Grado en Filosofía

Curso 2016-17

TRABAJO FIN DE GRADO

Configuración de los sistemas de tiempo ramificado de la lógica temporal

Alumno: Daniel Álvarez Domínguez

Tutora: Amparo Gómez Rodríguez

Agradecimientos

Me gustaría dedicar algunas palabras a tres personas a las que tengo que agradecer mucho a día de hoy. Son:

1. A Laura, a la que considero prácticamente una hermana, por aguantarme y animarme cuando más lo he necesitado.
2. A Margarita Vázquez, quien me introdujo en la lógica y me hizo volverme un *freaky* de ella, por este motivo precisamente; y por su apoyo incondicional.
3. A Amparo Gómez, a la que he dado la tabarra durante todo este curso y que debe estar harta de mí, por su enorme paciencia, disponibilidad y cariño.

Han sido un pilar fundamental para mí todo este tiempo. No hubiera llegado a aquí sin ustedes. Por eso les digo: «Gracias. Os aprecio muchísimo».

Índice

En un diálogo entre Yu Tsun, el protagonista, y Albert, el sabio al que Tsun recurre en busca de ayuda, este (Albert) dice:

«La explicación es obvia: *El jardín de los senderos que se bifurcan* es una imagen incompleta, pero no falsa, del universo tal como lo concebía Ts'ui Pên [bisabuelo del protagonista]. A diferencia de Newton y de Schopenhauer, su antepasado no creía en un tiempo uniforme, absoluto. Creía en infinitas series de tiempos, en una red creciente y vertiginosa de tiempos divergentes, convergentes y paralelos. Esa trama de tiempos que se aproximan, se bifurcan, se cortan o que secularmente se ignoran, abarca todas las posibilidades. No existimos en la mayoría de esos tiempos; en algunos sí existe usted y yo no; en otros, yo, no usted; en otros, los dos. En este, que un favorable azar me depara, usted ha llegado a mi casa; en otro, usted, al atravesar el jardín, me ha encontrado muerto; en otro, yo digo estas mismas palabras, pero soy un error, un fantasma».

El jardín de los senderos que se bifurcan-Jorge Luis Borges

1. Introducción

Tal y como indica el título, el tema de este trabajo es la lógica temporal (TL), que puede definirse en términos muy generales como la representación formal, esto es, lógica, de información temporal.

TL cuenta con numerosos desarrollos y aplicaciones, que van desde la filosofía hasta la informática y la Inteligencia Artificial. Por ejemplo, en el caso de la primera se utiliza para formalizar y evaluar problemas que entrañen una perspectiva temporal. En el caso de la segunda, como herramienta para ejecutar ciertos programas y sistemas, o como lenguaje para codificar todo conocimiento temporal que deba poseer una inteligencia artificial.

De cualquier forma, el punto central suelen ser los sistemas de tiempo ramificado, que son aquellos en los que el futuro no se concibe linealmente, sino ramificadamente. La idea básica queda reflejada en el texto de Borges que hace de *motto* de este TFG.

Es en ellos en los que nos centraremos. Nuestro objetivo será exponerlos para comprobar su utilidad a la hora de abordar cuestiones filosóficas como la del determinismo.

Para lograr tal cosa, en la sección 2 presentaremos los planteamientos de los principales filósofos que antecedieron a Arthur Prior, considerado como el "padre" de la lógica temporal, y que contribuyeron a su surgimiento.

En la sección 3 presentaremos los primeros esbozos formales de TL. En el apartado 3.1. expondremos lo que se ha llamado "el sistema mínimo de la lógica temporal". Un sistema que nos permitirá formalizar el argumento determinista, que es algo que realizaremos en el apartado 3.2. La formalización de ese argumento hará posible abordarlo desde el punto de vista lógico. Esta es la función de los denominados "sistema ockhamista" y "sistema peirceano", que son los sistemas lógicos fundamentales del tiempo ramificado que expondremos en los puntos 3.3.1 y 3.3.2 respectivamente del apartado 3.3.

Una vez hayamos hecho tal cosa, en el apartado 4.1 de la sección 4 veremos el principal problema del que adolecen ambos sistemas. Un problema al que presentaremos una posible solución en el apartado 4.2.

La conclusión, última sección del TFG, servirá para mostrar la conexión de esos sistemas con algunos desarrollos recientes de TL y para valorar la importancia que en general ha tenido TL para la lógica.

2. Antecedentes:

Motivación de la lógica temporal

El objetivo de esta sección no es otro que esbozar los antecedentes históricos de la lógica temporal, que básicamente se definen en torno al problema del determinismo. Dos grandes dilemas han sido expuestos a partir de él: uno de ellos fue formulado por Aristóteles y guarda relación con lo que se ha denominado "futuros contingentes"; el otro fue presentado por Diodoro de Cronos en el famoso Argumento Maestro.

Es en ellos en los que nos centraremos. Aunque en el apartado final indicaremos algunas propuestas vinculadas con tales cuestiones que son relevantes para entender qué motivó el surgimiento de la lógica temporal de mano de Arthur Prior.

2.1. Aristóteles y los futuros contingentes

El problema de los futuros contingentes fue planteado por primera vez, al menos tal y como lo conocemos hoy en día, por Aristóteles en el capítulo 9 del *Peri Hermeneias*, también llamado "*De Interpretatione*"[1], que tradicionalmente ha sido considerado como la segunda obra del *Órganon* (el conjunto de tratados sobre lógica de Aristóteles), después de las *Categorías*, y que condensa toda la filosofía del lenguaje aristotélica.

En términos generales lo que sostiene allí es que los nombres y los verbos significan algo, pero por sí solos no constituyen enunciados, o, como él diría, discursos ($\lambda o \gamma o \varsigma$). Únicamente estos, que se forman por la unión de nombres y verbos, pueden ser verdaderos y falsos.

Ahora bien, no todos los discursos pueden serlo; tan solo aquellos que enuncian algo del mundo. Por ejemplo, un discurso como «Tráeme un vaso de agua, por favor» no es verdadero ni falso, porque no está diciendo cómo es el mundo, esto es, no enuncia nada sobre él, sino que se trata de una petición de una persona a otra. En cambio, un discurso como «Papá Noel no existe» sí que afirma algo sobre el mundo y, por eso, puede ser verdadero o falso[2].

Un rasgo interno de los enunciados es que forman un par contradictorio. Esto significa que, si decimos «La nieve es blanca» (p), esta afirmación lleva implícita su negación: «La nieve no es blanca» (¬p). Por lo tanto, si p es verdadera, ¬p es necesariamente falsa, y viceversa.

---

[1] ARISTÓTELES: *De Interpretatione*. Tecnos, Madrid, 2012.

[2] Es falso, evidentemente.

Con este razonamiento, Aristóteles propone (aunque implícitamente) dos nociones que serán pilares fundamentales para la lógica clásica:

- La ley de bivalencia, que es una noción semántica según la cual solo hay dos valores de verdad: verdadero y falso.
- El principio de tercio excluso, que es una noción sintáctica que puede representarse lógicamente así: $(A \lor \neg A)$. Su interpretación sería: Si hay dos proposiciones que se contradicen, una será verdadera y la otra falsa.

El problema es que no todos los enunciados cumplen siempre esta última regla, que llamaremos RCP (*Rule of Contradictory Pair*)[3] a partir de ahora. Los futuros contingentes no lo hacen.

Los futuros contingentes son enunciados singulares que se profieren con vistas al futuro, es decir, son enunciados del tipo «Sócrates beberá la cicuta», «Mañana hará sol», etc., por lo que se trata de proposiciones que enuncian algo futuro sobre un singular.

La dificultad que presentan es la siguiente:

1. Si RCP se cumple, entonces habrá afirmaciones verdaderas hoy sobre el futuro, dado que un miembro del par contradictorio debe ser necesariamente verdadero.
2. Pero, si hay afirmaciones que son verdaderas hoy sobre el futuro, este debe ser tal y como nosotros hemos dicho que será.
3. Por lo tanto, el futuro está determinado. Todos los eventos futuros son necesarios y nada ocurre por azar.

Pongamos un ejemplo.

Si nosotros decimos «Aprobé el examen de lógica» o «Acabo de aprobar el examen de lógica», sabemos cuál es el valor de verdad de ambas oraciones, puesto que el hecho del que habla la primera ya pasó, y el hecho del que habla la segunda o bien acaba de pasar, o bien está pasando. Pero en cualquier caso, se ha dado.

Ahora bien, imaginemos que justo ahora, esto es, en el momento t_0[4], decimos «Mañana aprobaré el examen de lógica» (p). ¿Cuál es el valor de verdad de p, si el evento al que alude no ha ocurrido aún, y no sabemos si ocurrirá? Este es el dilema al que se enfrenta Aristóteles.

---

[3] Cf. WHITAKER, C.W.A.: *Aristotle´s De Interpretatione*. Oxford University Press, Oxford, 1996.

[4] Es frecuente en la lógica temporal representar instantes de tiempo con la variable t, seguida de números naturales como subíndices. El momento presente siempre se simboliza como t_0. Todos los momentos posteriores son simbolizados con un número ulterior a 0. Los anteriores, por su parte, con números negativos.

Parece que determinar el valor de verdad de las proposiciones que se refieren al pasado y al presente es fácil, pero hay un problema a la hora de determinar el de aquellas que se refieren al futuro, dado que el estado de cosas del que dicen algo no existe todavía.

En el caso de la batalla naval que él mismo propone [$18^{a}35$-$18^{b}5$], no podemos establecer hoy si la afirmación «Mañana habrá una batalla naval» o «Mañana no habrá una batalla naval» es verdadera o falsa. Por lo tanto, RCP no se cumple. Si lo hiciera, supondría que el suceso está compelido a ocurrir; y eso significaría que el futuro está determinado, que es algo que Aristóteles no está dispuesto a aceptar.

Por eso analiza tres posibles soluciones [$18^{b}20$-$19^{b}1$]:

A. Negar la verdad de los futuros contingentes, es decir, defender que todos los enunciados de este tipo no son nunca verdaderos, sino que siempre son falsos.
    - El problema de esto es que, si fuera así, entonces todo lo que digamos sobre el futuro sería falso, de modo que, en último término, no habría futuro. En efecto, si todo lo que decimos acerca del futuro es falso, llegamos a la extraña conclusión de que no hay futuro, ya que, como ninguno de los dos miembros del par contradictorio es verdad, ni sucederá ni no sucederá lo que estemos diciendo, por lo que el futuro estará "vacío".

B. Aceptar que RCP se cumple siempre y que, por consiguiente, el futuro está determinado.
    - El inconveniente de esta postura es que entonces todo lo que ha ocurrido, ocurre y ocurrirá es necesario. No puede cambiarse. Lo que nos llevaría al fatalismo.

C. Limitar RCP.
    - Es necesario que en un par contradictorio, si un enunciado es verdadero, el otro debe ser falso. Sin embargo, en el caso del futuro, dado que los hechos de los que se habla en el presente no han ocurrido aún, no podemos saber cuál es el verdadero y cuál es el falso. Por lo tanto, RCP se cumple para los enunciados pasados y presentes, pero no para los futuros. Así, se reconoce que el futuro es contingente, no necesario, y se acaba con el argumento fatalista.

Básicamente estas son las opciones que propone Aristóteles para solucionar este problema y, si bien suele haber una gran controversia respecto a cuál es la que prefiere [cf. Whitaker, 1996, pp. 119-128], pues su opinión es bastante ambigua en este sentido, parece que la más sensata es la última. De ahí que muchos estudiosos de su obra, como Whitaker [1996, p. 124], consideren que es por ella por la que se decanta.

De este modo, si la aceptáramos, podríamos concluir que es necesario hoy que mañana aprobemos o no el examen de lógica, pero no que es necesario que lo aprobemos, o que es necesario que no lo aprobemos. En términos lógicos:

$$\Box(p \vee \neg p),\ t_0\ ✓$$

$$(\Box p \vee \Box\neg p),\ t_0\ ✕$$

Donde $\Box$ es el operador monario de la lógica modal que significa "es necesario que…".

Tal solución podría ser una salida muy válida al problema de los futuros contingentes. De hecho, generalmente pensamos igual cuando tratamos con afirmaciones de ese tipo. Si dijéramos a alguien «Mañana aprobaré el examen de lógica», lo más seguro es que esa persona nos replicara «Esperemos que así sea», porque sabe que no necesariamente tenemos que aprobarlo. Puede que no lo hagamos; y lo más seguro es que sea así, si no hemos estudiado lo suficiente.

