

UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA

FACULTAD DE CIENCIAS

ANOMALIAS EN LA ROTACION DIFERENCIAL DEL PLASMA
FOTOSFERICO SOLAR

MEMORIA

presentada por el Licenciado
MANUEL VAZQUEZ ABELEDO
para aspirar al Grado de
Doctor en Ciencias

INSTITUTO DE ASTROFISICA DE CANARIAS

ABRIL 1977



En primer lugar quisiera manifestar mi agradecimiento al Prof. E.H. Schröter, actual Director del Fraunhofer Institut (Freiburg, Alemania Federal) por la dirección de esta memoria y por sus consejos y enseñanzas durante mis estancias en Alemania.

Al Prof. Francisco Sánchez Martínez, Director del Instituto de Astrofísica de Canarias, que posibilitó mi salida a Alemania y de quien siempre recibí orientación y estímulo.

A todos los miembros del Observatorio de la Universidad de Göttingen y del Fraunhofer Institut en Freiburg por sus sugerencias y críticas al trabajo. De una manera especial estoy en deuda con los Drs. H. Wöhl y F. L. Deubner por su pronta ayuda y consejo en la parte instrumental y de programación.

Al Dr. J. Casanovas bajo cuya dirección científica inicié mis primeros pasos en la Física Solar posibilitando así la iniciación de este trabajo.

A mis compañeros del Instituto de Astrofísica de Canarias que de una u otra forma han contribuido a la realización de esta memoria. Rosana Hernández Reyes con su cuidadoso y paciente mecanografiado del original, Abelardo Díaz Torres con las gráficas y dibujos y Lluís Tomás Roig en la parte fotográfica dieron forma al trabajo.

Y finalmente, pero no lo menos importante a mi familia y amigos que formaron la base humana necesaria en todo trabajo.

I N D I C E

| | | | |
|------|----|--|----|
| 1 | .- | LA ROTACION ESTELAR | |
| 1.1. | | Observaciones de la rotación estelar | 1 |
| 1.2. | | Pérdida de masa de las estrellas | 3 |
| 1.3. | | Rotación interior | 7 |
| 1.4. | | La rotación diferencial solar en el marco de la estructura estelar | 10 |
| 2 | .- | LA ROTACION DIFERENCIAL SOLAR | |
| 2.1. | | Introducción | 11 |
| 2.2. | | Observaciones de la rotación solar | 13 |
| 2.3. | | Modelos teóricos | 17 |
| 3 | .- | ANOMALIAS EN LATITUD | |
| 3.1. | | Método de observación | 21 |
| 3.2. | | Proceso de los datos | 25 |
| 3.3. | | Análisis de las observaciones | 26 |
| 3.4. | | Interpretación de los resultados | 27 |
| 4 | .- | ANOMALIAS EN LONGITUD | |
| 4.1. | | Método de observación | 28 |
| 4.2. | | Efectos instrumentales | 35 |
| 4.4. | | Efectos solares | 38 |
| 4.5. | | Correcciones astronómicas | 41 |
| 5 | .- | ANALISIS DE LOS DATOS | |
| 5.1. | | Resultados de las observaciones | 46 |
| 5.2. | | Exactitud de las medidas en el centro solar | 47 |
| 5.3. | | Proceso estadístico de los datos | 47 |
| 5.4. | | Análisis de Fourier de los datos | 49 |
| 5.5. | | Ajuste de los datos a un tamaño de célula dada | 52 |

6 .- CONCLUSIONES

| | |
|--|----|
| 6.1. Resumen de los resultados | 58 |
| 6.2. Proyección futura del trabajo | 59 |

BIBLIOGRAFIA

APENDICES

CAPITULO I

En general cuando se habla de evolución y estructura estelar se parte del teorema de Vogt-Rusell que dice que para una composición química dada hay para cada masa solamente una configuración de equilibrio quedando así fijada la estructura interna de la estrella.

Ahora y como introducción a esta memoria quisiera hablar de un tercer parámetro: La rotación. Partiendo de algunas observaciones trataremos de sus posibles aclaraciones teóricas dando asimismo una corta revista del estado actual del problema de la rotación solar en el marco de la rotación estelar.

1.1. OBSERVACIONES DE LA ROTACION ESTELAR:

Solamente en el Sol y en algunos casos en variables ocultantes es posible medir directamente la rotación estelar. Generalmente se utiliza el ensanchamiento de las líneas espectrales debido al efecto Doppler para lo cual es necesario separarlo de otros mecanismos de ensanchamiento como los debidos a la temperatura, presión y turbulencia. Debido a estas y a otras razones instrumentales el límite de las medidas se encuentra alrededor de los 15 Km/s.

Además debe suponerse una distribución al azar de la orientación de los ejes de rotación con respecto a la línea de observación permitiendo así la determinación estadística de la velocidad de rotación ecuatorial. Se mide $v \sin i$, siendo i la inclinación del eje de rotación con respecto a la línea de observación.

Por lo tanto el valor medio será:

$$\bar{v} = \frac{4}{\pi} \overline{v \sin i} \quad (1,1)$$

Si nos limitamos a las estrellas de la secuencia principal (como p.ej. el Sol) la Fig. 1 (KRAFT 1969) muestra la distribución de las ve-

locidades de rotación con el tipo espectral. Dignos de destacar son el ancho máximo de 180 km/s en las cercanías de B5 y el descenso rápido alrededor de F2. Además en algunos tipos existe un comportamiento distinto de estrellas de campo con respecto a los pertenecientes a cúmulos estelares (BERNACA y PERINOTO 1970).

Un comportamiento semejante se encuentra en la Fig. 2 donde se representa el momento angular en relación a la masa de la estrella.

Una descripción exhaustiva de los aspectos experimentales y teóricos se puede encontrar en varias revistas (STRITTMATTER 1968, KRAFT 1969, SLETTEBACK 1970, KIPPENHAHN y FRICKE 1972).

En lo que sigue dirigiremos nuestra atención a aquellos hechos observacionales que están en estrecha relación con el comportamiento de la rotación estelar.

a) Las líneas de emisión Ca II (H y K) se presentan en estrellas de la secuencia principal sólo al comienzo de la zona de descenso (WILSON y BAPPU 1957). Estas líneas se utilizan como índice de la actividad cromosférica (WILSON 1966).

b) La abundancia de Litio es tres veces más pequeña en las estrellas de tipos posteriores que la abundancia cósmica normal mientras que el Berilio permanece invariable (WALLERSTEIN y CONTI 1969).

c) A partir de observaciones en estrellas pertenecientes a diferentes cúmulos estelares (p.ej. Pleyades e Híadas) encontró SKUMANICH (1972) una disminución con la edad estelar de los parámetros que están descritos en los párrafos anteriores a) y b) en concordancia con el descenso de la velocidad de rotación (ver Fig. 3).

d) Si se representa en un diagrama de Hertzsprung-Rusell las estrellas pertenecientes a la secuencia principal con una zona de convección superficial (SCHATZMAN 1962) se encuentra que coincide con la antedicha zona de frenado. La parte C' (ver Fig. 4) se caracteriza asimismo por una zona de convección de helio.

Intentemos ahora relacionar estos hechos observacionales en el marco de una teoría coherente de pérdida de momento angular en las estrellas.

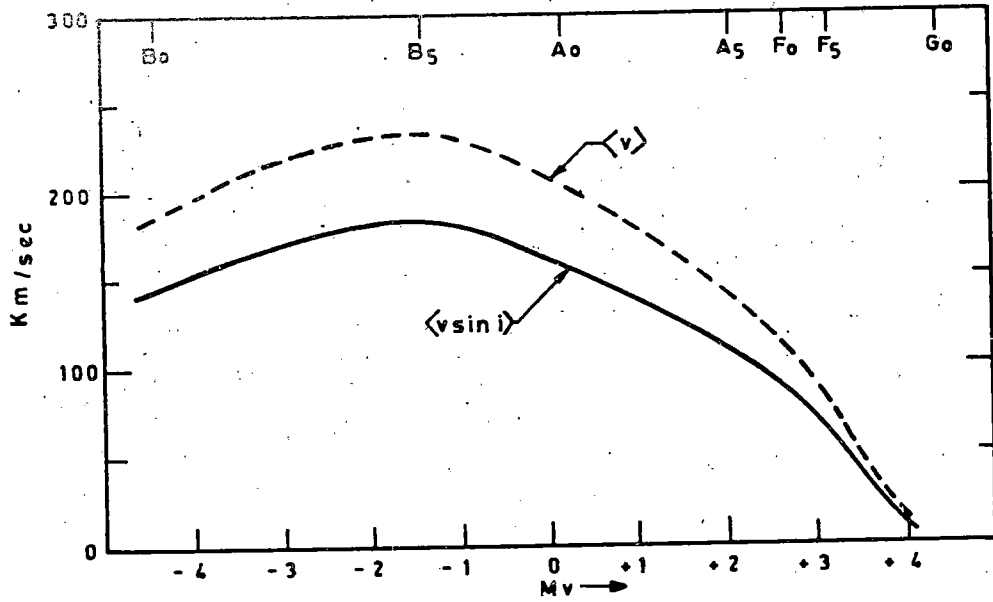


Fig.1

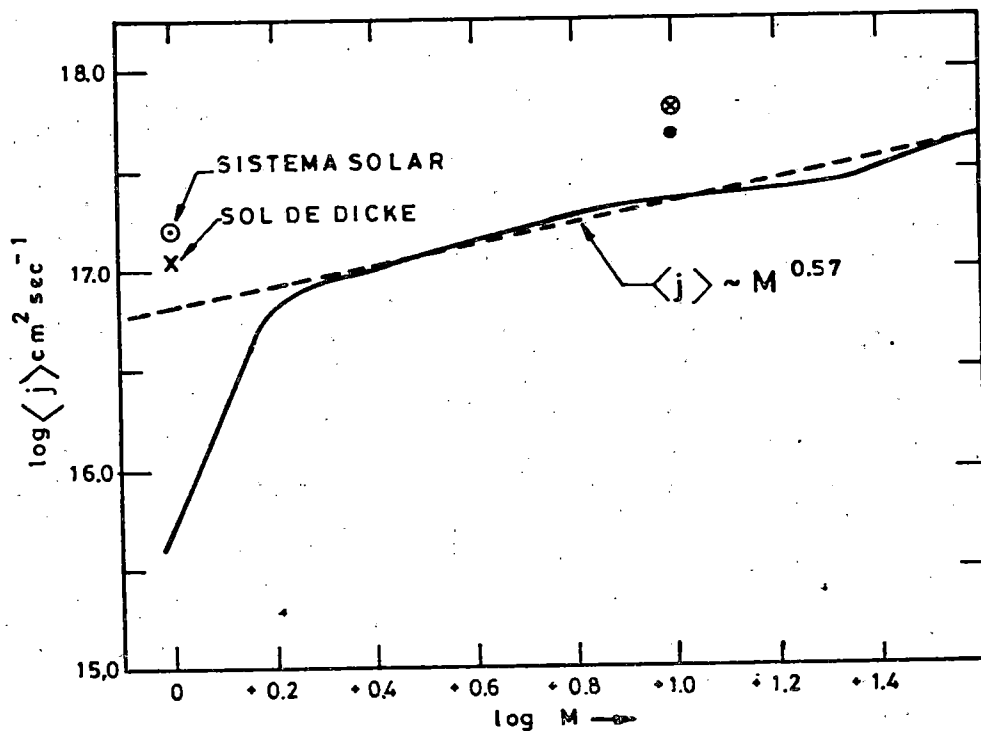


Fig.2

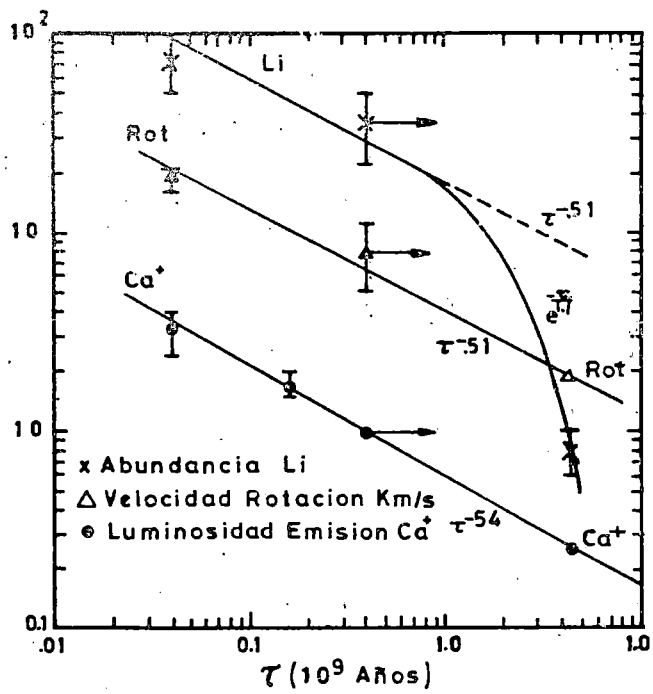


Fig.3

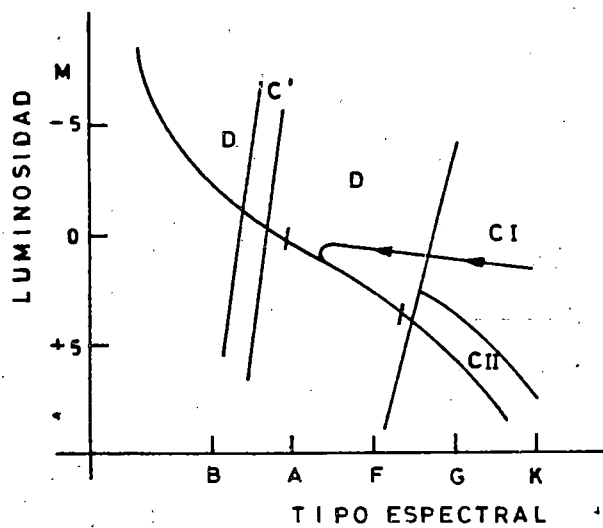


Fig.4

1.2. PERDIDA DE MASA DE LAS ESTRELLAS :

Una aclaración a las curvas de las Fgs. 1 y 2 debe de consistir en un mecanismo que o bien acelere selectivamente los tipos primeros o que frene los posteriores.

A pesar de algunos intentos en la primera dirección (ROXBURGH y STRITTMATTER 1964) se acepta la teoría de SCHATZMAN (1960,1962) cuya base está en la pérdida de masa por actividad magnética en la superficie. Para otros mecanismos de frenado que han sido propuestos ver: Emisión corpuscular. (FESSENKOFF (1949), SCHATZMAN (1954 a,b)): Interacción con el medio interestelar (SPITZER 1956).

En lo que sigue daré un corto resumen de esta teoría principalmente a partir de KIPPENHAHN y MOLLENHOFF (1975).

Partimos del hecho de que el origen de la pérdida de masa se encuentra, en circunstancias normales, en las "flares" (SCHATZMAN 1962) y en el viento solar (BRANDT 1966). Para el Sol se estima en $dm/dt = 1.4 \times 10^{12}$ gr/año.

Que tipo de interacción hay entre el campo magnético y el viento estelar?. Sin campo magnético la materia del viento estelar, que tiene en la superficie de la estrella la misma velocidad angular W que la estrella, conservaría al fluir hacia afuera su momento angular con lo que su velocidad angular disminuiría según $1/r^2$ (r = Distancia a la estrella). Pero en el caso de que exista un campo magnético (que esta "congelado" en el plasma estelar y que rota con él) se ve la materia forzada a conservar la velocidad angular con lo que se le proporciona momento angular al viento estelar. En el caso de que las líneas de campo fueran al principio puramente meridionales la materia del viento estelar los inclinará en el sentido opuesto a la rotación no saliendo ya en una dirección radial sino presentando un ángulo en la superficie. De esto se sigue una fuerza tangencial en la superficie de discontinuidad pues las líneas de fuerza tienden a conservarse de-

rechas. Esta acción de las líneas de fuerza es pues la que ocasiona el frenado de la estrella en su rotación.

Ahora bien el campo magnético puede forzar a la materia a girar con la velocidad angular inicial de la superficie estelar tan solo hasta una cierta distancia L de la estrella (Aproximadamente hasta donde $1/2 \rho v^2 < H^2 / 8\pi$). Allí terminará la transmisión de momento angular de la estrella a la materia mediante el campo magnético.

Hemos visto que cualitativamente este mecanismo es bastante efectivo para frenar estrellas con campo magnético superficial. Hagamos ahora una estimación numérica:

Sea KMR^2W el momento angular estelar. Cuando un gramo de materia abandona la estrella se lleva un momento angular $J = L^2 W$.

$$\frac{d}{dt} (KMR^2W) = L^2W \frac{dM}{dt} \quad (1-2)$$

Dividiendo por MR^2W

$$K \frac{dw/dt}{W} = \left(\frac{L^2}{R^2} - K \right) \frac{dM/dt}{M}$$

$$\text{y como } L^2/R^2 \gg K \quad (1-3)$$

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{L^2}{R^2 K} \frac{\Delta M}{M}$$

como L^2/R^2K es normalmente del orden de 10^5 se ve que también quantitativamente se trata de un poderoso mecanismo de frenado.

Para el sol es $W = 2.7 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ (Aquí supondremos que gira como un cuerpo rígido), con un momento angular $J = 2.10^{48} \text{ gr.cm.}^2 \text{ s}^{-1}$. Como ya mencionamos sea la pérdida de masa $1.4 \cdot 10^{12} \text{ gr.s}^{-1}$ (Por tanto alrededor de 10^{-4} masas solares en su tiempo de vida).

$$\dot{J} = L^2 W \frac{dM}{dt} = (50 \times 6.95 \times 10^{10})^2 \times 2.7 \times 10^{-6} \times 1.4 \times 10^{12} =$$

$$= 4.56 \times 10^{31} \text{ gr.cm.}^2 \text{ s}^{-2}$$

Con un tiempo característico dado por

$$\tau = J/\dot{J} = \frac{2 \times 10^{48}}{4.56 \times 10^{31}} = 0.44 \times 10^{17} \text{ s} \approx 1.4 \times 10^9 \text{ Años}$$

Vemos pues que es suficiente una pequeña pérdida de masa para frenar apreciablemente el Sol (y por inducción las estrellas similares).

Como ya señalamos es necesario para el funcionamiento de este mecanismo la existencia de actividad magnética en la superficie estelar, es decir la existencia en la superficie de una zona de convección y una cromosfera (para una discusión sobre la definición de cromosfera ver el libro "Stellar Chromospheres" especialmente las pg. 41-46). Esto nos lleva a las observaciones a) y d) que prueban la existencia de estas condiciones solamente en las estrellas de tipos posteriores. La existencia de una zona de convección de helio en las estrellas de tipo A (Región C' en la Fig. 4) podría frenar las estrellas de ese tipo espectral pero su pequeño espesor nos permite suponer que solamente son de esperar pequeños efectos en el frenado tal como es confirmado en la Fig. 1.

Ademas el apartado c) nos señala que el mecanismo de frenado de Schatzman continua funcionando durante la estancia de la estrella en la secuencia principal.

En este contexto es interesante ahora el preguntarnos como actúa este mecanismo en la fase previa a la secuencia principal puesto que es conocido (HAYASHI 1961) que esta parte de la evolución esta caracterizada por estrellas completamente convectivas.

Este problema fue investigado por OKAMOTO (1970) a partir de un politropo giratorio. Demostró que estrellas que poseen un campo magnético inicial pierden momento angular por la acción del mecanismo que nos ocupa en una forma que concuerda con el observado experimentalmente en las jóvenes estrellas T Tauri (KUHI 1964, 1966). Ahora bien al final de esta fase desaparece la zona de convección en la superficie para los tipos tempranos permaneciendo por contra para los posteriores con lo que, como ya hemos mencionado, prosigue la acción del mecanismo de frenado.

Como un mecanismo suplementario de frenado propuso HUANG (1965, 1967) la formación de sistemas planetarios. Esto aclararía la desigual distribución de momento angular en el sistema solar del cual solo un 2% esta concentrado en el sol si bien a partir de la velocidad observada en su superficie. La adición del momento angular de los planetas al sol conduciría a este a la zona "normal" de rotación de las estrellas correspondientes a tipos tempranos. Pero como señaló HERBIG (1976) hay otras razones para suponer que esta igualdad es más bien casual. Aunque el sol y los planetas se formaron de la misma materia interplanetaria, los planetas terrestres conservan solamente los restos más pesados y se puede estimar que queda solo un 5% de la nebulosa original y es por tanto difícil de creer que precisamente esta parte conserve la totalidad del momento angular.

Podemos pues suponer que la formación de planetas no representa una contribución apreciable al frenado estelar (a pesar de su importancia en otros aspectos de la evolución estelar). También sin planetas girarían más lentamente las estrellas pertenecientes a tipos espectrales posteriores durante su estancia en la secuencia principal.

1.3. ROTACION INTERIOR :

Una cuestión importante a la hora de estudiar el influjo de la rotación sobre la evolución estelar es si el frenado descrito ha tenido consecuencias en el interior de la estrella.

En esta dirección propuso DICKE (1964) la existencia de un núcleo solar girando rápidamente. Posteriormente y a partir de medidas fotométricas del achatamiento polar (1967: 0.048 ± 0.007 segundos de arco en el Sol ≈ 35 Kms.) DICKE y GOLDENBERG dedujeron una velocidad en el interior del orden de 25 veces mayor que en la superficie. Esto significaría que el sol en conjunto tendría el mismo momento angular que las estrellas de los primeros tipos. Estas observaciones han levantado muchas críticas y discusiones. Debido a la forma de realizar las observaciones por parte de DICKE y GOLDENBERG (medidas de la distribución del flujo en el borde solar utilizando un disco ocultor) fue dirigida especialmente la atención a la posible contribución de variaciones de intensidad fotosféricas provocando un achatamiento mayor que el real p.ej. Diferencias de temperatura Ecuador-Polo (DURNEY y ROXBURGH 1969; INGERSOLL y SPIEGEL 1971; DURNEY y WERNER 1971) o contribución de fáculas (CHAPMAN y INGERSOLL 1972, 1973 a,b; CHAPMAN 1975) con las respuestas correspondientes de DICKE (1972, 1973 a,b) y SCHATTEN (1975). Asimismo nuevas medidas del achatamiento de HILL et al (1974) y HILL y STEBBINS (1975) (0.0092 ± 0.000625) contradicen los resultados de DICKE.

La principal objeción al modelo de DICKE se encuentra en la exigencia de un desacople interior - superficie (ver HOWARD et al. 1967). Suponiendo un interior estratificado dedujeron SAKURAI et al. (1973) que solamente sería frenada una capa límite debajo de la zona de convección aunque señalaron la presencia de inseguridades con respecto al tiempo de estabilidad de dicha capa cuando se consideran efectos no-lineales, compresibilidad y transporte de radiación.

Por contra GOLDREICH y SCHUBERT (1967) señalaron que el efecto estabilizador de la estratificación podría ser contrareestado por una fuerte difusividad térmica si bien los gradientes de los pesos moleculares podría traer una nueva estabilización (GOLDREICH y SCHUBERT 1968).

Para intentar resolver este complicado problema es decisivo conocer la profundidad a la cual tiene lugar la mezcla de materia debido a la inestabilidad. Esto nos lleva a uno de los hechos observacionales que fue mencionado en el apartado 1.1.6.: La abundancia de Litio y Berilio en estrellas de tipos posteriores. Como fue ya mencionado las determinaciones de Li en el Sol (WIEHR et al. (1968); WALLERSTEIN y CONTI 1969) muestran que el Li es 3 veces menos abundante que la abundancia cósmica normal mientras que el Berilio no muestra ninguna desviación.

Observaciones de HERBIG (1966) nos permiten suponer que el Li y el Be no se formaron durante la formación de estrellas análogas al Sol sino que estos elementos estaban ya presentes en la materia interestelar (REEVES, FOWLER y HOYLE 1970). Si esto es cierto no nos encontramos con una abundancia anómala sino con un proceso de destrucción que sólo atañe al Litio. SPIEGEL (1973) dá un resumen del estado del problema.

Dos factores son por tanto importantes en conexión con el modelo de DICKE: La profundidad de la zona de convección y la penetración de los movimientos convectivos en el núcleo radiativo. A partir de los hechos mencionados concluyó DICKE (1971) que el mecanismo de GOLDREICH y SCHUBERT no podía funcionar más allá de la zona de combustión del Litio. Utilizando un salto en el peso molecular medio para dar una estimación cuantitativa de la destrucción del Litio DICKE (1970) fijó la profundidad de esta capa límite en $0.57 R$ lo cual permitiría la combustión del Li mientras que el Be permanecería (Esta destrucción tendría sólo lugar a $0.50 R$).

Por otra parte esto estaría en concordancia con el descenso de la abundancia de Litio con la edad estelar (SKUMANICH 1972).

La resolución de este problema estaría también en estrecha relación con otro aspecto de los interiores estelares: Los neutrinos solares. El si un núcleo girando rápidamente podría influir parcialmente la emisión de neutrinos es un tema abierto (ver MONOGHAM (1974), ROXBURGH (1974-1975) entre otros).

Por último no quisiera dejar sin mencionar las consecuencias, que de ser real, podría tener la medida de achatamiento de DICKE sobre la teoría general de la relatividad de EINSTEIN. Según DICKE el sol tendría un momento cuadrupolar que aclararía la desviación en el perihelio de Mercurio (4" / siglo) sin recurrir a la teoría de la relatividad (DICKE 1975, ROXBURGH 1975).

1.4. LA ROTACION DIFERENCIAL SOLAR EN EL MARCO DE LA ESTRUCTURA ESTELAR.

Hemos visto en los últimos apartados cuán importante puede ser la utilización del Sol como modelo de prueba. La rotación del interior y la pérdida del momento angular son ya dos contribuciones decisivas.

En la Fig. 5 (KIPPENHAHN 1972) podemos ver esquemáticamente la relación entre los procesos citados anteriormente.

Especialmente interesante es la interacción entre la rotación superficial y la circulación a gran escala en la zona de convección trayendo como consecuencia la rotación diferencial de las capas superficiales y a cuya investigación nos dirigiremos en los restantes capítulos.

Se admite actualmente que esta interacción excita el mecanismo dinámico responsable de la conservación del campo magnético solar (PARKER 1970; STIX 1974, 1976). Antes ya mostramos la importancia de la actividad magnética superficial para el funcionamiento del mecanismo de SCHATZMAN. Hoy está probado, después de las modernas observaciones del SKYLAB, que el viento solar fluye hacia el exterior predominantemente a través de regiones magnéticas abiertas ("coronal holes") (KRIEGER et al. 1973). Son por tanto las estrellas con una configuración magnética semejante las que pierden más masa y rotación? La respuesta a esta pregunta junto con la aclaración del problema de los neutrinos y del achatamiento solar pudiera convertirse en la contribución más importante de la Física Solar.

En general es válida la suposición de que la atmósfera no varía el interior mientras que lo contrario no es nunca cierto. Por tanto cualquier modelo de la zona de convección y del interior estelar debe considerar siempre las influencias en la atmósfera. En nuestro caso será la rotación diferencial del plasma fotosférico.

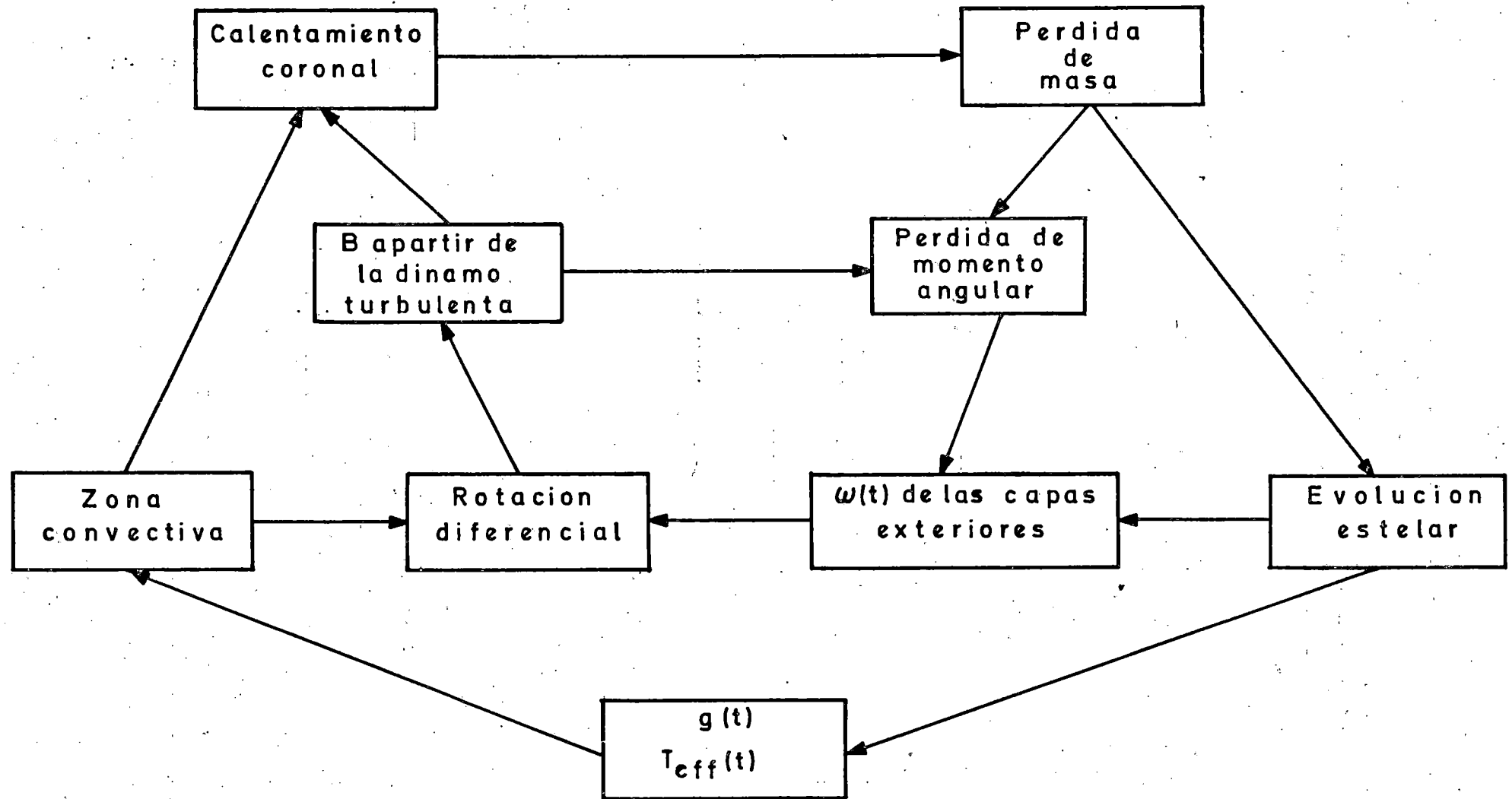


Fig.5

CAPITULO II

LA ROTACION DIFERENCIAL DEL SOL

2.1. INTRODUCCION:

Ya durante las primeras observaciones telescópicas del sol por Galileo y Scheiner a comienzos del siglo XVII se encontraron diferencias en los periodos de rotación de las manchas solares. Las manchas giraban más rápidamente en el ecuador que a altas latitudes heliográficas. En el siglo XIX determinó CARRINGTON (1858) por primera vez una ley empírica de la rotación diferencial.

Fundamentalmente tenemos dos posibilidades para medir la rotación de una estructura o región determinada:

1) El seguimiento de una estructura sobre el disco visible: Es el método clásico que se utiliza también en la rotación de los planetas. En principio la estructura debería satisfacer una serie de condiciones, a saber: a) Debería sobrevivir un tiempo razonable sin cambios apreciables en su morfología. b) Habría de tener una forma definida para poder definir con exactitud su centro. c) Tanto cuando se la observase en el centro del disco como en el borde debería estar a la misma altura en la atmósfera solar.

Por supuesto no hay ninguna estructura que cumpla completamente estas condiciones (p.ej. son conocidos los movimientos propios y el efecto Wilson de las manchas solares), si bien observaciones controladas por un ordenador pueden obviar alguna de estas dificultades (p.ej. SCHROTER y WOHL 1975).

En este apartado podríamos asimismo incluir los trabajos de determinación de la rotación de campos magnéticos a gran escala (WILCOX y HOWARD 1970) mediante análisis de autocorrelación de magnetogramas.

2) Observaciones espectroscópicas.- Este método tiene como fundamento el desplazamiento Doppler de las líneas espectrales debido a la rotación. Tiene la ventaja de que es aplicable a todas las latitudes dando

asimismo la rotación para un determinado nivel donde la línea se origina. La dificultad principal se encuentra (aparte de posibles problemas instrumentales) en la existencia de otros campos de velocidad de menor escala (Granulación, Oscilaciones y Supergranulación) que contribuyen igualmente a la velocidad medida. Sobre la solución de este problema hablaremos en el Cap. IV.

Numerosos artículos resumen se han publicado en los últimos años dando una exhaustiva descripción de los aspectos teóricos y experimentales (GILMAN 1974, DURNEY 1976, HOWARD y YOSHIMURA 1976, STIX 1976, WOHL 1976). En lo que sigue presentaremos los resultados principales de las observaciones con un comentario corto sobre los mecanismos que han sido propuestos para el origen y conservación de la rotación diferencial.

2.2. OBSERVACIONES DE LA ROTACION SOLAR:

En la tabla I están resumidas las principales observaciones de la rotación equatorial. Las medidas antiguas fueron tomadas principalmente de ABETTI (1932) y WALDMEIER (1955). Lo primero que llama la atención es la dispersión de valores que es mucho mayor que los posibles errores de medida. Consideremos ahora la forma de dichas variaciones siguiendo diferentes criterios.

a) Regiones magnéticas y no magnéticas:

En principio se pueden dividir todas las medidas en dos grandes grupos. En el primero se incluirían las observaciones de estructuras magnéticas obtenidas bien mediante un procedimiento de seguimiento (Manchas solares: NEWTON y NUNN 1951, WARD 1966, GILMAN y COFFEE 1969; Ca- "Mottles" HALE y FOX 1907, SCHROTER y WOHL 1975, 1976) o por análisis de autocorrelación (WILCOX y HOWARD 1970, WILCOX et al. 1970). El segundo grupo incluiría observaciones espectroscópicas de líneas fotosféricas fuera de las regiones activas (es decir el plasma fotosférico) (p.ej. HOWARD y HARVEY 1970).

Las estructuras magnéticas giran en término medio un 7% más rápido que el plasma fotosférico. FOUKAL (1972) y STENFLO (1974) propusieron que las regiones magnéticas estaban acopladas a una capa que se encontraría a unos 5000 Kms. debajo de la fotosfera.

Esta teoría exigiría por tanto un aumento de la velocidad de rotación con la profundidad. Un aumento semejante es pedido igualmente por la teoría de la $\alpha\omega$ - dínamo para la producción y conservación del campo magnético solar (STIX 1976 b). YOSHIMURA (1971) dió una aclaración alternativa partiendo de que las estructuras magnéticas son una parte de perturbaciones hidromagnéticas a gran escala o células de convección gigantes que se mueven con respecto al plasma.

b) Dependencia de la altura:

Resultados contradictorios se encuentran en las medidas de líneas fotosféricas. Mientras que ADAMS (1911), ASLANOV (1963) y SOLONSKY (1972) midieron un gradiente fotosférico, LIVINGSTON (1969) no encontró ninguna variación apreciable.

Una explicación al gradiente medido por los primeros autores fue dada por LIVINGSTON y MILKEY (1972) en base de la existencia de solapamientos desconocidos que afectarían en un mayor grado a las líneas débiles (capas profundas) que a las intensas (originadas en capas altas). Esto podría tener como consecuencia el gradiente observado especialmente cuando se trabaja con muchas líneas (como fue el caso con Aslanov y Solonsky).

