



ULL

Universidad de La Laguna

Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología
Ingeniería Industrial

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Estudio de factores de concentración de tensiones
mediante métodos de elementos finitos

Titulación

Grado en Ingeniería Mecánica

Autor

Néstor Manuel Santana Hernández

Tutor Académico

Viana Lida Guadalupe Suárez

Julio 2017

ÍNDICE GENERAL

MEMORIA

0. Hoja de identificación	3
1. Objeto.....	4
2. Normas y Referencias	5
2.1. Disposiciones legales y normas aplicadas.....	5
2.2. Bibliografía	5
2.3. Programas de cálculo	6
2.4. Glosario.....	6
3. Introducción	7
4. Concentración de tensiones	8
4.1. Introducción	8
4.2. Obtención del factor de concentración de tensiones	10
4.3. Métodos de obtención: Experimentales	12
5. Condiciones de simulación por MEF	14
5.1. Generación de malla	14
5.1.1. Comprobaciones	15
5.2. Condiciones de contorno.....	15
6. Eje con ranurado U	16
6.1. Definición de la pieza	16
6.2. Estudio a esfuerzo axial.....	16
6.2.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga	16
6.2.2. Mallado. Tamaño de los elementos	17
6.2.3. Simulaciones previas.....	17
6.2.4. Representación y formulación de las gráficas Kt	18
6.3. Estudio a Flexión.....	22
6.3.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga	22
6.3.2. Mallado. Tamaño de los elementos	23
6.3.1. Simulaciones previas.....	23
6.3.2. Representación y formulación de las gráficas Kt	24
6.4. Estudio a Torsión	26
6.4.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga	26
6.4.1. Mallado. Tamaño de los elementos	27

6.4.2. Simulaciones previas y comprobaciones	28
6.4.3. Representación y formulación de las gráficas Kt	29
7. Eje con chavetero	32
7.1. Definición de la pieza	32
7.2. Estudio a Flexión.....	33
7.2.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga	33
7.2.2. Mallado. Tamaño de los elementos	34
7.2.3. Simulaciones previas y comprobaciones	34
7.2.4. Representación y formulación de las gráficas Kt	36
7.3. Estudio a Torsión	38
7.3.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga	39
7.3.2. Mallado. Tamaño de los elementos	41
7.3.3. Simulaciones previas y comprobaciones	41
7.3.4. Representación y formulación de las gráficas Kts.....	44
8. Eje con Arandela Seeger	45
8.1. Definición de la pieza	45
8.2. Estudio a Axial	46
8.2.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga	46
8.2.2. Mallado. Tamaño de los elementos	47
8.2.3. Simulaciones previas y comprobaciones	48
8.2.4. Representación y formulación de las gráficas Kt	50
8.3. Estudio a Flexión.....	52
8.3.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga	52
8.3.2. Mallado. Tamaño de los elementos	53
8.3.3. Simulaciones previas y comprobaciones	53
8.3.1. Representación y formulación de las gráficas Kt	54
9. Conclusiones.....	57
10. Lista de Imágenes.....	61
11. Lista de Tablas.....	64
ANEXO 1	
12. Simetría / Rodillo:.....	4
13. Geometría de referencia.	4
13.1. $u_x = 0 \text{ mm}, g_x = 0 \text{ rad}$:.....	5
13.2. $u_x = 0 \text{ rad}, u_r = 0 \text{ mm}$: ($u_r = \text{desplazamiento radial}$).....	5
13.3. $u_r = 0 \text{ mm}$:.....	6
14. Geometría fija:	6
ANEXO 2	

ANEXO 3

15. Eje ranurado.....4

16. Eje con chavetero6

17. Eje con ranura para arandela Seeger8

ANEXO 4

18. Método de Moiré.....4

19. Recubrimiento frágil5

20. Métodos esclerométricos.....6

21. Fotoelasticidad.....6

22. Termoelasticidad Radiométrica8

ANEXO 5

23. Eje ranurado en U.....4

24. Eje con chavetero7

24.1. Estudio a flexión7

24.1. Estudio a torsión11

25. Eje con ranura para arandela Seeger15

25.1. Estudio a esfuerzo axial.....15

25.2. Estudio a flexión19

ANEXO 6

ANEXO 7

26. Eje ranurado.....5

26.1. Estudio a esfuerzo axial.....5

 26.1.1. Tensión normal σ_x5

 26.1.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$7

26.2. Estudio a flexión10

 26.2.1. Tensión normal σ_x10

 26.2.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$12

26.3. Estudio a torsión15

 26.3.1. Esfuerzo cortante τ_{xy} 15

 26.3.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$17

27. Eje con chavetero	20
27.1. Estudio a torsión	20
27.1.1. Esfuerzo cortante τ_{xy}	20
27.1.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$	21
27.2. Estudio a flexión	21
27.2.1. Tensión normal σ_z	21
27.2.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$	21
28. Eje con ranura para arandela Seeger	22
28.1. Estudio a esfuerzo axial	22
28.1.1. Tensión normal σ_x	22
28.1.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$	22
28.2. Estudio a flexión	23
28.2.1. Tensión normal σ_x	23
28.2.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$	23
ANEXO 8	
ANEXO 9	
ANEXO 10	

Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología
Ingeniería Industrial

MEMORIA

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Estudio de factores de concentración de tensiones
mediante métodos de elementos finitos

Titulación

Grado en Ingeniería Mecánica

Autor

Néstor Manuel Santana Hernández

Tutor Académico

Viana Lida Guadalupe Suárez

Julio 2017

Índice Memoria

0. Hoja de identificación	3
1. Objeto	4
2. Normas y Referencias	5
2.1. Disposiciones legales y normas aplicadas.....	5
2.2. Bibliografía	5
2.3. Programas de cálculo	6
2.4. Glosario.....	6
3. Introducción	7
4. Concentración de tensiones	8
4.1. Introducción	8
4.2. Obtención del factor de concentración de tensiones.....	10
4.3. Métodos de obtención: Experimentales	12
5. Condiciones de simulación por MEF	14
5.1. Generación de malla	14
5.1.1. Comprobaciones	15
5.2. Condiciones de contorno.....	15
6. Eje con ranurado U	16
6.1. Definición de la pieza	16
6.2. Estudio a esfuerzo axial.....	16
6.2.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga	16
6.2.2. Mallado. Tamaño de los elementos	17
6.2.3. Simulaciones previas.....	17
6.2.4. Representación y formulación de las gráficas Kt	18
6.3. Estudio a Flexión.....	22
6.3.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga	22
6.3.2. Mallado. Tamaño de los elementos	23
6.3.1. Simulaciones previas.....	23
6.3.2. Representación y formulación de las gráficas Kt	24
6.4. Estudio a Torsión	26
6.4.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga	26
6.4.1. Mallado. Tamaño de los elementos	27
6.4.2. Simulaciones previas y comprobaciones	28
6.4.3. Representación y formulación de las gráficas Kt	29

7. Eje con chavetero	32
7.1. Definición de la pieza	32
7.2. Estudio a Flexión.....	33
7.2.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga	33
7.2.2. Mallado. Tamaño de los elementos	34
7.2.3. Simulaciones previas y comprobaciones	34
7.2.4. Representación y formulación de las gráficas Kt	36
7.3. Estudio a Torsión	38
7.3.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga	39
7.3.2. Mallado. Tamaño de los elementos.....	41
7.3.3. Simulaciones previas y comprobaciones	41
7.3.4. Representación y formulación de las gráficas Kts.....	44
8. Eje con Arandela Seeger	45
8.1. Definición de la pieza	45
8.2. Estudio a Axial	46
8.2.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga	46
8.2.2. Mallado. Tamaño de los elementos.....	47
8.2.3. Simulaciones previas y comprobaciones	48
8.2.4. Representación y formulación de las gráficas Kt	50
8.3. Estudio a Flexión.....	52
8.3.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga	52
8.3.2. Mallado. Tamaño de los elementos.....	53
8.3.3. Simulaciones previas y comprobaciones	53
8.3.1. Representación y formulación de las gráficas Kt	54
9. Conclusiones.....	57
10. Lista de Imágenes.....	61
11. Lista de Tablas.....	64

0. Hoja de identificación

Título del Trabajo de Fin de Grado:

Estudio de factores de concentración de tensiones mediante método de elementos finitos

Autor: Néstor Manuel Santana Hernández

DNI: 54055010 L

Correo electrónico: nessandahez@gmail.com

Universidad: Universidad de La Laguna

Titulación: Grado en Ingeniería Mecánica

Curso: 2016-2017

Fecha: Julio 2017

1. Objeto

El objetivo principal de este proyecto será determinar los factores de concentración de tensiones, para unos casos de estudio específicos, en función de la geometría y la hipótesis de carga. Los casos que se estudiarán serán: un eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial, a flexión y a torsión; un eje con chavetero sometido a flexión y a torsión; y un eje con ranurado para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial y a flexión.

La obtención de las concentraciones de tensiones se realizará mediante la simulación de cada caso de estudio con un *software* de cálculo por el método de elementos finitos. Esta herramienta permitirá simular las condiciones de contorno e hipótesis de carga que sufren las piezas en condiciones de trabajo, y calcular la solución más aproximada a la ecuación diferencial.

Los valores de tensión obtenidos permitirán calcular los factores de concentración de tensiones en función de las dimensiones geométricas de la pieza. Finalmente, a partir de estos valores, se podrán formular las ecuaciones de las tensiones máximas.

Object

Main objective of this project will be determinate the stress concentration factors for specific studio cases, according to the geometric and stress conditions. Cases that will be studied are; a shaft with U-notch under axial tension, bending and torsion; a shaft with a keyway under bending and torsion; and a shaft with a notch for Seeger washer under axial tension and bending.

Obtaining of stress concentration factors will be carry out through the simulation of each studying cases with a finite element method program. This tool will enable to simulate the boundary and stress conditions which be suffer by pieces under work conditions, and to calculate the most approximate solution of the differential equation.

The stress values obtained will enable to calculate the stress concentrations factors according to geometrical dimensions. Finally, these values will be able to be used to formulate the maximum stress equations.

2. Normas y Referencias

2.1. Disposiciones legales y normas aplicadas

Puesto que se trata de un informe técnico, no se ha contemplado ninguna disposición legal para la realización del mismo.

En lo que respecta a la elaboración del documento, se han tenido en cuenta las normas UNE 50135:1996 “Presentación de informes científicos y técnicos” y la UNE50-103-90 “Documentación. Preparación de resúmenes”, así como la normativa interna de la Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología de la Universidad de La Laguna para la redacción de Trabajos de Fin de Grado UNE 157001:2014 “Criterios para la elaboración de proyectos”

Para las dimensiones de las chavetas se ha seguido la DIN 6886 de enero de 1946. Por otra parte para las dimensiones de las arandelas Seeger, se ha seguido a la DIN 471-472. Ambas se adjuntan en el Anexo 8.

2.2. Bibliografía

- [1] R. L. Norton, Diseño de Máquinas, Prentice Hall, 1999.
- [2] W. C. Young, Roark's formulas for stress and strain, Sexta ed., McGraw-Hill International Editiona.
- [3] The University of Jennessee at Martin, *Stress Concentration Factors and Notch Sensitivity*, Lecture 4 - Engineering 473, Machine Design.
- [4] D. C. Novo Soto, *Métodos experimentales para la determinación de tensiones mecánicas*, Monografía ed., Instituto Superior Politécnico José A. Echevarría, Facultad de Ingeniería Mecánica.
- [5] Universidad de Santiago de Chile. Facultad de inge, *Polarizador de luz*, Experiencia E13, p. 4.
- [6] G. Niemann, Tratado Teórico práctico de Elementos de Máquinas, Segunda ed., LABOR S.A., 1973.
- [7] O. Zienkiewicz y R. Taylor, El método de los elementos finitos, Quinta ed., vol. I, CIMNE.
- [8] V. Feodosiev, Resistencia de materiales, Segunda ed., MIR.
- [9] N. Larburu, Máquinas Prontuario. TÉCNICAS MÁQUINAS HERRAMIENTAS, Séptima ed., PARANINFO S.A., 1995.
- [10] Real Academia de Ingeniería, «Principio de Saint Venant / Saint Venant`s Principle,» [En línea]. Available: <http://diccionario.raing.es/es/lema/principio-de-saint-venant>. [Último acceso: 06 2017].
- [11] R. DITCHBURN, *Rejas cruzadas un ángulo pequeño y franjas de Moiré*, Tercera ed., London: Academic Press, p. 183.

- [12] M. Sánchez, A. Gordillo y A. Martínez, *Elementos y nodos. Diseño optimizado de piezas de plásticos*, Universidad politécnica de Valencia.
- [13] F. Gabaldón Castillo, *MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS. Preproceso y Postproceso de Resultados*, Madrid, 20 Diciembre de 2007.
- [14] Asignaruta de Modelización de elementos mecánicos, *Apuntes del temario*, 2016.

2.3. Programas de cálculo

- Dassault Systems SolidWorks™
- Microsoft Excel
- Matlab

2.4. Glosario

MEF: Método de Elementos Finitos.

a.m.c.: Aproximación por Mínimos Cuadrados.

2D: Dos dimensiones.

3D: Tres dimensiones.

K_t : Factor de concentración de esfuerzos normales.

K_{ts} : Factor de concentración de esfuerzos cortantes.

h : Altura de los elementos de mallado.

u : Desplazamiento (u_r -radial, u_x -axial,...).

g : Giro (g_x -respecto al eje x , g_y -respecto al eje y ,...).

R, r : Radio de redondeo o del ranurado.

D, d : Diámetro de eje.

σ_0 : Esfuerzos nominales.

$\sigma_{eq}, \sigma_{Von}$: Esfuerzo equivalente de Von Misses

3. Introducción

En el transcurso de los años, tanto maquinaria, construcciones industriales, y diversidad de elementos o herramientas mecánicas, han fallado en puntos geométricos en las cuales existía una variación de sección o discontinuidad.

A partir de ello, se estudiaron variedad de casos de discontinuidades en piezas rectangulares y cilíndricas, llegando a la premisa de que en las zonas aledañas a dichas deformidades se daban las concentraciones de esfuerzos. Así pues, se estableció una relación entre el esfuerzo máximo soportado, y una tensión nominal o de referencia, denominando a dicha relación como el factor teórico K_t de concentración de tensiones.

Los factores de concentración se tabularon y graficaron empíricamente, relacionándolo con distintas geometrías, y en función de sus dimensiones y las dimensiones de la discontinuidad. Aparecen en libros como el Norton [1] o el Roark's [2], que se incluyen como bibliografía de este documento.

Hoy en día, el avance de la tecnología ha permitido el desarrollo de programas de cálculo numérico, tales como el método de elementos finitos, diferencias finitas, métodos de elementos de contorno, métodos espectrales, etcétera. Todo ellos tienen en común ser métodos numéricos para el cálculo de modelos continuos bajo condiciones estáticas y lineales. En concreto, se destacarán los programas de *elementos finitos*, los cuales mediante un *proceso de discretización* se modela un elemento real (continuo) dividiéndolo en un “número finito de elementos” interconectados entre sí a través de puntos discretos denominados *nodos*.

Este proyecto pretende estudiar y elaborar una tabla de uso factores de concentración de tensiones K_t para tres casos de interés, mediante un programa de elementos finitos, el *SolidWorks*.

De las tres discontinuidades que se van a estudiar, en el caso de eje ranurado en U, se contrastarán los resultados obtenidos con valores experimentales proporcionados por bibliografía específica. En los otros casos no existen valores experimentales previos conocidos.

4. Concentración de tensiones

4.1. Introducción

En los análisis de distribución de esfuerzos en el interior de miembros cargados, comúnmente se ha supuesto que las secciones transversales de dichos miembros eran totalmente uniformes, de manera teórica. Sin embargo, la mayor parte de las piezas de maquinaria reales tendrán secciones transversales variables, lo que afecta a la distribución de esfuerzos. Como ejemplos tenemos: ejes con diámetros distintos, a fin de aceptar cojinetes, engranajes, poleas, etcétera; ejes con ranuras para chavetas circulares, o para anillos “O”...

Cualquier *cambio en la geometría de la sección transversal* puede causar una variación en la distribución de tensiones, pudiendo darse *concentraciones de esfuerzos localizados*.

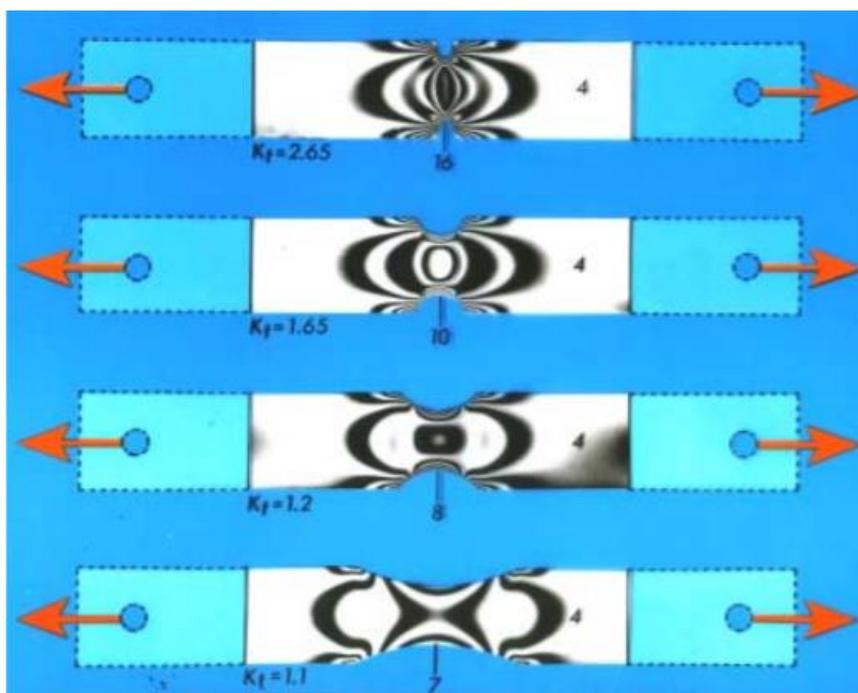


Ilustración 1: Visualización de la concentración de esfuerzos por fotoelasticidad [1].

Por ejemplo, en la Ilustración 1 se muestra la concentración de tensiones introducida por muescas y filetes en una barra plana, sujeta a un esfuerzo axial.

Los efectos del esfuerzo se miden según técnicas experimentales o métodos matemáticas, y las “franjas” resultantes indican una distribución de esfuerzos en la pieza al ser cargada. Se observa que (Ilustración 1), en el filete donde el ancho de la pieza ha sido

reducido de D a d, las líneas de franjas indican una ruptura y una concentración de esfuerzos en este cambio súbito de geometría.

Se aprecia cómo, en los casos en los que D es más similar a d y la discontinuidad es menor, las concentraciones de tensiones también disminuyen. Ésta es la evidencia experimental de la existencia de concentraciones de esfuerzos, en cualquier cambio de geometría. Estos cambios a menudo se conocen como “elevadores de esfuerzos” y deben evitarse en el diseño o, por lo menos, minimizarse tanto como sea posible. Lo malo de intentar suprimirlos es que no es práctico eliminarlos todos, ya que estos detalles son necesarios para la conexión de piezas coincidentes, y para proporcionar formas funcionales a las piezas.

La cantidad de concentración de esfuerzos en cualquier geometría específica se indica con un **factor de concentración de esfuerzos geométrico** K_t para esfuerzos normales, o como K_{ts} para esfuerzos cortantes. El esfuerzo máximo en un elevador local de esfuerzos es por lo tanto definido de la manera;

$$\sigma_{max} = K_t \sigma_{nom} \quad Ec. 1$$

$$\tau_{max} = K_{ts} \tau_{nom} \quad Ec. 2$$

En estas ecuaciones, donde σ_{nom} y τ_{nom} (también denominados σ_0 y τ_0) son los esfuerzos nominales calculados con la ecuaciones de elasticidad y resistencia. Por ejemplo, en la viga de la Ilustración 1, la distribución nominal de esfuerzos es lineal, y sería;

$$\sigma_{nom} = F/A \quad Ec. 3$$

El esfuerzo en las muescas sería entonces;

$$\sigma_{max} = K_t F/A \quad Ec. 4$$

Obsérvese que los esfuerzos nominales se calculan mediante la **sección transversal neta**, que es la *reducida en razón de la geometría de las muescas*, es decir, tomando el punto de menor ancho en las muescas de la Ilustración 1.

Los factores K_t y K_{ts} sólo toman en consideración los efectos de la geometría de la pieza, sin importar cómo se comporta el material frente a concentraciones de esfuerzos. La forma en que responda a concentraciones de esfuerzos dependerá de parámetros como; la ductilidad o la fragilidad del material, y el tipo de cargas, ya que si es estático o dinámico, también afectará. { [1], pag 230-232}

4.2. Obtención del factor de concentración de tensiones

Para deducir funciones de concentración de esfuerzos para algunas geometrías sencillas, debe recurrirse a la teoría de la elasticidad. De esta, se proporcionan valores de concentración de esfuerzos para algunos casos, como un orificio elíptico en una placa semi-infinita sujeta a tensión axial (Ilustración 2).

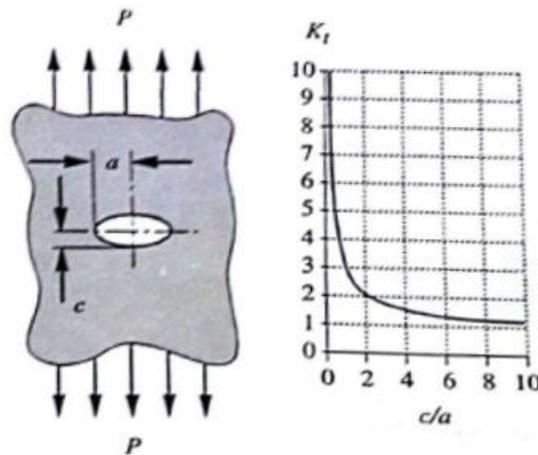


Ilustración 2: Visualización y gráfica K_t de un caso de placa semi-infinita con aligeramiento sometida a esfuerzo axial.

Otros factores de concentración de esfuerzos, provienen de investigaciones experimentales de piezas sometidas a cargas controladas. Se pueden efectuar mediciones experimentales con medidores de deformación, técnicas fotoelásticas, holografía láser y otros medios. Cada vez, se utiliza más el análisis de elementos finitos u otros métodos matemáticos para generar factores de concentración de esfuerzos.

Mencionar que, cuando se hace un análisis de esfuerzo mediante técnicas numéricas, las concentraciones de esfuerzos “salen con los cálculos” siempre que la malla se defina lo suficientemente fina alrededor de las áreas de los elevadores geométricos de esfuerzos.

Para los casos de factores de concentración de tensiones obtenidos por métodos experimentales o numéricos, tenemos como ejemplo la Ilustración 3, que muestra la función de concentración de esfuerzos para el caso de una barra plana en escalón sometida a flexión.

La reducción del ancho (D-d) en el escalón crea un elevador de esfuerzos. También es un factor el tamaño del radio del filete (r). Estos dos parámetros geométricos se expresan como razones adimensionales; r/d y D/d .

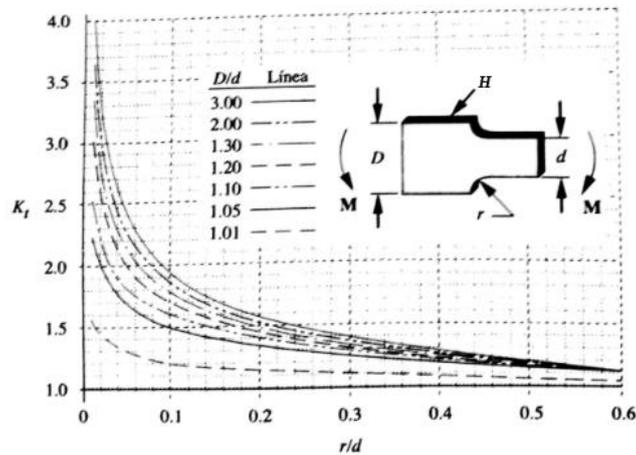


Ilustración 3: Gráfica K_t de un caso de barra rectangular escalonada sometida a momento flector [1].

El primero (r/d) se emplea como variable independiente en la ecuación, y el segundo (D/d) determina el miembro de la familia de curvas que resultan. Esta función de concentración de esfuerzos es en realidad una superficie tridimensional, con ejes r/d y D/d y K_t . En la Ilustración 3 vemos líneas de la superficie tridimensional calculada a diferentes valores de D/d , y proyectados hacia adelante hacia el plano $r/d \cdot K_t$.

La fórmula que define cada curva de concentración de esfuerzos en la Ilustración 3, se define como una función exponencial de la forma:

$$K_t = Ax^b \quad \text{Ec. 5}$$

La x representa la variable independiente, en este caso r/d . Los valores del coeficiente A y del exponente b en función de D/d , se determinan mediante una regresión con base en varios puntos de datos, tomados experimentalmente o por métodos numéricos.

El valor resultante de A y b para diversas magnitudes de la segunda variable independiente D/d , está dado en la Tabla 1. Para otros valores de D/d , A y b pueden interpolarse.

D/d	A	b
3.00	0.907 20	-0.333 33
2.00	0.932 32	-0.303 04
1.30	0.958 80	-0.272 69
1.20	0.995 90	-0.238 29
1.10	1.016 50	-0.215 48
1.05	1.022 60	-0.191 56
1.01	0.966 89	-0.154 17

Tabla 1: Valores A y b según D/d (para el cálculo de Kt) para un caso de barra rectangular escalonada sometida a momento flector [1].

Para obtener el valor de tensión máxima, solo se debe recordar la Ec. 1 y sacar también el valor de la tensión nominal (Ec. 6) para este caso, que sería:

$$\sigma_{nom} = \frac{Mc}{I} = 6 \frac{M}{Hd^2} \quad Ec. 6$$

$$\sigma_{max} = K_t \sigma_{nom} \quad Ec. 1$$

Las gráficas y las funciones de concentración de esfuerzos [...] resultarán útiles en el diseño de piezas de maquinaria [...], así como para la práctica de la ingeniería. { [1], pag 233-235}

4.3. Métodos de obtención: Experimentales

En el siguiente apartado solo se va explicar el métodos experimental más común, utilizado para el estudio de los factores de concentración de tensión, y con ello las tensiones máximas que sufre un material por una discontinuidad en su geometría: el método por *fotoelasticidad*.

La fotoelasticidad es un método visual basado en los fenómenos experimentados por las ondas electromagnéticas, a su paso por materiales que posean las propiedades de transparencia, isotropía y birrefringencia temporal requeridas, particularmente en la polarización de la luz que ocurre a consecuencia de las tensiones presentes en los cuerpos sometidos a cargas, empleando así mismo para ello las leyes físicas de la óptica.

Algunas sustancias son anisótropas, es decir, muestran propiedades distintas según la dirección del eje a lo largo del cual se midan. En esos materiales, la velocidad de la luz depende de la dirección en que ésta se propaga a través de ellos. Algunos cristales con estas características, también pueden generar una alineación del plano de oscilación de las ondas de luz que los atraviesan, siendo llamados **polarizadores**.

Algunos materiales adquieren la propiedad polarizadora de la luz al ser sometidos a esfuerzos mecánicos. Si estos materiales bajo tensión se sitúan entre un polarizador y un analizador (en conjunto, un polariscopio), las zonas coloreadas que aparecen proporcionan información sobre las tensiones. La interpretación de tales patrones revela la distribución de esfuerzos total. [3] [4] [5]

En las siguientes imágenes se pueden apreciar las distribuciones de esfuerzos para dos casos; para una barra rectangular sometida a compresión con un aligeramiento circular centra (Ilustración 4), o para una llave inglesa (Ilustración 5).

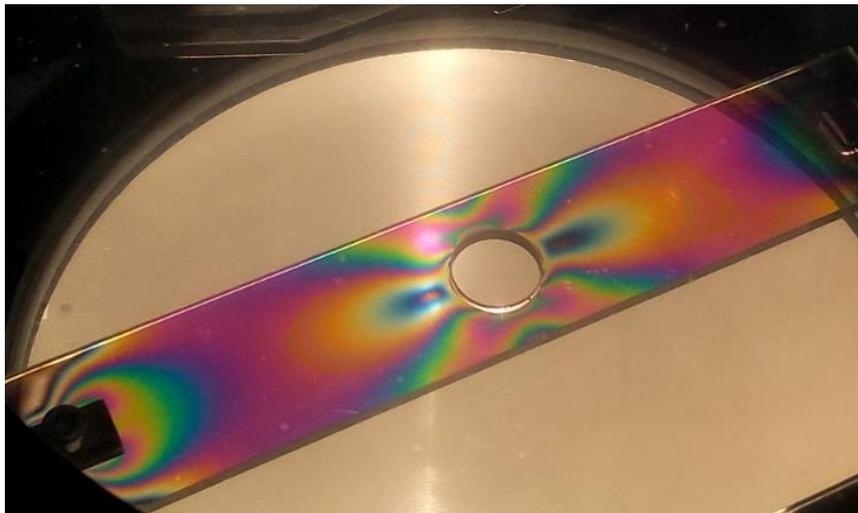


Ilustración 4: Visualización de distribución de esfuerzos mediante fotoelasticidad en una barra rectangular aligerada sometida a compresión.

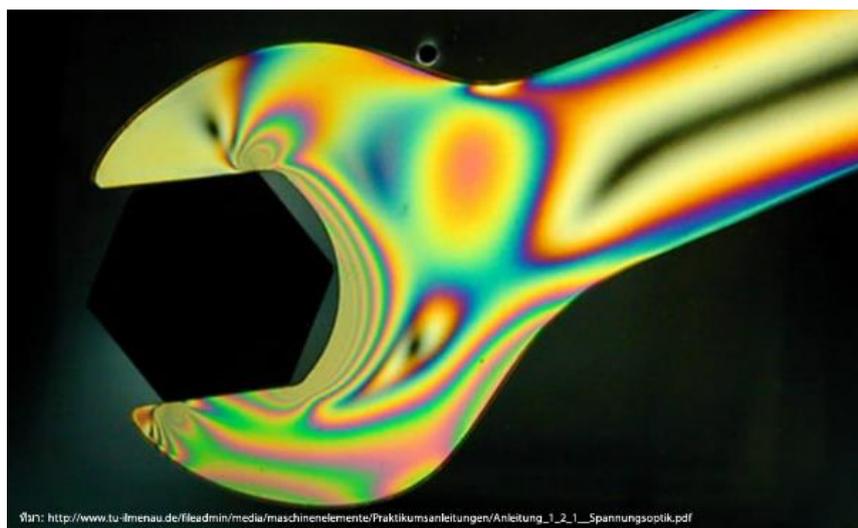


Ilustración 5: Visualización de distribución de esfuerzos mediante fotoelasticidad en una llave inglesa.

5. Condiciones de simulación por MEF

5.1. Generación de malla

Se ha tomado para todos los casos un mallado basado en curvatura, ya que este se ajusta mejor que el “estándar” las geometrías que se van a estudiar. El número de puntos jacobianos¹ utilizados en las simulaciones serán normalmente 4. Solo se aumentarán en el caso de que, tras una simulación previa, se perciba algún error de cálculo del programa.

El tamaño de elemento máximo es distinto para cada caso de estudio, distinguiendo en primera instancia entre el elemento de “refinado” y el elemento “general”.

El **elemento de “refinado”** o de “control de mallado” sólo se ubicará en la zona de interés del modelo, donde se espera la mayor concentración de tensiones. El tamaño máximo de este elemento estará dentro de un rango, y el caso se simulará con cada uno de los puntos de ese rango, todo ello con el propósito de obtener mediante a.m.c. el valor para un tamaño de elemento nulo, que sería la aproximación más acertada o lógica del modelo continuo real.

El concepto de la a.m.c. se aplica en la expresión (Ec. 7), donde σ es la tensión, h el tamaño máximo del elemento de malla y después a, b y c que son constantes. El procedimiento usado se explica más detalladamente en el Anexo 2 de este documento.

$$\sigma = a + b \cdot h + c \cdot h^2 \quad \text{Ec. 7}$$

$$\sigma_{(h=0)} = a + b \cdot 0 + c \cdot 0^2 = a; \quad \sigma_{max} = a$$

El resto del modelo será mallado con un **elemento “general”**, cuyo tamaño máximo de elemento oscilará entre 1 y 15 mm, dependiendo del diámetro del eje. Esto se debe a que toda la pieza no puede ser mallada con el elemento de “refinado”, al ser muy fino (incurre en un gasto de memoria muy grande, y a su vez, en un posible riesgo de corrupción, ya que el programa MEF puede arrastrar errores en operaciones complicadas), además de que solo interesa obtener los valores en la zona de mayor concentración de tensiones.

En lo que al procedimiento se refiere, el “refinado” sólo interviene en la adición de una simulación previa, pues es en ella donde se localiza la zona en la que se aplicará el control de mallado. En el caso de que dicha zona no venga definida previamente por una

¹ **Puntos jacobianos.** Son elementos parabólicos que pueden trazar la geometría curva de manera mucho más precisa que los elementos lineales del mismo tamaño.

cara del sólido (dado que el refinado solo se puede aplicar en caras definidas previamente), se recurre a la operación “Línea de partición” para definirla a conveniencia

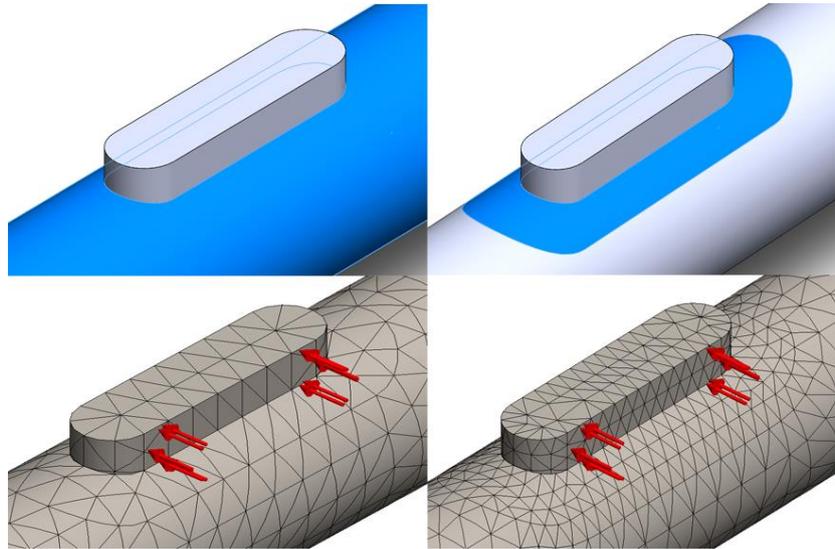


Ilustración 6: Ejemplo de Refinado: A la izquierda, toda la pieza tiene el mismo mallado. A la derecha, se ha dividido la superficie, y se han configurado dos tamaños de elementos distintos.

5.1.1. Comprobaciones

Para saber si la malla elaborada recoge bien el comportamiento real del modelo, tras ejecutarlo, se valida la simulación a través de hipótesis de comportamientos reales a ciertas cargas. Para ello, se han recogido una serie de comprobaciones para todos los casos de estudio, con las cuales se validan los resultados, aunque no aportan ningún valor o parámetro para los cálculos de los factores de concentración de tensiones. Por ello, todas ellas se adjuntan en el Anexo 2.

5.2. Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno varían para cada geometría y caso de estudio, aunque las restricciones que se usan en cada una si pueden repetirse (ej. un apoyo móvil). El programa de MEF usado permite una gran variedad de restricciones, dándose incluso la opción de definir una nueva de características especiales o inusuales.

Para no entrar en detalle cada vez que se definan las condiciones de contorno, en cada caso de estudio sólo se nombraran las que se han utilizado, y las definiciones de las mismas se adjuntarán en el Anexo 1.

Es muy importante la selecciones de las condiciones de contorno que se van a usar, pues de ellas dependerá el resultado de la simulación.

6. Eje con ranurado U

6.1. Definición de la pieza

La pieza es de sencilla construcción (Ilustración 7) y las dimensiones principales son las que se aprecian en la (Ilustración 8). Para mayor detalle en la geometría, consulte el Anexo 6.

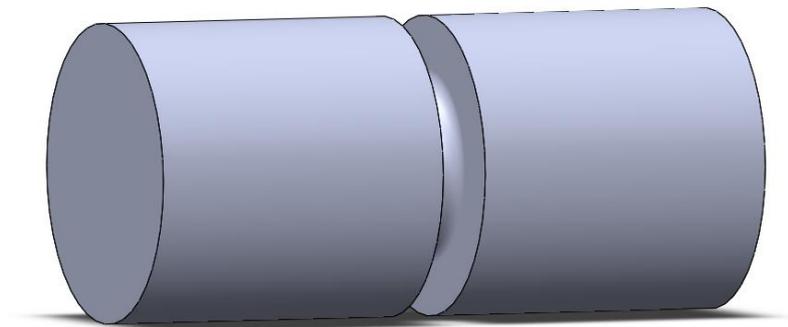


Ilustración 7: Visualización 3D del modelo usado para los casos de eje ranurado en U.

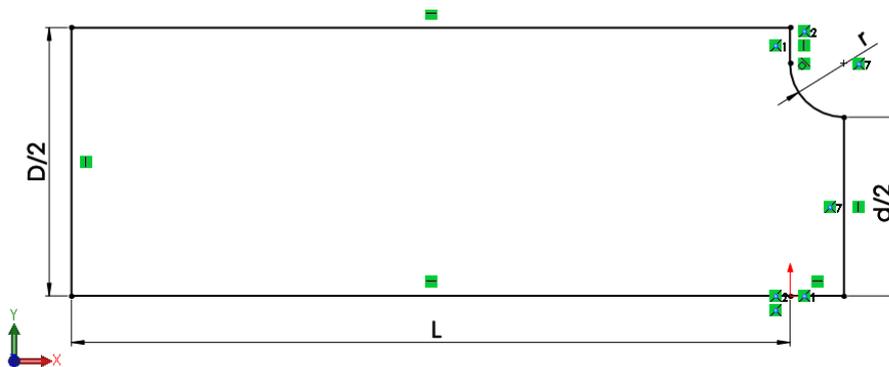


Ilustración 8: Plano radial obtenido del sólido anterior (Ilustración 7) considerando simetrías, que muestra las dimensiones principales del caso de eje ranurado en U.

6.2. Estudio a esfuerzo axial

6.2.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga

Para el caso de una carga axial, se aplican las restricciones que se observan en la Ilustración 9. En esta se indica con una flecha verde los movimientos restringidos, y con una flecha roja las cargas.

La carga aplicada será una carga de tracción de 1000 N/m² en una de las caras de los extremos de la pieza.

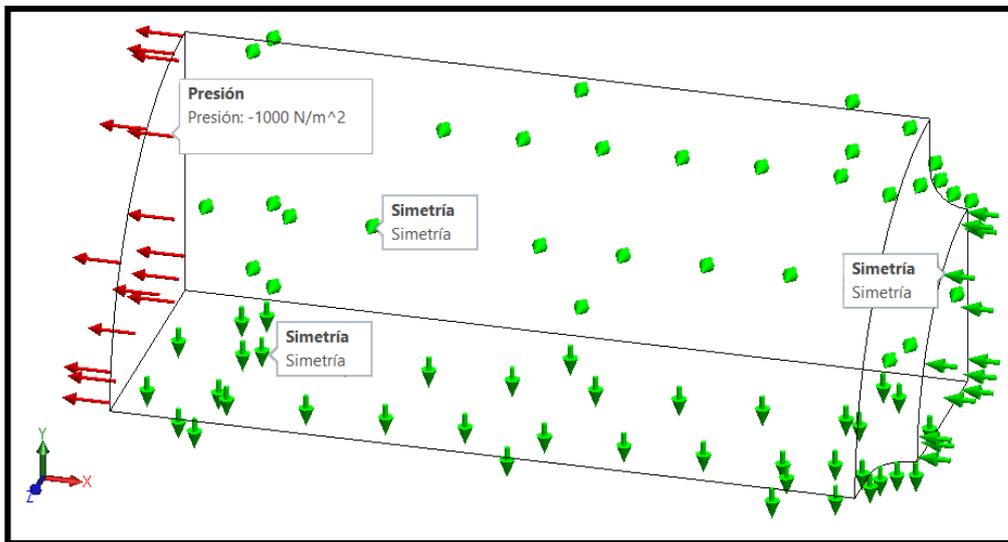


Ilustración 9: Visualización de las condiciones de contorno para el caso de eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial.

Se descarta aplicar una fuerza como carga axial dado que no daría una tensión constante en toda la sección transversal.

Al ser una carga axial aplicada en la sección mayor, nuestra tensión nominal σ_0 será:

$$\sigma_0 = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi \cdot d^2/4} = \frac{p \cdot \pi \cdot D^2/4}{\pi \cdot d^2/4} = p \cdot (D/d)^2 \quad \text{Ec. 8}$$

6.2.2. Mallado. Tamaño de los elementos

El mallado usado es sólido y basado en curvatura, con una calidad de malla de elementos cuadráticos de alto orden y 16 puntos jacobianos. El tamaño máximo de los elementos generales es de 1,5 mm para todos los diámetros. El intervalo que se usará para el refinado en este caso será 0.3, 0.45, 0.5, 0.6, 0.7, 0.9 y 1.2 mm.

6.2.3. Simulaciones previas

Las tensiones máximas se dan justo en el ranurado, mientras que las mínimas se dan la esquina del cambio de sección (Ilustración 10).

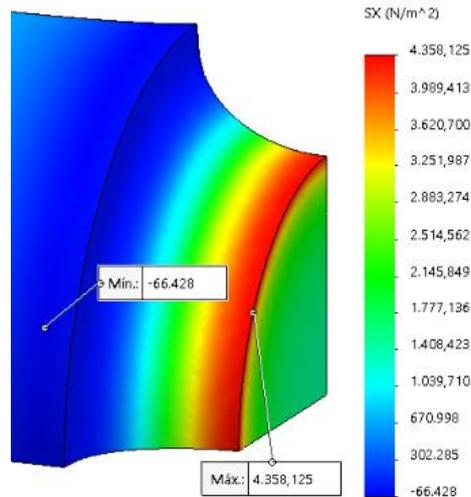


Ilustración 10: Trazado de resultados σ_x para un caso de eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial $D/d=1.5$ $r/d=0.2$. Se destacan las tensiones máximas y mínimas.

6.2.4. Representación y formulación de las gráficas K_t

Tras recoger todos los valores de simulación, tanto para los resultados de σ_x , como para los resultados de σ_{von} , se disponen en una hoja de Excel, se calculan las tensiones máximas para cada caso y su valor de factor de concentración de tensión. Dichas tablas se encuentran en el Anexo 1 de este documento. El cálculo realizado por la hoja de cálculo mediante a.m.c., se explica paso a paso en el Anexo 3.

Calculados los K_t , se organizan en un archivo “.txt” para ser introducidos en un programa de cálculo (el código utilizado para el cálculo se adjunta en el Anexo 2 de este documento). Este programa procesará los datos y con él, se determinarán las ecuaciones que mejor representan los valores numéricos obtenidos. Todo el proceso de selección de la ecuación final se explica en el Anexo 6.

Todo este proceso se repite para todos los casos de estudio.

Las curvas obtenidas permiten determinar los valores de las concentraciones de tensiones para dimensiones geométricas que no se hayan simulado. La formulación final del ajuste fue;

$$\sigma_{max} = K_t \sigma_{nom} \quad K_t = f(r/d) \begin{cases} C_1(r/d)^{C_2} + C_3(r/d), & r/d \leq 0.10 \\ C_4 + C_5/(r/d), & 0.10 < r/d \leq 0.30 \end{cases}$$

Los valores de las constantes son:

$$C_1 = 0.5557(D/d)^2 - 1.938(D/d) + 1.878$$

$$C_2 = 0.5858(D/d)^2 - 2.104(D/d) + 0.8905$$

$$C_3 = -27.36(D/d)^2 + 94.97(D/d) - 75.92$$

$$C_4 = -0.3113(D/d) + 1.855$$

$$C_5 = 0.05591(D/d) + 0.02203$$

Hay que destacar que los valores más peligrosos son los que quedan por encima del ajuste, puesto que están dando unas tensiones máximas inferiores a las que hay en verdad (dependiendo del porcentaje de error). Es por ello la importancia de ajustar bien el principio (los valores iniciales, cuando $r/d < 0.1$).

Las gráficas obtenidas son:

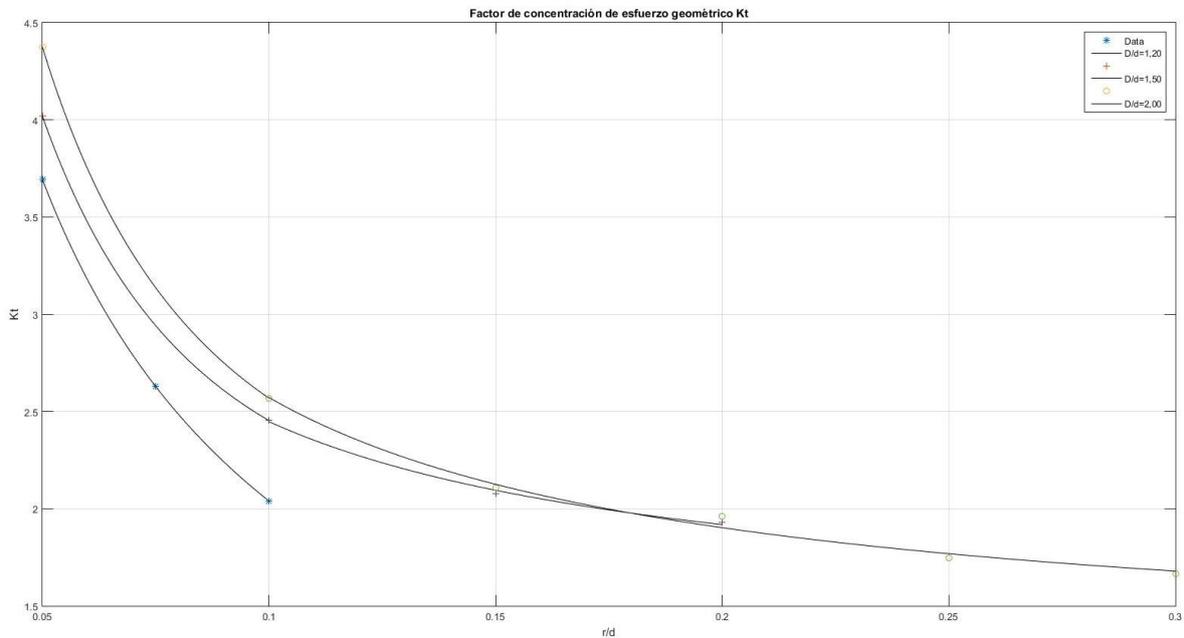


Ilustración 11: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal.

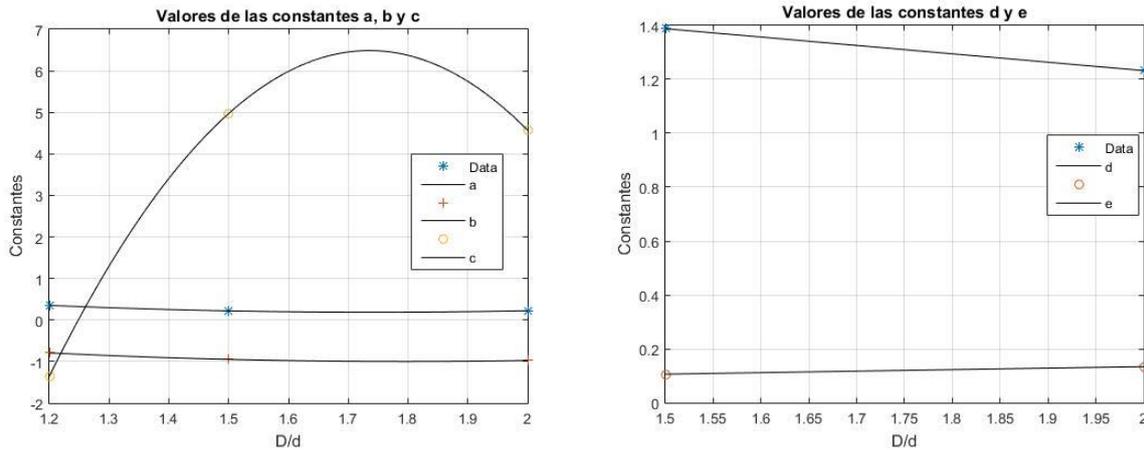


Ilustración 12: Valores para las constantes a, b, c, d y e para un eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial. Se dan para obtener otros puntos en la Ilustración 11.

Se comparan la gráfica obtenida (Ilustración 11) con las que se tiene en la bibliografía (la Ilustración 13 el Norton [1] y la Ilustración 14 el Roark's). Como se observa, la curva obtenida (Ilustración 11) se aproxima más a la Ilustración 14, debido a que tienen formulación similar, mientras que la Ilustración 13 resulta distinta siendo más curvada. Sin embargo, en cuanto a valores de K_t , mientras que a valores bajos todos tienen similitud, en los valores altos (cuando r/d tiende a 0, y D/d a ∞), los valores obtenidos en este estudio son superiores a las otras dos gráficas, cuales dan valores similares entre sí.

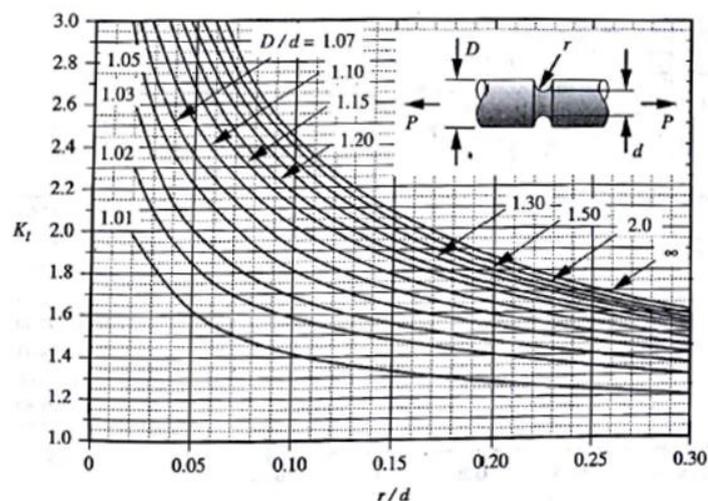


Ilustración 13: Gráfica K_t para el caso de eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial [1].

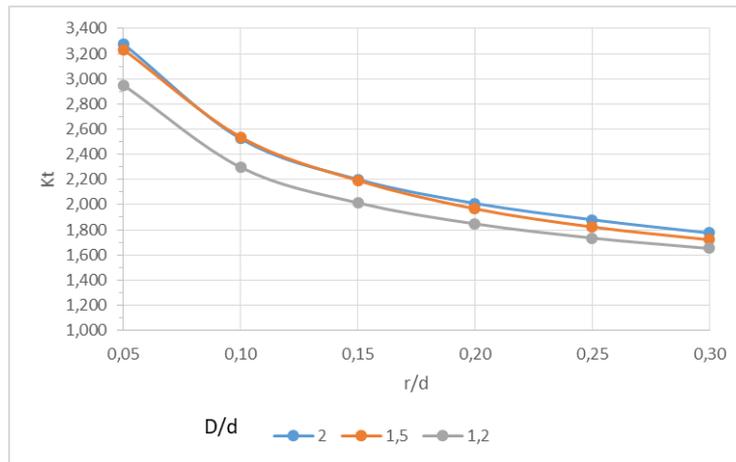


Ilustración 14: Gráfica K_t para el caso de eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial según las funciones del Roark's [2].

Destacar que las diferencias de resultados se deben (aunque la bibliografía no especifica el método experimental por el que se obtuvieron los valores, se presupone fotoelasticidad) al método de obtención del valor K_t y a la elección del tipo de curva para el ajuste de los valores (y el intervalo de confianza que conllevan).

Destacar que el Norton proporciona curvas para valores de D/d inferiores a 1.10, y que esos valores no son usuales para casos reales.

También se recogen las gráficas para los resultados de simulación con la tensión de Von Misses (Ilustración 15). Para este caso, los valores dan más bajos que los de tensión normal, pero seguían siendo superiores a los indicados en las gráficas de la bibliografía.

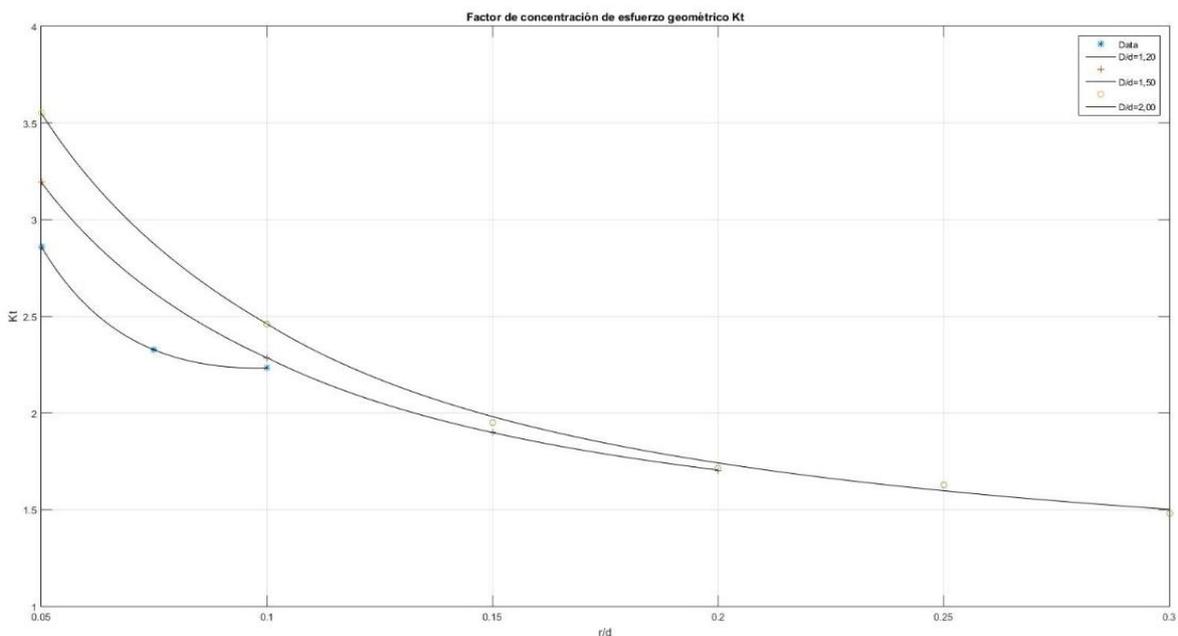


Ilustración 15: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Misses.

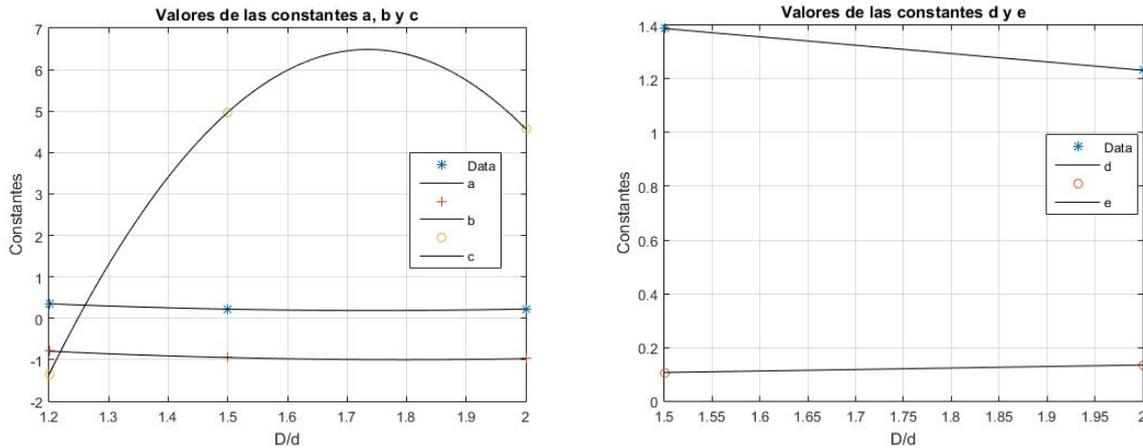


Ilustración 16: Valores para las constantes a, b, c, d y e para un eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial. Se dan para obtener otros puntos en la Ilustración 15.

Los valores de las fórmulas para las gráficas de K_t obtenidas a partir de la tensión equivalente de Von Mises se indican en la tabla de formulación dada en las conclusiones de este estudio.

6.3. Estudio a Flexión

6.3.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga

Para el caso de un momento flector, aplicaremos las restricciones que se observan en la Ilustración 17. En esta se indica con una flecha verde los movimientos restringidos, y con una flecha roja las cargas.

Las restricciones aplicadas son tres simetrías y una geometría fija en el eje intermedio de la cara situada a la izquierda.

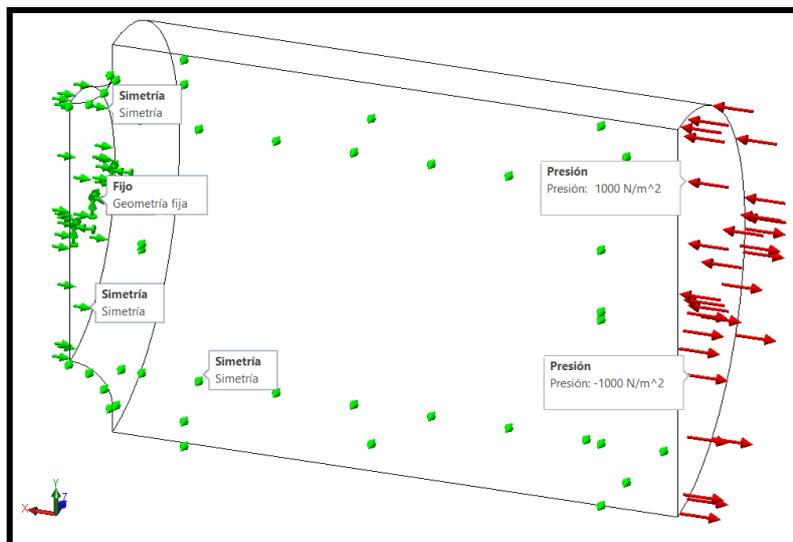


Ilustración 17: Visualización de las condiciones de contorno para un caso de eje ranurado en U sometido a momento flector.