Sin embargo, muchos filósofos han considerado que la cuestión del determinismo no puede resolverse de manera tan intuitiva. Por eso han proporcionado pruebas más formales en su contra. Una de ellas la encontramos en el Argumento Maestro.

2.2. Diodoro de Cronos y el Argumento Maestro

Diodoro de Cronos (IV-III siglo a.C.) fue un filósofo de la escuela megárica que se hizo famoso por sus paradojas. Quizá las más conocidas sean las cuatro que planteó sobre el movimiento, de las que Zenón de Elea se hizo eco, y la paradoja sorites. No obstante, su notoriedad ha venido principalmente de lo que en la Edad Media se llamó el "Argumento Maestro" (AM).

Suele ser un tópico en la historia de la lógica afirmar[5] que AM influyó en Aristóteles a la hora de proponer el problema de los futuros contingentes, dado que 1) el asunto a tratar en ambos dilemas es muy parecido y 2) el propio Aristóteles alude en la *Metafísica* [cf. 1046^{b}30 y ss.] a la teoría modal de los filósofos megáricos. Pero, aparte de que no hay pruebas sólidas al respecto, el tratamiento aristotélico de la determinación del futuro difiere del de Diodoro.

Es por eso por lo que podría decirse que AM simplemente constituye otro (aunque distinto) acercamiento a este problema. De hecho, desde su propuesta se ha visto como un intento de demostrar la verdad del fatalismo, no de contradecirlo.

[5] Cf. KNEALE, William y KNEALE, Martha: *The Development of Logic*. Clarendon Press, Oxford, 1962. También MATES, Benson: *Stoic Logic*. University of California Press, California, 1961.

Si bien no se conserva el argumento en su totalidad, sí que se conocen las que han sido entendidas como sus premisas y su conclusión, que son las siguientes[6]:

1. Toda proposición verdadera sobre el pasado es necesaria.
2. Una proposición imposible no puede seguirse de una posible.

Conclusión:

3. Hay proposiciones posibles que no son ni serán verdaderas.

Como puede observarse, resulta plausible sostener la verdad de 1 y 2. Pero no la de 3, puesto que parece oponerse al sentido común. Lo hace porque generalmente consideramos que lo posible es aquello que o bien es ya, o bien será en algún momento futuro, pero no que ni es ni será, ya que eso concuerda más con lo que entendemos por "imposible".

Sin embargo, lo cierto es que la pretensión de este trilema consiste en mostrar cómo una proposición que es posible ahora puede no llegar a ser nunca verdadera, que es lo que sostiene 3 y que es lo que sucede en el caso de la batalla naval que propone Aristóteles.

Para reconstruir el argumento sigamos, no obstante, con nuestro ejemplo del examen de lógica e imaginemos que decimos: «Es posible que mañana apruebe el examen de lógica» ($\Diamond p$[7]) o «Es posible que mañana no apruebe el examen de lógica» ($\Diamond\neg p$). Ambas proposiciones son proferidas ahora, esto es, en el momento t_0.

Remontémonos a mañana, es decir, al momento t_1. Es evidente que ahí una de las dos proposiciones será verdadera, y la otra falsa, puesto que o bien aprobamos el examen, o no lo hacemos. Supongamos que lo hacemos, esto es, que p es verdadera (por lo que $\neg p$ es falsa, por RCP).

Si esto es así, entonces 3 es verdadera, ya que hay una proposición que es posible, a saber, $\Diamond\neg p$ en t_0, pero que ni es ni será verdadera: no lo es porque en t_0 solo es posible, y no lo será porque en t_1 $\neg p$ es falsa.

En cualquier caso, sigamos. Según 1, una proposición verdadera sobre el pasado es necesaria. La afirmación $\Diamond p \vee \Diamond\neg p$ es verdadera en t_0. En consecuencia, tal afirmación es necesaria en t_1, esto es, $\Box(\Diamond p \vee \Diamond\neg p)$.

Sin embargo, si $\Box(\Diamond p \vee \Diamond\neg p)$ es verdadera, entonces ocurre lo siguiente:

---

6 ØHRSTRØM, Peter y HASLE, Per F.: *Temporal Logic. From Ancient Ideas to Artificial Intelligence*. Springer Science+Business Media Dordrecht, Dordrecht, 1995, pp. 15-16. Para una variación, véase Kneale, 1962, p. 119; o Mates, 1961, p. 38.

7 $\Diamond$ es el operador de la lógica modal que indica posibilidad. Puede leerse como "es posible que…".

- Hemos dicho que $\diamond p$ es verdadera y $\diamond\neg p$ es falsa.
- Eso significa que esa fórmula puede transformarse en: $\Box(\diamond p \wedge \neg\diamond\neg p)$.
- Si recurrimos al sistema K de la lógica modal y en concreto al axioma $\Box(p \wedge q) \equiv \Box p \wedge \Box q$, esa fórmula a su vez es equivalente a: $\Box\diamond p \wedge \Box\neg\diamond\neg p$.
- Por la regla de interdefinición de $\Box$ en términos de $\diamond$, a saber, $\Box p \equiv \neg\diamond\neg p$, la proposición $\Box\neg\diamond\neg p$ puede convertirse en $\Box\Box p$.
- La fórmula $\Box(\diamond p \vee \diamond\neg p)$ pasa a ser entonces $\Box\diamond p \wedge \Box\Box p$.

Por lo tanto, no hay proposiciones posibles que ni son ni serán verdaderas, sino todo lo contrario: están determinadas a ser verdaderas. Es por eso que Diodoro utiliza la plausibilidad de 1 y 2 para justificar que 3 es falsa, así como para definir la posibilidad y la necesidad de la siguiente manera [Øhrstrøm y Hasle, 1995, p. 16]:

(DM) Lo posible es aquello que o es o será verdadero.

(DL) Lo necesario es aquello que, siendo verdadero, no será falso.

La conclusión última de este problema consistiría en que, si como Aristóteles aceptamos la posibilidad de determinar en el presente (en el momento t_0) el valor de verdad de proposiciones sobre futuros contingentes, que tienen lugar en un momento posterior a t_0, esto es, en t_n (siendo $n > 0$), una de esas proposiciones será necesariamente falsa, vale decir, imposible. Lo que significa que siempre ha sido verdad que tal proposición sería falsa y, en consecuencia, que el futuro está determinado.

Así pues, el Argumento Maestro descarta la existencia de futuros contingentes mediante la demostración del determinismo.

Ahora bien, solo lo hace si se aceptan las premisas (1 y 2), pero es posible no hacerlo. En efecto, si concebimos el tiempo de forma lineal, esto es, como una recta cuyos segmentos constituyen instantes temporales, entonces o 1 o 2 debe ser rechazada. En cambio, si entendemos el tiempo de forma ramificada, esto es, como una especie de árbol en el que cada presente posee diferentes futuros posibles, entonces sí que podríamos aceptar ambas, e incluso tanto 3 como su negación.

Después de la formulación de AM y del dilema de los futuros contingentes, el problema del determinismo se convirtió en uno de los grandes interrogantes filosóficos y constituyó el punto de partida de un creciente interés por las cuestiones lógico-temporales. El motivo de ello residía no solo en que suscitaba una gran cantidad de incógnitas en torno a la providencia divina, la libertad humana, etc., sino también a que permitió el desarrollo de planteamientos lógicos que abordan la perspectiva temporal desde el punto de vista modal.

Esta es la razón por la que ambos son tan importantes para la lógica temporal, dado que permitieron plantear otro tipo de estructuras temporales. Las tesis básicas de algunas de ellas pueden encontrarse ya en las teorías de los filósofos que vamos a ver a continuación.

2.3. Ockham, Peirce y Lukasiewicz

Cuando analizamos el tratamiento de la cuestión del determinismo en épocas posteriores al mundo clásico, es posible encontrar una gran cantidad de autores que han realizado aportaciones relevantes al respecto. No hay más que pensar en, por ejemplo, Anselmo de Canterbury, Tomás de Aquino, Kant o Leibniz.

Sin embargo, no fueron ellos, sino Guillermo de Ockham (1280/1288-1349), Charles Sanders Peirce (1839-1914) y Jan Lukasiewicz (1878-1956) los que más influyeron en Arthur Prior a la hora de proponer una lógica del tiempo. De ahí que nos centremos en ellos.

Como hemos indicado en el apartado anterior, el determinismo fue muy prontamente asociado con el problema de la incompatibilidad entre la omnisciencia divina y el libre albedrío humano, que puede resumirse en el siguiente argumento:

1. Se supone que Dios es omnisciente, lo que significa que conoce (o puede conocer) todo[8].
2. Una de las cosas que conoce o puede conocer es el futuro, es decir, sabe qué ocurrirá en todo momento. Siguiendo con nuestro ejemplo, sabe si aprobaremos o no el examen de lógica, o si mañana habrá o no una batalla naval.
3. Pero, si esto es así, entonces el futuro está determinado, porque si no Dios no podría conocerlo[9].

[8] Cf. PRIEST, Graham: “Warfield on Divine Foreknowledge and Human Freedom”. *Faith and Philosophy*, n. 25, 2008, pp. 75-78; VALDÉS VILLANUEVA, Luis M.: “Introducción”. *De Interpretatione*, Tecnos, Madrid, 2012, pp. 178 y ss; e incluso HAWKING, Stephen: *A Brief History of Time*. Bantam Books, Nueva York (EEUU), 1988.

[9] Cabe señalar que esta conclusión se funda también en otra premisa, que sería una matización de la primera, a saber, Dios puede conocer todo lo verdadero, vale decir, lo que existe, puesto que, si conociera lo que no existe, esto es, lo falso, podría cometer errores; y eso es imposible. De esta manera, si Dios conoce el futuro, significa que este es verdadero y que, por consiguiente, existe. Por lo tanto, el futuro está determinado. [Hemos optado por no incluir esta premisa en el razonamiento porque ella misma ya generó una gran discusión en su momento y supondría complicarlo aún más.]

Para solucionar este problema sin renunciar a la libertad humana, filósofos como Guillermo de Ockham[10] (que a su vez se basó en los planteamientos del neoplatónico Jámblico[11] (III-IV siglo d.C.)) sostuvieron que, si bien es cierto que Dios puede conocer el valor de verdad de los futuros contingentes, eso no implica que el futuro esté determinado. Los seres humanos poseen una cierta libertad al ser capaces de poder elegir entre diferentes futuros posibles; aunque Dios sepa cuál de ellos es el real.

Esta idea, que en la Edad Media se denominó "opinión de los modernos" (*opinio modernorum*) [cf. Øhrstrøm y Hasle, 1995, p. 88], fue enormemente revolucionaria dentro de la filosofía escolástica, puesto que supuso la defensa de que la concepción lineal del tiempo que postula la doctrina cristiana hace incompatible la omnisciencia y la libertad. Por eso, la única forma de evitar esta contradicción es abogar por una concepción temporal ramificada según la cual, pese a que existe una multiplicidad de futuros contingentes, hay uno que posee un estatus especial.

Concepción que, además, fue la base de lo que posteriormente Prior llamaría "modelo temporal ockhamista", que en términos generales se caracteriza por proponer un modelo de tiempo ramificado con una variedad de posibles líneas temporales (llamadas "historias" o "crónicas"), donde la verdad de las proposiciones depende de la historia en la que se estén evaluando.

Mucho más adelante, en concreto en el siglo XIX, Peirce[12] se opone a esta teoría de un futuro "especial" entre la pluralidad de futuros posibles al sostener que una proposición sobre el futuro no es en el momento presente simplemente verdadera, sino que es o necesariamente verdadera (o falsa), o posiblemente verdadera (o falsa).

La razón reside en que para él las proposiciones de la lógica representan hechos, esto es, "porciones" de la realidad, de modo que una afirmación del tipo «Mañana aprobaré el examen de lógica» (p) no representa nada, dado que aún hoy ese hecho no existe. Es por eso por lo que considera que p debería ser o bien $\Box p$, o bien $\Diamond p$, es decir, estar matizada por una modalidad, pero no simplemente p.

Esta será la base del otro modelo temporal de Prior, al que llama "peirceano" evidentemente en su honor.

---

[10] Cf. OCKHAM, Guillermo: *Predestination, God´s Foreknowledge and Future Contingents*. Hackett, Indianápolis (EEUU), 1969.

[11] Cf. JÁMBLICO: *On the Mysteries*. Society of Biblical Literature, Atlanta (EEUU), 2003; y JÁMBLICO: *Life of Pythagoras*. Inner Traditions, Rochester (Vermont, EEUU), 1986.

