



Universidad de La Laguna

FACULTAD DE CIENCIAS

SECCIÓN DE FÍSICA

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Determinación del Radio y el Achatamiento del Sol

Alumno: Pablo García Lasierra

Tutor:

Dr. Teodoro Roca Cortés

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Objetivos	4
2. Datos experimentales	5
2.1. Satélite SDO/HMI	5
2.2. Base de datos	8
3. Metodología y Análisis de Datos	9
3.1. Definición del borde solar	9
3.2. Ajuste a una elipse	14
3.3. Datos reales: Análisis de las imágenes tomadas durante un día	16
4. Resultados y discusión	19
4.1. Variación anual de las medidas del radio	19
4.1.1. Corrección de la órbita del satélite	22
4.1.2. Corrección de la órbita de la Tierra	23
4.2. Resultados del análisis	27
4.2.1. Radio Solar	27
4.2.2. Achatamiento solar	28
4.3. Discusión de resultados	31
4.3.1. Sobre el radio	31
4.3.2. Sobre el achatamiento	32
5. Conclusiones	34

Abstract

For a long time it has been tried to obtain a measurement as precise as possible of the solar radius. This is important because changes in this parameter would be a direct consequence of the solar internal structure evolution and the energy generation in its core. Moreover, the deformation of the solar surface provides indirect information of the rotation profile and the distribution of matter of the solar interior. Therefore, the size of solar flattening, known as solar oblateness, becomes an important observable to restrict the models of the solar interior (Duez et al., 2010).

In this work a measurement of the solar radius and its oblateness will be designed and performed. For this purpose, it has been used satellite data from the *Solar Dynamics Observatory (SDO)*, specifically the solar continuum intensity images at $\lambda 6173\text{\AA}$ provided by the instrument *HMI (Helioseismic and Magnetic Imager)* onboard. *SDO* was launched on February 11, 2010, and set a geosynchronous orbit. This space mission is devoted to study the causes of the solar variability and its impacts on Earth.

The methodology to measure the solar radius and oblateness consists in fitting an ellipse to the solar intensity continuum images at $\lambda 6173\text{\AA}$ border. In order to do this, first of all, the solar border must be defined. The phenomenon called Limb Darkening hinders the definition of the solar edge, and its "thickness".

To verify that the methodology is valid we used simulations and real data. A full day analysis of the solar images is done. In this way, the computational time is shorter and it facilitates the correction of the program faster. The results obtained for the radius are dominated by the orbit of the satellite which modifies the sun-satellite distance.

Representing the data on an annual basis, the obtained results are again dominated by the trajectory of the satellite and that of the Earth around the Sun. Furthermore, images from one day out of every six has been selected, downloaded and analyzed. To obtain the real variation of the radius we must correct for both orbits by means of a non linear fit to the radius data. With this approach, we also obtain the parameters and its errors, that determine the orbit of the satellite around the Earth, and the annual motion of the Earth around the Sun. The parameters of the *semimajor axis of the orbit*, the *eccentricity* and the day of the year in which the Earth is in the *perihelion* are extracted. In this way it is possible to evaluate if a good fit has been obtained. Moreover, the mean value of the *solar radius*, with its random error is also obtained.

Surprisingly, once the effect of both orbits are extracted, a time variation is still left over, with a period of 182 days (half a year) and a peak-to-peak amplitude of 0.5 arcsec , and an even smaller amplitude one of a period of around 27 days, probably related the Moon.

As for the Solar radius average value obtained annually ($954.5402 \pm 0.0005 \text{ arcsec}$), it is smaller than used here current results in the literature usually give. This is due to the particular definition of the solar edge. However, the result obtained has already a better precision than those obtained so far by other investigations.

Concerning the study of the solar oblateness, this is not affected by the orbit of the satellite. So to calculate the annual average value, a weighted average is made with its respective error. The obtained value is $557.6 \pm 0.1 \times 10^{-6}$, which is nearly two orders of magnitude above the results found in the scientific literature. So it can be concluded that it is a systematic error, either due to the instrument optics design.

Resumen

Durante mucho tiempo se ha intentado obtener una medida tan precisa como sea posible del radio solar. Ello es importante porque los cambios en este parámetro tienen consecuencias directas en la evolución de la estructura interna del Sol y la generación de energía en su núcleo. Además, la deformación de la superficie solar proporciona información indirecta de la curva de rotación y la distribución de materia en el interior solar. Por lo tanto, el tamaño del achatamiento solar, se convierte en un importante observable que restringe los modelos de interior solar (Duez et al., 2010).

En este trabajo se obtendrá la medida del radio solar y su achatamiento. Para este propósito, se han utilizado datos del satélite *Solar Dynamics Observatory (SDO)*, específicamente imágenes de intensidad a $\lambda 6173\text{\AA}$ que son proporcionadas por el instrumento a bordo del satélite *HMI (Helioseismic and Magnetic Imager)*. Éste fue lanzado y puesto en una órbita geosíncrona el 11 de febrero de 2010. Esta misión espacial tiene el objetivo de estudiar las causas de la variabilidad solar y su impacto en la Tierra.

La metodología para medir el radio solar y el achatamiento, consiste en ajustar a una elipse el borde solar en las imágenes obtenidas a $\lambda 6173\text{\AA}$. Para hacer esto, antes que nada, debe definirse el límite solar. El fenómeno llamado *limb darkening* dificulta la definición del borde solar y su "espesor".

Para verificar que la metodología es válida para datos reales, se realiza un análisis de las imágenes solares tomadas a lo largo de un día entero. De esta forma, el tiempo de cálculo es más corto y facilita la corrección del programa más rápido. Los resultados obtenidos para el radio están dominados por la órbita del satélite que modifica la distancia sol-satélite.

Representando los datos sobre una base anual, los resultados obtenidos son nuevamente marcados por la trayectoria del satélite, pero esta vez de la Tierra alrededor del Sol. Para este estudio se han seleccionado, descargado y analizado las imágenes un día de cada seis.

Para obtener la variación real del radio, debemos corregir ambas órbitas por medio de un ajuste no lineal a los datos analizados. Con esta aproximación, también obtenemos los parámetros y sus errores que determinan la órbita del satélite alrededor de la Tierra y el movimiento anual de la Tierra alrededor del Sol. Se extraen los parámetros del semieje mayor de la órbita, excentricidad y el día del año en que la Tierra está en el perihelio. De esta forma, es posible evaluar si se ha obtenido un buen ajuste. Además, también se obtiene el valor medio del *radio solar*, con su error estadístico.

Sorprendentemente, al extraer ambas órbitas, aún queda una variación de tiempo, con un período de 182 días (medio año) y una amplitud pico a pico de 0.5 arcsec , y una amplitud más pequeña de un período de alrededor de 27 días, probablemente relacionado con la luna.

El valor promedio obtenido anualmente para el radio solar ($954.5402 \pm 0.0005 \text{ arcsec}$), es más pequeño de lo que generalmente dan los resultados actuales. Esto se debe a la definición particular del borde solar. Sin embargo, el resultado obtenido tiene una precisión mejor que los hallados hasta ahora por otras investigaciones.

Con respecto al estudio del achatamiento solar, se obtiene que no se ve afectado por la órbita del satélite.

El valor obtenido es de $557.6 \pm 0.1 \times 10^{-6}$, que es casi dos órdenes de magnitud por encima de los resultados encontrados en la literatura científica. Se puede concluir que es un error sistemático probablemente debido al diseño de la óptica del instrumento.

Capítulo 1

Introducción

Abstract. The different studies about the star with greater relevance in our planet serve to understand the nature of several processes and serve as a model for the evolutionary understanding of the stars. That is why the study of radius, the flattening and its variations can be crucial for such understanding.

El Sol es la estrella más cercana a nuestro planeta, y por consiguiente de la que podemos extraer más información. Ello nos permite obtener distintas características, ya sea de forma directa mediante la luz que nos llega de la fotosfera, como de forma indirecta, mediante la heliosismología, obteniendo parámetros internos como son la presión, la densidad, la composición química etc., a través de las oscilaciones de las ondas de presión generadas por la turbulencia de la zona de acreción (Collados et al., 2006).

Pese a lo reciente de este tipo de conocimientos, este cuerpo celeste lleva siendo objeto de interés para la humanidad desde hace siglos. El estudio de su tamaño ha sido una de sus principales inquietudes. El primer dato del que se tiene constancia se remonta al siglo III A.C. , obtenido por el griego Aristarco de Samos. En su determinación se apoyó en reglas paralácticas¹ midiendo un valor de 900 segundos de arco, distando solo un 7.6 % del valor actualmente aceptado (960"),(González S. , 2000).

Los siguientes años estuvieron marcados por las ataduras entre el posible avance en estudios astronómicos y la religión. No obstante, las clases dirigentes percibieron el vínculo existente entre la agricultura y la astronomía, y a finales de la Edad Media se realizaron distintos estudios y construcciones con tal de obtener datos fidedignos. Una muestra de ello la da el primer heliómetro, obra de Paolo

¹Reglas paralácticas: instrumento compuesto de tres reglas que forma un triángulo isósceles, guarnecido con pínulas en uno de sus lados y rectificado por medio de una plomada.(Saverien , 1775)

del Pozzo Toscanelli (1475), ubicado en la iglesia florentina de Santa María de Fiore. (Shank et al., 2000)

Pese a los posibles avances en dicha época, es la evolución tecnológica la que ha permitido con el tiempo una obtención más precisa del radio solar, partiendo de la invención del telescopio en el siglo XVII hasta los satélites hoy día orbitando fuera de la atmósfera terrestre con telescopios de alta resolución. En la tabla 1.1(González S. , 2000) se muestran las distintas medidas a lo largo de la historia hasta principios del siglo XXI.

Autor	Fecha	Método	Radio (")	Error (")
Aristarco de Samos	270 A.C.	Reglas paraláticas	900	18
Samos Gassendi	1630	Reglas paraláticas	980	9
Gascoigne	1640	Ocular micrometrado	967	8.5
Cassini	1656	Altura meridiana de los limbos	947	8.7
Mouton	1660	Duración del tránsito visual	961	8.8
Eimmart	1694	Duración de un eclipse	967	4.5
Bradley	1753	Altura meridiana de los limbos	961.5	4.47
De L'isle	1756	Tránsito de Mercurio	961.7	4.46
Lalande	1769	Tránsito de Venus	958.0	4.45
Bessel	1824	Tránsito por el meridiano	960.90	4.47
Airy	1837	Tránsito por el meridiano	962.25	4.48
Smith-M	1877	Tránsito por el meridiano	961.45	1.25
Gething	1895	Tránsito por el meridiano	961.04	1.25
Cimino	1907	Tránsito por el meridiano	961.34	1.25
Chevalier	1912	Placas fotográficas	960.0	1.24
Smith-M	1946	Tránsito por el meridiano	961.34	1.25
Wittmann	1977	Métodos fotoeléctricos	960.0	0.10
Noel	1990	Astrolabio solar	960.8	0.01
Sofia	1994	Sonda estratosférica	959.53	0.12
Laclare	1996	Mediciones CCD	959.40	0.01
Jilinski	1999	Mediciones CCD	959.07	0.60
Sergio González	2000	Mediciones CCD	957.43	0.12

Tabla 1.1: Medidas del radio angular del Sol(González S. , 2000)

En esta tabla puede apreciarse como el radio ha sido objeto de interés desde hace siglos. Las medidas obtenidas siempre han oscilado entre 950 y 970 exceptuando los primeros estudios. Cabe destacar cómo la resolución de dicho estudio ha ido evolucionando, alcanzando precisiones cada vez mejores con errores más reducidos.

