

**TRABAJO DE FIN DE GRADO DE MAESTRO/A EN EDUCACIÓN  
PRIMARIA**

**LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES A TRAVÉS DE GEOGEBRA**

**AUTOR: ÁLVARO VELÁZQUEZ GARCÍA**

**TUTORA: M<sup>a</sup> AURELIA C. NODA HERRERA**

**CURSO ACADÉMICO: 2021/2022**

**CONVOCATORIA: JULIO**

## LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES A TRAVÉS DE GEOGEBRA

### **RESUMEN**

En este Trabajo de Fin de Grado (TFG) vamos a hablar y conocer acerca de una propuesta de innovación educativa en el área de matemáticas. Esta propuesta se desarrolla en la web de GeoGebra, mediante un libro interactivo el cuál proporciona una mayor motivación a los alumnos para trabajar en el aula el concepto de la fracción, ya que es un material didáctico diferente al habitual que se encuentran en el aula.

### **ABSTRACT**

This final project (TFG) consists of an innovation proposal in the area of mathematics. This proposal is developed on the GeoGebra website, through an interactive book which provides greater motivation for pupils to work in the classroom using the concept of the fraction. This proposal is a different didactic material than usual in the classroom.

### **PALABRAS CLAVE**

GeoGebra, Fracciones, applet, libro interactivo.

### **KEY WORDS**

GeoGebra, Fractions, applet, Interactive book.

## ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	4
2. OBJETIVOS DEL PROYECTO	5
3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	5
3.1. La enseñanza de las fracciones en Educación Primaria	5
3.2. Geogebra en la enseñanza de las fracciones.	7
4. PROYECTO DE INNOVACIÓN	9
4.1. Metodología	9
4.2. Libro interactivo (enlace)	13
5. CONCLUSIONES	26
6. BIBLIOGRAFÍA	27

# 1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo de fin de grado está enfocado hacia una propuesta de innovación didáctica, ya que no será llevado a cabo en un aula real. El curso para el que está destinado esta propuesta es 6º de Primaria.

El uso de las tablets en las aulas, es un recurso con el que el alumnado trabaja con una gran motivación, ya que actualmente están familiarizados con el uso de internet y los diferentes recursos digitales con los que nos encontramos. Es por ello que la propuesta didáctica que se presenta consiste en la elaboración de un libro interactivo de la web “GeoGebra” para la enseñanza de las fracciones, que se puede utilizar con ordenadores y tablets.

El abordar la enseñanza de las fracciones con un recurso digital viene motivado por una doble razón relacionada con el concepto y con la metodología. El trabajo con las fracciones presenta numerosas dificultades originadas, conceptualmente por la transición de los números enteros a los racionales (Butto, 2013) y metodológicamente, por el uso de métodos de enseñanza desvinculados del contexto del alumnado (Pruzzo, 2012) y con representaciones gráficas que obstaculizan la construcción del concepto básico de fracción, como es la relación partes-todo, impidiendo de esta manera, la comprensión de que la unidad se mantiene estable a pesar de que se opere con sus partes.

El libro Geogebra creado en este TFG, está organizado en capítulos, que contienen vídeos explicativos, applets y actividades y test de evaluación del proceso de aprendizaje. En cada capítulo viene detallado lo que han de realizar los alumnos en todo momento; además contiene una introducción, vídeos extraído de Youtube con explicaciones que les sirvan de ayuda en caso de dudas, unos applets con los que el alumnado podrá interactuar y visualizar cómo se representan las fracciones y cómo se resuelven los diferentes contenidos planteados, y por último, se encuentran una serie de cuestiones de autoevaluación relacionadas con los contenidos que estamos trabajando en dicho capítulo.

Esta propuesta didáctica está relacionada con el plan TIC debido a que este libro interactivo es una herramienta que persigue principalmente el desarrollo de la competencia digital de los alumnos a través del uso de sus tablets y trabajar con recursos digitales como el GeoGebra, además de desarrollar las demás competencias por su aspecto globalizador. De esta manera también incitamos al desarrollo de la autonomía y emprendimiento de los alumnos para la realización de dicho libro. El desarrollo de la competencia digital es

primordial para el futuro de los alumnos, ya que la educación va encaminada a una educación digitalizada.

La asignatura de matemáticas en la mayoría de los casos, es la asignatura en la que más dificultades manifiestan los alumnos. Es por ello, que es necesario trabajar las matemáticas de una manera diferente a la tradicional, una que sea más atractiva y productiva para los alumnos, ya que lo verdaderamente importante es que los alumnos interioricen los contenidos que se van a trabajar, ya que, en un futuro, las fracciones, serán una herramienta fundamental para su futuro como estudiantes.

## **2. OBJETIVOS DEL PROYECTO**

El objetivo general de este proyecto de innovación es el de intentar mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, particularmente del concepto de fracción en Educación Primaria.

Como objetivos específicos para alcanzar el objetivo general se plantea:

- Indagar acerca de las dificultades del alumnado de Educación Primaria en el aprendizaje de contenidos matemáticos como las fracciones.
- Elaborar un recurso digital contextualizado para la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones en 6º de Educación Primaria.
- Facilitar al profesorado un recurso que aporte nuevas ideas y puedan utilizarse de forma inmediata.

## **3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA**

### **3.1. La enseñanza de las fracciones en Educación Primaria**

Podemos apreciar que las fracciones en la etapa de primaria se trabajan de manera exhaustiva, aunque los alumnos presenten dificultades en el proceso de aprendizaje, ya que en algunos casos, los alumnos llegan a 6º manifestando problemas con el concepto de fracción. En la escuela los maestros hacemos ver a los alumnos que las fracciones son parte de un todo, es decir, la unidad entera se va a dividir o partir (conceptos que más vamos a usar en el aprendizaje de las fracciones) en partes más pequeñas.