[12] Cf. HARTSHORNE, Charles; WEISS, Paul y BURKS, Arthur (eds.): *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*. Harvard University Press, Harvard, 1932-1958.

Sin embargo, a partir de la década de los 20 del siglo pasado, frente a la concepción ockhamista y peirceana de los futuros contingentes, el lógico polaco Lukasiewicz[13] retoma la visión aristotélica y defiende que, en lugar de considerar una línea temporal futura privilegiada o de concebir al futuro como necesario o posible, la solución a este problema radica en aceptar que la verdad de ese tipo de proposiciones no está aún determinada.

Es así cómo propone su lógica trivalente, que, al contrario que en la lógica clásica, donde solo hay dos valores de verdad (verdadero = 1 y falso = 0), reconoce un tercero: indeterminado (i). De esta manera, una fórmula como $p \vee \neg p$ tendrá un valor i en t_0.

Estos son en términos generales los planteamientos que llevaron a Prior a crear la lógica temporal en una serie de escritos durante la segunda mitad del siglo XX.

[13] Cf. LUKASIEWICZ, Jan: "On Determinism". En McCALL, Storrs (ed.): *Polish Logic (1920-1939)*. Oxford University Press, Oxford (Inglaterra), 1967, pp. 19-39.

3. Estado actual:

Los sistemas de tiempo ramificado

Lo que haremos en esta sección será, por un lado, presentar el sistema lógico mínimo que Prior utilizó para afrontar el problema de AM y para proponer los sistemas de tiempo ramificado de los que hemos hablado en el último apartado. Eso nos permitirá, por otro lado, exponer tales sistemas.

Para realizar esto nos centraremos fundamentalmente en tres de sus textos: el artículo "Diodoran Modalities"[14] y los libros *Time and Modality*[15] y *Past, Present and Future*[16].

3.1. El sistema mínimo de la lógica temporal

Desde la publicación en 1941 del artículo "Time: A Treatment of Some Puzzles"[17] de John Findlay, la pretensión de Prior fue crear un sistema lógico similar al de la lógica modal en el que la perspectiva interna del tiempo que, según él, posee nuestro lenguaje y nuestro pensamiento quedara reflejada.

Su idea consiste en que las personas nos representamos el tiempo fijando un pasado y un futuro respecto a un ahora cambiante. Por eso, una lógica del tiempo debería respetar este sentido interno de una temporalidad que requiere un "ahora que fluye".

La inspiración para ello provino fundamentalmente del Argumento Maestro de Diodoro, que le permitió ir desarrollando el sistema de esa lógica hasta que en [1967, p. 176] propuso lo que se conoce como el sistema mínimo de la lógica temporal, llamado K_t (la K probablemente es en honor al lógico Saul Kripke). Es el siguiente:

El lenguaje de K_t, al que denominaremos $\mathscr{L}_{K_t}$, está formado por $\mathscr{L}$ (véase el anexo 6.1) más los siguientes operadores:

- F, que puede leerse como "será alguna vez en el futuro que…".
  - La proposición Fp significaría entonces «Será alguna vez en el futuro que aprobaré el examen de lógica».

[14] PRIOR, Arthur: "Diodoran Modalities". *The Philosophical Quarterly*, vol. 5, n. 20, 1955, pp. 205-213.

[15] PRIOR, Arthur: *Time and Modality*. Oxford University Press, Oxford, 1957.

[16] PRIOR, Arthur: *Past, Present and Future*. Oxford University Press, Oxford, 1967.

[17] FINDLAY, John: "Time: A Treatment of Some Puzzles". *Australasian Journal of Psychology and Philosophy*, n. 19, 1941, pp. 216-235.

- P, que puede leerse como "fue alguna vez en el pasado que…".
    - Pp significaría entonces «Fue alguna vez en el pasado que aprobé el examen de lógica».
- G, que puede leerse como "será siempre en el futuro que…".
    - Gp sería entonces «Será siempre en el futuro que aprobaré el examen de lógica».
- H, que puede leerse como "ha sido siempre en el pasado que…".
    - Hp simbolizaría entonces «Ha sido siempre en el pasado que aprobé el examen de lógica».

Fp, Pp, Gp y Hp son también fbf. Además, estos operadores son interdefinibles, de tal forma que $F \equiv \neg G \neg$, y $P \equiv \neg H \neg$.

La sintaxis de K_t consta de los siguientes axiomas [Øhrstrøm y Hasle, 1995, pp. 204-211]:

(A0) Todas las tautologías de la lógica proposicional.

(A1) $G(A \supset B) \supset (GA \supset GB)$

(A2) $H(A \supset B) \supset (HA \supset HB)$

(A3) $A \supset HFA$

(A4) $A \supset GPA$

Donde A y B son fbf (véase el anexo 6.1).

Las reglas de inferencia de K_t son:

(MP) Si $\vdash A$ y $\vdash A \supset B$, entonces $\vdash B$.

(RG) Si $\vdash A$, entonces $\vdash GA$.

(RH) Si $\vdash A$, entonces $\vdash HA$.

Donde $\vdash$ es el símbolo que representa la consecuencia (sintáctica) lógica.

(A0-A4) conforman el sistema mínimo de la lógica temporal. El motivo por el que se dice que es mínimo reside en que estos axiomas no realizan ninguna exigencia temporal, es decir, no establecen ninguna característica determinada al tiempo.

En efecto, (A1) y (A2) simplemente manifiestan la propiedad distributiva de G y de H, respectivamente, que es similar a la de $\Box$ en la lógica modal. Así, de forma intuitiva lo que postula (A1), por ejemplo, es que, si será siempre en el futuro que $A \supset B$, entonces, si será siempre en el futuro que A, será siempre en el futuro que B. Y lo mismo con el operador H.

Ejemplifiquemos esto con el caso que hemos estado tratando durante todo el trabajo, a saber, el de si aprobaremos o no el examen de lógica. Sea p la afirmación «Aprobar el examen de lógica» y q la afirmación «Atiborrarse a chocolate». Dado esto, (A1) pasaría a ser $G(p \supset q) \supset (Gp \supset Gq)$ y podría leerse como: si será siempre en el futuro (esto es, de este momento en adelante) que, si apruebo el examen de lógica, entonces me atiborraré a chocolate, entonces, si será siempre en el futuro que aprobaré el examen de lógica, será siempre en el futuro que me atiborraré a chocolate.

Por otro lado, (A3) y (A4) representan el flujo temporal. En el caso del primero lo que asevera es que, si en el momento presente una proposición es verdadera, entonces ha sido siempre en el pasado que esa proposición sería verdadera alguna vez en el futuro. Si aprobamos hoy el examen de lógica, entonces ha sido siempre en el pasado que lo aprobaríamos en algún momento del futuro.

En el caso del segundo declara que, si una proposición es verdadera en este instante, entonces será siempre en el futuro que fue verdadera alguna vez en el pasado. Es decir, si aprobamos el examen de lógica, entonces siempre será verdad que lo aprobamos en algún momento del pasado.

En esto consiste la sintaxis de K_t. Pasemos a exponer su semántica. Para ello, no obstante, será necesario realizar antes una aclaración.

Hasta el momento, el sistema de la lógica temporal que hemos estado viendo se ha basado en lo que se ha llamado "serie-A del tiempo". Una idea que fue planteada por el filósofo inglés John McTaggart en el artículo "The Unreality of Time"[18], donde distingue dos formas de ordenar los eventos temporalmente: mediante la relación "antes de", lo que da lugar a la serie-B; o estableciendo un momento en esa serie al que concebir como el momento presente. De esta manera, los eventos ya no estarían ordenados en base a la relación de ulterioridad (o relación antes/después), sino en base a si son presentes, pasados o futuros, lo que da lugar a la serie-A. Los operadores P, H, F y G son ejemplos de ello.

Sin embargo, es necesario algo más que esos operadores para reflejar formalmente la serie-B. En concreto, lo que se necesita es construir un modelo (al que llamaremos $\mathscr{M}_{kt}$), a partir de un marco $\langle T, < \rangle$, cuya estructura sea $\langle T, <, v \rangle$[19]:

- $T \neq \varnothing$ es un conjunto de instantes o momentos.
- $< \subseteq T^2$ es la relación binaria antes/después (también llamada "relación de ulterioridad").

---

[18] MCTAGGART, John: "The Unreality of Time". *Mind*, vol. 17, n. 68, 1908, pp. 457-474.

[19] Cf. GORANKO, Valentin y GALTON, Antony: "Temporal Logic". En *Stanford Enclyclopedia of Philosophy*, 2015, https://plato.stanford.edu/entries/logic-temporal/.

- v es la función de evaluación que asigna el valor Verdadero (1) o Falso (0) a cada fbf en un momento. Así, siendo FBF el conjunto de fórmulas bien formadas, se dice que: v: FBF x T $\supset$ {1,0}.

v cumple las siguientes condiciones, para cualesquiera t_0, $t_1 \in$ T; A, B $\in$ FBF y variable proposicional p:

1. $v_{t0}(p) = 1$ o $v_{t0}(p) = 0$
2. $v_{t0}(\neg A) = 1$ si y solo si (syss) $v_{t0}(A) = 0$
3. $v_{t0}(A \supset B) = 1$ syss $v_{t0}(A) = 0$ o $v_{t0}(B) = 1$
4. $v_{t0}(A \wedge B) = 1$ syss $v_{t0}(A) = 1$ y $v_{t0}(B) = 1$
5. $v_{t0}(A \vee B) = 1$ syss $v_{t0}(A) = 1$ o $v_{t0}(B) = 1$
6. $v_{t0}(FA) = 1$ syss $\exists t_1$ $(t_0 < t_1 \wedge v_{t1}(A) = 1)$
7. $v_{t0}(PA) = 1$ syss $\exists t_1$ $(t_1 < t_0 \wedge v_{t1}(A) = 1)$
8. $v_{t0}(GA) = 1$ syss $\forall t_1$ $(t_0 < t_1 \supset v_{t1}(A) = 1)$
9. $v_{t0}(HA) = 1$ syss $\forall t_1$ $(t_1 < t_0 \supset v_{t1}(A) = 1)$

1 representa la ley de la bivalencia y puede leerse como "o p es verdadera en el momento t_0, o no lo es en ese mismo momento". 2 representa RCP. 3-5 reflejan la tabla de verdad de las conectivas de $\mathscr{L}$ (ver anexo 6.1). 6 muestra las condiciones de verdad de una fórmula del tipo FA, que solo es verdadera en el momento presente (t_0) si existe al menos un instante posterior a ese momento, como t_1, en el que A es verdadera. 7 muestra lo mismo, pero de una fórmula del tipo PA, que es verdadera en el presente syss existe al menos un instante anterior, como t_1, en el que A es verdadera. 8 establece que una proposición del tipo GA es verdadera en t_0 syss A es verdadera en todos los instantes posteriores a él. 9, por último, declara que una afirmación del tipo HA es verdadera en t_0 syss A es verdadera en todos los instantes anteriores a él.

Es de esta manera cómo K_t adquiere su semántica y se convierte en un sistema completo, esto es, donde todas sus tautologías están probadas sintácticamente.

Como hemos indicado, K_t es un sistema mínimo porque no realiza ninguna asunción sobre la estructura del tiempo. Dicho de otra manera: no exige nada de la relación <. Sin embargo, si añadimos los axiomas siguientes:

(A5) FFA $\supset$ FA

(A6) $PPA \supset PA$

(A7) $PFA \supset (PA \vee A \vee FA)$

(A8) $FPA \supset (PA \vee A \vee FA)$

(A9) $GA \supset FA$

(A10) $HA \supset PA$

(A11) $FA \supset FFA$;

sí que es necesario determinar las propiedades de < para que sean válidos. En efecto, si agregamos A5 y A6 al sistema mínimo, obtenemos un modelo transitivo. Si agregamos A7 y A8, obtenemos un sistema de tiempo lineal. Si agregamos A9 y A10, tenemos un sistema de tiempo infinito; y, si agregamos A11, obtenemos un sistema de tiempo denso.