Una de las características principales del Sol es que es una estrella gaseosa, y ello nos complica la definición del borde para obtener un buen valor de radio solar. Por otro lado, esta estrella posee un valor de la gravedad muy elevado en su superficie, lo que conlleva un importante gradiente en su densidad y por ende un acotamiento del rango donde definir el borde solar.

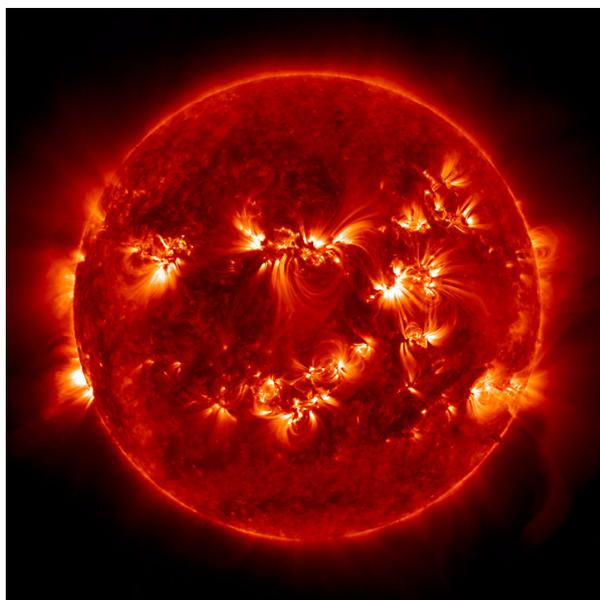


Figura 1.1: Imagen tomada por SDO/AIA a $\lambda 171 \text{ \AA}$ en el ultravioleta extremo.

La medida del radio solar es de gran relevancia en la Astrofísica. Ello se debe a que en base a este parámetro se fundamentan los modelos de estructura y evolución estelar y se calibran los valores entorno al obtenido en éste. Según la λ con la que se observe este valor será mayor o menor. Pese a ello, para su estudio hay que considerar el hecho de su achatamiento, por lo que el parámetro de interés es el radio volumétrico².

²Radio de una esfera con igual volumen que el Sol

1.1. Objetivos

Los objetivos de este trabajo se pueden dividir en dos tipos de finalidades. Uno conlleva los distintos datos a obtener en el desarrollo del trabajo, mientras que la otra radica en los objetivos subyacentes de esta experiencia. En el transcurso de este trabajo es conveniente concretar las distintas partes para obtener un desarrollo bien estructurado. Ello se constituye en los siguientes puntos:

- Definición de borde solar
- Selección de los datos observacionales y ajuste a una elipse definida por el borde solar
- Obtención con la mayor precisión posible de las fluctuaciones del radio solar y su achatamiento a lo largo de un año

En cuanto a los objetivos subyacentes, se pretende:

- Ilustrarse acerca de las distintas formas e intereses que han llevado al estudio del radio solar
- Familiarizarse con la obtención de medidas de distintos objetos espaciales, así como adquirir destreza en el tratamiento de estos datos
- Ampliar los conocimientos en programación, principalmente encarados a la Astrofísica
- Solventar los distintos problemas encontrados en el transcurso de las tareas
- Mejorar en la redacción de un informe científico y las distintas pautas a seguir en el ámbito de la investigación

Capítulo 2

Datos experimentales

Abstract. The Solar Dynamics Observatory satellite was selected for the measurements. This evolves through a geosynchronous orbit in outer space, so that the data are not affected by the Earth's atmosphere. This satellite has the task of extracting solar information and, in our case, it is enough to obtain the necessary information for the work. For this purpose the HMI instrument is used, which observes the full solar disk at 6173 Å.

2.1. Satélite SDO , Instrumento HMI

El satélite Solar Dynamics Observatory (SDO en sus siglas en inglés), fue lanzado el 11 de Febrero de 2010 en un Atlas V desde Cabo Cañaveral. La ciencia que lo motiva es la de estudiar cómo se crea la actividad solar y cómo el entorno se ve modificado por esa actividad,([Pesnell et al., 2012](#)).

El objetivo de SDO es comprender, evolucionando hacia una capacidad predictiva, las variaciones solares que influyen en la vida de la Tierra y en los sistemas tecnológicos de la humanidad adquiriendo información sobre:

- Cómo se genera y se estructura el campo magnético del Sol.
- Cómo esta energía magnética almacenada se convierte y se libera en la heliosfera y geoespacio bajo la forma de radiación electromagnética, partículas energéticas (viento solar), y variaciones en la irradiancia solar.



Figura 2.1: Imagen del Satélite SDO (<https://sdo.gsfc.nasa.gov>). Lanzado el 11 de Febrero de 2010 desde Cavo Cañaveral.

Los principales productos de datos primarios que ofrece este satélite son las medidas heliosísmicas del interior del Sol, el campo magnético del Sol, el plasma caliente de la corona solar y la irradiación que crean las ionosferas de los planetas. Para la obtención de dichos datos, el SDO está formado por tres instrumentos:

- *Atmospheric Imaging Assembly (AIA)*
- *EUV Variability Experiment (EVE)*
- *Helioseismic and Magnetic Imager (HMI)*

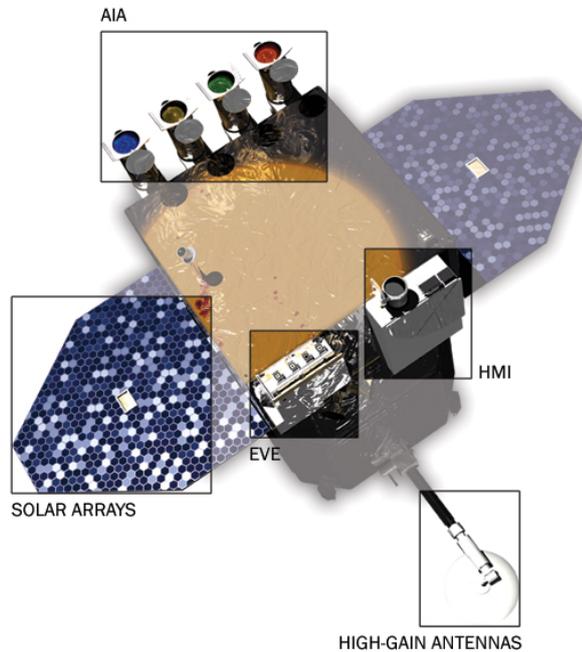


Figura 2.2: Instrumentos del satélite SDO. "GODDARD SPACE FLIGHT CENTER". Greenbelt, Maryland, USA (<https://sdo.gsfc.nasa.gov>).

Este conjunto de instrumentos facilitan observaciones que proporcionan una comprensión más completa de la dinámica solar que impulsa la variabilidad en el entorno espacial de la Tierra. Los distintos instrumentos tienen el objetivo de:

- Medir la irradiancia espectral en el rango ultravioleta extremo del Sol.
- Medir los cambios Doppler debido a las velocidades de oscilación sobre todo el disco visible.
- Realizar mediciones de alta resolución del campo magnético longitudinal y vectorial sobre todo el disco visible.
- Hacer imágenes de la cromosfera y la corona interior a varias temperaturas.
- Hacer esas mediciones sobre una parte significativa de un ciclo solar para captar las variaciones solares que pueden existir en diferentes períodos de tiempo de un ciclo solar.

Una vez realizadas estas mediciones, los equipos de ciencia procesan, analizan, archivan y distribuyen los datos.

Para la obtención de los datos utilizados en este trabajo se usa el instrumento HMI. Se trata de un instrumento diseñado para estudiar las oscilaciones y el campo magnético en la superficie solar, o fotosfera. Dichas observaciones se realizan con un telescopio que proporciona una imagen del disco solar completo a $\lambda 6173\text{\AA}$ con una resolución de 0.50 ± 0.01 arc-sec/píxel (Schou et al., 2012).



Figura 2.3: Instrumento HMI (<https://sdo.gsfc.nasa.gov>).

2.2. Base de datos

HMI proporciona los siguientes tipos principales de datos:

- *Dopplergramas* (mapas de la velocidad de la superficie solar)
- Imágenes de la intensidad del continuo en $\lambda 6173\text{\AA}$
- *Magnetogramas* de línea de visión y vectoriales (mapas del campo magnético fotosférico)

En este caso, para el estudio y obtención del radio y achatamiento, se han empleado fotografías de la fotosfera solar. Cada una de estas imágenes está primero calibrada con un "*flat field*", el cual corrige las distintas sensibilidades en la respuesta a la intensidad píxel a píxel con una precisión de entorno al 1 %.

La fuente de datos de HMI es el Centro de Operaciones Científicas Conjuntas (JSOC) de SDO. (<http://hmi.stanford.edu/>)

Capítulo 3

Metodología y Análisis de Datos

Abstract. This section describes the way in which the analysis has been performed and the results have been obtained, highlighting both the procedures performed and the difficulties encountered. In the first place, we study how to define the solar edge, then an adjustment test with simulated data is performed and finally it is checked for real data taken during a day. In particular, if the edge is defined at a particular intensity, it is easy that there are not enough values just at that intensity, so the solar edge is defined by taking a range (thickness) of number of accounts. This is chosen as small as possible but still high enough so that a good fit would be possible. In particular, the goodness of the fit is shown for three different thicknesses of intensity, having chosen these because they contain a sufficient number of data.

In parallel, we adjust random data to an ellipse using the programming language *Python*. Giving these data some parameters as a basis, (angle of rotation, center and axes of the ellipse), we can obtain how well the program fits an ellipse by analyzing the different physical values obtained from the adjustment and comparing these with the parameters initially introduced.

3.1. Definición del borde solar

Ante el estado gaseoso del Sol, definir un borde solar para distintos estudios se convierte en un problema realmente complejo.

El Sol es una esfera autogravitante de plasma (gas ionizado) que además gira alrededor de un eje casi perpendicular a la eclíptica ($\epsilon = 23^\circ 26'$) (http://community.dur.ac.uk/john.lucey/users/solar_year.html). Dentro del espectro electromagnético, la luz visible que nos llega proviene de la fotosfera que podemos definir como la superficie solar.

El disco solar es una imagen bidimensional de la "esfera" solar. Como quiera que el Sol gire, las superficies equipotenciales tienen forma de elipsoides de revolución. Esto nos ofrece un disco que no es un círculo perfecto sino que presenta un leve achatamiento en los polos. Por lo tanto, se puede aproximar su forma como una elipse con una excentricidad muy pequeña que caracterizaremos con un círculo de radio dado y un achatamiento relacionado con la excentricidad de la elipse. Este trabajo consiste en medir ambos parámetros con la mejor precisión posible.

Un ejemplo de las imágenes que se van a estudiar captadas por el satélite SDO se muestra en la 3.1.

