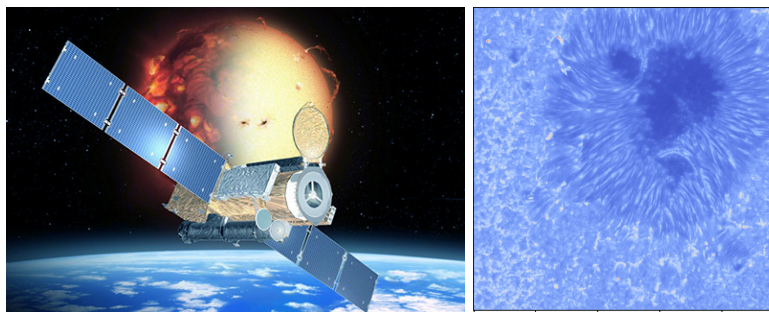




UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA  
Facultad de Física

# Introducción a la espectropolarimetría solar



Alumno: Iván Bonilla Mariana (alu0101447889@ull.edu.es)  
Tutor: Basilio Ruiz Cobo

Octubre 2021- Julio 2022

*Para mis padres y mi hermano.*

# Índice

<b>1. Objetivos</b>	<b>1</b>
<b>2. Introducción</b>	<b>1</b>
2.1. El Sol . . . . .	1
2.2. Estructuras solares . . . . .	3
2.2.1. Estructuras convectivas . . . . .	3
2.2.2. Estructuras magnéticas . . . . .	3
2.3. Ciclo solar . . . . .	4
<b>3. Bases teóricas</b>	<b>4</b>
3.1. Radiación . . . . .	4
3.1.1. Definición de profundidad óptica . . . . .	4
3.1.2. Desarrollo de las ecuaciones de la LTE . . . . .	6
3.2. Polarización y parámetros de Stokes . . . . .	7
3.3. Aproximación Milne-Eddington . . . . .	8
<b>4. Formación de las líneas espectrales</b>	<b>11</b>
4.1. Introducción . . . . .	11
4.2. Mecanismos de ensanchamiento de las líneas espectrales . . . . .	12
4.2.1. Ensanchamiento Natural . . . . .	12
4.2.2. Ensanchamiento Doppler . . . . .	13
4.2.3. Ensanchamiento Colisional . . . . .	13
<b>5. Metodología</b>	<b>14</b>
<b>6. Resultados y discusión</b>	<b>15</b>
6.1. Variación del parámetro $\eta_0$ . . . . .	15
6.2. Variación del parámetro $V_{LOS}$ . . . . .	16
6.3. Variación del parámetro $\Delta\lambda_D$ . . . . .	17
6.4. Variación del parámetro $a$ . . . . .	19
6.5. Variación del parámetro $B$ . . . . .	20
6.6. Variación del parámetro $\gamma$ . . . . .	22
6.7. Variación del parámetro $\chi$ . . . . .	26
6.8. Variación del parámetro $S_0$ . . . . .	27
6.9. Variación del parámetro $S_1$ . . . . .	28
6.10. Variación de los parámetros $\gamma$ y $\chi$ simultáneamente . . . . .	29
<b>7. Conclusiones</b>	<b>31</b>
7.1. Comparación del programa de síntesis con los datos de Hinode . . . . .	32
7.1.1. Comparación con un punto en la umbra . . . . .	34
7.1.2. Comparación con un punto de la penumbra . . . . .	36
7.1.3. Comparación con un punto del Sol en Calma . . . . .	37
<b>8. Problemas surgidos a lo largo del desarrollo</b>	<b>39</b>

<b>9. Agradecimientos</b>	<b>40</b>
<b>10. Bibliografía</b>	<b>41</b>
<b>11. Apéndice</b>	<b>43</b>
11.1. Código de los programas utilizados . . . . .	43
11.1.1. Programa de síntesis . . . . .	43
11.1.2. Programa para representar los datos de Hinode . . . . .	49

## Resumen general

The first part of this report contains an introduction to what the Sun is like. It reviews both the structure of the Sun (using the Standard model, it is formed by 7 layers: the core, the radiative zone, the convective zone, the photosphere, the chromosphere, the solar corona and the heliosphere) and the existence of magnetic structures like the solar flares and the coronal mass ejections.

Later, the radiation field and the magnitudes that define it are described, as well as the radiative transfer equation (RTE), and the main approximations that usually are applied.

Then we talk about the mechanisms of formation of spectral lines and the broadenings mechanisms, responsible of its shape which is a Voigt profile (or function) resulting from three mechanisms: the natural broadening (which can be ignored), the Doppler broadening (the most important) and the collisional broadening. Additionally we speak about the polarization of light. For that the Stokes parameters are presented and the radiative transfer equation for Stokes parameters is written.

Later we see the Zeeman effect and how this effect produces polarization. Then we describe the different approaches that are made to be able to solve the RTE, among them, the most important for this work is the Milne-Eddington approximation in which, in order to obtain an analytical solution of the RTE in the case of polarized light, it is imposed that the absorption matrix is constant with the optical depth (which implies that all magnitudes will be constant with depth, such as the magnetic field vector, the component of the velocity along the line of sight and also the parameters that define the line, such as its intensity, Doppler width and damping). Furthermore, it is necessary to assume that the source function (the ratio of emission to absorption) is a linear function of optical depth. Making this approximation we get an analytical solution of the Stokes parameters (the Unno-Rachkovsky equations) as a function of the parameters that define the line (such as the wavelength or the quantum numbers of the levels involved in the bound bound transition) and of 9 free parameters: the two that define the source function; the three that define the magnetic field; the one that defines the velocity along the line of sight; the one that defines the strength of the line; and finally the two that define the broadening of the line.

In this work, a python program has been designed and written that allows us calculating the profiles of the Stokes parameters once the parameters that define the spectral line are known, for any set of values of the 9 free parameters. It

has been verified that the program has no errors and then the behavior of the spectral lines has been studied by varying each of these 9 parameters independently.

In the final part of the memory, some data observed by the Hinode satellite in a spot near the center of the Sun has been read and represented. The data consists on a cube of 512x512 pixels observed in the 4 Stokes parameters along 112 wavelengths that include two spectral lines of Fe I around 6300 Å.

Finally, some of these pixels have been chosen and their Stokes spectra have been compared with those synthesized with our program.

## 1. Objetivos

### Resumen

What is the purpose of this memory? We will see it in this section.

El objetivo de este trabajo es crear un programa de síntesis Milne-Eddington. Este programa constará de 9 parámetros libres que iremos variando uno a uno para ver cómo afecta su cambio a los distintos perfiles de Stokes, de forma que podamos comparar con los datos reales del satélite Hinode más adelante y extraer conclusiones acerca del uso de esta aproximación y entender por qué es tan útil en el terreno de la espectropolarimetría solar.

Sin embargo, para hacer esto, necesitamos una introducción del Sol y también desarrollar una base teórica. Todo esto lo iremos viendo en los siguientes apartados:

## 2. Introducción

### 2.1. El Sol

#### Resumen

In this part I am going to talk about the properties, layers, structure (granulation, sunspots and solar flares) and the famous 11 years cycle of the Sun.

Como ya sabemos, el Sol es la estrella que más cerca tenemos y, sin ella, la vida en la Tierra no hubiera sido posible. El hecho de que esté tan 'cerca' nos permite estudiar con gran detalle las propiedades del Sol, como su distancia ( $149597870 \pm 2$  km), su masa ( $1,9889 \pm 0,0003 * 10^{30}$  kg), su radio ( $6,960 \pm 0,001 * 10^8$  m), su luminosidad ( $3,844 * 10^{26}$  W) y su temperatura efectiva (5778K), entre otras características (Stix, 2012). Todos estos datos nos serán de gran ayuda a la hora de medir otros parámetros y de estudiar su estructura interna, como veremos a continuación.

Para entender la estructura del Sol, necesitamos usar un modelo que explique todos los fenómenos que ocurren en él.

Según este modelo (el modelo estándar), el Sol puede ser descrito, de forma aproximada, como constituido por 7 capas:

- Núcleo. En él se producen todas las reacciones termonucleares. El Sol es una estrella que se encuentra en la parte baja de la Secuencia Principal, lo que quiere decir que en su interior se está fusionando H para formar He a través de la cadena p-p, siendo el ciclo CNO mucho menos relevante.
- Zona Radiativa. Esta zona se extiende, aproximadamente  $3/4$  del radio del Sol, y es estable frente a las inestabilidades producidas por la convección. Es decir, que el transporte de energía se produce, mayoritariamente, por radiación. Sin embargo, debido a la alta densidad, los fotones que se forman en el núcleo prácticamente no pueden salir, debido a que absorbidos y reemitidos ininidad de veces dentro de esta capa, por lo que su salida demora mucho tiempo.
- Zona Convectiva. En esta zona que ocupa, aproximadamente, la cuarta parte más externa del interior del Sol, (en radio), el gradiente de temperatura es tan alto que se producen inestabilidades convectivas, que se traduce en burbujas de material caliente y, por lo tanto, menos denso, que asciende hasta enfriarse, para luego descender por la periferia. La convección resulta una forma muy eficiente de transportar energía por lo que en la práctica podemos considerar que la energía se transporta por convección en esta capa, aunque evidentemente sigue siendo atravesada por fotones.
- Fotosfera. Es la capa que podemos ver a través de un telescopio, ya que es la capa que emite la luz visible del sol. Su superficie parece estar formada por gránulos brillantes rodeados de un contorno más oscuro (esto es, la zona central del gránulo está más caliente que los bordes, de ahí la diferencia de brillo). También es la zona donde aparecen las manchas solares, que están formadas por la umbra (en las imágenes está representada por un color negro, debido a su baja temperatura), y por la penumbra, (que aparece como un halo alrededor de la umbra, pero filamentado).
- Cromosfera. Se trata de una capa exterior a la fotosfera, que es transparente para el ojo humano. Se puede observar durante un eclipse solar. La cromosfera se caracteriza por tener un aumento de temperatura: parte desde unos 4.5 kK en su base (es decir, en la parte alta de la fotosfera) y aumenta hasta los 10 kK en su parte superior.
- Corona solar. Es la capa más externa del sol. Está compuesta por plasma, su temperatura es muy elevada (llegando a los 2 millones de K) y posee una gran extensión. Su estructura depende notablemente del campo magnético que posee el sol. Además, igual que ocurría en la cromosfera, se puede observar durante un eclipse solar. En ella se producen los lazos coroneales y los vientos solares.
- Heliosfera. Es la región espacial que hay más allá de la última capa solar, que se extiende incluso por fuera de la órbita de Plutón, y cuyo interior está sometido al viento solar, que es el causante de las auroras boreales que se ven desde la Tierra. El límite de la heliosfera es conocido como la

heliopausa, donde el viento solar se mezcla con los vientos procedentes de otras estrellas.

## 2.2. Estructuras solares

### Resumen

In this section we will see the different types of structures the Sun has which are the convective and the magnetic structure.

### 2.2.1. Estructuras convectivas

En la fotosfera aparecen una serie de gránulos distribuidos a lo largo de la superficie visible del astro, que se caracterizan por ser más brillantes en el centro y más oscuros por los lados: el efecto se produce porque asciende masa caliente de las capas inferiores, creando estas estructuras.

Una estructura importante que debemos destacar es la supergranulación: se trata de una estructura convectiva a gran escala, con un tamaño de unos 30 Mm, y es muy importante porque juega un papel fundamental en la distribución del campo magnético en la superficie solar.

### 2.2.2. Estructuras magnéticas

Las dos estructuras magnéticas más importantes que tenemos son las manchas solares y las erupciones solares (National Weather Service, s.f):

- Las manchas solares son zonas oscuras que aparecen en el Sol. Cuando nos referimos a *oscuras* hablamos de que su brillo es comparativamente menor que el del entorno, debido a su temperatura, que es, en comparación con el resto del Sol, mucho menor. Las manchas y el campo magnético están íntimamente relacionadas, hasta el punto de que en las zonas con grandes campos magnéticos, los movimientos convectivos del plasma se vean inhibidos. Tal y como dijimos antes, como la convección es el principal mecanismo de transporte de energía, si deja de estar presente, se provoca un fuerte enfriamiento (alcanzando en la superficie solo 1500 K respecto a los 5800 K que se pueden alcanzar, aproximadamente), de ahí que se produzcan las manchas que observamos.
- Las erupciones solares son debidas a cambios bruscos en el campo magnético. De hecho, incluso más fuertes que esta, existen también las eyecciones de masa coronal, aunque ambas tienen el mismo mecanismo físico:<sup>1</sup> Cuando zonas de polaridad opuesta entran en contacto, se produce una reconexión magnética, que implica un retrazado de las líneas de campo, y, con ello, una expulsión de grandes cantidades de material y una brusca liberación de energía.

---

<sup>1</sup>Se les llama CME: coronal mass ejections

## 2.3. Ciclo solar

Actualmente nos encontramos en el ciclo 25, que empezó en el 2019 (National Weather Service, s. f.):

Se descubrieron en el 1844, por el astrónomo aficionado Heinrich Schwabe (Choudhuri, 2015) aunque su objetivo real era descubrir el paso de pequeños planetas por delante del sol, también anotó la cantidad de manchas solares que observaba, y descubrió que tenían un ciclo de, aproximadamente, 10 años, aunque actualmente sabemos que estos ciclos pueden ser más largos o más cortos.

El ciclo solar, como su nombre indica, es el ciclo que realiza el campo magnético del sol, que se completa, aproximadamente cada 11 años, de forma que para volver a la misma distribución de polaridades, han de pasar 22 años en total (NASA Science for Kids , s. f.).

Este ciclo es vital para comprender la evolución del magnetismo solar, ya que el propio ciclo afecta a la actividad que ocurre en la superficie del Sol, de forma que al principio (y al final) del ciclo las manchas solares presentes son escasas, mientras que a la mitad del ciclo suele presentar mayor actividad (en otras palabras, aumentan las erupciones solares y las eyecciones de masa coronal). A la cantidad de fenómenos que ocurren en la superficie solar y en su entorno le llamamos clima espacial, y predecir sus cambios es realmente importante para conservar la tecnología en el espacio.

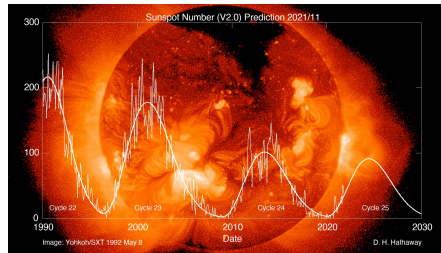


Figura 1: Ciclo Solar: se representa el número de manchas (o grupos) frente al tiempo. De fondo de la imagen una fotos de la corona solar observada por David Hathaway (<https://solarscience.msfc.nasa.gov/predict.shtml>)

## 3. Bases teóricas

### Resumen

Here, we will see the theory behind the Milne-Eddington approximation, starting with the definition of optical depth, followed by the definition of Stokes parameters and concluding with the Unno-Rachkovsky equations which will depend on the 9 parameters to use later on.

### 3.1. Radiación

#### 3.1.1. Definición de profundidad óptica

Empezamos definiendo la **Intensidad específica** como la potencia emitida (en forma de radiación) por unidad de ángulo sólido  $\Omega$ , por intervalo de fre-



cuencia  $d\nu$  y área  $dA$  perpendicular a la línea de visión, o *LOS: line of sight* :

$$I_\nu = \frac{dE}{dA d\nu dt d\Omega} \quad (1)$$

Que también puede ser escrita por intervalo de longitud de onda  $\lambda$  haciendo uso de:

$$I_\lambda d\lambda = I_\nu d\nu \quad (2)$$

Si miramos a lo largo de un eje, que podemos llamar  $Z$ , podemos definir la **variación de la intensidad a lo largo de la distancia** como:

$$\frac{dI_\nu}{dz} = \eta_\nu - \chi_\nu I_\nu, \quad (3)$$

donde  $\eta_\nu$  es la **emisividad** y  $\chi_\nu I_\nu$  la **absorción**.

