**La conservación de la energía en los fluidos:**

**hidrodinámica, hidrostática y termodinámica**

*(Aproximación energética a la Mecánica de Fluidos)*

Francisco E. Jarabo Friedrich, Francisco J. García Álvarez
Departamento de Ingeniería Química y T.F. - Universidad de La Laguna
Nicolás Elórtegui Escartín
Catedrático de Enseñanza Secundaria jubilado

## Conceptos e hipótesis básicas

Una de las grandes disciplinas clásicas olvidadas en la enseñanza secundaria española en los últimos años es la Mecánica de Fluidos. Como es sabido, la mecánica es la parte de la física que trata del equilibrio y del movimiento de los cuerpos sometidos a cualquier fuerza. Por su parte, se denomina fluido a un tipo de medio continuo formado por alguna sustancia entre cuyas moléculas sólo hay una fuerza de atracción débil. La mecánica de fluidos es, por tanto una materia que estudia el movimiento y la estructura de los fluidos (líquidos y gases) y las fuerzas que lo provocan, así como las interacciones con el entorno que los limita.

Algunos conceptos básicos sobre la mecánica de fluidos podrían establecerse apoyándose en conocimientos previos y en ciertas aproximaciones que no sólo simplificarían abordar su estudio, sino también entender ciertos fenómenos cotidianos, muy cercanos a conceptos tales como "densidad" (cantidad de masa en un determinado volumen de una sustancia), "presión" (fuerza en dirección perpendicular ejercida por un cuerpo sobre la unidad de superficie) o "energía" (capacidad para realizar un trabajo).

Se tendrán en cuenta, pues, las siguientes hipótesis básicas aplicadas a los fluidos:

- Se verifican la conservación de la masa y de la cantidad de movimiento.
- Se considera que los fluidos son incompresibles, es decir, que su densidad es constante e independiente de la presión.
- Se basa en la hipótesis del medio continuo, es decir, los fluidos se suponen continuos a lo largo del espacio que ocupan, ignorando las discontinuidades asociadas a su estructura molecular.
- Se supone que el flujo de los fluidos es estacionario, es decir, que la velocidad

en un punto es independiente del tiempo.

- Se cumple la conservación de la energía y es, precisamente, el análisis de los términos de energía que pueden presentarse en un sistema fluido el que permitirá obtener las relaciones más importantes de la mecánica de fluidos.

**Formas de expresión de la energía**

La energía total de un sistema sólo tiene tres componentes:

- Energía cinética: Es la energía debida al movimiento del sistema respecto a un sistema de referencia; su valor para un objeto de masa **m** que se mueve a velocidad **v** es:

$$e_c = \frac{1}{2}\, m\, v^2 \qquad [Julios]$$

- Energía potencial: Es la energía debida a la posición del sistema en un campo potencial de fuerzas; su valor para un objeto de masa **m** situado a una altura **h** en un campo de fuerzas gravitatorio (siendo **g** la aceleración de la gravedad) es:

$$e_p = m\, g\, z \qquad [Julios]$$

- Energía interna: Es la energía debida al movimiento de las moléculas y a la interacción entre ellas, que se manifiesta a través de la temperatura del sistema. Al ser una función compleja del estado del sistema no se puede representar con sus variables ni calcularla de forma absoluta; se suele representar por **u** y es posible calcular diferencias de energía interna, $\Delta$**u**.

Por otra parte, la energía puede trasferirse entre un sistema y sus alrededores de dos formas (la convención de signos es arbitraria):

- Calor: Energía que fluye como resultado de una diferencia de temperatura entre el sistema y sus alrededores (positivo si lo recibe el sistema), representado genéricamente por **q**.

- Trabajo: Energía que fluye en respuesta a la aplicación de una fuerza (positivo si lo recibe el sistema). En los sistemas fluidos pueden considerarse dos aspects del trabajo:

- ○ Trabajo intercambiado entre el fluido y algún mecanismo, representado genéricamente por **w**.
- ○ Trabajo asociado a los cambios de volumen (**V**) debido a las fuerzas de presión (**P**) que actúan sobre el fluido (algunos autores lo denominan "energía de flujo"), expresado por:

$$w_P = P\ V \qquad [Julios]$$

Finalmente, se define una combinación de dos de estos aspectos de la energía, que permite facilitar cierto tipo de cálculos:

Entalpía: Combinación de la energía interna del sistema y el trabajo desarrollado por las fuerzas de presión (como interviene la energía interna, tampoco tiene un valor absoluto y sólo es posible calcular diferencias, $\Delta$**h**):

$$h = u + PV \qquad [Julios]$$

**Caudales y ecuación de continuidad**

En mecánica de fluidos, caudal es la cantidad de fluido que circula a través de una sección de una conducción por unidad de tiempo. Normalmente se identifica con el flujo volumétrico o volumen que pasa por un área dada en la unidad de tiempo. A veces también se identifica con el flujo másico o masa que pasa por un área dada en la unidad de tiempo.

En el primer caso, el flujo volumétrico se define como:

$$G \left[\frac{m^3}{s}\right] = S\ [m^2] \cdot v \left[\frac{m}{s}\right]$$

siendo **Q** el caudal, **S** la superficie transversal de la conducción y **v** la velocidad del fluido.