La carga aplicada debería ser un momento flector puro. Dado que directamente, el programa de MEF no da esa opción en el menú de cargas, la solución adoptada serán dos presiones de 1000 N/m²: una saliendo de la pieza situada en la mitad inferior de la cara de la derecha; y otra de sentido opuesto en la mitad superior. De esta manera se consigue un momento puro en el extremo del eje.

Inicialmente se valoró colocar un par de fuerzas a cada extremo para generar e momento, pero se descartó por la generación excesiva de tensiones que se daba en su punto de aplicación (Ilustración 18).

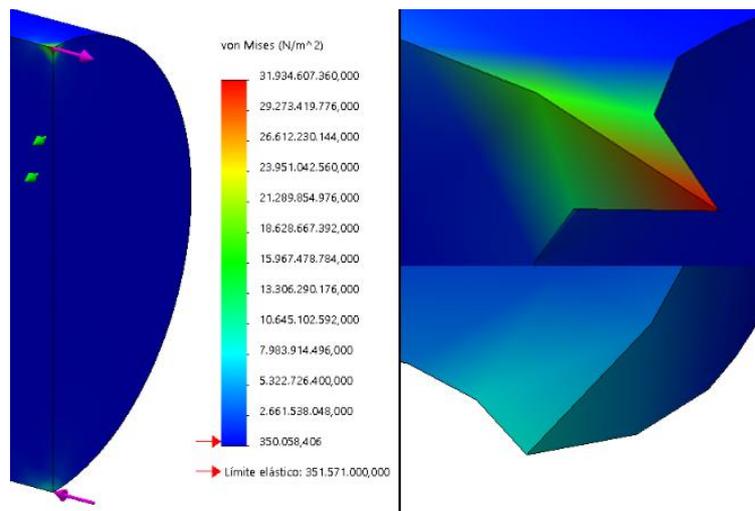


Ilustración 18: Trazado de resultados $\sigma_{von\ Mises}$ de una simulación de un caso de eje ranurado en U sometido a flexión. El momento se aplicado por medio de un par de fuerzas. Arriba a la derecha, una fuerza a tracción. Debajo, una fuerza a compresión.

Al ser un momento flector, nuestra tensión nominal σ_0 será:

$$\sigma_0 = \frac{M_f}{\omega_p} = \frac{64 \cdot p \cdot D^2}{d^3} \cdot \frac{2 \cdot D}{3 \cdot \pi} = \frac{16p}{3\pi} \cdot \left(\frac{D}{d}\right)^3 \quad Ec. 9$$

6.3.2. Mallado. Tamaño de los elementos

El mallado se realizó igual que para el caso anterior, ya que las concentraciones de tensiones dan en el mismo lugar; es sólido y basado en curvatura, con una calidad de malla de elementos cuadráticos de alto orden y 16 puntos jacobianos. El tamaño máximo de los elementos sin contar la zona de control de mallado, es de 1,5 mm para todos los diámetros.

El intervalo que se usará para el refinado en este caso será 0.3, 0.45, 0.5, 0.6, 0.7, 0.9 y 1.2 mm.

6.3.1. Simulaciones previas

Se obtiene que las concentraciones de tensiones se dan en la ranura, al igual que en la hipótesis de carga anterior.

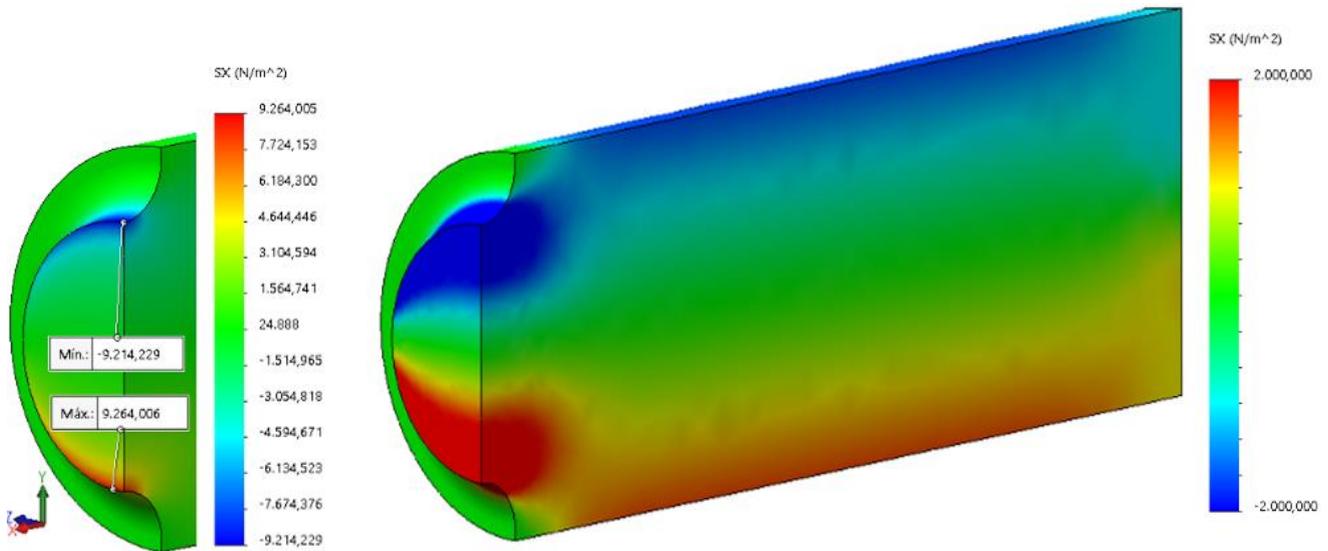


Ilustración 19: Trazado de resultados σ_x para un caso de eje ranurado en U sometido a momento flector $D/d=1.5$ $r/d=0.2$. Se ha adjuntado una re-dimensión de los valores máximos y mínimos para visualizar mejor la distribución de tensiones.

6.3.2. Representación y formulación de las gráficas K_t

Simulados todos los casos y recogidos los valores calculados, se representan gráficamente y se trazan las curvas que mejor se ajustan. Dichas curvas permiten determinar los valores de las concentraciones de tensiones para dimensiones geométricas que no se hayan simulado. La formulación final del ajuste fue;

$$\sigma_{max} = K_t \sigma_{nom} \quad K_t = f(r/d) = \begin{cases} a(r/d)^b + c(r/d), & r/d \leq 0.10 \\ a + b/(r/d), & 0.30 > r/d > 0.10 \end{cases}$$

$$\text{Para } r/d \leq 0.10: a, b, c = f(D/d) = C_1(D/d)^2 + C_2(D/d) + C_3$$

$$\text{Para } 0.30 > r/d > 0.10: d, e = f(D/d) = C_4(D/d) + C_5$$

Los valores de las constantes son:

$$C_1 = -2.369(D/d)^2 + 8.075(D/d) - 5.757$$

$$C_2 = -1.167(D/d)^2 + 3.866(D/d) - 3.502$$

$$C_3 = -4.167(D/d)^2 + 12.83(D/d) - 10.99$$

$$C_4 = -0.2746(D/d) + 1.556$$

$$C_5 = 0.07588(D/d) - 0.02176$$

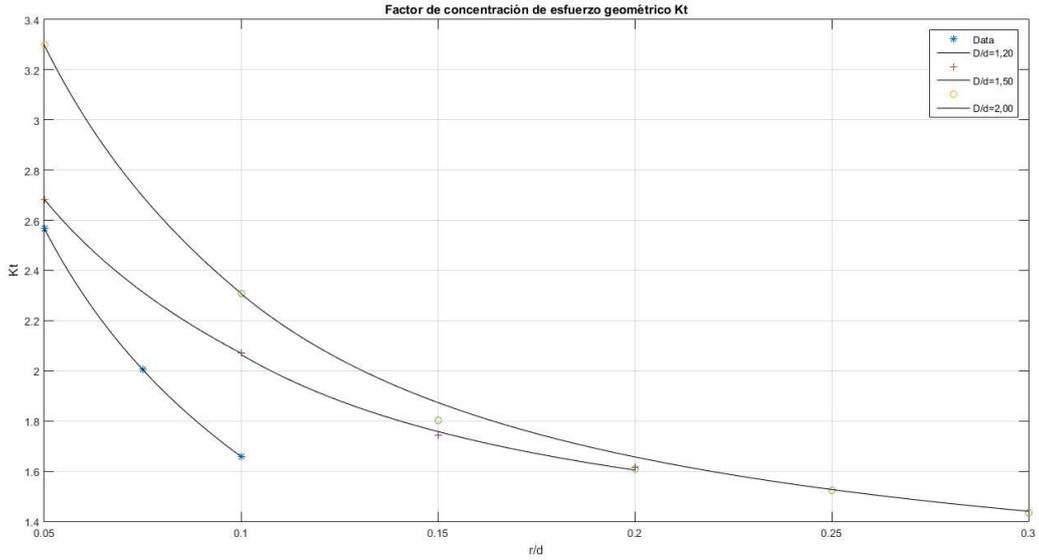


Ilustración 20: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje ranurado en U sometido a momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal.

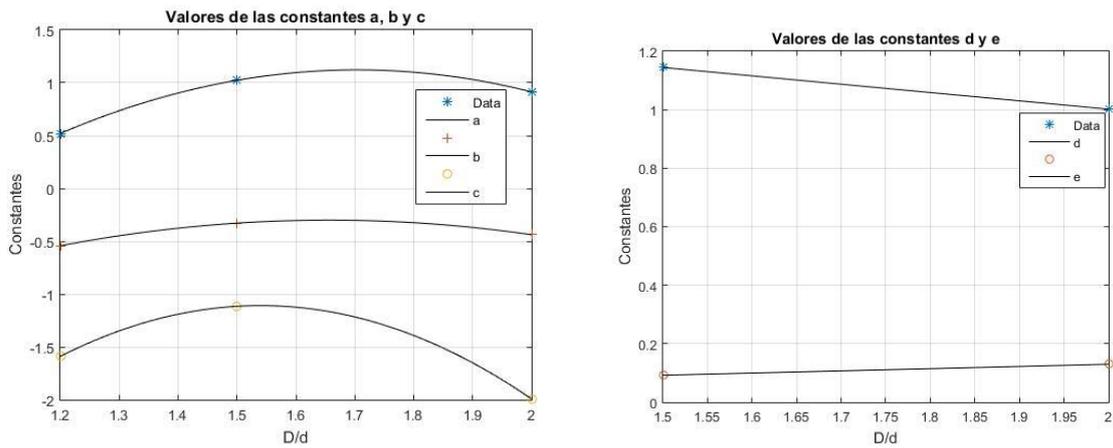


Ilustración 21: Valores para las constantes a, b, c, d y e para un eje ranurado en U sometido a momento flector. Se dan para obtener otros puntos en la Ilustración 20.

También se recogen las gráficas para los resultados de simulación con la tensión de Von Mises:

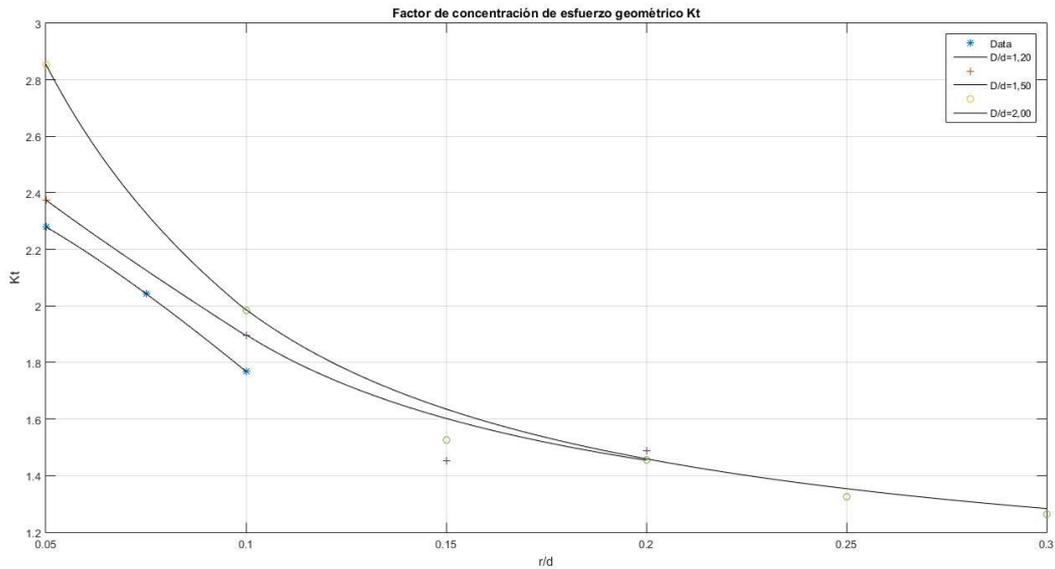


Ilustración 22: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje ranurado en U sometido a momento flector. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises.

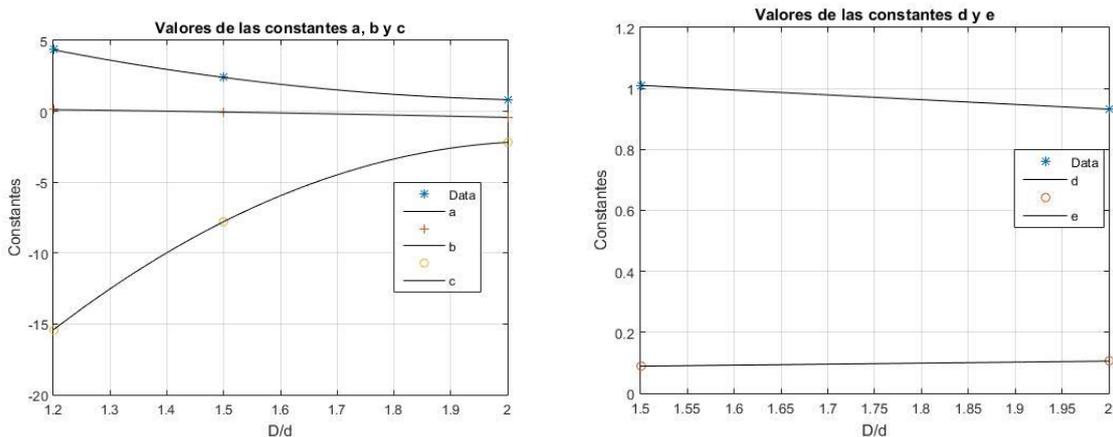


Ilustración 23: Valores para las constantes a, b, c, d y e para un eje ranurado en U sometido a momento flector. Se dan para obtener otros puntos en la Ilustración 22.

Los valores de las fórmulas para las gráficas de K_t obtenidas a partir de la tensión equivalente de Von Mises se indican en la tabla de formulación dada en las conclusiones de este estudio.

6.4. Estudio a Torsión

6.4.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga

Para el caso de un momento torsor, se aplicarán las restricciones que se observan en la Ilustración 24. En esta se indica con una flecha verde los movimientos restringidos, y con una flecha morada el momento torsor.

La restricción aplicada es una geometría de referencia que impide el giro respecto a x , y el desplazamiento axial, en el eje x también.

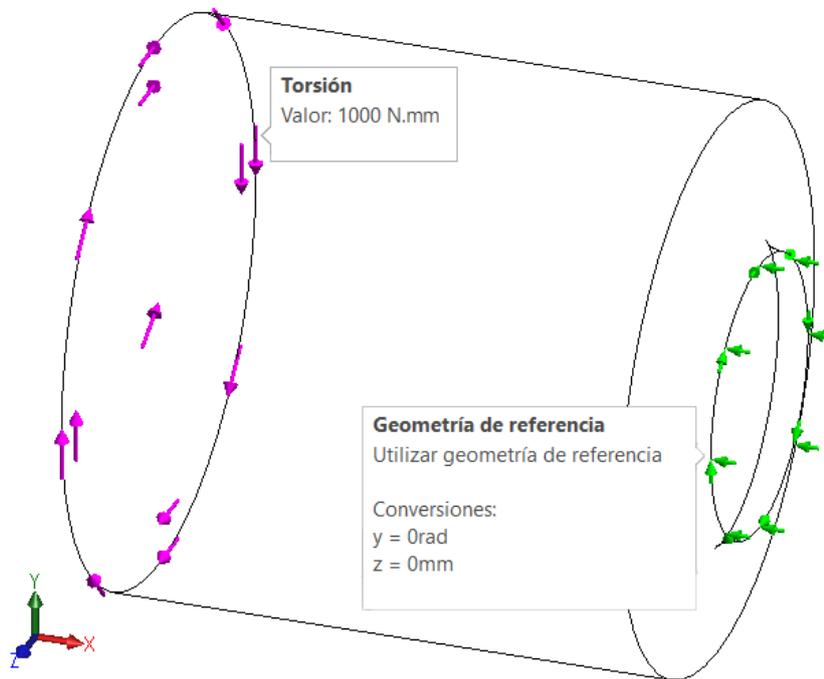


Ilustración 24: Visualización de las condiciones de contorno para un caso de eje ranurado en U sometido a momento torsor.

La carga aplicada es un momento torsor de 1000 N·mm, en la cara de la izquierda.

Al ser un momento torsor, nuestra tensión nominal τ_0 será:

$$\tau_0 = \frac{M_t}{\omega_p} = \frac{M_t}{0.2 \cdot d^3} \quad \text{Ec. 10}$$

Destacar que para el cálculo con los resultados que se obtengan de la tensión de Von Mises, se debe usar una tensión nominal equivalente:

$$\sigma_{eq,0} = \sqrt{3} \cdot \tau_0 = \sqrt{3} \frac{M_t}{0.2 \cdot d^3}$$

6.4.1. Mallado. Tamaño de los elementos

El mallado se realizó igual que para el caso anterior, ya que las concentraciones de tensiones dan en el mismo lugar; es sólido y basado en curvatura, con una calidad de malla de elementos cuadráticos de alto orden y 16 puntos jacobianos. El tamaño máximo de los elementos generales es de 1,5 mm para todos los diámetros.

El intervalo que se usará para el refinado en este caso será 0.3, 0.45, 0.5, 0.6, 0.7, 0.9 y 1.2 mm.

6.4.2. Simulaciones previas y comprobaciones

El programa MEF nos permite tomar el cortante respecto a coordenadas cilíndricas, si en la configuración del cortante en el plano $z - y$, se declara el eje del cilindro como referencia para el esfuerzo, por lo que se puede apreciar la distribución de esfuerzos como en los casos ideales. No obstante, se observa como (recordando que la dirección x es paralela al eje) en los resultados τ_{zx} (Ilustración 26) se aprecia como los esfuerzos dan iguales en los dos puntos tangentes a la dirección paralela a los ejes principal z . Esto se debe a que es en dichos puntos, donde el valor del esfuerzo cortante en coordenadas cilíndricas es igual que en coordenadas cartesianas.

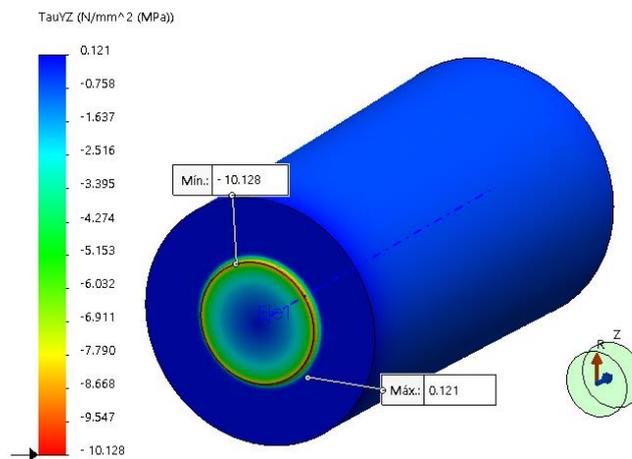


Ilustración 25: Trazado de resultados τ_{zx} para un eje ranurado en U sometido a torsión. Se aprecian la localización de las tensiones máximas y su valor en comparación con la Ilustración 27.

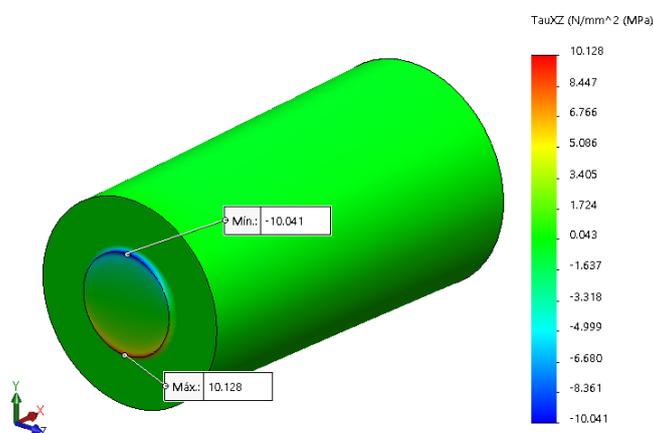


Ilustración 26: Trazado de resultados τ_{zx} para un eje ranurado en U sometido a torsión. Se aprecian la localización de las tensiones máximas y su valor en comparación con la Ilustración 27.

Sin embargo, si comparamos los resultados de τ_{zy} (Ilustración 27) con los resultados τ_{zx} (Ilustración 26), observamos que dan el doble uno del otro. Según la teoría de elasticidad y resistencia, deberían dar el mismo valor, sin embargo, debido a los esfuerzos tridimensionales que se generan por la geometría específica de la muesca, obtenemos que se han reducido a la mitad. Por lo tanto, utilizaremos el (τ_{zx}) para obtener los factores de concentración de tensiones.

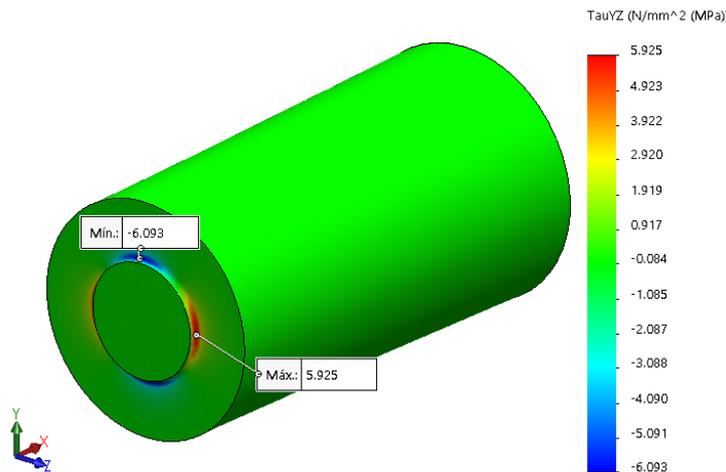


Ilustración 27: Trazado de resultados τ_{yz} para un eje ranurado en U sometido a torsión. Se aprecian la localización de las tensiones máximas y la similitud entre sus valores.

6.4.3. Representación y formulación de las gráficas K_t

Simulados todos los casos y recogidos los valores calculados, se representan gráficamente y se trazan las curvas que mejor se ajustan. Dichas curvas permiten determinar los valores de las concentraciones de tensiones para dimensiones geométricas que no se hayan simulado. La formulación final del ajuste fue;

$$\sigma_{max} = K_t \sigma_{nom} \quad K_t = f(r/d) = \begin{cases} a(r/d)^b + c(r/d), & r/d \leq 0.10 \\ a + b/(r/d), & 0.30 < r/d > 0.10 \end{cases}$$

$$\text{Para } r/d \leq 0.10: a, b, c = f(D/d) = C_1(D/d)^2 + C_2(D/d) + C_3$$

$$\text{Para } 0.30 > r/d > 0.10: d, e = f(D/d) = C_4(D/d) + C_5$$

Los valores de las constantes son:

$$C_1 = -1.488(D/d)^2 + 4.899(D/d) - 3.448$$

$$C_2 = -0.994(D/d)^2 + 3.248(D/d) - 3.041$$

$$C_3 = 15.28(D/d)^2 - 51.58(D/d) + 44.64$$

$$C_4 = 0.01827(D/d) + 1.029$$

$$C_5 = -7.712 \cdot 10^{-05}(D/d) + 0.05118$$

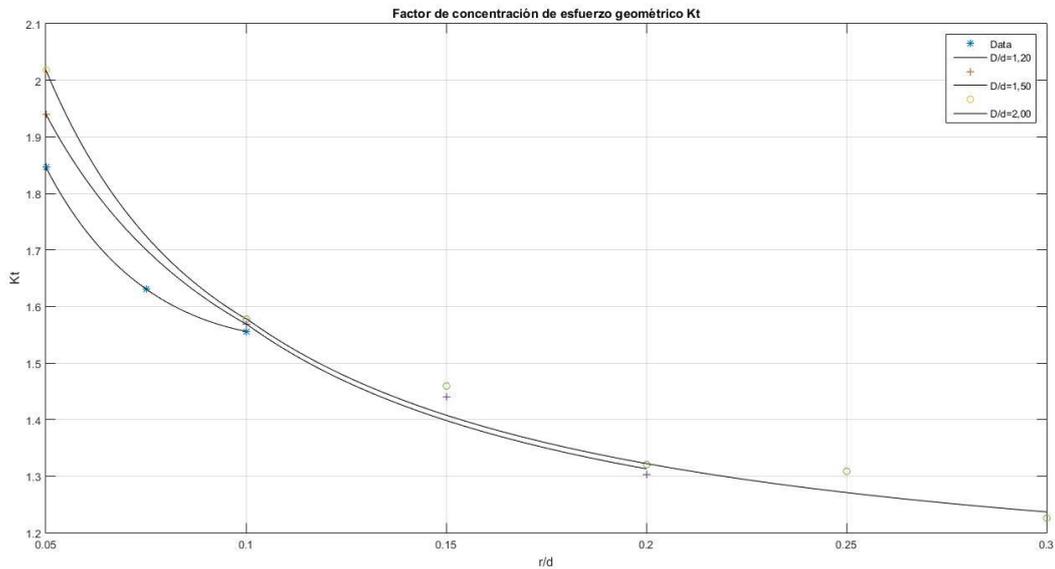


Ilustración 28: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje ranurado en U sometido a momento torsor. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo cortante.

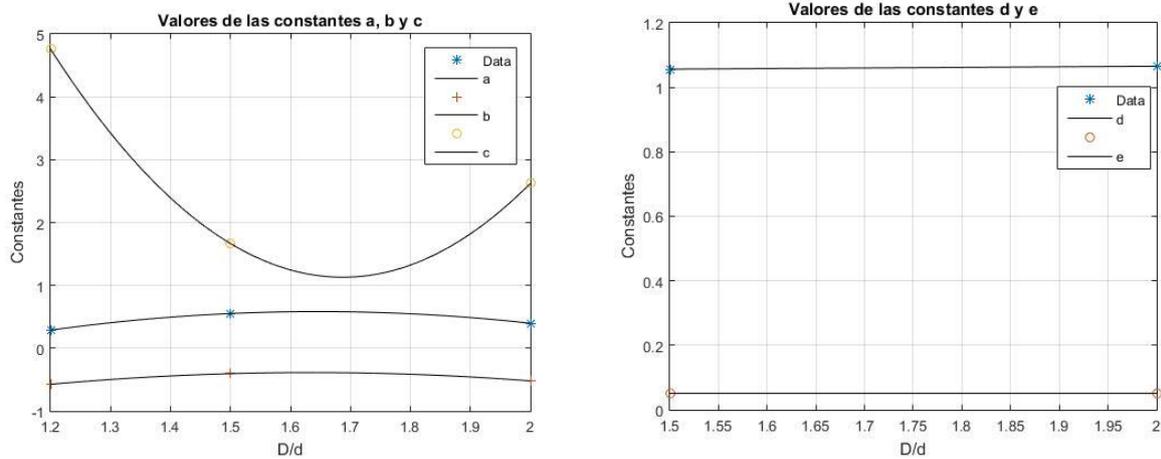


Ilustración 29: Valores para las constantes a, b, c, d y e para un eje ranurado en U sometido a momento torsor. Se dan para obtener otros puntos en la Ilustración 28.

También se recogen las gráficas para los resultados de simulación con la tensión de Von Mises:

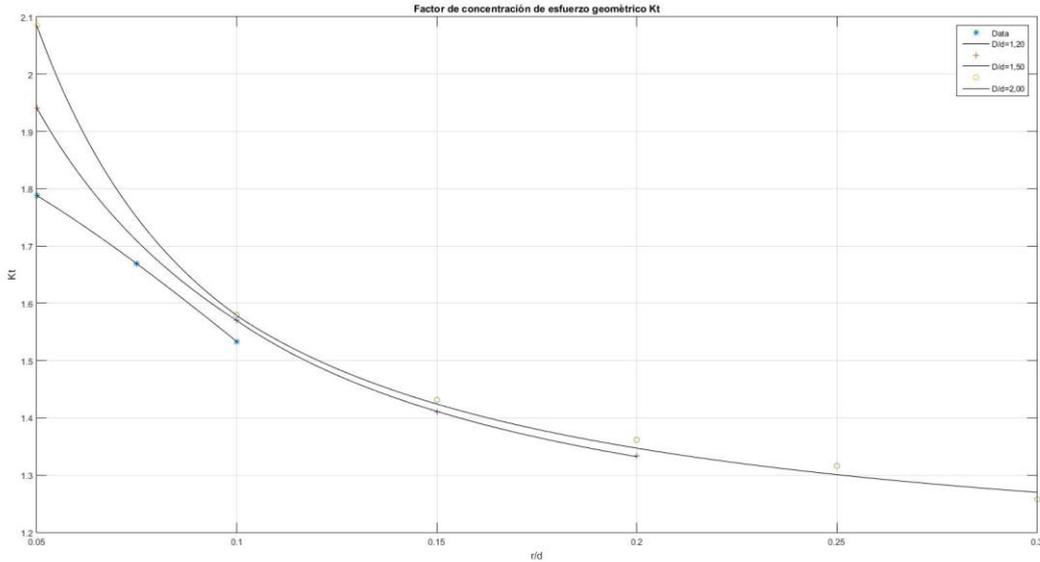


Ilustración 30: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje ranurado en U sometido a momento torsor. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises.

Al contrario que las gráficas de K_t obtenidas por el esfuerzo cortante, cuales tienen valores muy superiores, las gráficas que han sido elaboradas por la tensión de Von Mises tienen valores similares a los indicados por la bibliografía del Norton.

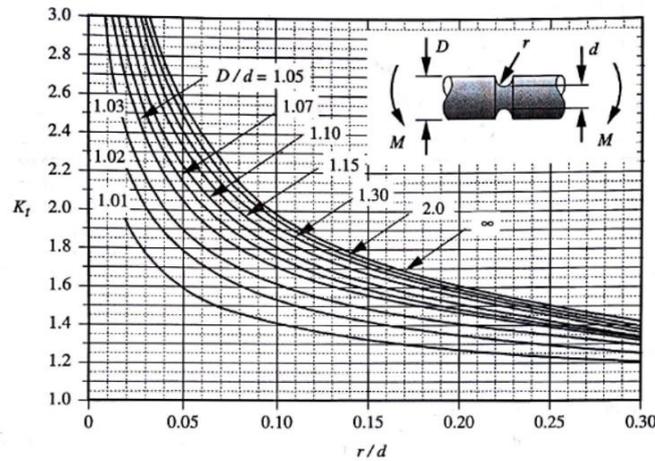


Ilustración 31: Gráfica K_t para el caso de eje ranurado en U sometido a momento flector [1]

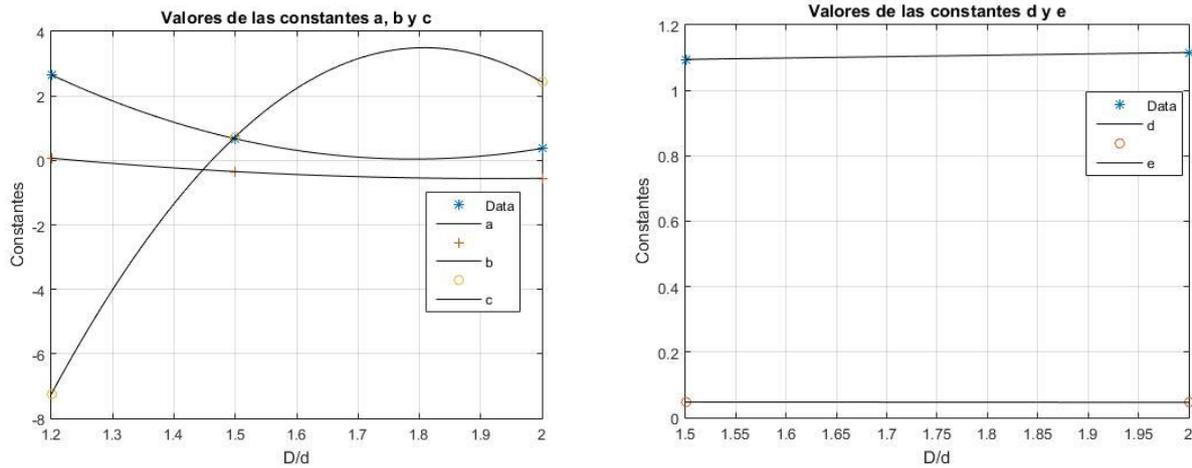


Ilustración 32: Valores para las constantes a,b,c,d y e para un eje ranurado en U sometido a momento torsor. Se dan para obtener otros puntos en la ilustración 30.

Los valores de las fórmulas para las gráficas de K_t obtenidas a partir de la tensión equivalente de Von Mises se indican en la tabla de formulación dada en las conclusiones de este estudio.

7. Eje con chavetero

7.1. Definición de la pieza

Se trata de un eje de acero AISI 1020 con un chavetero. Dependiendo de la hipótesis de carga se incluirá o no la chaveta. Las dimensiones del chavetero se han obtenido de la DIN 6886 (enero de 1946), adjuntada en el Anexo 4. Las dimensiones principales se indican en la Ilustración 35.

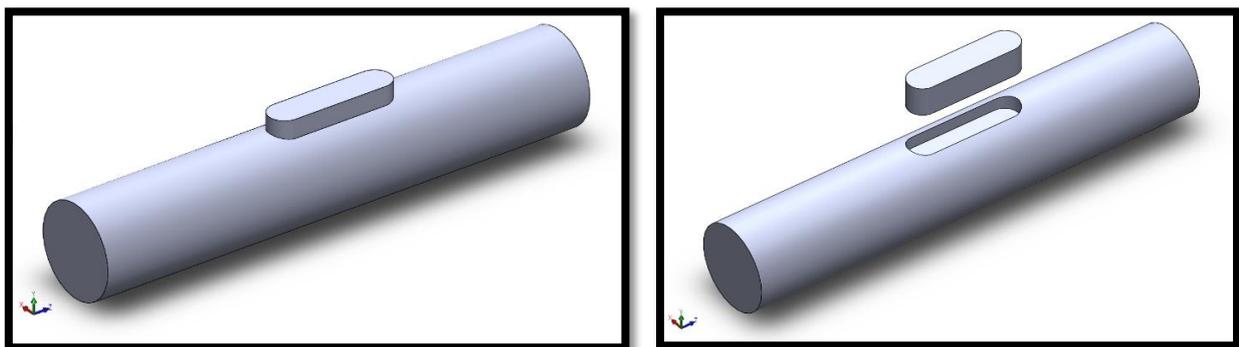


Ilustración 33 y 34: Visualización 3D usado para los caso de eje con chavetero y chaveto. A la izquierda, el eje y chaveta ensamblados. A la derecha, separados.

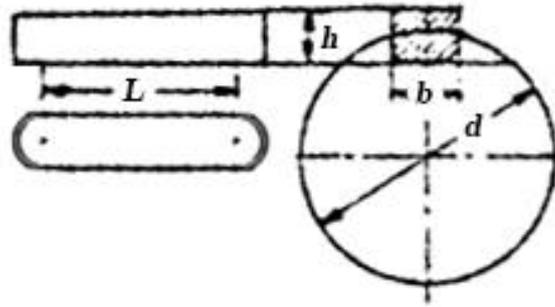


Ilustración 35: Visualización de las dimensiones principales consideradas para los casos de ejes con Chaveteros.

Aunque en la normativa DIN consultada, no se proporcionaban más dimensiones, según otra bibliografía consultada ([6]), se tienen dimensiones hasta diámetros de 500 mm. En este proyecto se han simulado varios casos en rangos superiores a 100 mm, para complementar el estudio. Los estudios van desde diámetros de 11 mm, hasta diámetros 140 mm.

7.2. Estudio a Flexión

7.2.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga

Para el caso de un momento flector, colocaremos las restricciones que se observan en la Ilustración 36. En ella, se indican con una flecha verde los movimientos restringidos, y con una flecha roja las cargas.

Las restricciones aplicadas son tres simetrías y una geometría fija en el eje intermedio de la cara situada a la izquierda (en dicha cara, cuentan como dos simetrías distintas la parte superior e inferior).

Al igual que en casos anteriores con un momento flector como hipótesis de carga, la solución adoptada para poder recrear el momento flector puro será dos presiones de 1000 N/m²: una saliendo de la pieza situada en la mitad inferior de la cara de la derecha; y otra de sentido opuesto en la mitad superior. De esta manera se consigue un momento puro en el extremo del eje.

Al ser un momento flector, nuestra tensión nominal σ_0 será:

$$\sigma_0 = \frac{M_f}{\omega_p} = \frac{64 \cdot p \cdot D^2}{d^3} \cdot \frac{2 \cdot D}{3 \cdot \pi} = \frac{16p}{3\pi} \cdot \left(\frac{D}{d}\right)^3 \quad \text{Ec. 9}$$

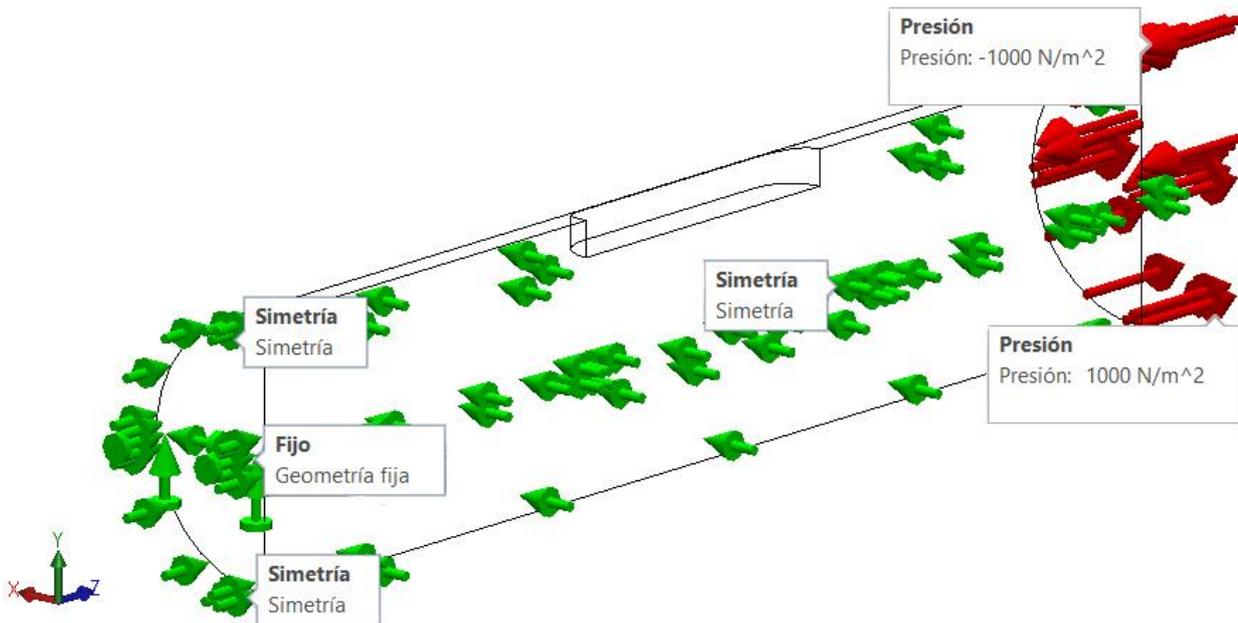


Ilustración 36: Visualización de las condiciones de contorno para un caso de eje con chavetero sometido a momento flector.

7.2.2. Mallado. Tamaño de los elementos

El mallado usado es sólido y basado en curvatura, con una calidad de malla de elementos cuadráticos de alto orden y 4 puntos jacobianos. El tamaño máximo de los elementos oscila entre 1 y 15 mm, dependiendo del rango de diámetros en los que se encuentre.

Debido a la variedad de dimensiones en cuanto a grado de magnitud (desde un diámetro de 10 mm a uno de 100 mm, aproximadamente), el intervalo en el que variará el tamaño de elemento, será una serie de coeficientes donde el mayor es la mitad de la dimensión mínima. Respecto a esa relación máxima, los coeficientes son: 0.250, 0.325, 0.500, 0.625, 0.750 y 1.0. El refinado se dará también fuera de la chaveta (hasta una distancia igual a la dimensión mínima) para garantizar la uniformidad de la malla en la zona de interés, y proporcionar un crecimiento progresivo de la malla hacia dicha zona.

7.2.3. Simulaciones previas y comprobaciones

Se obtiene que las tensiones máximas dan dentro del chavetero, justo en la esquina (Ilustración 37), según los resultados de la tensión equivalente de Von Mises. También se aprecia la línea neutra, por lo que se considera satisfactoria la simulación.

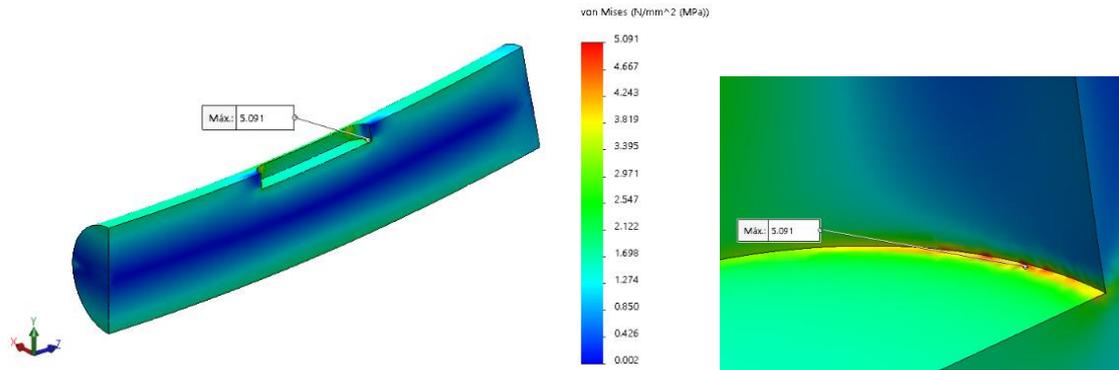


Ilustración 37: Trazado de resultados σ_{von} de simulación de un eje con chavetero sometido a momento flector. $d=19.5\text{mm}$. A la derecha se ha adjuntado un zoom en la zona de tensiones máximas.

Según los resultados de esfuerzos normales, el máximo también está justo en la esquina dentro del chavetero (Ilustración 38 y Ilustración 40) y el mínimo justo en el cambio de sección antes de caer al chavetero (Ilustración 50).

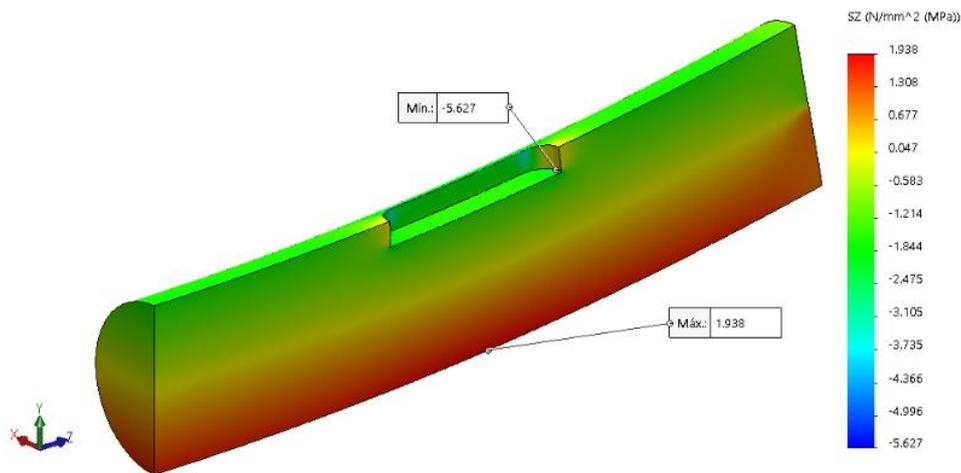


Ilustración 38: Trazado de resultados σ_x de la simulación de un eje con chavetero sometido a momento flector. $d=19.5\text{mm}$. Se destacan los máximos en la Ilustración 40.

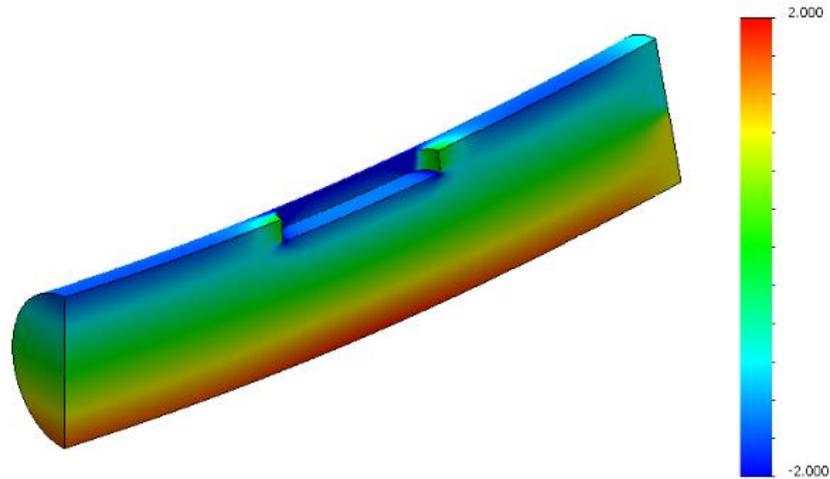


Ilustración 39: Trazado de resultados σ_x (acotado a ± 2 MPa, para apreciar la distribución de tensiones) de la simulación de un eje con chavetero sometido a momento torsor. $d=19.5$ mm. Se destaca el punto de interés en la Ilustración 40.

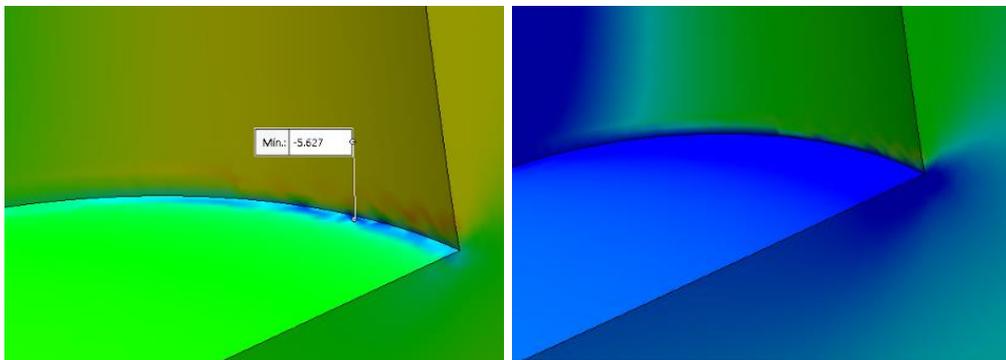


Ilustración 40: Zoom de la Ilustración 38 en la tensión máxima. A la derecha, el rango de resultado está a la misma escala. A la izquierda, se han restringido a ± 2 MPa (zoom de la Ilustración 39).

7.2.4. Representación y formulación de las gráficas K_t

Simulados todos los casos y recogidos los valores calculados, se representan gráficamente y se traza la superficie que mejor se ajusta. Dicha superficie permite determinar los valores de las concentraciones de tensiones para dimensiones geométricas que no se hayan simulado. La formulación final del ajuste fue;

$$K_t = f(h/d, b/h) = C_1 + \frac{C_2}{(h/d) \cdot (b/h)}$$

$$C_1 = 0.400 \quad C_2 = 2.596$$

Las gráficas resultantes son:

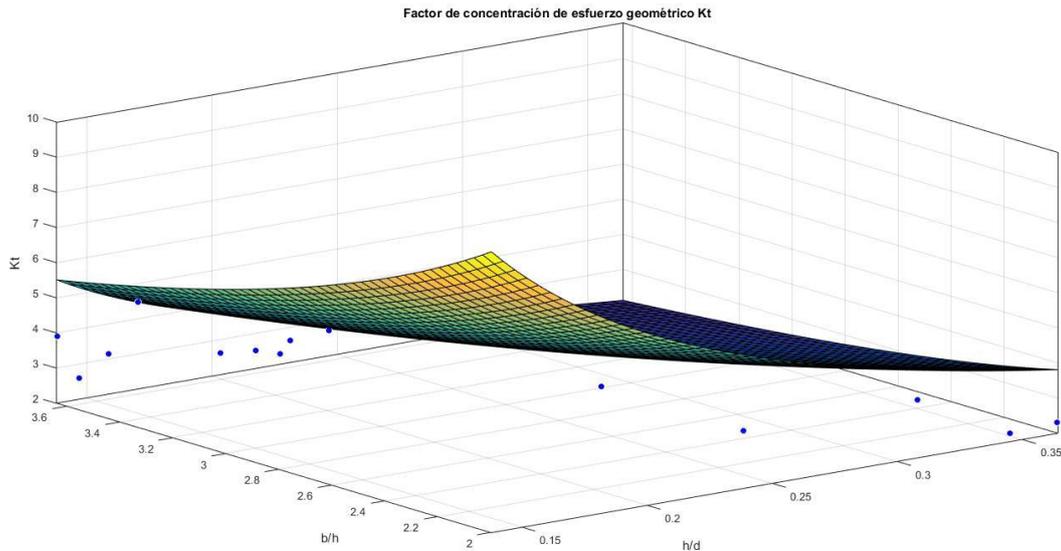


Ilustración 41: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal

Hay que destacar que las funciones usadas no eran lineales, por lo que el resultado del ajuste dependería de los valores iniciales que tome el programa para resolverlo. Por ello, de las soluciones que proporcionaba el programa, hemos escogido la que más se ajuste al problema.

De la vista superior de las gráficas anteriores, se ha observado cierta linealidad entre los valores de h/d vs b/h . Por ello, se ha hecho una regresión lineal, y aparte se han establecido los límites dentro de los cuales están todos los valores (Ilustración 42). Con ello, se puede declarar que nunca se darán casos situados en la esquina superior derecha o en la esquina inferior izquierda de la Ilustración 42. Es decir, las dimensiones h/d y b/h son inversamente proporcionales.

Retomando todo lo comentado, se puede decir que para el caso de eje con chavetero sometido a momento flector, independientemente de las dimensiones geométricas, los factores de concentración de tensiones serán aproximadamente los mismos, dentro de un rango de 4 a 5.5.

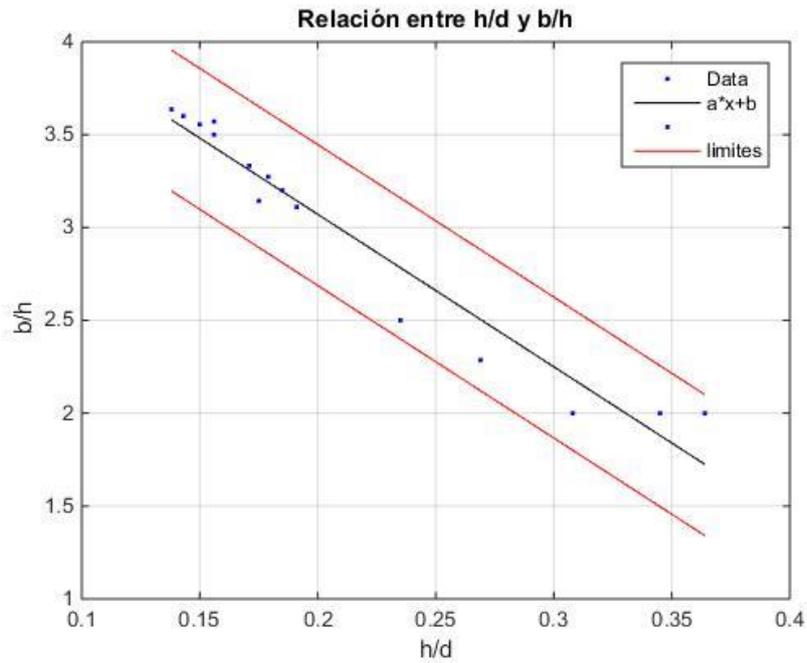


Ilustración 42: Gráfica de h/d vs b/h para los casos de chaveta. En ella, se representan todos los casos de estudio simulados. Se incorpora una regresión lineal, junto con unos límites que se establecen por los valores más alejados de dicha regresión.

También se recogen las gráficas para los resultados de simulación con la tensión de Von Misses:

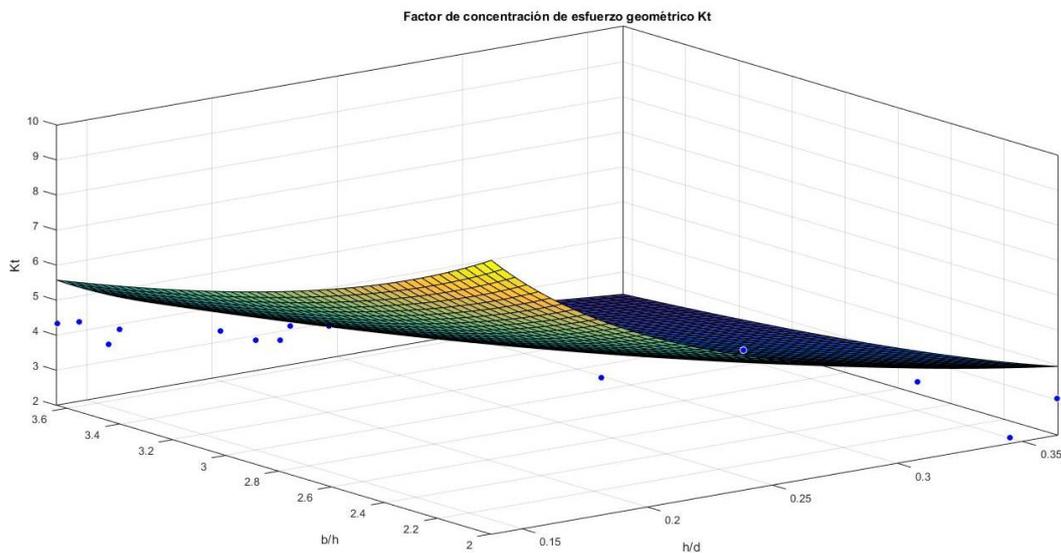


Ilustración 43: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Misses.

Los valores de las fórmulas para las gráficas de K_t obtenidas a partir de la tensión equivalente de Von Misses se indican en la tabla de formulación dada en las conclusiones de este estudio.

7.3. Estudio a Torsión

7.3.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga

Para el caso de un momento flector, se colocaran las restricciones que se observan en la Ilustración 36. En ella, se indican con una flecha verde los movimientos restringidos, y con una flecha roja las cargas.

Las restricciones aplicadas son tres simetrías y una geometría fija en el eje intermedio de la cara situada a la izquierda (en dicha cara, cuentan como dos simetrías distintas la parte superior e inferior).

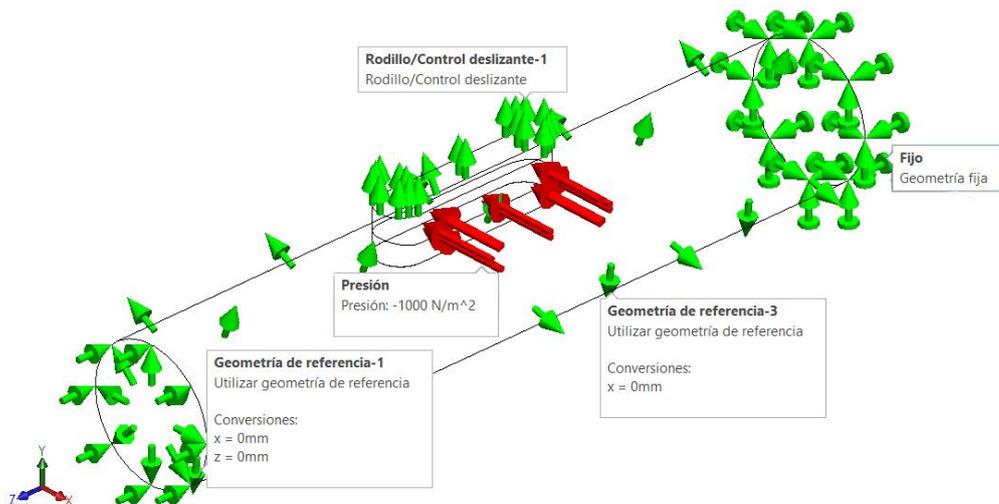


Ilustración 44: Visualización de las condiciones de contorno para un caso de eje con chavetero sometido a momento torsor.

De distinta manera que en casos anteriores con un momento torsor como hipótesis de carga, la solución adoptada para poder recrear el momento torsor que transmite una chaveta fue colocar la chaveta en el modelo en el modelo, y aplicar una presión (el valor dependerá del momento, y se obtiene de la Ec. 17; para consultar los valores, ir al Anexo 1, al apartado correspondiente) (Ilustración 45). Inicialmente se consideró aplicar la carga directamente sobre la cara interior del chavetero, pero esto no sería del todo fiel al caso real, dado que la cara de la chaveta no ejerce la misma fuerza dependiendo de la posición radial (respecto al eje) en la que estés.

$$M_t = p \frac{h}{2} L \cdot \left(\frac{d}{2} + \frac{h}{2} \right) \quad \text{Ec. 17}$$

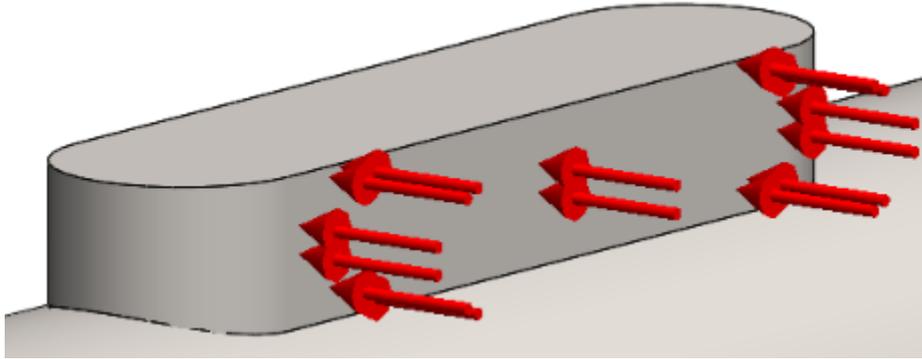


Ilustración 45: Visualización de cómo se aplica presión para un caso de eje con chavetero sometido a momento torsor.