Las velocidades de rotación en líneas y estructuras cromosféricas (LIVINGSTON 1969; SCHROTER y WOHL 1975, 1976) son un 6% mayor que en el plasma fotosférico con un ligero descenso cuando se observan estructuras coronales (HANSEN et al. (1969); WAGNER (1975)). Esto se interpreta en base de que las estructuras cromosféricas reflejan la rotación del campo magnético fotosférico.

c) Dependencia de la latitud heliográfica:

O con otras palabras: cuando se desvía para cada estructura la ley de la rotación diferencial de la que correspondería a un cuerpo rígido?. Esta variación parece no existir para los agujeros coronales (WAGNER 1975) y estructuras magnéticas de larga vida (WILCOX et al. 1970). Por contra muestran las manchas solares y las líneas fotosféricas una gran desviación (NEWTON y NUNN 1951; HOWARD y HARVEY 1970). Debido al análisis de los datos generalmente utilizado que consiste en el ajuste de los valores experimentales a una función analítica prefijada pueden pasar desapercibidas anomalías en la distribución de la velocidad de rotación con respecto a la latitud (ver Cap. III).

d) Variaciones temporales:

Hasta la introducción de registros fotoelectricos controlados por un ordenador (p.ej. HOWARD y HARVEY 1970; SCHROTER y WOHL 1975) no se tenía una información satisfactoria sobre las variaciones de la velocidad de rotación de un corto espacio de tiempo. Si bien tales variaciones fueron ya señaladas por HALM (1904) y PLASKETT (1916) se atribuyeron a efectos de luz difusa (DE LURY 1939).

Las observaciones más completas realizadas hasta la fecha por HOWARD y HARVEY (1970) en Mt. WILSON, las cuales cubren el disco completo, mostraron ya en los análisis previos variaciones con diferentes períodos. Un análisis más apropiado de los datos condujo a HOWARD y YOSHIMURA (1976) a un período de unos 7 días (en el ecuador) con una amplitud de 80 m/s aunque los autores indican que no pueden todavía excluir completamente efectos instrumentales.

Con otra escala temporal analizando todas las observaciones realizadas hasta la fecha dedujeron BELVEDERE y PATERNO (1975) un período en la velocidad de rotación en el ecuador de 34 años.

e) Correlaciones con el ciclo de actividad solar:

Como ya mencionamos en el anterior apartado hasta hace poco tiempo no se ha dispuesto de una serie coherente para buscar correlaciones con una larga escala temporal (como son 11 años en este caso). Análisis preliminares de HOWARD (1976 b) señalan que en el mínimo del actual ciclo (aprox. primavera del 76) la rotación del plasma se acerca a la correspondiente a la de las estructuras magnéticas. A partir de la ya mencionada teoría de FOUKAL (1972) propusieron FOUKAL y JO-KIPII (1975) que la causa de tales variaciones estaría en la profundidad variable de la zona de convección o bien en variaciones con el ciclo solar de la efectividad del transporte de momento angular entre un interior rígido y la zona de convección.

Asimismo DEUBNER y VAZQUEZ (1975) propusieron una relación entre un mínimo relativo de la rotación diferencial y el desplazamiento de la zona de manchas solares a lo largo de un ciclo de actividad (Para detalles ver Cap. III).

f) Celulas de convección a gran escala:

La posibilidad de que la escala de dimensiones en la zona de convección (Granulación y supergranulación) fuera seguida por una "super-supergranulación" fue mencionada por SIMON y WEISS (1968) y BUMBA (1970)

a partir de consideraciones teóricas y análisis de observaciones de campos magnéticos a gran escala respectivamente. Asimismo a partir de las ya citadas observaciones de Mt. WILSON señaló HOWARD (1971) la posibilidad de la existencia de regiones con un diámetro de 7×10^5 Km. y un tiempo de vida de varios días.

Ya en 1975 lograron SCHROTER y WOHL (1976) probar la existencia de 4 células gigantes sobre el sol (cada uno por tanto ocupando 90° de longitud heliográfica). El si estas células son posibles de identificar solamente en estructuras magnéticas (como fue el caso de SCHROTER y WOHL) o si también es posible encontrarlas en el plasma permanece como pregunta abierta hacia la cual dirigiremos nuestra atención en el Cap. V.

g) Movimientos meridionales:

Se verá próximamente que uno de los posibles mecanismos que podrían contribuir a la conservación de la rotación diferencial se basa en la existencia de corrientes meridionales del polo al ecuador transportando momento angular. Diversas medidas contradictorias han aparecido en los últimos años. Mientras TUOMINEN (1961, 1974) y COFFEE y GILMAN (1959) encontraron para pequeñas latitudes corrientes de varios m/s, WARD (1973) señaló un límite máximo de 1 m/s (todos con el mismo método: seguimiento de manchas solares). SCHROTER y WOHL (1975) dieron un valor máximo de 100 m/s para los mottles de Ca. En lo que atañe a observaciones espectroscópicas HOWARD (1971) da 30 m/s y PLASKETT (1973) unos increíbles 720 m/s ii

Finalmente es digno de mención que WOLF (1975) analizando los coeficientes a, b, c de las observaciones de Mt. WILSON (ver HOWARD und HARVEY, 1970) señaló la posibilidad de que la rotación diferencial pudiera ser mantenida por dos corrientes girando alrededor del polo y del ecuador en sentidos contrarios.

2.3. MODELOS TEORICOS:

Dos dificultades principales se encuentra el teórico a la hora de construir un modelo de la rotación diferencial solar. Por un lado ha crecido en los últimos años la creencia, como se señaló en 2.2 de que el sol tiene una circulación general de la cual la rotación diferencial es tan sólo un valor medio con una serie de variaciones en tiempo, latitud y longitud. Un modelo realistico debiera por tanto aclarar estas observaciones.

Por otro lado en los modelos construidos, que pretenden representar la interacción entre la zona de convección y la rotación, se utiliza para los calculos la aproximación Bousinesq, es decir cuando la densidad de un elemento de fluido se considera solamente influenciada por la gravitación (medio incomprensible). Pero como señala GILMAN (1975) esto es solamente valido cuando la escala de altura es mucho mayor que la profundidad del medio convectivo lo cual no es el caso en la zona de convección solar. Modelos que consideran la comprensibilidad (VANDAKUROV 1975) se encuentran en un estado primitivo.

En todo caso cualquier modelo debe aclarar un hecho observacional fundamental: la aceleración ecuatorial.

Se podrían dividir los diferentes modelos en dos partes

a) simetricos (Referentes al eje de rotación): Estos modelos utilizan las corrientes meridionales (ver 2.2 g) como mecanismo para el transporte de impulso al ecuador y para la conservación de la rotación diferencial.

BIERMANN (1941) supuso que si la viscosidad del plasma solar es más pequeña en la dirección radial que en un plano perpendicular a ella se sigue un transporte de momento angular al ecuador. Posteriormente esta idea fue desarrollada por KIPPENHAHN (1963), COCKE (1967), KOHLER (1970) y DURNEY (1974). Como señala GILMAN (1974) es difícil de justificar un modelo semejante puesto que no existe ninguna razón física para la anisotropía de la viscosidad. Otra dificultad está en que las capas más profundas deberían girar más lentamente lo cual no parece probable.

Por otro lado DURNEY y ROXBURGH (1971) partieron de que la viscosidad y la conductividad del plasma son dependientes de la latitud heliografica. Esto conduce a corrientes meridionales y a una rotación diferencial en el sentido correcto pero exigiendo un gradiente de temperatura entre el polo y el ecuador que no ha sido observado.

b) Asimétricos: Proceden fundamentalmente de trabajos sobre la dinámica de las corrientes en la atmosfera y océanos de la tierra (ROBERTS 1965, 1968) partiendo del hecho de la existencia en la zona de convección del sol de movimientos asimétricos a gran escala que producirían una aceleración ecuatorial .

Como en el apartado anterior concurren dos posibles mecanismos responsables de la rotación diferencial.

Primeramente propuso WARD (1966) que en la atmósfera solar podrían existir un sistema de corriente análogo al de la atmosfera terrestre que se conocen como ondas de Rossby, ondas inclinadas de este tipo situadas en conchas esféricas transportarían momento angular al ecuador pero ya que representan predominantemente movimientos horizontales necesitan para su conservación una fuerza horizontal como p.ej. la derivada de las diferencias de temperatura entre el polo y el ecuador (y que de hecho existen en la atmosfera terrestre) que como ya mencionamos no han sido medidas en la magnitud requerida en la atmosfera solar. (FALCIANI et al. (1974)). Otra posibilidad consistiría en que pequeñas células en la zona de convección suministrasen energía cinética a estas ondas mediante procesos no lineales. Esta idea ha sido desarrollada especialmente por GILMAN (1969 a,b) y GORDON (1970).

Por otro lado y partiendo de la idea original de SIMON y WEISS (1968) el modelo basado en células gigantes se ha desarrollado en los últimos años por BUSSE (1970,1973), DURNEY (1970) y GILMAN (1972, 1975, 1976). Paralelamente ha crecido la evidencia experimental de su existencia (BUMBA 1970, HOWARD y YOSHIMURA 1976, SCHROTER y WOHL 1976).

A partir de este modelo el sol produciría una circulación a gran escala en la forma de grandes elementos de convección los cuales se moverían de este a oeste en las proximidades de la superficie transportando momento al ecuador. Por desgracia los modelos realizados hasta la fecha exigen asimismo un gradiente de flujo ecuador - polo (en GILMAN (1972) un factor 2.5 mayor).

Resumiendo podemos decir que hay una serie de modelos que son aptos para explicar los rasgos más característicos de la rotación diferencial con la objeción del gradiente de temperatura. Quizás en el futuro se pueda obviar esta necesidad con la consideración de la compresibilidad junto con una mayor cantidad de observaciones apropiadas.

TABLA I

| | <u>METODO</u> | <u>AÑO</u> | <u>ROTACION</u> |
|------------------|---------------------------------------|------------|-------------------|
| CARRINGTON | Manchas | 1853-61 | 2.019 |
| SPORER | " | 1861-93 | 2.009 |
| MAUNDER | " | 1879-1901 | 2.022 |
| STRATONOFF | Fáculas | 1891-93 | 2.047 |
| CHEVALIER | " | 1905-08 | 2.026 |
| DUNER | 6301-6302 $\overset{\circ}{\text{A}}$ | 1900 | 2.080 |
| HALM | 6301-6302 $\overset{\circ}{\text{A}}$ | 1904 | 2.034 |
| ADAMS | 4196-4294 (20 líneas) | 1906 | 2.061 |
| ADAMS | 4196-4294 (22 ") | 1908 | 2.048 |
| ADAMS | H α | 1906-08 | 2.100 |
| STOREY-WILSON | 6280-6318 (10 líneas) | 1909 | 2.065 |
| SCHLESINGER | 4058-4276 (20 ") | 1912 | 1.984 |
| PLASKETT-DE LURY | | 1911-13 | 1.994 |
| ROYDS | Protuberancias | 1926-29 | 2.037 |
| D' AZAMBUJA | " | 1919-30 | 2.016 |
| EVERSHED | 4000 - 4100 | 1931 | 2.015 \pm 0.026 |
| HALE-FOX | Ca* MotteIn | 1907 | 2.038 |
| NEWTON-NUNN | Manchas | 1878-1944 | 2.013 |
| PLASKETT | | 1953 | 1.900 \pm 0.050 |
| ASLANOV | 1700 líneas | 1963 | 2.060 \pm 0.110 |
| WARD | Manchas | 1878-1944 | 2.033 |
| COFFEE-GILMAN | " | 1969 | 2.044 |
| HANSEN et al. | Estructuras coronales | 1969 | 2.030 |
| LIVINGSTON | CI5380, FeI5233 | 1968 | 1.932 |
| LIVINGSTON | H α | 1968 | 2.086 |
| SOLONSKY | 800 líneas | 1968 | 2.030 |
| HOWARD-HARVEY | Fe I 5250.216 A | 1966-68 | 1.926 |
| WILCOX-HOWARD | Campos magnéticos | 1959-66 | 2.030 |
| WILCOX et al. | " " | 1959-66 | 2.016 |
| DUPREE-HENZE | Lineas UV + Continuo Lyman | 1972 | 1.884 \pm 0.062 |
| SIMON-NOYES | " " (Regiones activas) | 1972 | 2.058 \pm 0.028 |
| HENZE-DUPREE | " " (Sol en calma) | 1973 | 1.904 |
| SCHROTER-WOHL | Ca ⁺ - MotteIn | 1974 | 2.030 |
| WAGNER | (Agujeros coronales) | 1973 | 2.005 |

CAPITULO III

En uno de los modelos teóricos citados de la rotación diferencial solar propuso GILMAN (1972) que suponiendo ciertas condiciones hidrodinámicas podría encontrarse el máximo de la rotación solar a 10° de latitud. Con el objetivo de confirmar este máximo se planeó un método de observación que permitiera investigar la rotación solar en las proximidades del ecuador con la mayor resolución espacial posible en lo que concierne a dependencia de la latitud heliográfica (ver DEUBNER y VAZQUEZ 1975).

3.1. METODO DE OBSERVACION:

Como ya mencionamos en el Cap. I la determinación de la rotación estelar tiene como fundamento el desplazamiento Doppler. En el sol nos es posible investigar dicha rotación en puntos individuales sobre el disco. Tendremos por tanto un desplazamiento al azul en el borde este y uno al rojo en el oeste. Este desplazamiento contiene no solo la componente debida a la rotación sino también los efectos de otros campos de velocidad (Granulación, Supergranulación y Oscilaciones) así como contribuciones que proceden de la rotación de la Tierra alrededor del sol y de si misma.

Si el desplazamiento corregido lo referimos a un punto cero tendremos el valor absoluto de la rotación. Ahora bien en este caso interesaba fundamentalmente el comportamiento de la rotación solar respecto al ecuador (por tanto solo medidas relativas).

Para ello se utilizó el llamado compensador Doppler, el cual no mide directamente el desplazamiento de la línea, sino que esta es deducida a partir de medidas de intensidad en las dos alas de una línea espectral. Hagamos ahora una corta descripción de este sistema de medida.

Sea la distribución de intensidades en una línea espectral dada por
$$I = I \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta \lambda_D} \right)$$
 siendo λ la longitud de onda del punto de medida, λ_0 la teórica del centro de la línea y $\Delta \lambda_D$ la anchura Doppler que es

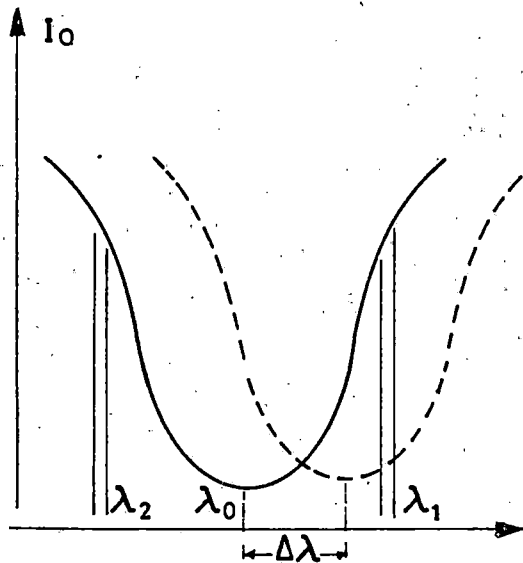


Fig. 6

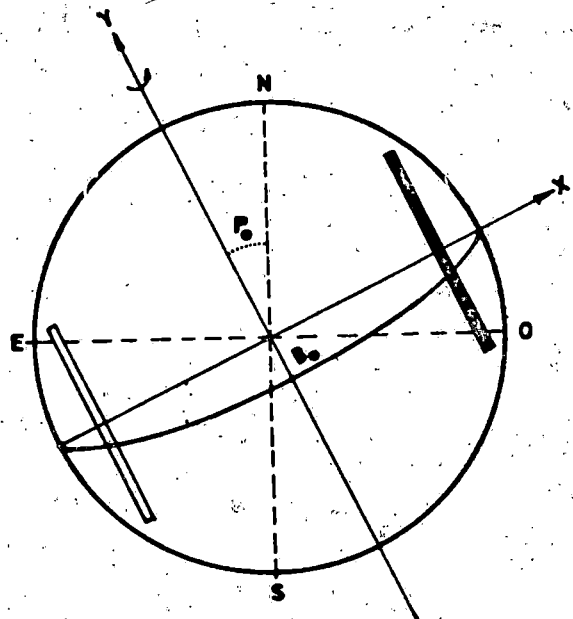


Fig. 7

una medida de la anchura de la línea.

En caso de que esta línea se desplace $\Delta\lambda$ debido a un campo de velocidades (en este caso la rotación), se puede expresar la ley de distribución de intensidades como

$$I = I \left(\frac{\lambda - \lambda_0 + \Delta\lambda}{\Delta\lambda_D} \right)$$

o con abreviaturas

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda_D} = v \quad ; \quad \frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_D} = \delta \quad I = I(v + \delta)$$

Para $\delta \ll v$ es válido según el desarrollo en serie de Taylor

$$I = I(v) + \delta \frac{dI}{dv}$$

Consideremos la intensidad en las dos posiciones λ_1 y λ_2

$$I_1 = I(V_1) + \delta \cdot dI / dV / 1$$

$$I_2 = I(V_2) + \delta \cdot dI / dV / 2 \quad (3-1)$$

Elijiendo $\lambda_1 - \lambda_0 = \lambda_0 - \lambda_2$, es decir $V_1 = -V_2$ tendremos para un perfil de línea simétrico

$$I_2 - I_1 = 2 \delta \cdot dI / dV \quad (3-2)$$

Si en el espectrógrafo de un telescopio solar se alimentan dos células fotosensibles con luz de dos rendijas de salida que se disponen en las alas de la línea (ver Fg. 6), se puede leer la velocidad en un punto directamente en el instrumento siguiendo el procedimiento arriba descrito. Generalmente en vez de medir directamente ΔI en el compensador Doppler se aplica un método de punto nulo mediante la inclinación de una placa planoparalela introducida en el camino óptico delante de las rendijas de salida. Estando la línea siempre simétrica relativa a ese punto el ángulo girado será proporcional a la velocidad. Para el calibrado se desplaza artificialmente la línea distancias prefijadas con lo que puede obtenerse una curva de calibrado.

Este método tiene en principio dos dificultades. Primeramente el no poseer una referencia absoluta y por otra parte la presencia de inseguridades de origen mecánico y electrónico (la mayor parte de las veces en el calibrado). Por contra permite un rápido registro de los datos para un cómodo procesamiento posterior.

Las observaciones que atañen a este capítulo fueron obtenidas con los compensadores Doppler del magnetógrafo de la estación de Física Solar del Fraunhofer Institut en la isla de Capri (ver DEUBNER y LIEDLER (1969) para la descripción del magnetógrafo y KIEPENSHEUER (1964, 66) para la descripción del telescopio).

Para la elección de las líneas en el espectro se tuvo en cuenta:

- una proximidad en el espectro que hiciera posible un registro simultáneo (Distancia $\approx 30 \text{ \AA}$).
- una diferencia en la altura en donde se originan dichas líneas para intentar investigar un posible comportamiento diferente de la rotación diferencial en dos capas fotosféricas.
- ausencia de "blends" que pudieran influenciar las alas de las líneas.

Fueron elegidas las líneas CI 5380.32 (7.68 ev. potencial de excitación, representante de las capas profundas cerca de $\log \tau = 1$) y Fe I 5364.88 (4.44 ev. potencial de excitación, representante para la alta fotosfera ($\log \tau = -4$)).

Dirijamonos ahora a la descripción del método de observación:

Si centramos el disco solar visible según unos ejes cartesianos (x,y), vemos que a lo largo de una recta $x = \text{cte.}$ la velocidad radial debería de ser constante (si el sol rotase como un cuerpo rígido). Por tanto midiendo a lo largo de dicha recta debemos recibir la rotación diferencial (por supuesto sólo valores relativos).

Expresado analíticamente

$$V_{\text{radial}} = \sin L \cos B V_{\text{Horiz}} = \text{constante}$$

$$\text{Pero } \sin L \cos B = \text{cte} \quad ; \quad \frac{X}{R} = \sin L \cos B$$

$$V_{\text{radial}} = \frac{X}{R} V_{\text{Horiz}}$$

$$\text{Por tanto cuando } x = \text{cte.} \quad V_{\text{rad}} = \text{cte.}$$

Las observaciones en el borde este (ver Fg. 7) consistieron en barridos a lo largo de los lados grandes de un rectángulo (960" x 25,6") centrado en 0.8 R con una rendija de entrada de 5" x 5" (sobre el sol).

Las posiciones de los compensadores Doppler fueron registradas cada 6.4" (Es decir 150 veces a lo largo de los lados grandes del rectángulo).

El ciclo de barrido fue repetido cada 2.2 minutos. Los datos fueron almacenados para un procesamiento posterior en una cinta magnética. En total se midió el 14 de Octubre de 1974 durante 4 h. 23 m. (120 ciclos).

En el borde Oeste fueron añadidas 4 líneas más de barrido para conseguir un alisamiento más rápido. En conjunto se midieron 2 h. 39 m. (24 ciclos) durante los días 16 y 17 de Octubre.

El total del tiempo de observación sirvió para promediar en cada punto un número de oscilaciones de 5 minutos así como una superficie mayor que un supergranulo.

3.2. PROCESO DE LOS DATOS:

El proceso estadístico de los datos consistió en lo siguiente:

- 1) Leer y promediar todos los ciclos
- 2) Obtención de un valor medio para todas las 150 latitudes.
- 3) Alisamiento tomando como unidad 17 puntos en latitud.
- 4) Promedio con respecto al ecuador real (es decir considerando B_0).
- 5) Substracción Este-Oeste para eliminar el llamado efecto de borde. Este efecto aparece como una asimetría hacia el azul en el centro del disco la cual desaparece hacia el borde. SCHROTER (1957) dió la siguiente explicación : La inhomogeneidad de la distribución de velocidades en el centro (zonas luminosas subiendo, zonas oscuras bajando) desaparece hacia el borde porque las corrientes radiales acopladas con inhomogeneidades de temperatura se vuelven transversales (Para más detalles ver cap. IV).

3.3 ANALISIS DE LAS OBSERVACIONES :

Los resultados finales después del proceso mencionado están representados en la Fg. 8. La figura tiene sólo una escala relativa porque como ya señalamos no se dispuso de ninguna referencia absoluta.

Si el sol rotase como un cuerpo rígido estarían todos los valores sobre una recta paralela al eje de abscisas. Se puede ver fácilmente el comportamiento diferencial de la rotación solar junto con la comparación con otras observaciones.

No se señala el máximo de la velocidad de rotación propuesto por GILMAN (1972), en su lugar aparece un mínimo bastante definido a 6° de latitud. Este mínimo (ver el dibujo enmarcado en la Fg. 8) aparece tanto en los cuatro cuadrantes. Se puede suponer pues, en principio, que se trata de una característica general de la rotación solar.

Un mínimo similar fue encontrado en 1968 por SOLONSKY (1972) a $\pm 25^\circ$ de latitud, pero no advirtió la coincidencia del mínimo relativo con el cinturón de manchas solares en la época de las observaciones (1968). Quizás no es una casualidad que se observe en 1974 a 6° coincidiendo de nuevo con los cinturones de actividad en ambos hemisferios.

Ya que la distribución de velocidades es simétrica respecto al ecuador y antisimétrica a lo largo del meridiano central podemos excluir que este efecto pudiera ser producido por variaciones del perfil de la línea debido a diferencias de temperatura sistemáticas o bien mediante campos magnéticos en la zona de actividad.

Las diferencias observadas entre ambas líneas confirman las observaciones de LIVINGSTON (1969 a,b) en el sentido de que cuanto más profunda se origine una línea tanto más pequeña será el efecto diferencial en la zona $0^\circ - 30^\circ$.

En la Fg. 8 se pueden ver los efectos residuales de supuestos campos de velocidad a gran escala comparando los resultados en los cuatro cuadrantes sobre el disco. No hubo manchas solares en las zonas barridas.

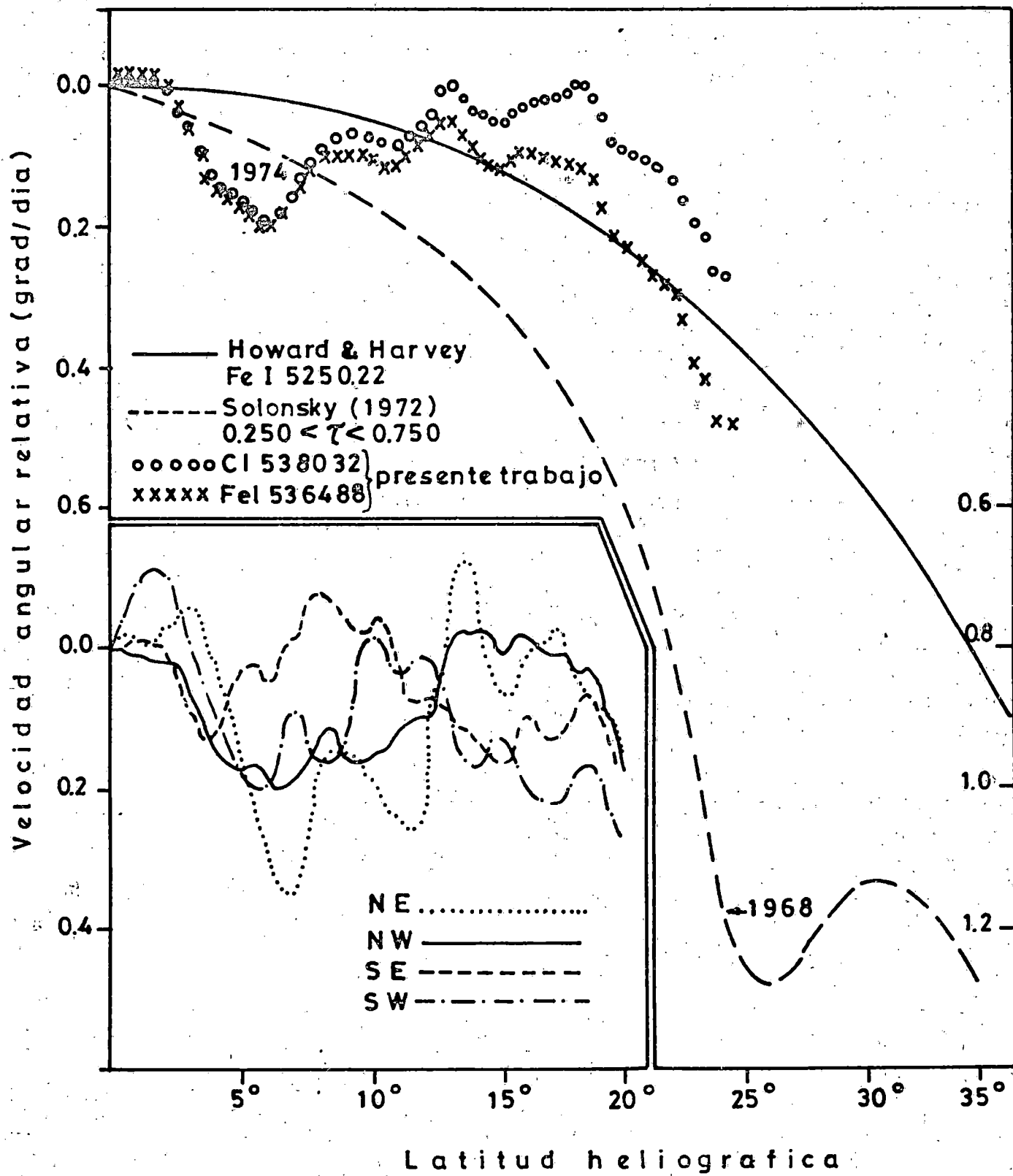


Fig.8

Solamente el 16 de Octubre se cortó una parte de la región activa Mc Math 13280. En todo caso no tuvo ningún efecto especial en la distribución de velocidades en dicho cuadrante.

3.4. INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS:

En principio y a partir de la citada correlación podríamos buscar una aclaración en la interacción entre las energías magnéticas y de rotación pero no está claro como se pueden unir estos resultados con el hecho mencionado en el Cap. II de que las estructuras magnéticas giran más rápido que el plasma.

HOWARD y YOSHIMURA (1976) no encontraron un mínimo semejante en un primer reanálisis de las observaciones de Monte Wilson.

De estas observaciones podríamos sacar las siguientes conclusiones:

- 1) Sería conveniente un tiempo de barrido más largo en cada punto para eliminar más exactamente el efecto de las oscilaciones fotosféricas.
- 2) Es necesario llevar a cabo determinaciones absolutas de la rotación solar (p.ej. desplazamientos relativos a líneas terrestres) desarrollando un método de observación que permita el control de posibles efectos instrumentales.
- 3) Aunque la existencia del mínimo observado parece ser real son necesarias otras medidas en otras fases del ciclo solar para confirmar o excluir este efecto.
- 4) No se puede excluir la posible influencia que pudieran tener células convectivas de grandes dimensiones sobre la distribución con la latitud de la rotación solar originando la aparición de anomalías.

CAPITULO IV

Después de la experiencia que nos trajeron las observaciones del capítulo anterior y especialmente a partir del descubrimiento de circulación a gran escala en estructuras magnéticas (SCHRÖTER y WÖHL 1975) pareció razonable intentar encontrar tal circulación en el plasma fotosférico. Para ello y contando con un tiempo de observación más largo se desarrolló un programa de observación que permitiera alcanzar los siguientes objetivos:

- a) Medidas absolutas de la rotación solar
- b) Control de posibles errores instrumentales
- c) Suficiente resolución espectral
- d) Promedio de otros campos de velocidad solares
- e) Y por último naturalmente la acumulación de un gran número de días de observación para alcanzar una resolución satisfactoria en longitud heliográfica.

4.1. METODO DE OBSERVACION :

Las observaciones que se describen en este capítulo fueron realizadas en los períodos 10 de Mayo al 14 de Junio y del 29 de Julio al 8 de Septiembre de 1976 en la estación solar del Observatorio de la Universidad de Göttingen (Alemania Federal) en Locarno (Suiza).

El telescopio utilizado fue un Gregory - Coudé de 45 cms. de diametro (ver esquema Fg. 9 y BRÜCKNER et al 1967).

El espectrografo tiene una red de difracción con 300 líneas /mm y permite registros fotograficos o fotoelectricos por medio de los fotomultiplicadores del magnetógrafo con una resolución espectral (definida por $\lambda / \Delta\lambda$) en el 10° orden (para $\lambda = 5000 \text{ \AA}$) de unos 750.000.

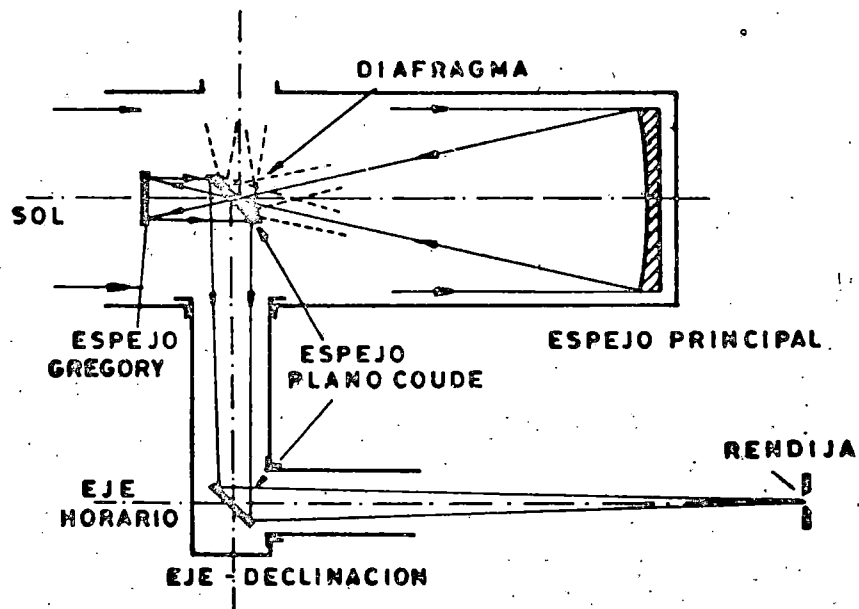


Fig.9

4.1.1. Sistema de registro:

Existen dos sistemas para el registro de la radiación electromagnética visible del sol: el fotografico y el fotoelectrico. Si nos limitamos al análisis de líneas espectrales (como aquí es el caso), nos permite el primero el registro simultáneo de varias líneas si bien con una resolución espectral relativamente pequeña (rendimiento cuantico pequeño de las placas fotográficas, problemas con el grano de la película etc). En el segundo sistema se necesita un barrido puntual con lo que se consigue una gran resolución espectral así como una digitalización fácil para un proceso posterior seguro (sin las inseguridades instrumentales en la medida con un microdensitometro).

En este caso y contando con las posibilidades que ofrece el magnetógrafo (WIEHR 1974) se desarrollo un método de observación con el proposito de conjugar las ventajas de ambos sistemas.

Utilizando un motor paso a paso en el eje de precisión que mueve la celula IV del magnetógrafo (ver Fg. 10) es posible, teniendo fija la red de difracción, barrer una determinada región espectral. El motor necesita 200 pasos (en ingles "steps") por giro con lo que para una altura de 1 mm. en el eje y una dispersión lineal de $0.1 \text{ \AA} / \text{mm}$. se alcanza una resolución espectral de $0.5 \text{ m \AA} / \text{step}$ (la determinación exacta se describirá posteriormente) que satisface enteramente nuestras exigencias a este respecto.

Como detector se utilizó primeramente un fotomultiplicador EMI 9558 QA (rendimiento cuantico 10% para 6300 \AA) que más tarde debido a problemas mecánicos (ver apartado 4.2) fue substituido por un RCA-Quantacon (28% rendimiento cuantico; fotocatodo pequeño $4 \times 10 \text{ mm}^2$).

4.1.2. Elección de la región espectral :

Partimos del hecho de tomar como referencia líneas terrestres que pudieran ser influenciadas lo menos posible por las circunstancias meteorológicas. Esto nos condujo a las líneas O_2 ; líneas de H_2O no fueron consideradas debido a su fuerte variabilidad. Además debieran ser dos al menos para permitir un control de efectos instrumentales así como para servir de referencia de la dispersión alcanzada. En lo que concierne a las líneas solares debieran ser lo suficientemente intensas y estar libres de solapamientos (en inglés "blends") además de tener un pequeño g_{eff} para evitar en lo posible la influencia de campos magnéticos.

