

**TRABAJO DE FIN DE GRADO DE MAESTRO/A EN EDUCACIÓN
PRIMARIA**

Proyecto de Innovación

CONCEPTOS MATEMÁTICOS A TRAVÉS DE CONCEPTOS MUSICALES

Autor:

Francisco Fabián Querino Montes

Tutora:

María Aurelia Noda Herrera

Curso: 2021-2022

Convocatoria: Junio 2022

CONCEPTOS MATEMÁTICOS A TRAVÉS DE CONCEPTOS MUSICALES

RESUMEN

El siguiente Trabajo de Fin de Grado trata sobre cómo trabajar el concepto matemático de las fracciones mediante conceptos musicales como son las figuras musicales, el ritmo, los compases, etc., en una clase de 6º de Educación primaria de una manera interdisciplinar.

A lo largo del trabajo se presenta primeramente una introducción, con la justificación del tema elegido y la importancia de éste en el currículo, se hace una revisión bibliográfica acerca del tema y finalmente se expone una propuesta de intervención didáctica, en la cual se analizan los resultados de su implementación en el aula y se sacan conclusiones. Este proyecto innovador (TFG) se lleva a cabo en una clase de 6º de primaria en un centro público de San Cristóbal de La Laguna.

Palabras clave: fracciones, educación primaria, educación musical, expresiones musicales

ABSTRACT

The following final degree project is about how to teach mathematics through music in a classroom. Exactly, the mathematical concept of fractions through musical concepts such as musical figures, rhythm, beats, etc, in a 6th grade Primary Education class in an interdisciplinary way.

Throughout the work, an introduction is first presented, with the justification of the chosen topic and its importance in the curriculum, a bibliographic review is made about the topic and finally a proposal for a didactic intervention is presented, in which the results of its implementation in the classroom and conclusions were drawn. This innovative project (TFG) is carried out in a 6th grade class in a public center in San Cristóbal de La Laguna.

Keywords: fractions, primary education, mathematical education, musical expression.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	4
2. OBJETIVOS.....	5
3. REVISIÓN TEÓRICA.....	5
3.1 Matemáticas y Música en la Historia.....	5
3.2 Fracciones y Música en Educación Primaria.....	7
4. PROPUESTA DE INNOVACIÓN EDUCATIVA.....	8
4.1. Metodología.....	9
4.2. Fundamentación Curricular.....	10
4.3 Descripción de la experiencia.....	10
5. RESULTADOS.....	19
6. CONCLUSIONES.....	25
7. BIBLIOGRAFÍA.....	27
8. ANEXOS.....	28

1. INTRODUCCIÓN

En este Trabajo de Fin de Grado se aborda la relación que hay entre conceptos matemáticos y musicales en Educación Primaria. El objetivo principal de este proyecto es que los alumnos adquieran de una forma interdisciplinar y lúdica, un aprendizaje significativo, demostrando que ambas disciplinas están relacionadas y se pueden trabajar de forma conjunta.

Las actividades propuestas están enfocadas para el curso de 6º de primaria. Se trabajan conceptos matemáticos como las fracciones (suma, equivalencia y mínimo común múltiplo) y conceptos musicales como las figuras musicales básicas, los diferentes ritmos y compases.

Respecto a la justificación del tema, considero que puede ser interesante relacionar ambos estudios, para aquellos alumnos que se les dé bien una disciplina y la otra no. Podemos hacerles ver que ambas están relacionadas y despertar en ellos el interés de aprender.

Conviene afirmar que el modelo de este TFG es un proyecto de innovación. Este, se define como planificaciones estratégicas novedosas que mejoran un desarrollo del ámbito donde se implementan (educativo, social y cultural). Este proyecto creativo pretende exactamente eso, aplicar conceptos musicales para adquirir y desarrollar conocimientos matemáticos.

La elección del concepto matemático de las fracciones, viene motivada por la consideración de que es un contenido presente en muchas situaciones de la vida cotidiana de cualquier persona, como puede ser en una compra en un supermercado, en las raciones de una comida, para repartir propiedades, etc.

Respecto a los conceptos musicales básicos que se trabajan en este proyecto, su adquisición desarrolla numerosos beneficios como son fomentar la creatividad, potenciar la concentración, mejorar la psicomotricidad, reforzar el lenguaje, etc.

Finalmente destacar, que el interés por abordar el contenido seleccionado en este TFG, tiene un componente personal como es la pasión por la música. Decidí hacer la especialización de música del Grado de Maestro en Educación Primaria, porque a los 8 años comencé mi andadura en la música en el conservatorio, que sigue a día de hoy. El motivo principal por el cual elegí esta carrera y este proyecto es porque me encanta poder ayudar a nuevas personas, los niños y enseñar música. El tema del proyecto se debe a que me considero una persona creativa, por lo que veo un reto, enseñar matemáticas con música. Además de que lo considero interesante, puede ser útil para ponerlo en práctica en el futuro.

2. OBJETIVOS

Los objetivos planteados en este trabajo son los siguientes:

- Realizar una revisión teórica sobre la relación entre música y las matemáticas desde una perspectiva interdisciplinar en Educación Primaria.
- Elaborar una propuesta de intervención didáctica para que los niños realicen un aprendizaje significativo y adquieran conocimientos matemáticos y musicales de manera conjunta, relacionando ambas áreas acercando al alumnado a situaciones de la vida real.
- Aportar un material didáctico que pueda servir para que futuros docentes para enseñar conceptos matemáticos a través de la música.

3. REVISIÓN TEÓRICA

3.1 Matemáticas y Música en la Historia

La relación entre la música y las matemáticas no es nueva. Como afirma Páez (2009), la relación entre la música y las matemáticas comenzó por culturas antiguas como la egipcia, la babilónica y la china, pero fueron los pitagóricos los pioneros en unir la música y las matemáticas.

La música jugó un papel fundamental en la escuela pitagórica. Estos relacionaban estrechamente el concepto de armonía con los números. La música no era considerada como la entendemos hoy en día, como una de las bellas artes, sino que era considerada una ciencia matemática que formaba parte de las artes liberales “Quadrivium” (saberes exactos) junto a la geometría, la aritmética y la astronomía; estas, formaban las cuatro ciencias básicas de la educación en la Edad Media. En el Renacimiento, a partir del siglo XVII, la música se fue transformando lentamente de ciencia a arte, aunque el interés entre ambas disciplinas se mantuvo mucho tiempo.