En otras palabras, la emisividad es la intensidad específica **emitida por el medio**, por unidad de longitud, y la absorción es la intensidad específica **absorbida** por unidad de longitud, donde  $\chi_\nu$  es el **coeficiente de absorción**, e indica la fracción de esa intensidad que ha sido absorbida.

Empecemos considerando entonces únicamente la absorción (es decir, el término de la emisión es nulo). En este caso podemos resolver la ecuación diferencial del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \frac{dI_\nu}{dz} &= -\chi_\nu I_\nu \\ \int_{z_0}^{z_1} d \log I_\nu &= - \int_{z_0}^{z_1} \chi_\nu dz \\ I_\nu(z_1) &= I_\nu(z_0) e^{-\int_{z_0}^{z_1} \chi_\nu dz} = I_\nu(z_0) e^{-\bar{\chi}_\nu \Delta z} \end{aligned} \quad (4)$$

en la que definimos como  $\bar{l} = 1/\bar{\chi}_\nu$  al **recorrido libre medio de un fotón**, siendo:

$$\bar{\chi}_\nu = \frac{\int_{z_0}^{z_1} \chi_\nu dz}{\int_{z_0}^{z_1} dz} \quad (5)$$

Volviendo a la ecuación 4, podemos reescribirla como:

$$I_\nu(z_1) = I_\nu(z_0) e^{-\frac{\Delta z}{\bar{l}}} \quad (6)$$

De esta forma, en el exponente está quedando el **número de recorridos libres medios que hay en una distancia  $\Delta z$** , también llamado **profundidad óptica**:

$$d\tau_\nu = -\chi_\nu dz = -\bar{\chi}_\nu dz \quad (7)$$

Que nos indica la distancia que recorre el último fotón detectado (en un bosque oscuro, por ejemplo, sería el último árbol que somos capaces de ver con nuestra linterna).

### 3.1.2. Desarrollo de las ecuaciones de la LTE

Si tenemos en cuenta ambos términos, hemos de trabajar con la ecuación 3, de forma que dividiendo ambos términos por  $-\chi_\nu$ , entonces:

$$\frac{dI_\nu}{-\chi_\nu dz} = \frac{-\eta_\nu}{\chi_\nu} + I_\nu \quad (8)$$

Sustituyendo lo obtenido en (7), y escribiendo que:

$$S_\nu = \frac{\eta_\nu}{\chi_\nu} \quad (9)$$

Donde  $S_\nu$  es conocida como la **función fuente**, que es la intensidad específica que se emite en 1 recorrido libre medio.

Entonces queda:

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu \quad (10)$$

Que es conocida como la **Ecuación de Transporte Radiativo**. Llegados aquí deberemos aplicar las aproximaciones correspondientes para este caso. En principio, tenemos tres tipos de equilibrios termodinámicos:

1. Equilibrio Termodinámico (total), en el que  $I_\nu = B_\nu$  y  $S_\nu = B_\nu$
2. Equilibrio Termodinámico (local), en el que  $I_\nu \neq B_\nu$ , pero  $S_\nu = B_\nu$
3. No Equilibrio Termodinámico, en el que ambas funciones son diferentes de  $B_\nu$ , es decir, de la función de Planck.

Y tendremos que darle forma al coeficiente de absorción  $\chi$ : Para ello consideraremos una longitud de onda, que será  $\lambda = 500 \text{ nm}$  y llamaremos a estos parámetros con un subíndice 5, por ejemplo:

$$d\tau_5 = -\chi_{c5} dz \quad (11)$$

Donde  $\chi_{c5}$  es el **coeficiente de absorción del continuo** (Gray, 2005). Una vez definido esto, volveremos a la ecuación 3 y usaremos este último término de la siguiente forma:

$$\frac{dI_\nu}{-\chi_{c5} dz} = \frac{\eta_\nu}{-\chi_{c5}} - \frac{\chi_\nu I_\nu}{-\chi_{c5}} \quad (12)$$

$$\frac{dI_\nu}{-\chi_{c5} dz} = \frac{-\chi_\nu}{-\chi_{c5}} \frac{1}{\chi_\nu} \eta_\nu + \frac{\chi_\nu I_\nu}{-\chi_{c5}} \quad (13)$$

$$\frac{dI_\nu}{-\chi_{c5} dz} = \frac{\chi_\nu}{\chi_{c5}} (-S_\nu + I_\nu) \quad (14)$$

La forma final es la siguiente, y se puede resolver como una EDO de factor integrante:

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_5} = K(I_\nu - S_\nu) \quad (15)$$

Realizando todos los pasos, a la solución que llegamos es:

$$I(\tau_2) = e^{-\int_{\tau_1}^{\tau_2} K d\tau} I(\tau_1) + \int_{\tau_1}^{\tau_2} e^{-\int_{\tau_1}^{\tau_2} K d\tau} K S d\tau \quad (16)$$

Donde hemos eliminado el subíndice  $\nu$  para no ser redundantes con la notación y  $K = \frac{\chi_\nu}{\chi_{c5}}$ , que es conocido como el coeficiente de absorción.

A esta solución se le conoce como la solución formal de la RTE, y su interpretación física es la siguiente: en  $\tau_1$  se emite una cierta cantidad de luz, de la que solo nos va llegar una fracción  $e^{-\int_{\tau_1}^{\tau_2} K d\tau} I(\tau_1)$ , es decir, que el primer término es **la intensidad específica que nos llega desde la última distancia considerada**, pero hay que tener en cuenta que por el camino también se pueden generar fotones (que a lo largo del camino también se van absorbiendo), de ahí el segundo término, que indica la intensidad específica que nos va a llegar de todas las distancias menores que  $\tau_2$ . Dicho esto, la suma de ambos términos nos dará la intensidad específica (para una frecuencia determinada) a una cierta distancia.

### 3.2. Polarización y parámetros de Stokes

Los parámetros de Stokes describen el estado de la polarización de la luz a través de cuatro parámetros, que son  $I, V, Q, U$  y cuyos valores pueden ser medidos usando técnicas de polarimetría. La forma que tienen es la siguiente:

$$\begin{aligned} V &= I_h - I_{ah} \\ Q &= I_{vertical} - I_{horizontal} \\ U &= I_{transversal+45^\circ} - I_{transversal-45^\circ} \end{aligned} \quad (17)$$

Es decir,  $I$ , es la intensidad total (El subíndice  $h$  y  $ah$  indica horario y antihorario, respectivamente),  $V$  mide la polarización circular, y tanto  $Q$  como  $U$  miden la polarización lineal (solo que  $U$  lo hace con una inclinación de  $45^\circ$  respecto a  $Q$ ).

Será necesarios incluirlos en nuestra ecuación RTE, ya que en el desarrollo anterior no hemos tenido en cuenta el efecto del campo magnético del Sol: Si lo tenemos en cuenta, entonces la luz se polariza, y la EDO que resolvimos antes, se convierte en 4 ecuaciones diferenciales acopladas, que se representan como una ecuación diferencial para un vector: esto implica que el coeficiente de absorción se transforma en una matriz.

### 3.3. Aproximación Milne-Eddington

Ahora consideraremos que la ecuación 15 puede ser escrita de forma matricial, de forma que nuestra  $I$  será escrita en función de los parámetros de Stokes. Esto implica que <sup>2</sup>:

$$\frac{dI}{d\tau} = K(I - S) \quad (18)$$

se convierte en:

$$\frac{d\mathbf{I}}{d\tau} = \bar{\mathbf{K}}(\mathbf{I} - \mathbf{S}) \quad (19)$$

con  $\mathbf{I}$  y  $\mathbf{S}$

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} I_\nu \\ Q_\nu \\ U_\nu \\ V_\nu \end{pmatrix}; \mathbf{S} = \begin{pmatrix} S \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

y  $\bar{\mathbf{K}}$ :

$$\begin{pmatrix} \eta_I & \eta_Q & \eta_U & \eta_V \\ \eta_Q & \eta_I & \rho_V & -\rho_U \\ \eta_U & -\rho_V & \eta_I & \rho_Q \\ \eta_V & \rho_U & -\rho_Q & \eta_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta_I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \eta_Q & \eta_U & \eta_V \\ \eta_Q & 0 & 0 & 0 \\ \eta_U & 0 & 0 & 0 \\ \eta_V & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_V & -\rho_U \\ 0 & -\rho_V & 0 & \rho_Q \\ 0 & \rho_U & -\rho_Q & 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

La solución formal que vimos para la luz no polarizada tiene su equivalente, y es justo la ecuación previa. Sin embargo, el factor integrante ahora es un operador matricial (se le conoce como operador evolución) y, en general, solo tiene solución numérica.

Nosotros obtendremos una solución analítica para un caso concreto, que será la aproximación Milne-Eddington. En ella, la matriz de absorción  $\bar{\mathbf{K}}$  se vuelve una constante, y el vector función fuente,  $\mathbf{S}$ , es una función lineal del tipo  $S = S_0 + \tau S_1$  en  $I$ , mientras que en el resto es 0. Las soluciones a este ecuación

<sup>2</sup>Además, algo que añade esta aproximación es que no es necesario aplicar LTE aquí: esta aproximación nos da como una resultado una solución más general.

son las soluciones Unno-Rachkovsky:

$$\begin{aligned}
I &= S_0 + \Delta^{-1}[\eta_I(\eta_I^2 + \rho_Q^2 + \rho_U^2 + \rho_V^2)]S_1 \\
Q &= -\Delta^{-1}[\eta_I^2\eta_Q + \eta_I(\eta_V\rho_U - \eta_U\rho_V) + \rho_Q\Pi]S_1 \\
U &= -\Delta^{-1}[\eta_I^2\eta_U + \eta_I(\eta_Q\rho_V - \eta_V\rho_Q) + \rho_U\Pi]S_1 \\
V &= -\Delta^{-1}[\eta_I^2\eta_V + \eta_I(\eta_U\rho_Q - \eta_Q\rho_U) + \rho_V\Pi]S_1
\end{aligned} \tag{22}$$

Con:

$$\begin{aligned}
\Delta &= \eta_I^2(\eta_I^2 - \eta_Q^2 - \eta_U^2 - \eta_V^2 + \rho_Q^2 + \rho_U^2 + \rho_V^2) - \Pi^2 \\
\Pi &= \eta_Q\rho_Q + \eta_U\rho_U + \eta_V\rho_V
\end{aligned} \tag{23}$$

Donde todos los parámetros que aparecen en las ecuaciones serán definidos siguiendo la bibliografía (Orozco Suárez, 2008).

Vamos a hablar sobre los coeficientes que aparecen aquí:

Podemos reescribir la matriz de absorción,  $\mathbf{K}$ , como una suma de tres matrices, tal y como vemos en la ecuación 21: La primera de ellas es diagonal, e indica que todas las componentes se propagan por igual, mientras que las otras dos serían una matriz simétrica (que corresponde con aquella que solo tiene los coeficientes absorción de la matriz), y una matriz antisimétrica, que correspondería con la dispersión, y contiene los coeficientes magneto-ópticos de la matriz.

Para calcular estos coeficientes, necesitamos calcular los perfiles de absorción y de dispersión  $\phi_{p,b,r}$  y  $\psi_{p,b,r}$ , que dependen de las funciones de Voigt (H) y Faraday-Voigt (F), respectivamente. La forma de los perfiles de absorción y dispersión, respectivamente, son:

$$\begin{aligned}
\phi_j &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{M_l - M_u = j} S_{M_l M_u, j} H(a, v) \\
\psi_j &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{M_l - M_u = j} S_{M_l M_u, j} F(a, v)
\end{aligned} \tag{24}$$

con:

$$v = \frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda_D} + \frac{\Delta\lambda_B}{\Delta\lambda_D} - \frac{\lambda_0 v_{LOS}}{c\Delta\lambda_D} \tag{25}$$

y donde  $S_{M_l M_u, j}$  es la fuerza de cada componente.

Hablemos de la ecuación 25. Se trata de un desplazamiento de la longitud de onda (en unidades Doppler), y está compuesto por tres partes: la primera, un desplazamiento debido al lugar donde se encuentra el centro de la línea,  $\lambda_0$ , el segundo es un desplazamiento debido al efecto Zeeman, que depende del campo magnético, de la proyección sobre el eje Z del momento angular J y del factor de Landé de la siguiente forma:  $(g_l M_l - g_u M_u)$ ; y, el último término, que es un desplazamiento debido a la velocidad que tenga el material con respecto a la línea de visión.

Por otro lado los coeficientes tienen la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\eta_I &= 1 + \frac{\eta_0}{2} \left[ \phi_p \sin^2 \gamma + \frac{\phi_b + \phi_r}{2} (1 + \cos^2 \gamma) \right] \\
\eta_Q &= \frac{\eta_0}{2} \left[ \phi_p - \frac{\phi_b + \phi_r}{2} \right] \sin^2 \gamma \cos 2\chi \\
\eta_U &= \frac{\eta_0}{2} \left[ \phi_p - \frac{\phi_b + \phi_r}{2} \right] \sin^2 \gamma \sin 2\chi \\
\eta_V &= \frac{\eta_0}{2} [\phi_r - \phi_b] \cos \gamma \\
\rho_Q &= \frac{\eta_0}{2} \left[ \psi_p - \frac{\psi_b + \psi_r}{2} \right] \sin^2 \gamma \cos 2\chi \\
\rho_U &= \frac{\eta_0}{2} \left[ \psi_p - \frac{\psi_b + \psi_r}{2} \right] \sin^2 \gamma \sin 2\chi \\
\rho_V &= \frac{\eta_0}{2} [\psi_r - \psi_b] \cos \gamma
\end{aligned} \tag{26}$$

Donde  $\eta_i$  son los elementos de la matriz de absorción y los  $\rho_i$  los coeficientes magneto-ópticos de la misma matriz (con  $i = I, Q, U, V$ ).

En concreto, los coeficientes  $\eta_i$  nos hablan de la fracción de cada parámetro de Stokes que se convierte en intensidad o viceversa, mientras que los elementos magneto-ópticos dan cuenta del fenómeno conocido como rotación de Faraday, que consiste en la transformación de un parámetro de Stokes distinto de la Intensidad en otro diferente, y también distinto de I.

Del resto de coeficientes que aparecen en estas ecuaciones se hablará con mayor detenimiento un poco más adelante, pues son parámetros libres que iremos variando para obtener el comportamiento de las líneas.

## 4. Formación de las líneas espectrales

### Resumen

When we see the Sun's spectral lines, we can notice that they have a different shape than what we expected at first. So in this section, I am going to explain why spectral lines exist and why they have that shape.

### 4.1. Introducción

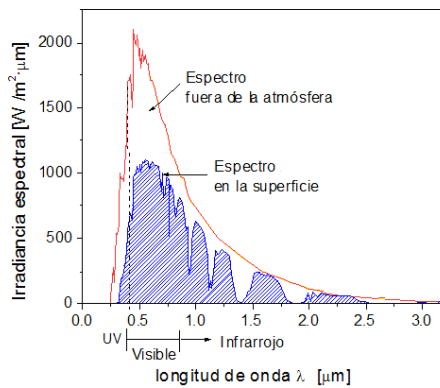


Figura 2: Líneas de absorción del sol fuera y dentro de la atmósfera (Arizaga Silva et al., 2010)

Como ya sabemos, existen tres tipos de transiciones cuando se le comunica energía a un átomo. En la transición ligado-ligado, el coeficiente de absorción,  $\chi$  (que es la fracción de los fotones que son absorbidos, produciendo una transición ligado-ligado, tras recorrer una cantidad de longitud de un cm) presenta un pico, pues el fotón es absorbido en esa longitud de onda en concreto. Esto implica que todo lo que haya por detrás de dicho átomo no podremos verlo.

Explicuemos mejor esto: ese aumento de absorción implica que los fotones de esa longitud de onda en concreto, que van a llegar al observador, vendrán, en su mayoría, de capas más cercanas a éste (porque los que vienen de capas más lejanas son absorbidos

prácticamente en su totalidad, y, por lo tanto, no detectados).