Este factor g_{eff} se define por :

$$g_{\text{eff}} = g + \frac{\Delta J \Delta g}{4} (2J + 1) \quad (4-1)$$

siendo $g = 0.5 (g_e + g_u) ; J = 0.5 (J_e + J_u)$

$$\Delta g = g_e - g_u ; \quad \Delta J = J_e - J_u \quad (4-2)$$

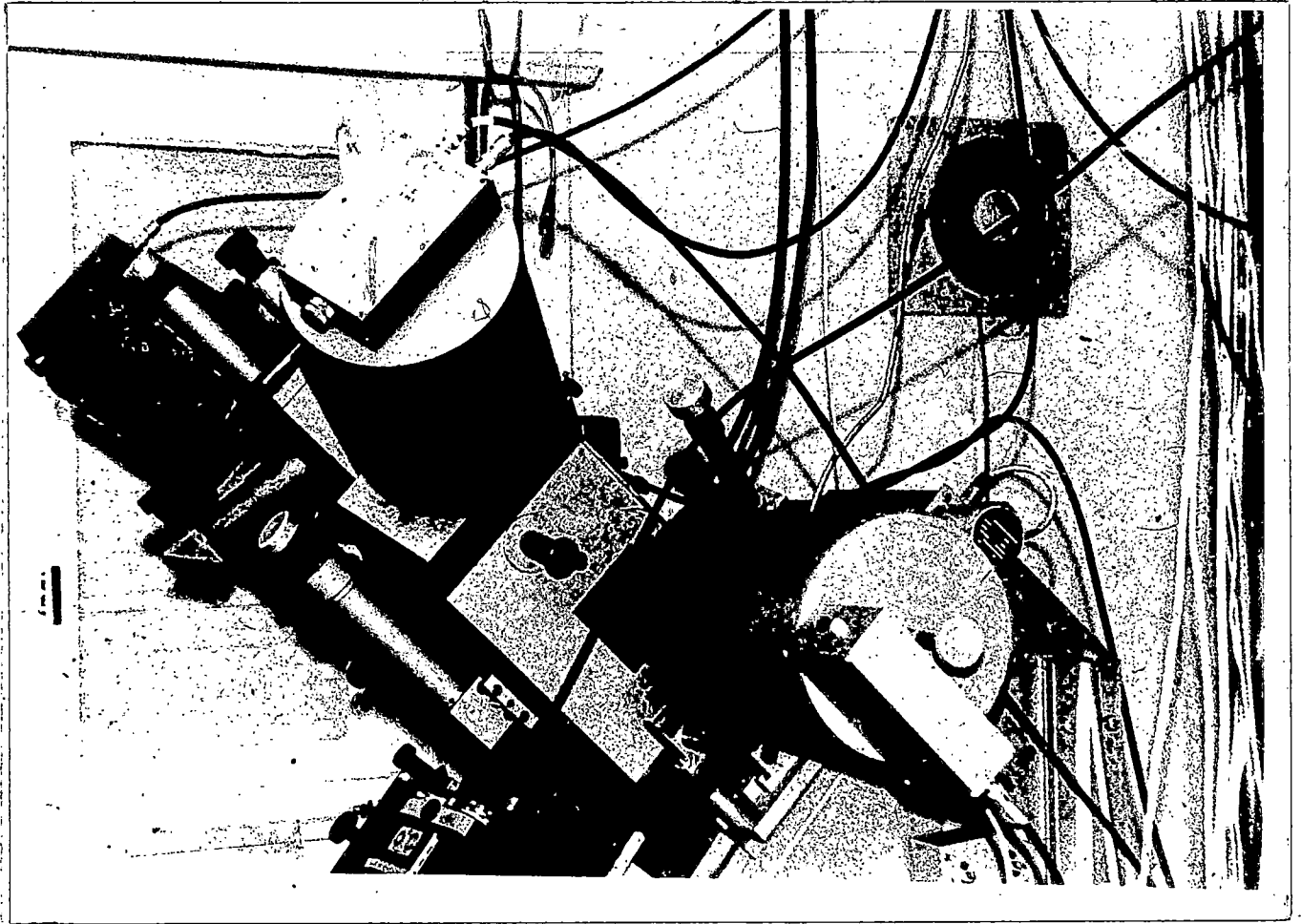


Fig.10. Magnetografo solar con el sistema de registro utilizado

Los índices e (inferior) y u (superior) representan los niveles entre los que tiene lugar la transición en cuestión. J es el número cuántico orbital total y g el factor de Landé del nivel correspondiente.

Según el criterio descrito fue elegida la región 6301 - 6303 Å (Fig. 11). Allí se encuentran dos líneas solares Fe I y dos terrestres O_2 que en conjunto satisfacen nuestras exigencias. Las propiedades de estas líneas están resumidas en la tabla II.

TABLA II

| | W_λ | Mult. | P_{exc} | g_{eff} |
|--------------------|-------------|-------|-----------|-----------|
| Fe I 6301.508 | 127 | 816 | 3.64 | 1.667 |
| Atm O_2 6302.000 | 21 | | | |
| Fe I 6302.499 | 83 | 816 | 3.67 | 3 |
| Atm O_2 6302.764 | 21 | | | |

Para cubrir completamente la región espectral fue elegida una longitud de barrido de 4096 "steps" disponiéndose así de dos buenas zonas de continuo que podrían servir como referencia.

Además fue investigada la posible existencia de solapamientos en dichas líneas (WITTMAN, ROSSBACH (1973) y finalmente excluida su posible influencia.

4.1.3. Desarrollo de la observación :

En lo que sigue describiremos paso a paso el desarrollo de una medida.

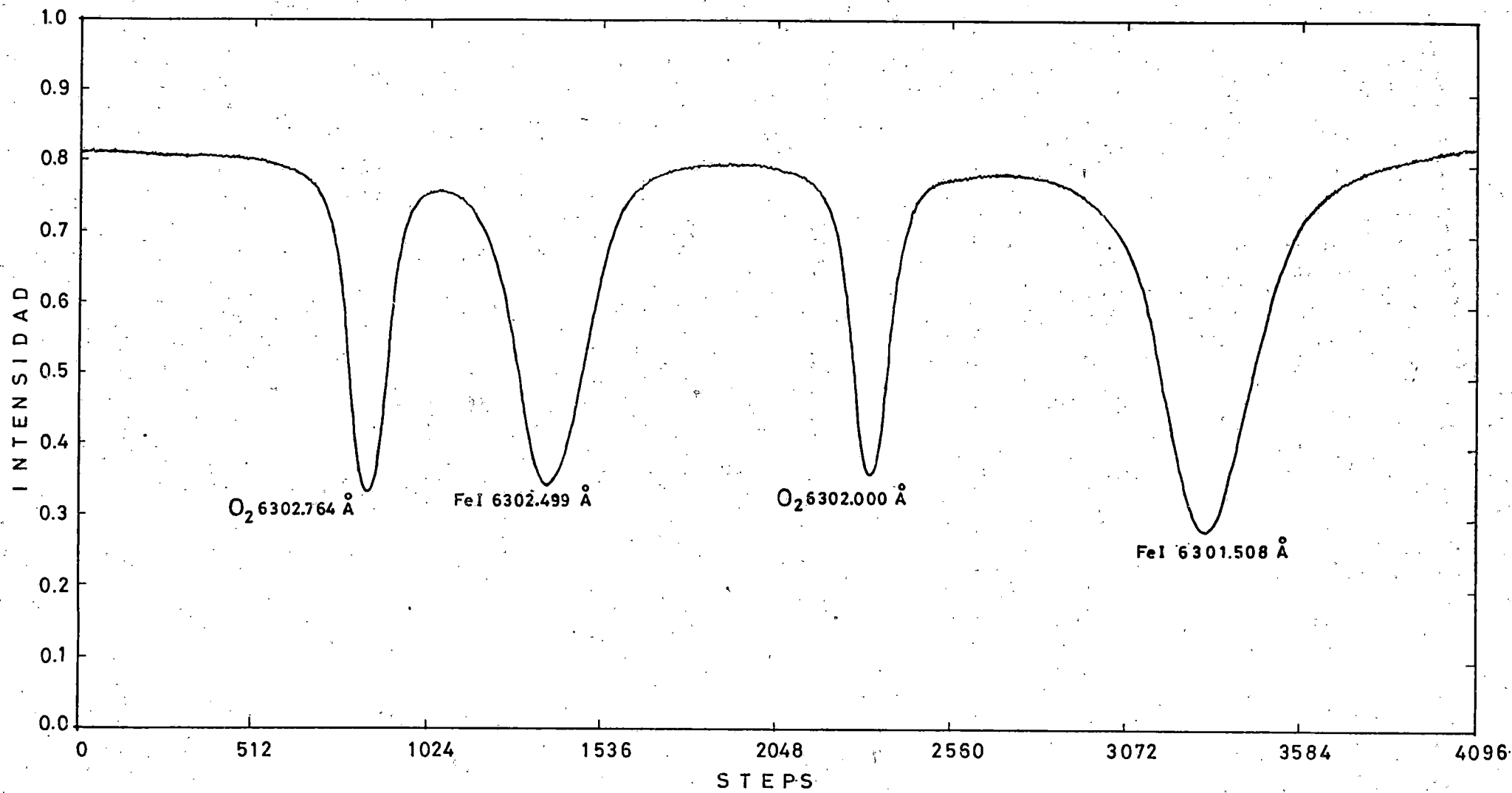


Fig.11

1) Determinación del centro del disco solar :

Para ello utilizamos un programa de ordenador existente escrito por el Dr. H. Wohl (SCHROTER y WOHL 1975). Mediante dicho programa se mide la intensidad en un punto cualquiera sobre el disco (a través de un agujero de 2"), moviéndose el telescopio hacia el borde oeste hasta que se alcanza 1/8 de la intensidad inicial. Luego se cuentan los steps viajados (aquí 1 step = 0.2" sobre el Sol i) mientras el telescopio se mueve hasta el lugar en el borde este en que la intensidad desciende de nuevo a 1/8. El número de steps se divide por dos moviéndose dicha cantidad hacia el borde oeste. Lo mismo se hace para la dirección norte - sur con lo que tenemos el centro del disco sobre la rendija de entrada del espectrografo con una exactitud de 1 a 3" de arco (dependiendo de las condiciones de seeing).

2) Movimiento al centro real del Sol :

Para ello se desarrolló un programa que a partir de los datos diarios de las efemerides de P, Bo y R calcula los "steps" necesarios para colocar el punto deseado (expresado en sus coordenadas heliograficas L y B) sobre la rendija de entrada. En este caso sería L = 0° y B = 0°. (Ver apendice I para un listado del programa).

3) Dimensiones de la rendija:

A este respecto hay que prestar atención a dos cosas diferentes.

a) Anchura : Para ello debemos considerar que la línea observada es la superposición de una imagen de difracción con una distribución rectangular (UNSÖLD 1955 pg. 248), cuya anchura es:

$$\tau = \pi \frac{a}{\lambda} \frac{s}{f} \quad (4-3)$$

siendo f = distancia focal = 10^4 mms. y a = anchura de la red . $\cos \Psi$ es el ángulo que forma el rayo de luz con la normal a la superficie especular de un surco de la red de difracción. En Locarno $\Psi = 60^\circ$

$a = 127$ mms quedando $s =$ anchura de la rendija como nuestra incognita.

El criterio para la elección de s consiste en encontrar un compromiso entre la exigencia de una suficiente intensidad luminosa para el registro y un apropiado perfil de la línea para una buena resolución espectral. Según P.H. Van Cittert (citado en UNSOLD 1955) se encuentra la zona óptima en $\tau = \pi$.

Por tanto $s = f. (\lambda/a) = 0.049$ mm. = 49μ

Esto corresponde a $0.3''$ sobre el disco solar.

b) Altura: Por otro lado se debe considerar como se puede eliminar mediante un promediado espacial la influencia de otros campos de velocidades que en nuestro caso se pueden considerar como estacionarios, es decir granulación y supergranulación. Para ello se eligió la altura más grande posible, que corresponde a $80''$ sobre el sol o sea cerca de dos supergranulos y alrededor de 50 granulos en el centro y un factor $(\text{sen.L} \cdot \text{cos B})^{-1}$ más en el borde.

4) Determinación del mínimo de una línea:

Una decisión importante a tomar antes de las medidas fue el encontrar un método apropiado para determinar con la exactitud mayor posible el mínimo en cada línea. Como una línea de absorción se puede representar por una parábola (especialmente en las cercanías del centro) se ajustó a cada medida (ver apartado 5) una parábola determinandose posteriormente el mínimo de la parábola. Para evitar problemas en las alas de las líneas se eligieron para el ajuste 200 steps (del registro espectral) alrededor del mínimo visible en las líneas solares y 100 en las terrestres (debido a su mucho menor ensanchamiento). Asimismo se pudo así evitar posibles efectos de solapamiento entre las líneas Fe I 6302.499 y O_2 6302.764.

5) Registro de datos:

Otro factor a determinar antes de las medidas era el tiempo de medida, es decir cuantos barridos de la región espectral son necesarios para promediar temporalmente las oscilaciones fotosféricas (principalmente el período de 5 minutos). Se realizaron medidas de prueba que indicaron un

buen promedio (r.m.s. ≤ 1 step para las distancias entre las líneas terrestres y las solares) para 104 barridos en el centro (30 minutos) y 64 en el borde (22.5 minutos). Es ya conocido (STIX y WÖHL 1974) que la amplitud de las oscilaciones desciende hacia el borde con lo que se puede obtener el mismo promedio en un tiempo más corto. Debido a problemas mecánicos, que se describen en 4.2 se redujo la velocidad de barrido a un tiempo de medida de 45 ms. en el centro (96 barridos) y 30 minutos en el borde (64 barridos).

Debido a la imposibilidad de almacenar todos los barridos individuales en el ordenador se utilizó un programa existente que promedia los barridos "on line" escribiendo en la cinta sólo los perfiles medios (es decir 4096 valores por medida).

6) Observaciones en el borde: Desde el principio se midieron en 4 puntos de los cuatro cuadrantes del disco visible. Las latitudes fueron siempre $\pm 10^\circ$. Las longitudes fueron al principio $\pm 50^\circ$ y desde el 24 de Mayo $\pm 45^\circ$ con algunas excepciones para evitar regiones activas. En el apéndice II están resumidos todos los datos para ambos períodos.

7) Controles auxiliares: Un oscilógrafo, que estaba acoplado a una salida analógica del ordenador, nos permitió (interrumpiendo la medida unos 5 segundos) un control visual del espectro para tener bajo control posibles desplazamientos instrumentales.

Además es ya conocido (HOWARD 1971) que las regiones activas muestran cuando son observadas a gran escala movimientos hacia abajo. Por ello hemos controlado la actividad solar en nuestra zona de medida. Utilizamos un monitor de televisión en donde se puede observar la imagen de la región en las líneas cromosféricas H α y Ca II K así como en luz blanca. En todo caso la actividad en ambos períodos fue bastante pequeña y sólo en algunos casos debimos variar nuestras posiciones previstas.

4.2. EFECTOS INSTRUMENTALES :

Se utilizó la distancia entre las líneas terrestres como control de los posibles errores instrumentales. Además sirvió la distancia media como escala de la dispersión alcanzada. En la fg. 12 están representadas las distancias para los dos períodos de observación. Consideremos ahora las posibles fuentes de errores que pudieran ser responsables de las variaciones presentadas.

4.2.1. Variaciones de dispersión:

Si calculamos un valor medio para el período 10 Mayo - 7 Junio tenemos 1486.090 steps. Por contra para los períodos 7-14 Junio y 29 Julio - 7 Septiembre obtenemos 1483.378 como valor medio. En ambos casos no se encontró ninguna diferencia al considerar independientemente medidas en el centro y en ambos bordes.

Esta diferencia en la distancia media (significa por tanto una variación en la dispersión lineal) tiene la siguiente aclaración : como señalamos antes, hasta el 7 de Junio fue utilizado como detector un fotomultiplicador EMI que debido a problemas mecánicos (movimiento irregular), los cuales son atribuibles al peso de la célula de medida, fue substituido por un fotomultiplicador más ligero. Puesto que este fotomultiplicador tiene un fotocátodo pequeño y el sistema óptico es el mismo para ambos tubos se había introducido una lente convergente para evitar pérdidas de luz si bien debido a problemas en su colocación se desplazó un poco de su posición correcta con lo que varió la escala lineal.

Si tomamos como valor medio para la distancia 1484.734 steps y suponemos que la distancia de las líneas es de 764 mÅ (a partir de los datos tomados de Moore et al (1966)) tendremos $1 \text{ step} = 764/1484.734 = 0.515 \text{ mÅ}$.

Si ahora aplicamos la conocida formula para el desplazamiento Doppler tenemos:

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c = \frac{0.515 \times 10^{-3}}{6302} \times 3 \times 10^5 = 24.5 \text{ m/s}$$

Podemos pues ver que en lo que concierne a la dispersión las diferencias presentadas ocasionan errores menores que 1 m/s. en la velocidad Doppler.

4.2.2. Ruido de la medida:

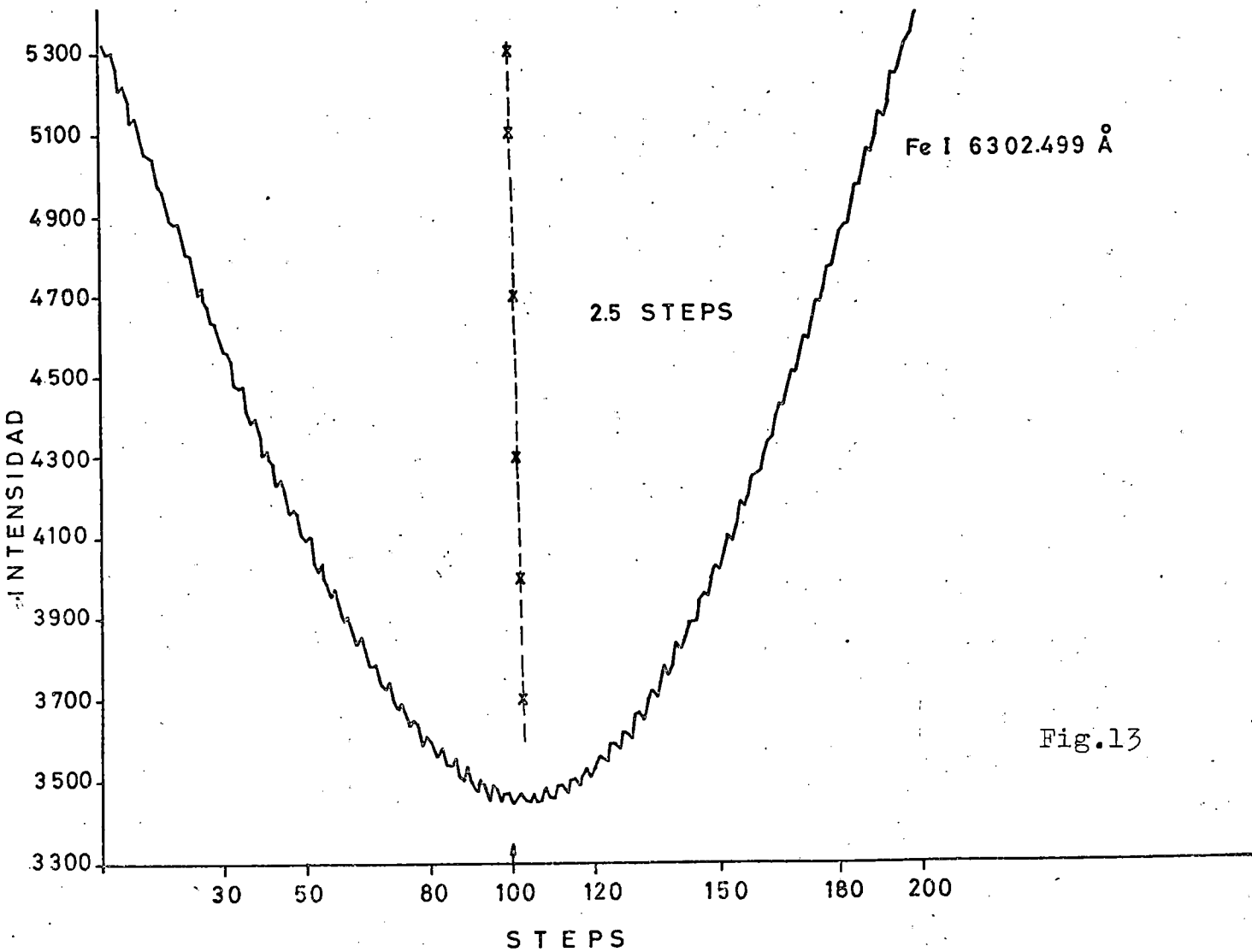
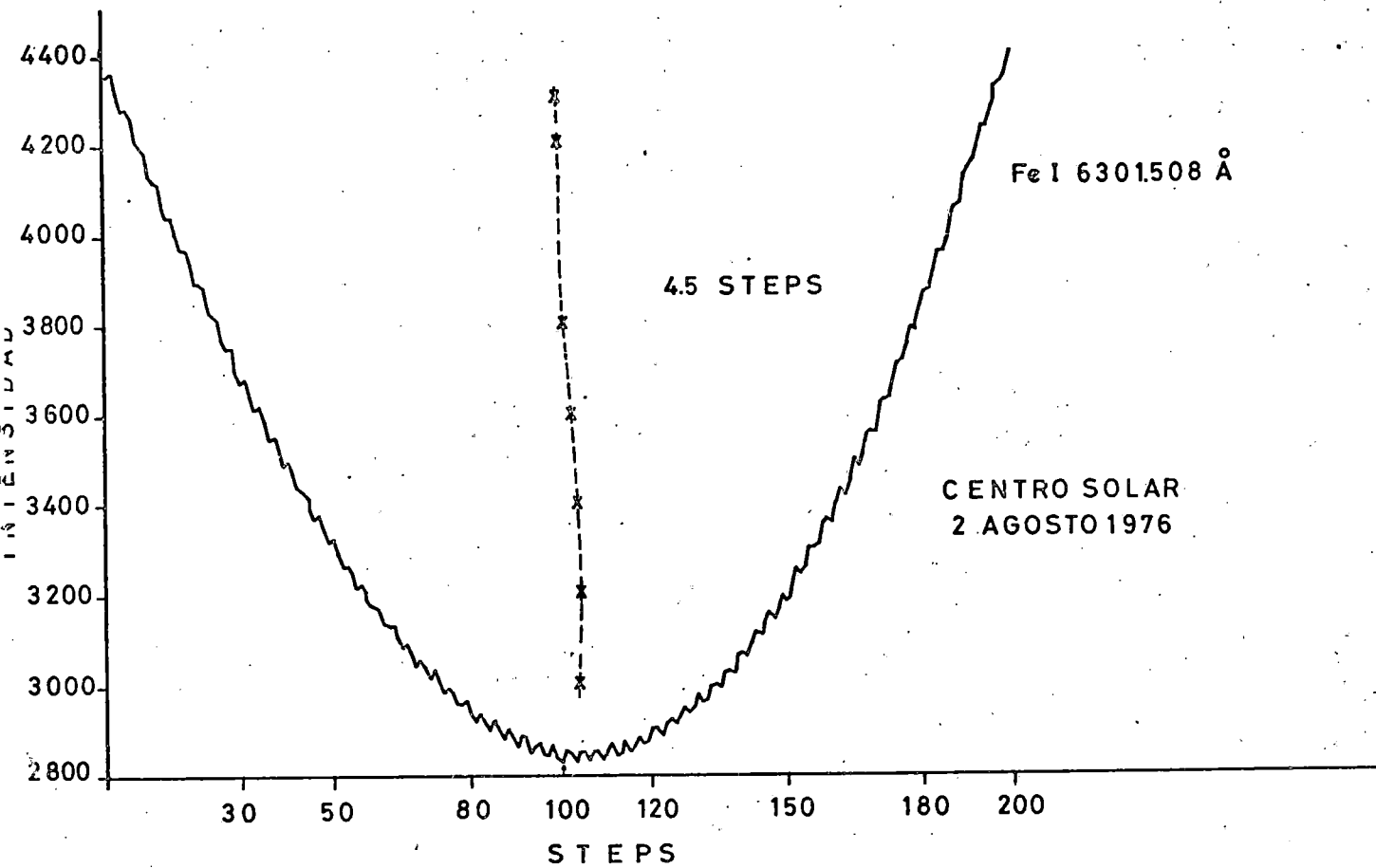
Dos diferentes tipos de ruidos pueden influenciar fundamentalmente nuestras medidas. El de origen electrico y en nuestro caso suplementariamente uno de origen mecánico debido a una iluminación desigual del fotocatódo.

En lo que atañe al primero se eligió una resistencia de trabajo de $R = 33 \text{ M}\Omega$ y una capacidad $C = 100 \text{ pF}$ con lo que la constante de tiempo ($\tau = R.C = 3.3 \times 10^{-3} \text{ seg.}$) permanecio por debajo del tiempo para hacer dos steps. Además el transformador analogico - digital proporciona un promedio suplementario.

El ruido mecánico procede de movimientos transversales del fotomultiplicador durante el barrido. Esto tiene como consecuencia un espectro "dentado" (ver Fg. 13) en especial con el Quantacon debido a su pequeño fotocatódo. Para estimar el posible error se hizo un alisamiento de las medidas originales con 3,5 y 9 steps como unidad. En todos los casos hemos comprobado que la influencia en el ajuste se encuentra por debajo de 0.1 steps.

4.2.3. Existencia de un gradiente de intensidad:

Otra posible fuente de determinaciones falsas de los mínimos de las líneas pudiera ser la existencia de un gradiente de intensidad en el es-



pectro. Esto podría provenir p.ej. de un pequeño desplazamiento del prisma en el magnetografo que desvía la luz a la celula de medida. Para investigar esta posible influencia fue desarrollado un programa que utiliza las dos zonas de continuo (al principio y al final) calcula un valor medio y forma la diferencia entre ambos. Con esta diferencia se realiza una corrección lineal en el espectro original determinando de nuevo los mínimos mediante un nuevo ajuste a una parábola. Siguiendo este sistema encontramos diferencias maximas en las distancias entre las líneas terrestres de 0.1 steps con gradientes máximos del 2%.

4.2.4. Efectos de la turbulencia:

En el orden de magnitud de las variaciones observadas sería conveniente examinar asimismo las posibles influencias que pudiera ocasionar la turbulencia (Variaciones de presión, temperatura o contenido en vapor de agua) en la habitación del espectografo.

En general tenemos:

$$\lambda_{\text{aire}} = \frac{\lambda_{\text{vacio}}}{\mu} \quad (4-4)$$

Por lo tanto variaciones del índice de refracción del aire μ en el espectografo podrían desplazar las líneas. Según Edlen (ver p.ej. ALLEN (1973)) la variación del índice de refracción viene dada por:

$$(\mu_{t,p,F} - 1) \times 10^6 = \frac{(\mu - 1) \times 10^6}{720.8826} \cdot \frac{p\{1 + (1.049 - 0.0157 T) \times p \times 10^{-6}\}}{1 + 0.003661 \times T}$$

$$\text{donde } (\mu - 1) \times 10^6 = 64.328 + \frac{29498.1}{146 - (1/\lambda)^2} + \frac{255.4}{41 - (1/\lambda)^2} - F \cdot \frac{0.0624 - 0.000680 / \lambda^2}{1 + 0.003661 * T} \quad (4-5)$$

siendo μ el índice de refracción para el aire a 760 mms. de presión y 15°C de temperatura, p la presión del aire, T la temperatura, F el contenido de vapor de agua expresado en mms. de mercurio y λ la longitud de onda en micras.

Si calculamos las variaciones para diferentes condiciones observamos que son las fluctuaciones del vapor de agua las más importantes. Así una variación de 1 mm. Hg. en F puede ocasionar un desplazamiento de 0.3 m Å. Pero este desplazamiento puede influenciar nuestras medidas sólo en el caso de que tenga lugar durante el proceso de barrido (aún con desplazamientos de 3 m Å se pueden despreciar las variaciones en la dispersión). Estas variaciones hacen mayor la anchura del perfil medio ocasionando inseguridades en el ajuste subsiguiente. En todo caso esto debe actuar en direcciones diferentes en las diferentes líneas para ocasionar un efecto apreciable en nuestras medidas.

Por último se podrían efectuar las siguientes consideraciones:

- a) Para el cálculo de las velocidades de rotación pueden representar una fuente de errores sólo las variaciones a lo largo de un día. Por contra influyen las de día a día en la dispersión lineal si bien aún en el caso extremo de las diferencias de escala entre ambos fotomultiplicadores se puede despreciar dicho efecto.
- b) Con respecto a la resolución espectral alcanzada (que en el próximo capítulo confirmaremos) se puede decir que se ha trabajado en las fronteras del poder de resolución de un espectrografo con red de difracción. Por esta razón efectos que normalmente ni se consideran pudieran jugar un papel en nuestras observaciones.

4.4. EFECTOS SOLARES:

Bajo este título entendemos aquellos efectos que tienen su origen en el Sol y que pudieran ocasionar influencias diferenciales en las dos líneas de Fe I utilizadas.

4.4.1. Efecto de borde:

En general la intensidad en una línea espectral esta definida por

$$I_{\lambda} = \int_0^{\infty} S_{\lambda}(\tau_{\lambda}) e^{-\tau_{\lambda}} d\tau_{\lambda} = P_{\lambda} I_c \quad (4-6)$$

DISTANCIA ENTRE LAS LINEAS SOLARES (1 STEP = 0.515 mÅ)

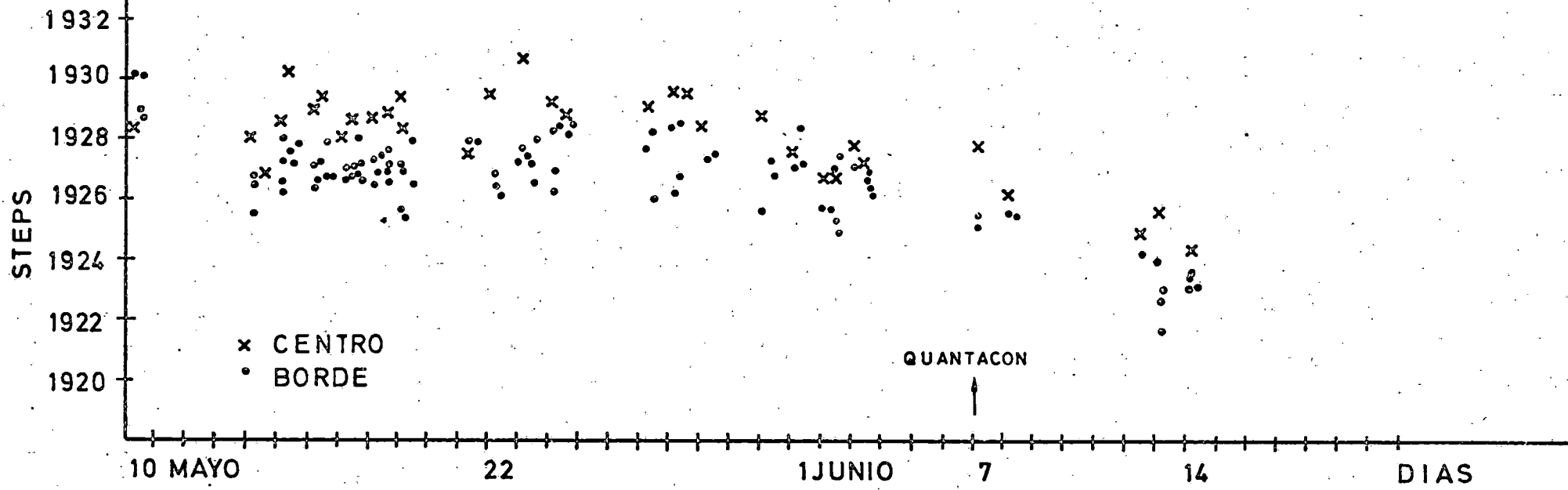
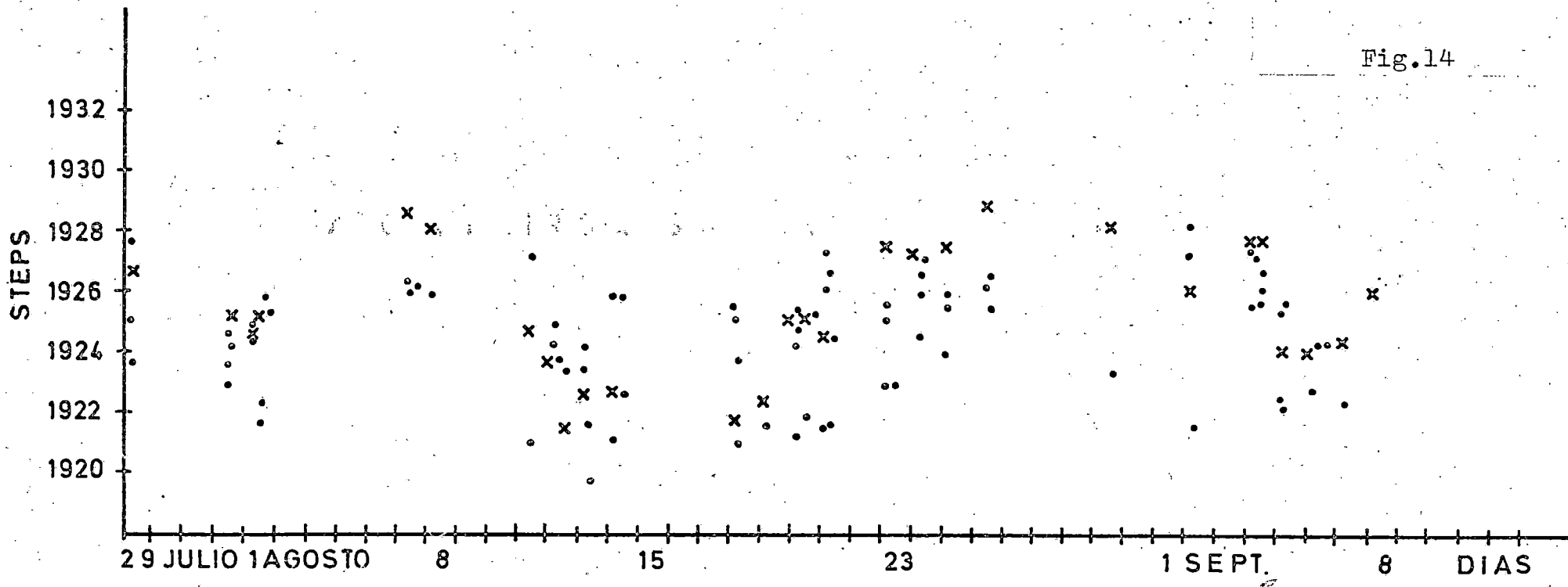


Fig.14



siendo S_λ la función fuente, τ_λ la profundidad óptica, I_c la intensidad del continuo y P_λ el perfil de la línea.

Pero tanto S_λ como τ_λ son dependientes de las coordenadas espaciales (x,y,z) y del tiempo t y cuando (como en nuestras medidas) promediamos una medida en (x,y,z,t) no es trivial el calcular el desplazamiento Doppler. Según BECKERS (1975) si se supone una dependencia sólo de (x,y) tenemos un desplazamiento Doppler efectivo

$$\lambda_D = \frac{\langle I_c P'_\lambda \lambda_D \rangle_{xy}}{\langle I_c P'_\lambda \rangle_{xy}} \quad \text{siendo } P'_\lambda = \frac{dP}{d\lambda}$$

Una aplicación de este hecho a nuestras observaciones lo hemos mencionado ya en el apartado 3.3: El efecto de borde, que proviene del promediar espacialmente una zona de la cual proviene una mayor contribución luminosa de los elementos ascendentes (desplazamiento al azul) que de los descendentes (desplazamiento al rojo) (SCHROTER 1957, MAGNAN y PECKER 1973).

Una explicación alternativa fue dada por HART (1973) en base del diferente ensanchamiento debido a la presión en el centro y en el borde (donde se observan capas con una menor densidad).

En todo caso nos interesa el comportamiento diferencial de ambas líneas que es de esperar debido a sus diferentes anchuras equivalentes.

Así tenemos en la Fg. 14 para cada punto de medida representadas las distancias entre las líneas solares. Si ahora calculamos separadamente los valores medios para medidas en el centro y en el borde obtenemos para ambos períodos de observación

| | | |
|--|---|------------------|
| 1 ^{er} Período (10 Mayo-7 Junio) | Centro 1928.543 steps Borde 1927.053 steps | Diferencia 1.490 |
| 2 ^o Período (7 - 14 Junio + + 29 Julio - 7 Sept). | Centro 1925.460 Borde 1924.330 | Diferencia 1.130 |

La causa para las variaciones entre ambos períodos es lógicamente la misma que en el caso de las líneas terrestres.

La diferencia centro - borde es atribuible a la diferente influencia del promedio sobre diversos elementos de granulación (o bien variaciones de presión) sobre ambas líneas. A partir de observaciones en varias líneas dedujo SCHROTER (1959) una ley empírica que relaciona la intensidad en la línea con la asimetría hacia el azul. Para nuestras líneas sería según Schroter la diferencia 1.54 m\AA 3 steps pero con consideración del perfil completo lo cual no es nuestro caso. Afortunadamente observó HIGGS (1962) este efecto para nuestras líneas para diferentes intensidades residuales y para la misma profundidad en donde empezamos nuestro ajuste obtuvo 0.6 m\AA (1.3 steps) lo cual concuerda extraordinariamente con nuestras medidas.

Se podría objetar que nuestras diferencias han sido deducidas de desplazamientos del mínimo de una parábola ajustada mientras que HIGGS lo hizo con el método llamado bisector. En este método se cogen puntos con igual intensidad en ambas alas y se determina el punto medio. Realizando esto para diversas profundidades se obtiene el desarrollo de la asimetría. Por esta razón hemos aplicado este método también en nuestras líneas y obtuvimos resultados en excelente concordancia con nuestros desplazamientos (para un ejemplo ver Fig. 13).

Ahora quisiera llamar la atención el hecho que todas las determinaciones de asimetrías hasta la fecha han sido obtenidas con métodos interferométricos, lo cual habla por la alta resolución espectral obtenida con un espectrografo clásico.