Para el esfuerzo cortante, dado que no se da en coordenadas cilíndricas (el programa de MEF no define con claridad como configurarlo), desarrollamos la siguiente formulación para obtener el valor en el punto de interés, que para este caso se estima en esquina interior de la chaveta. Recordar que la dirección paralela al eje en este caso es la z .

Se define el estado de tensiones en el punto de interés (1), y dado que nos interesa el cortante en el plano $x - y$, y además en coordenadas cilíndricas, sacamos la normal del plano (2), y el vector que define la dirección deseada, que en este caso será la radial (3). De esta manera, multiplicando (1) y (2) se obtendrá los esfuerzos que se requieren, y haciendo el producto escalar de (1x2) traspuesto y (3) se obtendrá el valor del cortante deseado.

$$(1) \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}, (2) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, (3) \begin{pmatrix} u \\ v \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \sigma_z \end{pmatrix}$$

$$(\tau_{zx} \quad \tau_{zy} \quad \sigma_z) \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \\ 0 \end{pmatrix} = \tau_{zx}u + \tau_{zy}v$$

Los valores de u y v los obtenemos de las dimensiones d (diámetro interior del eje) y b (ancho de la chaveta). Como los valores de u y v han de ser unitarios, se han de dividir los valores del vector geométrico (\vec{t}) entre el módulo del mismo. Por lo tanto:

$$\vec{t} = \begin{pmatrix} \vec{u} \\ \vec{v} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta y \\ -\Delta x \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}} \\ -\Delta x \\ \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d/2}{\sqrt{(d/2)^2 + (b/2)^2}} \\ -b/2 \\ \frac{d/2}{\sqrt{(d/2)^2 + (b/2)^2}} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d}{\sqrt{d^2 + b^2}} \\ -b \\ \frac{d}{\sqrt{d^2 + b^2}} \\ 0 \end{pmatrix}$$

De esta manera, ya podemos determinar el valor del cortante para cualquier posición, ya sea en la esquina interior del chavetero, o en la exterior.

Destacar que para la tensión nominal, se tienen dos valores posibles: uno para el esfuerzo cortante, y otro para la tensión equivalente de Von Misses.

En primer lugar, el punto de interés no tiene por qué estar en el radio exterior de la pieza, por lo que expresaremos el valor nominal en función de la posición radial del punto de interés (definido como ρ):

$$\tau_0 = \frac{M_t}{\omega_p} = \frac{M_t}{I_p} \rho = \frac{M_t}{(\pi/32)D^4} \rho$$

Y para el caso de tensión de Von Misses:

$$\sigma_{eq,0} = \sqrt{3} \cdot \tau_0 = \sqrt{3} \cdot \frac{M_t}{(\pi/32)D^4} \rho$$

7.3.2. Mallado. Tamaño de los elementos

Los tamaños de elementos usados fueron los mismos que para el caso anterior.

Este fue el caso más difícil de simular, tanto en condiciones de contorno, al ser un ensamblaje, por cómo estaba aplicada la carga, la cantidad de cálculos que requería su resolución.

7.3.3. Simulaciones previas y comprobaciones

En primer lugar se comprobó la diferencia entre aplicar la carga directamente en el chavetero, o aplicarla en la chaveta y dar condiciones de contacto sin penetración. Como se observa en la (Ilustración 46), las distribuciones de tensiones son bastante similares,

pero difieren demasiado en magnitud. Por ello, se usará la chaveta para la hipótesis de carga.

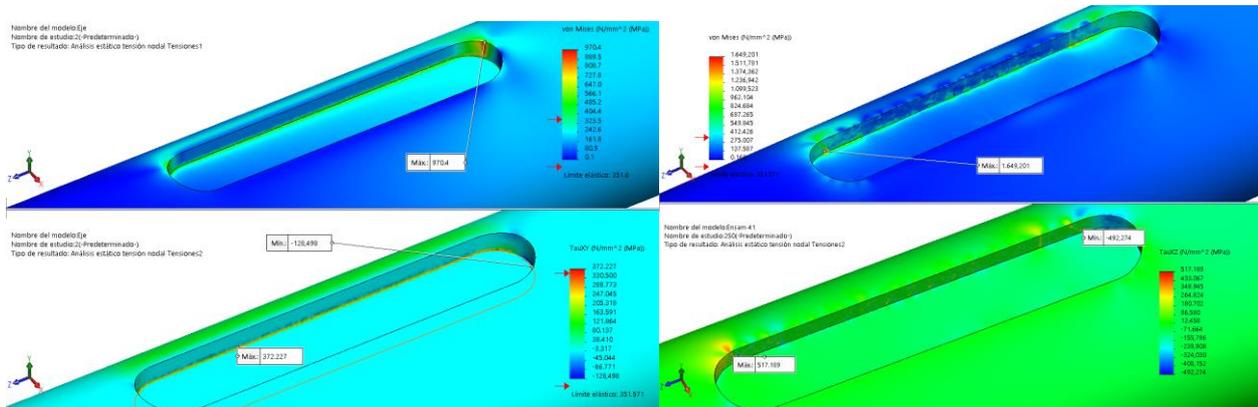


Ilustración 46: Visualización de la distribución de tensiones para el caso de eje con chavetero sometido a momento torsor. A la izquierda, la carga se ha aplicado directamente sobre el chavetero. A la derecha, se ha aplicado en una chaveta encajada en el chavetero.

Se obtiene que las tensiones máximas dan; según los resultados de la tensión equivalente de Von Misses, dentro del chavetero en la esquina (sobre la base, Ilustración 47); según los resultados de esfuerzos cortantes en el plano z-x, se obtiene que de las tres ubicaciones posibles (con tensiones altas), tras calcular el esfuerzo cortante en las coordenadas cilíndricas, la tensión más alta da en el perímetro exterior (Ilustración 48).

Se observa que, para el caso de la tensión de Von Misses, el máximo nos da en un punto solo, siendo irregular a lo largo de contorno interior de la chaveta. Esto se debe a que, al simular el programa MEF las condiciones de contacto, este lo simula elemento por elemento, por lo que no en todos se transmitirá la fuerza igual. Por ello, para intentar tomar el valor más real del caso, interpretamos los resultados de forma que tomaremos el valor predominante de dicha zona de interés. Para el caso de la Ilustración 47, se tomará un valor de 400 N/mm^2 , puesto que en la escala de colores, se observa que es el Valor que predomina en dicha zona.

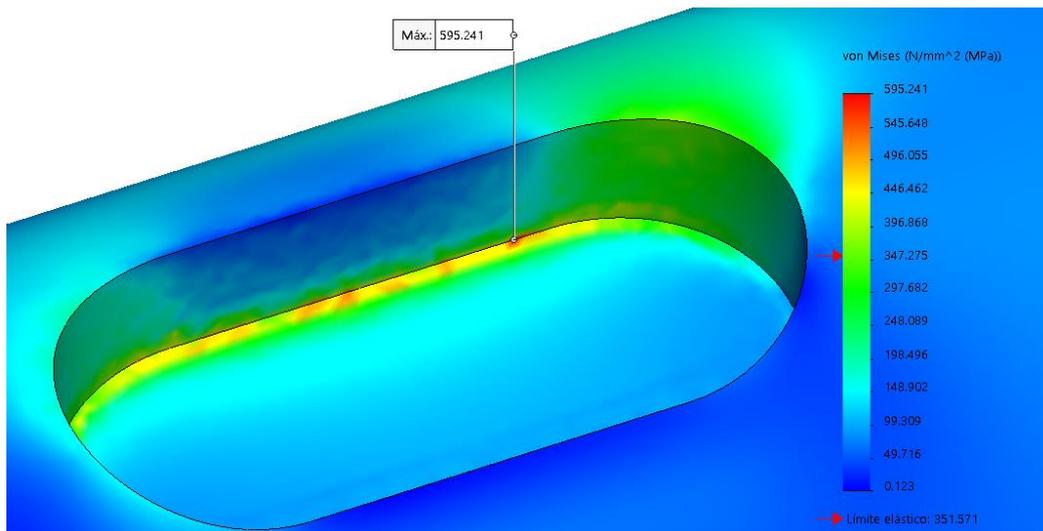


Ilustración 47: Trazado de resultados σ_{von} de la simulación de un eje con chavetero sometido a momento torsor. $d=11.0mm$.

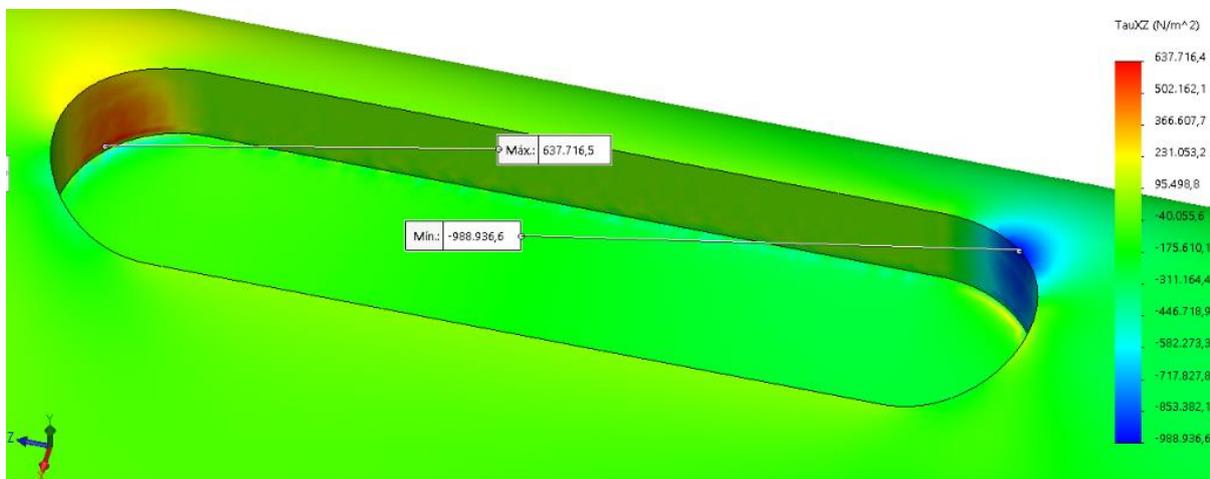


Ilustración 48: Trazado de resultados τ_{xz} de la simulación de un eje con chavetero sometido a momento torsor. $d=14.5mm$. Se destacan los máximos y mínimos en la Ilustración 49 y la Ilustración 50, correspondientemente.

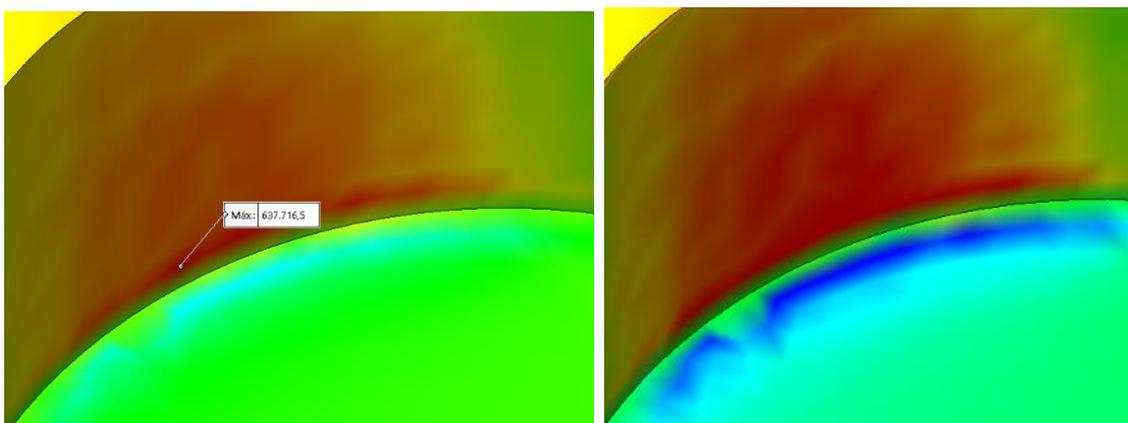


Ilustración 49: Zoom de la Ilustración 48 en la tensión máxima. A la derecha, la distribución a la misma escala. A la izquierda, los máximos y mínimos de los resultados se han restringido a ± 500 kPa para apreciar mejor la distribución de esfuerzos.

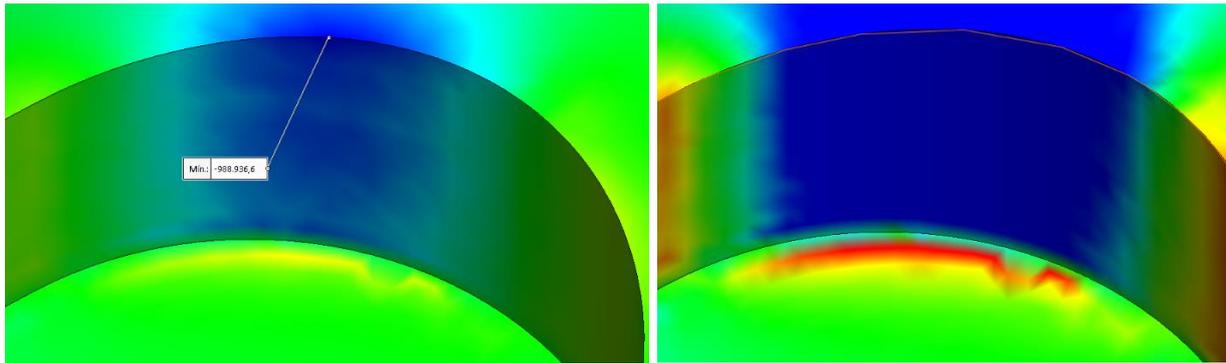


Ilustración 50: Zoom de la Ilustración 48 en la tensión mínima. A la derecha, la distribución a la misma escala. A la izquierda, los máximos y mínimos de los resultados se han restringido a ± 500 kPa para apreciar mejor la distribución de esfuerzos.

7.3.4. Representación y formulación de las gráficas Kts

Simulados todos los casos y recogidos los valores calculados, se representan gráficamente y se traza la superficie que mejor se ajusta. Dicha superficie permite determinar los valores de las concentraciones de tensiones para dimensiones geométricas que no se hayan simulado. La formulación final del ajuste fue;

$$K_{ts} = f(h/d, b/h) = C_1 + C_2/(h/d) + C_3/(b/h)^2$$

$$C_1 = 8.362 \quad C_2 = -0.838 \quad C_3 = -15.19$$

Las gráficas resultantes son:

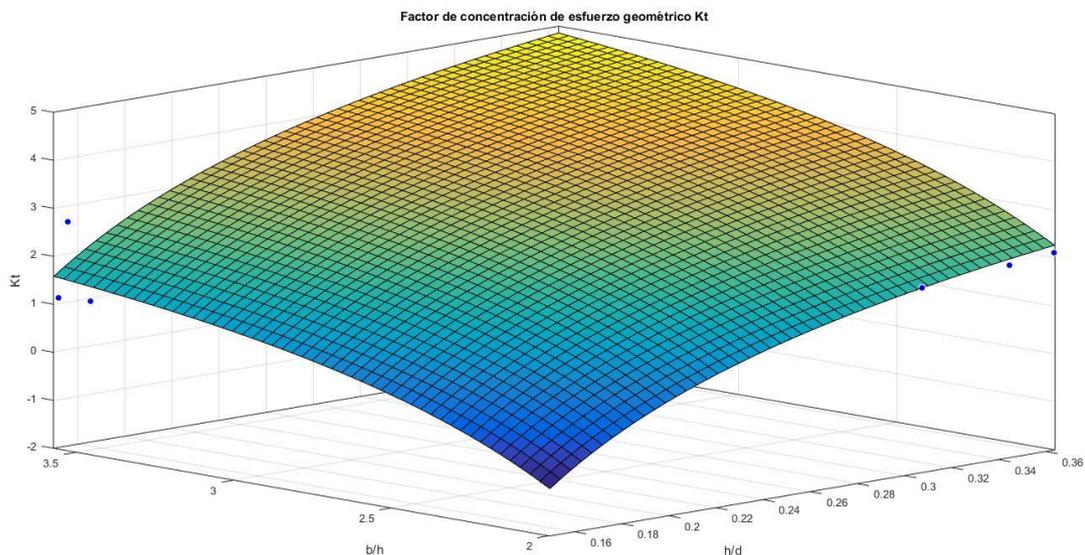


Ilustración 51: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento torsor. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo cortante. Imagen 1 de 3.

Se observa que, al igual que en el caso de estudio e un eje con chavetero sometido a flexión, los valores de K_t permanecen en el mismo “color” o franja, y destacando nuevamente la linealidad entre las variables h/d y h/b .

Se adjuntan más vistas de la gráfica para percibir mejor el ajuste en el Anexo X.

Hay que destacar que las funciones usadas no eran lineales, por lo que el resultado del ajuste dependería de los valores iniciales que tome el programa para resolverlo. Por ello, de las soluciones que proporcionaba el programa, hemos escogido la que más se ajuste.

También se recogen las gráficas para los resultados de simulación con la tensión de Von Misses. Para este caso se usó la misma ecuación, pero añadiéndole una 0.7 a la constante.

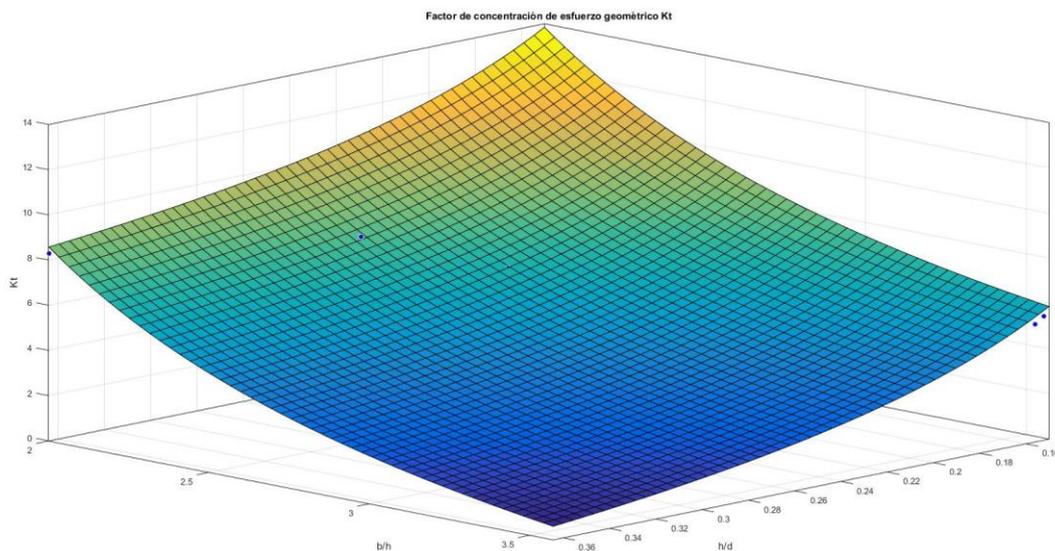


Ilustración 52: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento torsor. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Misses.

Los valores de las fórmulas para las gráficas de K_t obtenidas a partir de la tensión equivalente de Von Misses se indican en la tabla de formulación dada en las conclusiones de este estudio.

8. Eje con Arandela Seeger

8.1. Definición de la pieza

Se trata de un eje de acero AISI 1020 con una muesca de sección rectangular en el diámetro, y en ella una arandela Seeger. Dicha arandela, tiene unas dimensiones que vienen recogidas en la DIN 471-472, adjuntada en el anexo 4. Se ha tomado esta tabla como base para la elaboración de los modelos. Las dimensiones principales se indican en la Ilustración 55.

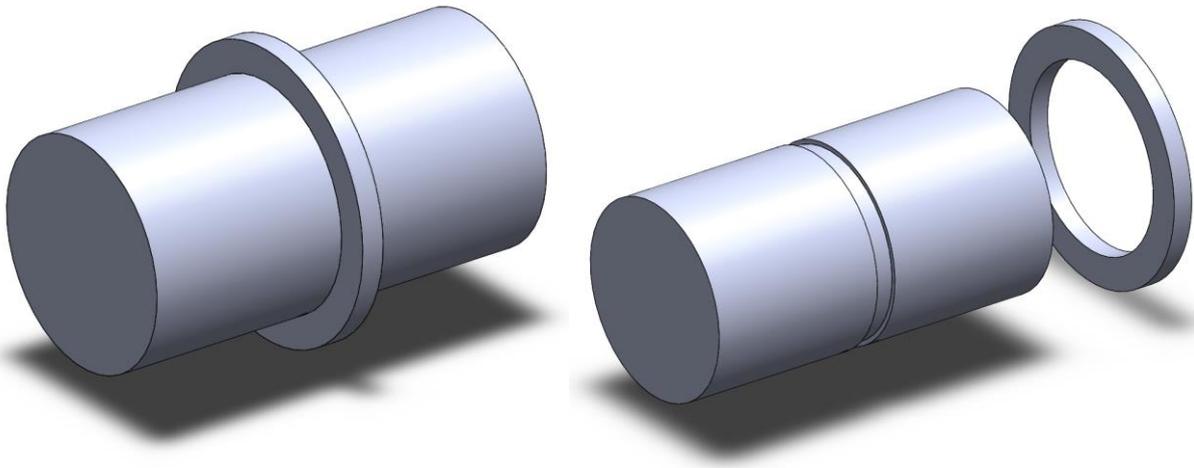


Ilustración 53 y 54: Visualización 3D del modelo usado para los casos de eje con ranura para arandela Seeger.

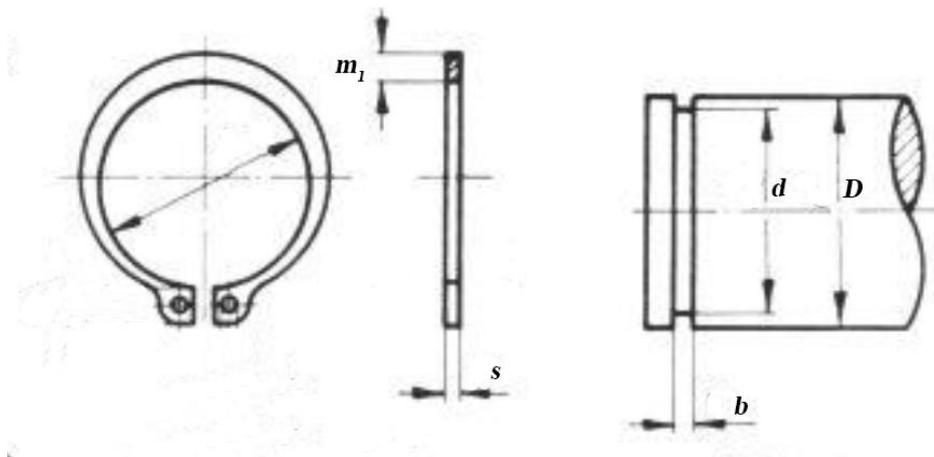


Ilustración 55: Visualización de las dimensiones principales consideradas para los casos de eje con ranura para arandelas Seeger.

8.2. Estudio a Axial

8.2.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga

Para el caso de un momento flector, aplicaremos las restricciones que se observan en la Ilustración 56. En esta se indica con una flecha verde los movimientos restringidos, y con una flecha roja las cargas.

Las restricciones aplicadas son cuatro simetrías y una geometría de referencia que impide el movimiento radial del eje y de la arandela.

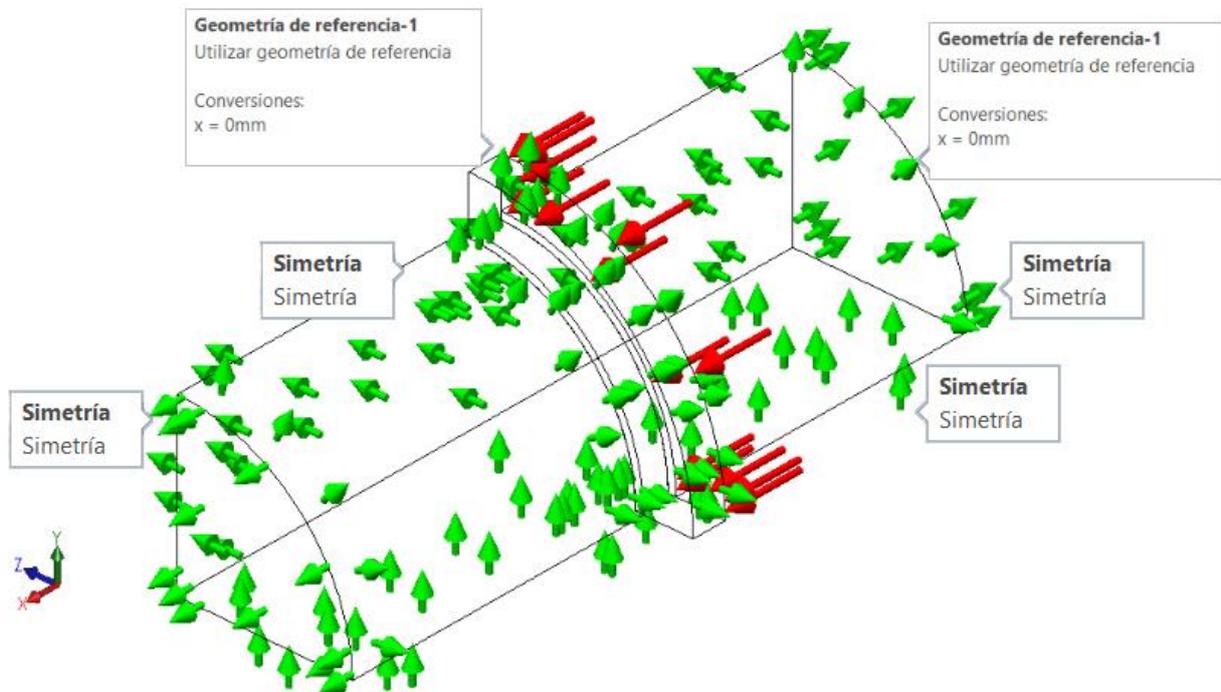


Ilustración 56: Visualización de las condiciones de contorno para un caso de eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial.

La carga axial se aplica sobre la superficie de la arandela que no está dentro del eje. Inicialmente se consideró aplicar la carga directamente sobre la superficie interior de la ranura en el eje, pero en este caso, el perfil de tensión en ese lateral sería constante, y eso no se corresponde con el caso real

Al ser un carga axial, nuestra tensión nominal σ_0 será:

$$\sigma_0 = \frac{F}{A_{muesca}} = \frac{A_{arandela} \cdot p}{A_{muesca}} = \{D_{arandela,ext} = d + m_1\} = p \frac{(d+m_1)^2 - d^2}{D^2 - d^2} = p \frac{d^2 + 2dm_1}{D^2 - d^2} \quad Ec. 12$$

8.2.2. Mallado. Tamaño de los elementos

El mallado usado es sólido y basado en curvatura, con una calidad de malla de elementos cuadráticos de alto orden y 16 puntos jacobianos. El tamaño máximo de los elementos oscila entre 1.5 y 15 mm, dependiendo del rango de diámetros en los que nos encontremos:

Debido a la gran variedad de dimensiones en cuanto a grado de magnitud (desde un diámetro de 4 mm a uno de 200 mm), el tamaño máximo de los elementos en el refinado será de distintos rangos:

- Para los casos de diámetro entre 10 y 20 mm, serán de 0.15, 0.20, 0.30, 0.45, 0.50 y 0.60 mm, y 1.5 mm para el resto.
- De 20 a 25 mm de diámetro se utilizó 1.5 mm para el elemento general, y un rango para el control de mallado de 0.4, 0.5, 0.6, 0.75 y 0.90 mm.
- De 25 a 50 mm de diámetro se utilizó 0.4, 0.5, 0.6, 0.75 y 0.90 mm para el refinado y 4 mm para el resto de elementos.

Dada la dificultad del cálculo en cuanto a consumo de memoria, aparte de tiempo de simulación, se han reducido el número de simulaciones escogiendo las que se consideran más representativas en cuanto a diferencias de geometría.

8.2.3. Simulaciones previas y comprobaciones

Se observa que las tensiones máximas y mínimas se obtienen en el ranurado, concretamente en la parte superior de la pared del ranurado (Ilustración 58 e Ilustración 60). Se aprecia que la mayoría de las concentraciones de tensiones se dan en el ranurado, mientras que el resto de la pieza permanece casi constante.

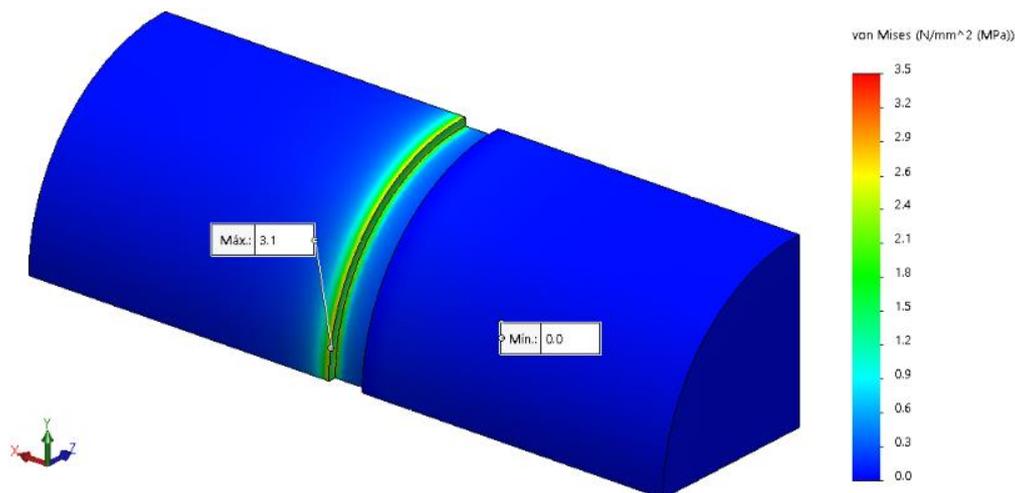


Ilustración 57: Trazado de resultados $\sigma_{\text{von Mises}}$ de la simulación de un eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial. $d=11\text{mm}$. Se destaca la presencia de la tensión máxima justo en la esquina del cambio de sección que cae sobre la ranura.

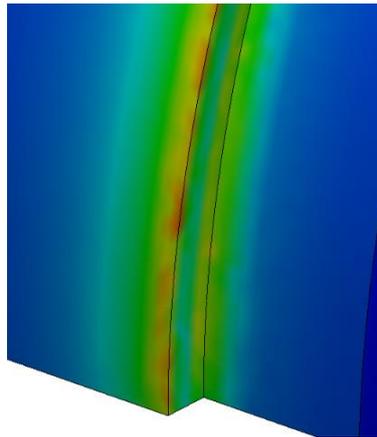


Ilustración 58: Zoom de la Ilustración 57 sobre la tensión máxima.

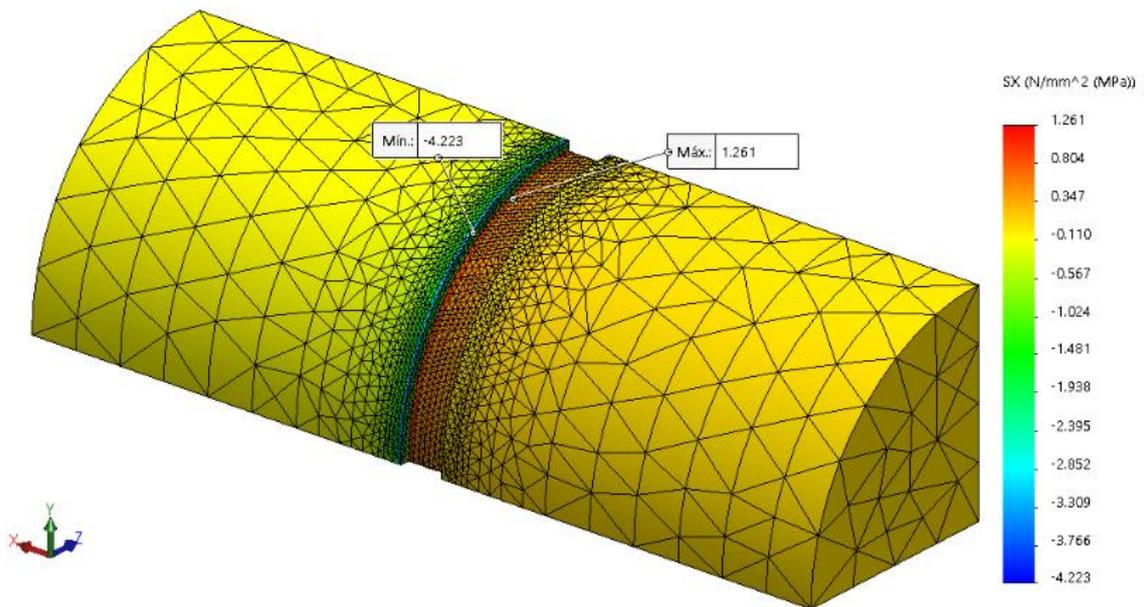


Ilustración 59: Trazado de resultados σ_x de la simulación de un eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial. $d=11\text{mm}$. Se destacan las tensiones máximas y mínimas. La máxima en la base del ranurado, y la mínima en la parte superior de la pared.

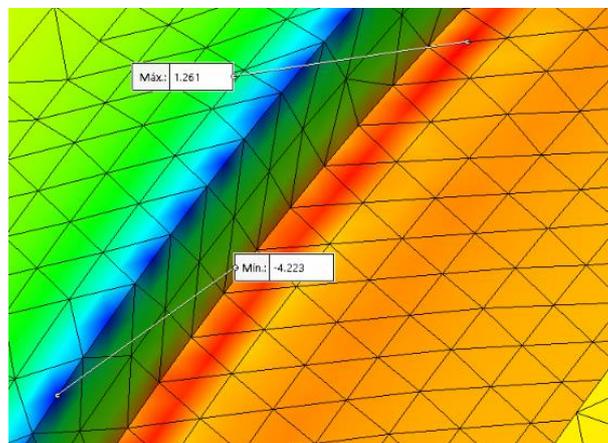


Ilustración 60: Zoom de la Ilustración 59 sobre la tensión máxima.

Destacar que la distribución de tensiones en la pared del ranurado abarca las tensiones máximas y mínimas. Esto contraria con la idea inicial de colocar en dicha pared la carga axial para simular el modelo. Por ello, se considera más acertada esta hipótesis de carga usando la arandela. Aunque el hecho de incluir la arandela, dificulta bastante el cálculo de los esfuerzos, recurriendo un gran gasto de memoria y tiempo para cada simulación.

8.2.4. Representación y formulación de las gráficas K_t

Simulados todos los casos y recogidos los valores calculados, se representan gráficamente y se traza la superficie que mejor se ajusta. Dicha superficie permite determinar los valores de las concentraciones de tensiones para dimensiones geométricas que no se hayan simulado. La formulación final del ajuste fue;

$$\sigma_{max} = K_t \sigma_{nom} \quad K_t = f(r/d) = \begin{cases} C_1 + C_2(h/d) + C_3(b/h)^{C_4}, & b/h \leq 1.80 \\ C_5 + C_6(h/d) + C_7(b/h)^{C_8}, & b/h > 1.80 \end{cases}$$

Los valores de las constantes son:

$$\begin{array}{cccc} C_1 = 0.9042 & C_2 = 112.2 & C_3 = 8111.0 & C_4 = -23.93 \\ C_5 = 5.147 & C_6 = 81.23 & C_7 = -2.272 & C_8 = 0.500 \end{array}$$

Las gráficas resultantes son:

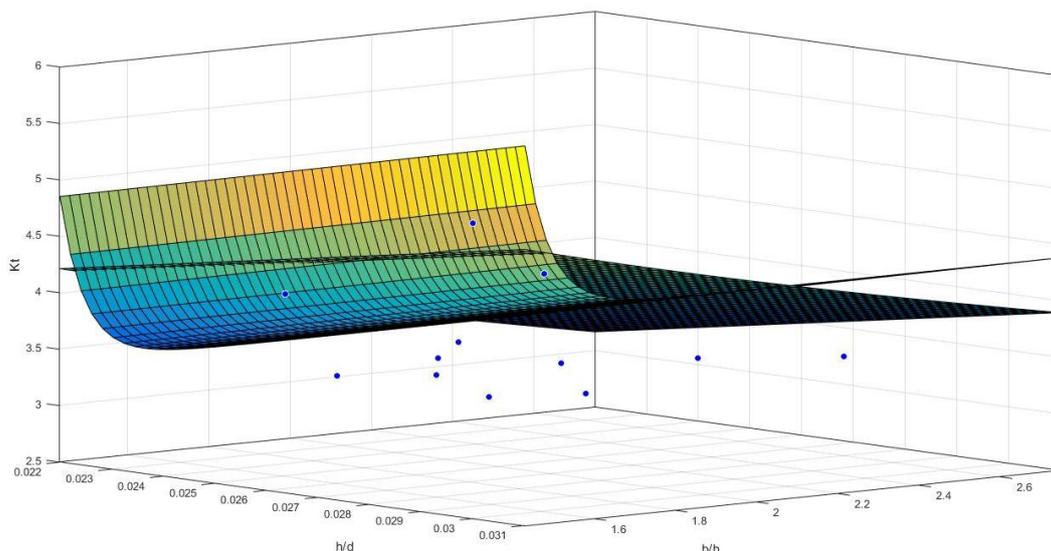


Ilustración 61: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal.

También se recogen las gráficas para los resultados de simulación con la tensión de Von Mises:

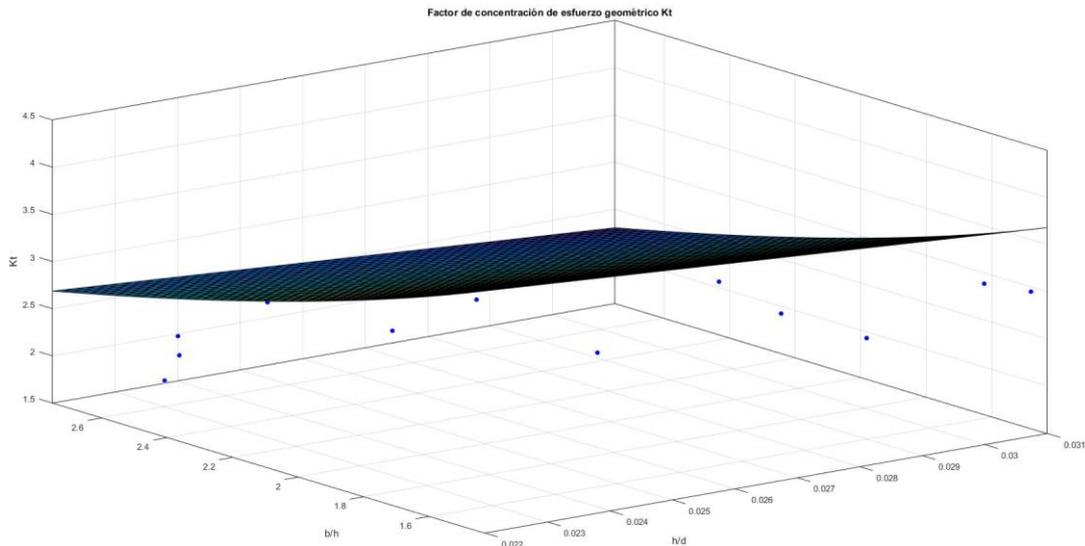


Ilustración 62: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises.

Los valores de las fórmulas para las gráficas de K_t obtenidas a partir de la tensión equivalente de Von Mises se indican en la tabla de formulación dada en las conclusiones de este estudio.

Hay que destacar que, al igual que en los casos con chavetero, las funciones usadas no eran lineales, por lo que el resultado del ajuste dependería de los valores iniciales que tome el programa para resolverlo. Por ello, de las soluciones que proporcionaba el programa, hemos escogido la que más se ajuste al problema.

De la vista superior de las gráficas anteriores, se ha observado cierta tendencia entre los valores de h/d vs b/h . Por ello, se ha hecho una regresión para intentar obtener una relación entre ambas variables (Ilustración 63), aunque para este caso (al contrario que para el de la chaveta), el resultado no es concluyente. Haría falta añadir más casos de estudio para poder establecer una relación clara.

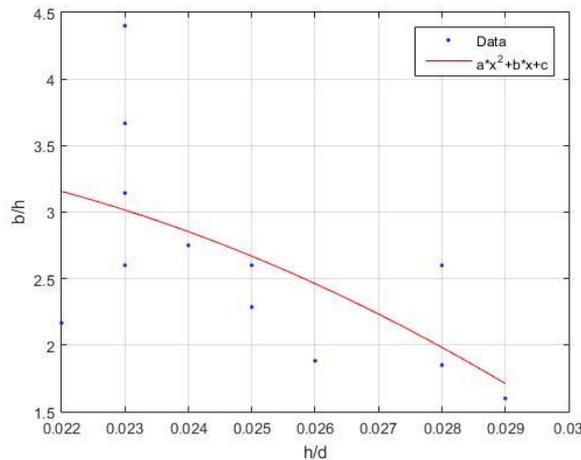


Ilustración 63: Gráfica de h/d vs b/h para los casos de eje con ranura para arandela Seeger. En ella, se representan todos los casos de estudio simulados. Se incorpora una regresión cuadrática.

8.3. Estudio a Flexión

8.3.1. Condiciones de contorno e hipótesis de carga

Para el caso de un momento flector, se aplican las restricciones que se observan en la Ilustración 56. En esta se indica con una flecha verde los movimientos restringidos, y con una flecha roja las cargas.

Las restricciones aplicadas son tres simetrías y una geometría fija en el eje intermedio de la cara situada a la derecha (en dicha cara, cuentan como dos simetrías la parte superior e inferior).

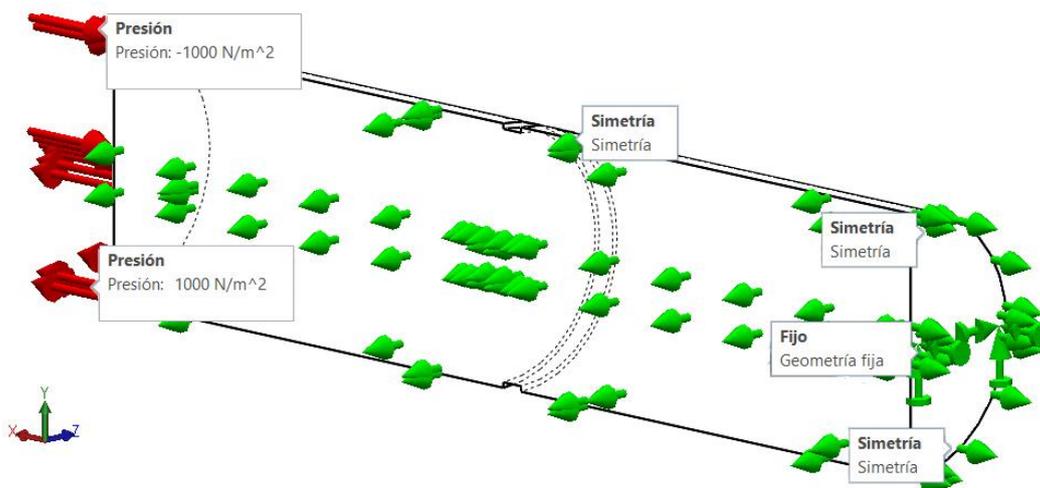


Ilustración 64: Visualización de las condiciones de contorno para un caso de eje con ranura para arandela Seeger sometido a momento flector.

Al igual que en casos anteriores con un momento flector como hipótesis de carga, la solución adoptada para poder recrear el momento flector puro serán dos presiones de 1000

N/m²: una saliendo de la pieza situada en la mitad inferior de la cara de la derecha; y otra de sentido opuesto en la mitad superior. De esta manera, se consigue un momento puro en el extremo del eje.

Al ser un momento flector, nuestra tensión nominal σ_0 será:

$$\sigma_0 = \frac{M_f}{\omega_p} = \frac{64 \cdot p \cdot D^2}{d^3} \cdot \frac{2 \cdot D}{3 \cdot \pi} = \frac{16p}{3\pi} \cdot \left(\frac{D}{d}\right)^3 \quad \text{Ec. 9}$$

8.3.2. Mallado. Tamaño de los elementos

El mallado usado es sólido y basado en curvatura, con una calidad de malla de elementos cuadráticos de alto orden y 16 puntos jacobianos. El tamaño de los elementos oscila entre 1 y 15 mm, dependiendo del rango de diámetros en los que nos encontremos:

Debido a la gran variedad de dimensiones en cuanto a grado de magnitud (desde un diámetro de 4 mm a uno de 200 mm), el tamaño de los elementos en el refinado será de distintos rangos:

- Para los casos de diámetro entre 10 y 20 mm, serán de 0.15, 0.20, 0.30, 0.45, 0.50 y 0.60 mm, y 1 mm para el resto.
- De 20 a 33 mm de diámetro se utilizó 4 mm de tamaño general de elemento, y el mismo rango para el control de mallado (0.15, 0.20, 0.30, 0.45, 0.50 y 0.60 mm).
- De 33 a 50 mm de diámetro se utilizó 0.3, 0.45, 0.6, 0.75, 0.9, 1.2 mm para el refinado y 4 mm para el resto.

8.3.3. Simulaciones previas y comprobaciones

Dan tensiones máximas y mínima de valores similares, pero no idénticos. Por lo tanto, dado que ambos valores tienen la misma validez, tomamos la semisuma de ambos (en valor absoluto) como el valor máximo de tensión debido a flexión en las zonas de interés.

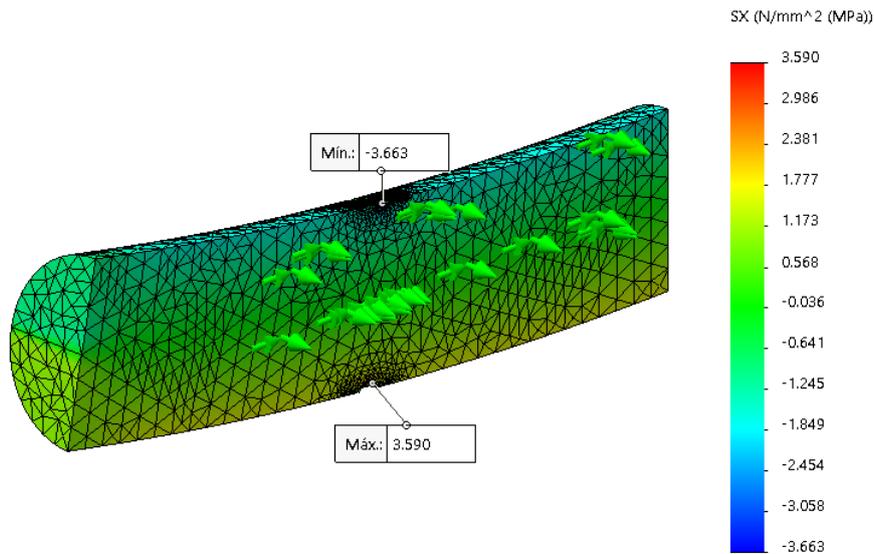


Ilustración 65: Trazado de resultados σ_x de la simulación del caso de eje con ranura para arandela Seeger sometido a momento flector. Se destacan la tensión máxima y mínima.

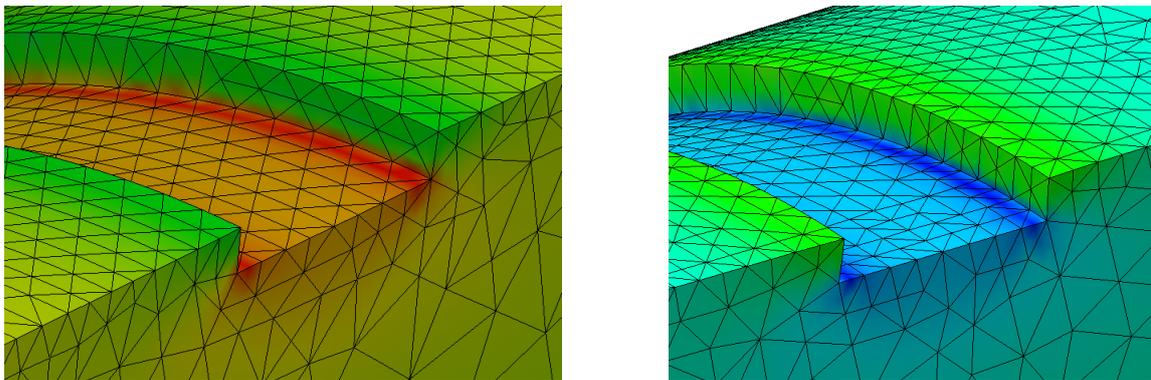


Ilustración 66 y 67: Zoom para mejor apreciación de las tensiones máximas de la (). A la izquierda, zona de tensión máxima. A la derecha, zona de tensión mínima.

8.3.1. Representación y formulación de las gráficas K_t

Simulados todos los casos y recogidos los valores calculados, se representan gráficamente y se traza la superficie que mejor se ajusta. Dicha superficie permite determinar los valores de las concentraciones de tensiones para dimensiones geométricas que no se hayan simulado. La formulación final del ajuste fue;

$$\sigma_{max} = K_t \sigma_{nom} \quad K_t = f(r/d) = \begin{cases} C_1 + C_2(h/d) + C_3(b/h)^{C_4}, & b/h \leq 1.80 \\ C_5 + C_6(h/d) + C_7(b/h)^{C_8}, & b/h > 1.80 \end{cases}$$

Los valores de las constantes son:

$$\begin{aligned} C_1 &= 7.872 & C_2 &= 116.9 & C_3 &= -4.081 & C_4 &= 0.500 \\ C_5 &= -1.212 & C_6 &= 170.0 & C_7 &= -0.05876 \end{aligned}$$

Las gráficas resultantes son:

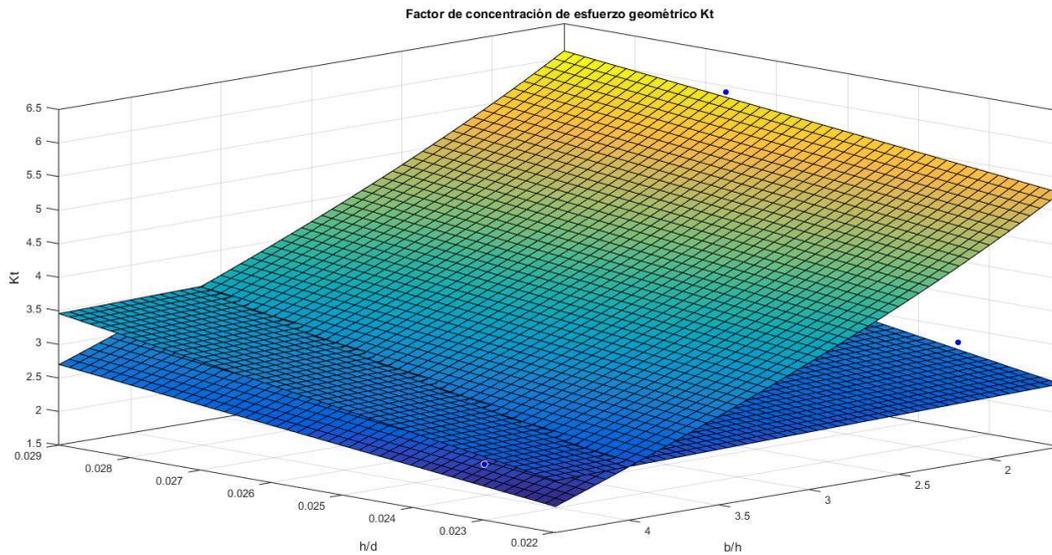


Ilustración 68: Ajuste de los factores de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal.

También se recogen la gráfica para los resultados de simulación con la tensión de Von Misses:

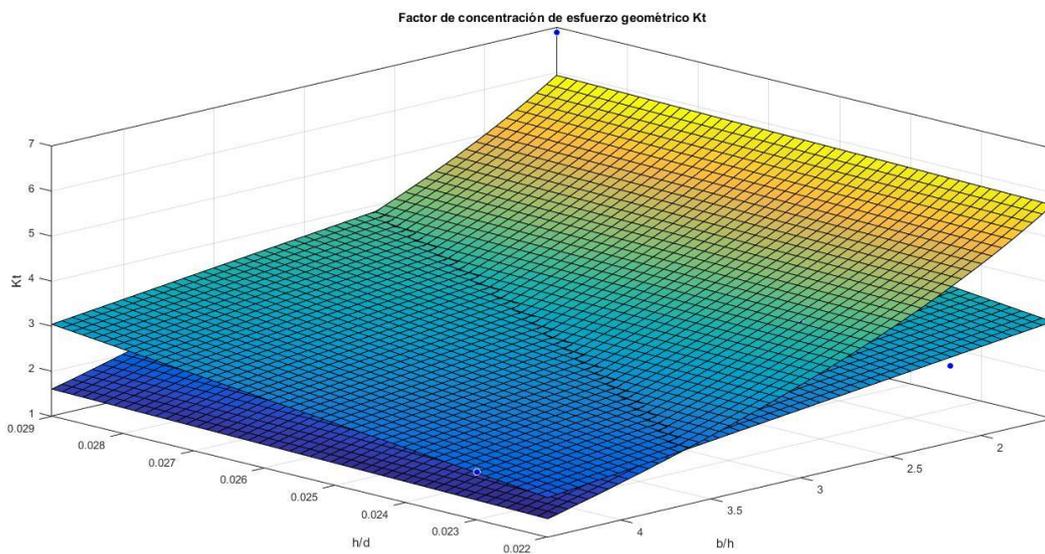


Ilustración 69: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Misses.

Hay que destacar que, al igual que en los casos con chavetero, las funciones usadas no eran lineales, por lo que el resultado del ajuste dependería de los valores iniciales que

tome el programa para resolverlo. Por ello, de las soluciones que proporcionaba el programa, hemos escogido la que más se ajuste al problema.

Los valores de las fórmulas para las gráficas de K_t obtenidas a partir de la tensión equivalente de Von Mises se indican en la tabla de formulación dada en las conclusiones de este estudio.

9. Conclusiones

En cada uno de los casos estudiados en este proyecto, se han obtenido resultados concluyentes, en cuanto a las relaciones entre las dimensiones de la pieza, y las concentraciones de tensiones que se generan.

Para los casos de ejes con ranuras en U, las gráficas y ecuaciones obtenidas, aunque los valores iniciales superan a los obtenidos en otras bibliografías, en cuanto a forma y parte final de la curva, se han obtenido semejanzas satisfactorias.

El único punto negativo en este aspecto, es que para ciertos casos, hay curvas que llegan a cruzar, lo cual no debería ocurrir. Sin embargo, cabe recordar también que en una de las bibliografías consultadas, para algunos valores también se llegaban a cortar las gráficas. Es por ello que para este aspecto, se podría considerar para un futuro proyecto hacer más inciso en estos casos para determinar con mayor exactitud y certeza, bajo qué condiciones se dan estas singularidades.

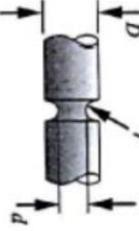
Para los casos de ejes con chaveteros, se ha obtenido que las concentraciones de tensiones, aparte de estar siempre dentro de una linealidad entre sus dimensiones, también lo están aproximadamente en sus valores, puesto que en ninguno de los casos llegan a variar mucho los valores de los factores.

Para los casos de eje con arandelas Seeger, destacar que fueron los más complicados de graficar, aunque los resultados fueron bastantes satisfactorios, puesto que tenían cierta dispersión que complicaba su ajuste, pero no fue impedimento para lograr el objetivo.

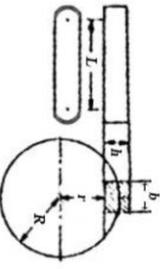
Por ello, y como conclusión, adjunto unas tablas de formularios (páginas 92, 93 y 94), con todas las ecuaciones calculadas en este proyecto, con el fin de poder ser utilizadas de manera práctica y sencilla.

Este documento también adjunta todos los datos, cálculos y programas utilizados en su proceso (Anexo 1 y Anexo 2) para, si se desea en un futuro, se pueda proseguir el estudio incorporando nuevas discontinuidades, o mejorando los resultados.