En el segundo caso:

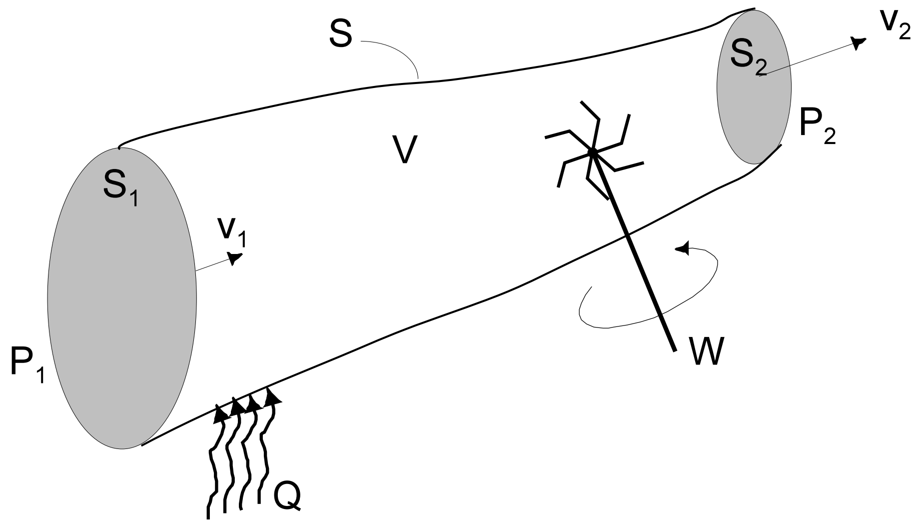
$$M \left[\frac{kg}{s}\right] = \rho \left[\frac{kg}{m^3}\right] S\ [m^2] \cdot v \left[\frac{m}{s}\right]$$

siendo **M** el flujo másico y $\rho$ la densidad del fluido.

La relación entre ambas magnitudes será:

$$G = \frac{M}{\rho}$$

La siguiente figura representa un sistema genérico de flujo.




Si se cumple la conservación de la masa:

$$M_1 = M_2 = M$$

y si la densidad es constante:

$$G_1 = G_2$$

y, por tanto;

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

expresión a la que se denomina **ecuación de continuidad**.

**Balance de energía en un sistema fluido**

Supóngase un sistema genérico de flujo como el representado en la figura anterior. Para facilitar el análisis se transformarán las magnitudes energéticas definidas anteriormente en intensivas (independientes del tamaño del sistema), es decir, se definirán por unidad de masa (valores "específicos"). Se esta forma, los términos energéticos se definirán ahora de la forma:

| | |
|---|---|
| $E_c = \frac{e_c}{m} = \frac{1}{2} v^2 \quad \left[\frac{Julios}{kg}\right]$ | $E_p = \frac{e_p}{m} = g\ z \quad \left[\frac{Julios}{kg}\right]$ |

| | |
|---|---|
| $U = \dfrac{u}{m} \quad \left[\dfrac{Julios}{kg}\right]$ | $P\,\dfrac{V}{m} = \dfrac{P}{\rho} \quad \left[\dfrac{Julios}{kg}\right]$ |
| $W = \dfrac{w}{m} \quad \left[\dfrac{Julios}{kg}\right]$ | $Q = \dfrac{q}{m} \quad \left[\dfrac{Julios}{kg}\right]$ |

Si el sistema se considera estacionario, la suma de todos los términos de variación de energía del mismo será igual a la energía intercambiada con el entorno, es decir:

$$\frac{1}{2}\,(v_2^2 - v_1^2) + g\,(z_2 - z_1) + (U_2 - U_1) + \frac{1}{\rho}\,(P_2 - P_1) = Q + W \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

o bien, en forma más compacta:

$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = Q + W \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

que constituye la **ecuación de conservación de la energía** en un sistema fluido.

Dependiendo de cual sea el sistema analizado, los diferentes términos de esta ecuación pueden tener grados de significación que será necesario evaluar para obtener las simplificaciones más adecuadas.

**Aproximación para sistemas mecánicos, 1:**
**Ecuación de Bernouilli generalizada**

En muchos procesos, principalmente aquéllos que implican el flujo de fluidos por conducciones, los factores más significativos de la ecuación de conservación de la energía son las formas mecánicas y el trabajo. Es decir, los términos de variación de energía interna y el flujo de calor son muy pequeños, si bien, debido al segundo principio de la Termodinámica (las formas no mecánicas de la energía no pueden interconvertirse de forma reversible), el rozamiento debido al movimiento del fluido hace que una parte de la energía interna siempre se convierta en calor. En consecuencia, siempre habrá un término positivo denominado **pérdidas por fricción** o rozamiento, que se representa como:

$$\sum F = \Delta U - Q \qquad \left[\frac{Julios}{kg}\right]$$

Esto hace que el balance de energía pueda expresarse como:

$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) + \sum F = W \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

expresión que se conoce como **ecuación de Bernouilli**, en su forma más general.