Debemos preguntarnos ahora como será el desarrollo del efecto de borde con la longitud heliográfica. Para ello utilizamos la aproximación parabólica de ADAMS (1911) y HOWARD y HARVEY (1970).

La corrección (en Km/s) viene dada por $0.339 (1 - \cos \theta)^2$ siendo

$$\cos \theta = \sin B \cdot \sin B_0 + \cos B \cos B_0 \cos L \quad (4-7)$$

Aplicando esta corrección hemos comprobado que en el borde se satisface bastante bien esta ley.

4.4.2. Influencia del campo magnético:

Otro factor importante a considerar es la influencia que pudieran tener los campos magnéticos sobre las velocidades observadas.

Debido al efecto Zeemann se desplazan las componentes polarizadas circularmente.

$$\Delta\lambda (\text{Å}) = 4.7 \times 10^{-13} g_{\text{eff}} \lambda^2 (\text{Å}) H (\text{gauss}) \quad (4-8)$$

Aunque fuera de las regiones activas los campos magnéticos pueden alcanzar hasta 2000 gauss (HARVEY y HALL 1974) esto es válido sólo para estructuras muy pequeñas (1") (STENFLO 1973). En el promedio que hacemos sobre varios supergranulos es razonable esperar campos no más intensos que 200 gauss (y esto sólo en un caso extremo, p.ej. medida en una región facular).

Recientemente han investigado SIMON y WORDEN (1976) el efecto de campos magnéticos sobre las medidas de velocidad encontrando para $H = 200$ gauss, $g_{\text{eff}} = 2.5$ y $\lambda = 8468 \text{ Å}$ para el orden de nuestras componentes de rotación observadas un error en las determinaciones de velocidades del 0.6% (10 m/s). Por tanto para despreciar casi siempre. Así podemos tranquilamente formar un valor medio de las velocidades de rotación deducidos en ambas líneas.

4.5. CORRECCIONES ASTRONOMICAS:

Sean $\Delta\lambda_z$ y $\Delta\lambda_R$ las distancias entre una línea terrestre y una solar en el centro y en el borde respectivamente. Luego el desplazamiento Doppler debido a la rotación será:

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda_R - \Delta\lambda_z \quad (\text{en steps})$$

Como ya señalamos para transformar esto en velocidades lo debemos de multiplicar por el factor 0.0245

$$V_0 = \Delta\lambda \times 0.0245 \quad \text{Km/s.}$$

Por tanto es v_o la velocidad radial observada en un punto sobre el disco. Pero en este valor se ocultan diversas influencias que tienen su origen en la rotación de la tierra alrededor del Sol y de si misma.

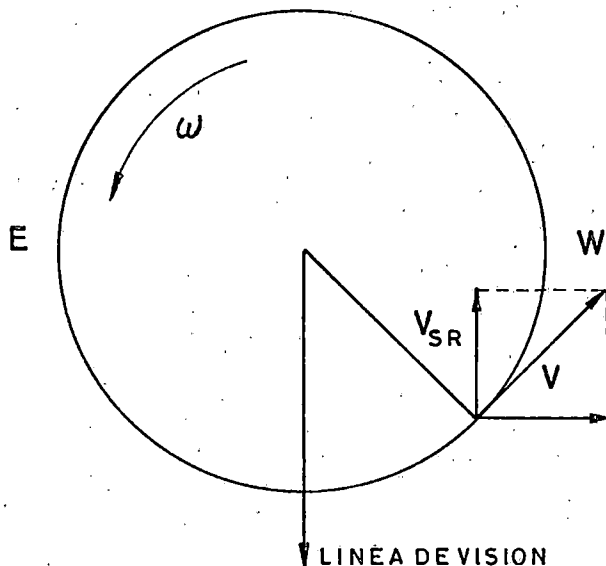
En nuestro caso tenemos:

$$v_o + v_{AH} + v_{OT} + v_{LE} = v_{SR} \quad (4-9)$$

Siendo v_{LE} la corrección debida al efecto de borde que ya fue descrita extensamente con anterioridad y v_{SR} la componente de la velocidad de rotación en la línea de visión (ver Fg. 15). Por tanto nuestra rotación sería :

$$v_{ROT} = \frac{v_{SR}}{\text{Sen } L \cdot \text{cos } B \cdot \text{cos } B_o} \quad (4-10)$$

Fig.15



Ahora describiremos las correcciones v_{AH} , v_{OT} describiendo fundamentalmente a HOWARD y HARVEY (1970).

1) v_{AH} es la componente en la línea de visión debida a la rotación terrestre. Este factor se expresa por:

$$v_{AH} = v' \text{ sen } H \text{ cos } \delta \quad (4-11)$$

siendo H el ángulo horario para el tiempo de la observación, δ la declinación y v' la velocidad de rotación del lugar (por tanto para Locarno 0.322 Km/s).

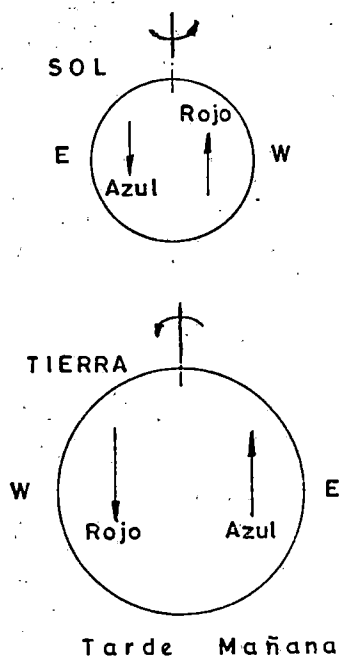
Pero en nuestro caso la determinación de la rotación procede de dos medidas: una en el centro del sol (en lo que sigue con índice 1) y otra en el borde (Índice 0). Por tanto hemos de considerar solamente la diferencia de ambas influencias.

Para medidas de velocidad en el borde se deben realizar correcciones en los valores del ángulo horario y la declinación.

$$\delta = \delta_0 + F (Y \cos P + x \operatorname{sen} P)$$

$$H = H_0 - F (Y \operatorname{sen} P - x \cos P) / \cos \delta \quad (4-12)$$

siendo x, y = Posiciones en las direcciones heliográficas Este - Oeste y Norte - Sur respectivamente. (Calculados en nuestro programa de posicionado descrito). F = Número de radianes de una unidad en x, y (En nuestro caso 9.058×10^{-7} rad/step). P = Inclinación del eje de rotación solar (se toma de las efemerides). δ_0 = Valor tomado de las efemerides.



$H_{0,1}$ = Valor tomado de la hora civil teniendo en cuenta la longitud λ del lugar de observación con respecto al meridiano de Greenwich.

$$T_{\text{LOCARNO}} = T_{\text{GREENWICH}} - \lambda_{\text{LOCARNO}}$$

siendo $H_{0,1} = T_{\text{Locarno}} - 12 \text{ H.}$

En la Fg. 16 están representados esquemáticamente los desplazamientos que se originan por la rotación terrestre.

Para observaciones en el borde oeste

$$V_{\text{AH}} = 0.322 (\operatorname{sen} H_1 - \operatorname{sen} H) \cdot \cos \delta \quad (4-13)$$

Para observaciones en el borde este

$$V_{\text{AH}} = 0.322 (\operatorname{sen} H - \operatorname{sen} H_1) \cdot \cos \delta$$

2) Se puede suponer que la tierra describe una elipse perfecta alrededor del sol. El movimiento en dicha orbita produce dos componentes de velocidad. Por un lado la Tierra se mueve con respecto al Sol alejandose y acercandose si bien en nuestras determinaciones de la rotación se puede despreciar esta componente porque sólo utilizamos medidas a lo largo de un día (ver siguiente apartado para dicha corrección puesto que para comparaciones relativas puede resultar útil).

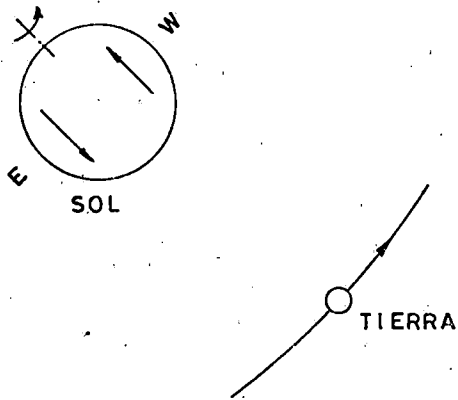


Fig.17

Por otro lado varía el período de rotación visible debido al movimiento de la Tierra alrededor del Sol. Esto es la diferencia entre los llamados períodos de rotación sinódicos (visibles desde la Tierra) y siderales (reales). En la Fig. 17 vemos que en cualquier caso debe tratarse de una corrección aditiva estando expresado por:

$$V_{OT} = 29.789 \operatorname{sen} (\lambda_0 - \lambda) \text{ en Km/s}$$

con

$$\operatorname{sen} (\lambda_0 - \lambda) = F \cdot X \cdot \cos (P \pm \delta) - Y \operatorname{sen} (P + \delta) \quad (4-14)$$

$$\tan \delta = \tan \varepsilon \cos \lambda_0$$

$$\varepsilon = \text{Inclinación de la eclíptica} = 23.43^\circ$$

$$\lambda_0 = \text{Longitud celeste para el equinocio medio.}$$

3) Consideremos ahora el efecto de la elipticidad de la orbita terrestre que como hemos mencionado interviene cuando realizamos comparaciones entre diversos días.

Según SCHLESSINGER (1899) y PLASKETT (1952) se expresa esta corrección por la fórmula

$$C = -1732.34 (\dot{X} \cos \delta \cos \alpha + \dot{Y} \cos \delta \operatorname{sen} \alpha + \dot{Z} \operatorname{sen} \delta)$$

en Km/s

(4-15)

1732.34 es un factor de transformación para expresar el resultado en Km/s (Es igual a la distancia media Tierra - Sol dividida por el número de segundos medio en un día solar medio). $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ significan las variaciones diarias de las coordenadas rectangulares ecuatoriales y α, δ las acostumbradas coordenadas ecuatoriales, es decir ascensión recta y declinación (Todos estos datos se toman de las efemerides).

CAPITULO V

5.1. RESULTADOS DE LAS OBSERVACIONES :

Como ya señalamos las observaciones se llevaron a cabo en los períodos del 10 de Mayo al 14 de Junio y del 29 de Julio al 7 de Septiembre de 1976. En el primer período se cubrieron 23 días con 110 puntos medidos (10 eliminados por diferentes causas) y 24 días con 82 puntos (2 eliminados) en el segundo.

En la Fg. 18 están representadas todas las medidas con los valores medios y r.m.s. para cada línea y período de observación.

Dos cuestiones son dignas de resaltar a primera vista. Por un lado el valor medio para ambos períodos coincide con el obtenido por HOWARD (1976) promediando los 5 primeros meses de 1976 (1.995 Km/s. para 10° de latitud). Ambos métodos de observación son fundamentalmente diferentes y pueden estar afectados por diferentes errores instrumentales. Esto parece confirmar que la rotación del plasma se acerca a la de las estructuras magnéticas en el mínimo de actividad del ciclo solar.

Por otro lado tenemos variaciones de la velocidad en un tiempo corto (2 ó 3 días) del orden de 350 m/s. Esto es especialmente llamativo en el cuadrante NW.

Comentemos ahora brevemente las correlaciones entre los distintos cuadrantes.

Correlaciones Norte - Sur .- En la Fg. 19 están representados los valores medios para ambos hemisferios (se consideraron solamente días con 2 datos por hemisferio al menos). Debido a la pequeña resolución temporal alcanzada no es posible tratar tales datos estadísticamente si bien en el 2º período una inspección visual muestra una anticorrelación. Esto fue ya señalado por HALE y FOX (1907) y SCHROTER y WOHL (1975) en estructuras magnéticas.

Correlaciones Este - Oeste .- Siguiendo el mismo criterio para ambos bordes se construyó la Fg. 20. No se señala ninguna diferencia. Una representación más adecuada se describirá posteriormente.

Ahora bien nuestras medidas de la rotación solar se deducen a partir de dos determinaciones independientes, en el centro y en el punto correspondiente en el borde. Debido a ello necesitamos una estimación de la exactitud de nuestras medidas en el centro para poder juzgar si las variaciones observadas tienen origen solar o instrumental.

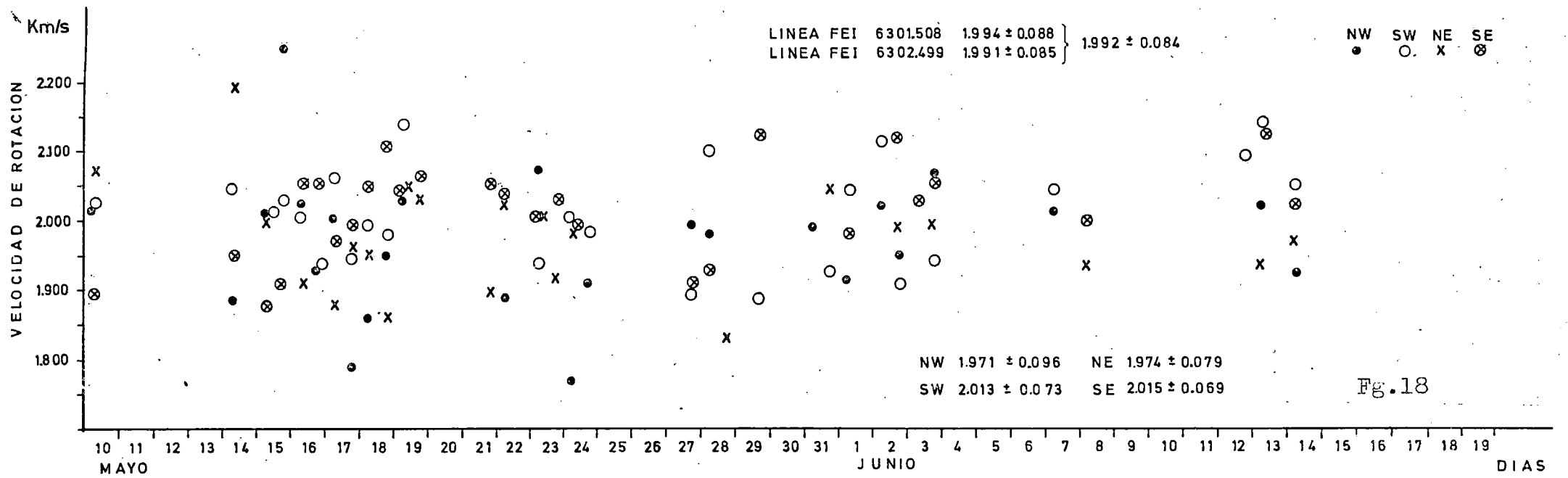
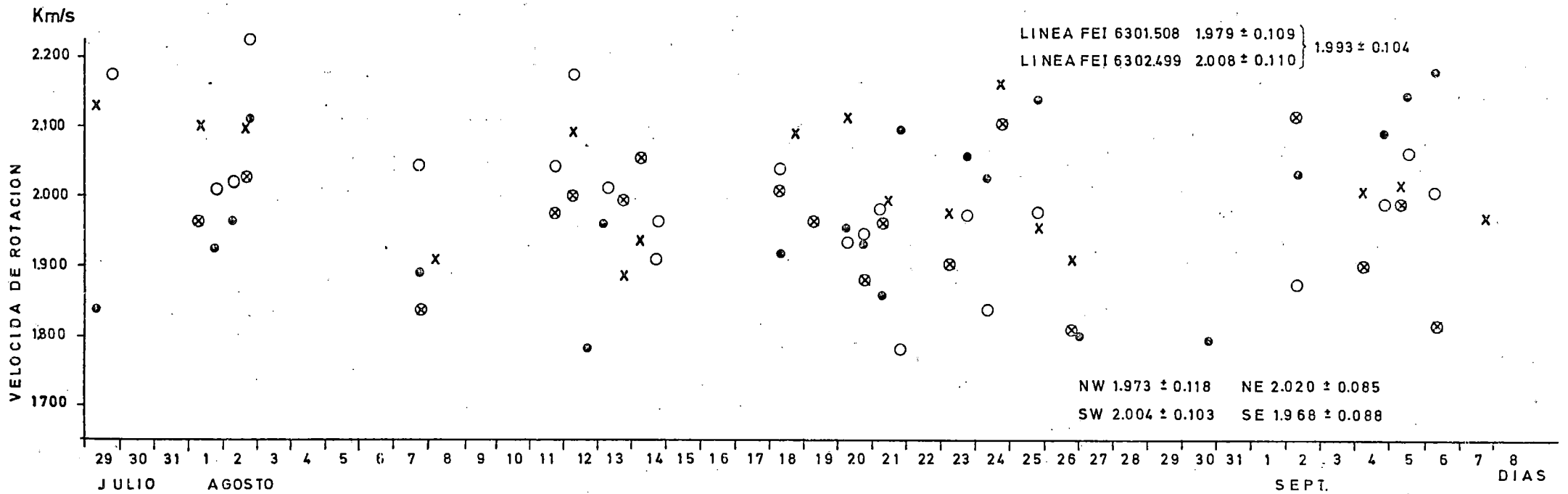
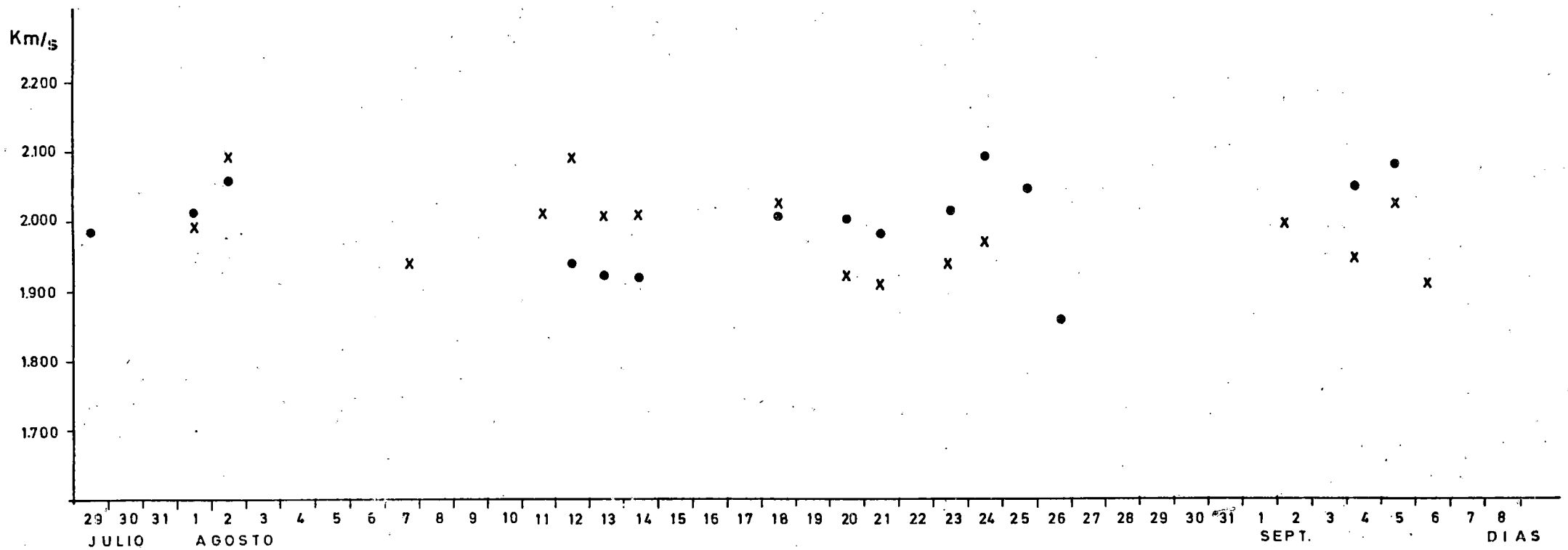
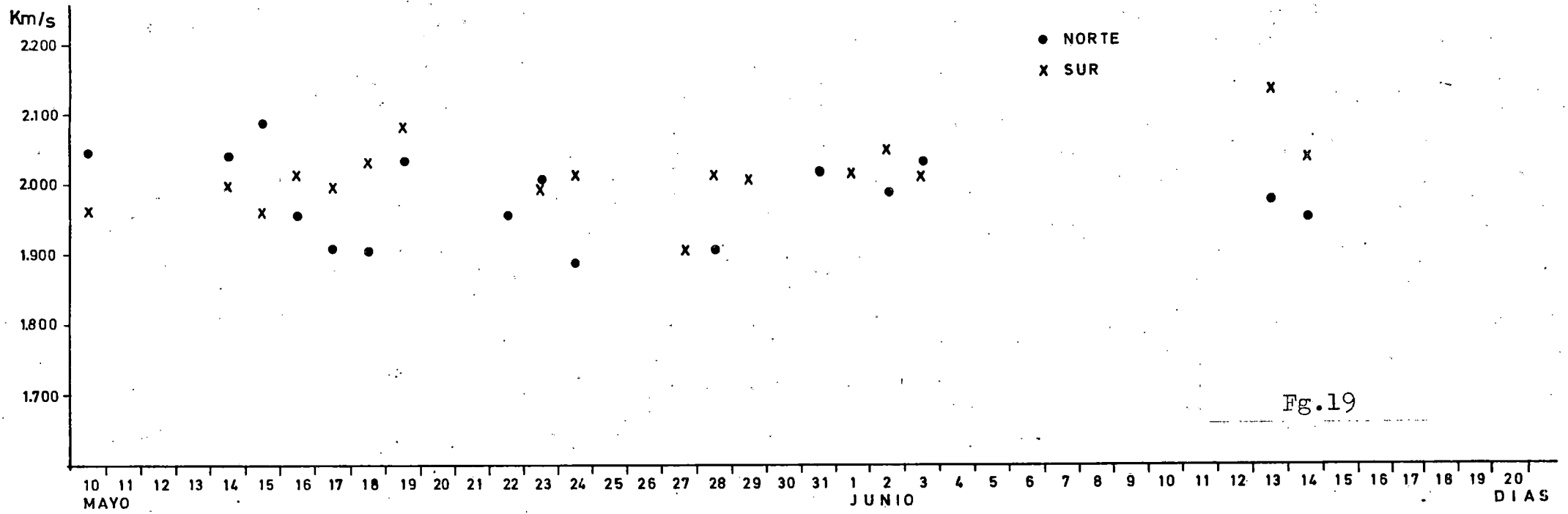


Fig.18





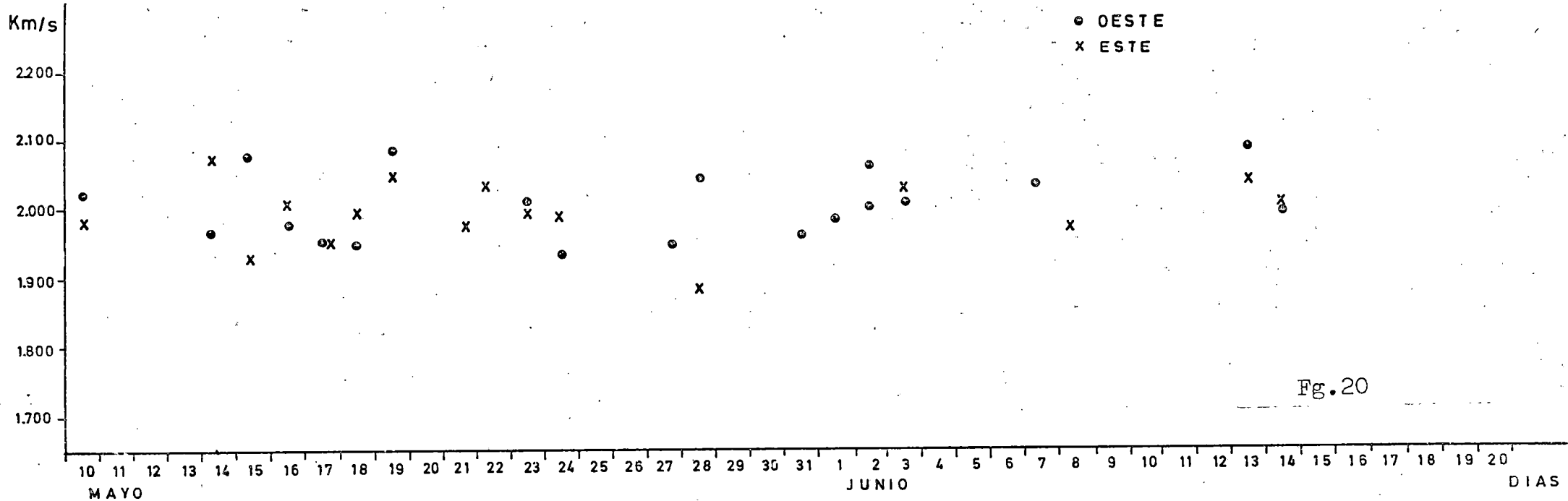
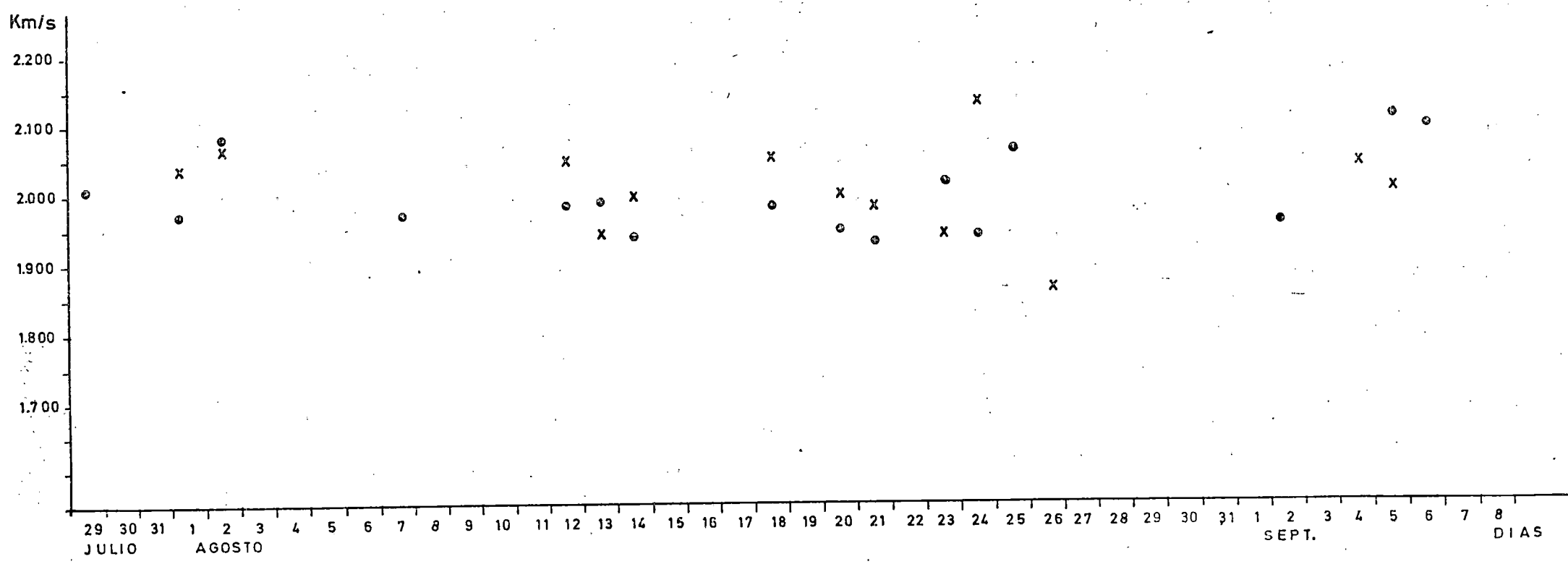


Fig. 20



5.2. EXACTITUD DE LAS MEDIDAS EN EL CENTRO SOLAR :

Para ello se tomaron todas las determinaciones del mínimo de las 4 líneas en el centro y se redujeron a un valor de referencia arbitrario (se tomó el primer día de observaciones 10 de Mayo) considerando las correspondientes influencias astronómicas que en este caso son la elipticidad de la órbita terrestre y la rotación de la Tierra.

En la Fg. 21 están representados los resultados. Si tomamos todos ellos (con una pequeña corrección debida a la ya mencionada diferencia entre ambos fotomultiplicadores), obtenemos un error cuadrático medio (r.m.s.) de 20 m/s que satisface perfectamente nuestras exigencias al respecto.

Esta estimación nos podrá servir como referencia para la crítica de nuestras conclusiones.

5.3. PROCESO ESTADÍSTICO DE LOS DATOS :

En esta memoria se trata con datos experimentales que son el resultado de dos procesos diferentes que influyen en la velocidad de rotación medida : a) uno determinado por procesos físicos reales en el sol, que en nuestro caso suponemos es la circulación a gran escala y b) uno estocástico que sería la consecuencia de posibles errores instrumentales, que fueron tratados en el capítulo anterior, así como de la eliminación imperfecta de otros campos de velocidad.

Por ello hemos de utilizar las herramientas que nos proporciona la estadística para obtener una descripción cuantitativa de las observaciones.

Primero de todo debemos de analizar si los valores medidos satisfacen una distribución estadística determinada. En nuestro caso parece lógico probar con una distribución de Gauss.

Para ello se ajustó una curva de Gauss al histograma que se había obtenido a partir de las variaciones con respecto al valor medio. En las Fgs. 22 y 23 están representados separadamente para el centro y los dos períodos de observaciones.

La curva de Gauss venía dada por

$$N \text{ (Nº de puntos)} = \frac{M}{2\pi\tau} e^{-(x-\mu)^2/2\tau^2} \quad (5-1)$$

VELOCIDADES RELATIVAS EN EL CENTRO (PUNTO CERO 10 MAYO)

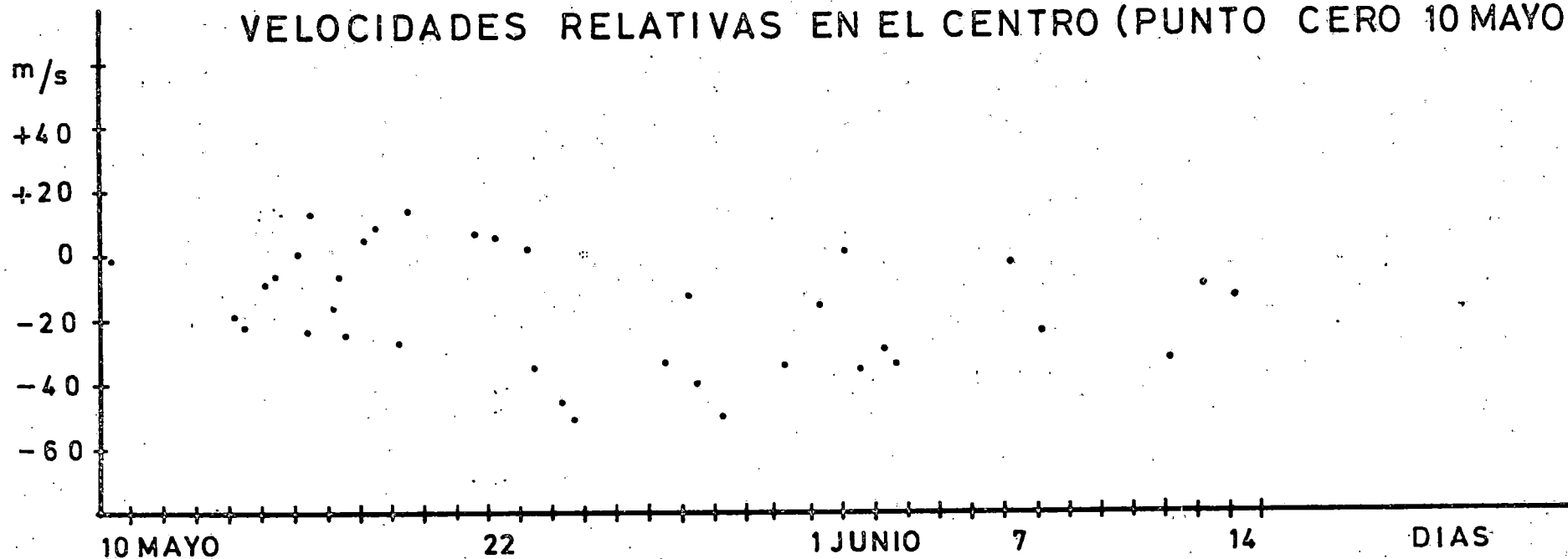
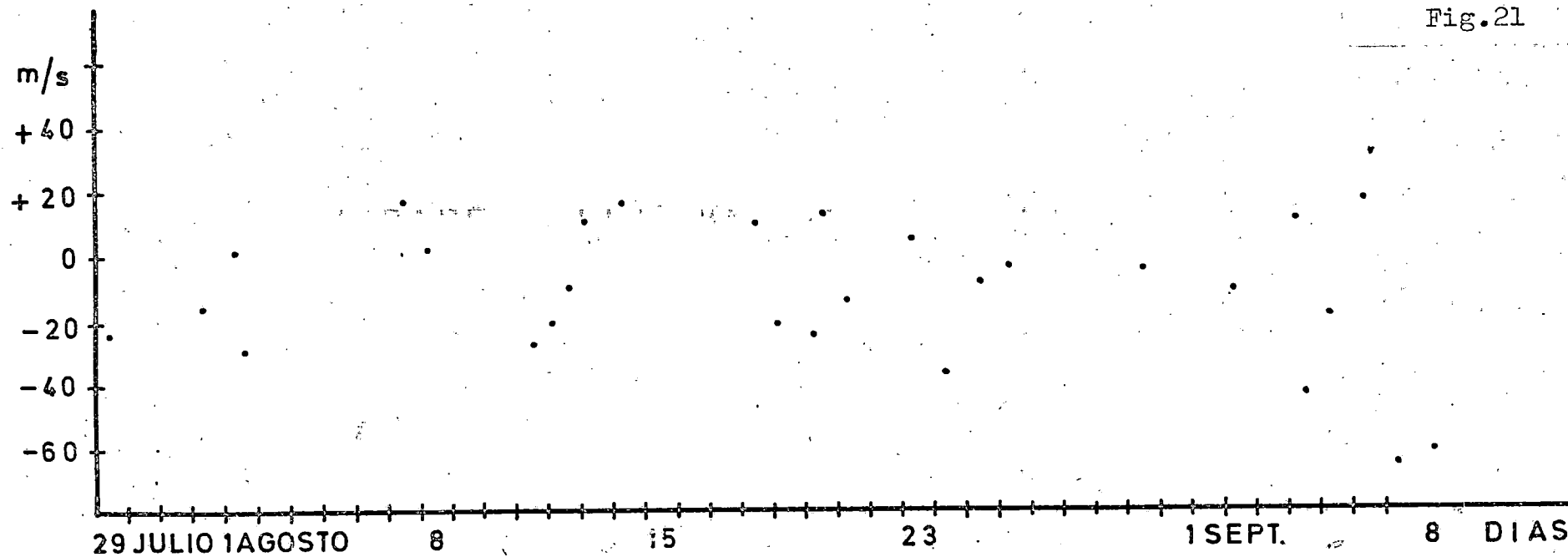
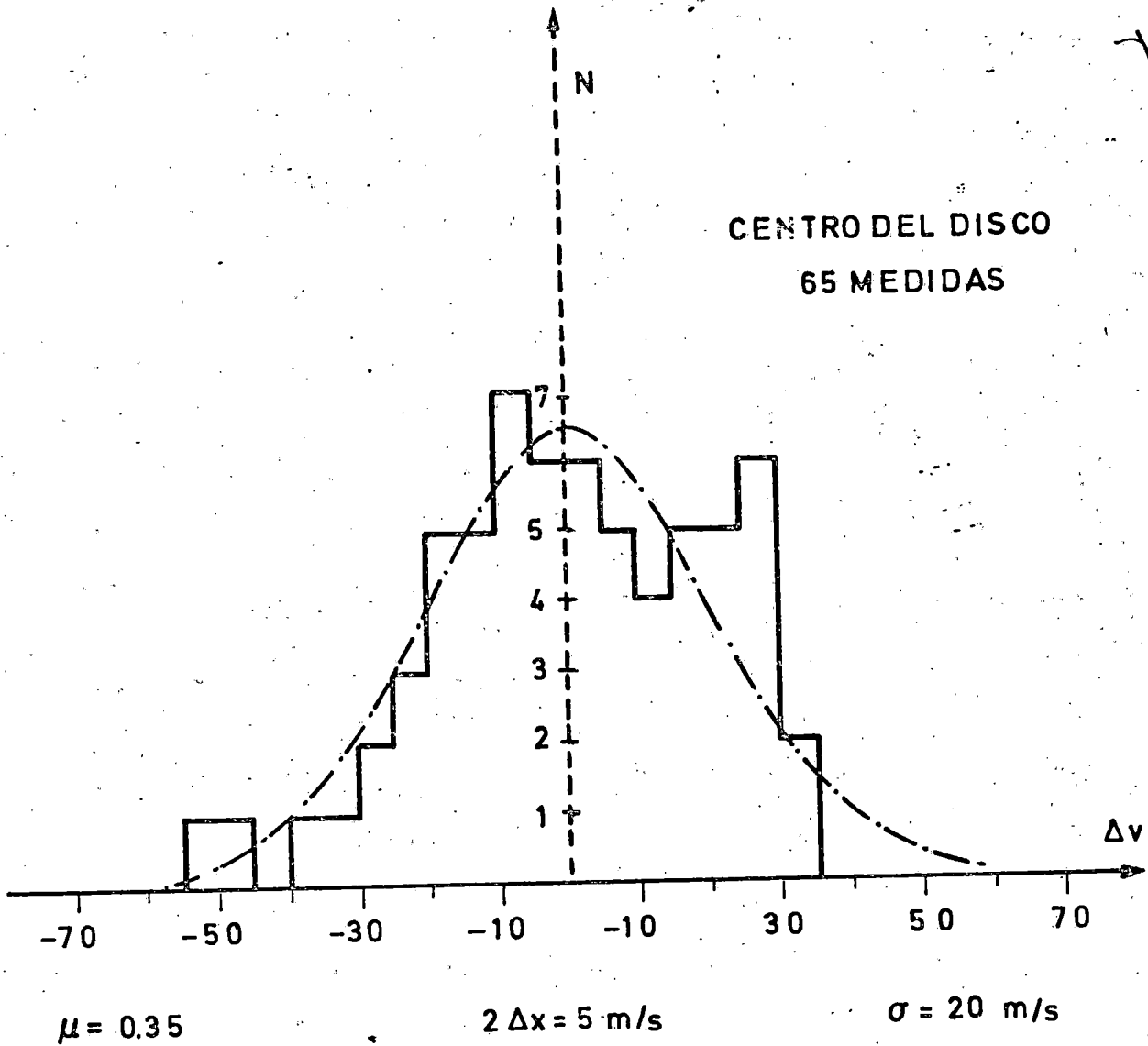