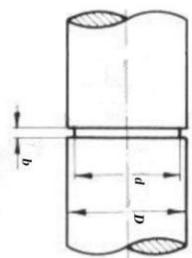
Factores de concentración de tensiones (K_t)

Tipo de irregularidad geométrica o elevador de tensión	Hipótesis de carga	Factor de concentración de tensión (K_t) para varias dimensiones
<p>Eje con ranura en U</p>  <p>Siempre que: $r/d \neq (D/d - 1) \cdot 0.5$</p>	<p>Zona elástica, esfuerzo axial</p> 	<p>Los valores de las constantes (C_1, C_2, C_3, C_4, C_5) son:</p> $\sigma_{max} = K_t \sigma_0 \text{ donde } \sigma_0 = p (D/d)^2 \text{ y } K_t = f(r/d, D/d) = \begin{cases} C_1(r/d)^{C_2} + C_3(r/d), & r/d \leq 0.10 \\ C_4 + C_5/(r/d), & 0.10 < r/d \leq 0.30 \end{cases}$ <p>Para σ_x:</p> $C_1 = 0.5557(D/d)^2 - 1.938(D/d) + 1.878$ $C_2 = 0.5858(D/d)^2 - 2.104(D/d) + 0.8905$ $C_3 = -27.36(D/d)^2 + 94.97(D/d) - 75.92$ $C_4 = -0.3113(D/d) + 1.855$ $C_5 = 0.05591(D/d) + 0.02203$ <p>Para $\sigma_{Von Mises}$:</p> $C_1 = -2.283(D/d)^2 + 8.233(D/d) - 6.521$ $C_2 = -2.646(D/d)^2 + 9.282(D/d) - 8.478$ $C_3 = 44.58(D/d)^2 - 159(D/d) + 138.7$ $C_4 = -0.2029(D/d) + 1.427$ $C_5 = 0.05529(D/d) + 0.03333$
<p>Zona elástica, flexión</p> 	<p>Los valores de las constantes (C_1, C_2, C_3, C_4, C_5) son:</p> $\sigma_{max} = K_t \sigma_0 \text{ donde } \sigma_0 = \frac{M}{0.1d^3} \text{ y } K_t = f(r/d, D/d) = \begin{cases} C_1(r/d)^{C_2} + C_3(r/d), & r/d \leq 0.10 \\ C_4 + e/(r/d), & 0.10 < r/d \leq 0.30 \end{cases}$ <p>Para σ_x:</p> $C_1 = -2.369(D/d)^2 + 8.075(D/d) - 5.757$ $C_2 = -1.167(D/d)^2 + 3.866(D/d) - 3.502$ $C_3 = -4.167(D/d)^2 + 12.83(D/d) - 10.99$ $C_4 = -0.2746(D/d) + 1.556$ $C_5 = 0.07588(D/d) - 0.02176$ <p>Para $\sigma_{Von Mises}$:</p> $C_1 = 4.206(D/d)^2 - 17.86(D/d) + 19.72$ $C_2 = -0.2555(D/d)^2 + 0.1364(D/d) + 0.3222$ $C_3 = -17.8(D/d)^2 + 73.5(D/d) - 77.99$ $C_4 = -0.1564(D/d) + 1.245$ $C_5 = 0.03341(D/d) - 0.03874$	
<p>Zona elástica, torsión</p> 	<p>Los valores de las constantes (C_1, C_2, C_3, C_4, C_5) son:</p> $\tau_{max} = K_{ts} \tau_0 \text{ donde } \tau_0 = \frac{T}{0.2d^3} \text{ y } K_{ts} = f(r/d, D/d) = \begin{cases} C_1(r/d)^{C_2} + C_3(r/d), & r/d \leq 0.10 \\ d + e/(r/d), & 0.10 < r/d \leq 0.30 \end{cases}$ <p>Para τ_{xy}:</p> $C_1 = -1.488(D/d)^2 + 4.899(D/d) - 3.448$ $C_2 = -0.994(D/d)^2 + 3.248(D/d) - 3.041$ $C_3 = 15.28(D/d)^2 - 51.58(D/d) + 44.64$ $C_4 = 0.01827(D/d) + 1.029$ $C_5 = -7.712 \cdot 10^{-05}(D/d) + 0.05118$ <p>Para $\sigma_{Von Mises}$:</p> $C_1 = 12.92(D/d)^2 - 46.26(D/d) + 41.49$ $C_2 = 1.216(D/d)^2 - 4.672(D/d) + 3.924$ $C_3 = -49.9(D/d)^2 + 180.5(D/d) - 157.2$ $C_4 = 0.0536(D/d) + 1.813$ $C_5 = -0.002554(D/d) - 0.08637$	

Factores de concentración de tensiones (K_t)

Tipo de irregularidad geométrica o elevador de tensión	Hipótesis de carga	Factor de concentración de tensión (K_t) para varias dimensiones	
<p>Eje con chavetero</p>  <p>$2R = D$ $2r = d$ $D = [11; 140] \text{ mm}$</p>	<p>Zona elástica, flexión</p> 	<p>Los valores de las constantes (C_1, C_2) son:</p> $\sigma_{max} = K_t \sigma_0 \text{ donde } \sigma_0 = \frac{M}{0.1 d^3} \text{ y } K_t = f(h/d, b/h) = C_1 + \frac{C_2}{(h/d)(b/h)}$ <p>Para σ_x:</p> $C_1 = 0.400$ $C_2 = 2.596$ <p>Debe cumplirse que, para un (h/d):</p> $(b/h) \begin{cases} \neq -8.209(h/d) + 5.088 \\ \neq -8.209(h/d) + 4.329 \end{cases}$	<p>Para $\sigma_{Von Mises}$:</p> $C_1 = 0.050$ $C_2 = 2.740$ <p>Debe cumplirse que, para un (h/d):</p> $(b/h) \begin{cases} \neq -8.209(h/d) + 5.088 \\ \neq -8.209(h/d) + 4.329 \end{cases}$
	<p>Zona elástica, torsión</p> 	<p>Los valores de las constantes (C_1, C_2, C_3) son:</p> $\tau_{max} = K_{ts} \tau_0 \text{ donde } \tau_0 = \frac{T}{\sigma_p} \text{ y } K_{ts} = f(h/d, b/h) = C_1 + C_2/(h/d) + C_3/(b/h)^2$ <p>Para σ_x:</p> $C_1 = 8.362$ $C_2 = -0.838$ $C_3 = -15.19$	<p>Para $\sigma_{Von Mises}$:</p> $C_1 = -6.770$ $C_2 = 1.348$ $C_3 = 46.57$

Factores de concentración de tensiones (K_t)

Tipo de irregularidad geométrica o elevador de tensión	Hipótesis de carga	Factor de concentración de tensión (K_t) para varias dimensiones
<p>Eje con ranura para arandela Seeger</p>  <p>$h = (D - d) / 2$ $D = [11; 50] \text{ mm}$</p>	<p>Zona elástica, esfuerzo axial</p> 	<p>Los valores de las constantes ($C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8$) son:</p> <p>Para σ_x:</p> $\sigma_{max} = K_t \sigma_0 \text{ donde } \sigma_0 = p (D/d)^2 \text{ y } K_t = f(h/d, b/h) = \begin{cases} C_1 + C_2(h/d) + C_3(b/h)^{C_4}, & b/h \leq 1.80 \\ C_5 + C_6(h/d) + C_7(b/h)^{C_8}, & b/h > 1.80 \end{cases}$ <p>Para $\sigma_{Von Mises}$:</p> $C_1 = 0.9042 \quad C_2 = 112.2 \quad C_3 = 8111.0 \quad C_4 = -23.93 \quad C_5 = 5.147 \quad C_6 = 81.23 \quad C_7 = -2.272 \quad C_8 = 0.500$ <p>$C_1 = C_5 = 118.6$ $C_2 = C_6 = -44.9$ $C_3 = C_7 = -112.3$ $C_4 = C_8 = 0.01891$</p>
<p>Zona elástica, flexión</p> 	<p>Los valores de las constantes ($C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8$) son:</p> <p>Para σ_x:</p> $\sigma_{max} = K_t \sigma_0 \text{ donde } \sigma_0 = \frac{M}{0.1d^3} \text{ y } K_t = f(h/d, b/h) = \begin{cases} C_1 + C_2(h/d) + C_3(b/h)^{C_4}, & b/h \leq 1.80 \\ C_5 + C_6(h/d) + C_7(h/d), & b/h > 1.80 \end{cases}$ <p>Para $\sigma_{Von Mises}$:</p> $C_1 = 7.872 \quad C_2 = 116.9 \quad C_3 = -4.081 \quad C_4 = 0.500 \quad C_5 = -1.212 \quad C_6 = 170.0 \quad C_7 = -0.05872$ <p>$C_1 = 215.7$ $C_2 = 28.12$ $C_3 = -208.7$ $C_4 = -43.87$ $C_5 = 0.01946$ $C_6 = 168.1$ $C_7 = -0.4572$</p>	

10. Lista de Imágenes

Ilustración 1: Visualización de la concentración de esfuerzos por fotoelasticidad [1].	8
Ilustración 2: Visualización y gráfica K_t de un caso de placa semi-infinita con aligeramiento sometida a esfuerzo axial.	10
Ilustración 3: Gráfica K_t de un caso de barra rectangular escalonada sometida a momento flector [1].	11
Ilustración 4: Visualización de distribución de esfuerzos mediante fotoelasticidad en una barra rectangular aligerada sometida a compresión.	13
Ilustración 5: Visualización de distribución de esfuerzos mediante fotoelasticidad en una llave inglesa.	13
Ilustración 6: Ejemplo de Refinado: A la izquierda, toda la pieza tiene el mismo mallado. A la derecha, se ha dividido la superficie, y se han configurado dos tamaños de elementos distintos.	15
Ilustración 7: Visualización 3D del modelo usado para los casos de eje ranurado en U.	16
Ilustración 8: Plano radial obtenido del sólido anterior (Ilustración 7) considerando simetrías, que muestra las dimensiones principales del caso de eje ranurado en U.	16
Ilustración 9: Visualización de las condiciones de contorno para el caso de eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial.	17
Ilustración 10: Trazado de resultados σ_x para un caso de eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial $D/d=1.5$ $r/d=0.2$. Se destacan las tensiones máximas y mínimas.	18
Ilustración 11: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal.	19
Ilustración 12: Valores para las constantes a, b, c, d y e para un eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial. Se dan para obtener otros puntos en la Ilustración 11.	20
Ilustración 13: Gráfica K_t para el caso de eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial [1].	20
Ilustración 14: Gráfica K_t para el caso de eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial según las funciones del Roark's [2].	21
Ilustración 15: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises.	21
Ilustración 16: Valores para las constantes a, b, c, d y e para un eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial. Se dan para obtener otros puntos en la Ilustración 15.	22
Ilustración 17: Visualización de las condiciones de contorno para un caso de eje ranurado en U sometido a momento flector.	22
Ilustración 18: Trazado de resultados $\sigma_{Von Mises}$ de una simulación de un caso de eje ranurado en U sometido a flexión. El momento se aplicado por medio de un par de fuerzas. Arriba a la derecha, una fuerza a tracción. Debajo, una fuerza a compresión.	23
Ilustración 19: Trazado de resultados σ_x para un caso de eje ranurado en U sometido a momento flector $D/d=1.5$ $r/d=0.2$. Se ha adjuntado una re-dimensión de los valores máximos y mínimos para visualizar mejor la distribución de tensiones.	24
Ilustración 20: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje ranurado en U sometido a momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal.	25
Ilustración 21: Valores para las constantes a, b, c, d y e para un eje ranurado en U sometido a momento flector. Se dan para obtener otros puntos en la Ilustración 20.	25
Ilustración 22: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje ranurado en U sometido a momento flector. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises.	26
Ilustración 23: Valores para las constantes a, b, c, d y e para un eje ranurado en U sometido a momento flector. Se dan para obtener otros puntos en la Ilustración 22.	26
Ilustración 24: Visualización de las condiciones de contorno para un caso de eje ranurado en U sometido a momento torsor.	27

Ilustración 25: Trazado de resultados τ_{zx} para un eje ranurado en U sometido a torsión. Se aprecian la localización de las tensiones máximas y su valor en comparación con la Ilustración 27..... 28

Ilustración 26: Trazado de resultados τ_{zx} para un eje ranurado en U sometido a torsión. Se aprecian la localización de las tensiones máximas y su valor en comparación con la Ilustración 27..... 28

Ilustración 27: Trazado de resultados τ_{yz} para un eje ranurado en U sometido a torsión. Se aprecian la localización de las tensiones máximas y la similitud entre sus valores..... 29

Ilustración 28: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje ranurado en U sometido a momento torsor. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo cortante. 30

Ilustración 29: Valores para las constantes a, b, c, d y e para un eje ranurado en U sometido a momento torsor. Se dan para obtener otros puntos en la Ilustración 28. 30

Ilustración 30: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje ranurado en U sometido a momento torsor. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises... 31

Ilustración 31: Gráfica K_t para el caso de eje ranurado en U sometido a momento flector [1] 31

Ilustración 32: Valores para las constantes a, b, c, d y e para un eje ranurado en U sometido a momento torsor. Se dan para obtener otros puntos en la Ilustración 30. 32

Ilustración 33 y 34: Visualización 3D usado para los caso de eje con chavetero y chaveto. A la izquierda, el eje y chaveta ensamblados. A la derecha, separados. 32

Ilustración 35: Visualización de las dimensiones principales consideradas para los casos de ejes con Chaveteros..... 33

Ilustración 36: Visualización de las condiciones de contorno para un caso de eje con chavetero sometido a momento flector. 34

Ilustración 37: Trazado de resultados σ_{von} de simulación de un eje con chavetero sometido a momento flector. $d=19.5\text{mm}$. A la derecha se ha adjuntado un zoom en la zona de tensiones máximas. 35

Ilustración 38: Trazado de resultados σ_x de la simulación de un eje con chavetero sometido a momento flector. $d=19.5\text{mm}$. Se destacan los máximos en la Ilustración 40. 35

Ilustración 39: Trazado de resultados σ_x (acotado a ± 2 MPa, para apreciar la distribución de tensiones) de la simulación de un eje con chavetero sometido a momento torsor. $d=19.5\text{mm}$. Se destaca el punto de interés en la Ilustración 40. 36

Ilustración 40: Zoom de la Ilustración 38 en la tensión máxima. A la derecha, el rango de resultado está a la misma escala. A la izquierda, se han restringido a ± 2 MPa (zoom de la Ilustración 39)..... 36

Ilustración 41: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal..... 37

Ilustración 42: Gráfica de h/d vs b/h para los casos de chaveta. En ella, se representan todos los casos de estudio simulados. Se incorpora una regresión lineal, junto con unos límites que se establecen por los valores más alejados de dicha regresión..... 38

Ilustración 43: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises. 38

Ilustración 44: Visualización de las condiciones de contorno para un caso de eje con chavetero sometido a momento torsor. 39

Ilustración 45: Visualización de cómo se aplica presión para un caso de eje con chavetero sometido a momento torsor. 40

Ilustración 46: Visualización de la distribución de tensiones para el caso de eje con chavetero sometido a momento torsor. A la izquierda, la carga se ha aplicado directamente sobre el chavetero. A la derecha, se ha aplicado en una chaveta encajada en el chavetero. 42

Ilustración 47: Trazado de resultados σ_{von} de la simulación de un eje con chavetero sometido a momento torsor. $d=11.0\text{mm}$ 43

Ilustración 48: Trazado de resultados τ_{xz} de la simulación de un eje con chavetero sometido a momento torsor. $d=14.5\text{mm}$. Se destacan los máximos y mínimos en la Ilustración 49 y la Ilustración 50, correspondientemente..... 43

Ilustración 49: Zoom de la Ilustración 48 en la tensión máxima. A la derecha, la distribución a la misma escala. A la izquierda, los máximos y mínimos de los resultados se han restringido a $\pm 500\text{ kPa}$ para apreciar mejor la distribución de esfuerzos. 43

Ilustración 50: Zoom de la Ilustración 48 en la tensión mínima. A la derecha, la distribución a la misma escala. A la izquierda, los máximos y mínimos de los resultados se han restringido a $\pm 500\text{ kPa}$ para apreciar mejor la distribución de esfuerzos. 44

Ilustración 51: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento torsor. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo cortante. Imagen 1 de 3. .. 44

Ilustración 52: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento torsor. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Misses. 45

Ilustración 53 y 54: Visualización 3D del modelo usado para los casos de eje con ranura para arandela Seeger. 46

Ilustración 55: Visualización de las dimensiones principales consideradas para los casos de eje con ranura para arandelas Seeger. 46

Ilustración 56: Visualización de las condiciones de contorno para un caso de eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial..... 47

Ilustración 57: Trazado de resultados $\sigma_{Von\ Misses}$ de la simulación de un eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial. $d=11\text{mm}$. Se destaca la presencia de la tensión máxima justo en la esquina del cambio de sección que cae sobre la ranura..... 48

Ilustración 58: Zoom de la Ilustración 57 sobre la tensión máxima..... 49

Ilustración 59: Trazado de resultados σ_x de la simulación de un eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial. $d=11\text{mm}$. Se destacan las tensiones máximas y mínimas. La máxima en la base del ranurado, y la mínima en la parte superior de la pared..... 49

Ilustración 60: Zoom de la Ilustración 59 sobre la tensión máxima..... 49

Ilustración 61: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal... 50

Ilustración 62: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Misses..... 51

Ilustración 63: Gráfica de h/d vs b/h para los casos de eje con ranura para arandela Seeger. En ella, se representan todos los casos de estudio simulados. Se incorpora una regresión cuadrática. 52

Ilustración 64: Visualización de las condiciones de contorno para un caso de eje con ranura para arandela Seeger sometido a momento flector..... 52

Ilustración 65: Trazado de resultados σ_x de la simulación del caso de eje con ranura para arandela Seeger sometido a momento flector. Se destacan la tensión máxima y mínima. 54

Ilustración 66 y 67: Zoom para mejor apreciación de las tensiones máximas de la (). A la izquierda, zona de tensión máxima. A la derecha, zona de tensión mínima..... 54

Ilustración 68: Ajuste de los factores de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal..... 55

Ilustración 69: Ajuste de los factores de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Misses..... 55

11. Lista de Tablas

Tabla 1: Valores A y b según D/d (para el cálculo de Kt)) para un caso de barra rectangular escalonada sometida a momento flector [1].	12
--	----

Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología

Ingeniería Industrial

ANEXO 1

Definición de condiciones de contorno

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Estudio de factores de concentración de tensiones
mediante métodos de elementos finitos

Titulación

Grado en Ingeniería Mecánica

Autor

Néstor Manuel Santana Hernández

Tutor Académico

Viana Lida Guadalupe Suárez

Julio 2017

Índice Anexo 1

1. Simetría / Rodillo:	4
2. Geometría de referencia	4
2.1. $u_x = 0 \text{ mm}$, $g_x = 0 \text{ rad}$:	5
2.2. $u_x = 0 \text{ rad}$, $u_r = 0 \text{ mm}$: ($u_r = \text{desplazamiento radial}$)	5
2.3. $u_r = 0 \text{ mm}$:	6
3. Geometría fija:	6

Todas las condiciones de contorno usadas en el proyecto se definen a continuación. (u=desplazamiento, g=giro).

12. Simetría / Rodillo:

Aunque se denominan distinto, ya que la razón de su uso es distinta –uno en un apoyo móvil, y el otro representa la continuidad y simetría del modelo-, a efectos matemáticos representan lo mismo; en ambos casos se restringe una dirección y se dejan “libres” las otras dos. Impide el giro en cualquier dirección. En el programa MEF, también se denomina “control deslizante”.

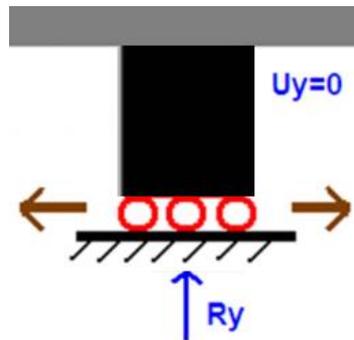


Ilustración 70: Dibujo y esquema para representar una restricción tipo rodillo/simetría, en este caso en 2D. Con flechas marrones, se indican los movimientos posibles. Con flechas azules, los movimientos anulados.

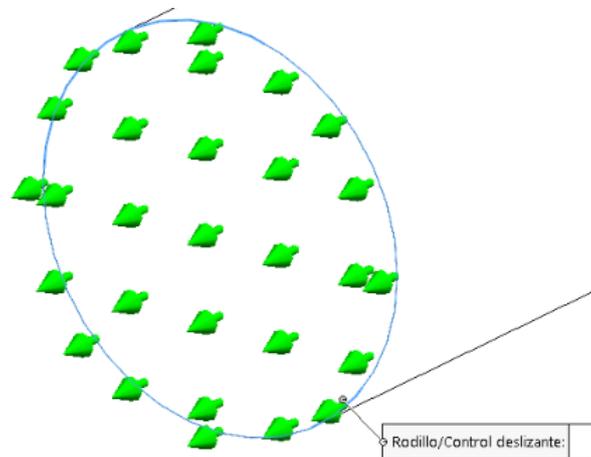


Ilustración 71: Restricción tipo rodillo/simetría en el programa MEF. Con flechas verdes se indica el movimiento restringido.

13. Geometría de referencia.

Denominado de tal manera por el programa de MEF usado, esta restricción se basa en la sujeción de ciertos grados de libertad respecto a una geometría de referencia, a modo de eje de coordenadas. Es útil a la hora de querer restringir direcciones o giros que no pertenecen al eje de coordenadas global del sistema. Se enumeran las distintas

restricciones de este tipo utilizadas, tomando como referencia la superficie lateral de este cilindro (Ilustración 72):

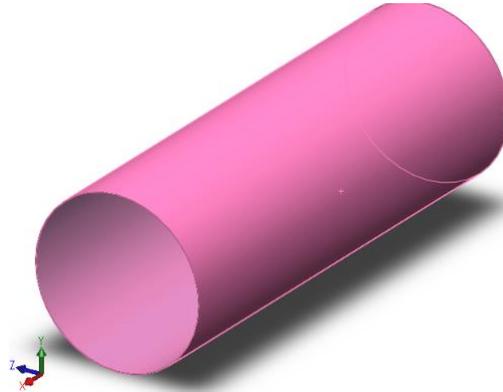


Ilustración 72: Ejemplo de geometría de referencia. Superficie seleccionada como referencia para la restricción.

13.1. $u_x = 0 \text{ mm}, g_x = 0 \text{ rad}$:

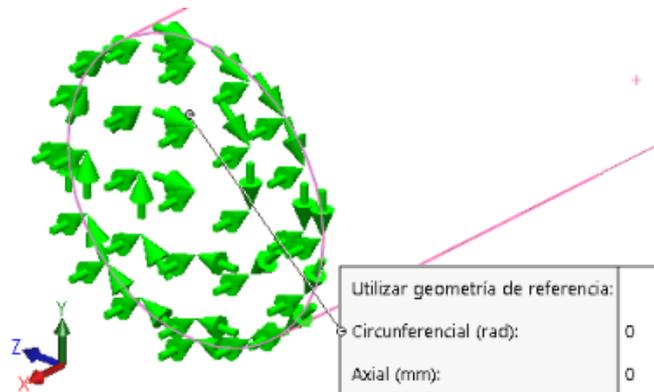


Ilustración 73: Restricción tipo geometría de referencia ($u_x=0, g_x=0$) en el programa MEF. Con flechas verdes se indica el movimiento restringido. Aplicada en la base del cilindro.

13.2. $u_x = 0 \text{ rad}, u_r = 0 \text{ mm}$: ($u_r = \text{desplazamiento radial}$)

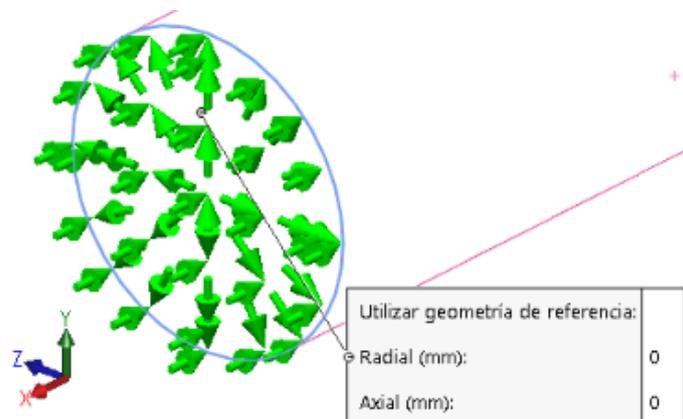


Ilustración 74: Restricción tipo geometría de referencia ($u_x=0, u_r=0$) en el programa MEF. Con flechas verdes se indica el movimiento restringido. Aplicada en la base del cilindro.

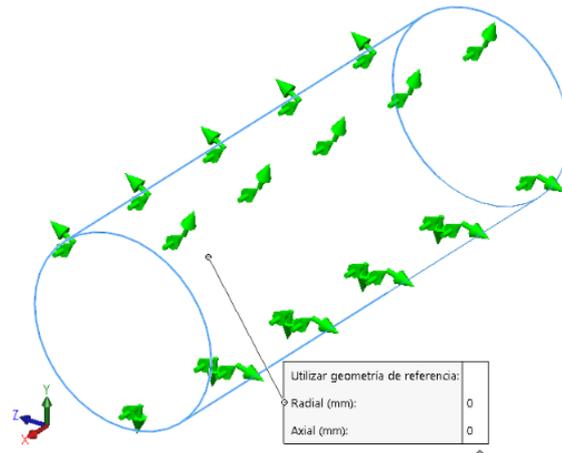


Ilustración 75: Restricción tipo geometría de referencia ($u_x=0, u_r=0$) en el programa MEF. Con flechas verdes se indica el movimiento restringido. Aplicada en la superficie lateral del cilindro .

13.3. $u_r = 0 \text{ mm}$:

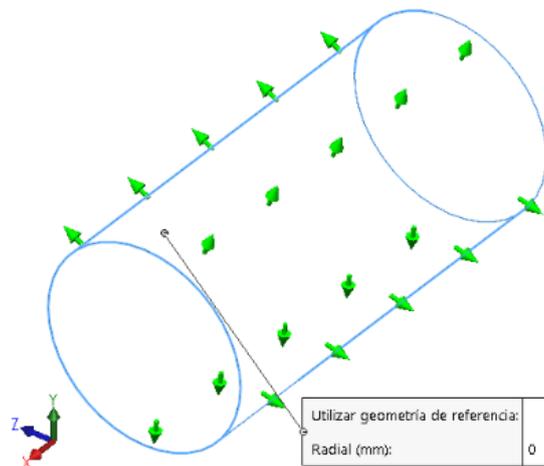


Ilustración 76: Restricción tipo geometría de referencia ($u_r=0$) en el programa MEF. Con flechas verdes se indica el movimiento restringido. Aplicada en la superficie lateral del cilindro.

14. Geometría fija:

Se le denomina a aquella restricción que actúa sobre todos los grados de libertad, es decir, que impide el desplazamiento y el giro en todas las direcciones y planos. También se le conoce como empotramiento.

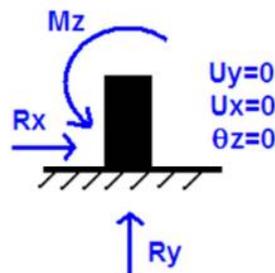


Ilustración 77: Dibujo estandarizado y esquemático para representar un empotramiento, en este caso en 2D. Con flechas azules se indican los movimientos anulados.

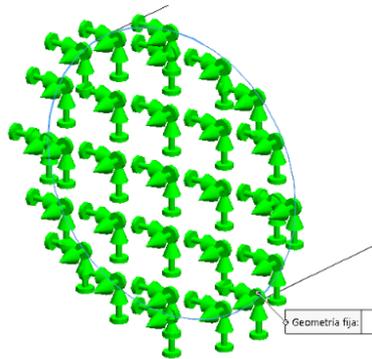


Ilustración 78: Restricción tipo geometría fija o empotramiento en el programa MEF. Con flechas verdes se indica el movimiento anulado.

Esta restricción se intentará evitar en la medida de lo posible, ya que el hecho de usarla, puede conllevar tensiones adicionales que lleguen a falsear los resultados. En la Ilustración 79 se puede observar como en el caso con empotramiento, el tono de color entre la esquina y el centro de la pieza cambia, siendo más oscuro. Sin embargo, en el caso inferior con restricción por rodillo, la distribución de tensiones es más uniforme.

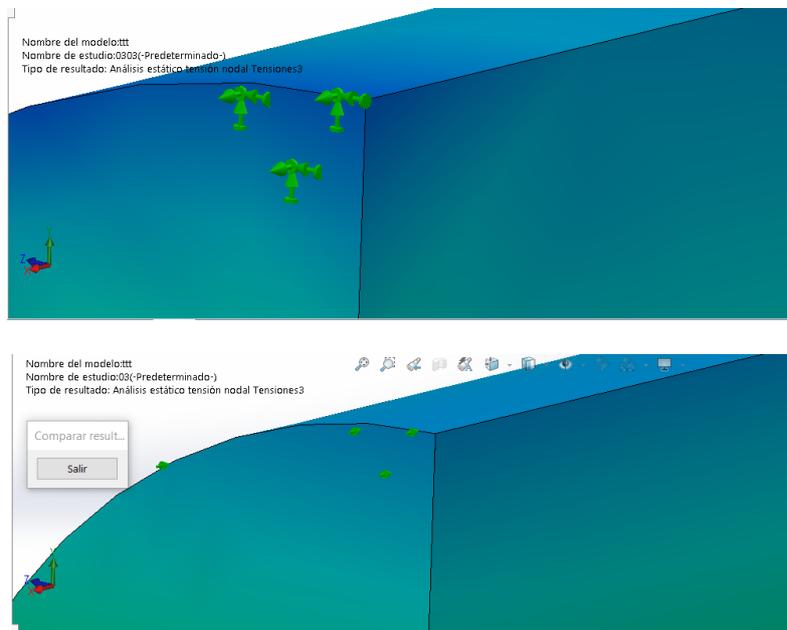


Ilustración 79 y 80: Resultados σ_x (tensión normal) para una barra sometida a esfuerzo axial. Arriba, restricción por empotramiento. Debajo, restricción por rodillo.

Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología
Ingeniería Industrial

ANEXO 2

Cálculo de K_t a través de la convergencia cuadrática con h

TRABAJO DE FIN DE GRADO

**Estudio de factores de concentración de tensiones
mediante métodos de elementos finitos**

Titulación

Grado en Ingeniería Mecánica

Autor

Néstor Manuel Santana Hernández

Tutor Académico

Viana Lida Guadalupe Suárez

Julio 2017

Los valores obtenidos para cada tamaño de malla y recogidos en una tabla de resultados (Anexo 6), se operan para obtener el valor de tensión real o de tamaño de elemento nulo. Para ello, como se comentó antes, se aplicará una convergencia cuadrática, cuya formulación viene a ser:

Tamaños de elementos: $h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6$ y h_7

Valores de tensión máximos obtenidos de la simulación: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6$ y σ_7

$$\begin{cases} \sigma_1 = a + b \cdot h_1 + c \cdot h_1^2 \\ \sigma_2 = a + b \cdot h_2 + c \cdot h_2^2 \\ \sigma_3 = a + b \cdot h_3 + c \cdot h_3^2 \\ \sigma_4 = a + b \cdot h_4 + c \cdot h_4^2 \\ \sigma_5 = a + b \cdot h_5 + c \cdot h_5^2 \\ \sigma_6 = a + b \cdot h_6 + c \cdot h_6^2 \\ \sigma_7 = a + b \cdot h_7 + c \cdot h_7^2 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \\ \sigma_7 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & h_1 & h_1^2 \\ 1 & h_2 & h_2^2 \\ 1 & h_3 & h_3^2 \\ 1 & h_4 & h_4^2 \\ 1 & h_5 & h_5^2 \\ 1 & h_6 & h_6^2 \\ 1 & h_7 & h_7^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & h_1 & h_1^2 \\ 1 & h_2 & h_2^2 \\ 1 & h_3 & h_3^2 \\ 1 & h_4 & h_4^2 \\ 1 & h_5 & h_5^2 \\ 1 & h_6 & h_6^2 \\ 1 & h_7 & h_7^2 \end{bmatrix} \quad \bar{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \\ \sigma_7 \end{pmatrix}, \text{ se soluciona y queda: } \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \bar{\sigma}$$

Donde la variable “a” es el valor de σ_{max} que se desea obtener.

Una vez obtenido el valor de tensión máximo o real, junto con la tensión nominal del caso de estudio (σ_0), se determina el valor del factor de concentración de tensión ($K_t = \sigma_{max}/\sigma_0$ o $K_{ts} = \tau_{max}/\tau_0$). Destacar que para el desarrollo de esta parte del documento se ha hecho uso de hojas de cálculo (*Excel*) o programas de cálculo como *Octave* y/o *Matlab*.

Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología

Ingeniería Industrial

ANEXO 3

Definición de la geometría de cada pieza

TRABAJO DE FIN DE GRADO

**Estudio de factores de concentración de tensiones
mediante métodos de elementos finitos**

Titulación

Grado en Ingeniería Mecánica

Autor

Néstor Manuel Santana Hernández

Tutor Académico

Viana Lida Guadalupe Suárez

Julio 2017

Índice Anexo 3

1. Eje ranurado.....	4
2. Eje con chavetero	6
3. Eje con ranura para arandela Seeger	8

15. Eje ranurado

Se trata de una flecha (barra circular) de acero AISI 1020 con una muesca circunferencial de radio r (Ilustración 7).

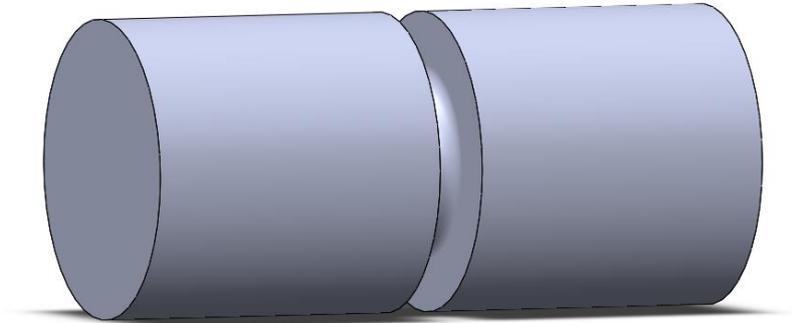


Ilustración 81: Visualización 3D del modelo usado para los casos de eje ranurado en U.

Al ser un cuerpo de revolución, su diseño en el programa de MEF resulta sencillo, siendo necesario un solo croquis para el conformado de la pieza (Ilustración 82). Dada la geometría de la pieza, a esta se le puede aplicar una condición de simetría respecto al plano YZ, en el centro del ranurado, al igual que en los planos XY e XZ, respecto al eje de la flecha.

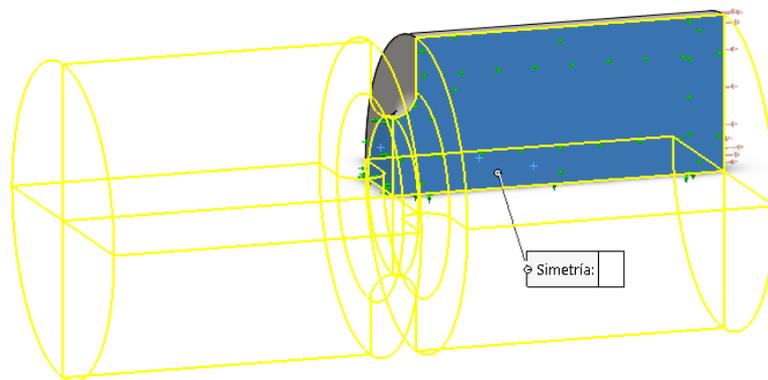


Ilustración 82: Visualización de la simplificación del modelo mediante simetría.

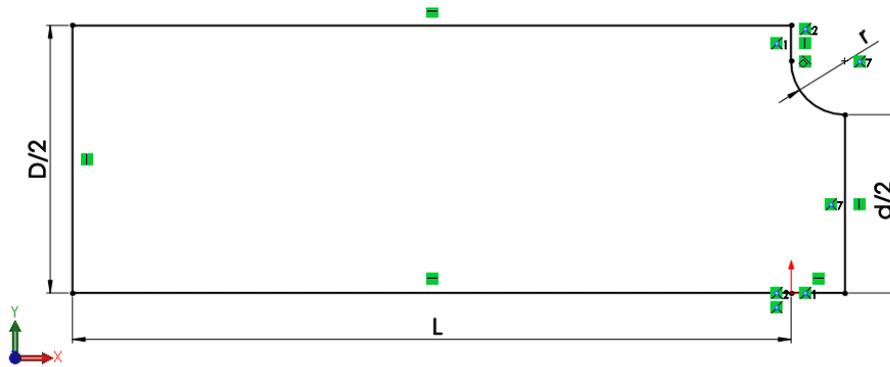


Ilustración 83: Plano radial obtenido del sólido anterior (Ilustración 82), que muestra las dimensiones principales del caso de eje ranurado en U.

Se destacan pues las dimensiones principales, tales como diámetro del eje (D), diámetro interior (d), o radio de redondeo (r) (Ilustración 8). Normalmente, la longitud no se tendrá en cuenta, pues para casi todos los casos, se ha considerado la pieza infinitamente larga, es decir, que su valor no tendrá mucha influencia en la magnitud de los resultados que se desean hallar. Por ejemplo, para el caso del eje ranurado, se ha establecido como longitud de ensayo el valor de $L=2 \cdot D$, siguiendo el principio de Saint-Venant², pues sería a partir de esta distancia (aproximadamente) donde los valores de tensión se igualan a los nominales, establecidos por las ecuaciones de elasticidad y resistencia de materiales.

Destacar que para los casos de eje ranurado, se han restringido los casos a los que cumplan la siguiente relación:

$$D \geq d + 2 \cdot r \quad \text{Ec. 13}$$

, que vendría a ser:

$$r/d \leq \left(\frac{D}{d} - 1 \right) \cdot 0.5 \quad \text{Ec. 14}$$

Teniendo en cuenta las relaciones geométricas con las que se trabajan en este caso de estudio. Esto se debe a que, para los casos en lo que no se cumple dicha relación, no se ha especificado en la bibliografía como es la geometría, ya que la curvatura de la muesca sería de un ángulo inferior a 90°. Se ilustra un caso en la imagen siguiente.

² Saint Venant's principle: Principio que establece los efectos de un sistema de fuerzas sobre un sólido deformable son independientes de la distribución particular de fuerzas que conducen a esa resultante a partir de una distancia suficiente de los puntos de aplicación de dichas fuerzas. [6]

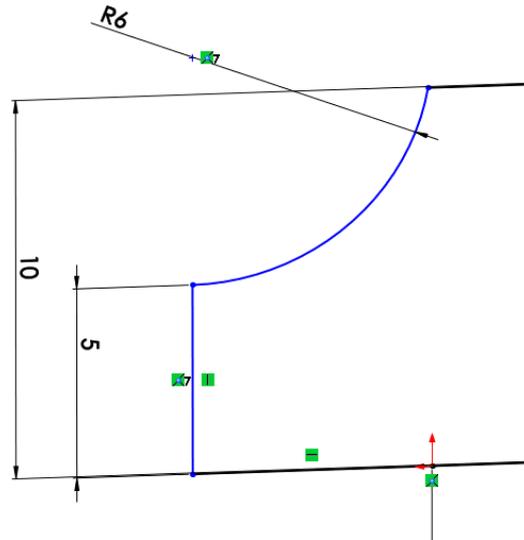


Ilustración 84: Partiendo de la Ilustración 8, se representa como quedaría el perfil de la pieza en un caso que no cumpla la Ec. 2.

Por esta misma razón, las gráficas que se compondrán más adelante, incluyen dicha restricción, y se tendrá en cuenta a la hora de comparar los resultados con la bibliografía específica.

16. Eje con chavetero

Las medidas principales con las que se trabajarán serán (Ilustración 35): diámetro exterior del eje (d), ancho del chavetero (b), altura de la chaveta (h), y la longitud de la chaveta (L). De la altura total de la chaveta, solo la mitad estará dentro del eje (Ilustración 86). La longitud del eje se ha establecido en $8 \cdot D$.

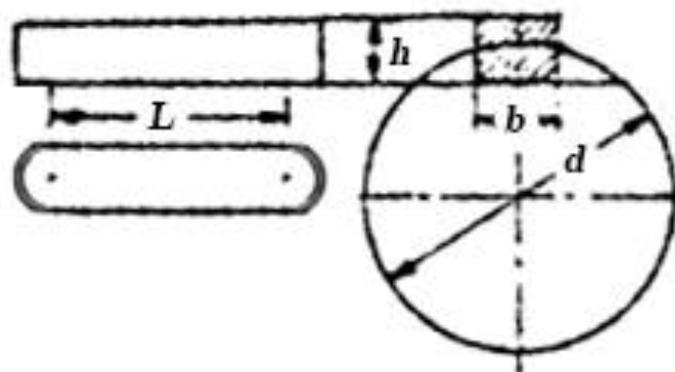


Ilustración 85: Visualización de las dimensiones principales consideradas para los casos de ejes con Chaveteros.

La longitud de la chaveta se ha determinado en base al caso de momento torsor; sabiendo las ecuaciones para las longitudes de chavetas para fallo a corte (Ec. 15) y a

aplastamiento (Ec. 14), el valor del momento según como se transmite el par (Ec. 16) y el valor según el esfuerzo máximo que puede soportar (Ec. 17). Teniendo en cuenta que el límite elástico para el material según el programa MEF es; $\sigma_{adm} = 351.57 \text{ MPa}$, despejamos el valor de la longitud para cada caso, y tomamos el mayor:

$$\frac{F}{L(h/2)} \leq \sigma_{adm} \quad \text{Ec. 14}$$

$$\frac{F}{Lb} \leq \frac{\sigma_{adm}}{\sqrt{3}} \quad \text{Ec. 15}$$

$$M_t = p \cdot h/2 \cdot L \cdot (d/2 + h/2) \quad \text{Ec. 16}$$

$$M_t = \tau \cdot 0.2d^3 \leq \frac{\sigma_{adm}}{\sqrt{3}} \cdot 0.2d^3 \quad \text{Ec. 17}$$

$$F = \frac{M_t}{(d/2 + h/2)} = \frac{0.2d^3}{(d/2 + h/2)} \frac{\sigma_{adm}}{\sqrt{3}}$$

Por aplastamiento:

$$\frac{F}{L(h/2)} = \frac{0.2d^3}{(d/2 + h/2)} \frac{\sigma_{adm}}{\sqrt{3}} \frac{1}{L(h/2)} \leq \sigma_{adm}$$

$$L \geq \frac{0.2d^3}{(d/2 + h/2)} \frac{2}{h\sqrt{3}}$$

Por corte:

$$\frac{F}{Lb} = \frac{0.2d^3}{(d/2 + h/2)} \frac{\sigma_{adm}}{\sqrt{3}} \frac{1}{Lb} \leq \frac{\sigma_{adm}}{\sqrt{3}}$$

$$L \geq \frac{0.2d^3}{(d/2 + h/2)} \frac{1}{b}$$

Por lo tanto, la longitud de la chaveta sería:

$$L = \frac{0.2d^3}{(d/2 + h/2)} \max\left(\frac{1}{b}; \frac{2}{h\sqrt{3}}\right)$$

Dado que $2/(h\sqrt{3})$ siempre va a ser mayor que $1/b$ para todos los casos, la longitud de la chaveta se define como:

$$L = \frac{0.2d^3}{\left(\frac{d}{2} + \frac{h}{2}\right)h\sqrt{3}} \cdot 2$$

Para el caso de eje con chaveta sometido a flexión, se cogen las mismas longitudes de chaveta.

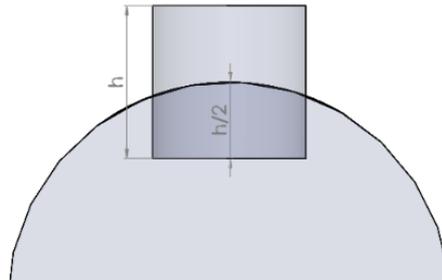


Ilustración 86: Vista paralela al eje para apreciar la profundidad del chavetero en el mismo.

En la siguiente tabla se dan todos los parámetros geométricos y de hipótesis de carga para los casos de eje con chavetero sometido a torsión. (todas las medidas de longitud en mm, las de presión en MPa)

D	d	b	h			h ₁	Mt (N m)	L	p (MPa)	h ₂	b/d	h/d	r/d	r/d	b/h	[m]	Vector		σ _{0, en d}	σ _{eq,0, en d}
																	u (d)	v (b)		
11	7	4	4	4,3	2,5	14	4,4	351,57	1,8	0,364	0,364	0,182	0,500	2,000	4,031	0,868	0,496	106,56	67,64	
14,5	9,5	5	5	5,3	3	35	6,6	351,57	2,3	0,345	0,345	0,172	0,500	2,000	5,368	0,885	0,466	116,29	74,56	
19,5	13,5	6	6	6,3	3,5	100	11,5	351,57	2,8	0,308	0,308	0,154	0,500	2,000	7,387	0,914	0,406	137,21	90,02	
26	19	8	7	7,3	4	278	20,1	351,57	3,3	0,308	0,269	0,154	0,438	2,286	10,308	0,922	0,388	161,37	110,81	
34	26	10	8	8,3	5	714	33,8	351,57	3,3	0,294	0,235	0,147	0,400	2,500	13,928	0,933	0,359	184,91	131,20	
41	33	12	8	8,3	5	1459	56,1	351,57	3,3	0,293	0,195	0,146	0,333	3,000	17,557	0,940	0,342	215,61	159,92	
47	38	14	9	9,3	5,5	2228	66,3	351,57	3,8	0,298	0,191	0,149	0,321	3,111	20,248	0,938	0,346	218,54	163,08	
90	76	25	14	14,4	9	17821	174,5	351,57	5,4	0,278	0,156	0,139	0,280	3,571	40,003	0,950	0,312	249,00	191,69	
102,5	86,5	28	16	16,4	10	26274	197,7	351,57	6,4	0,273	0,156	0,137	0,286	3,500	45,459	0,951	0,308	248,52	190,91	
120	102	32	18	18,4	11	43081	245,3	351,57	7,4	0,267	0,150	0,133	0,281	3,556	53,451	0,954	0,299	253,94	195,92	

17. Eje con ranura para arandela Seeger

Se trata de un eje de acero AISI 1020 con una muesca de sección rectangular en el diámetro, y en ella una arandela Seeger. Dicha arandela, tiene unas dimensiones que vienen recogidas en la DIN 471-472, adjuntada en el anexo 4. Se ha tomado esta tabla como base para la elaboración de los modelos.

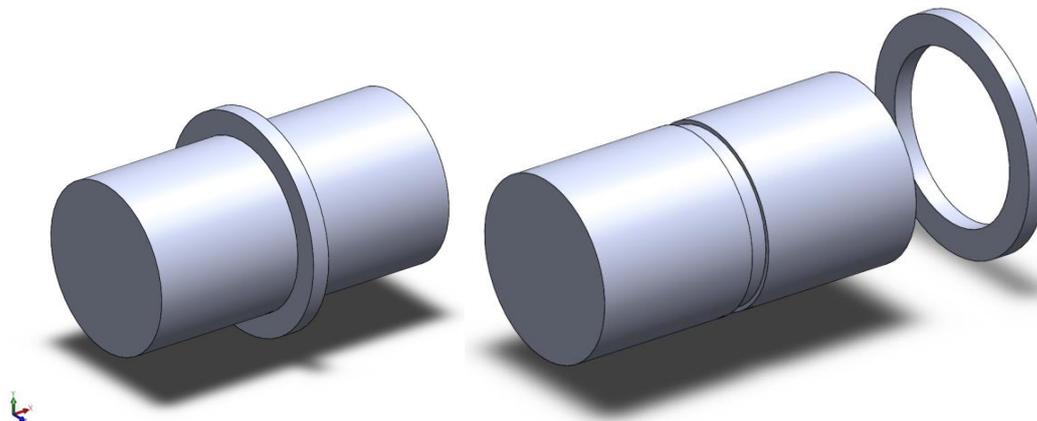


Ilustración 87 y 88: Visualización 3D del modelo usado para los casos de eje con ranura para arandela Seeger.

Las medidas principales con las que se trabajarán serán (Ilustración 55): diámetro exterior del eje (D), diámetro interior del eje (d), ancho de la muesca (m_1), en ancho de la arandela (b) y el espesor de la misma (s), aunque estas dos últimas sólo se usarán en el primer caso de estudio (esfuerzo axial). La longitud del eje se ha establecido en torno a $2 \cdot D$, al igual que en los casos anteriores.

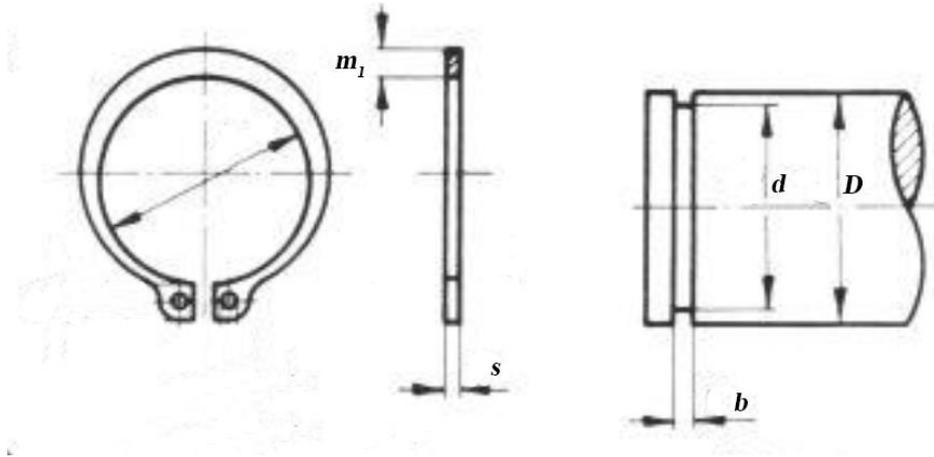


Ilustración 89: Visualización de las dimensiones principales consideradas para los casos de eje con ranura para arandelas Seeger.

Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología

Ingeniería Industrial

ANEXO 4

Métodos experimentales para la obtención de tensiones máximas

TRABAJO DE FIN DE GRADO

**Estudio de factores de concentración de tensiones
mediante métodos de elementos finitos**

Titulación

Grado en Ingeniería Mecánica

Autor

Néstor Manuel Santana Hernández

Tutor Académico

Viana Lida Guadalupe Suárez

Julio 2017

Índice Anexo 4

1. Método de Moiré	4
2. Recubrimiento frágil.....	5
3. Métodos esclerométricos.....	6
4. Fotoelasticidad.....	6
5. Termoelasticidad Radiométrica	8

A continuación se explican algunos de los métodos experimentales más comunes, utilizados para el estudio de los factores de concentración de tensión, y con ello las tensiones máximas que sufre un material por una discontinuidad en su geometría.

18. Método de Moiré

También llamado **método de retícula o rejilla**. Este método permite -a partir del estudio de los desplazamientos- obtener los esfuerzos, por medio de las deformaciones y el uso de la Ley de Hooke generalizada. [3] [4]³

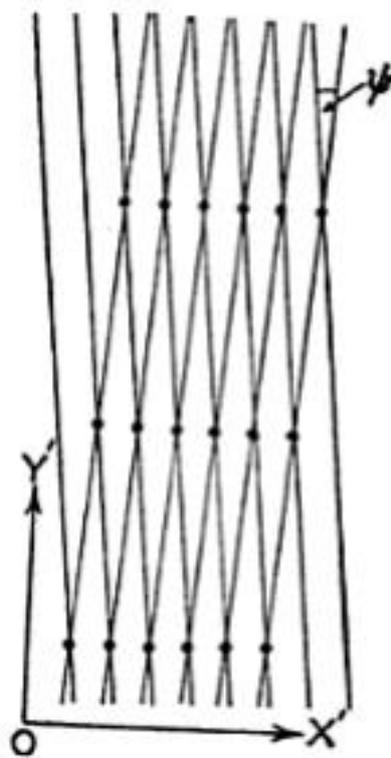


Ilustración 90: Rejillas superpuestas del método de Moiré.

Se suponen en contacto dos “rejillas” iguales, de manera que las rayas forman respectivamente un ángulo pequeño Ψ , como muestra la Ilustración 90. Si la separación entre cada fibra es “ e ”, la separación entre elementos en la dirección X es muy pequeña ($= 2e/\cos \Psi$) y en la dirección Y es mucho mayor ($= 2e/\sin \Psi$). En consecuencia los espectros en la dirección X están ampliamente separados, mientras que en la dirección Y lo están estrechamente, por lo que todos los máximos principales se encuentran en direcciones próximas a la del eje Y . Si las condiciones son tales que los espectros están constituidos por rayas, se obtendrán franjas casi paralelas al eje X denominadas franjas de

³Ver referencias en la memoria

moiré. La nitidez de las franjas depende de las formas de las muescas, mientras que su dirección depende de la relación exacta entre las dos rejillas. [5]

Si se superponen dos rejillas de manera que aparezcan las franjas de moiré y una de ellas se desplaza una distancia x (perpendicularmente a sus rayas), las franjas de moiré se desplazan una distancia $y = x/\Psi$. De esta manera, si se fija una de las rejillas, se puede construir una escala de medida para determinar finalmente los esfuerzos.

19. Recubrimiento frágil

También denominado **método de la laca frágil**. Este es uno de los métodos más sencillos para estudiar el campo de tensiones en una pieza. Consiste en cubrir la superficie de la pieza con un recubrimiento o laca frágil (de ahí el nombre), la cual fractura a determinada magnitud de las acciones externas. Las fracturas producidas conforman un campo de grietas, cuyas direcciones son perpendiculares a los esfuerzos normales máximos. Así pues, el campo de grietas permite determinar la dirección de los esfuerzos principales (Ilustración 91). [3]

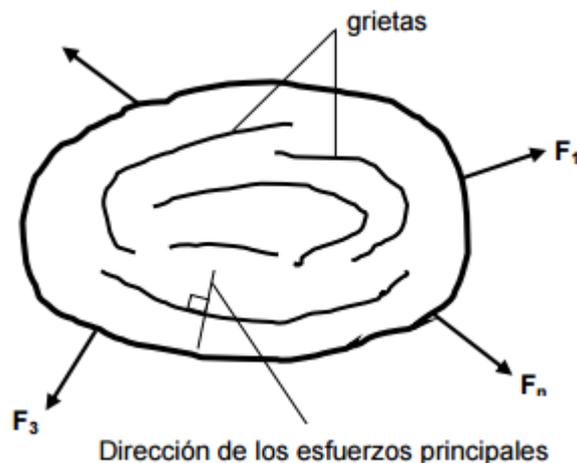


Ilustración 91: Visualización del método de la laca frágil para la determinación de concentraciones de esfuerzos.

Para determinar la magnitud de los esfuerzos a los cuales el material frágil fractura, a medida que se incrementan las magnitudes de las acciones externas, se cargan simultáneamente cintas metálicas calibradas del mismo material que el de la pieza y cubiertas con el mismo tipo de laca. De esta forma, se pueden evaluar la magnitud de los esfuerzos que provocan la fractura de la laca sobre la pieza.

Como es lógico, la magnitud de los esfuerzos que provocan la fractura de la laca depende de su composición, así como de su espesor. Al estar aplicada sobre la superficie

de la pieza, permite evaluar indirectamente la magnitud de los esfuerzos en ésta última, a partir del instante en que se generan las grietas.

La laca se tiene que aplicar siempre sobre la superficie limpia y sin grasa de la pieza; sin embargo como la composición fundamental de la laca está constituida por colofonia (pez rubia), ello motiva que las condiciones ambientales, principalmente la temperatura y la humedad influyen notablemente en las propiedades de la laca, provocando la baja fiabilidad de los resultados cuantitativos, sobre todo cuando no se tienen en cuenta estos factores.

Por todo ello, el método de la laca frágil es sólo conveniente para la determinación de la dirección de los esfuerzos principales, debiéndose combinar con otros métodos para la valoración cuantitativa, como puede ser los métodos extensométricos, específicamente el método de la extensometría eléctrica. {Dr. Carlos Novo Soto}

20. Métodos esclerométricos

Este es uno de los métodos experimentales que más ampliamente se utiliza, debido a que presenta la ventaja ser una medición indirecta de la tensión –a través de la deformación-, que se realiza sobre la pieza en cuestión directamente. En otras palabras, se basa en medir la deformación ε del material con un extensómetro y aplicar la ley de Hooke (Ec. 1) para obtener la tensión.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \text{Ec. 19}$$

Los extensómetros son instrumentos que permiten medir las deformaciones elásticas en las superficies exteriores de las piezas y, dependiendo del principio físico de funcionamiento, se clasifican fundamentalmente en: Mecánicos, Eléctricos, Ópticos, Neumáticos, y Acústicos.

Entre todos ellos, los que han tenido una mayor aceptación son los eléctricos dadas sus grandes posibilidades; sus diversos tipos permiten seleccionar extensómetros de pequeñas dimensiones para fijar en lugares de difícil acceso, y determinar así deformaciones tanto en condiciones estáticas como dinámicas. No obstante, presentan el inconveniente que una vez fijados a la pieza, el desmontaje conlleva su destrucción. [3]

21. Fotoelasticidad

La fotoelasticidad es un método visual basado en los fenómenos experimentados por las ondas electromagnéticas, a su paso por materiales que posean las propiedades de

transparencia, isotropía y birrefringencia temporal requeridas, particularmente en la polarización de la luz que ocurre a consecuencia de las tensiones presentes en los cuerpos sometidos a cargas, empleando así mismo para ello las leyes físicas de la óptica.

Algunas sustancias son anisótropas, es decir, muestran propiedades distintas según la dirección del eje a lo largo del cual se midan. En esos materiales, la velocidad de la luz depende de la dirección en que ésta se propaga a través de ellos. Algunos cristales con estas características, también pueden generar una alineación del plano de oscilación de las ondas de luz que los atraviesan, siendo llamados **polarizadores**.

Algunos materiales adquieren la propiedad polarizadora de la luz al ser sometidos a esfuerzos mecánicos. Si estos materiales bajo tensión se sitúan entre un polarizador y un analizador (en conjunto, un polariscopio), las zonas coloreadas que aparecen proporcionan información sobre las tensiones. La interpretación de tales patrones revela la distribución de esfuerzos total. [4] [3] [6]

En las siguientes imágenes se pueden apreciar las distribuciones de esfuerzos para dos casos; para una barra rectangular sometida a compresión con un aligeramiento circular centra (Ilustración 4), o para una llave inglesa (Ilustración 5).