Como ejemplo supóngase que se desea elevar 100 kg/h de aire a 100 kPa de presión ($\rho$ = 1,38 kg/m$^3$) hasta un depósito ubicado a una altura de 100 m, donde se guardará comprimido a 1.000 kPa ($\rho$ = 1,78 kg/m$^3$). La velocidad de entrada del aire en el tanque es de 60 m/s, mientras que la de aspiración desde la atmósfera se considera despreciable; sin embargo, las pérdidas por fricción en el interior de la conducción asciende a 20 J/kg. Se desea calcular la potencia del compresor necesario.

En este caso, los términos de la ecuación generalizada de Bernouilli tienen los siguientes valores:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = \frac{1}{2}\left(60^2 - 0\right) = 1.800 \left[\frac{J}{kg}\right]$$

$$\Delta E_p = g\left(h_2 - h_1\right) = 9{,}81\ (100 - 0) = 981 \left[\frac{J}{kg}\right]$$

$$\Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = \frac{P_2}{\rho_2} - \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{1.000\cdot 10^3}{1{,}78} - \frac{100\cdot 10^3}{1{,}38} = 489\cdot 10^3 \left[\frac{J}{kg}\right]$$

$$\sum F = 20 \left[\frac{J}{kg}\right]$$

Por tanto, el trabajo necesario será:

$$W = 1.800 + 981 + 489\cdot 10^3 + 20 = 491.801 \left[\frac{J}{kg}\right]$$

y la potencia necesaria para efectuar la compresión:

$$Potencia = 491.801 \left[\frac{J}{kg}\right] \cdot 100 \left[\frac{kg}{h}\right] \cdot \frac{1}{3.600} \left[\frac{h}{s}\right] = 13.661 \left[\frac{J}{s}\right] = 13{,}7\ kW$$

**Aproximación para sistemas mecánicos, 2:**

**Ecuación de Bernouilli simplificada**

Si se considera ahora que las pérdidas de fricción son despreciables y que no existe aportación mecánica de una máquina, **W** (aportación de trabajo mediante una bomba o extracción de trabajo mediante una turbina), se obtiene la más conocida **ecuación de Bernouilli** (simplificada):

$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = 0 \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

que establece que en un sistema ideal como el definido, la variación de la energía cinética, la energía potencial y la energía debida a las fuerzas de presión (o presión hidrostática) es constante a lo largo de todo el sistema, generalmente expresada de la forma:

$$\frac{1}{2}\,v_2^2 + g\,z_2 + \frac{P_2}{\rho} = \frac{1}{2}\,v_1^2 + g\,z_1 + \frac{P_1}{\rho} \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

Supóngase que se desea calcular el tiempo que tardan en vaciarse 500 litros de un depósito de gasolina ($\rho$ = 801 kg/m$^3$) situado a una altura de 5 m sobre el suelo mediante una tubería de 3 cm de diámetro. El depósito se encuentra a una presión de 110 kPa y la descarga se produce a la atmósfera (100 kPa). Puede considerarse despreciable el cambio de nivel en el tanque a lo largo de toda la operación.

Calculando los diferentes términos de la ecuación de Bernouilli simplificada:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = \frac{1}{2}\left(v_2^2 - 0\right) = \frac{v_2^2}{2}\left[\frac{J}{kg}\right]$$

$$\Delta E_p = g\left(h_2 - h_1\right) = 9{,}81\ (0 - 5) = -49{,}05\left[\frac{J}{kg}\right]$$

$$\Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = \frac{P_2}{\rho_2} - \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{(100 - 110)\cdot 10^3}{801} = -12{,}48\left[\frac{J}{kg}\right]$$

el balance de energía conduciría a:

$$\frac{v_2^2}{2} - 49{,}05 - 12{,}48 = 0$$

de donde:

$$v_2 = 11{,}10 \left[\frac{m}{s}\right]$$

Si ahora se calcula el caudal:

$$Q\left[\frac{m^3}{s}\right] = v_2\left[\frac{m}{s}\right] \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \left[m^2\right] = \frac{(11{,}10)\cdot\pi\cdot\left(3\cdot10^{-2}\right)^2}{4} = 7{,}85\cdot10^{-3}\left[\frac{m^3}{s}\right]$$

y teniendo en cuenta la definición de caudal:

$$t = \frac{V\left[m^3\right]}{Q\left[\frac{m^3}{s}\right]} = \frac{500\cdot10^{-3}}{7{,}85\cdot10^{-3}} = 63{,}73\ s = 1{,}1\ \text{min}$$

que es el tiempo que dura el trasvase de gasolina.

**Aproximación para sistemas mecánicos, 3:**

**Efecto Venturi**

El efecto Venturi se manifiesta cuando un fluido circula por el estrechamiento (sección de paso menor) de una conducción, produciéndose una disminución de presión en dicha zona. En efecto, si se considera la ecuación de Bernouilli simplificada para un tramo de tubo horizontal donde se encuentra el estrechamiento, la variación de energía potencial será nula, por lo que:

$$\Delta E_c + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = 0 \quad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

En un estrechamiento disminuye el diámetro y, por tanto, el área de paso del fluido. De acuerdo con la ecuación de continuidad (conservación de la masa), esto provoca un aumento de velocidad y, por tanto, de energía cinética. Para que siga cumpliéndose la conservación de la energía, el aumento de la energía cinética ha de provocar necesariamente una disminución de presión o, bajo el punto de vista práctico, se produce un efecto de aspiración que puede ser aprovechado convenientemente.