Los fotones que provienen de una determinada capa tienen una distribución (tanto en número, como en longitud de onda) muy parecida a una función de Plank evaluada a esa temperatura (estando en LTE o cerca de él). Dicho esto, si existe una diferencia de temperatura entre las diferentes capas, entonces observaremos una notoria variación en el número de fotones recibidos dependiendo de la frecuencia con la que estemos observando, que nos indicarán qué capa estamos viendo.

Esto ocurre también en el Sol. La fotosfera tiene un gradiente de temperatura, de forma que su temperatura en la superficie es mayor que si nos vamos alejando (antes de llegar al mínimo de temperatura). Esto implica que para ciertas longitudes de onda, seremos capaces de ver la fotosfera, que está, por ejemplo, a una temperatura  $T_1$ , pero existen otras longitudes de onda que son absorbidas por la capa con temperatura  $T_2$ , lo que implica que no somos capaces de ver la capa  $T_1$ . A estas líneas se les llama líneas espectrales de absorción.

En caso contrario (cuando  $T_1 < T_2$ ) aparecen las líneas emisión, pues en el centro de la línea el coeficiente de absorción es mayor, lo que implica que estaríamos

observando una zona con mayor temperatura y, por lo tanto, una mayor emisión que en el continuo.

## 4.2. Mecanismos de ensanchamiento de las líneas espectrales

En principio, nuestras líneas espectrales deberían parecer una delta de Dirac, pues la absorción se produce para exactamente una sola longitud de onda.

Sin embargo, existen varios mecanismos de ensanchamiento que nos indican no sólo la forma que deben tener, sino que, además, conociendo su forma, podemos hallar muchos parámetros físicos interesantes, de los que hablaremos más adelante.

En las estrellas existen tres mecanismos de ensanchamiento principalmente que, en conjunto, dan como resultado un perfil de Voigt.

Un perfil de Voigt es la convolución entre un perfil Gaussiano y un perfil Lorentziano, de forma que la parte central del perfil es como una Gaussiana, mientras que en los extremos (alas) es como una Lorentziana:

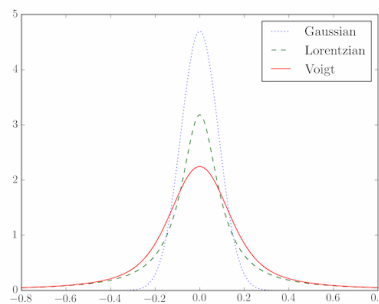


Figura 3: Perfil Voigt calculado con nuestro programa python

### 4.2.1. Ensanchamiento Natural

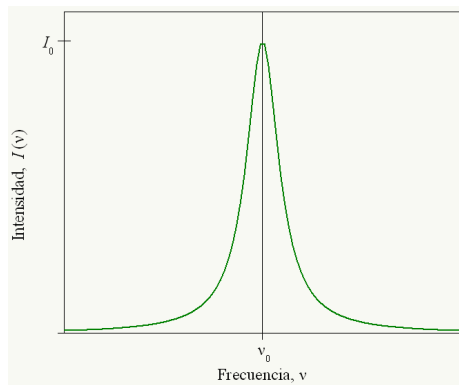


Figura 4: Perfil Lorentziano del ensanchamiento natural calculado con nuestro programa python

Donde  $\Delta t$  es el decaimiento del electrón, que es conocido con mucha precisión. Esto provoca un ensanchamiento de la línea que sigue un perfil Lorentziano

El primer mecanismo que vamos a ver se deriva directamente de la mecánica cuántica. Debido al Principio de Incertidumbre (también llamado de indeterminación tiempo-energía) nos damos cuenta de que si conocemos el tiempo de decaimiento de un electrón excitado con mucha precisión, entonces no seremos capaces de determinar el nivel de energía con infinita precisión. Esto implica que ese nivel excitado no tiene una energía única  $E$ , sino un  $\Delta E$ , tal y como indica la siguiente fórmula:

$$\Delta E \Delta t > \hbar \quad (27)$$



(Gray, 2005) como el que hemos visto en la imagen.

Cabe destacar que este mecanismo de ensanchamiento es mucho menor que los otros (para las condiciones del Sol), por lo que, de aquí en adelante, lo despreciaremos.

#### 4.2.2. Ensanchamiento Doppler

Las moléculas (o átomos, en el caso de un gas totalmente ionizado), se mueven con una distribución de velocidad que viene dada por la distribución de Maxwell, que depende exclusivamente de la temperatura<sup>3</sup>. Entonces, cuando se emite un fotón desde el gas, va a producirse un efecto Doppler en función de la velocidad de la molécula o el átomo que emita el fotón.

El parámetro que define esta anchura se le conoce como anchura Doppler:  $\Delta\lambda_D$ , y es el efecto predominante de los tres.

#### 4.2.3. Ensanchamiento Colisional

También conocido como ensanchamiento por presión, se da cuando dos átomos colisionan entre sí. Estos choques producen una modificación en los niveles de energía involucrados en la transición, lo que implica que pueden liberarse fotones con valores de energía diferentes a la longitud de onda donde se produce usualmente la emisión del fotón (Gray, 2005).

El parámetro que define la anchura colisional se suele llamar parámetro de damping,  $a$ , o de amortiguamiento, y sigue un perfil Lorentziano, como vimos en la imagen 4.

---

<sup>3</sup>Existen algunos que no cumplen esta característica, como por ejemplo aquellos gases que están sometidos a campos externos.

## 5. Metodología

### Resumen

In this section we are going to count the free parameters (saying where they come from) and talk about the program I have made which will be used along this memory in the following sections.

Una vez visto el desarrollo teórico, podemos pasar a hablar del programa que se ha escrito para sintetizar las líneas.

Si contamos los parámetros que tenemos disponibles para variar, hacen un total de 9:

Este número viene dado porque en la aproximación Milne-Eddington (donde la función fuente es lineal y la matriz de absorción constante), solo necesitamos especificar los dos parámetros de la función fuente, y todos aquellos necesarios para definir la matriz de absorción, que serían la fuerza de la línea  $\eta_0$ , la velocidad macroscópica del medio a lo largo línea de visión  $V_{LOS}$ , la anchura Doppler  $\Delta\lambda_D$ , el damping  $a$ , la intensidad de campo magnético  $B$ , y su inclinación  $\gamma$  y azimut  $\chi$ , además de las constantes de la función fuente  $S_0$  y  $S_1$ .

El programa sintetiza las líneas para cualquier átomo, pero vamos a particularizar para una línea de Fe I, con centro en 6302.494 Å visualizando la línea entre 6302 y 6303 Å únicamente (que es donde se situaría esta línea de absorción de este elemento).

Para esta línea en concreto, es válido el acoplamiento LS, lo que implica que los números cuánticos totales del átomos (S,L,J) están bien definidos, y la transición que se produce entre niveles es del estado 5P1 al estado 5D0 escrito en en notación espectroscópica <sup>4</sup>.

Aunque el programa está particularizado para esta línea espectral, se puede aplicar a cualquier línea en la que sea válida el acoplamiento LS y en la que queramos estudiar el efecto Zeeman, ya que a parte de los 9 parámetros mencionados anteriormente, incluye otros parámetros que también se pueden modificar como la transición atómica y el centro de la línea (aunque no lo modificaremos en esta memoria).

Para que el cálculo de las gráficas sea lo más cómodo posible, se ha diseñado el programa con un bucle que es capaz de cambiar un único parámetro, haciéndolo variar entre tantos valores como deseemos y que devuelve los perfiles de Stokes (I,Q,U,V) normalizados al continuo del Sol en Calma . Esto se verá muy bien en el siguiente apartado:

---

<sup>4</sup>El primer número es la multiplicidad del spín  $2S + 1$ , la letra es el momento angular orbital L y el tercer número es el momento angular total J

## 6. Resultados y discusión

### Resumen

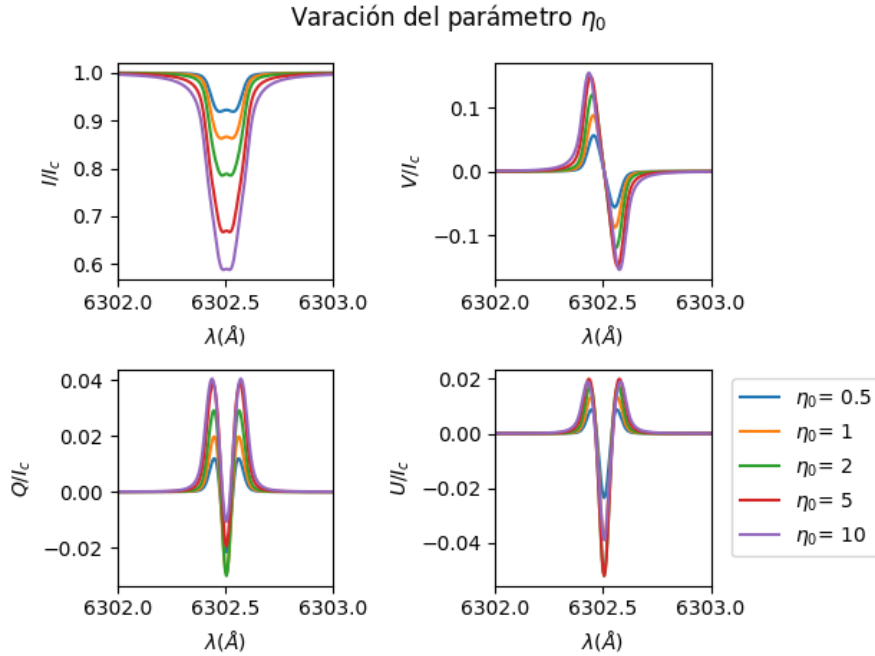
As mentioned before, from Unno-Rachkovsky equations, we have 9 parameters to introduce into the code, then we will vary these parameters and get conclusions about how different values change the profiles' shapes.

Ahora que sabemos cómo actúa nuestro programa, estudiaremos por separado el efecto de los nueve parámetros que podemos variar, y discutiremos los resultados que hemos obtenido.

Además, se probarán otras combinaciones de parámetros (modificando ligeramente el programa), e intentaremos predecir el comportamiento de la línea.

### 6.1. Variación del parámetro $\eta_0$

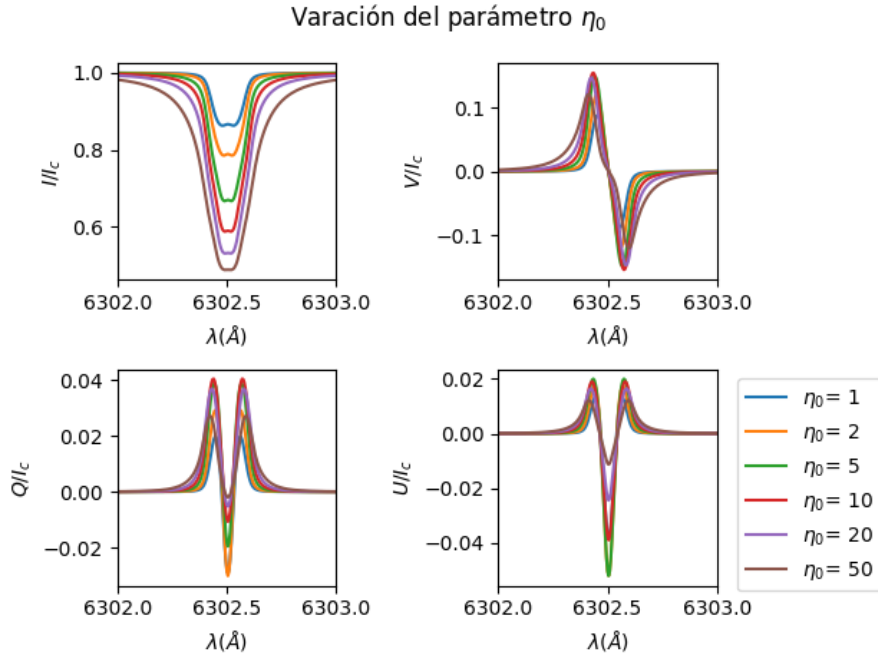
Primero variaremos la fuerza de la línea, también conocido como  $\eta_0$ . Los resultados que obtenemos son los siguientes:



En las cuatro gráficas vemos un comportamiento similar: con el aumento de la fuerza de la línea, aumenta la profundidad de la línea en todos los casos. Esto es debido a que en nuestras ecuaciones, la fuerza de la línea es simplemente

un parámetro multiplicativo, por lo que los resultados que obtenemos son consistentes con el desarrollo teórico.

Con estos valores de la fuerza de la línea, estamos todavía dentro del régimen lineal. Si aumentamos este parámetro a una cantidad mucho más alta, entramos en el régimen de saturación, donde los perfiles tienen el siguiente comportamiento:

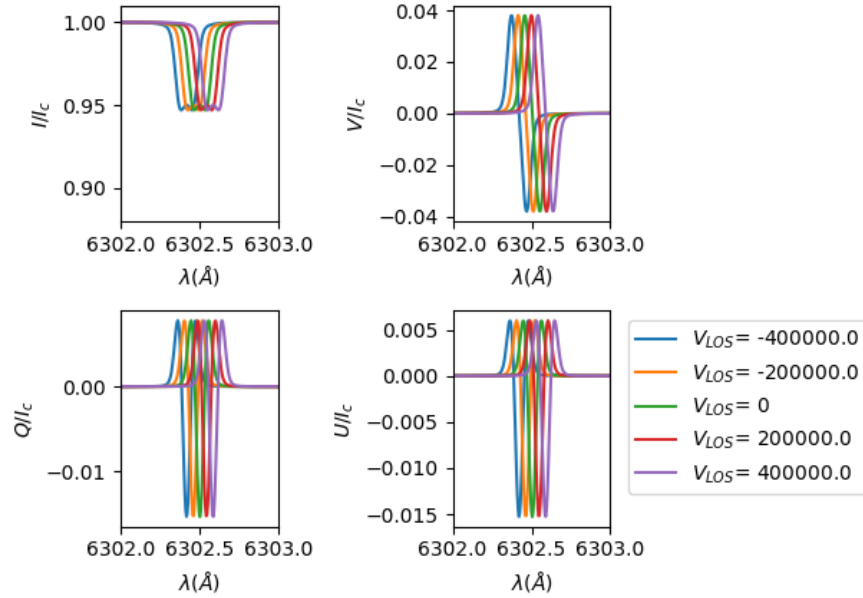


Aquí podemos ver que las últimas líneas (de I) ya no crecen proporcionalmente como la azul, la naranja, la verde y la roja, sino que, en su lugar, empiezan a ensancharse por las alas. Este efecto de saturación lo volveremos a ver más adelante al variar otros parámetros.

## 6.2. Variación del parámetro $V_{LOS}$

Si variamos la velocidad a lo largo de la línea de visión obtenemos los siguientes resultados:

### Variación del parámetro $V_{LOS}$



El efecto que vemos es un desplazamiento de la línea, aunque la forma se mantiene para todos los perfiles (ya que la velocidad es una constante en la aproximación de M-E<sup>5</sup>).

Podemos ver que si la velocidad es positiva, tenemos un incremento en la longitud de onda, esto es, un desplazamiento al rojo (el material se aleja de nosotros con respecto a la línea de visión), mientras que para velocidades negativas (el material se acerca hacia nosotros) vemos un desplazamiento hacia el azul.

Las velocidades necesarias para que se produzca este efecto tienen que ser del orden de varios km/s (pero en el gráfico las unidades son cm/s), ya que variaciones de la velocidad más pequeñas no provocan un efecto visible.