Fig.21





λ - Test

$$\sqrt{N} \max / |F_i - F_i^*| = 0.3813$$

PROBABILIDAD DE QUE SEA
UNA DISTRIBUCION NORMAL > 99%

Fig. 22

100 MEDIDAS

PRIMER PERIODO

$$\mu = 1.4 \text{ m/s}$$

$$2 \Delta x = 20 \text{ m/s}$$

$$\sigma = 0.084 \text{ m/s}$$

λ - Test

$$\sqrt{N} \cdot \max(F_i - F_i^*) = 0.5620$$

(Probabilidad > 86%)

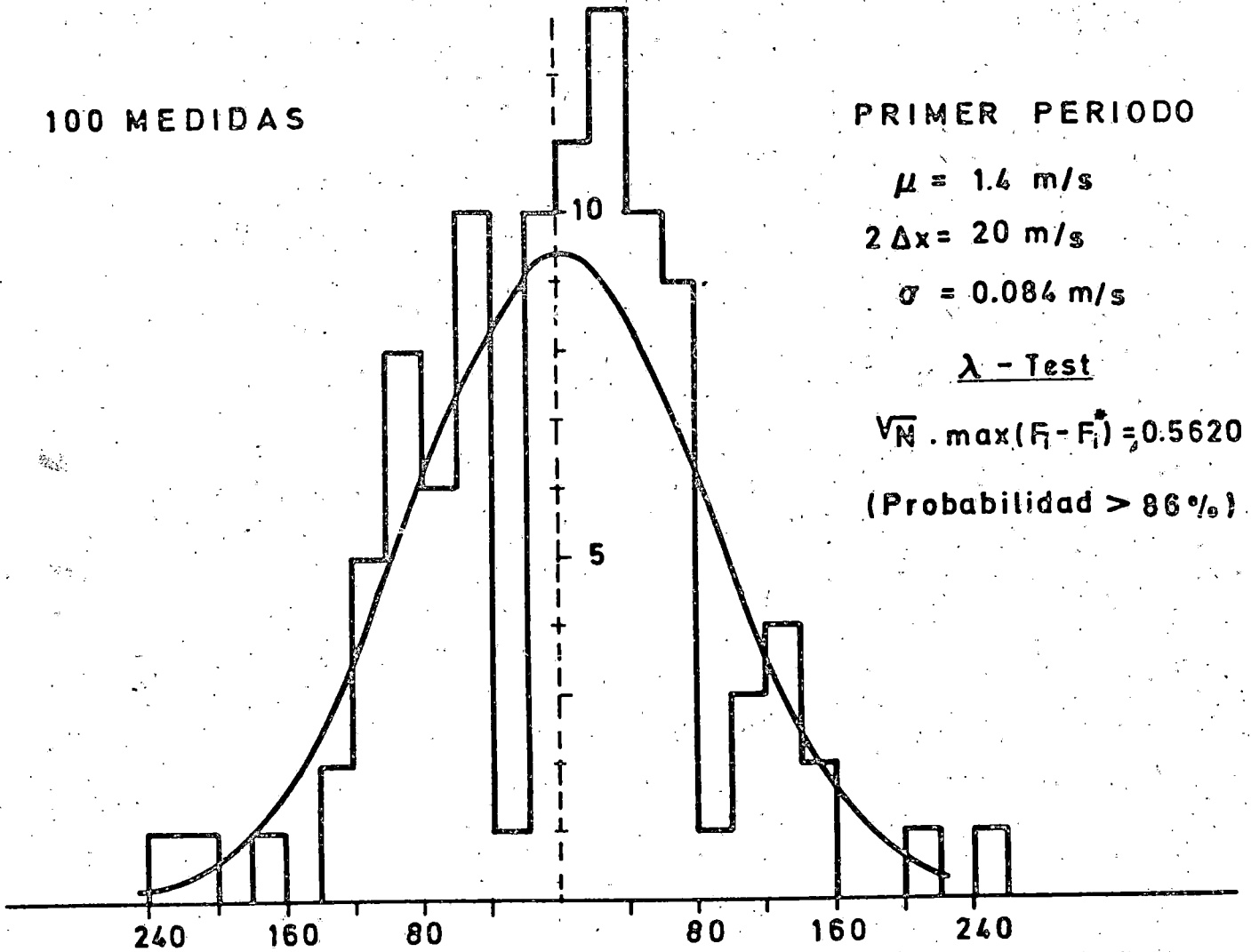


Fig.23

80 MEDIDAS

SEGUNDO PERIODO

$$\mu = 3.85 \text{ m/s}$$

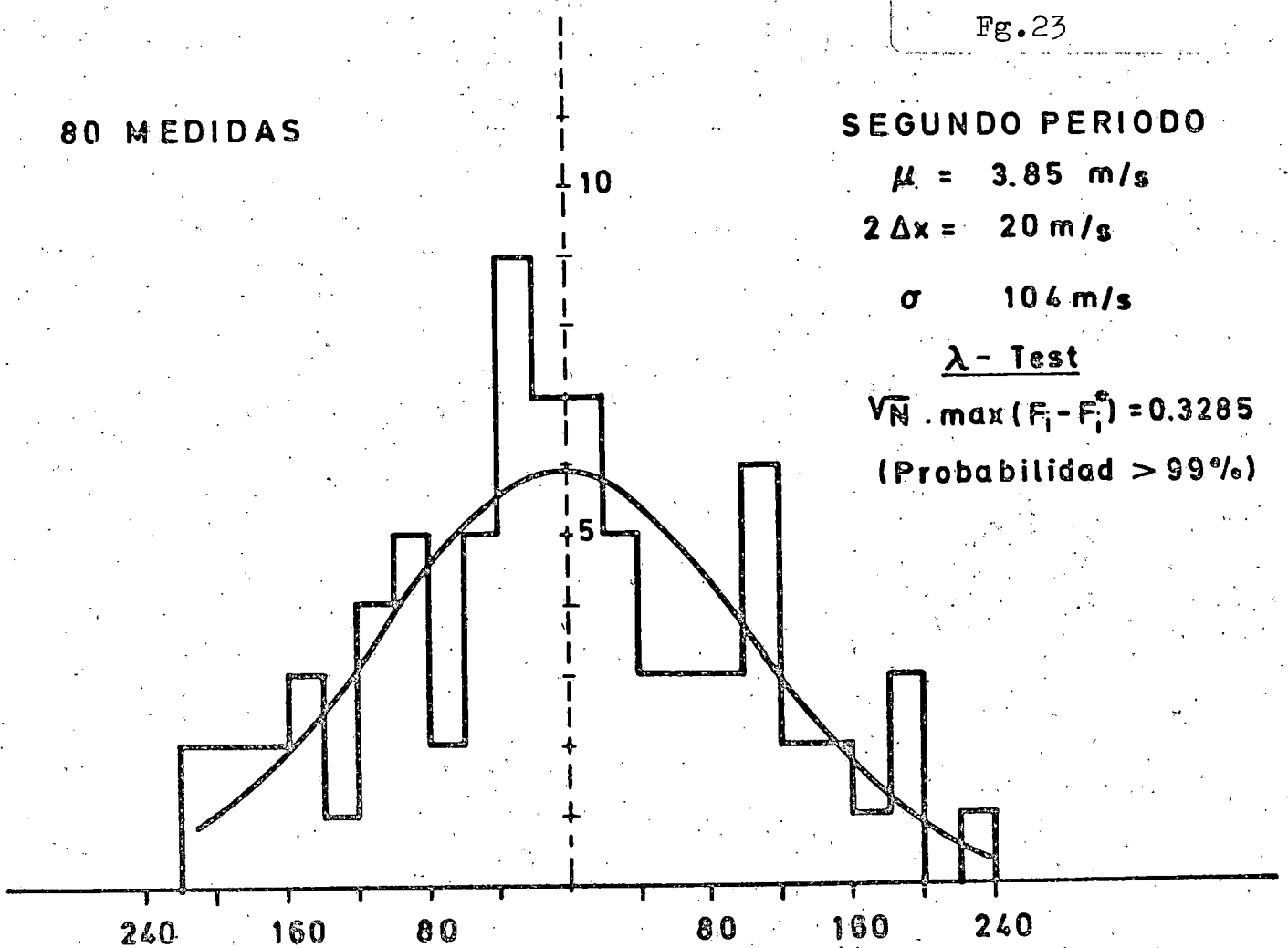
$$2 \Delta x = 20 \text{ m/s}$$

$$\sigma = 104 \text{ m/s}$$

λ - Test

$$\sqrt{N} \cdot \max(F_i - F_i^*) = 0.3285$$

(Probabilidad > 99%)



siendo μ el máximo de la distribución, τ el error cuadrático medio y N el factor de normalización.

El siguiente paso fue aplicar el λ -Test de Kolmogorov para una distribución de Gauss el cual pasamos a describir brevemente:

1) Tenemos una serie de observaciones v_i que están distribuidas en los diferentes intervalos i del histograma. Sea x_i el valor medio de cada intervalo y K_i los valores en cada intervalo o clase.

Por tanto $N = \sum_{i=1}^n K_i = \text{Número de las medidas.}$

2) Se determina la mitad de la serie.

$$v = \sum_{i=1}^n \frac{K_i x_i}{N} \quad (5-2)$$

3) El λ -Test propiamente dicho consiste en probar la siguiente desigualdad:

$$\sqrt{N} \max |F_i - F_i^*| < \lambda_\alpha \quad (5-3)$$

que esta tabulada para cada valor de la probabilidad (por ej. en SCHILLING 1972). Así que una serie de observaciones satisfaga una distribución normal debe ser $\lambda_\alpha = 0.44$. Aquí será $F_i = F(x_i + \Delta X)$ la distribución medida y $F_i^* = F^*(x_i + \Delta X)$ la teórica.

4) Para el cálculo de la distribución teórica se introduce el parámetro $Z_i = \frac{x_i + \Delta X - \mu}{\tau}$ en donde ΔX es la mitad de un intervalo. Según este parámetro están tabuladas las $F_i^* = \Phi(Z_i)$

5) Se procede a la formación de las diferentes $|F_i - F_i^*|$ y a la determinación del máximo.

En las tablas III, IV y V (Apendice III) están descritos paso a paso los tests para las 3 series. Así podemos ver que tanto las observaciones en el centro solar como las medidas en el 2º período satisfacen una distribución normal con una probabilidad mayor del 99 % mientras que estas no se satisfacen para el primer período. Esto viene determinado por la pequeña contribución del intervalo (-20, -40).

Otro criterio estadístico a probar sería el ver si los datos satisfacen una distribución de Maxwell.

Sea la distribución dada por :

$$N(\Delta v_L) \cdot d(\Delta v_L) = (\Delta v_L / \tau_L) * \exp(-\Delta v_L^2 / \tau_L^2) d(\Delta v_L) \quad (5-4)$$

siendo $\Delta v_L = |v - v_L|$ las "anomalías" de la rotación con respecto a un valor medio, τ_L el r.m.s. de la serie de datos y N el número de puntos.

Como se puede ver en las Fgs. 24 y 25 esto no se satisface por ninguna de las 3 series de datos lo cual no debe de extrañar puesto que aunque la velocidad es propiamente una magnitud vectorial en nuestro caso se trata como un escalar.

Es de esperar una distribución de Gauss cuando se intenta obtener un valor mediante una serie de medidas. Nosotros buscamos el proceso markoviano que quizás este superpuesto a dichas medidas. En principio pudieran ser señales de su existencia, la gran dispersión de los valores en ambos períodos (mucho mayor que lo que dejan suponer los errores instrumentales y la determinación de nuestro punto cero) y la desviación de una distribución normal de los valores del primer período.

5.4. ANALISIS DE FOURIER DE LOS DATOS:

Como ya mencionamos dicho proceso superpuesto debería de tener un carácter periódico. Por esta razón representa en principio el análisis de Fourier el procedimiento más adecuado. Primero de todo debemos de elegir las coordenadas más convenientes. Estas serían la velocidad de rotación en ordenadas y una longitud heliográfica de rotación en abcisas. Ahora bien como en el sol no existen referencias constantes para la elección de un meridiano cero debemos de tomar uno arbitrario para ambos períodos (1^{er} período: 24 Mayo : 00.00 MEZ y 2^o período 18 Agosto 00.00 MEZ). Además debemos de suponer una rotación media para el cálculo de la longitud heliográfica de rotación para cada punto de observación. Debido al número de medidas efectuadas podemos tomar nuestro valor medio 1.993 Km/s.

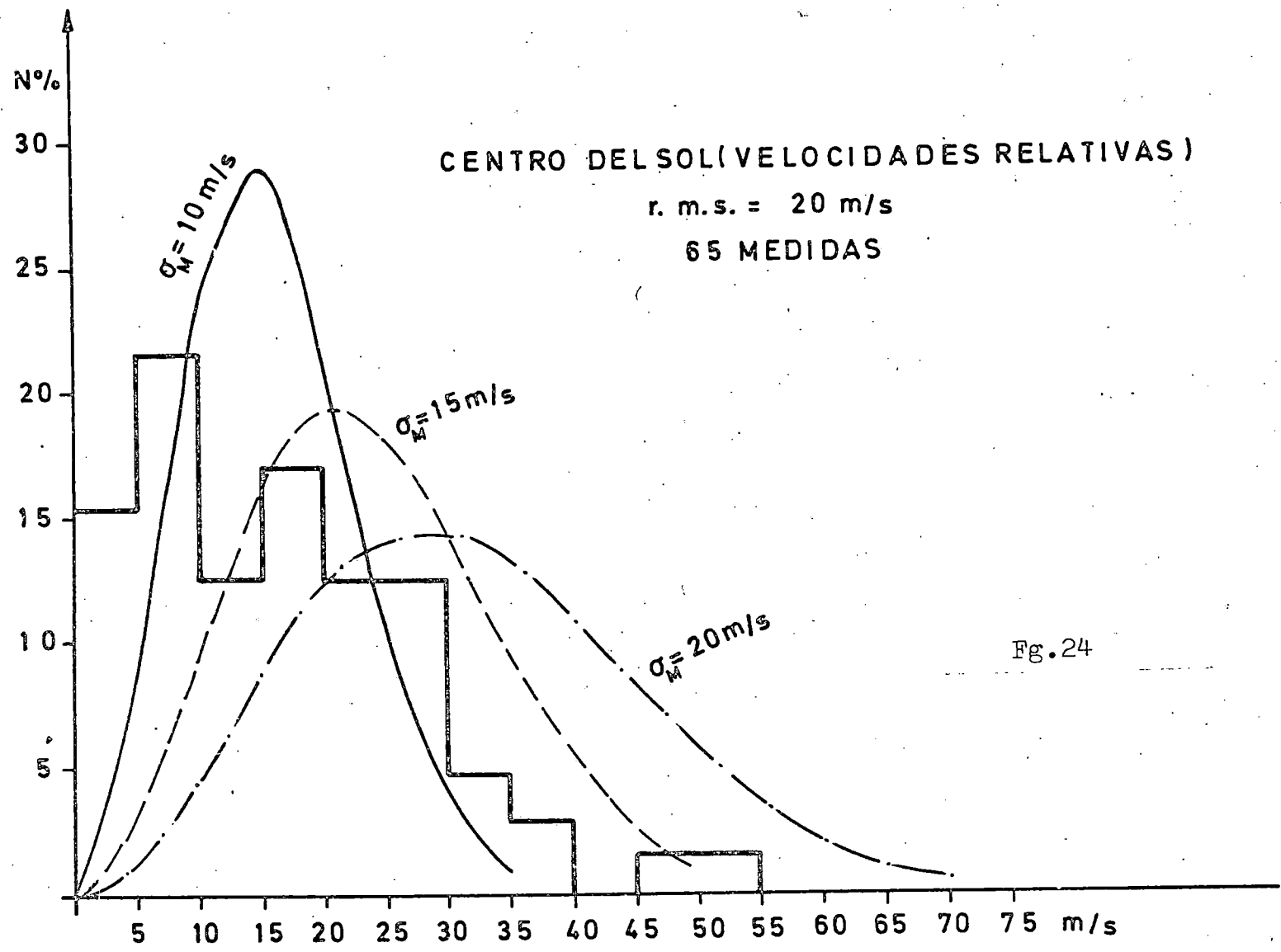


Fig. 24

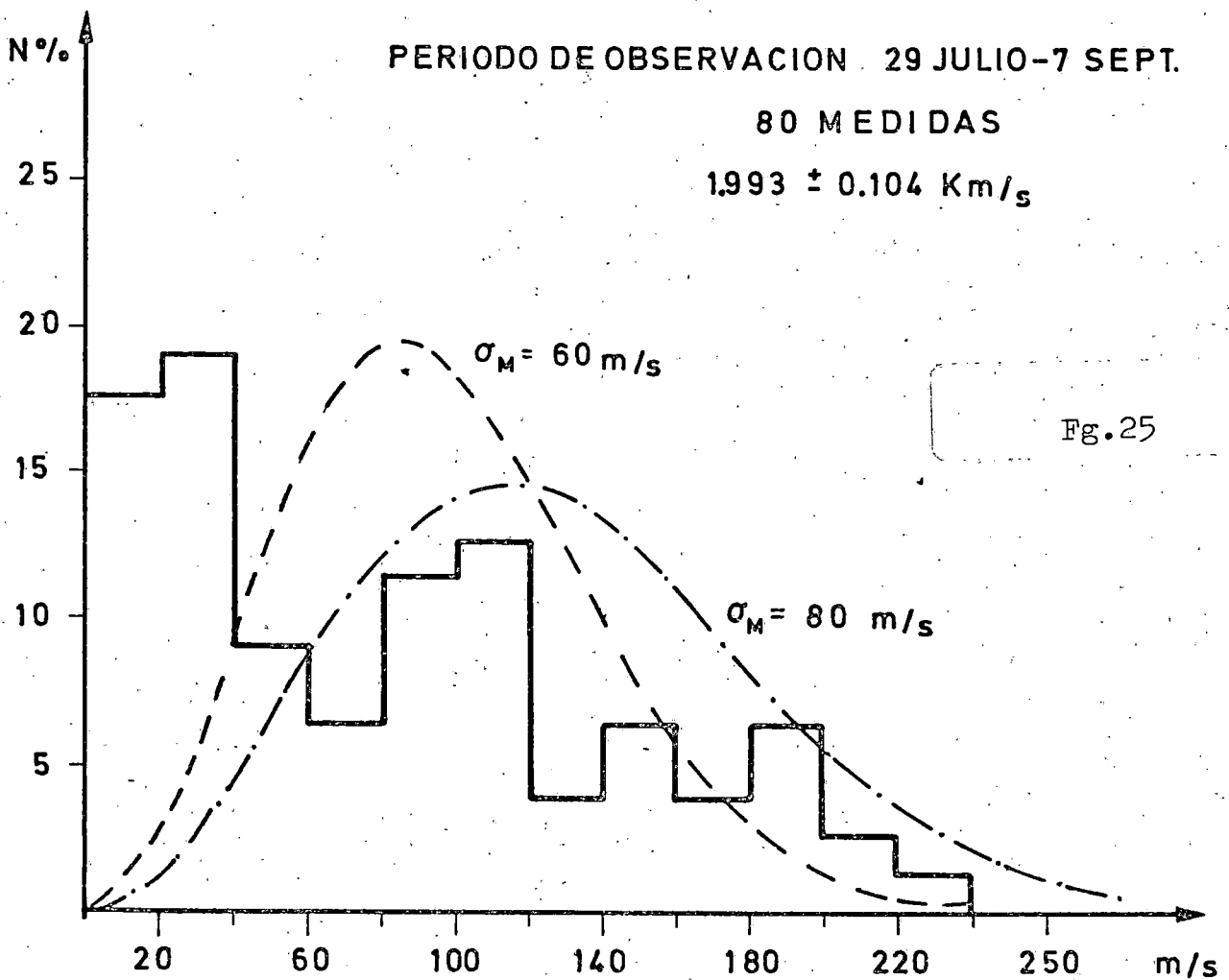
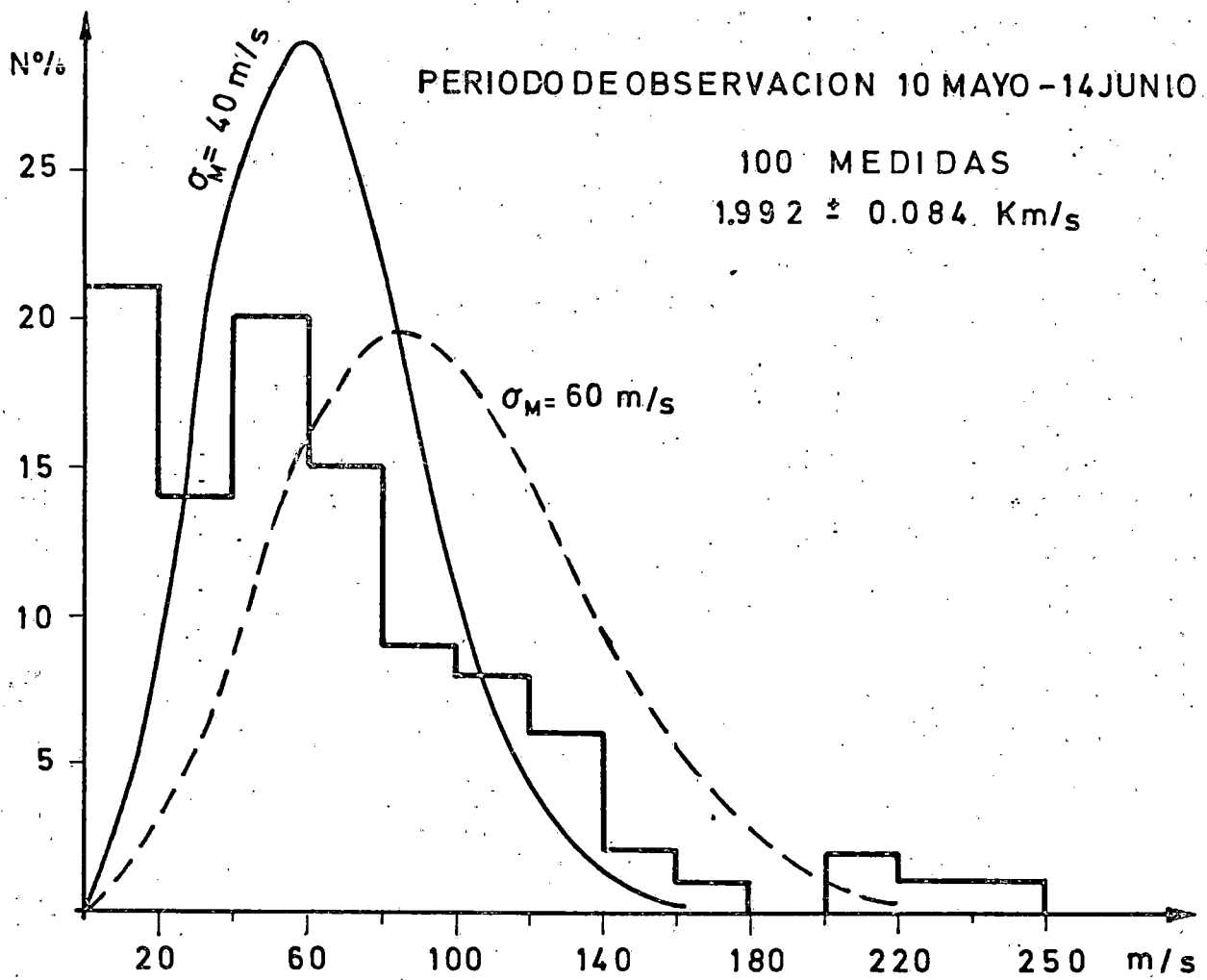


Fig.25

En las Fgs. 26a y 26b están representados respectivamente todos los datos y los valores medios para cada zona de 10° en longitud heliográfica de rotación.

Por otro lado exige el análisis de Fourier el trabajar con valores equidistantes lo cual no es por supuesto nuestro caso. Debido a ello se calculo un valor medio para cada 10° cubriéndose las lagunas existentes con una interpolación lineal.

A continuación describiremos el desarrollo utilizado.

Se tienen para cada período de observación 36 datos de la rotación solar correspondiente a 36 longitudes heliograficas de rotación.

Siguiendo a TAUBENHEIM (1969) se calculó la función de autocovariancia normalizada (es decir la función de autocorrelación) para desplazamientos discretos $\bar{d} = 1, \dots, m$; $m=10$ y $\Delta L = 10^\circ$

$$C_{\bar{d}} = \frac{\frac{1}{N-\bar{d}-1} \sum_{i=1}^N (V_i - \bar{V})(V_{i+\bar{d}} - \bar{V})}{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (V_i - \bar{V})^2} \quad (5-5)$$

Despues de este calculo se puede calcular el espectro de potencia que no es más que la transformada de Fourier de la función de autocorrelación.

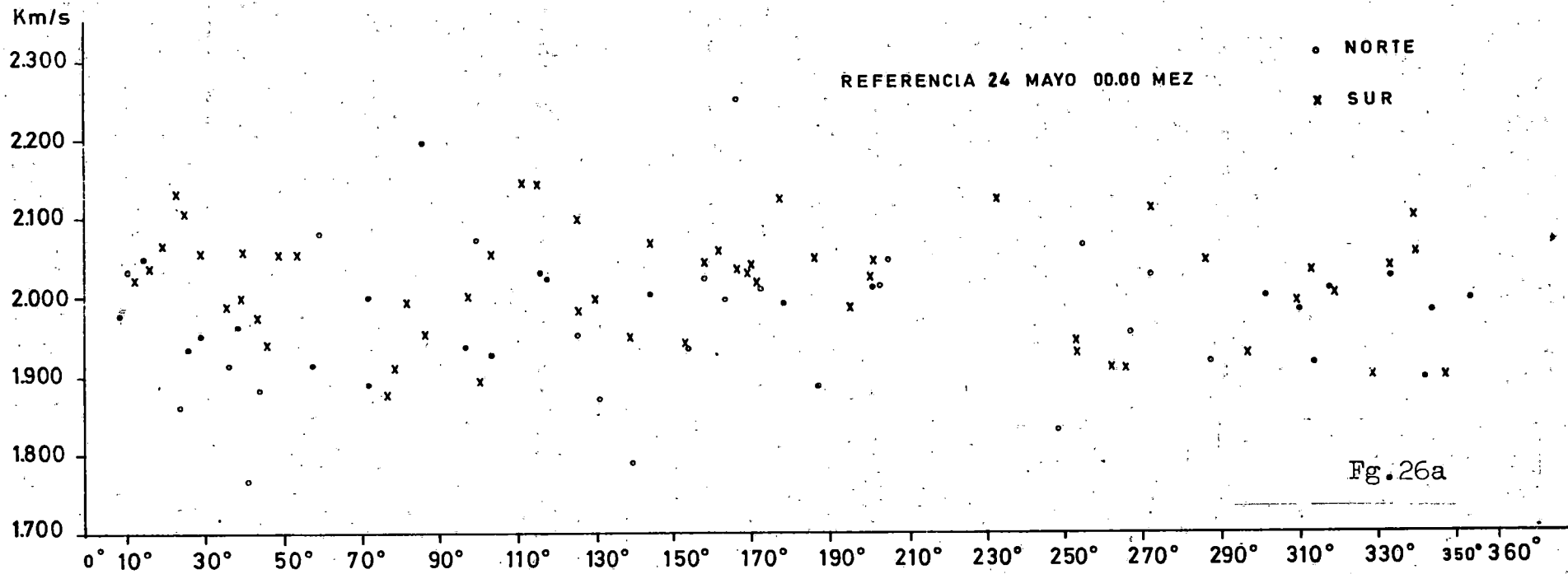
$$R_{\bar{d}} = \frac{1}{2m} \left[1 + (-1)^{\bar{d}} C_m + 2 \sum_{i=1}^{m-1} C_i \cos \left(\frac{\pi \bar{d} i}{m} \right) \right] \quad (5-6)$$

Para $\bar{d} \neq 0$; $\bar{d} \neq m$

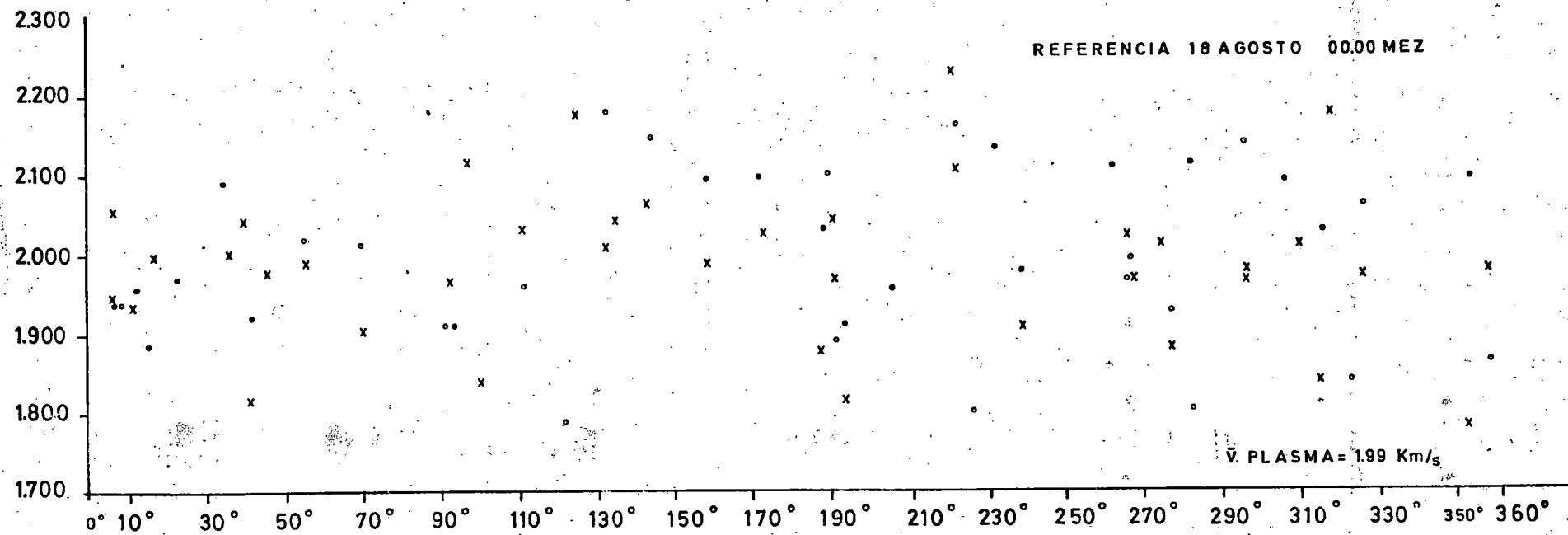
Para los extremos tendremos

$$R_0 = \frac{1}{2m} (1 + C_m + 2 \sum_{i=1}^{m-1} C_i)$$

$$R_m = \frac{1}{2m} (1 + \pi \cdot m C_m + 2 \sum_{i=1}^{m-1} C_i \cos(\pi i)) \quad (5-7)$$



Fg.26a



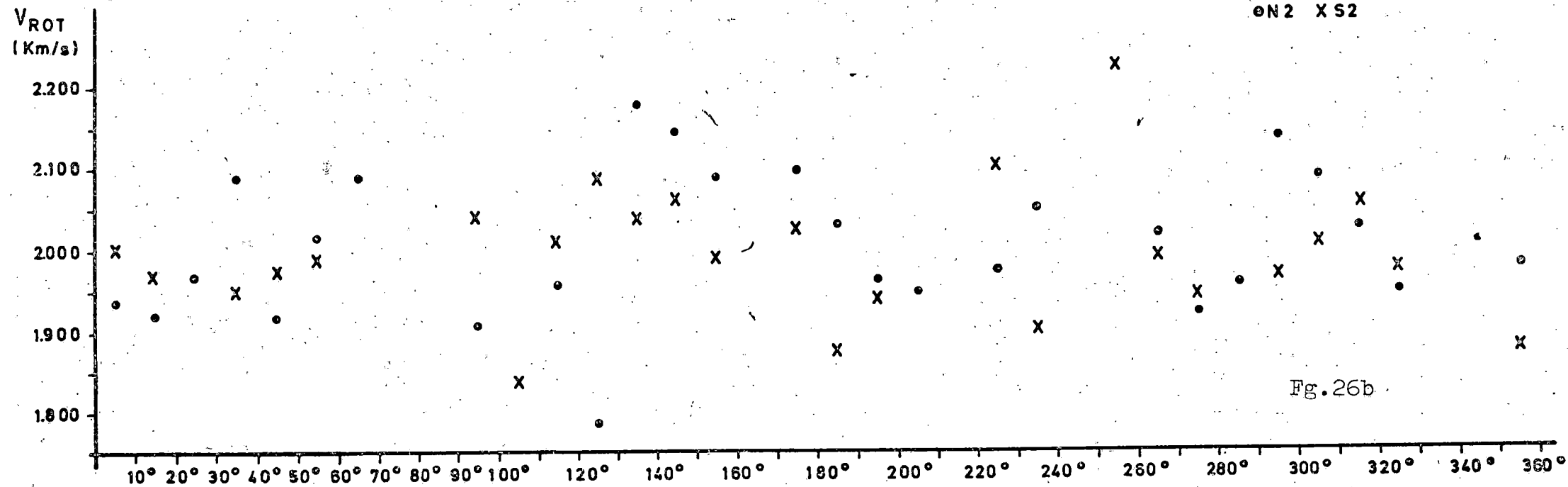
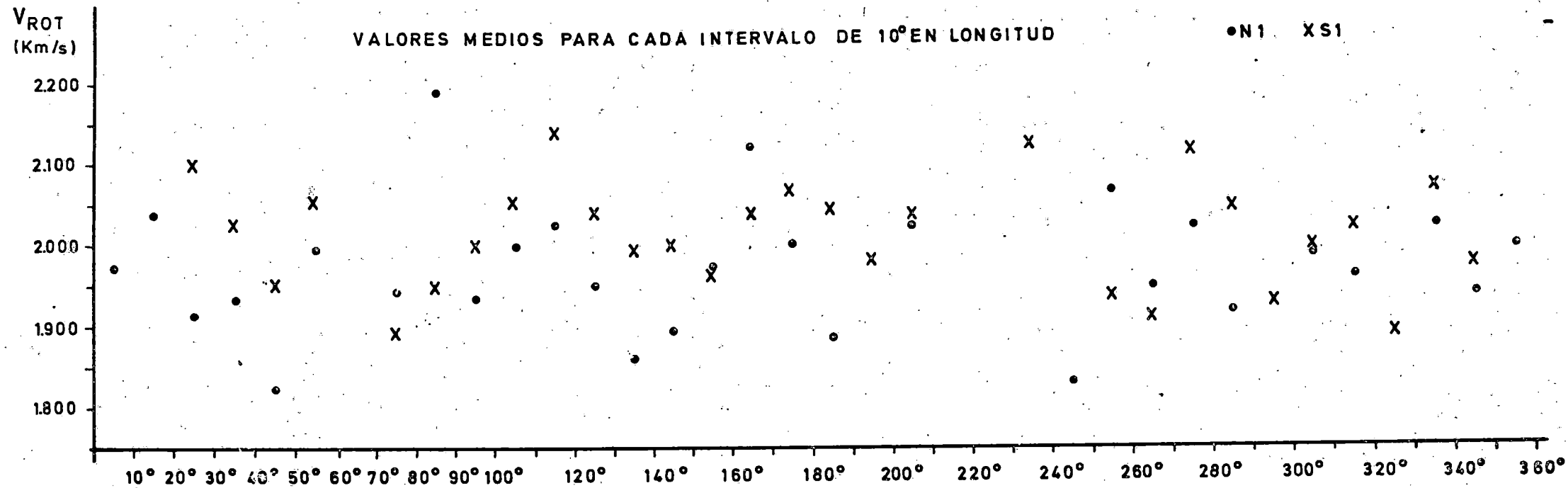


Fig. 26b

Ya que tenemos que ver con una serie finita de datos y además se trata de una serie discreta debemos de aplicar un proceso de filtrado (llamado "Hamming" en la literatura) que en nuestro caso y siguiendo a TAUBENHEIM (1969) es equivalente a un promedio con los factores de peso 0.5 y 0.25

$$P_{\bar{d}} = 0.5 R_{\bar{d}} + 0.25 (R_{\bar{d}-1} + R_{\bar{d}+1}) \quad (5-8)$$

y para los extremos

$$P_o = 0.5 (R_o + R_1) ; \quad P_m = 0.5 (R_m + R_{m-1}) \quad (5-9)$$

Los programas de cálculo fueron tomados de SOLTAU (1976) y calculados para ambos períodos de observación en los dos hemisferios (separados y conjuntamente). Los resultados gráficos se pueden encontrar en las fgs. 27 al 32.