Como se ha nombrado anteriormente, los pitagóricos consideraban que toda naturaleza era armonía que brotaba de números y emplearon las razones numéricas y las proporciones como una forma de teorizar sobre la música. Según Abdounur (2009), Pitágoras fue el primero en establecer la correspondencia entre los intervalos musicales y las razones matemáticas de una cuerda, ya que fue quien descubrió que la frecuencia del sonido es inversamente proporcional a la longitud de la cuerda. Este experimento se realizó con un monocordio, instrumento

musical en el que se apoyó Pitágoras para identificar, definir los intervalos musicales y descubrir la relación entre las matemáticas y la música y la importancia de los números en esta.

Son diversos los estudios que afirman que los fundamentos matemáticos de la música, estudiados y enunciados por los pitagóricos, constituyeron la base de todos los manuales de música que se elaboraron posteriormente.

Las matemáticas y la música tienen varias características en común, las dos son un lenguaje universal y abstracto que requiere de estudio previo. Los procesos cognitivos del aprendizaje de ambas disciplinas pueden retroalimentarse mutuamente ayudando una al aprendizaje de la otra.

Tal como describe Wollenberg (2003). La música y las matemáticas comparten algunas de sus propiedades más elementales: ambas tienen un sistema de notación específico antiguo, una codificación concreta que requiere que el emisor codifique el mensaje y el receptor lo descodifique, basado en siglos de utilización y apoyados por los nuevos desarrollos contemporáneos.

Las Matemáticas estudian las cantidades, las formas, sus relaciones y sus variaciones. La Música es la combinación y variación de ciertas cantidades (frecuencia, intensidad) en un mismo instante (armonía) y a lo largo del tiempo (ritmo, melodía). La teoría matemática de la música, usa estructuras y técnicas aplicadas, desde el análisis de obras musicales hasta su utilización consciente como fuente de inspiración para la composición musical. Las matemáticas están en la propia esencia de la música (Liern y Queralt, 2008).

Tal y como relata Amster (2013), es posible reconocer en la música una gran variedad de nociones matemáticas, tales como la simetría, las proporciones, las relaciones numéricas entre frecuencias e intervalos, el ritmo o las reglas de la armonía.

Siempre se han establecido conexiones entre la música y las matemáticas, vínculos que han sido registrados a lo largo de los siglos en diferentes tratados de música, elaborados por eminentes matemáticos como Descartes, Euler, Mersenne, etc., así como muchos músicos han utilizado las matemáticas, tanto para explicar aspectos musicales (como Bach, Chopin...), como para componer obras (como Ravel, Bartok).

3.2 Fracciones y Música en Educación Primaria

Respecto a las relaciones entre las matemáticas y la música en el entorno escolar Perata (2003) y Benson (2007) estudian la naturaleza del sonido, la música y sus relaciones con las matemáticas, para posteriormente utilizarlos como material de enseñanza en sus clases de matemáticas. Por otra parte, Tulga (2008) hace hincapié en aprovechar los vínculos matemático-musicales para crear material interactivo con el objetivo de acercar a los jóvenes a este tipo de conocimiento.

Concretamente, Liern (2008) expone las relaciones entre las fracciones y varios elementos musicales, como un tema interesante que le ofrece al profesor argumentos para una posible enseñanza del tema. Conde (2009) realiza una investigación, cuyo resultado es una propuesta didáctica de carácter interdisciplinario con una visión integradora de contenidos, desde tres disciplinas (matemáticas, música y física) del currículo escolar.

Diversas actividades musicales requieren de un conocimiento lógico-matemático para poder resolverlas adecuadamente. La rítmica musical se basa en su temporalidad en proporciones exactas y numéricas (medibles con metrónomo) siendo capaz por ese motivo de múltiples diferenciaciones, de combinaciones simultáneas y superposiciones de sus figuras (Spang, 1983).

Hablar de ritmo es hablar de matemáticas. Según señala Matthews (2012), un ritmo es una serie de pequeñas divisiones del tiempo que se entienden con relación a un pulso subyacente, con el cual suelen mantener una relación matemática relativamente sencilla, puesto que el tiempo en música se mide en subdivisiones del compás, ya sea la mitad, el doble, la cuarta o la tercera parte. Estas subdivisiones del compás están determinadas por las figuras de nota, que según Salcedo (2007), son “las diferentes formas que éstas representan para indicar su duración. Además afirma que existen siete figuras básicas: Redonda, blanca, negra, corchea, semicorchea, fusa y semifusa.

Cada figura representa una proporción en el compás, por tanto requiere de una fracción cuyo resultado sea exacto o decimal exacto, porque tal y como afirma Salcedo (2007) los compases se representan con fracciones, en las que el numerador indica el número de figuras que completan el compás y el denominador indica el tiempo total del compás.

Además de esto, desde el punto de vista de la acentuación, en todo compás el primer tiempo es el más fuerte y el último el más débil (Salcedo, 2007), con lo cual el alumnado debe saber contar el ritmo de la música, para saber cuántos tiempos tiene un compás, dependiendo del tempo que marque la música que esté sonando.

Actualmente existen varios proyectos que apuestan por el potencial pedagógico y didáctico de la confluencia de las matemáticas y la música en una misma dirección. En este sentido, en el curso 2013/2014 se puso en marcha el proyecto europeo (EMP-M) European Music Portfolio: Sounding Ways into Mathematics . En nuestro país colabora la Universidad Autónoma de Barcelona, a través de la cual se está trabajando en este proyecto, bajo el nombre de ‘Musicomàtics’, en diversas escuelas de primaria de Cataluña. El principal objetivo del proyecto, es el trabajo conjunto de habilidades musicales y matemáticas desde una perspectiva competencial y la formación del profesorado en esta metodología interdisciplinar.

En España todavía está poco presente la fusión de ambas materias con la educación, aunque la investigación y bibliografía internacional sobre el tema es amplia. Tal y como apuntan Casals, Carrillo, y González-Martín (2014) en su artículo ‘La música también cuenta: combinando matemáticas y música en el aula’, existen algunas prácticas docentes en este sentido, aunque no suelen publicarse ni difundirse y por tanto no son conocidas, dificultando la recopilación de experiencias y los estudios en este campo.

4. PROPUESTA DE INNOVACIÓN EDUCATIVA

Las actividades de esta propuesta de innovación educativa están diseñadas para que el alumno establezca relaciones de equivalencias entre las figuras y silencios teniendo en cuenta la fracción del tiempo de duración. La argumentación se apoya en representaciones visuales, auditivas y corporales mediante la interpretación de patrones. Los alumnos, a través de experimentaciones, podrán interpretar composiciones de manera simultánea usando la percusión corporal.

Además, se trabaja el completar unidades. Por medio de las operaciones tendrán que construir cantidades expresadas en tiempos de duración, menores, iguales, y mayores que la unidad.

Partimos de un contexto real que puede generar curiosidad y abrir la posibilidad de indagar sobre las relaciones existentes entre las fracciones y algunos elementos musicales.