Un buen ejemplo de aplicación del efecto Venturi es la trompa de agua para hacer vacío. En ella se hace que circule agua a través de un dispositivo que tiene a la salida un diámetro menor que a la entrada. El aumento de velocidad que provoca el estrechamiento produce una caída de presión, que se aprovecha para succionar aire a través de una boquilla, lo que permite hacer vacío.

Si se opera con un caudal de agua ($\rho$ = 1.000 kg/m$^3$) de 10 l/min (1,7 10$^{-4}$ m$^3$/s) que se hace pasar desde un tobo de 3 cm de diámetro ($S_1$ = 7,1·10$^{-4}$ m$^2$) hasta un estrechamiento de 1 cm de diámetro ($S_2$ = 7,8·10$^{-5}$ m$^2$), las velocidades en ambos puntos serán:

$$v_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{1{,}7\cdot 10^{-4}}{7{,}1\cdot 10^{-4}} = 0{,}24\ \frac{m}{s}$$

$$v_2 = \frac{Q}{S_2} = \frac{1{,}7\cdot 10^{-4}}{7{,}8\cdot 10^{-5}} = 2{,}20\ \frac{m}{s}$$

Por tanto, la variación de energía cinética será:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = \frac{2{,}20^2 - 0{,}24^2}{2}\ \frac{J}{kg}$$

y aplicando la ecuación del efecto Venturi:

$$2{,}39 + \frac{P_2 - P_1}{1.000} = 0$$

lo que provocará una disminución de presión de:

$$P_2 - P_1 = -2.390\ Pa$$

unos 18 mm Hg, suficiente para provocar una corriente de aire de succión que puede proporcionar vacío.

Obsérvese que un atomizador de perfume funciona por el mismo principio, pero en operación por cargas: una carga de aire provoca el vacío y extrae el perfume del envase rociando una pequeña cantidad mezclada con el aire en el exterior.

**Aproximación para sistemas mecánicos, 4:**

**Teorema de Torricelli**

El enunciado de este teorema puede hacerse de la forma: *"La velocidad con la que sale un líquido de un depósito abierto por un orificio practicado en su fondo, es la que tendría un cuerpo cualquiera cayendo libremente en el vacío desde el nivel del* *líquido en el depósito hasta el centro del orificio"*.

Teniendo en cuenta que tanto la superficie del recipiente como el orificio están a presión atmosférica, puede considerarse nula la diferencia de energía debida a las fuerzas de presión, es decir, la ecuación de Bernouilli se simplifica aún más a:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0 \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

Teniendo en cuenta que la distancia entre la superficie del fluido y el orificio es:

$$h = z_2 - z_1$$

y que la velocidad del fluido en la superficie es despreciable respecto a la de salida por el orificio:

$$v_2 \approx 0$$

el desarrollo de la ecuación anterior lleva a:

$$-\frac{1}{2} v_1^2 + g\ h = 0$$

o bien:

$$v_1 = \sqrt{2\ g\ h} \qquad \left[\frac{m}{s}\right]$$

ecuación idéntica a la de la caída libre de un cuerpo.

Se podría así calcular fácilmente de forma aproximada (suponiendo el nivel del depósito constante) el caudal de agua que fluye a través del orifico de 1 cm (0,01 m) de diámetro practicado en un tanque de 10 m de altura.

Según el teorema de Torricelli, la velocidad de salida del agua vendrá dada por:

$$v_1 = \sqrt{2\ g\ h} \quad \sqrt{(2)\cdot(9{,}81)\cdot(10)} = 14\ \frac{m}{s}$$

y, por tanto, el caudal será:

$$Q = S_1\ v_1 = \frac{\pi}{4} \cdot D_i^2 \cdot v_1$$

$$= \left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot (0{,}01)^2 \cdot (14) = 1{,}1 \cdot 10^{-3}\ \frac{m^3}{s} = 1{,}1\ \frac{l}{s}$$

**Aproximación para sistemas mecánicos, 5:**

**Ecuación fundamental de la hidrostática y principio de Arquímedes**

Si se considera un fluido en reposo, el término de energía cinética de la ecuación simplificada de Bernouilli será nulo, por lo que se tendrá:

$$\Delta E_p + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = 0 \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

o bien:

$$g\ z_2 + \frac{P_2}{\rho} = g\ z_1 + \frac{P_1}{\rho} \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

es decir:

$$g\ h + \frac{P}{\rho} = constante$$

que es la **ecuación fundamental de la hidrostática**.

Por otra parte, el principio de Arquímedes afirma que *"un cuerpo sumergido en un fluido en reposo recibe una fuerza de abajo hacia arriba ("empuje hidrostático") igual al peso del volumen del fluido que desaloja"*.