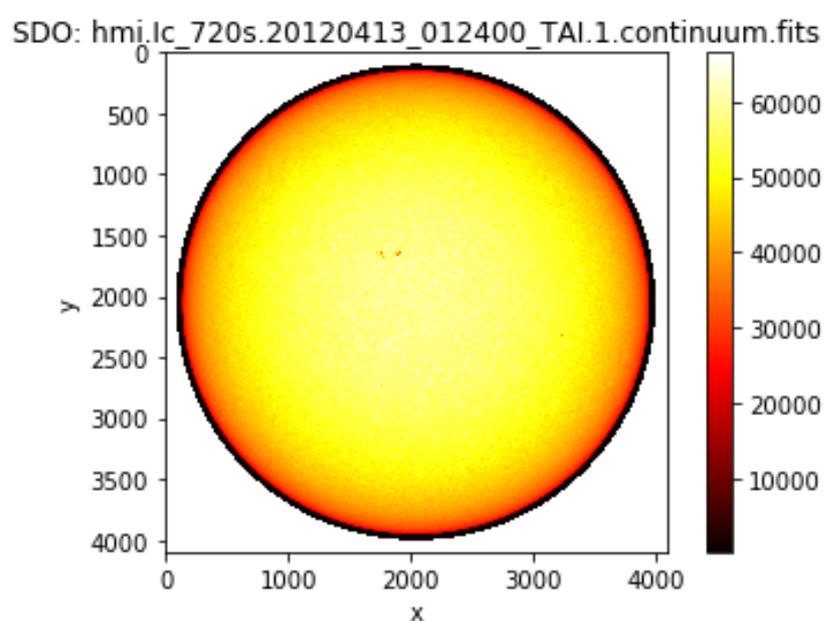


Figura 3.1: Imagen solar de tamaño 4096×4096 píxeles (resolución espacial 0.5 arcsec/píxel) en el visible, a una longitud de onda $\lambda 6137 \text{ \AA}$ tomada el 13 de abril de 2012 con el instrumento *HMI/SDO*.

Esta imagen se ha utilizado para probar los distintos programas que luego han servido para el estudio de la variación temporal de los distintos parámetros. Si estudiamos la imagen de forma que vemos un perfil radial de la misma, obtenemos la figura 3.2.

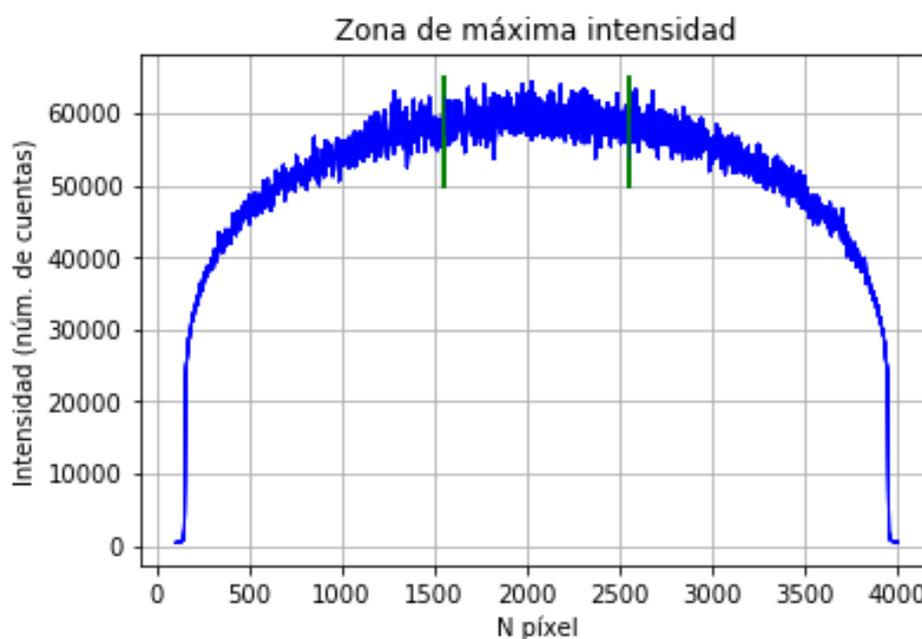


Figura 3.2: Perfil radial solar. Se ha utilizado la fila nº 2048 de la imagen 3.1. Las dos líneas verdes en el centro indican el intervalo utilizado para calcular un valor promedio de la zona central del Sol (zona de máxima intensidad).

En ella se representa la intensidad en los diferentes píxeles a lo largo de un diámetro (se ha tomado uno paralelo a la horizontal de la imagen). Se puede observar como el disco solar no se encuentra uniformemente iluminado. En caso de que así fuera, se debería observar un comportamiento rectangular, pero vemos como el número de cuentas disminuye de forma progresiva a medida que nos acercamos a los bordes. Este es el fenómeno llamado *Limb Darkening*, que está causado por el hecho de que los fotones provenientes del borde atraviesan más atmósfera solar antes de llegar a nosotros a medida que nos acercamos al borde y, debido a la absorción experimentada por ésta, aparecen menos luminosos. Esto nos presenta mayor dificultad en elegir el borde solar adecuado para poder definir de manera precisa su forma (radio y achatamiento en primera aproximación). Por otro lado, se observa cierto “ruido” ($\sim 10\%$) que es debido a la granulación solar.

Existen varios métodos para la definición en la práctica del radio. Nosotros distinguimos dos formas, entre otras.

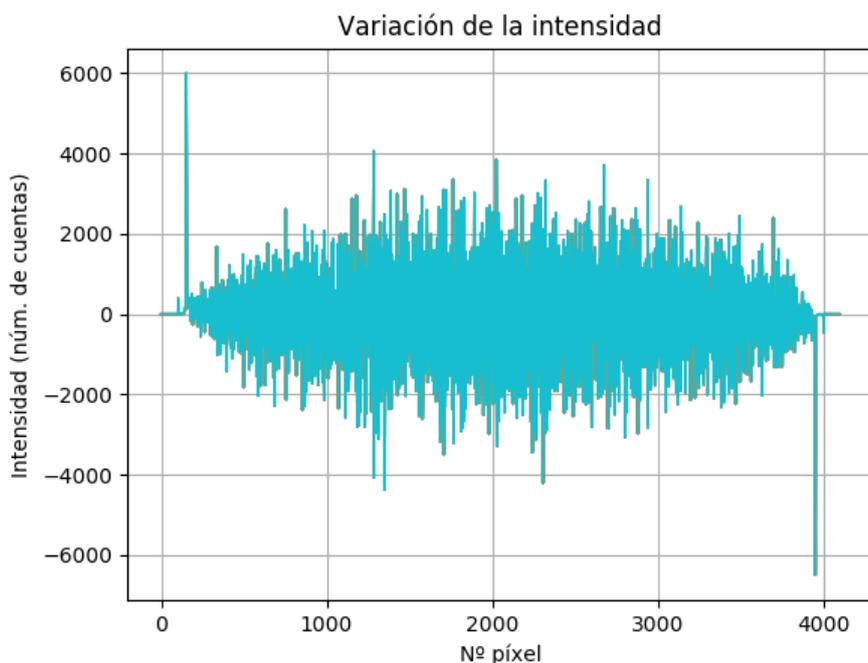


Figura 3.3: Variación de gradiente radial de la intensidad (número de cuentas) del perfil radial solar tomando la fila nº 2048 de la imagen 3.1. Se observan dos picos diferenciados donde hay una máxima variación. La distancia entre ellos nos proporciona una medida de radio ecuatorial.

Una manera de definir dos puntos diametralmente opuestos la podemos obtener tomando un perfil radial del Sol (que pasa por su centro) y calculamos los puntos en los que el gradiente radial de la intensidad es extremal. Se hace tomando el perfil y su derivada a lo largo de los ejes cartesianos.

Este método se fundamenta en aprovechar que el Sol es una estrella con una masa grande y por tanto, un gran potencial gravitatorio, de modo que se produce un gradiente muy elevado en sus proximidades. En la figura 3.3 se muestra el gradiente del perfil radial de una imagen típica obtenida por HMI/SDO (ver figura 3.2). Se observan dos picos muy pronunciados (máximo y mínimo), debido a que es donde se produce el mayor gradiente de intensidad. La distancia entre estos dos puntos nos dará una medida del radio ecuatorial.

Esta definición presenta la ventaja de la sencillez, pero presenta también las siguientes desventajas:

- a) Sólo usamos dos puntos de todo el perfil radial
- b) Son números enteros (píxeles, error= ± 0.5 píxeles)

- c) Al variar la época del año no mediríamos siempre en el ecuador solar
- d) Podemos usar unos pocos perfiles solamente de toda la imagen.

Otra forma de obtenerlo consiste en definir el borde del disco solar como el lugar geométrico de los puntos que tienen una misma intensidad (número de cuentas) fija. Esta intensidad fijada de antemano con un criterio apropiado, puede ser una fracción de la intensidad máxima de la imagen (casi siempre cerca del centro del disco). Estos puntos definirán una elipse (casi una circunferencia) que se podrá ajustar numéricamente y de ahí determinar varios parámetros, entre ellos el centro de la elipse, el radio superficial del círculo equivalente (misma área que la elipse), la excentricidad y la inclinación de la elipse.

Para la elección del máximo de intensidad recurrimos a la figura 3.2 que muestra un perfil radial. Observando el centro vemos que se producen fluctuaciones considerables ensanchando la función. De modo que para calcular un valor razonable del máximo, seleccionamos un intervalo central adecuado y calculamos su valor promedio. En la figura 3.2 se ve el intervalo seleccionado para hallar el máximo. En el caso de esta imagen, se ha obtenido un valor medio de número de cuentas de 59083 con una desviación estándar de $\sigma = 1753.67$ cuentas.

¿Qué fracción de la intensidad central se debe utilizar? Para definir el borde solar podría ser cualquiera pero, una definición que nos da una mejor precisión sería aquella cuyo resultado nos acerca a la intensidad en la que su gradiente radial es mayor (en valor absoluto). De esta forma, ajustando una elipse a estos puntos, deberíamos obtener el mismo resultado para el radio que antes pero ahora con una precisión más alta al utilizar una mayor cantidad de puntos, de hecho todos los del borde (varios cientos).

Sin embargo, si se selecciona el valor de 6000 cuentas (valor aproximado del primer método), el radio que se obtiene es demasiado pequeño, de donde se deduce que, a pesar de que este punto es muy interesante porque es el más sensible a la medida precisa del radio, no es donde está la fotosfera (superficie del Sol). Luego, para hallar la intensidad donde se define el borde, se enfoca el problema desde un punto de vista experimental, interpretando la figura 3.4.

Siendo prácticos se debe admitir que es difícil que muchos puntos tengan exactamente la misma intensidad fija, y esto nos lleva a otro problema práctico, se debe introducir un "espesor" para el borde solar. Es decir, que la intensidad en cuestión en vez de ser un número entero (intensidad en número de cuentas) pueda variar muy ligeramente dentro de un intervalo: $I_0 \pm \delta I_0$. Este espesor (δI_0), lo elegiremos tan pequeño como sea posible para tener un buen ajuste numérico. En la figura 3.4 se muestra la bondad del ajuste frente a la definición del borde solar en intensidad (número de cuentas) para tres

posibles grosores del borde. Estos grosores han sido elegidos porque son los valores más pequeños que empiezan a ofrecer un número suficiente de puntos para dar un buen ajuste.