Podemos considerar que las experiencias rítmicas aportan un contexto real y próximo al alumnado, en el que pueden encontrar significados de la noción de unidad relativa, parte-parte y equipartición, nociones implícitas en el tratamiento del tiempo y el sonido musical.

Respecto a la implantación de esta propuesta educativa, primeramente se expone la metodología, donde se explica dónde y cómo se lleva a cabo el proceso de instrucción , a continuación se presentan los elementos curriculares de ambas asignaturas y finalmente se hace una descripción de la experiencia en la cual se describe detalladamente el proceso de instrucción y los resultados de dicha experiencia.

4.1 Metodología

El CEIP Prácticas Anejas EUP, está situado en la calle Heraclio Sánchez 37, en San Cristóbal de La Laguna cuya provincia es Santa Cruz de Tenerife. Es un centro público de Educación Infantil y Primaria, de carácter laico y mixto.

Esta propuesta educativa se implementa en un aula de 6^a de primaria. El aula consta de 16 alumnos y alumnas; en general, la dinámica del grupo es bastante buena, trabajan adecuadamente. Están agrupados por parejas en tres filas. No suele haber dificultades en el proceso de enseñanza – aprendizaje en las diferentes materias.

Para su desarrollo se elabora un cuestionario inicial (Anexo 1), con el objetivo de observar el conocimiento previo del alumnado, antes de abordar las sesiones de enseñanza diseñadas. Tras las sesiones, se realiza el mismo cuestionario inicial, denominado en este caso “Cuestionario final”, con el objetivo de analizar los resultados y sacar conclusiones.

Las sesiones se desarrollan en el aula habitual. El material utilizado es el usual de clase, además de la pizarra digital, la cual se utilizará para proyectar vídeos orientativos y para usar el metrónomo, como complemento en las sesiones.

Se emplea una metodología que propicia la creación de ambientes que promuevan distintos estilos de aprendizaje, para que el alumnado sea capaz de aprender a aprender y adquiera hábitos y estrategias que le impulse a construir un aprendizaje autónomo a través del aprendizaje cooperativo. Los alumnos y alumnas trabajarán conjuntamente en pequeños grupos para maximizar su propio aprendizaje y el de su equipo, valorando la riqueza que proporciona la diversidad. .

4.2 Fundamentación Curricular

A continuación, se muestran los elementos curriculares que se trabajan en el proceso de instrucción. En el apartado de los anexos se muestran estos explicados de forma detallada (anexo 2).

MATEMÁTICAS			
Bloque de aprendizaje II : NÚMEROS			
Criterios de evaluación	Contenidos	Estándares	Competencias
3	4.5.	39	CMCT, AA
5.	3.5.	16,34, 46, 47, 60, 63,	CMCT, AA

MÚSICA			
Bloque de aprendizaje V: LA ESCUCHA			
Criterios de evaluación	Contenidos	Estándares	Competencias
5.	2.	44.	CL, AA, CEC
Bloques de aprendizaje VI: LA INTERPRETACIÓN MUSICAL			
Criterios de evaluación	Contenidos	Estándares	Competencias
6.	1.	50, 51,	CD, SIEE, CEC

4.3. Descripción de la experiencia de aula

Tras realizar el cuestionario inicial, se inicia el proceso de instrucción que se detalla a continuación.

Actividad 1. Marca el pulso y adivina el mínimo común múltiplo

Descripción:

Contenidos	Duración	Recursos
Matemáticas: - Mínimo común múltiplo Música: - Pulso, ritmo, compases	45 minutos	-Metronomo digital: enlace -Vídeo de orientación: enlace

La actividad consiste en marcar el primer tiempo de un determinado compás con palmadas, mientras un compañero hace lo mismo, pero con un diferente compás. Para marcar los tiempos tendrán la ayuda del metrónomo, que marca el pulso. Cuando coinciden las palmadas, el número de palmadas dadas será el mínimo común múltiplo de los compases que se estén trabajando en ese momento.

Saldrán dos voluntarios a la pizarra a marcar el primer pulso de dos compases mientras que los demás alumnos irán contando (empezando en cero) los tiempos, hasta que coinciden las palmadas y se adivina el m.c.m.

Desarrollo:

Los primeros 15 minutos se emplean en explicar la sesión. Se da una breve charla sobre la relación entre la música y las matemáticas, en la que se comenta los siguientes aspectos:

- Ambas necesitan creatividad.
- Son lenguajes universales.
- Las composiciones de las canciones están formadas por sistemas matemáticos
- Tenemos una parte cerebral, que procesa tanto la información para la música como para las matemáticas.

También se comentará sobre el pulso musical, lo siguiente:

- Se emplea para medir el tiempo.
- Son pulsaciones constantes que se repiten, divide el tiempo en partes iguales.

y sobre los compases:

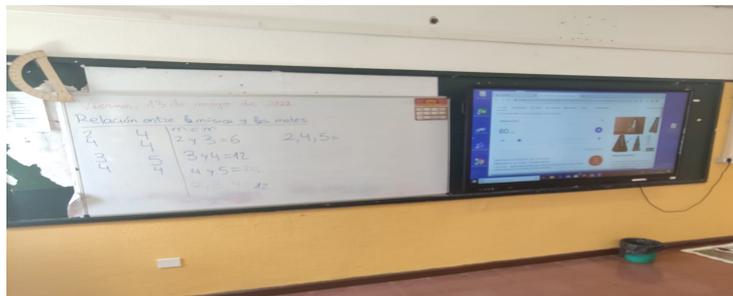
- Nos sirven para escribir el ritmo de la música.
- El pulso equivale a cada uno de los tiempos del compás.
- El compás de $2/4$ tiene dos pulsos mientras que el de $3/4$ tiene 3 pulsos.

Tras esta explicación, se pone en marcha un [vídeo](#) que se proyecta en la pizarra digital, en el cual dos niños dan palmadas con el mismo pulso, de manera que uno lleva el ritmo de $3/4$ y otro el de $4/4$. Siempre dan la palmada en el tiempo fuerte del compás. De esta manera, lo que hacen es usar uno múltiplos de 3 y el otro, múltiplos de 4. Cuando los dos niños coinciden en dar la palmada, cuentan el número de pulsos y esa cantidad es el mínimo común múltiplo de 3 y 4 (que en este caso es cada 12 pulsos).

Tras la visualización del vídeo se realiza un debate con el grupo clase, para ver cuáles han sido los múltiplos de 3, cuáles los de 4 y cuál es el menor de los múltiplos comunes de ambos números qué es cuando las palmadas coinciden.