En efecto, considerando la ecuación fundamental de la hidrostática, se puede poner:

$$g\ (z_2 - z_1) = \frac{1}{\rho}\ (P_1 - P_2)$$

o bien:

$$P_1 - P_2 = \rho\ g\ (z_2 - z_1)$$

Teniendo en cuenta que la presión es la fuerza por unidad de superficie (F/S) sobre un cuerpo, podrá ponerse:

$$F_1 - F_2 = \rho\ g\ (z_2 - z_1)\ S$$

Obsérvese que, al estar en cada uno de los miembros las coordenadas de los puntos cambiadas, el primer miembro será la componente total de la fuerza de abajo hacia arriba (el empuje, E):

$$F_1 - F_2 = E$$

mientras que en el segundo miembro podrá escribirse de la forma:

$$\rho\ g\ (z_2 - z_1)\ S = \rho\ g\ h\ S = \rho\ g\ V$$

ya que el producto **h·S** es el volumen del cuerpo que se está considerando (de forma simple, un prisma recto). Por tanto, la ecuación completa toma la forma:

$$E = \rho\ g\ V = m\ g \qquad [N]$$

es decir, el empuje es proporcional al volumen del líquido desplazado por el cuerpo. Como además, ρ **V** es la masa del cuerpo, el empuje será igual al peso del líquido desplazado, con lo que queda demostrado el principio de Arquímedes.

El principio de Arquímedes se utiliza con frecuencia para determinar densidades de sólidos. Considérese que un sólido colgado en el aire de un dinamómetro muestra una medida en éste de 0,588 N. Si ahora se sumerge este sólido en un líquido contenido en una probeta graduada (ocupando un volumen de 90 $cm^3$), el empuje del líquido hará que el dinamómetro marque ahora 0,529 N y el volumen haya aumentado hasta 95 $cm^3$).

El empuje que ha experimentado el sólido sumergido será

$$E_{SÓL} = 0{,}588\ N$$

mientras que el volumen que ha desplazado el sólido habrá sido:

$$V = (95 - 90)\cdot 10^{-6} = 5\cdot 10^{-6}\ m^3$$

Así pues, se podrá calcular la densidad del sólido haciendo:

$$\rho_{SÓL} = \frac{M_{SÓL}}{V} \quad \frac{\frac{E_{SÓL}}{g}}{V} = \frac{\frac{0{,}588}{9{,}81}}{5\cdot 10^{-6}} = 12\cdot 10^3\ \frac{kg}{m^3}$$

También podrá calcularse la densidad del líquido, ya que el peso del líquido desalojado:

$$E_{LÍQ} = 0{,}588 - 0{,}529 = 0{,}059\ N$$

podrá usarse para ello:

$$\rho_{LÍQ} = \frac{M_{LÍQ}}{V} = \frac{\frac{E_{LÍQ}}{g}}{V} = \frac{\frac{0{,}059}{9{,}81}}{5\cdot 10^{-6}} = 1{,}2\cdot 10^3\ \frac{kg}{m^3}$$

**Aproximación para sistemas mecánicos, 6:**

**Principio de Pascal**

Si en la ecuación fundamental de la hidrostática se considera que el fluido está sometido a presiones mucho mayores que la diferencia de energía potencial entre las diferentes partes del mismo, dicha ecuación podrá simplificarse a:

$$\frac{P}{\rho} = constante$$

o bien enunciarla como: *"El incremento de la presión aplicada a la superficie de un fluido incompresible (contenido en un recipiente indeformable), se transmite con el mismo valor a cada uno de las partes del mismo"*, comúnmente conocido como **principio de Pascal**.

El ejemplo más característico de aplicación del principio de Pascal es la prensa hidráulica, un mecanismo conformado por vasos comunicantes impulsados por pistones de diferentes áreas en el que, aplicando una fuerza relativamente pequeña sobre el pistón de menor área, permite obtener una fuerza elevada en el pistón de mayor área. Aplicando el principio de Pascal a este sistema, como la densidad del fluido no varía, se tendrá que:

$$P_1 = P_2$$

o, lo que es lo mismo (la presión es la fuerza ejercida por unidad de superficie):

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

Así, si sobre un pistón de 5 cm de diámetro se aplica una fuerza de 100 N, la fuerza obtenida sobre otro de 15 cm de diámetro será:

$$F_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot F_1 = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot D_2^2}{\frac{\pi}{4} \cdot D_1^2} \cdot F_1 = \frac{15^2}{5^2} \left[\frac{cm^2}{cm^2}\right] \cdot 100\ [N] = 900\ [N]$$

es decir, una fuerza nueve veces mayor.

**Aproximación para sistemas térmicos, 1:**

**Primer principio de la Termodinámica**

En muchos procesos que implican operaciones térmicas, los cambios que se producen en los términos de energía mecánica y en el trabajo tienden a ser despreciables en comparación con los cambios de energía interna y el flujo de calor. Esto hace que el balance de energía pueda expresarse como:

$$\Delta U + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = Q \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

Si se supone que el sistema térmico es cerrado, es decir, no hay flujo de materia, el trabajo de las fuerzas de presión puede considerarse como trabajo mecánico ejecutado por el sistema sobre sus alrededores (obsérvese que por la convención de signos utilizada, el trabajo ha de considerarse negativo):

$$\Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = -W \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

De esta forma la ecuación simplificada para sistema térmicos podría ponerse de la forma:

$$\Delta U - W = Q \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

o, lo que es lo mismo:

$$\Delta U = W + Q \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

que constituye la expresión del **primer principio de la Termodinámica**, en su formulación más clásica.