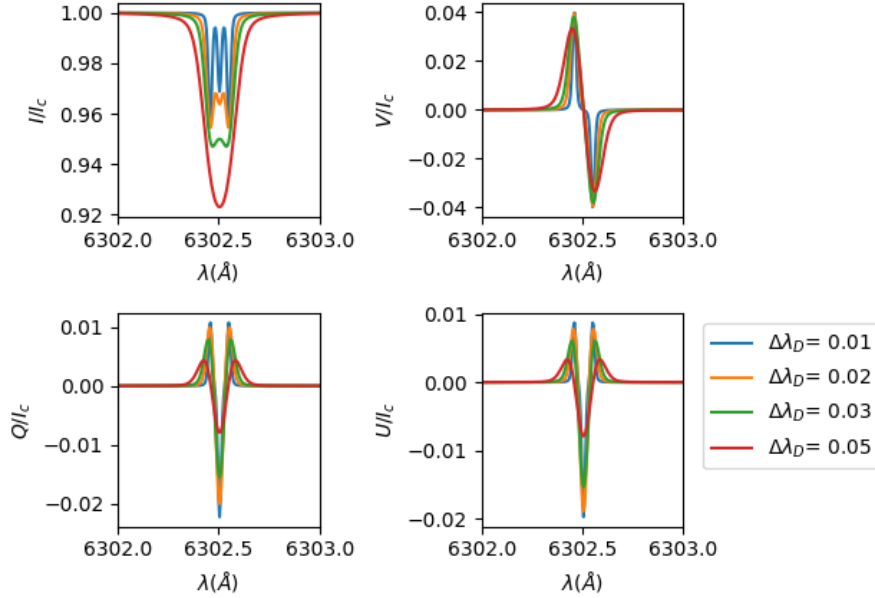
Cabe destacar que  $v_{LOS}$  ya tiene en cuenta todos los campos de velocidad presentes (esto quiere decir que la velocidad de la granulación, las oscilaciones u otras velocidades a gran escala ya están incluidas dentro de este parámetro).

### 6.3. Variación del parámetro $\Delta\lambda_D$

Ahora variaremos la anchura Doppler, cuyo resultado es el siguiente:

<sup>5</sup>En el caso más realista, se produce una asimetría en la línea espectral

### Variación del parámetro $\Delta\lambda_D$



Observando el perfil I, nos damos cuenta de que, cuando la anchura Doppler es muy pequeña, vemos varios picos muy pronunciados (línea azul); pero que, a medida que aumentamos este parámetro, van desapareciendo hasta solo quedar uno, como vemos en la línea roja.

Matemáticamente hablando, cuando la anchura Doppler es muy grande, el perfil de Voigt se ve incrementado en su anchura, gracias a la contribución de la Gaussiana que forma el efecto Doppler.

Por otro lado, si esta anchura es pequeña, se observan diferentes subcomponentes que antes estaban ocultas, ya que estaban separadas una distancia menor que su propia anchura .

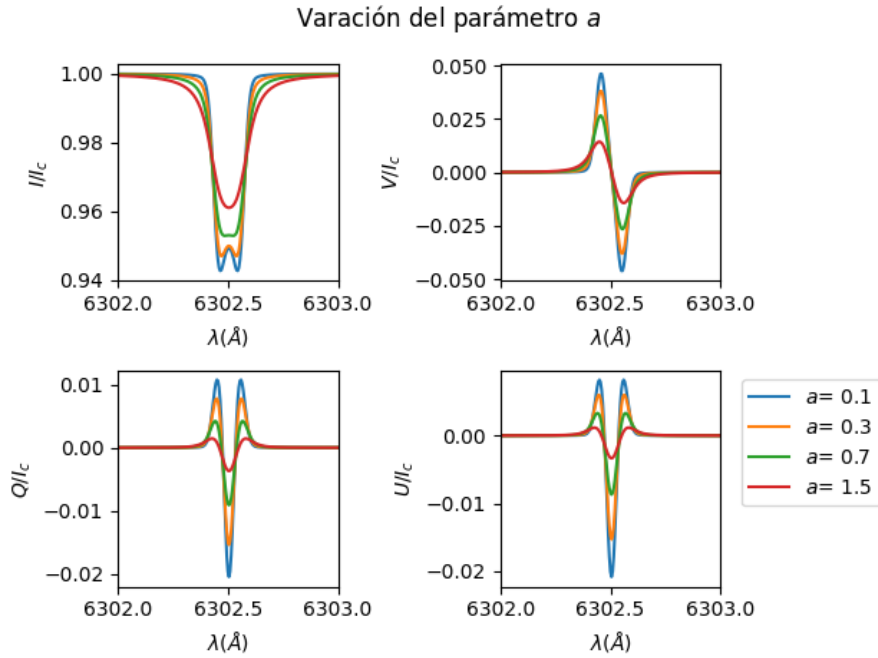
Este efecto se ve en los perfiles V y Q con claridad, ya que la línea azul es la más estrecha (y se parece mucho a una Lorentziana), mientras que el resto de líneas son más anchas (y más bajas), de ahí que digamos que el efecto de la Gaussiana haya dejado de ser el más importante.

Lo que ocurre, físicamente hablando, es que las componentes Zeeman están separadas por un desplazamiento menor que la anchura Doppler. Cuando esta última es grande, las componentes se solapan, impidiendo distinguirse, y formando una línea parecida a la roja y a la verde (de I).

Esto nos permite entonces distinguir entre dos regímenes, como veremos cuando variemos el campo magnético.

## 6.4. Variación del parámetro $a$

Procederemos a evaluar el término del damping, o amortiguamiento, usualmente denotado como  $a$ :



Como su nombre indica, cuanto más grande es el parámetro de amortiguamiento, más planos son los perfiles, es decir, cuanto más grande se hace el ensanchamiento colisional, más pronunciadas se vuelven las alas (porque se parece cada vez más a un perfil Lorentziano), lo que nos permite distinguirla de una Gaussiana con facilidad.

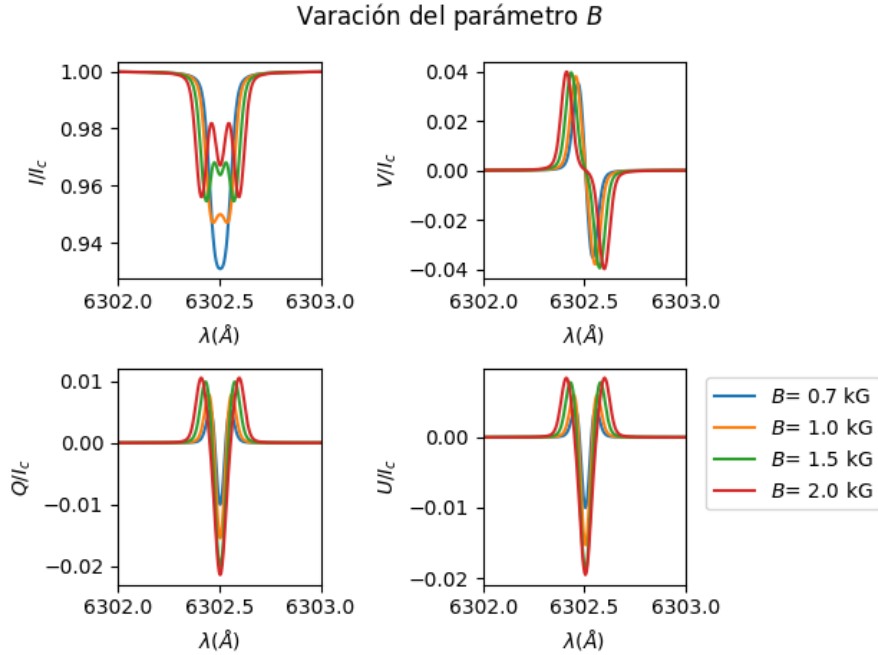
Al disminuir entonces  $a$ , apreciamos que las líneas espectrales se van estrechando, y haciéndose cada vez más altas. De hecho, en el perfil de  $I$ , podemos ver que solo se aprecian dos picos cuando  $a = 0,1$ , que corresponden a las dos componentes Zeeman de polaridad circular.

Entonces, hemos visto que disminuyendo el damping podemos distinguir ambas componentes Zeeman. Esto es gracias a la relación que tienen  $a$  y  $\Delta\lambda_D$ : si hubiéramos elegido otros valores, quizá no podríamos distinguirlo.

Este fenómeno también podemos verlo si, en vez cambiar el parámetro de amortiguamiento, aumentamos el campo, como veremos en el siguiente apartado:

## 6.5. Variación del parámetro $B$

El campo magnético (junto con la temperatura) son los parámetros fundamentales para describir el estado del plasma, de hecho, la razón por la que usamos polarimetría es esta: necesitamos medir el campo magnético. En estas gráficas veremos por qué es tan importante:



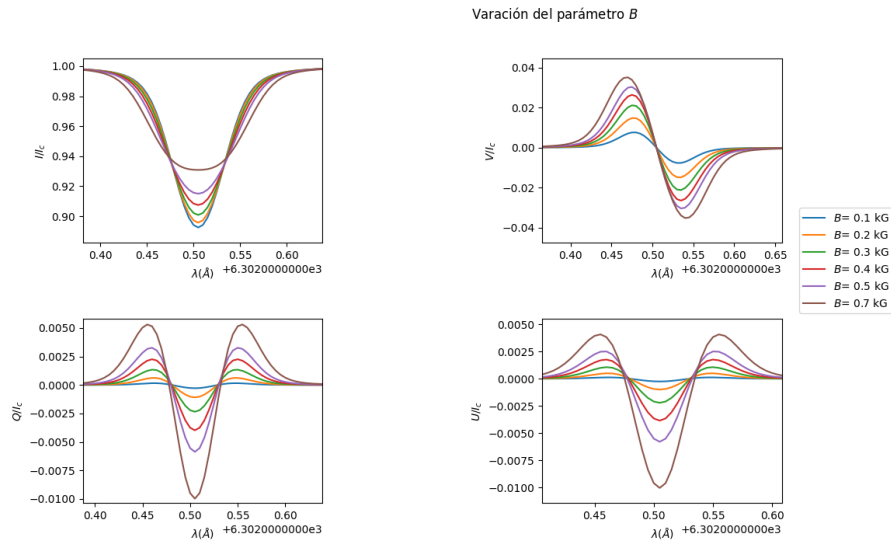
Sin campo magnético no se produciría el desdoblamiento de las líneas por efecto Zeeman, esto implica que no seríamos capaces de reproducir ciertos resultados que se obtienen en el Sol y es que, en efecto, en el perfil de  $I$ , con  $B = 700$  G, solo se ve un pico, mientras que la línea con el campo magnético más alto muestra que no solo había un pico, sino que aparecen 5 picos diferentes (de los cuales nos interesan los 3 mínimos, que son los que forman el multiplete efectivo).

No solo apreciamos cambios en el perfil  $I$ . Si nos fijamos en el perfil  $V$ , vemos que, a mayor campo magnético, más se separan respecto al centro de la línea los picos (como era de esperar pues  $V$  es la que representa la polarización circular). En cuanto a los perfiles  $Q$  y  $U$  también vemos que, a mayor campo magnético, los picos de las líneas se acentúan y se separan, sin embargo, el efecto es el mismo en ambos casos, pues se trata de polarización lineal (a  $0^\circ$  y a  $45^\circ$  grados respectivamente).

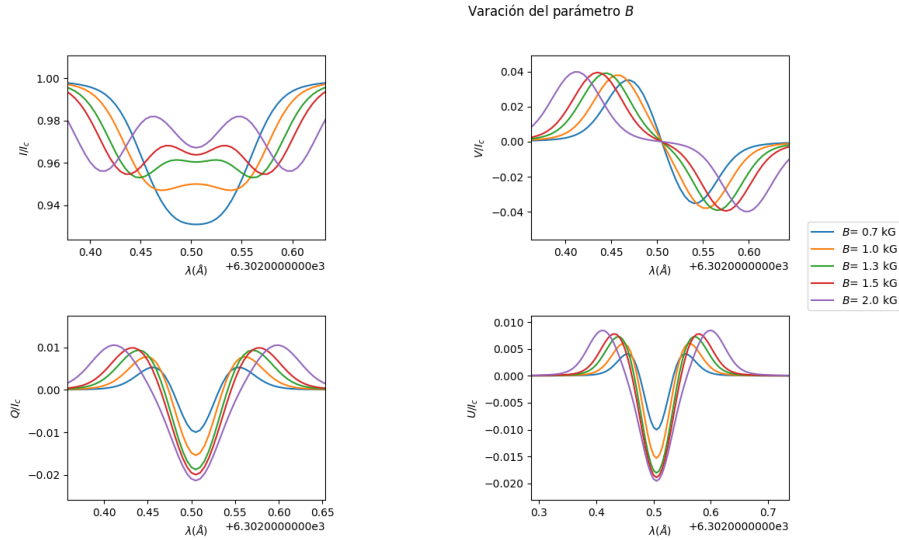
En los ejemplos que hemos visto, solo hemos tratado con un tipo de régimen, pero tenemos dos; el de campo débil y el de campo fuerte:



Cuando el desdoblamiento Zeeman es menor que la anchura Doppler, entonces estamos en el régimen del campo débil. Veamos un ejemplo de esto:



En este régimen, no se aprecian las componentes Zeeman (en I), y en los perfiles Q, U, y V vemos como escalan con el campo. Incluso en esta gráfica, vemos que para  $B = 700$  G la curva se ha desplazado un poquito: esto nos indica que hemos entrado en el régimen del campo fuerte. Si seguimos aumentando el campo magnético, el comportamiento que vamos a ver es el siguiente:



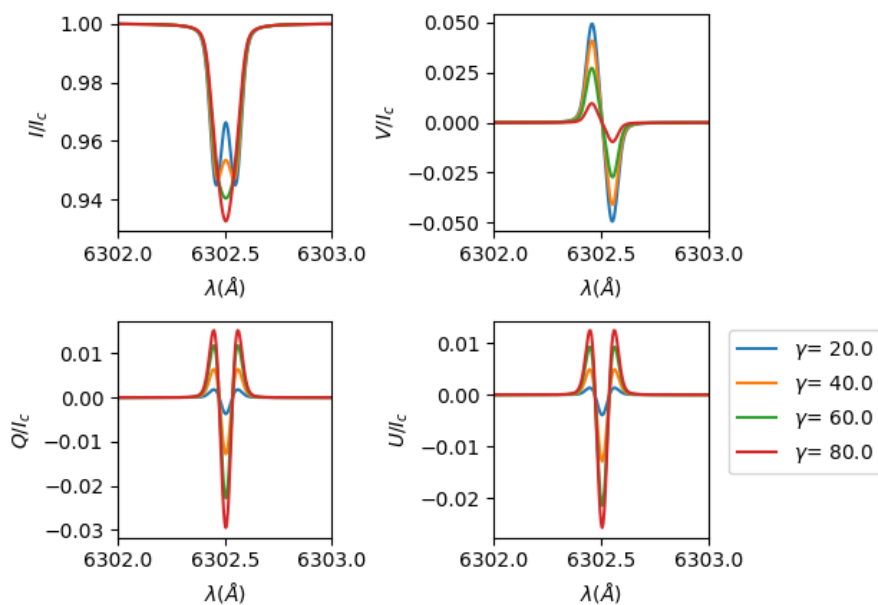
En caso con  $B = 700$  G podríamos considerarlo el límite entre el régimen débil y fuerte, ya que a partir de este valor empezamos a distinguir las componentes de Zeeman, y en los perfiles de  $Q$ ,  $U$  y  $V$  los picos empiezan a separarse en vez de aumentar su tamaño<sup>6</sup>.

## 6.6. Variación del parámetro $\gamma$

Este parámetro es el parámetro de la inclinación con respecto a la línea de visión, por lo que lo llamaremos 'inclinación' a partir de ahora, ya que, dependiendo de la bibliografía que se consulte, el nombre cambia, aunque el significado físico es el mismo: es el ángulo formado entre el vector de campo magnético y la línea de visión:

<sup>6</sup>De hecho, dependiendo del régimen que tengamos en el Sol de la zona que deseamos medir, deberemos medir o bien el tamaño de los picos, o bien su separación.