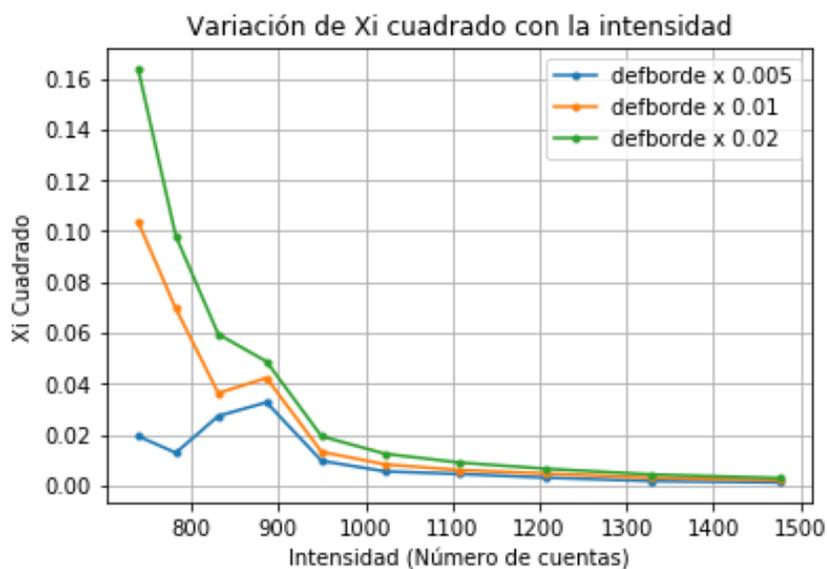


Figura 3.4: Variación de la bondad del ajuste en función de dónde se define el borde solar. Se representa la variación para tres grosores de intensidad (número de cuentas) distintos.

De la figura 3.4 deducimos la definición de borde solar que más nos conviene. Puede observarse como a medida que se define un borde solar con un número de cuentas menor, la bondad del ajuste va empeorando, y además cuanto mayor es el grosor peor es el ajuste. Esto tiene sentido pues cuanto más nos alejemos del centro menos píxeles habrá con un rango de cuentas determinado y ello nos aportará un ajuste más disperso. Además, cuanto mayor sea el grosor de las cuentas que elijamos para seleccionar el borde, mayor será la dispersión. Por consiguiente, para dicha elección se elige un punto en que el conjunto de grosores hayan convergido suficiente, ya que ello me indica que selecciono un borde en un entorno con suficientes puntos para obtener un buen ajuste. Analizando la figura 3.4, y recurriendo a los argumentos citados, se define el borde solar en 1100 cuentas.

3.2. Ajuste a una elipse con datos simulados numéricamente

Para este estudio es conveniente ajustar la forma del Sol a un objeto geométrico que permita extraer información mediante parámetros bien definidos. La forma más apropiada es la de una elipse, y se debe principalmente al achatamiento producido en los polos.

El ajuste se ha realizado mediante el *software de Python*. El programa que realiza el ajuste de los datos a la elipse ha sido tomado de (<http://nicky.vanforeest.com/misc/fitEllipse/fitEllipse.html>). Para dichos cálculos se utiliza el paquete *numpy.linalg*. Éste nos aporta herramientas muy útiles como pueden ser *eig*(proporciona autovalores y vectores de una matriz cuadrada) o *inv*(inverso de una matriz cuadrada).

Introduciendo los datos tomados por el satélite con coordenadas (x, y) , el programa de ajuste (no lineal) devuelve los parámetros de la ecuación de una elipse.

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + fy + g = 0 \quad (3.1)$$

Con los parámetros ya obtenidos, el programa facilita los datos que son de interés. En concreto, se tienen seis constantes, y si dividimos por la g nos quedan cinco constantes de las cuales se deducen cinco parámetros. Estos son el centro de la elipse con coordenadas (x, y) , el ángulo en que esta está rotada y el tamaño de los ejes de la elipse.

En la tabla 3.1 se muestran los valores utilizados a modo de prueba y los resultados obtenidos. Cabe destacar que la excentricidad no se deriva directamente del ajuste, sino de los semiejes obtenidos de este.

	Parámetros teóricos	Parámetros ajustados	Diferencia normalizada
$C(x, y)$	(2.0,1.0)	(2.004,1.005)	(0.002,0.005)
ϕ	0.2617	0.2226	0.1494
a, b	1.0001,1.0000	1.0002,0.9996	0.0001,0.0004
e	0.01414	0.03463	0.59168

Tabla 3.1: Valores obtenidos del ajuste a una elipse a partir de datos simulados.

donde C son las coordenadas del centro de la elipse, ϕ es el ángulo en grados en el que esta está rotada, a, b son el semieje mayor y menor de la elipse respectivamente y e es la excentricidad derivada de dichos semiejes. Sorprendentemente, el ángulo y la excentricidad son los valores que tiene un “error” mayor en los resultados del ajuste. En la figura 3.5 se observa un ejemplo del ajuste producido por el programa, en este caso mediante los datos aleatorios con los parámetros nombrados en la tabla 3.1.

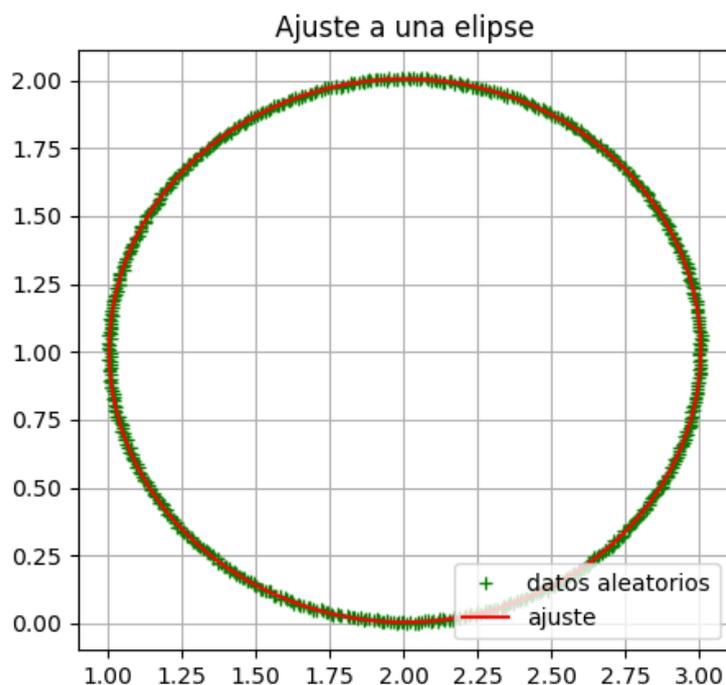


Figura 3.5: Ajuste con datos simulados en los que se ha elegido un grosor para la selección de puntos que servirán para la obtención de la elipse por ajuste no lineal

3.3. Datos reales: Análisis de las imágenes tomadas durante un día

Para el estudio mediante datos reales se han descargado los datos de un enlace proporcionado por la página oficial del satélite SDO llamada JSOC (<http://jsoc.stanford.edu/ajax/lookdata.html>).

Con el fin de trabajar con un programa que no requiera mucho tiempo de computación, a modo de prueba, se han empleado los datos aportados por el satélite a lo largo de un día. De forma aleatoria, el día seleccionado ha sido el 13/04/2012. Concretamente, se toman imágenes cada 12 minutos, por lo que hay un total de 120 imágenes diarias.

Para este programa, además de los paquetes importados con anterioridad, se amplía el código *Python*, de forma que lea correctamente los datos correspondientes. En primer lugar, se importa *fits* del paquete *astropy.io*. De esta forma se puede tanto interpretar la información proporcionada por la cabecera, como la parte de datos. Además se selecciona, como se ha explicado con anterioridad, una fracción del máximo de intensidad de la estrella de modo que nos defina el borde, y mediante una

máscara se define el grosor, imponiendo un máximo y un mínimo.

En definitiva, el programa lee cada imagen, extrayendo y guardando la información que nos interesa en un archivo de texto. Esta información es registrada en el archivo por columnas. Hay un total de 12 y contienen el número de imagen, el número de píxeles en el eje longitudinal, las coordenadas del centro del Sol, el semieje mayor y menor de la elipse, el ángulo de giro, la excentricidad, el achataamiento, el radio circular, el radio que viene en la cabecera de cada imagen y la distancia, a la que se encuentra el satélite del Sol.

Una vez se tiene el archivo de texto, mediante otro programa se puede leer la variación en el tiempo de estos resultados a lo largo de un día. En la figura 3.6 se muestra la variación del radio circular de cada una de las imágenes de un día¹. Nótese que ya está calibrado en segundos de arco según la ganancia del telescopio (0.5 arcsec/pixel).

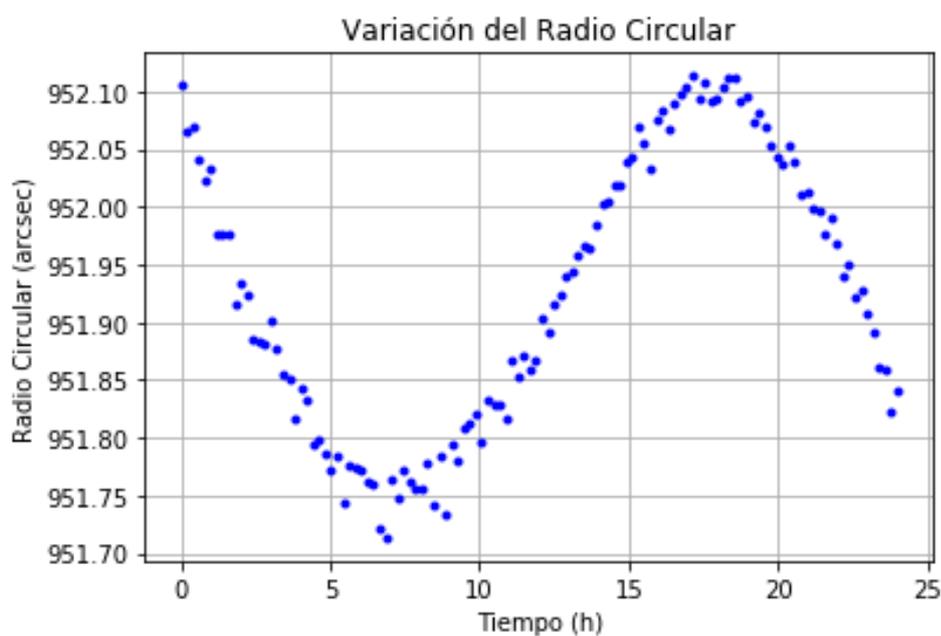


Figura 3.6: Variación del radio medido para las imágenes de un día de observación (13/04/2012). Datos proporcionados por el satélite *HMI/SDO*. Nótese la variación sinusoidal diaria que identificamos debido a la órbita del satélite alrededor de la Tierra.

¹Por radio circular entendemos el radio del círculo que tiene la misma área que la elipse ajustada

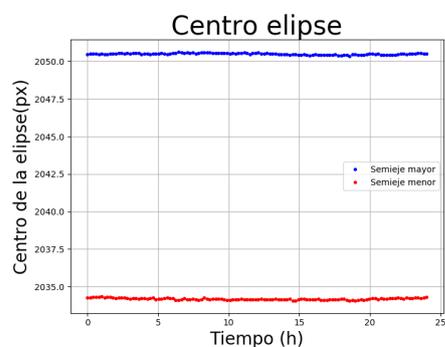


Figura 3.7: Variación del centro de la elipse ajustada del Sol a lo largo del día 13/04/2012.

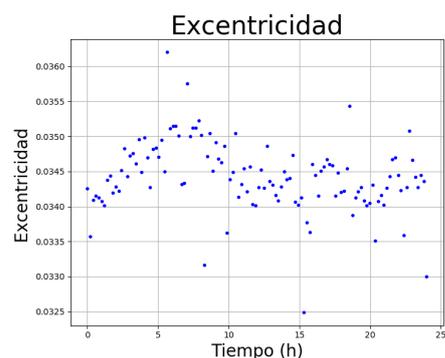


Figura 3.9: Variación de la excentricidad del Sol a lo largo del día 13/04/2012. Se observa una distribución entorno a 0.0343.