En términos formales, esas propiedades son, para cualesquiera $t_1, t_2, t_3 \in T$:

- Transitividad: $\forall t_1, t_2, t_3 ((t_1 < t_2 \wedge t_2 < t_3) \supset t_1 < t_3)$ [A5 y A6]
- Linealidad hacia el futuro: $\forall t_1, t_2, t_3 (t_2 < t_1 \wedge t_2 < t_3) \supset (t_1 < t_3 \vee t_1 = t_3 \vee t_3 < t_1)$ [A7]
- Linealidad hacia el pasado: $\forall t_1, t_2, t_3 (t_1 < t_2 \wedge t_3 < t_2) \supset (t_1 < t_3 \vee t_1 = t_3 \vee t_3 < t_1)$ [A8]
- Infinitud hacia el futuro (el tiempo no tiene fin): $\forall t_1 \exists t_2 (t_1 < t_2)$ [A9]
- Infinitud hacia el pasado (el tiempo no tiene comienzo): $\forall t_1 \exists t_2 (t_2 < t_1)$ [A10]
- Densidad: $\forall t_1, t_2 \exists t_3 (t_1 < t_2 \supset (t_1 < t_3 \vee t_3 < t_2))$ [A11]

En términos generales este es el sistema de la lógica temporal creado por Prior.

El problema es que K_t es puramente temporal, pero, como sabemos, el interés de Prior por el tiempo respondía a su vez a un interés por la cuestión del determinismo. Cuestión que está estrechamente relacionada con el concepto de “necesidad”, que cae dentro de la lógica modal. Es por esto por lo que trata de desarrollar sistemas que integren ambas dimensiones. Dos de los más conocidos son el sistema ockhamista y el sistema peirceano, que responden a una noción de tiempo ramificado.

Pasemos a verlos.

Sin embargo, antes de ello, formalicemos el argumento determinista (AD). Así podremos comprobar su validez en tales sistemas.

3.2. Formalización de AD

En [1967, pp. 117-118] Prior, después de hacer un recorrido por los principales argumentos que se han propuesto a lo largo de la historia en favor del determinismo (entre los que destacan el de Aristóteles y el de Diodoro que hemos visto en la primera sección), propone una formalización de AD precisamente para determinar si es válido, o no.

Para ello, parte tan solo de una asunción, y es tomar $\Box$ no como necesidad, sino como inevitabilidad. De esta manera, una proposición como $\Box p$ no significaría "es necesario que p", sino "es inevitable que p".

AD sería:

1. $Pp \supset \Box Pp$ (Dado lo anterior, 1 significa que el pasado es inalterable)
2. $PFp \supset \Box PFp$ (Resultado de sustituir p por Fp en 1)
3. $Fp \supset PFp$ (Tesis)
4. $Fp \supset \Box PFp$ (Transitividad del condicional en 2 y 3.)
5. $\Box(p \supset q) \supset (\Box p \supset \Box q)$ (Axioma de la lógica modal.)
6. $\Box(PFp \supset Fp)$ (Tesis)
7. $\Box PFp \supset \Box Fp$ (Se sigue de 5 y 6.)
8. $\vdash Fp \supset \Box Fp$ (Transitividad del condicional en 4 y 7.)

La premisa 1 refleja un pensamiento muy común entre las personas, a saber, que el pasado no puede cambiarse. En efecto, si traducimos p por lo mismo de siempre, diría algo así como «Si fue alguna vez en el pasado (sea cuando sea esto: hace un momento, ayer, hace una semana, etc.; da igual mientras haya sucedido en el pasado) que aprobé el examen de lógica, entonces es necesario que haya aprobado el examen de lógica alguna vez en el pasado». Es decir, si ayer aprobé el examen de lógica, no se puede cambiar el que ayer haya hecho eso.

Si esto es así, entonces no habría ningún problema en sustituir "p" por "Fp", esto es, por "será alguna vez en el futuro (al igual que antes, da igual en qué momento suceda eso) que p", dado que en lógica hay una regla de sustitución que dice que una tesis (esto es, un axioma o un teorema) cuyas variables proposicionales sean sustituidas por fórmulas bien formadas seguirá siendo una tesis, siempre y cuando cada variable sea sustituida siempre que aparece, y siempre por la misma fbf.

De esta manera, obtendríamos la premisa 2, que afirma que «Si fue alguna vez en el pasado que sería alguna vez en el futuro que p, entonces es inevitable que fue alguna vez en el pasado que sería alguna vez en el futuro que p». Siguiendo con nuestro ejemplo, si ayer yo dije que mañana aprobaría el examen de lógica, entonces no puedo cambiar el que ayer haya dicho eso.

Si aceptamos esto, no habría ningún inconveniente en afirmar la premisa 3, según la cual «Si será alguna vez en el futuro que p, entonces fue alguna vez en el pasado que será alguna vez en el futuro que p». En efecto, si yo digo hoy que mañana aprobaré el examen de lógica, mañana será verdad que ayer dije eso. Lo que nos lleva a la premisa 4, que se sigue de 2 y 3 por la regla de la transitividad del condicional y que, continuando con nuestro caso, sostiene que mañana será inalterable que hoy haya dicho que aprobaría el examen de lógica.

Cojamos ahora el axioma de la lógica modal que aparece en la premisa 5, que nos dice que «Si es necesario que $p \supset q$, si es necesario que p, entonces es necesario que q», y apliquémoslo a la proposición $PFp \supset Fp$, que afirma que «Si fue alguna vez en el pasado que será alguna vez en el futuro que p, entonces será alguna vez en el futuro que p» (premisa 6). Una afirmación que, según Prior, supuestamente defendería cualquier determinista. De ellas dos obtendríamos la premisa 7: «Si es inevitable que fue alguna vez en el pasado que será alguna vez en el futuro que p, entonces es inevitable que será alguna vez en el futuro que p».

Es decir, si yo ayer dije que mañana aprobaría el examen de lógica, hoy tendré que aprobarlo, puesto que, dado que el pasado es inalterable (como vimos en la premisa 1), y esa inalterabilidad se transmite al futuro (según el axioma 5), el futuro también será inalterable, esto es, necesario. Por lo tanto, el futuro está determinado, que es lo que viene a reflejar la premisa 8, que se sigue de 4 y 7 por la regla de la transitividad y que puede leerse como «Si será alguna vez en el futuro que p, entonces es necesario que p será alguna vez en el futuro».

Básicamente esto es lo que afirma AD. Es para refutarlo por lo que Prior construye los sistemas ockhamista (SO) y peirceano (SP).

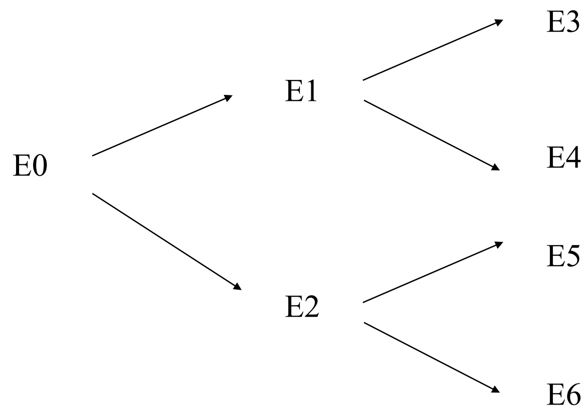
3.3. SO y SP

Llegados a este punto, remito al texto de Borges del principio del trabajo. Allí, lo que se presenta es una visión del tiempo como un árbol con muchas ramas que se bifurcan. Cada una de esas ramas da lugar a una nueva línea temporal que puede convergir, divergir o ser paralela a otra. De ahí que esta concepción se denomine “ramificada”, pues toma su metáfora de esta imagen de las ramas del árbol.

A Prior esta idea de la ramificación del tiempo le fue sugerida curiosamente por Kripke en una carta de septiembre de 1958. En ella lo que le proponía era tomar el presente como un punto de rango 0 y el futuro como un conjunto de hechos posibles de rango 1. Para cada hecho posible de rango 1, habrá otro conjunto de eventos posibles de rango 2; y así sucesivamente.

Lo que se obtiene con ello es un árbol con múltiples ramas (o nodos) que representan el conjunto de hechos posibles a partir del presente. Cada nodo, a su vez, es respecto a los eventos futuros un presente o un pasado. En consecuencia, este planteamiento proporciona una estructura en la que cada punto constituye una sub-estructura con sus propios presentes, pasados y futuros.

Gráficamente sería algo así:



En esta figura, E0 se situaría en el rango 0, E1 y E2 en el rango 1 y E3, E4, E5 y E6 en el rango 2. Según esto, todos los eventos poseen un pasado definido. Por ejemplo, E3 y E4 tienen en común E1, que a su vez procede de E0; y lo mismo para E5 y E6 con E2 y E0. Además, así como E0 representa un momento presente que posee varios futuros posibles (E1 y E2), con sus respectivos futuros posibles (E3, E4, E5 y E6), E1 o E2 también pueden ser momentos presentes con varias alternativas futuras: E3 y E4 para el primero, y E5 y E6 para el segundo.

Del mismo modo, si dos hechos pertenecen al mismo nodo (como E1 y E2, que forman parte del nodo de E0), se dice que son simultáneos. En cambio, si dos hechos no pertenecen al mismo nodo (como E3 y E4 respecto a E5 y E6), se dice que son pseudo-simultáneos o contrafácticos. Por ejemplo, si nos situamos en E1, entonces E2 sería su evento contrafáctico. Eso significa que, si bien E1 es el evento real, E2 es una posibilidad que puede aún ocurrir.

Desde el punto de vista formal, la lógica de tiempo ramificado conserva el marco kripkeano de la lógica temporal "estándar", que es: $\langle T, <\rangle$. T y $<$ son lo mismo que antes; aunque en este caso $<$

debe satisfacer tres condiciones: 1) la transitividad, 2) la irreflexividad y 3) lo que se ha denominado la "condición del árbol" (*tree condition*), que puede expresarse lógicamente así[20]:

$$\forall t_1, t_2, t_3 \in T\ ((t_2 < t_1 \wedge t_3 < t_1) \supset (t_2 < t_3 \vee t_3 < t_2 \vee t_2 = t_3))$$

Estas tres condiciones constituyen el primer conjunto de los requisitos que ha de cumplir una lógica que busque reflejar la idea de la ramificación del tiempo. Idea que formalmente puede expresarse de la siguiente manera [Zanardo, 2006, p. 380]:

$$(1)\ \exists t_1, t_2, t_3 \in T\ (t_1 < t_2 \wedge t_1 < t_3 \wedge t_2 \nless t_3 \wedge t_3 \nless t_2 \wedge t_2 \neq t_3)$$

El segundo requisito que tal lógica debe satisfacer consiste en introducir un mecanismo para trabajar con los posibles futuros y pasados de un momento dado. Ese mecanismo son las historias o las crónicas.

Una historia (h) es un conjunto máximo de instantes linealmente ordenados en base a $<$. El conjunto de todas las historias es H. La relación entre T y H, por tanto, radica en que cada historia está compuesta por un conjunto de instantes, vale decir, que $t \in h$, y a su vez que $h \in H$.

Si esto es así, entonces un futuro posible de un instante t sería una dupla (h, t) tal que, si $t' \in h$, $t < t'$. El conjunto de historias que pasan a través de un instante t se denota H(t). Además, de dos momentos distintos, t y t', que representan el mismo punto en historias distintas diremos que $t \approx t'$.

Intuitivamente lo que viene a decir todo lo que hemos indicado es que puede haber varias historias que atraviesan el momento t, y se bifurcan en él, pero todas ellas están solapadas en el pasado de t.

Una metáfora muy ilustrativa de esta idea puede verse en "El cable del tiempo", de Margarita Vázquez[21], quien concibe el tiempo no como un árbol cuyo tronco representa el pasado único y cuyas ramas representan el futuro lleno de posibilidades, sino más bien como un cable.

Si le quitamos a uno la cubierta de plástico hacia la mitad, nos quedaremos con un conjunto de cablecitos unidos en la parte que sigue cubierta y con un conjunto de cablecitos separados en la parte que no tiene dicha cobertura: el primer conjunto representaría el pasado, mientras que el segundo el futuro en un instante determinado, que sería aquel en el que hemos quitado el plástico. Esos cablecitos que están juntos y que simbolizan el pasado no pueden separarse, pero cada uno es la parte de atrás de otro que sí puede.

---

[20] ZANARDO, Alberto: "Quantification over Sets of Possible Worlds in Branching-Time Semantics". *Studia Logica*, n. 82, 2006, p. 379.

[21] VÁZQUEZ CAMPOS, Margarita: "El cable del tiempo". En LIZ, Manuel (ed.): *Puntos de Vista. Una investigación filosófica*. Laertes, Serie Logoi, Barcelona, 2013, pp. 249-262.

