Universidad de La Laguna

SECCIÓN DE MATEMÁTICAS | FACULTAD DE CIENCIAS

Siomara Viera Calo.

Análisis y gestión de la reposición de artículos en una estación de servicios.

Analysis and management of the products replenishment in a service station.

Trabajo Fin de Grado
Grado en Matemáticas
La Laguna, Julio de 2018

Dirigido por

Joaquín Sicilia Rodríguez

Joaquín Sicilia Rodríguez
Departamento de Matemáticas, Estadística e Investigación Operativa
Universidad de La Laguna
38271 La Laguna, Tenerife

Agradecimientos

A D. Joaquín Sicilia, por su ayuda y constancia en la realización de este trabajo.

A mi familia, por apoyarme en todo momento en mis decisiones y animarme en todos mis proyectos de vida.

A Pablo, por aguantar mis altibajos a lo largo de todos estos años de estudio y darme ánimos en todo momento.

A mis amigas O. y B., por su apoyo y ayuda a lo largo de todos estos años como compañeras.

Por último, agradezco enormemente la colaboración de la empresa y su espléndida predisposición para facilitarnos los datos solicitados y resolvernos cualquier duda al respecto. Esperamos que este estudio pueda serle de utilidad.

Resumen · Abstract

Resumen

En este Trabajo de Fin de Grado se estudia la gestión de inventario de algunos artículos que se venden en una gasolinera o estación de servicios, localizada en el sureste de la isla de Tenerife, con el fin de comprobar si se está procediendo de manera correcta en el control y la gestión de su inventario.
Para ello, primero se analizan algunos modelos de gestión de inventario que pudieran adaptarse a las propiedades del sistema de la estación de servicio. Consideramos que, para algunos artículos, el inventario se podría ajustar bien a las características del Sistema Clásico de Nivel de Inventario con roturas recuperables y, para otros, el inventario se podría adaptar al Sistema de Nivel de Inventario con pérdida de ventas. Con este planteamiento, se desarrolla la política óptima que debería seguirse para cada artículo, intentando minimizar el coste relacionado con la gestión de inventario.
Por último, se analiza la evolución de los niveles de inventario de los artículos seleccionados durante el año 2017, para posteriormente hacer una comparativa entre la situación de la empresa y los resultados que podrían obtenerse si se aplicara la política adecuada en la gestión del inventario de estos productos.

Palabras clave: *Gestión de Inventario – Modelos EOQ – Sistema de Nivel de Inventario con roturas recuperables – Sistema de Nivel de Inventario con pérdida de ventas.*

Abstract

In this Final Degree Project the balance management of some items sold at a petrol station, located in the southeast of the island of Tenerife, is studied in order to check if it is proceeding correctly in the control and management of its stocktaking.
To do so first of all some models of stocktaking management that could be adapted to the properties of the service station system are analysed. We believe that, for some items, stocktaking could be adjusted to the characteristics of the Classic Inventory Level System with recoverable breaks. For other items, the inventory could be adapted to the Inventory Level System with loss of sales. With this approach, the optimal policy that should be followed for each article is developed, trying to minimize the cost related to inventory management.
Eventually, we analyse the evolution of the inventory levels of the selected articles during the year 2017, to later make a comparison between the situation of the company and the results that could be obtained if the appropriate policy was applied in the inventory management of these products.

Keywords: *Inventory Management - EOQ Models - Inventory Level System with recoverable breaks - Inventory Level System with loss of sales.*

Contenido

Introducción

En la actualidad, las industrias, empresas y comercios constituyen un pilar fundamental en el desarrollo de los países. Ofrecen trabajo a las personas y ayudan al crecimiento económico mediante la inversión de capitales y recursos.

Es necesario que toda empresa lleve a cabo funciones de planificación, organización, ejecución y control de las actividades a desarrollar, para que sea posible cumplir sus objetivos.

Cualquier organización, ya sea pública o privada, tiene que ejecutar un conjunto de trabajos o tareas, usando para ello los recursos humanos y materiales disponibles de la forma más adecuada posible. Por esto, es muy importante establecer controles y evaluaciones de procedimientos, con el fin de conocer en todo momento la situación real de la empresa y detectar rápidamente los posibles problemas que surjan en sus actividades.

Una mala decisión en un proceso empresarial puede repercutir gravemente en los objetivos e intereses de la empresa. Por tanto, la indudable dificultad en la toma de decisiones hace necesario el conocer y disponer de un conjunto de métodos o herramientas que ayuden a elegir las mejores opciones o alternativas teniendo en cuenta los recursos disponibles y los objetivos deseados. Este conjunto de métodos o técnicas se agrupan en lo que conocemos hoy en día como Investigación Operativa.

La Investigación Operativa usa técnicas matemáticas para facilitar la cuantificación de las posibles estrategias que pueden seguirse en los procesos de toma de decisiones. En particular, dentro de la Investigación Operativa encontramos la Teoría de la Gestión de Inventarios. Esta recoge un conjunto de modelos matemáticos que tienen como objetivo describir los sistemas de inventario y desarrollar políticas que gestionen de manera óptima los mismos.

En general, el objetivo principal es minimizar los costes relacionados con la gestión de los inventarios de forma que así puedan aumentarse los beneficios obtenidos con la comercialización de los productos de la empresa. La correcta gestión del inventario disminuye la cantidad de productos que deben almacenarse, los cuales son necesarios para hacer frente al día a día, mientras que también reduce las necesidades de espacio para el normal funcionamiento y adapta el flujo de materiales a las necesidades de la empresa.

En este trabajo se describen algunos modelos de gestión de inventario que luego nos ayudarán a estudiar y analizar la gestión del inventario de varios productos que se comercializan en una gasolinera o estación de servicios. Estos productos serán: cierto tipo de aceite de coche, botella de agua de 1,5L de una determinada marca y agua limpiaparabrisas de 2 litros. Hemos elegido estos productos porque son bastante demandados y ocupan cierto espacio o volumen significativo en las estanterías.

En el primer capítulo se presentarán los fundamentos teóricos de los modelos de gestión de stock, especificando los elementos principales de un sistema de inventario, y se establecen los diferentes tipos de sistemas de stocks. En el segundo capítulo se describirá de manera detallada los Sistemas de Nivel de Inventario con roturas y alguna de sus variantes. Estos sistemas serán puestos en práctica, aplicándolos a cada uno de los artículos con los que trabajaremos, en el tercer capítulo. Por último, en el capítulo cuarto se analizará la política actual de la empresa y ésta será comparada con las políticas de inventario propuestas en el capítulo tres, para comprobar si la empresa tiene una buena gestión del inventario o si, por el contrario, deberían poner en práctica las políticas óptimas que hemos expuesto previamente para mejorar el rendimiento de la empresa.

1

Introducción a los modelos de gestión de inventario.

En este capítulo expondremos los conceptos y fundamentos básicos de los modelos de gestión de inventario.

1.1. Conceptos básicos.

Un inventario es cualquier cantidad de material, ya sean bienes, productos o artículos de cualquier clase que estén almacenados en un depósito para su venta, no hayan sido utilizados y tengan valor económico. Controlar y mantener un inventario genera tener un seguimiento sobre la evolución del nivel de inventario y tomar decisiones sobre cuándo se debería reponer el inventario y qué cantidad debería solicitarse para aumentar el stock de los artículos. Ese mantenimiento junto con las reposiciones de los productos generan ciertos costes a la empresa que deberán ser perfectamente determinados y cuantificados. Por esta razón, surgen los modelos de gestión de inventario, con los cuales buscamos encontrar un equilibrio entre la oferta y la demanda de un producto, que permita minimizar los costos relacionados con el inventario de este producto.

Así, definimos un modelo de inventario como un conjunto de métodos, procedimientos y normas necesarios para controlar el flujo de todos los productos y materiales que se emplean en una organización que nos ayuden a determinar las cantidades en stock de los productos y cuándo deben solicitarse nuevas reposiciones.

1.2. Elementos principales de un sistema de inventario.

En un sistema de inventario hay cuatro características o elementos principales: demandas, reposiciones, restricciones y costes. En los párrafos siguientes comentamos cada uno de estos elementos.

Demandas.

Son las cantidades de producto que se extraen del inventario para satisfacer las peticiones o necesidades de los clientes. Denotaremos como x el tamaño de la demanda, es decir, la cantidad total que ha sido solicitada al inventario durante un periodo de tiempo. Existen dos tipos de demanda:

Demanda determinística: el tamaño de la demanda está perfectamente especificado. No hay incertidumbre. Es decir, conoceremos con exactitud la demanda de un artículo.

Demanda probabilística: el tamaño de la demanda será aleatorio, es decir, la demanda está sujeta a una cantidad significativa de variabilidad. Ésta podrá ser expresada mediante una distribución de probabilidad.

La razón de demanda r será el cociente entre el tamaño de la demanda y la longitud t del periodo considerado, esto es, $r = \frac{x}{t}$. Tendremos diferentes modelos o patrones de demanda en función de las distintas formas de extraer los artículos del inventario, según se extraigan de manera uniforme, la petición de producto esté más concentrada al inicio del periodo, o bien al final del mismo, o aparezcan peticiones de forma escalonada, etc.

A pesar de que, en general, la demanda de un artículo es variable con el tiempo podemos aproximarnos trabajando con demandas medias cuyos valores son conocidos a priori, o estimar las mismas gracias a la existencia de datos previos. Así, en este trabajo nos centraremos principalmente en problemas con demanda determinística y razón de demanda uniforme. Aunque siempre conoceremos esta demanda, debemos plantearnos cómo se distribuye la misma a lo largo del periodo de gestión, para poder aplicar, en cada caso, el modelo o patrón de demanda correspondiente. Uno de esos modelos es el conocido como patrón de demanda potencial, el cual sigue la expresión

$$I(T) = S - x\sqrt[n]{\frac{T}{t}},\ con\ \ T\epsilon[0,t]$$

siendo,

I(T)= nivel de inventario en el instante T, con $T\epsilon[0,t]$.

S= nivel de inventario al comienzo del periodo.

x= tamaño de la demanda.

t= periodo de gestión o ciclo del inventario.

n= índice del patrón de demanda ($0 \leq n \leq \infty$). Nótese que si n=1 tendremos el patrón de demanda uniforme donde la tasa de demanda es siempre constante e igual a r.

Reposiciones.

Son las cantidades de producto que se añaden al inventario para poder cubrir futuras demandas de los clientes. Debemos considerar varios elementos que están relacionados con las reposiciones, teniendo en cuenta:

en qué instante de tiempo se solicita el pedido para llevar a cabo la reposición del inventario, qué cantidad se pide para reponer y en qué instante de tiempo se añade esa cantidad al stock.

Estos elementos serán:

Periodo de gestión (t): tiempo que transcurre entre dos pedidos consecutivos. También se conoce como ciclo del inventario.

Punto de pedido (s): nivel de inventario que representa cuándo debe solicitarse la reposición de artículos.

Tamaño de la reposición (q): cantidad que se solicita para reponer el inventario. También se conoce como tamaño del lote.

Nivel de inventario (S) : cantidad de artículos que habría en stock si añadimos al punto de pedido (s) el tamaño de la reposición (q).

Periodo de retardo (L): tiempo que transcurre desde que se hace el pedido hasta que se recibe la mercancía en la empresa.

Periodo de reposición (t'): tiempo que transcurre desde que se recibe la mercancía hasta que se introduce por completo en el inventario.

Podría ocurrir que el periodo de gestión no sea determinista y sea una variable aleatoria. En ese caso deberemos conocer su distribución de probabilidad.

Al igual que en la demanda, se puede asociar a la reposición de cierto artículo diferentes modelos o patrones de reposición durante el periodo de reposición (t′), ya que pueden haber diferentes formas de añadir la cantidad solicitada al inventario. La fórmula general del patrón potencial de reposición será:

$$I(T) = s + q\sqrt[m]{\frac{T}{t'}} = s + q\left(\frac{T}{t'}\right)^{\frac{1}{m}} \text{ , } para \;\; T\epsilon[0, t']$$

siendo,

I(T)= nivel de inventario en el instante T.

s= punto de pedido.

q= tamaño de la reposición.

t′= periodo de reposición.

m= índice del patrón de reposición ($0 \leq m \leq \infty$).