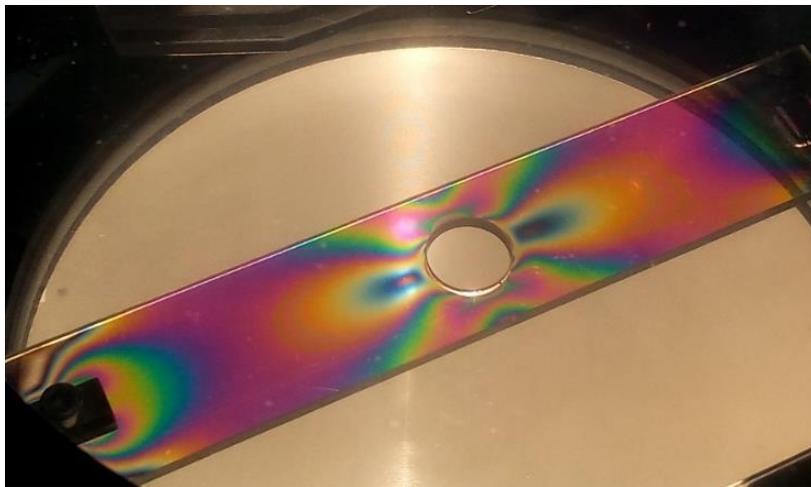
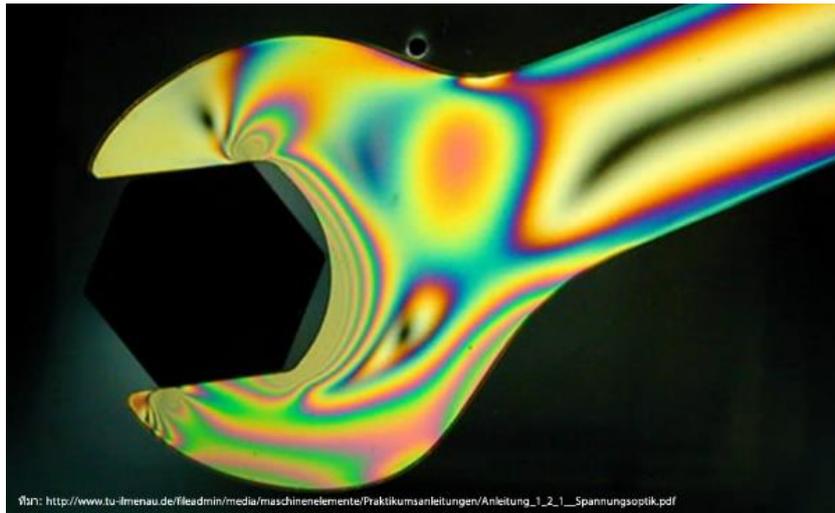


Ilustración 92: Visualización de distribución de esfuerzos mediante fotoelasticidad en una barra rectangular aligerada sometida a compresión.



fuente: http://www.tu-ilmenau.de/fileadmin/media/maschinenelemente/Praktikumsanleitungen/Anleitung_1_2_1_Spannungsoptik.pdf

Ilustración 93: Visualización de distribución de esfuerzos mediante fotoelasticidad en una llave inglesa.

En la Ilustración 94 se muestran los componentes de un polariscopio:

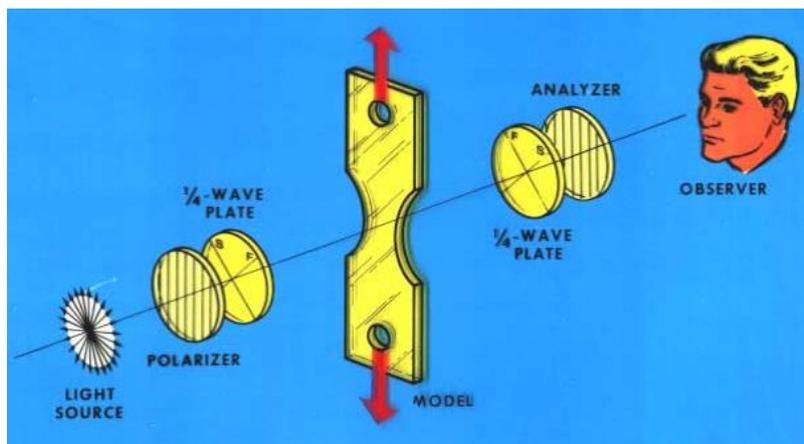
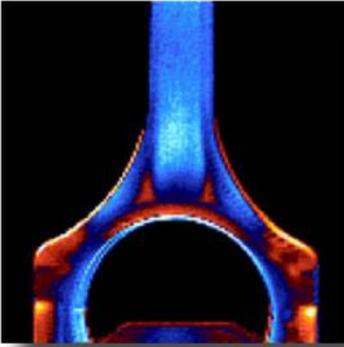


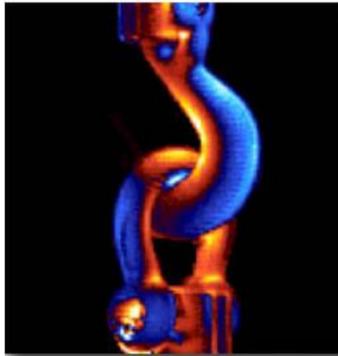
Ilustración 94: Esquema representativo y simplificado de los componentes de un polariscopio.

22. Termoelasticidad Radiométrica

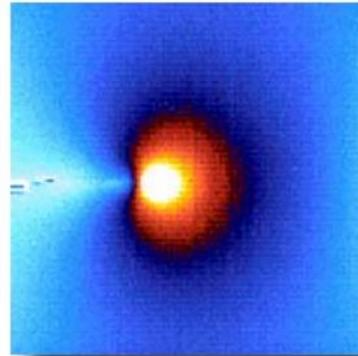
Cuando el material es tensionado, el cambio a nivel atómico crea diferencias de temperatura en el material. Existen cámaras con sensores de temperatura, que pueden ser usadas para captar las concentraciones de esfuerzos en materiales especiales. [4]



**Conexión de un
automóvil**



Gancho y grillete



Punta de una grieta

Ilustración 95: Diferentes visualizaciones de distribuciones de esfuerzos mediante termoelasticidad radiométrica.

Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología

Ingeniería Industrial

ANEXO 5

**Obtención de las ecuaciones de los ajustes y representación
gráfica desde distintas vistas**

TRABAJO DE FIN DE GRADO

**Estudio de factores de concentración de tensiones
mediante métodos de elementos finitos**

Titulación

Grado en Ingeniería Mecánica

Autor

Néstor Manuel Santana Hernández

Tutor Académico

Viana Lida Guadalupe Suárez

Julio 2017

Índice Anexo 5

1. Eje ranurado en U.....	4
2. Eje con chavetero	7
2.1. Estudio a flexión	7
2.1. Estudio a torsión.....	11
3. Eje con ranura para arandela Seeger	15
3.1. Estudio a esfuerzo axial.....	15
3.2. Estudio a flexión	19

En este anexo se desarrollarán los pasos que se dieron en cada caso para la obtención de las ecuaciones de los ajustes. Se adjuntan imágenes de cada uno de los ajustes.

23. Eje ranurado en U

Para los casos de eje ranurado, todos los ajustes para los distintos casos de hipótesis de carga tienen las mismas ecuaciones.

La primera función que se probó para reproducir los puntos experimentales fue la exponencial:

$$K_t = a(r/d)^b, \text{ siendo } a, b = f(D/d)$$

Dicha ecuación se utiliza en el Norton. Esta reproducía bastante bien los primeros valores (los más elevados), pero presentaba problemas graves a la hora de replicar los valores finales. También se probó con una función de segundo grado del tipo:

$$K_t = a(r/d)^2 + b(r/d) + c, \text{ siendo } a, b, c = f(D/d)$$

Esta resultó aún peor, puesto que solo replicaba los datos intermedios.

La siguiente solución fue añadir términos a la primera (la exponencial) para cubrir los valores finales. Primero se le añadió una función c/x , dado que esta función si reproduce perfectamente los últimos valores. Sin embargo, al añadirlo junto con la exponencial se descuadraban los valores de $D/d = 1.20$, cual no tiene valores por encima de $r/d = 0.10$, debido a la restricción planteada en la definición del caso de estudio (Ec.10).

Es por ello que la decisión final fue **dividir** la gráfica en dos partes, según su comportamiento; una primera parte hasta $r/d \leq 0.10$, y otra a partir de 0.10. De esta manera, se conseguía un correcto seguimiento.

Por lo tanto, la formulación final queda;

$$\sigma_{max} = K_t \sigma_{nom} \quad K_t = f(r/d) = \begin{cases} a(r/d)^b + c(r/d), & r/d \leq 0.10 \\ a + b/(r/d), & 0.30 > r/d > 0.10 \end{cases}$$

Dado que solo tenemos los valores de las variables a , b y c para 3 valores de D/r (2.0, 1.50 y 1.20), también se realizó una formulación de estas constantes en función de D/r .

Para este caso la ecuación utilizada fue una de segundo grado para $r/d \leq 0.10$, una lineal para el resto de valores (puesto que para estos casos solo tenemos dos valores de D/r : 2.0 y 1.5). Finalmente quedaría:

$$\text{Para } r/d \leq 0.10: a, b, c = f(D/d) = C_1(D/d)^2 + C_2(D/d) + C_3$$

$$\text{Para } 0.30 > r/d > 0.10: d, e = f(D/d) = C_4(D/d) + C_5$$

Hay que destacar que los valores más peligrosos son los que quedan por encima del ajuste, puesto que están dando unas tensiones máximas inferiores a las que hay en verdad (dependiendo del porcentaje de error). Es por ello la importancia de ajustar bien el principio (los valores iniciales, cuando $r/d < 0.1$).

Las gráficas que se han obtenido de las ecuaciones finales son las siguiente.

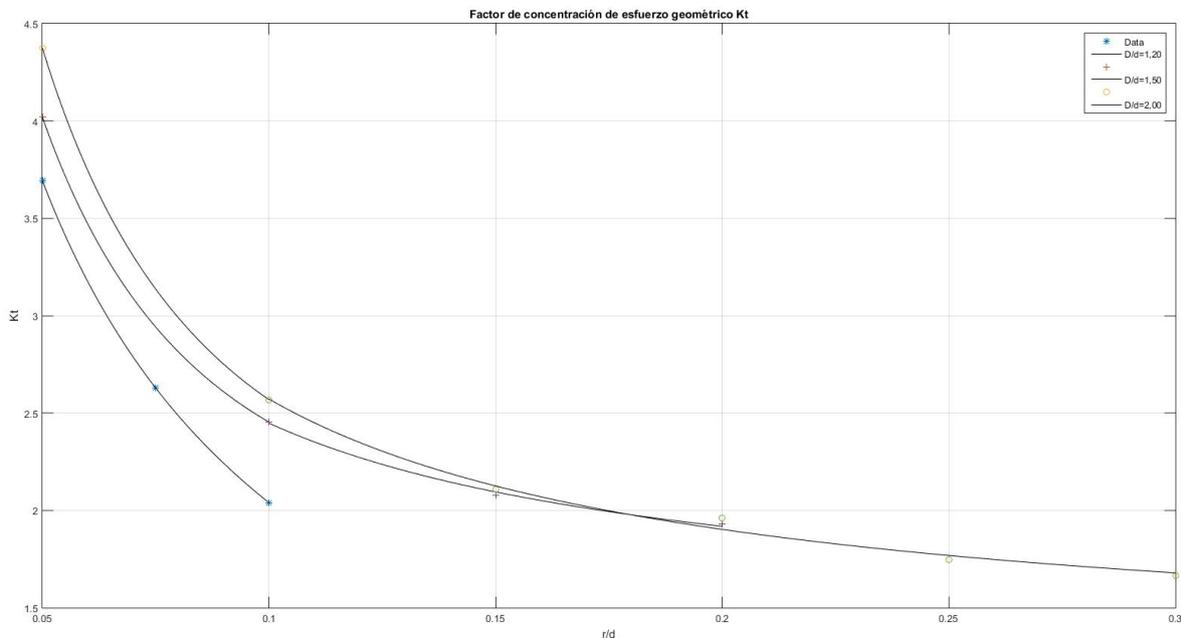


Ilustración 96: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal.

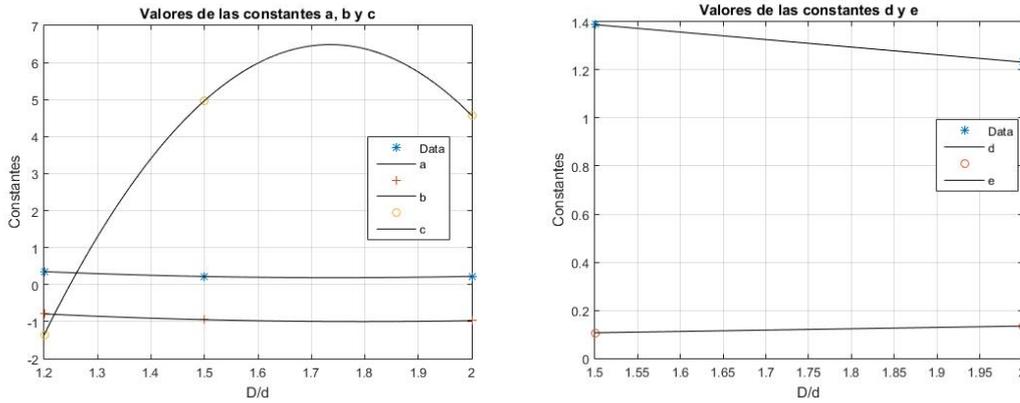


Ilustración 97: Valores para las constantes a, b, c, d y e para un eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial. Se dan para obtener otros puntos en la Ilustración 11.

También se recogen las gráficas para los resultados de simulación con la tensión de Von Misses (Ilustración 15).

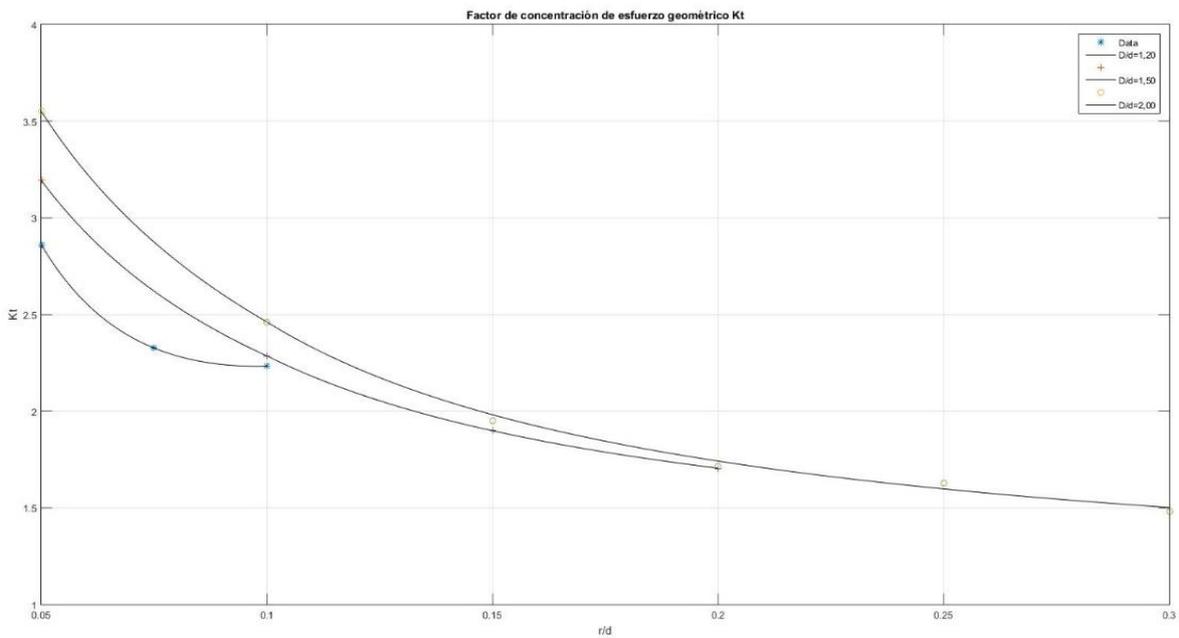


Ilustración 98: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Misses.

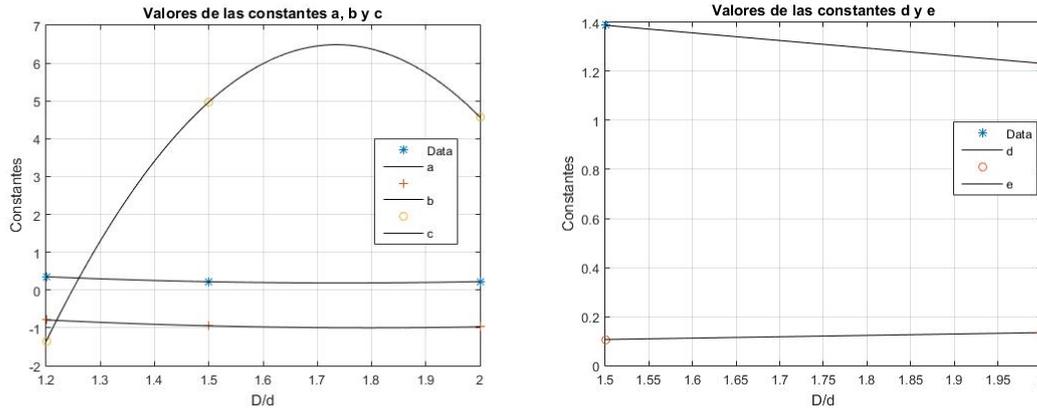


Ilustración 99: Valores para las constantes a, b, c, d y e para un eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial. Se dan para obtener otros puntos en la Ilustración 15.

24. Eje con chavetero

24.1. Estudio a flexión

La primera función que se probó para reproducir los puntos experimentales fue una bilineal (Ec. 1); después se probó una exponencial (Ec. 2); una cuadrática (Ec. 3), y por último, una polinómica (Ec. 4), la cual era la que mejor ajustaba los valores. El único problema era que dejaba valores por encima, lo cual es un problema ya que, con este estudio, interesa conocer las tensiones máximas, no la media. Por ello, se procede a aumentar el valor de la constante de la ecuación (a), para poner así todos (o el 95% de los puntos) debajo de la función.

$$(1) K_t = a + b(h/d) + c(b/h) + d(h/d)(b/h), \text{ siendo } a, b, c, d = cte$$

$$(2) K_t = a + b(h/d)^c + d(b/h)^e, \text{ siendo } a, b, c, d, e = cte$$

$$(3) K_t = a + b(h/d)^c(b/h)^d, \text{ siendo } a, b, c, d = cte$$

$$(4) K_t = a + b/(h/d)(b/h), \text{ siendo } a, b = cte$$

Hay que destacar que, al igual que en los casos con chavetero, las funciones usadas no eran lineales, por lo que el resultado del ajuste dependería de los valores iniciales que tome el programa para resolverlo. Por ello, de las soluciones que proporcionaba el programa, hemos escogido la que más se ajuste al problema.

Tras examinar la función resultante elegida, se le decidió sumar 0.4 a la constante de la ecuación (a).

Las gráficas que se han obtenido de las ecuaciones finales son las siguiente.

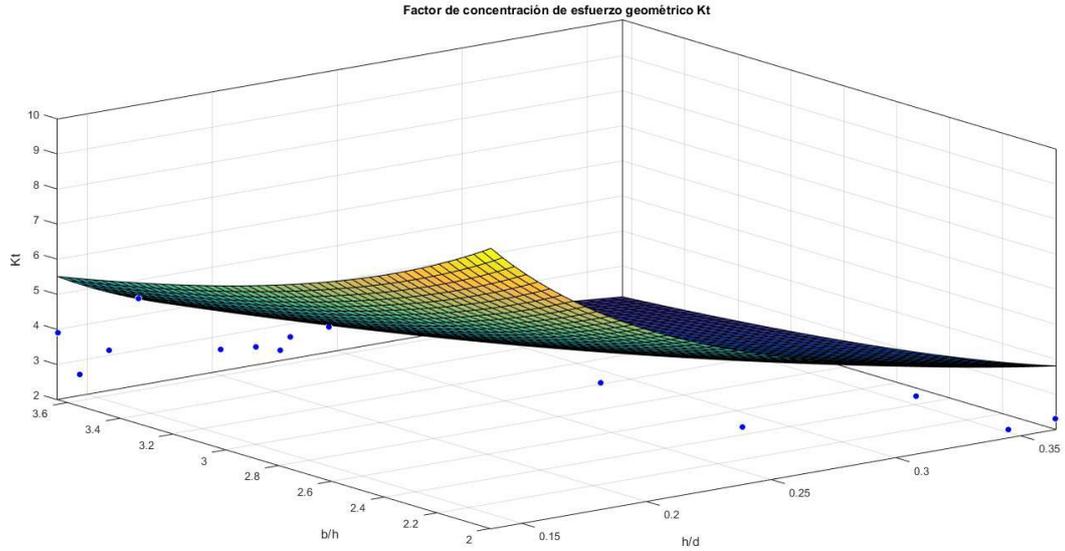


Ilustración 100: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal. Imagen 1 de 4.

En la Ilustración 101, la Ilustración 102 y la Ilustración 103 se aprecia la proximidad del ajuste a los valores experimentales.

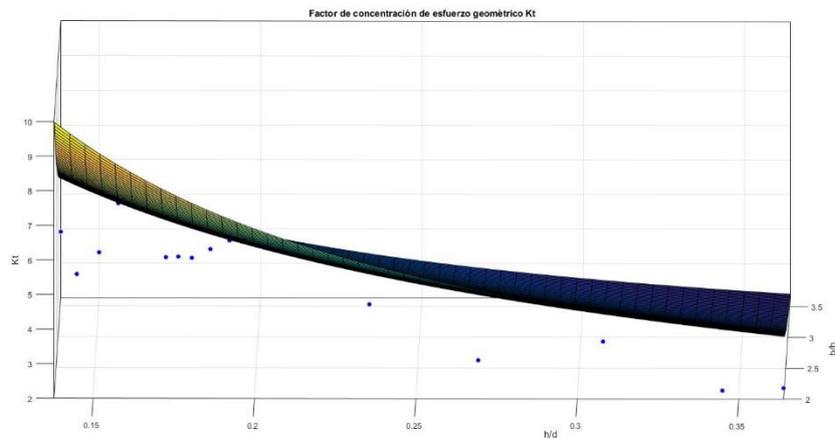


Ilustración 101: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal. Imagen 2 de 4.

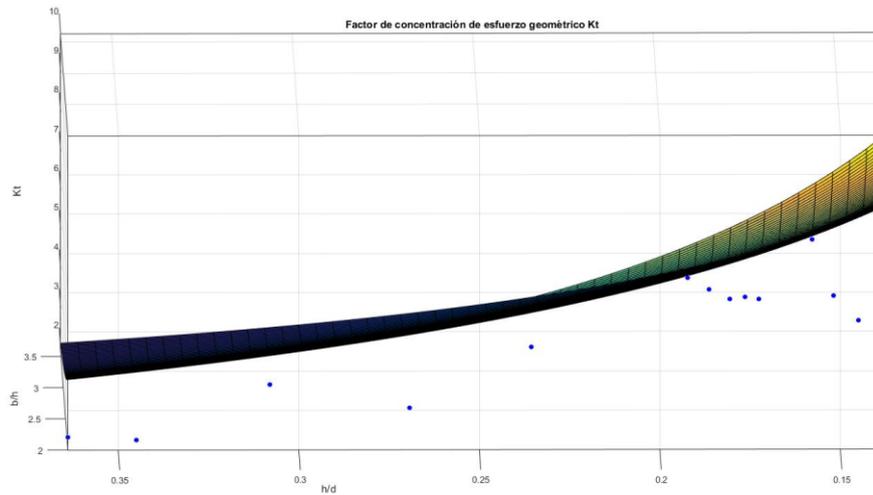


Ilustración 102: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal. Imagen 3 de 4.

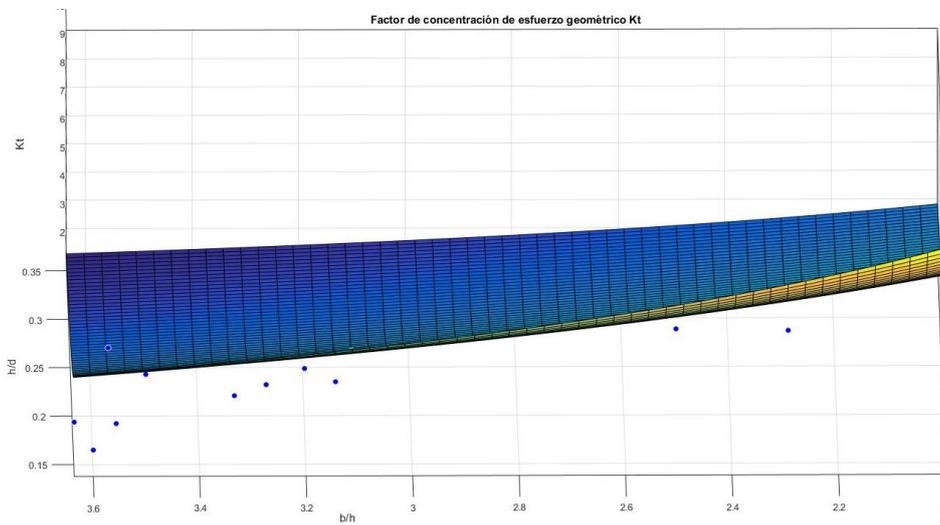


Ilustración 103: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal. Imagen 4 de 4.

También se recogen las gráficas para los resultados de simulación con la tensión de Von Mises:

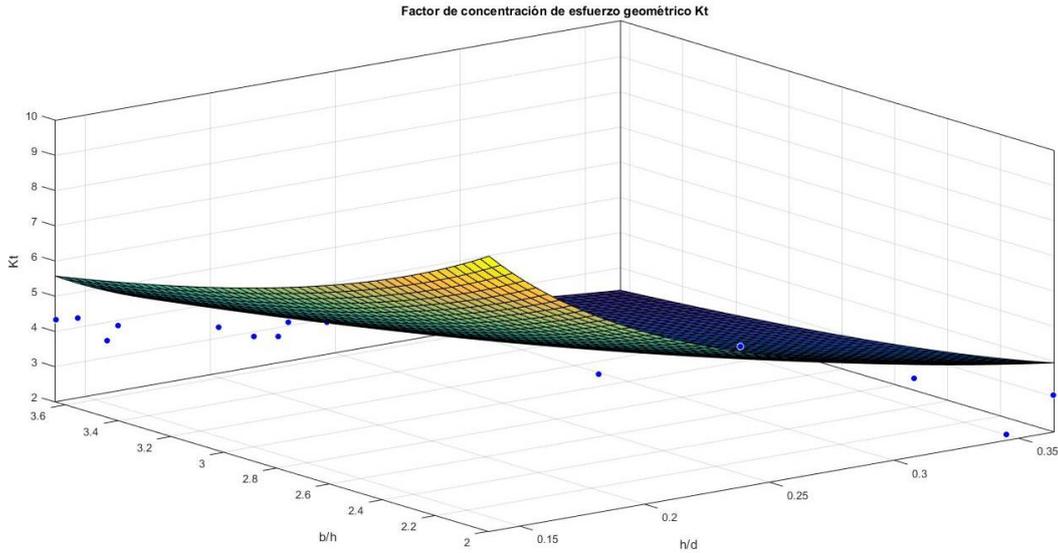


Ilustración 104: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises. Imagen 1 de 3.

En la Ilustración 105 y la Ilustración 106 se aprecia la proximidad del ajuste a los valores experimentales.

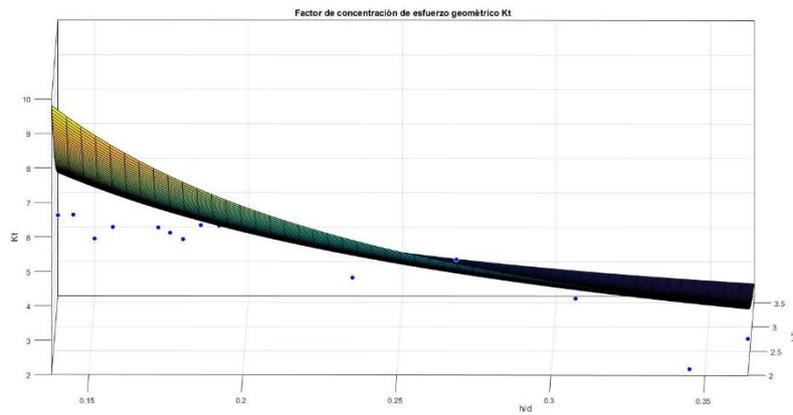


Ilustración 105: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises. Imagen 2 de 3.

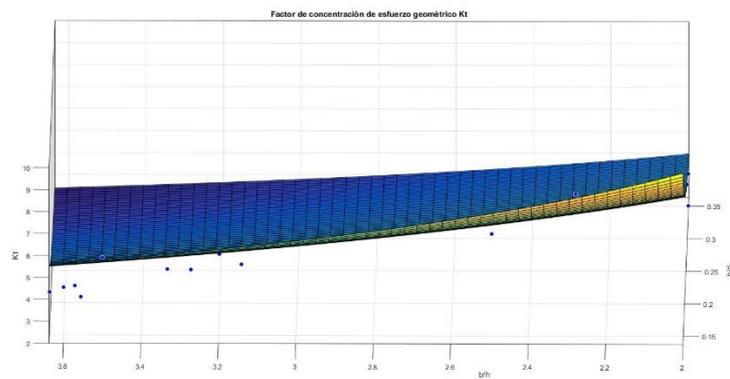


Ilustración 106: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises. Imagen 3 de 3.

24.1. Estudio a torsión

La primera función que se probó para reproducir los puntos experimentales fue la (Ec. 5), que fue la finalmente usada en el caso de eje con chaveta a flexión. Después se probó darle una constante a cada variable (Ec. 6). Por último se aumentó el grado de la segunda variable para captar mejor los valores iniciales (Ec. 7). El resultado replica a la perfección casi todos los valores, a excepción de un punto. Por ello, se procede a aumentar el valor de la constante de la ecuación (a), para poner así todos (o el 95% de los puntos) debajo de la función.

$$(5) K_t = a + b / \left(\frac{h}{d} \right) \left(\frac{b}{h} \right), \text{ siendo } a, b = cte$$

$$(6) K_t = a + b / \left(\frac{h}{d} \right) + c / \left(\frac{b}{h} \right), \text{ siendo } a, b, c = cte$$

$$(7) K_t = a + b(h/d) + c / (b/h)^2, \text{ siendo } a, b, c = cte$$

Tras examinar la función resultante, se le decidió sumar 0.1 a la constante de la ecuación (a).

Las gráficas que se han obtenido de las ecuaciones finales son las siguiente.

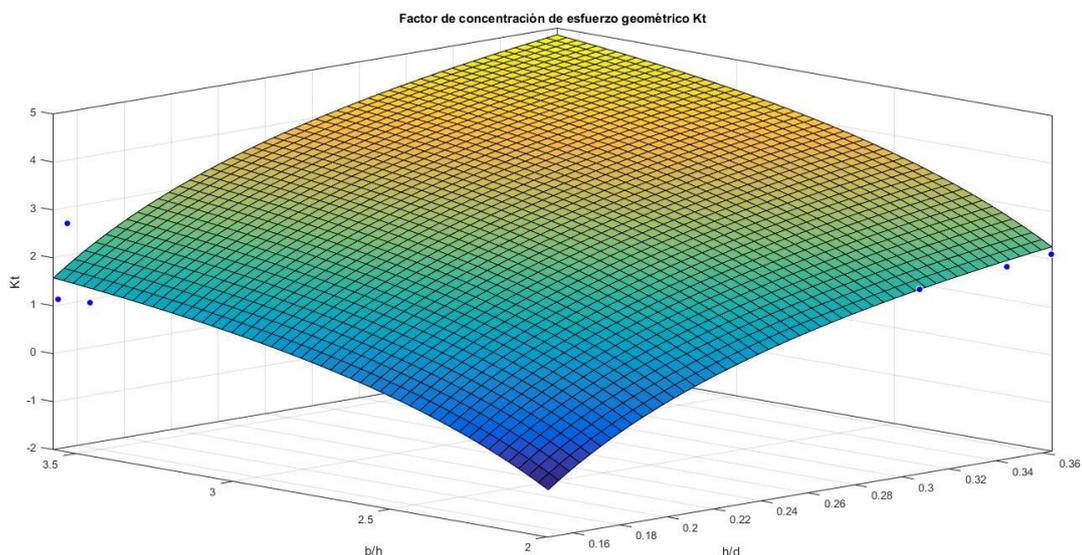


Ilustración 107: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento torsor. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo cortante. Imagen 1 de 3.

Se observa que, al igual que en el caso de estudio e un eje con chavetero sometido a flexión, los valores de K_t permanecen en el mismo “color” o franja, y destacando nuevamente la linealidad entre las variables h/d y h/b .

Se adjuntan más vistas de la gráfica para percibir mejor el ajuste.

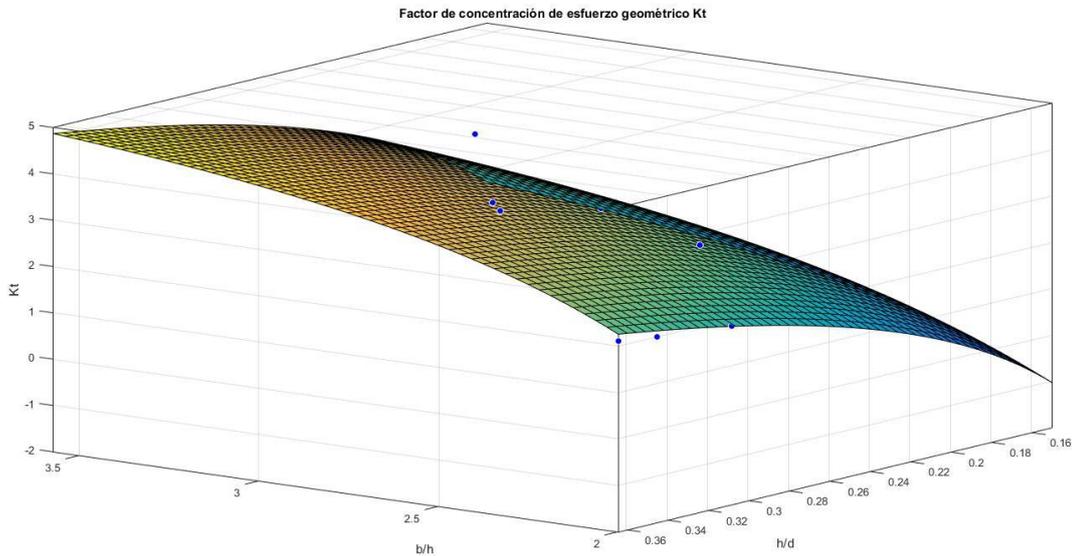


Ilustración 108: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento torsor. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo cortante. Imagen 2 de 3.

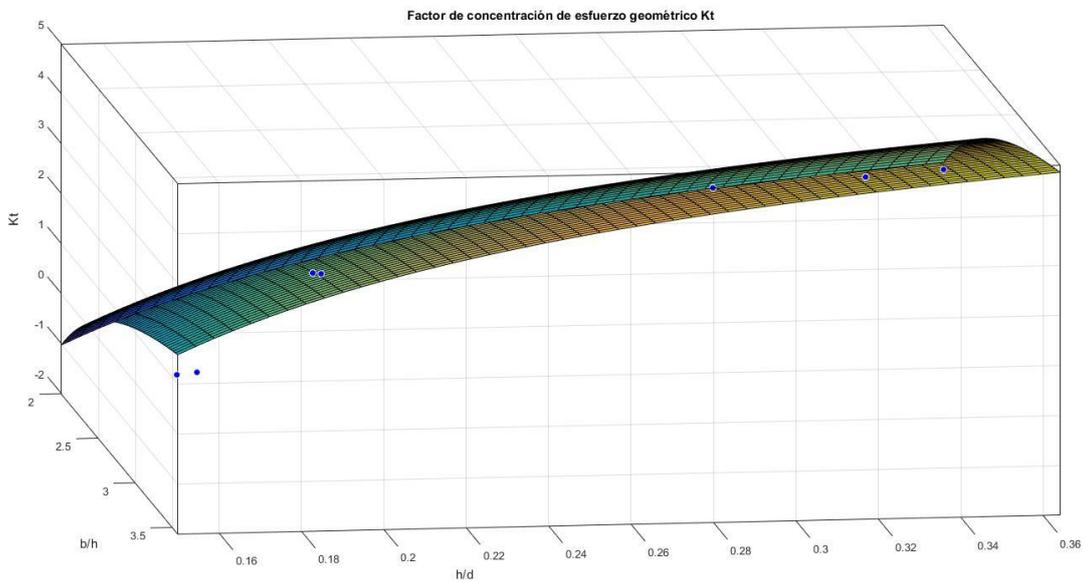


Ilustración 109: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento torsor. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo cortante. Imagen 3 de 3.

También se recogen las gráficas para los resultados de simulación con la tensión de Von Misses. Para este caso se usó la misma ecuación, pero añadiéndole una 0.7 a la constante.

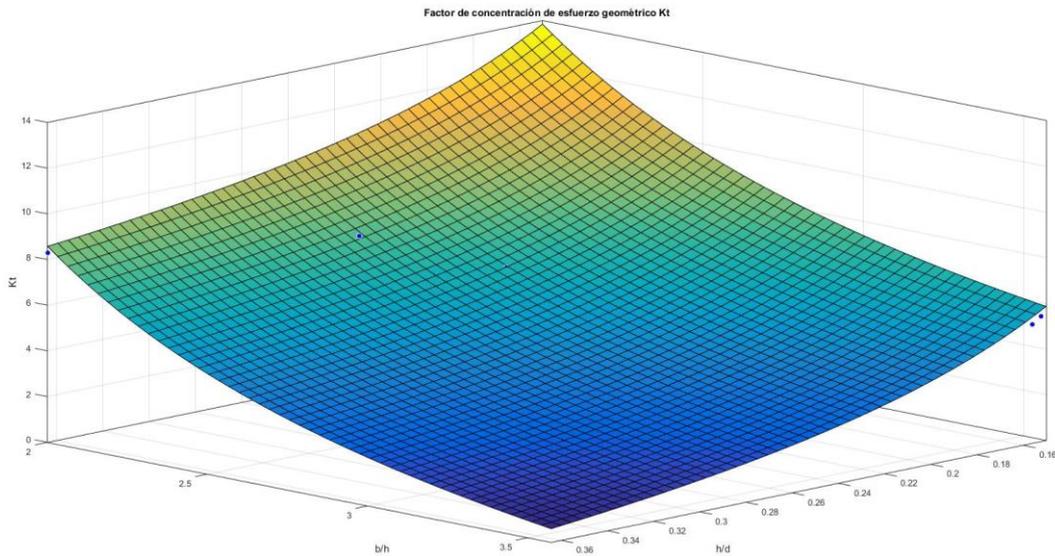


Ilustración 110: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento torsor. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Misses. Imagen 1 de 4.

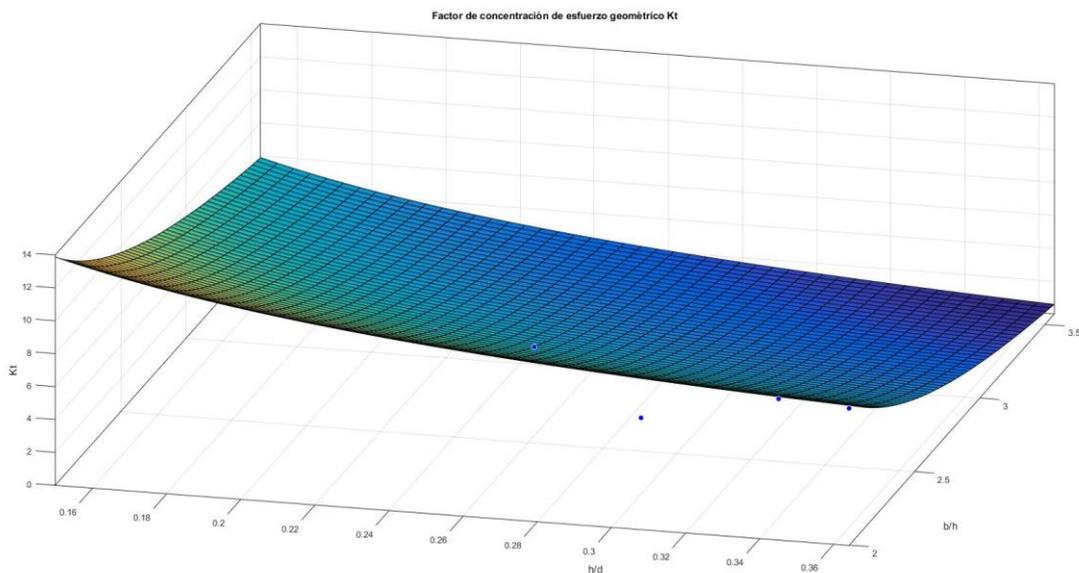


Ilustración 111: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento torsor. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Misses. Imagen 2 de 4.

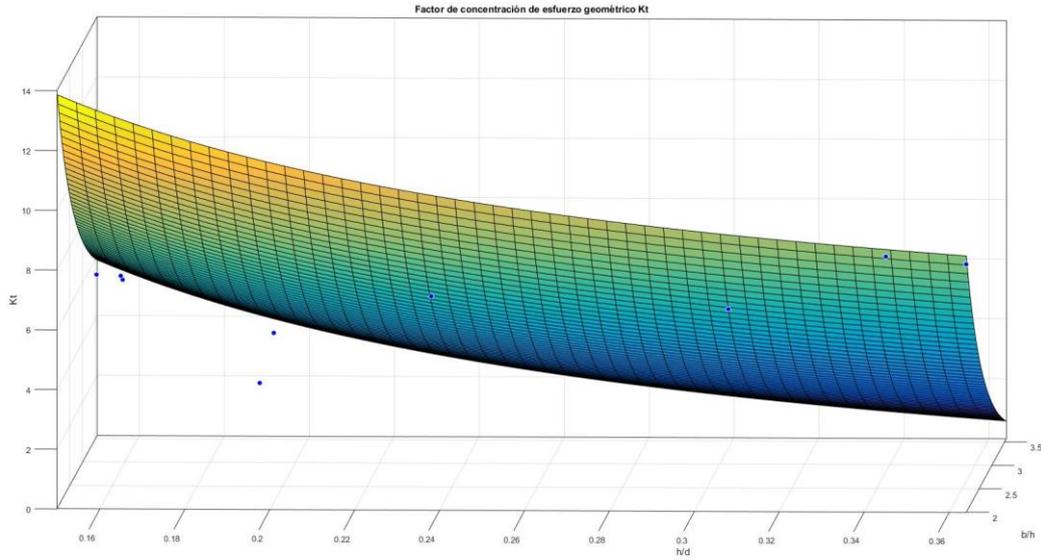


Ilustración 112: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento torsor. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises. Imagen 3 de 4.

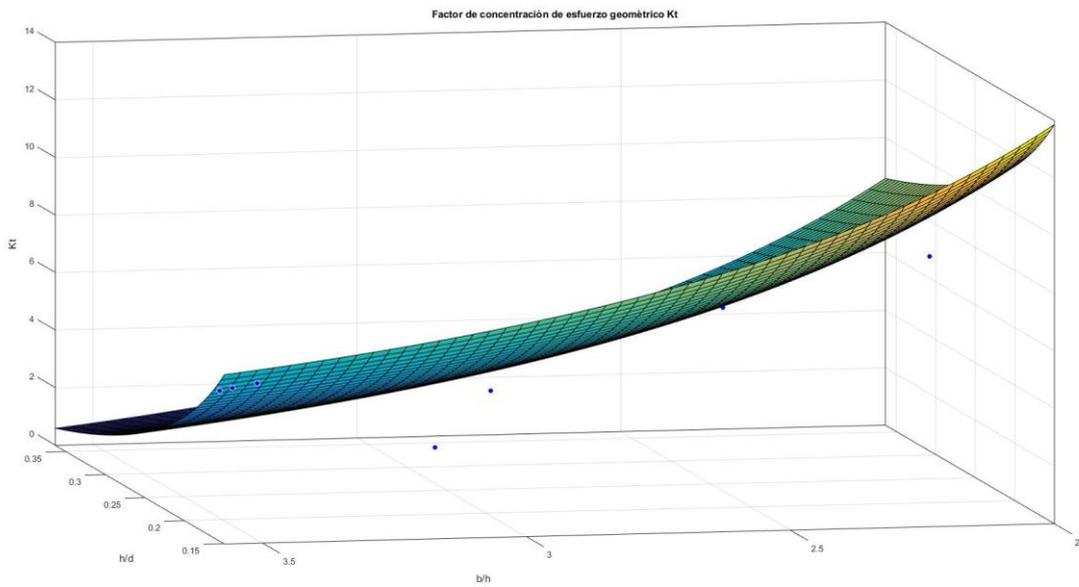


Ilustración 113: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con chavetero sometido a un momento torsor. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises. Imagen 4 de 4.

25. Eje con ranura para arandela Seeger

25.1. Estudio a esfuerzo axial

La primera función que se probó para reproducir los puntos experimentales fue una polinómica (Ec. 8); después se probó a darle una constante a cada variable (Ec. 9), y como valor medio era ideal, pero los puntos que quedaban por encima eran demasiado altos para reajustar la constante; tras observar el comportamiento de K_t para cada variable, se apreció que para h/d era lineal, mientras que para b/h era del tipo c/x , por lo que se probó la combinación (Ec. 10), y de paso aumentar el grado de la variable b/h . Por último, se decidió poner el grado de la variable b/h como variable (Ec. 11), la cual era la que mejor ajustaba los valores. El único problema era que dejaba valores por encima, en algunos casos muy altos también (como en el caso (Ec. 9)). La razón de este problema, aparecía debido a la presencia de puntos con valores de K_t muy bajos respecto al resto, lo que fastidiaba el seguimiento de los valores altos. Por ello, la solución adoptada fue extraer esos puntos excesivamente.

$$(8) K_t = a + b/(h/d)(b/h), \text{ siendo } a, b = cte$$

$$(9) K_t = a + b/(h/d) + c/(b/h), \text{ siendo } a, b, c = cte$$

$$(10) K_t = a + b(h/d) + c/(b/h)^2, \text{ siendo } a, b, c = cte$$

$$(11) K_t = a + b(h/d) + c(b/h)^d, \text{ siendo } a, b, c, d = cte$$

Una vez extraídos, la función (Ec. 8) clavaba el ajuste, exceptuando unos pocos valores que quedan muy por debajo. Se considera partir la gráfica en $b/h = 1.8$. También se procede a aumentar el valor de la constante de la ecuación (a), para poner así todos (el 95% de los puntos como mínimo) debajo de la función.

Tras examinar la función resultante, se le decidió sumar 0.6 a la constante de la ecuación (a).

Por lo tanto, la formulación final queda;

$$\sigma_{max} = K_t \sigma_{nom} \quad K_t = f(r/d) = \begin{cases} C_1 + C_2(h/d) + C_3(b/h)^{C_4}, & b/h \leq 1.80 \\ C_5 + C_6(h/d) + C_7(b/h)^{C_8}, & b/h > 1.80 \end{cases}$$

Las gráficas que se han obtenido de las ecuaciones finales son las siguiente.

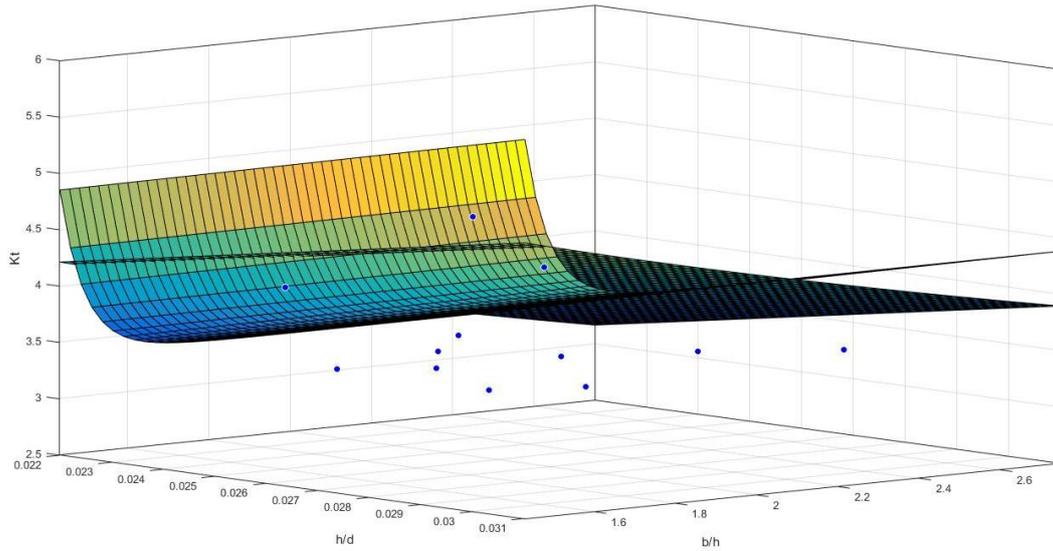


Ilustración 114: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal. Imagen 1 de 4.

En la Ilustración 115, la Ilustración 116 y la Ilustración 117 se aprecia la proximidad del ajuste a los valores experimentales.

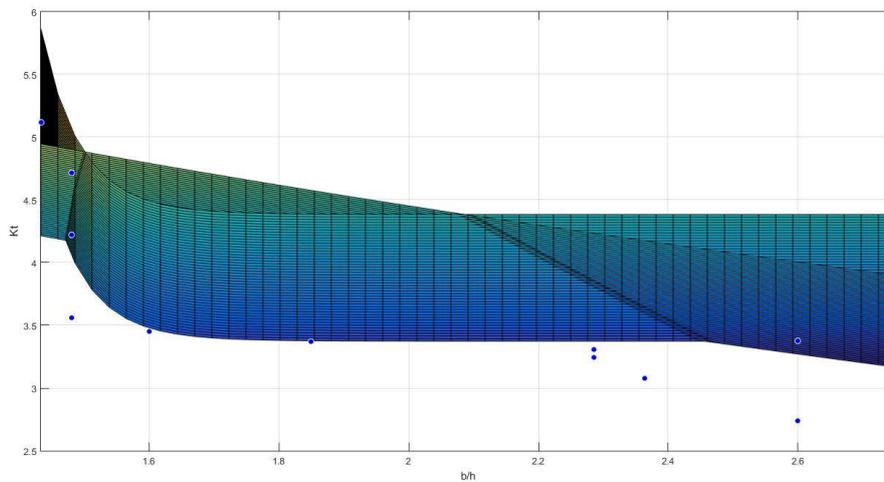


Ilustración 115: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal. Imagen 2 de 4.

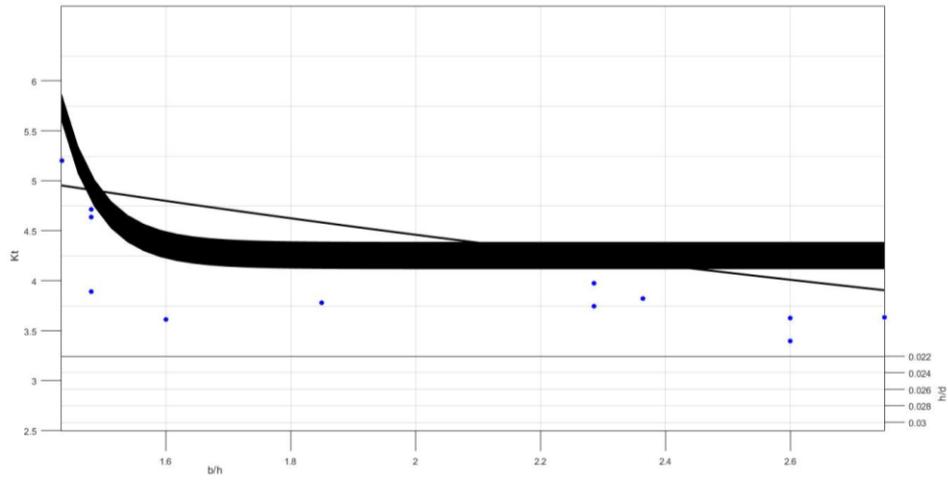


Ilustración 116: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal. Imagen 3 de 4.

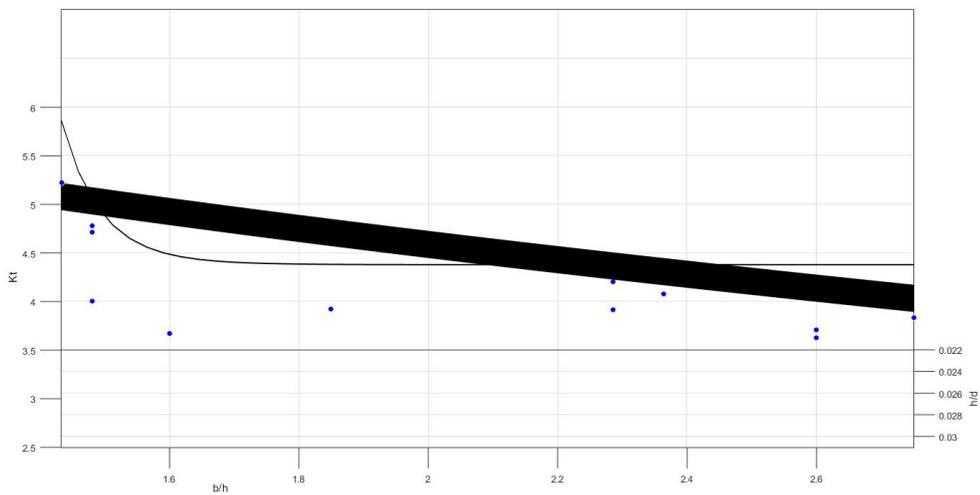


Ilustración 117: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal. Imagen 4 de 4.

También se recogen las gráficas para los resultados de simulación con la tensión de Von Mises:

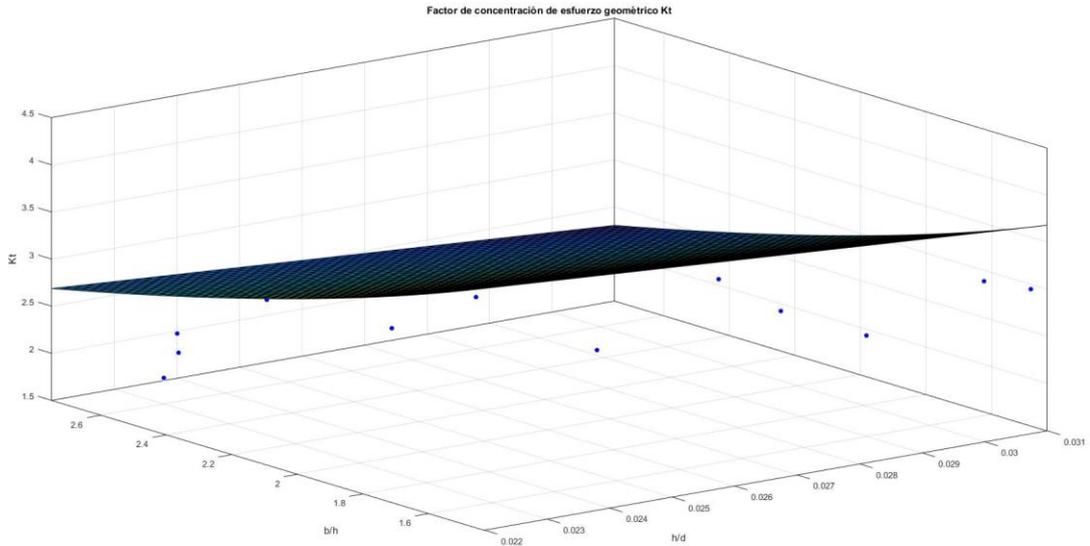


Ilustración 118: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises. Imagen 1 de 3.

En la Ilustración 119 y la Ilustración 120 se aprecia la proximidad del ajuste a los valores experimentales.

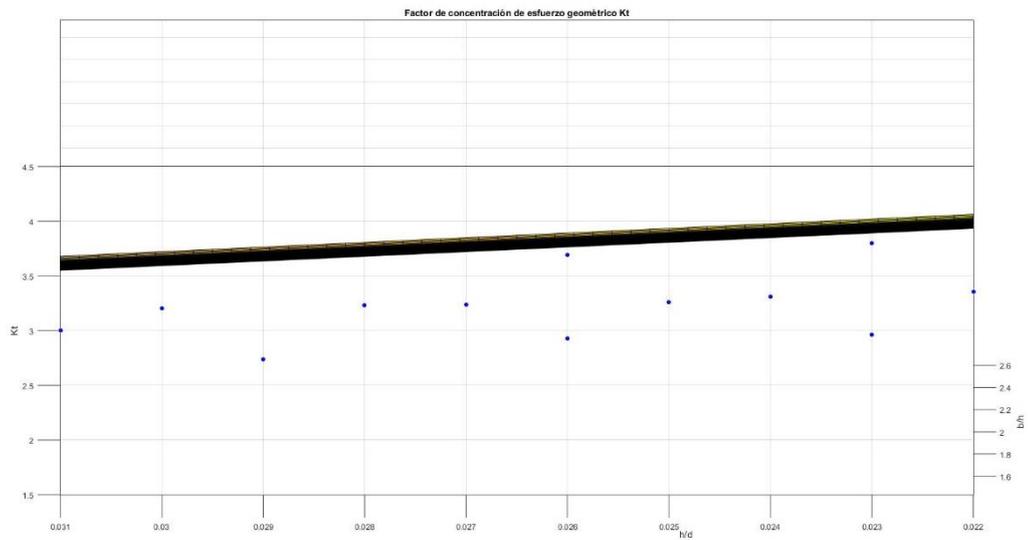


Ilustración 119: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises. Imagen 2 de 3.