A continuación, se pide que dos voluntarios salgan a la pizarra para intentar hacer el mismo ejercicio. Para ello ponemos en la pizarra el metrónomo a una velocidad de 60 bpm o ppm que es una unidad empleada para medir el ritmo en música (número de pulsaciones por minuto) y se comienza el ejercicio con los compases más sencillos que son 2x4 y 3x4. Un alumno marca el primer tiempo del 2x4 y otro el del 3x4 a la vez, mientras que los demás alumnos van contando el tiempo en voz alta y están atentos cuando coinciden las palmadas. El profesor da la entrada para que los voluntarios empiecen a marcar los tiempos de los compases que les tocan y la clase empiece a contar desde cero (muy importante) hasta que coincidan.

Tras realizar el primer ejercicio con el 2x4 y el 3x4 y ver que coinciden las palmadas en el 6º tiempo, es decir el mínimo común múltiplo de 2 y de 3, se hace lo mismo con otros compases.



Se repite el mismo proceso, salen dos nuevos voluntarios a marcar diferentes compases, ahora es el turno del 2x4 y 4x4, y la clase cuenta en voz alta cuando coinciden las palmadas (coinciden en el 4º tiempo, que corresponde con el mínimo común múltiplo de 2 y 4). Se hace lo mismo con los compases 3x4 y 4x4 (coinciden en el 12º tiempo)

Para finalizar el ejercicio, se hará una pequeña competición en modo juego, en la que el alumnado se agrupará en grupos de 5 componentes y tendrán que adivinar el mcm de 2, 4, 5, expresándolo matemáticamente y usando los compases de 2x4 4x4 y 5x4 (Figura 1). Cada integrante del grupo tendrá que hacer una función que ellos mismo se asignarán. Una persona marca el compás de 2x4, otra el del 4x4 y otra el del 5x4; los restantes tendrán que hacer la función del metrónomo marcando el pulso (con chasquidos o con un lápiz) y contar cuando coinciden las palmadas de las 3 personas que marcan el primer tiempo de los compases. Se

dan varios minutos para que practiquen y el grupo que realice la actividad primero, demostrando ante sus compañeros de clase que el mcm es 20, ganará el juego.



Actividad 2: Solfeo musical y suma de fracciones

Descripción:

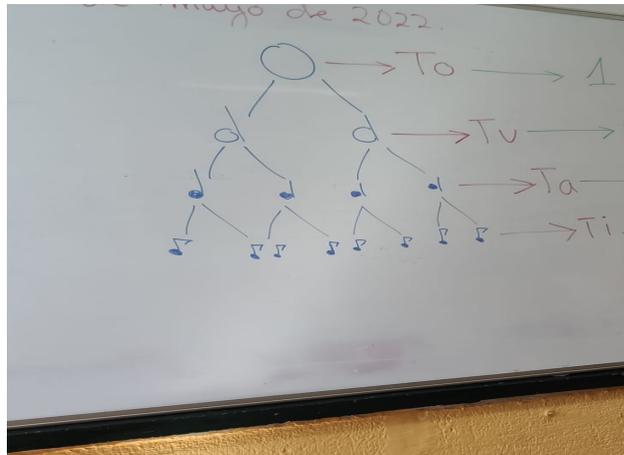
Contenidos	Duración	Recursos
Matemáticas: - Fracciones equivalentes - Sumas de fracciones Música: - Solfeo musical - Figuras musicales	45 minutos	-Pizarra digital -Metrónomo digital: enlace -Trozos de partitura

La actividad tiene dos partes. La primera parte consiste en realizar una lectura musical de la pieza musical “Sombras chinescas” (ayudará para hacer la segunda parte). La segunda parte consiste en calcular el resultado que sale al sumar el valor de la fracción de cada nota de la pieza musical “Sombras chinescas”

Desarrollo:

En los primeros 10 minutos se hace un debate con el grupo clase, en el que se pregunta al alumnado si conocen las figuras musicales básicas. El docente va anotando en la pizarra las figuras musicales básicas que van diciendo. En esta actividad se trabajará con solo 4 figuras musicales: Redonda, blanca, negra y corchea. El objetivo de este debate es repasar la notación musical, las figuras musicales que se escriben en la pizarra se usarán para hacer equivalencias con fracciones posteriormente.

Una vez nombradas las cuatro figuras musicales, el maestro realiza el siguiente esquema en la pizarra:



Y hace la siguiente explicación:

Como se puede observar una redonda está formada por dos blancas, una blanca está formada por dos negras y una negra está formada por dos corcheas. Si esto lo traducimos al lenguaje matemático con fracciones sería lo siguiente: 1 es igual a $1/2+1/2$, $1/2$ es igual a $1/4+1/4$ y $1/4$ es igual a $1/8+1/8$. Esta explicación servirá para hacer la segunda parte.

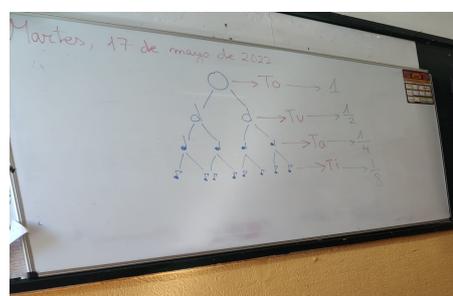
A continuación, para realizar la primera parte de la actividad, la lectura musical, (ejercicio que han practicado anteriormente en clase de música), le asignaremos a cada figura un nombre diferente al que han usado en anteriores ocasiones, estas nuevas equivalencias serán los siguientes:

A la Redonda la llamamos to

A la Blanca la llamamos tu

A la Negra la llamamos ta

A la Corchea la llamamos ti



A continuación, se proyecta en la pizarra digital la siguiente partitura de la pieza musical “Sombras chinescas”.



El profesor realiza la lectura musical de modo de ejemplo con ayuda del metrónomo y tras ello, toda la clase realiza en voz alta la lectura:

1^{er} compás: ta ta

2^o compás: titi ta

3^{er} compás: titi titi

4^o compás: titi ta

5^o compás: ta ta

6^o compás: titi ta

7^o compás: titi titi

8^o compás: tu-u

Para la segunda parte de la actividad, en la que tienen que hacer un cálculo de fracciones, se hace la siguiente representación de equivalencias en la pizarra:

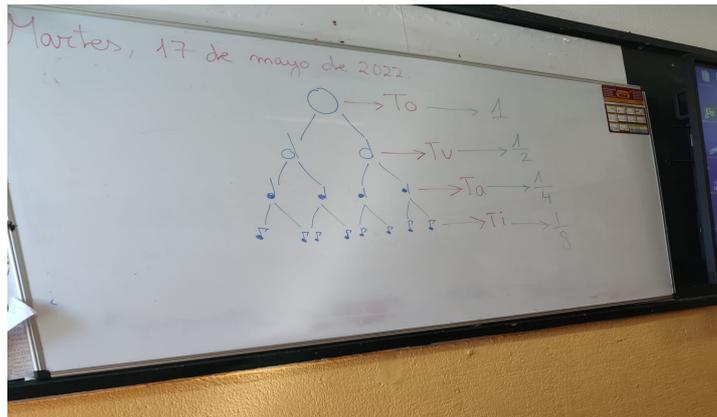
La Redonda que la llamamos **to** se le asigna el valor 1

La Blanca que la llamamos **tu** se le asigna el valor $1/2$

La Negra que la llamamos **ta** se le asigna el valor $1/4$

La Corchea que la llamamos **ti** se le asigna el valor $1/8$

Estas equivalencias se deben a la explicación dada al principio de la sesión.