Más o menos esta sería la imagen del tiempo ramificado, cuyo marco es: $\langle T, <, H, \approx \rangle$. Dado esto, (1) podría reformularse de la siguiente manera [Zanardo, 2006, p. 380]:

$$(1') \ \exists t \ \exists h, h' \ (t \in h \wedge t \in h' \wedge h \neq h')$$

La idea del tiempo ramificado aplicado a la lógica fue enormemente novedosa y permitió a Prior formular sus dos grandes sistemas lógicos. Pero antes de presentarlos sería conveniente explicar una mejora que introdujo en la lógica temporal para facilitar las cosas a la hora de trabajar con sistemas como estos. Esa mejora es la lógica temporal métrica.

La razón de que no le hayamos dedicado un comentario más extenso con anterioridad reside en que, si bien es más compleja de lo que nosotros vamos a manifestar, lo que nos interesa solo es un planteamiento muy pequeño, a saber, el uso de variables para representar intervalos temporales.

Así, podemos pensar en las variables x, y, etc., como números que miden la duración de esos intervalos. Da igual que los números sean reales, racionales, integrales, etc. Sin embargo, nosotros emplearemos números naturales. De esta manera, por ejemplo, una proposición como F(1)p significará "será p en una unidad de tiempo"; y esa unidad temporal podrá ser una hora, un día, una semana, etc. Lo mismo ocurrirá con el resto de operadores temporales.

Una vez establecido esto, nada impide pasar a la exposición de los sistemas ockhamista y peirceano, que, cabe recordar, fueron planteados como un intento de dar solución al problema del determinismo del que hablamos en la sección 2.

3.3.1. El sistema ockhamista

En lo que respecta al problema del determinismo, ya hemos visto que la posición "real" de Guillermo de Ockham consiste en sostener que existen futuros contingentes cuyo valor de verdad está ya determinado, aunque nosotros no podamos conocerlo; tan solo Dios puede.

Sin embargo, Prior [1967, pp. 122 y ss.] malinterpreta esta concepción y afirma que la posición de Ockham consiste más bien en la defensa de que hay futuros contingentes, pero su valor de verdad no está aún determinado, es decir, no son en el presente ni verdaderos ni falsos.

Este es el punto de partida del sistema ockhamista, que introduce una función de evaluación al marco de la lógica de tiempo ramificado del apartado anterior. Esa función es [cf. Goranko y Galton, 2015]: Ock(t, h, p), donde $t \in T$ y $t \in h$, $h \in H$ y $p \in$ FBF.

Ock(t, h, p) puede leerse "p es verdad en el instante t de la historia h" y cumple las siguientes condiciones, dado $t, t' \in h$; $h, h' \in H$ y $p, A, B \in$ FBF:

1. Ock(t, h, p) = 1 o Ock(t, h, ¬p) = 1
2. Ock(t, h, ¬A) = 1 syss Ock(t, h, A) = 0
3. Ock(t, h, A ∧ B) = 1 syss Ock(t, h, A) = 1 y Ock(t, h, B) = 1
4. Ock(t, h, A ∨ B) = 1 syss Ock(t, h, A) = 1 o Ock(t, h, B) = 1
5. Ock(t, h, A ⊃ B) = 1 syss Ock(t, h, A) = 0 o Ock(t, h, B) = 1
6. Ock(t, h, FA) = 1 syss ∃t' (t < t' ∧ Ock(t', h, A) = 1)
7. Ock(t, h, PA) = 1 syss ∃t' (t' < t ∧ Ock(t', h, A) = 1)
8. Ock(t, h, ◇A) = 1 syss ∃h' ∃t' ∈ h' (t ≈ t' ∧ Ock(t', h', A) = 1)
9. Ock(t, h, □A) = 1 syss ∀h' ∀t' ∈ h' (t ≈ t' ⊃ Ock(t', h', A) = 1)

Al igual que en K_t, 1 representa la ley de la bivalencia, 2 RCP y 3-5 las condiciones de verdad de las conectivas de $\mathscr{L}$. 6 establece las de una fórmula del tipo FA, que en este sistema solo es verdadera en el momento t y en la historia h si existe al menos otro momento posterior (como t') de la misma historia en el que A es verdadera. 7 postula que una fórmula del tipo PA es verdadera en el momento t y en la historia h syss existe como mínimo un instante anterior (como t') de la misma historia en el que A es verdadera.

Por otra parte, 8 y 9 muestran cómo se evalúan las proposiciones modales en la lógica temporal desde el punto de vista ockhamista. Así, el primero declara que una proposición del tipo ◇A es verdadera en el instante t y en la historia h syss existe al menos otra historia (como h') con un momento equivalente a t en ella (como t') en la que A es verdadera. El segundo asevera que una proposición del tipo □A es verdadera en el instante t y en la historia h syss en todas las historias que parten de h hay un momento equivalente a t (t') en el que A es verdadera.

La versión métrica de esto podría obtenerse añadiendo una función de duración al modelo ⟨T, <, H, ≈, Ock⟩. Sea dur(t x t') esa función, que puede entenderse como «t es x unidades temporales anterior a t'». De esta manera, la reformulación de 6 y 7 sería[22]:

(6') Ock(t, h, F(x)A) = 1 syss ∃t' (t x t' ∧ Ock(t', h, A) = 1)

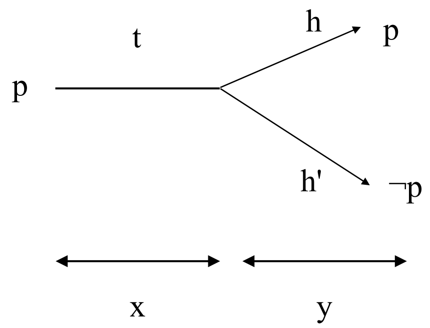
(7') Ock(t, h, P(x)A) = 1 syss ∃t' (t' x t ∧ Ock(t', h, A) = 1)

[22] Cf. ØHRSTRØM, Peter: "In Defence of the Thin Red Line. A Case for Ockhamism". *Humana.Mente Journal of Philosophical Studies*, n.8, 2009, pp. 17-32. Ver en concreto p. 24.

Si estas condiciones se cumplen, entonces el modelo del sistema ockhamista (al que llamaremos $\mathscr{M}_{\mathrm{Ock}}$) es: ⟨T, <, H, ≈, Ock⟩. Una fórmula A es válida en este sistema si y solo si Ock(t, h, A) para cualquier t y h, y para cualquier marco de tiempo ramificado ⟨T, <, H, ≈⟩.

Cojamos AD y comprobemos si es válido en $\mathscr{M}_{\mathrm{Ock}}$:

- Como vimos, su primera premisa, en términos métricos, es P(x)p ⊃ □P(x)p, mientras que su segunda premisa es P(x)F(y)p ⊃ □P(x)F(y)p.
- Dado $\mathscr{M}_{\mathrm{Ock}}$, de ellas dos la única que es válida en el sistema ockhamista es la primera. La segunda no lo es.
- El motivo por el que esto es así puede ilustrarse a través del siguiente diagrama:



Esta es una situación hipotética que podría representar cualquier situación en la que una proposición (p) es verdadera en el pasado y en el presente, pero en cuyo futuro se abren dos posibilidades: en una sigue siendo verdadera, mientras que en otra no.

Si esto es así, entonces una fórmula del tipo P(x)p ⊃ □P(x)p en $\mathscr{M}_{\mathrm{Ock}}$ es válida, porque, al no entrañar ninguna afirmación sobre el futuro (donde existe la posibilidad de ¬p), y ser p siempre verdadera en el pasado, P(x)p y □P(x)p son ambas siempre verdaderas.

En cambio, una fórmula del tipo P(x)F(y)p ⊃ □P(x)F(y)p no es válida en $\mathscr{M}_{\mathrm{Ock}}$, porque, si bien P(x)F(y)p es verdadera, □P(x)F(y)p no lo es. En efecto, existe una historia, a saber, h', en la que p es falsa, de modo que □P(x)F(y)p no es verdadera.

En definitiva, Ock(t, h, P(x)F(y)p ⊃ □P(x)F(y)p) = 0 porque Ock(t, h, P(x)F(y)p) = 1, pero Ock(t, h, □P(x)F(y)p) = 0, dado que Ock(t, h', P(x)F(y)p) = 0.

La conclusión de AD, esto es, Fp ⊃ □Fp, tampoco sería válida en $\mathscr{M}_{\mathrm{Ock}}$ por razones similares.

Por muy formal que parezca esto, en realidad no refleja más que un pensamiento bastante común en nosotros, y es que no podemos decir, por ejemplo, que, dado que hemos aprobado todos los exámenes de lógica hasta el momento, también aprobaremos los siguientes, porque sabemos que puede haber al menos uno que no aprobemos. De hecho, si nos presentamos al examen sin haber estudiado porque confiamos en la máxima «Si he aprobado todos los exámenes anteriores, también aprobaré este», es bastante seguro que no lo aprobemos.

Lo que se demuestra con ello es que en el modelo ockhamista una proposición que involucre afirmaciones sobre el pasado y el futuro en un instante t anterior a otro (como el presente) no es necesariamente verdadera, que es lo que intentaba defender el argumento determinista. Tan solo son necesariamente verdaderas aquellas proposiciones que involucren afirmaciones en t sobre el pasado, vale decir, cuyo valor de verdad no dependa del futuro de t.

Por lo tanto, AD no es válido en un sistema de tiempo ramificado de clase ockhamista.

Desde el punto de vista sintáctico, muchos han sido los intentos de formular una axiomatización adecuada a este sistema. Uno de los más prominentes es el de Robert McArthur[23] [p. 47], quien introduce el operador L para designar la noción "será necesariamente siempre en el futuro que" y el operador M para designar la noción "será posiblemente en el futuro que".

Los axiomas serían, para cualesquiera A, B $\in$ FBF:

(L1) $L(A \supset B) \supset (LA \supset LB)$

(L2) $MMA \supset MA$

(L3) $\vdash LA$, si $\vdash A$

(L4) $LA \supset GA$

(L5) $A \supset LPA$, siempre y cuando A no contenga ninguna afirmación sobre el futuro

Dado (L4), es evidente que L no solo es un operador modal de necesidad, sino también un operador temporal. De hecho, podría entenderse como $\Box G$.

Si esto es así, entonces todos los axiomas anteriores son válidos en el sistema ockhamista. Pero aún no queda del todo claro si este es completo, o no.

En cualquier caso, la concepción ockhamista se basa en la asunción de que el pasado no se puede cambiar, es inalterable, mientras que el futuro sí que se puede, ya que puede tomar posibles caminos diferentes a partir del momento presente.

[23] MCARTHUR, Robert: *Tense Logic*. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1976.

El problema radica en que, para llevar a cabo las evaluaciones de las proposiciones, se escoge uno de esos futuros posibles (como la historia h o la historia h') como "real"; y en base a él se evalúan las proposiciones que entrañan afirmaciones sobre el futuro. Así, oraciones como "será alguna vez (o siempre) en el futuro" son interpretadas como "será alguna vez (o siempre) en el futuro considerado como real". Un futuro que, además, se concibe linealmente.

Es cierto que, desde el punto de vista técnico, esta es una excelente manera de proponer un modelo temporal en forma de árbol en el que las fórmulas sean evaluadas en relación no solo a un instante, sino también a una historia que contiene dicho instante.

Sin embargo, en realidad la concepción del tiempo que se propone aquí no es la de uno totalmente indeterminado, puesto que siempre hay un futuro posible "preferido" al resto. Por eso autores como Nuel Belnap y Mitchell Green[24] han sostenido que es posible elaborar sistemas que sí recojan la idea de un tiempo indeterminado no postulando un futuro real que tenga prioridad sobre los demás, sino mediante la idea de un futuro abierto.

3.3.2. El sistema peirceano

Mientras que en el planteamiento ockhamista, como hemos visto, la ramificación del tiempo queda plasmada en la evaluación de las proposiciones de acuerdo con un momento y una historia, (t, h), en el sistema peirceano las fórmulas son evaluadas en base a los momentos. Eso significa que una oración como «Mañana aprobaré el examen de lógica» solo será verdadera si es inevitable que mañana pruebe el examen.

Dicho de otra manera: si bien en el sistema ockhamista una proposición como Fp es verdadera en el momento t y en la historia h si y solo si hay otro momento (t') posterior a t en esa historia en el que p es verdadera, en el sistema peirceano una proposición como esa es verdadera en el momento t y en la historia h si y solo si p es verdadera en algún momento posterior de todas las historias que parten de t.