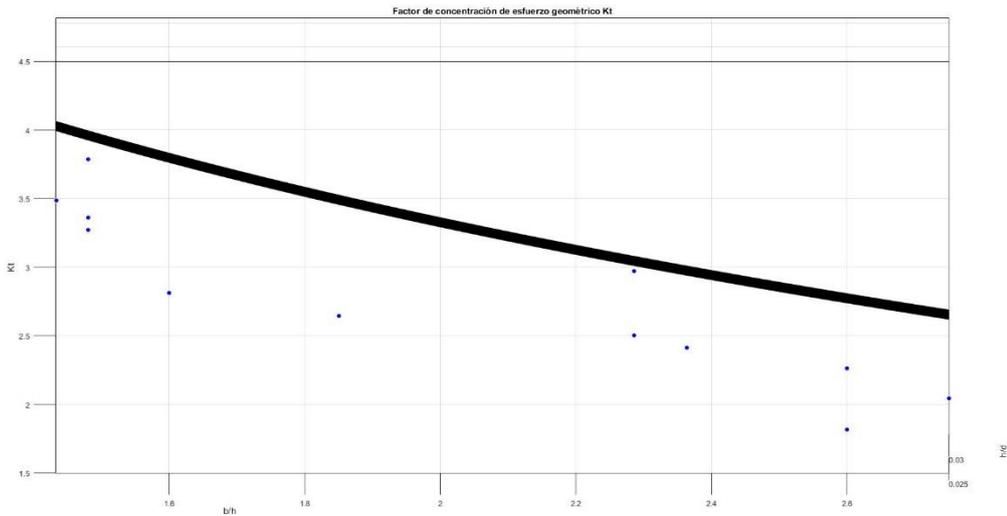


Ilustración 120: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises. Imagen 3 de 3.

Hay que destacar que, al igual que en los casos con chavetero, las funciones usadas no eran lineales, por lo que el resultado del ajuste dependería de los valores iniciales que tome el programa para resolverlo. Por ello, de las soluciones que proporcionaba el programa, hemos escogido la que más se ajuste al problema.

25.2. Estudio a flexión

La primera función que se probó para reproducir los puntos experimentales fue (Ec. 12), que hacía el ajuste bastante bien. El problema estaba en que los valores inferiores al ajuste estaban muy lejanos, por lo que se probó a aumentar el grado de la variable b/h (Ec. 13). Por último, también se aumentó el valor de la constante de la ecuación (a), para poner así todos (el 95% de los puntos como mínimo) debajo de la función.

$$(12) \quad K_t = a + b(h/d) + c(b/h), \text{ siendo } a, b, c = cte$$

$$(13) \quad K_t = a + b(h/d) + c(b/h)^d, \text{ siendo } a, b, c, d = cte$$

Tras examinar la función resultante, se le decidió sumar 0.4 a la constante de la ecuación (a).

Por lo tanto, la formulación final queda;

$$\sigma_{max} = K_t \sigma_{nom} \quad K_t = f(r/d) = \begin{cases} C_1 + C_2(h/d) + C_3(b/h)^{C_4}, & b/h \leq 1.80 \\ C_5 + C_6(h/d) + C_7(b/h)^{C_8}, & b/h > 1.80 \end{cases}$$

Las gráficas que se han obtenido de las ecuaciones finales son las siguiente.

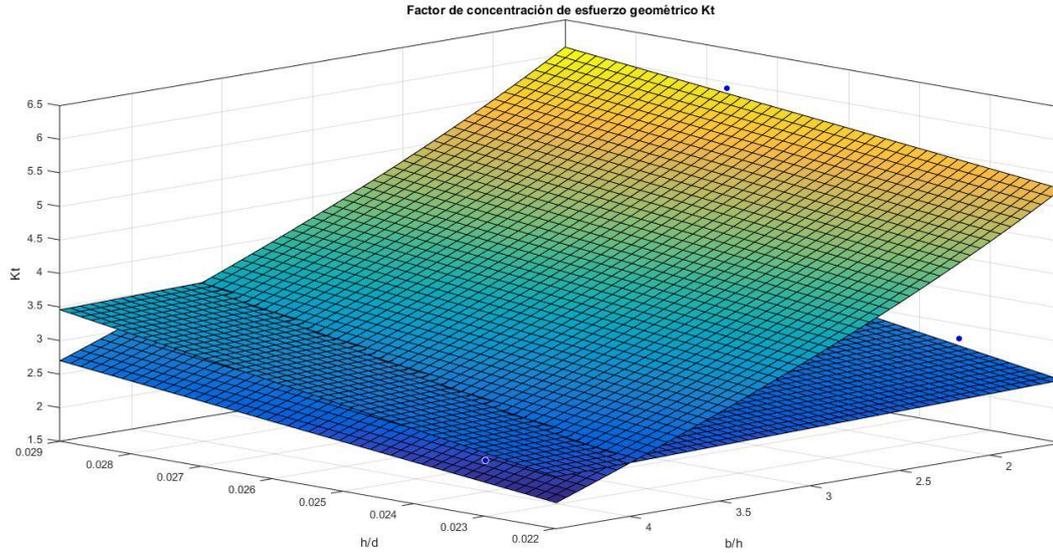


Ilustración 121: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal. Imagen 1 de 3.

En la Ilustración 122 y la Ilustración 123 se aprecia la proximidad del ajuste a los valores experimentales.

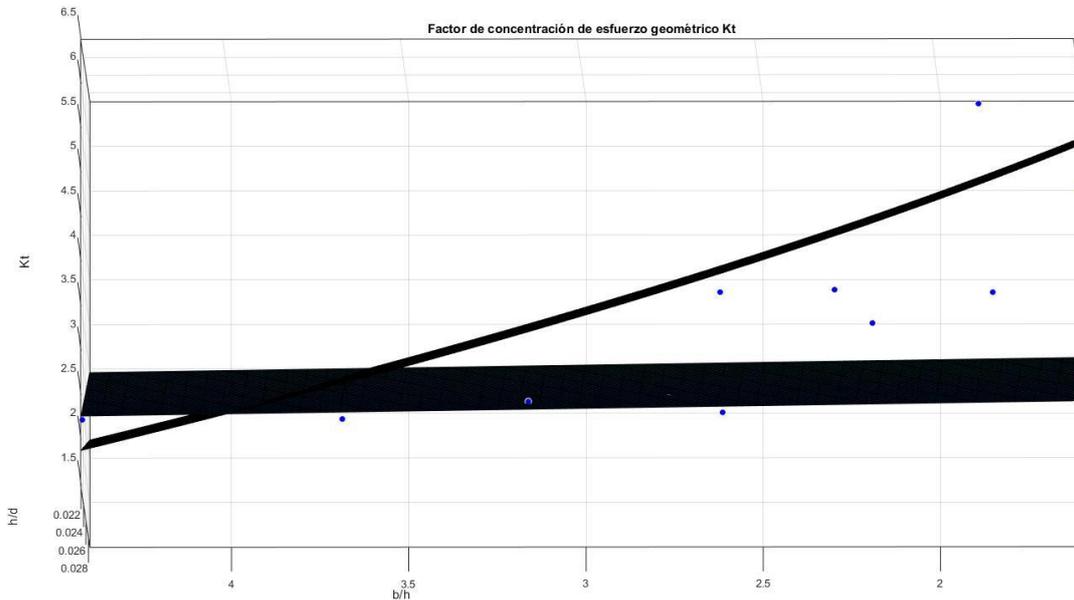


Ilustración 122: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal. Imagen 2 de 3.

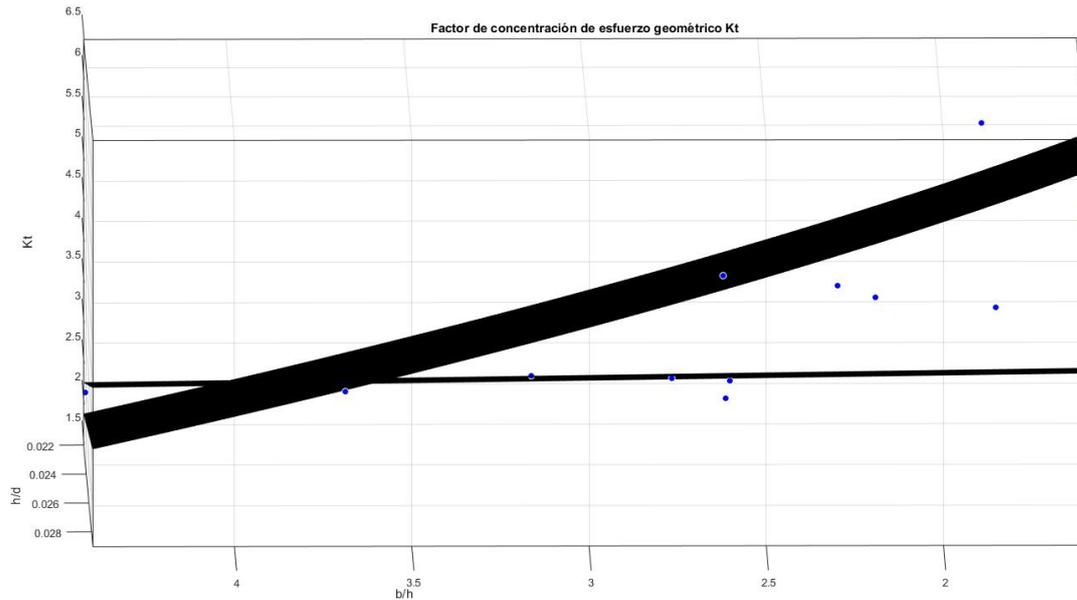


Ilustración 123: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a un momento flector. Obtenido a partir de la medición del esfuerzo normal. Imagen 3 de 3.

También se recogen las gráficas para los resultados de simulación con la tensión de Von Mises:

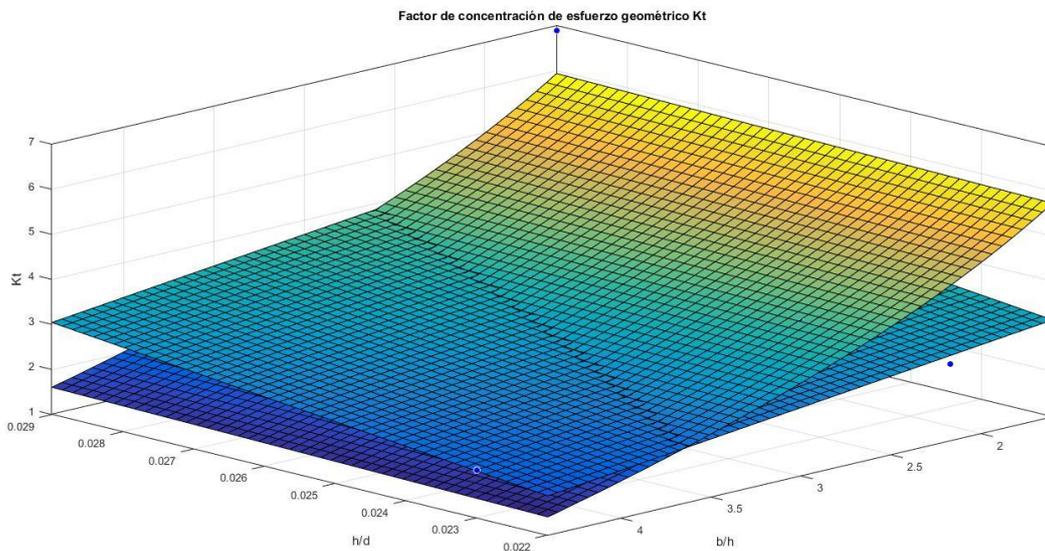


Ilustración 124: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises. Imagen 1 de 3.

En la Ilustración 125 y la Ilustración 126 se aprecia la proximidad del ajuste a los valores experimentales.

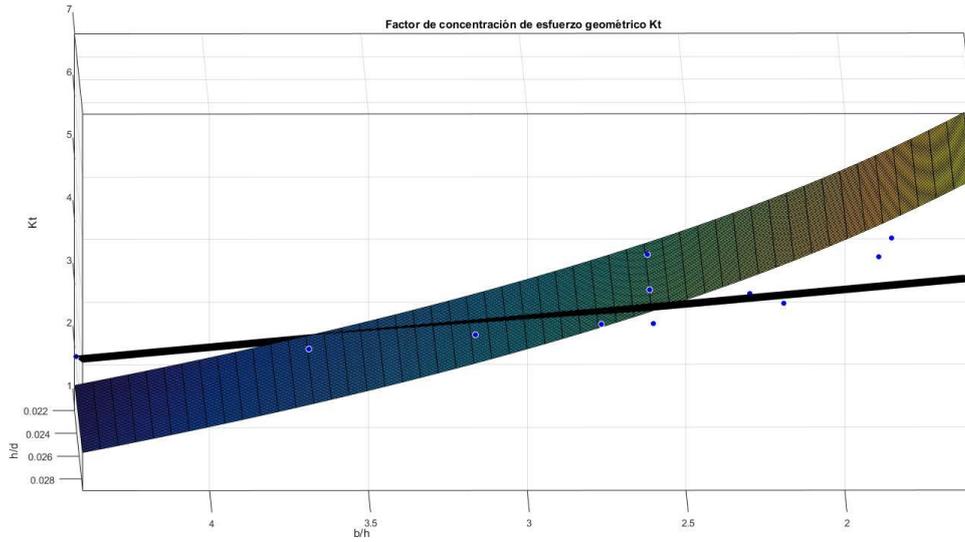


Ilustración 125: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises. Imagen 2 de 3.

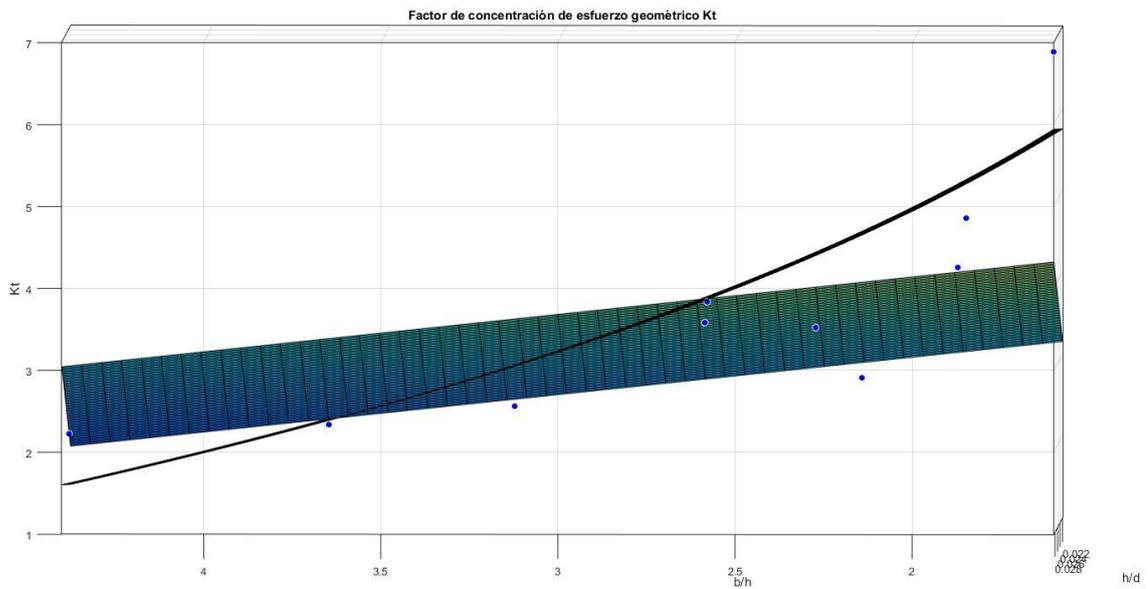


Ilustración 126: Factor de concentración de esfuerzo geométrico para un eje con ranura para arandela Seeger sometido a esfuerzo axial. Obtenido a partir de la medición de la tensión equivalente de Von Mises. Imagen 3 de 3.

Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología

Ingeniería Industrial

ANEXO 6

Comprobaciones consideradas durante el proyecto

TRABAJO DE FIN DE GRADO

**Estudio de factores de concentración de tensiones
mediante métodos de elementos finitos**

Titulación

Grado en Ingeniería Mecánica

Autor

Néstor Manuel Santana Hernández

Tutor Académico

Viana Lida Guadalupe Suárez

Julio 2017

Para saber si la malla elaborada recoge bien el comportamiento real del modelo, tras ejecutarlo, se valida la simulación a través de hipótesis de comportamientos reales a ciertas cargas. En este anexo se mencionarán las comprobaciones que se han tenido en cuenta.

En el caso de un eje sometido a tracción, la tensión normal debe ser constante en toda su longitud (dentro de cierto margen de error, un 5%). Lo mismo sucede para un eje sometido a un momento puro, que debe dar constante para una misma distancia al eje neutro.

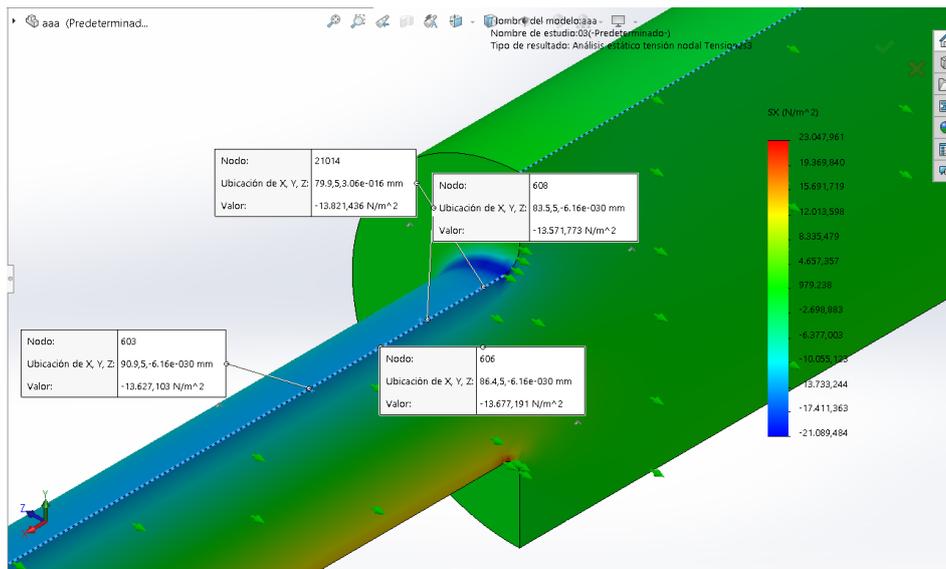


Ilustración 127: Visualización de resultados σ_x de la simulación de un caso de eje escalonado sometido a tracción. Se destaca la toma de valores en distintos puntos del eje, y la similitud entre los valores.

En el caso de un eje sometido a flexión, se debe apreciar la línea neutra en el eje central del redondo (Ilustración 128), al igual que la tensión axial debe alcanzar los máximos y mínimos en los bordes superiores e inferiores de la pieza (se aprecia en la Ilustración 127).

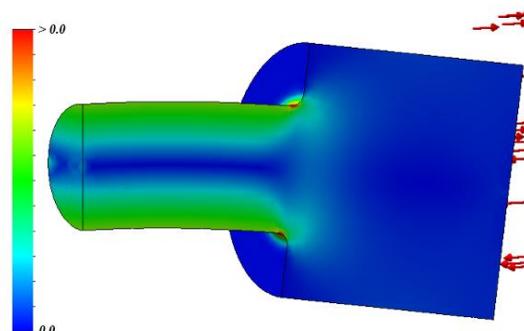


Ilustración 128: Resultados $\sigma_{Von Mises}$ para un eje escalonado sometido a momento flector. Se destaca la presencia de la línea neutra.

En el caso de un eje sometido a torsión, los esfuerzos cortantes perpendiculares a la dirección normal deben ser iguales en sus máximos. También hay que ver la existencia de efectos torsionales de segundo orden, como la aparición de una aparente tracción y compresión de la pieza en zonas específicas.

Todas las comprobaciones darán una idea de si la simulación ha sido correcta o si se debe cambiar alguna condición de contorno o hipótesis de carga.

Un ejemplo de errores de cálculo del programa es la Ilustración 129. En ella se observa como la concentración de tensiones es anormal, y que a primera vista, no tiene una justificación lógica (derivada a un tamaño excesivo de elemento, irregularidad de este mismo, una condición de contorno mal dispuesta...). Este caso puede darse por una sobrecarga del equipo que trabaja con el programa MEF, o simplemente por una corrupción debida a la ejecución de otros casos recientemente.

Sea el caso que sea, los valores dados por estas simulaciones no sirven para este estudio, por lo que la solución ha adoptar es reiniciar el programa, revisar todas las características del modelo (geometría y condiciones de contorno) y simular nuevamente el modelo.

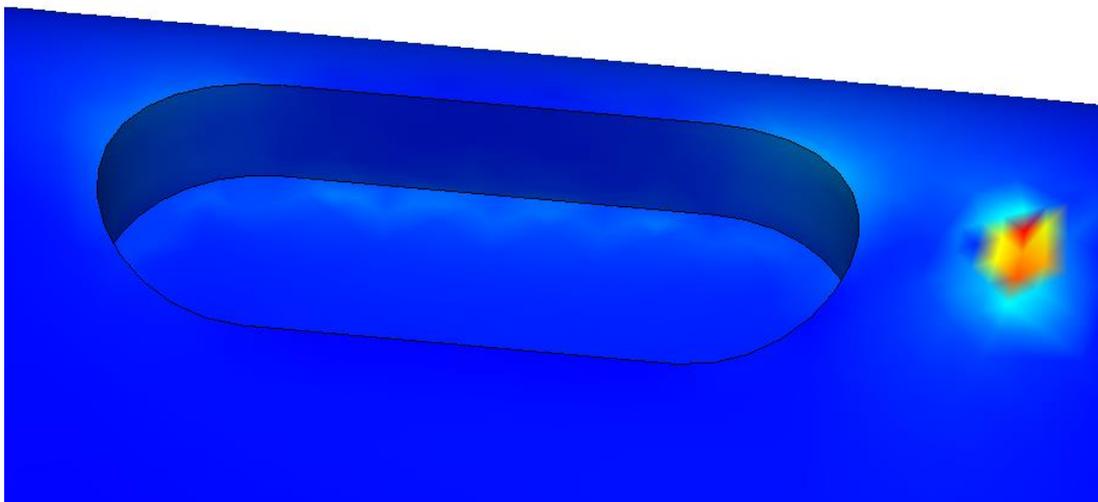


Ilustración 129: Visualización de un trazado de resultados para un caso de eje con chavetero sometido a torsión. Se destaca la anormal concentración de tensiones.

En el caso del eje ranura sometido a flexión, se aprecia la línea neutra en el trazado de los resultados σ_{von} (Ilustración 19).

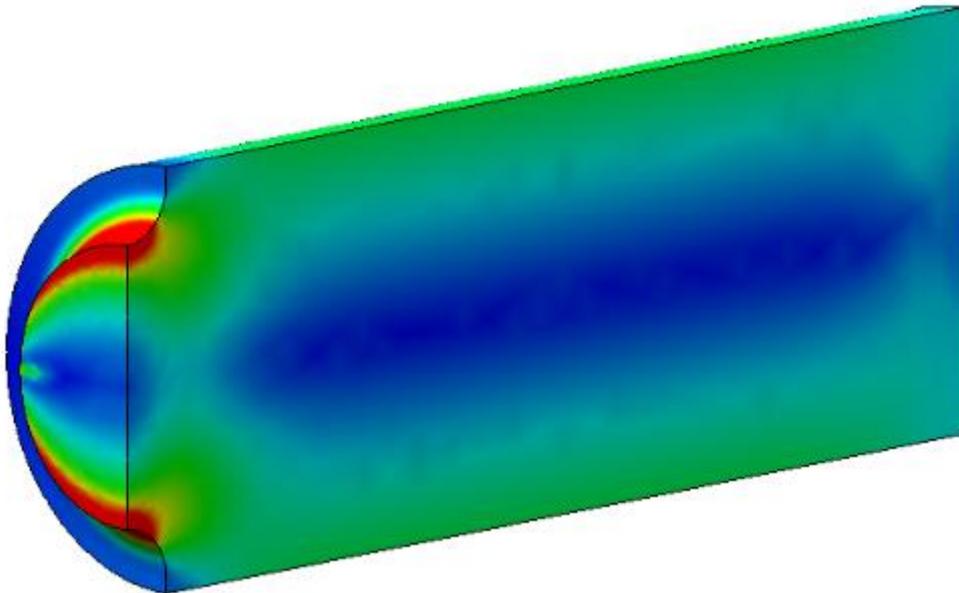


Ilustración 130: Trazado de resultados $\sigma_{Von Mises}$ para un caso de eje ranurado en U sometido a momento flector $D/d=1.5$ $r/d=0.2$. Se han modificado los valores máximos (a 4000 N/m²) de la representación para destacar la presencia de la línea neutra

En la simulación del ensamblaje se puede apreciar el efecto de torsión que ejerce el momento transmitido en la chaveta al eje (Ilustración 131). Haciendo uso de la herramienta de trazado de iso-superficies, se puede apreciar cómo se tensionan en las capas exteriores del eje, mientras que en interior tienden a ser nulas.

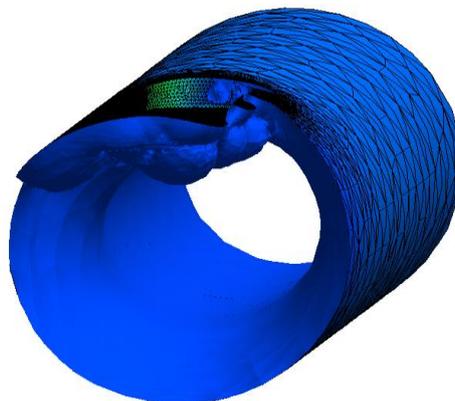


Ilustración 131: Trazado de resultados de Von Mises con la herramienta de iso-superficies para el caso de eje con chavetero sometido a torsión. El valor para la iso-superficie es casi nulo.

En el caso de eje con ranurado para arandela Seeger, observamos que se aprecia la línea neutra en los resultados (Ilustración 132) de la tensión de Von Mises, por lo que las condiciones de contorno tomadas se pueden considerar acertadas.

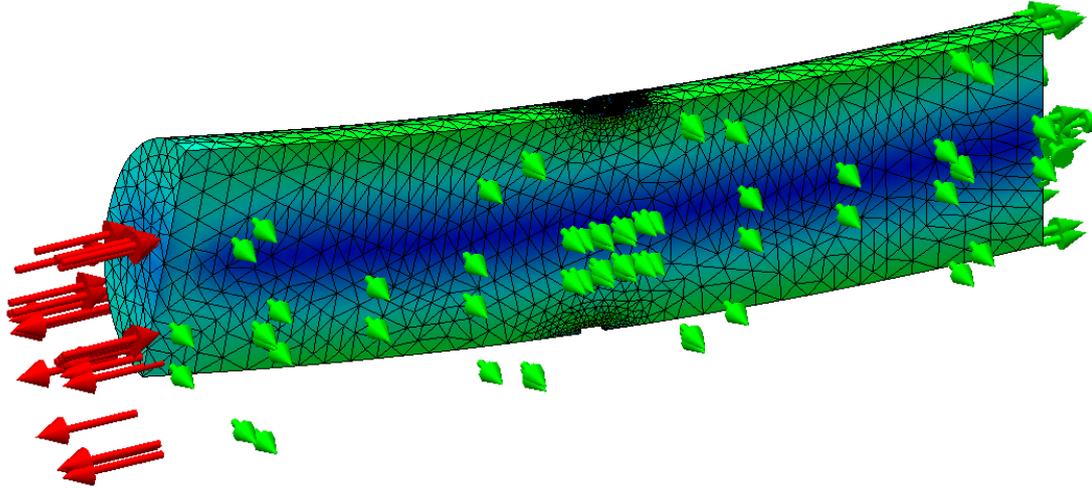


Ilustración 132: Trazado de resultados $\sigma_{von\ mises}$ de la simulación del caso de eje con ranura para arandela Seeger sometido a momento flector. Se destaca la presencia de la línea neutra en el modelo.

Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología
Ingeniería Industrial

ANEXO 7

Resultados de las simulaciones

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Estudio de factores de concentración de tensiones
mediante métodos de elementos finitos

Titulación

Grado en Ingeniería Mecánica

Autor

Néstor Manuel Santana Hernández

Tutor Académico

Viana Lida Guadalupe Suárez

Julio 2017

Índice Anexo 7

1. Eje ranurado.....	2
1.1. Estudio a esfuerzo axial.....	5
1.1.1. Tensión normal σ_x	5
1.1.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$	7
1.2. Estudio a flexión	10
1.2.1. Tensión normal σ_x	10
1.2.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$	12
1.1. Estudio a torsión.....	15
1.1.1. Esfuerzo cortante τ_{xy}	15
1.1.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$	17
2. Eje con chavetero	20
2.1. Estudio a torsión.....	20
2.1.1. Esfuerzo cortante τ_{xy}	20
2.1.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$	21
2.2. Estudio a flexión	21
2.2.1. Tensión normal σ_x	21
2.2.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$	21
3. Eje con ranura para arandela Seeger	22
3.1. Estudio a esfuerzo axial.....	22
3.1.1. Tensión normal σ_x	22
3.1.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$	22
3.2. Estudio a flexión	23
3.2.1. Tensión normal σ_x	23
3.2.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$	23

26. Eje ranurado

26.1. Estudio a esfuerzo axial

26.1.1. Tensión normal σ_x

p = 1.000,00 Pa		d = 10 mm						
Para D/d = 2								
r/d	h (mm)	h ²	h	1	σ (Pa)	a = σ_{max} (Pa)	$\sigma_{0, en d}$ (Pa)	Kt
0,05	0,3	0,09	0,3	1	14.615,91	17.497,42	4.000,00	4,374
	0,45	0,203	0,45	1	13.694,54			
	0,5	0,25	0,5	1	13.367,49			
	0,6	0,36	0,6	1	12.755,64			
	0,7	0,49	0,7	1	12.921,67			
	0,9	0,81	0,9	1	12.777,13			
	1,2	1,44	1,2	1	13.745,77			
0,075	0,3	0,09	0,3	1	11.891,11	11374,3	4.000,00	2,844
	0,45	0,203	0,45	1	12.123,08			
	0,5	0,25	0,5	1	12.066,98			
	0,6	0,36	0,6	1	12.641,94			
	0,7	0,49	0,7	1	12.108,19			
	0,9	0,81	0,9	1	12.330,31			
	1,2	1,44	1,2	1	12.330,31			
0,1	0,3	0,09	0,3	1	10.371,41	10.270,79	4.000,00	2,568
	0,45	0,203	0,45	1	10.726,91			
	0,5	0,25	0,5	1	10.684,63			
	0,6	0,36	0,6	1	10.318,50			
	0,7	0,49	0,7	1	10.161,60			
	0,9	0,81	0,9	1	10.438,09			
	1,2	1,44	1,2	1	9.752,78			
0,15	0,3	0,09	0,3	1	8.743,47	8.431,61	4.000,00	2,108
	0,45	0,203	0,45	1	8.839,46			
	0,5	0,25	0,5	1	8.839,81			
	0,6	0,36	0,6	1	8.810,93			
	0,7	0,49	0,7	1	8.840,25			
	0,9	0,81	0,9	1	9.123,56			
	1,2	1,44	1,2	1	8.878,29			
0,2	0,3	0,09	0,3	1	7.730,73	7.836,86	4.000,00	1,959
	0,45	0,203	0,45	1	7.857,60			
	0,5	0,25	0,5	1	7.838,70			
	0,6	0,36	0,6	1	7.707,05			
	0,7	0,49	0,7	1	7.907,09			
	0,9	0,81	0,9	1	7.836,49			
	1,2	1,44	1,2	1	8.105,72			
0,25	0,3	0,09	0,3	1	7.100,67	6.982,69	4.000,00	1,746
	0,45	0,203	0,45	1	7.140,67			
	0,5	0,25	0,5	1	7.147,37			
	0,6	0,36	0,6	1	7.086,86			
	0,7	0,49	0,7	1	7.197,29			
	0,9	0,81	0,9	1	7.281,47			
	1,2	1,44	1,2	1	7.239,08			
0,3	0,3	0,09	0,3	1	6.655,45	6.660,76	4.000,00	1,665
	0,45	0,203	0,45	1	6.680,86			
	0,5	0,25	0,5	1	6.663,69			
	0,6	0,36	0,6	1	6.636,19			
	0,7	0,49	0,7	1	6.705,23			
	0,9	0,81	0,9	1	6.731,53			
	1,2	1,44	1,2	1	6.786,86			

Para D/d = 1,5								
r/d	h (mm)	h ²	h	1	σ (Pa)	a = σ _{max} (Pa)	σ _{0, en d} (Pa)	Kt
0,05	0,3	0,09	0,3	1	7.932,61	9.042,66	2.250,00	4,019
	0,45	0,2	0,45	1	7.352,49			
	0,5	0,25	0,5	1	7.011,78			
	0,6	0,36	0,6	1	6.686,09			
	0,7	0,49	0,7	1	7.078,86			
	0,9	0,81	0,9	1	7.042,70			
	1,2	1,44	1,2	1	6.972,98			
0,075	0,3	0,09	0,3	1	6.579,79	6823,38	2.250,00	3,033
	0,45	0,203	0,45	1	6.652,08			
	0,5	0,25	0,5	1	6.604,66			
	0,6	0,36	0,6	1	6.561,32			
	0,7	0,49	0,7	1	6.392,00			
	0,9	0,81	0,9	1	6.397,10			
	1,2	1,44	1,2	1	6.397,10			
0,1	0,3	0,09	0,3	1	5.734,86	5.518,41	2.250,00	2,453
	0,45	0,203	0,45	1	5.951,71			
	0,5	0,25	0,5	1	5.915,78			
	0,6	0,36	0,6	1	5.553,88			
	0,7	0,49	0,7	1	5.572,86			
	0,9	0,81	0,9	1	5.689,67			
	1,2	1,44	1,2	1	4.894,43			
0,15	0,3	0,09	0,3	1	4.885,00	4.676,00	2.250,00	2,078
	0,45	0,203	0,45	1	4.951,64			
	0,5	0,25	0,5	1	4.946,61			
	0,6	0,36	0,6	1	4.887,37			
	0,7	0,49	0,7	1	4.972,54			
	0,9	0,81	0,9	1	5.090,86			
	1,2	1,44	1,2	1	4.910,27			
0,2	0,3	0,09	0,3	1	4.347,34	4.340,86	2.250,00	1,929
	0,45	0,203	0,45	1	4.440,26			
	0,5	0,25	0,5	1	4.408,59			
	0,6	0,36	0,6	1	4.306,76			
	0,7	0,49	0,7	1	4.442,33			
	0,9	0,81	0,9	1	4.535,17			
	1,2	1,44	1,2	1	4.590,78			
0,25	0,3	0,09	0,3	1	4.011,70	4.060,06	2.250,00	1,804
	0,45	0,2	0,45	1	4.043,29			
	0,5	0,25	0,5	1	4.069,28			
	0,6	0,36	0,6	1	4.022,01			
	0,7	0,49	0,7	1	3.993,74			
	0,9	0,81	0,9	1	4.068,88			
	1,2	1,44	1,2	1	4.107,36			

Para D/d = 1,2								
r/d	h (mm)	h ²	h	1	σ (Pa)	a = σ _{max} (Pa)	σ _{0, en d} (Pa)	Kt
0,05	0,3	0,09	0,3	1	4.536,52	5.317,59	1.440,00	3,693
	0,45	0,203	0,45	1	4.223,88			
	0,5	0,25	0,5	1	4.140,42			
	0,6	0,36	0,6	1	3.697,67			
	0,7	0,49	0,7	1	3.822,50			
	0,9	0,81	0,9	1	3.790,74			
	1,2	1,44	1,2	1	3.504,65			
0,075	0,3	0,09	0,3	1	3.432,32	3466,45	1.440,00	2,407
	0,45	0,203	0,45	1	3.474,42			
	0,5	0,25	0,5	1	3.504,35			
	0,6	0,36	0,6	1	3.421,89			
	0,7	0,49	0,7	1	3.429,47			
	0,9	0,81	0,9	1	3.450,46			
	1,2	1,44	1,2	1	3.454,06			
0,1	0,3	0,09	0,3	1	3.408,70	3.599,60	1.440,00	2,5
	0,45	0,203	0,45	1	3.532,22			
	0,5	0,25	0,5	1	3.499,14			
	0,6	0,36	0,6	1	3.243,83			
	0,7	0,49	0,7	1	3.153,77			
	0,9	0,81	0,9	1	3.338,66			
	1,2	1,44	1,2	1	3.072,05			

26.1.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$

Para D/d = 1,2								
r/d	h (mm)	h ²	h	1	σ (Pa)	a = σ _{max} (Pa)	σ _{0, en d} (Pa)	Kt
0,05	0,3	0,09	0,3	1	3.964,70	4119,54	1.440,00	2,861
	0,45	0,203	0,45	1	3.934,10			
	0,5	0,25	0,5	1	3.925,10			
	0,6	0,36	0,6	1	3.979,50			
	0,7	0,49	0,7	1	4.019,20			
	0,9	0,81	0,9	1	3.902,20			
	1,2	1,44	1,2	1	4.199,90			
0,075	0,3	0,09	0,3	1	3.431,00	3348,93	1.440,00	2,326
	0,45	0,203	0,45	1	3.361,90			
	0,5	0,25	0,5	1	3.624,60			
	0,6	0,36	0,6	1	3.489,60			
	0,7	0,49	0,7	1	3.480,50			
	0,9	0,81	0,9	1	3.449,60			
	1,2	1,44	1,2	1	3.460,50			
0,1	0,3	0,09	0,3	1	3.082,90	3214	1.440,00	2,232
	0,45	0,203	0,45	1	3.100,10			
	0,5	0,25	0,5	1	3.194,70			
	0,6	0,36	0,6	1	3.058,20			
	0,7	0,49	0,7	1	3.028,80			
	0,9	0,81	0,9	1	2.979,60			
	1,2	1,44	1,2	1	3.025,30			

Para D/d = 1,5		2						
r/d	h (mm)	h2	h	1	σ (Pa)	a = σ_{\max} (Pa)	$\sigma_{0, \text{en d}}$ (Pa)	Kt
0,05	0,3	0,09	0,3	1	7.500,30	7990,41	2.250,00	3,551
	0,45	0,203	0,45	1	6.910,60			
	0,5	0,25	0,5	1	6.808,00			
	0,6	0,36	0,6	1	6.941,90			
	0,7	0,49	0,7	1	6.851,90			
	0,9	0,81	0,9	1	6.858,00			
	1,2	1,44	1,2	1	6.692,40			
0,075	0,3	0,09	0,3	1	5.822,20	6216,39	2.250,00	2,763
	0,45	0,203	0,45	1	5.810,70			
	0,5	0,25	0,5	1	5.656,20			
	0,6	0,36	0,6	1	5.500,20			
	0,7	0,49	0,7	1	5.579,30			
	0,9	0,81	0,9	1	5.584,70			
	1,2	1,44	1,2	1	5.584,70			
0,1	0,3	0,09	0,3	1	5.157,70	5537,28	2.250,00	2,461
	0,45	0,203	0,45	1	5.139,50			
	0,5	0,25	0,5	1	5.433,80			
	0,6	0,36	0,6	1	5.011,00			
	0,7	0,49	0,7	1	4.967,30			
	0,9	0,81	0,9	1	5.028,90			
	1,2	1,44	1,2	1	5.165,30			
0,15	0,3	0,09	0,3	1	4.377,40	4392,67	2.250,00	1,952
	0,45	0,203	0,45	1	4.436,40			
	0,5	0,25	0,5	1	4.424,00			
	0,6	0,36	0,6	1	4.416,20			
	0,7	0,49	0,7	1	4.362,80			
	0,9	0,81	0,9	1	4.338,90			
	1,2	1,44	1,2	1	4.313,60			
0,2	0,3	0,09	0,3	1	3.930,40	3851,87	2.250,00	1,712
	0,45	0,203	0,45	1	3.968,20			
	0,5	0,25	0,5	1	3.929,70			
	0,6	0,36	0,6	1	3.937,20			
	0,7	0,49	0,7	1	3.947,00			
	0,9	0,81	0,9	1	3.973,90			
	1,2	1,44	1,2	1	3.876,70			
0,25	0,3	0,09	0,3	1	3.653,10	3658,24	2.250,00	1,626
	0,45	0,203	0,45	1	3.660,60			
	0,5	0,25	0,5	1	3.657,30			
	0,6	0,36	0,6	1	3.665,80			
	0,7	0,49	0,7	1	3.655,00			
	0,9	0,81	0,9	1	3.650,20			
	1,2	1,44	1,2	1	3.661,90			

p =	1.000,00	Pa		d =	10	mm				
Para D/d =	2						2			
r/d	h (mm)	h2	h	1	σ (Pa)	a = σ_{max} (Pa)	$\sigma_{0, en d}$ (Pa)	Kt		
0,05	0,3	0,09	0,3	1	12.763,00	12774,19	4.000,00	3,194		
	0,45	0,203	0,45	1	12.548,30					
	0,5	0,25	0,5	1	12.641,80					
	0,6	0,36	0,6	1	12.523,90					
	0,7	0,49	0,7	1	12.793,20					
	0,9	0,81	0,9	1	12.405,20					
	1,2	1,44	1,2	1	12.357,90					
0,075	0,3	0,09	0,3	1	10.525,60	10595,84	4.000,00	2,649		
	0,45	0,203	0,45	1	10.595,90					
	0,5	0,25	0,5	1	10.615,40					
	0,6	0,36	0,6	1	10.522,20					
	0,7	0,49	0,7	1	10.494,30					
	0,9	0,81	0,9	1	10.532,30					
	1,2	1,44	1,2	1	10.532,30					
0,1	0,3	0,09	0,3	1	9.190,00	9139,84	4.000,00	2,285		
	0,45	0,203	0,45	1	9.162,10					
	0,5	0,25	0,5	1	9.590,60					
	0,6	0,36	0,6	1	9.407,00					
	0,7	0,49	0,7	1	9.056,50					
	0,9	0,81	0,9	1	9.337,90					
	1,2	1,44	1,2	1	9.262,10					
0,15	0,3	0,09	0,3	1	7.778,30	7601,1	4.000,00	1,9		
	0,45	0,203	0,45	1	7.789,50					
	0,5	0,25	0,5	1	7.903,80					
	0,6	0,36	0,6	1	7.885,00					
	0,7	0,49	0,7	1	7.930,70					
	0,9	0,81	0,9	1	7.670,70					
	1,2	1,44	1,2	1	7.629,50					
0,2	0,3	0,09	0,3	1	6.955,70	6810,26	4.000,00	1,703		
	0,45	0,203	0,45	1	7.026,90					
	0,5	0,25	0,5	1	7.059,30					
	0,6	0,36	0,6	1	7.040,60					
	0,7	0,49	0,7	1	6.921,30					
	0,9	0,81	0,9	1	7.193,70					
	1,2	1,44	1,2	1	7.011,60					
0,25	0,3	0,09	0,3	1	6.404,10	6154,03	4.000,00	1,539		
	0,45	0,203	0,45	1	6.457,60					
	0,5	0,25	0,5	1	6.444,50					
	0,6	0,36	0,6	1	6.483,40					
	0,7	0,49	0,7	1	6.470,30					
	0,9	0,81	0,9	1	6.596,10					
	1,2	1,44	1,2	1	6.394,30					
0,3	0,3	0,09	0,3	1	6.033,10	5920,45	4.000,00	1,48		
	0,45	0,203	0,45	1	6.062,70					
	0,5	0,25	0,5	1	6.054,30					
	0,6	0,36	0,6	1	6.049,90					
	0,7	0,49	0,7	1	6.057,60					
	0,9	0,81	0,9	1	6.171,90					
	1,2	1,44	1,2	1	6.071,30					

26.2. Estudio a flexión

26.2.1. Tensión normal σ_x

p =	1.000,00	Pa	d =	10	mm			
Para D/d =	2							
r/d	h (mm)	h2	h	1	σ (Pa)	a = σ_{max} (Pa)	$\sigma_{0, en d}$ (Pa)	Kt
0,05	0,3	0,09	0,3	1	37.317,90	44798,86	13.581,22	3,2986
	0,45	0,203	0,45	1	35.315,40			
	0,5	0,25	0,5	1	33.871,30			
	0,6	0,36	0,6	1	31.486,60			
	0,7	0,49	0,7	1	33.611,80			
	0,9	0,81	0,9	1	29.720,10			
	1,2	1,44	1,2	1	31.407,60			
0,075	0,3	0,09	0,3	1	31.320,20	41447,08	13.581,22	3,0518
	0,45	0,203	0,45	1	30.949,30			
	0,5	0,25	0,5	1	32.417,90			
	0,6	0,36	0,6	1	27.733,60			
	0,7	0,49	0,7	1	24.307,20			
	0,9	0,81	0,9	1	22.036,70			
	1,2	1,44	1,2	1	22.836,10			
0,1	0,3	0,09	0,3	1	28.316,40	31356,55	13.581,22	2,3088
	0,45	0,203	0,45	1	27.638,70			
	0,5	0,25	0,5	1	28.937,80			
	0,6	0,36	0,6	1	25.613,90			
	0,7	0,49	0,7	1	24.620,70			
	0,9	0,81	0,9	1	25.093,10			
	1,2	1,44	1,2	1	22.542,00			
0,15	0,3	0,09	0,3	1	24.284,80	24454,55	13.581,22	1,8006
	0,45	0,203	0,45	1	24.602,50			
	0,5	0,25	0,5	1	24.813,50			
	0,6	0,36	0,6	1	22.946,30			
	0,7	0,49	0,7	1	22.765,90			
	0,9	0,81	0,9	1	23.605,10			
	1,2	1,44	1,2	1	20.649,50			
0,2	0,3	0,09	0,3	1	21.925,90	21853,4	13.581,22	1,6091
	0,45	0,203	0,45	1	22.261,40			
	0,5	0,25	0,5	1	22.127,00			
	0,6	0,36	0,6	1	21.438,40			
	0,7	0,49	0,7	1	22.434,40			
	0,9	0,81	0,9	1	22.792,90			
	1,2	1,44	1,2	1	22.941,10			
0,25	0,3	0,09	0,3	1	20.442,20	20704,57	13.581,22	1,5245
	0,45	0,203	0,45	1	20.544,90			
	0,5	0,25	0,5	1	20.763,30			
	0,6	0,36	0,6	1	20.064,70			
	0,7	0,49	0,7	1	19.961,90			
	0,9	0,81	0,9	1	20.253,50			
	1,2	1,44	1,2	1	19.622,40			
0,3	0,3	0,09	0,3	1	19.470,90	19497,81	13.581,22	1,4356
	0,45	0,203	0,45	1	19.630,60			
	0,5	0,25	0,5	1	19.470,90			
	0,6	0,36	0,6	1	19.141,70			
	0,7	0,49	0,7	1	19.626,60			
	0,9	0,81	0,9	1	18.944,20			
	1,2	1,44	1,2	1	18.697,80			

Para D/d = 1,5								
r/d	h (mm)	h2	h	1	σ (Pa)	$a = \sigma_{\max}$ (Pa)	$\sigma_{0, \text{en d}}$ (Pa)	Kt
0,05	0,3	0,09	0,3	1	15.787,80	15378,48	5.729,58	2,6841
	0,45	0,203	0,45	1	15.701,70			
	0,5	0,25	0,5	1	15.772,50			
	0,6	0,36	0,6	1	15.803,30			
	0,7	0,49	0,7	1	15.890,70			
	0,9	0,81	0,9	1	16.007,60			
	1,2	1,44	1,2	1	15.693,60			
0,075	0,3	0,09	0,3	1	13.093,80	13377,9	5.729,58	2,3349
	0,45	0,203	0,45	1	13.638,70			
	0,5	0,25	0,5	1	13.540,20			
	0,6	0,36	0,6	1	13.361,10			
	0,7	0,49	0,7	1	12.720,10			
	0,9	0,81	0,9	1	12.945,60			
	1,2	1,44	1,2	1	12.615,10			
0,1	0,3	0,09	0,3	1	11.825,80	11862,74	5.729,58	2,0704
	0,45	0,203	0,45	1	11.753,00			
	0,5	0,25	0,5	1	12.349,90			
	0,6	0,36	0,6	1	11.862,00			
	0,7	0,49	0,7	1	11.785,20			
	0,9	0,81	0,9	1	11.157,50			
	1,2	1,44	1,2	1	10.988,70			
0,15	0,3	0,09	0,3	1	10.205,20	9502,14	5.729,58	1,6584
	0,45	0,203	0,45	1	10.293,90			
	0,5	0,25	0,5	1	10.355,00			
	0,6	0,36	0,6	1	10.252,60			
	0,7	0,49	0,7	1	9.992,90			
	0,9	0,81	0,9	1	10.600,10			
	1,2	1,44	1,2	1	9.435,20			
0,2	0,3	0,09	0,3	1	9.264,00	9253,8	5.729,58	1,6151
	0,45	0,203	0,45	1	9.247,40			
	0,5	0,25	0,5	1	9.109,40			
	0,6	0,36	0,6	1	9.149,00			
	0,7	0,49	0,7	1	9.107,70			
	0,9	0,81	0,9	1	8.918,50			
	1,2	1,44	1,2	1	8.580,80			
0,25	0,3	0,09	0,3	1	8.608,20	8484,99	5.729,58	1,4809
	0,45	0,203	0,45	1	8.674,80			
	0,5	0,25	0,5	1	8.657,60			
	0,6	0,36	0,6	1	8.658,10			
	0,7	0,49	0,7	1	8.682,90			
	0,9	0,81	0,9	1	8.651,60			
	1,2	1,44	1,2	1	8.565,90			

Para D/d = 1,2								
r/d	h (mm)	h2	h	1	σ (Pa)	$a = \sigma_{\max}$ (Pa)	$\sigma_{0, \text{en d}}$ (Pa)	Kt
0,05	0,3	0,09	0,3	1	7.632,90	7533,65	2.933,54	2,5681
	0,45	0,203	0,45	1	7.533,50			
	0,5	0,25	0,5	1	7.623,60			
	0,6	0,36	0,6	1	7.753,80			
	0,7	0,49	0,7	1	7.619,90			
	0,9	0,81	0,9	1	7.657,70			
	1,2	1,44	1,2	1	7.662,20			
0,075	0,3	0,09	0,3	1	6.656,80	7136,7	2.933,54	2,4328
	0,45	0,203	0,45	1	6.506,60			
	0,5	0,25	0,5	1	6.622,60			
	0,6	0,36	0,6	1	6.517,00			
	0,7	0,49	0,7	1	6.244,60			
	0,9	0,81	0,9	1	6.118,80			
	1,2	1,44	1,2	1	6.156,10			
0,1	0,3	0,09	0,3	1	5.882,80	5881,9	2.933,54	2,005
	0,45	0,203	0,45	1	5.780,80			
	0,5	0,25	0,5	1	5.836,30			
	0,6	0,36	0,6	1	5.689,40			
	0,7	0,49	0,7	1	5.937,60			
	0,9	0,81	0,9	1	5.827,20			
	1,2	1,44	1,2	1	5.817,90			

26.2.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{\text{Von Misses}}$

Para D/d = 1,2								
r/d	h (mm)	h2	h	1	σ (Pa)	$a = \sigma_{\max}$ (Pa)	$\sigma_{0, \text{en d}}$ (Pa)	Kt
0,05	0,3	0,09	0,3	1	6.772,40	6.965,92	2.933,54	2,375
	0,45	0,203	0,45	1	6.693,70			
	0,5	0,25	0,5	1	6.772,80			
	0,6	0,36	0,6	1	6.707,20			
	0,7	0,49	0,7	1	6.700,30			
	0,9	0,81	0,9	1	6.700,00			
	1,2	1,44	1,2	1	6.869,00			
0,075	0,3	0,09	0,3	1	6.004,20	6.675,83	2.933,54	2,276
	0,45	0,203	0,45	1	5.877,90			
	0,5	0,25	0,5	1	5.619,50			
	0,6	0,36	0,6	1	5.677,30			
	0,7	0,49	0,7	1	5.364,40			
	0,9	0,81	0,9	1	5.512,60			
	1,2	1,44	1,2	1	5.457,20			
0,1	0,3	0,09	0,3	1	5.338,50	5.542,04	2.933,54	1,889
	0,45	0,203	0,45	1	5.189,00			
	0,5	0,25	0,5	1	5.189,90			
	0,6	0,36	0,6	1	5.182,70			
	0,7	0,49	0,7	1	5.136,60			
	0,9	0,81	0,9	1	5.083,30			
	1,2	1,44	1,2	1	5.068,20			

Para D/d = 1,5								
r/d	h (mm)	h2	h	1	σ (Pa)	$a = \sigma_{\max}$ (Pa)	$\sigma_{0, \text{en d}}$ (Pa)	Kt
0,05	0,3	0,09	0,3	1	13.516,10	13.064,36	5.729,58	2,28
	0,45	0,203	0,45	1	13.806,60			
	0,5	0,25	0,5	1	13.641,50			
	0,6	0,36	0,6	1	13.692,70			
	0,7	0,49	0,7	1	13.874,80			
	0,9	0,81	0,9	1	13.935,30			
	1,2	1,44	1,2	1	13.762,20			
0,075	0,3	0,09	0,3	1	11.669,40	12.286,58	5.729,58	2,144
	0,45	0,203	0,45	1	11.942,00			
	0,5	0,25	0,5	1	11.616,50			
	0,6	0,36	0,6	1	11.205,10			
	0,7	0,49	0,7	1	10.996,70			
	0,9	0,81	0,9	1	11.473,90			
	1,2	1,44	1,2	1	10.978,10			
0,1	0,3	0,09	0,3	1	10.367,20	10.857,64	5.729,58	1,895
	0,45	0,203	0,45	1	10.705,00			
	0,5	0,25	0,5	1	10.521,70			
	0,6	0,36	0,6	1	10.359,00			
	0,7	0,49	0,7	1	10.458,40			
	0,9	0,81	0,9	1	10.340,80			
	1,2	1,44	1,2	1	10.868,10			
0,15	0,3	0,09	0,3	1	9.215,40	8.332,23	5.729,58	1,454
	0,45	0,203	0,45	1	9.184,90			
	0,5	0,25	0,5	1	8.967,30			
	0,6	0,36	0,6	1	8.974,10			
	0,7	0,49	0,7	1	9.446,70			
	0,9	0,81	0,9	1	9.616,90			
	1,2	1,44	1,2	1	8.668,70			
0,2	0,3	0,09	0,3	1	8.348,40	8.519,00	5.729,58	1,487
	0,45	0,203	0,45	1	8.462,30			
	0,5	0,25	0,5	1	8.224,00			
	0,6	0,36	0,6	1	8.193,90			
	0,7	0,49	0,7	1	8.276,30			
	0,9	0,81	0,9	1	8.192,90			
	1,2	1,44	1,2	1	8.136,50			
0,25	0,3	0,09	0,3	1	7.846,10	7.660,20	5.729,58	1,337
	0,45	0,203	0,45	1	7.893,70			
	0,5	0,25	0,5	1	7.863,40			
	0,6	0,36	0,6	1	7.864,30			
	0,7	0,49	0,7	1	7.811,60			
	0,9	0,81	0,9	1	7.833,70			
	1,2	1,44	1,2	1	7.511,90			

p =	1000	Pa	d =	10	mm			
Para D/d =		2						
r/d	h (mm)	h2	h	1	σ (Pa)	a = σ_{max} (Pa)	$\sigma_{0, en d}$ (Pa)	Kt
0,05	0,3	0,09	0,3	1	33.250,60	38.774,68	13.581,22	2,855
	0,45	0,203	0,45	1	28.962,20			
	0,5	0,25	0,5	1	28.261,80			
	0,6	0,36	0,6	1	27.315,50			
	0,7	0,49	0,7	1	28.980,90			
	0,9	0,81	0,9	1	23.851,40			
	1,2	1,44	1,2	1	23.353,00			
0,075	0,3	0,09	0,3	1	28.112,80	30.345,22	13.581,22	2,234
	0,45	0,203	0,45	1	25.951,20			
	0,5	0,25	0,5	1	28.104,60			
	0,6	0,36	0,6	1	26.319,30			
	0,7	0,49	0,7	1	27.192,60			
	0,9	0,81	0,9	1	25.953,40			
	1,2	1,44	1,2	1	27.569,40			
0,1	0,3	0,09	0,3	1	25.020,00	26.977,65	13.581,22	1,986
	0,45	0,203	0,45	1	26.029,80			
	0,5	0,25	0,5	1	25.878,80			
	0,6	0,36	0,6	1	23.683,90			
	0,7	0,49	0,7	1	23.022,30			
	0,9	0,81	0,9	1	21.987,20			
	1,2	1,44	1,2	1	19.809,10			
0,15	0,3	0,09	0,3	1	21.794,60	20.726,70	13.581,22	1,526
	0,45	0,203	0,45	1	22.140,50			
	0,5	0,25	0,5	1	22.232,30			
	0,6	0,36	0,6	1	20.954,70			
	0,7	0,49	0,7	1	22.087,10			
	0,9	0,81	0,9	1	22.341,40			
	1,2	1,44	1,2	1	20.497,40			
0,2	0,3	0,09	0,3	1	19.812,20	19.788,35	13.581,22	1,457
	0,45	0,203	0,45	1	20.136,10			
	0,5	0,25	0,5	1	19.981,90			
	0,6	0,36	0,6	1	19.396,00			
	0,7	0,49	0,7	1	20.166,90			
	0,9	0,81	0,9	1	20.518,30			
	1,2	1,44	1,2	1	20.569,10			
0,25	0,3	0,09	0,3	1	18.574,40	17.998,87	13.581,22	1,325
	0,45	0,203	0,45	1	18.749,80			
	0,5	0,25	0,5	1	18.982,50			
	0,6	0,36	0,6	1	18.237,40			
	0,7	0,49	0,7	1	18.817,00			
	0,9	0,81	0,9	1	18.375,70			
	1,2	1,44	1,2	1	17.418,50			
0,3	0,3	0,09	0,3	1	17.731,60	17.179,17	13.581,22	1,265
	0,45	0,203	0,45	1	17.964,00			
	0,5	0,25	0,5	1	17.700,00			
	0,6	0,36	0,6	1	17.381,30			
	0,7	0,49	0,7	1	17.939,90			
	0,9	0,81	0,9	1	17.789,10			
	1,2	1,44	1,2	1	16.901,50			