Nótese que si m=1, la reposición sigue un patrón uniforme con una tasa de $p = \frac{q}{t'}$ artículos por unidad de tiempo.

Podría ocurrir que repusiésemos el inventario al mismo tiempo que atendemos las demandas. En este caso, se dice que hay interacción entre las demandas y las reposiciones. Suponiendo que hay una tasa de demanda de r unidades por unidad de tiempo y que repondremos el inventario con q unidades, a una tasa de p unidades por unidad de tiempo ($p > r$), el nivel de inventario real en este caso será:

$$I(T) = \begin{cases} s + (p - r)T, & si \; 0 \leq T \leq t' \\ S - rT, & si \; t' \leq T \leq t \end{cases}$$

Nótese que en t′ ambas funciones coinciden, esto es:

$$I(t') = s + (p - r)t' = s + pt' - rt' = s + q - rt' = S - rt'$$

Por tanto, durante el periodo de reposición t′ el nivel de inventario aumenta hasta llegar a S-rt′ y luego disminuye hasta finalizar el periodo de gestión t.

Restricciones.

Son aquellas limitaciones o trabas que se nos plantean en cada problema de inventario, pudiendo condicionar o influir sobre otras componentes del sistema. Estas restricciones pueden ser físicas, económicas, administrativas o temporales. Un ejemplo de ello puede ser que una empresa tenga una cantidad de dinero establecida para la gestión del inventario, la cual no puede superarse, ello puede limitar la cantidad a pedir para reponer el inventario. Otra posibilidad es que el depósito donde se almacenan los productos tenga una capacidad limitada. Así, si las cantidades a pedir para reponer el inventario ocupan más que lo establecido, no podrán solicitarse.

Costos.

Son aquellos gastos relacionados con el inventario que tiene la empresa. En general, se consideran tres costos generales:

- *Costo de mantenimiento (C_1).* Este costo hace referencia a costos de almacenamiento, es decir, alquiler del almacén o en el caso de ser almacén propio, pérdida derivada de no poder alquilar ese almacén. También considera los costos de mantenimiento, limpieza, luz, agua, seguro, etc. Se denota por $C_1 = c_1 I_1$, siendo c_1 el costo unitario de mantenimiento e I_1 el número medio de unidades mantenidas en el inventario.
- *Costo de rotura (C_2).* Puede ocurrir que un cliente demande un producto y no haya artículos de ese producto en el stock. En ese momento surge el costo de rotura debido a la falta de existencias. Ahora pueden ocurrir dos cosas:
  1. El cliente volverá a por el producto en el momento que vuelva a haber stock. En este caso habrá un coste de rotura recuperable.
  2. El cliente no vuelve para comprar el producto. En este caso habrá un coste de pérdida de ventas.

  En ambos casos hay pérdida de dinero, ya que, o bien el cliente no vuelve por lo que perdemos la venta y el beneficio que supone, o bien la venta se realiza más adelante, convirtiéndose ese tiempo que ha transcurrido entre que el cliente solicitó el producto hasta que este estuvo disponible en una pérdida, ya que los beneficios que generaría ese dinero en el banco no se han podido obtener. También, a veces, el vendedor promete un pequeño descuento en el precio para asegurarse la espera del cliente. Denotaremos este coste por $C_2 = c_2 I_2$, siendo c_2 el coste unitario de rotura e I_2 el número medio de roturas.

- *Costo de reposición (C_3).* En este coste incluiremos el coste de transporte, seguros, mano de obra requerida para la carga y descarga de los artículos, etc. Dicho coste se denota por $C_3 = c_3 I_3$, siendo c_3 el coste de reposición e I_3 el número de reposiciones.

Además de estos tres costos, puede considerarse un cuarto costo que llamaremos el costo de compra (C_4). Este costo representaría el dinero invertido en la compra de los productos que tendremos almacenados. Viene determinado por los proveedores externos de este producto, y en el caso de que la empresa produzca sus propios productos, este costo podría ser el coste de producción de los artículos. De manera general, no suele considerarse en sí mismo, sino que es incluido en el coste de mantenimiento o en el coste de transporte.

1.3. Tipos de sistemas de inventario.

No necesariamente deben intervenir todos los costos en un mismo sistema. Así, tendremos diferentes tipos de sistemas según qué costos intervengan en la gestión del inventario. Podemos establecer la siguiente tipología:

- *Sistemas tipo (1,2):* En este tipo de sistemas intervienen el costo de mantenimiento y el costo de rotura. No interviene el coste de reposición.
- *Sistemas tipo (1,3):* Interviene el costo de mantenimiento y el costo de reposición. No se permiten roturas.
- *Sistemas tipo (2,3):* Son aquellos sistemas en los que intervienen el costo de rotura y el costo de reposición. No se tiene en cuenta el coste de mantenimiento.
- *Sistemas tipo (1,2,3):* En este caso intervienen los tres costos generales.

1.4. Políticas de inventario.

Independientemente del tipo de sistema de inventario con el que estemos trabajando, necesitaremos siempre una política de inventario que ayude a los responsables de la empresa a llevar a cabo la gestión del inventario. De este modo, trataremos de determinar los valores óptimos de cada variable con el objetivo de minimizar el coste total de la gestión del inventario. Mantener un inventario es siempre un proceso laborioso y caro. Por esta razón debemos establecer unos controles para evaluar y rebajar estos gastos. Esto significa que:

- No debemos añadir al inventario artículos innecesarios.
- Deberán ser eliminados del inventario todos aquellos artículos que estén en desuso.

- El número de artículos en el inventario no debe ser excesivamente elevado, ni tampoco debería ser muy escaso, porque habría un gran número de roturas o falta de existencias.

Para determinar las políticas de inventario, deberemos responder a dos preguntas:

a) ¿En qué momento debemos reponer el inventario?

La respuesta a esta pregunta dependerá de numerosos factores como puede ser el tipo de demanda, el tipo de artículo, el periodo de tiempo entre pedidos consecutivos, el costo de realizar el pedido, etc. Podemos considerar las siguientes respuestas:

1. Se repondrá el inventario cuando la cantidad que haya en el mismo sea menor o igual que un valor fijado de s unidades, denominado punto de reposición.
2. Repondremos el inventario cada t unidades de tiempo, siendo t el periodo de gestión.

b) ¿Qué cantidad debemos solicitar en cada pedido para la reposición del inventario?

A la hora de realizar un pedido, existen unos costos asociados a él, como pueden ser el costo de transporte, impuestos, seguros, etc. Si se realizaran pedidos con bastante frecuencia el costo de reposición aumentará, ya que se cobra un costo por cada reposición, mientras que si se realizan pedidos con poca frecuencia este coste no supondrá un gran gasto, pero por contra, el costo de mantenimiento será más elevado que en el caso anterior. Así, podemos responder a la pregunta anterior de dos maneras:

1. Solicitaremos una cantidad fija de q unidades en cada pedido. Denominamos a esa cantidad q el tamaño del lote.
2. Solicitaremos una cantidad tal que, en el momento de añadirla al inventario, se alcance un nivel de S unidades, siendo S el nivel de inventario tomado como referencia.

Combinando estas respuestas, podemos establecer las cuatro políticas de inventario, consiguiendo así dividir los distintos tipos de sistemas según la política que se vaya a utilizar.

- *Política (s,q)*: repondremos el inventario cuando su nivel sea igual o inferior a s unidades y se solicita una cantidad de q unidades.
- *Política (s,S)*: repondremos el inventario cuando su nivel sea igual o inferior a s unidades, solicitando una cantidad tal que el inventario suba hasta S unidades.
- *Política (t,q)*: repondremos el inventario cuando hayan pasado t unidades de tiempo y pediremos una cantidad de q unidades.

- *Política (t,S)*: repondremos el inventario cuando hayan pasado t unidades de tiempo, solicitando una cantidad tal que el inventario suba hasta S unidades.

Es posible la opción de que haya más de una política válida para resolver el problema de inventario, pero siempre escogeremos aquella que nos lleve a un menor coste de gestión de inventario.

Teniendo en cuenta las variables de decisión utilizadas en la aplicación de la política de inventario, los sistemas de gestión de stocks tendrán diferente denominación. Así, si trabajamos con una política (s,q) donde el punto de pedido s está fijado previamente, llamaremos a este sistema como sistema de tamaño del lote. Si consideramos la política (s,S), donde s está determinado y es constante, el sistema se conoce como Sistema de Nivel de Inventario. También, si trabajamos con una política (S,q) entonces el sistema se denomina Sistema de Tamaño del lote y Nivel de Inventario. si consideramos una política (t,q) entonces al sistema se le conoce como Sistema de periodo de gestión y tamaño del lote.

En el siguiente capítulo describimos los dos tipos de sistemas de Nivel de Inventario, los cuales pensamos que se ajustan mejor a las propiedades del sistema de inventario de los productos elegidos en la estación de servicio.

2

Sistemas de Nivel de Inventario.

En este capítulo se desarrollan algunos sistemas de inventario determinísticos en los que el periodo de gestión es constante y conocido, el cual denominamos t_f. Trabajaremos con políticas (t_f, S), siendo el nivel de inventario al comienzo del periodo de gestión (S) la variable de decisión. Como el periodo de gestión es constante, también lo será el costo de reposición, ya que éste depende de dicho periodo, esto es,

$$C_3 = c_3 I_3 = c_3 \frac{1}{t_f} = cte = K.$$

Como la función de coste viene determinada por la suma del coste de mantenimiento C_1, del coste de rotura C_2 y del coste de reposición C_3, tendremos,

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = C_1 + C_2 + K$$

Luego, nuestro objetivo será:

$$\min\ C_1 + C_2 + K \Longleftrightarrow \min\ C_1 + C_2$$

Por esta razón, trabajaremos con sistemas tipo (1,2), es decir, sistemas en los que solo intervienen el costo de mantenimiento y el costo de rotura. En primer lugar, analizaremos el sistema clásico de nivel de inventario donde se permiten roturas y estas son recuperables con la llegada de la siguiente reposición. Y a continuación, nos centraremos en explicar el sistema de inventario con pérdida de ventas.

2.1. Sistema de Nivel de Inventario con roturas recuperables.

Este sistema se compone de las siguientes características:

- La demanda es determinística y sigue un patrón uniforme, con una razón de r unidades por unidad de tiempo.
- El periodo de gestión t_f es una constante conocida y fija.
- El nivel de inventario S al comienzo del periodo es la variable de decisión. La función de nivel de inventario viene dada por $I(T) = S - rT,$ con $0 \leq T \leq t_f$.
- El periodo de reposición será nulo, es decir, t′=0, ya que la reposición se considera instantánea, o bien la razón de reposición será p=∞.
- Se permiten las roturas. Además, en este sistema, las roturas serán recuperables, es decir, los clientes están dispuestos a esperar la llegada de nueva mercancía en la siguiente reposición.
- Se considera tiempo de retardo nulo, es decir, L=0.
- Los costos unitarios son constantes y conocidos. Así se tiene que c_1= costo unitario de mantenimiento. Este costo tiene por dimensión dinero por cantidad y unidad de tiempo, esto es,

  $$[c_1] = \frac{[\$]}{[Q][T]}$$

  Se denota por c_2= costo unitario de rotura. La dimensión de este costo es también

  $$[c_2] = \frac{[\$]}{[Q][T]}$$

Como el periodo de gestión es fijo tendremos dos consecuencias:

a) El costo total de reposición es siempre constante. Dicho coste es:

$$C_3 = c_3 I_3 = \frac{c_3}{t_f}$$

siendo I_3 el número de reposiciones

$$I_3 = \frac{1}{t_f} = cte$$

Por este motivo, el coste de reposición no interviene en la búsqueda del nivel de inventario óptimo So.

b) El tamaño del lote también depende del periodo de gestión, ya que la cantidad solicitada para reponer el inventario q debe coincidir con la cantidad demandada a lo largo del periodo de gestión t_f , es decir

$$q = rt_f \Rightarrow q_f = rt_f$$

De esta manera, el tamaño del lote óptimo q_f también será constante y conocido.