### Variación del parámetro $\gamma$

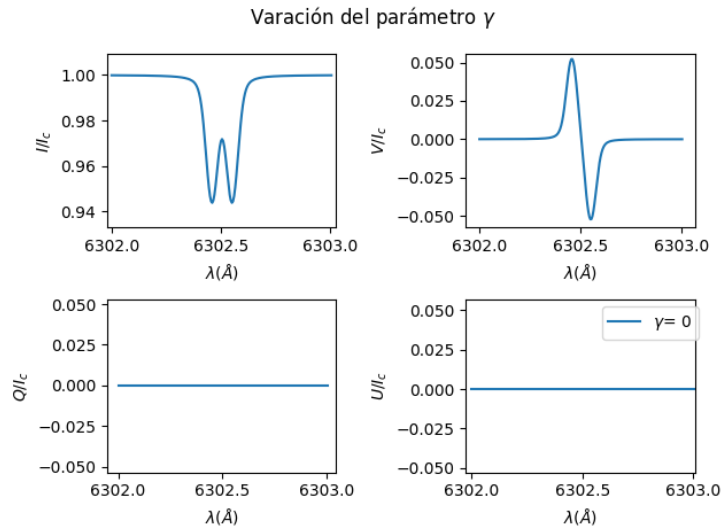


Primero, hemos escogido valores entre 20 y 80 grados para ver la tendencia que tiene el campo magnético en estos casos.

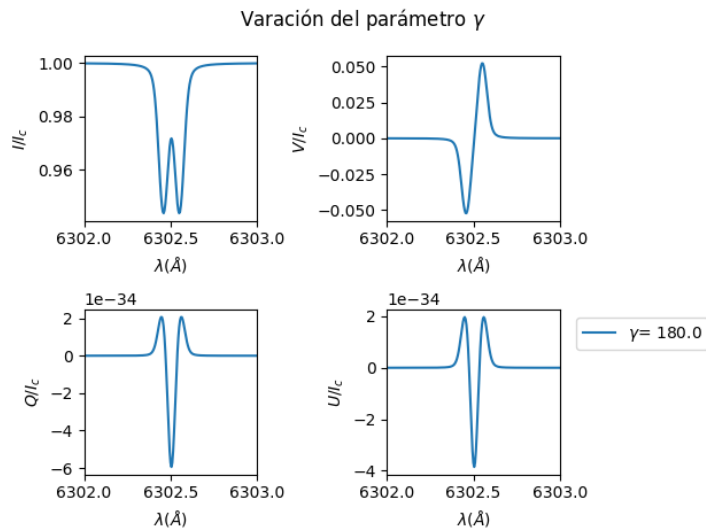
A primera vista, vemos que, a medida que aumenta la inclinación (esto es, vemos B cada vez más inclinado), vamos 'perdiendo' polarización circular, y 'ganando' polarización lineal, que es el efecto que tenía que ocurrir.

Dicho de otra forma: cuando B apunta hacia nosotros, la luz que recibimos debe estar polarizada circularmente, mientras que si el ángulo entre nosotros y la dirección del campo magnético formase  $90^\circ$  o  $270^\circ$  estaríamos viendo la polarización circular 'de lado', lo que significa que aparece como polarización lineal.

Podemos comprobar esto dibujando un par de gráficas auxiliares, empezando con aquella cuya inclinación es  $0^\circ$ :

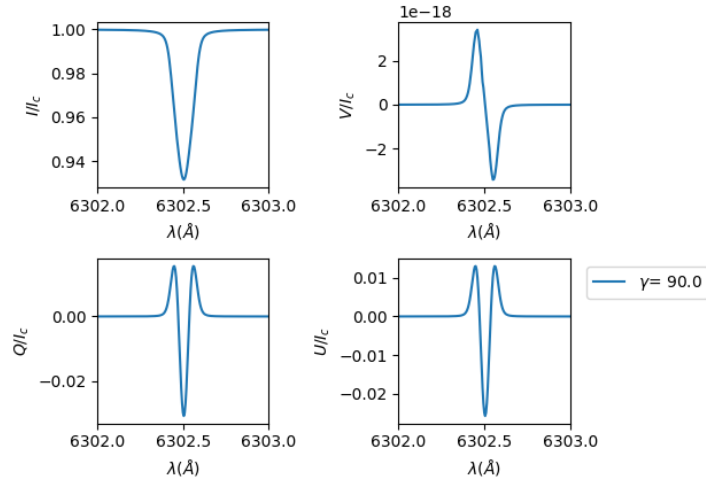


Tal y como esperábamos, la única polarización que vemos es la polarización circular. Veamos qué ocurre en el otro caso:

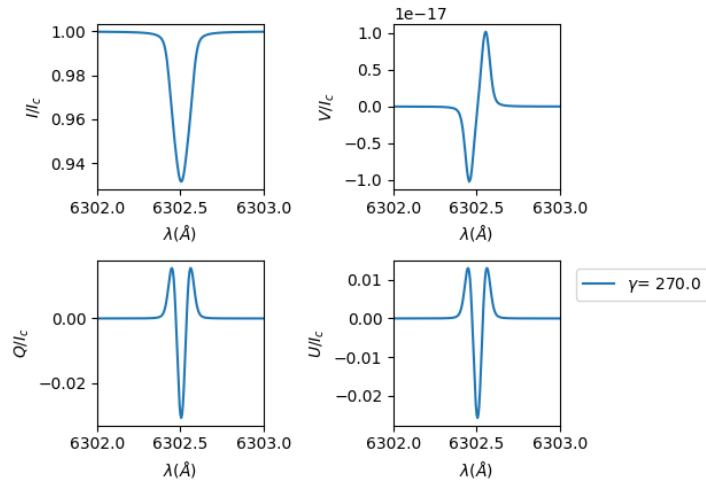


En esta gráfica, también apreciamos polarización circular (teniendo en cuenta que los valores de Q y U son del orden de cero, dentro de la precisión numérica de nuestro programa de python), pero girando en la dirección opuesta (pues el perfil V es justo al revés: donde antes había un máximo, ahora se encuentra un mínimo, y viceversa), confirmando lo que decíamos anteriormente. ¿Qué ocurre para 90 y 270°?

Varación del parámetro  $\gamma$



Varación del parámetro  $\gamma$

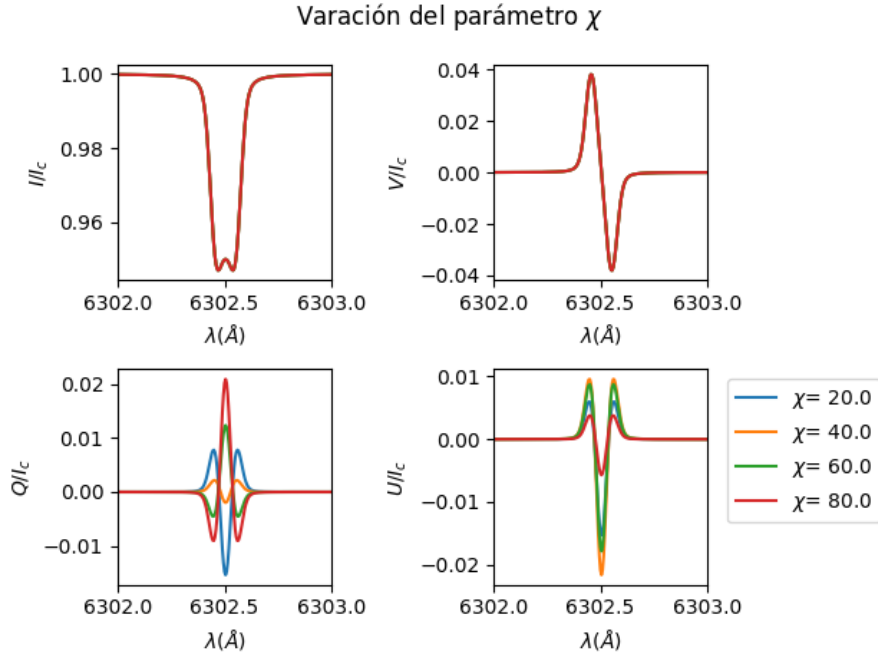


Tal y como habíamos predicho, la curva V es despreciable (escala  $10^{-18}$ ), mientras que en ambos casos, los perfiles Q y U son exactamente iguales (y esto ocurre porque la polarización lineal no tiene un sentido preferente ya que el campo magnético oscila con el tiempo).

## 6.7. Variación del parámetro $\chi$

Tal y como se dijo antes, ahora variaremos el azimut, que en este trabajo se ha llamado  $\chi$ , aunque, dependiendo de la bibliografía, los nombres cambian, por lo que se debe de tener cuidado.

Las líneas que obtenemos para los casos intermedios son las siguientes:



Los valores escogidos han sido  $20^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $80^\circ$ , de forma que los perfiles presentan simetría pasados los  $45^\circ$ : las líneas por debajo y por encima de ese ángulo son simétricas respecto el eje de abscisas.

Revisando las ecuaciones, comprobamos que en todas ellas la inclinación está multiplicada por un factor 2, explicando así esta simetría.

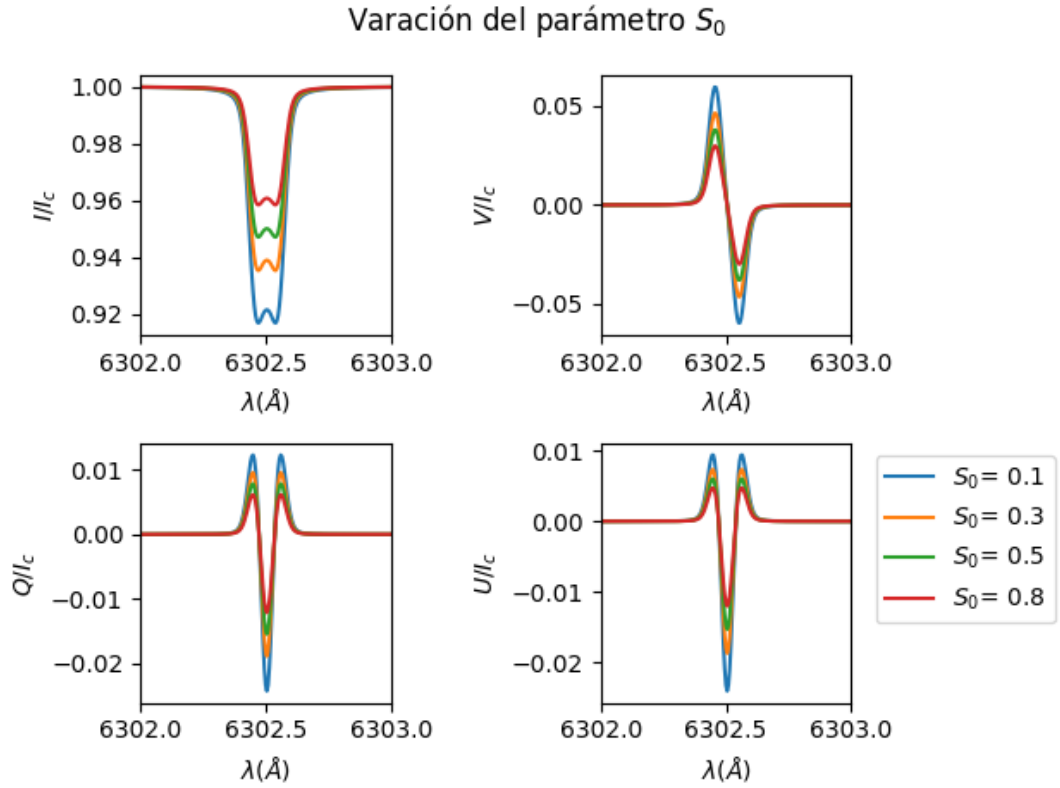
Físicamente, tenemos que tener en cuenta que los efectos que se produzcan en media circunferencia, van a repetirse exactamente igual al otro lado (pues tenemos simetría) de ahí que aparezca ese 2 en las ecuaciones.

Por otro lado, el comportamiento que observamos según nos acercamos a  $45^\circ$  de azimut es que desaparece la polarización lineal a  $0^\circ$  (perfil Q), mientras que la polarización lineal a  $45^\circ$  aumenta (perfil U), que era de esperar.

Además, comprobamos que, independiente del azimut, las líneas de I y de V son las mismas para todos los casos (en un ejemplo posterior, veremos si esto se sigue cumpliendo si cambiamos la inclinación del campo magnético).

## 6.8. Variación del parámetro $S_0$

Ahora variaremos  $S_0$ , cuyo resultado fue el siguiente:



Al haber usado la aproximación M-E, la función fuente es una función lineal (con dos parámetros libres,  $S_0$  y  $S_1$ ).

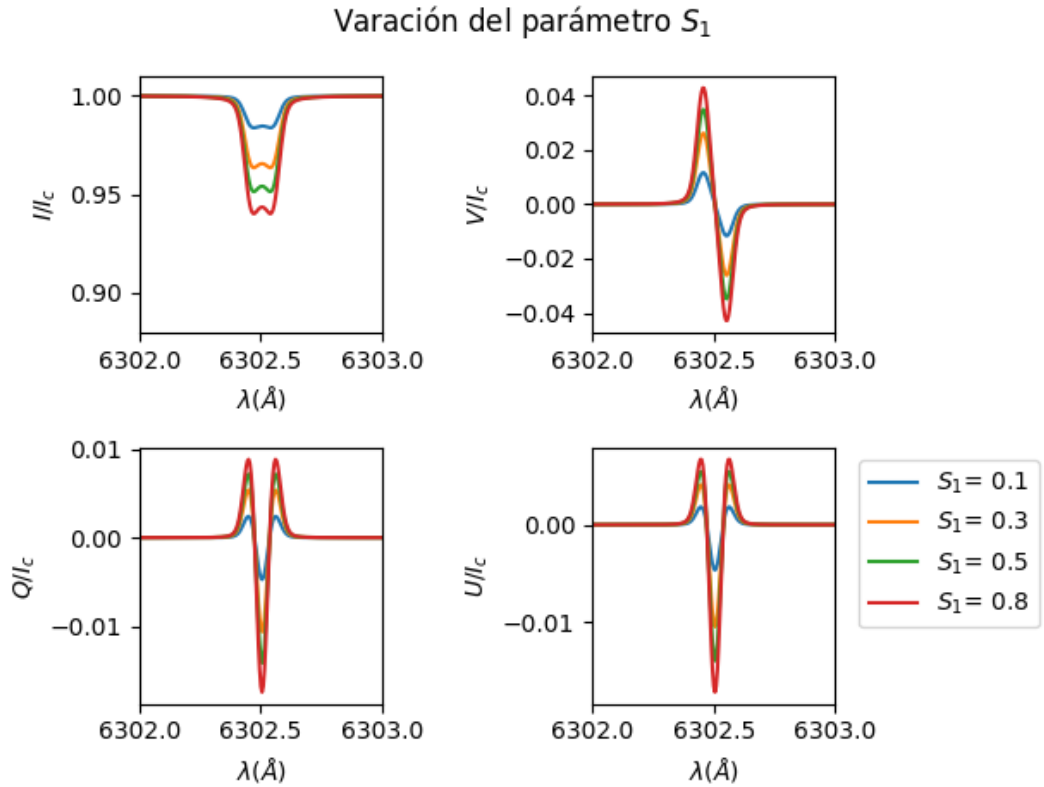
Analizando las ecuaciones de Unno-Rachkovsky podemos observar que este parámetro que estamos variando aparece sumando, de ahí que a mayor  $S_0$ , estemos más cerca del 1 en Intensidad relativa.

Sin embargo, la forma que tienen los perfiles se mantiene para todos los valores que hemos probado, lo que era de esperar.

Cuando veamos las conclusiones, este parámetro será muy importante y deberemos modificarlo, ya que nos está marcando la intensidad del continuo (que, por ejemplo, para la umbra es muy pequeña, mientras que para el Sol en calma debe de promediar la unidad).

### 6.9. Variación del parámetro $S_1$

De los nueve parámetros solo quedar por variar este:



Este parámetro aparece como un factor multiplicativo en nuestras ecuaciones:  $S_1$  representa la pendiente de la función fuente frente a la profundidad óptica, que está relacionado con el gradiente de temperatura, por lo que su efecto es evidente: a mayor  $S_1$ , tendremos líneas espectrales más profundas en I. Cuando observamos en la longitud de onda del mínimo (es decir, en la parte más alta de la atmósfera), estaremos teniendo una cierta temperatura, que será menor cuanto más grande sea el gradiente (de hecho, si  $S_1$  fuera cero, entonces toda la atmósfera tendría la misma temperatura, y no habría línea).