26.3. Estudio a torsión

26.3.1. Esfuerzo cortante τ_{xy}

Mt =	1000	N mm		d =	10	mm				
Para D/d =	2									
r/d	h (mm)				τ (Pa)	a = τ_{\max} (Pa)	$\tau_{0, \text{en } d}$ (Pa)	K_{ts}		
0,05	0,3	0,09	0,3	1	10,113	10,091	5	2,018		
	0,45	0,203	0,45	1	10,165					
	0,5	0,25	0,5	1	10,367					
	0,6	0,36	0,6	1	10,228					
	0,7	0,49	0,7	1	10,125					
	0,9	0,81	0,9	1	10,173					
	1,2	1,44	1,2	1	10,186					
0,075	0,3	0,09	0,3	1	8,714	8,751	5	1,75		
	0,45	0,203	0,45	1	8,879					
	0,5	0,25	0,5	1	8,943					
	0,6	0,36	0,6	1	8,83					
	0,7	0,49	0,7	1	8,802					
	0,9	0,81	0,9	1	8,898					
	1,2	1,44	1,2	1	8,81					
0,1	0,3	0,09	0,3	1	8,034	7,89	5	1,578		
	0,45	0,203	0,45	1	8,15					
	0,5	0,25	0,5	1	8,034					
	0,6	0,36	0,6	1	8,144					
	0,7	0,49	0,7	1	8,119					
	0,9	0,81	0,9	1	8,288					
	1,2	1,44	1,2	1	8,194					
0,15	0,3	0,09	0,3	1	7,228	7,295	5	1,459		
	0,45	0,203	0,45	1	7,278					
	0,5	0,25	0,5	1	7,247					
	0,6	0,36	0,6	1	7,274					
	0,7	0,49	0,7	1	7,227					
	0,9	0,81	0,9	1	7,207					
	1,2	1,44	1,2	1	7,162					
0,2	0,3	0,09	0,3	1	6,794	6,598	5	1,32		
	0,45	0,203	0,45	1	6,856					
	0,5	0,25	0,5	1	6,818					
	0,6	0,36	0,6	1	6,829					
	0,7	0,49	0,7	1	6,781					
	0,9	0,81	0,9	1	6,806					
	1,2	1,44	1,2	1	6,503					
0,25	0,3	0,09	0,3	1	6,515	6,544	5	1,309		
	0,45	0,203	0,45	1	6,524					
	0,5	0,25	0,5	1	6,522					
	0,6	0,36	0,6	1	6,539					
	0,7	0,49	0,7	1	6,537					
	0,9	0,81	0,9	1	6,476					
	1,2	1,44	1,2	1	6,542					
0,3	0,3	0,09	0,3	1	6,309	6,131	5	1,226		
	0,45	0,203	0,45	1	6,304					
	0,5	0,25	0,5	1	6,286					
	0,6	0,36	0,6	1	6,331					
	0,7	0,49	0,7	1	6,315					
	0,9	0,81	0,9	1	6,25					
	1,2	1,44	1,2	1	6,018					

Para D/d = 1,5					τ (Pa)	$a = \tau_{\max}$ (Pa)	$\tau_{0, \text{en } d}$ (Pa)	K_{ts}
r/d	h (mm)							
0,05	0,3	0,09	0,3	1	9,957	9,699	5	1,94
	0,45	0,203	0,45	1	10,002			
	0,5	0,25	0,5	1	10,376			
	0,6	0,36	0,6	1	10,383			
	0,7	0,49	0,7	1	10,158			
	0,9	0,81	0,9	1	9,924			
	1,2	1,44	1,2	1	10,008			
0,075	0,3	0,09	0,3	1	8,699	8,584	5	1,717
	0,45	0,203	0,45	1	8,732			
	0,5	0,25	0,5	1	8,597			
	0,6	0,36	0,6	1	8,527			
	0,7	0,49	0,7	1	8,585			
	0,9	0,81	0,9	1	8,755			
	1,2	1,44	1,2	1	8,58			
0,1	0,3	0,09	0,3	1	7,984	7,845	5	1,569
	0,45	0,203	0,45	1	7,999			
	0,5	0,25	0,5	1	7,957			
	0,6	0,36	0,6	1	7,993			
	0,7	0,49	0,7	1	8,013			
	0,9	0,81	0,9	1	8,21			
	1,2	1,44	1,2	1	8,174			
0,15	0,3	0,09	0,3	1	7,229	7,202	5	1,44
	0,45	0,203	0,45	1	7,241			
	0,5	0,25	0,5	1	7,177			
	0,6	0,36	0,6	1	7,365			
	0,7	0,49	0,7	1	7,204			
	0,9	0,81	0,9	1	7,206			
	1,2	1,44	1,2	1	7,357			
0,2	0,3	0,09	0,3	1	6,781	6,51	5	1,302
	0,45	0,203	0,45	1	6,802			
	0,5	0,25	0,5	1	6,771			
	0,6	0,36	0,6	1	6,875			
	0,7	0,49	0,7	1	6,922			
	0,9	0,81	0,9	1	6,837			
	1,2	1,44	1,2	1	6,698			
0,25	0,3	0,09	0,3	1	6,509	6,609	5	1,322
	0,45	0,203	0,45	1	6,522			
	0,5	0,25	0,5	1	6,56			
	0,6	0,36	0,6	1	6,544			
	0,7	0,49	0,7	1	6,501			
	0,9	0,81	0,9	1	6,501			
	1,2	1,44	1,2	1	6,634			

Para D/d = 1,2								
r/d	h (mm)				τ (Pa)	$a = \tau_{\max}$ (Pa)	$\tau_{0, \text{en d}}$ (Pa)	K_{ts}
0,05	0,3	0,09	0,3	1	9,322	9,232	5	1,846
	0,45	0,203	0,45	1	9,562			
	0,5	0,25	0,5	1	9,525			
	0,6	0,36	0,6	1	9,44			
	0,7	0,49	0,7	1	9,45			
	0,9	0,81	0,9	1	9,582			
	1,2	1,44	1,2	1	9,572			
0,075	0,3	0,09	0,3	1	8,341	8,154	5	1,631
	0,45	0,203	0,45	1	8,383			
	0,5	0,25	0,5	1	8,178			
	0,6	0,36	0,6	1	8,561			
	0,7	0,49	0,7	1	8,426			
	0,9	0,81	0,9	1	8,463			
	1,2	1,44	1,2	1	8,482			
0,1	0,3	0,09	0,3	1	7,771	7,781	5	1,556
	0,45	0,203	0,45	1	7,828			
	0,5	0,25	0,5	1	7,772			
	0,6	0,36	0,6	1	7,823			
	0,7	0,49	0,7	1	7,692			
	0,9	0,81	0,9	1	7,802			
	1,2	1,44	1,2	1	7,726			

26.3.2. Tensión de Von Mises $\sigma_{\text{Von Mises}}$

Para D/d = 1,2								
r/d	h (mm)				σ (Pa)	$a = \sigma_{\max}$ (Pa)	$\sigma_{0, \text{en d}}$ (Pa)	K_t
0,05	0,3	0,09	0,3	1	16,391	15,487	5	3,097
	0,45	0,203	0,45	1	16,933			
	0,5	0,25	0,5	1	16,881			
	0,6	0,36	0,6	1	17,049			
	0,7	0,49	0,7	1	17,441			
	0,9	0,81	0,9	1	16,822			
	1,2	1,44	1,2	1	16,97			
0,075	0,3	0,09	0,3	1	14,734	14,457	5	2,891
	0,45	0,203	0,45	1	15,1			
	0,5	0,25	0,5	1	15,142			
	0,6	0,36	0,6	1	15,173			
	0,7	0,49	0,7	1	15,035			
	0,9	0,81	0,9	1	14,943			
	1,2	1,44	1,2	1	14,978			
0,1	0,3	0,09	0,3	1	13,964	13,279	5	2,656
	0,45	0,203	0,45	1	14,13			
	0,5	0,25	0,5	1	14,157			
	0,6	0,36	0,6	1	14,365			
	0,7	0,49	0,7	1	14,431			
	0,9	0,81	0,9	1	14,673			
	1,2	1,44	1,2	1	14,611			

Para D/d = 1,5					σ (Pa)	$a = \sigma_{\max}$ (Pa)	$\sigma_{0, \text{en } d}$ (Pa)	K_t
r/d	h (mm)							
0,05	0,3	0,09	0,3	1	17,354	16,813	5	3,363
	0,45	0,203	0,45	1	18,443			
	0,5	0,25	0,5	1	18,083			
	0,6	0,36	0,6	1	18,002			
	0,7	0,49	0,7	1	17,921			
	0,9	0,81	0,9	1	18,3			
	1,2	1,44	1,2	1	18,102			
0,075	0,3	0,09	0,3	1	15,313	14,597	5	2,919
	0,45	0,203	0,45	1	15,659			
	0,5	0,25	0,5	1	15,648			
	0,6	0,36	0,6	1	15,854			
	0,7	0,49	0,7	1	16,207			
	0,9	0,81	0,9	1	15,866			
	1,2	1,44	1,2	1	16,186			
0,1	0,3	0,09	0,3	1	14,087	13,6	5	2,72
	0,45	0,203	0,45	1	14,284			
	0,5	0,25	0,5	1	14,217			
	0,6	0,36	0,6	1	14,14			
	0,7	0,49	0,7	1	14,443			
	0,9	0,81	0,9	1	14,652			
	1,2	1,44	1,2	1	14,441			
0,15	0,3	0,09	0,3	1	12,61	12,208	5	2,442
	0,45	0,203	0,45	1	12,688			
	0,5	0,25	0,5	1	12,718			
	0,6	0,36	0,6	1	12,944			
	0,7	0,49	0,7	1	12,775			
	0,9	0,81	0,9	1	12,934			
	1,2	1,44	1,2	1	12,825			
0,2	0,3	0,09	0,3	1	11,789	11,54	5	2,308
	0,45	0,203	0,45	1	11,843			
	0,5	0,25	0,5	1	11,833			
	0,6	0,36	0,6	1	11,984			
	0,7	0,49	0,7	1	11,99			
	0,9	0,81	0,9	1	12,031			
	1,2	1,44	1,2	1	12,083			
0,25	0,3	0,09	0,3	1	11,32	11,398	5	2,28
	0,45	0,203	0,45	1	11,407			
	0,5	0,25	0,5	1	11,375			
	0,6	0,36	0,6	1	11,409			
	0,7	0,49	0,7	1	11,45			
	0,9	0,81	0,9	1	11,355			
	1,2	1,44	1,2	1	11,624			

Mt =	1000	N m		d =	10	mm			
Para D/d =	2								
r/d	h (mm)					σ (Pa)	a = σ_{max} (Pa)	$\sigma_{0, en d}$ (Pa)	K_t
0,05	0,3	0,09	0,3	1	18,091	18,053	18,053	5	3,611
	0,45	0,203	0,45	1	17,941				
	0,5	0,25	0,5	1	17,958				
	0,6	0,36	0,6	1	18,312				
	0,7	0,49	0,7	1	17,851				
	0,9	0,81	0,9	1	17,84				
	1,2	1,44	1,2	1	17,706				
0,075	0,3	0,09	0,3	1	15,304	15,101	15,101	5	3,02
	0,45	0,203	0,45	1	15,8				
	0,5	0,25	0,5	1	15,457				
	0,6	0,36	0,6	1	15,565				
	0,7	0,49	0,7	1	15,449				
	0,9	0,81	0,9	1	15,696				
	1,2	1,44	1,2	1	15,521				
0,1	0,3	0,09	0,3	1	13,607	13,677	13,677	5	2,735
	0,45	0,203	0,45	1	13,797				
	0,5	0,25	0,5	1	13,802				
	0,6	0,36	0,6	1	13,897				
	0,7	0,49	0,7	1	13,604				
	0,9	0,81	0,9	1	13,76				
	1,2	1,44	1,2	1	13,94				
0,15	0,3	0,09	0,3	1	12,566	12,391	12,391	5	2,478
	0,45	0,203	0,45	1	12,75				
	0,5	0,25	0,5	1	12,719				
	0,6	0,36	0,6	1	12,807				
	0,7	0,49	0,7	1	12,862				
	0,9	0,81	0,9	1	12,882				
	1,2	1,44	1,2	1	13,1				
0,2	0,3	0,09	0,3	1	11,837	11,786	11,786	5	2,357
	0,45	0,203	0,45	1	11,91				
	0,5	0,25	0,5	1	11,877				
	0,6	0,36	0,6	1	11,979				
	0,7	0,49	0,7	1	11,979				
	0,9	0,81	0,9	1	12,014				
	1,2	1,44	1,2	1	12,202				
0,25	0,3	0,09	0,3	1	11,308	11,307	11,307	5	2,261
	0,45	0,203	0,45	1	11,378				
	0,5	0,25	0,5	1	11,4				
	0,6	0,36	0,6	1	11,395				
	0,7	0,49	0,7	1	11,454				
	0,9	0,81	0,9	1	11,41				
	1,2	1,44	1,2	1	11,608				
0,3	0,3	0,09	0,3	1	10,958	10,897	10,897	5	2,179
	0,45	0,203	0,45	1	10,987				
	0,5	0,25	0,5	1	11,008				
	0,6	0,36	0,6	1	11,021				
	0,7	0,49	0,7	1	11,051				
	0,9	0,81	0,9	1	11.037,20				
	1,2	1,44	1,2	1	11.101,90				

27. Eje con chavetero

Parámetros utilizados en los cálculos (Las medidas de longitud en mm, y las de tensión en MPa).

D	d	b	h	h ₁	Mt (N m)	L	p (MPa)	h ₂	b/d	h/d	r/d	r/d	b/h	m	Vector		σ _{0, en D}	σ _{eq,0, en D}	
															u (d)	v (b)			
11	7	4	4	4,3	2,5	14	4,4	351,57	1,8	0,364	0,364	0,182	0,500	2,000	4,031	0,868	0,496	106,56	67,64
14,5	9,5	5	5	5,3	3	35	6,6	351,57	2,3	0,345	0,345	0,172	0,500	2,000	5,368	0,885	0,466	116,29	74,56
19,5	13,5	6	6	6,3	3,5	100	11,5	351,57	2,8	0,308	0,308	0,154	0,500	2,000	7,387	0,914	0,406	137,21	90,02
26	19	8	7	7,3	4	278	20,1	351,57	3,3	0,308	0,269	0,154	0,438	2,286	10,308	0,922	0,388	161,37	110,81
34	26	10	8	8,3	5	714	33,8	351,57	3,3	0,294	0,235	0,147	0,400	2,500	13,928	0,933	0,359	184,91	131,20
41	33	12	8	8,3	5	1459	56,1	351,57	3,3	0,293	0,195	0,146	0,333	3,000	17,557	0,940	0,342	215,61	159,92
47	38	14	9	9,3	5,5	2228	66,3	351,57	3,8	0,298	0,191	0,149	0,321	3,111	20,248	0,938	0,346	218,54	163,08
90	76	25	14	14,4	9	17821	174,5	351,57	5,4	0,278	0,156	0,139	0,280	3,571	40,003	0,950	0,312	249,00	191,69
102,5	86,5	28	16	16,4	10	26274	197,7	351,57	6,4	0,273	0,156	0,137	0,286	3,500	45,459	0,951	0,308	248,52	190,91
120	102	32	18	18,4	11	43081	245,3	351,57	7,4	0,267	0,150	0,133	0,281	3,556	53,451	0,954	0,299	253,94	195,92

27.1. Estudio a torsión

27.1.1. Esfuerzo cortante τ_{xy}

Valores de ambos cortantes usados para el cálculo.

D	τ _{xz}	τ _{yz}	2		3		4		5		6	
11	-198,806	-62,000	-192,504	-50,000	-188,579	-61,800	-187,731	-35,300	-182,455	-32,000	-183,549	-34,300
14,5	-207,666	-59,472	-200,132	-58,100	-195,370	-52,810	-201,448	-51,529	-172,625	-56,169	-192,398	-45,100
19,5	-231,800	-78,425	-203,509	-47,753	-228,446	-43,310	-206,672	-34,847	-208,212	-25,988	-180,645	-35,123
26	-262,640	-46,266	-223,261	-49,389	-232,249	-48,042	-219,830	-42,430	199,475	-47,100	-212,344	-50,600
34	-334,883	-78,196	-223,821	-36,433	-230,924	-47,087	-215,272	-44,000	-208,961	-36,243	-175,879	-33,910
41	-351,060	31,800	-223,667	-48,865	-192,000	-36,665	-181,000	-34,546	-190,000	-39,350	-183,100	-34,000
47	-363,790	-65,300	-211,573	-53,794	-222,000	-43,500	-199,600	-48,000	-202,400	-34,800	-204,650	-30,900
90	-434,553	-96,700	-191,580	-37,800	-211,800	-37,500	-185,300	-25,570	-201,500	-23,038	-193,800	-26,000
102,5	-244,600	-40,000	-208,735	-30,000	-200,200	-38,000	-207,803	-24,300	-198,000	-23,700	-170,000	-38,000
120	-245,000	-36,600	-224,900	-40,627	-213,307	-34,600	-216,071	-28,100	-186,636	-39,880	-201,721	-47,000

Valores del cortante resultante-

D	1	2	3	4	5	6	a = σ _{max} (Pa)	Kt
11	-203,373	-191,947	-194,394	-180,510	-174,292	-176,383	- 225,16	2,11
14,5	-211,466	-204,160	-197,483	-202,264	-178,920	-191,262	- 233,25	2,01
19,5	-243,673	-205,363	-226,346	-203,012	-200,821	-179,340	- 253,89	1,85
26	-260,012	-224,931	-232,692	-219,068	165,566	-215,339	- 607,59	3,77
34	-340,632	-221,981	-232,435	-216,718	-208,043	-176,329	- 423,51	2,29
41	-319,056	-226,900	-192,970	-181,908	-192,008	-183,695	- 453,88	2,11
47	-363,934	-217,125	-223,350	-203,887	-201,951	-202,714	- 508,15	2,33
90	-443,009	-193,798	-212,912	-184,011	-198,609	-192,220	- 665,60	2,67
102,5	-245,030	-207,829	-202,172	-205,187	-188,377	-173,440	- 272,14	1,10
120	-244,722	-226,749	-213,883	-214,575	-190,016	-206,540	- 292,09	1,15

27.1.2. Tensión de Von Mises $\sigma_{Von Mises}$

D	1	2	3	4	5	6	a = σ_{max} (Pa)	Kt
11	400,000	310,750	250,000	225,350	195,850	160,460	560,74	8,29
14,5	436,300	408,000	360,000	250,000	183,000	188,660	637,25	8,55
19,5	495,670	458,840	395,210	352,660	322,070	262,000	609,31	6,77
26	685,289	586,130	548,686	460,000	426,050	375,600	870,40	7,85
34	649,000	578,740	537,300	450,000	443,600	422,120	835,14	6,37
41	593,810	691,670	564,000	517,090	513,720	473,460	693,39	4,34
47	488,370	583,300	577,660	539,600	532,000	483,000	405,53	2,49
90	780,200	628,000	570,859	543,800	513,600	483,600	1.000,0	5,22
102,5	808,181	778,420	550,000	540,000	625,000	475,000	1.039,8	5,45
120	850,000	757,267	787,631	597,500	506,300	488,990	1.057,4	5,40

27.2. Estudio a flexión

27.2.1. Tensión normal σ_z

d	b	h	h_1	h_2	b/d	h/d	r/d	b/h	$\sigma_{0, en d}$ (Pa)	0,150	0,200	0,300	0,450	0,500	0,600	a = σ_{max} (Pa)	Kt		
10	12	11	4	4	2,5	1,8	0,364	0,364	0,182	2,000	1,70	4,389	4,249	3,675	3,669	3,765	3,604	5,18	3,05
12	17	14,5	5	5	3	2,3	0,345	0,345	0,172	2,000	1,70	4,228	4,581	5,015	4,246	3,628	3,750	3,70	2,18
17	22	19,5	6	6	3,5	2,8	0,308	0,308	0,154	2,000	1,70	5,566	4,410	4,170	3,489	3,490	3,469	7,18	4,23
22	30	26	8	7	4	3,3	0,308	0,269	0,154	2,286	1,70	6,525	5,622	4,487	4,150	4,092	3,529	8,42	4,96
30	38	34	10	8	5	3,3	0,294	0,235	0,147	2,500	1,70	6,048	6,023	5,152	4,362	4,305	3,568	7,01	4,13
44	50	47	14	9	5,5	3,8	0,298	0,191	0,149	3,111	1,70	6,544	6,726	5,482	5,004	4,731	4,489	8,10	4,77
50	58	54	16	10	6	4,3	0,296	0,185	0,148	3,200	1,70	6,946	7,547	6,756	5,140	5,236	4,509	7,91	4,66
58	65	61,5	18	11	7	4,4	0,293	0,179	0,146	3,273	1,70	5,338	4,071	3,503	3,249	3,014	2,910	7,05	4,15
65	75	70	20	12	7,5	4,9	0,286	0,171	0,143	3,333	1,70	5,444	4,108	3,612	3,232	3,020	3,185	7,47	4,40
75	85	80	22	14	9	5,4	0,275	0,175	0,138	3,143	1,70	5,721	4,473	3,920	3,496	3,216	3,292	7,67	4,52
85	95	90	25	14	9	5,4	0,278	0,156	0,139	3,571	1,70	5,746	4,340	3,906	3,903	3,310	3,087	6,95	4,10
95	110	102,5	28	16	10	6,4	0,273	0,156	0,137	3,500	1,70	6,678	4,352	3,926	3,581	3,294	3,291	9,13	5,38
110	130	120	32	18	11	7,4	0,267	0,150	0,133	3,556	1,70	4,994	3,565	3,458	2,965	2,948	2,824	6,40	3,77
130	150	140	36	20	12	8,4	0,257	0,143	0,129	3,600	1,70	5,588	4,092	3,479	3,329	3,008	2,953	7,49	4,41
150	170	160	40	22	13	9,4	0,250	0,138	0,125	3,636	1,70	5,465	4,309	3,494	3,285	3,034	2,877	7,35	4,33

27.2.2. Tensión de Von Mises $\sigma_{Von Mises}$

d	b	h	h_1	h_2	b/d	h/d	r/d	b/h	$\sigma_{0, en d}$ (Pa)	0,150	0,200	0,300	0,450	0,500	0,600	a = σ_{max} (Pa)	Kt		
10	12	11	4	4	2,5	1,8	0,364	0,364	0,182	2,000	1,70	4,075	4,046	4,036	4,019	3,910	3,777	3,94	2,32
12	17	14,5	5	5	3	2,3	0,345	0,345	0,172	2,000	1,70	4,616	4,063	5,103	4,446	3,713	3,842	3,81	2,24
17	22	19,5	6	6	3,5	2,8	0,308	0,308	0,154	2,000	1,70	4,952	4,132	3,803	3,558	3,520	3,564	6,22	3,66
22	30	26	8	7	4	3,3	0,308	0,269	0,154	2,286	1,70	5,680	4,075	7,070	3,691	3,860	3,450	4,43	2,61
30	38	34	10	8	5	3,3	0,294	0,235	0,147	2,500	1,70	5,529	5,501	4,548	4,112	4,035	3,408	6,50	3,83
44	50	47	14	9	5,5	3,8	0,298	0,191	0,149	3,111	1,70	5,850	5,953	5,163	4,648	4,214	4,981	7,81	4,60
50	58	54	16	10	6	4,3	0,296	0,185	0,148	3,200	1,70	6,605	6,781	7,354	4,521	4,485	4,162	7,09	4,17
58	65	61,5	18	11	7	4,4	0,293	0,179	0,146	3,273	1,70	4,930	3,666	3,281	3,098	3,000	2,953	6,45	3,80
65	75	70	20	12	7,5	4,9	0,286	0,171	0,143	3,333	1,70	4,741	3,915	3,311	3,055	3,057	2,967	6,29	3,70
75	85	80	22	14	9	5,4	0,275	0,175	0,138	3,143	1,70	5,208	4,066	3,548	3,276	3,063	3,072	6,89	4,06
85	95	90	25	14	9	5,4	0,278	0,156	0,139	3,571	1,70	5,254	9,142	3,597	3,497	3,046	3,086	10,05	5,92
95	110	102,5	28	16	10	6,4	0,273	0,156	0,137	3,500	1,70	5,749	5,130	3,706	3,259	3,088	3,089	8,43	4,97
110	130	120	32	18	11	7,4	0,267	0,150	0,133	3,556	1,70	4,582	3,350	3,104	3,003	2,976	2,916	5,85	3,45
130	150	140	36	20	12	8,4	0,257	0,143	0,129	3,600	1,70	5,045	3,778	5,906	3,078	2,891	2,851	4,65	2,74
150	170	160	40	22	13	9,4	0,250	0,138	0,125	3,636	1,70	4,965	3,884	3,269	3,019	2,982	2,829	6,63	3,91

28. Eje con ranura para arandela Seeger

28.1. Estudio a esfuerzo axial

28.1.1. Tensión normal σ_x

d_1	d_2	m_1	b	h	h/d	m_1/h	$\sigma_{0, en d}$ (Pa)	0,150	0,200	0,300	0,450	0,500	0,600	$a = \sigma_{max}$ (Pa)	Kt
11	10,5	1,1	1,8	0,25	0,023	4,4	3,10	4,22	4,05	3,20	3,20	3,21	2,90	5,24	1,690
15	14,3	1,1	2,2	0,35	0,023	3,143	2,88	5,86	5,24	4,75	4,07	3,39	3,19	6,96	2,421
17	16,2	1,1	2,3	0,4	0,024	2,75	2,81	6,85	5,09	4,88	4,16	3,43	3,39	8,58	3,057
18	17	1,3	2,4	0,5	0,028	2,6	2,38		4,32	3,22	3,21	3,19	2,96	8,04	3,378
22	21	1,3	2,8	0,5	0,023	2,6	2,88		5,16	5,31	4,53	3,76	3,87	7,89	2,737
25	23,9	1,3	3	0,55	0,022	2,364	2,94		5,98	5,58	4,99	4,39	4,11	9,05	3,075
28	26,6	1,6	3,2	0,7	0,025	2,286	2,59		4,88	4,07	4,00	3,09	3,03	8,42	3,246
30	28,6	1,6	3,5	0,7	0,023	2,286	2,77		5,64	5,05	4,76	3,78	3,74	9,17	3,310
35	33	1,6	3,9	1	0,029	1,6	2,20		6,13	5,90	5,45	4,93	4,46	7,57	3,449
36	34	1,85	4	1	0,028	1,85	2,29		5,54	5,12	5,030	3,84	3,11	5,97	2,610
38	36	1,85	4,2	1	0,026	1,85	2,41		5,82	4,94	5,10	4,527	4,25	8,13	3,368
40	37,5	1,85	4,4	1,25	0,031	1,48	1,99		6,46	4,84	5,16	4,84	3,96	9,40	4,716
44	41,5	1,85	4,6	1,25	0,028	1,48	2,19		6,32	5,48	5,71	5,66	4,67	6,22	2,834
46	43,5	1,85	4,8	1,25	0,027	1,48	2,29		7,05	6,93	6,05	6,09	5,16	8,17	3,562
48	45,5	1,85	5	1,25	0,026	1,48	2,39		7,96	7,34	6,50	6,74	5,55	10,11	4,222
50	47	2,15	5,1	1,5	0,03	1,433	2,07		6,67	6,47	5,38	5,31	5,03	10,60	5,116

28.1.2. Tensión de Von Mises $\sigma_{Von Mises}$

d_1	d_2	m_1	b	h	h/d	m_1/h	$\sigma_{0, en d}$ (Pa)	0,150	0,200	0,300	0,450	0,500	0,600	$a = \sigma_{max}$ (Pa)	Kt
11	10,5	1,1	1,8	0,25	0,023	4,4	3,10	3,141	3,063	2,574	2,669	2,703	2,397	3,53	1,139
15	14,3	1,1	2,2	0,35	0,023	3,143	2,88	4,200	4,000	3,500	2,900	2,771	2,840	5,45	1,894
17	16,2	1,1	2,3	0,4	0,024	2,75	2,81	4,400	4,000	3,600	3,000	2,796	2,776	5,54	1,973
18	17	1,3	2,4	0,5	0,028	2,6	2,38		3,200	2,700	2,700	2,584	2,470	4,88	2,050
22	21	1,3	2,8	0,5	0,023	2,6	2,88		3,974	3,857	3,601	3,355	3,244	5,13	1,779
25	23,9	1,3	3	0,55	0,022	2,364	2,94		4,566	4,144	3,813	3,794	3,688	7,10	2,411
28	26,6	1,6	3,2	0,7	0,025	2,286	2,59		3,296	2,967	2,718	2,464	2,723	6,21	2,397
30	28,6	1,6	3,5	0,7	0,023	2,286	2,77		4,265	3,575	3,472	3,072	3,340	8,14	2,937
35	33	1,6	3,9	1	0,029	1,6	2,20		4,210	3,938	3,787	3,357	3,239	5,64	2,567
36	34	1,85	4	1	0,028	1,85	2,29		3,421	3,463	3,386	2,908	2,503	2,64	1,152
38	36	1,85	4,2	1	0,026	1,85	2,41		4,273	3,625	3,574	3,324	2,941	6,05	2,505
40	37,5	1,85	4,4	1,25	0,031	1,48	1,99		4,086	3,474	3,398	3,252	2,914	5,89	2,955
44	41,5	1,85	4,6	1,25	0,028	1,48	2,19		4,747	3,884	3,802	3,551	3,373	8,00	3,646
46	43,5	1,85	4,8	1,25	0,027	1,48	2,29		5,178	4,711	4,402	4,089	3,756	7,31	3,188
48	45,5	1,85	5	1,25	0,026	1,48	2,39		5,87	5,02	5,02	4,63	4,42	8,73	3,646
50	47	2,15	5,1	1,5	0,03	1,433	2,07		4,384	3,930	3,671	3,641	3,478	6,64	3,205

28.2. Estudio a flexión

28.2.1. Tensión normal σ_x

d ₁	d ₂	m ₁	b	h	h/d	m ₁ /h	$\sigma_{0, en d}$ (Pa)	h (mm)						a = σ_{max} (Pa)	Kt
								0,150	0,200	0,300	0,450	0,500	0,600		
8	7,6	0,9	1,5	0,2	0,025	4,5	1,98	3,812	3,980	3,174	2,849	2,769	2,749	4,97	2,510
9	8,6	1,1	1,7	0,2	0,022	5,5	1,95	3,750	3,618	3,023	2,859	2,635	2,632	4,70	2,413
11	10,5	1,1	1,8	0,25	0,023	4,4	1,95	3,952	3,869	3,282	3,122	3,299	2,835	4,54	2,328
13	12,4	1,1	2	0,3	0,023	3,667	1,96	3,969	3,767	3,254	3,154	3,093	2,782	4,57	2,334
15	14,3	1,1	2,2	0,35	0,023	3,143	1,96	4,394	4,327	4,152	3,553	3,379	3,340	4,95	2,528
17	16,2	1,1	2,3	0,4	0,024	2,75	1,96	4,168	3,955	3,684	3,107	3,167	3,308	5,24	2,670
18	17	1,3	2,4	0,5	0,028	2,6	2,02	5,686	4,791	4,625	3,919	3,875	3,618	6,76	3,353
20	19	1,3	2,6	0,5	0,025	2,6	1,98	5,697	4,749	4,505	3,888	3,881	1,938	5,16	2,608
22	21	1,3	2,8	0,5	0,023	2,6	1,95	5,788	5,166	4,646	3,909	3,824	3,751	7,34	3,761
25	23,9	1,3	3	0,55	0,022	2,364	1,94	5,756	5,546	4,759	4,450	4,192	3,863	6,78	3,487
27	25,8	1,3	3,1	0,6	0,022	2,167	1,95	5,699	6,527	4,570	5,324	4,612	3,992	6,44	3,309
28	26,6	1,6	3,2	0,7	0,025	2,286	1,98	6,480	6,248	4,998	4,699	4,698	3,997	7,89	3,986
30	28,6	1,6	3,5	0,7	0,023	2,286	1,96	6,617	5,581	5,564	4,145	4,862	4,162	7,89	4,027
33	31,3	1,6	3,7	0,85	0,026	1,882	1,99	10,735	9,656	9,420	7,049	7,546	6,289	12,29	6,175
35	33	1,6	3,9	1	0,029	1,6	2,03	9,420	7,049	6,289	6,162	6,204	5,092	11,25	5,555
36	34	1,85	4	1	0,028	1,85	2,02	6,926	5,301	5,149	4,340	4,407	4,096	8,58	4,259
38	36	1,85	4,2	1	0,026	1,85	2,00	6,445	5,443	4,936	4,453	4,397	4,166	7,96	3,986
40	37,5	1,85	4,4	1,25	0,031	1,48	2,06	7,770	5,867	5,641	4,823	4,646	4,646	9,96	4,836
44	41,5	1,85	4,6	1,25	0,028	1,48	2,02	6,758	5,929	5,602	5,045	4,634	4,640	8,03	3,969
46	43,5	1,85	4,8	1,25	0,027	1,48	2,01	7,498	5,874	5,958	4,898	4,819	4,751	9,17	4,566
48	45,5	1,85	5	1,25	0,026	1,48	1,99	7,582	5,738	5,665	5,037	4,979	4,747	9,21	4,621
50	47	2,15	5,1	1,5	0,03	1,433	2,04	7,928	7,402	5,657	5,726	4,955	4,780	10,25	5,014

28.2.2. Tensión de Von Misses $\sigma_{Von Misses}$

d ₁	d ₂	m ₁	b	h	h/d	m ₁ /h	$\sigma_{0, en d}$ (Pa)	h (mm)						a = σ_{max} (Pa)	Kt
								0,150	0,200	0,300	0,450	0,500	0,600		
8	7,6	0,9	1,5	0,2	0,025	4,5	1,98	3,443	3,594	2,940	2,663	2,624	2,598	4,38	2,212
9	8,6	1,1	1,7	0,2	0,022	5,5	1,95	3,417	3,347	2,792	2,691	2,485	2,498	4,24	2,181
11	10,5	1,1	1,8	0,25	0,023	4,4	1,95	3,609	3,606	3,085	2,894	3,253	2,647	4,00	2,047
13	12,4	1,1	2	0,3	0,023	3,667	1,96	3,658	3,587	3,058	2,941	2,899	2,621	4,23	2,163
15	14,3	1,1	2,2	0,35	0,023	3,143	1,96	4,064	3,996	3,789	3,263	3,162	3,148	4,68	2,388
17	16,2	1,1	2,3	0,4	0,024	2,75	1,96	4,017	3,521	3,372	2,919	2,910	3,377	5,35	2,729
18	17	1,3	2,4	0,5	0,028	2,6	2,02	5,170	4,344	4,556	3,580	1,731	3,367	7,01	3,477
20	19	1,3	2,6	0,5	0,025	2,6	1,98	5,404	4,370	4,091	3,605	3,549	3,549	6,86	3,464
22	21	1,3	2,8	0,5	0,023	2,6	1,95	5,434	4,973	4,365	3,567	3,394	3,472	7,14	3,660
25	23,9	1,3	3	0,55	0,022	2,364	1,94	5,471	5,269	4,367	4,111	3,858	3,469	6,56	3,374
27	25,8	1,3	3,1	0,6	0,022	2,167	1,95	5,094	6,603	4,075	5,163	5,140	3,594	5,26	2,703
28	26,6	1,6	3,2	0,7	0,025	2,286	1,98	5,714	5,631	4,430	4,350	4,279	3,544	6,74	3,406
30	28,6	1,6	3,5	0,7	0,023	2,286	1,96	6,088	4,878	5,062	3,739	4,551	3,695	7,03	3,588
33	31,3	1,6	3,7	0,85	0,026	1,882	1,99	9,485	9,631	10,649	7,583	6,929	5,662	8,29	4,169
35	33	1,6	3,9	1	0,029	1,6	2,03	10,649	7,583	6,662	5,549	5,555	4,572	13,96	6,893
36	34	1,85	4	1	0,028	1,85	2,02	7,342	4,825	4,660	3,862	3,938	3,680	9,74	4,835
38	36	1,85	4,2	1	0,026	1,85	2,00	5,696	4,861	4,525	3,997	4,066	3,662	6,75	3,379
40	37,5	1,85	4,4	1,25	0,031	1,48	2,06	8,737	5,249	5,088	4,370	4,122	4,383	12,21	5,926
44	41,5	1,85	4,6	1,25	0,028	1,48	2,02	5,996	5,230	4,966	4,514	4,177	4,209	7,12	3,520
46	43,5	1,85	4,8	1,25	0,027	1,48	2,01	6,891	5,233	5,515	4,301	4,160	4,295	8,58	4,275
48	45,5	1,85	5	1,25	0,026	1,48	1,99	6,875	5,020	5,082	4,795	5,650	4,213	7,26	3,642
50	47	2,15	5,1	1,5	0,03	1,433	2,04	8,273	7,575	5,175	5,278	4,465	4,193	11,51	5,630

Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología

Ingeniería Industrial

ANEXO 8

**Código del programa y ejecución para la formulación de los ajustes de
los valores K_t**

TRABAJO DE FIN DE GRADO

**Estudio de factores de concentración de tensiones
mediante métodos de elementos finitos**

Titulación

Grado en Ingeniería Mecánica

Autor

Néstor Manuel Santana Hernández

Tutor Académico

Viana Lida Guadalupe Suárez

Julio 2017

C:\Users\nessa\Google Drive\TFG\P...\Programa_ran_trac.m 1 of 2

```

disp('Valores de Kt en función de D/d / r/d')
A = load ('Eje_ran_trac.txt')

% Dividimos las gráfica en dos partes
z1 = [1.20 1.50 2.00];
z2 = [1.50 2.00];
% Para r/d = [0.05 a 0.10]
%=====
% Valores r/d para cada D/d
x1 = A(1,2:4); % 1.20
x2 = [A(1,2) A(1,4:5)]; % 1.50
x3 = [A(1,2) A(1,4:5)]; % 2.00

% Valores Kt para cada D/d
y1 = A(2,2:4);
y2 = [A(3,2) A(3,4:5)];
y3 = [A(4,2) A(4,4:5)];

% Ajuste de los puntos a una ecuación tipo "a*x^b+c*x"
fp1 = fit(x1',y1', 'a*x^b+c*x');
fp2 = fit(x2',y2', 'a*x^b+c*x');
fp3 = fit(x3',y3', 'a*x^b+c*x');

% Ajuste de la gráfica
x2 = [A(1,2) A(1,4)];
x3 = [A(1,2) A(1,4)];
y2 = [A(3,2) A(3,4)];
y3 = [A(4,2) A(4,4)];

figure(1)
plot(fp1,'k',x1,y1,'*')
title('Factor de concentración de esfuerzo geométrico Kt')
hold on
plot(fp2,'k',x2,y2,'+')
plot(fp3,'k',x3,y3,'o')

% Los valores de a, b y c se guardan en vectores a, b y c
% correspondientemente
a = [fp1.a fp2.a fp3.a];
b = [fp1.b fp2.b fp3.b];
c = [fp1.c fp2.c fp3.c];

% Para poder interpolar entre valores de D/d, a través de una ecuación
% cuadrática
fa = fit(z1',a', 'a*x^2+b*x+c')
fb = fit(z1',b', 'a*x^2+b*x+c')
fc = fit(z1',c', 'a*x^2+b*x+c')

figure(2)
plot(fa,'k',z1,a,'*')
title('Valores de las constantes a, b y c')
hold on
plot(fb,'k',z1,b,'+')
plot(fc,'k',z1,c,'o')
legend('Data','a','b','c')

```

C:\Users\nessa\Google Drive\TFG\P...\Programa_ran_trac.m 2 of 2

```

xlabel('D/d')
ylabel('Constantes')
grid('on')

% Para r/d = [0.10 a 0.30]
%=====

% Valores r/d para cada D/d
xx2 = A(1,4:6); % 1.50
xx3 = A(1,4:8); % 2.00

% Valores y(r/d) para cada D/d
yy2 = A(3,4:6);
yy3 = A(4,4:8);

% Ajuste de los puntos a una ecuación tipo "a*x^b+c/x"
fpp2 = fit(xx2',yy2', 'd+e/x');
fpp3 = fit(xx3',yy3', 'd+e/x');

figure(1)
plot(fpp2, 'k', xx2, yy2, '+')
grid
hold on
plot(fpp3, 'k', xx3, yy3, 'o')
legend('Data', 'D/d=1,20', '', 'D/d=1,50', '', 'D/d=2,00')
xlabel('r/d')
ylabel('Kt')
grid('on')
% Para poder interpolar entre valores de D/d

% Los valores de a y c se guardan en vectores a2 y c2
% correspondientemente

d = [fpp2.d fpp3.d];
e = [fpp2.e fpp3.e];

fd = fit(z2',d', 'a*x+b')
fe = fit(z2',e', 'a*x+b')

figure(3)
plot(fd, 'k', z2, d, '*')
title('Valores de las constantes d y e')
grid
hold on
plot(fe, 'k', z2, e, 'o')
legend('Data', 'd', '', 'e')
xlabel('D/d')
ylabel('Constantes')
grid('on')

```

```
>> Programa_ran_trac
Valores de Kt en función de D/d / r/d

A =

    0    0.0500    0.0750    0.1000    0.1500    0.2000    0.2500    0.3000
  1.2000    3.6930    2.6280    2.0390         0         0         0         0
  1.5000    4.0190    3.0330    2.4530    2.0780    1.9290    1.8050         0
  2.0000    4.3740    2.8440    2.5680    2.1080    1.9590    1.7460    1.6650
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_ran_trac (line 20)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_ran_trac (line 21)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_ran_trac (line 22)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_ran_trac (line 45)
```

```
fa =

General model:
fa(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a =    0.5557
b =   -1.938
c =    1.878
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_ran_trac (line 46)
```

```
fb =

General model:
fb(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a =    0.5858
b =   -2.104
c =    0.8905
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```

In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_trac (line 47)

fc =

General model:
fc(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a =    -27.36
b =     94.97
c =    -75.92
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_trac (line 72)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_trac (line 73)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_trac (line 92)

fd =

General model:
fd(x) = a*x+b
Coefficients:
a =    -0.3113
b =     1.855
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_trac (line 93)

fe =

General model:
fe(x) = a*x+b
Coefficients:
a =     0.05591
b =     0.02203
>>

```

C:\Users\nessa\Google Drive\T...\Programa_ran_trac_von.m 1 of 2

```

disp('Valores de Kt en función de D/d / r/d')
A = load ('Eje_ran_trac_von.txt')

% Dividimos las gráfica en dos partes
z1 = [1.20 1.50 2.00];
z2 = [1.50 2.00];
% Para r/d = [0.05 a 0.10]
%=====
% Valores r/d para cada D/d
x1 = A(1,2:4); % 1.20
x2 = [A(1,2) A(1,4:5)]; % 1.50
x3 = [A(1,2) A(1,4:5)]; % 2.00

% Valores Kt para cada D/d
y1 = A(2,2:4);
y2 = [A(3,2) A(3,4:5)];
y3 = [A(4,2) A(4,4:5)];

% Ajuste de los puntos a una ecuación tipo "a*x^b+c*x"
fp1 = fit(x1',y1', 'a*x^b+c*x');
fp2 = fit(x2',y2', 'a*x^b+c*x');
fp3 = fit(x3',y3', 'a*x^b+c*x');

% Ajuste de la gráfica
x2 = [A(1,2) A(1,4)];
x3 = [A(1,2) A(1,4)];
y2 = [A(3,2) A(3,4)];
y3 = [A(4,2) A(4,4)];

figure(1)
plot(fp1,'k',x1,y1,'*')
title('Factor de concentración de esfuerzo geométrico Kt')
hold on
plot(fp2,'k',x2,y2,'+')
plot(fp3,'k',x3,y3,'o')

% Los valores de a, b y c se guardan en vectores a, b y c
% correspondientemente
a = [fp1.a fp2.a fp3.a];
b = [fp1.b fp2.b fp3.b];
c = [fp1.c fp2.c fp3.c];

% Para poder interpolar entre valores de D/d, a través de una ecuación
% cuadrática
fa = fit(z1',a', 'a*x^2+b*x+c')
fb = fit(z1',b', 'a*x^2+b*x+c')
fc = fit(z1',c', 'a*x^2+b*x+c')

figure(2)
plot(fa,'k',z1,a,'*')
title('Valores de las constantes a, b y c')
hold on
plot(fb,'k',z1,b,'+')
plot(fc,'k',z1,c,'o')
legend('Data','a',' ','b',' ','c')

```

C:\Users\nessa\Google Drive\T...\Programa_ran_trac_von.m 2 of 2

```

xlabel('D/d')
ylabel('Constantes')
grid('on')

% Para r/d = [0.10 a 0.30]
%=====

% Valores r/d para cada D/d
xx2 = A(1,4:6); % 1.50
xx3 = A(1,4:8); % 2.00

% Valores y(r/d) para cada D/d
yy2 = A(3,4:6);
yy3 = A(4,4:8);

% Ajuste de los puntos a una ecuación tipo "a*x^b+c/x"
fpp2 = fit(xx2',yy2', 'd+e/x');
fpp3 = fit(xx3',yy3', 'd+e/x');

% Ajustamos las líneas
fpp3.d = fpp3.d + 0.01;

figure(1)
plot(fpp2, 'k', xx2, yy2, '+')
grid
hold on
plot(fpp3, 'k', xx3, yy3, 'o')
legend('Data', 'D/d=1,20', '', 'D/d=1,50', '', 'D/d=2,00')
xlabel('r/d')
ylabel('Kt')
grid('on')
% Para poder interpolar entre valores de D/d

% Los valores de a y c se guardan en vectores a2 y c2
% correspondientemente

d = [fpp2.d fpp3.d];
e = [fpp2.e fpp3.e];

fd = fit(z2',d', 'a*x+b')
fe = fit(z2',e', 'a*x+b')

figure(3)
plot(fd, 'k', z2, d, '*')
title('Valores de las constantes d y e')
grid
hold on
plot(fe, 'k', z2, e, 'o')
legend('Data', 'd', '', 'e')
xlabel('D/d')
ylabel('Constantes')
grid('on')

```

```
>> Programa_ran_trac_von
Valores de Kt en función de D/d / r/d
```

```
A =
```

0	0.0500	0.0750	0.1000	0.1500	0.2000	0.2500	0.3000
1.2000	2.8610	2.3260	2.2320	0	0	0	0
1.5000	3.1940	2.6490	2.2850	1.9000	1.7030	1.5390	0
2.0000	3.5510	2.7630	2.4610	1.9520	1.7120	1.6260	1.4800

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_ran_trac_von (line 20)
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_ran_trac_von (line 21)
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_ran_trac_von (line 22)
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_ran_trac_von (line 45)
```

```
fa =
```

```
General model:
```

```
fa(x) = a*x^2+b*x+c
```

```
Coefficients:
```

```
a = -2.283
```

```
b = 8.233
```

```
c = -6.52
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_ran_trac_von (line 46)
```

```
fb =
```

```
General model:
```

```
fb(x) = a*x^2+b*x+c
```

```
Coefficients:
```

```
a = -2.646
```

```
b = 9.282
```

```
c = -8.478
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```

In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_trac_von (line 47)

fc =

General model:
fc(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a =      44.58
b =     -159
c =     138.7
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_trac_von (line 72)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_trac_von (line 73)
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
> In cfit/subsasgn (line 44)
In Programa_ran_trac_von (line 76)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_trac_von (line 95)

fd =

General model:
fd(x) = a*x+b
Coefficients:
a =     -0.2029
b =      1.427
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_trac_von (line 96)

fe =

General model:
fe(x) = a*x+b
Coefficients:
a =      0.05529
b =      0.03333

```

C:\Users\nessa\Google Drive\TFG\P...\Programa_ran_flex.m 1 of 2

```

disp('Valores de Kt en función de D/d / r/d')
A = load ('Eje_ran_flex.txt')

% Dividimos las gráfica en dos partes
z1 = [1.20 1.50 2.00];
z2 = [1.50 2.00];
% Para r/d = [0.05 a 0.10]
%=====
% Valores r/d para cada D/d
x1 = A(1,2:4); % 1.20
x2 = [A(1,2) A(1,4:5)]; % 1.50
x3 = [A(1,2) A(1,4:5)]; % 2.00

% Valores Kt para cada D/d
y1 = A(2,2:4);
y2 = [A(3,2) A(3,4:5)];
y3 = [A(4,2) A(4,4:5)];

% Ajuste de los puntos a una ecuación tipo "a*x^b+c*x"
fp1 = fit(x1',y1', 'a*x^b+c*x');
fp2 = fit(x2',y2', 'a*x^b+c*x');
fp3 = fit(x3',y3', 'a*x^b+c*x');

% Ajuste de la gráfica
x2 = [A(1,2) A(1,4)];
x3 = [A(1,2) A(1,4)];
y2 = [A(3,2) A(3,4)];
y3 = [A(4,2) A(4,4)];

figure(1)
plot(fp1,'k',x1,y1,'*')
title('Factor de concentración de esfuerzo geométrico Kt')
hold on
plot(fp2,'k',x2,y2,'+')
plot(fp3,'k',x3,y3,'o')

% Los valores de a, b y c se guardan en vectores a, b y c
% correspondientemente
a = [fp1.a fp2.a fp3.a];
b = [fp1.b fp2.b fp3.b];
c = [fp1.c fp2.c fp3.c];

% Para poder interpolar entre valores de D/d, a través de una ecuación
% cuadrática
fa = fit(z1',a', 'a*x^2+b*x+c')
fb = fit(z1',b', 'a*x^2+b*x+c')
fc = fit(z1',c', 'a*x^2+b*x+c')

figure(2)
plot(fa,'k',z1,a,'*')
title('Valores de las constantes a, b y c')
hold on
plot(fb,'k',z1,b,'+')
plot(fc,'k',z1,c,'o')
legend('Data','a','b','c')

```

C:\Users\nessa\Google Drive\TFG\P...\Programa_ran_flex.m 2 of 2

```

xlabel('D/d')
ylabel('Constantes')
grid('on')

% Para r/d = [0.10 a 0.30]
%=====

% Valores r/d para cada D/d
xx2 = A(1,4:6); % 1.50
xx3 = A(1,4:8); % 2.00

% Valores y(r/d) para cada D/d
yy2 = A(3,4:6);
yy3 = A(4,4:8);

% Ajuste de los puntos a una ecuación tipo "a*x^b+c/x"
fpp2 = fit(xx2',yy2', 'd+e/x');
fpp3 = fit(xx3',yy3', 'd+e/x');

% Ajustamos las líneas
fpp3.d = fpp3.d + 0.025;

figure(1)
plot(fpp2, 'k', xx2, yy2, '+')
grid
hold on
plot(fpp3, 'k', xx3, yy3, 'o')
legend('Data', 'D/d=1,20', '', 'D/d=1,50', '', 'D/d=2,00')
xlabel('r/d')
ylabel('Kt')
grid('on')
% Para poder interpolar entre valores de D/d

% Los valores de a y c se guardan en vectores a2 y c2
% correspondientemente

d = [fpp2.d fpp3.d];
e = [fpp2.e fpp3.e];

fd = fit(z2',d', 'a*x+b')
fe = fit(z2',e', 'a*x+b')

figure(3)
plot(fd, 'k', z2, d, '*')
title('Valores de las constantes d y e')
grid
hold on
plot(fe, 'k', z2, e, 'o')
legend('Data', 'd', '', 'e')
xlabel('D/d')
ylabel('Constantes')
grid('on')

```

```
>> Programa_ran_flex
Valores de Kt en función de D/d / r/d

A =

    0    0.0500    0.0750    0.1000    0.1500    0.2000    0.2500    0.3000
  1.2000    2.5680    2.0050    1.6580         0         0         0         0
  1.5000    2.6840    2.3350    2.0700    1.7420    1.6150    1.4810         0
  2.0000    3.2990    3.0520    2.3090    1.8010    1.6090    1.5240    1.4360
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_ran_flex (line 20)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_ran_flex (line 21)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_ran_flex (line 22)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_ran_flex (line 45)
```

```
fa =

General model:
fa(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a =    -2.369
b =     8.075
c =    -5.757
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_ran_flex (line 46)
```

```
fb =

General model:
fb(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a =    -1.167
b =     3.866
c =    -3.502
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```

In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_flex (line 47)

fc =

General model:
fc(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a = -4.167
b = 12.83
c = -10.99
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_flex (line 72)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_flex (line 73)
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
> In cfit/subsasgn (line 44)
In Programa_ran_flex (line 76)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_flex (line 95)

fd =

General model:
fd(x) = a*x+b
Coefficients:
a = -0.2746
b = 1.556
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_flex (line 96)

fe =

General model:
fe(x) = a*x+b
Coefficients:
a = 0.07588
b = -0.02176
>>

```

C:\Users\nessa\Google Drive\T...\Programa_ran_flex_von.m 1 of 2

```

disp('Valores de Kt en función de D/d / r/d')
A = load ('Eje_ran_flex_von.txt')

% Dividimos las gráfica en dos partes
z1 = [1.20 1.50 2.00];
z2 = [1.50 2.00];
% Para r/d = [0.05 a 0.10]
%=====
% Valores r/d para cada D/d
x1 = A(1,2:4); % 1.20
x2 = [A(1,2) A(1,4:5)]; % 1.50
x3 = [A(1,2) A(1,4:5)]; % 2.00

% Valores Kt para cada D/d
y1 = A(2,2:4);
y2 = [A(3,2) A(3,4:5)];
y3 = [A(4,2) A(4,4:5)];

% Ajuste de los puntos a una ecuación tipo "a*x^b+c*x"
fp1 = fit(x1',y1', 'a*x^b+c*x');
fp2 = fit(x2',y2', 'a*x^b+c*x');
fp3 = fit(x3',y3', 'a*x^b+c*x');

% Ajuste de la gráfica
x2 = [A(1,2) A(1,4)];
x3 = [A(1,2) A(1,4)];
y2 = [A(3,2) A(3,4)];
y3 = [A(4,2) A(4,4)];

figure(1)
plot(fp1, 'k', x1, y1, '*')
title('Factor de concentración de esfuerzo geométrico Kt')
hold on
plot(fp2, 'k', x2, y2, '+')
plot(fp3, 'k', x3, y3, 'o')

% Los valores de a, b y c se guardan en vectores a, b y c
% correspondientemente
a = [fp1.a fp2.a fp3.a];
b = [fp1.b fp2.b fp3.b];
c = [fp1.c fp2.c fp3.c];

% Para poder interpolar entre valores de D/d, a través de una ecuación
% cuadrática
fa = fit(z1',a', 'a*x^2+b*x+c')
fb = fit(z1',b', 'a*x^2+b*x+c')
fc = fit(z1',c', 'a*x^2+b*x+c')

figure(2)
plot(fa, 'k', z1, a, '*')
title('Valores de las constantes a, b y c')
hold on
plot(fb, 'k', z1, b, '+')
plot(fc, 'k', z1, c, 'o')
legend('Data', 'a', '+', 'b', '*', 'c')

```

C:\Users\nessa\Google Drive\T...\Programa_ran_flex_von.m 2 of 2

```

xlabel('D/d')
ylabel('Constantes')
grid('on')

% Para r/d = [0.10 a 0.30]
%=====

% Valores r/d para cada D/d
xx2 = A(1,4:6); % 1.50
xx3 = A(1,4:8); % 2.00

% Valores y(r/d) para cada D/d
yy2 = A(3,4:6);
yy3 = A(4,4:8);

% Ajuste de los puntos a una ecuación tipo "a*x^b+c/x"
fpp2 = fit(xx2',yy2', 'd+e/x');
fpp3 = fit(xx3',yy3', 'd+e/x');
% Ajustamos las líneas
fpp2.d = fpp2.d + 0.04;
fpp3.d = fpp3.d + 0.0325;

figure(1)
plot(fpp2, 'k', xx2, yy2, '+')
grid
hold on
plot(fpp3, 'k', xx3, yy3, 'o')
legend('Data', 'D/d=1,20', '', 'D/d=1,50', '', 'D/d=2,00')
xlabel('r/d')
ylabel('Kt')
grid('on')
% Para poder interpolar entre valores de D/d

% Los valores de a y c se guardan en vectores a2 y c2
% correspondientemente

d = [fpp2.d fpp3.d];
e = [fpp2.e fpp3.e];

fd = fit(z2',d', 'a*x+b')
fe = fit(z2',e', 'a*x+b')

figure(3)
plot(fd, 'k', z2, d, '*')
title('Valores de las constantes d y e')
grid
hold on
plot(fe, 'k', z2, e, 'o')
legend('Data', 'd', '', 'e')
xlabel('D/d')
ylabel('Constantes')
grid('on')

```

```
>> Programa_ran_flex_von
Valores de Kt en función de D/d / r/d
```

```
A =
```

	0	0.0500	0.0750	0.1000	0.1500	0.2000	0.2500	0.3000
1.2000	2.2800	2.0440	1.7690	0	0	0	0	0
1.5000	2.3750	2.2340	1.8950	1.4540	1.4870	1.3370	0	0
2.0000	2.8550	2.2760	1.9860	1.5260	1.4570	1.3250	1.2650	0

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_flex_von (line 20)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_flex_von (line 21)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_flex_von (line 22)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_flex_von (line 45)
```

```
fa =
```

```
General model:
fa(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a = 4.206
b = -17.86
c = 19.72
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_flex_von (line 46)
```

```
fb =
```

```
General model:
fb(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a = -0.2555
b = 0.1364
c = 0.3222
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```

In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_flex_von (line 47)

fc =

General model:
fc(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a = -17.8
b = 73.5
c = -77.99
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_flex_von (line 72)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_flex_von (line 73)
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
> In cfit/subsasgn (line 44)
In Programa_ran_flex_von (line 75)
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
> In cfit/subsasgn (line 44)
In Programa_ran_flex_von (line 76)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_flex_von (line 95)

fd =

General model:
fd(x) = a*x+b
Coefficients:
a = -0.1564
b = 1.245
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_flex_von (line 96)

fe =

General model:
fe(x) = a*x+b
Coefficients:
a = 0.03341
b = 0.03874
>>