En las siguientes figuras mostraremos el nivel de inventario para cada una de las posiciones relativas de los valores de S y q_f:

La función de coste que se debe minimizar será:

$$C(S) = C_1(S) + C_2(S) = c_1 I_1(S) + c_2 I_2(S)$$

siendo

$I_1(S) =$ número medio de piezas en stock $= \frac{\text{n}^{\text{o}} \text{ total de piezas en stock en el periodo de gestión}}{t_f}$

$I_2(S) =$ número medio de roturas $= \frac{\text{n}^{\text{o}} \text{ total de roturas en el periodo de gestión}}{t_f}$

Las dimensiones de I_1 e I_2 son $[I_1] = [I_2] = [Q]$. Se definen los siguientes periodos:

t_1 =periodo de tiempo en el que hay stock (nivel de inventario positivo).

t_2 =periodo de tiempo en el que hay rotura (nivel de inventario negativo).

Además, tenemos que $t_f = t_1 + t_2$ =periodo de gestión.

Debemos analizar cada una de las posiciones relativas de S y q_f por separado. Es decir, tendremos 3 casos diferentes:

1. $S \geq q_f$. En este caso los movimientos del nivel de inventario se representan en la figura 2.1 .
   El número medio de piezas en stock es:

   $$I_1(S) = \frac{\text{Área}}{t} = \frac{t_f \frac{q_f}{2} + st_f}{t_f} = \frac{q_f}{2} + s = S - \frac{q_f}{2}$$

   y el número medio de roturas es: $I_2 = 0$, ya que en el periodo t_f no hay roturas en este caso.

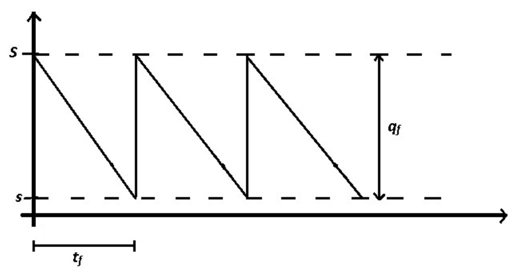

Figura 2.1. Nivel de inventario para $S \geq q_f$.

2. $S \leq 0$. Esta situación en la que el nivel del inventario es siempre negativo se muestra en la figura 2.2
   En este caso, el número medio de piezas en stock es nulo,

   $I_1(S) = 0$ ya que en el periodo t_f no hay piezas en stock

$$I_2(S) = \frac{\text{Área}}{t_f} = \frac{-St_f + q_f\frac{t_f}{2}}{t_f} = \frac{q_f}{2} - S$$

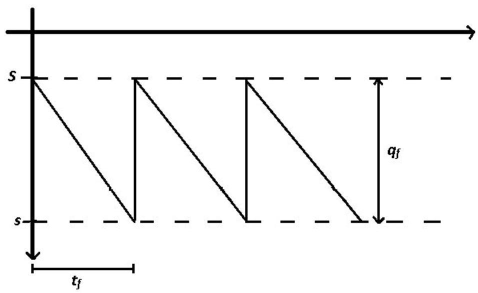

Figura 2.2. Nivel de inventario cuando $S \leq 0$.

3. $0 \leq S \leq q_f$. En esta situación, el nivel de inventario puede ser tanto positivo como negativo, lo cual se refleja en la figura 2.3 .
   En este caso se deduce:

$$I_1(S) = \frac{\text{Área}}{t_f} = \frac{S}{2}\frac{t_1}{t_f} = \frac{S^2}{2q_f}$$

$$I_2(S) = \frac{\text{Área}}{t_f} = \frac{-s\frac{t_2}{2}}{t_f} = \frac{t_2\frac{(q_f-S)}{2}}{t_f} = \frac{(q_f - S)^2}{2q_f}$$

   Por semejanza de triángulos sabemos que

$$\frac{t_1}{t_f} = \frac{S}{q_f}$$

$$\frac{t_2}{t_f} = \frac{-s}{q_f} = \frac{q_f - S}{q_f}, \text{ ya que } s + q_f = S \Rightarrow -s = q_f - S$$

Así, en resumen obtenemos:

$$I_1(S) = \begin{cases} 0 & \text{si } S \leq 0 \\ \dfrac{S^2}{2q_f} & \text{si } 0 \leq S \leq q_f \\ S - \dfrac{q_f}{2} & \text{si } S \geq q_f \end{cases}$$

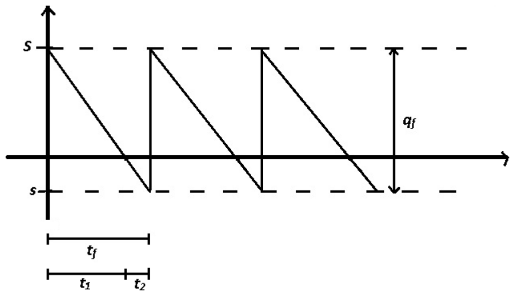

Figura 2.3. Nivel de inventario para $0 \leq S \leq q_f$.

$$I_2(S) = \begin{cases} \frac{q_f}{2} - S & \text{si } S \leq 0 \\ \frac{(q_f - S)^2}{2q_f} & \text{si } 0 \leq S \leq q_f \\ 0 & \text{si } S \geq q_f \end{cases}$$

Y la función de coste $C(S) = c_1 I_1(S) + c_2 I_2(S)$ será:

$$C(S) = \begin{cases} c_2(\frac{q_f}{2} - S) & \text{si } S \leq 0 \\ c_1(\frac{S^2}{2q_f}) + c_2(\frac{(q_f - S)^2}{2q_f}) & \text{si } 0 \leq S \leq q_f \\ c_1(S - \frac{q_f}{2}) & \text{si } S \geq q_f \end{cases}$$

Nuestro objetivo será encontrar el nivel de inventario S_0 tal que minimice el coste C(S) del inventario.

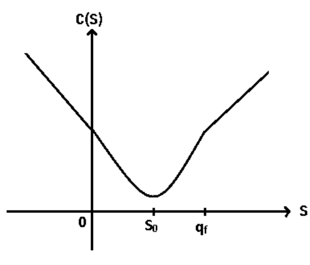

Figura 2.4. Gráfica de la función de coste para el sistema de nivel de inventario con roturas recuperables.

En la figura 2.4 observamos que la función C(S) es decreciente en el intervalo (-∞,0) y creciente en el intervalo (q_f, ∞). Por lo tanto, el mínimo S_0 se encontrará en el intervalo $[0,q_f]$, es decir, en la región determinada por $0 \leq S \leq q_f$

Por esta razón, el objetivo de minimizar la función $C(S) = c_1 I_1(S) + c_2 I_2(S)$ será equivalente a minimizar:

$$C(S) = c_1 \frac{S^2}{2q_f} + c_2 \frac{(q_f - S)^2}{2q_f}, \text{sujeto a } 0 \leq S \leq q_f$$

Para minimizar esta función derivamos e igualamos a cero:

$$C'(S) = 0 \Leftrightarrow \frac{c_1 2S}{2q_f} = \frac{c_2(q_f - S)2}{2q_f} = \frac{c_1 S}{q_f} - \frac{c_2(q_f - S)}{q_f} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{c_1 S - c_2 q_f + c_2 S}{q_f} = 0 \Leftrightarrow \frac{-c_2 q_f + (c_1 c_2) S}{q_f} = 0 \Leftrightarrow S_0 = \frac{c_2 q_f}{c_1 + c_2}$$

Obteniendo así el nivel de inventario óptimo S_0 . Debemos comprobar que este nivel de inventario verifica $0 \leq S_0 \leq q_f$.

Efectivamente, S_0 pertenece a esta región porque

$$0 \leq S_0 = \frac{c_2}{c_1 + c_2} q_f \leq q_f \text{ ya que } \frac{c_2}{c_1 + c_2} \leq 1$$

Además, como la derivada segunda de la función de coste es positiva,

$$C''(S) = \frac{c_1}{q_f} + \frac{c_2}{q_f} = \frac{c_1 + c_2}{q_f} > 0$$

vemos que la función C(S) es convexa en $0 \leq S_0 \leq q_f$ y el nivel de inventario será un mínimo.

Por último, el coste mínimo será:

$$C_0 = C(S_0) = \frac{c_1 S_0^2}{2q_f} + \frac{c_2(q_f - S_0)^2}{2q_f} = \frac{c_1(\frac{c_2 q_f}{c_1 + c_2})^2}{2q_f} + \frac{c_2(q_f - (\frac{c_2 q_f}{c_1 + c_2}))^2}{2q_f} =$$

$$= \frac{(c_1 c_2^2 + c_2 c_1^2) q_f}{2(c_1 + c_2)^2} = \frac{c_1 c_2 q_f}{2(c_1 + c_2)}$$

2.1.1. Caso de unidades discretas.

Puede ocurrir algún caso en el que sea necesario trabajar con unidades enteras múltiplos de un número, ya que puede haber productos que no se puedan comprar de manera individual sino en paquetes de u unidades. En este caso, el nivel de inventario S= ...,-u,0,u,2u,...(S será múltiplo de u).

S_0 será solución óptima para este caso discreto si verifica:

$$\begin{cases} C(S_0) \leq C(S_0 + u) \\ C(S_0) \leq C(S_0 - u) \end{cases}$$

De nuevo, trabajaremos en el intervalo $0 \leq S_0 \leq q_f$ con la función de coste:

$$C(S) = c_1 \frac{S^2}{2q_f} + c_2 \frac{(q_f - S)^2}{2q_f}$$

Por tanto, S_0 deberá verificar:

$$\begin{cases} c_1 \dfrac{S^2}{2q_f} + c_2 \dfrac{(q_f - S)^2}{2q_f} \leq c_1 \dfrac{(S+u)^2}{2q_f} + c_2 \dfrac{(q_f - (S+u))^2}{2q_f} \\ c_1 \dfrac{S^2}{2q_f} + c_2 \dfrac{(q_f - S)^2}{2q_f} \leq c_1 \dfrac{(S-u)^2}{2q_f} + c_2 \dfrac{(q_f - (S-u))^2}{2q_f} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow S - \frac{u}{2} \leq \frac{c_2 q_f}{c_1 + c_2} \leq S + \frac{u}{2}$$

Por tanto, el nivel de inventario S que verifique la condición anterior será el nivel de inventario óptimo para el caso de unidades discretas.

2.2. Sistema de Nivel de Inventario con pérdida de ventas.

Este sistema tiene las mismas características que el Sistema Clásico de Nivel de Inventario, excepto que en este caso las roturas no se recuperan con la llegada de la siguiente reposición y se consideran ventas perdidas.

Por tanto las características de este sistema son:

- La demanda será determinística y sigue un patrón uniforme con razón de r unidades por unidad de tiempo.
- El periodo de gestión t_f es una constante conocida y fija.
- El nivel de inventario al comienzo del periodo S será la variable de decisión.
- El periodo de reposición será nulo, es decir, t′=0, ya que la razón de reposición es p= ∞.
- Se permiten las roturas, siendo éstas no recuperables y considerándose el modelo como pérdida de ventas.
- Se considera tiempo de retardo nulo, es decir, L=0.

- Los costos unitarios son constantes y conocidos:
  c_1= costo unitario de mantenimiento. Este costo tiene dimensión
$$[c_1] = \frac{[\$]}{[Q][T]}$$
  c_2= costo unitario de rotura. La dimensión de este costo es
$$[c_2] = \frac{[\$]}{[Q]}$$

Como las roturas no se recuperan, para determinar I_2 tenemos que pensar en la longitud o número de roturas y no en el área como hacíamos antes. Así se modificará I_2, de forma que ahora representa el número de roturas por unidad de tiempo. Esto es,

$$I_2 = \frac{longitud}{t_f} = \frac{\text{número total de roturas}}{t_f}$$

En este caso la dimensión de I_2 será:

$$[I_2] = \frac{[Q]}{[T]}$$

Las gráficas que representan la evolución del stock en este tipo de sistemas son las mismas que las del sistema clásico de nivel de inventario.