El máximo del espectro de potencia nos da la frecuencia espacial que predomina en nuestros datos. Para una mejor comprensión hemos representado longitudes de onda en abscisas (es decir el tamaño de la posible célula). Periodicidades se muestran también en nuevas subidas de la función de autocorrelación cuando el desplazamiento se aproxima al período.

Debido al método empleado se pierde la información sobre las amplitudes del proceso periódico.

En las figuras se puede reconocer perfectamente que tanto en el hemisferio norte (N1 primer período como N2 segundo período) como en ambos hemisferios tomados conjuntamente, aparecen los tamaños de 60° y 90° como los más probables (como ya señalaremos sólo algunos períodos son físicamente posibles). Es digno de mencionarse que ningún período significativo predomina en el hemisferio sur en ambos períodos de observación.

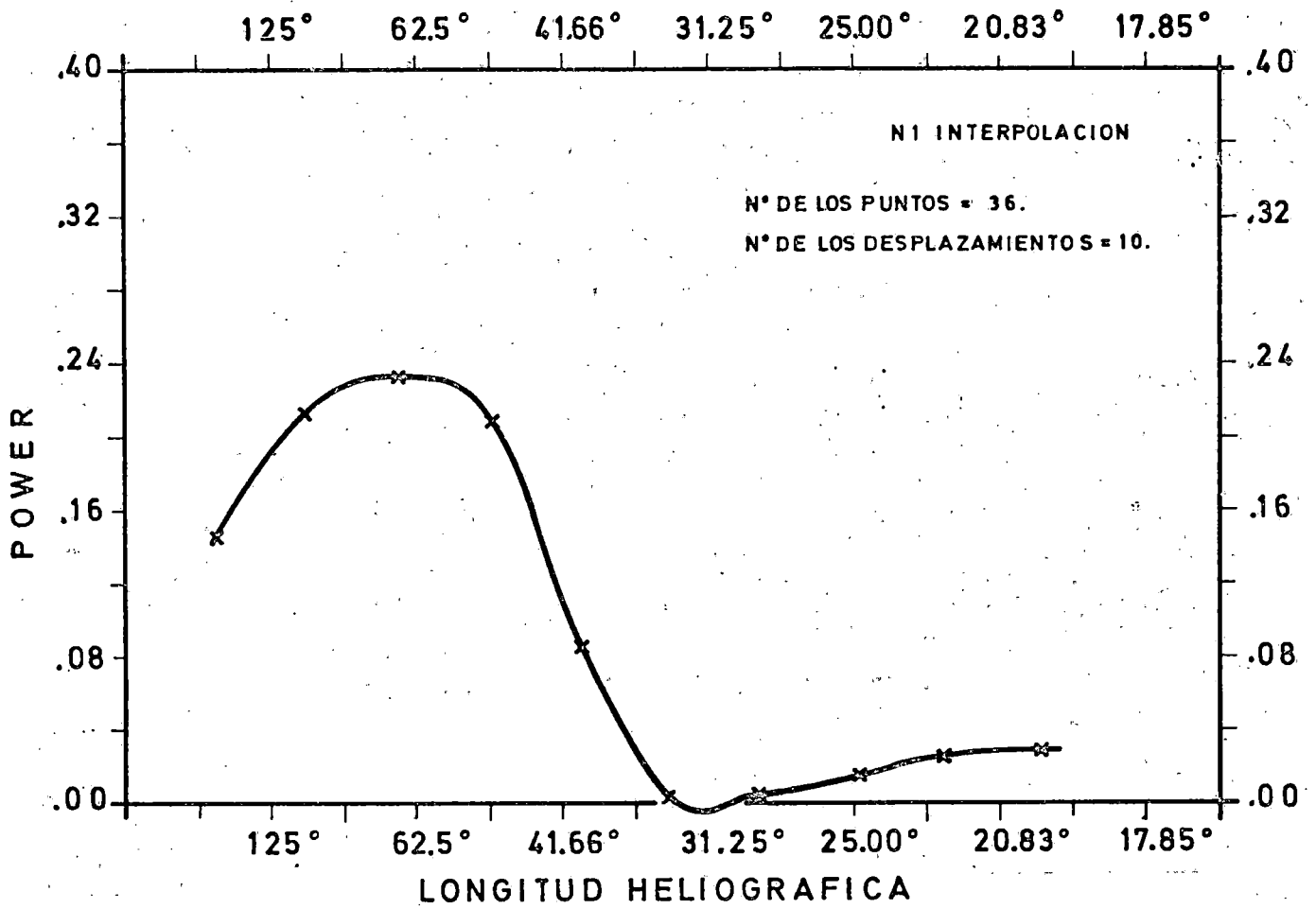
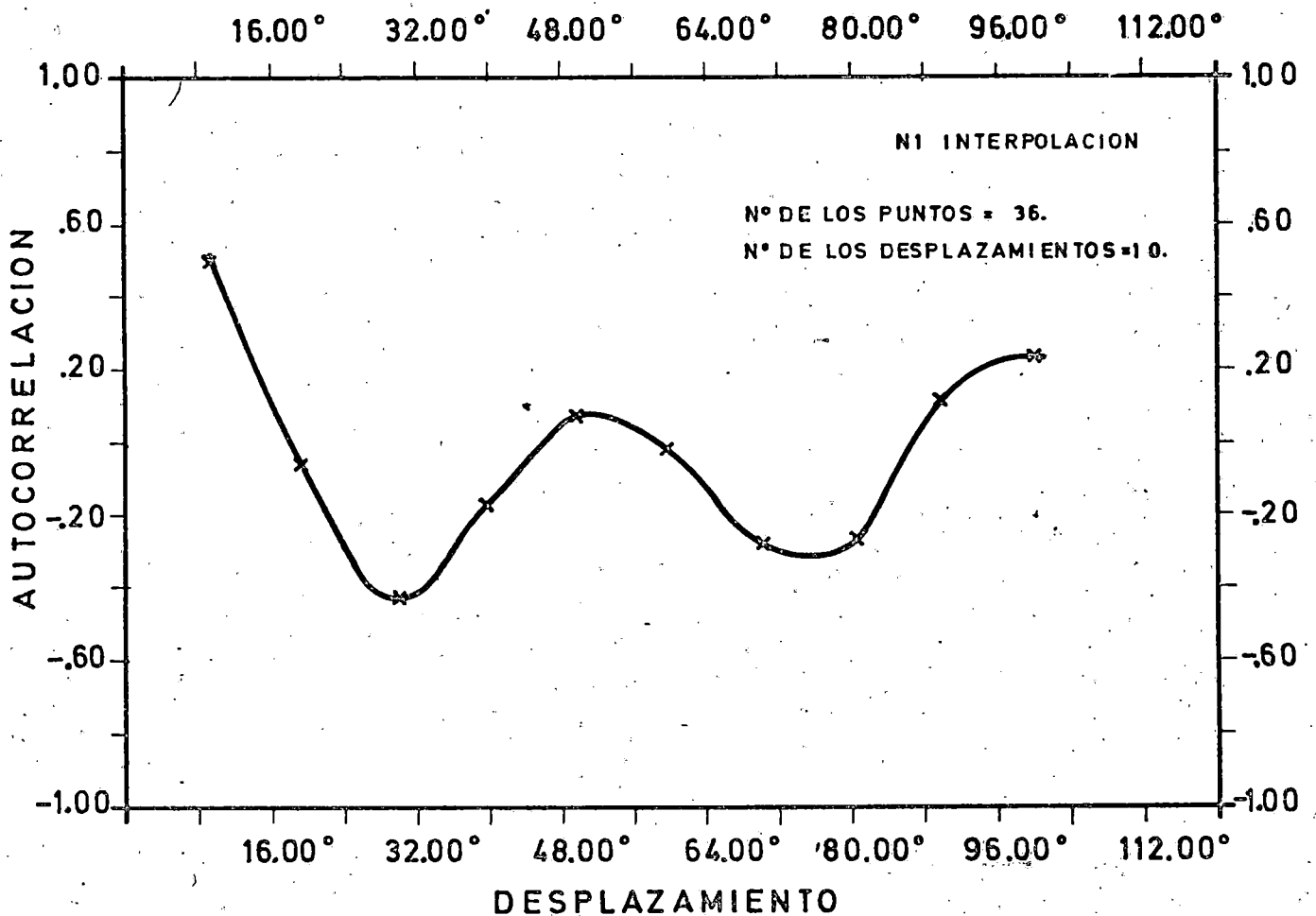


Fig.27



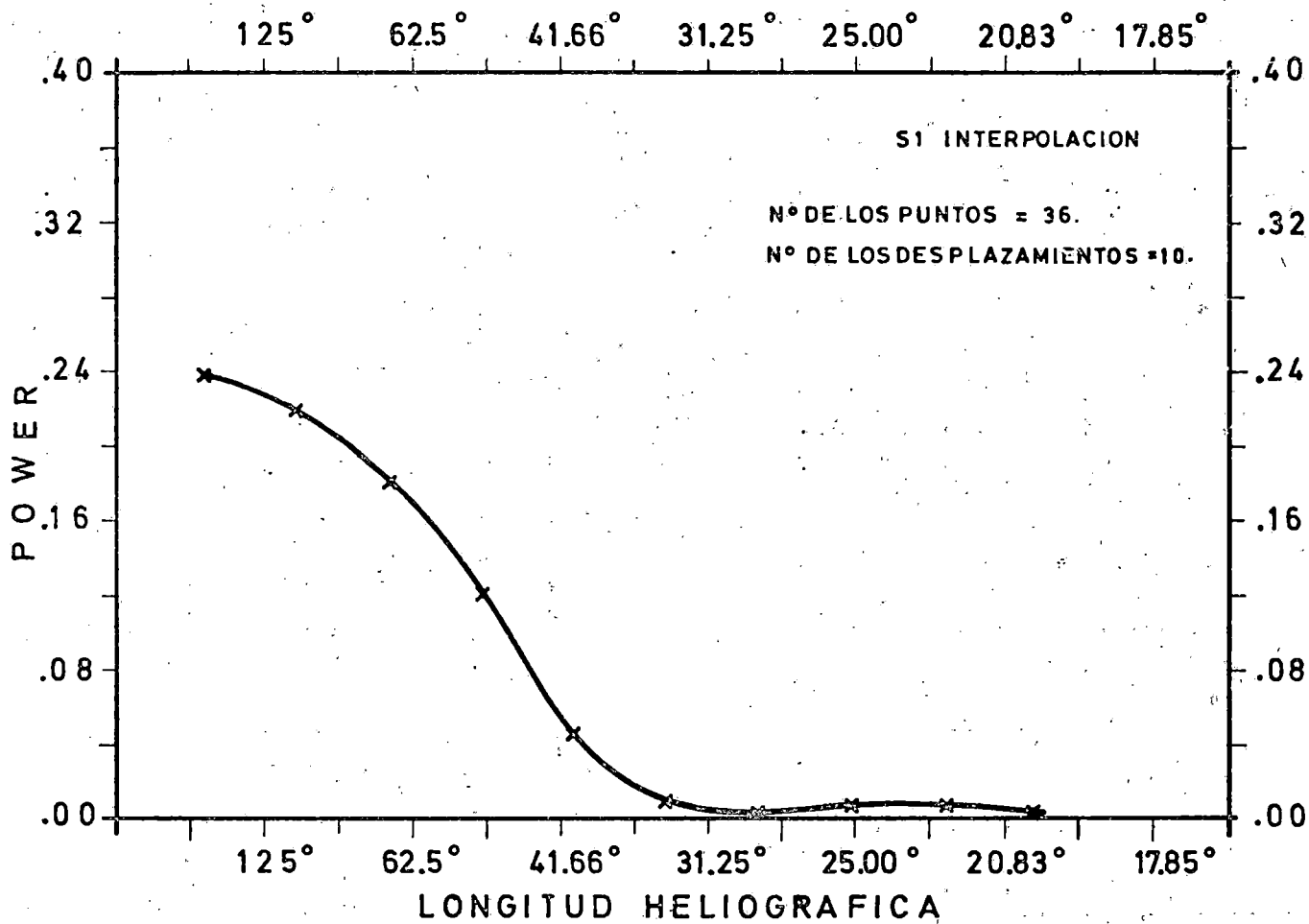
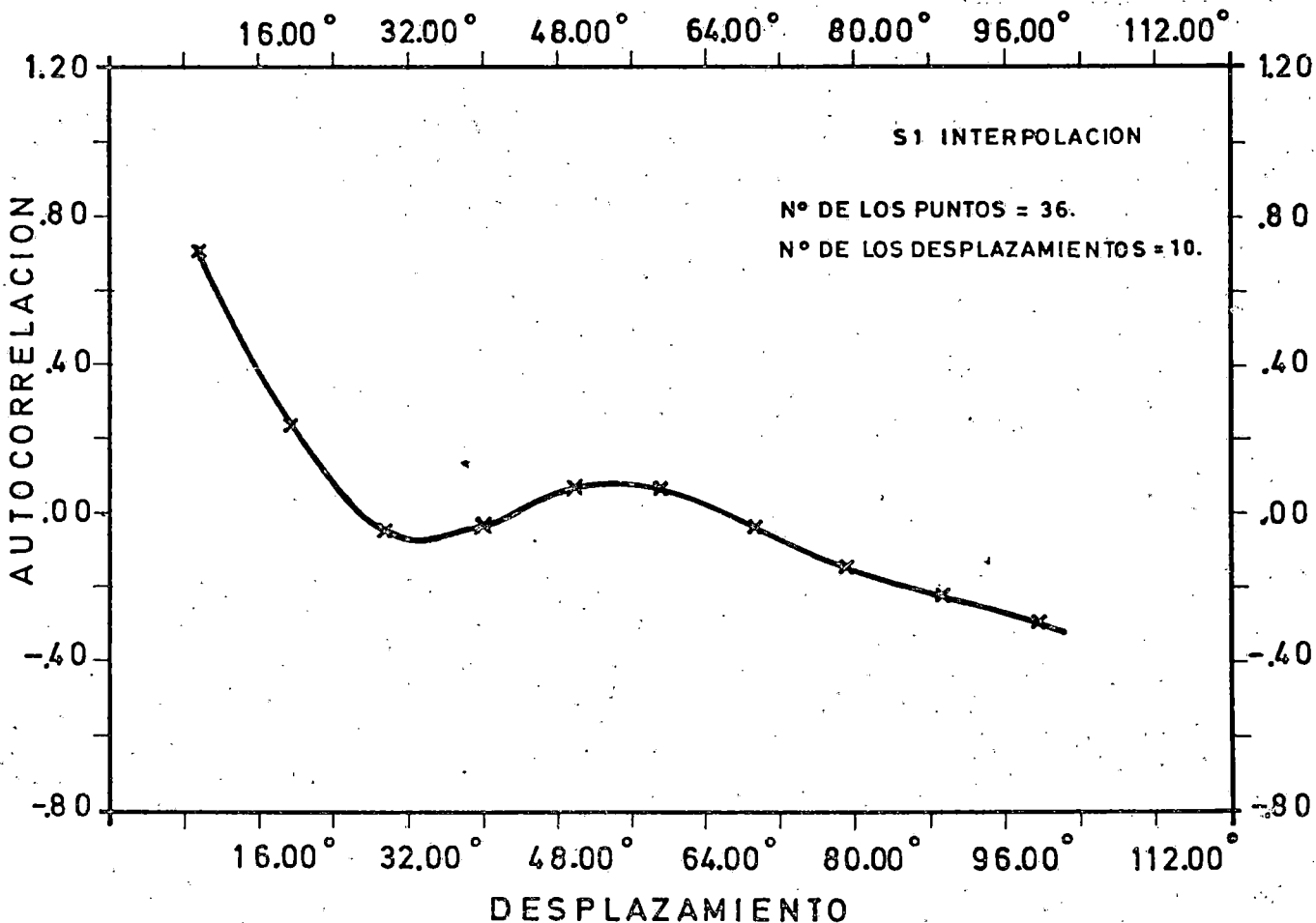


Fig. 28



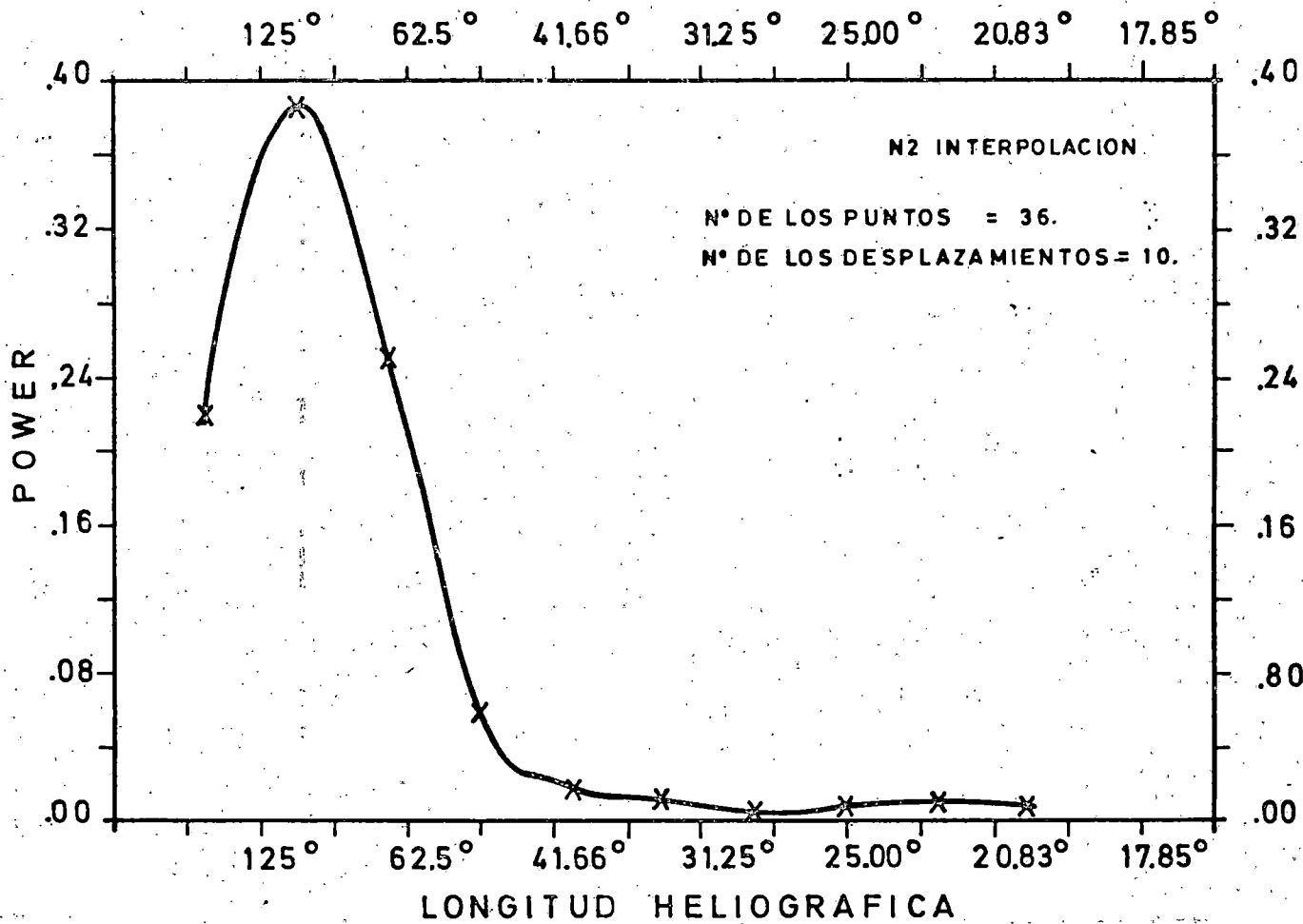
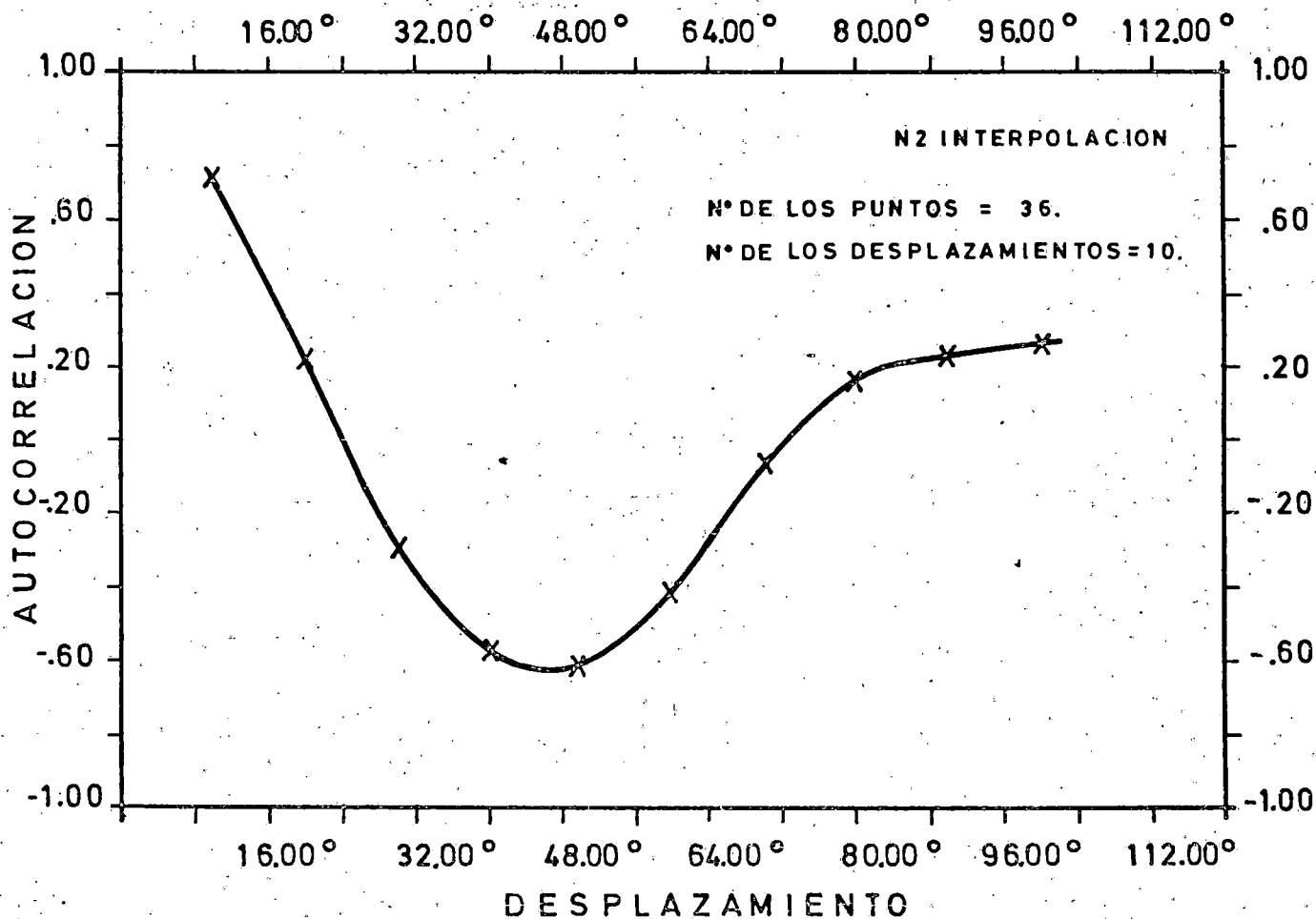


Fig. 29



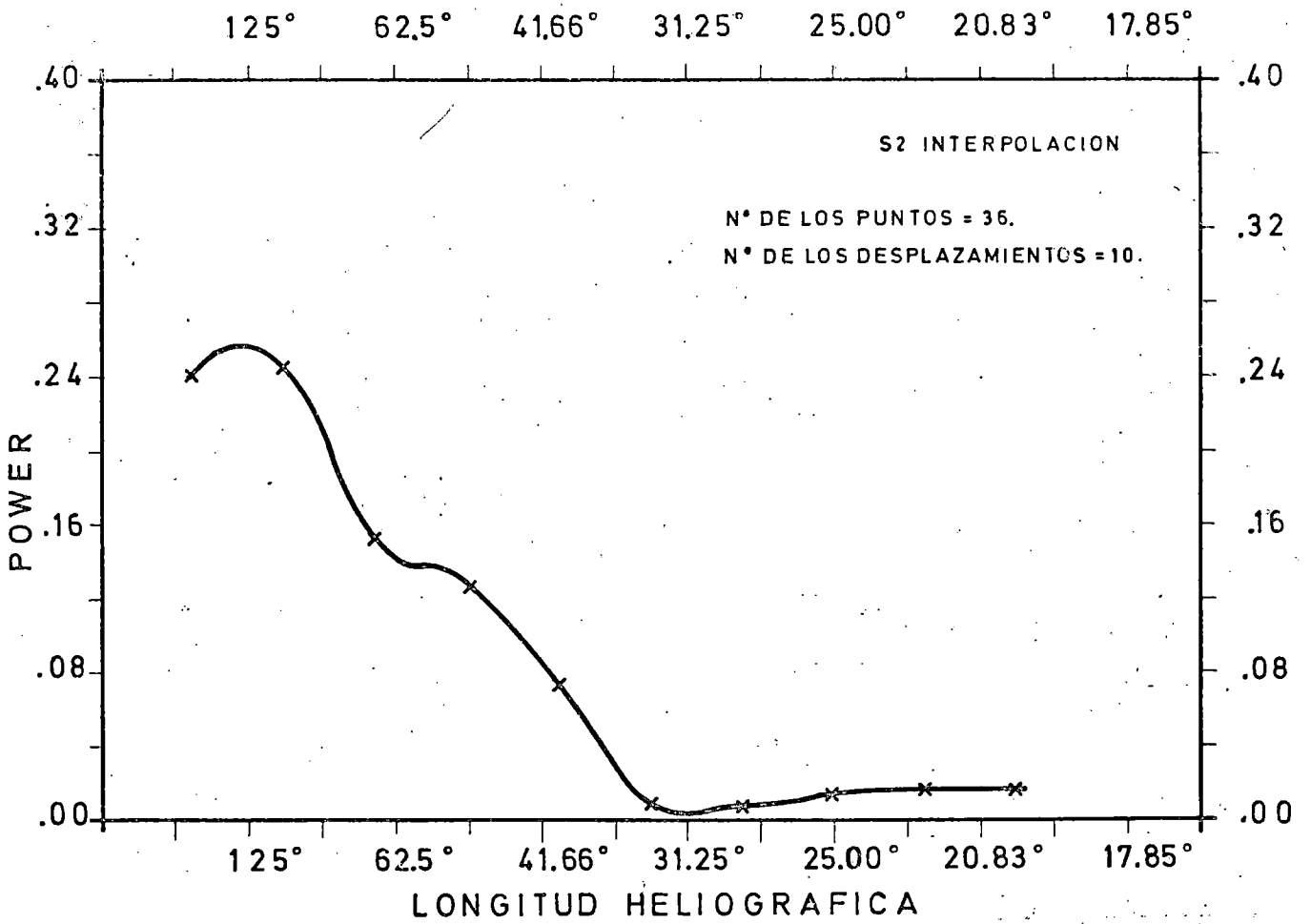
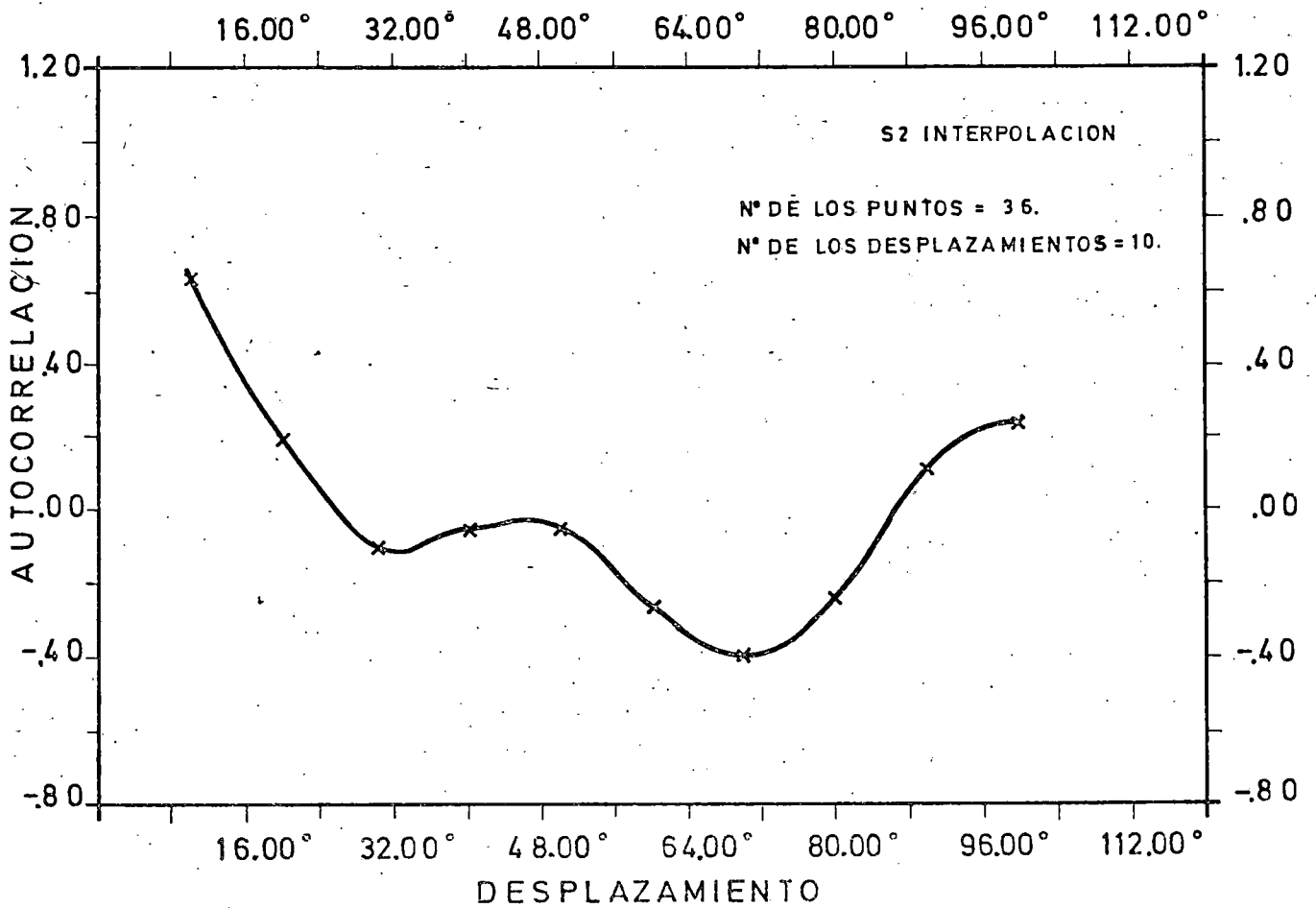
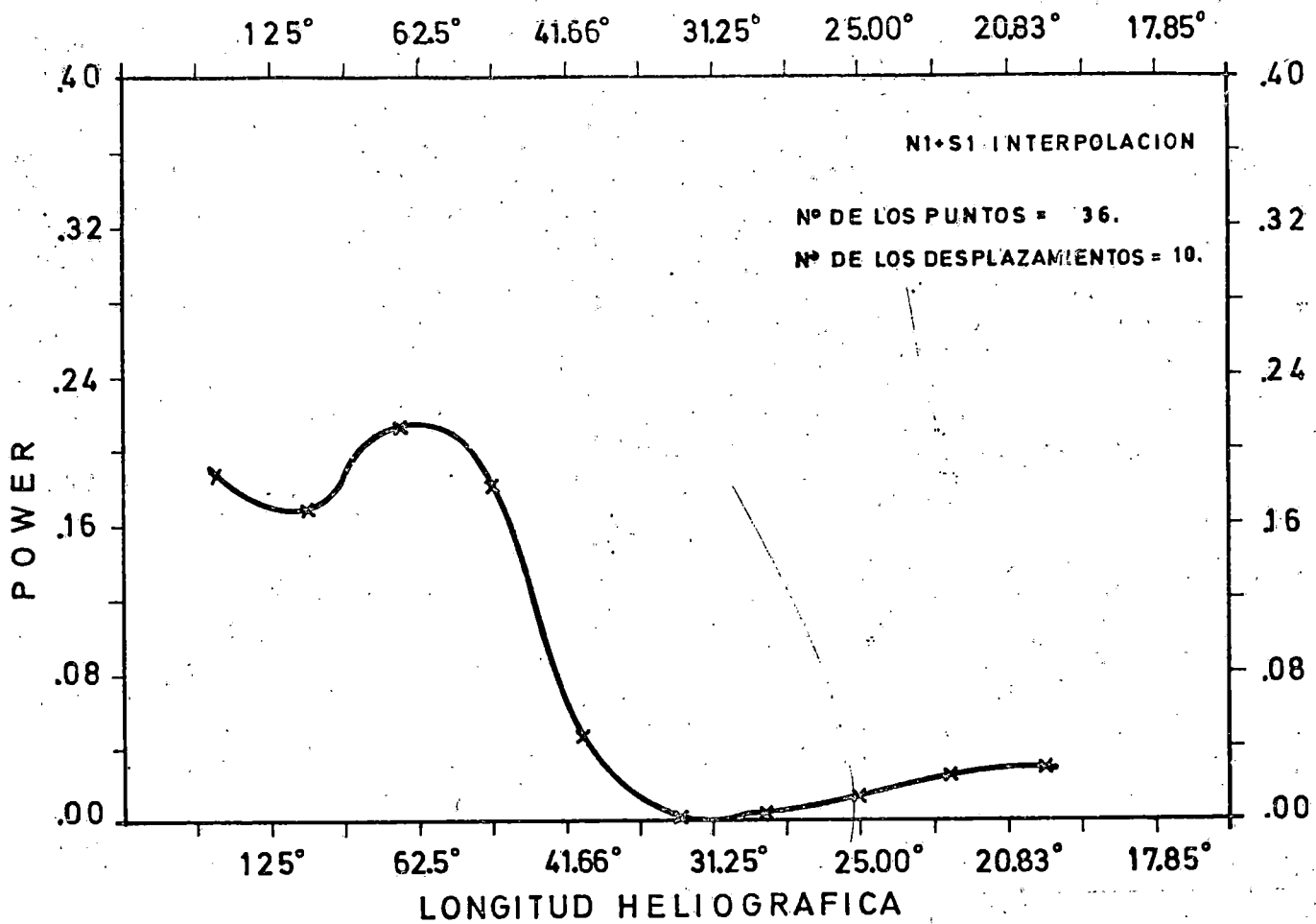
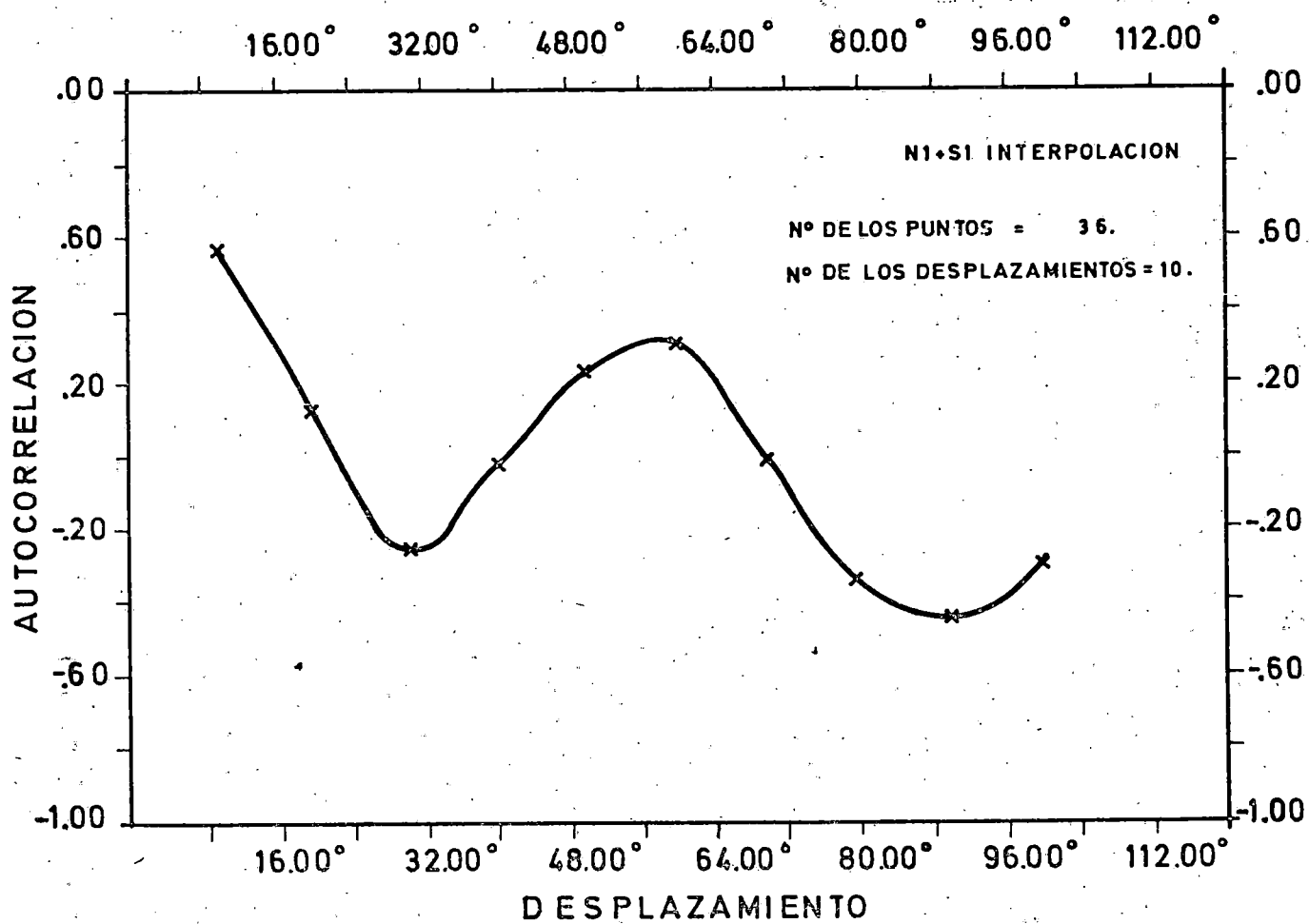