Se les indica que de manera individual, tienen que ir mirando la pieza musical proyectada en Pantalla digital y anotando en su cuaderno la equivalencia numérica de cada figura y calcular la suma de todas ellas e indicar el resultado.

Se les recomienda ir calculando lo que vale cada compás primeramente y finalmente se suman los compases para tener la solución.

Se les da varios minutos para que realicen la actividad y cuando finalizan tienen que levantar la mano y el maestro se acerca a la mesa y comprueba si lo han hecho bien.

SOLUCIÓN

$$1^{\text{er}} \text{ compás: } 1/4 + 1/4 = 2/4 = 1/2$$

$$2^{\text{o}} \text{ compás: } 1/8 + 1/8 + 1/4 = 2/8 + 2/8 = 4/8 = 1/2$$

$$3^{\text{er}} \text{ compás: } 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 = 4/8 = 1/2$$

$$4^{\text{o}} \text{ compás: } 1/8 + 1/8 + 1/4 = 2/8 + 2/8 = 4/8 = 1/2$$

$$5^{\text{o}} \text{ compás: } 1/4 + 1/4 = 2/4 = 1/2$$

$$6^{\text{o}} \text{ compás: } 1/8 + 1/8 + 1/4 = 2/8 + 2/8 = 4/8 = 1/2$$

$$7^{\text{o}} \text{ compás: } 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 = 4/8 = 1/2$$

$$8^{\text{o}} \text{ compás: } 1/2$$

$$\text{Total: } 8 \times 1/2 = 4$$

Actividad 3: Dictado grupal musical matemático

Descripción:

Contenidos	Duración	Recursos
Matemáticas: - Equivalencias de fracciones Música: - Solfeo musical	45 minutos	- Folios - Papel pentagramado

La actividad consiste en hacer un dictado musical en grupo. Para ello cada alumno tendrá que rellenar un compás de 4/4 con de fracciones y dictarlo a sus compañeros que tendrán que escribir lo dictado numéricamente con figuras musicales. Es decir, escuchan fracciones, pero colocan notas en el pentagrama. Cuando todos hayan dictado la expresión numérica de su compás, habrá 16 compases. Finalmente se hace una lectura musical grupal.

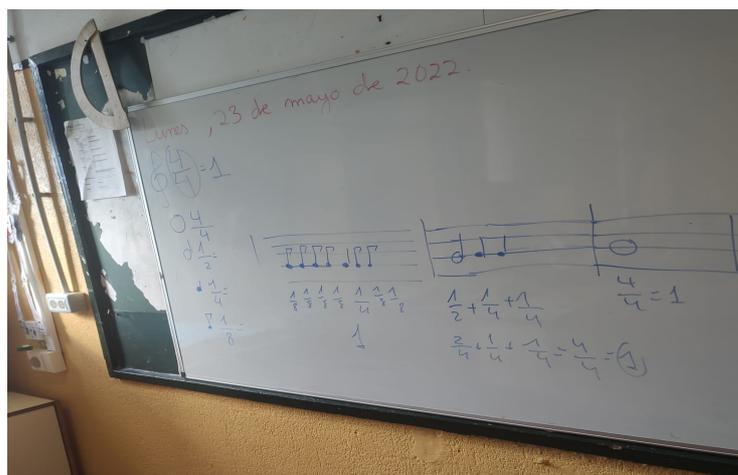
Desarrollo:

Los primeros 10 minutos se dedican a explicar la sesión. Se comenta que esta sesión está muy relacionada con la anterior. Se les reparte un folio en blanco, en el cual cada uno tendrá que escribir un compás de 4/4 a través de fracciones. Se escribe en la pizarra un par de ejemplos:

un compás de $4/4=1$ ($1/8+1/8+1/2+1/4$)

un compás de $4/4=1$ ($1/2+1/2$)

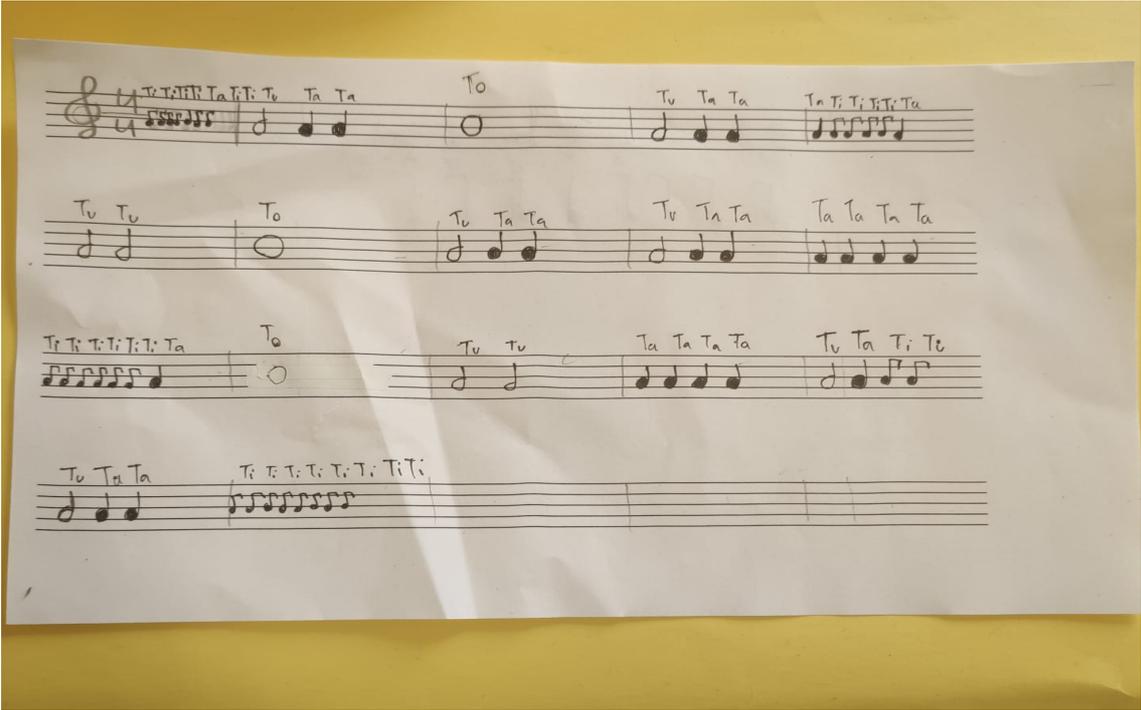
un compás de $4/4=1$ ($1/4+1/4+1/4+1/4$)