La función objetivo será también:

$$C(S) = C_1(S) + C_2(S) = c_1 I_1 + c_2 I_2$$

Como I_1 no ha tenido ninguna modificación con respecto al sistema clásico de nivel de inventario, seguirá siendo igual que antes, es decir:

$$I_1(S) = \begin{cases} 0 & si\ S \leq 0 \\ \dfrac{S^2}{2q_f} & \text{si } 0 \leq S \leq q_f \\ S - \dfrac{q_f}{2} & \text{si } S \geq q_f \end{cases}$$

El valor de I_2 si que cambia. Como el número de roturas que ha habido en el periodo t_f es el siguiente:

$$\text{Longitud=número de roturas} = \begin{cases} -s & \text{si } S \leq 0 \\ -s & \text{si } 0 \leq S \leq q_f \\ 0 & \text{si } S \geq q_f \end{cases}$$

Se tiene que ahora I_2 es:

$$I_2(S) = \frac{longitud}{t_f} = \begin{cases} \dfrac{q_f - S}{t_f} & \text{si } S \leq 0 \\ \dfrac{q_f - S}{t_f} & \text{si } 0 \leq S \leq q_f \\ 0 & \text{si } S \geq q_f \end{cases}$$

Así, obtenemos la función de coste:

$$C(S) = \begin{cases} c_2 \dfrac{(q_f - S)}{t_f} & \text{si } S \leq 0 \\ c_1 \dfrac{S^2}{2q_f} + c_2 \dfrac{(q_f - S)}{t_f} & \text{si } 0 \leq S \leq q_f \\ c_1 (S - \dfrac{q_f}{2}) & \text{si } S \geq q_f \end{cases}$$

La función C(S) se representa en las figuras siguientes en función del cociente entre c_2 y c_1.

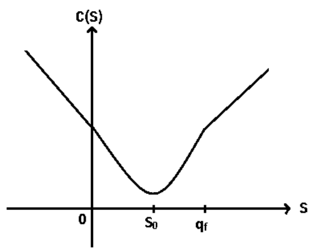

Figura 2.5. Representación de la función de coste para el sistema de nivel de inventario con pérdida de ventas si $\frac{c_2}{c_1} \leq t_f$.

Se observa que, en la región $S \leq 0$, la función de coste C(S) es linealmente decreciente y en la región $S \geq q_f$ es linealmente creciente. Por tanto, el mínimo de la función de coste C(S) se encontrará en la región $0 \leq S \leq q_f$.

Deberemos minimizar la función de coste para determinar la solución óptima del problema:

$$\min\ C(S) = c_1 \frac{S^2}{2q_f} + c_2 \frac{(q_f - S)}{t_f}, \text{ sujeto a } 0 \leq S \leq q_f$$

Para ello, derivamos e igualamos a cero la función de coste:

$$C'(S) = 0 \Leftrightarrow \frac{2Sc_1}{2q_f} - \frac{c_2}{t_f} = 0 \Leftrightarrow \frac{Sc_1}{q_f} = \frac{c_2}{t_f} \Leftrightarrow S_0 = \frac{c_2 q_f}{c_1 t_f}$$

$$\text{Sabemos que } q_f = rt_f \Rightarrow S_0 = \frac{c_2 r t_f}{c_1 t_f}$$

Además, comprobamos que S_0 es un mínimo y que C(S) es convexa ya que la segunda derivada de la función de coste es positiva:

$$C''(S) = \frac{c_1}{q_f} > 0$$

Por último, nos faltaría comprobar si S_0 pertenece a la región $0 \leq S \leq q_f$.

$$0 \leq S \leq q_f \Leftrightarrow 0 \leq \frac{c_2 q_f}{c_1 t_f} \leq q_f \Leftrightarrow 0 \leq \frac{c_2}{c_1} \leq t_f$$

Por tanto, S_0 está dentro de la región $0 \leq S \leq q_f$ si $\frac{c_2}{c_1} \leq t_f$
Pero también podría ocurrir que $\frac{c_2}{c_1} > t_f$

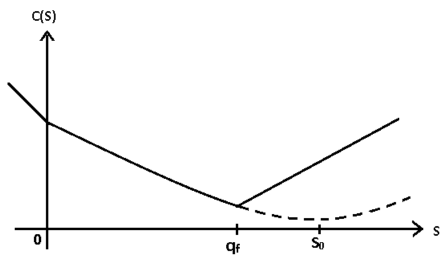

Figura 2.6. Representación de la función de coste para el sistema de nivel de inventario con pérdida de ventas si $\frac{c_2}{c_1} > t_f$.

En este caso la solución óptima sería q_f. Así, el nivel óptimo será:

$$S^* = \begin{cases} \dfrac{c_2 q_f}{c_1 t_f} & \text{si } \dfrac{c_2}{c_1} \leq t_f \\ q_f & \text{si } \dfrac{c_2}{c_1} > t_f \end{cases}$$

En las figuras 2.5 y 2.6 se recogen las gráficas de la función de coste para el caso de $\frac{c_2}{c_1} \leq t_f$ y para la situación en que $\frac{c_2}{c_1} > t_f$. Como puede observarse el nivel óptimo de inventario difiere de un caso a otro.

La solución óptima depende de los parámetros de entrada y, como hemos visto, valdrá una cosa u otra en relación con el periodo de gestión t_f fijado y el cociente entre c_2 y c_1. Por tanto, para el coste mínimo ocurrirá lo mismo, ya que éste depende del nivel de inventario óptimo. Así, el coste mínimo será:

$$C(S^*) = C_0 = \begin{cases} c_1 \dfrac{S_0^2}{2q_f} + c_2 \dfrac{(q_f - S_0)}{t_f} & \text{si } \dfrac{c_2}{c_1} \leq t_f \\ c_1 (q_f - \dfrac{q_f}{2}) & \text{si } \dfrac{c_2}{c_1} > t_f \end{cases}$$

$$= \begin{cases} c_1 \dfrac{S_0^2}{2q_f} + c_2 \dfrac{(q_f - S_0)}{t_f} & \text{si } \dfrac{c_2}{c_1} \leq t_f \\ c_1 \dfrac{q_f}{2} & \text{si } \dfrac{c_2}{c_1} > t_f \end{cases}$$

2.2.1. Caso de unidades discretas.

Puede haber alguna situación en la que sea necesario trabajar con unidades enteras múltiplos de un número, ya que puede haber productos que no se puedan comprar de manera individual sino en paquetes de u unidades. En este caso, S= ...,-u,0,u,2u,...(S será múltiplo de u).

Para que S sea óptimo debe verificar:

$$\begin{cases} C(S) & \leq C(S+u) \\ C(S) & \leq C(S-u) \end{cases}$$

Sabemos que

$$C(S) = c_1 \frac{S^2}{2q_f} + c_2 \frac{(q_f - S)}{t_f}, \text{ con } 0 \leq S \leq q_f$$

Entonces,

$$\begin{cases} c_1 \dfrac{S^2}{2q_f} + c_2 \dfrac{(q_f - S)}{t_f} \leq c_1 \dfrac{(S+u)^2}{2q_f} + c_2 \dfrac{(q_f - S - u)}{t_f} \\ c_1 \dfrac{S^2}{2q_f} + c_2 \dfrac{(q_f - S)}{t_f} \leq c_1 \dfrac{(S-u)^2}{2q_f} + c_2 \dfrac{(q_f - S + u)}{t_f} \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} 0 \leq c_1 u^2 + 2c_1 S u - 2c_2 u r \\ 0 \leq c_1 u^2 - 2c_1 S u + 2c_2 u r \end{cases} \Longleftrightarrow S - \frac{u}{2} \leq \frac{c_2 r}{c_1} \leq S + \frac{u}{2}$$

Si $\frac{c_2 r}{c_1}$ cae en alguno de los extremos de la desigualdad puede ocurrir que haya dos soluciones siendo ambas múltiplos consecutivos de u.

Por tanto, si S_0 cumple la desigualdad anterior será el nivel de inventario óptimo.

3

Sistema de inventario de la empresa.

En este capítulo nos centraremos en analizar la gestión de varios productos que se comercializan en la tienda de una estación de servicio. Se describen los datos de ventas, la evolución del inventario y se realizan los cálculos de los costos de mantenimiento y rotura de cada producto.

3.1. Descripción del sistema de inventario.

En este apartado se expondrán los datos de ventas de cada uno de los productos seleccionados, además de otros datos de interés como son las dimensiones de cada artículo y el precio de compra y de venta de los mismos.

3.1.1. Costes de la empresa.

Los gastos mensuales relaciones con el inventario que nos han suministrado los responsables de la empresa son:

- Seguro: 570.50 €/año = 10.97 €/semana.
- Luz: 99.50 €/mes = 24.875 €/semana.
- Agua: 15 €/mes = 3.75 €/semana.
- Teléfono: 39.65 €/mes = 9.913 €/semana.
- Impuestos de basura: 350 €/mes = 87.5 €/semana.
- Alquiler: 1000 €/mes = 250 €/semana.

Por tanto, habrá un gasto total de 387.02 €/semana. Además, sabemos que la superficie total del almacén es 88.30 m^3.

3.1.2. Datos de los productos.

Para hacer nuestro estudio, hemos elegido tres productos que se venden de manera frecuente en la tienda. Son productos de marcas determinadas, pero que no especificaremos en este documento para preservar la información de ventas de estos productos. La reposición de estos artículos se hace siempre al inicio de semana.

Agua limpiaparabrisas.

El primer producto que vamos a analizar es una botella de agua limpiaparabrisas de 2 litros. La política de la empresa para este producto dice que si un cliente viene buscando este producto y no se encuentra en ese momento en la tienda, se debe anotar su número de teléfono para avisarle en el momento en que el producto sea repuesto en la tienda. Así, para este producto aplicaremos el Sistema Clásico de Nivel de Inventario, donde las roturas son recuperables. En primer lugar, debemos calcular los costos unitarios de mantenimiento y rotura del producto. Para ello utilizamos los siguientes datos:

- Dimensiones del producto: 31.5 cm de alto x 10 cm de diámetro.
- Por término medio, suele haber un total de 20 botellas en la tienda que se colocan en la estantería ocupando un total de 0.080 m^3. Por tanto, una botella ocupa $\frac{0{,}08}{20} = 0,004m^3$.
- Precio de venta al público por unidad: 1.70 €
- Precio de compra por unidad: 1 €

A continuación se determinan los costes unitarios de mantenimiento y rotura.

* Cálculo del coste unitario de mantenimiento. Denotaremos por c_{11} al coste unitario de mantenimiento del Agua Limpiaparabrisas de 2L.

$$c_{11} = \frac{\text{Gastos totales del local por semana}}{m^3 \text{ de almacenamiento}} \frac{m^3 \text{ estantería}}{\text{capacidad de la estantería}} =$$
$$= \frac{387{,}02}{88{,}30} \frac{0{,}080}{20} = 0{,}018 \text{ euros/unidad y semana.}$$

* Determinación del coste unitario de rotura. Aquí denotaremos por c_{21} al coste unitario de rotura de este artículo. Hemos dicho que para este producto las roturas son recuperables, luego no se perderá por completo la venta del producto porque el cliente volverá más tarde para llevarse el artículo, pero sí habrá una pérdida relacionada con el interés que podrían generar las ganancias en el banco al vender ese producto en el momento en que el cliente lo desea o lo pida, o bien, una rebaja que se ofrece al cliente por la espera. Podemos considerar este interés de un 5 % del beneficio por unidad, que no estará compuesto solo por el interés del banco sino que se incluye también en ese porcentaje el coste del tiempo dedicado a realizar el pedido extra, llamadas extraordinarias, etc.

Luego, asumimos que el coste unitario de rotura será:

$$c_{21} = i(v - c) = 0{,}05(1{,}70 - 1) = 0{,}035 \text{ €/unidad y semana.}$$

siendo, i=interés, v=precio de venta, c=precio de compra.