Fig. 30





Fg.31



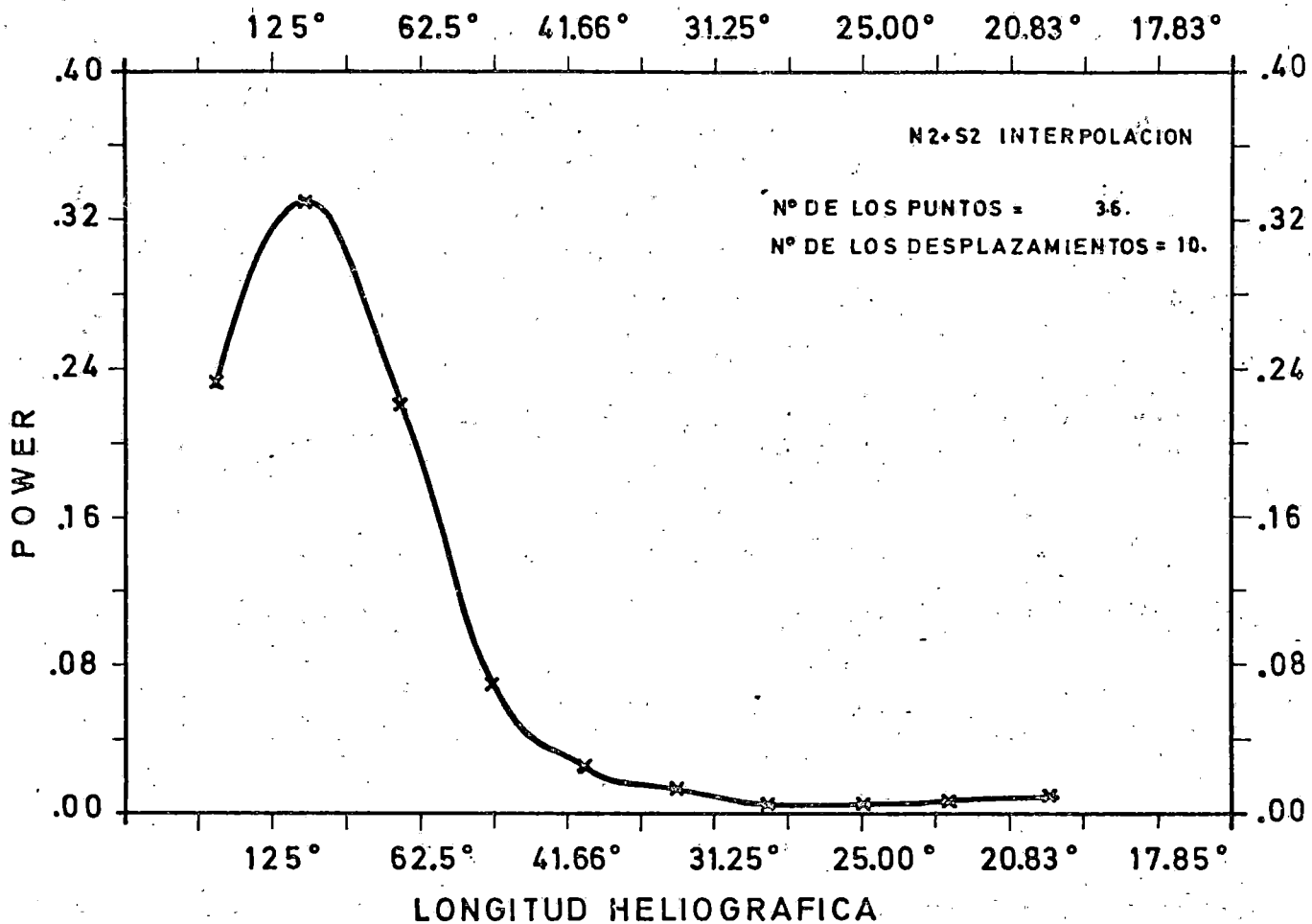
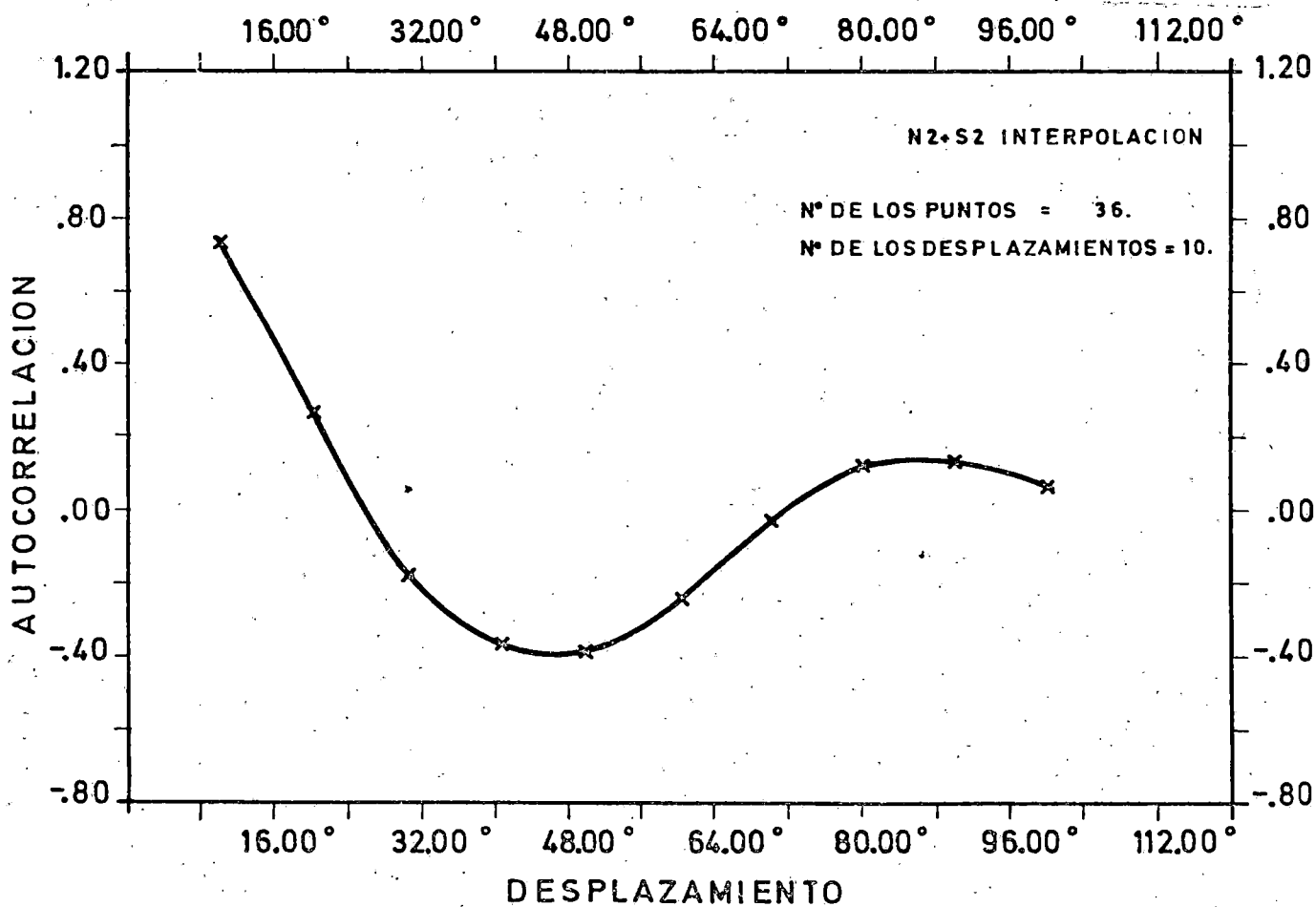


Fig. 32



5.5. AJUSTE DE LOS DATOS A UN TAMAÑO DE CELULA DADA :

En el último apartado hemos visto las limitaciones del análisis de Fourier. Especialmente debido a la arbitrariedad de suponer un desarrollo determinado para las lagunas (a pesar de que con diversos tipos de interpolación los resultados no variaban apreciablemente.

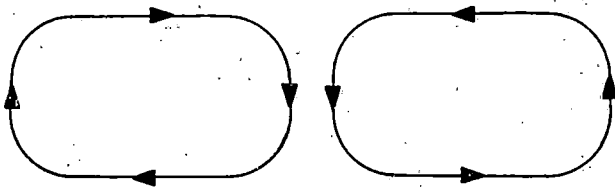


Fig. 33

Por esta razón se intentó investigar el problema desde un punto de vista complementario que consistió en ajustar los datos a una forma determinada de célula. Estas células deberían constituir un sistema hidrodinámico cerrado por lo que su número puede solo ser par (es decir las dimensiones posibles son 180° , 90° , 60° , 45° , etc..)

Otro asunto a considerar es la forma, la cual determinará la influencia sobre la velocidad de rotación observada. En lo que sigue supondremos dos formas típicas : circular y rectangular.

a) Celulas circulares :

Para ello debemos de comparar nuestros datos v_i con la función

$v + A \sin \left(\frac{2\pi}{T} L_i + \alpha \right)$ donde v es la velocidad de rotación media (1.993 Km/s). A la amplitud de la oscilación superpuesta, L_i la longitud heliográfica de rotación y α la fase. Así podemos jugar con A , α y T como parámetros libres.

Para esta comparación desarrollamos un programa (ver Apendice I) que calcula la diferencia entre el valor experimental y el analítico determinando posteriormente el r.m.s. para cada tipo de célula. Asimismo introducimos un peso estadístico para cada banda de 10° según el número de medidas que habían contribuido a la obtención del valor medio.

En ningún caso obtuvimos r.m.s. por debajo de 66 m/s que fijamos como valor mínimo de significancia en el programa (si bien la amplitud tiene su importancia en tales consideraciones).

b) Celulas rectangulares :

Después del descubrimiento por SCHRÖTER y WÖHL (1976) de 4 células de esta forma en estructuras magnéticas parecían ser el modelo más plausible.

Para ello ampliamos nuestro programa introduciendo nuevos parámetros necesarios para describir estas células (ver Fig. 34)

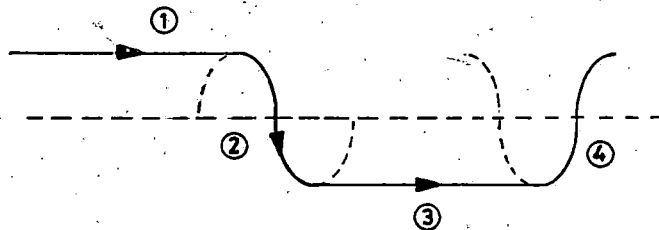


Fig. 34

Estos parámetros fueron

1) Longitud de la zona donde se suma la contribución de la célula a la rotación. 2) Zona de transición entre dos células donde suponemos que el desarrollo se aproxima a una función sinusoidal. 3) Longitud de la zona donde la componente de la célula hace menor la velocidad de rotación observada. 4) Lo mismo que en 2.

Por supuesto la suma de la zona "continua" y la zona de transición debe de ser uno de los tamaños posibles (es decir 180° , 90° , 60° , 45° , etc.)

Primeramente se calcularon separadamente ambos hemisferios para los dos periodos de observación obteniéndose los siguientes resultados.

N1 (Hemisferio Norte; Primer periodo de observación)

| Tamaño | Transición | Amplitud | Fase | r.m.s. |
|--------|------------|----------|--------|-----------|
| 60° | 21° | 60 m/s | 152.5° | 63.39 m/s |
| " | " | 70 m/s | " | 63.14 m/s |
| " | " | 80 m/s | " | 63.65 m/s |

S1 (Hemisferio Sur; Primer periodo de observación)

| Tamaño | Transición | Amplitud | Fase | r.m.s. |
|--------|------------|----------|-------|-----------|
| 60° | 14° | 40 m/s | 37.5° | 57.48 m/s |
| " | 32° | " | 32.5° | 57.81 m/s |

N2 (Hemisferio Norte; Segundo periodo de observación)

Nada por debajo de 66 m/s r.m.s.

S2 (Hemisferio Sur; Segundo periodo de observación)

| Tamaño | Transición | Amplitud | Fase | r.m.s. |
|--------|------------|----------|-------|-----------|
| 90° | 8° | 30 m/s | 135° | 55.58 m/s |
| " | " | 40 m/s | " | 54.97 m/s |
| " | " | 50 m/s | " | 55.33 m/s |
| " | 35° | 30 m/s | 120° | 55.38 m/s |
| " | " | 40 m/s | " | 54.50 m/s |
| " | " | 50 m/s | " | 54.52 m/s |
| " | " | 60 m/s | " | 55.42 m/s |
| 60° | 11° | 40 m/s | 77.5° | 54.81 m/s |
| " | " | 50 m/s | " | 54.85 m/s |
| " | 15° | 30 m/s | 80° | 55.09 m/s |
| " | " | 40 m/s | " | 55.83 m/s |
| " | 17° | 30 m/s | " | 55.11 m/s |
| " | " | 40 m/s | " | 55.73 m/s |
| " | 18° | 30 m/s | " | 55.22 m/s |
| " | 20° | 30 m/s | " | 55.03 m/s |
| " | 22° | " | " | 54.73 m/s |

| Tamaño | Transición | Amplitud | Fase | r.m.s. |
|--------|------------|----------|-------|-----------|
| 60° | 22° | 40 m/s | 80° | 55.34 m/s |
| " | " | 50 m/s | 77.5° | 54.85 m/s |
| " | " | 60 m/s | " | 55.25 m/s |
| " | 24° | 30 m/s | 80° | 55.11 m/s |
| " | " | " | 47.5° | 53.75 m/s |
| " | " | 40 m/s | " | 53.40 m/s |
| " | " | 50 m/s | " | 54.52 m/s |
| " | 27° | 30 m/s | 82.5° | 54.98 m/s |
| " | 29° | 30 m/s | 82° | 54.90 m/s |
| " | " | 70 m/s | 97° | 54.81 m/s |
| " | " | 80 m/s | " | 54.64 m/s |
| " | " | 90 m/s | " | 54.74 m/s |
| " | 32° | 30 m/s | 80° | 54.96 m/s |
| 45° | 2° | 30 m/s | 35° | 54.43 m/s |
| " | 3° | 40 m/s | " | 55.09 m/s |
| " | 4° | 30 m/s | " | 54.43 m/s |
| " | 5° | 30 m/s | " | 54.30 m/s |
| " | " | 40 m/s | " | 54.31 m/s |

Ahora bien las variaciones de la velocidad de rotación en ambos hemisferios deberían estar correlacionados si existiera en realidad un sistema de corrientes a gran escala en el sol. Dos posibles casos fueron investigados : A) Aquel en el que la influencia en la velocidad de rotación va en fase en ambos hemisferios y B) cuando las latitudes de medida ($\pm 10^\circ$) se ven afectados por corrientes de signo contrario. Por lo tanto en este caso debemos de desplazar la fase de un hemisferio respecto al otro según la longitud de la célula correspondiente.

Los resultados se exponen a continuación :

MODELO A (PRIMER PERIODO DE OBSERVACION)

| Tamaño | Transición | Amplitud | Fase | r.m.s. |
|--------|------------|----------|--------|-----------|
| 90° | 5° | 30 m/s | 157,5° | 65,51 m/s |
| " | " | 40 m/s | " | 65,95 m/s |
| " | 6° | 30 m/s | " | 64,60 m/s |
| " | 7° | 30 m/s | " | 64,77 m/s |
| " | 8° | 30 m/s | " | 64,86 m/s |
| " | 9° | 30 m/s | " | 64,78 m/s |
| " | " | 40 m/s | " | 65,98 m/s |

MODELO A (SEGUNDO PERIODO DE OBSERVACION)

Nada por debajo de 69 m/s r.m.s.

MODELO B (PRIMER PERIODO DE OBSERVACION)

| Tamaño | Transición | Amplitud | Fase | r.m.s. |
|--------|------------|----------|------|-----------|
| 90° | 24° | 30 m/s | 0.0° | 64.32 m/s |
| " | " | " | 2.5° | 64.61 m/s |
| " | 25° | " | 0.0° | 63.76 m/s |
| " | " | " | 2.5° | 64.37 m/s |
| " | " | 40 m/s | 0.0° | 64.11 m/s |
| " | 26° | 30 m/s | 0.0° | 63.66 m/s |
| " | " | " | 2.5° | 64.16 m/s |
| " | " | 40 m/s | 0.0° | 63.98 m/s |
| " | 27° | 30 m/s | 0.0° | 63.58 m/s |
| " | " | " | 2.5° | 63.97 m/s |
| " | " | 40 m/s | 0.0° | 63.88 m/s |
| " | 28° | 30 m/s | 0.0° | 63.52 m/s |
| " | " | " | 2.5° | 63.95 m/s |
| " | " | 40 m/s | 0.0° | 63.81 m/s |
| " | 29° | 30 m/s | 0.0° | 63.47 m/s |
| " | " | " | 2.5° | 63.82 m/s |
| " | " | 40 m/s | 0.0° | 63.77 m/s |

| Tamaño | Transición | Amplitud | Fase | r.m.s. |
|--------|------------|----------|------|-----------|
| 90° | 30° | 30 m/s | 0.0° | 63.45 m/s |
| " | " | " | 2.5° | 63.92 m/s |
| " | " | 40 m/s | 0.0° | 63.74 m/s |
| " | 31° | 30 m/s | 0.0° | 63.44 m/s |
| " | " | " | 2.5° | 63.84 m/s |
| " | " | 40 m/s | 0.0° | 63.74 m/s |
| " | 32° | 30 m/s | 0.0° | 63.44 m/s |
| " | " | " | 2.5° | 63.78 m/s |
| " | " | 40 m/s | 0.0° | 63.76 m/s |
| " | 33° | 30 m/s | 0.0° | 63.46 m/s |
| " | " | " | 2.5° | 63.74 m/s |
| " | " | 40 m/s | 0.0° | 63.79 m/s |
| " | 34° | 30 m/s | 0.0° | 63.49 m/s |
| " | " | " | 2.5° | 63.71 m/s |
| " | " | 40 m/s | 0.0° | 63.83 m/s |
| " | 35° | 30 m/s | 2.5° | 63.70 m/s |
| " | 36° | " | " | 63.70 m/s |
| " | 37° | " | " | 63.72 m/s |
| " | 38° | " | " | 63.73 m/s |

MODELO B (SEGUNDO PERIODO DE OBSERVACION)

| Tamaño | Transición | Amplitud | Fase | r.m.s. |
|--------|------------|----------|------|-----------|
| 60° | 20° | 40 m/s | 75° | 68.29 m/s |
| " | 21° | " | " | 68.14 m/s |
| " | 22° | " | " | 68.03 m/s |
| " | 23° | " | " | 67.96 m/s |
| " | 24° | " | " | 67.92 m/s |

Con las limitaciones que nos imponen los r.m.s. resultantes podemos señalar lo siguiente:

- a) Parece dominar en ambos períodos la disposición B. Por tanto aquella que muestra sentidos contrarios para ambos hemisferios.
- b) Los períodos predominantes son 90° en el primer período de observación (por tanto 4 células) y 60° en el segundo (6 células). Aunque no existe una correspondencia exacta con los máximos de los espectros de potencia dichos valores están en la banda de confianza de esas curvas.
- c) Referente a la zona de transición aparece como la más probable 30° para el primer período de observación (15° en cada borde) y 24° en el segundo (12° a cada lado).
- d) Las amplitudes se encuentran en el intervalo 30-40 m/s aunque se debe señalar que los promedios efectuados pueden haberlas disminuido.
- e) Un parámetro muy importante es la fase (sobre todo para comparaciones con otras observaciones). Como ya señalamos nuestra rotación media era $1.992 \text{ Km/s} = 14.229^\circ/\text{día} = 0.593^\circ/\text{hora}$ y nuestros puntos de 0° de referencia eran 24 Mayo 00.00 MEZ (Tiempo civil en Locarno) para el primer período de observación y 18 Agosto 00.00 MEZ para el segundo. Por tanto suponemos para el primer período que el comienzo de una célula atravesó el meridiano central el 24 Mayo (00.00 MEZ) (según la disposición B la que ocasionaría una menor velocidad de rotación medida en el norte). En el segundo período sería lo mismo para el 23 de Agosto a las $6^{\text{h}} 30^{\text{m}}$ (MEZ).

CAPITULO VI

6.1. RESUMEN DE LOS RESULTADOS :

A partir de los análisis llevados a cabo con los datos observacionales obtenidos durante tres meses no podemos confirmar completamente la existencia de una circulación a gran escala en el plasma fotosférico solar si bien hay varias señales prometedoras en tal sentido.

- a) Los errores cuadráticos medios para ambos períodos de observación son 4 veces mayores que nuestra exactitud estimada en unos 25 m/s.
- b) Las medidas de la rotación en el primer período no satisfacen completamente una distribución de Gauss.
- c) Mediante diferentes análisis resulta que aparecen como más probables, células con 90° de longitud en el primer período de observación y 60° en el segundo. El ajuste a una célula dada tuvo la ventaja en relación al análisis de Fourier de permitir dar un peso estadístico a los valores medios para cada intervalo de longitud así como proporcionar información sobre las amplitudes.

La objeción principal a nuestro método de observación se encuentra en el pequeño número de puntos de medida sobre el disco solar. Esto limita la seguridad de nuestras conclusiones porque no han tenido que ser dichos puntos los más afectados por las corrientes a gran escala. Esto causa además que no se haya podido considerar la inclinación de las células respecto al ecuador (junto a problemas de tiempo de ordenador).

A continuación resumimos los resultados principales de esta memoria

- 1) Diseño y realización de un método de observación para la determinación absoluta de la rotación solar con la exclusión del efecto de otros campos de velocidad.
- 2) Logro de una resolución espectral en la frontera de las posibilidades de un espectrografo clásico con red de difracción, con lo cual nos ha permitido confirmar anteriores medidas interferométricas del efecto de borde.
- 3) Detección de variaciones repentinas en la velocidad de rotación del orden de 300 m/s en dos días, la cual se encuentra por un factor 10 por encima de nuestra exactitud.

- 4) A partir de las observaciones de Capri se mostró que un mínimo relativo de la rotación diferencial pudiera estar en conexión con el desplazamiento del cinturón de manchas solares a lo largo de un ciclo de actividad.
- 5) Se confirma que la velocidad de rotación del plasma fotosférico se aproxima al de las estructuras magnéticas en el mínimo del ciclo solar.
- 6) Se propone un posible modelo de célula a gran escala para ambos períodos de observación. El número de dichas células parece haber cambiado de un período a otro de observación con sólo 6 semanas de intermedio.

6.2. PROYECCION FUTURA DEL TRABAJO :

Este trabajo en el que se ha investigado sistemáticamente la existencia de una circulación a gran escala en el plasma fotosférico solar no es algo cerrado y determinado sino más bien un punto de salida para otros nuevos. Hay diversos aspectos que a partir de la experiencia obtenida se deberían mejorar en el futuro ya saber

- a) Eliminación de los problemas mecánicos que se derivan del movimiento del fotomultiplicador mediante la introducción de los llamados "arrays" de diodos que nos permitirán un registro simultáneo de la región espectral.
- b) Ampliación de nuestros puntos de observación a otras latitudes heliográficas con lo que podríamos definir mejor nuestro modelo de célula.
- c) Referente a las líneas sería interesante utilizar líneas de laboratorio. Así se podrían evitar inseguridades debidas a pequeños desplazamientos de las líneas terrestres originados por las condiciones meteorológicas, variación de la componente observada de circulaciones a gran escala en la atmósfera terrestre a lo largo de un día etc.
- d) Comparación con medidas semejantes en estructuras magnéticas. A corto plazo está en preparación la comparación de nuestras medidas con las realizadas por Schröter y Wöhl en medio de dos series de nuestras observaciones. Esto proporcionará información sobre las relaciones plasma - campo magnético a gran escala. A largo plazo sería conveniente reprocesar los datos de las posiciones de las manchas solares que desde hace más de un siglo se publican en

Los "Photoheliographic Results" (Greenwich Observatory) buscando la circulación a gran escala en esas estructuras magnéticas. Las desventajas de una menor exactitud en la determinación de posiciones así como una menor resolución en longitud heliografica podrían compensarse por una mayor cobertura temporal que permitiría investigar variaciones de un ciclo solar a otro.

e) Análisis de Fourier : A pesar de las ya mencionadas inseguridades con el compensador Doppler, este permite una medida comoda y rapida de la velocidad sobre todo el disco y en el caso de que se obtuviese una secuencia temporal de tales medidas a lo largo de una rotación solar, sería posible la construcción de un diagrama (k,w) que permitiría investigar la presencia de una componente a gran escala junto a las ya conocidas de granulación y supergranulación.

Por último quisiera resaltar la importancia que tienen tales celulas en relación con la actividad solar. Hoy en día se acepta el papel de la supergranulación en la formación de manchas solares mediante la concentración del flujo magnético que procede del interior y que es producido y mantenido por un mecanismo dinamo .

Como ya mencionó BUMBA (1967) pudiera ser la jerarquia de tamaños en las celulas de convección (Granulación, Supergranulación y "Supersupergranulación") uno de los medios más efectivos para la concentración y disipación de campos magnéticos. TANAKA y NAKAGAWA (1973) propusieron que la energía necesaria para una fulguración podría provenir de movimientos convectivos subfotosféricos que tienen su manifestación en movimientos propios en las manchas solares. Una investigación de la relación de los supuestos bordes de las celulas a gran escala con los zonas de aparición de fulguraciones podría contribuir a traer luz a tales cuestiones.

Por otro lado observaciones de estrellas "flare" (gigantes de las clases espectrales F, G y K) muestran variaciones fotométricas que MULLAN (1974) interpretó como celulas de convección a gran escala. Observaciones de tales estrellas correlacionadas con el sol podrían proporcionar una interesante información sobre la producción y mantenimiento de campos magnéticos por la acción de la rotación diferencial lo cual tiene como consecuencia la compleja actividad observada.