Los alumnos ven el numerador y el denominador como números que se han de trabajar de manera separada e independiente, es por ello que la comparación de fracciones, las operaciones de fracciones, la equivalencia de fracciones son un problema, ya que determinan el sentido numérico de las fracciones. Además, hacemos aprender a los alumnos los algoritmos de cada operación, demostrando así que permanecen sin entender que los números de las fracciones están interconectados.

De acuerdo con Maia, Cámara y Cámara (1991), la idea de fraccionamiento trae consigo una idea explícita de que cuando algo es dividido, es necesariamente dividido en porciones menores que el todo inicial, cada una de esas porciones menores es igual y es una fracción de lo que fue un “todo” en su forma original. Cuando el “todo” no es suficientemente claro para los estudiantes, la idea de unidad es oscura y el fraccionamiento es difícil. Las dificultades típicas que los niños enfrentan con ese abordaje se presentan al tratar con una fracción impropia (e.g.,  $5/2$ ).

Por otra parte, Piaget desarrolló una investigación en la que afirma que el concepto de fracción involucra una relación parte-parte, además de la relación parte-todo nombrada anteriormente. La relación parte-parte consiste en que un todo puede ser dividido exhaustivamente (sin resto) en partes equivalentes.

Con respecto a los errores más comunes que presentan los alumnos a la hora de aprender el concepto de fracción, podemos apreciar que pueden resolver diferentes problemas a través de la memorización sin necesidad de comprender, mientras que, si les solicitamos la representación gráfica, los alumnos deben profundizar más en su conocimiento. En cuanto a la parte-todo de la fracción, podemos deducir que el error de no pensar en un único todo, sino de pensar en partes diferentes y ajenas a la unidad con las que pueden operar, está inducido desde la enseñanza, ya que en la investigación de Pruzzo (2012) se encontraron en cuadernos y carpetas presentaciones que obstaculizan la construcción de esa idea, como en el caso de operaciones con la misma unidad se enseñan representadas en distintos enteros:



Le regalo  $\frac{1}{4}$  a Juan



Le regalo  $\frac{2}{4}$  a Mario

“Este gráfico obstaculiza la comprensión de que la unidad se mantiene estable a pesar de que se opere con sus partes. En síntesis, hemos detectado que la doble o triple representación de la unidad por cada operación que se realiza con sus partes, se constituye en

un obstáculo para que el alumno construya el concepto de fracción en su nivel básico, como relación parte-todo que sería el subconstructo del concepto global de fracción.” (Pruzzo, 2012)

Los expertos aconsejan que el concepto fracción se enseñe como un megaconcepto, es decir, enseñar las fracciones desde todas las perspectivas e interpretaciones posibles. Esto implica comprender diferentes contextos como:

- La fracción como un todo dividido en partes y sus relaciones.
- La fracción como cociente.
- La fracción como razón.
- La fracción como operador.

Para que el niño consiga entender el concepto de fracción, es necesario que se le planteen diferentes experiencias con las perspectivas mencionadas anteriormente. A la vez, se enseña que las fracciones tienen una relación parte-todo en cantidades continuas superficies como pizzas, tortillas, etc. Y además agua, zumos, etc. Jugando un papel fundamental el concepto de medida de capacidad. La otra relación que se enseña es en cantidades discretas como bolas, caramelos, introduciendo también medidas de peso.

Con respecto a la comparación de fracciones, las representaciones gráficas en ocasiones no mantienen la unidad igual, sino con formatos diferentes. Una de las dificultades que se le puede plantear al alumno es que se le presente una representación de las partes de la unidad con diferentes combinaciones de diferentes figuras geométricas. En este sentido, Pruzzo (2012) afirma que se observan lagunas en el aprendizaje de los conceptos:

- Comparar fracciones entre sí y con números naturales, a través de distintos procedimientos.
- Sumar y restar cantidades expresadas con fracciones, utilizando distintos procedimientos y representaciones (NAP, CFCyE, MCECyT, 2005)

### **3.2. Geogebra en la enseñanza de las fracciones.**

Geogebra es una aplicación o página web en la que se trabaja las matemáticas en todos sus niveles de manera dinámica, ofreciendo la posibilidad de asociar objetos geométricos y algebraicos para resolver problemas complejos. Además, permite trabajar los problemas matemáticos de forma creativa y manipulativa. Su objetivo principal es facilitar la

comprensión del concepto de las fracciones a través de diferentes elementos representativos. Este es un material nuevo que se lleva al aula, de manera que estamos introduciendo las tecnologías, esta introducción puede servir al profesor para establecer relaciones entre actividades matemáticas que se plantean en la escuela normalmente y el aprendizaje de los contenidos curriculares.

Con esta aplicación podemos generar simulaciones en las que los alumnos se pueden situar en un contexto real, de manera que es interesante para ellos, ya que pueden sentir apatía hacia el estudio de las matemáticas.

Un simulador es un modelo computacional de una situación real o hipotética, o bien de un fenómeno natural, que facilita la observación, exploración y manipulación de las diferentes variables involucradas en la situación o fenómeno (Clark, Nelson, Sengupta y D'Angelo, 2009; Hilton y Honey, 2011; Pugnali, 2008). Por lo tanto, elaborar una simulación en GeoGebra implica crear una situación real a partir de los procesos de construcción geométrica que nos encontramos en la web. Este concepto de simulación debemos aplicarlo al concepto de fracción, de manera que los alumnos a través de GeoGebra, se van a encontrar ante situaciones en las que ellos están familiarizados, por lo tanto, tendrán facilidades para interiorizar los conceptos parte-todo, parte-parte, y las relaciones que ambas tienen entre sí.

Una vez nos adentramos en el GeoGebra, observamos que hay una gran cantidad de recursos que son denominados applets, para enseñar las fracciones con el fin de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. El diseño de estos applets varía mucho, ya que pueden ser actividades en las que el alumno realiza algunas acciones que se les indica para realizarlas, como también puede ser la estructuración misma de los conceptos de la fracción que profundizan más que en el propio juego.