El ejemplo más típico de la aplicación de este principio consiste en considerar un recipiente provisto de un pistón que contiene un gas ideal. Cuando desde el exterior se le suministra calor, su temperatura aumenta y, por tanto su energía interna, además de producirse una expansión (para que se cumpla la ley de los gases ideales), que provoca el desplazamiento del pistón y, por tanto, un trabajo.

Así pues, si al sistema descrito se le suministran 500 kJ/kg de calor y el pistón ejecuta un trabajo de 400 kJ/kg (según las convenciones de signos utilizadas, negativo en la ecuación), la energía interna del gas habrá aumentado en:

$$\Delta U = -400 + 500 = 100 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

**Aproximación para sistemas térmicos, 2:**

**Balance de entalpía**

Si en el balance de energía térmica:

$$\Delta U + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = Q \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

se utiliza la definición de entalpía, considerada como magnitud intensiva o específica:

$$H = U + \frac{P}{\rho} \qquad \left[\frac{Julios}{kg}\right]$$

la ecuación anterior queda simplificada a:

$$\Delta H = Q \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

ecuación representativa del denominado **balance de entalpía**.

Si además se produce el hecho bastante frecuente de que el sistema está térmicamente aislado o, lo que es lo mismo, no existe un flujo de calor intercambiado con los alrededores, es decir, el sistema es **adiabático**, la ecuación anterior se simplifica aún más:

$$\Delta H = 0 \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

Un ejemplo sencillo de balance de entalpía puede considerarse si se desea calentar 2.000 litros/minuto de aire (medidos en condiciones normales; 273 K, 1 atm) de capacidad calorífica $C_p$ = 29,4 J/(mol·ºC) desde 20 ºC hasta 300 ºC y se debe calcular la potencia que tiene que suministrar el calentador.

Como es sabido, en condiciones normales 1 mol de cualquier gas ideal ocupa 22,4 litros. Por tanto, se tendrá un flujo molar de aire de:

$$Aire = 2.000 \left[\frac{l}{\min}\right] \cdot \frac{1}{22,4} \left[\frac{mol}{l}\right] \cdot \frac{1}{60} \left[\frac{\min}{s}\right] = 1,5 \ \frac{mol}{s}$$

Si ahora se establece el balance de entalpía (tomando como referencia la temperatura de 20 ºC) se tendrá:

$$\Delta\ H = Q$$

o bien:

$$H_{SAL} = 1,5 \left[\frac{mol}{s}\right] \cdot 29,4 \left[\frac{J}{mol\ ºC}\right] \cdot (300 - 20)\ [ºC] = 12.348\ \frac{J}{s}$$

$$H_{ENT} = 1,5 \left[\frac{mol}{s}\right] \cdot 29,4 \left[\frac{J}{mol\ ºC}\right] \cdot (20 - 20)\ [ºC] = 0$$

Por tanto:

$$Q = H_{SAL} - H_{ENT} = 12.348 - 0 = 12.348\ \frac{J}{s} = 12,4\ kW$$

que es la potencia requerida.

Por otra parte, como ejemplo de balance de entalpía adiabático puede plantearse el cálculo de la temperatura resultante de la mezcla de dos corrientes gaseosas a diferentes temperaturas en un sistema aislado.

Supóngase pues que se dispone de una corriente de 100 kmol/h de $N_2$ [$C_p$ = 7,5 kcal/(kmol·ºC)] a una temperatura de 1.000 ºC que se mezcla con otra corriente de 50 kmol/h de $CO_2$ [$C_p$ = 12,0 kcal/(kmol·ºC)] a 800 ºC.

Se establece fácilmente que se produce una corriente resultante de 150 kmol/h de mezcla, con una composición (en moles) de 67% en $N_2$ y 33% en $CO_2$. Si el sistema es adiabático:

$$\Delta\ H = 0$$

es decir:

$$H_{SAL} - H_{ENT} = 0$$

o bien:

$$H_{SAL} = H_{ENT}$$

Si se toma como temperatura de referencia para facilitar el cálculo 800 ºC, se tendrá:

$$H_{SAL} = [(150)\ (0{,}67)\ \left[\frac{kmol}{h}\right] \cdot 12{,}0 \left[\frac{kcal}{kmol\ ºC}\right]$$

$$+ (150)\ (0{,}33)\ \left[\frac{kmol}{h}\right] \cdot 7{,}5 \left[\frac{kcal}{kmol\ ºC}\right]]$$

$$\cdot (T - 800)\ [ºC] = 1.348\ (T - 800) \left[\frac{kcal}{h}\right]$$

$$H_{ENT-1} = 100 \left[\frac{kmol}{h}\right] \cdot 7{,}5 \left[\frac{kcal}{kmol\ ºC}\right] \cdot (1.000 - 800)\ [ºC] = 150.000 \left[\frac{kcal}{h}\right]$$

$$H_{ENT-2} = 50 \left[\frac{kmol}{h}\right] \cdot 12{,}0 \left[\frac{kcal}{kmol\ ºC}\right] \cdot (800 - 800)\ [ºC] = 0$$

Es decir:

$$1.348\ (T - 800) = 150.000$$

de donde:

$$T = 911{,}3\ ºC$$

que es la temperatura de la corriente de la mezcla de gases.