BIBLIOGRAFIA

ABETTI G.(1932)Handbuch der Astrophysik.Band IV.Berlin
ADAMS W.S(1911)Publs.Carnegie Inst.No.138
ALLEN C.W(1973) Astrophysical Quantities
ASLANOV I.A(1963) Soviet Astron.7,794
BECKERS J.M(1975) Invited Paper.Coll.Niza.Sept.1975
BELVEDERE G.,PATERNO L.(1975) Solar Phys.41,289
BERNACCA P.,PERINOTTO M.(1974) Astron.and Astrophys.33,443
BIERMANN L.(1951) Zs.f.Astrophysik 28,304
BRANDT J.C(1966) Ap.J.144,1221
BUMBA V.(1967) Scuola Inter. di Fisica E.Fermi,XXXIX Corso,pg.77
BUMBA V.(1970) Solar Terrestrial Physics ed.E.R.Dyer pg.21
BUSSE F.H(1970) Ap.J.159,629
BUSSE F.H(1973) Astron.and Astrophys.28,27
CHAPMAN G.,INGERSOLL I.(1972) Ap.J.175,819
CHAPMAN G.,INGERSOLL I.(1973a) Ap.J.183,1005
CHAPMAN G.,INGERSOLL I.(1973b) Annals New York Acad. of Sciences
COCKE W.J(1967) Ap.J.150,1041
DE LURY R.E(1939) J.Roy.Astron.Soc.Canada 33,345
DEUBNER F.L.,LIEDLER R.(1969) Solar Phys.7,87
DEUBNER F.L.,VAZQUEZ M.(1975) Solar Phys.43,87
DICKE R.(1964) Nature 202,432
DICKE R.,GOLDENBERG H.(1967) Phys.Rev.Lett.18,313
DICKE R.(1970) Ann.Rev.Astron.and Astrophys. 8,314
DICKE R.(1971) Phys.Rev.Letters 27,210
DICKE R.(1972) Ap.J.175,831
DICKE R.(1973a) Ap.J.180,293
DICKE R.(1973b) Annals New York Acad. of Sciences pg.316
DURNEY B.R(1970) Ap.J.161,1115
DURNEY B.R(1976)I.A.U Symp.No.71. V.Bumba and J.KleczeK Eds.
DURNEY B.R.,ROXBURGH I.(1969) Nature 221,646
DURNEY B.R.,ROXBURGH I.(1971) Solar Phys.16,3
DURNEY B.R.,WERNER N.W.(1971) Solar Phys.21,21
DURNEY B.R(1974) Ap.J.190,211
FALCIANI R.,RIGATTI M.,ROBERTI G.(1974) Solar Phys.35,277
FESSENKOFF V.G(1949) Astr.J.U.S.S.R 26,62

- FOUKAL P.(1972) Ap.J.173,439
FOUKAL P.,JOKIPII R.(1975) Ap.J.Lett.199,71
GILMAN P.(1969a) Solar Phys.8,316
GILMAN P.(1969b) Solar Phys.9,3
GILMAN P.(1972)Solar Phys.27,3
GILMAN P.(1974) Ann.Rev.Astron. and Astrophys.12,47
GILMAN P.(1975) J.Atmos.Sci.32,1331
GILMAN P.,COFFEE H.E.(1969) Solar Phys.9,423
GOLDREICH P.,SCHUBERT G.(1967) Ap.J.150,571
GOLDREICH P.,SCHUBERT G.(1968) Ap.J.154,1005
GORDON C.T.(1970) Thesis.Mass.Inst.of Technology
HANSEN R.T.,HANSEN S.F.,LOOMIS H.G.(1969) Solar Phys.10,135
HARVEY J.W.,D.N.HALL(1974) citado en S.P.Worden Solar Phys.45,521
HART (1973) Ap.J.187,393
HAYASHI C.(1961) Publ.Astron.Soc.Japan 13,450
HERBIG G.H.(1966) Vistas Astr.8,109
HERBIG G.H.(1976) Mercury,Marzo pg.2
HILL H.A.,CLAYTON P.,PATZ D.L.,HEALY A.W.,STEBBINS R.T.,OLESON J.R.,
ZANONI C.A.(1974) Phys.Rev.Lett.33,1497
HILL H.A.,STEBBINS R.T.(1975) Ap.J.200,471
HOWARD L.N.,MOORE D.W.,SPIEGEL E.A(1967) Nature 214,5095
HOWARD R.(1971) Solar Phys.16,21
HOWARD R.(1976) Ap.J.Lett en prensa
HOWARD R.,HARVEY J.W.(1970) Solar Phys.12,23
HOWARD R.,YOSHIMURA H.(1976) I.A.U Symp.No.71.
HIGGS L.A(1962) MNRAS 124,51
HUANG S.S(1965) Ap.J.141,985
HUANG S.S(1967) Ap.J.150,229
INGERSOLL I.W.,SPIEGEL E.A(1971) Ap.J.163,375
KIPPENHAHN R.(1963) Ap.J.137,664
KIPPENHAHN R.,FRICKE K.(1972) Ann.Rev.Astron.and Astrophys.10,54
KIPPENHAHN R.,MOELLENHOFF C.(1975) "Elementare Plasma Physik".BI Manheim
KOEHLER H.(1970) Solar Phys.13,3
KRAFT R.P.(1969) Otto Struve Memorial Volume(ed.G.H.Herbig)
KRIEGER A.S.,TIMOTHY A.F.,ROELOF E.C.(1973) Solar Phys.29,505

KUHI L.V(1964) Ap.J.140,1409
KUHI L.V(1966) Ap.J.143,991
LIVINGSTON W.C(1969) Solar Phys.7,144
LIVINGSTON W.C.,MILKEY R.(1972) Solar Phys.25,267
MAGNAN C.,J.C.PECKER(1973) Highlights of the Astronomy
MONOGHAM (1974) MNRAS 169,13P
MOORE C.E.,MINNAERT M.G.,HOUTGAST J.(1966) The Solar Spectrum.
Publ.National Bureau of Standars No.61
MULLAN D.J(1974) Ap.J.192,149
NEWTON H.W.,NUNN M.L.(1951) MNRAS 111,413
OKAMOTO I.(1970) IAU Coll.Stellar Rotation pg.73
PLASKETT H.H(1916) Ap.J.42,373
PLASKETT H.H(1952) MNRAS 112,414
PLASKETT H.H(1973) MNRAS 163,183
REEVES H.;FOWLER W.,HOYLE F.(1970) Nature 226,727
ROBERTS P.H(1965,1968) citados en H.Yoshimura PASJ 26,9
ROSSBACH M.(1973) Tesis,Universidad de Goettingen
ROXBURGH I.W(1974) Nature 248,209
ROXBURGH I.W(1975) MNRAS 170,350
SAKURAI T.,CLARK A.,CLARK P.(1971) J.Fluid.Mech.49,753
SCHATZMAN E.(1954a) Ann.Astrophys.17,300
SCHATZMAN E.(1954b) Ann.Astrophys.17,283
SCHATZMAN E.(1960) Mt.Wilson Special Tech.Report no.3
SCHATZMAN E.(1962) Ann.Astrophys.25,18
SCHATTEN K.(1975) Astrophys.Space Sci.34,467
SCHILLING H.(1972) "Statistische Physik in Beispielen".Leipzig.VEB
SCHROETER E.H.(1957) Zs.f.Astrophys.41,141
SCHROETER E.H.(1959) Mitteilungen Obs.Postdam Nr.83
SCHROETER E.H.,WOEHL H.(1975) Solar Phys.42,3
SCHROETER E.H.,WOEHL H.(1976) Solar Phys. en prensa
SCHLESSINGER F.(1899) Ap.J.9,159
SIMON G.W.,WEISS N.O.(1968) Zs.f.Astrophys.69,435
SIMON G.W.,NOYES R.W.(1972) Solar Phys.26,8
SIMON G.W.,WORDEN S.P.(1976) Solar Phys.46,73
SKUMANICH A.(1972) Ap.J.171,565

- SLETTEBAK A.(1970) I.A.U Coll.Nr.4 Stellar Rotation pg.3
SOLONSKY Y.A(1972) Solar Phys.23,3
SOLTAU D.(1976) Diplomarbeit.Universidad de Goettingen
SPIEGEL E.A(1973) Highlights of Astronomy.Ed.Perk pg.261
SPITZER L.(1956) comunicaci3n privada a E.Schatzman(1962)
STENFLO J.O(1972) Solar Phys.32,41
STENFLO J.O(1974) Solar Phys.36,495
STIX M.(1976a) I.A.U Symp.No.71
STIX M.(1976) Astron.and Astrophys.47,243
STIX M.,WOEHL H.(1974) Solar Phys.37,63
STRITTMATTER (1968) Ann.Rev.Astron.and Astrophys.Vol.6
TANAKA K.,NAKAGAWA Y.(1973) Solar Phys.33,187
TAUBENHEIM J.(1969) "Statistische Auswertung geophysikalischer und meteorologischer Daten".Leipzig.
TUOMINEN J.(1961) Zs.F.Astrophys.37,145
TUOMINEN J.(1974) Solar Phys.34,15
UNSOELD A.(1955) "Physik der Sternatmosphaeren".Springer Verlag.
VANDAKUROV V.(1975) Solar Phys.40,3
WALDMEIER M.(1955)"Ergebnisse und Probleme der Sonnenforschung". Geest und Portig.Leipzig.
WALLERSTEIN G.,CONTI P.S.(1969) Ann.Rev.Astron.And Astrophys.Vol.7,99
WAGNER W.J.(1975) Ap.J.Lett.198,141
WARD F.(1966) Ap.J.145,416
WARD F.(1973) Solar Phys.30,527
WIEHR E.(1974) Solar Phys.35,351
WIEHR E.,STELLMACHER G.,SCHROETER E.H.(1968) Ap.Letters 1,181
WILCOX J.M.,HOWARD R.(1970) Solar Phys.13,251
WILCOX J.M.,SCHATTEN K.,TANEMBAUM A.,HOWARD R.(1970)Solar Phys.14,255
WILSON O.(1966) Ap.J.144,695
WILSON O.,BAPPU M.(1957) Ap.J.125,661
WITTMANN A.(1972) Solar Phys.23,294
WOEHL H.(1976) Meeting of Commis.10,12,35.I.A.U Ass.Grenoble
WOLF C.L.(1975) Solar Phys.41,297
YOSHIMURA H.(1971) Solar Phys.18,417

APENDICE I

APENDICE I :

PROGRAMA PARA EL POSICIONADO SOBRE LA RENDIJA DE ENTRADA DE UN PUNTO DETERMINADO DEL DISCO SOLAR. ESCRITO EN LENGUAJE BASIC.

```
10 INPUT P,L,B,B0,R
15 PRINT, "Calculo posición centro del disco"
20 CALL (1)
30 C = .174533E-01
40 L=L * C
50 B=B * C
60 P=P * C
70 B0 = B0 * C
75 R = R/. 18705
85 T = SIN (B) * SIN (B0) + COS (B) * COS (B0) * COS (L)
90 Z = SIN (L) * COS (B) / SQR (1- T ** 2)
95 Z1 = Z/SQR (1-Z ** 2)
100 A = B - B0
105 IF A 0 THEN 116
110 F1 = 90 * C + P - ATN (Z1)
114 GO TO 120
116 F1 = 90 * C + P - ATN (Z1)
120 X1 = COS (F1) * SQR (1-T ** 2) * R
125 Y1 = SIN (F1) * SQR (1-T ** 2) * R
128 IF L = 0 THEN 550
140 X0 = COS (F1 -P) * SQR (1-T ** 2) * R
150 Y0 = SIN (F1 -P) * SQR (1-T ** 2) * R
160 PRINT X0, Y0
170 INPUT N
172 IF N = 1 THEN 190
174 IF N = 2 THEN 270
176 IF N = 3 THEN 400
180 IF N = 4 THEN 440
```

```
190 PRINT "POSICION NR 1 OESTE"
192 PRINT X1, Y1
195 X1 = INT (X1) : Y1 = INT (41)
205 X1 = ABS (X1) : Y1 = ABS (41)
210 FOR I = 1, X1 : CALL (5) : NEXT I
220 FOR J = 1, Y1 : CALL (2) : NEXT J
240 GO TO 700
270 PRINT "POSICION NR. 2 OESTE"
300 PRINT X1, Y1
310 X1 = INT (X1) : Y1 = INT (41)
320 X1 = ABS (X1) : Y1 = ABS (Y1)
330 FOR K = 1, X1 : CALL (5) : NEXT K
340 FOR M = 1, Y1 : CALL (3) : NEXT M
350 GO TO 700
400 PRINT "POSICION NR. 1 ESTE (-L, - 10)"
410 PRINT X1, Y1
412 X1 = INT (X1) : Y1 = INT (41)
416 X1 = ABS (X1) : 41 + ABS (41)
420 FOR I = 1, X1 : CALL (4) : NEXT I
430 FOR J = 1, 41 : CALL (3) : NEXT J
434 GO TO 700
440 PRINT " POSICION NR.2 ESTE"
450 PRINT X1, Y1
460 X1 = INT (X1) : Y1 = INT (41)
470 X1 = ABS (X1) : Y1 = ABS (41)
500 FOR K = 1, X1 : CALL (4) : NEXT K
510 FOR M = 1, Y1 : CALL (3) : NEXT M
520 GO TO 700
550 PRINT "CENTRO DEL SOL"
560 PRINT X1, Y1
565 X1 = INT (X1) : Y1 = INT (41)
570 X1 = ABS (X1) : Y1 = ABS (41)
580 FOR D = 1, X1 : CALL (5) : NEXT D
590 FOR G = 1, Y1 : CALL (3) : NEXT G
700 END
```


PROGRAMA PARA EL AJUSTE DE UN PERFIL MEDIDO A UNA PARABOLA.
ESCRITO EN LENGUAJE BASIC

```
1  DIM A (512)
2  DIM V (200)
5  I = 1 : S = A (1) : K1 = 0
10 I = 1 + 1
15 IF S = A (I) THEN 18
16 S = A(I) : K1 = I
18 IF I = 512 THEN 22
20 GO TO 10
22 PRINT K1 ; A (K1)
25 FOR I = 1, N : L1 = K1 - N/2 - 1 + I : V(I) = A(L1) : NEXT I
30 B = 0 : C = 0 : D = 0 : E = 0 : F = 0 : G = 0 : H = 0
35 FOR I = 1, N
40 B = B + I : C = C + I * I : D = D + I ** 3 : E = E + I ** 4
45 F = F + V (I)
50 G = G + I * V (I)
55 H = H + I * I * V (I)
60 NEXT I
65 K = (N * C - B*B) * (N*H-C*F)
70 L = (N*D -B*C) * (N*G - B*F)
75 M = (N*C-B*B) * (N*E - C*C) - (N*D-B*C) ** 2
80 A2 = (K -L) /M
82 A1 = ((N*G-B*F) - A2*(N*D-B*C)) / (N*C-B*B)
83 A3 = (F-A2*C-A1*B) / N
85 S = -A1 / (A2 *2)
90 PRINT A3, A1, A2, S
95 K2 = K1 - N/2 + S : PRINT "MIN" ; K2
100 END
```

PROGRAMA PARA EL AJUSTE DE LOS DATOS OBSERVACIONALES A UN TIPO DE
CELULA DADA. ESCRITO EN LENGUAJE FORTRAN.

```
DIMENSION LAN 1 (100), ROT (100), DIF (100), 44 (100)
REAL LA, L1, L2, L3, L4, L5
C NUMERO TOTAL DE DATOS
  II = 80
C NUMERO DE DATOS DEL HEMISFERIO NORTE
  III = 40
C VELOCIDAD DE ROTACION MEDIA
  VROT = 1.992
  C = 0.0174533
  READ (5,10) (LAN 1 (I), ROT (I), I = 1,II)
10 FORMAT (I3, F 6.3)
C TAMAÑO DE LA CELULA
  DO 1 J = 2,8,2
    TAM = 360. /FLOAT (J)
C ZONA DE TRANSICION
  DO 2 K = 4,76,2
    T = FLOAT (K)
    TT = T/2.
C AMPLITUDES
  DO 3 M = 2,11
    AM = 0.01 * FLOAT (M)
    VROT 1 = VROT + AM
    VROT 2 = VROT - AM
C CALCULO DE LA FASE
  DO 4 N = 1,90
    NN = N - 1
    PH = 2.5 * FLOAT (NN)
    DIM = 360
    DO 5 I = 1, II
      IF (I.GT.III) PH = 2.5 * FLOAT (N-1) - TAM
```

```

LA = FLOAT (LAN 1 (I))
R = ROT (I)
JJ = 1
L1 = TAM - TT
L5 = 0
20 L2 = L1 + PH + L5
IF (L2.GE.DIM) L2 = L2 - DIM
IF (L2.LE.O.) L2 = DIM + L2
IF (LA.GE.PH.AND.LA.LT.L2) Y = VROT 1
L3 = L2 + TT
IF (L3.GE.DIM) L3 = L3 - DIM
IF (L3.LE.O.) L3 = DIM + L3
Z = (6.28318531 * LA/T) + L2 - T/4.
Z = Z * C
IF (LA.GE.L2.AND.LA.LT.L3) Y = VROT + AM * SIN (Z)
IF (JJ . EQ. J) GO TO 31
JJ = JJ + 1
L4 = L3 + L1
IF (L4.GE.DIM) L4 = L4 - DIM
IF (L4.LE.O.) L4 = DIM + L4
IF (LA.GE.L3.AND.LA.LT.L4) Y = VROT 2
L5 = L4 + TT
IF (L5.GE.DIM) L5 = L5 - DIM
IF (L5.LE.O.) L5 = DIM + L5
ZZ = (6.28318531 * LA/T) + L4 - 3. * T/4.
ZZ = ZZ * C
IF (LA.GE.L4.AND. LA.LT.L5) Y = VROT + AM * SIN (ZZ)
IF (JJ.EQ.J) GO TO 31
JJ = JJ + 1
GO TO 20
31 DIF (I) = Y - R
YY (I) = Y
5 CONTINUE
C CALCULO R.M.S
D = 0.
I = 1

```

```
101  D = DIF (I) * DIF (I) + D
      IF (I.EQ.II) GO TO 105
      I = I + 1
      GO TO 101
105  ERR = SQRT (D/FLOAT (II))
      IF (ERR. GE. 0.069) GO TO 4
      WRITE (6,100) TAM, TT, AM, PH
100  FORMAT (3X, "CEL" , F8.2, "TRANS" , F8.2, "AMP" , F8.2, "FASE" , F8.2)
      WRITE (6,200) ERR
200  FORMAT (3X, "RMS" , F8.S, 1)
4    CONTINUE
3    CONTINUE
2    CONTINUE
1    CONTINUE
      STOP
      END
```

APENDICE II

| MES | DIA | LONGITUD | LATITUD | TIEMPO CENTRO MEDIO | TIEMPO BORDE MEDIO | VROT |
|------|------|----------|---------|---------------------------|--------------------------|-------|
| MAYO | 10 | 50° | 10° | 7:00 | 7:45 | 2.015 |
| | | 50° | -10° | | 8:36 | 2.026 |
| | | -50° | -10° | | 9:11 | 1.894 |
| | | -50° | 10° | | 9:45 | 2.072 |
| | 14 | 50° | 10° | 6:59 | 7:42 | 1.885 |
| | | 50° | -10° | | 8:16 | 2.047 |
| | | -50° | -10° | | 8:51 | 1.951 |
| | | -50° | 10° | | 9:25 | 2.193 |
| | 15 | 50° | 10° | 6:59 | 7:41 | 2.011 |
| | | 50° | -10° | | 8:17 | 2.013 |
| | | -45° | -10° | | 8:59 | 1.876 |
| | | -50° | 10° | | 9:33 | 1.998 |
| | | -40° | -10° | 16:16 | 14:58 | 1.909 |
| | | 50° | 10° | | 16:58 | 2.252 |
| | | 50° | -10° | | 17:35 | 2.030 |
| | 16 | 50° | 10° | 6:52 | 7:36 | 2.022 |
| | | 50° | -10° | | 8:11 | 2.004 |
| | | -54° | -10° | | 8:45 | 2.055 |
| | | -50° | 10° | | 9:21 | 1.911 |
| | | 50° | 10° | 17:23 | 15:22 | 1.931 |
| | | 50° | -10° | | 16:05 | 1.938 |
| | | -54° | -10° | | 16:41 | 2.053 |
| | 17 | 50° | 10° | 6:43 | 7:26 | 2.002 |
| | | 50° | -10° | | 8:02 | 2.065 |
| | -50° | -10° | | 8:37 | 1.972 | |
| | -50° | 10° | | 9:12 | 1.879 | |
| | 50° | 10° | 14:37 | 15:19 | 1.790 | |
| | 50° | -10° | | 15:54 | 1.947 | |
| | -50° | -10° | | 16:29 | 1.995 | |
| | -50° | 10° | | 17:06 | 1.963 | |

| MES | DIA | LONGITUD | LATITUD | TIEMPO CENTRO MEDIO | TIEMPO BORDE MEDIO | VROT |
|------|-----|----------|---------|---------------------------|--------------------------|-------|
| MAYO | 18 | 50° | 10° | 6:50 | 7:40 | 1.860 |
| | | 50° | -10° | | 8:14 | 1.993 |
| | | -50° | -10° | | 8:48 | 2.050 |
| | | -50° | 10° | | 9:23 | 1.950 |
| | | 50° | 10° | 14:54 | 15:41 | 1.951 |
| | | 50° | -10° | | 16:18 | 1.981 |
| | | -50° | -10° | | 16:53 | 2.108 |
| | | -50° | 10° | | 17:29 | 1.861 |
| | 19 | 50° | 10° | 6:59 | 7:44 | 2.029 |
| | | 50° | -10° | | 8:19 | 2.141 |
| | | -50° | -10° | | 8:56 | 2.041 |
| | | -50° | 10° | | 9:31 | 2.049 |
| | | -40° | -10° | 14:36 | 15:20 | 2.065 |
| | | -50° | 10° | | 15:59 | 2.029 |
| | 21 | -50° | 10° | 16:38 | 17:20 | 1.894 |
| | | -52° | -10° | | 17:55 | 2.053 |
| | 22 | -50° | -10° | 6:41 | 7:33 | 2.038 |
| | | -50° | 10° | | 8:09 | 2.023 |
| | | 50° | 10° | | 8:57 | 1.887 |
| | 23 | 50° | 10° | 6:50 | 7:34 | 2.077 |
| | | 37° | -10° | | 8:23 | 1.938 |
| | | -50° | -10° | | 8:58 | 2.006 |
| | | -50° | 10° | | 9:33 | 2.007 |
| | | -50° | 10° | 15:49 | 17:07 | 1.915 |
| | 24 | -50° | -10° | | 17:43 | 2.033 |
| | | 45° | 10° | 7:03 | 7:50 | 1.768 |
| | | 45° | -10° | | 8:25 | 2.060 |
| | | -45° | -10° | | 9:01 | 1.991 |
| -45° | | 10° | | 9:36 | 1.980 | |
| 45° | | 10° | 14:36 | 15:20 | 1.911 | |
| | 45° | -10° | | 15:59 | 1.985 | |

| MES | DIA | LONGITUD | LATITUD | TIEMPO CENTRO MEDIO | TIEMPO BORDE MEDIO | VROT | |
|-------|-----|----------|---------|---------------------------|--------------------------|-------|-------|
| MAYO | 27 | 45° | 10° | 15:03 | 15:46 | 1.994 | |
| | | 40° | -10° | | 16:27 | 1.897 | |
| | | -45° | -10° | | 17:03 | 1.910 | |
| | 28 | 45° | 10° | 6:28 | 7:12 | 1.980 | |
| | | 40° | -10° | | 7:47 | 2.099 | |
| | | -45° | -10° | | 8:32 | 1.929 | |
| | 29 | 45° | 10° | 17:58 | 17:16 | 1.831 | |
| | | 45° | -10° | | 14:41 | 9:28 | 1.887 |
| | | -45° | -10° | | 17:33 | 2.124 | |
| | 31 | 45° | 10° | 7:43 | 8:30 | 1.989 | |
| | | 45° | -10° | | 16:10 | 15:25 | 1.928 |
| | | -45° | 10° | | 17:31 | 2.045 | |
| JUNIO | 1 | 45° | 10° | 7:10 | 8:06 | 1.915 | |
| | | 45° | -10° | | 8:51 | 2.045 | |
| | | -45° | -10° | | 9:45 | 1.982 | |
| | 2 | 45° | 10° | 8:19 | 9:11 | 2.023 | |
| | | 45° | -10° | | 9:56 | 2.115 | |
| | | -45° | -10° | | 14:56 | 15:48 | 2.123 |
| | | | 10° | | 16:33 | 1.991 | |
| | | | 10° | | 17:17 | 1.949 | |
| | | | -10° | | 18:01 | 1.908 | |
| | 3 | 45° | -10° | 7:04 | 7:55 | 2.029 | |
| | | 45° | 10° | | 14:58 | 15:50 | 2.065 |
| | | 45° | -10° | | 16:35 | 1.943 | |
| | | | 10° | | 17:19 | 1.996 | |
| | | | -10° | | 18:03 | 2.055 | |
| | | | 10° | | 6:42 | 7:36 | 2.014 |
| | 7 | 45° | -10° | | 9:30 | 2.044 | |
| | | 8 | -45° | -10° | 6:40 | 7:33 | 1.999 |
| | | -45° | 10° | 8:25 | | 1.935 | |

| MES | DIA | LONGITUD | LATITUD | TIEMPO CENTRO MEDIO | TIEMPO BORDE MEDIO | VROT |
|--------|------|----------|---------|---------------------------|--------------------------|-------|
| JUNIO | 12 | 45° | -10° | 16:48 | 17:48 | 2.096 |
| | 13 | 45° | 10° | 7:18 | 8:15 | 2.022 |
| | | -45° | 10° | | 9:06 | 1.935 |
| | 24 | -45° | -10° | 6:40 | 15:39 | 2.129 |
| | | 45° | -10° | | 17:55 | 2.143 |
| | | 45° | 10° | | 7:35 | 1.926 |
| | | 45° | -10° | | 8:23 | 2.052 |
| | | -45° | -10° | | 9:11 | 2.023 |
| | -45° | 10° | 14:05 | 1.973 | | |
| JULIO | 29 | 45° | 10° | 8:13 | 9:03 | 1.839 |
| | | -45° | 10° | | 9:52 | 2.133 |
| | | 45° | -10° | | 18:07 | 2.176 |
| AGOSTO | 1 | -45° | -10° | 8:07 | 8:56 | 1.966 |
| | | -45° | 10° | | 9:37 | 2.100 |
| | | 45° | 10° | | 15:00 | 1.924 |
| | | 45° | -10° | | 17:47 | 2.010 |
| | 2 | 45° | 10° | 8:02 | 8:50 | 1.964 |
| | | 45° | -10° | | 9:39 | 2.021 |
| | | -45° | -10° | | 14:43 | 2.026 |
| | | -45° | 10° | | 16:14 | 2.098 |
| | | 45° | 10° | | 16:59 | 2.109 |
| | 7 | 45° | -10° | 15:44 | 17:40 | 2.228 |
| | | 45° | 10° | | 16:22 | 1.888 |
| | | 45° | -10° | | 17:02 | 2.045 |
| -45° | | -10° | 18:03 | | 1.837 | |

| MES | DIA | LONGITUD | LATITUD | TIEMPO CENTRO MEDIO | TIEMPO BORDE MEDIO | VROT |
|--------|------|----------|---------|---------------------------|--------------------------|-------|
| AGOSTO | 8 | -45° | 10° | 7:53 | 9:25 | 1.909 |
| | 11 | -45° | -10° | 17:55 | 16:02 | 1.976 |
| | | 45° | -10° | | 16:43 | 2.042 |
| | 12 | -45° | -10° | 7:17 | 8:06 | 2.001 |
| | | -45° | 10° | | 8:47 | 2.092 |
| | | 45° | -10° | | 9:28 | 2.174 |
| | | 45° | 10° | | 15:55 | 15:08 |
| | 13 | 45° | 10° | 7:42 | 8:36 | 1.957 |
| | | 45° | -10° | | 9:16 | 2.013 |
| | | -45° | -10° | | 15:21 | 1.997 |
| | | -45° | 10° | | 17:07 | 1.885 |
| | 14 | -45° | 10° | 7:41 | 8:29 | 1.938 |
| | | -45° | -10° | | 9:11 | 2.054 |
| | | 45° | 10° | | 14:42 | 1.907 |
| | | 45° | -10° | | 17:08 | 1.966 |
| | 18 | 45° | 10° | 7:01 | 7:49 | 1.918 |
| | | 45° | -10° | | 8:30 | 2.041 |
| | | -45° | -10° | | 9:11 | 2.008 |
| | | -45° | 10° | | 15:29 | 2.090 |
| | 19 | -45° | -10° | 7:04 | 9:21 | 1.964 |
| | 20 | 45° | 10° | 7:10 | 7:58 | 1.955 |
| | | 45° | -10° | | 8:38 | 1.936 |
| | | -45° | 10° | | 9:19 | 2.112 |
| | | -45° | -10° | | 15:45 | 14:56 |
| | | 45° | 10° | | 16:41 | 1.936 |
| | | 45° | -10° | | 17:31 | 1.947 |
| | 21 | 45° | 10° | 6:45 | 7:33 | 1.859 |
| | | 45° | -10° | | 8:14 | 1.979 |
| | -45° | -10° | | 8:55 | 1.965 | |
| | -45° | 10° | | 9:36 | 1.992 | |
| | 45° | 10° | | 16:10 | 2.094 | |
| | 45° | -10° | | 17:19 | 1.778 | |

| MES | DÍA | LONGITUD | LATITUD | TIEMPO CENTRO MEDIO | TIEMPO BORDE MEDIO | VROT |
|------------|-----|----------|---------|---------------------------|--------------------------|-------|
| AGOSTO | 23 | -45° | -10° | 8:01 | 8:50 | 1.905 |
| | | -45° | 10° | | 9:32 | 1.975 |
| | | 45° | 10° | | 14:57 | 2.058 |
| | | 45° | -10° | | 15:38 | 1.972 |
| | 24 | 45° | 10° | 7:28 | 8:17 | 2.026 |
| | | 45° | -10° | | 8:59 | 1.837 |
| | | -45° | -10° | | 14:26 | 2.105 |
| | | -45° | 10° | | 15:08 | 2.160 |
| | 25 | 45° | 10° | 15:02 | 15:51 | 2.138 |
| | | 45° | -10° | | 16:32 | 1.978 |
| | | -45° | 10° | | 17:15 | 1.953 |
| | 26 | -45° | -10° | 14:14 | 15:04 | 1.813 |
| | | -45° | 10° | | 16:05 | 1.909 |
| | | 45° | 10° | | 16:47 | 1.803 |
| | 30 | 45° | 10° | 15:12 | 16:05 | 1.797 |
| SEPTIEMBRE | 2 | 45° | 10° | 7:04 | 7:53 | 2.032 |
| | | 45° | -10° | | 8:35 | 1.875 |
| | | -45° | -10° | | 9:17 | 2.115 |
| | 4 | -45° | -10° | 8:00 | 8:51 | 1.902 |
| | | -45° | 10° | | 9:34 | 2.008 |
| | | 45° | 10° | | 10:22 | 2.092 |
| | | 45° | -10° | | 11:04 | 1.988 |
| | | -45° | -10° | 11:58 | 12:48 | 2.076 |
| | | -45° | 10° | | 14:07 | 2.171 |
| | 5 | -45° | -10° | 08:31 | 9:21 | 1.989 |
| | | -45° | 10° | | 10:24 | 2.017 |
| | | 45° | 10° | | 12:29 | 2.146 |
| | | 45° | -10° | | 13:13 | 2.063 |
| | 6 | 45° | 10° | 7:06 | 7:58 | 2.179 |
| | | 45° | -10° | | 8:46 | 2.006 |
| | | -45° | -10° | | 9:29 | 1.815 |
| | 7 | -45° | 10° | 16:09 | 16:59 | 1.968 |

APENDICE III

TABLA III

λ TEST PARA MEDIDAS EN EL CENTRO SOLAR

| i | Xi | Zi | Fi* | NiFi | Fi | /Fi - Fi*/ |
|----|-------|-------|--------|------|--------|------------|
| 1 | -52.5 | -2.55 | 0.0054 | 1 | 0.0154 | 0.0100 |
| 2 | -47.5 | -2.30 | 0.0107 | 2 | 0.0308 | 0.0201 |
| 3 | -42.5 | -2.05 | 0.0202 | 2 | 0.0308 | 0.0106 |
| 4 | -37.5 | -1.79 | 0.0367 | 3 | 0.0462 | 0.0095 |
| 5 | -32.5 | -1.54 | 0.0618 | 4 | 0.0615 | 0.0003 |
| 6 | -27.5 | -1.29 | 0.0985 | 6 | 0.0923 | 0.0062 |
| 7 | -22.5 | -1.03 | 0.1515 | 9 | 0.1385 | 0.0130 |
| 8 | -17.5 | -0.78 | 0.2177 | 14 | 0.2154 | 0.0023 |
| 9 | -12.5 | -0.52 | 0.3015 | 19 | 0.2923 | 0.0092 |
| 10 | - 7.5 | -0.27 | 0.3936 | 26 | 0.4000 | 0.0064 |
| 11 | - 2.5 | -0.02 | 0.4920 | 32 | 0.4923 | 0.0003 |
| 12 | + 2.5 | 0.24 | 0.5948 | 38 | 0.5846 | 0.0102 |
| 13 | + 7.5 | 0.49 | 0.6879 | 43 | 0.6615 | 0.0264 |
| 14 | +12.5 | 0.74 | 0.7704 | 47 | 0.7231 | 0.0473 |
| 15 | +17.5 | 1.00 | 0.8413 | 52 | 0.8000 | 0.0413 |
| 16 | +22.5 | 1.25 | 0.8944 | 57 | 0.8769 | 0.0175 |
| 17 | +27.5 | 1.50 | 0.9332 | 63 | 0.9692 | 0.0360 |
| 18 | +32.5 | 1.76 | 0.9608 | 65 | 1 | 0.0392 |
| 19 | +37.5 | 2.01 | 0.9778 | 65 | 1 | 0.0222 |
| 20 | +42.5 | 2.26 | 0.9881 | 65 | 1 | 0.0119 |
| 21 | +47.5 | 2.52 | 0.9941 | 65 | 1 | 0.0059 |
| 22 | +52.5 | 2.77 | 0.9972 | 65 | 1 | 0.0028 |

$$\sqrt{N} \cdot \max /Fi - Fi*/ < 0.44$$

TABLA IV

TEST λ PARA VALORES DEL PRIMER PERIODO

| i | Xi | Ki | Zi | Fi* | NiFi | Fi | /Fi - Fi*/ |
|----|------|----|-------|--------|------|--------|------------|
| 1 | -230 | 1 | -2.64 | 0.0041 | 1 | 0.0100 | 0.0059 |
| 2 | -210 | 1 | -2.40 | 0.0082 | 2 | 0.0200 | 0.0118 |
| 3 | -190 | 0 | -2.16 | 0.0154 | 2 | 0.0200 | 0.0046 |
| 4 | -170 | 1 | -1.92 | 0.0274 | 3 | 0.0300 | 0.0026 |
| 5 | -150 | 0 | -1.69 | 0.0455 | 3 | 0.0300 | 0.0155 |
| 6 | -130 | 2 | -1.45 | 0.0735 | 5 | 0.0500 | 0.0235 |
| 7 | -110 | 5 | -1.21 | 0.1131 | 10 | 0.1000 | 0.0131 |
| 8 | - 90 | 8 | -0.97 | 0.1660 | 18 | 0.1800 | 0.0140 |
| 9 | - 70 | 6 | -0.73 | 0.2327 | 24 | 0.2400 | 0.0073 |
| 10 | - 50 | 10 | -0.50 | 0.3085 | 34 | 0.3400 | 0.0315 |
| 11 | - 30 | 1 | -0.26 | 0.3974 | 35 | 0.3500 | 0.0474 |
| 12 | - 10 | 10 | -0.02 | 0.4920 | 45 | 0.4500 | 0.0420 |
| 13 | + 10 | 11 | 0.22 | 0.5832 | 56 | 0.5600 | 0.0232 |
| 14 | + 30 | 13 | 0.46 | 0.6772 | 69 | 0.6900 | 0.0128 |
| 15 | + 50 | 10 | 0.70 | 0.7580 | 79 | 0.7980 | 0.0320 |
| 16 | + 70 | 9 | 0.93 | 0.8238 | 88 | 0.8800 | 0.0562 |
| 17 | + 90 | 1 | 1.17 | 0.8790 | 89 | 0.8900 | 0.0110 |
| 18 | +110 | 3 | 1.41 | 0.9207 | 92 | 0.9200 | 0.0007 |
| 19 | +130 | 4 | 1.65 | 0.9505 | 96 | 0.9600 | 0.0095 |
| 20 | +150 | 2 | 1.89 | 0.9706 | 98 | 0.9800 | 0.0094 |
| 21 | +170 | 0 | 2.12 | 0.9830 | 98 | 0.9800 | 0.0030 |
| 22 | +190 | 0 | 2.36 | 0.9909 | 98 | 0.9800 | 0.0109 |
| 23 | +210 | 1 | 2.60 | 0.9953 | 99 | 0.9900 | 0.0053 |
| 24 | +230 | 0 | 2.84 | 0.9977 | 99 | 0.9900 | 0.0070 |
| 25 | +250 | 1 | 3.08 | 0.9990 | 100 | 1.000 | 0.0010 |

$\sqrt{N} \cdot \max /Fi - Fi*/ > 0.44$

TABLA V

TEST λ PARA VALORES DEL SEGUNDO PERIODO

| i | X_i | K_i | Z_i | F_i^* | $N_i F_i$ | F_i | $ F_i - F_i^* $ |
|----|-------|-------|--------|---------|-----------|--------|-----------------|
| 1 | -210 | 2 | -1.886 | 0.0294 | 2 | 0.0256 | 0.0038 |
| 2 | -190 | 2 | -1.694 | 0.0455 | 4 | 0.0513 | 0.0058 |
| 3 | -170 | 2 | -1.502 | 0.0668 | 6 | 0.0769 | 0.0101 |
| 4 | -150 | 3 | -1.309 | 0.0951 | 9 | 0.1154 | 0.0203 |
| 5 | -130 | 1 | -1.117 | 0.1335 | 10 | 0.1282 | 0.0053 |
| 6 | -110 | 4 | -0.925 | 0.1788 | 14 | 0.1795 | 0.0007 |
| 7 | - 90 | 5 | -0.732 | 0.2327 | 19 | 0.2436 | 0.0109 |
| 8 | - 70 | 2 | -0.651 | 0.2578 | 21 | 0.2692 | 0.0114 |
| 9 | - 50 | 5 | -0.348 | 0.3632 | 26 | 0.3333 | 0.0299 |
| 10 | - 30 | 9 | -0.156 | 0.4364 | 35 | 0.4487 | 0.0123 |
| 11 | - 10 | 7 | 0.037 | 0.5160 | 42 | 0.5385 | 0.0225 |
| 12 | + 10 | 7 | 0.229 | 0.5940 | 49 | 0.6282 | 0.0372 |
| 13 | + 30 | 5 | 0.421 | 0.6628 | 54 | 0.6923 | 0.0295 |
| 14 | + 50 | 3 | 0.614 | 0.7291 | 57 | 0.7308 | 0.0017 |
| 15 | + 70 | 3 | 0.806 | 0.7910 | 60 | 0.7692 | 0.0218 |
| 16 | + 90 | 3 | 0.998 | 0.8389 | 63 | 0.8077 | 0.0312 |
| 17 | +110 | 6 | 1.191 | 0.8830 | 69 | 0.8846 | 0.0016 |
| 18 | +130 | 2 | 1.383 | 0.9162 | 71 | 0.9103 | 0.0059 |
| 19 | +150 | 2 | 1.575 | 0.9418 | 73 | 0.9359 | 0.0059 |
| 20 | +170 | 1 | 1.768 | 0.9616 | 74 | 0.9487 | 0.0129 |
| 21 | +190 | 3 | 1.960 | 0.9750 | 77 | 0.9872 | 0.0122 |
| 22 | +210 | 0 | 2.152 | 0.9892 | 77 | 0.9872 | 0.0020 |
| 23 | +230 | 1 | 2.345 | 0.9904 | 78 | 1.000 | 0.0096 |

$$\sqrt{N} \cdot \max |F_i - F_i^*| < 0.44$$

La presente Tesis fué leída en La Laguna ante el Tribunal formado por Dr. D. Gertrudis Casas Peláez
Dr. D. Juan José de Oros Navarro.
Dr. D. Francisco Reino Pardo
Dr. D. Francisco Sanchez Martinez
Dr. D. Eusebio Bernabeu Martinez
mereciendo la calificación de Sobresaliente con honores
La Laguna, 7 de mayo de 1977.

Caran
~~Juan de Dios~~

W Rubinfeld
Eusebio Bernabeu Martinez