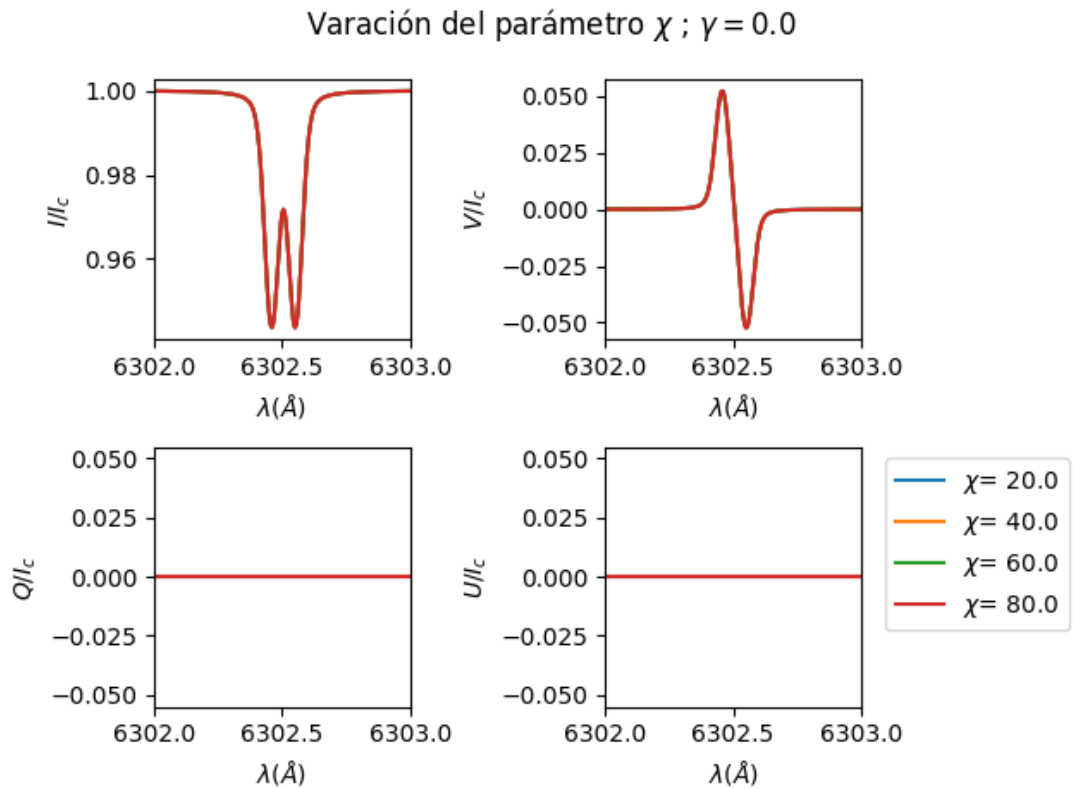


### 6.10. Variación de los parámetros $\gamma$ y $\chi$ simultáneamente

Inicialmente, el parámetro de la inclinación era de  $45^\circ$ , que es el valor con el que sacamos todos los cálculos anteriores.

Sin embargo, cuando estudiamos el parámetro  $\chi$  nos dimos cuenta de que los perfiles I y Q no cambiaron en absoluto, así que comprobaremos si para otras inclinaciones (y variando el azimut) estos perfiles empiezan a cambiar o no.

Empezamos poniendo la inclinación a  $0^\circ$  grados:

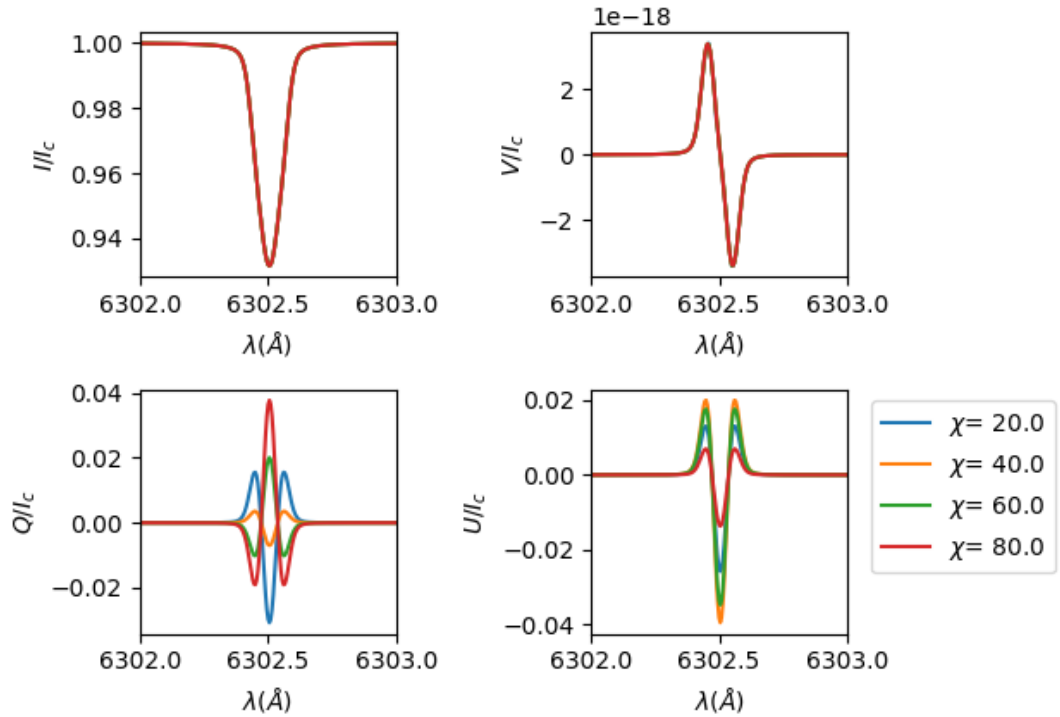


En la que comprobamos que ahora ningún perfil está variando.

El resultado, en realidad, era de esperar: dijimos que cuando la inclinación son  $0^\circ$ , entonces la luz que nos llega estará circularmente polarizada. Entonces, da igual cuál sea el azimut, pues la luz va a seguir llegando con polarización circular igualmente.

Para la inclinación a  $90^\circ$  tenemos que:

### Variación del parámetro $\chi$ ; $\gamma = 90.0$



Podemos observar variar cosas:

La primera de ellas es que estamos recuperando resultados que ya obtuvimos cuando variábamos la inclinación, pues el perfil V es prácticamente despreciable (comparándola con los valores de los otros perfiles).

La segunda cosa que podemos observar es que presentan el mismo comportamiento que cuando la inclinación era de  $45^\circ$ , simplemente que los valores hasta los que llegan son diferentes (anteriormente, el pico estaba cerca de 0.01 en U, mientras que ahora alcanza el valor de 0.2). De todos modos, esta variación del valor es debida al cambio en la inclinación, no al cambio en el azimut.

En otras palabras, independientemente del valor de azimut, I y V se mantienen exactamente igual, mientras que Q y U presentan el mismo tipo de curva: el único cambio que se produce es en el valor máximo que alcanzan los perfiles mencionados anteriormente, y que se debe al cambio de inclinación, no de azimut.

Entonces, como conclusión, para los perfiles I y V no tenemos que preocuparnos del azimut, ya que no produce ningún cambio en ellos.

También hay que decir que no representamos el resto de casos por ser análogos a los dos extremos que acabamos mencionar: para una inclinación de  $180^\circ$ , por ejemplo, tendríamos el mismo tipo de comportamiento que para una inclinación de  $0^\circ$ : solo cambiaría  $V$  (porque ha cambiado de sentido el giro de la luz que nos llega), pero como el azimut sigue apuntando en la misma dirección (ya que es un parámetro independiente de la inclinación), entonces las líneas espectrales son idénticas a las que ya teníamos.

## 7. Conclusiones

### Resumen

The code is working and giving us correct values, but can it replicate real results directly taken from the Sun? We answer this question using Hinode's data and the information we have learnt in the section above.

En este Trabajo de Fin de Grado se ha diseñado y escrito un código de síntesis espectropolarimétrica bajo la aproximación Milne-Eddington, que nos permite sintetizar cualquier línea espectral (y sus cuatro parámetros de Stokes), simplemente conociendo los números cuánticos de los niveles superior e inferior de la transición correspondiente.

El programa solicita la longitud de onda de la línea,  $\lambda_0$ , los números cuánticos de los niveles implicados en la transición y 9 parámetros libres: el que define la intensidad de la línea,  $\eta_0$ , los 2 que definen la función fuente en su aproximación lineal ( $S_0, S_1$ ); los 3 que definen el campo magnético ( $B, \gamma, \chi$ ), los 2 parámetros que se necesitan para calcular el ensanchamiento de la línea (el damping,  $a$  y la anchura Doppler,  $\Delta\lambda_D$ ) y, por último, el que introduce la velocidad del material,  $v_{LOS}$ .

Por otro lado, este programa puede usarse como base (la parte de síntesis) para un programa de inversión Milne-Eddington. Este tipo de programas son tan robustos, fiables y rápidos que se usan de forma sistemática para analizar los datos de las misiones espaciales como Solar Orbiter (que lleva este programa instalado en una FPGA para enviar a Tierra sólo los 9 mapas del Sol correspondientes a los 9 parámetros libres, en vez de los cubos conteniendo los espectros y sus 4 parámetros de Stokes) (Cobos Carrascosa et al., 2016).

Este mismo programa es la base del código de inversión usado para la invertir los datos del satélite SDO de la NASA (Borrero et al., 2007).

Para comprobarlo <sup>7</sup>, hemos variado todos sus parámetros, y hemos verificado que el resultado que obtenemos tiene sentido físico y matemático.

La parte matemática es la más fácil de comprobar, ya que tenemos las ecuaciones desarrolladas en los diferentes apartados teóricos, y solo tenemos que pensar en qué ocurre cuando un parámetro aumenta o disminuye.

Es por esto por lo que discutir si físicamente los resultados son válidos o no ha

---

<sup>7</sup>otros usos prácticos podremos encontrarlos en: *Applicability of Milne-Eddington inversions to high spatial resolution observations of the quiet Sun* (Orozco et al., 2010)

sido la parte más complicada del análisis, que se encuentra realizada en cada uno de los subapartados (no se ha hecho la conclusión de cada apartado aquí porque, de esta forma, se saben las conclusiones inmediatamente después de haber visualizado los resultados).

Para concluir que realmente los resultados que estamos obteniendo coinciden con los que veríamos en el Sol, deberemos hacer una comprobación con los datos que tenemos del mismo.

### 7.1. Comparación del programa de síntesis con los datos de Hinode

Lo primero de todo, vamos a hablar de Hinode:

Hinode es una misión internacional para estudiar el campo magnético del sol, y entender las causas de las erupciones solares, el viento solar, y los mecanismos que se esconden detrás de estos fenómenos. Se lanzó en Kagoshima, Japón, en septiembre de 2003, y es liderada por JAXA, aunque también colaboran otras agencias espaciales, como la Europea (NASA, s. f.).

Los datos que usaremos se toman con el espectropolarímetro SP (naturalmente, a bordo de Hinode), y se tratan de cubos con dimensiones 488x488x112, que fueron reducidos a estas dimensiones por Ruiz Cobo y Asensio Ramos, (2013), donde 112 son todas las longitudes de onda posibles, y 488 son los píxeles que tenemos disponibles. Por otro lado, las longitudes de onda de Hinode van desde 6300.8862 Å hasta 6303.2681 Å (con 112 puntos dentro del intervalo), y nos centraremos en la línea del Fe I en 6302.4936 Å.

Para esta parte, se ha creado otro programa, cuya función es dibujar un mapa por cada parámetro de Stokes en el que sea vea una imagen del Sol, y también una gráfica para cada curva. De esta forma podremos sacar conclusiones mirando las imágenes que proporciona el programa, y con los perfiles experimentales podremos comprobar qué tal se ajustan nuestros datos con la aproximación realizada.

Para ello, tomaremos tres puntos diferentes: uno en la umbra, otro en la penumbra y un último en el Sol en calma.

Primero enseñaremos el mapa de I para la longitud de onda 0, que corresponde a 6300.886 Å:

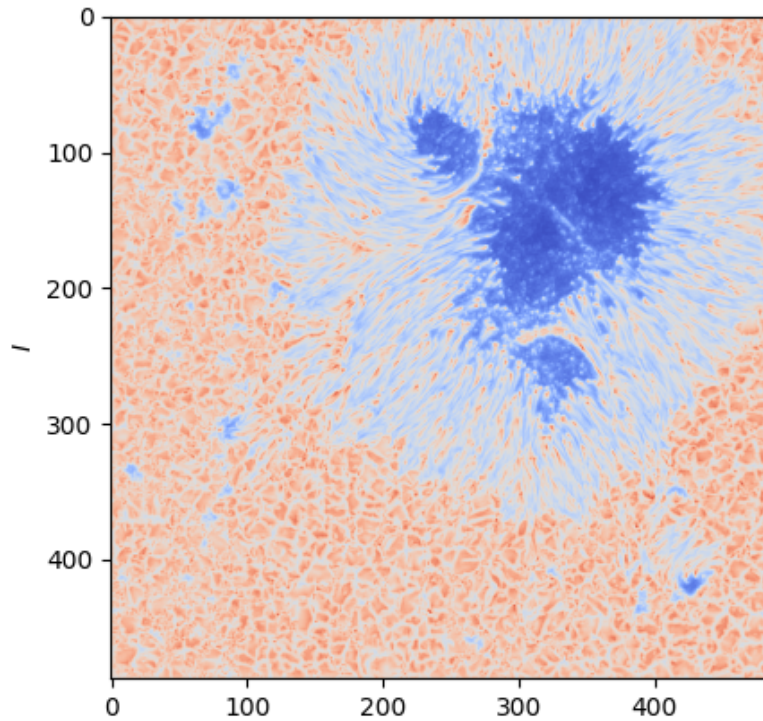


Figura 5: Imagen de Hinode para la longitud de onda del continuo a  $6301 \text{ \AA}$

Donde distinguimos 3 zonas: la umbra (que es la parte que aparece de color más oscuro, porque es la parte de menor temperatura), la penumbra (que se encuentra alrededor de la umbra, y que vemos filamentada) y el Sol en Calma, donde podemos distinguir la granulación (vemos unos puntitos rojos más allá de la penumbra, que son material caliente, están rodeados de zonas más oscuras, que son el material más frío y se representa de color azul claro, formando así la granulación).

Mostraremos ahora (ver Figura 6) los cuatro mapas simultáneamente, en los que se verá mucho mejor el contraste entre las zonas, debido al campo magnético que posee cada zona:

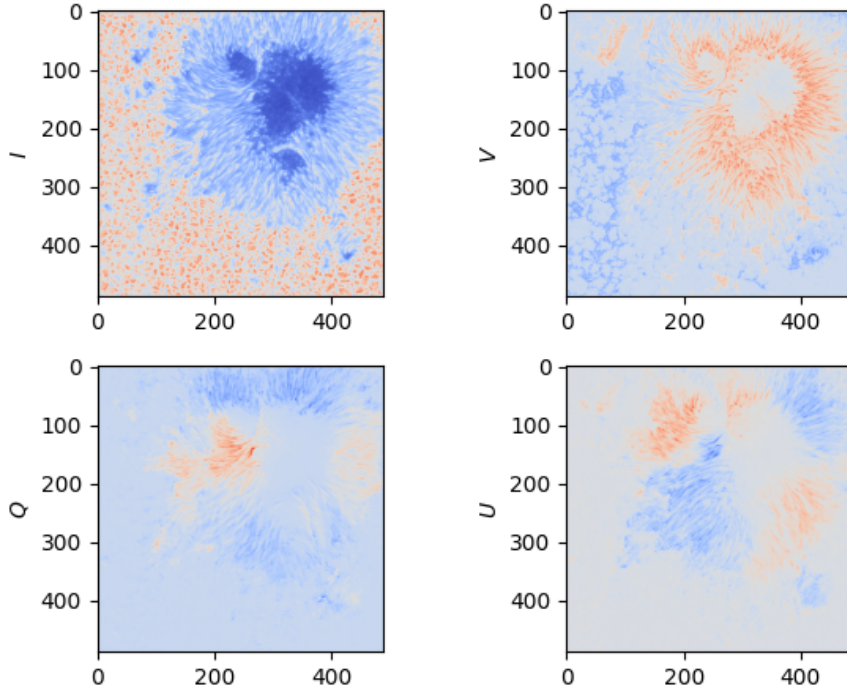


Figura 6: Imagen de Hinode para  $\lambda = 6302.6031 \text{ \AA}$

En esta figura, en el panel de Stokes V, el color rojo indica que es campo saliente, mientras que el azul indica que es campo entrante, pudiendo distinguir ahora cada zona perfectamente.