En las figuras 3.7,3.8,3.9 y 3.10, se representan los parámetros ajustados. En este caso, se representan la variación del centro de la elipse, los semiejes mayor y menor, la excentricidad y el ángulo de rotación, todo a lo largo de un día.

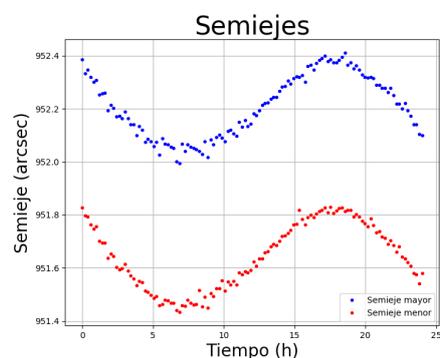


Figura 3.8: Variación de los semiejes del Sol a lo largo del día 13/04/2012. Se ve una distribución sinusoidal debida a la órbita del satélite alrededor de la Tierra.

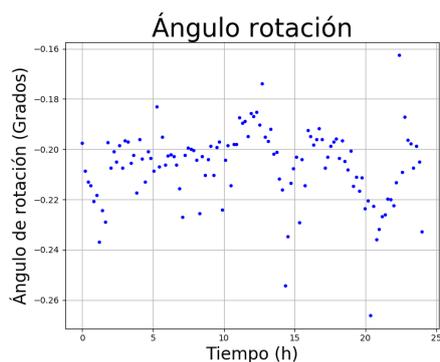


Figura 3.10: Variación del ángulo de rotación del Sol a lo largo del día 13/04/2012. Se observa una distribución entorno al valor de -0.21 grados.

Capítulo 4

Resultados y discusión

Abstract. In this chapter the results obtained from the variation of the radius and the oblateness are studied throughout the year 2016. In addition, the results are interpreted, an explanation is obtained and the pertinent corrections are applied. In particular, the orbit of the satellite around the Earth and the Earth's orbit around the Sun are obtained and the radius values are corrected.

4.1. Variación anual de las medidas del radio

El objetivo es estudiar como varían estos parámetros, en particular el radio y el achatamiento a lo largo de un año. En este estudio han surgido varios problemas. En primer lugar se debe tener en cuenta la cantidad de datos. Si consideramos que hay un total de 120 imágenes por día, y procesáramos la información de todos los días del año, tendríamos un total de 43920 imágenes. Hay que tener en cuenta que las imágenes se descargan comprimidas mediante "*archivos.tar*". Luego, para obtener las medidas que se desean primero hay que descomprimir los archivos día por día. Una vez realizado dicho proceso se debe crear leyendo las imágenes un "*archivo.txt*" que guarde los datos científicos a estudiar en sus respectivas columnas, y finalmente aplicar el programa que interprete ese archivo y nos de la información final. Por ello, hacer un estudio con tantos datos resulta un coste de tiempo muy elevado, inviable para este trabajo de Fin de Grado.

Como solución al problema, se seleccionan los datos de una serie de días, distribuidos en bloques de observación con una separación de cinco días entre cada bloque. Con ello se consigue:

- Reducir el tiempo de computación final
- Obtener resultados interesantes y suficientemente fiables

En concreto, se han cogido un total de 72 días, dejando entre ellos de forma equiespaciada cinco días.

Si se estudian 72 días con 120 imágenes por día, se tendría un total de 8640 imágenes. Aquí surge otro problema, pues no todos los días tienen 120 imágenes. El satélite tiene días con menos imágenes y ello se puede deber a que éstas no han podido ser obtenidas debido a procesos de mantenimiento y/o a problemas instrumentales. Para solventar dicho problema, se ha creado un programa que lee las imágenes según el tiempo en el que fueron tomadas, marcado por la información de la cabecera. La precisión de la fecha en que se han tomado las medidas viene dada en segundos.

Resumiendo, se han analizado los datos tomados a lo largo del año 2016. El resultado obtenido para el radio solar se muestra en la figura 4.1 en segundos de arco. En ella se observa una variación con forma sinusoidal de aproximadamente 30 arcsec de máximo a mínimo.

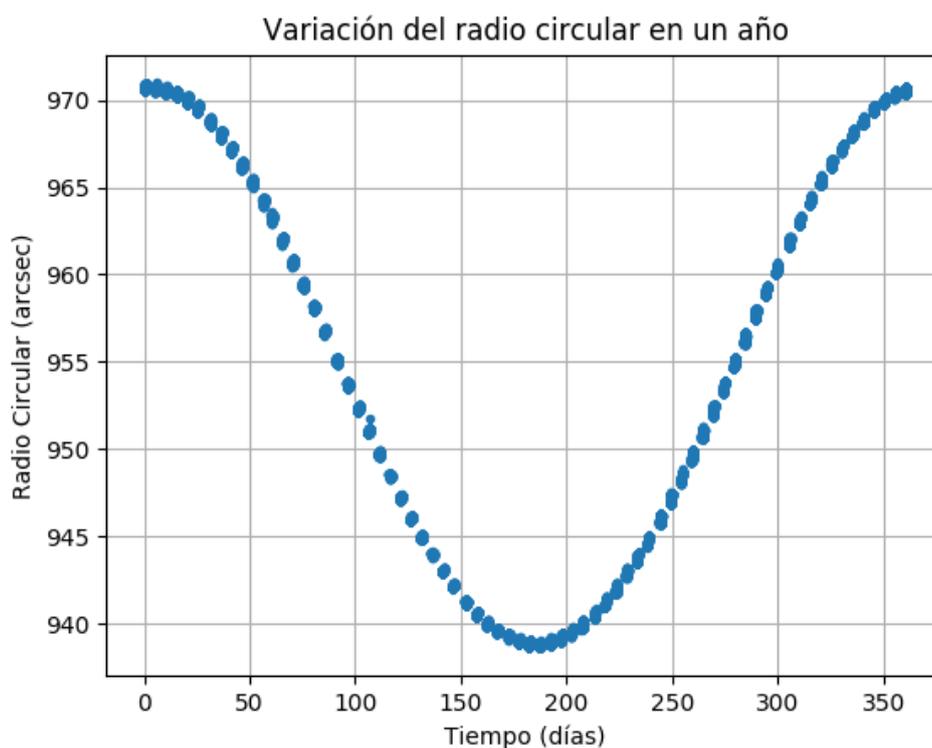


Figura 4.1: Medidas del radio solar a partir de datos proporcionados por el satélite *HMI/SDO* en sus observaciones a lo largo del año 2016.

El satélite SDO está en una órbita geosíncrona. Por lo tanto, gira alrededor de la Tierra y ambos alrededor del Sol. Al orbitar entorno al Sol de forma elíptica, observamos como la función disminuye

a medida que el satélite se aleja del Sol siguiendo la órbita de la Tierra. En el punto más alejado se produce el mínimo de la función, ascendiendo luego debido al acercamiento. También se observa un cierto grosor en los puntos de la gráfica.

Si ampliamos la figura 4.1, se observa que cada día estudiado también muestra una variación sinusoidal entorno a 0.4 arcsec (pico a pico), que ya obtuvimos en la figura 3.6.

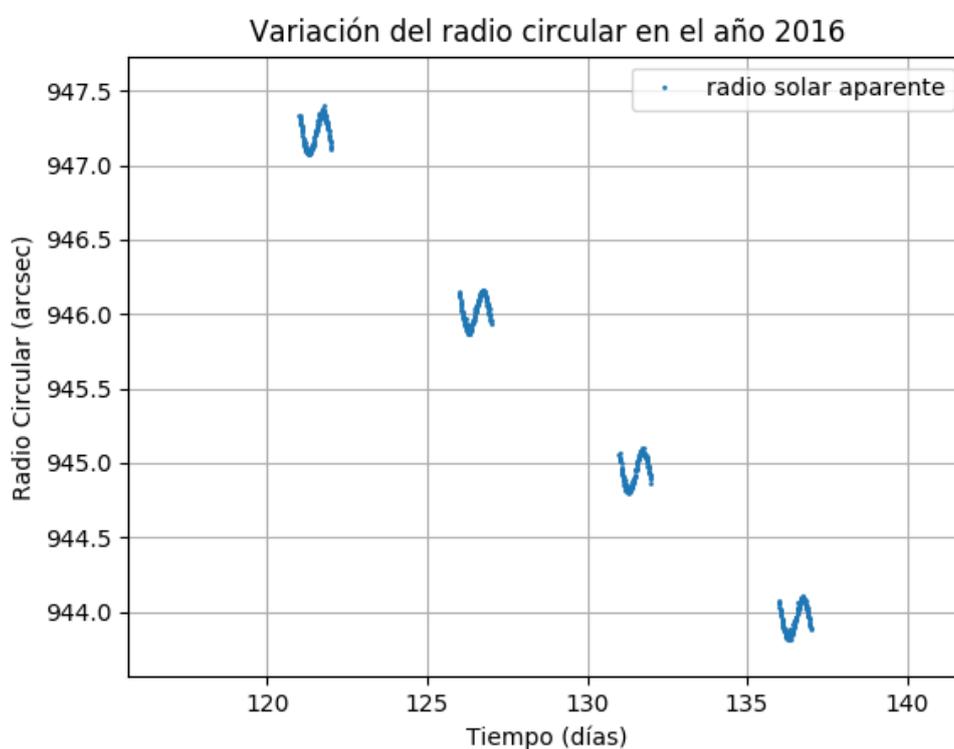


Figura 4.2: Ampliación de la figura 4.1 donde se observan las variaciones sinusoidales diarias.

Esta forma se debe a la órbita seguida por el satélite alrededor de la Tierra, pues al ser geosíncrona, gira con la misma velocidad angular que la Tierra alejándose y acercándose del Sol con un periodo de un día.

Ambas variaciones no son variaciones reales del radio, por lo que nos interesa corregirlas y así lograr una buena estimación del radio solar.

4.1.1. Corrección de la órbita del satélite

En el desarrollo de este problema se tiene en cuenta la forma elíptica de la órbita. En primer lugar se ha corregido la órbita diaria, producida por la rotación diaria que tienen la Tierra y el satélite de forma geosíncrona. Parece viable realizar una media en cada día con su respectiva desviación estándar y así obtener un valor promedio del radio solar para cada día. Sin embargo este método tiene un fuerte inconveniente, y es que al tener días con menos imágenes, este valor medio puede verse alterado de forma notable. Es por ello que una buena alternativa es ajustar, para cada día, una función sinusoidal de la forma:

$$R = a \cdot \sin(bt + c) + d \quad (4.1)$$

donde R es el radio del Sol en *arcsec*, a es la amplitud de la función sinusoidal, b es la frecuencia, c es la fase y d es el valor medio añadido a la función, de modo que podemos extraer éste como valor medio del radio diario con su respectivo error. El ajuste se realiza utilizando la función *curvefit* del paquete *Numpy* de *Scipy*.