Esta es la razón por la que en este sistema la referencia a la historia no es necesaria, ya que, si afirmamos en un momento dado que Fp, entonces es porque p sucede en todas las historias que comparten ese momento inicial.

Formalmente la diferencia entre ambos sistemas radicaría en [cf. Øhrstrøm y Hasle, 1995, p. 215]:

- $Ock(t, h, FA) = 1$ syss $\exists t' \in h\ (t < t' \wedge Ock(t', h, A) = 1)$

[24] Por ejemplo, en BELNAP, Nuel y GREEN, Mitchell: "Indeterminism and The Thin Red Line". *Philosophical Perspectives*, vol. 8, Logic and Language, 1994, pp. 365-388.

- $Prc(t, FA) = 1$ syss $\forall h' \exists t' \in h' (t < t' \supset Prc(t', A) = 1)$

Donde Prc(t, A) es la función de evaluación peirceana que puede leerse como “A es verdad en el instante t”. Función que permite definir el modelo del sistema peirceano (al que llamaremos $\mathscr{M}_{Prc}$) así: $\langle T, <, H, \approx, Prc\rangle$; en base al marco $\langle T, <, H, \approx\rangle$, que es el propio del tiempo ramificado.

Ello pone de manifiesto que en realidad este sistema no es más que una parte del sistema ockhamista en el que los operadores temporales que conciernen al futuro (F y G) van acompañados del operador modal de necesidad, que en este caso se llama “operador de necesidad histórica” (porque atañe a las historias).

Es por esto por lo que se suelen introducir cuatro operadores futuros diferentes, a saber, F, f, G y g, cuya traducción ockhamista sería:

$F \equiv \Box F$

$f \equiv \Diamond F$

$G \equiv \Box G$

$g \equiv \Diamond G$

De acuerdo con estas definiciones, por lo tanto, no hay una expresión peirceana que permita traducir el operador ockhamista F. Un operador que haría posible establecer una distinción entre las siguientes afirmaciones:

I. «Necesariamente mañana aprobaré el examen de lógica».

II. «Posiblemente mañana apruebe el examen de lógica».

III. «Mañana aprobaré el examen de lógica».

En el sistema ockhamista, I, II y III son totalmente distintas. En efecto, I sería $\Box Fp$, II $\Diamond Fp$ y III Fp. Pero en el sistema peirceano III debe interpretarse o bien según I, o bien según II. No hay futuro sin más para Peirce.

Esto refleja muy bien su concepción del futuro (que expusimos en el apartado 2.3), según la cual, al contrario de lo que han sostenido algunos filósofos medievales (como Guillermo de Ockham), no hay un futuro privilegiado que nos permite evaluar proposiciones del tipo FA, sino que el futuro es una amalgama de posibilidades. Eso significa que, si aceptamos el principio de bivalencia (y negamos la trivalencia de Lukasiewicz), una oración como esa es ahora falsa. Lo es ella, y también $\neg FA$. De ahí que las oraciones $F\neg A$ y $\neg F\neg A$ sean las dos verdaderas ahora mismo.

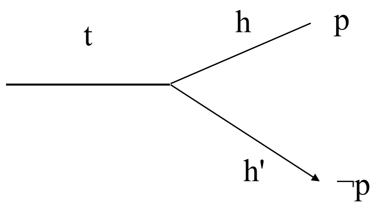
En otras palabras: lo que afirma es que la verdad de los futuros contingentes no puede ser conocida ahora, es decir, admite la contingencia del futuro, pero niega la verdad de esos futuros contingentes. Una proposición sobre el futuro solo es verdadera (o falsa) cuando se ha determinado en todos los futuros posibles que lo es.

Por eso una afirmación como $A \supset PFA$, que técnicamente defendería cualquier determinista, no es una tesis en el sistema peirceano. En cambio, sí lo son $FPA \supset A$ y $PFA \supset A$ (dada la definición de F que hemos visto con anterioridad).

Podríamos ilustrar todo esto mediante los siguientes diagramas:

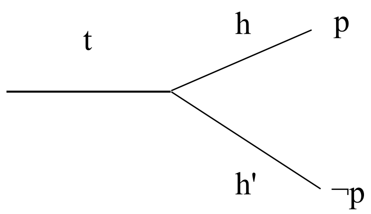
- Sea F(1)p «Mañana aprobaré el examen de lógica».
- Convengamos en que las líneas que terminan en una flecha indican que la afirmación que aparece en esa rama es verdadera, y que las que no lo hacen indican que es falsa.

Desde el punto de vista ockhamista tendríamos:



Es decir, si, aunque como seres humanos no podamos saber qué futuro posible es el real, suponemos que es el de h', donde p es falsa, entonces hoy es falso afirmar F(1)p. Pero sí que sería verdad afirmar F(1)¬p y, en consecuencia, $\neg F(1)p \wedge F(1)\neg p$.

Por otro lado, desde la perspectiva peirceana tendríamos:



Como hoy el futuro aún no está establecido, no tiene sentido afirmar ni F(1)p ni F(1)¬p. Sin embargo, si p tuviera lugar en todos los futuros posibles, esto es, si p fuera necesariamente verdadera, entonces sí que tendría sentido afirmar hoy ya F(1)p.

En términos generales, este es el origen de la lógica del tiempo ramificado. Una lógica que ha evolucionado mucho en los últimos años. De ahí que sea imprescindible hacer alusión (aunque sea de forma muy sucinta) a algunos de sus desarrollos más relevantes.

4. Discusión y posicionamiento: Lógica temporal indeterminista

El objetivo de este apartado será mostrar las deficiencias de los sistemas ockhamista y peirceano, y presentar una alternativa a ellos.

4.1. Deficiencias de SO y SP

Tal y como vimos en la sección anterior, el principal inconveniente del sistema ockhamista radica en que en realidad no refleja fielmente la idea de la indeterminación del tiempo, ya que permite considerar como válidas proposiciones del tipo $A \supset P(x)F(y)A$, o del tipo $A \supset H(x)F(y)A$.

Es por este motivo por el que Prior consideraba que el sistema verdaderamente indeterminista es el peirceano. De hecho, él mismo lo defendió como la mejor forma de acabar con el problema del determinismo planteado por la cuestión de los futuros contingentes y el Argumento Maestro. La razón reside en que en este sistema del hecho de que sea posible que ocurra un evento (como aprobar el examen de lógica) no se sigue que estuviera establecido en el pasado que tal evento vaya a suceder en el futuro, aunque sí se sigue que en el futuro será verdad que tal evento sucedió [cf. Prior, 1957, p. 95].

Es decir, que la fórmula $A \supset F(y)P(x)A$ es válida en el sistema peirceano, porque si, por ejemplo, hoy aprobamos el examen de lógica, mañana será verdad que hoy lo aprobamos.

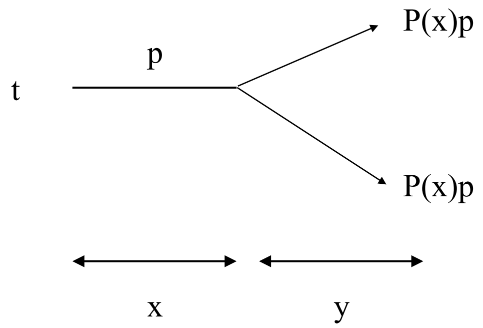
En cambio, dada la definición de F que vimos, a saber, $F \equiv \Box F$, la fórmula $A \supset P(x)F(y)A$ no lo será, puesto que puede que A no se dé en todas las historias posibles, esto es, puede que no aprobemos el examen de lógica en todos los futuros posibles.

En efecto, véanse los siguientes diagramas [cf. Øhrstrøm y Hasle, 1995, p. 263]:

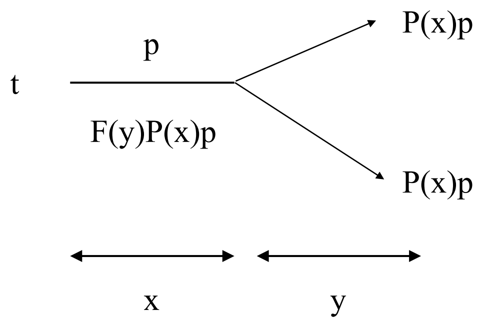
- Imaginemos que p («Aprobar el examen de lógica») es verdadera en el momento t (hoy). En otras palabras: que hoy aprobamos el examen de lógica.

$$t \quad \overset{p}{\overline{\qquad\qquad}}$$

- Si eso es verdad hoy, mañana también será verdad que hoy es verdad que aprobamos el examen de lógica. Es decir, que mañana será verdad que p es verdad hoy.



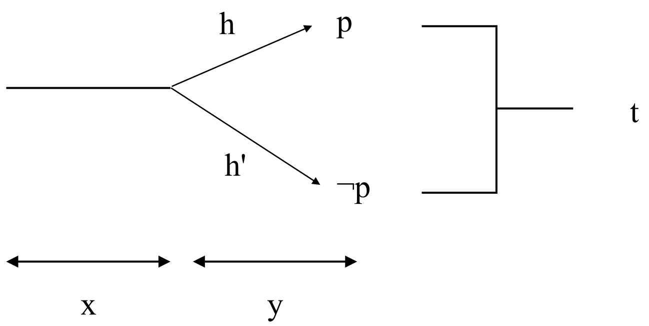
- Si eso es verdad, entonces hoy es verdad que mañana será verdad que hoy es verdad que aprobamos el examen de lógica.



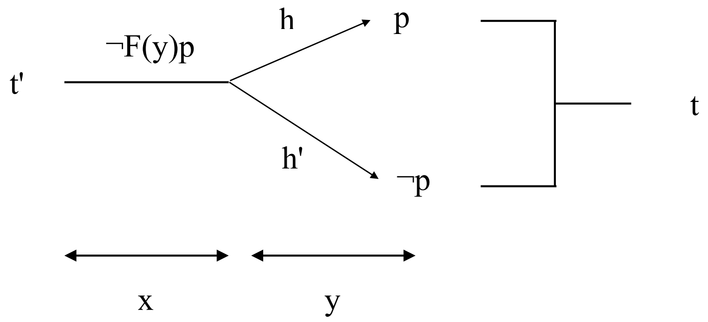
- Por lo tanto, queda patente que una proposición del tipo A ⊃ FPA (también en su versión métrica) es válida en el sistema peirceano.

Por el contrario:

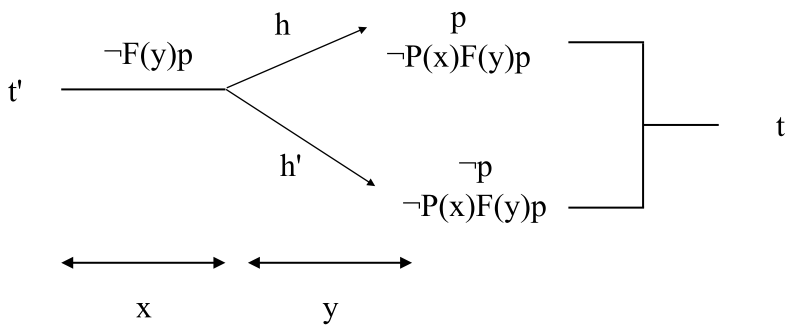
- Establezcamos que el momento t (hoy) está compuesto por dos historias: en una (h) p es verdadera, mientras que en la otra (h') no.



- Si esto es así, entonces en el instante anterior a t (t') no era verdad afirmar Fp, dado que hay una historia (h') en la p es falsa. Es decir, si no nos hemos presentado aún al examen de lógica que tenemos hoy y, en consecuencia, no sabemos si lo hemos aprobado o no, ayer no era verdad decir que hoy lo íbamos a aprobar (o a suspender).



- Si eso es verdad, entonces hoy no es verdad que en el pasado era verdad que hoy aprobaríamos (o suspenderíamos) el examen de lógica.



- Por lo tanto, queda patente que una fórmula del tipo $A \supset PFA$ (también en su versión métrica) no es válida en el sistema peirceano.

Lo mismo ocurre con las proposiciones $A \supset GPA$ y $A \supset HFA$: mientras que la primera es válida en este sistema, la segunda no lo es.

El planteamiento que subyace a todo esto es el que sostenía Peirce, que vimos en el apartado 2.3, que Prior hizo suyo y que consiste en defender que, dado que el valor de verdad de las proposiciones sobre el futuro no se conoce en el presente, no tiene sentido afirmar cosas como Fp, a menos que F se tome como $\Box F$ o como $\Diamond F$.