Por otro lado, Ozel, Ozel y Cifuentes (2014) realizaron un estudio comparativo entre dos grupos, uno se enseña de forma tradicional y el otro con materiales manipulativos y digitales. Después de ver en los resultados que el grupo que trabaja con materiales manipulativos digitales obtuvo mejores resultados afirman lo siguiente “las herramientas de aprendizaje en línea, tales como videos dinámicos y manipulativos virtuales proveen una mejor comprensión de las matemáticas. Por lo tanto, los profesores deben considerar la incorporación de este tipo de herramientas en sus aulas”.

La utilización de los applets que se plantean en GeoGebra generan una motivación en el alumnado, tanto para usar la tecnología como para reflexionar sobre los diferentes conceptos

de las fracciones por medio de las representaciones visuales, ya sean animaciones, símbolos, gráficas o lenguaje escrito. El alumno puede explorar mediante las herramientas que se les aporta en el applet y descubrir diferentes características de las fracciones. También cabe destacar, que aun disponiendo de dichas herramientas para la exploración, el alumno debe realizar una respuesta a los cuestionarios formulados al final de cada sesión, aunque existan otras herramientas, ya que en algunos applets por ejemplo, el denominador o numerador no varía, por lo tanto la exploración es limitada.

Con respecto a las dificultades que podemos presentar con el uso del GeoGebra, la más importante es el uso de internet, ya que la dependencia de este factor es total. Si no disponemos de internet, no podemos usar la aplicación y por lo tanto perderemos tiempo de trabajo. Otra de las desventajas para el uso de los applets es que no cuentan con un registro del trabajo realizado por los alumnos, el docente no puede observar las interacciones que realiza el alumno a no ser que esté presente. Tampoco es posible tener un registro de las respuestas que realizan los alumnos en los applets, sólo podemos tener registro de esto a través de cuestionarios como se mencionó anteriormente. También es posible que los alumnos presenten dificultades en el uso de los applets, ya que no están familiarizados con el uso de los botones, deslizadores, casillas, etc.

## **4. PROYECTO DE INNOVACIÓN**

Este proyecto de innovación consiste en la creación de un libro interactivo en la página web “GeoGebra”. El libro consta de 5 capítulos, cada uno de ellos con un contenido diferente, donde los alumnos van a trabajar con diferentes recursos como vídeos, applets y cuestionarios, para mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje.

Los contenidos que se trabajan son los siguientes: identificación de fracciones, elaboración de fracciones, ordenación de fracciones, equivalencia de fracciones, operaciones con fracciones y resolución de problemas con fracciones.

### **4.1. Metodología**

Antes de poner en práctica la propuesta didáctica que se presenta, es necesario identificar de qué punto se parte y hacia dónde se dirige. Para ello, es necesario conocer los conocimientos previos de los alumnos acerca del tema de las fracciones.

La propuesta didáctica utiliza un modelo de enseñanza de investigación guiada, ya que los alumnos tienen que adquirir cierta autonomía a la hora de interactuar con el libro interactivo de Geogebra realizado.

Para ello, empezaremos trabajando las representaciones gráficas con materiales que nos encontremos en el aula, por ejemplo, los estuches, utilizar fracciones a raíz de los estuches que hay en el aula, como por ejemplo separar los estuches de los alumnos por colores en el aula y a partir de ahí elaborar fracciones. De esta manera estamos introduciendo a los alumnos el concepto de fracción y sus diferentes interpretaciones. Otra de las representaciones que podemos realizar es dividir la clase según las características físicas de cada alumno, de manera que podemos separar a los alumnos en el aula según su color de pelo y, de nuevo, elaborar las fracciones correspondientes. Se pueden realizar múltiples actividades introductorias, de diferente complejidad y secuenciadas.

Tras esta introducción, se desarrollan las 6 sesiones en las que se ha estructurado el libro geogebra. Las actividades están secuenciadas desde las más sencillas a las más complejas. En cada sesión se abordan aspectos diferentes:

1. Identificación de fracciones
2. Elaboración de fracciones
3. Ordenar fracciones
4. Equivalencia de fracciones
5. Operaciones con fracciones
6. Problemas de fracciones

A continuación, se muestran los elementos curriculares de esta propuesta de innovación, recogidos en el Decreto 89/2014, de 1 de agosto, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Canaria (BOC, 2014).

COMPETENCIAS :	CL, CMCT, AA, CSC
BLOQUE 1:	Bloque aprendizaje 1: procesos, métodos y actitudes en matemáticas
CRITERIO 1:	CE 1: Resolver problemas, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas, así como anticipar soluciones razonables, reflexionar sobre las estrategias aplicadas para su resolución y aplicar

	lo aprendido a situaciones similares futuras. Realizar los cálculos necesarios y comprobar las soluciones obtenidas, profundizando en problemas ya resueltos y planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, etc., con ayuda de herramientas tecnológicas si fuera necesario. Expresar verbalmente o por escrito el proceso seguido.
BLOQUE 2:	Bloque aprendizaje 2: números
CRITERIO 2:	CE 3: Utilizar los números naturales, decimales, enteros, fracciones y porcentajes, leyendo, escribiendo, ordenando y redondeando cantidades para interpretar e intercambiar información en contextos de la vida cotidiana. Razonar su valor atendiendo a la posición de sus cifras y a las equivalencias fracción-decimal-porcentaje.
CONTENIDOS:	<p><b>CE 1:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Utilización de modelos manipulativos, gráficos y de la tabla de multiplicar.</li> <li>3. Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para obtener información, realizar cálculos numéricos, resolver problemas y presentar resultados.</li> <li>6. Planificación del proceso de resolución de problemas: comprender el enunciado, discriminar los datos y su relación con la pregunta, realizar un esquema de la situación, elaborar un plan de resolución, ejecutar el plan siguiendo la estrategia más adecuada, comprobar los resultados, responder y generalizar.</li> </ol> <p><b>CE 3:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conocimiento y utilización de las funciones de los números en situaciones habituales.</li> <li>4. Representación con modelos manipulativos y en la recta numérica, comparación, ordenación y equivalencias de fracciones sencillas y sus números decimales y porcentajes equivalentes (mitades, tercios, cuartos, quintos, décimos y centésimos,; 0,50; 0,25; 0,75; 0,10; 0,05; 0,20; 0,01; 50%, 25% y 75%, 10%, 5% y 20%, 1%), para expresar particiones y relaciones sencillas.</li> <li>5. Fracciones propias e impropias. Número mixto. Representación gráfica.</li> </ol>
ESTÁNDARES:	<ol style="list-style-type: none"> <li>2. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).</li> <li>3. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas.</li> <li>4. Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas: revisa las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprueba e interpreta las soluciones en el contexto de la situación, busca otras formas de resolución, etc.</li> <li>5. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, contrastando su validez y valorando su utilidad y eficacia.</li> <li>6. Identifica e interpreta datos y mensajes de textos numéricos</li> </ol>