Dicho esto, tomaremos un píxel de la umbra, por ejemplo, el píxel  $x = 120$ ,  $y = 370$ ; para la penumbra tomaremos el punto  $x = 200$ ,  $y = 250$ , y para el Sol en calma tomaremos  $x = 430$ ,  $y = 80$ .<sup>8</sup>

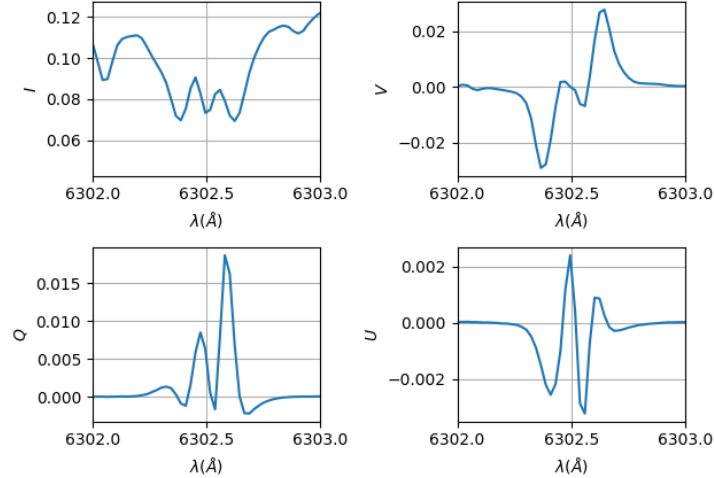
A la hora de comparar con nuestros perfiles teóricos, tenemos que tener en cuenta que en nuestra aproximación los perfiles son simétricos, pero no será así en el Sol, como vamos a comprobar a continuación:

### 7.1.1. Comparación con un punto en la umbra

Las líneas espectrales que tenemos para la umbra son las siguientes:

<sup>8</sup>Hay que tener en cuenta que la primera coordenada se refiere al eje vertical y la segunda al horizontal: se hace así porque python dibuja de esta forma los gráficos: no debe confundirse con los ejes cartesianos a los que estamos acostumbrados.

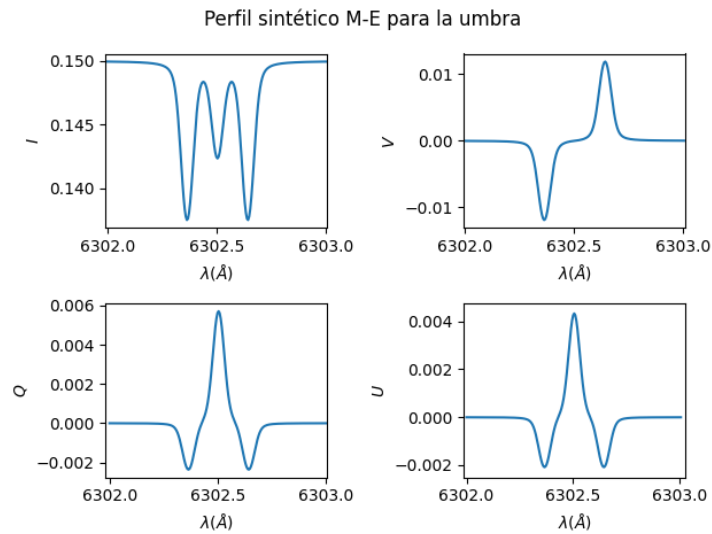
Perfiles de Stokes para  $\lambda_0 = 6302.5$



Los espectros, o perfiles de Stokes de esta figura son los observados en el píxel  $x = 120$ ,  $y = 370$  (usando la notación vista anteriormente). A primera vista nos damos cuenta de que obtener los parámetros con nuestro código va a ser muy complicado (entre otras cosas, porque los perfiles no son simétricos, y los perfiles presentan mucho ruido). Para hacer un estudio cuantitativo y obtener los 9 parámetros óptimos para los datos de Hinode habría que realizar un código de inversión M-E, de forma que el programa cambiase automáticamente el valor de los parámetros, y comparase con los datos reales, hasta dar con los óptimos. Esto queda fuera del alcance de un TFG, por lo que aquí se hará un estudio cualitativo:

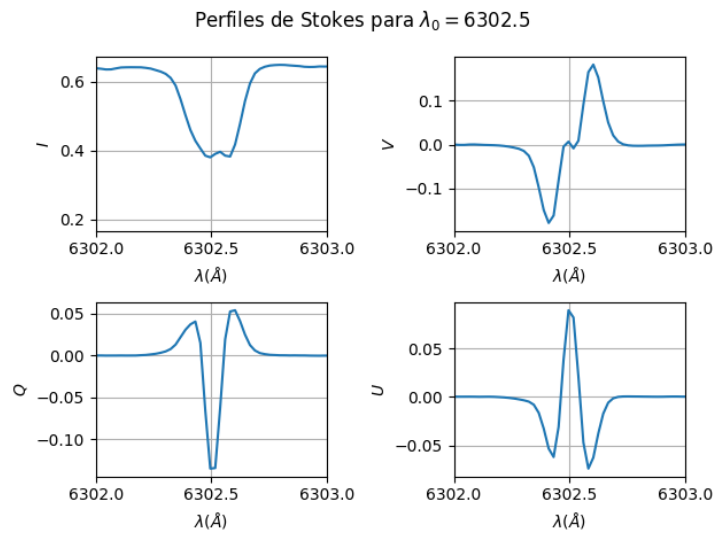
Para I, distinguimos tres picos en torno a la longitud de onda central (lo que implica que la intensidad del campo magnético es mayor que la anchura Doppler). Podemos corroborar entonces que estamos en régimen de campos fuertes porque los picos del perfil V se encuentran lejos los unos de los otros (además, se trata de un campo magnético entrante por la forma del perfil). Vamos a crear un perfil sintético con  $B = 3000$  G,  $\gamma = 140^\circ$ ,  $\chi = 110^\circ$ ,  $S_0 = 0,05$   $S_1 = 0,1$ ,  $eta_0 = 0,5$  y el resto se han mantenido iguales<sup>9</sup>, que nos da:

<sup>9</sup>Los valores fijos aparecen en el apéndice, al final del programa de síntesis.



### 7.1.2. Comparación con un punto de la penumbra

Los datos de Hinode, para el píxel elegido ( $x = 200$ ,  $y = 250$ ), proporcionan el siguiente resultado:

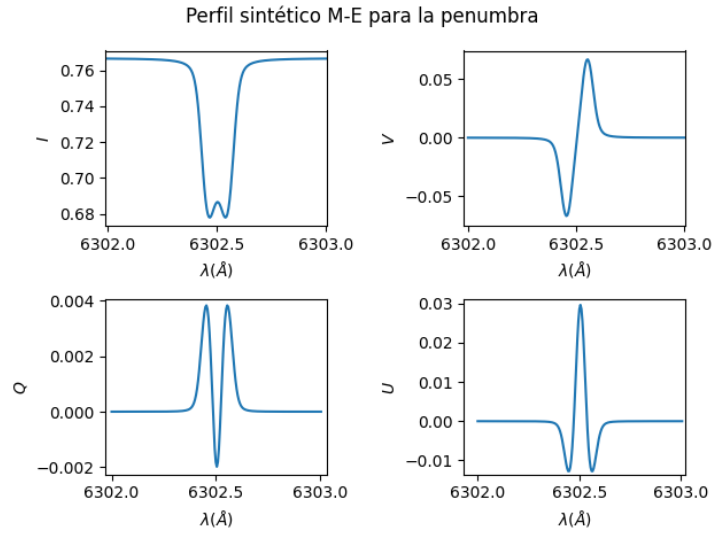


Al estar en la penumbra, el campo magnético no es tan fuerte, porque no podemos distinguir las componentes Zeeman, y todavía es entrante (por la forma de la curva V).

Los parámetros diferentes son la intensidad del campo magnético que supondre-



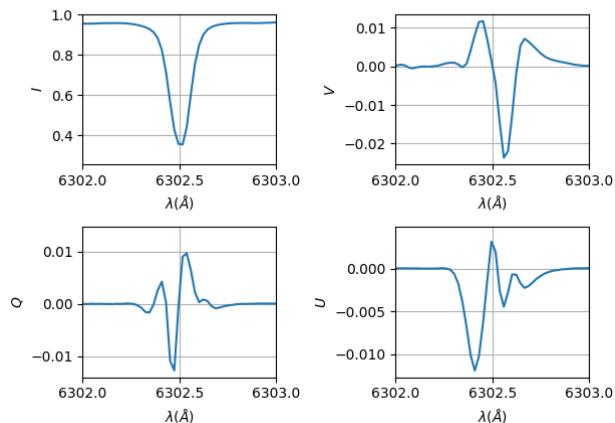
mos que es  $B = 1000$  G (está en régimen de campo fuerte, pero muy cerca del límite entre el débil y el fuerte); la inclinación (ya que el perfil Q ahora es diferente), suponiendo que  $\chi = 150^\circ$ ; también cambiaremos  $S_0 = 0,17$  y  $S_1 = 0,6$  (para bajar la intensidad del continuo). Si lo dibujamos, quedaría de la siguiente forma:



### 7.1.3. Comparación con un punto del Sol en Calma

En esta zona, los perfiles de Stokes observados tienen esta forma:

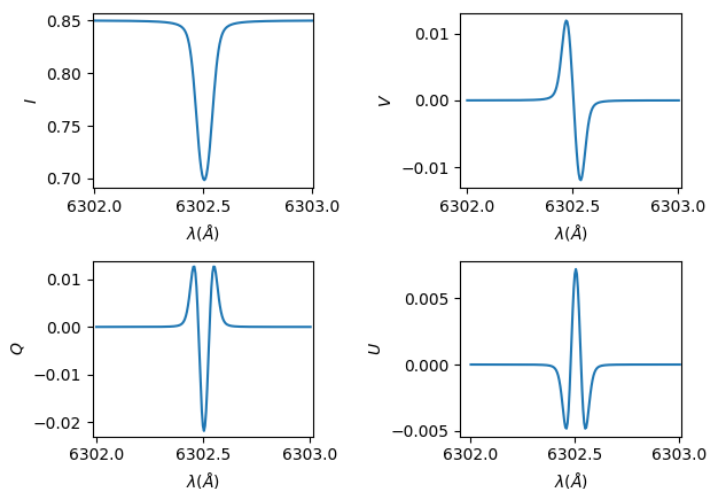
Perfiles de Stokes para  $\lambda_0 = 6302.5$



En estos perfiles hay varias cosas que podemos destacar: la primera de ellas, es que no distinguimos las componentes Zeeman en el perfil de I, como en el apartado anterior: esto se debe a que en el Sol en Calma, no debe de haber campo magnético muy intenso. Por otro lado, tampoco vemos que haya una señal de polarización intensa, pues estamos ante perfiles de V, Q y U que nuestro programa no puede reproducir porque están dominadas por el ruido (y, por supuesto, por ser asimétricas e irregulares).

Si hiciéramos unos perfiles sintéticos, tendrían la siguiente forma:

Perfil sintético M-E para el Sol en calma



Que tiene una diferencia significativa con respecto a los anteriores: el campo

magnético ahora es saliente <sup>10</sup> (y su intensidad mucho menor, evidentemente). Los valores que hemos puesto para esta síntesis son:  $B = 500$  G,  $S_0 = 0.25$ ,  $S_1 = 0.6$ ,  $\gamma = 80^\circ$ ,  $\chi = 170^\circ$ .

Esto nos lleva a la conclusión de que, aunque nuestro programa sintetice las líneas espectrales y de buenos resultados cualitativos, para los campos débiles, complejos y fuertemente asimétricos del Sol en Calma está muy lejos de la realidad: esto quiere decir que suponer que la matriz de absorción es una constante no es acertado, y habría que usar, por tanto, modelos más complejos, donde se introduzcan otros parámetros (por ejemplo, estos modelos deberían incluir una velocidad del material variable, ya que los perfiles que nos muestra Hinode no son simétricos: solo con esto, podríamos obtener resultados mucho más cercanos que con la aproximación de M-E).

También, para las zonas de umbra y de penumbra, podemos suponer que la inclinación del campo magnético se encuentra en el segundo cuadrante (pues necesitamos que sea un campo entrante hacia el sol, o sea, que se aleja de nosotros. No tomamos el tercer cuadrante porque la inclinación solo varía entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$ ), y que el azimut (multiplicada por 2)<sup>11</sup> se encuentra entre el segundo y el cuarto cuadrante. No podemos concretar más pues, para ello, necesitaríamos un programa de inversión de líneas espectrales, como hemos dicho anteriormente.

## 8. Problemas surgidos a lo largo del desarrollo

### Resumen

During this project, there has been many problems. In this part, we will see each of them and how they can be solved.

Lo primero que tenemos que destacar es que, para llegar al programa y poder dibujar los perfiles, se ha tenido que adquirir una base teórica.

La teoría que se desarrolla en este trabajo no se estudia con profundidad durante la carrera, por lo que se ha requerido de fuentes externas para poder realizar el programa de síntesis: la información que viene en los libros de espectropolarimetría está un poco por encima del nivel de un estudiante. Para poder desarrollar la base teórica sin problema, se han tenido diversas tutorías para aclarar y enseñar conceptos, además de la recomendación de bibliografía más básica.

En el programa también han surgido un par de dificultades, que se han resuelto de la siguiente manera:

La primera de ellas, fue el cálculo de las funciones de Voigt y de Faraday-Voigt. Numpy cuenta con una librería para dibujar la función de Voigt exclusivamente, por ello, se tradujo de un código de fortran que calcula una aproximación mediante un desarrollo polinómico a ambas funciones (en realidad se trata de

---

<sup>10</sup>dependiendo de la zona del gránulo, hubiéramos tenido un campo magnético entrante o saliente.

<sup>11</sup>Recordemos que en nuestras ecuaciones, el parámetro de la azimut aparece siempre como  $2\chi$

un polinomio en números complejos, cuya parte real es la función de Voigt y la imaginaria la de Faraday-Voigt), en la que se realiza una aproximación de las mismas (Hui, Armstrong and Wray ,1977).

Para escribir el resto del código, se ha seguido la bibliografía, aunque traducir las fórmulas (teniendo en cuenta las reglas de selección que van implícitas dentro de  $\phi_{r,b,p}$  y  $\psi_{r,b,p}$  ) ha supuesto un mayor reto. Al final, para esta parte, no solo se consiguió un código que reproduce los mismos resultados que los programas de síntesis verificados, sino que su tiempo de ejecución es algo menor que el que usé para comparar (Trelles Arjona, 2018).

El resto del código no fue difícil, ya que simplemente había que introducir las ecuaciones de Unno-Rachkovsky tal y como las hemos descrito en la parte teórica, y después crear un bucle para realizar las gráficas variando los parámetros. Para que esta última parte fuera más sencilla, se ha creado una función, de forma que se le pasan ciertos parámetros que se pueden modificar fácilmente mediante un bucle, y cuya salida del programa son los perfiles I, Q, U, V deseados. El objetivo de hacerlo una función es que pueda ser fácilmente llamado por otro programa, ya que los programas de síntesis Milne-Eddington son la base de otros mucho más complejos, como hemos visto en el apartado de las conclusiones.

## 9. Agradecimientos

### Resumen

In this section I would like to thank you for all the help I have received in all these months.