**Aproximación para sistemas mixtos, 1:**

**La turbina**

La turbina es un dispositivo aislado, formado por un rotor a través del cual se expande (disminuye bruscamente la presión) un vapor o un gas para producir trabajo en forma de un movimiento rotatorio, que se transmite a un generador eléctrico. De acuerdo con estos planteamientos, no hay variación de energía potencial, el sistema es adiabático y puede comprobarse que el término de energía cinética es despreciable, es decir:

| | | |
|---|---|---|
| $\Delta\ E_P = 0$ | $Q = 0$ | $\Delta\ E_c = 0$ |

por lo que el balance de energía se reduce a:

$$\Delta U + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = W \quad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

o, lo que es lo mismo:

$$\Delta H = W \quad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

Así, por ejemplo, una turbina de vapor aislada a través de la cual se expansionan 500 kg/h de vapor que ceden una entalpía de 500 kJ/kg (negativa en la ecuación, porque es cedida), producirá un trabajo de:

$$W = \Delta H = -\ 500 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Obsérvese que, según la convención de signos adoptada, el valor del trabajo es negativo, ya que es ejercido por el sistema.

Es decir, la turbina proporciona una potencia de:

$$Potencia = 500 \left[\frac{kJ}{kg}\right] \cdot 500 \left[\frac{kg}{h}\right] \cdot \frac{1}{3.600} \left[\frac{h}{s}\right] = 69{,}44 \left[\frac{kJ}{s}\right] = 69{,}44\ kW$$

**Aproximación para sistemas mixtos, 2:**

**La tobera**

Una tobera es un dispositivo estático de paredes rígidas, cuya función es la de aumentar la energía cinética de un fluido disminuyendo la presión; opera de forma continua y está térmicamente aislada. De acuerdo con estos planteamientos, no hay variación de energía potencial, el sistema es adiabático y no se produce trabajo, es decir:

| | | |
|---|---|---|
| $\Delta\ E_P = 0$ | $Q = 0$ | $W = 0$ |

por lo que el balance de energía se reduce a:

$$\Delta\ E_c + \Delta U + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = 0 \quad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

o, lo que es lo mismo:

$$\Delta\ E_c + \Delta H = 0 \quad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

Así, por ejemplo, si a través de una tobera de un avión circula aire precalentado que cede 500 kJ/kg de su entalpía (negativa en la ecuación, porque es cedida), se producirá una variación de energía cinética de:

$$\Delta\ E_c\ -\ 500\ =\ 0\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

o, lo que es lo mismo, un aumento de la velocidad del aire de:

$$\Delta v^2\ =\ (2)\ \cdot\ (500)\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]\ =\ 1.000\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]\ = 1.000 \cdot 10^3\ \left[\frac{kg\ m^2}{s^2\ kg}\right]\ = 10^6\ \left[\frac{m^2}{s^2}\right]$$

Es decir, la diferencia de velocidad de los gases entre la salida y la entrada será de:

$$\Delta v\ =\ \sqrt{10^6} =\ 1.000\ \left[\frac{m}{s}\right]$$

**Referencias**


F. Jarabo, F.J. García, “Conceptos de Ingeniería Química”, ARTE Comunicación Visual, S.L., Santa Cruz de Tenerife (2003).

F. Jarabo, F.J. García, “Ingeniería Química Básica”, GrafiExpress, Santa Cruz de Tenerife (2011).

F. Jarabo, F.J. García, “Ingeniería Química Básica. Problemas”, ULL (2011): http://fjarabo.webs.ull.es/CV/4_Documentos%20elaborados/Esquemas%20y%20Resúmenes/2011%20-%20Ingeniería%20Química%20Básica%20-%20%20Problemas.pdf

F. Jarabo, F.J. García, “Ingeniería Química para torpes”, Instituto de Investigaciones Científicas y Ecológicas, Salamanca (2016).

J.M. Suay, “La enseñanza de los fluidos en los libros de texto de secundaria. Conceptos elementales no siempre presentes” (2011): https://www.researchgate.net/publication/267820367_La_ensenanza_de_los_fluidos_en_los_libros_de_texto_de_secundaria_Conceptos_elementales_no_siempre_presentes”

P. Turmero, “Mecánica a nivel de Bachillerato” ((ccedido en 06/2016): http://www.monografias.com/trabajos104/mecanica-nivel-bachillerato/mecanica-nivel-bachillerato.shtml

Artículos de la Wikipedia:

Mecánica de fluidos: https://es.wikipedia.org/wiki/Mec%C3%A1nica_de_fluidos

Trabajo (física): https://es.wikipedia.org/wiki/Trabajo_%28f%C3%ADsica%29

Hidrodinámica: https://es.wikipedia.org/wiki/Hidrodin%C3%A1mica

Principio de Bernouilli: https://es.wikipedia.org/wiki/Principio_de_Bernoulli

Efecto Venturi: https://es.wikipedia.org/wiki/Efecto_Venturi

Teorema de Torricelli: https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Torricelli

Hidrostática: https://es.wikipedia.org/wiki/Hidrost%C3%A1tica

Ecuación fundamental de la hidrostática: https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_fundamental_de_la_hidrost%C3%A1tica

Principio de Arquímedes: https://es.wikipedia.org/wiki/Principio_de_Arqu%C3%ADmedes

Principio de Pascal: https://es.wikipedia.org/wiki/Principio_de_Pascal

Primer principio de la termodinámica: https://es.wikipedia.org/wiki/Primer_principio_de_la_termodin%C3%A1mica

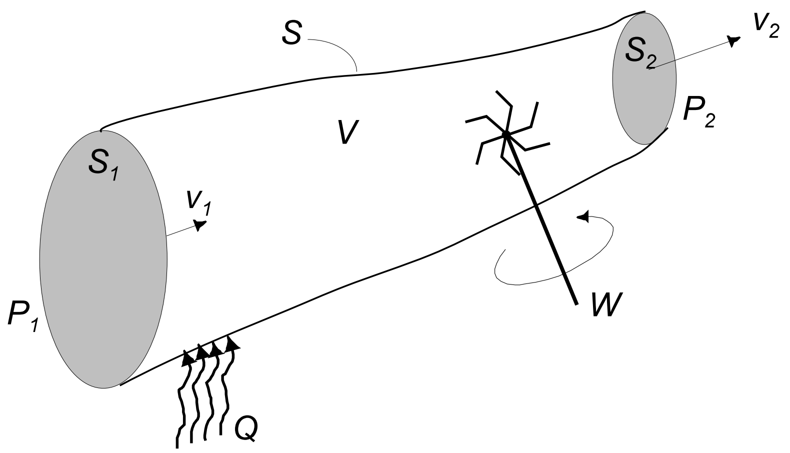
Entalpía: https://es.wikipedia.org/wiki/Entalp%C3%ADa

Turbina: https://es.wikipedia.org/wiki/Turbina

Tobera: https://es.wikipedia.org/wiki/Tobera

# Esquemas

**Balance de energía en fluidos**




$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = Q + W \quad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

<table>
<tr><th colspan="5">Balance de energía en fluidos</th></tr>
<tr><td colspan="5">$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = Q + W \quad \left[\frac{J}{kg}\right]$</td></tr>
<tr><td rowspan="12">Aproximaciones mecánicas ($\Delta$U = 0) (Q = 0)</td><td colspan="4">Ecuación de Bernouilli generalizada</td></tr>
<tr><td colspan="3">$\sum F = \Delta U - Q$</td><td>$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) + \sum F = W$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Ecuación de Bernouilli simplificada</td></tr>
<tr><td>$W = 0$</td><td colspan="2">$\sum F = 0$</td><td>$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = 0$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Efecto Venturi</td></tr>
<tr><td>$W = 0$</td><td colspan="2">$\Delta E_p = 0$</td><td>$\Delta E_c + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = 0$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Teorema de Torricelli</td></tr>
<tr><td>$W = 0$</td><td colspan="2">$\Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = 0$</td><td>$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Ecuación fundamental de la hidrostática (+ principio de Arquímedes)</td></tr>
<tr><td>$W = 0$</td><td colspan="2">$\Delta E_c = 0$</td><td>$\Delta E_p + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = 0$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Principio de Pascal</td></tr>
<tr><td>$W = 0$</td><td>$\Delta E_c = 0$</td><td>$\Delta E_p = 0$</td><td>$\Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = 0$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Balance de energía en fluidos</th></tr>
<tr><td colspan="3">$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = Q + W \quad \left[\frac{J}{kg}\right]$</td></tr>
<tr><td rowspan="8">Aproximaciones térmicas (Ec = 0) (Ep = 0) (W = 0)</td><td colspan="2">Balance de energía térmica</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\Delta U + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = Q \quad \left[\frac{J}{kg}\right]$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Primer principio de la Termodinámica</td></tr>
<tr><td>$\Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = -W$</td><td>$\Delta U = W + Q$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Balance de entalpía</td></tr>
<tr><td>$H = U + \frac{P}{\rho}$</td><td>$\Delta H = Q$</td></tr>
<tr><td>Adiabático (Q = 0)</td><td>$\Delta H = 0$</td></tr>
</table>

| Balance de energía en fluidos |
|---|
| $\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U + \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) = Q + W \quad \left[\frac{J}{kg}\right]$ |

| Aproximaciones mixtas | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **La turbina** | | | |
| | $\Delta\ E_P = 0$ | $Q = 0$ | $\Delta\ E_c = 0$ | $\Delta H = W$ |
| | **La tobera** | | | |
| | $\Delta\ E_P = 0$ | $Q = 0$ | $W = 0$ | $\Delta\ E_c + \Delta H = 0$ |