	<p>sencillos de la vida cotidiana (facturas, folletos publicitarios, rebajas...).</p> <p>7. Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos y funcionales.</p> <p>10. Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, conectándolo con la realidad, buscando otros contextos, etc.</p> <p>21. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.</p> <p>22. Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares, etc.</p> <p>23. Utiliza herramientas tecnológicas para la realización de cálculos numéricos, para aprender y para resolver problemas, conjeturas y construir y defender argumentos.</p> <p>24. Se inicia en la utilización de herramientas tecnológicas para la realización de cálculos numéricos, para aprender y para resolver problemas.</p> <p>30. Interpreta en textos numéricos y de la vida cotidiana, números (naturales, fracciones y decimales hasta las milésimas), utilizando razonamientos apropiados e interpretando el valor de posición de cada una de sus cifras.</p> <p>32. Ordena números enteros, decimales y fracciones básicas por comparación, representación en la recta numérica y transformación de unos en otros.</p> <p>39. Utiliza diferentes tipos de números en contextos reales, estableciendo equivalencias entre ellos, identificándolos y utilizándolos como operadores en la interpretación y la resolución de problemas.</p>
--	---

En cada sesión se realiza un seguimiento del trabajo realizado por los alumnos, además de prestar ayudas en caso de dudas durante la realización de este.

A través de la siguiente rúbrica evaluaremos el trabajo realizado por los alumnos en el aula sobre el concepto de fracción:

Aspecto a evaluar	Insuficiente (1-4)	Suficiente/Bien (5-6)	Notable (7-8)	Sobresaliente (9-10)
Reconocer y emplear el concepto de fracción	El alumno presenta importantes dificultades en	El alumno presenta algunas dificultades en el	El alumno reconoce y emplea adecuadamente	El alumno reconoce y emplea con precisión el

	<p>el reconocimiento y empleo del concepto de fracción tanto en contextos reales como en situaciones simuladas. Únicamente mediante la ayuda es capaz de seguir los procesos necesarios para la resolución de las actividades. Muestra desinterés a la hora de analizar los errores cometidos.</p>	<p>reconocimiento y empleo del concepto de fracción en contextos reales como en situaciones simuladas. Ocasionalmente recibe ayuda para seguir los procesos necesarios para la resolución de las actividades. Además razona con coherencia los errores cometidos y busca diferentes vías para continuar en el aprendizaje.</p>	<p>y con alguna corrección el concepto de fracción en contextos reales como en situaciones simuladas. Presenta cierta autonomía para seguir los procesos necesarios para la resolución de las actividades. Analiza adecuadamente los errores cometidos.</p>	<p>concepto de fracción tanto en contextos reales como en situaciones simuladas. Presenta una autonomía e iniciativa propia para seguir los procesos necesarios para la resolución de actividades.</p>
--	--	--	---	--

#### 4.2. Libro interactivo ([enlace](#))

En primer lugar, al entrar al enlace del libro para empezar a trabajar, nos encontramos ante una breve descripción en la que se explica el tema a trabajar en el libro, el curso al que va destinado y el objetivo principal.

El capítulo 1 del libro, es un repaso para los alumnos, ya que son contenidos que se llevan trabajando cursos anteriores de 6º. Contiene una descripción del capítulo en la que se detallan todos los recursos que se encuentran en este.

Fraciones

Capítulo 1

**Fraciones propias e impropias.**

Capítulo 2

Capítulo 3

Capítulo 4

Capítulo 5

## Fraciones propias e impropias.

**Autor:** Álvaro Velázquez García, Martha Tacusi, Lenin Paulino

En esta actividad vamos a trabajar la identificación de fracciones, identificando sus respectivas partes y los valores de cada una. Trabajaremos con las fracciones propias, impropias y enteras.

Además, le adjuntamos un vídeo explicativo para que lo utilicen de apoyo en caso de dudas.

Identificación de fracciones



Como podemos apreciar, en primera estancia nos encontramos ante un vídeo explicativo (<https://youtu.be/7XvIv3SCA4c>) que trata los diferentes tipos de fracciones, este tipo de vídeos animados son atractivos para los alumnos, captando una mayor atención en ellos.

A continuación del vídeo nos encontramos con el primer applet del capítulo. Este applet consiste en una representación gráfica de la fracción que los alumnos van a generar con las dos barras que tienen a la derecha del círculo, una representa el numerador y la otra el denominador y según mueves el cursor cambia la representación. También como podemos observar, cambia las explicaciones que nos dan debajo de las barras nombradas.

GeoGebra

CREA UNA LECCIÓN

Fraciones

Capítulo 1

**Fraciones propias e impropias.**

Capítulo 2

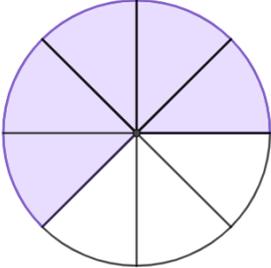
Capítulo 3

Capítulo 4

Capítulo 5

## FRACCIONES PROPIAS

- El numerador indica el número de partes que se toman de una unidad.
- El denominador indica la cantidad de partes en que se ha dividido esa unidad.