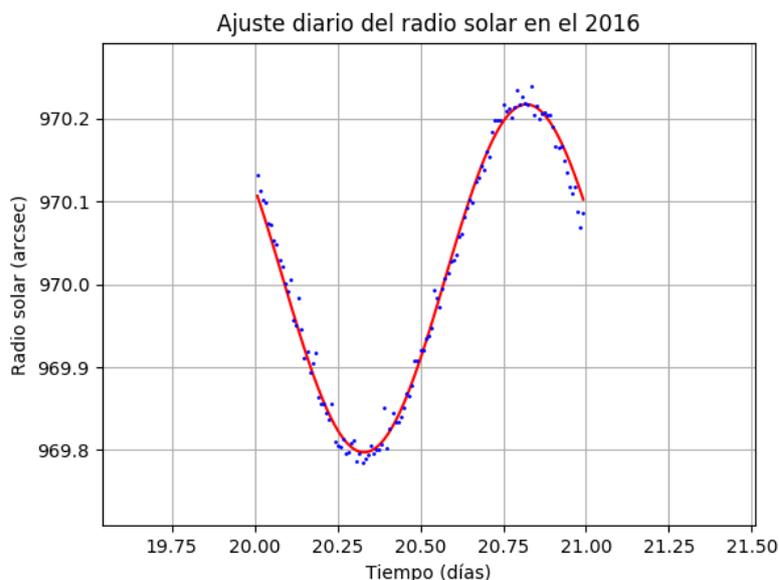


Figura 4.3: Ejemplo del ajuste (no lineal) a una senoide que se ha realizado para cada uno de los 72 días estudiados del año 2016.

En la figura 4.3 se muestra un ejemplo del ajuste que se ha hecho de cada día a una senoide. Si se realiza una media de cada uno de los parámetros ajustados, se obtienen los siguientes valores:

- $a = 0.21810 \pm 0.00003 \text{ arcsec}$
- $b = 6.298 \pm 0.009 \text{ rad/días}$
- $c = 3.35 \pm 0.06 \text{ rad}$
- $d = 954.59277 \pm 0.00001 \text{ arcsec}$

De la ecuación se deduce que a está relacionado con el radio de la órbita del satélite y su inclinación, b con el periodo de la órbita del satélite, c con la fase orbital y d con el radio medio del Sol.

4.1.2. Corrección de la órbita de la Tierra

Una vez corregida la órbita diaria, se procede a la corrección de la órbita anual. Aunque ya se conoce todo sobre la geometría de una elipse, todavía no es posible encontrar un planeta a un tiempo dado. De la segunda Ley de Kepler se observa que la variación de la función que describe la órbita no evoluciona con un ritmo constante con el tiempo (Karttunen et al., 2006).

Por lo tanto, se necesitan algunas preparaciones antes de poder encontrar la distancia a la que se encuentra la Tierra en un tiempo dado (día).

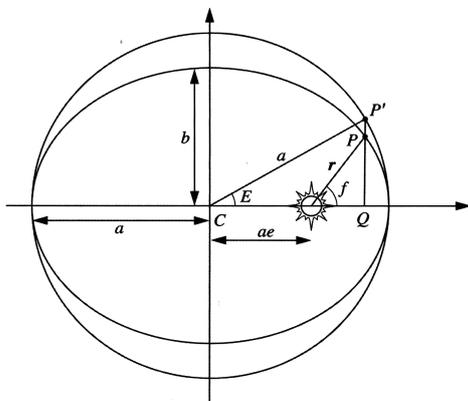


Figura 4.4: Definición de la excentricidad anómala E . La Tierra está en P y r es la distancia al Sol (Karttunen et al., 2006)

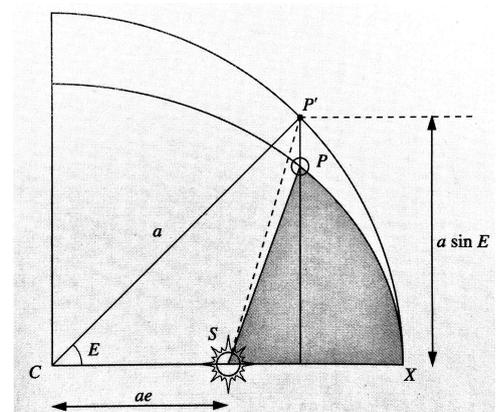


Figura 4.5: Relaciones trigonométricas para distintas áreas (Karttunen et al., 2006).

Si se observa la figura 4.4, mediante relaciones trigonométricas (Karttunen et al., 2006) se expresa la distancia de la siguiente forma.

$$\hat{r} = a(\cos(E) - e)\hat{i} + b\sin(E)\hat{j} \quad (4.2)$$

siendo cada parámetro el extraído de la figura 4.4. Elevando la distancia al cuadrado y mediante una serie de operaciones se llega a:

$$r = a(1 - e \cdot \cos(E)) \quad (4.3)$$

El siguiente problema es hallar la excentricidad anómala E para un momento dado. De acuerdo con la Segunda Ley de Kepler, la cual nos dice que el radio vector que une un planeta y el Sol recorre áreas iguales en tiempos iguales, recurriendo a las relaciones de la figura 4.5 se llega a:

$$A = \frac{t - \tau}{P} \quad (4.4)$$

donde A es el área que recorre la recta a un ángulo E , τ es el tiempo en el que la Tierra se encuentra en el perihelio¹ y P es el periodo de la órbita.

Mediante una serie de relaciones (Karttunen et al., 2006) se llega a:

$$E - e \cdot \sin(e) = \frac{2\pi}{P}(t - \tau) \quad (4.5)$$

con lo que despejando E y sustituyendo en la ecuación 4.3, obtenemos:

$$r = a(1 - e \cdot \cos(\frac{2\pi}{P}(t - \tau) + e \cdot \sin(e))) \quad (4.6)$$

que nos da una relación entre la distancia a la que se encuentra la Tierra del Sol y el tiempo en el que ello ocurre, teniendo como parámetros el semieje mayor de la órbita, la excentricidad, el periodo y el tiempo en el que la Tierra se encuentra en el perihelio.

Con esta ecuación, nos es suficiente obtener una relación entre el radio del Sol y la distancia a la que se está de éste, para hallar una relación directa entre el radio solar y el tiempo en el que se mide este valor. Con ello podemos finalmente corregir la órbita de las medidas. Para hallar dicha relación, se ha representado la distancia a la que el satélite está del Sol en función de su radio medido. La distancia viene proporcionada por la cabecera de cada imagen.

¹Perihelio: punto más cercano de la órbita de un cuerpo celeste alrededor del Sol

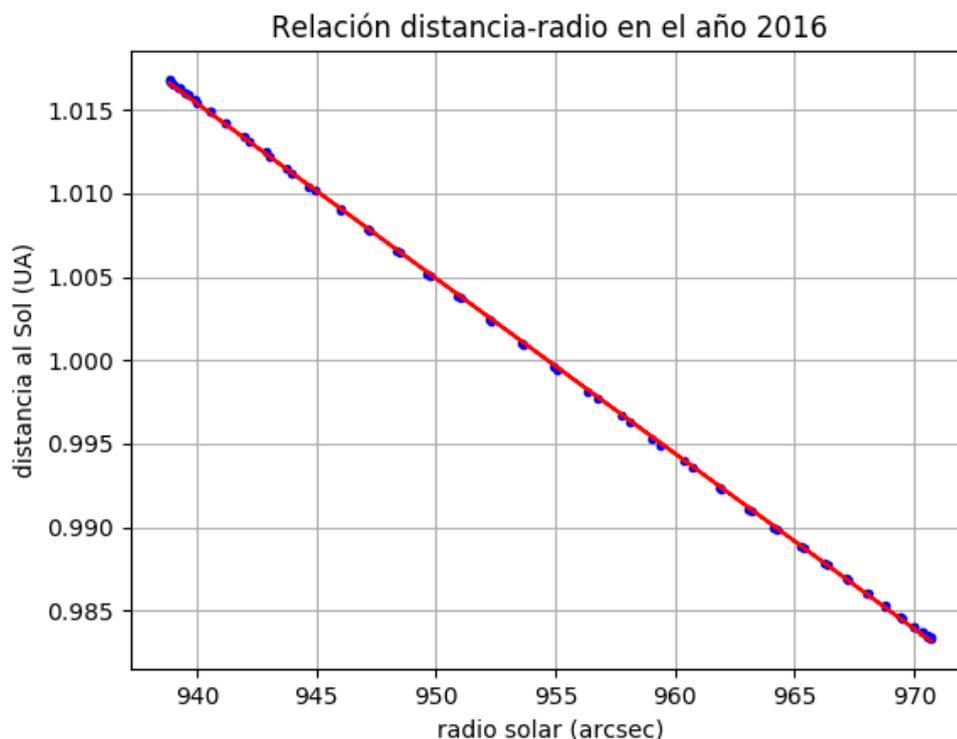


Figura 4.6: Relación lineal entre la distancia al Sol y el radio medido de éste (ajustado a una recta), de los datos del satélite *HMI/SDO* en 2016.

Observando la figura 4.6, se ve como la relación obtenida puede ajustarse a una recta de la forma:

$$D = A \cdot R + B \quad (4.7)$$

donde D es la distancia del satélite al Sol, R el radio aparente medido del Sol, y A y B serán los parámetros del ajuste obtenido. Para los datos de 2016 se han obtenido los siguientes valores:

- $A = -0.001048979947 \pm 0.000000000001 \text{ UA/píxel}$
- $B = 2.001435 \pm 0.000001 \text{ UA}$

Con ello, basta con sustituir en la ecuación 4.6, y se obtiene la relación deseada.

$$R = (a(1 - e \cdot \cos(\frac{2\pi}{P}(t - \tau) + e \cdot \sin(e))) - B) / A \quad (4.8)$$

Para la corrección diaria mediante el ajuste a una senoide se han obtenido 72 valores con sus respectivos errores. De esta forma se observa lo buenos que son los ajustes. Con los valores del radio

obtenidos después de corregirlos por la órbita del satélite, se corrige la órbita anual ajustando la ecuación 4.8.

En este proceso al tener un único periodo, es preferible fijar ese parámetro en 365.25 días. Luego, para realizar el ajuste se ha escrito la ecuación anterior de la forma:

$$R = C1 * \left(\frac{2\pi}{365.25} t + C2 \right) + C3 \quad (4.9)$$

De esta forma se puede validar el ajuste mediante la aproximación a los parámetros ya conocidos de la excentricidad, el semieje mayor y el tiempo en el que la Tierra se encuentra en el perihelio. El ajuste a la órbita anual viene representado en la figura 4.7.

