieléctrico disipativo con discontinuidad en el plano H. Anales de Física, Vol 71 (1975).
- 20.- YUDELL, L. "Integrals of Bessel funtions". McGraw Hill (1962).
- 21.- WATSON, G.N. "A tratise on the theory of Bessel funtions". University Press (1966).
- 22.- WALDRON, R.A. "Theory of Guided Electromagnetics Waves". Van Nostrand (1969).
- 23.- E. MARTIN, M. RODRIGUEZ VIDAL. "Electromagnetismo". UNED.
- 24.- REDHEFFER, R.M. RL Rep. 483-18 (Mar. 1, 1946)
- 25.- CALBICK, C.J. BTL MM-42-140-53 (Sep.16, 1942)
- 26.- BOYER, P.C.R. Acad. Sci., 262, 1949 (1966)
- 27.- REDHEFFER, R.M. and WINKLER, E.D., RL Rep. 483-15 (May 11, 1945).
- 28.- GINZTON, E.L. "Microwave Measurements". McGraw Hill New York (1957)
- 29.- Technique of Microwave Measurements, Vol 11 of the MIT Radiation laboratory Series, reprinted by Boston Technical Publishers, Lexington, Mass. (1964)
- 30.- HUFNAGEL, F. and KLAGES, G.Z. Angew. Phys. 12, 202 (1960).

- 31.- MOPSIK, F.I., Tesis, Brown University. Providence, R.I., (1964)
- 32.- MOPSIK, F.I. and COLE, R.H. J. Chem..Phys. 44, 1015 (1966).
- 33.- GENERAL RADIO. 1602. Admittance Meter. AB type. West Concord. Mass. USA.
- 34.- Principles of Microwave Circuits, Vol 8. MIT Radiation laboratory Series, reprinted by Boston Technical Publishers, Lexington, Mass. (1964)
- 35.- SUCHER and FOX (Ed). "Handbook of Microwave Measurements". Vol. I, II. Wiley (1963).
- 36.- BIRNBAUM G., KRYDER, S.J. and LYONS, H.J. Appl. Phys. 22, 95 (1951).
- 37.- PITT, D.A. and SMITH, C.P.J. Phys. Chem. Ithaca, 63. 582 (1959).
- 38.- MONTGOMERY, C.G. (Ed.). "Technique of Microwave Measurements". RAD. Lab. Ser. Vol 11, McGraw Hill (1947).
- 39.- ICHIJO, B. J. Appl. Phys. 24, 307 (1953).
- 40.- ICHIJO, B. and ARAI, T. Rev. Scient. instrum. 32, 122 (1961).
- 41.- MARCONI INSTRUMENTATION, Marconi Instruments Ltd, St Albans, Herts (1962).
- 42.- BARRIE, I.T. Proc. Instn. Elect. Engrs. 112, 408 (1965).
- 43.- CHIEN, J-Y. J. Chem. Educ 24, 494 (1947).
- 44.- BOYER, P. These, Nancy (1967).

- 45.- VAUGHAN, N.E. et al., Br. J. Appl. Phys. (J. Phys. D) 1, 511 (1968)
- 46.- GARG, S.K., KILP, H. and SMITH, C.P. J. Chem. Phys. 36, 535 (1962)
- 47.- GINZTON, E.L. "Microwave measurements". McGraw Hill Book Company (1957)
- 48.- OLINER, A.A. and ALISCHULER, H.M., J. Appl. Phys., 26, 2 (1955)
- 49.- BRANIN, F.H. and SMITH, C.P., J. Chem. Phys., 20, 1121 (1952)
- 50.- MUNGALL, A.G. and MORRIS, D. Rev. Scient. Instruments, 34, 839 (1963)
- 51.- HARTSHORN, L. and WARD, W.H., J. Inst. Elec. Engrs. 79, 597 (1936)
- 52.- ALTAR, W. et al. Proc. IRE, 34, 33 (1946)

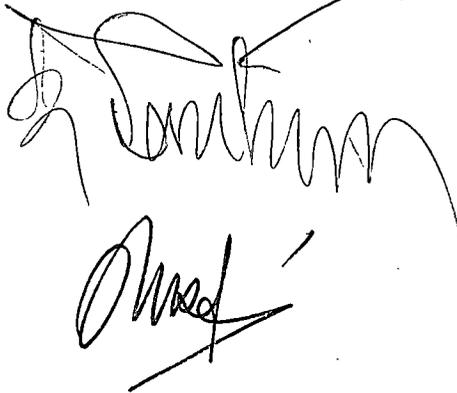
la pagina, 10 de Enero de 1974.

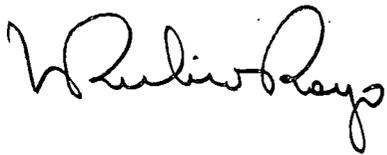
Ward

La presente Tesis fué leída en La Laguna ante el Tribunal formado por Dr. José García Santesmases; Dr. Maximino Rodríguez Vidal; Dr. Roberto Moreno Díaz; Dr. Francisco Rulio Roys y Dr. Ernesto Martín Rodríguez

mereciendo la calificación de Sobresaliente "cum laude"

La Laguna, 25 de febrero de 1977









El Secretario
E. Leante