**Numerador**

**Denominador**

**En las fracciones propias:**

- El numerador es menor que su denominador.

Numerador 5 < 8 Denominador

- El resultado de la división (numerador/denominador) es siempre menor que 1.

$\frac{\text{Numerador}}{\text{Denominador}} = 0.63 < 1$

$\text{Fracción} = \frac{5}{8}$

GeoGebra CREA UNA LECCIÓN

Fracciones

Capítulo 1

Fracciones propias e impropias.

Capítulo 2

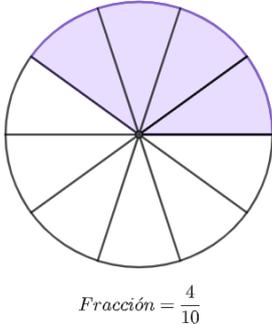
Capítulo 3

Capítulo 4

Capítulo 5

### FRACCIONES PROPIAS

- El numerador indica el número de partes que se toman de una unidad.
- El denominador indica la cantidad de partes en que se ha dividido esa unidad.



—●— Numerador

—●— Denominador

**En las fracciones propias:**

- El numerador es menor que su denominador.

Numerador 4 < 10 Denominador

- El resultado de la división (numerador/denominador) es siempre menor que 1.

$$\frac{\text{Numerador}}{\text{Denominador}} = 0.4 < 1$$

Después de trabajar con este applet y observar las diferentes fracciones propias que podemos generar, nos encontramos con un segundo applet, esta vez de fracciones impropias.

GeoGebra CREA UNA LECCIÓN

Fracciones

Capítulo 1

Fracciones propias e impropias.

Capítulo 2

Capítulo 3

Capítulo 4

Capítulo 5

a = 3

● Parte entera

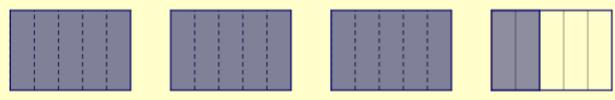
b = 2

● Parte fraccionaria

c = 5

●

$$3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$$



Preparado por: Prof. Lenin Paulino

Este applet sigue el mismo patrón que el anterior, con una representación gráfica en rectángulos. Sin embargo, a diferencia del anterior applet, aquí no nos encontramos una breve explicación.

Al terminar con el applet y observar cómo se forman las fracciones impropias, los alumnos se encontrarán con una serie de cuestiones para repasar lo trabajado en este capítulo.

GeoGebra CREA UNA LECCIÓN

Fracciones

Capítulo 1

Fracciones propias e impropias.

Capítulo 2

Capítulo 3

Capítulo 4

Capítulo 5

1. ¿Qué número representa el denominador en la fracción  $\frac{3}{5}$ ?

Marca todas las que correspondan

A  3

B  5

REVISA TU RESPUESTA (3)

2. ¿Qué número representa el numerador en la fracción  $\frac{2}{3}$ ?

Marca todas las que correspondan

A  3

B  2

REVISA TU RESPUESTA (3)

3. Marca de las siguientes opciones cual de ellas es una fracción propia:

Fracciones

Capítulo 1

Fracciones propias e impropias.

Capítulo 2

Capítulo 3

Capítulo 4

Capítulo 5

Marca todas las que correspondan

A   $\frac{4}{2}$

B   $\frac{7}{10}$

REVISA TU RESPUESTA (3)

4. Marca de las siguientes opciones cual de ellas es una fracción impropia:

Marca todas las que correspondan

A   $\frac{3}{8}$

B   $\frac{5}{3}$

REVISA TU RESPUESTA (3)

5. Calcula el valor de cada fracción:

Capítulo 5

$\frac{2}{5}, \frac{4}{4}, \frac{1}{2}, \frac{4}{2}, \frac{3}{2}, \frac{6}{6}, \frac{5}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{10}, \frac{10}{2}$

Aa  Ingresa aquí tu respuesta...

Pasamos al capítulo 2 del libro, en el que se va a trabajar el orden de fracciones, ya sea de menor a mayor o viceversa. Como en el anterior capítulo, nos encontramos ante una breve descripción del capítulo, pero en esta ocasión, después de la descripción nos encontramos dos videos, uno explica el orden de fracciones de mayor a menor (<https://youtu.be/AplgDsTGh0c>) y el otro explica el orden de fracciones de menor a mayor (<https://youtu.be/01RsVf7BTXA>).

- Fraciones
- Capítulo 1
- Capítulo 2
- Ordenar fracciones
- Capítulo 3
- Capítulo 4
- Capítulo 5

## Ordenar fracciones

Autor: Álvaro Velázquez García, Javier Cayetano Rodríguez, Cristina Masotta

En esta actividad, los alumnos deberán prestar atención a las fracciones que les aportamos, conocer cuál es el valor respectivo de cada una para, posteriormente, ordenarlas como se le pide.

A continuación nos encontramos ante dos vídeos explicativos acerca de la ordenación de fracciones de menor a mayor y viceversa. Estos vídeos pueden servir de apoyo para las dudas que surjan a lo largo del desarrollo de la actividad.



Una vez visualizan los vídeos los alumnos, y lo entienden, pasan al primer applet que nos encontramos en este capítulo. Este applet consiste en observar las fracciones que se nos presentan, y con las flechas que tenemos debajo de las fracciones las vamos moviendo para colocarlas en el lugar adecuado, de mayor a menor.

- Capítulo 2
- Ordenar fracciones
- Capítulo 3
- Capítulo 4
- Capítulo 5

★ Ordena de **MAYOR** a **MENOR**

$\frac{19}{9}$ 

?
≥

←
→

$\frac{12}{9}$ 

?
≥

←
→

$\frac{10}{9}$

Corregir
¡Hago Otro!

Una vez colocados, le damos a la opción de corregir y nos encontramos con la solución y una explicación respecto a la realización del ejercicio, después pasas a hacer otro y así sucesivamente mientras vas acumulando puntos al hacerlo correctamente.