Tras visualizar los ejemplos en la pizarra, cada alumno tiene que pensar, escribir y rellenar en su folio, un compás de 4/4. Una vez hayan finalizado su compás, se repartirá a cada uno papel pentagramado para escribir el dictado. Para el dictado, lo harán por turnos, según donde estén sentados en clase. Cada uno tendrá que dictarle a sus compañeros su compás, (combinaciones de fracciones con valor 1) y también escribirlo; sus compañeros tendrán que estar muy atentos para transcribir estas fracciones en figuras musicales (redonda, blanca, negra, corchea). Cuando todos hayan dictado su compás, tendrán en total 16 compases.

Para finalizar y comprobar si el dictado está correcto, se hará una lectura musical en grupo, como en la sesión anterior.

Resultado del dictado musical grupal:



5. RESULTADOS

Resultados del cuestionario inicial.

Con este cuestionario se pretende conocer el conocimiento previo del alumnado sobre los aspectos musicales y matemáticos que llevarán a cabo durante el proceso de instrucción.

Pregunta 1: ¿Crees que hay relación entre la música y las matemáticas? Justifica tu respuesta.		
SÍ y lo justifica	SI pero no lo justifica	No sabe / No responde
5	6	5

En esta primera pregunta podemos observar que solo 5 alumnos indican que hay relación entre ambas materias y justifican su respuesta. Las justificaciones que dan no ponen de manifiesto el aspecto matemático de dicha relación, ya que lo que señalan es: *la música tiene que ver con las mates por ejemplo con las corcheas; las matemáticas tienen relación con los diferentes ritmos y compases; la parte cerebral que procesa la información matemática es la misma que la de la música.*

Pregunta 2: ¿Utilizas las fracciones en tu día a día?		
SÍ	NO	No sabe / No responde
9	2	5

En esta cuestión se observa que un 43,75 % del alumnado manifiesta la no utilización de las fracciones en situaciones cotidianas (bien indicando **no** o que **no saben** o **la dejan sin contestar**). El resto del alumnado indica que sí utilizan las fracciones en situaciones cotidianas y nuevamente ponen ejemplos sin utilizar un lenguaje matemático preciso. Las respuestas son: *utilizan las fracciones para repartir pizza o comidas entre personas; utilizan las fracciones a la hora de interpretar los compases musicales; utilizan las fracciones en el colegio en las clases de matemáticas.* Únicamente un alumno indica *utilizo las fracciones cuando me preguntan cuanto bizcocho me he comido y respondo 2/4 del bizcocho.*

Pregunta 3: Realiza las siguientes sumas de fracciones:		
Bien	Mal	No sabe / No responde
5	5	6

En esta pregunta sorprende que 11 alumnos de los 16 que realizaron el cuestionario no sabe sumar fracciones tan sencillas. Las dificultades observadas en los cinco alumnos que lo realizan mal, son fundamentalmente en las sumas fracciones con diferente denominador.

Pregunta 4: Indica cuál es el mínimo común múltiplo de los números indicados:		
SÍ	NO	No sabe / No responde
7	8	1

En esta pregunta se pone de manifiesto que más de la mitad del alumnado (56,25%) no sabe calcular el mínimo común múltiplo de números naturales.

Pregunta 5: ¿Conoces las figuras musicales básicas?		
SÍ y las escribe	Si las conoce, no pone ejemplos	No sabe / No responde
14	1	1

En esta cuestión, la mayoría del alumnado conoce las figuras musicales básicas y las escribe correctamente (redonda, blanca, negra y corchea).

Pregunta 6 : ¿Has oído hablar del pulso musical? ¿Para qué se usa?		
SÍ Saben lo que es y para lo que se usa	Sabe lo que es, pero no para que se usa	No sabe / No responde
7	2	7

En esta pregunta se pone de manifiesto un mayor desconocimiento del pulso musical que de las figuras musicales básicas. Únicamente 7 alumnos indican para qué se usa el pulso musical con respuestas como: *se usa para medir el ritmo de la música y marca el tiempo en las canciones.*

Pregunta 7: ¿ Sabes lo que son los compases? ¿Para qué sirven? ¿Qué compases conoces?		
Saben lo que son ni para lo que se usan	Sabe lo que son pero no para que se usan	No sabe / No responde
4	2	10

En esta pregunta únicamente 4 alumnos saben indicar que son los compases y para que se utilizan, argumentando que: *sirven para determinar el tiempo de cada canción o ejercicio musical; nos indica cuantos tiempos tenemos que marcar; conozco los compases de 2/4 de 4/4.*

De manera general, tras analizar los resultados de este cuestionario inicial, se observa que no tienen los conceptos matemáticos abordados en el cuestionario integrados. Respecto a los conceptos musicales como el pulso musical o los compases, podemos observar que pocos alumnos han oído hablar de estos y que la mayoría desconoce su uso. Analizando los resultados, como aspecto positivo, podemos apreciar que la mayoría conoce las figuras musicales, que serán claves en el transcurso de las actividades diseñadas.

Este análisis nos ayudó a identificar el desconocimiento del alumnado sobre los temas a tratar, así como las dificultades que presentaron. Durante las sesiones fue necesario dar explicaciones previas a la práctica, para facilitar el proceso de aprendizaje y abordar dichos problemas. En el desarrollo de las actividades y en el análisis del cuestionario final, se indica si hubo adquisición o afianzamiento de los conceptos musicales y matemáticos trabajados.

Resultados del cuestionario final (tras realizar las tres sesiones).

Con este cuestionario se pretende ver si ha habido progreso en el aprendizaje del alumnado respecto al cuestionario inicial.