```

C:\Users\nessa\Google Drive\TFG\PR...\Programa_ran_tor.m 1 of 2

```

disp('Valores de Kt en función de D/d / r/d')
A = load ('Eje_ran_tor.txt')

% Dividimos las gráfica en dos partes
z1 = [1.20 1.50 2.00];
z2 = [1.50 2.00];
% Para r/d = [0.05 a 0.10]
%=====
% Valores r/d para cada D/d
x1 = A(1,2:4); % 1.20
x2 = [A(1,2) A(1,4:5)]; % 1.50
x3 = [A(1,2) A(1,4:5)]; % 2.00

% Valores Kt para cada D/d
y1 = A(2,2:4);
y2 = [A(3,2) A(3,4:5)];
y3 = [A(4,2) A(4,4:5)];

% Ajuste de los puntos a una ecuación tipo "a*x^b+c*x"
fp1 = fit(x1',y1', 'a*x^b+c*x');
fp2 = fit(x2',y2', 'a*x^b+c*x');
fp3 = fit(x3',y3', 'a*x^b+c*x');

% Ajuste de la gráfica
x2 = [A(1,2) A(1,4)];
x3 = [A(1,2) A(1,4)];
y2 = [A(3,2) A(3,4)];
y3 = [A(4,2) A(4,4)];

figure(1)
plot(fp1, 'k', x1, y1, '*')
title('Factor de concentración de esfuerzo geométrico Kt')
hold on
plot(fp2, 'k', x2, y2, '+')
plot(fp3, 'k', x3, y3, 'o')

% Los valores de a, b y c se guardan en vectores a, b y c
% correspondientemente
a = [fp1.a fp2.a fp3.a];
b = [fp1.b fp2.b fp3.b];
c = [fp1.c fp2.c fp3.c];

% Para poder interpolar entre valores de D/d, a través de una ecuación
% cuadrática
fa = fit(z1',a', 'a*x^2+b*x+c')
fb = fit(z1',b', 'a*x^2+b*x+c')
fc = fit(z1',c', 'a*x^2+b*x+c')

figure(2)
plot(fa, 'k', z1, a, '*')
title('Valores de las constantes a, b y c')
hold on
plot(fb, 'k', z1, b, '+')
plot(fc, 'k', z1, c, 'o')
legend('Data', 'a', 'b', 'c')

```

C:\Users\nessa\Google Drive\TFG\PR...\Programa_ran_tor.m 2 of 2

```

xlabel('D/d')
ylabel('Constantes')
grid('on')

% Para r/d = [0.10 a 0.30]
%=====

% Valores r/d para cada D/d
xx2 = A(1,4:6); % 1.50
xx3 = A(1,4:8); % 2.00

% Valores y(r/d) para cada D/d
yy2 = A(3,4:6);
yy3 = A(4,4:8);

% Ajuste de los puntos a una ecuación tipo "a*x^b+c/x"
fpp2 = fit(xx2',yy2', 'd+e/x');
fpp3 = fit(xx3',yy3', 'd+e/x');

% Ajustamos las líneas
fpp2.d = fpp2.d - 0.01;
fpp3.d = fpp3.d - 0.015;

figure(1)
plot(fpp2, 'k', xx2, yy2, '+')
grid
hold on
plot(fpp3, 'k', xx3, yy3, 'o')
legend('Data', 'D/d=1,20', '', 'D/d=1,50', '', 'D/d=2,00')
xlabel('r/d')
ylabel('Kt')
grid('on')
% Para poder interpolar entre valores de D/d

% Los valores de a y c se guardan en vectores a2 y c2
% correspondientemente

d = [fpp2.d fpp3.d];
e = [fpp2.e fpp3.e];

fd = fit(z2',d', 'a*x+b')
fe = fit(z2',e', 'a*x+b')

figure(3)
plot(fd, 'k', z2, d, '*')
title('Valores de las constantes d y e')
grid
hold on
plot(fe, 'k', z2, e, 'o')
legend('Data', 'd', '', 'e')
xlabel('D/d')
ylabel('Constantes')
grid('on')

```

```
>> Programa_ran_tor
Valores de Kt en función de D/d / r/d

A =

    0    0.0500    0.0750    0.1000    0.1500    0.2000    0.2500    0.3000
  1.2000    1.8460    1.6310    1.5560         0         0         0         0
  1.5000    1.9400    1.7170    1.5690    1.4400    1.3020    1.3220         0
  2.0000    2.0180    1.7500    1.5780    1.4590    1.3200    1.3090    1.2260
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_ran_tor (line 20)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_ran_tor (line 21)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_ran_tor (line 22)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_ran_tor (line 45)
```

```
fa =

General model:
fa(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a = -1.488
b = 4.899
c = -3.448
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_ran_tor (line 46)
```

```
fb =

General model:
fb(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a = -0.994
b = 3.248
c = -3.041
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```

In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_tor (line 47)

fc =

General model:
fc(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a = 15.28
b = -51.58
c = 44.64
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_tor (line 72)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_tor (line 73)
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
> In cfit/subsasgn (line 44)
In Programa_ran_tor (line 76)
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
> In cfit/subsasgn (line 44)
In Programa_ran_tor (line 77)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_tor (line 96)

fd =

General model:
fd(x) = a*x+b
Coefficients:
a = 0.01827
b = 1.029
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_tor (line 97)

fe =

General model:
fe(x) = a*x+b
Coefficients:
a = 7.712e-05
b = 0.05118
>>

```

C:\Users\nessa\Google Drive\TF...\Programa_ran_tor_von.m 1 of 2

```

disp('Valores de Kt en función de D/d / r/d')
A = load ('Eje_ran_tor_von.txt')

% Dividimos las gráfica en dos partes
z1 = [1.20 1.50 2.00];
z2 = [1.50 2.00];
% Para r/d = [0.05 a 0.10]
%=====
% Valores r/d para cada D/d
x1 = A(1,2:4); % 1.20
x2 = [A(1,2) A(1,4:5)]; % 1.50
x3 = [A(1,2) A(1,4:5)]; % 2.00

% Valores Kt para cada D/d
y1 = A(2,2:4);
y2 = [A(3,2) A(3,4:5)];
y3 = [A(4,2) A(4,4:5)];

% Ajuste de los puntos a una ecuación tipo "a*x^b+c*x"
fp1 = fit(x1',y1', 'a*x^b+c*x');
fp2 = fit(x2',y2', 'a*x^b+c*x');
fp3 = fit(x3',y3', 'a*x^b+c*x');

% Ajuste de la gráfica
x2 = [A(1,2) A(1,4)];
x3 = [A(1,2) A(1,4)];
y2 = [A(3,2) A(3,4)];
y3 = [A(4,2) A(4,4)];

figure(1)
plot(fp1,'k',x1,y1,'*')
title('Factor de concentración de esfuerzo geométrico Kt')
hold on
plot(fp2,'k',x2,y2,'+')
plot(fp3,'k',x3,y3,'o')

% Los valores de a, b y c se guardan en vectores a, b y c
% correspondientemente
a = [fp1.a fp2.a fp3.a];
b = [fp1.b fp2.b fp3.b];
c = [fp1.c fp2.c fp3.c];

% Para poder interpolar entre valores de D/d, a través de una ecuación
% cuadrática
fa = fit(z1',a', 'a*x^2+b*x+c')
fb = fit(z1',b', 'a*x^2+b*x+c')
fc = fit(z1',c', 'a*x^2+b*x+c')

figure(2)
plot(fa,'k',z1,a,'*')
title('Valores de las constantes a, b y c')
hold on
plot(fb,'k',z1,b,'+')
plot(fc,'k',z1,c,'o')
legend('Data','a','b','c')

```

C:\Users\nessa\Google Drive\TF...\Programa_ran_tor_von.m 2 of 2

```

xlabel('D/d')
ylabel('Constantes')
grid('on')

% Para r/d = [0.10 a 0.30]
%=====

% Valores r/d para cada D/d
xx2 = A(1,4:6); % 1.50
xx3 = A(1,4:8); % 2.00

% Valores y(r/d) para cada D/d
yy2 = A(3,4:6);
yy3 = A(4,4:8);

% Ajuste de los puntos a una ecuación tipo "a*x^b+c/x"
fpp2 = fit(xx2',yy2', 'd+e/x');
fpp3 = fit(xx3',yy3', 'd+e/x');

% Ajustamos las líneas
fpp3.d = fpp3.d - 0.01;

figure(1)
plot(fpp2, 'k', xx2, yy2, '+')
grid
hold on
plot(fpp3, 'k', xx3, yy3, 'o')
legend('Data', 'D/d=1,20', '', 'D/d=1,50', '', 'D/d=2,00')
xlabel('r/d')
ylabel('Kt')
grid('on')
% Para poder interpolar entre valores de D/d

% Los valores de a y c se guardan en vectores a2 y c2
% correspondientemente

d = [fpp2.d fpp3.d];
e = [fpp2.e fpp3.e];

fd = fit(z2',d', 'a*x+b')
fe = fit(z2',e', 'a*x+b')

figure(3)
plot(fd, 'k', z2, d, '*')
title('Valores de las constantes d y e')
grid
hold on
plot(fe, 'k', z2, e, 'o')
legend('Data', 'd', '', 'e')
xlabel('D/d')
ylabel('Constantes')
grid('on')

```

```
>> Programa_ran_tor_von
Valores de Kt en función de D/d / r/d
```

```
A =
```

	0	0.0500	0.0750	0.1000	0.1500	0.2000	0.2500	0.3000
1.2000	3.0970	2.8910	2.6560	0	0	0	0	0
1.5000	3.3630	2.9190	2.7200	2.4420	2.3080	2.2800	0	0
2.0000	3.6110	3.0200	2.7350	2.4780	2.3570	2.2610	2.1790	

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_ran_tor_von (line 20)
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_ran_tor_von (line 21)
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_ran_tor_von (line 22)
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_ran_tor_von (line 45)
```

```
fa =
```

```
General model:
fa(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a = 12.92
b = -46.26
c = 41.49
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_ran_tor_von (line 46)
```

```
fb =
```

```
General model:
fb(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a = 1.216
b = -4.672
c = 3.924
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```

In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_tor_von (line 47)

fc =

General model:
fc(x) = a*x^2+b*x+c
Coefficients:
a = -49.9
b = 180.5
c = -157.2
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_tor_von (line 72)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_tor_von (line 73)
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
> In cfit/subsasgn (line 44)
In Programa_ran_tor_von (line 76)
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_tor_von (line 95)

fd =

General model:
fd(x) = a*x+b
Coefficients:
a = 0.0536
b = 1.813
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
In fit>iFit (line 299)
In fit (line 108)
In Programa_ran_tor_von (line 96)

fe =

General model:
fe(x) = a*x+b
Coefficients:
a = -0.002554
b = 0.08637
>>

```

C:\Users\nessa\Google Drive\T...\Programa_chaveta_flex.m 1 of 1

```

disp('Valores de Kt en función de D/d / r/d')
a = load('Eje_chav_flex.txt')

x = a(:,1); y = a(:,2); z = a(:,3);

% Ajustamos los valores a una función 'a+b/(x*y)'
fp = fit([x,y],z, 'a+b/(x*y)');
figure (1)
% Añadimos un valor a la constante para asegurar que la función está por
% encima del 95% de los valores.
fp.a=0.4; fp

plot(fp,[x,y],z)
title('Factor de concentración de esfuerzo geométrico Kt')
xlabel('h/d')
ylabel('b/h')
zlabel('Kt')
grid('on')

% Ajustamos una función para la relación de dimensiones
fp1 = fit(x,y, 'a*x+b')
fp_up = fp1
fp_up.b = 2.0-fp1.a*0.364 +0.1; % Punto más alejado de la regresión
fp_down = fp1
fp_down.b = 2.5-fp1.a*0.235 -0.1; % Punto más alejado de la regresión

figure (2)
plot(fp1, 'k', x, y)
title('Relación entre h/d y b/h')

hold on
plot(fp_up,x,y)
plot(fp_down,x,y)
xlabel('h/d')
ylabel('b/h')
grid('on')
legend('Data', 'a*x+b', '', 'limites')

```

```
>> Programa_chaveta_flex
Valores de Kt en función de D/d / r/d
```

```
a =
    0.3640    2.0000    3.0530
    0.3450    2.0000    2.1790
    0.3080    2.0000    4.2300
    0.2690    2.2860    4.9600
    0.2350    2.5000    4.1320
    0.1910    3.1110    4.7710
    0.1850    3.2000    4.6610
    0.1790    3.2730    4.1540
    0.1710    3.3330    4.4000
    0.1750    3.1430    4.5180
    0.1560    3.5710    4.0950
    0.1560    3.5000    5.3780
    0.1500    3.5560    3.7690
    0.1430    3.6000    4.4110
    0.1380    3.6360    4.3320
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
   In fit>iFit (line 299)
   In fit (line 108)
   In Programa_chaveta_flex (line 7)
```

```
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
```

```
> In sfit/subsasgn (line 44)
   In Programa_chaveta_flex (line 11)
```

```
General model:
fp(x,y) = a+b/(x*y)
Coefficients:
    a =         0.4
    b =         2.596
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
   In fit>iFit (line 299)
   In fit (line 108)
   In Programa_chaveta_flex (line 21)
```

```
fp1 =
```

```
General model:
fp1(x) = a*x+b
Coefficients (with 95% confidence bounds):
    a =    -8.209   (-9.391, -7.027)
    b =     4.713   (4.449, 4.976)
```

```
fp_up =
```

```
General model:
fp_up(x) = a*x+b
Coefficients (with 95% confidence bounds):
```

MATLAB Command Window

2 of 2

```

a =      -8.209  (-9.391, -7.027)
b =       4.713  (4.449, 4.976)
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
> In cfit/subsasgn (line 44)
   In Programa_chaveta_flex (line 23)

fp_down =

General model:
fp_down(x) = a*x+b
Coefficients (with 95% confidence bounds):
a =      -8.209  (-9.391, -7.027)
b =       4.713  (4.449, 4.976)
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
> In cfit/subsasgn (line 44)
   In Programa_chaveta_flex (line 25)
>>

```

C:\Users\nessa\Google Driv...\Programa_chaveta_fle_von.m 1 of 1

```

disp('Valores de Kt en función de D/d / r/d')
a = load('Eje_chav_flex_von.txt')

x = a(:,1); y = a(:,2); z = a(:,3);

% Ajustamos los valores a una función 'a+b/(x*y)'
fp = fit([x,y],z, 'a+b/(x*y)');
figure (1)
% Añadimos un valor a la constante para asegurar que la función está por
% encima del 95% de los valores.
fp.a=0.05; fp

plot(fp,[x,y],z)
title('Factor de concentración de esfuerzo geométrico Kt')
xlabel('h/d')
ylabel('b/h')
zlabel('Kt')
grid('on')

% Ajustamos una función para la relación de dimensiones
fp1 = fit(x,y, 'a*x+b');
fp_up = fp1
fp_up.b = 2.0-fp1.a*0.364 +0.1;% Punto más alejado de la regresión
fp_down = fp1
fp_down.b = 2.5-fp1.a*0.235 -0.1;% Punto más alejado de la regresión

figure (2)
plot(fp1, 'k', x, y)
title('Relación entre h/d y b/h')

hold on
plot(fp_up,x,y)
plot(fp_down,x,y)
xlabel('h/d')
ylabel('b/h')
grid('on')
legend('Data','a*x+b','','límites')

```

```
>> Programa_chaveta_fle_von
Valores de Kt en función de D/d / r/d
```

```
a =
```

0.3640	2.0000	2.3220
0.3450	2.0000	2.2430
0.3080	2.0000	3.6620
0.2690	2.2860	2.6090
0.2350	2.5000	3.8260
0.1910	3.1110	4.5990
0.1850	3.2000	4.1740
0.1790	3.2730	3.8020
0.1710	3.3330	3.7020
0.1750	3.1430	4.0600
0.1560	3.5710	5.9180
0.1560	3.5000	4.9670
0.1500	3.5560	3.4460
0.1430	3.6000	2.7380
0.1380	3.6360	3.9080

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_chaveta_fle_von (line 7)
```

```
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
```

```
> In sfit/subsasgn (line 44)
```

```
In Programa_chaveta_fle_von (line 11)
```

```
General model:
```

```
fp(x,y) = a+b/(x*y)
```

```
Coefficients:
```

```
a = 0.05
```

```
b = 2.74
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_chaveta_fle_von (line 21)
```

```
fp_up =
```

```
General model:
```

```
fp_up(x) = a*x+b
```

```
Coefficients (with 95% confidence bounds):
```

```
a = -8.209 (-9.391, -7.027)
```

```
b = 4.713 (4.449, 4.976)
```

```
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
```

```
> In cfit/subsasgn (line 44)
```

```
In Programa_chaveta_fle_von (line 23)
```

```
fp_down =
```

MATLAB Command Window

2 of 2

```
General model:
fp_down(x) = a*x+b
Coefficients (with 95% confidence bounds):
a =    -8.209   (-9.391, -7.027)
b =     4.713   (4.449, 4.976)
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
> In cfit/subsasgn (line 44)
   In Programa_chaveta_fle_von (line 25)
>>
```

C:\Users\nessa\Google Drive\TF...\Programa_chaveta_tor.m 1 of 1

```

disp('Valores de Kt en función de D/d / r/d')
a = load('Eje_chav_tor.txt')

x = a(:,1); y = a(:,2); z = a(:,3);

% Ajustamos los valores a una función 'a+b/(x*y)'
fp = fit([x,y],z, 'a+b/x+c/y^2');
figure (1)
% Añadimos un valor a la constante para asegurar que la función está por
% encima del 95% de los valores.
fp.a = fp.a + 0.1; fp

plot(fp, [x,y], z)
title('Factor de concentración de esfuerzo geométrico Kt')
xlabel('h/d')
ylabel('b/h')
zlabel('Kt')
grid('on')

% Ajustamos una función para la relación de dimensiones
fp1 = fit(x,y, 'a*x+b')
fp_up = fp1
fp_up.b = 2.0-fp1.a*0.364 +0.1; % Punto más alejado de la regresión
fp_down = fp1
fp_down.b = 2.5-fp1.a*0.235 -0.1; % Punto más alejado de la regresión

figure (2)
plot(fp1, 'k', x, y)
title('Relación entre h/d y b/h')

hold on
plot(fp_up, x, y)
plot(fp_down, x, y)
xlabel('h/d')
ylabel('b/h')
grid('on')
legend('Data', 'a*x+b', '', 'limites')

```

```
>> Programa_chaveta_tor
Valores de Kt en función de D/d / r/d

a =

    0.3640    2.0000    2.1130
    0.3450    2.0000    2.0060
    0.3080    2.0000    1.8500
    0.2350    2.5000    2.2900
    0.1950    3.0000    2.1050
    0.1910    3.1110    2.3250
    0.1560    3.5710    2.6730
    0.1560    3.5000    1.0950
    0.1500    3.5560    1.1500

Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_chaveta_tor (line 7)
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
> In sfit/subsasgn (line 44)
  In Programa_chaveta_tor (line 11)

General model:
fp(x,y) = a+b/x+c/y^2
Coefficients:
  a =      8.362
  b =     -0.838
  c =    -15.19

Warning: Start point not provided, choosing random start point.
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
  In fit>iFit (line 299)
  In fit (line 108)
  In Programa_chaveta_tor (line 21)

fp1 =

General model:
fp1(x) = a*x+b
Coefficients (with 95% confidence bounds):
  a =     -7.885  (-9.718, -6.051)
  b =      4.644  (4.192, 5.096)

fp_up =

General model:
fp_up(x) = a*x+b
Coefficients (with 95% confidence bounds):
  a =     -7.885  (-9.718, -6.051)
  b =      4.644  (4.192, 5.096)
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
> In cfit/subsasgn (line 44)
  In Programa_chaveta_tor (line 23)
```

```
fp_down =  
  
General model:  
fp_down(x) = a*x+b  
Coefficients (with 95% confidence bounds):  
a =      -7.885  (-9.718, -6.051)  
b =       4.644  (4.192, 5.096)  
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.  
> In cfit/subsasgn (line 44)  
   In Programa_chaveta_tor (line 25)
```

C:\Users\nessa\Google Driv...\Programa_chaveta_tor_von.m 1 of 1

```

disp('Valores de Kt en función de D/d / r/d')
a = load('Eje_chav_tor_von.txt')

x = a(:,1); y = a(:,2); z = a(:,3);

% Ajustamos los valores a una función 'a+b/(x*y)'
fp = fit([x,y],z, 'a+b/x+c/y^2');
figure (1)
% Añadimos un valor a la constante para asegurar que la función está por
% encima del 95% de los valores.
fp.a = fp.a + 0.7; fp

plot(fp,[x,y],z)
title('Factor de concentración de esfuerzo geométrico Kt')
xlabel('h/d')
ylabel('b/h')
zlabel('Kt')
grid('on')

% Ajustamos una función para la relación de dimensiones
fp1 = fit(x,y, 'a*x+b')
fp_up = fp1
fp_up.b = 2.0-fp1.a*0.364 +0.1;% Punto más alejado de la regresión
fp_down = fp1
fp_down.b = 2.5-fp1.a*0.235 -0.1;% Punto más alejado de la regresión

figure (2)
plot(fp1, 'k', x, y)
title('Relación entre h/d y b/h')

hold on
plot(fp_up,x,y)
plot(fp_down,x,y)
xlabel('h/d')
ylabel('b/h')
grid('on')
legend('Data','a*x+b','','limites')

```

```
>> Programa_chaveta_tor_von
Valores de Kt en función de D/d / r/d
```

```
a =
```

0.3640	2.0000	8.2900
0.3450	2.0000	8.5460
0.3080	2.0000	6.7680
0.2690	2.2860	7.8550
0.2350	2.5000	6.3650
0.1950	3.0000	4.3360
0.1910	3.1110	2.4870
0.1560	3.5710	5.2170
0.1560	3.5000	5.4470
0.1500	3.5560	5.3970

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_chaveta_tor_von (line 7)
```

```
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
```

```
> In sfit/subsasgn (line 44)
```

```
In Programa_chaveta_tor_von (line 11)
```

```
General model:
fp(x,y) = a+b/x+c/y^2
Coefficients:
a = -6.77
b = 1.348
c = 46.57
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_chaveta_tor_von (line 21)
```

```
fp1 =
```

```
General model:
fp1(x) = a*x+b
Coefficients (with 95% confidence bounds):
a = -8.015 (-9.833, -6.196)
b = 4.651 (4.198, 5.104)
```

```
fp_up =
```

```
General model:
fp_up(x) = a*x+b
Coefficients (with 95% confidence bounds):
a = -8.015 (-9.833, -6.196)
b = 4.651 (4.198, 5.104)
```

```
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
```

```
> In cfit/subsasgn (line 44)
```

MATLAB Command Window

2 of 2

```
In Programa_chaveta_tor_von (line 23)

fp_down =

    General model:
    fp_down(x) = a*x+b
    Coefficients (with 95% confidence bounds):
    a =      -8.015  (-9.833, -6.196)
    b =       4.651  (4.198, 5.104)
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
> In cfit/subsasgn (line 44)
    In Programa_chaveta_tor_von (line 25)
```

C:\Users\nessa\Google Drive\T...\Programa_seeger_axial.m 1 of 1

```

disp('Valores de Kt en función de D/d / r/d')
a=load('Eje_seeger_axial.txt')

x=[a(3:9,1);a(11:12,1);a(14:16,1)];
y=[a(3:9,2);a(11:12,2);a(14:16,2)];
z=[a(3:9,3);a(11:12,3);a(14:16,3)];

% Casos b/d > 1.8
x1=a(3:8,1);
y1=a(3:8,2);
z1=a(3:8,3);

% Ajustamos los valores a una función 'a+b*x+c*y^0.5'
fp1 = fit([x1,y1],z1, 'a+b*x+c*y^0.5');
% Añadimos un valor a la constante para asegurar que la función está por
% encima del 95% de los valores.
fp1.a = fp1.a + 0.4;    fp1
figure (2)
plot (fp1,[x,y],z)
hold on

% Casos b/d < 1.8
x2=[a(9,1);a(11:12,1);a(14:16,1)];
y2=[a(9,2);a(11:12,2);a(14:16,2)];
z2=[a(9,3);a(11:12,3);a(14:16,3)];

fp2 = fit([x2,y2],z2, 'a+b*x+c*y^d');
fp2.a = fp2.a + 0.6;    fp2
plot (fp2,[x,y],z)
title('Factor de concentración de esfuerzo geométrico Kt')
xlabel('h/d')
ylabel('b/h')
zlabel('Kt')

```

```
>> Programa_seeger_axial
Valores de Kt en función de D/d / r/d
```

```
a =
```

0.0230	4.4000	1.6900
0.0230	3.1430	2.4210
0.0240	2.7500	3.0570
0.0280	2.6000	3.3780
0.0230	2.6000	2.7370
0.0220	2.3640	3.0750
0.0250	2.2860	3.2460
0.0230	2.2860	3.3100
0.0290	1.6000	3.4490
0.0280	1.8500	2.6100
0.0260	1.8500	3.3680
0.0310	1.4800	4.7160
0.0280	1.4800	2.8340
0.0270	1.4800	3.5620
0.0260	1.4800	4.2220
0.0300	1.4330	5.1160

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_seeger_axial (line 14)
```

```
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
```

```
> In sfit/subsasgn (line 44)
```

```
In Programa_seeger_axial (line 17)
```

```
General model:
```

```
fp1(x,y) = a+b*x+c*y^0.5
```

```
Coefficients:
```

```
a = 5.147
```

```
b = 81.23
```

```
c = -2.272
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_seeger_axial (line 27)
```

```
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
```

```
> In sfit/subsasgn (line 44)
```

```
In Programa_seeger_axial (line 28)
```

```
General model:
```

```
fp2(x,y) = a+b*x+c*y^d
```

```
Coefficients:
```

```
a = 0.9043
```

```
b = 112.2
```

```
c = 8111
```

```
d = -23.93
```

C:\Users\nessa\Google Dri...\Programa_seeger_axial_von.m 1 of 1

```
disp('Valores de Kt en función de D/d / r/d')
a=load('Eje_seeger_axial_von.txt')

x=[a(3:9,1);a(11:12,1);a(14:16,1)];
y=[a(3:9,2);a(11:12,2);a(14:16,2)];
z=[a(3:9,3);a(11:12,3);a(14:16,3)];

% Ajustamos los valores a una función 'a+b*x+c*y^0.5'
fp1 = fit([x,y],z, 'a+b*x+c*y^d');

% Añadimos un valor a la constante para asegurar que la función está por
% encima del 95% de los valores.
fp1.a = fp1.a + 0.6;    fp1
plot(fp1, [x,y],z)
title('Factor de concentración de esfuerzo geométrico Kt')
xlabel('h/d')
ylabel('b/h')
zlabel('Kt')
grid('on')
```

```
>> Programa_seeger_axial_von
Valores de Kt en función de D/d / r/d
```

```
a =
```

0.0230	4.4000	1.1390
0.0230	3.1430	1.8940
0.0240	2.7500	1.9730
0.0280	2.6000	2.0500
0.0230	2.6000	1.7790
0.0220	2.3640	2.4110
0.0250	2.2860	2.3970
0.0230	2.2860	2.9370
0.0290	1.6000	2.5670
0.0280	1.8500	1.1520
0.0260	1.8500	2.5050
0.0310	1.4800	2.9550
0.0280	1.4800	3.6460
0.0270	1.4800	3.1880
0.0260	1.4800	3.6460
0.0300	1.4330	3.2050

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_seeger_axial_von (line 9)
```

```
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
```

```
> In sfit/subsasgn (line 44)
```

```
In Programa_seeger_axial_von (line 13)
```

```
General model:
fp1(x,y) = a+b*x+c*y^d
Coefficients:
a = 118.6
b = -44.58
c = -112.8
d = 0.01891
```

C:\Users\nessa\Google Drive\TF...\Programa_seeger_flex.m 1 of 1

```

disp('Valores de Kt en función de D/d / r/d')
a=load('Eje_seeger_flex.txt')

x = [a(3:9,1);a(11:12,1);a(14:16,1)];
y = [a(3:9,2);a(11:12,2);a(14:16,2)];
z = [a(3:9,3);a(11:12,3);a(14:16,3)];

% Casos b/d > 2.6
x1 = a(3:8,1);
y1 = a(3:8,2);
z1 = a(3:8,3);

figure (1)
% Ajustamos los valores a una función 'a+b*x+c*y'
fp1 = fit([x1,y1],z1, 'a+b*x+c*y');
% Añadimos un valor a la constante para asegurar que la función están
% por encima del 95% de los valores.
fp1.a = fp1.a + 0.1;    fp1
plot(fp1,[x,y],z)
hold on

% Casos b/d < 2.6
x2=[a(9,1);a(11:12,1);a(14:16,1)];
y2=[a(9,2);a(11:12,2);a(14:16,2)];
z2=[a(9,3);a(11:12,3);a(14:16,3)];

fp2 = fit([x2,y2],z2, 'a+b*x+c*y^0.5');
fp2.a = fp2.a + 0.5;    fp2
plot(fp2,[x,y],z)
title('Factor de concentración de esfuerzo geométrico Kt')
xlabel('h/d')
ylabel('b/h')
zlabel('Kt')

```

```
>> Programa_seeger_flex
Valores de Kt en función de D/d / r/d
```

```
a =
```

0.0250	4.5000	2.5100
0.0220	5.5000	2.4130
0.0230	4.4000	2.3280
0.0230	3.6670	2.3340
0.0230	3.1430	2.5280
0.0240	2.7500	2.6700
0.0280	2.6000	3.3530
0.0250	2.6000	2.6080
0.0230	2.6000	3.7610
0.0220	2.3640	3.4870
0.0220	2.1670	3.3090
0.0250	2.2860	3.9860
0.0230	2.2860	4.0270
0.0260	1.8820	6.1750
0.0290	1.6000	5.5550
0.0280	1.8500	4.2590
0.0260	1.8500	3.9860
0.0310	1.4800	4.8360
0.0280	1.4800	3.9690
0.0270	1.4800	4.5660
0.0260	1.4800	4.6210
0.0300	1.4330	5.0140

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_seeger_flex (line 15)
```

```
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
```

```
> In sfit/subsasgn (line 44)
```

```
In Programa_seeger_flex (line 18)
```

```
General model:
```

```
fp1(x,y) = a+b*x+c*y
```

```
Coefficients:
```

```
a = -1.212
```

```
b = 170
```

```
c = -0.05876
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_seeger_flex (line 27)
```

```
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
```

```
> In sfit/subsasgn (line 44)
```

```
In Programa_seeger_flex (line 28)
```

```
General model:
```

```
fp2(x,y) = a+b*x+c*y^0.5
```

MATLAB Command Window

2 of 2

```
Coefficients:  
a =      7.872  
b =     116.9  
c =     -4.081
```

C:\Users\nessa\Google Driv...\Programa_seeger_flex_von.m 1 of 1

```

disp('Valores de Kt en función de D/d / r/d')
a=load('Eje_seeger_flex_von.txt')

x=[a(3:9,1);a(11:12,1);a(14:16,1)];
y=[a(3:9,2);a(11:12,2);a(14:16,2)];
z=[a(3:9,3);a(11:12,3);a(14:16,3)];

% Casos b/d > 1.8
x1=a(3:8,1);
y1=a(3:8,2);
z1=a(3:8,3);

figure (4)
% Ajustamos los valores a una función 'a+b*x+c*y'
fp1=fit([x1,y1],z1,'a+b*x+c*y');
% Añadimos un valor a la constante para asegurar que la función están
% por encima del 95% de los valores.
fp1.a = fp1.a + 0.1;
fp1
plot(fp1,[x,y],z)
hold on

% Casos b/d < 1.8
x2=[a(9,1);a(11:12,1);a(14:16,1)];
y2=[a(9,2);a(11:12,2);a(14:16,2)];
z2=[a(9,3);a(11:12,3);a(14:16,3)];

fp2=fit([x2,y2],z2,'a+b*x+c*y^d');
fp2.a = fp2.a + 0.6;
fp2
plot(fp2,[x,y],z)
title('Factor de concentración de esfuerzo geométrico Kt')
xlabel('h/d')
ylabel('b/h')
zlabel('Kt')

```

```
>> Programa_seeger_flex_von
Valores de Kt en función de D/d / r/d
```

```
a =
```

0.0250	4.5000	2.2120
0.0220	5.5000	2.1810
0.0230	4.4000	2.0470
0.0230	3.6670	2.1630
0.0230	3.1430	2.3880
0.0240	2.7500	2.7290
0.0280	2.6000	3.4770
0.0250	2.6000	3.4640
0.0230	2.6000	3.6600
0.0220	2.3640	3.3740
0.0220	2.1670	2.7030
0.0250	2.2860	3.4060
0.0230	2.2860	3.5880
0.0260	1.8820	4.1690
0.0290	1.6000	6.8930
0.0280	1.8500	4.8350
0.0260	1.8500	3.3790
0.0310	1.4800	5.9260
0.0280	1.4800	3.5200
0.0270	1.4800	4.2750
0.0260	1.4800	3.6420
0.0300	1.4330	5.6300

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_seeger_flex_von (line 15)
```

```
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
```

```
> In sfit/subsasgn (line 44)
```

```
In Programa_seeger_flex_von (line 18)
```

```
General model:
```

```
fp1(x,y) = a+b*x+c*y
```

```
Coefficients:
```

```
a = 0.1807
```

```
b = 168.1
```

```
c = -0.4572
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.
```

```
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)
```

```
In fit>iFit (line 299)
```

```
In fit (line 108)
```

```
In Programa_seeger_flex_von (line 28)
```

```
Warning: Setting coefficient values clears confidence bounds information.
```

```
> In sfit/subsasgn (line 44)
```

```
In Programa_seeger_flex_von (line 29)
```

```
General model:
```

```
fp2(x,y) = a+b*x+c*y^d
```

MATLAB Command Window

2 of 2

```
Coefficients:  
a =      215.7  
b =      28.12  
c =     -208.7  
d =      0.01946
```

```
Warning: Start point not provided, choosing random start point.  
> In curvefit.attention.Warning/throw (line 30)  
In fit>iFit (line 299)  
In fit (line 108)  
In Programa_seeger_flex_von (line 35)
```

```
fp3 =
```

```
General model:  
fp3(x) = a*x^2+b*x+c  
Coefficients (with 95% confidence bounds):  
a =   -1.1e+04  (-1.267e+05, 1.047e+05)  
b =      354.7  (-5557, 6267)  
c =      0.6777  (-74.27, 75.63)
```

Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología
Ingeniería Industrial

ANEXO 9

**Tablas con dimensiones normalizadas de chaveteros-chavetas y
arandelas Seeger**

TRABAJO DE FIN DE GRADO

**Estudio de factores de concentración de tensiones
mediante métodos de elementos finitos**

Titulación

Grado en Ingeniería Mecánica

Autor

Néstor Manuel Santana Hernández

Tutor Académico

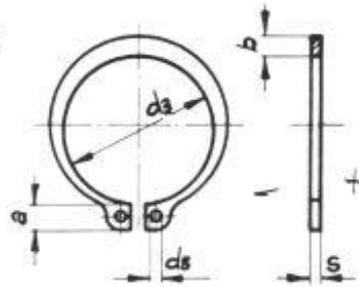
Viana Lida Guadalupe Suárez

Julio 2017

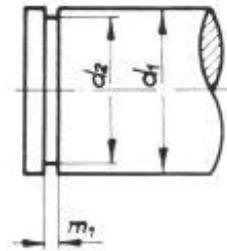
Pasadores y chavetas		CHAVETAS PARALELAS SERIE NORMAL						TABLA 18 . 13						
Dimensiones en mm.														
		(De UNE 17.102 h1)												
CHAVETA														
Sección <i>b</i> × <i>h</i>	Ancho <i>b</i>		Altura <i>h</i>		Chaflán <i>b</i> ₁		Longitud <i>l</i>							
	Nominal	Toler. h9	Nominal	Toler. h9 y h11	Mínima	Máximo	De...				
4 × 4	4	0	4	0	0,16	0,25	8	45						
5 × 5	5	-0,030	5	-0,030	0,25	0,40	10	56						
6 × 6	6	-0,036	6	-0,036	0,25	0,40	14	70						
8 × 7	8	0	7	0	0,25	0,40	18	90						
10 × 8	10	-0,043	8	0	0,40	0,60	22	110						
12 × 8	12	0	8	0	0,40	0,60	28	140						
14 × 9	14	-0,052	9	-0,090	0,40	0,60	36	160						
16 × 10	16	-0,062	10	0	0,40	0,60	45	180						
18 × 11	18	0	11	0	0,40	0,60	50	200						
20 × 12	20	-0,074	12	0	0,40	0,80	56	220						
22 × 14	22	-0,087	14	0	0,60	0,80	63	250						
25 × 14	25	-0,090	14	-0,110	0,60	0,80	70	280						
28 × 16	28	-0,100	16	0	0,60	0,80	80	320						
32 × 18	32	-0,110	18	0	0,60	0,80	90	360						
36 × 20	36	-0,120	20	0	0,60	1,20	100	400						
40 × 22	40	-0,130	22	0	1,00	1,20	-	-						
45 × 25	45	-0,140	25	0,130	1,00	1,20	-	-						
50 × 28	50	-0,150	28	0	1,00	1,20	-	-						
56 × 32	56	-0,160	32	0	1,00	2,00	-	-						
63 × 32	63	-0,170	32	0	1,60	2,00	-	-						
70 × 36	70	-0,180	36	0	1,60	2,00	-	-						
80 × 40	80	-0,190	40	-0,160	2,50	3,00	-	-						
90 × 45	90	-0,200	45	0	2,50	3,00	-	-						
100 × 50	100	-0,210	50	0	2,50	3,00	-	-						
CHAVETERO														
Diámetro del eje <i>d</i>	Sección de la chaveta <i>b</i> × <i>h</i>	Ancho <i>b</i> , tolerancia							Profundidad				Chaflán <i>R</i> ₁	
		Nominal	Clase de ajuste del enchavetado			Eje y cubo <i>p</i> _g	Eje <i>h</i> ₁		Cubo <i>h</i> ₂		Min.	Máx.		
			Libre	Normal	Ajustado		Nominal	Toler.	Nominal	Toler.				
Más de	hasta	Eje h9	Cubo D10	Eje N9	Cubo Js 9	Nominal	Toler.	Nominal	Toler.	Min.	Máx.			
10	12	4 × 4	4	+0,030	+0,078	0	±0,015	-0,012	2,5	+0,1	1,8	+0,1	0,08	0,16
12	17	5 × 5	5	0	+0,030	-0,030	±0,015	-0,042	3	0	2,3	0	0,16	0,25
17	22	6 × 6	6	0	+0,040	-0,036	±0,018	-0,051	3,5	0	2,8	0	0,16	0,25
22	30	8 × 7	8	+0,036	+0,098	0	±0,018	-0,015	4	0	3,3	0	0,16	0,25
30	38	10 × 8	10	0	+0,040	-0,036	±0,018	-0,051	5	0	3,3	0	0,25	0,40
38	44	12 × 8	12	0	+0,040	-0,036	±0,018	-0,051	5	0	3,3	0	0,25	0,40
44	50	14 × 9	14	+0,043	+0,120	0	±0,0215	-0,018	5,5	0	3,8	0	0,25	0,40
50	58	16 × 10	16	0	+0,050	-0,043	±0,0215	-0,061	6	0	4,3	0	0,25	0,40
58	65	18 × 11	18	0	+0,050	-0,043	±0,0215	-0,061	6	0	4,3	0	0,25	0,40
65	75	20 × 12	20	0	+0,050	-0,043	±0,0215	-0,061	7	+0,2	4,4	+0,2	0,25	0,40
75	85	22 × 14	22	+0,052	+0,149	0	±0,026	-0,022	7,5	0	4,9	0	0,40	0,60
85	95	25 × 14	25	0	+0,065	-0,052	±0,026	-0,074	9	0	5,4	0	0,40	0,60
95	110	28 × 16	28	0	+0,065	-0,052	±0,026	-0,074	9	0	5,4	0	0,40	0,60
110	130	32 × 18	32	0	+0,065	-0,052	±0,026	-0,074	10	0	6,4	0	0,40	0,60
130	150	36 × 20	36	0	+0,065	-0,052	±0,026	-0,074	11	0	7,4	0	0,40	0,60
150	170	40 × 22	40	+0,062	+0,180	0	±0,031	-0,026	12	0	8,4	0	0,70	1,00
170	200	45 × 25	45	0	+0,080	-0,062	±0,031	-0,088	13	0	9,4	0	0,70	1,00
200	230	50 × 28	50	0	+0,080	-0,062	±0,031	-0,088	15	0	10,4	0	0,70	1,00
230	260	56 × 32	56	0	+0,080	-0,062	±0,031	-0,088	17	0	11,4	0	0,70	1,00
260	290	63 × 32	63	+0,074	+0,220	0	±0,037	-0,032	20	+0,3	12,4	+0,3	0,70	1,00
290	330	70 × 36	70	0	+0,100	-0,074	±0,037	-0,106	20	0	12,4	0	1,20	1,60
330	380	80 × 40	80	0	+0,100	-0,074	±0,037	-0,106	22	0	14,4	0	1,20	1,60
380	440	90 × 45	90	+0,087	+0,260	0	±0,0435	-0,037	25	0	15,4	0	2,00	2,50
400	500	100 × 50	100	0	+0,120	-0,087	±0,0435	-0,124	28	0	17,4	0	2,00	2,50
									31		19,5		2,00	2,50

Anillos elásticos para ejes

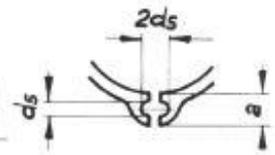
DIN 471
(Ceta 30805)



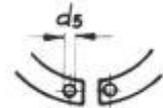
Anillo sin tensión o libre desde $d_3 = 10$ a 165 mm.



Alojamiento



Para d_1 hasta 10 mm.



Para d_1 desde 170 mm.



Designación de un anillo elástico para eje de $d_1 = 25$ mm, y espesor 1,20 mm.: ANILLO 25x1,2 DIN 471 o también en forma abreviada: E-25.

DUREZA:

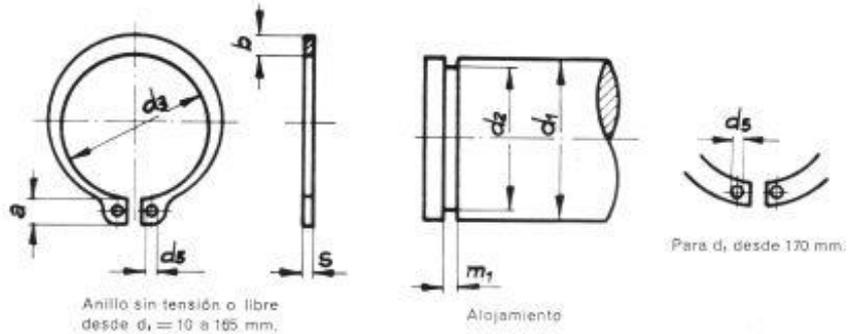
HRc = 47 ÷ 52 hasta $d_1 = 38$ mm.
HRc = 44 ÷ 49 desde $d_1 = 40$ mm.

Medidas en mm.

Diámetro del eje d_1	ANILLO ELASTICO							ALOJAMIENTO					
	Espesor s tol. H11	d_3	tol.	a máx.	b -	d_5 mín.	Peso kgs. 1.000 piezas	d_2	tol.	m_1 tol. H13			
4	0,4	3,7	+0,04	2,2	0,9	1	0,022	3,8		0,5			
5	0,6	4,7	-0,15	2,5	1,1		0,066	4,8		0,7			
6	0,7	5,6		2,7	1,3		0,084	5,7		0,8			
7	0,8	6,5	+0,06	3,1	1,4	1,20	0,121	6,7		0,9			
8		7,4	-0,18	3,2	1,5		0,158	7,6					
9	1	8,4		3,3	1,8	1,5	0,300	8,6	h11	1,1			
10		9,3					0,340	9,6					
11		10,2					0,410	10,5					
12		11					0,500	11,5					
13		11,9					0,530	12,4					
14		12,9		0,640	13,4								
14,75		13,6		+0,10	3,6	2,2	1,7	0,660			14,1		
15		13,8		-0,36	3,6	2,2		0,670			14,3		
16		14,7			3,7	2,2		0,700			15,2		
17		15,7			3,8	2,3		0,820			16,2		
18	1,2	16,5		3,9	2,4	2	1,110	17	h12	1,3			
19		17,5					2,5	1,220			18		
20		18,5					4	2,6			1,300	19	
21		19,5					+0,13	4,1			2,7	1,420	20
22		20,5					-0,42	4,2			2,8	1,500	21
23		21,4			4,3	2,9	1,630	22					
24		22,2			4,4	3	1,770	22,9					
25		23,2			4,5	3,1	1,900	23,9					
26		24,2			+0,21	4,6	3,2	2,080			25,8		
27		25		-0,42	4,7	3,2	2,920	26,6					
28	1,5	25,9		4,8	3,4	2,5	3,200	27,6	1,6				
29		26,9					5	3,5		3,320	28,6		
30		27,9						5,1		3,5	3,450	29,3	
31		28,7						5,2		3,6	3,540	30,3	
32		29,6						5,2		3,7	3,690	31,3	
33		30,5		+0,25	5,4	3,8		3,800		32,3			
34		31,5			5,6	3,9	4,000	33					
35		32,2			-0,50	5,7	4,1	5,000		34			
36		33,2			5,7	4,1	5,370	35					
37		34,2			5,8	4,2	5,620	36					
38	35,2		5,8	4,2	5,620	36							
39	36		+0,39	5,9	4,3	5,850	37						
40	36,5		6	4,4	6,030	37,5							
41	37,5		-0,78	6,2	4,5	6,215	38,5						
42	38,5		6,5	4,5	6,500	39,5							
44	40,5		6,6	4,6	7,000	41,5							
45	41,5	6,7	4,7	7,500	42,5								

Anillos elásticos para ejes

DIN 471
(Ceta 30805)



Designación de un anillo elástico para eje de $d_1 = 60$ mm. y espesor $S=2$ mm.:

ANILLO 60x2 DIN 471 o también en forma abreviada: E-60.

DUREZA:

HRc = 47 ÷ 52 hasta $d_1 = 38$ mm.

HRc = 44 ÷ 49 desde $d_1 = 40$ mm.

Medidas en mm.

Diametro del eje d_1	ANILLO ELASTICO							ALOJAMIENTO	
	Espesor S tol h11	d_3 tol.	a máx.	b	d_5 mín.	Peso kgs. 1.000 piezas	d_2 tol.	m_1 tol. H13	
46	1,75	42,5	+0,39 -0,78	6,7	4,8	2,5	7,6	43,5	1,85
47		43,5		6,8	4,9		7,7	44,5	
48		44,5		6,9	5		7,9	45,5	
50	2	45,8	+0,46 -0,92	5,1	5,1	3	10,2	47	2,15
52		47,8		7	5,2		11,1	49	
55		50,8		7,2	5,4		11,4	52	
58		53,8		7,3	5,6		12,6	55	
60		55,8		7,4	5,8		12,9	57	
62	2,5	57,8	+0,46 -0,92	6	6	3,5	14,3	59	2,65
65		60,8		7,8	6,3		18,2	62	
68		63,5		8	6,5		21,8	65	
70		65,5		8,1	6,6		22	67	
72		67,5		8,2	6,8		22,5	69	
75		70,5		8,4	7		24,6	72	
78		73,5		8,6	7,3		26,2	75	
80	3	74,5	+0,54 -1,08	7,4	7,4	4	27,3	76,5	3,15
82		76,5		8,7	7,6		31,2	78,5	
85		79,5		8,7	7,8		36,4	81,5	
90		84,5		8,8	8,2		44,5	86,5	
95		89,5		9,4	8,6		49	91,5	
100	4	94,5	+0,63 -1,26	9	9	4	53,7	96,5	4,15
105		98		9,9	9,3		80	101	
110		103		10,1	9,6		82	106	
115		108		10,6	9,8		84	111	
120		113		11	10,2		86	116	
125		118		11,4	10,4		90	121	
130		123		11,6	10,7		100	126	
135		128		11,8	11		104	131	
140		133		12	11,2		110	136	
145		138		12,2	11,5		115	141	
150	4	142	+0,72 -1,44	11,8	11,8	4	120	145	4,15
155		146		13	12		135	150	
160		151		13,3	12,2		150	155	
165		155,5		13,5	12,5		160	160	
170		160,5			12,9		170	165	
175		165,5			máx.		180	170	
180		170,5			13,5		190	175	
185		175,5			máx.		200	180	
190	180,5			210	185				
195	185,5		14	220	190				
200	190,5		máx.	230	195				

Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología

Ingeniería Industrial

ANEXO 10

Imágenes de distintas mallas utilizadas

TRABAJO DE FIN DE GRADO

**Estudio de factores de concentración de tensiones
mediante métodos de elementos finitos**

Titulación

Grado en Ingeniería Mecánica

Autor

Néstor Manuel Santana Hernández

Tutor Académico

Viana Lida Guadalupe Suárez

Julio 2017

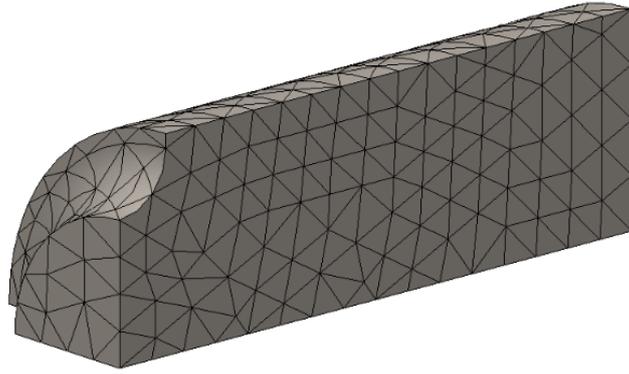


Ilustración 133: Visualización del mallado para el caso de eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial. Sin control de mallado.

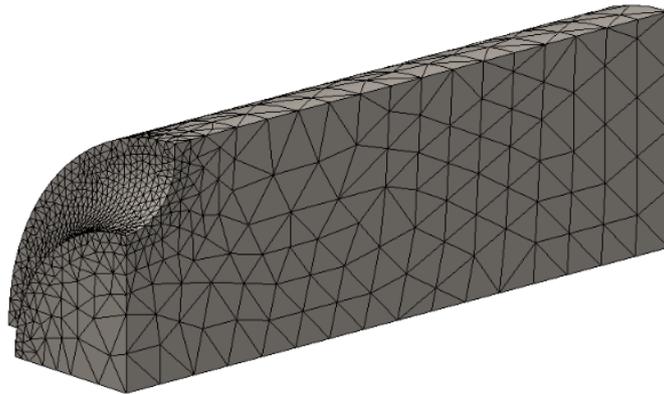


Ilustración 134: Visualización del mallado para el caso de eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial. Con control de mallado a 0.3 mm el elemento máximo.

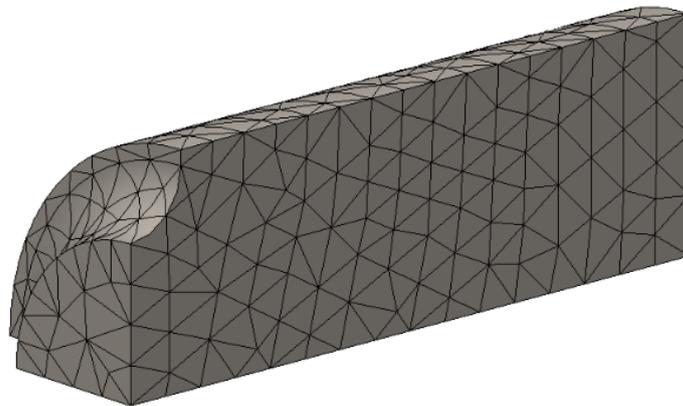


Ilustración 135: Visualización del mallado para el caso de eje ranurado en U sometido a esfuerzo axial. Con control de mallado a 1.2 mm el elemento máximo.

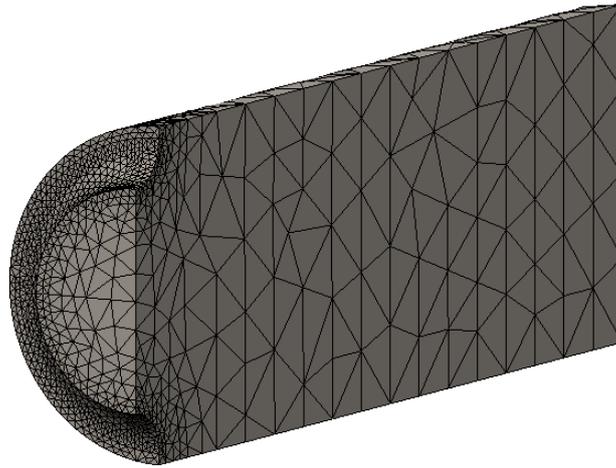


Ilustración 136: Visualización del mallado para el caso de eje ranurado sometido a momento flector. Con control de mallado a 0.3 mm el elemento máximo.

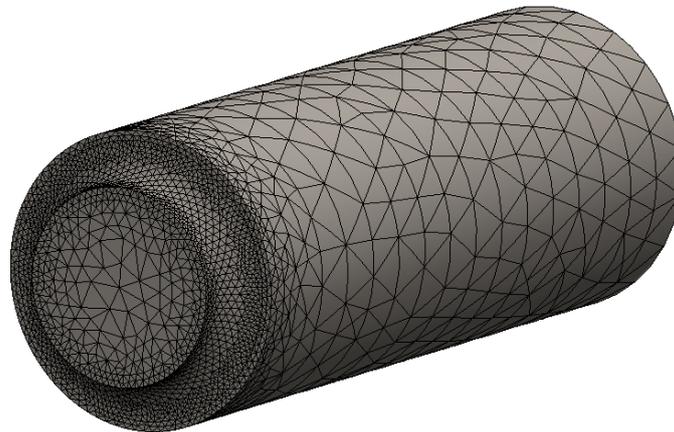


Ilustración 137: Visualización del mallado para el caso de eje ranurado en U sometido a momento torsor. Con control de mallado a 0.3 mm el elemento máximo.

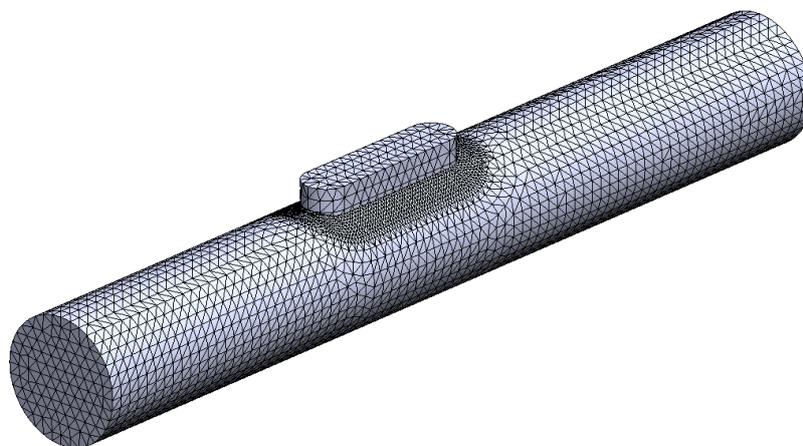


Ilustración 138: Visualización del mallado para el caso de eje con chavetero. Con control de mallado a 0.3 mm el elemento máximo. Se incluye la chaveta.

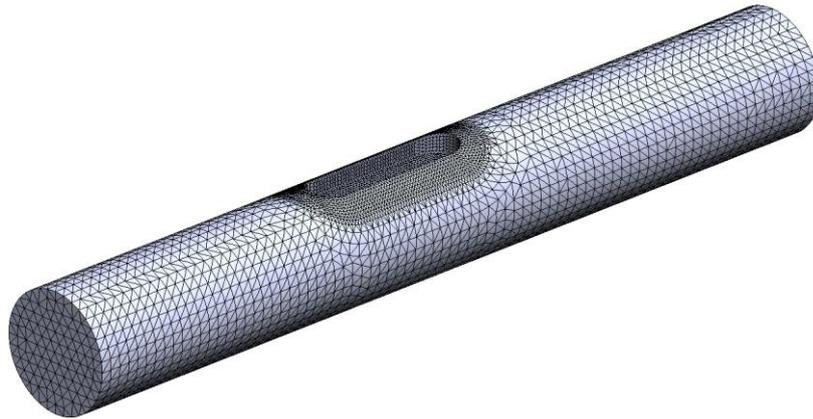


Ilustración 139: Visualización del mallado para el caso de eje con chavetero. Con control de mallado a 0.3 mm el elemento máximo. Se excluye la chaveta.

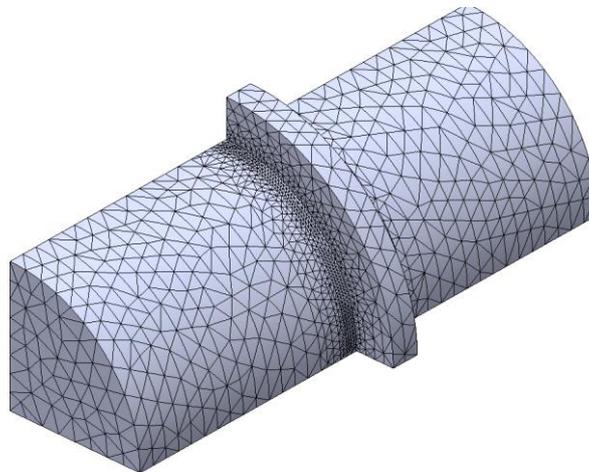


Ilustración 140: Visualización del mallado para el caso de eje con ranura para arandela Seeger. Con control de mallado a 0.3 mm el elemento máximo. Se incluye la arandela.

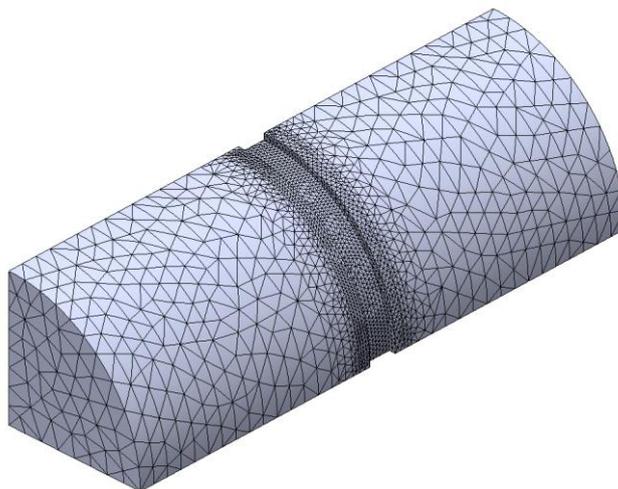


Ilustración 141: Visualización del mallado para el caso de eje con ranura para arandela Seeger. Con control de mallado a 0.3 mm el elemento máximo. Se excluye la arandela.