- Capítulo 2
- Ordenar fracciones
- Capítulo 3
- Capítulo 4
- Capítulo 5

★ Ordena de **MAYOR** a **MENOR**

$\frac{19}{9}$ 

?
≥

$\frac{12}{9}$ 

?
≥

$\frac{10}{9}$

¡¡Correcto!!

Solución:  
 $\frac{19}{9} > \frac{12}{9} > \frac{10}{9}$

Como los **denominadores** son **iguales**, se ordenan igual que los **numeradores**.

Consigues 2.5 puntos
¡Hago Otro!
1/1

Puntuación: 2.5

Fecha: 7/06/2022, 11:04  
 Inicio: 10:49  
 Código de comprobación: 6589

¿Y usando decimales?

Después tenemos al segundo applet del capítulo, que tiene una mecánica parecida en la que los alumnos tendrán que arrastrar desde el punto rojo de cada fracción hasta colocarla de menor a mayor.

Una vez los alumnos han trabajado con los dos applets y han probado diferentes ejercicios, se encuentran con dos cuestiones: en la primera tienen que ordenar las fracciones planteadas de menor a mayor y en la siguiente cuestión de mayor a menor.

Una vez trabajado con los anteriores applets y observar cómo se ordenan las fracciones de menor a mayor y viceversa.

Ordena las siguientes fracciones que les planteamos.

De menor a mayor

$$\frac{7}{5}, \frac{5}{4}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{9}{5}, \frac{2}{3}, \frac{12}{10}$$

De mayor a menor

$$2\frac{4}{2}, \frac{7}{3}, 2\frac{3}{2}, \frac{3}{5}, \frac{18}{16}, \frac{3}{5}$$

El capítulo 3 corresponde a la equivalencia de fracciones. En este capítulo contamos también con una breve descripción del capítulo, y a continuación el vídeo explicativo (<https://youtu.be/osePKL39EBo>).

El primer applet que nos encontramos, consiste en observar el ejemplo que nos ponen en la parte superior y elegir entre las opciones “Multiplicando en cruz”, “Simplificando” o “Con Decimales”. Una vez elegida cada opción, nos mostrará si son equivalentes o no, con el proceso que los alumnos deben seguir, además, en la parte izquierda pueden observar la representación gráfica, para que les sea más sencillo.

Pasamos al segundo applet y previamente nos aparece la explicación detallada de cómo trabajar con él.

- Fracciones
- Capítulo 1
- Capítulo 2
- Capítulo 3
- Equivalencia de fracciones
- Capítulo 4
- Capítulo 5

### Fracciones equivalentes

- ▶ Resuelve en tu cuaderno e introduce las soluciones **pulsando** las casillas correspondientes.
- ▶ En este ejercicio, marca "✓" si crees que las fracciones son equivalentes.  
o "✗" si crees que no lo son.
- ▶ No marques nada si no estás seguro del resultado.
- ▶ Cada respuesta correcta te sumará 2 puntos, pero cada respuesta incorrecta resta 2. Si no respondes, no pasa nada.
- ▶ Tu puntuación final será la mayor que hayas logrado alcanzar.
- ▶ Pulsa en el botón "Comenzamos" para comenzar a resolver tus propios ejercicios.

$\frac{14}{18} ? \frac{30}{27}$

¡Comenzamos!

Corregir

¡Hago Otro!



- Fracciones
- Capítulo 1
- Capítulo 2
- Capítulo 3
- Equivalencia de fracciones
- Capítulo 4
- Capítulo 5

### ¿Son equivalentes?

✓ = Sí, ✗ = No

$\frac{20}{16} ? \frac{36}{24}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\frac{9}{10} ? \frac{21}{27}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\frac{30}{12} ? \frac{50}{20}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\frac{40}{48} ? \frac{5}{6}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\frac{4}{22} ? \frac{6}{33}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Corregir

¡Hago Otro!



Una vez los alumnos han trabajado con estos applets, en la parte inferior del capítulo se encuentran una serie de cuestiones que los alumnos tienen que resolver.

- Fracciones
- Capítulo 1
- Capítulo 2
- Capítulo 3
- Equivalencia de fracciones
- Capítulo 4
- Capítulo 5

Una vez trabajado con los anteriores applets, deberás resolver las siguientes cuestiones planteadas relacionadas con la equivalencia de fracciones.

### ¿Equivalentes?

$$\frac{15}{18} = \frac{20}{24}$$

Marca todas las que correspondan

A  Equivalentes

B  No equivalentes

REVISAR TU RESPUESTA (3)

$$\frac{35}{40} = \frac{47}{52}$$

Marca todas las que correspondan

A  Equivalentes

B  No equivalentes

REVISAR TU RESPUESTA (2)

Fracciones

Capítulo 1

Capítulo 2

Capítulo 3

**Equivalencia de fracciones**

Capítulo 4

Capítulo 5

$$\frac{4}{8} = \frac{5}{10}$$

Marca todas las que correspondan

A  Equivalentes

B  No equivalentes

REVISAR TU RESPUESTA (3)

$$\frac{28}{32} = \frac{42}{48} = \frac{56}{64}$$

Marca todas las que correspondan

A  Equivalentes

B  No equivalentes

REVISAR TU RESPUESTA (3)

Continuamos con el capítulo 4, en el que vamos a trabajar las operaciones con fracciones. En este capítulo mantenemos la misma estructura que los capítulos anteriores.

GeoGebra

CREA UNA LECCIÓN

Fracciones

Capítulo 1

Capítulo 2

Capítulo 3

Capítulo 4

**Operaciones con fracciones**

Capítulo 5

### Operaciones con fracciones

Autor: Álvaro Velázquez García, Javier Cayetano Rodríguez, Paul Ramírez Guzmán, Abdiel Malek

En este capítulo vamos a trabajar la suma, resta, multiplicación y división con fracciones.

A continuación les adjuntamos un video explicativo en el que se detalla el proceso para la resolución de cada operación.