De ahí que Prior sostenga en [1967, p. 38] que únicamente puede hablarse con verdad de un hecho futuro si ese hecho está tan presente en sus causas como lo estará cuando suceda. Esto es, la proposición Fp solo será verdadera hoy si existen hechos que la hacen ya verdadera, o que harán que sea verdadera a su debido tiempo (llamemos a esta concepción "Concepción Peirce-Prior" (CP)).

En otras palabras: Fp es verdadera en el momento t si y solo si en principio es posible verificar p a partir de los hechos conocidos en el momento en el que es proferida. En consecuencia, el sistema peirceano difiere totalmente del sistema ockhamista, donde, como también vimos, Fp es verdadera en t y en h si existe un momento posterior (como t') de la misma historia en el que p es verdadera (llamemos a esta concepción "Concepción Ockham" (CO)).

Por lo tanto, el sistema peirceano es mucho más estricto que este. Pero lo es porque, según Prior, no hay otra manera de plantear un sistema lógico que refleje con fidelidad la concepción indeterminista del tiempo.

Sin embargo, pese a ello, lo cierto es que la noción de verdad de las proposiciones sobre el futuro que representa CP no es demasiado natural, pues nosotros en general no pensamos que la afirmación «Mañana aprobaré el examen de lógica» solo será verdadera si no cabe otra posibilidad. Más bien creemos todo lo contrario, esto es, no necesariamente tenemos que aprobarlo; es posible que no lo hagamos.

Pero eso no es todo. La aceptación de CP también supone que en última instancia todas las proposiciones sobre el futuro son falsas, salvo que, como se ha indicado, sean tomadas como necesarias o posibles. Eso significa que, si proferimos ahora la proposición «Mañana aprobaré el examen de lógica», ella será en este momento o bien directamente falsa, o bien no será una expresión bien formada hasta que se le añada un operador modal.

De hecho, incluso RCP sería falso según CP. En efecto, una fórmula del tipo $Fp \vee \neg Fp$ puede ser desde el punto de vista peirceano falsa, dado que Fp y $\neg$Fp pueden ser ambas falsas.

Para que RCP pueda ser verdadera, hay que recurrir a CO, que refleja una concepción de la verdad mucho más natural y cercana a la nuestra que la que muestra CP. No obstante, ya hemos visto que el principal inconveniente de CO es que no es totalmente indeterminista.

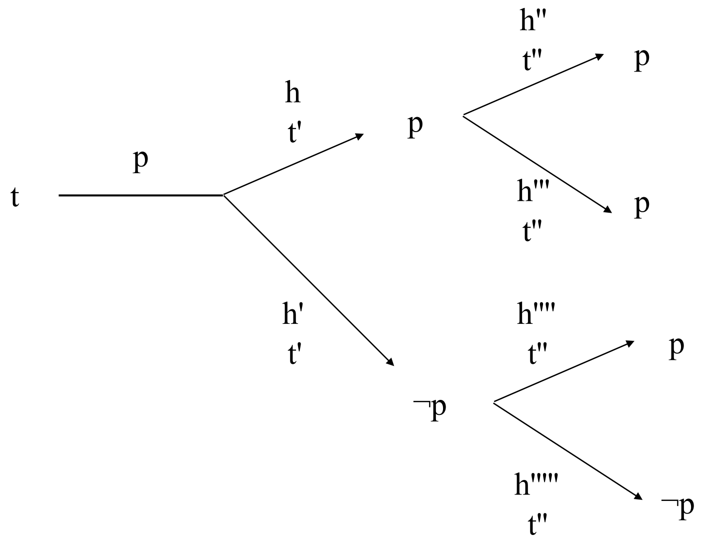
Así pues, parece que nos encontramos ante un dilema a la hora de construir un sistema que refleje la indeterminación del tiempo y que a la vez se corresponda con nuestra intuición cotidiana.

Es por esto por lo que Belnap y Green [1994] han propuesto la "Teoría de la delgada línea roja" (*The Thin Red Line*), también llamada "La verdadera teoría futurista" (*The True Futurist Theory*).

Veamos en qué consiste.

4.2. La Delgada Línea Roja

El planteamiento básico del sistema ockhamista de Prior puede ilustrarse de la siguiente manera:



- Imaginemos una situación como esta en la que una proposición (p) es verdadera en el momento presente (t). El futuro de t es t', que se bifurca en dos historias (h y h'): en una de ellas (h) p también es verdadera, mientras que en la otra (h') no. El futuro de t' a su vez es t'', que asimismo se bifurca en cuatro historias (dos para cada historia anterior: h'', h''', h'''' y h'''''): en h'', h''' y h'''' p es verdadera, pero no así en h'''''.
- Dado esto, una proposición como Fp es verdadera en t, en la historia h de t' y en las historias h'' y h''' de t''. Pero no lo es en la historia h' de t', aunque sí en la historia h'''' de t''.
- (Desde el punto de vista peirceano, Fp no sería verdadera en el momento t de esta situación.)

A pesar de lo complejo de este ejemplo, su utilidad estriba en el hecho de que permite mostrar más claramente 1) cómo en ese sistema la evaluación de las proposiciones tiene que realizarse siempre atendiendo a las historias y, por lo tanto, 2) que se parte de la consideración de que una de ellas, esto es, aquella en la que estamos llevando a cabo la evaluación, es la real.

Sin embargo, podríamos preguntarnos: ¿Qué es lo que hace que, por ejemplo, h sea más real que h', o que h'', etc.? Es decir, ¿qué permite justificar ahora que una historia futura será más real que otra? La respuesta a estas preguntas es: «Nada».

A menos que como Peirce y Prior sostengamos que hay evidencias ya de que un hecho va a suceder en el futuro y que, en consecuencia, podemos afirmar ahora su existencia (que es lo que postula CP, y que conduce a las conclusiones que hemos visto), no hay nada que nos permita defender que una historia o momento posee un estatus ontológico superior a otra u otro. Si lo hubiera, no podría sostenerse la imagen indeterminista del tiempo.

Parece necesario entonces plantear un sistema que no priorice ninguna historia (lo que resolvería el problema del sistema ockhamista), pero que, para evitar eso, tampoco considere que todas las afirmaciones sobre futuros contingentes son falsas en el momento presente (lo que resolvería el problema del sistema peirceano). Ese sistema es el de la Delgada Línea Roja (DLR a partir de ahora), que, con todo, no es absolutamente indeterminista.

DLR fue planteado por primera vez por Belnap y Green en [1994]. Allí, lo que sostienen es que una verdadera teoría sobre el futuro debería incluir la idea de que en cualquier instante de tiempo (incluyendo los momentos contrafácticos) hay un futuro verdadero que pasa a través de él. Ese futuro es la delgada línea roja.

En términos formales eso significa que debe haber una función (TRL; de *Thin Red Line*) que establezca el futuro verdadero de cualquier momento t, de tal forma que TRL(t) sería el conjunto máximo compuesto tanto por el pasado como por el futuro verdadero de t.

TRL establece dos condiciones [Øhrstrøm, 2009, p. 27]:

(TRL1) $t \in \mathrm{TRL}(t)$

(TRL2) $(t_1 < t_2 \wedge t_2 \in \mathrm{TRL}(t_1)) \supset (\mathrm{TRL}(t_1) = \mathrm{TRL}(t_2))$

La primera postula que TRL contiene a t, es decir, que el futuro verdadero de t está compuesto, además de por sus momentos futuros, por t. En otras palabras: el futuro verdadero de un momento no solo está formado por los instantes posteriores a ese momento, sino también por sus instantes anteriores, esto es, por su pasado.

La segunda declara que, si un momento es anterior a otro, y ese momento posterior pertenece al futuro verdadero del primer momento, entonces ambos momentos comparten el mismo futuro verdadero.

Dado esto, podríamos definir el modelo de TRL así [cf. Øhrstrøm, 2009, p. 29]: $\mathscr{M}_{\mathrm{TRL}} = \langle T, <, H, \approx, \mathrm{TRL}, \mathrm{T}\rangle$; en base al marco de tiempo ramificado $\langle T, <, H, \approx\rangle$.

T, <, H, ≈ son lo mismo de antes (véase el apartado 3.3). TRL es la función de futuro verdadero de la que hemos estado hablando y cuya relación con H es: TRL(t) ∈ H(t). Es decir, el futuro verdadero de t pertenece al conjunto de historias de t, lo que significa que puede haber más futuros posibles que los que señala TRL. Por último, T es la función de asignación de valores en TRL y cumple las siguientes condiciones, para cualesquiera t, t' ∈ T; h ∈ H y p, A, B ∈ FBF[25]:

1. T(t, p) = 1 o T(t, p) = 0
2. T(t, p) = 1 syss T(t, ¬p) = 0
3. T(t, A ∧ B) = 1 syss T(t, A) = 1 y T(t, B) = 1
4. T(t, PA) = 1 syss ∃t' ∈ h (t' < t ∧ T(t', A) = 1)
5. T(t, FA) = 1 syss ∃t' ∈ TRL(t) (t < t' ∧ T(t', A) = 1)

T(t, p) puede leerse como "p es verdad en el momento t (de TRL(t))". Como siempre, 1 representa la ley de bivalencia, 2 RCP y 3 la tabla de verdad de la conjunción. 4 y 5 son más interesantes esta vez:

- La primera postula que una proposición del tipo PA es verdadera en t si y solo si existe otro momento anterior del conjunto de historias de t en el que A es verdadera.
- La segunda postula que una proposición del tipo FA es verdadera en t si y solo si existe otro momento posterior del conjunto de futuros verdaderos de t en el que A es verdadera.

Son estas condiciones de verdad las que reflejan la diferencia que hay entre el pasado y el futuro en DLR. Dado que, al igual que en los sistemas ockhamista y peirceano, el pasado es único (esto es, es lineal, no está ramificado) y, según TRL1, TRL contiene el pasado de t, la evaluación de PA se realiza atendiendo al conjunto de historias, porque no es necesario delimitar un "pasado privilegiado". Sin embargo, en el caso de FA esto no es así, puesto que al tratarse del futuro sí que debemos delimitar uno verdadero en el que llevar a cabo la evaluación de A. De ahí que no podamos abarcar el conjunto h de historias de t, porque, si lo hiciéramos, caeríamos en el error del sistema ockhamista.

Es aquí donde reside la gran importancia de TRL para DLR, ya que permite evaluar las fórmulas en subconjuntos acotados de instantes temporales y no en conjuntos de historias. Eso supone que, en lugar de evaluar una afirmación como FA en el conjunto H formado por las historias {h, h', h''…},

[25] Cf. ØHRSTRØM, Peter y HASLE, Per: "Future Contingents". En *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2015, https://plato.stanford.edu/entries/future-contingents/.

las cuales a su vez están formadas por numerosos instantes de tiempo, FA es evaluada en DLR tan solo en el conjunto de instantes verdaderos (y contrafácticos) que TRL establezca como tales.

Así, el valor de verdad de las proposiciones no variará en función de la historia, sino que dependerá de los momentos. Cosa que hace que proposiciones del tipo $A \supset PFA$ no sean válidas en este sistema, cuando sí lo son en el ockhamista.

En consecuencia, vemos que DLR, pese a que sigue restringiendo el conjunto de instantes futuros y, por consiguiente, no constituye una representación exacta de la concepción indeterminista del tiempo, modera los problemas que surgen con el sistema ockhamista y ofrece una alternativa a los estrictos postulados del sistema peirceano.

De lo contrario, tendríamos que aceptar alguno de esos sistemas.

5. Conclusión y vías abiertas

Tal y como hemos podido comprobar sobre todo a partir de la tercera sección de este trabajo, la cuestión del determinismo planteada por los dilemas de Aristóteles y de Diodoro de Cronos (y expuestos en la sección 2) aún sigue generando una gran cantidad de problemas.

Los sistemas de tiempo ramificado creados por Prior y presentados en la sección 3 constituyen una forma bastante formidable desde el punto de vista lógico de hacer frente a ellos. Sin embargo, ambos adolecen de varios problemas, que han sido contemplados en la sección 4.

Si bien los sistemas ockhamistas y peirceanos pueden superar el determinismo en parte, lo cierto es que o no lo hacen del todo (en el caso del primero), o si lo hacen, es a costa de unas condiciones muy fuertes que no se corresponden con la realidad (en el caso del segundo). Es por eso por lo que se propone DLR como solución. Aunque él tampoco acaba absolutamente con el determinismo.