Quería darle las gracias a:

A toda mi familia, y en concreto, a mis padres Pepe y Cristina por haber creído siempre en mí y haberme dejado perseguir mis sueños desde que tengo memoria, y a mi prima Laura por echarme una mano con el inglés, aunque mis errores nos llevaran toda la tarde corregirlos.

También a mis amigas Miri, Clau, Maite y Mónica por tenerme tanta paciencia: sois mi inspiración para seguir hacia adelante.

Y, por supuesto, quería darle las gracias especialmente a mi tutor de TFG, Basilio Ruiz Cobo, por esas clases de Astro en tercero que me gustaron tanto, por todo el tiempo que me has dedicado desde el primer día que acordamos hacer este trabajo, por esas clases exprés tan divertidas sobre radiación, por enseñarme tantas cosas sobre espectropolarimetría, ¡y por aquellas que no tenían nada que ver también!: Gracias, de corazón, por todo.

## 10. Bibliografía

### Referencias

- [1] Stix, M. (2012). *The Sun: An Introduction* (2nd 2002. Softcover Reprint of the Original 2nd 2002 ed.). Springer.
- [2] National Weather Service. (s. f.). Hello Solar Cycle 25. NATIONAL OCEANIC AND ATMOSPHERIC ADMINISTRATION. Recuperado 25 de junio de 2022, de <https://www.weather.gov/news/201509-solar-cycle>
- [3] Sunspots and Solar Flares — NASA Space Place – NASA Science for Kids. (s. f.). NASA Science. Recuperado 25 de junio de 2022, de <https://spaceplace.nasa.gov/solar-activity/en/>
- [4] What Is the Solar Cycle? — NASA Space Place – NASA Science for Kids. (s. f.). NASA Science. Recuperado 25 de junio de 2022, de <https://spaceplace.nasa.gov/solar-cycles/en/>
- [5] NATURE'S THIRD CYCLE. A STORY OF SUNSPOTS, Arnab Rai Choudhuri. Oxford University Press, Oxford, 2015.
- [6] D.F. Gray, (2005). *The Observation and Analysis of Stellar Photospheres*. Cambridge University Press.
- [7] Borrero, J. M., Tomczyk, S., Norton, A., Darnell, T., Schou, J., Scherrer, P., ... & Liu, Y. (2007). Magnetic field vector retrieval with the helioseismic and magnetic imager. *Solar Physics*, 240(1), 177-196.
- [8] Carrascosa, J. C., del Moral, B. A., Mas, J. R., Balaguer, M., Jiménez, A. L., & del Toro Iniesta, J. C. (2016, July). The RTE inversion on FPGA aboard the solar orbiter PHI instrument. In *Software and Cyberinfrastructure for Astronomy IV* (Vol. 9913, pp. 1438-1452). SPIE.
- [9] Suárez, D. O., Rubio, L. B., Vögler, A., & Del Toro Iniesta, J. C. (2010). Applicability of Milne-Eddington inversions to high spatial resolution observations of the quiet Sun. *Astronomy & Astrophysics*, 518, A2.
- [10] NASA. (s. f.). Hinode: Mission to the Sun. Recuperado 25 de junio de 2022, de [https://www.nasa.gov/mission\\_pages/hinode/mission.html](https://www.nasa.gov/mission_pages/hinode/mission.html)
- [11] Orozco Suárez, D. (2008). Diffraction-limited spectropolarimetry of quiet-Sun magnetic fields.
- [12] Ruiz Cobo, B.,; Asensio Ramos, A. *Astronomy & Astrophysics*, 2013, 549, 4.
- [13] J.C Trelles Arjona (2018) TFM, ULL.

- [14] Arizaga Silva, J., Pacheco, J., Calzada, C., Miranda, M., & Manzanilla, F. (2010). caracterización de temperatura y mecanismos de transferencia de calor de un sistema óptico para el aprovechamiento efecto foto térmico de la radiación solar en calor, para optimizar eficiencia de una estufa solar.. CIINDET 2010 ISBN:978-607-95255-2-1, 1.
- [15] H. Hathaway, D. (2017, 23 marzo). NASA/Marshall Solar Physics. Solar Cycle Prediction, de <https://solarscience.msfc.nasa.gov/predict.shtml>
- [16] Schreier, F. (1992). The Voigt and complex error function: A comparison of computational methods. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 48(5), 743–762. doi:10.1016/0022-4073(92)90139-U

## 11. Apéndice

### Resumen

In this appendix we will see the two codes used in this project: the M-E shyntesis program, and the Hinode's data representation.

### 11.1. Código de los programas utilizados

En total hemos usado 2 programas: uno de ellos es el que sintetiza las líneas y nos ha ayudado a comparar las líneas variando los diferentes parámetros libres, y el otro es un lector para los datos de Hinode, que nos muestra un mapa del Sol en cada uno de los parámetros de Stokes, y también sus respectivos perfiles de Stokes (para cada píxel).

#### 11.1.1. Programa de síntesis

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def letra(N):
    """Cambia la letra del nivel por el número cuántico que
    le corresponde. N debe ser una letra MAYÚSCULA
    """
    letras = ["S","P","D","E","F","G","H","I"]
    coincidencia = False
    valor = 0
    for i in range(len(letras)):
        if coincidencia == False:
            if N == letras[i]:
                coincidencia = True
                valor = i
    return valor

def Voigts(damp, dop_fre):
    a=np.array([122.607931777104326, 214.382388694706425,
    181.928533092181549,93.155580458138441,
    30.180142196210589,5.912626209773153,
    0.564189583562615])
    b=np.array([122.60793177387535, 352.730625110963558,
    457.334478783897737,348.703917719495792,
    170.354001821091472, 53.992906912940207,
    10.479857114260399,1.])
    z= list(range(len(dop_fre)))
    z_2= list(range(len(dop_fre)))

    for i in range(len(dop_fre)):
```

```

        z[i]= complex(damp, -abs(dop_fre[i]))
        z_2[i]= ((((((a[6]*z[i]+a[5])*z[i]+a[4])*z[i]+a[3])*
        z[i]+a[2])*z[i]+a[1])*z[i]+a[0])/
        ((((((z[i]
        +b[6])*z[i]+b[5])*z[i]+b[4])*z[i]+b[3])*
        z[i]+b[2])*z[i]+b[1])*z[i]+b[0]))

z_2= np.array(z_2)
#Voigt
h=z_2.real

#Faraday-Voigt
f=np.sign(dop_fre)*0.5*z_2.imag
return [h, f]

def G(lista):
    """Calcula el factor de Lande dada una lista con [S,L,J]"""
    S = lista[0]
    L = lista[1]
    J = lista[2]
    if J != 0:
        return 3/2 + (S*(S+1)-L*(L+1))/(2*J*(J+1))
    else:
        return 0

def ME(ctes,iniciales,param):
    "parte de las constantes (1)"
    c = ctes[0]
    e = ctes[1]

    "Parte de los datos iniciales (2)"
    transicion = iniciales[0]
    landa_0 = iniciales[1]
    m = iniciales[2]

    "Parte de los parametros (3) "
    eta_0 = param[0]
    v_LOS = param[1]
    delta_D = param[2]
    a = param[3]
    B = param[4]
    gamma = param[5]
    xi = param[6]
    S0 = param[7]
    S1 = param[8]

```



```

"Creación del resto de datos (4)"
wavelen = np.arange(landa_0 - 0.5, landa_0 + 0.505, 0.005)
v = (wavelen - landa_0)/delta_D

"Datos de la linea que nos interesa: "

niveles = [[0,0,0],[0,0,0]]

for i in range(2):
    niveles[i][0] = int((int(transicion[i][0])-1)/2) #S
    niveles[i][1] = letra(transicion[i][1]) #L
    niveles[i][2] = int(transicion[i][2]) #J

S_l, L_l, J_l = niveles[0][0], niveles[0][1],
niveles[0][2]
S_u, L_u, J_u = niveles[1][0], niveles[1][1],
niveles[1][2]
g_l, g_u = G(niveles[0]),G(niveles[1])

KK = 4.6685e-10
v_D = v_LOS*landa_0 / (c*delta_D)
PHI_b, PHI_p, PHI_r = 0, 0, 0
PSI_b, PSI_p, PSI_r = 0, 0, 0

for x in range(-L_l,L_l+1,1):
    for y in range(-L_u,L_u+1,1):
        if y-x == -1: #esta es r
            ss = (J_l + y)*(J_u + y + 2)
            zz = (KK*(g_l*x - g_u*y)*B*landa_0**2)*1/(delta_D*1000)
            [V,F] = Voigts(a, v - v_D + zz)
            PHI_b += ss*V*1/np.sqrt(np.pi)
            PSI_b += ss*F*2/np.sqrt(np.pi)
        if y-x == 0:
            ss = 2*(J_l**2 - y**2)
            zz = (KK*(g_l*x - g_u*y)*B*landa_0**2)*1/(delta_D*1000)
            [V,F] = Voigts(a, v - v_D + zz)
            PHI_p += ss*V*1/np.sqrt(np.pi)
            PSI_p += ss*F*2/np.sqrt(np.pi)
        if y-x == 1:
            ss = (J_l - y)*(J_u - y + 2)
            zz = (KK*(g_l*x - g_u*y)*B*landa_0**2)*1/(delta_D*1000)
            [V,F] = Voigts(a, v - v_D + zz)
            PHI_r += ss*V*1/np.sqrt(np.pi)
            PSI_r += ss*F*2/np.sqrt(np.pi)

```

```

"Calculo de las etas: "

#Calculamos las etas_IQUV:

eta_I = 1+eta_0/2*(PHI_p*np.sin(gamma)**2*(PHI_b+PHI_r)/2*(1+np.cos(gamma)**2))
eta_Q = eta_0/2*(PHI_p-(PHI_b+PHI_r)/2)*
np.sin(gamma)**2*np.cos(2*xi)
eta_U = eta_0/2*(PHI_p-(PHI_b+PHI_r)/2)*
np.sin(gamma)**2*np.sin(2*xi)
eta_V = eta_0/2*(PHI_r-PHI_b)*np.cos(gamma)

rho_Q = eta_0/2*(PSI_p-(PSI_b + PSI_r)/2)*np.sin(gamma)**2*np.cos(2*xi)
rho_U = eta_0/2*(PSI_p-(PSI_b + PSI_r)/2)*np.sin(gamma)**2*np.sin(2*xi)
rho_V = eta_0/2*(PSI_r-PSI_b)*np.cos(gamma)

#Calculamos los parámetros de Stokes con todo el desarrollo anterior

PI = eta_Q*rho_Q + eta_U*rho_U + eta_V*rho_V
DELTA = eta_I**2*(eta_I**2-eta_Q**2-eta_U**2-eta_V**2+rho_Q**2+rho_U**2+rho_V**2)-PI**2

I = S0 + 1/DELTA*(eta_I*(eta_I**2+rho_Q**2+rho_U**2+rho_V**2))*S1
Q = -1/DELTA*(eta_I**2*eta_Q + eta_I*(eta_V*rho_U-eta_U*rho_V)+rho_Q*PI)*S1
U = -1/DELTA*(eta_I**2*eta_U + eta_I*(eta_Q*rho_V-eta_V*rho_Q)+rho_U*PI)*S1
V = -1/DELTA*(eta_I**2*eta_V + eta_I*(eta_U*rho_Q-eta_Q*rho_U)+rho_V*PI)*S1

#Dibujando perfiles de Stokes como en el programa de Basilio:
I = I/(S0+S1)
Q=Q/(S0+S1)
U=U/(S0+S1)
V=V/(S0+S1)

return [wavelen, I,Q,U,V]

""" Constantes y parametros iniciales """

c=29979245800 #cm/s
e = 1.6021766e-19

ctes = [c,e]

transicion = ["5P1","5D0"] #transicion de: [inferior,superior]
landa_0 = 6302.5 #####Agnstrom Fe I 6302.494
m = 9.273279e-26

```

```

iniciales = [transicion,landa_0,m]

eta_0 = 0.3

v_LOS = 0

delta_D = 30.0e-3 #####mAngstrom
a = 0.3 ###

B = 1000
gamma = np.pi*45/180 #creo que es la inclinacion
xi = np.pi*20/180

S0 = 0.5
S1 = 0.6

param = [eta_0,v_LOS,delta_D,a,B,gamma,xi,S0,S1]

#calculamos las figuras:

BB = [113,1995,842,554] #este parametro se varía en función de nuestros intereses
dibujo = "$V_{LOS}$"
pos_parametro = 4

#dibujamos las figuras
plt.figure()
plt.suptitle("Varación del parámetro "+dibujo)+" ; $\gamma = $" +str(gamma*180/np.pi))

inicio = time.time()
for ii in range(len(BB)):
    param[pos_parametro] = BB[ii]
    wavelen, I,Q,U,V = ME(ctes,iniciales,param)

    plt.subplot(221)
    plt.plot(wavelen, I)

    plt.ylabel('$I/I_{c}$', fontsize=10)
    #plt.ylim(0.88, 1.01)
    plt.xlim(6302, 6303)
    plt.xlabel('$\lambda (\AA)$', fontsize=10)

    plt.subplot(222)
    plt.plot(wavelen, V)

```

```

plt.ylabel('$V/I_{c}$', fontsize=10)
plt.xlabel('$\lambda (\AA)$', fontsize=10)
plt.xlim(6302, 6303)

plt.subplot(223)
plt.plot(wavelen, Q)
plt.ylabel('$Q/I_{c}$', fontsize=10)
plt.xlabel('$\lambda (\AA)$', fontsize=10)
plt.xlim(6302, 6303)

plt.subplot(224)
plt.plot(wavelen, U, label = dibujo+" "+str(np.round(BB[ii],2)))
plt.ylabel('$U/I_{c}$', fontsize=10)
plt.xlabel('$\lambda (\AA)$', fontsize=10)
plt.legend(bbox_to_anchor=(1.05, 1.0), loc='best')
plt.xlim(6302, 6303)

plt.tight_layout()

plt.show()

"""

Parametros iniciales:

c=29979245800 #cm/s

ctes = [c,e]

transicion = ["5P1","5D0"] #transicion de: [inferior,superior]
landa_0 = 6302.5 #####Angstrom Fe I 6302.494
m = 9.273279e-26

iniciales = [transicion,landa_0,m]

eta_0 = 0.3

v_LOS = 0

delta_D = 30.0e-3 #####mAngstrom
a = 0.3 ###

B = 1000
gamma = np.pi*45/180

```

```

xi = np.pi*20/180

S0 = 0.5
S1 = 0.6

param = [eta_0,v_LOS,delta_D,a,B,gamma,xi,S0,S1]
"""

```

### 11.1.2. Programa para representar los datos de Hinode

```

from astropy.io import fits
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

landa = 30 #entre 0 y 112
coordenadas = [430,80] #entre 0 y 488

"""La primera coordenada es para el eje Y, que empieza desde arriba a la derecha,
y la segunda para la coordenada X, que va de derecha a izquierda"""

letras = ["I","V","Q","U"]
graficas = ["Perfiles ME para  $\lambda_0 = 6302.5\text{\AA}$ ", ""]
wavelen = np.linspace(-0.61450562,+1.7670463,112)+6301.5012

print(wavelen[0],wavelen[-1])
print("....-> ",wavelen[29])

for ñ in range(len(graficas)):
    plt.figure()
    plt.suptitle(graficas[ñ])

    for x in range(len(letras)):
        HDUlist = fits.open("HINODE_S"+letras[x]+".fits")
        datos = HDUlist[0].data
        if ñ == 0:
            plt.subplot(int(220+(x+1)))
            plt.plot(wavelen, datos[coordenadas[0],coordenadas[1],:])

            plt.ylabel("$"+letras[x]+"$", fontsize = 10)
            plt.xlabel('$\lambda (\text{\AA})$', fontsize=10)
            plt.xlim([6302,6303])
            plt.xticks(np.linspace(6302,6303,3))

```

```
plt.grid()

if ñ == 1:
    plt.subplot(int(220+(x+1)))
    plt.imshow(datos[:, :, landa], cmap = "coolwarm")

    plt.ylabel("$"+letras[x]+"$", fontsize = 10)
plt.tight_layout()

plt.show()
```