Los datos presentados en la siguiente tabla muestran las ventas por semana desde enero de 2017 hasta diciembre de 2017 del agua limpiaparabrisas de 2L.

Tabla 3.1: Evolución del nivel de inventario del Agua Limpiaparabrisas durante el año 2017.

Semana	Stock inicial	Reposición	Ventas	Stock final
1	2	24	9	17
2	17	12	17	12
3	12	12	12	12
4	12	12	9	15
5	15	12	8	19
6	19	0	7	12
7	12	24	3	33
8	33	0	8	25
9	25	0	19	6
10	6	24	11	19
11	19	0	16	3
12	3	12	6	9
13	9	12	7	14
14	14	12	12	14
15	14	0	6	8
16	8	12	2	18
17	18	12	12	18
18	18	12	8	22
19	22	0	7	15
20	15	0	5	10
21	10	0	10	0
22	0	24	11	13
23	13	12	17	8
24	8	12	12	8
25	8	12	9	11
26	11	12	19	4
27	4	24	14	14
28	14	12	17	9
29	9	12	16	5
30	5	24	18	11
31	11	24	21	14
32	14	12	22	4

Semana	Stock inicial	Reposición	Ventas	Stock final
33	4	24	10	18
34	18	12	9	21
35	21	12	15	18
36	18	12	9	21
37	21	12	18	15
38	15	12	27	0
39	0	12	12	0
40	0	24	13	11
41	11	12	11	12
42	12	12	9	15
43	15	24	13	26
44	26	0	21	5
45	5	24	18	11
46	11	24	8	27
47	27	0	12	15
48	15	12	9	18
49	18	12	14	16
50	16	12	8	20
51	20	12	11	21
52	21	0	18	3

Aceite de coche 20w50.

Ahora trabajamos con cierto tipo de aceite de coche. La política de la empresa para este producto es la misma que para el agua limpiaparabrisas. Luego, aplicaremos también el Sistema Clásico de Nivel de Inventario, donde las roturas son recuperables.

- Dimensiones del producto: viene en botella grande de 22,5 cm de alto x 11,5 cm de ancho x 5,8 cm de largo.
- Por término medio suele haber un total de 18 botellas en la tienda que se colocan en la estantería ocupando un total de 0,073 m^3. Por tanto, una botella ocupa $\frac{0{,}073}{18} = 0,0041m^3$.
- Precio de venta al público por unidad: 6 €
- Precio de compra por unidad: 3,86 €

En lo que sigue se determinan los costes unitarios de mantenimiento y rotura del aceite para coche 20w50.

- Cálculo del coste unitario de mantenimiento. Denotaremos por c_{12} al coste unitario de mantenimiento del aceite para coche.

$$c_{12} = \frac{\text{Gastos totales del local por semana}}{m^3 \text{ de almacenamiento}} \frac{m^3 \text{ estantería}}{\text{capacidad de la estantería}} =$$

$$= \frac{387,02}{88,30} \frac{0,073}{18} = 0{,}018 \text{ euros/unidad y semana.}$$

- Determinación del coste unitario de rotura. En este caso, se denotará por c_{22} al coste de rotura del aceite para coche. Hemos dicho que para este producto las roturas son recuperables, luego no se perderá por completo la venta del producto porque el cliente está dispuesto a esperar al siguiente pedido, pero sí habrá una pérdida relacionada con el interés que podrían generar las ganancias en el banco al vender ese producto. Igual que antes, podemos considerar este interés de un 5 % del beneficio por unidad, el cual no estará compuesto solo por el interés del banco sino que incluye también en ese porcentaje el coste del tiempo dedicado a realizar el pedido extra, llamadas extraordinarias, etc.

  Luego asumimos que el coste unitario de rotura será:

  $c_{22} = i(v - c) = 0{,}05(6 - 3,86) = 0,11$ €/unidad y semana.

  siendo, i=interés, v=precio de venta, c=precio de compra.

Los datos presentados en la siguiente tabla muestran las ventas por semana desde enero de 2017 hasta diciembre de 2017 del Aceite de Coche 20w50.

Tabla 3.2: Evolución del nivel de inventario del Aceite de coche 20w50 durante el año 2017.

Semana	Stock inicial	Reposición	Ventas	Stock final
1	3	0	2	1
2	1	12	2	11
3	11	0	2	9
4	9	0	1	8
5	8	0	3	5
6	5	0	5	0
7	0	0	0	0
8	0	0	2	-2
9	-2	12	1	9
10	9	0	2	7
11	7	0	4	3

Semana	Stock inicial	Reposición	Ventas	Stock final
12	3	12	4	11
13	11	0	1	10
14	10	0	1	9
15	9	0	2	7
16	7	0	3	4
17	4	0	6	-2
18	-2	12	3	7
19	7	0	0	7
20	7	0	2	5
21	5	0	2	3
22	3	0	2	1
23	1	12	2	11
24	11	0	5	6
25	6	0	1	5
26	5	0	2	3
27	3	0	0	3
28	3	12	0	15
29	15	0	5	10
30	10	0	2	8
31	8	0	3	5
32	5	12	3	14
33	14	0	3	11
34	11	0	4	7
35	7	0	2	5
36	5	0	2	3
37	3	0	2	1
38	1	12	3	10
39	10	0	2	8
40	8	0	5	3
41	3	0	3	0
42	0	12	4	8
43	8	0	1	7
44	7	0	5	2
45	2	12	4	10
46	10	0	5	5
47	5	0	2	3
48	3	0	3	0
49	0	12	2	10
50	10	0	2	8
51	8	0	2	6

Semana	Stock inicial	Reposición	Ventas	Stock final
52	6	0	4	2

Botella de Agua de 1,5 L.

Por último, analizaremos una botella de agua de litro y medio. En este caso, la política de la empresa es no avisar al cliente cuando se reponga este producto ya que, al ser una botella de agua, este producto se puede encontrar en cualquier otro lado y por lo tanto el cliente no estaría esperando a que se reponga en la tienda.

Por tanto, para este producto las roturas no son recuperables sino que se consideran pérdidas de ventas. Así, aplicaremos el Sistema de Nivel de Inventario con pérdida de ventas.

- Dimensiones del producto: 30 cm de alto x 9 cm de diámetro.
- Por término medio, suele haber un total de 116 botellas en la tienda que se colocan en la estantería ocupando un total de 0,361 m^3. Por tanto, una botella ocupa $\frac{0{,}361}{116} = 0,0031m^3$.
- Precio de venta al público por unidad: 0,75 €
- Precio de compra por unidad: 0,385 €

A continuación, vamos a calcular los costes unitarios de mantenimiento y rotura para la Botella de Agua de 1,5 litros.

* Cálculo del coste unitario de mantenimiento. Denotamos por c_{13} al coste unitario de mantenimiento de este artículo.

$$c_{13} = \frac{\text{Gastos totales del local por semana}}{m^3 \text{ de almacenamiento}} \frac{m^3 \text{ estantería}}{\text{capacidad de la estantería}} =$$
$$= \frac{387,02}{88,30} \frac{0{,}361}{116} = 0{,}014 \; euros/\text{semana y unidad.}$$

* Determinación del coste unitario de rotura. Aquí denotamos por c_{23} al coste unitario de rotura de la botella de agua de 1,5L. Ahora consideramos pérdida de ventas, entonces el coste de rotura es todo el dinero que hemos dejado de ganar al no vender el producto. Es decir,

$c_{23} = v - c = 0,365$ €/botella.

siendo, i=interés, v=precio de venta, c=precio de compra.

Los datos presentados en la siguiente tabla muestran las ventas semanales desde enero de 2017 hasta diciembre de 2017 de este producto:

Tabla 3.3: Evolución del nivel de inventario de la Botella de Agua de 1,5L durante el año 2017.

Semana	Stock inicial	Reposición	Ventas	Stock final
1	31	42	48	25
2	25	30	42	13
3	13	48	40	21
4	21	36	44	13
5	13	48	38	23
6	23	30	37	16
7	16	48	41	23
8	23	30	33	20
9	20	48	39	29
10	29	48	71	6
11	6	60	48	18
12	18	54	43	29
13	29	60	107	-18
14	0	48	49	-1
15	0	54	48	6
16	6	48	62	-8
17	0	48	57	-9
18	0	48	42	6
19	6	60	46	20
20	20	36	86	-30
21	0	60	46	14
22	14	96	97	13
23	13	108	71	50
24	50	90	82	58
25	58	72	96	34
26	34	90	94	30
27	30	90	98	22
28	22	90	80	32
29	32	90	81	41
30	41	90	89	42
31	42	114	107	49
32	49	90	92	47
33	47	66	84	29
34	29	150	115	64
35	64	96	64	96
36	96	54	74	76
37	76	60	77	59

Semana	Stock inicial	Reposición	Ventas	Stock final
38	59	48	61	46
39	46	72	82	36
40	36	90	71	55
41	55	42	63	34
42	34	60	86	8
43	8	90	76	22
44	22	126	74	74
45	74	54	57	71
46	71	42	43	70
47	70	36	56	50
48	50	42	48	44
49	44	42	38	48
50	48	36	35	49
51	49	54	40	63
52	63	54	43	74

3.2. Determinación de los costes de los productos para la empresa.

En este epígrafe se calculan los costes de mantenimiento y rotura que ha tenido la empresa durante el año 2017 para cada uno de los productos considerados.

3.2.1. Agua Limpiaparabrisas de 2L.

En la Figura 3.1 podemos observar la evolución del nivel de inventario del Agua Limpiaparabrisas desde enero de 2017 hasta diciembre de 2017.

Calculando el área que determina la función nivel de inventario, obtendremos el coste de mantenimiento que la empresa tuvo durante el año 2017 para este producto.

Sabemos que, en este caso, al estar en un sistema de nivel de inventario no tenemos en cuenta el coste de transporte (C_3) ya que lo cubre el proveedor, luego, el coste total es la suma del coste de mantenimiento (C_1) y el coste de rotura (C_2), esto es, $C = C_1 + C_2$.

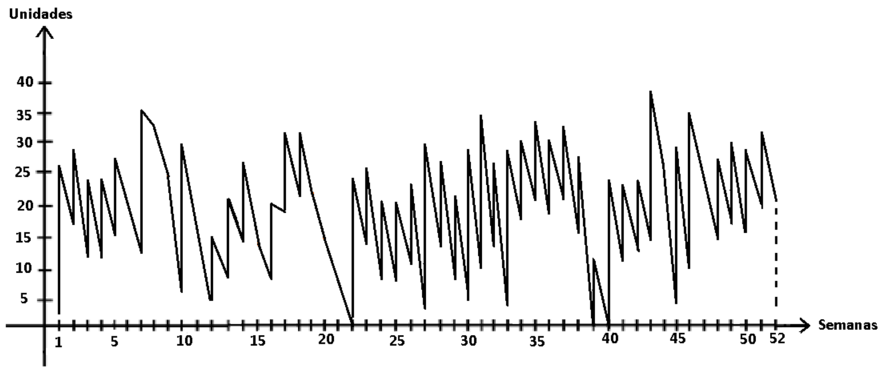

Figura 3.1. Gráfica que representa los movimientos del nivel de inventario del agua limpiaparabrisas por semana durante el año 2017.

Pero se puede observar en la Tabla 3.1 que, para este artículo, no ha habido roturas en el año 2017. Por tanto, sólo se tiene en cuenta el coste de mantenimiento.

El área total es 1012,5 unidades/año. Por tanto, se tiene

$$\frac{1012{,}5\text{unidades/año}}{52 \text{ semanas}} = 19,47\text{unidades/semana.}$$

Para calcular el coste de mantenimiento, es necesario multiplicar este área por el coste unitario de mantenimiento del artículo.

El coste unitario de mantenimiento es $c_1 = 0{,}018$ €/semana. Entonces, se obtiene

$$19,47\frac{unidades}{semana}0,018 \text{ €/semana} = 0{,}35 \text{ €/semana.}$$

Así, el coste de mantenimiento semanal es de 0,35 €/semana. Debemos multiplicarlo por 52 para obtener el coste de mantenimiento anual. Dicho coste es

$$C_1 = 0,35 * 52 \text{ semanas} = 18{,}23 \text{ €.}$$

Por tanto, la empresa ha tenido un gasto anual total de C = 18,23 € relacionado con la gestión del inventario para este artículo.