Pregunta 1: ¿Crees que hay relación entre la música y las matemáticas? Justifica tu respuesta.		
SÍ y lo justifica	SI pero no lo justifica	No sabe / No responde
13	1	2

En esta primera pregunta podemos observar que más de la mitad del alumnado (81,25%) considera que si existe relación entre la música y las matemáticas y dan una justificación. Entre las justificaciones dadas destacan la siguientes: *ambas son lenguajes universales y hay sistemas matemáticos en las composiciones musicales.; en los tiempos es necesario utilizar las fracciones; Para interpretar la música tenemos que contar.*

Pregunta 2: ¿Utilizas las fracciones en tu día a día?		
SÍ	NO	No sabe / No responde
11	3	2

En esta cuestión vemos que un poco más de la mitad del alumnado (66,25 %), (un 10% más del alumnado que en el cuestionario inicial), expone situaciones en las que utiliza las fracciones en situaciones cotidianas. Las situaciones señaladas en las que se utilizan las fracciones son: *para saber la cantidad de pizza me he comido; se utilizan las fracciones para interpretar los compases musicales; para repartir cosas o comidas entre personas.* Destacar la no aparición de la respuesta *utilizo las fracciones en el colegio*, tan utilizada en el cuestionario inicial...

Pregunta 3: Realiza las siguientes sumas de fracciones:		
Bien	Mal	No sabe / No responde
13	2	1

Podemos apreciar una notable mejoría respecto al cuestionario inicial. Tras realizar las actividades propuestas, la mayoría del alumnado realiza correctamente el ejercicio (81,25%).

Pregunta 4: Indica cuál es el mínimo común múltiplo de los números indicados:		
SÍ	NO	No sabe / No responde
13	2	1

Al igual que en la pregunta anterior, se observa una mejoría considerable ya que la mayoría del alumnado realiza correctamente el cálculo del mínimo común múltiplo (81,25%).

Pregunta 5: ¿Conoces las figuras musicales básicas?		
SÍ y las escribe	Si las conoce, no pone ejemplos	No sabe / No responde
14	1	1

En esta pregunta siguen respondiendo de forma correcta, casi la totalidad de la clase conoce las figuras musicales básicas y las escribe. (93,75%)

Pregunta 6 : ¿Has oído hablar del pulso musical? ¿Para qué se usa?		
Saben lo que es y para lo que se usa	Sabe lo que es, pero no para que se usa	No sabe / No responde
7	2	7

En esta pregunta, más de la mitad del alumnado sigue sin saber lo que es ni para que se usa el pulso musical (56,25%), aunque realizaron correctamente la actividad relacionada con el pulso musical. Dentro de los siete alumnos que saben lo que es y para lo que se usa, podemos destacar las mismas respuestas que en el cuestionario inicial *se usa para medir el ritmo de la música y marca el tiempo en las canciones.*

Pregunta 7: ¿ Sabes lo que son los compases? ¿Para qué sirven? ¿Qué compases conoces?		
Saben lo que son ni para lo que se usan	Sabe lo que son pero no para que se usan	No sabe / No responde
12	2	2

En la última pregunta del cuestionario podemos ver que la mayoría del alumnado sabe lo que son y explican cuál es su uso (75%). La respuesta más común es la siguiente *sirve para marcar los tiempos de la música* y casi la totalidad del alumnado expone ejemplos correctos de compases musicales.

De manera general, tras analizar los resultados del cuestionario final, podemos observar que se ha producido una adquisición de los conceptos matemáticos abordados por una gran parte del alumnado. En la siguiente tabla se muestran los porcentajes de respuestas correctas en las 4 primeras preguntas del cuestionario, que son las que tienen relación con el contenido matemático:

Pregunta	Test Inicial	Test Final
1º	31,25 %	81,25%
2º	56,25%	66,25%
3º	31,25%	81,25%
4º	43,75%	81,25%

En cuanto a los contenidos musicales abordados, queremos destacar que el pulso musical es en el que más dificultades han tenido; aunque realizaron correctamente el ejercicio durante la sesión, en el cuestionario no han sido capaces de plasmar sus conocimientos. Las respuestas correctas sobre los aspectos musicales tratados se pueden ver en la siguiente tabla (preguntas 5, 6 y 7):

Pregunta:	Test Inicial	Test Final
5º	87,5%	93,75%
6º	43,75%	43,75%
7º	25%	75%

6. CONCLUSIONES

Desarrollo de la experiencia

Desde la primera sesión se observó una gran motivación, interés y atención en el alumnado. Trabajamos todas las combinaciones posibles con los compases, todos los alumnos querían salir voluntarios a participar y todos participaron. En el juego en grupos para adivinar el m.c.m de 2, 4 y 5, todos se mostraron muy motivados y desempeñaron un papel para ser los primeros en demostrar a sus compañeros que sabían marcar el pulso de los compases de 2/4, 3/4 y 5/4. El alumnado realizó el ejercicio adecuadamente y entendieron bien los conceptos matemáticos y musicales que se trabajaron, que era el principal objetivo.

Respecto a la segunda sesión, aunque transcurrió favorablemente, el alumnado se mostró menos participativo y motivado que en la primera sesión. Los alumnos participaron para nombrar las figuras musicales y se mostraron un poco confusos cuando a esas figuras musicales se les asignó un nombre, pero en general, hicieron la lectura musical de la pieza bastante bien. Para la segunda parte de la actividad, en la que tenían que hacer un cálculo matemático (sumar fracciones), algunos alumnos decían que le parecía muy difícil. Esto se solventó poniendo ejemplos en la pizarra, explicando la manera de resolverlo y resolviendo las dudas personales yendo mesa por mesa; finalmente la gran mayoría realizó la actividad de forma correcta.

La última sesión fue la más rica y motivadora. Aunque al principio les costó entender la actividad, tras poner diferentes ejemplos en la pizarra el alumnado manifestó comprensión y confianza en la realización de la actividad propuesta. Se les dió 5 minutos para que cada uno realizara su compás y cuando todos acabaron de hacerlo, empezó el dictado en el que cada uno iba dictando su compás y los demás iban copiando. Lo hicieron respetando los turnos. Y tras dictar todos sus compases, se realizó la lectura musical o solfeo del dictado que habían creado, ayudados por el metrónomo situado en la PDI para medir el pulso. Realizaron correctamente el solfeo en grupo, aunque en los primeros intentos hubo varias interrupciones.

Valoración personal

En este apartado me gustaría agradecer al CEIP Prácticas Anejas y a mi tutor de prácticas por darme la oportunidad de llevar a cabo este proyecto en el aula.

Respecto al proyecto en sí, tras observar el interés del alumnado en clase y los resultados del cuestionario final, considero que se han cumplido los objetivos propuestos inicialmente.

La revisión teórica sobre la relación entre música y las matemáticas desde una perspectiva interdisciplinar en Educación Primaria, me permitió ampliar mi conocimiento como futuro docente y me ayudó muchísimo en la elaboración de las actividades de este proyecto.

Durante la intervención en el aula al desarrollar la experiencia, el ver la implicación del alumnado y el avance en la adquisición de sus conocimientos, supuso una gran satisfacción y un afianzamiento de mi vocación como futuro Maestro.