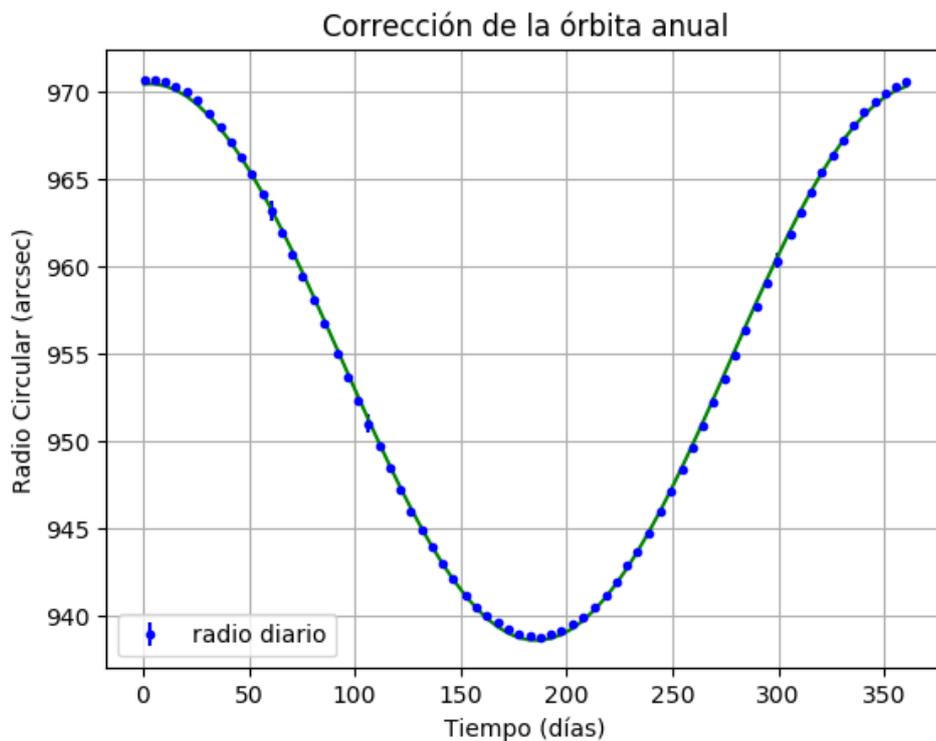


Figura 4.7: Ajuste no lineal a la órbita terrestre en la forma de la ecuación 4.8.

Los valores obtenidos para los parámetros del ajuste son:

- $C1 = 15.929 \pm 0.001 \text{ arcsec}$
- $C2 = -0.52577 \pm 0.000004 \text{ rad}$

$$- C3 = 954.5402 \pm 0.0005 \text{ arcsec}$$

Si relacionamos estos valores con la ecuación 4.8 se obtiene, despejando:

$$- C1 = -\frac{ae}{A}$$

$$- C2 = e \cdot \text{sen}(e) - \frac{2\pi}{365.25} \tau$$

$$- C3 = \frac{a}{A} - \frac{B}{A}$$

y mediante propagación de errores de los parámetros hallados hasta ahora:

$$- a = 149619040.3324280 \pm 0.0000006 \text{ km}$$

$$- e = 0.016707 \pm 0.000001$$

$$- \tau = 3.0726 \pm 0.0002 \text{ días}$$

Si se compara la excentricidad y el semieje mayor de la órbita con datos proporcionados por la NASA <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/earthfact.html>:

- $a = 149600000.3324280 \text{ km}$
- $e = 0.0167$

Se tiene que los parámetros obtenidos del ajuste describen una misma órbita.

Para el cálculo del radio solar, podemos considerar la constante C3 que nos queda sumada a la función sinusoidal. Por lo que entendemos como radio solar anual

$$\text{Radio} = 954.5402 \pm 0.0005 \text{ arcsec}$$

4.2. Resultados del análisis

4.2.1. Radio Solar

Una vez efectuadas las correcciones nos quedan los residuos de los ajustes que se representan en la figura 4.8. Nótese la escala vertical en que la variación máxima es de 0.5 *arcsec* comparado con la de la figura 4.1 que era de 35 *arcsec*.

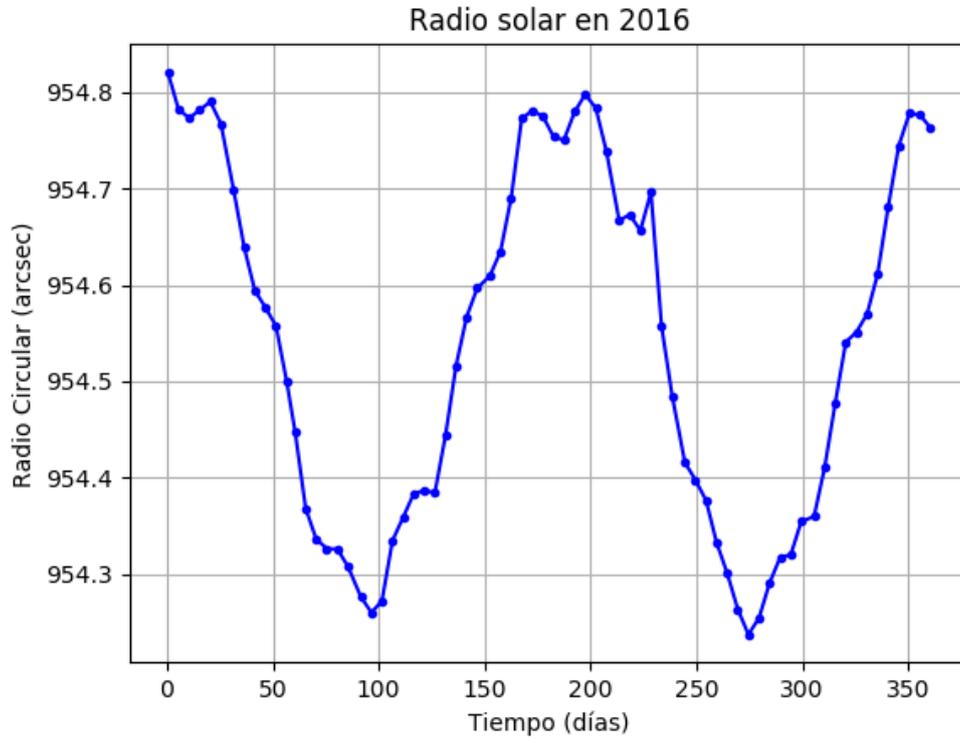


Figura 4.8: Resultados del radio solar corregidos de la órbita del satélite *HMI/SDO* en 2016.

4.2.2. Achatamiento solar

Para el cálculo del achatamiento se ha utilizado siguiendo la definición de la literatura:

$$ach = \frac{a - b}{a} \quad (4.10)$$

donde ach es el achatamiento, a es el semieje mayor de la elipse a la que se aproxima la forma del Sol, y b es el semieje menor.

En la figura se observan los valores obtenidos para cada imagen mediante la ecuación 4.10.

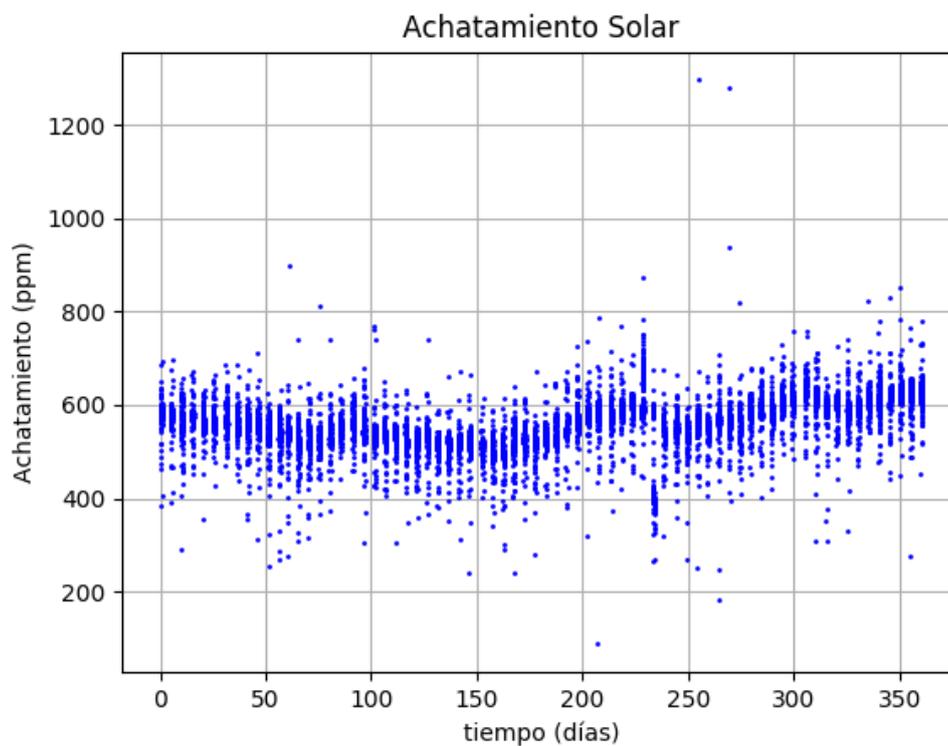


Figura 4.9: Medidas obtenidas del achatamiento solar en partes por millón (ppm) de cada una de las imágenes analizadas.

En la figura 4.9 se observa como los distintos datos oscilan entorno a un valor entre 400 y 600 *ppm* aproximadamente, con lo que se puede hallar un valor medio para cada día con su respectiva desviación estándar.

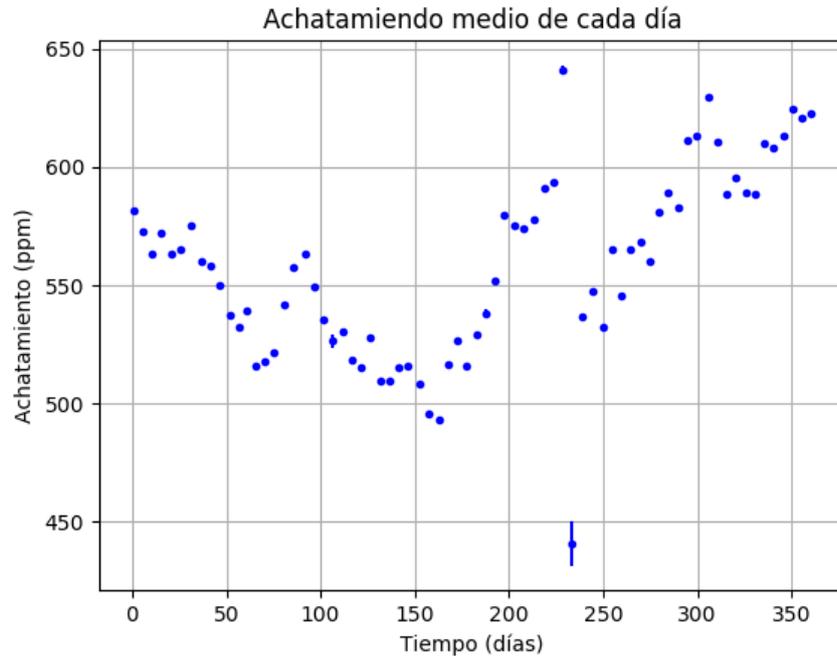


Figura 4.10: Valor medio diario del achatamiento con su respectivo error derivado de los datos analizados. Los errores son casi todos del tamaño de los símbolos dibujados.

Al tener los 72 días con distintos pesos (figura 4.10), se calcula una media ponderada con su respectivo error. Estos cálculos darán una serie de medidas con una desviación que se tomará como error ($x_a \pm \sigma_a$).

Entorno al día 230 se observan valores muy desviados, sin embargo al tener errores muy elevados la contribución de estos a la media será despreciable. El error de la media ponderada vendrá dado por:

$$\sigma_x = \frac{1}{\sqrt{\sum_{n=1}^{72} \frac{1}{\sigma_n^2}}} \quad (4.11)$$

siendo σ_n la desviación estándar del valor medio de cada día estudiado.

Si se utiliza la siguiente nomenclatura:

$$w_n = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sigma_n^2}}} \quad (4.12)$$

tenemos que la media ponderada y su respectivo error vienen dados por:

$$X = \frac{\sum_{n=1}^{72} w_n x_n}{\sum_{n=1}^{72} w_n} \quad \sigma_x = \frac{1}{\sum_{n=1}^{72} \sqrt{w_n}}$$

El resultado obtenido de la media ponderada para el achatamiento solar en el 2016 aportado por datos del satélite *HMI/SDO* es de $557.6 \pm 0.1(ppm)$.