3.2.2. Aceite de coche 20w50

En la Figura 3.2 podemos observar las fluctuaciones en el nivel de inventario del Aceite de coche desde enero de 2017 hasta diciembre de 2017.

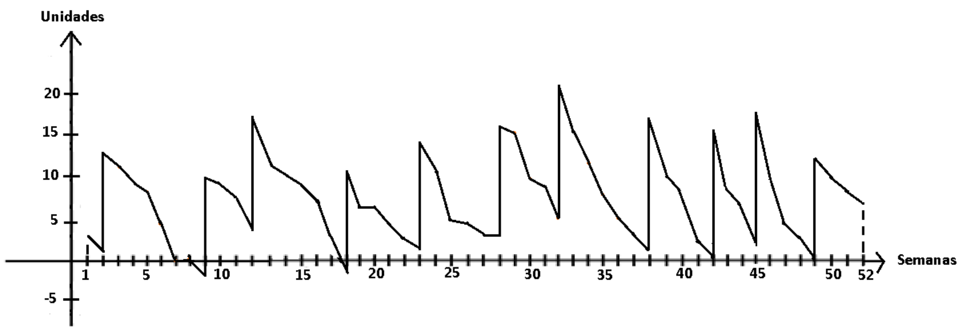

Figura 3.2. Gráfica de la evolución del nivel de inventario del aceite de coche por semana durante el año 2017.

En este caso, se puede observar que hay roturas, así que podremos obtener el coste de mantenimiento y el coste de rotura.

La parte positiva del nivel de inventario muestra las unidades disponibles en el stock. El área total de esta parte a lo largo del 2017 es 369,83 unidades. Por tanto, tenemos por término medio

$$\frac{369{,}83\text{unidades/año}}{52 \text{ semanas}} = 7,11\text{unidades/semana.}$$

El coste unitario de mantenimiento es c_1 = 0,018 €/semana.

Así, el coste de mantenimiento semanal es

$$7,11\frac{unidades}{semana}0,018 \text{ €/semana} = 0{,}128 \text{ €/semana.}$$

Debemos multiplicarlo por 52 para obtener el coste de mantenimiento anual.

$0,128 * 52$ semanas $= 6{,}66$ €.

Por tanto, la empresa ha tenido un gasto anual de mantenimiento de 6,66 € relacionado con la gestión del inventario para este artículo.

La parte negativa del nivel de inventario muestra las roturas. Con esto podremos calcular el coste de rotura. El área en esta parte es 1,33 unidades. Por tanto, se tiene

$\frac{1{,}33\text{unidades/año}}{52 \text{ semanas}} = 0,026\text{unidades/semana}.$

El coste unitariode rotura es 0,11 €/semana. Entonces, se obtiene

$0,026\frac{unidades}{semana}0,11$ €/semana = 0,0028 €/semana.

Así, el coste de rotura semanal es de 0,0028 €/semana. Debemos multiplicarlo por 52 para obtener el coste de rotura anual.

$0,0028 * 52$ semanas $= 0{,}15$ €.

Por tanto la empresa ha tenido un gasto anual de rotura de 0,15 € para este artículo.

Como consecuencia, el coste total anual relacionado con la gestión del inventario será:

$C = C_1 + C_2 = 6,66 + 0,15 = 6,81$ €/año.

3.2.3. Botella de agua de 1,5L.

En la Figura 3.3 podemos observar el nivel de inventario para la botella de agua de 1,5L desde enero de 2017 hasta diciembre de 2017.
En el caso de este artículo, también se puede observar que hay roturas.

El área del nivel de inventario positivo es 3380,47 unidades. Entonces, se tiene

$\frac{3380{,}47\text{unidades/año}}{52 \text{ semanas}} = 65,01\text{unidades/semana}.$

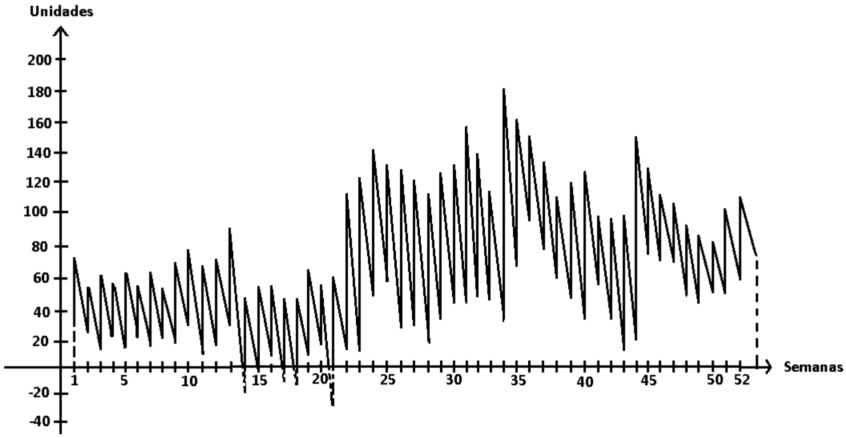

Figura 3.3. Gráfica que representa la evolución del nivel de inventario de la botella de agua de 1,5L por semana durante el año 2017.

El coste unitario de mantenimiento es c_1 = 0,014 €/semana. Entonces, se obtiene

$$65,01\frac{unidades}{semana} * 0,014 \text{ €/semana} = 0{,}91 \text{ €/semana}.$$

Así, el coste de mantenimiento es de 0,91 €/semana. Debemos multiplicarlo por 52 para obtener el coste de mantenimiento anual.

$$0,91 * 52 \text{ semanas} = 47{,}32 \text{ €}.$$

Por tanto, la empresa ha tenido un gasto anual de mantenimiento de 47,32 € para este artículo.

A continuación, vamos a calcular el coste total de rotura para este artículo que ha tenido la empresa en el año 2017. Nótese que si hay rotura para este producto (botella de agua de 1,5L), automáticamente se pierde la venta. Por ello, en lugar de determinar el área, ahora debemos calcular el número total de roturas que ha habido en el 2017. De la Tabla 3.3, se deduce que el número total de roturas ha sido de 66 botellas.

Para este producto, el coste unitario de rotura es 0,365 €/botella. Entonces, se obtiene

$$66 \ botellas * 0,365 \text{ €/botella} = 24{,}09 \text{ €/año}.$$

Por tanto, el coste total relacionado con el inventario de este artículo ha sido:

C=$C_1 + C_2 = 47,32 + 24,09 = 71,41$ €/año.

En el capítulo siguiente se calculan cuáles serían los costos de la gestión del inventario de estos productos si se aplicaran los modelos matemáticos adecuados para el control del inventario.

4

Aplicación de los modelos de gestión de inventario.

Una vez han sido calculados los costos de mantenimiento y rotura de cada uno de los artículos que ha tenido la empresa en el año 2017, haremos una comparativa con los costos que se obtendrían si aplicáramos los modelos matemáticos de gestión de inventario y con ello, comprobaremos si se puede obtener menores costes usando los modelos adecuados.

Trabajaremos con sistemas de nivel de inventario tipo (1,2), ya que en la empresa no se considera el coste de reposición. Ello es debido a que el proveedor de los productos que se venden en la estación de servicio cubre los gastos de transporte para reponer los artículos. Por esto, hemos decidido utilizar estos sistemas de nivel de inventario, ya que en ellos el coste de reposición es constante y, por lo tanto, no se tendrá en cuenta el coste de reposición para obtener el nivel de inventario óptimo.

No solo consideramos el sistema clásico de nivel de inventario, sino que también haremos uso del sistema de nivel de inventario con pérdida de ventas. Esto es así porque alguno de los productos que analizaremos no permite roturas recuperables, es decir, los clientes no desean esperar a la siguiente reposición de productos para adquirir el artículo deseado. Más adelante, al introducir los datos de cada producto, especificaremos qué tipo de sistemas usaremos en cada caso.

En la aplicación de los mismos, iremos variando el periodo de gestión para comparar los diferentes costes mínimos obtenidos y elegiremos aquel periodo de gestión que tenga menor coste. Calculando además, en ese caso, el nivel de inventario y el tamaño del lote.

Para aplicar los modelos, debemos especificar primero cómo evoluciona la demanda. Así, en los siguientes párrafos vamos a determinar las razones medias de demanda de los productos que puedan ajustarse a los datos de ventas obtenidos en el año 2017.

4.1. Agua Limpiaparabrisas de 2 litros.

Calculamos la razón de demanda para el Agua Limpiaparabrisas de 2L.Al analizar los datos, se observa que es posible dividirlos en dos grupos, ya que de la semana 23 en adelante se aprecia cierto aumento en las ventas con respecto a las semanas anteriores. Esta subida puede deberse a una disminución en las precipitaciones, ya que comienza el verano y se utiliza con más frecuencia el limpiaparabrisas, gastando más agua de este tipo para limpiar el parabrisas del automóvil.

Para obtener la razón de demanda en cada una de las etapas se ha calculado la media aritmética, ya que no se observa ninguna tendencia de aumentar o disminuir las ventas progresivamente, no pudiendo obtener una recta de regresión que represente bien los datos.

Así, la razón de demanda para cada grupo de semanas es la siguiente:

Grupo 1: semanas 1-20, se considera que hay una razón media de demanda de r_1 =9,2 unidades/semana.
Grupo 2: semanas 21-52. Para este segundo grupo, se tiene una demanda de r_2 =14,11 unidades/semana

Vamos a aplicar para este producto el Sistema de nivel de Inventario con roturas recuperables descrito en el segundo capítulo de esta memoria.
Variando el periodo de gestión, calcularemos el nivel de inventario óptimo para cada periodo y el coste mínimo. Finalmente, elegiremos aquel periodo de gestión que tenga el menor coste mínimo.

Sabemos además que este artículo viene en cajas de 12 unidades, luego la cantidad a pedir para reponer el inventario debe ser un múltiplo de 12 unidades.

En la siguiente Tabla 4.1 se recogen todos los cálculos:

Tabla 4.1: Datos obtenidos al aplicar la política para el Agua Limpiaparabrisas (Grupo 1)

t_f	r	q_f	q_{f1}	q_{f2}	S_0	S_{01}	S_{02}	$C_0(q_f)$	$C_0(q_{f1})$	$C_0(q_{f2})$
1	9,2	9,2	—	12	6,1	—	7,9	0,055	—	0,071
2	9,2	18,4	12	24	12,15	7,9	15,8	0,109	0,071	0,143
4	9,2	36,8	36	48	24,3	23,77	31,7	0,219	0,214	0,285
8	9,2	73,6	72	84	48,6	47,55	55,17	0,437	0,428	0,499

t_f	r	q_f	q_{f1}	q_{f2}	S_0	S_{01}	S_{02}	$C_0(q_f)$	$C_0(q_{f1})$	$C_0(q_{f2})$
10	9,2	92	84	96	60,75	55,47	63,4	0,547	0,499	0,571
20	9,2	184	180	192	121,51	118,87	126,79	1,094	1,069	1,14

Se observa de la Tabla 4.1 (ver la tercera y la novena columna) que el menor coste se obtiene si pedimos 9,2 unidades cada semana. Pero eso no es posible porque la cantidad a pedir para reponer el inventario debe ser un múltiplo de 12 unidades. Si se pide 12 unidades cada semana, siempre habrá un exceso de oferta de aproximadamente 3 unidades semanales y eso hace que aumente cada semana el coste de mantenimiento. Sin embargo, si se hace un pedido de 12 unidades cada 2 semanas, habría una rotura de 6 unidades. Por esta razón, para controlar el inventario una mejor opción es que durante un periodo de 4 semanas, las 3 primeras se haga un pedido semanal de una caja de 12 unidades y la última semana no se haga pedido, ya que con el sobrante de cada semana se puede hacer frente a la demanda de esa cuarta semana sin necesitar realizar otro pedido. Así, se equilibra el nivel de inventario. Por tanto, habría un coste semanal de 0,071 €/semana.