Espero que este proyecto pueda ser útil como material didáctico para otros docentes y que aporte un grano de arena al interés por trabajar conceptos matemáticos a través de conceptos musicales.

Por último, no me puedo olvidar del papel tan importante que ha tenido en este trabajo mi tutora María Aurelia Noda, la cual me ha estado orientando y ayudando en todo momento, desde que comenzamos el planteamiento de este TFG, hasta el día final de la entrega.

7. BIBLIOGRAFÍA

- Abdounur, O. (2009). *La proporción: arte y matemáticas*. Ediciones GRAÓ. Barcelona:
- Casals, A., Carrillo, C., y González-Martín, C. (2014). La música también cuenta: combinando matemáticas y música en el aula. *Revista electrónica de la Lista Europea de Música en la Educación LEEME*, 34.
- Conde, A. (2009). *Las fracciones al ritmo de la música*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. México.
- Conde, A., Figueras, O. y Pluinage, F. (2011). El sonido de las fracciones: una propuesta interdisciplinaria de enseñanza. *Suma*, 68, 107-113
- Liern, V. (2008). La música y el número siete. Historia de la relación controvertida. *Revista Suma*, 58, 137-143.
- Matthews, Wade (2012) *Improvisando: la libre creación musical*, Madrid: Turner Publicaciones S.L.
- Páez Gutiérrez, Tomás David (2009). *Las Matemáticas a lo largo de la historia: de la Prehistoria a la Antigua Grecia*. Madrid: editorial Visión Libros.
- Perata, J. (2003). Matemáticas para no desafinar. *LA GACETA DE LA RSME*, 6.2, 437-456.
- Salcedo, F. (2007). *Modelos Ocultos de Markov: Del Reconocimiento de Voz a la Música*. Granada: Lulu.com
- Spang, Kurt (1983). *Ritmo y versificación: teoría y práctica del análisis métrico y rítmico*. Murcia: ediciones Platería
- Tulga, P. (2008). Music Activities and Arts Integration Lessons. <http://www.philtulga.com/resources.html>
- Wollenberg, S. (2003). *Music and mathematics: an overview*. En R. F. John Fauvel, *Music and Mathematics, from Pythagoras to fractals* (págs. 2-9). New York: Oxford.

8. ANEXOS

ANEXO 1: Cuestionario inicial/final

1. ¿Crees que hay relación entre la música y las matemáticas? Justifica tu respuesta.

2. ¿Utilizas las fracciones en tu día a día? ¿En qué situaciones?

3. Haz la siguiente suma de fracciones:

1) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} =$

2) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$

3) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$

4) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$

4. Indica cuál es el mínimo común múltiplo de:

1) 2 y 3 =

2) 3 y 4 =

3) 2 y 4 =

4) 4 y 5 =

5) 2, 3 y 4 =

5. ¿Conoces las figuras musicales? En caso afirmativo escribe las que conozcas.

6. ¿Has oído hablar del pulso musical? ¿Para qué se usa?

7. ¿Sabes lo que son los compases? ¿Para qué sirven? ¿Qué compases conoces?

ANEXO 2: Fundamentación curricular

MATEMÁTICAS			
Bloque de aprendizaje II : NÚMEROS			
Criterios de evaluación	Contenidos	Estándares de aprendizaje evaluables	Competencias
<p>3. Utilizar los números naturales, decimales, enteros, fracciones y porcentajes, para interpretar e intercambiar información en contextos de la vida cotidiana. Razonar su valor atendiendo a la posición de sus cifras y a las equivalencias fracción-decimal-porcentaje</p>	<p>4. Representación con modelos manipulativos y en la recta numérica, comparación, ordenación y equivalencias de fracciones sencillas y sus números decimales y porcentajes equivalentes (mitades, tercios, cuartos, quintos, décimos y centésimos,; 0,50; 0,25; 0,75; 0,10; 0,05; 0,20; 0,01; 50%, 25% y 75%. 10%, 5% y 20%, 1%), para expresar particiones y relaciones sencillas.</p> <p>5. Fracciones propias e impropias. Número mixto.</p>	<p style="text-align: center;">39</p> <p>39. Utiliza diferentes tipos de números en contextos reales, estableciendo equivalencias entre ellos, identificándolos y utilizándolos como operadores en la interpretación y la resolución de problemas.</p>	<p>CMCT, A</p>
<p>5. Utilizar estrategias y algoritmos diversos para calcular de forma mental y escrita, con fluidez y precisión, con el fin de obtener información numérica en contextos de resolución de problemas</p>	<p>3. Suma y resta de fracciones con el mismo denominador.</p> <p>5. Fracciones equivalentes y reducción de dos o más fracciones a común denominador</p>	<p>16,34, 46, 47, 60, 63.</p> <p>16. Desarrolla y muestra actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, aceptación de la crítica razonada.</p> <p>34. Reduce dos o más fracciones a común denominador y calcula fracciones equivalentes.</p> <p>46. Realiza sumas y restas de fracciones con el mismo denominador.</p> <p>47. Realiza operaciones con números decimales.</p> <p>60. Identifica múltiplos y divisores.</p> <p>63. Calcula el mínimo común múltiplo (mcm)</p>	

MÚSICA

Bloque de aprendizaje V: LA ESCUCHA

Criterios de evaluación	Contenidos	Estándares	Competencias
5. Analizar las posibilidades del sonido a través de la escucha activa, del estudio y de la descripción de los elementos que forman las diferentes creaciones musicales, como marco para la planificación del proceso creativo a partir de sus experiencias y vivencias.	2. Reconocimiento y valoración de elementos musicales a través de las audiciones: grafía musical, tipos de voces, silencio, instrumentos, variaciones, tempos, contrastes de velocidad e intensidad.	44. 44. Distingue tipos de voces, instrumentos, variaciones y contrastes de velocidad e intensidad tras la escucha de obras musicales, siendo capaz de emitir una valoración de estas.	CL, AA, CEC

Bloques de aprendizaje VI: LA INTERPRETACIÓN MUSICAL

Criterios de evaluación	Contenidos	Estándares	Competencias
6. Crear, interpretar e improvisar, solo o en grupo, composiciones sencillas, utilizando el lenguaje musical y las posibilidades sonoras y expresivas de la voz, del cuerpo, de los instrumentos musicales para expresar sentimientos o sonorizar situaciones, asumiendo la responsabilidad en la interpretación y respetando las aportaciones de los demás	1. Creación e improvisación de melodías y ritmos sencillos usando el lenguaje musical como el lenguaje no convencional;	50, 51, 50. Utiliza el lenguaje musical para la interpretación de obras. 51. Traduce al lenguaje musical convencional melodías y ritmos sencillos.	CD, SIEE, CEC