4.3. Discusión de resultados

4.3.1. Sobre el radio

El resultado obtenido para este valor es más pequeño que el obtenido en otras investigaciones hasta ahora. Un ejemplo reciente de ello, lo da una investigación realizada con datos del mismo satélite, *Solar Dynamics Observatory*, pero con distinto instrumento, *MDI (Michelson Doppler Imager)*. Este observó con imágenes de alta calidad los tránsitos de Mercurio el 7 de mayo de 2003 y el 8 de noviembre de 2006. El valor obtenido fue de $960.12 \pm 0.09 \text{ arcsec}$ y, a diferencia de otras mediciones, esta técnica tiene la ventaja que es independiente en gran medida de la distorsión óptica (Emilio et al., 2012). El hecho de que el radio en esta memoria sea más pequeño, es debido a que el valor seleccionado del número de cuentas por píxel para definir el borde es demasiado alto (1100cuentas), con lo que si se hubiera elegido un borde con menos cuentas, el radio sería algo mayor. No obstante, su precisión es mucho mejor que las obtenidas hasta la fecha en otras investigaciones.

Por otro lado, si se analiza la figura 4.8, se observan variaciones que pueden ser estudiadas con mayor precisión, por ejemplo realizando una Transformada de Fourier. De este modo se pueden estudiar las distintas frecuencias que intervienen en el resultado final.



Figura 4.11: Espectro de potencias de los resultados obtenidos para el radio solar corregido

La frecuencia que predomina tiene el pico en $0.0055(1/\text{día})$ de modo que su periodo esta entorno a 182 días. Hay una frecuencia secundaria de altura mucho menor, que va de 0.0031 a 0.0039. Esta frecuencia coincide con la posibilidad de ser causada por la órbita lunar. El satélite orbita de forma geosíncrona de modo que tiene sentido que la afectación de la luna en los datos sea de este modo. Concretamente, la luna tiene un periodo de 27 días, con lo que el pico de frecuencia debería estar en 0.037, lo cual coincide con el pico hallado en los resultados.

Hace falta un estudio de los posibles errores sistemáticos del funcionamiento final de la óptica del telescopio para ver hasta qué punto puede influir en el resultado final. También podría mejorarse si se hubiera contado con una definición del "Limb Darkening" precisa con el que "descontaminar" las imágenes solares de este efecto, lo que permitiría una mejor definición del borde solar.

Aparte de este análisis, en nuestro propósito de hallar un valor para el radio solar anual, se obtiene un resultado con buena precisión, de modo que los datos proporcionados por el satélite *HMI/SDO* y la correspondiente aproximación a una elipse si sirven para esta finalidad.

4.3.2. Sobre el achatamiento

Las investigaciones realizadas hasta ahora acerca del achatamiento solar, muestran valores dos órdenes de magnitud por debajo al hallado en este trabajo. Si realizamos un estudio cronológico, en 1906 se obtuvo un valor de (7.80×10^{-6}) (Ambromn, 1906) mediante el heliómetro Gottingen. En 1975 Schatten tomando la idea de rotación rápida del núcleo del Sol, obtuvo un achatamiento de 3.4×10^{-5} (Schatten, 1975). Bursa, en 1986, dedujo una buena estimación mediante el estudio de la dinámica de los planetas internos del sistema Solar, 1.0×10^{-5} (Bursa, 1986). En los siguientes años, mediante el instrumento *MDI* de *SOHO* (*Solar and Heliospheric Observatory*) se obtuvieron las medidas de 4.3×10^{-6} y 10.3×10^{-6} (Emilio et al., 2007) en 1992 y 1996 respectivamente. Ya en años más cercanos, mediante el telescopio *SODISM* a bordo del satélite *PICARD*, se han obtenido 6.5×10^{-6} y 10.2×10^{-6} (Meftah et al., 2015), en 2010 y 2011 respectivamente. Estos estudios utilizan métodos más sofisticados en la definición del borde solar.

Para valorar donde está el motivo de dicho resultado, analizamos otros valores relacionados como puede ser la excentricidad.

$$\text{excentricidad} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \quad (4.13)$$

donde a es el semieje mayor de la elipse a la que se aproxima la forma del Sol y b es el semieje menor.

Calculando su error, como la desviación estándar de los distintos valores, se obtiene la figura 4.12. Se observa como la excentricidad tiene valores similares al achatamiento como cabía esperar.

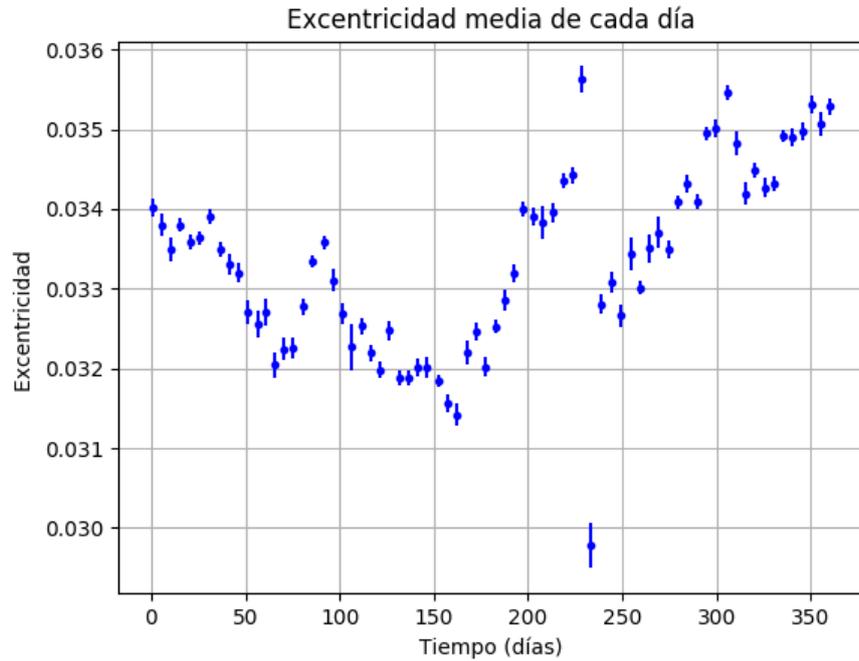


Figura 4.12: Excentricidad solar obtenida mediante datos del satélite *HMI/SDO* en 2016

Si además nos fijamos en la tabla 3.1, el estudio que se ha hecho a modo de prueba con datos aleatorios muestra que la excentricidad no se aproxima bien a su valor real, a diferencia de los otros parámetros. Los valores entre los semiejes distan demasiado, y ello es debido a la precisión instrumental.

Esto conduce a creer que mediante los datos proporcionados por el satélite *HMI/SDO* con el ajuste del Sol a una elipse, no se obtiene suficiente precisión para la medida del achatamiento solar.

Capítulo 5

Conclusiones

Abstract. This section describes the different assessments about the results obtained in this work. Specifically, the variations produced in the radius and flattening are valued, and their average values throughout the year 2016. In addition to obtaining these results other interesting parameters have been obtained, such as the orbit of the satellite around the Earth, and the orbit of the Earth around the Sun.

Mediante la red pública de *jsoc.stanford.edu*, se han descargado y analizado un total de 72 días equiespaciados a lo largo del año 2016, el análisis de las imágenes obtenidas después de utilizar la metodología descrita en esta memoria, nos ha permitido llegar a varias conclusiones:

1. El radio solar durante el año 2016 es de ($Radio = 954.5402 \pm 0.0005 \text{ arcsec}$). Este resultado tiene una precisión mayor que el obtenido por estudios del mismo parámetro hasta la fecha. No obstante, el resultado hallado es menor que los obtenidos por otros autores. Este efecto sistemático es debido a la definición utilizada de borde solar.
2. Al estudiar las variaciones anuales del radio del Sol, se ha obtenido una variación sinusoidal. Su interpretación es que es debida a la órbita de la Tierra alrededor del Sol. Esto nos ha permitido obtener los parámetros de las órbitas con buena precisión, obteniendo la excentricidad, el momento en que la Tierra se encuentra en el perihelio o el semieje mayor de la órbita.
3. De forma similar se ha obtenido otra variación sinusoidal, en este caso debida a la órbita del satélite alrededor de la Tierra. Ello también nos ha permitido hallar los parámetros de la órbita descrita por el satélite.

4. Finalmente, los residuos obtenidos muestran una variación de 182 días con una amplitud de 0.5 arcsec pico a pico. Este valor puede ser debido al análisis. Al ser de un periodo de medio año, es probable que sea causado por el ajuste a la órbita anual, pues si el ajuste no está exactamente realizado, se debe obtener una variación con este periodo.
5. Con una amplitud un orden de magnitud menor, se observa una segunda variación de un periodo de 27 días. Esta nos permite concluir que la órbita de la Luna puede también afectar la órbita del satélite.
6. En cuanto al achatamiento, se obtiene un valor muy superior al obtenido por otros autores. Esto se interpreta como un error sistemático instrumental en el experimento que imposibilita el estudio de este parámetro.

Este trabajo podría mejorarse en un futuro con la incorporación de las acciones siguientes:

1. Se podría estudiar la forma de descontaminar del Limb Darkening las imágenes obtenidas para mejorar la definición del borde solar.
2. Hacer un estudio más amplio de las variaciones de 182 días y 27 días.
3. Investigar el diseño óptico del instrumento *HMI*, pudiendo corregir errores instrumentales y logrando una mayor precisión.

Bibliografía

- Ambrohn, L. 1906, *The Astrophysical Journal*, 23, 343
- Bursa, M. 1986, *Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia*, 37, 312
- Emilio, M., Bush, R. I., Kuhn, J., & Scherrer, P. 2007, *The Astrophysical Journal*, 660, L161
- Karttunen, H.; Kröger, P.; Oja, H.; Poutanen, M.; J. Donner, K., *Fundamental Astronomy*, December, 2006.
(Editorial Springer)
- Collados, M.; García, J. I.; Pallé, P. L.; Roca, T.; Vázquez, M.; F. Kneer, *Lecciones de Física Solar* (Instituto Astrofísico de Canarias), 2006.
- Duez, V., Mathis, S., & Turck-Chièze, S. 2010, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 402, 271
- Emilio, M., Kuhn, J. R., Bush, R. I., & Scholl, I. F. 2012, *The Astrophysical Journal*, 750, 135
- Meftah, M., Irbah, A., Hauchecorne, A., et al. 2015, *American Geophysical Union*, 290, 673
- Pesnell, W. D., Thompson, B. J., & Chamberlin, P. C. 2012, *Solar Physics*, 275, 3
- Saverien, *Historia de los progresos del entendimiento humano en las ciencias exactas y en las artes*, 1775.
- González, S., *Medida Fotométrica del Radio Angular del Sol por Medio de Imágenes del Disco Solar*, Tesina, 2000.
- Shank M.H. Heilbron J.L. (2000). *The Sun in the Church: Cathedrals as Solar Observatories*, *Renaissance Quarterly*, 53 (2) 574. DOI: 10.2307/2901890
- Schatten, K. H. 1975, *Astrophysics and Space Science*, 34, 467
- Schou, J., Scherrer, P. H., Bush, R. I., et al. 2012, *Solar Physics*, 275, 229