Tabla 4.2: Datos obtenidos al aplicar la política para el Agua Limpiaparabrisas (Grupo 2)

t_f	r	q_f	q_{f1}	q_{f2}	S_0	S_{01}	S_{02}	$C_0(q_f)$	$C_0(q_{f1})$	$C_0(q_{f2})$
1	14,11	14,11	12	24	9,32	7,92	15,85	0,084	0,071	0,143
2	14,11	28,22	24	36	18,63	15,85	23,77	0,168	0,143	0,214
4	14,11	56,44	48	60	37,27	31,69	39,62	0,335	0,285	0,357
8	14,11	112,88	108	120	74,54	71,32	79,25	0,671	0,642	0,713
16	14,11	225,76	216	228	149,1	142,64	150,56	1,342	1,284	1,355
32	14,11	451,52	444	456	298,17	293,2	301,13	2,684	2,639	2,71

En esta segunda etapa, también observamos que la mejor opción es hacer un pedido de 12 unidades cada semana. En este caso, al pedir 12 unidades cada semana puede haber una rotura aproximada de 2 unidades. Para intentar compensar esta rotura, tomando un periodo de 6 semanas, durante las 5 primeras se hará un pedido semanal de 12 unidades y la sexta semana se pedirán 24 unidades del producto. Esta es la mejor forma de evitar que el inventario disminuya continuamente a lo largo del tiempo. Así, el coste variará con respecto al que aparece en la tabla, ya que una de las semanas se piden 24 unidades en lugar de 12. Por tanto, el coste obtenido será $\frac{5*0{,}071+1*0{,}143}{6} = 0,083$ euros/semana.

Aún así, este coste mejora el coste mínimo teórico que es de 0,084 €/semana si se pudiera solicitar la cantidad de 14,11 unidades para reponer el inventario.

Para este producto, al haber dividido el periodo en 2 etapas, tendremos que calcular los costes en cada una de las etapas y sumarlos.

En la primera etapa el coste semanal es $C^1 = 0,071$ €/semana. Luego, durante las 20 semanas que dura esta etapa el coste será de:

$C^1 = 0,071$ €/semana 20 semanas = 1,42 €.

En la segunda etapa, el coste semanal es $C^2 = 0,083$ €/semana. Como la etapa está formada por un total de 32 semanas el coste total será:

$C^2 = 0,083$ €/semana 32 semanas = 2,66 €.

Por tanto, el coste total anual para este producto será:

$C = C^1 + C^2 = 1,42 + 2,66 = 4,08$ €/año.

4.2. Aceite para coche 20w50.

Calculamos la razón de demanda para el Aceite de coche 20w50.Al analizar los datos de ventas, observamos que las ventas son muy dispersas, sin tendencia a aumentar o disminuir progresivamente. No se ha podido constatar ninguna tendencia que nos permita plantear una curva de regresión. Por esta razón, la mejor manera de obtener la razón media de demanda ha sido calculando la media aritmética de todos los datos.

Por tanto, la razón de demanda es r=2,56 unidades

Variando el periodo de gestión, calcularemos el nivel de inventario óptimo el coste mínimo y finalmente tomaremos aquel periodo de gestión que tenga el menor coste mínimo.

Sabemos además que este artículo se repone en cajas de 12 unidades. Por tanto, la cantidad a pedir debe ser un múltiplo de 12 unidades.

En la siguiente tabla se recogen todos los cálculos:

Tabla 4.3: Datos obtenidos al aplicar la política óptima para el Aceite de coche 20w50

t_f	r	q_f	q_{f1}	q_{f2}	S_0	S_{01}	S_{02}	$C_0(q_f)$	$C_0(q_{f1})$	$C_0(q_{f2})$
1	2,56	2,56	—	12	2,2	—	10,31	0,0198	—	0,0928
2	2,56	5,12	—	12	4,4	—	10,31	0,0396	—	0,0928
4	2,56	10,24	—	12	8,8	—	10,31	0,0792	—	0,0928
5	2,56	12,8	12	24	11	10,31	20,62	0,099	0,0928	0,186

t_f	r	q_f	q_{f1}	q_{f2}	S_0	S_{01}	S_{02}	$C_0(q_f)$	$C_0(q_{f1})$	$C_0(q_{f2})$
6	2,56	15,36	12	24	13,2	10,31	20,62	0,1188	0,0928	0,186
13	2,56	33,28	24	36	28,6	20,62	30,94	0,2574	0,186	0,278
26	2,56	66,56	60	72	57,2	51,56	61,88	0,5148	0,464	0,557
52	2,56	133,12	132	144	114,4	113,44	123,75	1,0296	1,021	1,114

Para este producto, hay varias opciones. Si tomáramos la opción de pedir 12 unidades cada semana o cada 2 semanas, el nivel de inventario aumentaría sin medida ya que se pedirían muchas más unidades de las que venden. Por tanto, se debería pedir 12 unidades cada 4 o 5, que son las opciones más lógicas ya que hay una razón de demanda de 2,56 unidades por semana.

Si se pidiera 12 unidades cada 4 semanas, habría un sobrante en el almacén de más de una unidad por semana, que en un principio no parece mucho pero a lo largo del año habría un sobrante de unas 50 unidades aproximadamente. Además de tener un sobrecosto debido a tener más unidades que las necesarias.

Por el contrario, tomando un periodo de gestión de 5 semanas y un tamaño de la reposición de 12 unidades, habría una pequeña rotura de menos de una unidad, pero aquí el coste semanal será de 0,0928 €/semana mejora el coste teórico de 0,112 euros/semana. Por tanto, la mejor política será:

$t_f = 5$ semanas.

$q_f = 12$ unidades solicitadas para reponer el inventario.

$C_0 = 0,0928$ €/semana.

Conociendo estos datos podemos obtener el coste total anual que la empresa tendrá para este producto.

Como C_0 =0,0928 €/semana, entonces el coste en un total de 52 semanas será: $C = 0,0928\frac{euros}{semana} * 52\ semanas = 4,826$ €/año.

4.3. Botella de agua de 1,5L.

Calculamos la razón de demanda para la botella de Agua de 1,5L. Observando la Tabla 3.3, al igual que para el agua limpiaparabrisas, hemos diferenciado en este caso, tres etapas bien definidas. En este caso, esta división se produce por causa de la temporada de verano, donde hay un aumento de las ventas del producto.

Así, la razón de demanda en cada etapa será:

Grupo 1: semanas 1-19. Para este grupo se tiene que la razón media de demanda es r_1 =49,21 unidades/semana.

Grupo 2: semanas 20-44. En este segundo grupo la razón media es r_2 =81,84 unidades/semana.

Grupo 3: semanas 45-52. En este tercer grupo la demanda media es r_3 =45 unidades/semana.

Variando el periodo de gestión, calcularemos el nivel de inventario óptimo para cada periodo y el coste mínimo. Finalmente, elegiremos aquel periodo de gestión que tenga el menor coste mínimo.

Sabemos además que este artículo viene en paquetes de 6 unidades, luego la cantidad a pedir para reponer el stock debe ser un múltiplo de 6 unidades.

Tabla 4.4: Datos obtenidos al aplicar la política óptima para la Botella de Agua 1,5L (Grupo 1)

t_f	r_1	q_f	q_{f1}	q_{f2}	S^*	$S^*{}_1$	$S^*{}_2$	$C_0(q_f)$	$C_0(q_{f1})$	$C_0(q_{f2})$
1	49,21	49,21	48	54	49,21	48	54	0,345	0,336	0,378
2	49,21	98,42	96	102	98,42	96	102	0,689	0,672	0,714
4	49,21	196,84	192	198	196,84	192	198	1,378	1,344	1,386
8	49,21	393,68	390	396	393,68	390	396	2,756	2,73	2,77
16	49,21	787,37	786	792	787,37	786	792	5,51	5,5	5,54
19	49,21	935	930	936	935	930	936	6,54	6,51	6,55

Al estar en el caso de pérdida de ventas, debemos tener en cuenta además si el cociente entre c_2 y c_1 es menor o mayor a t_f. En función de como sea, tendremos:

- Si $\frac{c_2}{c_1} \leq t_f \Rightarrow S^* = S_0$

- Si $\frac{c_2}{c_1} > t_t \Rightarrow S^* = q_f$

En este caso $\frac{c_2}{c_1} = 26,07 > 1 = t_f$.
Por tanto, la política óptima será:
q_f = 48 unidades solicitadas para reponer el inventario.
t_f = 1 semana.
S^* = 48 unidades al comienzo del periodo.

Nótese que la demanda semanal es de 49,21 unidades por tanto la política óptima debe ajustarse a la demanda. Teniendo en cuenta que para este producto el coste unitario de rotura es mucho mayor que el coste unitario de mantenimiento no conviene tener demasiadas roturas porque elevaría el coste total. Así, la mejor opción es, en cada periodo de tiempo de 6 semanas, pedir en la primera semana 54 unidades y en las cinco restantes pediremos cada semana 48 unidades. Como consecuencia, el coste semanal será $C_{01} = \frac{1*0{,}378+5*0{,}336}{6} = 0{,}343$ €/ semana.

Tabla 4.5: Datos obtenidos al aplicar la política óptima para la Botella de Agua 1,5L (Grupo 2)

t_f	r_2	q_f	q_{f1}	q_{f2}	S^*	$S^*{}_1$	$S^*{}_2$	$C_0(q_f)$	$C_0(q_{f1})$	$C_0(q_{f2})$
1	81,84	81,84	78	84	81,84	78	84	0,573	0,546	0,588
2	81,84	163,68	162	168	163,68	162	168	1,146	1,134	1,176
5	81,84	409,2	408	414	409,2	408	414	2,86	2,85	2,89
10	81,84	818,4	816	822	818,4	816	822	5,73	5,71	5,75
25	81,84	2046	2046	2052	2046	2046	2052	14,32	14,32	14,36

Al igual que para la tabla anterior, se ha tenido en cuenta el cociente entre c_2 y c_1 para calcular el nivel de inventario y el coste mínimo.

Para esta segunda etapa, se observa que tomando un periodo de gestión $t_f = 1$ obtendremos el menor coste. En este caso, se deberá hacer un pedido de 78 unidades semanales. Pero de esta manera, habría una rotura semanal de aproximadamente 4 unidades y el nivel de inventario siempre disminuiría a final de semana. Por esto, lo mejor será, en un periodo de tres semanas, pedir 90 unidades la primera semana del periodo, teniendo esta semana un coste de 0,63 €/ semana, y 78 unidades semanales las dos semanas restantes. Se lleva a cabo esta estrategia para poder evitar las roturas en las semanas siguientes. Habrá una diferencia de costes entre la primera semana y las dos siguientes, por tanto el coste mínimo medio semanal en cada periodo es $C_{02} = \frac{1*0{,}63+2*0{,}546}{3} = 0{,}574$ €/semana.

Tabla 4.6: Datos obtenidos al aplicar la política óptima para la Botella de Agua 1,5L (Grupo 3)

t_f	r_3	q_f	q_{f1}	q_{f2}	S^*	$S^*{}_1$	$S^*{}_2$	$C_0(q_f)$	$C_0(q_{f1})$	$C_0(q_{f2})$
1	45	45	42	48	45	42	48	0,315	0,294	0,336
2	45	90	90	96	90	90	96	0,63	0,63	0,672
4	45	180	180	186	180	180	186	1,26	1,26	1,30
8	45	360	360	366	360	360	366	2,52	2,52	2,56

Se observa en la Tabla 4.6 que el coste es mínimo cuando se reponen 42 unidades cada semana. Al hacer un pedido de 42 unidades semanales habría una rotura de 3 unidades por semanas. Esto se soluciona si, en un periodo de 3 semanas, la primera semana se hace un pedido de 48 unidades para evitar estas roturas y las dos siguientes se hace un pedido semanal de 42 unidades. En esta primera semana el coste será 0,336 €/semana y en las restantes 0,294 €/semana, lo que quiere decir que, el coste mínimo medio semanal es $C_{03} = \frac{1*0{,}336+2*0{,}294}{3}$ = 0,308 €/ semana.