Posteriormente con los applets, podrán manejar las diferentes unidades que deseen, para observar los diferentes procesos y resultados obtenidos.

Vídeo: <https://youtu.be/FUbla-rPt3M>

El primer applet que nos encontramos consiste en observar los diferentes ejemplos que se nos van mostrando cada vez que le damos a la opción “Otro Ejemplo”. También tenemos las opciones “Usar mis fracciones”, en ella escriben los alumnos sus propios números, “¿Cómo se resuelve?”, en esta opción nos sale el proceso a seguir para realizar la operación correctamente, y por último, “¿Y para la resta/suma?”, en esta opción nos aparece la otra operación.

- Fracciones
- Capítulo 1
- Capítulo 2
- Capítulo 3
- Capítulo 4
- Operaciones con fracciones
- Capítulo 5

$$\frac{3}{4} + \frac{4}{10} = \frac{23}{20}$$

Otro Ejemplo

Usar mis fracciones

¿Cómo se Resuelve?

¿Y para la resta?

Total Unidades : 1

- Fracciones
- Capítulo 1
- Capítulo 2
- Capítulo 3
- Capítulo 4
- Operaciones con fracciones
- Capítulo 5

$$\frac{3}{4} \cdot 5 + \frac{4}{10} \cdot 2 = \frac{23}{20}$$

Otro Ejemplo

Usar mis fracciones

Oculta cálculos

¿Y para la resta?

Total Unidades : 1

- Fracciones
- Capítulo 1
- Capítulo 2
- Capítulo 3
- Capítulo 4
- Operaciones con fracciones
- Capítulo 5

$$\frac{14}{4} - \frac{3}{10} = \frac{16}{5}$$

Otro Ejemplo

Usar mis fracciones

Oculta cálculos

¿Y para la suma?

Total Unidades : 3

Total Unidades : 3

Seguidamente, nos encontramos el segundo applet, que tiene una función más manipulativa que el primero. En este applet, contamos además con la multiplicación y división, de manera que podemos trabajar las diferentes operaciones, con una gran variedad de fracciones que generamos a través de los cursores que nos encontramos debajo de cada círculo (representación gráfica). Una vez seleccionadas las fracciones y la operación, sólo tienen que observar el proceso y el resultado de dicha operación en la parte superior.

- Fracciones
- Capítulo 1
- Capítulo 2
- Capítulo 3
- Capítulo 4
- Operaciones con fracciones
- Capítulo 5

**Operaciones con fracciones**

$$\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{(5)(4)}{(8)(7)} = \frac{20}{56}$$

Mtro. Paul Ramírez Guzmán

Suma  
 Resta  
 Multiplicación  
 División

- Fracciones
- Capítulo 1
- Capítulo 2
- Capítulo 3
- Capítulo 4
- Operaciones con fracciones
- Capítulo 5

**Operaciones con fracciones**

$$\frac{3}{8} \div \frac{3}{7} = \frac{(3)(7)}{(8)(3)} = \frac{21}{24}$$

Mtro. Paul Ramírez Guzmán

Suma  
 Resta  
 Multiplicación  
 División

Una vez terminado el trabajo con los applets, como en los demás capítulos, al final se encuentran una serie de operaciones, dos de cada una, además de simplificar en los casos que sea posible.

- Capítulo 1
- Capítulo 2
- Capítulo 3
- Capítulo 4
- Operaciones con fracciones
- Capítulo 5

**Suma**

$$\frac{12}{4} + \frac{8}{4} + \frac{1}{2}$$

Aa π Ingresar aquí tu respuesta...

---


$$\frac{4}{5} + \frac{6}{7}$$

Aa π Ingresar aquí tu respuesta...

- Capítulo 1
- Capítulo 2
- Capítulo 3
- Capítulo 4
- Operaciones con fracciones
- Capítulo 5

**Resta**

$$\frac{8}{9} - \frac{6}{5}$$

Aa π Ingresar aquí tu respuesta...

---


$$\frac{15}{5} - \frac{5}{3} - \frac{3}{15}$$

Aa π Ingresar aquí tu respuesta...

Capítulo 2

Capítulo 3

Capítulo 4

Operaciones con fracciones

Capítulo 5

### Multiplicación

$$\frac{4}{7} \times \frac{6}{3}$$

Aa  $\pi$  Ingresa aquí tu respuesta...

$$\frac{13}{9} \times \frac{5}{8}$$

Aa  $\pi$  Ingresa aquí tu respuesta...

Capítulo 2

Capítulo 3

Capítulo 4

Operaciones con fracciones

Capítulo 5

### División

$$\frac{18}{9} \div \frac{3}{6}$$

Aa  $\pi$  Ingresa aquí tu respuesta...

$$\frac{36}{24} \div \frac{8}{6}$$

Aa  $\pi$  Ingresa aquí tu respuesta...

Finalmente, en el último capítulo 6 que es el último del libro, se aborda la resolución de problemas con fracciones de diferente índole. Al principio de este capítulo nos encontramos la breve descripción del capítulo y seguido de esto, nos encontramos el único applet del capítulo. Este applet nos muestra 5 tipos de problemas que podemos ir cambiando con el cursor de la parte superior. En cada problema, los alumnos deberán responder y posteriormente, comprobar la respuesta que ellos creen conveniente. Por último, en el mismo tipo de problema, en la parte superior derecha, los alumnos tienen la opción “Nuevo ejercicio”, una vez seleccionada, les aparecerá un problema nuevo con distintos datos.

Fraciones

Capítulo 1

Capítulo 2

Capítulo 3

Capítulo 4

Capítulo 5

Problemas con fracciones

**Problema tipo 1**  Nuevo ejercicio 

Un coche ha recorrido  $\frac{1}{2}$  de un camino de 4 Km.

¿Cuántos kilómetros ha recorrido el coche?