Eso significa que, por lo tanto, ninguno de ellos permite plantear un sistema totalmente indeterminado. Esta es la razón por la que se han propuesto otro tipo de sistemas que también intentan acabar con el determinismo y representar la idea de la indeterminación del tiempo de otra manera.

Podemos agrupar algunos de ellos en los siguientes conjuntos:

- Sistemas superevaluacionistas, como el propuesto por Richmond Thomason[26].
- Sistemas relativistas, como el propuesto por John MacFarlane[27].
- Sistemas leibnizianos, como los propuestos por David Lewis o Alberto Zanardo[28].
- Sistemas polivalentes, como los propuestos por Lukasiewicz[29].

Todos ellos cuentan con sus propias ventajas, pero también con múltiples inconvenientes.

La dificultad como siempre reside a la hora de llevar a cabo las evaluaciones de las fórmulas que entrañan afirmaciones sobre el futuro, porque eso supone establecer uno "privilegiado".

---

26 Cf. THOMASON, Richmond: "Indeterminist time and truth-value gaps". *Theoria. A Swedish Journal of Philosophy*, vol. 36, n. 3, 1970, pp. 264-281.

27 Cf. MACFARLANE, John: "Future Contingents and Relative Truth". *The Philosophical Quarterly*, vol. 53, n. 212, 2003, pp. 321-336. También MACFARLANE, John: "Truth in the Garden of Forking Paths". En GARCÍA-CARPINTERO, Manuel y KÖLBEL, Max (eds.): *Relative Truth*. Oxford University Press, Oxford, 2008, pp. 81-102.

28 Cf. [Zanardo, 2006]; o LEWIS, David: *On the Plurality of Worlds*. Oxford University Press, Oxford, 1986.

29 Cf. LUKASIEWICZ, Jan: *Selected Works*. Editado por Ludwik Borkowski, North-Holland Publication Company, Amsterdam, 1970.

Los sistemas superevaluacionistas superan este obstáculo negando la ley de bivalencia y sosteniendo que es posible que ciertos futuros contingentes no tengan un valor de verdad definido. Así, serían una mezcla entre SP y las lógicas polivalentes, y permitirían proponer un sistema indeterminado en el sentido de que reconocen la posibilidad de que ciertas proposiciones carezcan de valor de verdad y, pese a ello, sigan siendo válidas (cosa que no ocurre en SP y sí en las lógicas polivalentes).

Por su parte, los sistemas relativistas defienden que el valor de verdad debe relativizarse a dos contextos: el de proferencia y el de evaluación. Aunque en último término desembocan en el mismo planteamiento que los anteriores sistemas, puesto que admiten la posibilidad de que ciertas proposiciones no tengan un valor de verdad determinado.

Los sistemas leibnizianos, pese a que mantienen el modelo $\mathscr{M}_{\mathrm{Ock}}$, intentan superar sus deficiencias determinando un conjunto de historias paralelas (que a su vez es un subconjunto del conjunto de historias de ese modelo) que son cualitativamente idénticas hasta un cierto momento. Tal momento es el punto en el que las historias divergen y toman caminos completamente diferentes, permitiendo establecer el valor de verdad de los futuros contingentes.

Su principal inconveniente es, no obstante, que para reflejar el indeterminismo acaba con la imagen de la ramificación del tiempo al plantear que lo que hay son líneas temporales paralelas. Pero eso supone que en realidad estos sistemas no serían indeterministas, dado que esas líneas paralelas no son futuros posibles propiamente dichos.

Los sistemas polivalentes, por último, simplemente solucionan este problema rechazando la ley de bivalencia y RCP, y proponiendo más de dos valores de verdad.

Parece, por lo tanto, que la única manera de representar la indeterminación del tiempo de forma totalmente exacta es negando que las proposiciones solo pueden ser verdaderas o falsas, y aceptando que pueden ser, por ejemplo, indeterminadas.

Esta sería una solución aceptable. Aunque implicaría acabar con uno de los principios fundamentales de la lógica clásica. Por eso otra solución podría consistir en proponer sistemas en los que la evaluación de las proposiciones atienda únicamente a los instantes temporales, y no a las historias. Tal cosa es algo que Prior ya planteó en [1967] con SP.

Hemos visto cuáles son sus inconvenientes, pero serviría para zanjar esta cuestión.

En cualquier caso, cabe señalar que el que SO no sea del todo indeterminista no limita de ningún modo su aplicabilidad. Más bien al contrario. De hecho, la aumenta.

Frente a la rigidez de SP, la flexibilidad de SO lo vuelve más fructífero. De ahí que cuente con más desarrollos y extensiones que aquel. Es más. De los cuatros sistemas que acabamos de ver, solo los últimos no hacen uso del modelo ockhamista (aunque el resto lo emplean con modificaciones, claro).

Por consiguiente, pese a que en este TFG lo hayamos criticado, no hay que dejar de reconocer su importancia para la lógica, y no solo para la temporal. En efecto, SO está teniendo una gran relevancia sobre todo en el ámbito de la informática con las llamadas "lógicas computacionales en árbol" (*computation tree logics*), cuyos sistemas más importantes son CTL y CTL*.

Pero también en la lógica híbrida, donde se han propuesto sistemas que integran la perspectiva temporal ockhamista con los planteamientos de esta lógica. Un ejemplo es la lógica ockhamista híbrida temporal (*hybrid Ockhamist temporal logic*) formulada por Patrick Blackburn y Valentin Goranko, entre otros[30].

Así pues, la importancia de TL para la lógica en general es manifiesta, y esa importancia junto a la actualidad que posee la ha convertido en un campo en continua expansión, que está suscitando una gran cantidad de cuestiones relacionadas con nuestra representación temporal en contextos diferentes.

---

[30] Cf. BLACKBURN, Patrick y GORANKO, Valentin: "Hybrid Ockhamist Temporal Logic". En *Semantic Scholar*, edición online: https://pdfs.semanticscholar.org/bc9f/c4f9e05e225ca05e47c5fba13da95cfe0931.pdf.

6. Anexos

6.1. Notación

La sintaxis del lenguaje lógico $\mathscr{L}$ que se emplea en este TFG se compone de:

A. **Símbolos primitivos**:

1. Variables proposicionales: p, q, r, s, t… Es decir, las letras del abecedario empezando por la p y en minúscula.
2. Conectivas:
    1. Negación: ¬
    2. Conjunción: ∧
    3. Disyunción: ∨
    4. Condicional material: ⊃
    5. Equivalencia lógica: ≡
3. Cuantificadores:
    1. Universal (“Para todo…”): ∀
    2. Existencial (“Existe al menos un…”): ∃

B. **Fórmulas bien formadas** (**fbf**), que son aquellas fórmulas que cumplen los siguientes requisitos:

1. Las variables proposicionales y las metavariables son fbf.
2. Si p es una fbf, ¬p también lo es.
3. Si A y B son fbf, entonces (A ∧ B), (A ∨ B), (A ⊃ B), (A ≡ B), ∀A y ∃A también lo son.
4. Los paréntesis exteriores de una fbf pueden quitarse.
5. Nada es una fbf que no salga se la aplicación recursiva de las reglas 1-4.

C. **Metavariables**, que representan variables o fbf: A, B, C… Es decir, las letras del abecedario empezando por la a y en mayúscula.

Aparte de estos símbolos a lo largo del trabajo se han introducido otros en la medida en que los hemos ido necesitando.

6.2. Índice de abreviaturas

Las abreviaturas presentes en este trabajo son:

- AD: Argumento Determinista
- AM: Argumento Maestro
- CO: Concepción Ockhamista
- CP: Concepción Peirce-Prior
- DLR: Delgada Línea Roja
- RCP: Rule of Contradictory Pair
- SO: Sistema Ockhamista
- SP: Sistema Peirceano
- TL: Lógica Temporal

7. Bibliografía

- ARISTÓTELES: *De Interpretatione*. Tecnos, Madrid, 2012.
- BELNAP, Nuel y GREEN, Mitchell: "Indeterminism and The Thin Red Line". *Philosophical Perspectives*, vol. 8, Logic and Language, 1994, pp. 365-388.
- BLACKBURN, Patrick y GORANKO, Valentin: "Hybrid Ockhamist Temporal Logic". En *Semantic Scholar*, edición online: https://pdfs.semanticscholar.org/bc9f/c4f9e05e225ca05e47c5fba13da95cfe0931.pdf.
- BORGES, Jorge Luis: "El jardín de los senderos que se bifurcan". En *Narraciones*, edición electrónica (http://doctorpolitico.com/wp-content/uploads/2012/12/Textos-de-Borges.pdf), pp. 3-9.
- FINDLAY, John: "Time: A Treatment of Some Puzzles". *Australasian Journal of Psychology and Philosophy*, n. 19, 1941, pp. 216-235.
- GORANKO, Valentin y GALTON, Antony: "Temporal Logic". En *Stanford Enclyclopedia of Philosophy*, 2015, https://plato.stanford.edu/entries/logic-temporal/.
- HARTSHORNE, Charles; WEISS, Paul y BURKS, Arthur (eds.): *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*. Harvard University Press, Harvard, 1932-1958.
- HAWKING, Stephen: *A Brief History of Time*. Bantam Books, Nueva York, 1988.
- JÁMBLICO: *Life of Pythagoras*. Inner Traditions, Rochester, 1986.
- JÁMBLICO: *On the Mysteries*. Society of Biblical Literature, Atlanta, 2003.
- KNEALE, William y KNEALE, Martha: *The Development of Logic*. Clarendon Press, Oxford, 1962.
- LEWIS, David: *On the Plurality of Worlds*. Oxford University Press, Oxford, 1986.
- LUKASIEWICZ, Jan: "On Determinism". En McCALL, Storrs (ed.): *Polish Logic (1920-1939)*. Oxford University Press, Oxford, 1967, pp. 19-39.
- LUKASIEWICZ, Jan: *Selected Works*. Editado por Ludwik Borkowski, North-Holland Publication Company, Amsterdam, 1970.
- MACFARLANE, John: "Future Contingents and Relative Truth". *The Philosophical Quarterly*, vol. 53, n. 212, 2003, pp. 321-336.

- MACFARLANE, John: “Truth in the Garden of Forking Paths”. En GARCÍA-CARPINTERO, Manuel y KÖLBEL, Max (eds.): *Relative Truth*. Oxford University Press, Oxford, 2008, pp. 81-102.
- MATES, Benson: *Stoic Logic*. University of California Press, California, 1961.
- MCARTHUR, Robert: *Tense Logic*. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1976.
- MCTAGGART, John: “The Unreality of Time”. *Mind*, vol. 17, n. 68, 1908, pp. 457-474.
- OCKHAM, Guillermo: *Predestination, God´s Foreknowledge and Future Contingents*. Hackett, Indianápolis, 1969.
- ØHRSTRØM, Peter y HASLE, Per F.: *Temporal Logic. From Ancient Ideas to Artificial Intelligence*. Springer Science+Business Media Dordrecht, Dordrecht, 1995.
- ØHRSTRØM, Peter y HASLE, Per: “Future Contingents”. En *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2015, https://plato.stanford.edu/entries/future-contingents/.
- ØHRSTRØM, Peter: “In Defence of the Thin Red Line. A Case for Ockhamism”. *Humana.Mente Journal of Philosophical Studies*, n.8, 2009, pp. 17-32.
- PRIEST, Graham: “Warfield on Divine Foreknowledge and Human Freedom”. *Faith and Philosophy*, n. 25, 2008, pp. 75-78.
- PRIOR, Arthur: “Diodoran Modalities”. *The Philosophical Quarterly*, vol. 5, n. 20, 1955, pp. 205-213.
- PRIOR, Arthur: *Past, Present and Future*. Oxford University Press, Oxford, 1967.
- PRIOR, Arthur: *Time and Modality*. Oxford University Press, Oxford, 1957.
- THOMASON, Richmond: “Indeterminist time and truth-value gaps”. *Theoria. A Swedish Journal of Philosophy*, vol. 36, n. 3, 1970, pp. 264-281.
- VÁZQUEZ CAMPOS, Margarita: “El cable del tiempo”. En LIZ, Manuel (ed.): *Puntos de Vista. Una investigación filosófica*. Laertes, Serie Logoi, Barcelona, 2013, pp. 249-262.
- WHITAKER, C.W.A.: *Aristotle´s De Interpretatione*. Oxford University Press, Oxford, 1996.
- ZANARDO, Alberto: “Quantification over Sets of Possible Worlds in Branching-Time Semantics”. *Studia Logica*, n. 82, 2006, pp. 379-400.