Para calcular el coste total anual del stock de la botella de agua de 1,5L tenemos que considerar el coste de cada grupo de semanas o etapas.

La primera etapa, compuesta por 19 semanas, tiene un coste semanal de 0,336 €/ semana. Lo que quiere decir que el coste total en esta etapa será:

$$C^1 = 0,343 \frac{euros}{semana} * 19 \text{ semanas} = 6{,}517 \text{ €}.$$

En la segunda etapa, compuesta por 25 semanas, hay coste semanal de 0,546 €/semana. Esto significa que el coste total en esta etapa será:

$$C^2 = 0,574 \frac{euros}{semana} * 25 \text{ semanas} = 14{,}35 \text{ €}.$$

Por último, en la tercera etapa, compuesta de 8 semanas, hay un coste semanal de 0,294 €/semana. El coste total en esta etapa es:

$$C^3 = 0,308 \frac{euros}{semana} * 8 \text{ semanas} = 2{,}46 \text{ €}.$$

Luego, el coste total anual de este producto será,

$$C = C^1 + C^2 + C^3 = 6,517 + 14,35 + 2,46 = 23,327 \text{ €/año}.$$

De estos cálculos y comparándolos con los descritos anteriormente para la política seguida por la empresa, se deduce que se puede mejorar la gestión del inventario de todos los productos. La política usada hasta el momento por la empresa era irregular, no había un periodo de gestión fijado, sino que había variaciones, reponiendo el inventario cuando se creía necesario. Estas variaciones generaban un coste total anual en el inventario bastante elevado en comparación con la nueva política.

5

Conclusiones

En este trabajo se han expuesto teóricamente algunos modelos de gestión de stock que luego han sido utilizados para analizar el control del inventario de determinados artículos que se venden en una estación de servicios. Estos modelos se han seleccionado teniendo en cuenta las características que determinan la gestión de inventario de la empresa, con el fin de encontrar un modelo que se adapte a las necesidades de cada producto.

Se han propuesto dos modelos de gestión de inventario para analizar los tres productos seleccionados (botella de agua de 1,5L., aceite de coche 20w50, agua limpiaparabrisas), utilizando en cada caso el modelo que mejor se ajuste. Obteniendo así el periodo de gestión, nivel de inventario y el coste total esperado para cada producto.

Como conclusiones a los resultados obtenidos, se deduce que es posible una mejora en la gestión de cada uno de los productos. Hasta el momento, la empresa usaba una política irregular, no teniendo un valor fijo para el periodo de gestión o ciclo del inventario, ni tampoco para el tamaño de la reposición, y esto provocaba un sobrecoste no deseado. Tanto es así, que la política actual de la empresa ha generado en el año 2017 un coste total anual para cada producto de:

- Coste del agua limpiaparabrisas: 18,23 €/año
- Coste del aceite de coche: 6,81 €/año
- Coste de la botella de agua: 71,41 €/año

Aplicando el Sistema adecuado de Nivel de Inventario a cada artículo se propusieron las siguientes políticas:

- Agua limpiaparabrisas:

  Para el grupo 1 con razón media de demanda $r_1 = 9{,}2$ unidades/semana, se repondrá el producto en un periodo de 4 semanas de la forma siguiente:

12 unidades de producto cada semana durante las 3 primeras semanas y no habrá reposición la cuarta semana.

Para el grupo 2 con razón media de demanda r_2 = 14,11 unidades/semana, se repondrá el producto como se indica a continuación: en un periodo de 6 semanas, 12 unidades de producto cada semana durante las primeras 5 y 24 unidades la sexta semana.

- Aceite de coche 20w50:

  Para reponer el stock de aceite se debe solicitar 12 unidades de este producto cada 5 semanas, ya que la razón media de demanda es r = 2,56 unidades/semana.

- Botella de agua de 1,5L :

  Para el grupo 1 con razón media de demanda r_1 = 49,21 unidades/semana, se deberá reponer 48 unidades de producto cada semana.

  Para el grupo 2 con razón media de demanda r_2 = 81,84 unidades/semana, se solicitará el producto como se indica a continuación: en un periodo de tres semanas, se pedirá la primera semana 90 unidades y las dos siguientes 78 unidades de producto cada semana.

  Para el grupo 3 con razón media de demanda r_3 = 45 unidades/semana, se repondrá el producto como se indica a continuación: en un periodo de tres semanas, la primera semana se hará un pedido de 48 unidades y las dos siguientes un pedido semanal de 42 unidades.

La política de reposición comentada anteriormente nos lleva a los siguientes costes.

- Coste anual del agua limpiaparabrisas.

  En este producto hemos dividido el año en dos periodos, siendo el coste total en cada uno de ellos:

  Periodo 1: este periodo está formado por 20 semanas y su coste total es de 1,42 €.

Periodo 2: este periodo comprende un total de 32 semanas y su coste total es 2,66 €.

Por tanto, el coste total anual para este producto es 4,08 €.

- Coste anual del aceite de coche.

  El coste total de este producto es 4,826 € anuales.

- Coste anual de la botella de agua.

Aquí, se ha dividido el año en tres periodos, obteniéndose lo siguiente,

Periodo 1: este periodo está formado por un total de 19 semanas y el coste total para este periodo es 6,517 €.

Periodo 2: en este periodo hay un total de 25 semanas y el coste total en este periodo es de 14,35 €.

Periodo 3: este periodo está compuesto por un total de 8 semanas y el coste en este periodo es 2,46 €.

Por tanto, el coste total anual es 23,327 €.

Se observa que, al aplicar el modelo seleccionado para cada producto, los costes obtenidos disminuyen considerablemente con respecto a los costes actuales de la empresa durante el año 2017, que eran 18,23 €, 6,81 € y 71,41 € para cada producto, respectivamente. En la Tabla 5.1 puede observarse la reducción significativa que se obtiene en los costes relacionados con el control del inventario de los productos, cuando se utilizan modelos matemáticos para la gestión del inventario.

Tabla 5.1: Comparación de los costes obtenidos en la gestión del inventario para los tres productos considerados.

	Gestión de la empresa.	Gestión con modelos de inventario.	Reducción
Producto 1	18,23	4,08	76,62 %
Producto 2	6,81	4,826	29,13 %
Producto 3	71,41	23,327	67,33 %

Se comprueba así que la aplicación de los modelos de gestión de inventario permiten disminuir considerablemente los costes anuales de estos productos.

Es necesario recordar que el estudio se ha llevado a cabo sólo para tres productos de la empresa. Esto quiere decir que si planteáramos analizar y resolver el problema de inventario considerando más productos o incluso todos los productos de la estación de servicios, podría obtenerse un gran ahorro en los resultados del negocio.

Bibliografía

[1] HADLEY G. Y WHITIN T.M. (1963) *Analysis of Inventory Systems. Prentice-Hall.*

[2] HAX A.C. Y CANDEA, D. (1984) *Production and Inventory Management. Prentice-Hall.*

[3] HILLIER F.S. Y LIEBERMAN, G.J. (1997). *Introducción a la Investigación de Operaciones. McGraw-Hill.*

[4] SILVER, E.A., PYKE, D.F. Y PETERSON, R. (1998) *Inventory Management and Production Planning and Scheduling. John Wiley and Sons.*

[5] WINSTON W.L. (1994) *Investigación de Operaciones. Aplicaciones y algoritmos. Editorial Iberoamericana.*

[6] ZIPKIN, P.H. (2000) *Foundations of Inventory Management. McGraw-Hill.*

Lista de Figuras

Analysis and management of the products replenishment in a service station.

Siomara Viera Calo.
Facultad de Ciencias · Sección de Matemáticas
Universidad de La Laguna
alu0100891058@ull.edu.es

Abstract

In this Final Degree Project the balance management of some items sold at a petrol station, located in the southeast of the island of Tenerife, is studied in order to check if it is proceeding correctly in the control and management of its stocktaking.
The Stocktaking Level System with recoverable breaks and the Stocktaking Level System with loss of sales are both developed. For each system, the optimal policy that should be followed to minimize the total cost related to inventory management is presented.
We analyse the evolution of the inventory levels of several articles during the year 2017, to later make a comparison between the situation of the company and the results that could be obtained if the appropriate policy was applied in the inventory management of these products.

1. Introduction

Nowadays, industries, companies and shops represent a mainstay in the country development. It is necessary that every company carries out planning, organization and implementation and control functions with respect to the activities to be developed so that it can be possible to fulfil its objectives.
A bad decision in a business process can seriously affect all the company goals and interests. Therefore, it is necessary to know and possess a series of methods and tools that help to choose the best options and alternatives taking into account the resources available and the main goals to achieve. This group of methods and techniques is what we call today Operative Research.
Operative Research uses mathematical techniques to facilitate the quantification of the possible strategies to follow in the decision-making process. Particularly, within Operative Research we find Stocktaking Management.
In this project some stocktaking management models are described, which will help us to study and analyse the balance management of some products sold at the petrol station shop. Those products are the following: a specific type of car oil, a 1.5 l water bottle of a definite brand and a 2 l bottle of car wiper water.

2. Outline of the first Chapter

In this chapter we expose the concepts and basic aspects of the Stocktaking Management Models. Stocktaking is basically any amount of material like goods, products or items of any kind which are new, economically valuable and are stored for their future sale. To control and keep a proper stocktaking requires a continuous tracking on the evolution of the stocktaking level. It is also necessary to make decisions about when to replenish and the proper amount. This maintenance along with product replenish generate costs which should be perfectly determined and quantified. This is the reason why Stocktaking Management Models exist, thanks to which we try to find a proper balance between the supply and demand of a product that can minimize all the costs related to stocktaking.

3. Outline of the second chapter

In this chapter, some deterministic stocktaking models are developed where the management period is continual and known. We call it t_f. We are going to work with politics (t_f, S)where the level of stocktaking at the beginning of the management period (S) is the decision variable. Our main objective is to minimize the total cost of stocktaking.
For this reason, we will work with systems like (1,2), that is systems in which only the management cost and the breaking cost take part.
First of all, we are going to analyse the classic system of stocktaking level, where some breakage are allowed. These breakages are recovered with the arrival of the next replacement. Afterwards, we will concentrate on explaining the stocktaking management with sale loss.

4. Outline of the third chapter

In this chapter sale data is described, together with the stocktaking evolution and the estimation of the product maintenance and breakage costs.
Once all those annual costs have been calculated, item by item, we will analyse the current politics of the company starting from the costs that each product has generated.

5. Outline of the fourth chapter

We will carry out the application of the Stocktaking Level systems for each of the products. We will work with stocktaking level systems type (1,2), since out data do not include the transportation costs that is as if this was continual.
This is due to the fact that the product supplier covers the replacement costs. We have decided to use those stocktaking level systems because the replacement cost is continual and consequently, we won't consider it in order to obtain the optimal stocktaking level.

6. Outline of the fifth chapter

We will make a comparative study of the hypothetical costs the company would have if they had applied the stocktaking policies that we propose in the mathematical models and the current costs they have in order to show if the usage of the models mentioned can finally reduce the stocktaking management costs.
The results confirm that the product replacement policy carried out by the company is not the proper one.

References

[1] HADLEY G. Y WHITIN T.M. (1963) *Analysis of Inventory Systems. Prentice-Hall.*

[2] HAX A.C. Y CANDEA, D. (1984 *Production and Inventory Management. Prentice-Hall.*

[3] HILLIER F.S. Y LIEBERMAN, G.J. (1997). *Introducción a la Investigación de Operaciones. McGraw-Hill.*

[4] SILVER, E.A., PYKE, D.F. Y PETERSON, R. (1998) *Inventory Management and Production Planning and Scheduling. John Wiley and Sons.*

[5] WINSTON W.L. (1994) *Investigación de Operaciones. Aplicaciones y algoritmos. Editorial Iberoamericana.*

[6] ZIPKIN, P.H. (2000) *Foundations of Inventory Management. McGraw-Hill.*