**Respuesta:**  Comprueba



4 Km. 

## Problema tipo 2

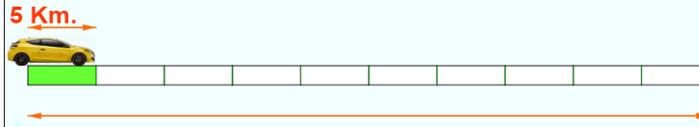
Nuevo ejercicio



Un coche ha recorrido  $\frac{1}{10}$  de un camino.

Si lleva recorridos 5 Km, ¿cuántos kilómetros tiene el camino?

Respuesta:



## Problema tipo 3

Nuevo ejercicio



Un coche lleva recorridos 15 Km. de un camino de 21 Km.

¿Qué fracción de camino ha recorrido el coche?

Expresa la respuesta como fracción irreducible.

Respuesta:  /



## Problema tipo 4

Nuevo ejercicio



Un coche ha recorrido  $\frac{2}{3}$  de un camino de 6 Km.

¿Cuántos kilómetros le faltan al coche para terminar el viaje?

Respuesta:



## Problema tipo 5

Nuevo ejercicio



Un coche ha recorrido  $\frac{1}{8}$  de un camino. Si le faltan 42 Km.

para llegar, ¿cuántos kilómetros tiene el camino.

Respuesta:



Por último, siguiendo la estructura de los capítulos, nos encontramos ante tres problemas matemáticos que siguen el modelo del applet.

plantea.

1. Un repostero necesita 24 kg de harina para hacer los postres del restaurante para el viernes. Ya ha usado  $\frac{3}{4}$  de la harina necesitada. ¿Cuántos kg de harina le faltan para terminar los postres?

Aa  $\pi$  Ingresa aquí tu respuesta...

2. Una clase de 6º de primaria tiene 27 alumnos. De estos 27 alumnos,  $\frac{2}{3}$  son chicos. ¿Cuántos chicos hay en la clase? ¿Y chicas?

Aa  $\pi$  Ingresa aquí tu respuesta...

3. Un corredor de maratón ha recorrido 18 km de los 42 km que son en total la maratón. Expresa en fracción irreducible los km recorridos.

Aa  $\pi$  Ingresa aquí tu respuesta...

## 5. CONCLUSIONES

La elaboración de este Trabajo de Fin de Grado me ha permitido ampliar mis conocimientos sobre el GeoGebra. He podido observar a través de esta web los diferentes recursos y la gran variedad de contenidos que se pueden trabajar con los alumnos en el aula. Es cierto que, al principio, sólo conocía la parte de formar figuras geométricas, ya que eso es lo que había trabajado anteriormente, por lo tanto, se me hizo complicado el hecho de saber buscar los applets adecuados para cada contenido que quería trabajar en cada capítulo.

Otra de las dificultades que se me presentaron a lo largo de la realización de este TFG, fue buscar el razonamiento teórico de cada concepto, conocer las dificultades que presentan dificultades los alumnos a la hora de realizar distintas actividades y conocer toda la potencialidad del uso del GeoGebra que permita al alumnado solucionar dichas dificultades a través de su uso. Todas estas cuestiones las tenía planteadas en mi mente al empezar este trabajo.

Por otro lado, la posibilidad de poder crear estos recursos para el aula, ratifica mi creencia inicial sobre la gran utilidad del Geogebra y concretamente la de los libros Geogebra, como recursos que pueden ser la solución para muchos problemas del proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula. Es un material que motiva a los alumnos a aprender, a utilizar las tablets y trabajar con material que ellos creen y manejen a libremente. Además, tiene la opción de añadir recursos de otras páginas web o documentos creados por ti, por lo tanto, en mi opinión, crear un libro interactivo puede ser muy útil tanto para los alumnos

como para los docentes a la hora de enseñar. En mi futuro como docente me veo realizando este tipo de recursos, ya que una vez aprendido cómo se trabaja con esta web, el trabajo lo haces más rápido y no es costoso.

Por último, las matemáticas cuando yo estaba en educación primaria eran aburridas y monótonas, era la asignatura que menos nos gustaba a la mayoría de mis compañeros, por la forma en que se enseñaba, ya que era realizar ejercicios en las libretas y mirar en la pizarra. Pocas veces en mi vida como estudiante pude disfrutar de recursos como el GeoGebra, y en esta carrera he visto en las diferentes asignaturas, la gran cantidad de recursos que tenemos a nuestra disposición para cambiarle la cara a los alumnos cuando tengan que trabajar en la asignatura de matemáticas.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- BOC (2014). Decreto 89/2014, de 1 de agosto, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Canaria.
- Butto, C. (2013). El aprendizaje de fracciones en educación primaria. Una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Horizontes pedagógicos*, 15(1), 33-45.
- Clark, D. B., Nelson, B., Sengupta, P. & D'Angelo, C. (2009, octubre). Rethinking science learning through digital games and simulations: Genres, examples, and evidence. Presented at the Learning science: Computer games, simulations, and education workshop sponsored by National Academy of Sciences, Washington, D.C.
- Hilton, M. & Honey, M. A. (Eds.) (2011). Learning science through computer games and simulations. National Academies Press.
- Maia, L., Câmara, M. Câmara, P. (1991). *Repensando a aprendizagem de frações: uma experiência pedagógica*. Recife-Brasil SPEC/PADCT/CAPES/ MEC.
- NAP (Núcleos de aprendizajes Prioritarios) Consejo Federal de Cultura y Educación. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. Buenos Aires: MECyT. 2005.

- Ozel, S., Ozel, Z. y Cifuentes, L. (2014). Effectiveness of an Online Manipulative Tool and Students'. *Technology Acceptances. International Journal of Educational Studies in Mathematics* 1(13), 1-15.
- Pruzzo, V. (2012). Las fracciones: ¿problemas de aprendizaje o problemas de la enseñanza? *Revista Pliquen, sección Psicopedagogía*, 14(8), 1-14.
- Pugnaroni, L. (2008). Los simuladores. El papel de la simulación en la ciencia. *Ciencia Hoy*, 18(105), 27-34.